REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique

Département Génie Industriel

MEMOIRE

Pour l'obtention du diplôme de

Magister

EN GENIE INDUSTRIEL

APPROCHE STOCHASTIQUE DE RESOLUTION D'UN PROBLEME DE PLANIFICATION DANS LES CONDITIONS D'INCERTITUDE

APPLICATION : HOTEL DES MONNAIES DE LA BANQUE D'ALGERIE

Par
FADILA OURARI
Ingénieur d'Etat en Génie Industriel

Encadré par

Melle N.ABOUN
et
Mr N.KERBACHE

ملخص

تهدف هذه الدراسة إلى وضع نموذج تقريبي الذي يساعد على أخذ القرارات في ظل شروط عدم التأكد.
لقد انصب اهتمامنا على المشاكل المرتبطة بتخطيط الإنتاج في إطار نظام إنتاجي متعدد المنتوجات ، متعدد الدرجات ومتعدد الأطوار مع عدم التأكد من الطلب.
لقد اقترحنا نموذج تقريبي لحل مشكل التخطيط باللجوء إلى البرمجة الخطية العشوائية متعددة المراحل.
نموذج السيناريوهات استعمل لتقدير الطلب العشوائي. مشكل البرمجة الخطية المتحصل عليه ذو حجم كبير ، مما جعلنا نقترح طريقة التبسيط لحل هذا المشكل. وفي هذا الإطار قمنا بتطوير برنامج إعلام آلي مسترشدين بخوارزميات بندرز وخوارزميات برغ من أجل استخدامها في حل مشكل التخطيط.
وفي الأخير قمنا بتطبيق على دار النقود لبنك الجزائر.

كلمات مفتاحية : تخطيط ، برمجة عشوائية ، طريقة التبسيط لبندرز ، خوارزميات برغ ، سيناريوهات.

Résumé :

Notre travail concerne la mise en œuvre d'une approche d'aide à la décision dans les conditions d'incertitude. Nous nous sommes intéressés aux problèmes de planification de la production dans un système de production multi-produits, multi-niveaux et multi-périodes avec incertitude sur la demande.

Nous avons proposé une approche de résolution d'un problème de planification en utilisant la programmation linéaire stochastique a multi- étapes. L'approche des scénarii a été utilisée pour l'estimation de la demande aléatoire. Le problème de programmation linéaire obtenu est de taille importante, nous avons alors proposé la méthode de décomposition pour la résolution du problème. Un logiciel a été développé pour la mise en œuvre du processus de planification établi en s'inspirant de l'algorithme de Benders et de l'algorithme de Birge (Nested decomposition algorithm).

Enfin nous avons procédé à une application au cas de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie.

Mots clés: Planification, programmation stochastique, méthode de décomposition de Benders, Nested Decomposition Algorithm, scénario.

Abstract:

This work concerns the implementation of decision approach under uncertainty. We are interested to planning problem in a multi-product, multi-period, multi-level manufacturing that take into account uncertainty in demand.

We have formulated a multistage stochastic linear program for production planning. We used scenarios to characterise uncertainty in the demand. It is suggested that the LP equivalent model resulted is extremely large, we have proposed decomposition method to resolve it.

We have developed a software inspired by Benders decomposition algorithm. and Birge algorithm.

Finally, we have proceeded to apply it on printing and minting security house of Bank of Algeria.

Key words: Production planning, stochastic programming, Bender's decomposition method, nested decomposition algorithm

« En gestion de production, on prend des décisions en naviguant sur le sable mouvant de la mer des aléas »
PORTMANN.

DEDICACES

A mon mari ;

A mes chers parents ;

A mes beaux-parents ;

A mes frères et sœurs ;

A mes belles sœurs et mes beaux-frères ;

A mes amies LAMIA et LEILA ;

A mes collègues ;

A tous ceux que j'aime,

Je dédie ce travail.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Les tendances du marché ont considérablement évolué, les entreprises se trouvent confrontées à un changement important de leurs environnements. Afin de s'adapter au rythme toujours plus rapide de la technologie et aux nouveaux courants économiques, l'entreprise doit être capable de soutenir la concurrence dans les conditions qui se transforment rapidement et de satisfaire les exigences du client. Dans cet environnement incertain, les systèmes de production doivent répondre à une forte variation et à une grande imprévisibilité de la demande. Ceci ne doit pas faire perdre de vue les différents objectifs à atteindre.

En gestion de production, la définition du plan de fabrication constitue une phase importante du processus de planification et les décisions qui en découlent ont une influence directe sur le fonctionnement de toutes les entités du système. Dans les problèmes de planification de production, les données de base utilisées sont souvent supposées parfaitement définies, or dans la pratique, ces problèmes de décision sont sujets à des phénomènes aléatoires. Ainsi la détermination du plan de production est affectée par les estimations des variations de certains paramètres tels que la demande et le délai de réapprovisionnement. De ce fait l'optimisation déterministe peut ne pas mener à une solution optimale.

Pour résoudre le problème de planification, il sera alors essentiel d'identifier les phénomènes aléatoires, puis de trouver les modèles mathématiques adéquats capables de tenir en compte l'incertitude.

La recherche opérationnelle fournit un nombre important d'outils d'aide à la décision pour la résolution de tels problèmes dans la situation déterministe et dans les conditions de risques. La programmation linéaire est un des principaux outils et elle a connu plusieurs applications pour la résolution des problèmes complexes de décision, en particulier, dans les problèmes de définition du plan de fabrication pour un processus productif à étages [GIA 88]. La programmation linéaire stochastique à multi-étages permet la prise en charge de ces problèmes en présence d'incertitudes sur les paramètres de gestion.

Dans le cadre de ce mémoire, nous voulons prendre en charge l'aspect aléatoire dans les modèles de planification en proposant une approche stochastique. L'approche de résolution proposée dans ce mémoire est basée sur la programmation linéaire stochastique à multi-étages. Elle permet la prise en compte des différents aléas sur les facteurs de production et fournit un outil d'aide à la décision dans les conditions de risques.

Pour la résolution des problèmes de définition du plan de fabrication par la programmation linéaire stochastiques à multi-étages, l'approche des scénarii sera utilisée pour l'estimation des paramètres aléatoires. De ce fait nous obtenons un problème de programmation linéaire de taille importante. Nous avons proposé pour la résolution de ce type de problèmes, le recours à la méthode de décomposition qui permet de décomposer un problème en plusieurs sous problèmes plus faciles à traiter.

C'est dans ce cadre que s'inscrit le présent travail dont l'objectif est d'élaborer un outil d'aide à la décision dans les conditions d'incertitudes. Nous nous intéressons en particulier aux problèmes de planification de la production. Pour cela ce travail se veut être consacré à :

- Une présentation générale des problèmes de planification et des différentes approches de résolution d'un plan de fabrication dans les cas déterministes et aléatoires.

- Une revue de littérature sur les problèmes stochastiques adaptés aux problèmes de programmation linéaire. Nous nous intéresserons en particulier aux méthodes qui peuvent faire l'objet d'application dans le domaine de la planification de la production.

- Une approche de résolution d'un problème de définition d'un plan de production dans les conditions d'incertitudes en utilisant la programmation linéaire stochastique à multi-étages. Nous proposerons un algorithme basé sur la méthode de décomposition de Benders et sur l'algorithme « Nested decomposition », nous utiliserons l'approche des scénarii pour l'estimation de la variable aléatoire. Une application pratique sera faite au niveau de l'Hôtel des monnaies de la Banque d'Algérie.

Pour cela, nous avons organisé le présent mémoire en six chapitres et une conclusion générale.

Le premier chapitre est une présentation générale de la fonction de production dans l'entreprise. On introduira la notion de système de production et on abordera les deux types d'approches les plus utilisées qui sont la méthode M.R.P (Material Requirement Planning ou Planification des Besoins en composants) et la planification hiérarchisée.

Dans le chapitre II, nous présenterons les différentes méthodes de résolution d'un problème de planification de production dans le cas déterministe et le cas aléatoire.

Le chapitre III est une rétrospective des travaux réalisés en matière de programmation stochastique adaptés aux problèmes de programmation linéaire, nous passerons en revue les différentes approches de résolution les plus utilisées en planification de production.

Le chapitre IV présente le système de production et définit l'approche de résolution. Nous présenterons l'approche des scénarii et la méthode de décomposition de Benders qui seront utilisées pour la résolution d'un problème de programmation stochastique à plusieurs étages.

Dans le chapitre V, nous présenterons l'approche de résolution proposée et nous décrirons l'algorithme développé.

Le Chapitre VI est consacré à la mise en œuvre du modèle pour le cas de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie. Nous présenterons le logiciel développé ainsi qu'une interprétation des résultats de l'application

Enfin nous concluons par quelques suggestions destinées à améliorer et à enrichir notre travail.

CHAPITRE I

SYSTEME DE PRODUCTION ET GESTION DE PRODUCTION

Le but de ce chapitre est de présenter les notions générales concernant les systèmes de production et leur gestion.

Une description de la planification de la production sera faite en particulier la Méthode PBC (Planification des Besoins en Composants) plus connue sous le nom de M.R.P. (Material Requirement Planning).

I-1 SYSTEMES DE PRODUCTION

La production est une opération de transformation de ressources appartenant à un système productif qui convertit des matières premières et/ou composants en produits finis.

Dans un système de production, on distingue essentiellement quatre types de ressources :

- Equipements (machines, bâtiments, outils,...),
- Moyens Humains (opérateurs, gestionnaires,...),
- Matières (matières premières, composants,...),
- Informations techniques (gammes, nomenclatures,...).

Il existe une grande diversité de systèmes de production. Faire une typologie des systèmes de production consiste à classer les éléments d'un ensemble suivant différents critères parmi lesquels on peut citer :

- La complexité des produits (nombre de composants,...),
- La quantité fabriquée,
- La méthode de vente (sur stocks ou à la commande),
- La méthode de conception (sur catalogue ou à la commande).

Dans la littérature, plusieurs typologies sont citées ; Giard ([GIA 88]) en a proposé deux :

- Production pour le stock ou production à la commande,
- Organisation de la production.

I-1.1 PREMIERE TYPOLOGIE : PRODUCTION POUR LE STOCK OU A LA COMMANDE

1) Production pour le stock

Dans ce type de système, les produits sont fabriqués avant que les commandes des clients ne soient exprimées. La production est prévisionnelle c'est à dire fondée sur des prévisions de stocks.

L'avantage de ce mode de production est que le délai de fourniture d'un produit est nul, l'inconvénient majeur est l'existence d'un stock pouvant entraîner des coûts de stockage importants [PET 85].

2) Production à la commande

La production est déclenchée par la commande du client, ce qui a l'avantage d'avoir un stock en produits finis quasiment nul.

Entre ces deux extrêmes, il existe des situations intermédiaires où l'on produit jusqu'à un certain stade d'élaboration, puis on attend que la commande soit exprimée pour achever la production selon la spécificité du client.

I-1.2 DEUXIEME TYPOLOGIE : MODE D'ORGANISATION DE LA PRODUCTION

Dans cette typologie qui correspond à un aspect décisionnel d'organisation, on distingue quatre modes d'organisation :

1) Organisation de type série unitaire

Dans ce type d'organisation, tous les moyens et ressources de l'entreprise sont affectés pour réaliser un nombre très limité de produits. Ce type de production concerne la réalisation de grands projets uniques (ex : construction d'un navire, ouvrage d'art).

Le but essentiel dans ce système est de finaliser le projet dans un délai donné avec un coût minimal.

2) Organisation en atelier spécialisé

C'est une organisation adaptée à la production relativement diversifiée et en très faibles quantités de produits finis ou de composants.

L'avantage de ce mode d'organisation est la flexibilité, mais le plus grand problème rencontré est la détermination de l'ordre dans lequel les pièces vont passer dans le système. Par ailleurs, la diversité des gammes de fabrication fait apparaître le problème d'ordonnancement.

3) Organisation en ligne de production

Dans les systèmes en ligne de production, les produits subissent, sur le plan technique, des transformations pratiquement continues. Les équipements sont agencés de telle sorte que les produits soient fabriqués en passant successivement et dans le même ordre par les postes de travail de la ligne. Ce type d'organisation est présent dans l'industrie lourde et l'industrie automobile.

L'organisation en ligne de production permet une très bonne utilisation des équipements avec des temps d'attente très faibles, mais les problèmes de fiabilité du matériel sont fondamentaux étant donné que l'arrêt d'une machine provoque l'arrêt de la chaîne.

4) Industrie de process

Dans ce mode d'organisation, les produits subissent des transformations pratiquement continues; ce mode d'organisation est rencontré dans les raffineries de pétrole et dans l'industrie chimique.

I-2 GESTION DE PRODUCTION [GIA 88], [ORL 75], [PLO 85]

La fonction production est l'une des fonctions les plus importantes de l'entreprise dont l'objectif est de produire des biens et services à un coût minimum tout en respectant la qualité exigée et les délais de fabrication et de livraison désirés. L'entreprise doit chercher en permanence à améliorer la qualité de ses produits et minimiser ses délais de livraison.

Le système de gestion a pour rôle d'assurer en permanence la bonne utilisation de l'ensemble des moyens de production afin de satisfaire les clients. La gestion de production doit se préoccuper de la gestion des flux physiques, depuis l'approvisionnement en matières premières, jusqu'à la mise à disposition des produits finis aux clients.

Dans un système de gestion de production, la matière passe par trois grandes étapes qui sont : les approvisionnements, la production et la distribution. Le système de gestion doit coordonner le fonctionnement des trois étapes.

L'efficacité d'un système de gestion dépend essentiellement de la cohérence de l'ensemble des décisions prises et de la bonne circulation des informations nécessaires.

I-2.1 SYSTEMES DE DECISION

Dans un système de gestion de production, les décisions sont souvent prises en trois étapes ([FOG 83], [GIA 88]), la figure I.1 schématise les interactions entre ces décisions qui sont de type :

- Stratégique,
- Tactique,
- Opérationnel.

