

27/91

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

THESE DE MAGISTER

OPTION MACHINES ELECTRIQUES

PRESENTEE PAR RACHID SAOU

THEME

OPTIMISATION DE MACHINES A
RELUCTANCE VARIABLE A STATOR
LISSE

#####

SOUTENUE LE 24 DECEMBRE 1991 DEVANT LA COMMISSION

Président :
Rapporteur :
Examineurs :

Mr M. BENDAOU
Mr M. E. ZAIM
Mr B. LAPORTE
Mme S. DJEMA
Mr M. E. AGGOUNE
Mr S. TAHI

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

THESE DE MAGISTER

OPTION MACHINES ELECTRIQUES

PRESENTEE PAR RACHID SAOU

THEME

OPTIMISATION DE MACHINES A
RELUCTANCE VARIABLE A STATOR
LISSE

#####

SOUTENUE LE 24 DECEMBRE 1991 DEVANT LA COMMISSION

Président :
Rapporteur :
Examineurs :

Mr M. BENDAOU
Mr M. E. ZAIM
Mr B. LAPORTE
Mme S. DJEMA
Mr M. E. AGGOUNE
Mr S. TAHI

A MA FAMILLE
A MES AMIS(ES)

==== Avant propos ====

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire de machines électriques de l'Ecole Nationale Polytechnique , sous la direction de Monsieur M.E. ZAIM maître de conférences à l'E.N.P.

Je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour l'aide inestimable qu'il m'a apporté , tout le long de ce travail .

Je remercie très sincèrement Monsieur B. LAPORTE professeur à l'ENSEM de Nancy pour son aide précieuse et l'intérêt particulier qu'il a manifesté à ce travail .

Je tiens également à remercier Monsieur M. Chabane docteur ingénieur de l'ENSEM pour l'aide sans réserve qu'il m'a apporté par ses conseils fructueux et ses orientations diverses .

Je suis très reconnaissant à Monsieur M. BENDAOUZ professeur à l'USTHB pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de soutenance .

Que Messieurs M.E. AGOUNE , S. TAHI et Madame S. DJEMA veuillent bien trouver , ici , l'assurance de ma sincère reconnaissance d'avoir accepté de juger ce travail .

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur K. Alitouche et Mme Yaker, pour les multiples discussions que nous avons eues concernant ce travail .

S O M M A I R E

Introduction

5

Chapitre I

Formulation des équations du champ électromagnétiques et équations intégrales

I.1 Equations de la diffusion du champ électromagnétique.	8
I.2 Résolution par méthode intégrale de frontière	12
I.2.1 Identités de Green	12
I.2.2 Equations intégrales basée sur l'identité de Green	13
I.2.2.1 Fonction de Green associée à l'équation de Laplace	13
I.2.2.2 Fonction de Green associée à l'équation de Poisson.	16
I.2.3 Discrétisation numérique des équations intégrales.	17
I.2.4 Intégration numérique	21

Chapitre II

Modélisation de la machine à pans coupés

II.1 Description de la machine et machine équivalente	24
II.2 Fonctionnement asynchrone de la machine	29
II.3 Détermination des réactances de la machine	34

Chapitre III Calcul de la M.R.V à pans coupés

III.1	Etablissement des équations intégrales	39
III.1.1	Résolution	41
III.1.2	Validation de la méthode sur la machine étudiée	44
III.2	Exploitation des résultats	45

Chapitre IV Calcul et optimisation par M.I.F de la machine rainurée

IV.1	Modèle d'étude et équations intégrales	54
IV.2	Résolution	56
IV.3	Validation numérique	58
IV.4	Optimisation	59

Chapitre V Etude expérimentale 76**Conclusion** 81**Bibliographie** 83

INTRODUCTION

Les machines à réluctance variable (M.R.V) à rotor massif et stator lisse, présentent un intérêt certain dans les applications industrielles, nécessitant des grandes vitesses de rotation ($N > 10\ 000$ tr/min) /11/, /21/, /22/.

Ces machines sont techniquement simples et permettent le démarrage en asynchrone. Elle présente toutefois, un faible facteur de puissance /21/, /22/.

Dans le cadre de notre travail, nous nous sommes intéressé à celles possédant $Z_r = 2$ dents au rotor. Leur vitesse synchrone est reliée à la pulsation ω des courants statoriques par la relation :

$$\Omega = 2\omega/Z_r = \omega .$$

Après un rappel des équations fondamentales de l'électromagnétisme et de leurs formulations en potentiel vecteur, nous présentons dans le premier chapitre la méthode intégrale de frontière (M.I.F) basée sur l'identité de Green, que nous utilisons pour résoudre les équations du champ et en déduire les performances de la machine étudiée.

Nous abordons au chapitre II la modélisation de la machine lors de son démarrage, en considérant que les variations de vitesse sont négligeables devant celles des phénomènes électromagnétiques par

suite de l'inertie rotorique. Nous nous limitons au fondamental de la densité superficielle du courant à la surface statorique et nous exprimons les grandeurs externes de la machine (courant, flux, couple ...) en fonction des réactances directe $X_d(jg\omega)$ et en quadrature $X_q(jg\omega)$.

Dans le chapitre III, nous calculons les performances de la machine à rotor lisse par M.I.F, et nous nous intéressons particulièrement à l'optimisation de l'ouverture de la dent rotorique et du couple d'accrochage de la machine. Nous montrons qu'il est nécessaire, même pour la machine optimisée, d'améliorer ce couple en usinant des rainures longitudinales dans le rotor. Celles ci ne réduisent pratiquement pas la résistance mécanique de la machine, mais modifient considérablement le trajet des lignes de champ et des courants induits dans le rotor.

Cette machine rainurée est calculée au chapitre IV en utilisant une méthode intégrale de frontière, et nous nous intéressons à l'optimisation du nombre ainsi que des dimensions des rainures conduisant au couple d'accrochage le plus grand.

L'étude expérimentale effectuée sur 2 rotors, l'un lisse et l'autre rainuré, est présentée au chapitre V ; elle nous permet de vérifier la validité du modèle théorique.

CHAPITRE I

Formulation des équations du champ

électromagnétique et équations

intégrales

I. FORMULATION DES EQUATIONS DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE ET EQUATIONS INTEGRALES.

I.1 Equations de la diffusion du champ électromagnétique

On néglige les densités volumiques de charge et les courants de déplacement devant les courants de conduction. On peut alors écrire pour un milieu fixe par rapport à un repère considéré.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.1})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.2})$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{I.3})$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad (\text{I.4})$$

\vec{E} , \vec{H} sont respectivement les champs électrique et magnétique. le vecteur \vec{J} désigne la densité de courant électrique et \vec{B} l'induction magnétique.

Le système (I.1) doit être complété par les équations de comportement des milieux.

I. FORMULATION DES EQUATIONS DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE ET EQUATIONS INTEGRALES.

I.1 Equations de la diffusion du champ électromagnétique

On néglige les densités volumiques de charge et les courants de déplacement devant les courants de conduction. On peut alors écrire pour un milieu fixe par rapport à un repère considéré.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.1})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.2})$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{I.3})$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad (\text{I.4})$$

\vec{E} , \vec{H} sont respectivement les champs électrique et magnétique. le vecteur \vec{J} désigne la densité de courant électrique et \vec{B} l'induction magnétique.

Le système (I.1) doit être complété par les équations de comportement des milieux.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{I.5})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.6})$$

où μ est la perméabilité magnétique du milieu et σ sa conductivité électrique.

Il est souvent avantageux de reformuler le système (I.1) en introduisant les potentiels du champ.

Différentes formulations peuvent alors être utilisées.

La formulation potentiel vecteur électrique - potentiel scalaire magnétique (T- Ω), plus pratique lorsque la région conductrice ne constitue qu'une petite partie du domaine d'étude /13/, peut introduire des erreurs importantes dans le cas de notre machine qui sera décrite ultérieurement. Nous choisissons alors la formulation (A- φ).

L'équation (2) impliquant la conservation du flux magnétique permet d'écrire :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (\text{I.7})$$

Où \vec{A} est le potentiel vecteur magnétique.

Les équations (I.1) à (I.6) permettent d'écrire :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \quad (\text{I.8})$$

φ est le potentiel scalaire électrique.

En absence de tout champ électrostatique on a donc :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{I.9})$$

et le champ \vec{E} est dit électromoteur

Lorsque le milieu considéré est linéaire ($\mu = \text{cte}$), les équations (I.3), (I.5) et (I.7) conduisent à

$$\Delta \vec{A} = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{I.10})$$

Où Δ désigne l'opérateur Laplacien

Par la suite, nous nous intéressons particulièrement aux cas des problèmes bidimensionnels, pour notre machine cela se traduit par des effets d'extrémité négligeables, les grandeurs électromagnétiques sont invariantes dans la direction axiale z , et on peut choisir par conséquent un potentiel vecteur ayant une seule composante axiale A .

Lorsque ces grandeurs varient sinusoïdalement par rapport au temps à la pulsation ω , l'équation (I.10) peut s'écrire

$$\Delta \bar{A} - j \omega \mu \sigma \bar{A} \quad (\text{I.11})$$

où \bar{A} est la représentation complexe de la composante axiale de A

Cette dernière équation se traduit, dans un milieu où il n'y a pas de courant, par

$$\Delta \bar{A} = 0 \quad (\text{I.12})$$

À la surface de séparation de deux milieux différents notés 1 et 2, on doit assurer la continuité de la composante normale de l'induction

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (\text{I.13})$$

et la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique.

$$H_{t1} - H_{t2} = J_s \quad (\text{I.14})$$

J_s est la densité superficielle du courant à la surface de séparation.

Les équations (13) et (14) impliquent respectivement pour le potentiel vecteur :

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_2 \quad (\text{I.15})$$

$$\frac{1}{\mu_1} \bar{A}_1 - \frac{1}{\mu_2} \bar{A}_2 = \bar{J}_s \quad (\text{I.16})$$

Les continuités de la composante tangentielle du champ électrique E et de la composante normale de la densité de courant sont alors automatiquement assurées.

I.2 Résolution par méthode intégrale de frontière

I.2.1 Identités de Green

Soit A et G deux fonctions scalaires régulières du point M , les identités de Green s'écrivent :

En bidimensionnel

$$\iint_s (A \cdot \Delta G - G \cdot \Delta A) ds = \int_l (A \cdot \frac{\partial G}{\partial n} - G \cdot \frac{\partial A}{\partial n}) dl \quad (\text{I.17})$$

où s est une surface délimitée par un contour l fermé

En tridimensionnel

$$\iiint_v (A \cdot \Delta G - G \cdot \Delta A) dv = \iint_s (A \cdot \frac{\partial G}{\partial n} - G \cdot \frac{\partial A}{\partial n}) ds \quad (\text{I.18})$$

où le volume v est délimité par la surface s fermée.

1.2.2 Equations intégrales basées sur l'identité de Green

Nous présentons deux types de fonction de Green, celles correspondantes à l'équation de Laplace (I.12) et à l'équation de diffusion (I.11), et nous nous limitons aux problèmes bidimensionnels.

1.2.2.1 Fonction de Green associée à l'équation de Laplace

Lorsqu'on est amené à résoudre l'équation de Laplace, dans un domaine Ω bidimensionnel, on choisit la fonction de Green G_1 qui vérifie dans l'espace libre :

$$\Delta_M G_1(PM) = -\delta_P \quad (I.19)$$

Δ_M désigne le laplacien agissant sur le point M , et δ_P la mesure de Dirac au point P vérifiant :

$$\iint_{\Omega} A(M) \delta_P d\Omega = C(P) A(P) \quad (I.20)$$

avec

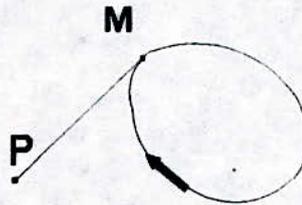
$$C(P) = \alpha / (2\pi) \quad (I.21)$$

- α l'angle intérieur correspondant au balayage de la frontière enserrant le point P.

En effet :

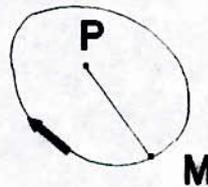
- lorsque le point P est à l'extérieur de Ω ($\alpha = 0$)

$$\iint_{\Omega} A(M) \Delta_p d\Omega = 0$$



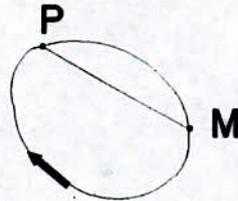
- Si le point P est à l'intérieur de $\tilde{\Omega}$ ($\alpha = 2\pi$)

$$\iint_{\Omega} A(M) \Delta_p d\Omega = A(P)$$

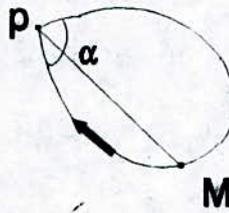


- Si P est sur la frontière régulière de Ω ($\alpha = \pi$)

$$\iint_{\Omega} A(M) \Delta_p d\Omega = \frac{1}{2} A(P)$$



- Lorsque P est un point de la frontière correspondant à un angle intérieur α quelconque la relation (I.20) est vérifiée.



La fonction G_1 solution de (I.19) est uniquement fonction de la distance $r = PM$, elle vaut

$$G_1(r) = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (\text{I.22})$$

Utilisant

$$\Delta G_1(PM) - G_1(PM) \Delta A(M) = -A(M) \delta_P$$

l'équation (I.17) devient

$$C(P) A(P) = \int_l (G_1(PM) \frac{\partial A(M)}{\partial n} - A(M) \frac{\partial G_1(PM)}{\partial n}) dl \quad (I.23)$$

Cette équation intégrale de frontière permet donc de déterminer $A(P)$ à l'intérieur du domaine Ω lorsque $A(M)$, $\partial A(M)/\partial n$ sont donnés à la frontière l .

Dans le cas où le domaine Ω est délimité par le contour $l=l_1 \cup l_2$ tel que A et $\partial A/\partial n$ sont données sur l_1 et l_2 respectivement, l'équation (I.23) permet, en prenant P sur la frontière de déterminer A et $\partial A/\partial n$ sur l_2 et l_1 respectivement.

1.2.2.2 Fonction de Green associée à l'équation de Poisson

Lorsqu'on est amené à résoudre l'équation de Poisson $\Delta A = j \lambda^2 A$ dans un domaine Ω bidimensionnel, on choisit la fonction de Green solution de l'équation

$$\Delta_M G_2(PM) - j \lambda^2 G_2(PM) = -\delta_P \quad (I.24)$$

G_2 est uniquement fonction de $r=PM$. Elle vaut:

$$G_2(r) = \frac{1}{2\Pi} K_0(kr) \quad (\text{I.25})$$

où k est la racine à partie réelle positive de $k^2 = j \lambda^2$

K_0 est la fonction de Kelvin d'ordre zéro.

Utilisant

$$A(M) \Delta G_2(PM) - G_2(PM) \Delta A(M) = A(M) [-\delta_p + j\lambda^2 G_2(PM)] - [j\lambda^2 A(M)] = -A(M) \delta_p$$

et l'équation (I.17), on aboutit à une équation intégrale analogue à (I.23):

$$C(P) A(P) = \int_1 (G_2(PM) \frac{\partial A(M)}{\partial n} - A(M) \frac{\partial G_2(PM)}{\partial n}) dl \quad (\text{I.26})$$

I.2.3 Discrétisation numérique des équations intégrales

Deux méthodes principales sont habituellement utilisées pour résoudre les équations intégrales de frontière (I.23) et (I.26) : La méthode avec résidus pondérés et la méthode des éléments finis de frontière /3/, /18/. Nous nous intéressons particulièrement à la seconde.

La frontière $l=l_1 \cup l_2$ est divisée en n segments appelés éléments tel que l'on ait n_1 éléments sur l_1 et n_2 éléments sur l_2 avec $(n=n_1+n_2)$. Rappelons que A et $\partial A/\partial n$ sont, respectivement connus sur l_1 et l_2 .

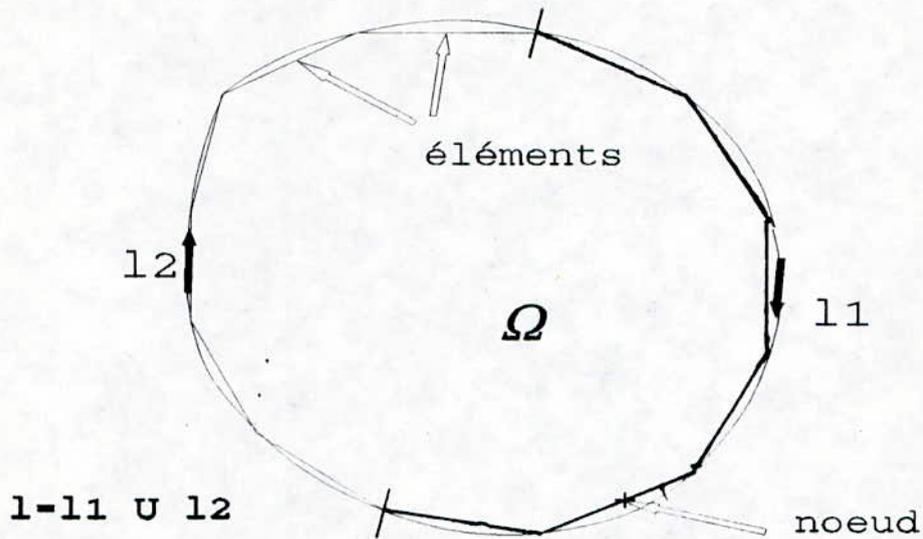


Fig. I.1 Discretisation de la frontière l du domaine Ω

Différentes approximations de A et $\partial A/\partial n$ sur chaque élément peuvent être utilisées (approximation linéaire, quadratique,...).