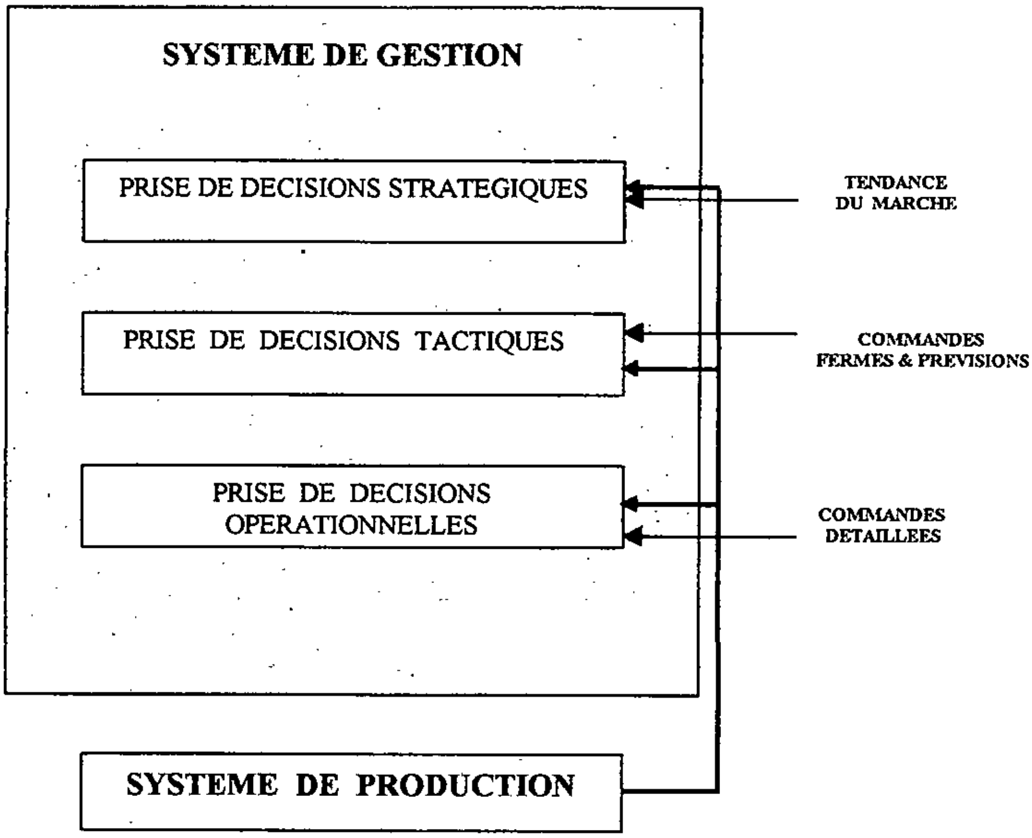


Fig. I-1 : Interaction entre décisions

1) Décisions stratégiques :

Ces décisions concernent les politiques et les stratégies à long terme (2 à 5 ans) définies au plus haut niveau de l'entreprise. Elles indiquent l'orientation des activités de l'entreprise et définissent les moyens à mettre en place pour l'accomplissement des fonctions telles que :

- Investissement pour l'acquisition de matériel (Machine, ...),
- Niveau et qualification de la main d'œuvre (Embauche, Sous-traitance,...),
- Structure du système de fabrication et de distribution (Nombre et localisation des usines et des dépôts),
- Conception des nouveaux produits, arrêt de fabrication de certains produits,
- Principe de fonctionnement (organisation en ateliers spécialisés, en ligne de fabrication, mise en place de M R P).
- ...

2) Décisions tactiques :

Elles correspondent à un ensemble de décisions couvrant une période variant de 6 à 18 mois et concernent l'organisation des produits (matériels et financiers) et des ressources (moyens techniques et humains). Les décisions tactiques définissent un plan de fabrication à partir du carnet de commandes fermes des clients et de la prévision de la demande.

3) Décisions opérationnelles :

Elles se situent au niveau de la gestion des flux des matières premières, des produits semi-finis et des produits finis pour atteindre les objectifs fixés au niveau des décisions stratégiques et tactiques. Ces décisions assurent l'ordonnancement et le suivi de la fabrication. Elles concernent les décisions de fonctionnement du système de production.

I-2.2 SYSTEME D'INFORMATION

Ce système représente l'ensemble des informations en circulation dans le système de gestion de production telles que la capacité de production, la demande, les fournisseurs, collectées dans l'environnement du système de production (Service achat, Service commercial, ...).

Les systèmes de décision et le système d'information sont fortement associés. En effet le rôle du système d'information est la transmission, le traitement et la mémorisation de toutes les informations permettant la prise de décision.

I-3 PLANIFICATION DE LA PRODUCTION

La planification de la production est une décision tactique qui vise à optimiser l'utilisation des facteurs productifs disponibles pour la production des articles et de satisfaire la demande en minimisant les stocks, les rebuts, les retards de livraison et le coût de fabrication.

La planification de la production vise la répartition des ressources en fonction des objectifs stratégiques de l'entreprise, des contraintes existantes et de la demande prévue [DIO 85].

Dans un système de gestion de production, il existe trois niveaux correspondant aux grandes étapes de la planification de production, [DOU 83], [GIA 88].

La figure I.2 schématise les niveaux dans un système de production.

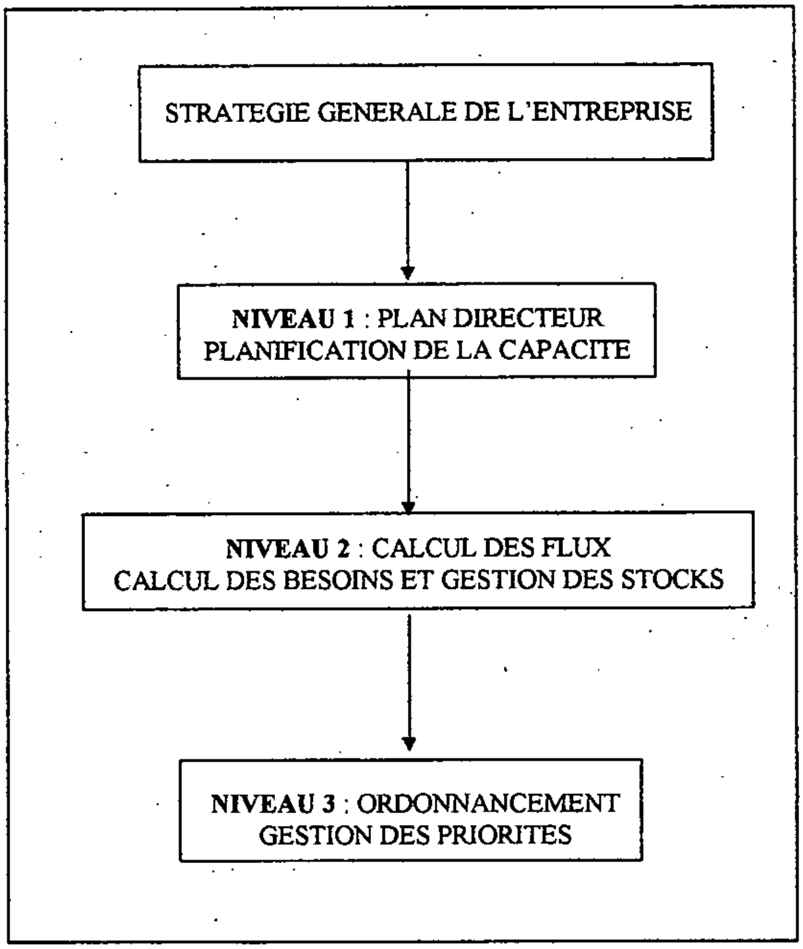


Fig. I-2 : Etapes de la planification

1-3.1 NIVEAU 1 : PLAN DIRECTEUR [BER 79], [GIA 88]

Cette étape consiste à élaborer un plan directeur qui a pour objectif principal la planification de la capacité et l'établissement des budgets. Son rôle est d'assurer un équilibre entre la capacité de production et la charge commerciale en tenant compte des données commerciales comprenant les commandes fermes, opérationnelles et prévisionnelles.

Le plan directeur détermine les familles de produits à fabriquer sur un horizon à moyen terme, en quelles quantités et à quelles dates. Il permet aussi de prévoir les charges futures du système physique de production et de définir les approvisionnements critiques.

1-3.2 NIVEAU 2 : CALCUL DES FLUX.

A partir du plan directeur de production, un calcul des besoins est effectué en tenant compte des stocks et des en-cours. A ce niveau, l'horizon est en général égal au cycle de fabrication augmenté du cycle moyen d'approvisionnement.

En planification de la production, on distingue plusieurs méthodes de planification et de gestion des flux, les plus importantes qui couvrent la plupart des situations rencontrées dans les unités de production sont :

- La planification des besoins en composant (M.R.P.).
- La planification hiérarchisée.
- Le Juste à Temps.

1-3.3 NIVEAU 3 : ORDONNANCEMENT.

A ce niveau, il s'agira de suivre le cheminement des produits à travers le processus de production; l'horizon varie en général d'un jour à une semaine en fonction de la durée moyenne de l'opération et de l'organisation des ateliers.
L'objectif de l'ordonnancement est de définir la meilleure utilisation des matières et des moyens humains et matériels dans les meilleurs délais, afin de satisfaire les demandes de fabrication définies aux niveaux 1 et 2.

Le suivi de production permet de fournir une photographie de la production à un instant donné; son rôle consiste à collecter les informations sur le déroulement de la fabrication permettant ainsi la prise de décision en vue de remédier aux perturbations enregistrées.

I-4 PLANIFICATION DES BESOINS EN COMPOSANTS « M.R.P. »

La méthode M.R.P. a été développée aux Etats-Unis dans les années 60 par Orlicky. D'autres auteurs ont poursuivi les recherches, on citera Oliver Wight [1981] , George Plossl [1985] et T.E Vollman, W.L Berry et D.C Whybak [1988] ([PLO 85], [VOLl 88], [WIG 81]) qui sont considérés comme les pionniers en matière de travaux sur la méthode M.R.P.

La méthode M.R.P. est une méthode de gestion synchronisée de stocks de fabrication. Ces stocks et les besoins associés sont liés les uns aux autres par les nomenclatures des produits.

Une extension de M.R.P. appelé Manufacturing Ressource Planning ou M.R.P.2 [WIG 81], [WIG 85] permet de prendre en compte les capacités effectivement disponibles. M.R.P.2 recouvre le système entier de gestion de production depuis le lancement de la fabrication jusqu'à la commercialisation en passant par la planification de la capacité, la gestion des approvisionnements, le suivi de fabrication, les finances et toutes les fonctions intervenant dans la gestion de production.

M.R.P. est une méthode de gestion prévisionnelle de matières et de capacité. En effet, à partir du plan de production des produits finis et de leurs nomenclatures, on évalue les besoins bruts consolidés et échéancés dans le temps en composants élémentaires à fabriquer ou à acheter. Les besoins nets sont estimés à leur tour en tenant compte des stocks et des en-cours de fabrication. La connaissance des gammes de fabrication permet de calculer les besoins en moyens matériels et humains.

Le système M.R.P. peut être schématisé par la figure I-3

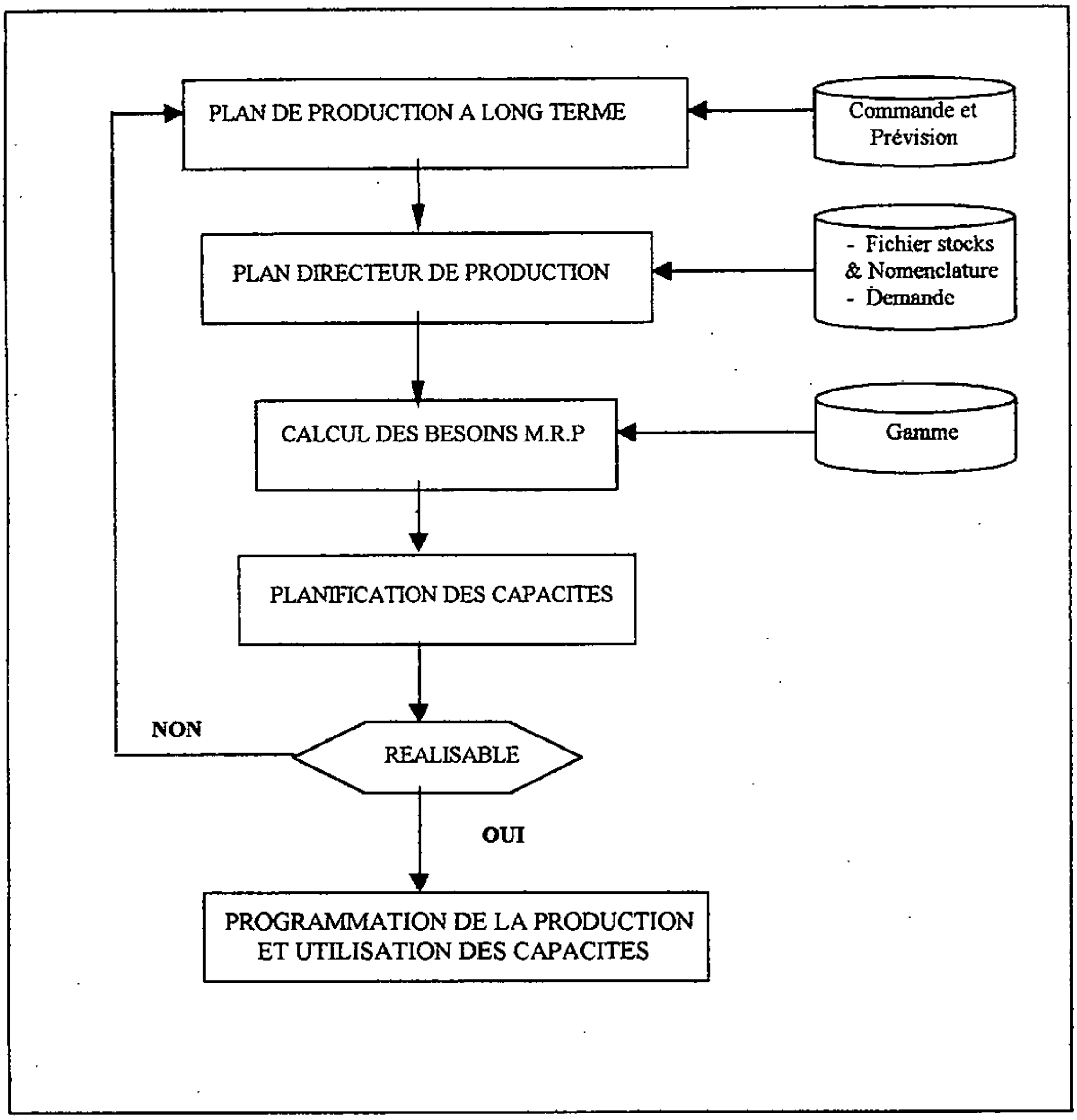


Fig. I-3 Logique M.R.P.

I-4.1 DONNEES NECESSAIRES POUR LA MISE EN PLACE DE M.R.P.

Pour la mise en place de M.R.P., des données techniques sont nécessaires. Elles permettent de décrire les produits finis et les moyens disponibles pour leur fabrication.

Les principales données techniques sont :

- ***Article***

Un article peut être un produit fini ou semi-fini, une matière première, un consommable.

- ***Nomenclature***

L'existence d'une nomenclature est nécessaire pour la mise en œuvre de la méthode M.R.P. La nomenclature définit la composition de l'article à fabriquer ; elle fournit une représentation globale des étapes d'élaboration du produit et permet d'indiquer les composants du niveau i+1 qui entrent dans la fabrication d'un composant de niveau i. On décompose ainsi le produit final en sous-ensembles, puis les sous-ensembles de niveau 1 en sous-ensemble de niveau 2, la décomposition est répétée jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible de diviser les composants.

- ***Etat des stocks***

La connaissance de l'état des stocks est très importante (stocks disponibles, livraisons attendues, ...). Une gestion physique des entrées et sorties du magasin est nécessaire; les modes de gestion physique sont très divers et varient en fonction de la taille des articles et de la fréquence de mouvements, ...

- ***Délai d'obtention***

Le délai d'obtention est la somme des temps opératoires depuis le lancement jusqu'à l'obtention du produit final, les temps d'attente étant inclus ; ce délai est nécessaire pour la définition des périodes de lancement.

- ***Fichier Gamme et fichier des capacités des centres de production***

La gamme décrit la séquence des opérations nécessaires à la réalisation d'un produit, elle fournit les temps opératoires nécessaires à la production de l'article par centre de production.

La capacité des centres de production mesure l'aptitude d'un système de production à fabriquer une quantité de biens ; elle est exprimée habituellement en heures de travail.

L'équilibre entre la charge de travail souhaitée et la capacité disponible est un des objectifs important de l'entreprise. Pour évaluer une charge de travail en heure, il faut connaître les temps standards donnés par les gammes de fabrication.

• *Connaissance des priorités*

L'utilisation des règles de priorité permet l'ajustement charge/capacité en effectuant un retard de livraison sur certaines références par rapport à d'autres. La connaissance des ordres de priorités est aussi indispensable pour la définition du plan de production.

I-4.2 PRINCIPE M.R.P. [GIA 88]

La logique de calcul M.R.P. se présente comme une méthode itérative composée de cinq phases :

1) Détermination des besoins bruts

Ce calcul permet, à partir des commandes fermes et/ou prévisionnelles et des nomenclatures des produits, de déterminer dans le temps, les besoins en sous-ensembles, composants et matières premières nécessaires pour la fabrication des produits finis. Les besoins bruts ne prennent pas en considération le stock initial disponible et les quantités éventuellement en attente de livraison.

2) Détermination des besoins nets

En partant des besoins bruts, du stock disponible et des livraisons attendues, on détermine les quantités à fabriquer et à approvisionner ainsi que les dates associées.

3) Calcul des lots économiques

Dans un système M.R.P., le calcul de la quantité économique à livrer pour satisfaire les besoins est nécessaire. Il existe plusieurs règles de lotissement et plusieurs recherches ont été faites dans ce domaine. On peut citer les principales règles utilisées, à savoir :

- Quantité économique de commande de Wilson.
- Quantité fixe de commande.
- Technique de lot par lot.
- Quantité découlant de l'application de l'algorithme de Wagner et Whitin.
- Quantité découlant de l'application de l'heuristique de Silver et Meal.

4) Détermination des charges découlant du programme de production

La charge mesure la quantité de flux requise pour satisfaire la demande. Elle est calculée grâce au plan directeur de fabrication et de la gamme. Elle est exprimée généralement en heures travaillées.

5) Ajustement « Charge et Capacité »

Le plan directeur sert à réaliser l'équilibre entre la charge et la capacité ; cet équilibre se fait soit :

- Sur capacité : modification des ressources,
- Sur charge : stockage saisonnier, retard, ...

I-4.3 GESTION DE PRODUCTION ASSISTEE PAR ORDINATEUR (G.P.A.O.)

L'informatisation de la gestion de production est devenue aujourd'hui une nécessité. Des centaines de progiciels de G.P.A.O. [CHA 83], [LEV 85] ont été développés et mis en place au niveau des petites, moyennes et grandes entreprises. La majorité de ces progiciels sont fondés sur la technique M.R.P. [DOU 83] , [DOU 94], et comprennent généralement les étapes suivantes :

1) Gestion des données techniques : Ce sont les données qui décrivent la structure du système de production. Elles comprennent :

- L'article (produits Finis, produits Semi-finis, composants, matières premières).
- La nomenclature,
- La gamme de fabrication,
- Le poste de charge : Moyens Humains et Matériels,

2) Gestion des données commerciales : Le système de gestion de production intègre les commandes fermes et les prévisions de vente, traite ces informations pour les traduire en plan de production.

3) Calcul des besoins : Connaissant le programme de production, on peut calculer les besoins bruts en composants grâce au fichier article et nomenclature, puis, en tenant compte des stocks et en cours, on calcule les besoins nets jalonnés dans le temps.

4) Gestion des stocks et approvisionnements : Le calcul des besoins nets permet de déterminer les ordres de fabrication et les ordres d'achats ; ces derniers sont transformés en commandes aux fournisseurs qui donnent lieu à des réceptions de matières et à la mise à jour des stocks.

5) Ordonnancement et lancement : Les ordres de lancement sont pris en charge par le service ordonnancement et lancement qui permet la planification des ordres, connaissant la gamme et les moyens de fabrication.

6) Suivi de fabrication : Le suivi de fabrication permet de connaître l'état de l'atelier. Ces informations remontent vers les différentes fonctions pour réagir à toutes les perturbations.

I-5 PLANIFICATION HIERARCHISEE

L'approche hiérarchisée consiste à décomposer le problème de planification en sous problèmes, chaque sous problème est lié à un niveau dans une hiérarchie. Il s'agira de travailler sur des regroupements homogènes d'un nombre plus ou moins important de références.

La technique de planification des besoins en composants vise à effectuer une programmation prévisionnelle en composants alors que celle de la planification hiérarchisée ne s'intéresse qu'au produit final. La planification hiérarchisée est utilisée dans les unités de production qui fabriquent plusieurs centaines de produits. Vu le nombre important d'informations à prendre en compte, la recherche d'une solution optimale est très coûteuse d'où la nécessité de simplifier le problème pour pouvoir le résoudre plus rapidement.

Afin de maîtriser la complexité, on utilise les méthodes d'agrégation et de désagrégation dont le principe consiste à résoudre un modèle agrégé de dimensions acceptables. A partir de la solution obtenue, une solution du problème initial est obtenue par désagrégation.

Dans la planification hiérarchisée, il existe plusieurs types d'agrégation [HET 96]

- Agrégation des produits,
- Agrégation des moyens,
- Agrégation du travail,
- Agrégation du temps,
- Combinaison des différentes agrégations.

Pour assurer le bon fonctionnement des systèmes de décision, le concept de robustesse et de cohérence est utilisé permettant ainsi l'existence d'au moins une solution détaillée qui soit compatible avec les décisions agrégées.

Les avantages de la planification hiérarchisée sont :

- Un faible coût de traitement.
- Une meilleure fiabilité des données.
- Une implantation facile du système.
- Une réduction de la complexité.

Nous présenterons l'approche de Hax et Meal [1975] ([HAX 75]) qui est basée sur une agrégation des produits, sa démarche se base sur trois niveaux d'agrégation :

- **Niveau 1** : Articles correspondant aux produits finis soumis à la demande extérieure,
- **Niveau 2** : Famille qui comporte un ensemble d'articles dont le processus de fabrication est identique,

- **Niveau 3** : Type qui comporte un ensemble de familles ayant la même évolution tendancielle et saisonnière, le même coût de fabrication, le même coût de stockage et la même productivité.

La planification s'effectue en trois phases :

- **Phase 1** : Programmation par type de référence.

Cette phase effectue une programmation agrégée par type de référence sur un horizon de planification variant entre 3 mois et une année pour tenir compte de la fluctuation de la demande.

L'instrument utilisé est la programmation linéaire qui tient compte des coûts de production et de stockage ainsi que des heures de travail régulières et supplémentaires.

- **Phase 2** : Désagrégation de la production de chaque type en production par famille d'articles.

Cette désagrégation est faite pour la première période de l'horizon de planification ; les autres périodes sont fonction des ajustements qui devront être effectués sur la première période.

Dans cette phase, il s'agira de :

- Déterminer les familles mises en production,
- Déterminer le volume de production initial des familles d'articles,
- Déterminer le volume de production définitif des familles d'articles.

- **Phase 3** : Désagrégation de la production par famille d'articles en production par article.

Cette phase consiste à répartir la production agrégée d'une famille d'articles entre les articles qui constituent cette famille.

Les premiers auteurs à avoir proposé une structure hiérarchisée pour la planification de la production sont Hax et Meal [1975], structure qui s'est concrétisée par plusieurs réalisations. Cette hiérarchie est basée sur une agrégation logique des produits.

D'autres approches ont été proposées par la suite, on citera celles de Dempster et Al [1981] et Libosvar [1988] ([DEM 81] , [LIB 88] , [XIA 89]) utilisant des techniques différentes de formulation.

I-6 JUSTE A TEMPS (J.A.T)

Le Juste à temps est apparu au Japon. Il se base sur une démarche connue sous le nom de « Méthode du stock zéro » ou à « flux tiré » où la demande est générée par la consommation et uniquement par elle. Contrairement aux techniques de planification MRP qui appartiennent à la famille de production à " flux poussés" ; en effet elles permettent par une programmation prévisionnelle d'anticiper la demande de composants.

Le J.A.T a pour objectif d'éliminer toutes les sources de gaspillage par une recherche permanente d'amélioration du processus de production [GIA 88], en :

- Eliminant les stocks,
- Diminuant les pertes en temps et en matières par une maintenance préventive,
- Utilisant aux mieux des ressources humaines par la polyvalence,
- Réduisant les temps de préparation.

L'approche Juste a temps utilise un plan directeur de production et un système de gestion de flux.

1) Plan Directeur de Production (P.D.P)

Le Plan directeur de production du J.A.T est établi sur un horizon prévisionnel court qui est en général inférieur au cycle, ce délai ne dépasse pas habituellement trois mois.

Dans l'approche J.A.T, on ne produit pas pour les stocks ; lorsque la charge qui découle du P.D.P est inférieure aux capacités, le temps excédant est utilisé pour la maintenance, dans le cas contraire, on utilise la ressource polyvalente ou on fait appel aux heures supplémentaires.

2) Système KANBAN

Le KANBAN [GIA 88] est un mode de gestion décentralisé des flux d'informations et des flux de production qui utilise des étiquettes correspondant à des ordres de fabrication, on retrouve dans le système KANBAN deux types d'étiquettes :

Etiquette de production : le lancement de la fabrication est conditionné par l'envoie d'étiquettes par le centre utilisateur ; ces étiquettes mentionnent le numéro de la référence et la quantité que contient le conteneur et circulent entre le centre de production et l'air de stockage.

Etiquette de transfert : les étiquettes de transfert circulent entre l'air de stockage et le centre de production des demandeurs et sont utilisées dans le cas d'une production à multi-produits, elles permettent de libérer les étiquettes de production.

Lorsqu'il n'y a plus de KANBAN, on arrête le transport et la fabrication, cette règle est l'une des plus importantes puisqu'elle évite la production prématurée qui est considérée comme un énorme gaspillage.

Le système KANBAN est surtout applicable dans le domaine de la grande série ou des petites séries répétitives, ce système est mal adapté aux brusques variations des charges et aux demandes peu fréquentes.

L'approche J.A.T suppose un environnement de production extrêmement exigeant et les conditions d'application sont difficiles à mettre en œuvre, certaines conditions sont nécessaires [HET 96] telles que la standardisation des travaux et l'adaptation du processus de fabrication.

L'étape de définition du plan de fabrication est très importante dans la planification de production pour tous les systèmes de production (M.R.P, J.A.T, planification hiérarchisée), le recours à des modèles mathématiques et des méthodes d'optimisation devient nécessaire, plusieurs méthodes de résolution sont proposées dans les chapitres qui suivent ainsi qu'une méthodologie de résolution.

CHAPITRE II

PRESENTATION DES APPROCHES DE RESOLUTION POUR LES PROBLEMES DE PLANIFICATION

Ce chapitre a pour but de présenter la problématique de la planification de la production. Nous passerons en revue les approches de résolution les plus utilisées dans la planification de la production dans le cas déterministe et dans le cas aléatoire.

II-1 INTRODUCTION

La planification de la production est l'une des activités les plus importantes dans un système de gestion de l'entreprise, son rôle est de déterminer les objectifs ainsi que les moyens pour les réaliser. Une activité de contrôle permet la comparaison entre les réalisations et les objectifs prévus par la planification et décide des correctifs à faire en cas de perturbation (Fig. II.1).

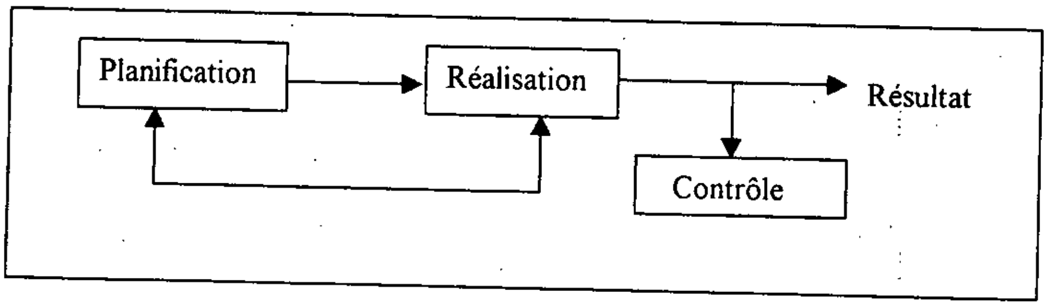


Fig. II-1 : Relation entre les fonctions de Gestion

La planification est définie selon la longueur de son horizon, nous avons 3 types de planification [FOG 83], [VOL 88] :

- Planification à long terme : elle concerne les décisions stratégiques,
- Planification à moyen terme : elle concerne les décisions tactiques,
- Planification à court terme : elle concerne les décisions opérationnelles.