Nous supposons par la suite que A et $\partial A/\partial n$ sont constantes sur chaque élément et égales à leurs valeurs au noeud, milieu de l'élément (approximation par éléments constants Fig. I.1). Cette approximation simplifie la mise en oeuvre des structures complexes comme c'est le cas de notre machine.

Dans ces conditions les équations (I.23) et (I.25) deviennent pour le noeud i

$$C(i) A^i + \sum_{j=1}^n A_j \int_{l_j} \frac{\partial G}{\partial n} dl - \sum_{j=1}^n \frac{\partial A}{\partial n} \int_{l_j} G dl \quad (\text{I.27})$$

L'équation intégrale est donc exprimée comme la somme des intégrales sur chacun des éléments du maillage. Elle peut aussi s'écrire :

$$C(i) A^i + \sum_{j=1}^n A_j \hat{H}_{ij} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial A}{\partial n} G_{ij} \quad (\text{I.28})$$

avec

$$\hat{H}_{ij} = \int_{l_j} \frac{\partial G}{\partial n} dl \quad \text{et} \quad G_{ij} = \int_{l_j} G dl \quad (\text{I.29})$$

qui relie le noeud i au segment j sur lequel est effectuée l'intégrale.

L'équation (I.28) relie la valeur A du noeud i avec les valeurs de A et $\partial A / \partial n$ des noeuds de la frontière, y compris le noeud i .

Posons ensuite

$$\left. \begin{aligned} H_{ij} &= \hat{H}_{ij} & \text{si } i \neq j \\ H_{ij} &= \hat{H}_{ij} + C(i) & \text{si } i = j \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.30})$$

Il vient :

$$\sum_{j=1}^n A_j H_{ij} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial A}{\partial n} G_{ij} \quad (\text{I.31})$$

En écrivant cette équation pour tous les points i ($i=1, n$) de la frontière, on aboutit à un système d'équation à n inconnues s'écrivant matriciellement.

$$[H] \cdot [A] - [G] [Q] \quad (\text{I.32})$$

$[A]$ et $[Q]$ sont des vecteurs colonnes comportant respectivement les n valeurs de A et de $\partial A / \partial n$.

En transposant les valeurs connues de A et $\partial A / \partial n$ dans le second membre et les valeurs inconnues dans le premier, l'équation (I.32) conduit au système:

$$[D] \cdot [X] - [F] \quad (\text{I.33})$$

où le vecteur $[X]$ ne comporte que les valeurs de A et $\partial A / \partial n$ à déterminer par la résolution du système (I.33).

L.2.4 Intégration numérique

La détermination des fonctions H_{ij} et G_{ij} (eq I.29 et I.30) est une étape importante dans la méthode des équations intégrales, puisque ce sont ces intégrales qui définiront les coefficients du système linéaire à résoudre .

Deux cas principaux sont à considérer :

- Le point i n'appartient pas à l'élément j ; l'intégration est dite régulière, son évaluation est obtenue par la formule de Gauss:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n w_i f(t_i) \quad (I.34)$$

où

n est l'ordre de l'intégration

w_i et t_i sont respectivement les poids et les points spécifique de l'intégration.

- Le point i appartient au même élément j ; les fonctions G et leur dérivée normales ne sont alors pas définies car la distance r est nulle. L'intégrale est dite singulière. Plusieurs technique peuvent être utilisées pour son évaluation /4/. Nous adoptons celle qui consiste à isoler le point singulier :

Soit par exemple à intégrer la fonction $f(x)$ de (a) à (b) singulière au point (c) appartenant à l'intervalle $[a, b]$, on écrit

$$\int_{(a)}^{(b)} f(x) dx \approx \int_{(a)}^{(c-\epsilon)} f(x) dx + \int_{(c+\epsilon)}^{(b)} f(x) dx \quad (\text{I.35})$$

où ϵ détermine la précision de l'intégrale.

CHAPITRE II

Modélisation de la machine à à pans coupés

II. MODELISATION DE LA M.R.V A PANS COUPES

II.1 Description de la machine et machine équivalente

La machine à étudier est à réluctance variable pure (M.R.V). Elle est constituée d'un stator portant un enroulement triphasé bipolaire ($2p=2$), supposé à répartition sinusoïdale, et d'un rotor à pans coupés en acier massif (fig II.1), permettant le démarrage asynchrone de la machine.

Les caractéristiques de la machine sont :

Nombre de pôles	:	2
Puissance nominale	:	4.4 kW
Tension nominale	:	220/380 V
Courant nominale	:	15.8/9.8 A
Frequence d'alimentation	:	50 Hz
Nombre d'encoches au stator	:	36
Nombre de conducteurs par encoche	:	20
Alésage intérieur du stator	:	122 mm
Double épaisseur de l'entrefer	:	1.2 mm
Angle d'ouverture de la dent rotorique	:	80°
Longueur du fer utile	:	90 mm
Résistance d'une phase statorique	:	1 Ω

Tableau II.1.

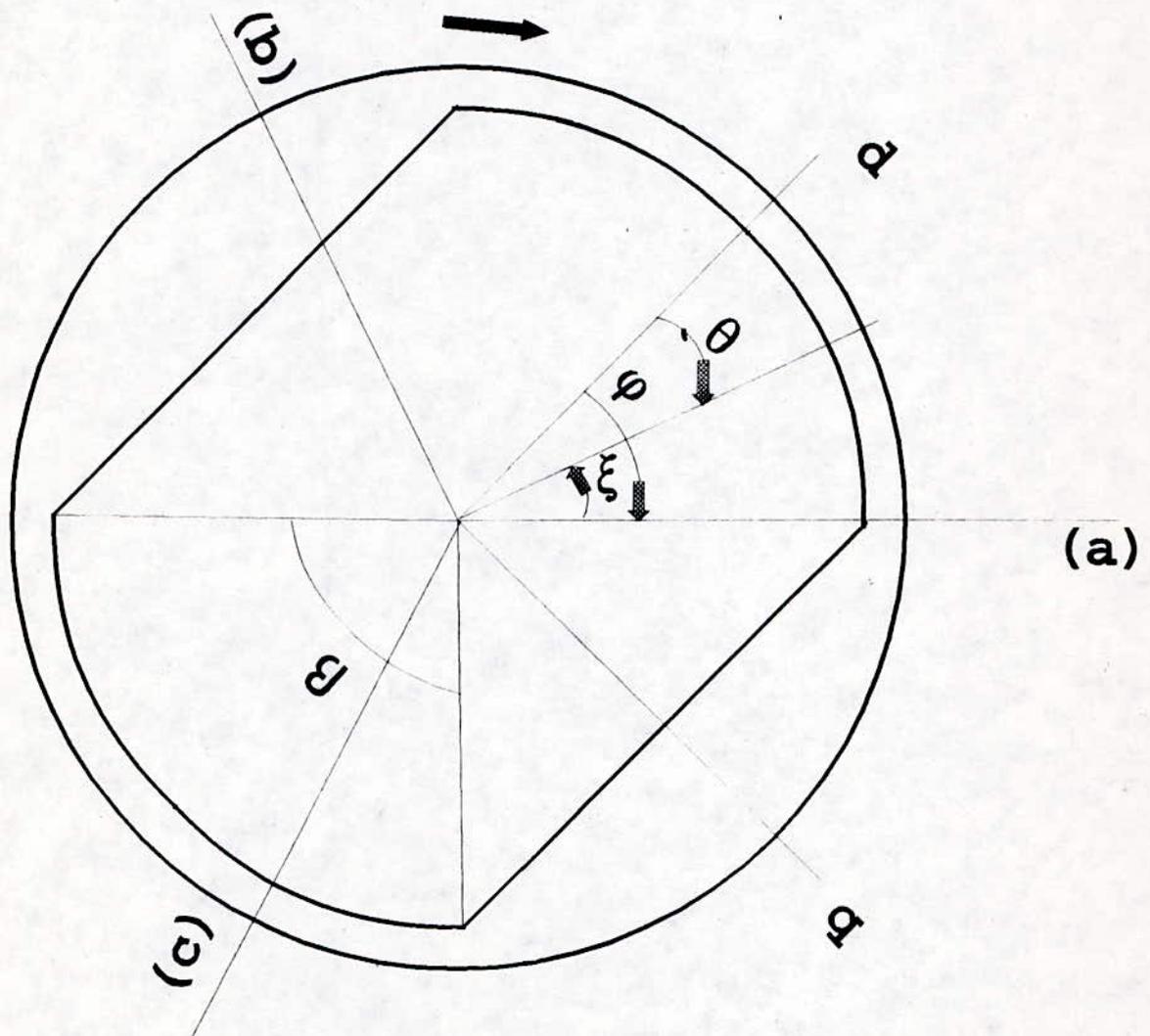


Fig. II.1 Structure de la machine d'étude

En se limitant au fondamental, la densité superficielle de courant, exprimée en A/rd à la surface du stator s'écrit :

$$J_s(\xi, t) = \frac{2}{\pi} k_b N [i_a(t) \cos(\xi) + i_b(t) \cos(\xi - \frac{2\pi}{3}) + i_c(t) \cos(\xi + \frac{2\pi}{3})] \quad (\text{II.1})$$

où $i_a(t)$, $i_b(t)$ et $i_c(t)$ sont les courants traversant les phases a, b et c respectivement.

ξ est la coordonnée attachée au stator

k_b le coefficient de bobinage statorique, et

N le nombre de conducteurs par pôle et par phase.

L'expression (II.1) peut s'écrire comme suit :

$$J_s(\xi, t) = \frac{2}{\pi} k'_b N' [i_a(t) \cos(\xi) + i_\beta(t) \sin(\xi)] \quad (\text{II.2})$$

où

$$k'_b N' = k_b N / \sqrt{2/3} \quad (\text{II.3})$$

et

$$\begin{pmatrix} i_a(t) \\ i_\beta(t) \end{pmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.4})$$

La machine triphasée peut donc être remplacée par une machine biphasée, possédant au stator deux bobines α et β en quadrature parcourues respectivement par les courants $i_\alpha(t)$ et $i_\beta(t)$.

Les deux machines produisent en effet le même premier harmonique de la densité superficielle de courant.

Soit (d, q) un repère lié au rotor de la machine obtenu par une rotation d'angle φ des axes α et β (fig I.1) ; on a :

$$\xi = \theta - \varphi \quad (\text{II.5})$$

θ positionne tout point par rapport à l'axe d.

Dans ce repère, la densité superficielle de courant devient :

$$J_s(\theta, t) = \frac{2}{\pi} k'_b N' [i_d(t) \cos(\theta) + i_q(t) \sin(\theta)] \quad (\text{II.6})$$

avec

$$\begin{pmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{pmatrix} = P(-\varphi) \begin{pmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

La matrice $P(\varphi)$ dite de Park est orthogonale car

$$P(\varphi)^t = P(-\varphi) = P(\varphi)^{-1} \quad (\text{II.8})$$

Les courants i_d et i_q parcourent les bobines fictives d et q qui sont en quadrature et fixes par rapport au rotor.

Les tensions $V_{\alpha,\beta}$ aux bornes des enroulements α et β sont données par :

$$V_{\alpha,\beta} = R i_{\alpha,\beta} + \frac{d\Psi_{\alpha,\beta}}{dt} \quad (\text{II.9})$$

où $\psi_{\alpha,\beta}$ désignent les flux traversés par les enroulements α et β de résistance électrique R.

Ces flux sont reliés à ceux bouclés par les enroulements d et q par

$$\begin{pmatrix} \Psi_d(t) \\ \Psi_q(t) \end{pmatrix} = P(-\varphi) \begin{pmatrix} \Psi_\alpha(t) \\ \Psi_\beta(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

L'équation (II.9) conduit alors aux équations de Park suivantes :

$$V_d(t) - R i_d(t) + \dot{\Psi}_d(t) - \phi \Psi_q(t) \quad (\text{II.11})$$

$$V_q(t) - R i_q(t) + \dot{\Psi}_q(t) + \phi \Psi_d(t) \quad (\text{II.12})$$

avec

$$\dot{\psi}_d(t) = \frac{d\psi_d(t)}{dt} \quad ; \quad \dot{\psi}_q(t) = \frac{d\psi_q(t)}{dt}$$

Notons que les tensions $V_d(t)$ et $V_q(t)$ transformées des tensions $V_a(t)$ et $V_\beta(t)$ ne sont pas appliquées aux bornes des enroulements d, q puisque ces dernières sont fixes par rapport au repère d, q .

La puissance instantanée aux bornes de la machine est donnée par :

$$P_u = v_a(t) i_a(t) + v_b(t) i_b(t) + v_c(t) i_c(t) = v_\alpha(t) i_\alpha(t) + v_\beta(t) i_\beta(t)$$

peut s'écrire :

$$P_u = R[i_d^2(t) + i_q^2(t)] + [i_d(t)\psi_d(t) + i_q(t)\psi_q(t)] + \dot{\phi}[\psi_d(t)i_q(t) - \psi_q(t)i_d(t)] \quad (\text{II.13})$$

Les deux premiers termes de cette expression correspondent respectivement aux pertes Joule et à la dérivée temporelle de l'énergie électromagnétique. Le dernier terme correspond donc à la puissance mécanique absorbée par la machine.

Le couple mécanique développé est alors donné par :

$$\Gamma(t) = \psi_d(t)i_q(t) - \psi_q(t)i_d(t) \quad (\text{II.14})$$

II.2 Fonctionnement asynchrone de la machine

Nous nous intéressons à l'étude du démarrage de la machine en considérant que la variation de la vitesse rotorique est à tout instant négligeable devant celles des phénomènes électromagnétiques. Cette hypothèse est acceptable pour notre machine

possédant un moment d'inertie important. Nous étudions donc son fonctionnement à glissement g constant.

La machine est alimentée par un système triphasé de tension, direct et équilibré à la pulsation ω .

$$v_a(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$v_b(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$v_c(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

À tout instant sa vitesse est donnée par

$$\Omega = \dot{\phi} = (1-g)\omega \quad (\text{II.15})$$

où

$$\phi = (1-g)\omega t + \phi_0 \quad (\text{II.16})$$

ϕ_0 : désigne la position du rotor à l'instant $t=0$

La machine biphasée équivalente est donc alimentée par les tensions

$$v_\alpha(t) = V\sqrt{3} \cos(\omega t)$$

$$v_\beta(t) = V\sqrt{3} \sin(\omega t)$$

Utilisant la transformation de Park, il vient pour un système d'axe (d,q) fixe par rapport au rotor :

$$v_d(t) = V\sqrt{3} \cos(g\omega t - \phi_0) \quad (\text{II.17})$$

$$v_q(t) = V\sqrt{3} \sin(g\omega t - \varphi_0) \quad (\text{II.18})$$

Ainsi dans le repère rotorique, toutes les grandeurs électromagnétiques varient sinusoïdalement à la pulsation $g\omega$.

Les réactances complexes $X_d(jg\omega)$, $X_q(jg\omega)$ sont données par :

$$\bar{\Psi}_d = \frac{1}{\omega} X_d(jg\omega) \bar{I}_d \quad (\text{II.19})$$

$$\bar{\Psi}_q = \frac{1}{\omega} X_q(jg\omega) \bar{I}_q \quad (\text{II.20})$$

où ψ_d , ψ_q , I_d et I_q sont respectivement les représentations complexes des flux $\psi_d(t)$, $\psi_q(t)$ et des courants $i_d(t)$, $i_q(t)$ donnés par :

$$\psi_{d,q}(t) = \frac{\bar{\Psi}_{d,q}}{\sqrt{2}} e^{jg\omega t} + \frac{\bar{\Psi}_{d,q}^*}{\sqrt{2}} e^{-jg\omega t} \quad (\text{II.21})$$

$$i_{d,q}(t) = \frac{\bar{I}_{d,q}}{\sqrt{2}} e^{jg\omega t} + \frac{\bar{I}_{d,q}^*}{\sqrt{2}} e^{-jg\omega t} \quad (\text{II.22})$$

En prenant V_d comme origine des phases, les équations électriques de la machine s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V\sqrt{3} \\ -jV\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R+jgX_d(jg\omega) & -(1-g)X_q(jg\omega) \\ (1-g)X_d(jg\omega) & R+jgX_q(jg\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.23})$$

On en déduit les courants I_d et I_q par :

$$\begin{pmatrix} I_d \\ I_q \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} R+jgX_q(jg\omega) & (1-g)X_q(jg\omega) \\ -(1-g)X_d(jg\omega) & R+jgX_d(jg\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V\sqrt{3} \\ -jV\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad (\text{II.24})$$

où Δ est donné par :

$$\bar{\Delta} = (R + jgX_d(jg\omega))(R + jgX_q(jg\omega)) + (1-g)^2 X_d(jg\omega)X_q(jg\omega)$$

En introduisant les admittances

$$Y_d = 1 / X_d(jg\omega), \quad Y_q = 1 / X_q(jg\omega),$$

le déterminant Δ peut s'écrire

$$\bar{\Delta} = (1-2g)\bar{D} / (\bar{Y}_d \bar{Y}_q)$$

tandis que les courants et les flux s'écrivent :

$$\bar{I}_d = \frac{V\sqrt{3}}{D} \left[R \cdot \frac{\bar{Y}_d \bar{Y}_q}{(1-2g)} - j \bar{Y}_d \right] \quad (\text{II.25})$$

$$\bar{I}_q = -j \frac{V\sqrt{3}}{D} \left[R \cdot \frac{\bar{Y}_d \bar{Y}_q}{(1-2g)} - j \bar{Y}_q \right] \quad (\text{II.26})$$

$$\bar{\Psi}_d = \frac{V\sqrt{3}}{\omega D} \left[R \cdot \frac{\bar{Y}_q}{(1-2g)} - j \right] \quad (\text{II.27})$$

$$\bar{\Psi}_q = -j \frac{V\sqrt{3}}{D\omega} \left[R \cdot \frac{\bar{Y}_d}{(1-2g)} - j \right] \quad (\text{II.28})$$

avec

$$\bar{D} = 1 + jg \frac{R}{(1-2g)} (\bar{Y}_d + \bar{Y}_q) + \frac{R^2}{(1-2g)} \bar{Y}_d \bar{Y}_q$$

En utilisant les équations (II.14) et (II.19) à (II.22), le couple électromagnétique s'écrit :

$$\Gamma = \frac{1}{\omega} \Re [X_d(jg\omega) \bar{I}_d \bar{I}_q^* - X_q(jg\omega) \bar{I}_q \bar{I}_d^* + (X_d(jg\omega) - X_q(jg\omega)) \bar{I}_d \bar{I}_q e^{jg\omega t}] \quad (\text{II.29})$$

Il comprend ainsi un terme constant et un terme fluctuant à la pulsation $2g\omega$. Sa valeur moyenne est donnée par :

$$\Gamma_{\text{moy}}(t) = \frac{1}{2} \Re [X_d(jg\omega) \bar{I}_d \bar{I}_q^* - X_q(jg\omega) \bar{I}_q \bar{I}_d^*] \quad (\text{II.30})$$

c'est à dire :

$$\Gamma_{\text{moy}} = \frac{3V^2}{2\omega D^2} \Re \left[-j (\bar{Y}_d + \bar{Y}_q) + \frac{2R}{(1-2g)} \bar{Y}_d \bar{Y}_q - \frac{R}{(1-2g)} (\bar{Y}_d^2 + \bar{Y}_q^2) - j \frac{R^2}{(1-2g)} (\bar{Y}_d \bar{Y}_q^2 + \bar{Y}_q \bar{Y}_d^2) \right] \quad (\text{II.31})$$

Le phénomène de Görges est traduit dans les expressions des courants et du couple par la singularité observée pour un glissement $g = 1/2$.