Pour certains auteurs [GIA 88], la planification de la production se situe au niveau des décisions tactiques, elle a pour rôle de définir un plan de production sur un intervalle de temps à moyen terme.

« La planification de la production est une décision tactique qui répond à un souci de régulation à moyen terme de la production et constitue un lien entre les décisions opérationnelles et les décisions tactiques » [GIA 88].

Dans notre travail, nous nous intéresserons au plan de production à moyen terme qui utilise les données agrégées, son but est :

- De construire un programme faisable et optimal en tenant compte des différentes contraintes à la fois internes (technique, organisation) et externes (client, fournisseur),

- D'optimiser l'utilisation des facteurs productifs disponibles pour la fabrication des différents produits (main d'œuvre, machine),

- De déterminer les quantités de produits à fabriquer par centre de production et pour chaque processus de fabrication, ainsi que le niveau de stocks en produits finis et semi-finis,

- De prévoir les décisions à prendre sur les capacités, les flux et les ressources humaines et matérielles.

II-2 LE PLAN DE PRODUCTION [BER 79], [BUX 89], [GIA 88]

« La planification de la production vise à optimiser l'utilisation des facteurs productifs, c'est un processus de traitement de l'information aboutissant à une programmation prévisionnelle s'appuyant sur une démarche d'optimisation » [GIA 88].

Dans un problème de planification, deux cas peuvent se présenter :

- Cas statique : l'horizon de planification est fixe, la demande est supposée stationnaire.

- Cas dynamique : l'horizon de planification est subdivisé en plusieurs périodes, la demande en produits est variable.

Dans la suite de ce mémoire, nous nous intéresserons uniquement aux problèmes dynamiques de détermination d'un plan de production.

Le plan de production fait intervenir des données physiques et comptables qui sont analysées périodiquement pour aboutir à une programmation prévisionnelle sur l'horizon de planification [GIA 88] , [MON 74]:

- ***Données Physiques***

Elles sont représentées par :

- Les stocks disponibles, les livraisons attendues, la demande non satisfaite,
- La demande prévisionnelle,
- La capacité de production : machine et main d'œuvre,
- Les données techniques : macro gamme, macro nomenclature.

- ***Données Comptables***

Elles sont représentées par :

- Les coûts de production : coûts fixes (ex : coût de lancement) et coûts variables (ex : main d'œuvre régulière, matière),
- Le coût de stockage : concerne le coût de stockage du produit, l'assurance, les taxes et les coûts de détérioration ou obsolescence.
- Les coûts commerciaux liés à la demande non satisfaite,
- Les coûts de modification du système de production : concernent les coûts dus aux heures supplémentaires, augmentation du personnel, formation de nouveaux employés, chômage technique, ...
- Les coûts de modification de la capacité (ex : changement de machine).

A partir des données physiques et comptables, on abouti à une programmation prévisionnelle. Un plan de production est défini, il détermine [GIA 88] :

- Les quantités de produits finis et semi-finis a produire par centre de production et pour différents processus de fabrication,
- Le niveau des stocks en produits finis et semi-finis, ainsi que l'approvisionnement en matières premières,
- L'utilisation des moyens humains et matériels en heures régulières et en heures supplémentaires, ainsi que la sous-traitance.

II-3 APPROCHES DE RESOLUTION

Il existe plusieurs approches de résolution des problèmes de détermination du plan de production. Nous allons passer en revu les approches les plus utilisées dans la planification de la production, nous citerons :

- Les approches Analytiques,
- Les approches Heuristiques,
- La simulation.

Dans les problèmes de planification, certains paramètres de gestion ne sont pas connus avec certitude, il sont sujets à des phénomènes aléatoires. Deux cas seront alors considérés :

- Cas 1 : Les données sont connues avec certitude,
- Cas 2 : Les données sont indéterminées ou aléatoires.

II-3.1 APPROCHES ANALYTIQUES

Parmi les méthodes analytiques les plus utilisées dans les problèmes de détermination du plan de production, on retient la programmation dynamique et la programmation linéaire [GIA 88] qui ont connu un champ d'application important. On citera d'autres approches qui ont fait l'objet de certaines applications dans le domaine de la planification (ex : fonction quadratique des coûts). Nous aborderons aussi l'aspect aléatoire du problème, en effet certains paramètres de production tels que la demande, le délai de réapprovisionnement et les pannes au niveau des machines, ne sont pas toujours connus avec certitude.

1) La programmation Dynamique

La programmation dynamique a fait l'objet de plusieurs recherches pour la résolution de problèmes de prises de décision. Les premières recherches concernaient la détermination de la quantité économique, elles ont été ensuite étendues à la planification de la production.

La programmation dynamique est une technique très puissante pour la résolution des problèmes dans le cas des systèmes dynamiques à plusieurs périodes. Elle est basée sur le principe d'optimalité de BELLMAN qui s'énonce comme suit :

« Une politique optimale est telle que, quel que soit l'état initial et la décision initiale, les décisions suivantes doivent constituer une politique optimale par rapport à l'état résultant de la première décision ».

Nous présenterons un problème général de planification qui sera facile à modifier selon la spécificité désirée telle que l'introduction de la contrainte capacité par exemple [GIA 88], [MON 74].

Soit la formulation d'un problème de définition d'un programme de fabrication dans un système de production dynamique avec produit unique :

a) *Définition des variables des paramètres du problème*

- t : Indice de la période,
- T : Horizon de planification,
- X_t : Production pendant la période t, $t \in T$
- S_t : Stock Physique au début de la période t, $t \in T$
- D_t : Demande pendant la période t, $t \in T$
- $C_t(X_t, S_t)$: Coût de production de X_t unités durant la période t, et de stockage de S_t unités durant la période t,
- $F_t(S_t)$: Coût Minimal pour les périodes t, t+1, ..., T, Sachant que le stock au début de la période t est S_t.

b) *Formulation dans le cas déterministe*

Etant donné que le stock en début de période t est S_t, la décision optimale consiste à comparer les coûts de production et de stockage associés à toutes les productions possibles durant la période t.

On peut formuler la recherche de la production optimale pour la période t sachant que le stock au début de la période est S_t par :

$$F_t(S_t) = \underset{X_t}{Min}\left[C_t(X_t, S_t) + F_{t+1}(S_{t+1})\right] \qquad (1)$$

$$S_{t+1} = S_t + X_t - D_t \qquad (2)$$

Où D_t est supposée connue avec certitude.

La relation (2) signifie que le stock au début de la période t+1 est égal au stock de la période précédente t, augmenté de la production de la période précédente, diminué de la demande de la période précédente t.

Nous avons présenté l'application de l'algorithme général de la programmation dynamique a la planification de la production. La programmation dynamique permet aussi de traiter les problèmes de définition d'un programme optimal de fabrication avec différentes structures de coûts.

- Modèle avec coût convexe «décroissant» : une fonction de coût C(X) est convexe si chaque unité additionnelle coûte au moins autant que la précédente.

$$C(X+1) - C(X) \geq C(X) - C(X-1)$$

$$[C(X+1) + C(X-1)]/2 \geq C(X).$$

- Modèle avec coût concave «croissant» : une fonction de coût C(X) est concave si chaque unité additionnelle coûte au plus autant que la précédente.

$$C(X+1) - C(X) \leq C(X) - C(X-1)$$

$$[C(X+1) + C(X-1)]/2 \leq C(X).$$

Un algorithme spécifique est nécessaire pour résoudre les problèmes de planification avec coûts convexes et concaves. LAND (1958) [GIA 88] fût le premier a proposer un algorithme permettant de résoudre ce type de problèmes, d'autres recherches ont été faites par la suite [GIA 88], [MON 74].

L'algorithme général de la programmation dynamique est de type « backward », il part de la dernière période pour remonter à la première période. Les algorithmes spécifiques qui sont utilisés dans les cas convexes et concaves sont de types « forward », ils partent de la période actuelle pour s'éloigner dans le temps [GIA 88].

c) Formulation dans le cas stochastique

Dans les problèmes de planification, la prise de décision est souvent sujette à des phénomènes aléatoires. La programmation dynamique stochastique permet de résoudre ce type de problèmes dans un système de production dynamique avec produit unique (ou un nombre restreint de produits) [CRO 72], [MAZ 97] , [MON 74].

Soit le problème de planification défini dans (b), On suppose que les demandes D_t sont mutuellement indépendantes. D_t est une variable aléatoire avec une distribution de probabilité $g(D_t)$.

La recherche d'un plan optimal avec incertitude sur la demande peut être formulé comme suit :

$$\begin{cases} F_t(S_t) = \underset{X_t}{Min}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}[C_t(X_t,S_t) + F_{t+1}(S_{t+1})]\,g_t(D_t)dD_t\right\} & (1) \\ S_{t+1} = S_t + X_t - D_t & (2) \end{cases} \qquad (2.1)$$

(1) et (2) du problème (2.1) peuvent être regroupés et on obtient :

$$F_t(S_t) = \underset{X_t \geq 0}{Min}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}[\,C_t(X_t,S_t) + F_{t+1}(S_t + X_t - D_t)\,]\,g_t(D_t)dD_t\right\} \qquad (3)$$

En supposant que $C_t(X_t,S_t) = C_t(X) + H_t^+(S_t^+) + H_t^-(S_t^-)$

Où S_t^+ et S_t^- sont respectivement le stock et la demande non satisfaite à la fin de la période t, H_t^+ et H_t^- les coûts correspondants.

L'équation (3) devient :

$$\boxed{F_t(S_t) = \underset{X_t \geq 0}{Min}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\overline{C}_t(X_t,S_t) + F_{t+1}(S_t + X_t - D_t)\,\right]g_t(D_t)dD_t\right\}}$$

avec :

$$\boxed{\overline{C}_t(X_t,S_t) = \left\{\int_{-\infty}^{+\infty}C_t(X)g_t(D_t)dD + \int_{-\infty}^{S_t+X_t}H_t^-(S_t^-)g_t(D_t)dD_t + \int_{S_t+X}^{+\infty}H_t^+(S_t^+)g_t(D_t)dD_t\right\}}$$

On résout cette équation pour t=T puis t=T-1 et ainsi de suite jusqu'à obtention de $F_t(S_t)$ qui représente le coût minimal.

La programmation dynamique permet de résoudre des problèmes de planification de la production avec différentes structures de coûts. Elle est généralement utilisée dans le cas du produit unique ou famille restreinte d'articles. Lorsque le nombre d'articles ou de contraintes devient important, la résolution par la programmation dynamique devient difficile, dans ce cas la programmation linéaire se révèle être meilleure que la programmation dynamique.

2) La programmation linéaire

La programmation linéaire permet de traiter des problèmes très complexes de définition du programme optimal de fabrication avec coûts et contraintes linéaires modélisés sous la forme de :

- Modèle à plusieurs niveaux,
- Modèle à plusieurs produits et plusieurs périodes,
- Modèle avec plusieurs processus de fabrication.

a) Exemples d'application

Il existe plusieurs formulations du problème de panification utilisant la programmation linéaire, nous présenterons un modèle de détermination d'un programme de fabrication avec niveau d'emploi et heures supplémentaires dans un système multi-produits et multi-périodes ([GIA 88], [MON 74]).

- ***Définition des Variables***

T : Horizon de planification qui est subdivisé en plusieurs périodes t,

I : Ensemble de Produits Finis,

K : Nombre de ressources existantes,

D_{it} : Demande externe en produits finis à commercialiser, $i \in I$, $t \in T$,

R_{kt} : Capacité Maximale en ressource de type k dans la période t, $t \in$, $k=1,\ldots, K$.

r_{ik} : Capacité utilisée par type de ressource k pour produire i, $i \in I$, $k=1,\ldots, K$.

C_{it} : Coût Variable pour produire une unité du produit i, dans la période t, $i \in I$, $t \in T$,

h_{it} : Coût de stockage du produit i dans la période t, $i \in I$, $t \in T$.

l_{it} : Coût de pénalité pour la demande non satisfaite en produit i dans la période t, $i \in I$, $t \in T$,

e_t : Coût horaire de la main d'œuvre en heure régulière,

f_t : Coût horaire de la main d'œuvre en heures supplémentaires,

g_t : Coût dû à l'augmentation de la main d'œuvre,

v_t : Coût dû à la diminution de la main d'œuvre,

X_{it} : Nombre d'unités du produit i, $i \in I$, produites pendant la période t, $t \in T$,

S_{it} : Stocks en produit i, $i \in I$, au début de la période t, $t \in T$,

L_{it} : Demande non satisfaite en produit i, $i \in I$, dans la période t, $t \in T$,

W_t : Nombre d'heures régulières de main d'œuvre utilisées dans la période t, $t \in T$.

O_t : Nombre d'heures supplémentaires de main d'œuvre utilisées dans la période t, $t \in T$.

A_t : Augmentation de la main d'œuvre dans la période t, $t \in T$.

B_t : Diminution de la main d'œuvre dans la période t, $t \in T$.

- ***Formulation***

$$
\left\{
\begin{array}{lll}
Min\, Z = \sum_{t \in T} \left[e_t W_t + f_t O_t + g_t A_t + v_t B_t + \left(\sum_{i \in I} C_{it} X_{it} + h_{it} S_{it} + l_{it} L_{it} \right) \right] & & \\
Sc & & \\
S_{i,t-1} + X_{it} - S_{it} = D_{it} & i \in I, t \in T & (1) \\
\sum_{i \in I} r_{ik} X_{it} \leq R_{kt} & t \in T, k = 1, \dots, K & (2) \\
W_t = W_{t-1} + A_t - B_t & t \in T & (3) \\
X_{it} \geq 0, S_{it} \geq 0, L_{it} \geq 0 & i \in I, t \in T & \\
W_t \geq 0,\ A_t \geq 0,\ B_t \geq 0,\ O_t \geq 0 & t \in T &
\end{array}
\right. \qquad (2.2)
$$

La contrainte (1) est la contrainte de conservation du produit fini.

La contrainte (2) est la contrainte de capacité.

La contrainte (3) est la contrainte de changement du niveau de la main d'œuvre.

Ce problème peut être facilement résolu par la méthode du simplexe, il existe plusieurs autres formulations du problème de détermination d'un plan de production qui peuvent être traités par la programmation linéaire, nous citerons [MON 74] :

- **Modèle avec seulement coût de production et coût de stockage** : ce problème concerne généralement les situations où on a plusieurs sources de production pour un produit unique. Deux types de contraintes sont introduits dans ce modèle, la contrainte de conservation du produit fini et la contrainte de capacité

- **Modèle avec plusieurs processus de fabrication** : ce type de problèmes est connu sous le nom de « Process Selection Decision », on suppose que chaque produit peut être fabriqué selon plusieurs processus de fabrication. Il s'agira de trouver celui qui minimise les coûts de fabrication et de stockage, la contrainte sur les ressources et la contrainte de conservation du produit fini sont introduites dans le modèle.

- **Modèle avec multi-niveaux et plusieurs process :** dans ce type de problèmes, on suppose que le produit passe par plusieurs étapes avant d'obtenir le produit final (existence de produits semi-finis), plusieurs processus de fabrication sont utilisés pour la fabrication des produits. En plus des deux contraintes de capacité et de conservation du produit fini, on ajoute au modèle la contrainte qui lie le produit fini au produit semi-fini par la nomenclature.

- **Modèle avec coûts dus au changement du taux de production** : ce type de problème est connu dans la littérature sous le nom de : « smoothing problem ». Ce modèle prend en considération les coûts dus au changement du niveau de production d'une période à l'autre. Dans ce modèle, on peut inclure aussi le coût de changement de capacité (ex : augmentation ou diminution de la force de travail).

Nous avons cité quelques modèles de définition d'un plan optimal de fabrication utilisant la programmation linéaire, d'autres facteurs et d'autres contraintes peuvent être introduits dans ces modèles tels que :

- L'utilisation d'une ressource k comprise entre 2 bornes.
- La possibilité de faire varier la position du stock entre 2 bornes.
- La maximisation du profit au lieu de minimisation des coûts.
- ...

Les applications de la programmation linéaire sont très nombreuses surtout dans le domaine de la planification (plusieurs produits, plusieurs processus productifs, ...). La programmation linéaire permet de traiter des problèmes très complexes, mais elle reste limitée par la structure des coûts qu'elle met en œuvre (coûts marginaux non décroissants).

b) La Goal Programming

La Goal Programming ou programmation à objectifs multiples est une généralisation de la programmation linéaire qui permet de résoudre les problèmes de décisions à objectifs multiples. La programmation linéaire ne traite que les problèmes à une seule fonction objectif, or souvent les différents objectifs à atteindre ne peuvent être exprimés par une fonction unique, et parfois même il est difficile de les exprimer en contraintes.

La Goal programming permet de satisfaire plusieurs objectifs possibles et de résoudre des problèmes de décision à plusieurs buts tels que [FOG 83] :

- La production doit être suffisante pour satisfaire la demande,
- Les coûts de production et de stockage doivent être minimisés,
- Les investissements ne doivent pas excéder une certaine limite,
- Les heures supplémentaires ne doivent pas dépasser une certaine limite,
- L'utilisation au mieux des capacités de production installées.

Tous ces objectifs peuvent être exprimés sous forme de buts à atteindre. Il est parfois difficile de satisfaire tous ces objectifs qui peuvent être contradictoires d'où la nécessité de procéder à leur classification par degré d'importance ou de préférence. La goal programming utilise les déviations qui représentent l'écart entre l'objectif et sa cible, la fonction objectif est une somme pondérée ou hiérarchique de ces déviations (annexe 1).

Soit un exemple de détermination d'un programme de fabrication [FOG 83] formulé comme suit :

$$\begin{cases} Max\ \ Z = C_M X_M + C_C X_C \\ Sc \\ r_{1M} X_M + r_{1C} X_C \leq R_1 \\ r_{2M} X_M + r_{2C} X_C \leq R_2 \\ v X_M + v X_C \leq V \end{cases} \tag{2.3}$$

Où :

- C_M : Profit obtenu en produisant l'article M (moteur),
- C_C : Profit obtenu en produisant l'article C (Compresseur)
- r_{iM} : Nombre d'heures nécessaires pour la fabrication du produit M par la ressource i, i=1, 2
- r_{iC} : Nombre d'heures nécessaires pour la fabrication du produit C, par la ressource i, i=1, 2
- R_i : Capacité maximale de la ressource i, i=1,2.
- v : Volume nécessaire pour stocker les produits fabriqués
- V : Volume maximal disponible.

Il s'agit de déterminer la quantité des deux produits à fabriquer pour satisfaire les objectifs suivants :

- Avoir un profit de valeur P,
- Ne pas dépasser le montant prévu pour le stock qui est limité à une somme de S unités monétaires. Les coûts de stockage des deux produits sont respectivement h_M, h_C.

En utilisant la goal programming, les contraintes du problème (2.3) se transforment en :

$$\begin{cases} r_{1M}X_M + r_{1C}X_C + d_1^- - d_1^+ = R_1 \\ r_{2M}X_M + r_{2C}X_C + d_2^- - d_2^+ = R_2 \\ v\,X_M + v\,X_C + d_3^- - d_3^+ = V \end{cases}$$

Si la limite du stock en valeur est de S, nous aurons : $h_M X_M + h_C X_C + d_4^- - d_4^+ = S$

Le profit est défini alors comme suit : $C_M X_M + C_C X_C + d_5^- - d_5^+ = P$

On doit donc satisfaire plusieurs objectifs qui peuvent être contradictoires, on a trois priorités :

- Priorité 1 : Minimiser d_4^+
- Priorité 2 : Minimiser d_5^+
- Priorité 3 : Minimiser $d_1^- + d_2^- + d_3^-$

Il s'agit de trouver la meilleure solution qui permet de :

- Ne pas excéder le montant disponible pour les stocks,
- Réaliser le profit voulu,
- Ne pas dépasser les capacités disponibles.

La goal programming a connu plusieurs applications concernant la détermination d'un plan de production, et cela dans différents domaines (agricole, industrie chimique, industrie électrique, ...) [LOC 78], [ROM 84], [SAN 78].

La goal Programming est utilisée pour traiter les problèmes multicritères, elle permet de prendre en compte plusieurs objectifs exprimés avec différentes mesures (U.M., heures, ...). En effet, si on veut maximiser le profit, avoir un personnel stable, diversifier la ligne de production et minimiser la pollution, ces objectifs ne peuvent être tous exprimés en une seule unité.

La goal programming permet de traiter des problèmes avec des contraintes non rigides. Par exemple, nous pouvons tolérer un excès en stocks ou dépasser la contrainte de capacité en heure supplémentaire si nous pouvons livrer nos produits à temps. La priorité revient à la satisfaction des clients.

Malgré les avantages que procure la goal programming, tout de même elle reste limitée. En effet elle ne traite que les problèmes ayant des contraintes linéaires.

c) Introduction du phénomène aléatoire

Dans les différents modèles qui traitent des problèmes de détermination d'un plan de fabrication, nous avons supposé que les données étaient parfaitement définies, or en réalité, il existe des incertitudes considérables sur plusieurs paramètres en particulier au niveau de la demande.

Tout problème de détermination d'un plan optimal de production utilisant la programmation linéaire peut être formulé comme suit :

$$\begin{cases} \quad Min\ f(X) = CX \\ Sc \\ \quad A\,X \leq B \\ \quad X \in R^n, \qquad X \geq 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

X : Vecteur des variables de décision,
A : Matrice des conditions,
B : Vecteur des contraintes,
C : Vecteur des coûts,

A, B et C peuvent être aléatoires. Les caractéristiques de distribution des variables aléatoires peuvent être connues (cas du risque) ou inconnues (cas de l'indétermination). Le cas du risque correspond à la situation où l'expérience, la statistique et l'analyse des processus permettent d'établir les caractéristiques probabilistes des paramètres du problème. Dans le cas d'indétermination, les statistiques historiques sont insuffisantes pour connaître la distribution de la variable aléatoire.

Avec l'introduction de l'aléa, nous obtenons un problème de programmation linéaire stochastique formulé comme suit :

$$\begin{cases} \quad Min\ \ f(X,\varepsilon\,) = L(C,\,X) \\ Sc \\ \quad g_i(X,\,\varepsilon\,) \leq 0 \qquad\qquad i = 1,\ldots,m \\ \quad X \in R^n, \qquad X \geq 0 \end{cases} \tag{2.5}$$

Où :

ε : Vecteur des paramètres aléatoires ;
L(C, X) : Forme linéaire du problème stochastique;

La programmation stochastique dans les modèles de programmation linéaire permet de résoudre les problèmes de planification dans les conditions de risque ou d'indétermination. Dans ce type de problèmes, il est nécessaire de définir le facteur de qualité du problème stochastique à résoudre. Plusieurs formes existent, nous citerons [GOL 73] :

a) L'espérance mathématique de la forme linéaire,
b) La variance de la forme linéaire,
c) La combinaison linéaire de l'espérance mathématique et de la variance de la forme linéaire,
d) La probabilité d'une forme linéaire dépassant un certain seuil fixé,
e) L'espérance mathématique de la fonction d'utilité de la forme linéaire,
f) Le maximin de la forme linéaire (maximum sur X et minimum sur les scénarii)
g) Le maximin de l'espérance mathématique de la forme linéaire (maximum sur les distributions de X et minimum sur les distributions de A, B, C et les scénarii) .

La méthode la plus simple pour traiter les problèmes de planification avec incertitude consiste à remplacer les paramètres aléatoires par leurs valeurs moyennes, il s'agira par la suite de traiter un problème de programmation linéaire déterministe. Cette solution n'est pas toujours possible pour tous les problèmes de planification et ne permet pas toujours d'avoir une solution admissible.

Dans le cas où l'incertitude existe uniquement au niveau du vecteur coût, la meilleure manière de traiter ce type de problème consiste à choisir l'espérance mathématique de la forme linéaire. Dans ce cas, nous aurons à traiter un problème de programmation linéaire déterministe.

Lorsque les éléments de la matrice A ou du vecteur B sont des nombres aléatoires, le problème devient plus complexe, plusieurs méthodes existent pour résoudre ce type de problèmes que nous verrons avec précision dans le prochain chapitre, nous citerons :

- *Problème à un étage* : ce type de problème appelé aussi formulation serrée du problème de programmation stochastique exige l'adoption d'une solution en une seule étape et ne permet pas de corriger la solution adoptée lorsque des informations supplémentaires apparaissent sur la réalisation des contraintes du problème.

- *Problème à contrainte probabiliste* : dans ce type de problème, on remplace la contrainte $AX \leq B$ par des contraintes probabiliste de type :

$$P\left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\, \mathrm{X}_j \leq b_j\right) \geq \mathrm{p}_i \qquad 0 < p_i \leq 1, \quad i = 1,\ldots,n$$

- *Problème à étages :* dans ce type de problème, on choisit une solution qui ne vérifie pas nécessairement toutes les contraintes relatives à tous les cas possibles, il est possible de corriger par la suite la solution adoptée. Une pénalité est prévue lorsqu'il n'y a pas conformité avec les conditions du problème.

3) Autres approches

Nous avons présenté les deux approches les plus utilisées dans la pratique pour la résolution des problèmes de détermination d'un plan de production dans le cas déterministe et aléatoire (programmation linéaire et programmation dynamique).

Certains chercheurs se sont intéressés à d'autres approches et ont formulé d'autres modèles plus complexes qui ont connu un certain nombre d'applications dans la pratique, nous citerons celles les plus utilisés dans la planification de la production, a savoir :

- Programmation en nombres entiers [BIE88], [MON 74], [VOL 88].
- Programmation non linéaire [DEN 96], [MON 74], [VOL88].

a) Programmation en nombres entiers

Dans certains problèmes de planification, l'introduction de la variable entière est nécessaire. Nous présenterons un exemple de détermination du plan de production où la variable entière concerne les coûts fixes « setup » qui est un paramètre logique prenant deux valeurs entières (0 et 1). La résolution de ces problèmes se fait par la programmation linéaire partiellement en nombre entier connu dans la littérature sous le nom de : « Mixed integer programming ».

Soit le problème de planification avec des variables entières formulé comme suit [VOL 88]:

$$
\left\{
\begin{array}{lll}
MinZ = \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} \left[C_{si}\sigma(X_{it}) + C_{it}X_{it} + h_{it}S_{it} \right] + \left[f\,O_t + g\,A_t + v\,B_t + A_{1t}eW_t \right] & & \\
Sc & & \\
S_{i,t-1} - S_{it} + X_{it} = D_{it} & i \in I, t \in T & (1) \\
A_{1t}W_t + O_t - \sum_{i\in I} X_{it} - \sum_{i\in I} \beta_i \sigma(X_{it}) \geq 0 & t \in T & (2) \\
W_t - W_{t-1} - A_t + B_t = 0 & t \in T & (3) \\
O_t - A_{2t}W_t \leq 0 & t \in T & (4) \\
-Q_i\sigma(X_{it}) + X_{it} \leq 0 & i \in I, t \in T & (5) \\
\sigma(X_{it}) = \begin{cases} 1 & si \quad X_{it} > 0 \\ 0 & si \quad X_{it} = 0 \end{cases} & & (6) \\
X_{it}, S_{it}, A_t, B_t, O_t, W_t \geq 0 & i \in I, t \in T & (7)
\end{array}
\right.
$$

où :

T : Horizon de planification qui est subdivisé en plusieurs périodes t,

I : Ensemble des familles de produits Finis,

X_{it} : Production exprimée en heure de travail de la famille de produit i, dans la période t, $i \in I$, $t \in T$,

W_t : Nombre de personnes employées en heure régulières dans la période t, $t \in T$,

A_t : Nombre d'employés augmentés dans la période t, $t \in T$.

B_t : Nombre d'employés diminués dans la période t, $t \in T$.

S_{it} : Les stocks exprimés en heures de travail, de la famille de produits i, dans la période t, $i \in I$, $t \in T$,

D_{it} : Demande exprimée en heures de travail, de la famille de produit i, dans la période t, $i \in I$, $t \in T$,

h_{it} : Coût de stockage d'une heure de travail de la famille de produit i dans la période t, $i \in I$, $t \in T$.

C_{it} : Coût Variable pour une heure produite en famille de produit i, dans la période t, $i \in I$, $t \in T$,

Cs_i : Coût du setup pour la famille de produit i, $i \in I$,

g : Coût dû à l'augmentation du personnel d'un employé,

v : Coût dû à la diminution du personnel d'un employé,

f : Coût d'une heure supplémentaire de main d'œuvre,

e : Coût d'une heure régulière de main d'œuvre,

A_{it} : Le nombre maximum d'heures régulières de travail par employé dans la période t, $t \in T$,

A_{it} : Le nombre maximum d'heures supplémentaires de travail par employé dans la période t, $t \in T$,

β_{it} : Setup exprimé en heure de travail pour produire la famille de produit i.