Dans le cas particulier des machines de grande puissance, la résistance statorique R peut être négligée et l'expression du couple devient :

$$\Gamma_{\text{moy}} = \frac{3 V^2}{2 \omega} \Re \left(-\frac{j}{X_d(jg\omega)} - \frac{j}{X_q(jg\omega)} \right) \quad (\text{II.32})$$

II.3 Détermination des réactances de la machine

Nous avons vu que les performances de la machine sont obtenues par la connaissance des réactance directe $X_d(jg\omega)$ et en quadrature $X_q(jg\omega)$. Le calcul de ces dernières est complexe, car nécessitant la résolution des équations du champ dans la machine.

Dans l'hypothèse de linéarité, on peut obtenir séparément les potentiels vecteurs A_d et A_q correspondants aux problèmes d et q respectivement.

Les conditions aux limites et d'interfaces relatives aux problèmes d et q sont :

Problème d

On peut limiter l'étude sur un demi-pas polaire de la machine car il y a anti-symétrie par rapport à l'axe d et symétrie par rapport à l'axe q.

En effet, le potentiel A_d prend des valeurs opposées pour deux points symétriques par rapport à l'axe d (points p et r sur la figure II.2) et des valeurs identiques pour deux points symétriques par rapport à l'axe q (points p, q fig II.2)

$$A_d(p) = -A_d(r) = A_d(q)$$

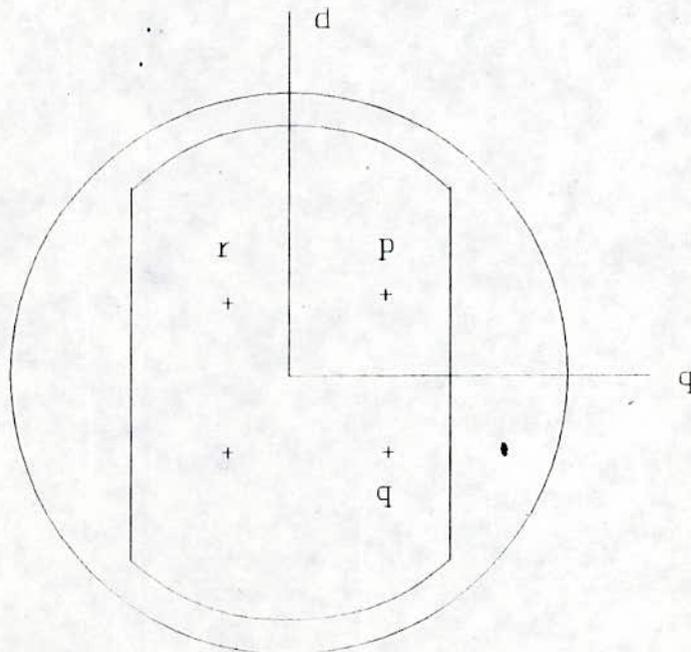


Fig II.2 domaines de symétrie
des problèmes d et q

À la surface du stator de perméabilité infinie, la composante tangentielle du champ est imposée par la densité de courant J_{sd} .

$$\frac{\partial \bar{A}_d}{\partial n} = \mu_0 J_{sd} = \frac{2\mu_0}{\pi} K'_b N' \bar{I}_d \cos(\theta) \quad (\text{II.33})$$

À la surface rotorique, il y a continuité du potentiel vecteur et discontinuité de sa dérivée normale.

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_{d1} &= \bar{A}_{d2} \\ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{A}_{d1}}{\partial n} &= \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{A}_{d2}}{\partial n} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.34})$$

Problème q

De même que pour le problème d, l'étude peut être limitée sur un demi-pas polaire. En effet, il y a symétrie par rapport à l'axe d et anti-symétrie par rapport à l'axe q.

$$A_q(p) = A_q(r) = -A_q(q)$$

De façon analogue au problème d, on a :

$$\frac{\partial \bar{A}_q}{\partial n} = \mu_0 J_{sq} = \frac{2\mu_0}{\pi} K'_b N' \bar{I}_q \sin(\theta) \quad (\text{II.35})$$

à la surface du stator, et

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_{d1} &= \bar{A}_{d2} \\ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{A}_{d1}}{\partial n} &= \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{A}_{d2}}{\partial n} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.36})$$

à la surface du rotor.

Connaissant le potentiel vecteur $A_{d,q}$ à la surface statorique, on peut ensuite obtenir les réactances directe $X_d(jg\omega)$ et en quadrature $X_q(jg\omega)$ à partir de l'énergie magnétique stockée dans la machine. On a en effet :

$$W_m = \frac{L}{D_i} \int_{2p\pi} \bar{A}_{d,q} \bar{J}_{sd,q} d\theta = \frac{1}{2\omega} X_{d,q}(jg\omega) \bar{I}_{d,q}^2 \quad (\text{II.37})$$

où L et D_i sont respectivement la longueur et le diamètre intérieur de la machine.

Sur la base des calculs décrits précédemment, nous avons réalisé un programme numérique permettant la détermination des performances de deux types de machines à pans coupés : à rotor lisse et à rotor rainuré. Ce calcul est développé dans les prochains chapitres.

CHAPITRE III

Calcul de la M.R.V à pans

coupés

III. CALCUL DE LA M.R.V A PANS COUPE

Nous avons montré au chapitre précédent que le comportement de la machine est déterminé, lorsque le premier harmonique du potentiel vecteur ainsi que de sa dérivée normale sont connus. Nous les déterminons par une méthode intégrale de frontière (M.I.F).

III.1 Etablissement des équations intégrales

Le domaine de résolution comporte deux sous domaines : D_1 de frontière l_1 , et D_2 de frontière $l_1 \cup l_2$ correspondant respectivement au fer massif et à l'entrefer (fig. III.1).

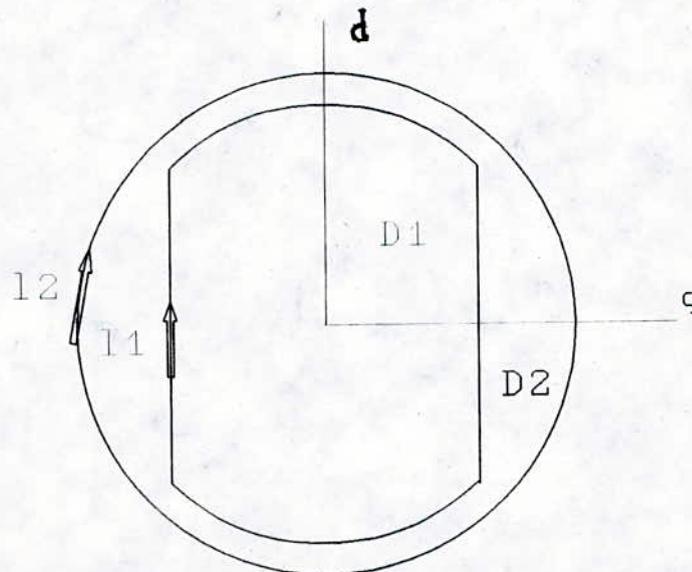


Fig. III.1 Modèle d'étude de la M.R.V à pans coupés

Dans le repère rotorique, le potentiel vecteur vérifie :

$$\Delta \bar{A} = 0 \quad \text{dans } D_2 \quad (\text{III.1})$$

$$\Delta \bar{A} = j \lambda^2 \bar{A} \quad \text{dans } D_1 \quad (\text{III.2})$$

avec

$$\lambda^2 = \mu \sigma g \omega$$

L'utilisation de la formule de Green (I.17) et des fonctions de Green $G_1 = -\text{Ln } r / (2\pi)$ et $G_2 = K_0(kr) / (2\pi)$ associées respectivement aux équations (III.1) et (III.2), conduit aux équations intégrales suivantes:

$$C(P_1) A_1(P_1) = \int_{l_1} [\bar{G}_2(P_1 M_1) \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial n}(M_1) - \bar{A}_1(M_1) \frac{\partial \bar{G}_2}{\partial n}(P_1 M_1)] dl_1 \quad (\text{III.3})$$

$$C(P_1) A_2(P_1) = \int_{l_1} [G_1(P_1 M_1) \frac{\partial \bar{A}_2}{\partial n}(M_1) - \bar{A}_2(M_1) \frac{\partial G_1}{\partial n}(P_1 M_1)] dl_1$$

$$+ \int_{l_2} [G_1(P_1 M_2) \frac{\partial \bar{A}_2}{\partial n}(M_2) - \bar{A}_2(M_2) \frac{\partial G_1}{\partial n}(P_1 M_2)] dl_2 \quad (\text{III.4.a})$$

$$\begin{aligned}
C(P_2) A_2(P_2) - \int_{l_1} [G_1(P_2 M_1) \frac{\partial \bar{A}_2}{\partial n}(M_1) - \bar{A}_2(M_1) \frac{\partial G_1}{\partial n}(P_2 M_1)] dl_1 \\
+ \int_{l_2} [G_1(P_2 M_2) \frac{\partial \bar{A}_2}{\partial n}(M_2) - \bar{A}_2(M_2) \frac{\partial G_1}{\partial n}(P_2 M_2)] dl_2 \quad (\text{III.4.b})
\end{aligned}$$

Les points P_1 et M_1 circulent sur le contour l_1 , tandis-que les points P_2 et M_2 circulent sur le contour l_2 .

Le fonctionnement synchrone ($g=0$) est déduit de ces équations en remplaçant la fonction de Green G_2 par G_1 .

Les conditions aux limites sont :

$$\bar{A}_1(M_1) - \bar{A}_2(M_1) \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{A}_1(M_1)}{\partial n} - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{A}_2(M_2)}{\partial n} \quad (\text{III.6})$$

à la surface du rotor, et

$$\frac{\partial \bar{A}_1(M_2)}{\partial n} - \mu_0 \bar{J}_s \quad (\text{III.7})$$

à la surface statorique.

III.1.1 Résolution

Afin de résoudre numériquement les équations intégrales précédentes, nous discrétisons les frontières l_1 et l_2 respectivement en n_1 et n_2 éléments, et nous considérons le potentiel vecteur et sa dérivée normale constants le long de chaque élément, et égaux à leurs valeurs aux nœuds.

Dans ces conditions on a : $C(P_1) = C(P_2) = 1/2$.

(n_2) valeurs de $\partial A/\partial n$ sur la frontière l_2 sont imposées par la source de courant, nous devons donc déterminer $(n_1 + n_2)$ valeurs de A sur l_1 et l_2 et (n_1) valeurs de $\partial A/\partial n$ sur l_1 .

Pour chaque nœud P_1 ou P_2 , on établit une équation intégrale du type (III.3) ou (III.4) respectivement que nous discrétisons.

La circulation de P_1 sur l_1 nous fournit donc n_1 équations relatives à (III.3) et n_1 équations relatives à (III.4.a), tandis que la circulation de P_2 sur l_2 nous fournit n_2 équations relatives à (III.4.b).

On obtient un système d'équation de la forme $D X = F$ comportant autant d'équations que d'inconnues X_i .

La matrice D à valeurs complexes est structurée comme suit :

l_1	l_2	
	0	n_1 équations relatives à III.3
		n_1 équations relatives à III.4.a
		n_2 équations relatives à III.4.b
$2n_1$	n_2	

Utilisant les propriétés de symétrie et d'anti-symétrie définies au chapitre précédent, limitant l'étude des problèmes d et q au quart de la machine, le système précédent se réduit donc à :

$$D' X' = F' \quad (\text{III.8})$$

P_1 et P_2 circulent maintenant sur les contours l_1' et l_2' premiers quarts des contours l_1 et l_2 respectivement.

La matrice carrée D' est alors structurée comme suit :

l_1'	l_2'	
	0	n_{e1} équations relatives à III.3
		n_{e1} équations relatives à III.4.a
		n_{e2} équations relatives à III.4.b
$2n_{e1}$	n_{e2}	

avec $n_{e1} = n_1/4$ et $n_{e2} = n_2/4$

Le système réduit est résolu par la méthode d'élimination de Gauss.

III.1.2 Validation de la méthode sur la machine étudiée.

La convergence de la méthode dépend essentiellement des nombres d'éléments discrétisant les frontières l_1' et l_2' . Ces nombres n_{e1} et n_{e2} qui doivent être les plus grands possibles sont choisis en fonction de la profondeur de pénétration des courants dans le rotor. En effet lorsque le glissement augmente, la surface du rotor tend à devenir une ligne de champ (ligne à $A = \text{cte}$), n_{e1} et n_{e2} peuvent donc être choisis faibles.

Dans le cas de notre machine, nous avons utilisé le même nombre d'éléments sur l_1' et sur l_2' ($n_{e1} = n_{e2}$); ces contours possèdent en effet des dimensions voisines, et outre la discontinuité géométrique sur le rotor correspondante au passage du petit au grand entrefer, le potentiel vecteur A et sa dérivée normale y varient de façon régulière.

Les figures (III.2 à III.5) montrent la convergence du couple et des réactances x_d et x_q pour toutes les valeurs du glissement ($0 \leq g \leq 1$). Dans le cas défavorable correspondant à $g = 2\%$, le nombre d'éléments n_{e1} doit être supérieur à 20, pour assurer ces convergences. Pour le calcul de notre machine nous avons pris $n_{e1} = n_{e2} = 40$.

III.2 Exploitation des résultats

En fonctionnement synchrone ($g = 0$), on peut montrer [21] que le facteur de puissance augmente avec le rapport (X_d/X_q) , tandis que le couple est proportionnel à $(X_d - X_q)$ pour un fonctionnement à courant fixé et à $(1/X_q - 1/X_d)$ pour un fonctionnement à tension fixée.

Dans le cas de notre machine, les variations de ces paramètres ((X_d / X_q) , $(X_d - X_q)$ et $(1/X_q - 1/X_d)$) en fonction de l'ouverture de la dent rotorique β sont données par les figures (III.6), (III.7) et (III.8)

Ainsi pour un fonctionnement à courant fixé, on obtient un couple maximum pour β égal à 80° . Ce résultat est comparable à celui obtenue par d'autres auteurs [21] qui calculent la même machine par une méthode analytique.

Le couple relatif à un fonctionnement à tension fixée, ainsi que le facteur de puissance passent par des maximums correspondants à des angles β voisins de 6° . Ce résultat obtenu pour les faibles valeurs de β , sans prise en compte de la saturation ne peut être exploité pratiquement.

Lorsque le glissement varie (fonctionnement asynchrone), les variations des modules des réactances $X_d(jg\omega)$ et $X_q(jg\omega)$,

correspondants à notre machine possédant un angle d'ouverture $\beta = 80^\circ$, sont données par les figures (III.9) et (III.10) respectivement. On vérifie la décroissance de ces réactances par suite de l'effet de peau.

La figure (III.11) montre la caractéristique couple-glissement calculée pour $\beta = 80^\circ$ et $\beta = 40^\circ$.

La dissymétrie des deux axes d et q conduit à une perturbation de cette caractéristique au voisinage du demi-synchronisme (phénomène de Görge). Cette perturbation dépendante de la résistance statorique est importante pour les faibles valeurs de β ; elle devient négligeable pour des valeurs de β supérieures à 80° .

Au voisinage du synchronisme, le couple asynchrone est pratiquement indépendant de β . Ce couple diminue lorsque la perméabilité de μ ainsi que la résistivité ρ de l'acier rotorique augmentent (fig. III.12) et (III.13).

Il apparaît cependant que même pour la machine optimisée, le couple d'accrochage reste faible, et il est nécessaire de pratiquer des rainures longitudinales dans le rotor /19/, c'est l'objet du prochain chapitre.