Q_i : Le plus grand nombre utilisé pour assurer l'effet des variables binaires qui est :

$$Q_i \geq \sum_{t=1}^{T} D_{it}$$

$\sigma(X_{it})$: Variable Setup binaire pour la famille de produit i, dans la période t, $i \in I$, $t \in T$, Dans ce modèle nous avons :

- La contrainte (1) est la contrainte de conservation du produit fini,
- La contrainte (2) est celle qui lie la production et le setup
- La contrainte (3) est la contrainte de changement du niveau de la main d'œuvre,
- La contrainte (4) est la contrainte de capacité concernant les heures supplémentaires.
- La contrainte (5) est la contrainte liée au setup : cette contrainte oblige la variable $\sigma(X_{it})$ à ne pas être nulle lorsque $X_{it}>0$, Q_i est définie comme étant la demande du produit dans l'horizon de planification.
- La contrainte (6) est la contrainte binaire du setup : $\sigma(X_{it})$ prend deux valeurs entières 0 et 1 en fonction de X_{it}.
- La contrainte (7) est la contrainte de non-négativité

Il existe de nombreux problèmes de planification qui sont traités par la programmation en nombre entier [DEN 96], [MON 74], les cas suivants peuvent se présenter :

- Des familles de produits nécessitent des moyens communs,
- La fonction objectif avec une structure de coût concave,
- ...

b) Programmation non linéaire

Lorsque la fonction coût n'est pas linéaire, le problème de détermination du plan de production devient difficile. Lorsqu'on est dans le cas du produit unique, la programmation dynamique permet de traiter quelques-uns uns de ces problèmes (coût convexe ou concave), le cas n'est pas valable lorsqu'on est dans un système multi-produits et multi-niveaux.

Nous retrouvons dans la littérature plusieurs formulations de problèmes de planification utilisant la programmation non linéaire ([MON 74], [VOL 88]), nous citerons l'approche connue sous le noms de Linear Decision Rule « LDR » qui a été développée par Holt et al pour résoudre le problème de détermination du programme de fabrication pour le cas du produit unique, puis à été étendue par Berstrom et Smith [FOG 83], [MON 74] pour traiter le cas de plusieurs produits.

Soient :

X_{it} : Nombre d'unités du produit i, $i\in I$, produites pendant la période t, $t\in T$,
W_t : Nombre d'heures de main d'œuvre utilisées dans la période t, $t\in T$,
V_{it} : Nombre d'unités du produit i, $i\in I$, a vendre dans la période t, $t\in T$,
S_{it} : Stocks en produit i, , $i\in I$, à la fin de la période t, $t\in T$,

Le problème de planification est formulé comme suit :

$$\begin{cases} Z = \sum_{t \in T} \left[\sum_{i \in I} (R_{it} - H_{it}) - (VC)_t - (WFC)_t \right] \\ Sc \\ S_{it} = S_{i,t-1} + X_{it} - V_{it} \qquad i \in I, t \in T \end{cases}$$

Où nous avons :

- Le revenu des ventes V_{it} est supposé être une fonction quadratique qui est sous forme :

$$R_{it} = r_{1it} + r_{2it} V_{it} + r_{3it} V_{it}^2$$

r_{1it}, r_{2it}, r_{3it} étant les revenus engendrés par les ventes des produits i, $i \in I$ dans la période t, $t \in T$.

- Les coûts de stockage des produits i, $i \in I$ dans la période t, $t \in T$ est :

$$H_{it} = c_{i7}(S_{it} - c_{i8} - c_{i9} V_{it})^2$$

- Les coûts variables dans la période t, $t \in T$ est définit comme suit :

$$(VC)_t = c_3(L_t - c_4 W_t)^2 + c_5 L_t - c_6 W_t + c_{12} L_t W_t$$

- Les coûts dus au changement de la main d'œuvre sont :

$$(WFC)_t = c_2(W_t - W_{t-1} - c_{11})^2{}_t$$

c_2, c_{11}, c_3, c_4, c_5, c_6, c_{12}, c_{i7}, c_{i8}, c_{i9} étant des différents coûts fixes et variables.

- Le nombre d'heures en main d'œuvre nécessaire pour la production des produits i, $i \in I$ dans la période t, $t \in T$ est :

$$L_t = \sum_{i \in I} k_i X_{it}$$

k_i étant le nombre d'heure main d'œuvre nécessaire pour la production d'une unité de produits i, $i \in I$.

Des applications ont été faites dans des firmes spécialisées en électronique et en peinture et ont donné de bons résultats [MON 74], [VOL 88], d'autres applications ont été faites en introduisant le phénomène aléatoire [DEN 96], [TAN 90].

II-3.2 APPROCHES HEURISTIQUES

Beaucoup de problèmes d'optimisation ne peuvent pas être résolus par des méthodes exactes, d'où le recours à des méthodes approchées dites heuristiques qui permettent de traiter des problèmes de grandes tailles avec un temps d'exécution rapide. Ces méthodes sont très utilisées en pratique.

Les méthodes heuristiques sont composées généralement des étapes suivantes [FOG 83]:

- Préparation d'un plan initial sur la base de la demande,
- Vérification de la faisabilité du plan du point de vue contrainte de capacité,
- Calcul du coût associé à ce plan,
- Préparation d'autres plans réalisables et comparaison des coûts,
- Refaire la procédure jusqu'à obtention d'un plan qui satisfait la contrainte de capacité avec le plus faible coût.

L'approche heuristique permet de déterminer un programme réalisable de fabrication, mais non nécessairement optimal.

Lorsqu'on est en présence du phénomène aléatoire, on calcule la valeur moyenne de la variable aléatoire et on se retrouve dans le même cas que le déterministe.

II-3.3 SIMULATION

Il est parfois difficile de développer un modèle analytique réel qui nécessite des relations spécifiques entre les variables de décision (changement des coûts variables dus aux facteurs inflation, acquisition d'un nouvel équipement, etc.). La simulation permet de définir un modèle qui tient compte de tous les changements produits durant l'horizon de planification.

La simulation est une technique expérimentale appropriée pour l'étude des systèmes complexes, c'est une approche qui nous permet de reproduire le fonctionnement d'un système complexe dont l'étude analytique directe est assez difficile ou parfois impossible à utiliser.

La simulation est très utilisée dans le domaine de la gestion de production, elle rend de nombreux services aux gestionnaires dans la conduite et l'organisation des ateliers de production et dans la planification de la production.

Dans la simulation, il existe différents types de modèles classés selon leurs objectifs et leurs natures [PRI 86], [PRO 81] :

- Modèles déterministes : ces modèles ne contiennent pas de variables aléatoires,

- Modèles stochastiques : le phénomène étudié est régi par le hasard, ces modèles contiennent une ou plusieurs variables aléatoires,

- Modèles statiques : ils représentent l'état du système à un instant donné du temps, le système ne change pas d'état avec le temps,

- Modèles dynamiques : ils représentent l'évolution du système dans le temps, le rôle de la simulation consiste à faire passer le système d'un état à un autre sur l'axe des temps,

- Modèles discrets : chaque changement d'état se produit de manière discrète dans le temps, les variables ou paramètres prennent des états précis et ponctuels dans le temps,

- Modèles physiques, analogues ou symbolique : les symboles sont utilisés pour représenter soit des entités ou des grandeurs, soit des rubriques.

Une étude basée sur la simulation comporte généralement quatre étapes [PRI 86] :

- Formulation du problème : spécification de l'objet de l'étude en décrivant le système en terme de composants, variables, paramètres et interactions,

- Construction du modèle : représentation du système sous forme de modèle,

- Transcription informatique : transcrire le modèle sous forme exploitable sur ordinateur,

- Analyse des résultats : estimation des mesures et performances du système en utilisant des tests statistiques.

a) Cas déterministe

La majorité des logiciels de G.P.A.O possèdent un module de simulation qui utilise généralement de la simulation déterministe de type « What if ». Cette dernière consiste à étudier la réaction du système global lorsqu'on modifie des paramètres de gestion.

Taubert (1968) [TAU 68] a développé une méthode basée sur la simulation connue sous le nom de : « Search Decision Rule (SDR) » pour résoudre les problèmes de planification avec différentes structures de coûts. La procédure consiste à faire varier plusieurs paramètres jusqu'à se qu'on ait une solution la plus proche de l'optimum.

Dans l'approche SDR développé par Taubert, il s'agira de minimiser la fonction coût suivante :

$$C_{TOT} = f(W_t, P_t, W_{t-1}, I_{t-1}, D_t) \qquad t \in T$$

Où :

- W_t : Niveau de la main d'œuvre dans la période t, t∈T.
- P_t : Le taux de production dans la période t, t∈T.
- I_t : Niveau de stocks à la fin de la période t, t∈T.
- D_t : Demande durant la période t, t∈T.

Trois types de vecteurs sont définis :

$$\{D\} = \{\, vecteur\ de\ décision\ = P_t, W_t;\quad t \in T\}$$

$$\{S\} = \{\, vecteur\ des\ étages\ = W_{t-1}, I_{t-1};\quad t \in T\}$$

$$\{P\} = \{\, vecteur\ des\ parametres\ = Coefficients\ coût, D_t;\quad t \in T\}$$

Il s'agit donc de prendre des décisions concernant la production et le niveau de la main d'œuvre. Le vecteur étage permet de transmettre l'information sur l'état du système de la période t-1 à t, le vecteur paramètre contient la demande prévue et les coefficients coûts qui peuvent changer d'un étage à l'autre.

Avec la méthode « SDR », on peut développer un modèle à chaque étage. Par exemple, supposant que la demande varie à la période t=4, puis à la période t=8, nous aurons alors 3 étages.

- L'étage 1 comprend les périodes 1 à 3,
- L'étage 2 comprend les périodes 4 à 7,
- L'étage 3 comprend les périodes 8 à T,

Un programme informatique est nécessaire pour évaluer les coûts pour les différents plans de production, il s'agit de déterminer le plan de production le moins coûteux. Avec l'approche SDR, le décideur pourra sélectionner la meilleure alternative qui représente la meilleure décision possible, celle qui donne le coût le plus réduit.

Plusieurs chercheurs ont travaillé sur l'approche « SDR », ils ont démontré que cette méthode est proche de la méthode « LDR ». L'approche « SDR » a été appliquée sur un grand nombre de compagnies pour la résolution des problèmes de détermination de plan de production avec différentes structures de coût et en tenant compte des différents changements dans le temps (équipement nouveau, augmentation des coûts matières due a l'inflation,...) [FOG 83], [PET 85].

b) Cas stochastique

La simulation est très utilisée pour traiter les problèmes de planification avec incertitude sur les paramètres de gestion, surtout lorsqu'on est en présence d'un problème complexe qui ne peut pas être formulé analytiquement. Dans la simulation stochastique, la génération des variables aléatoires est primordiale.

Une approche de résolution d'un problème de détermination d'un programme de fabrication consiste à utiliser la méthode de simulation « Monte Carlo » basée sur une technique de programmation linéaire. Cette méthode n'optimise pas mais cherche plutôt à atteindre des objectifs préétablis.

La simulation est basée sur une représentation logique du système, il s'agit d'introduire les variables d'entrée « Input » dans un modèle qui soit le plus proche de la réalité et d'observer les conséquences. Le processus de simulation se déroule selon les étapes suivantes [FOG 83] :

1- Formulation du problème : la modélisation est l'étape la plus importante qui conditionne en grande partie la réussite du processus de simulation. Il s'agit de décrire le système à étudier et ses objectifs. Dans le cas d'un problème de planification, il s'agira de déterminer un programme de fabrication qui minimise les différents coûts variables en tenant compte du phénomène aléatoire.

2- Simulation des variables aléatoires:

a) Génération de nombres aléatoires uniforme dans [0,1],

b) Utilisation de méthodes pour simuler la variable aléatoire suivant une loi de probabilité telles que : méthode de décomposition, méthode de rejet-acceptance,...) [SIL 96].

3- Résolution du problème

a) Affectation des réalisations obtenues au modèle,

b) Résoudre le problème linéaire obtenu pour chaque réalisation,

4- Itération du processus

a) Renouveler cette opération un assez grand nombre de fois, il s'agira de générer des variables aléatoires suivant une loi de probabilité donnée, puis résoudre un programme PL pour chaque réalisation de la variable aléatoire (étape 2 et 3). On obtient ainsi un échantillon de réalisations possibles.

b) Sélectionner les solutions réalisables à moindre coût.

5- *Analyse des résultats :* Traitement statistique de l'échantillon obtenu en 4.b

a) Calcul de la moyenne et de la variance : comparer les paramètres de variables simulées avec les paramètres actuels de distribution,

b) Test du χ^2 : test d'ajustement destiné à vérifier si un échantillon observé peut être considéré comme extrait d'une population donnée et que les écarts constatés peuvent ou non être imputés au hasard.

Pour valider le modèle de simulation, on introduit des données historiques et on compare les résultats obtenus avec ceux de la réalité. La solution obtenue par la simulation doit être significative et représentative de la réalité.

La simulation permet de :

- Définir des modèles plus proches de la réalité sans aucune restriction,
- Prend en compte différent structures de coûts, plusieurs objectifs, contraintes complexes.
- Traite tous types de problèmes de planification : un seul produit, multi-produits, multi-niveaux, ...
- Permet de définir plusieurs modèles d'un étage à un autre, par exemple, l'introduction d'un nouveau produit ou équipement,

L'inconvénient de cette approche est :

- La solution obtenue n'est généralement pas optimale,
- Coûteuse du point de vue étude, consommation en temps et investissement.

Nous avons présenté, dans ce chapitre, les différentes méthodes de résolution d'un problème de planification dans le cas déterministe et aléatoire. Nous avons vu à travers ce chapitre que les décideurs sont loin d'avoir à leur disposition l'information nécessaire pour la planification de la production. Certains paramètres de gestion telles que la demande, les pannes au niveau des machines ne peuvent pas toujours être connues avec certitude. La programmation linéaire stochastique est une des approches qui permet de résoudre les problèmes de planification dans les conditions de risque ou d'indétermination. Elle a connu un intérêt particulier ces dernières années [BIR 96], [ESC 93], [NIE 96]. Le prochain chapitre sera consacré à une revue de littérature sur les problèmes de programmation linéaire stochastique.

CHAPITRE III

ETAT DE L'ART SUR LA PROGRAMMATION LINEAIRE STOCHASTIQUE

Ce chapitre sera consacré à une revue de littérature sur les problèmes stochastiques adaptés aux problèmes de programmation linéaire. Nous passerons en revue les méthodes d'estimation des variables aléatoires, et nous présenterons les différentes approches de résolution des problèmes linéaires stochastiques. On s'intéressera en particulier à celles utilisées en planification de la production.

III.1 - INTRODUCTION

Ces récentes dernières années, on s'intéresse de plus en plus à l'aspect aléatoire des problèmes pratiques, en particulier dans le domaine de la planification. L'intérêt des décideurs de prendre en charge les différents aléas s'accroît de plus en plus, en effet l'incertitude sur certains paramètres peut causer des problèmes sérieux aux entreprises. Des recherches intenses ont été faites sur les méthodes de résolution de ces problèmes, en particulier la programmation mathématique stochastique [BIR 96], [NIE 96].

En planification de la production, les prises de décisions sont généralement sujettes à des phénomènes aléatoires, certains paramètres de gestion de production sont difficiles à déterminer avec certitude. Dans certains cas leurs distributions de probabilité peuvent être connues ou estimées, dans d'autres cas on ne dispose pas d'informations suffisantes sur les caractéristiques probabilistes des paramètres aléatoires. La définition de la variable aléatoire est une étape très importante dans un problème de planification dans les conditions de risque ou d'incertitude.

Pour déterminer un plan de production en tenant compte du phénomène aléatoire, il faudra alors définir :

- Les paramètres aléatoires et leurs influences sur le plan de production (ex : Demande, délais de réapprovisionnement,...),
- Les modèles mathématiques capables de résoudre le problème avec prise en charge de l'incertitude.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différentes approches utilisées pour l'estimation des paramètres aléatoires, puis nous définirons les différentes méthodes de résolution des problèmes stochastiques dans les modèles de la programmation linéaire, en particulier celles utilisées en planification de la production.

III.2 - ESTIMATION DE LA VARIABLE ALEATOIRE

L'étape la plus importante dans la résolution des problèmes stochastiques consiste à définir les variables aléatoires. L'estimation des paramètres aléatoires se fait selon différentes approches, on citera :

1. La prévision par les séries chronologiques qui est généralement utilisée lorsqu'on a assez d'informations sur le passé des variables à estimer.
2. La méthode paramétrique est utilisée lorsque les données ont une distribution de probabilité connue.
3. La méthode non paramétrique est utilisée lorsqu'on ne connaît pas la distribution de probabilité de la variable aléatoire, on procède alors à une estimation de la densité de probabilité.

III.2.1 - ESTIMATION PAR LA PREVISION

Dans la planification de la production, on a souvent recours à la prévision pour l'estimation de la variable aléatoire [GIA 88], [MON 74], [PLO 85]. On rencontre dans la littérature plusieurs applications de la prévision dans la détermination du programme de fabrication. En général, la prévision concerne la demande en produits à fabriquer [BIR 88], [BUX 89].

La prévision est souvent utilisée lorsqu'on dispose d'un historique suffisamment riche. Pour faire une prévision, il faudra analyser les valeurs de la variable à estimer, les projeter dans le futur et tenter de dégager des lois de variations extrapolables.

La série chronologique correspond à une série d'observations effectuées au cours des périodes passées. Prévoir à partir des chroniques consiste à utiliser les informations du passé d'une chronique pour prévoir le futur.

Faire une prévision nécessite généralement le passage par les étapes suivantes [GIA 88], [GUY 87] :

1. Redressement des chroniques,
2. Recherche de la tendance et/ou de la saisonnalité si la demande n'est pas stationnaire,
3. Recherche de la loi statistique,
4. Choix d'un modèle de prévision

1) Redressement des chroniques

Il s'agit de redresser la série afin d'éliminer les perturbations importantes, les valeurs anormales et les variations accidentelles dont l'origine est connue, les redressements effectués concernent principalement :

- Les incidents tels que les grèves, les ruptures d'approvisionnement,
- Le problème des jours fériés et de l'inégalité de la longueur des périodes,
- L'inflation.

2) Recherche de la tendance, la saisonnalité et de la composante aléatoire

Les chroniques sont souvent classées en trois groupes :

- Modèle stationnaire (ou sans tendance),
- Modèle avec tendance,
- Modèle avec saisonnalité.

3) Recherche de la loi statistique

Lorsqu'on traite une série historique, en la corrigeant de la tendance et de la saisonnalité, l'utilisation d'une loi statistique permet de prendre en compte l'apparition eventuelle de valeurs non encore constatées et de leur affecter une probabilité de réalisation [GUY 87].

La loi de probabilité suivie par la variable aléatoire peut être quelconque mais les distributions les plus couramment utilisées, surtout pour l'estimation de la demande, sont la loi Normale ou la loi de Poisson [FOU 93].

4) Choix du modèle de prévision

Il s'agira de sélectionner une technique de prévision adaptée au problème à résoudre, les différentes typologies des techniques de prévision peuvent être schématisées sous forme de deux modèles [GIA 88] :

- Modèles explicatifs (modèle à équation unique, modèle à équation simultanée)
- Modèle Autoprojectif (moyenne mobile, lissage exponentiel, moindre carré, ...)

III.2.2 -METHODES PARAMETRIQUES

Lorsqu'on dispose d'informations suffisantes sur la variable à estimer, on pourra déterminer la loi de probabilité de cette variable. Il s'agit dans ce cas d'ajuster la série des observations dont on dispose à une loi statistique connue.

Les lois statistiques sont définies par la courbe de distribution et de répartition, caractérisée par le calcul de la moyenne et de l'écart type ; l'ajustement de la série reliée à une loi théorique s'effectue grâce au test de χ^2.

Il existe plusieurs lois de distributions :

- Dans le cas discret, on retrouve la loi binomiale, la loi géométrique, la loi de poisson.
- Dans le cas continu, on retrouve les lois : Uniforme, Exponentielle, Normale,... etc.

Plusieurs auteurs [FOU 93], [GIA 88], [GUY 87] recommandent l'utilisation des distributions Normales et Poissoniènnes pour l'estimation de la demande :

- Distribution Normale : l'importance de cette loi est due au fait qu'elle constitue la loi limite de toutes les distributions statistiques observées lorsque les variations du phénomène sont dues aux effets cumulés d'un grand nombre de causes petites et indépendantes, la loi Normale est utilisée pour les articles assez demandés (BORELL [GUY 87]).

- Processus de Poisson : s'applique à des événements épisodiques, on l'utilise dans le cas où les articles ne sont pas trop mouvementés.

La sélection d'un modèle de distribution n'est pas aisée et certaines caractéristiques analytiques peuvent être utilisées pour déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire. On peut citer comme exemple le rapport de la variance σ^2 à la moyenne μ (exemple : $\sigma^2/\mu = 1$ pour la loi de poisson).

Une fois le choix fait sur la loi de distribution, il faudra tester la légitimité de ce choix en utilisant les tests d'ajustement. En général on utilise le test de χ^2 dont le principe consiste à s'assurer que l'échantillon prélevé est compatible avec le modèle théorique choisi.

III.2.3 - METHODES NON PARAMETRIQUES

Dans beaucoup de problèmes, il n'y a pas suffisamment d'informations sur le passé. La connaissance de la distribution de la variable aléatoire devient assez difficile d'où l'utilisation des méthodes non paramétriques qui consistent à estimer la densité de probabilité de la variable aléatoire.

Beaucoup de méthodes non paramétriques sont proposées dans la littérature [SIL 96] pour l'estimation de la variable aléatoire et de sa densité de probabilité, nous citerons les plus importantes à savoir :

- Histogramme,
- Estimateur naïf,
- Estimateur de Kernel,
- Estimateur par le maximum de vraisemblance,
- Méthodes utilisant des probabilités schématiques,
- Méthodes utilisant les scénarii.

Les méthodes non paramétriques ont fait objet de plusieurs applications dans le domaine de la planification de la production surtout en se qui concerne les méthodes utilisant les scénarii [BIR 96], [EPP 88], [ESC 93].

1) Histogramme

C'est la plus ancienne méthode utilisée pour une approximation de la fonction de densité, cette méthode est très utilisée par les praticiens en raison de sa grande simplicité. L'histogramme est une représentation de la densité f_i en fonction de x_i où f_i est défini comme suit :

$$f_i = \frac{n_i}{n.h}$$

Pour chaque variable x_i on a n_i le nombre d'occurrences (ou effectif) de x_i dans l'échantillon, $\Sigma\, n_i = n$; h représente l'amplitude. L'histogramme aboutit à une estimation de la densité de probabilité de x par $n_i / (n.h)$ si x appartient à la i $^{\text{éme}}$ classe de l'histogramme.

2) Estimateur naïf

Cette méthode est une amélioration de celle utilisant l'histogramme. Il s'agira de construire autour de x une classe de longueur h : I_x = [x - h/2, x + h/2 [et de compter le nombre d'observations n_x appartenant à cette classe. L'estimation de la densité est donnée par la formule suivante :

$$f(x) = \frac{n_x}{n.h}$$

L'estimateur naïf peut être écrit comme suit :

$$f(x) = \frac{1}{n.h} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

Où K est la fonction indicatrice de l'intervalle [-½, +½[définie comme suit :

$$\begin{cases} K(u) = 0 \ si \quad u \geq ½ \ ou \quad u < - ½ \\ K(u) = 1 \ si \quad -½ \leq u < ½ \end{cases}$$

$$K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \text{ est égale à 1 si } x_i \in I_x$$

3) Estimateur de Kernel

Cette méthode est une généralisation de l'estimateur naïf en prenant pour K (noyau) une autre expression. L'approximation consiste à utiliser la fonction de Kernel qui satisfait la condition suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(x)\, dx = 1$$

Le noyau K peut être :

- *Gaussien:* $K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{1}{2}u^2)$
- *Parabolique :* $K(u) = \frac{1}{4\sqrt{5}} \ (1 - \frac{u^2}{5}) \quad pour |u| < \sqrt{5}$

Plusieurs propositions existent et plusieurs recherches sont orientées vers la définition du noyau ([SIL 96]).

L'estimateur de la densité de probabilité est alors défini comme suit :

1- Cas à une seule variable :

$$f(x) = \frac{1}{n.h} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

2- Cas à plusieurs variables :

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h.d_{i,k}} K\left(\frac{x - x_i}{h\, d_{i,k}}\right)$$

$d_{i,k}$ étant la distance entre x_i et le K ^{éme} point le plus proche dans l'ensemble comprenant les n-1 points.

4) Estimateur par le maximum de vraisemblance

Soit un échantillon de valeurs $x_1, ..., x_n$. On prendra comme estimateur de la variable aléatoire la valeur qui rend maximale la vraisemblance $L\ (x_1, ..., x_n, \theta\ )$ où L représente la densité de probabilité.

$$L\ (x_1, ..., x_n, \theta) = P(\theta,x_1)\ P(\theta,x_2) ...\ P(\theta,x_n)$$

L'estimateur θ étant la solution de l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\ ln\ L\ (x_1,...,\theta\ ) = 0$$

5) Méthode utilisant des probabilités schématiques

Les méthodes des probabilités schématiques sont surtout utilisées par les techniques de simulation, nous citerons les deux méthodes les plus rencontrées dans l'estimation de la demande et qui ont eu un très grand intérêt dans la pratique : la loi triangulaire et la loi trapézoïdale.

a) Méthode triangulaire :

Une variable aléatoire X suit une loi triangulaire si sa densité de probabilité est de la forme :

$$f(X) = \begin{cases} \dfrac{2\,(X - A)}{(M - A)(B - A)} & si \quad A < X \leq M \\[2ex] \dfrac{2\,(B - X)}{(B - M)(B - A)} & si \quad M \leq X \leq B \\[2ex] 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où :

A : Valeur Minimale de X,
M : Valeur Modale de X,
B : Valeur maximale de X,

b) Méthode Trapézoïdale

La densité de probabilité d'une variable X qui suit la loi trapézoïdale est formulée comme suit :

$$f(X) = \begin{cases} \dfrac{2\,(X - X_1)}{(X_2 - X_1)(X_4 + X_3 - X_2 - X_1)} & si \quad X_1 \leq X \leq X_2 \\[2ex] \dfrac{2}{(X_4 + X_3 - X_2 - X_1)} & si \quad X_2 \leq X \leq X_3 \\[2ex] \dfrac{2\,(X_4 - X)}{(X_4 - X_3)(X_4 + X_3 - X_2 - X_1)} & si \quad X_3 \leq X \leq X_4 \\[2ex] 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

6) Méthode utilisant les scénarii [MER 89] :

Cette technique appelée « analyse des scénarii » consiste à déterminer l'incertitude via un nombre limité de réalisations. On associe à chaque scénario une probabilité qui caractérise le degré de vraisemblance qu'associe un expert à l'occurrence d'un événement donné. Dans la pratique, on considère souvent trois scénarii (optimiste, intermédiaire, pessimiste) en leur associant des probabilités d'apparition.

Dans le cas d'un problème de planification avec incertitude sur la demande, il s'agira de poser une série de questions du type « donner la probabilité pour que la demande soit inférieure à Q » on obtient ainsi la fonction de répartition.

exemple :

Probabilité que la demande soit inférieure à 100 = 0 %

Probabilité que la demande soit inférieure à 300 = 20 %

Probabilité que la demande soit inférieure à 600 = 50 %

Probabilité que la demande soit inférieure à 1000 = 100 %

$P(D<100)=0$, $P(D<300)=0,2$; $P(D<600)=0,5$; $P(D<1000)=1$.

III.3 PROGRAMMATION LINEAIRE STOCHASTIQUE

La programmation stochastique adaptée aux problèmes de programmation linéaire a pour objet la résolution des problèmes de gestion et de planification dans les conditions d'incertitudes. Cette approche a fait l'objet de plusieurs recherches ces récentes dernières années surtout dans les problèmes à multi-étages [BIR 88], [BIR 96], [GAS 90].

Il existe différentes formulations des problèmes de programmation stochastique adaptées aux problèmes de programmation linéaire, nous distinguons 3 types de problèmes de programmation linéaire stochastiques [GOL 73], [WET 96] :

1. Problème de programmation stochastique à un étage (formulation serrée),
2. Problème à contraintes probabilistes,
3. Problème stochastique à étages.