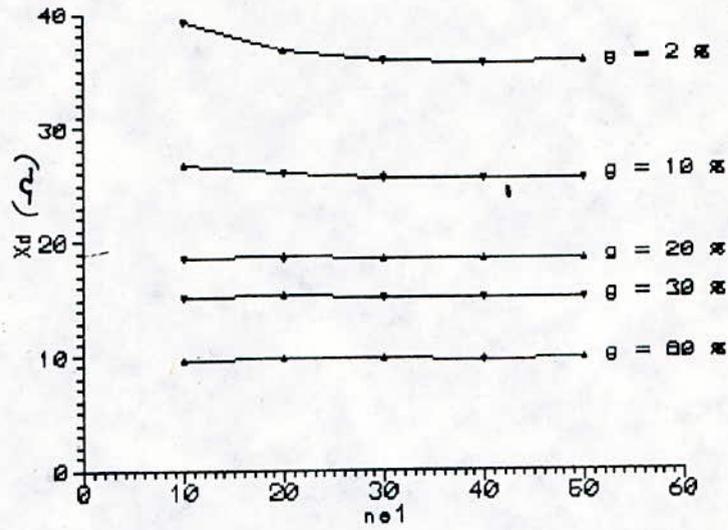


Fig. III.2 Variation de X_d en fonction du nombre d'élément n_{el}

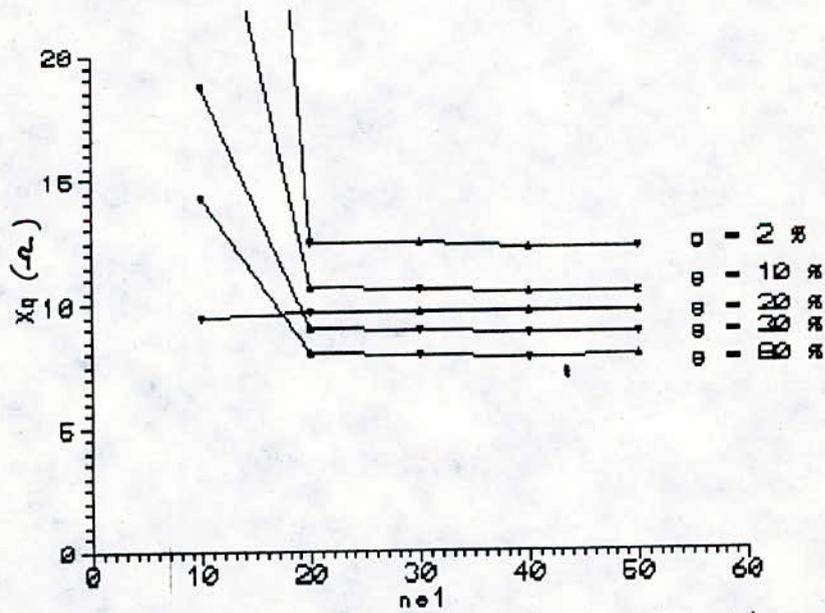


Fig III.3 Variation de X_g en fonction du nombre d'élément n_{el}

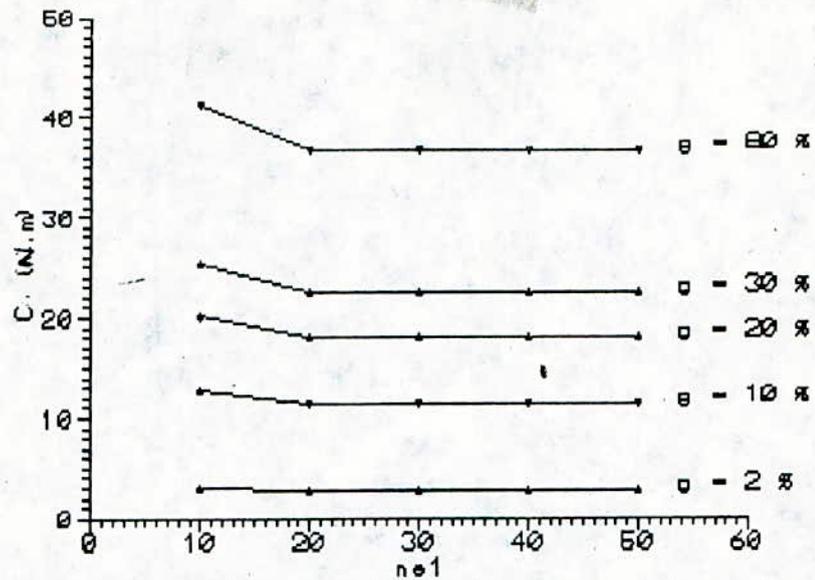


Fig III.4 Variation du couple C en fonction du nombre d'éléments n_{e1} , $r_s = 0.\Omega$

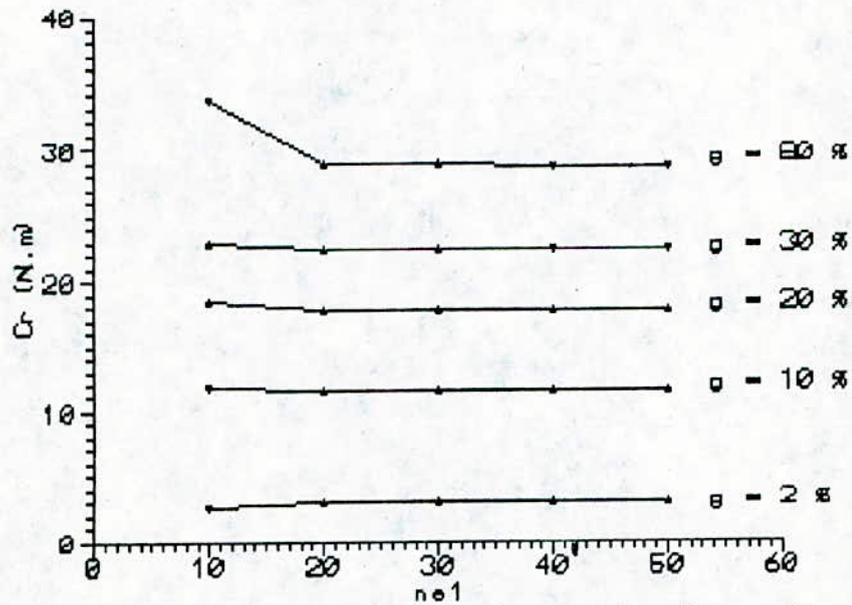


Fig. III.5 Variation du couple Cr en fonction du nombre d'éléments n_{e1} , $r_s = 1.\Omega$

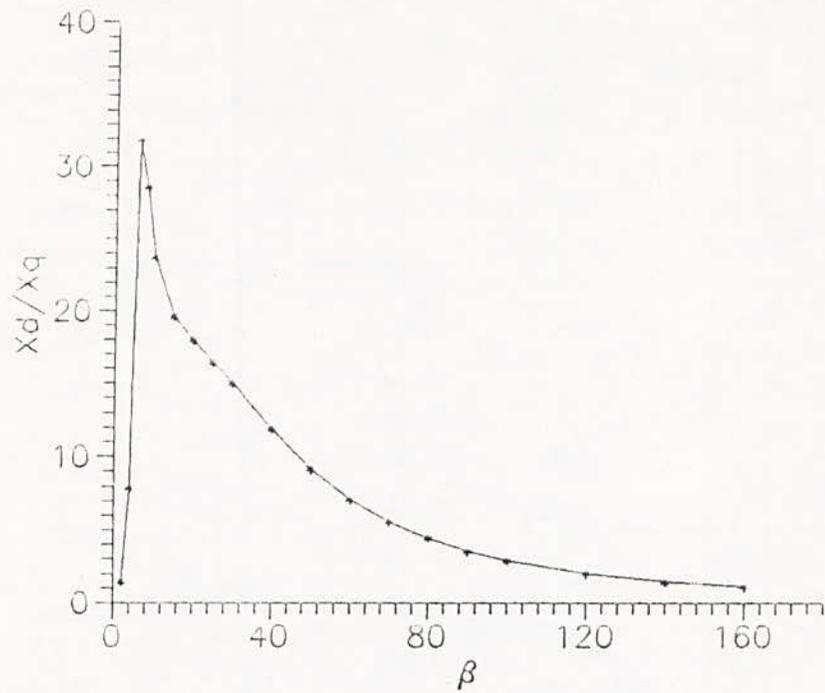


Fig. III.6 Variation de (X_d/X_q) en fonction de l'ouverture rotorique

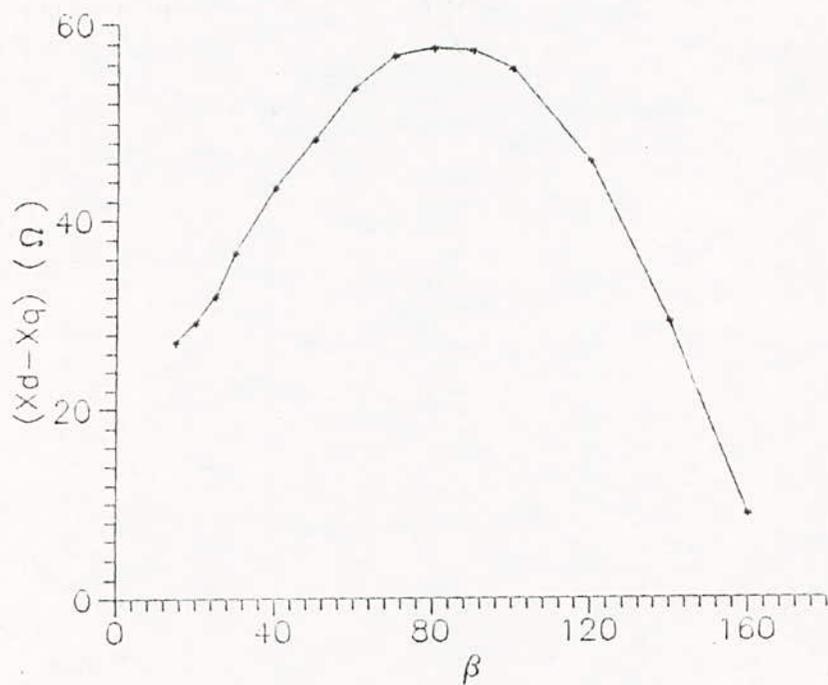


Fig. III.7 Variation de $(X_d - X_q)$ en fonction de l'ouverture rotorique

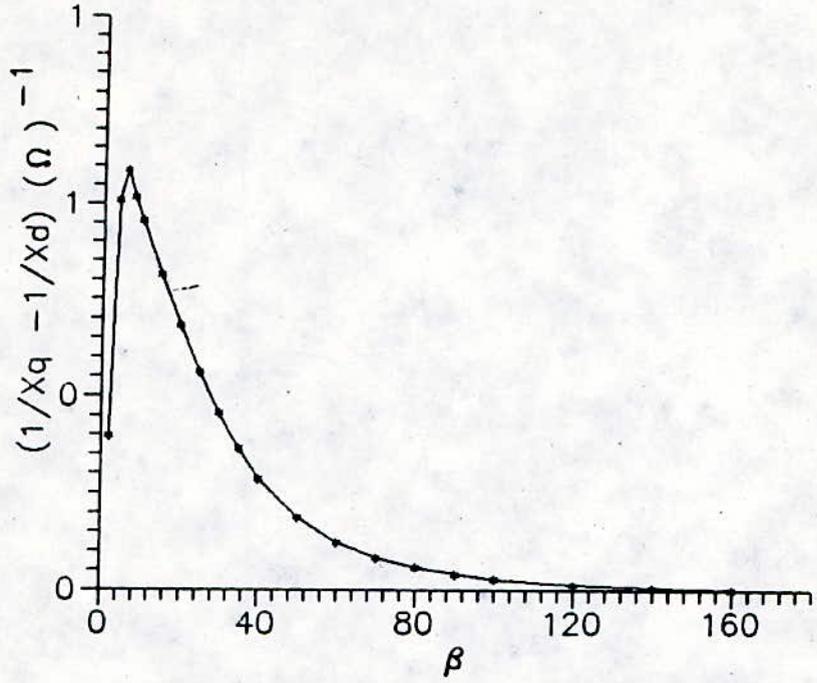


Fig. III.8 Variation de $(1/X_q - 1/X_d)$ en fonction de l'ouverture rotorique

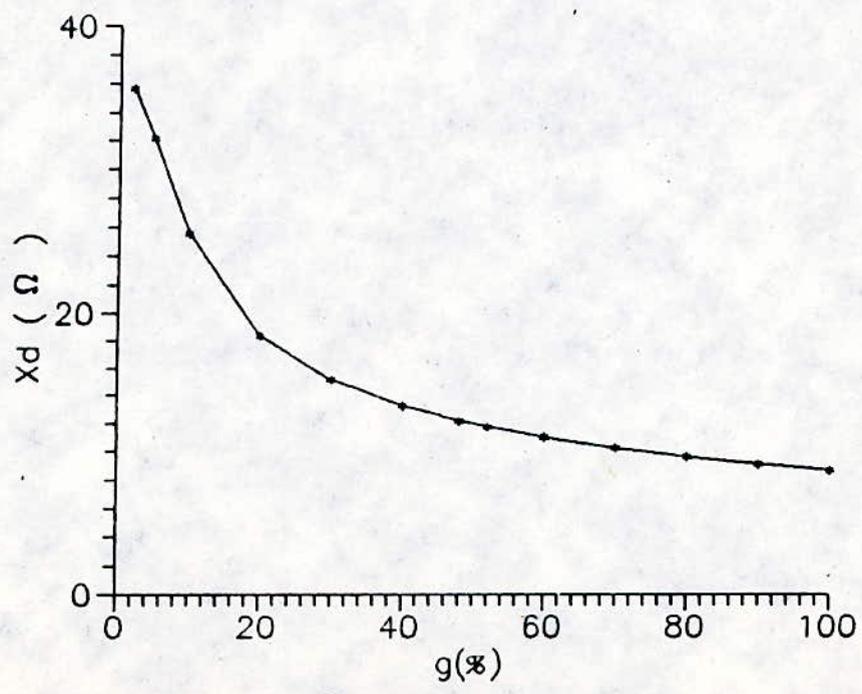


Fig. III.9 Variation de la reactance X_d en fonction du glissement.
 $\mu_r = 100$ $\rho = 1.8.E-6 \Omega m$

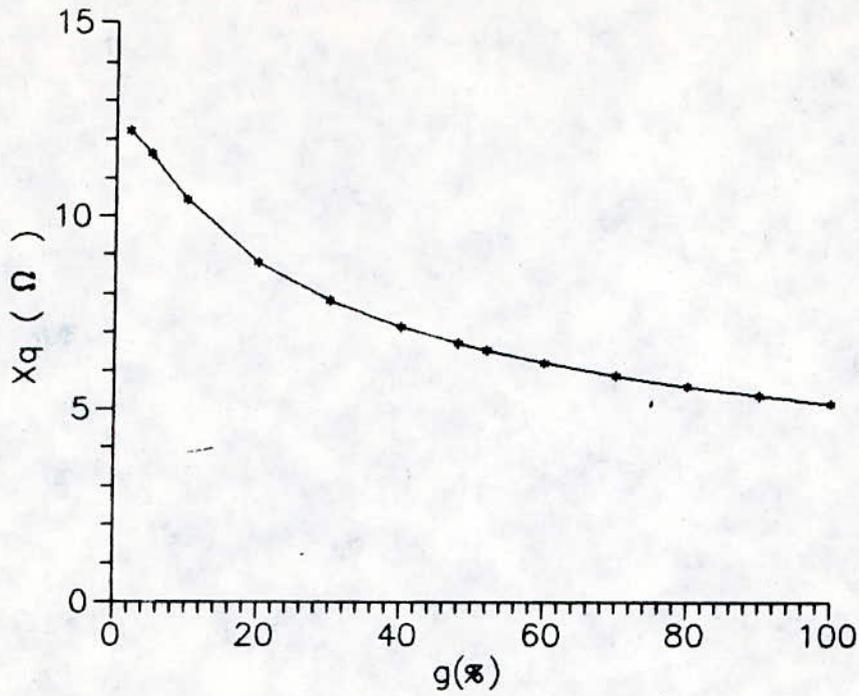


Fig. III.10 Variation de la reactance X_q en fonction du glissement.
 $\mu_r = 100$ $\sigma = 1.8.E+6 (\Omega \text{ m})^{-1}$

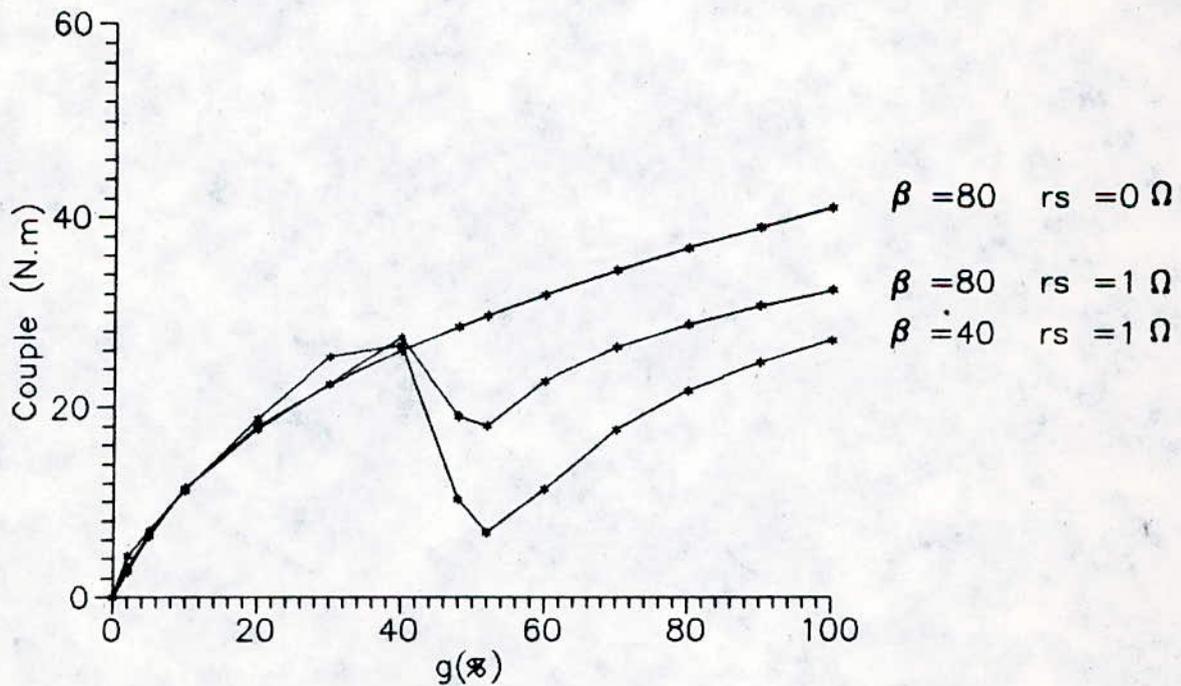


Fig. III.11 Variation du couple en fonction du glissement.
 $\mu_r = 100$ $\sigma = 1.8.E+6 (\Omega \text{ m})^{-1}$

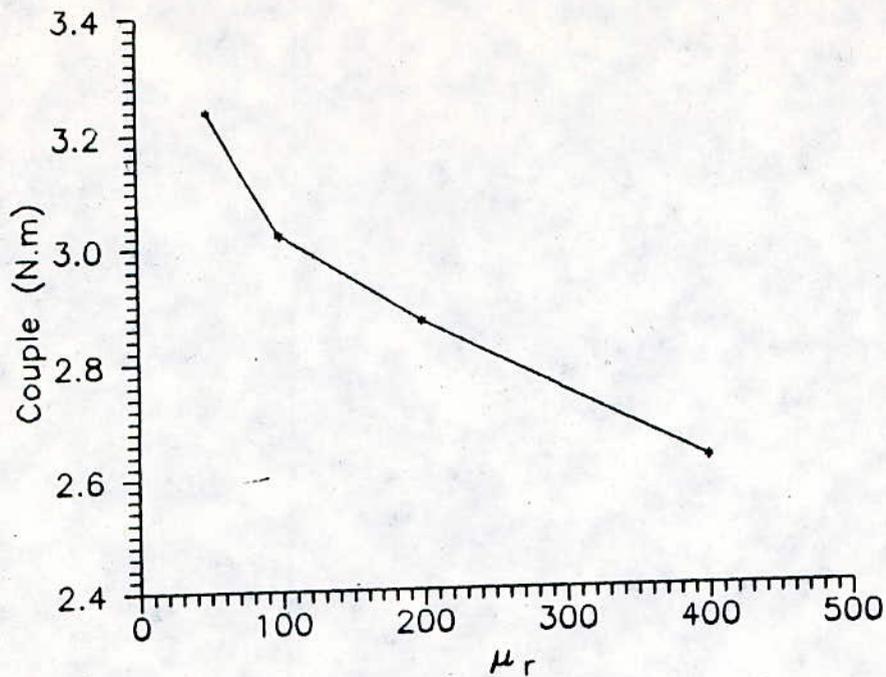


Fig. III.12 Variation du couple en fonction de la permeabilite relative du rotor
 $g = 2 \%$ $\sigma = 1.8 \cdot E + 6 (\Omega \cdot m)^{-1}$

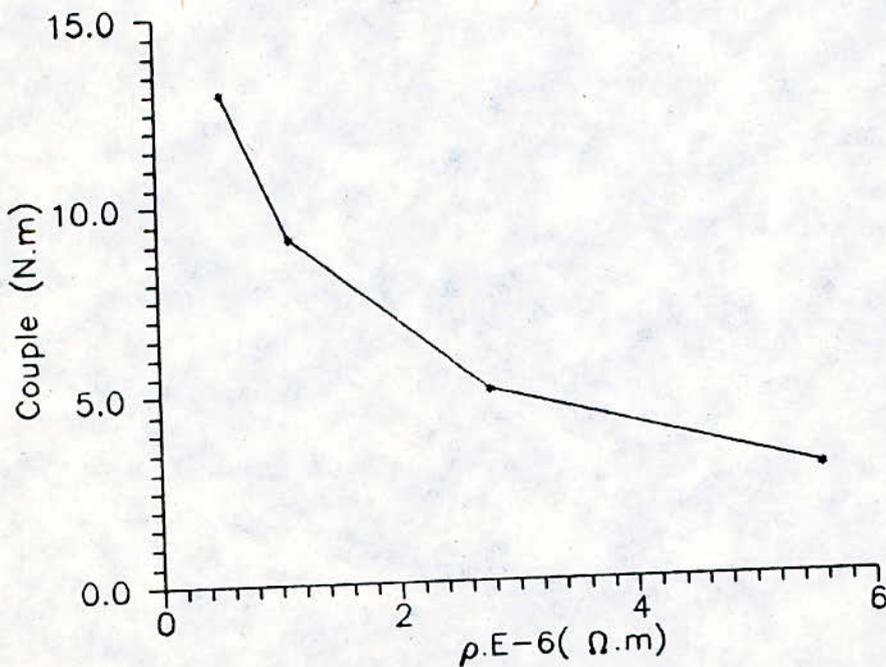


Fig. III.13 Variation du couple en fonction de la resistivite du rotor
 $g = 2 \%$ $\mu_r = 100$.

CHAPITRE IV

**Calcul et optimisation par M.I.F de
la machine rainurée**

IV. CALCUL ET OPTIMISATION PAR M.I.F DE LA MACHINE

RAINURE

Afin d'améliorer le couple asynchrone pour les faibles glissements, permettant l'accrochage de la machine à sa vitesse synchrone, on usine des rainures axiales sur le rotor qui présente alors une géométrie complexe. Ces rainures ne réduisent pratiquement pas la résistance mécanique mais modifient considérablement la pénétration du flux magnétique et la circulation du courant induit dans le rotor.

Pour notre machine nous nous proposons de rechercher le nombre, la profondeur et l'épaisseur des rainures conduisant au meilleur couple d'accrochage.

IV.1 Modèle d'étude et équations intégrales

Bien que le mode d'usinage ne le permette pas, nous considérons par soucis de simplicité que les flancs des rainures sont radiaux (fig.IV.1).

La rainure est alors définie par des surfaces $r = cte$ ou $\theta = cte$, plus faciles à paramétrer.

Le domaine d'étude (fig IV.1) comporte les deux sous-domaine : D_1 de frontière l_1 et D_2 de frontière $l_1 \cup l_2$ correspondant respectivement au rotor et à l'entrefer.

Dans les deux sous-domaines D_1 et D_2 , le potentiel vecteur A vérifie respectivement les équations (III.2) et (III.1).

En appliquant la formule de Green, on obtient comme pour la machine lisse, les équations intégrales (III.3), (III.4.a) et (III.4.b).

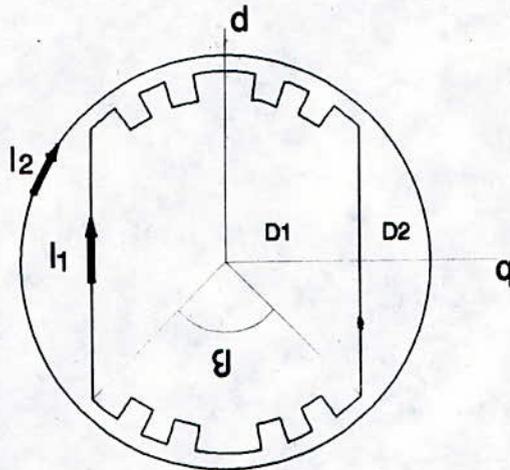


Fig. IV.1 Modèle d'étude de la M.R.V rainurée

Les conditions aux limites et d'interfaces sont celle définies pour le rotor lisse et données par les équations (III.5), (III.6) et (III.7).

IV.2 Résolution.

Le rotor de diamètre D_r comporte N_r rainures identiques de profondeur h et d'épaisseur e . Chaque rainure est délimitée par 5 segments notés 1 à 5 (fig. IV.2).

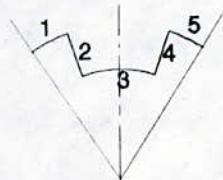


Fig. IV.2 Structure de la rainure

Le segment 3 est discrétisé en k_3 éléments, tandis que les segments 1 et 5 d'une part et 2 et 4 d'autre part sont discrétisés respectivement en k_1 et k_2 éléments.

Chaque rainure est donc discrétisée en $n_k = (2 k_1 + 2 k_2 + k_3)$ éléments.

Le nombre n_1 d'éléments discrétisant la frontière l_1 est ainsi donné par $n_1 = N_r \cdot n_k + 4 \cdot n_{elr}$, où $4 \cdot n_{elr}$ représentent le nombre d'éléments correspondant à la partie non rainurée (grand entrefer).

La frontière l_2 est discrétisée en n_2 éléments.

Comme pour la machine lisse nous considérons que le potentiel vecteur et sa dérivée normale sont constants le long de chaque élément et égaux à leurs valeurs aux noeud.

Pour chaque noeud i , nous établissons une équation intégrale de type (III.3) ou (III.4) que nous discrétisons.

En tenant compte, comme pour la machine lisse, de la symétrie et de l'anti-symétrie des axes d et q , l'étude peut être ramenée à un quart de machine.

Dans ces conditions, nous aboutissons à un système d'équations analogue à (III.8).

$$D' X' = F'$$

D est une matrice structurée comme suit :

l_1'	l_2'	
	0	n_{e1r} équations relatives à III.3
		n_{e1r} équations relatives à III.4.a
		n_{e2r} équations relatives à III.4.b
$2n_{e1r}$	n_{e2r}	

avec $n_{e1r} = n_{1r}/4$ et $n_{e2r} = n_{2r}/4$

La résolution de ce système obtenu par la méthode de Gauss permet alors la détermination de A et $\partial A/\partial n$ sur l_1 et l_2 .

IV.3 Validation numérique.

La convergence de la méthode dépend essentiellement des nombres d'éléments n_{e1r} et n_{e2r} discrétisant respectivement les frontières l_1' et l_2' .

Par suite des discontinuités géométriques introduites par la présence des rainures au rotor, nous ne pouvons plus prendre, comme pour la machine lisse, $n_{e1r} = n_{e2r}$.

Le nombre n_{e2r} discrétisant la frontière statorique l_2' peut être choisi égal à celui déterminé lors du calcul de la machine lisse, et il ne reste donc qu'à déterminer le nombre n_{e1r} devant conduire à la convergence de la méthode.

La détermination des nombres d'éléments k_1 , k_2 et k_3 discrétisant la rainure, doit être effectué pour chaque configuration, c'est à dire pour chaque triplet (N_r, h, e) .

Les figures (IV.3), (IV.4) donnent la variation du couple asynchrone de la machine en fonction des paramètres k_1 , k_2 et k_3 , elle sont obtenues pour un nombre de rainure $N_r = 8$ et un glissement faible de 2 % .

Pour cet exemple où la profondeur de peau est importante ($g = 2\%$, $\mu_r = 100$, $\sigma = 1.8 \cdot 10^6 \text{ (}\Omega\cdot\text{m)}^{-1}$), la convergence est obtenue pour le triplet ($k_1=4$, $k_2=8$, $k_3=2$).

Nous avons ensuite vérifié que ce triplet assure toujours la convergence lorsque nous effectuons les calculs pour différents glissements en faisant varier N_r ($N_r = 4, 12, 16$), ainsi que l'épaisseur e ($e = 1$ à 4mm) et la profondeur de la rainure ($h = 2$ à 20mm).

IV.4 Optimisation

Les travaux précédemment exposés ont conduit à un programme permettant le calcul d'une machine rainurée par M.I.F. Nous allons l'exploiter pour déterminer le nombre, la profondeur et l'épaisseur des rainures permettant d'améliorer l'accrochage de la machine au voisinage du synchronisme.

Nous considérons que la machine rainurée optimisée est celle développant un couple asynchrone égal au couple de charge pour le glissement le plus faible.

Les courbes présentées dans ce chapitre (IV.5) à (IV.7) représentent les variations du couple asynchrone en fonction du nombre, de la profondeur et de l'épaisseur des rainures, pour

différentes valeurs de l'épaisseur e . Elle correspondent à un glissement de 10 %. Le choix de cette valeur conduit à une même configuration optimale que celle que l'on obtiendrait pour un glissement plus petit. En effet, pour les faibles valeurs du glissement ($g \leq 10\%$), la caractéristique couple-glissement est pratiquement linéaire.

Ces courbes correspondent à $N_r \leq 16$; car des valeurs plus importantes conduisent à des singularités nombreuses et nécessitent des moyens informatiques puissants.

IV.4.1 Variation du couple en fonction des paramètres géométriques des rainures

Contrairement au flux utile dans le fer rotorique, le flux de fuite qui passe à travers les rainures n'est pas couplé avec les courants rotoriques et ne contribue donc pas au couple.

Le flux de fuite augmente lorsque la hauteur h de l'encoche croît, ou lorsque l'épaisseur e ou la perméabilité relative μ_r du fer diminuent.

Le trajet des lignes de champs dans le rotor augmente avec h . En absence du flux de fuite dans les encoches, le couple augmenterait donc constamment, mais l'accroissement du flux de fuite et avec cette hauteur entraîne une diminution de Γ .

Les caractéristiques $\Gamma(h)$ [fig IV.6] passent donc par un maximum dépendant de l'épaisseur e et du nombre de rainure N_r . Cette propriété permet donc le choix du paramètre h .

Pour une hauteur h et une épaisseur e fixées, les figures (IV.5 et IV.7) représentent la variation du couple en fonction du nombre de rainures N_r .

À h fixée et lorsque N_r est petit ($N_r \leq 8$), le couple est pratiquement indépendant de e ($e \geq 1\text{mm}$), sauf pour la faible valeur de $h = 2\text{mm}$ où un accroissement de e entraîne une diminution relative du couple.

En effet, pour h faible, et les valeurs de e considérées, le trajet des lignes de champ dans le rotor rainuré est sensiblement identique à celui correspondant au rotor lisse. Une augmentation de e correspond alors à une croissance de l'entrefer moyen diminuant le couple.

Lorsque N_r croît ($8 \leq N_r \leq 16$), le trajet des lignes de champ augmente. Le couple augmenterait constamment avec N_r , s'il n'y avait pas l'accroissement simultané du flux de fuite et de l'entrefer moyen. $\Gamma(N_r)$ passe donc par un maximum pour une valeur $N_r = N_{r_{\max}}$ d'autant plus grande que e est faible. Les calculs ayant été effectués avec $N_r \leq 16$, nous n'avons pas pu, toujours, atteindre $N_{r_{\max}}$.

Pour les valeurs de l'épaisseur des encoches considérées ($1\text{mm} \leq e \leq 4\text{mm}$), le rapport des réluctances des circuits magnétiques constitué par le fer le long de la rainure et par l'air à travers la rainure, est toujours faible, même pour la valeur $\mu_r = 100$ utilisée pour les calculs.

Le flux de fuite est donc peu sensible aux variations de e , contrairement à l'entrefer moyen qui augmente avec e entraînant une diminution du couple.

Ainsi pour la valeur choisie de $\mu_r = 100$, l'épaisseur optimale réalisable est $e = 1\text{ mm}$.

En tenant compte de l'ensemble de ces résultats nous choisissons les valeurs optimales :

$$N_r = 16 \text{ rainures}$$

$$h = 4 \text{ mm}$$

$$e = 1 \text{ mm}$$

Les variations des modules des réactances directe $X_d(j\omega)$ et en quadrature $X_q(j\omega)$ de cette machine optimisée en fonction du glissement, sont données par les figures (IV.8 et IV.9) respectivement. Nous observons leurs décroissances par suite de l'effet de peau.

Les valeurs de X_d sont comparables à celles du rotor lisse équivalent, tandis que celles de X_q sont pratiquement diminuées de moitié. (Voir fig III.9 et III.10).

Ainsi, les rainures le long du petit entrefer modifient beaucoup

plus le trajet des lignes de champ lorsque le rotor est en position q que lorsqu'il est en position d .

Un rainurage supplémentaire le long du grand entrefer est nécessaire ; il entraînerait une diminution de X_d conduisant à une augmentation du couple. (Voir Eq II.32).

La figure IV.10, montre les caractéristiques couple-glissement correspondantes à un rotor rainurée optimisée ainsi qu'au rotor lisse. Elle sont calculées pour la tension nominale 220 V.

Nous observons :

-L'importante perturbation de la caractéristique du rotor rainuré au voisinage du demi-synchronisme, conséquence de la dissymétrie des deux axes d et q (phénomène de Görge).

- La diminution du couple de démarrage de la machine rainurée en comparaison à celui du rotor lisse, conséquence de l'augmentation du flux de fuite.

Nous vérifions toutefois l'intérêt du rainurage. En effet, pour les faibles valeurs du glissement ($g \leq 10 \%$), le couple permettant l'accrochage du rotor au synchronisme est plus important pour la machine rainurée que pour la machine lisse.

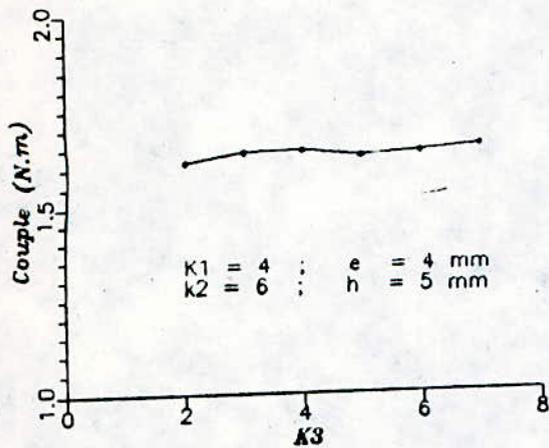


Fig. IV.3 .a Variation du couple en fonction de $K3$

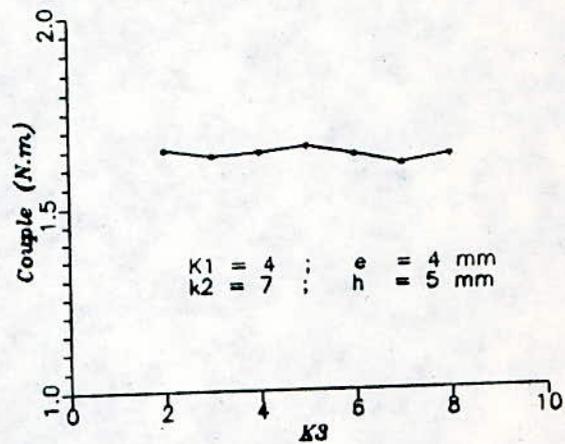


Fig. IV.3 .b. Variation du couple en fonction de $K3$

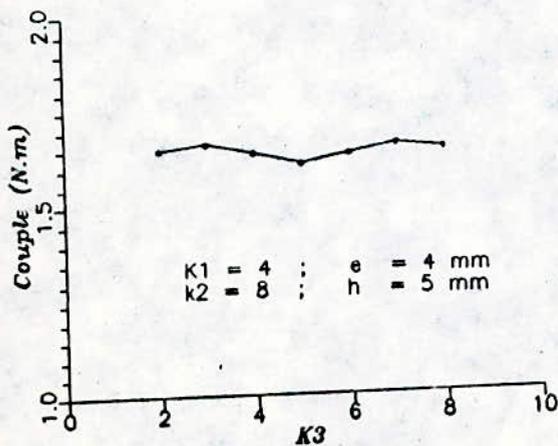


Fig. IV.3 .c. Variation du couple en fonction de $K3$

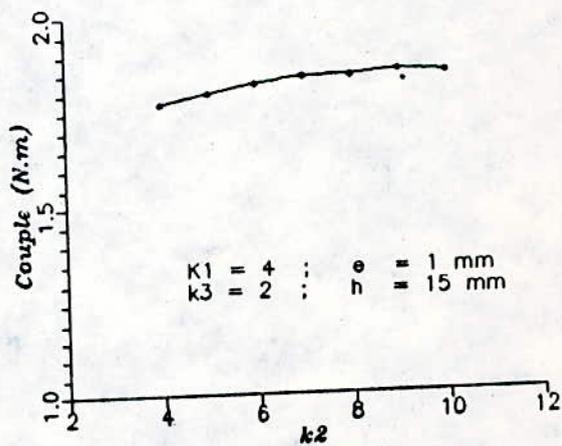


Fig. IV.4 .a. Variation du couple en fonction de $K2$

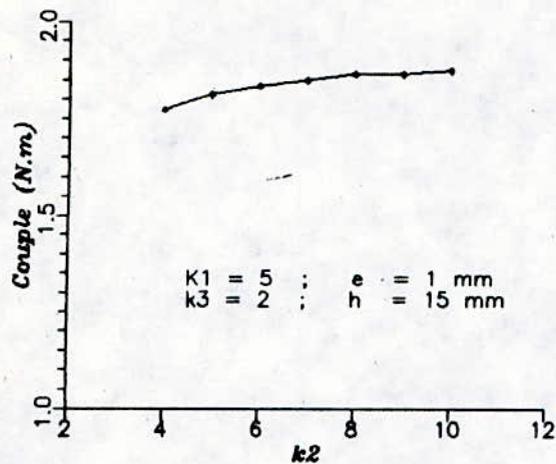


Fig. IV. 4.b. Variation du couple en fonction de $K2$

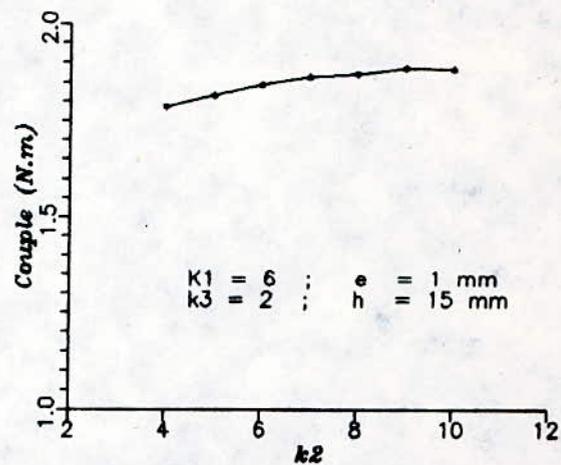


Fig. IV. 4.c. Variation du couple en fonction de $K2$

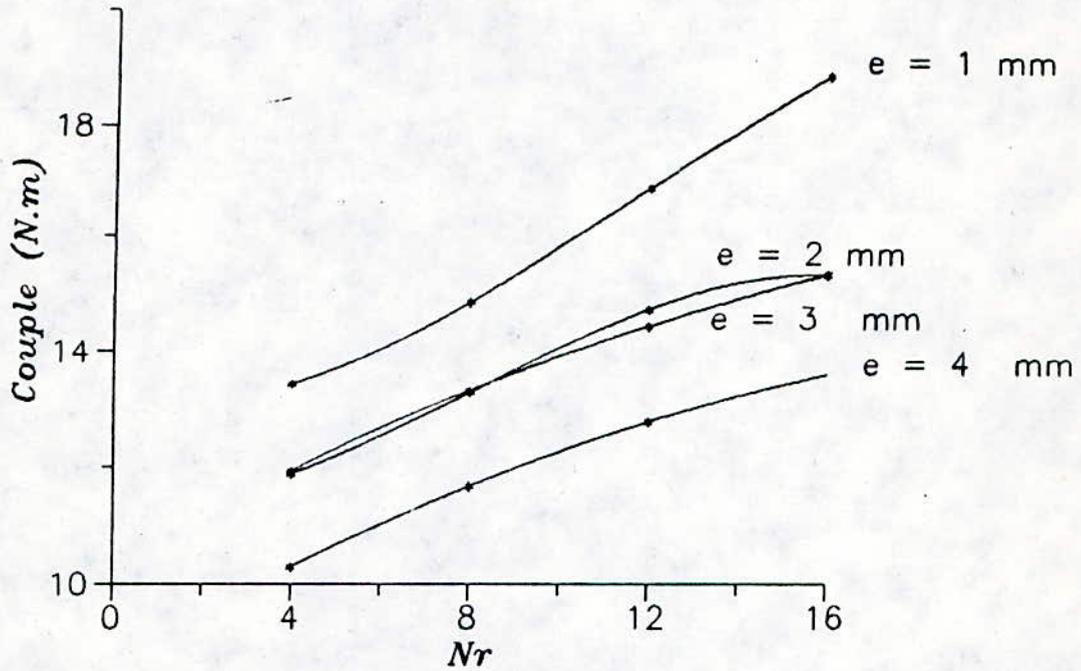


Fig. IV.5.a Variation du couple en fonction de Nr pour différentes valeurs de e
 $h = 2$ mm ; $g = 10^\circ$.

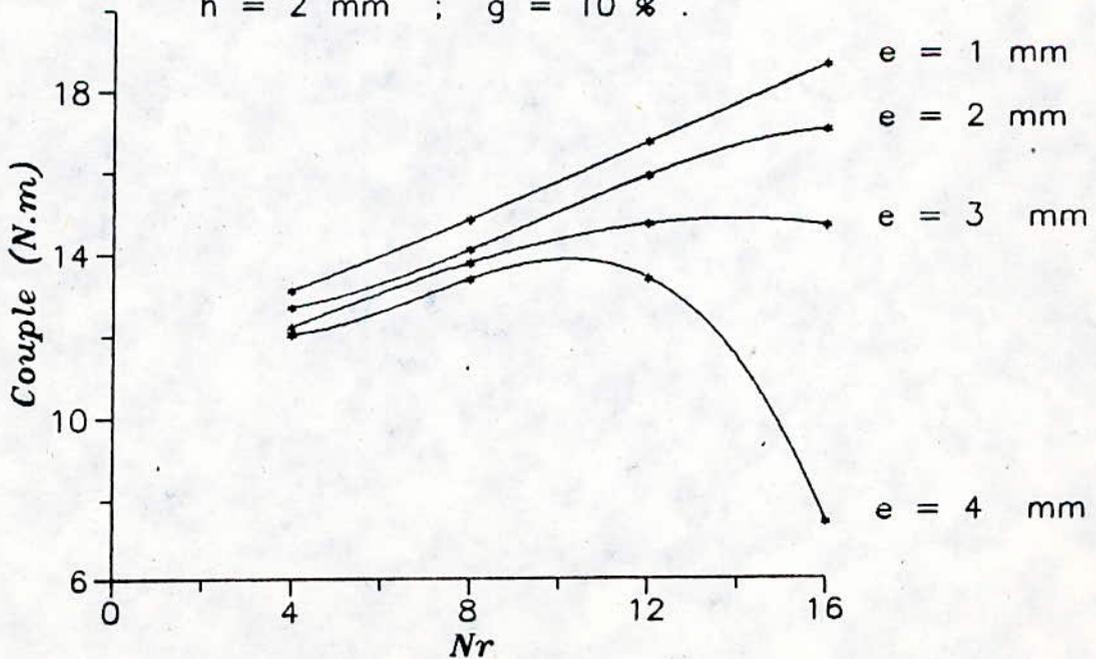


Fig. IV.5.b Variation du couple en fonction de Nr pour différentes valeurs de e
 $h = 5$ mm ; $g = 10^\circ$.

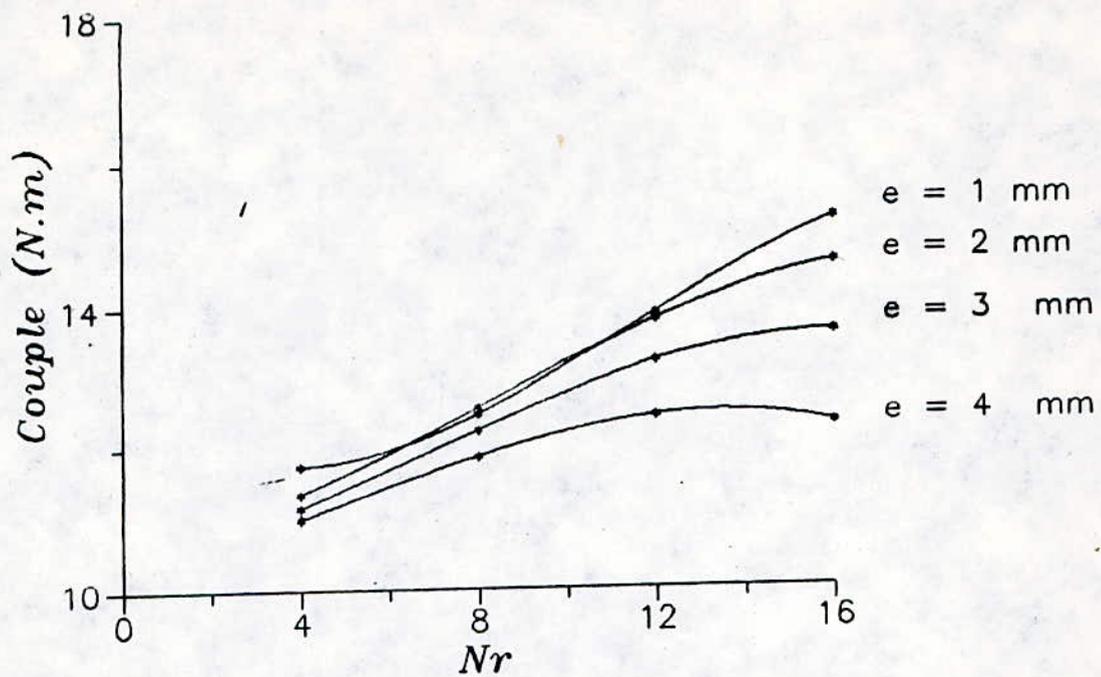


Fig. IV.5.c Variation du couple en fonction de Nr
 pour différentes valeurs de e
 $h = 20$ mm ; $g = 10$ ⌘ .

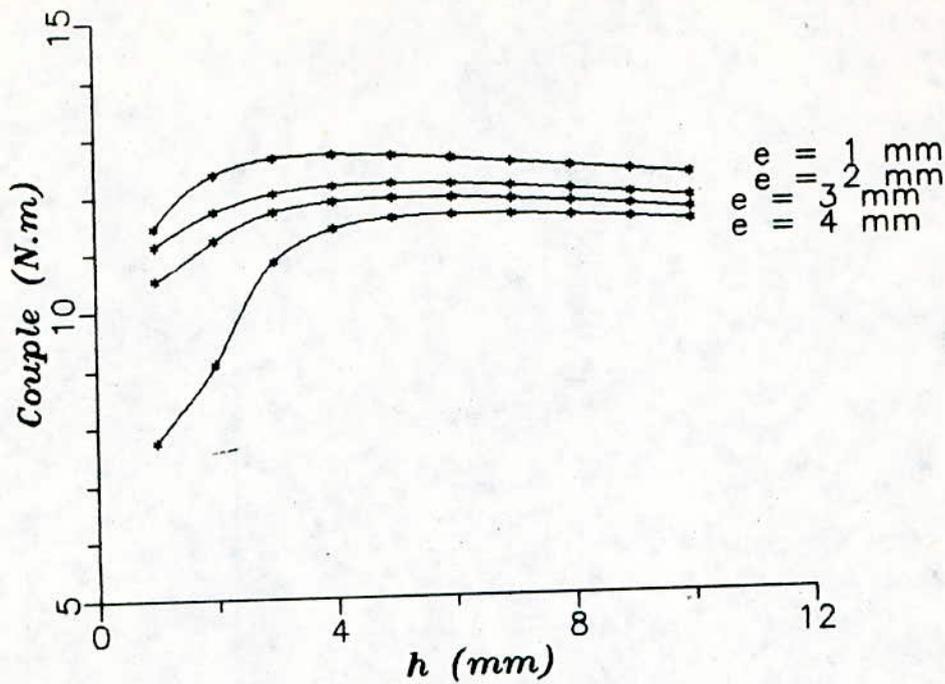


Fig. IV.6.a Variation du couple en fonction de h pour différentes valeurs de e
 $N_r = 4$; $g = 10 \%$.

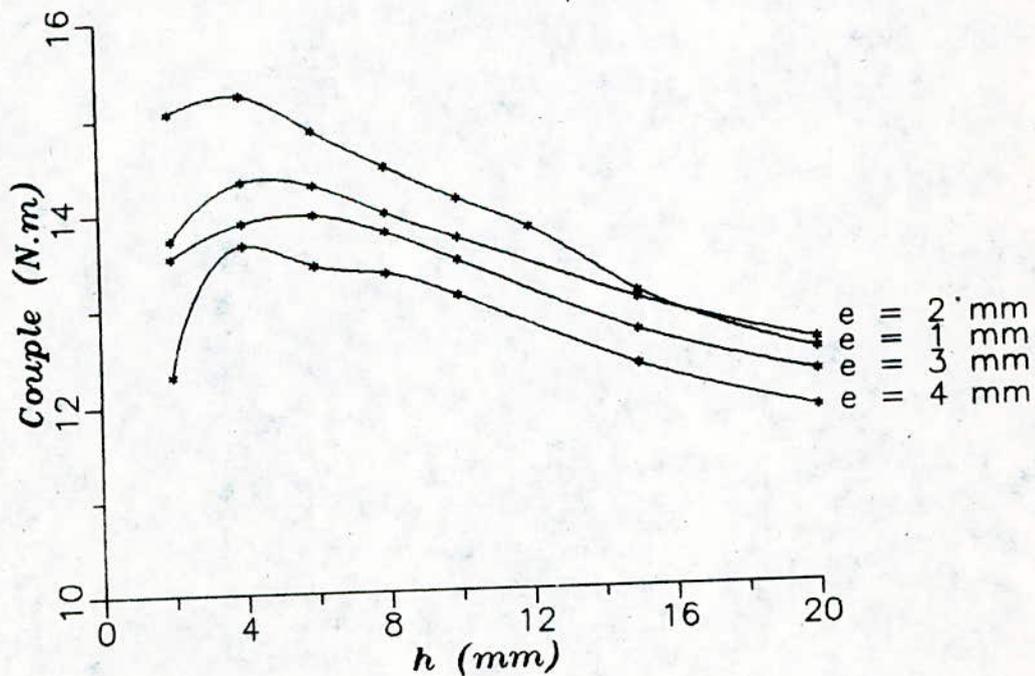


Fig. IV.6.b Variation du couple en fonction de h pour différentes valeurs de e
 $N_r = 8$; $g = 10 \%$.

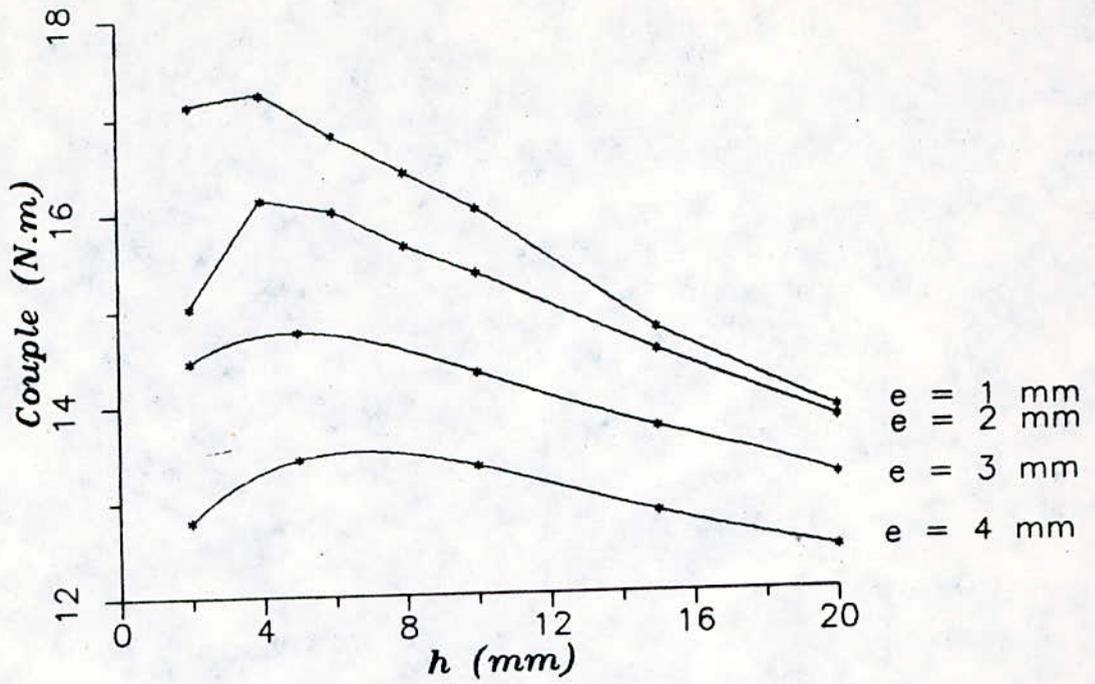


Fig. IV.5. Variation du couple en fonction de h pour différentes valeurs de e
 $N_r = 12$; $g = 10 \%$.

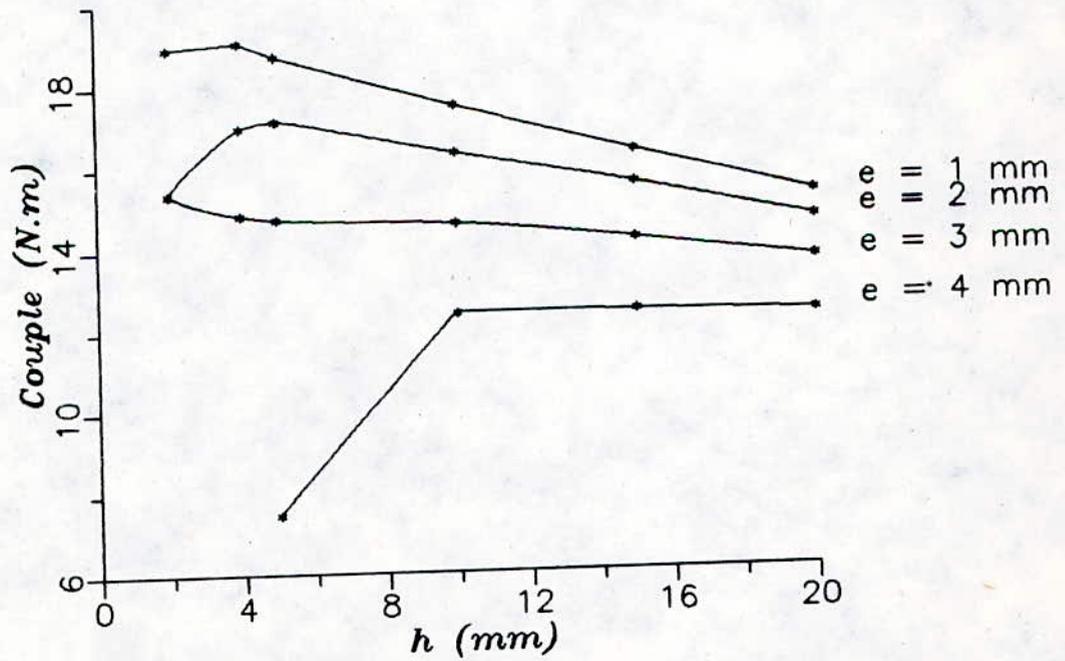


Fig. IV.6. Variation du couple en fonction de h pour différentes valeurs de e
 $N_r = 16$; $g = 10 \%$.

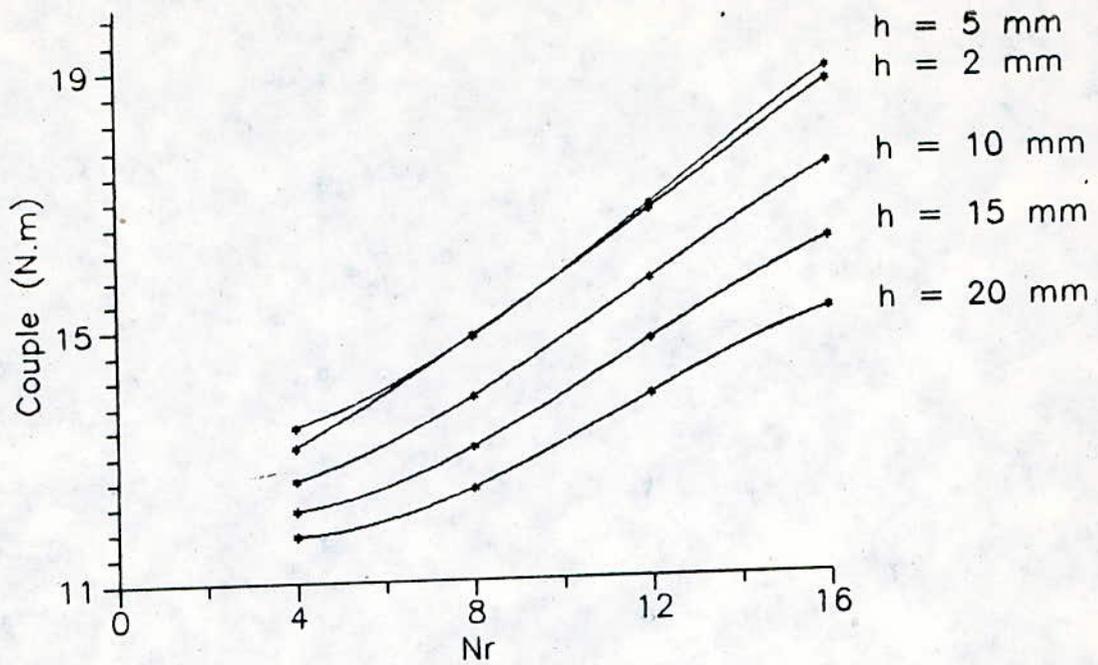


Fig. IV.7.a Variation du couple en fonction de Nr pour différentes valeurs de h
 $e = 1 \text{ mm}$; $g = 10 \%$.

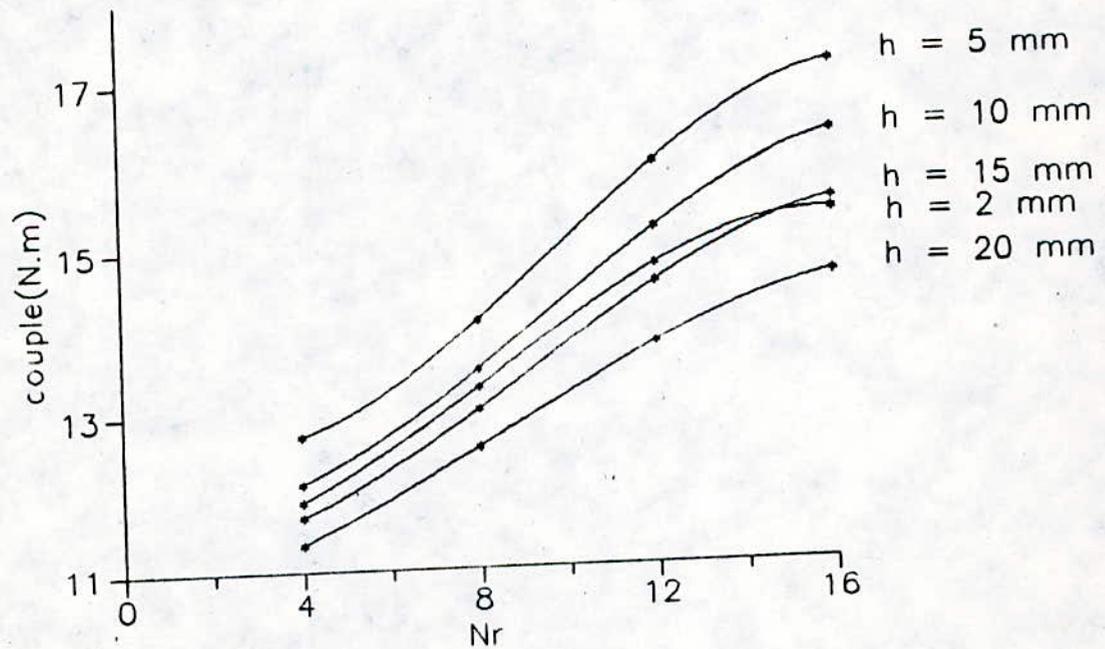


Fig. IV.7.b Variation du couple en fonction de Nr pour différentes valeurs de h
 $e = 2 \text{ mm}$; $g = 10 \%$.

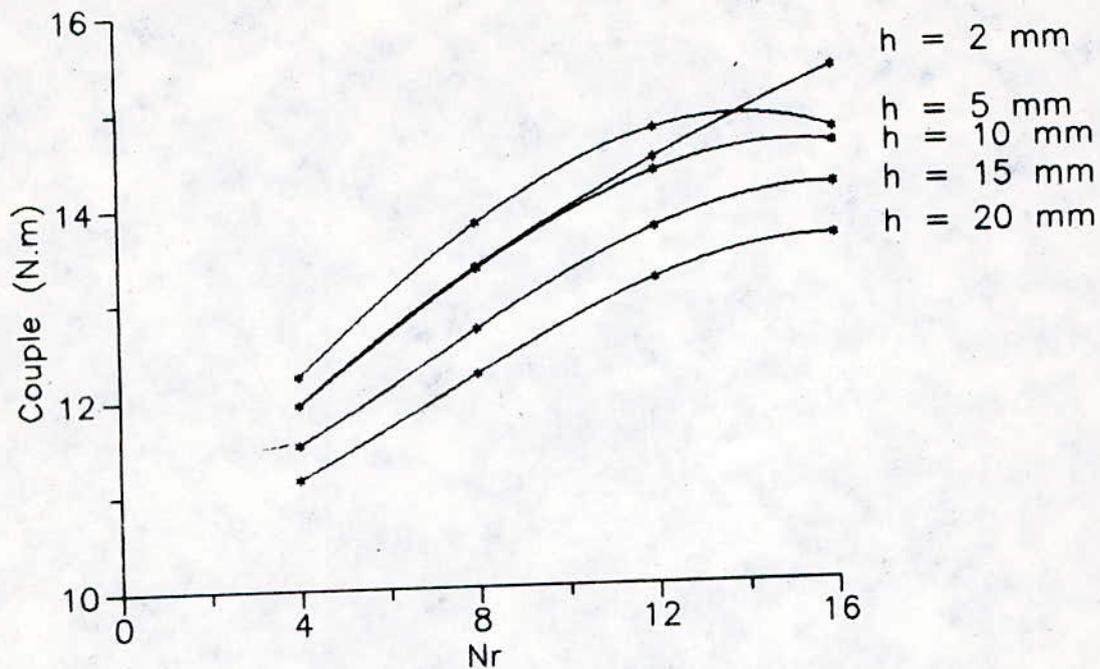


Fig. IV.7.c Variation du couple en fonction de Nr pour différentes valeurs de h
 $e = 3 \text{ mm}$; $g = 10 \text{ } \mu\text{m}$.

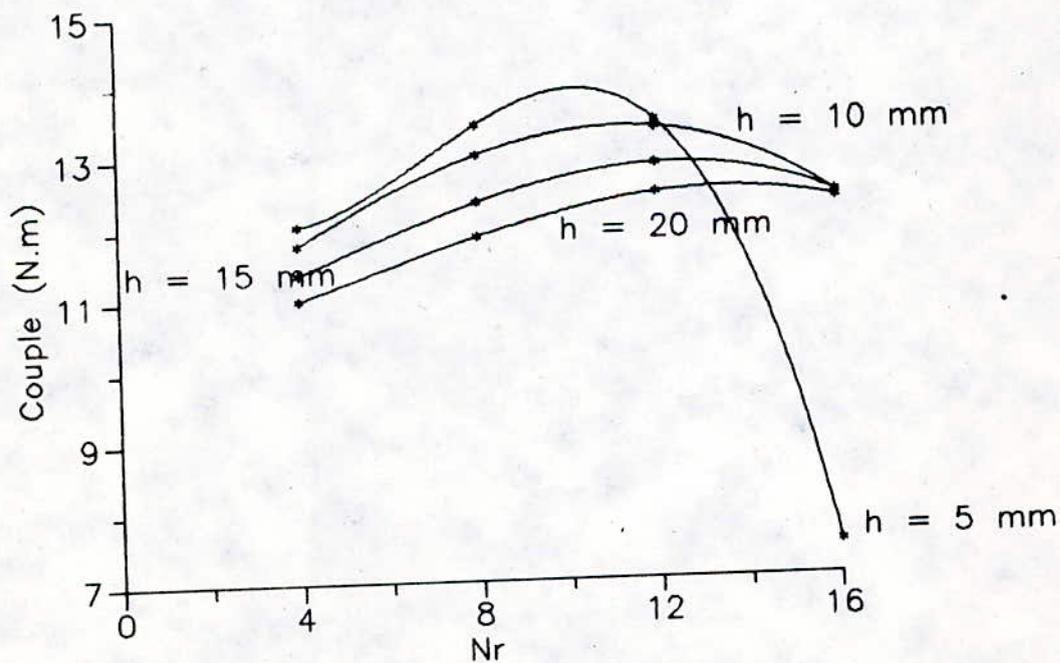


Fig. IV.7.d Variation du couple en fonction de Nr pour différentes valeurs de h
 $e = 4 \text{ mm}$; $g = 10 \text{ } \mu\text{m}$.

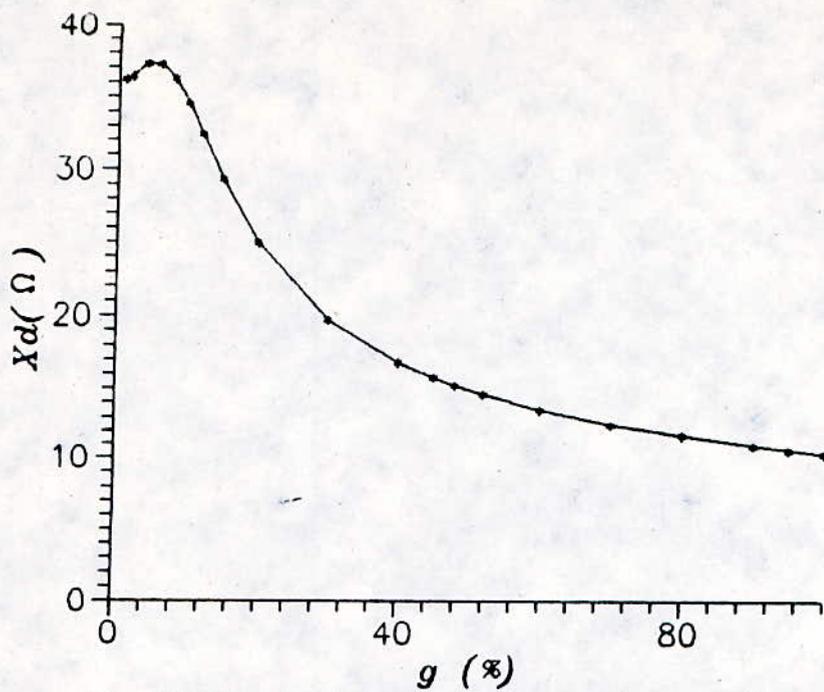


Fig. IV.8 Variation de la reactance directe X_d en fonction du glissement
 $N_r = 16$; $h = 4$ mm ; $e = 1$ mm

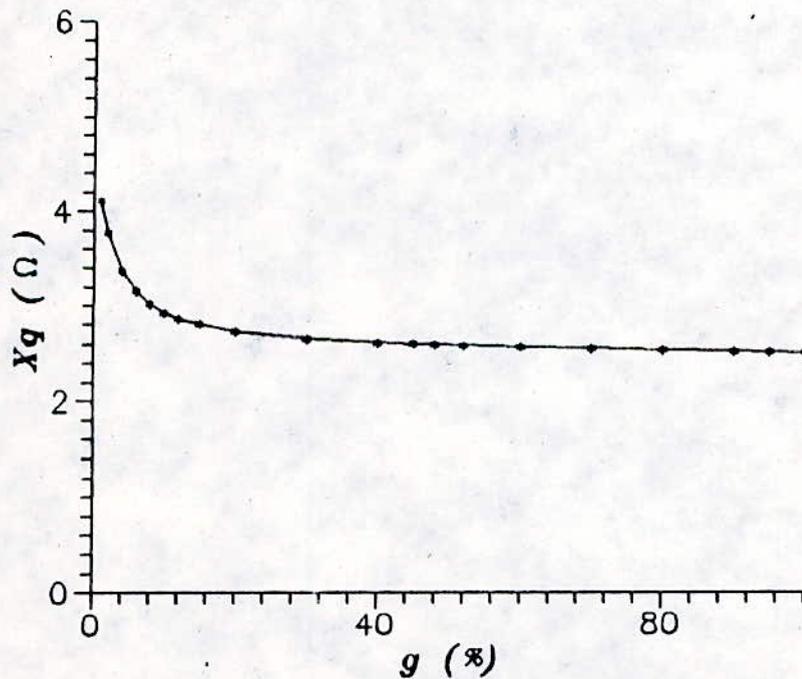


Fig. IV.9 Variation de la reactance en quadrature X_q en fonction du glissement
 $N_r = 16$; $h = 4$ mm ; $e = 1$ mm

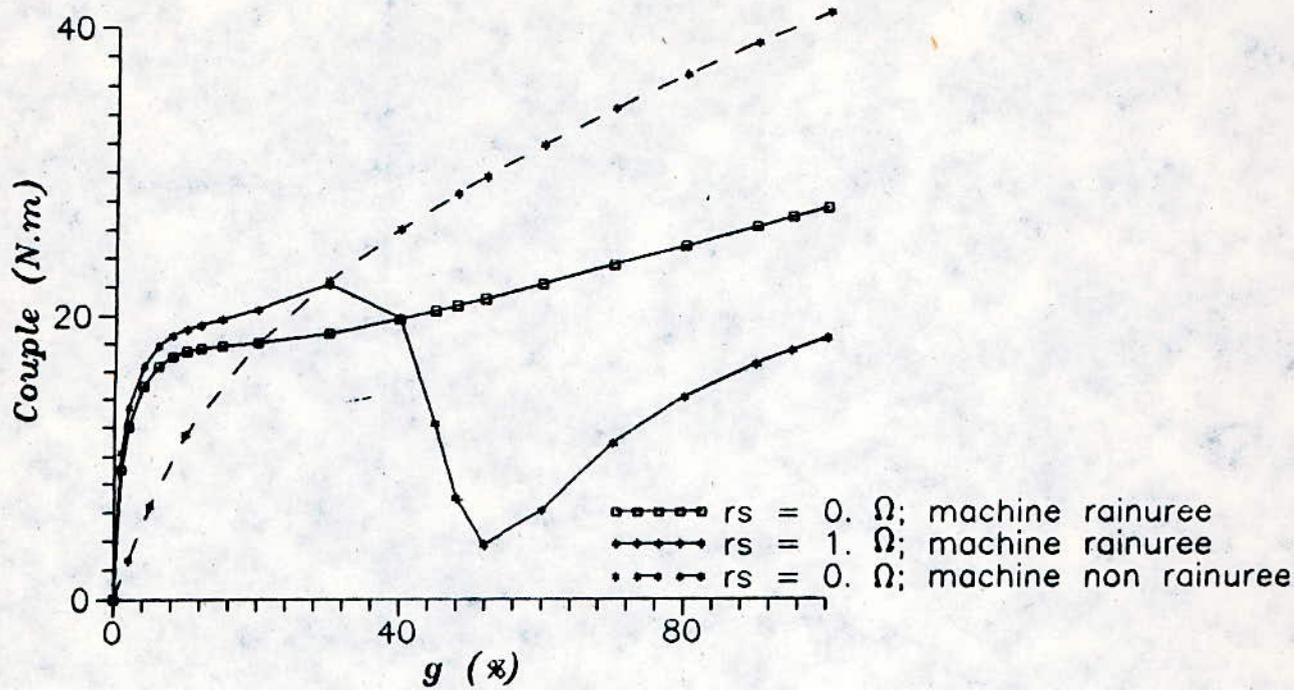


Fig IV. 10 Variation du couple en fonction du glissement
 Machine rainuree : $N_r=16$; $h=4$ mm ; $e=1$ mm

CHAPITRE V

Etude expérimentale

V. ETUDE EXPERIMENTALE

Afin de valider l'étude théorique, nous avons réalisé un banc d'essais composé d'une machine de 4 kW (tableau II.1) possédant un stator de moteur asynchrone classique et pouvant recevoir différents rotors. Nous avons essayé deux rotors, l'un lisse et l'autre rainuré que nous avons optimisé auparavant. Il comporte 16 rainures possédant une hauteur de 4 mm et une épaisseur de 1 mm.

Nous nous intéressons à la caractéristique couple - vitesse que nous déterminons à partir des essais de mise en vitesse et de ralentissement.

On écrit l'équation de ralentissement de la machine sous la forme:

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f_1 \Omega + f_2 \Omega^2 + f_3 = 0 \quad (V.1)$$

Ω est la vitesse de rotation en [rd/s], et

J le moment d'inertie de toute les parties tournantes
en [kg m²]

De l'interprétation de l'essai de ralentissement (fig V.2), on déduit les coefficients de frottement f_1 , f_2 et f_3 par un programme d'identification de paramètres basé sur le processus suivant /12/:

On multiplie l'équation (V.1) par un polynome $p(t)$ s'annulant pour

$t=0.$, et $t= T$, et on l'intègre sur l'intervalle $[0. T]$. T étant la durée de ralentissement.

On a ainsi :

$$-\int_0^T \frac{d\Omega}{dt} dt - \Omega p(t)|_0^T - \int_0^T \Omega \dot{p}(t) dt$$

En choisissant les polynômes :

$$p_1(t) = t (t - T)$$

$$p_2(t) = t (t - T) (t - 2 T)$$

$$p_3(t) = t (t - T) (t - 3 T) ,$$

on obtient le système :

$$f'_1 \int_0^T \Omega p_i(t) dt + f'_2 \int_0^T \Omega^2 p_i(t) dt + f'_3 \int_0^T p_i(t) dt - \int_0^T \Omega \dot{p}_i(t) dt$$

$i = 1, 2, 3$

avec

$$f'_1 = \frac{f_1}{J} , f'_2 = \frac{f_2}{J} \text{ et } f'_3 = \frac{f_3}{J}$$

Pour notre machine, les termes $f_2 \Omega^2$ et f_3 sont prépondérant devant le terme $f_1 \Omega$ que nous négligeons. L'écoulement de l'air est donc turbulent et les frottements solides importants.

Connaissant les coefficients de frottement, on peut déduire la caractéristique $\Gamma(\Omega)$ par :

$$\Gamma(\Omega) = J\left(\frac{d\Omega}{dt} + f_1'\Omega + f_2'\Omega^2 + f_3'\right) \quad (\text{V.2})$$

Ω et $d\Omega/dt$ sont obtenues à partir d'un lissage de la courbe de mise en vitesse (fig V.1)

Les caractéristiques $\Gamma(\Omega)$ pour les deux rotors sont données par la figure V.3.

Nous vérifions la diminution du couple de démarrage de la machine rainurée, observée par les calculs théoriques. Par contre, la perturbation de la caractéristique $\Gamma(\Omega)$ au voisinage du demi-synchronisme n'apparaît pas. Cela nous semble dû à la dynamo tachymétrique utilisée pour la mesure de la vitesse qui filtre les variations rapides.

Nous vérifions surtout l'amélioration du couple au voisinage du synchronisme. Cette amélioration, moins importante que celle prévue par les calculs théoriques, montre toutefois l'intérêt du rainurage.

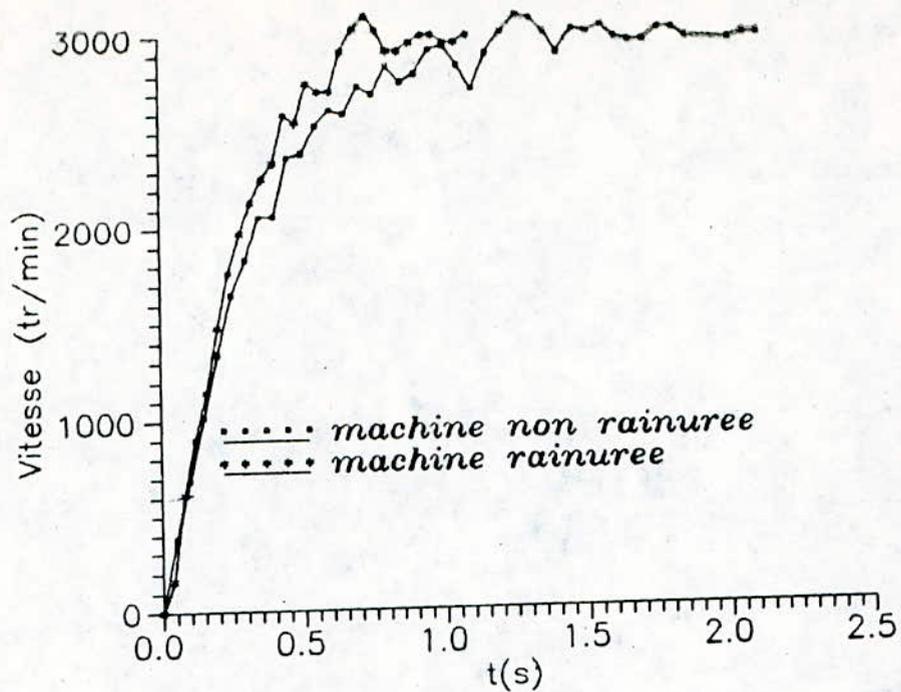


Fig. V.1 Variation de la vitesse en fonction du temps.
 Essais de mise en vitesse.

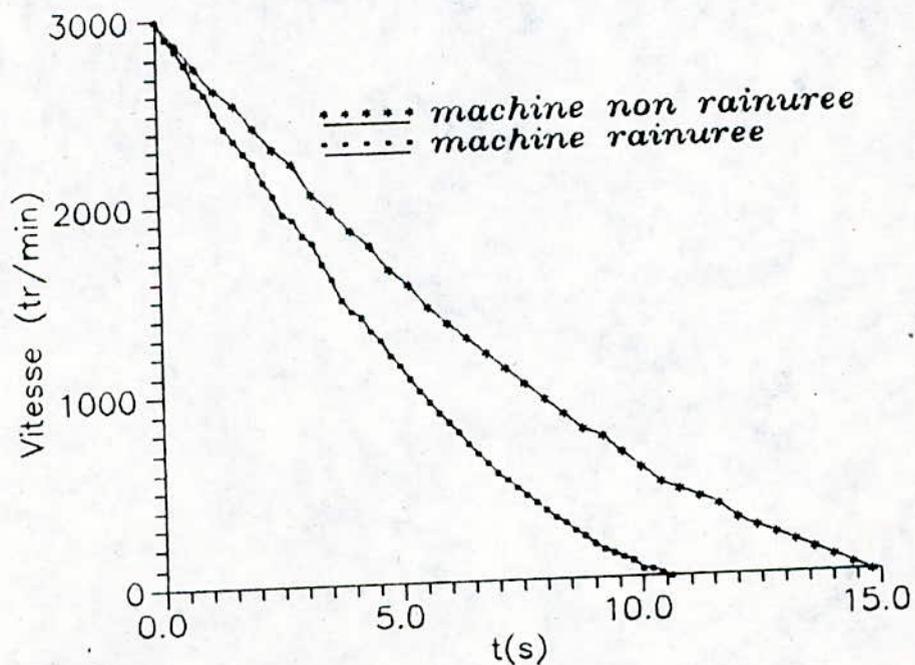


Fig. V.2 Variation de la vitesse en fonction du temps.
 Essais de ralentissement.

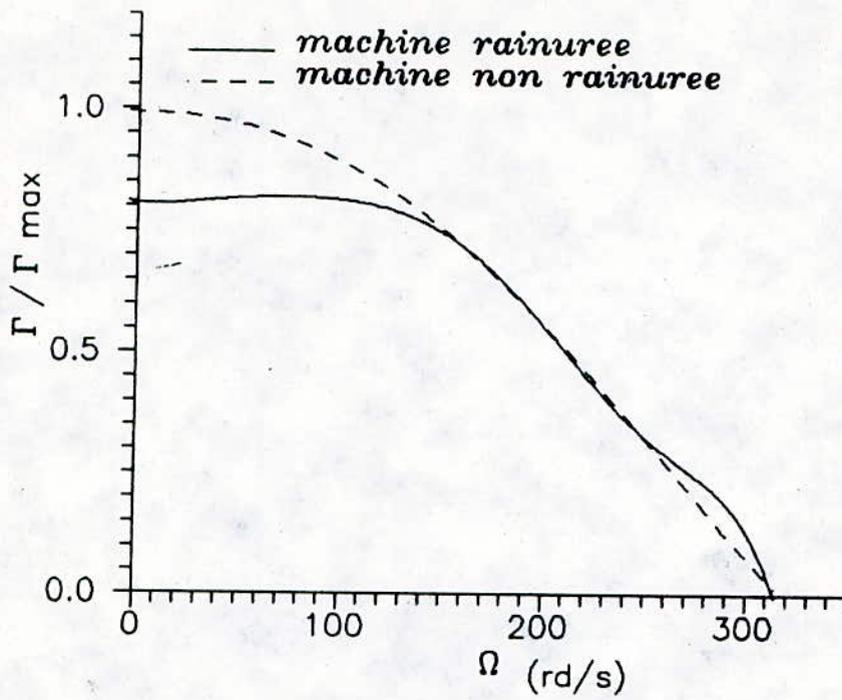


Fig. V.3 Variation du couple en fonction de la vitesse.

CONCLUSION

Nous avons utilisé une méthode intégrale de frontière (M.I.F) pour calculer des machines à réluctance variable à pans coupés admettant une symétrie cylindrique, et nous nous sommes particulièrement intéressé à l'optimisation géométrique où la M.I.F trouve son intérêt.

Nous avons montré que la configuration optimale du rotor lisse est essentiellement dépendante de l'angle d'ouverture de la dent rotorique. Toutefois, le couple accrochant le rotor au synchronisme est faible et il est nécessaire de l'améliorer en pratiquant des entailles longitudinales sur le rotor.

La machine rainurée ainsi obtenue possède une géométrie complexe présentant de nombreuses singularités conduisant ainsi à un programme numérique lourd. Nous nous sommes alors limité au cas où le rainurage est effectué dans la zone à petit entrefer, et nous avons :

- d'une part, montré l'influence du nombre et des dimensions des rainures sur les performances de la machine au voisinage du synchronisme.

- d'autre part, déterminé une configuration optimale d'un rotor de 4 kW que nous avons réalisé ; cette machine développant le plus grand couple asynchrone à glissement faible .

Les essais effectués sur deux rotors dont l'un est lisse et l'autre rainuré ont permis de vérifier le modèle théorique et de montrer que la méthode de calcul est satisfaisante.

À partir de ce travail, il serait souhaitable d'élargir les calculs à la machine présentant des rainures sur toute sa surface rotorique en adoptant des hypothèses simplificatrices réduisant le domaine d'étude.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.CHABANE : "Utilisation d'une méthode intégrale pour l'étude et l'optimisation de machines asynchrones à rotors massifs "
Thèse de Doctorat de l'I.N.P.L., juillet 1989.
- [2] F.HUANG : "Etude de problèmes d'électrotechnique par la méthode des intégrales de frontières"
Thèse de Doctorat de l'I.N.P.L., mars 1988.
- [3] L.KRANHENBUKL & A.NICOLAS : "Utilisation des équations intégrales de frontière, développement des techniques et formulations axisymétrique"
R.G.E. mars 1980.
- [4] J.LEGRAS : "Méthodes et techniques de l'analyse numérique"
ed. DUNOD.
- [5] B.LAPORTE : "Régimes transitoires de la machine synchrone à pôles saillants"
Cours E.N.S.E.M de Nancy, non publié.
- [6] M.E.ZAÏM : "Contribution à l'étude des machines asynchrones

à rotor massif rainuré"

Thèse de Docteur-ingénieur I.N.P.L. 1979.

- [7] Ph.BARRET & J.PLANCHARD : "Calcul des grandeurs électromagnétiques, thermiques et mécaniques lors du démarrage asynchrone des machines synchrones à pôles saillants massifs.
Vérifications expérimentales.
E.D.F. Bulletin de la direction des études et recherches - série B, N° 2, 1981, pp. 5-15.
- [8] E.DURAND : "Electrostatique"
ed. MASSON, tome 1, 2 et 3.
- [9] A.ANGOT : " Compléments de mathématiques "
ed. DUNOD
- [10] M.ABRAMOWITZ & A.STEGUN : " Handbook of mathematical functions"
DOVER Publications.
- [11] F.T.MEIBODY : " Etude d'une machine synchrone à réluctance variable pour les applications à grandes vitesses "
Thèse de Docteur-ingénieur I.N.P.L. 1986.

- [12] B.LAPORTE : "Etude du comportement d'un matériau ferro-magnétique isotrope dans un champ glissant"
R.G.E. mars 1975.
- [13] M.E.ZAÏM : "Contribution à la conception des machines asynchrones à rotor massif"
Thèse de Doctorat es sciences, E.N.P, nov 1989
- [14] G.SEGUIER : "Electrotechnique approfondie"
ed. Technique et documentation, 1981
- [15] M.CHABANE & B.LAPORTE et F.T.MEIBODY : "Calculation of the performances of a synchronous machine with salient solid using the bundary integral method"
IEE LONDON sept. 1989.
- [16] M.E.ZAÏM, R.SAOU, F.GUERBAS & A.REDJIMI : "Détermination du champ magnétique dans une machine à réluctance variable à excitation homopolaire"
J.T.E.A. 1991, Gabes, Tunisie .
- [17] B.LAPORTE : "Contribution au calcul des machines à pôles

massifs"

Thèse de Docteur-ingénieur I.N.P.L. 1979.

[18] C.A.BREBIA : "The bundary element method for engineers"

PENTECH PRESS, London, Pleymouth.

[19] B.J.CHALMERS : " New reluctance motors with unlaminated rotor"

IEE, Proc, vol.117, N° 12, dec. 1970.

[20] B.LAPORTE, M.E.ZAÏM & S.TAHI : "Détermination des réactances synchrones de la machine à réluctance variable"

J.T.E.A. 1989, Hammamet Tunisie.

[21] S.TAHI : "Contribution à l'étude des machines à réluctance variable à stator lisse"

Thèse de magister, E.N.P.Alger 1990.

[22] B.LAPORTE & F.M.SARGOS : " Machines à réluctance variable structure et application

R.G.E, mars 1987.

- [23] M.E.ZAÏM, S.TAHI & B.LAPORTE : "Calculation and performances of smooth stator reluctance machines"
SYNCHRONOUS MACHINES SM'100, Zürich, aug 1991.
- [24] M.E.ZAÏM & R.SAOU : "Dimensionnement optimal du rotor à pans coupés d'une machine à réluctance variable.
JTEA 1992, Hammamet Tunisie (à paraître en fev 1992).
- [25] M.E.ZAIM, R.SAOU & B.LAPORTE : " starting performance of smooth stator solid rotor reluctance machines using a bundary integrale method"
soumis à I.C.E.M, Manchester Grande Bretagne, sept 1992