III.3.1 PROBLEME DE PROGRAMMATION STOCHASTIQUE A UN ETAGE

Dans les problèmes de programmation stochastique à un étage, il s'agit de choisir une solution en une seule étape de l'ensemble des vecteurs qui vérifient les conditions du problème quelque soit la réalisation des paramètres aléatoires du problème. Il n'est donc pas possible de corriger cette solution dans le cas où des informations supplémentaires apparaissent sur la réalisation des conditions du problème.

Il existe plusieurs formulations d'un problème à un étage nous citerons [GOL 73] :

- La méthode de Résolution par rapport aux moyennes [GOL 73],
- La méthode active « The Fat formulation » de Mandansky [MAN 62] ,
- La méthode passive « Stochastic linear programming » de Tintner [TIN 55] ,
- La méthode des scénarii [ESC 93], [NIE 96], [ROC 91].

1) Généralités

Soit un problème de programmation linéaire formulé comme suit :

$$\begin{cases} & Min \quad f(X) = CX \\ Sc & \\ & AX \leq B \\ & X \in R^n, \qquad X \geq 0 \end{cases} \tag{3.1}$$

où :

- X : Vecteur des variables de décision,
- A : Matrice des conditions,
- B : Vecteur des contraintes,
- C : Vecteur des coûts,

En présence du phénomène aléatoire, le problème (3.1) devient un problème de programmation linéaire stochastique formulé comme suit :

$$\begin{cases} Min \;\; f(X,\varepsilon\,) = L(C,\, X) \\ Sc \\ g_i(X,\; \varepsilon\,) \leq 0 \qquad\qquad i = 1,\ldots, m \\ \\ X \in R^n, \qquad X \geq 0 \end{cases} \qquad (3.2)$$

Où :

ε : Vecteur des paramètres aléatoires ;
$L(C, X)$: Forme linéaire du problème stochastique;

a) ***Méthode de résolution par rapport aux moyennes***

Soit le problème de programmation linéaire (3.1). Supposons que les composants du vecteur C, les éléments de la matrice A et les composants du vecteur des contraintes B soient tous des nombres aléatoires.

Soient $\overline{A} = E(A)$: Espérance mathématique de A,
$\overline{B} = E(B)$: Espérance mathématique de B,
$\overline{C} = E(C)$: Espérance mathématique de C,

En remplaçant les variables aléatoires par leurs espérances mathématiques, le modèle (3.2) est alors formulé comme suit :

$$\begin{cases} Min \quad f(X) = \overline{C}\,X \\ Sc \\ \overline{A}\,\mathrm{X} \leq \overline{B} \\ \\ X \in R^{\,n}, \qquad X \geq 0 \end{cases}$$

Le problème se ramène donc à un problème de programmation linéaire déterministe qu'on peut aisément résoudre.

b) *Méthode active de Mandansky « The Fat formulation »*

L'approche de Mandansky [MAN 62] est une approche active appelée aussi « Here and Now ». Dans les problèmes stochastiques utilisant l'approche active, on agit sur les variables aléatoires avant leurs observations et on déduit la valeur de l'optimum.

Nous considérons le problème (3.2) en supposant que l'aléa n'intervient qu'au niveau des contraintes et que le vecteur ε peut être égal à $\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^L$.

Le problème de programmation stochastique relatif au modèle (3.1) est alors formulé comme suit :

$$\begin{cases} \quad Min\ \ f(X) = CX \\ Sc \\ \quad A_l\, X_l \leq B_l \qquad\quad l = 1, \dots, L \\ \\ \quad X_l \in R^n,\, X_l \geq 0 \quad l = 1, \dots, L \end{cases}$$

- Si L est fini, on est alors dans le cas d'un problème de programmation déterministe.
- Si L n'est pas fini et que nous sommes dans une situation où on a un nombre fini de points $\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^L$ tel que $P\{\varepsilon=\varepsilon^1, \dots, \varepsilon=\varepsilon^L\} = 1$, on revient au cas précédent.

L'inconvénient majeur de cette approche est que L peut être vide ou ne contenir que peu d'éléments.

c) *Programme linéaire stochastique de Tinter*

Tinter [TIN 55] a utilisé une approche passive dans son programme linéaire stochastique. Cette approche, contrairement à l'approche active, consiste à observer les variables aléatoires, puis à résoudre un ensemble de problèmes déterministes, et de là en déduire la loi de probabilité de l'optimum, sa moyenne et sa variance. Cette approche est aussi appelée « Wait and See ».

Soit le problème (3.2), on suppose que l'aléa n'intervient qu'au niveau des contraintes et que le vecteur ε peut être égal à $\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^L$.

Le problème de programmation stochastique relatif au modèle (3.1) est alors formulé comme suit :

Pour $l = 1, \ldots, L$ résoudre :

$$
\begin{cases}
\quad Min \quad f(X) = CX \\
Sc \\
\quad A_l\, X_l \leq B_l \\
\quad X_l \in R^n,\ X_l \geq 0
\end{cases}
$$

Il s'agira d'observer les variables aléatoires, résoudre ensuite L problèmes de programmation linéaire et étudier le comportement de l'optimum. Cette étude nous permet d'obtenir des informations concernant l'optimum (moyenne, variance, ...).

d) Méthodes des scénarii

Dans la programmation linéaire stochastique, des recherches récentes ont été faites utilisant la notion de scénario. Escudero [ESC 93] et Niesten [NIE 96] ont étudié le problème de détermination d'un plan de production avec incertitude sur la demande en utilisant la technique dite « l'analyse des scénarii ».

Dans ce type de problèmes, on suppose qu'on a un nombre limité "s" de scénarii possibles sur la variable aléatoire, à chaque scénario on associe une probabilité p^s qui représente le degré de vraisemblance qu'associe un expert à l'occurrence d'un événement donné.

Le problème est alors formulé comme suit :

$$
\begin{cases}
\quad Min \quad f(X) = \sum_s p^s C^s X^s \\
Sc \\
\quad A^s\, X^s \leq B^s \qquad s \in S \\
\quad X^s \geq 0 \qquad s \in S
\end{cases}
$$

S est l'ensemble des scénarii

Il s'agira donc de résoudre un problème déterministe de programmation linéaire, le problème obtenu contient un nombre important de contraintes ('S' fois le nombre de contraintes du problème déterministe), lorsque le nombre de scénarii est grand, le problème stochastique peut être de taille importante, d'où le recours aux méthodes de résolution pour les grands systèmes telle que la méthode de décomposition.

2) Exemples d'application

Nous présenterons un modèle simple de détermination d'un plan de production tenant compte du phénomène aléatoire ([MON 74]).

Soit la formulation suivante :

$$
\left\{
\begin{array}{lll}
Min \quad f(X) = \sum_{i=1}^{n} C_i X_i & & \\
Sc & & \\
\sum_{i=1}^{n} a_{ik} X_i \leq b_k & k = 1, \ldots, K & \\
0 \leq X_i \leq u_i & i = 1, \ldots, n &
\end{array}
\right.
\qquad (3.3)
$$

- X_i : Quantité produite en produit fini i, i =1, ... , m
- C_i : Coût de production, i =1, ..., m
- b_k : Capacité maximale en ressource k, k=1, ..., K.
- a_{ik} : Nombre de ressources K nécessaire pour produire une unité de produit i.
- u_i : Vente maximale en produit i.

a) Méthode de résolution par rapport aux moyennes

En utilisant cette méthode, et supposant que a_{ik}, b_k, c_i, u_i sont tous des nombres aléatoires. Soit $\overline{a_{ik}}$, $\overline{b_k}$, $\overline{C_i}$, $\overline{u_i}$ les valeurs moyennes de a_{ik}, b_k, c_i, u_i, en remplaçant les nombres aléatoires par leurs moyennes, nous obtenons la formulation suivante :

$$
\left\{
\begin{array}{ll}
Min \quad f(X) = \sum_{i=1}^{n} \overline{C}_i X_i & \\
Sc & \\
\sum_{i=1}^{n} \overline{a}_{ik} X_i \leq \overline{b}_k & k = 1, \ldots, K \\
0 \leq X_i \leq \overline{u}_i & i = 1, \ldots, n
\end{array}
\right.
$$

On obtient alors un problème linéaire déterministe qu'on peut résoudre.

b) *Méthode active de Mandansky « The Fat formulation »*

Considérons le problème (3.3), on suppose que l'aléa existe au niveau de u_i et que u_i peut prendre 'l' différentes valeurs ($l = 1,2, \dots, L$).

Le problème (3.3) devient :

$$\begin{cases} Min \;\; f(X) = \sum_{i=1}^{n} C_i X_i \\ Sc \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ik} X_i \leq b_k & k = 1, \dots, K \\ 0 \leq X_i \leq u_i^l & i = 1, \dots, n; \quad l = 1, \dots, L \end{cases} \tag{3.4}$$

Il s'agira donc, de résoudre un problème de programmation linéaire.

c) *Programme linéaire stochastique de Tinter*

Soit le modèle (3.3), en utilisant la méthode de programmation linéaire stochastique, on obtient un nombre L de modèles sous forme :

$$\begin{cases} Min \;\; f(X) = \sum_{i=1}^{n} C_i X_i \\ Sc \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ik} X_i \leq b_k & k = 1, \dots, K \\ 0 \leq X_{ii} \leq u_i^l & i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Il s'agira de résoudre L modèles et d'étudier le comportement de l'optimum. Nous aurons les informations concernant la moyenne, la variance et la loi de distribution de la densité de probabilité de l'optimum.

d) Méthode des Scénarii

Soit le problème de détermination d'un programme de fabrication (3.3), en utilisant la notion de scénario, nous obtenons la formulation suivante :

$$\begin{cases} Min \quad f(X) = \sum_{i=1}^{n} p^s C_i^s X_i^s \\ Sc \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ik}^s X_i^s \leq b_k^s & k = 1,\dots, K; \quad s \in S \\ X_i^s \geq 0 & i = 1,\dots, n; \quad s \in S \end{cases}$$

Il s'agira alors de résoudre un simple problème linéaire déterministe

III.3.2- PROBLEME A CONTRAINTES PROBABILISTES [CHA 58], [WET 83]

Ce type de problème est connu dans la littérature sous le nom de « The chance constrained programming », Charne et Cooper [CHA 58] sont les premiers à avoir développé cette méthode. Dans beaucoup de problèmes stochastiques, l'écriture des contraintes est de la forme :

$$P(\sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq b_j) \geq p_i \qquad 0 < p_i \leq 1, \quad i = 1,\dots,n$$

Il s'agira de chercher X_j qui vérifie la contrainte $\sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq b_j$ avec une probabilité au moins égale à la valeur donnée p_i.

1) Généralités

Un problème à contraintes probabilistes ou Chance contrained programming est formulé comme suit :

$$\begin{cases} Min \quad f(X) = L(X.C) \\ Sc \\ P(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i) \geq p_i & 0 < p_i \leq 1, \quad i = 1,\dots, m \\ X_j \geq 0 & j = 1,\dots, n \end{cases}$$

L(X, C) : La forme linéaire du problème stochastique.

La contrainte $P(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i) \geq p_i$ est équivalente à l'inégalité suivante :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq \beta_i \qquad i = 1, \ldots, n \qquad \text{([GOL 73])}$$

où β_i est le nombre le plus large qui satisfait la contrainte $P(b_i \geq \beta_i) \geq p_i$.

Exemple :

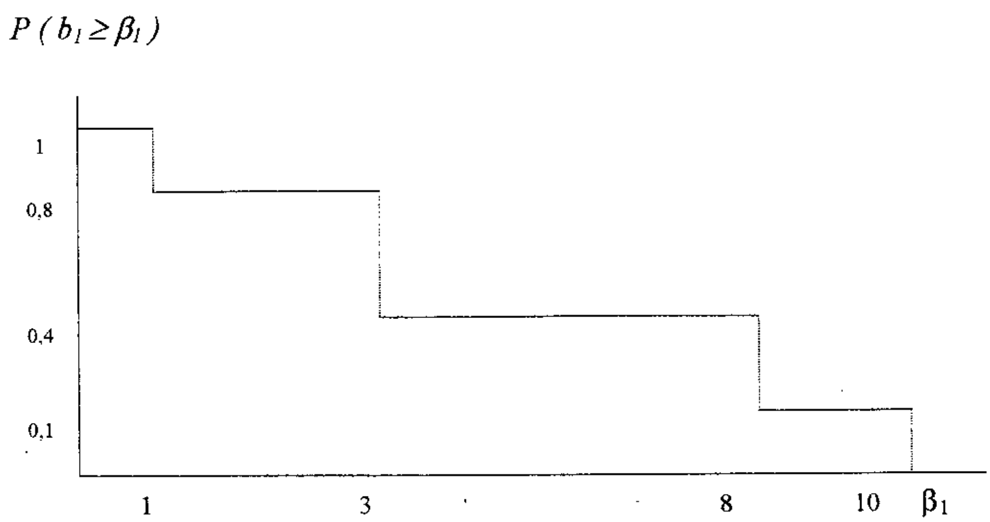
Soit la contrainte $P(a_1 X_1 \leq b_1) \geq p_1$, cette contrainte est équivalente à : $a_1 X_1 \leq \beta_1$

Où β_1 est la valeur la plus large qui vérifie : $P(b_1 \geq \beta_1) \geq p_1$.

Supposons que b_1 prend un nombre limité de valeurs :

$$P(b_1=1) = 0{,}2 \; ; \; P(b_1=3) = 0{,}4 \; ; \; P(b_1=8) = 0{,}3 \; ; \; P(b_1=10) = 0{,}1 \; ;$$

Soit le graphe représentant $P(b_1 \geq \beta_1)$,



La contrainte $P(a_1 X_1 \leq b_1) \geq p_1$ peut s'écrire sous forme $a_1 X_1 \leq \beta_1$ où :

$\beta_1 = 1 \quad si \quad 0{,}8 < p_1 \leq 1$

$\beta_1 = 3 \quad si \quad 0{,}4 < p_1 \leq 0{,}8$

$\beta_1 = 8 \quad si \quad 0{,}1 < p_1 \leq 0{,}4$

$\beta_1 = 10 \quad si \quad 0{,}4 < p_1 \leq 0{,}1$

2) Exemple d'application

Reprenons l'exemple précédent concernant la détermination d'un plan de production en considérant la formulation (3.3) ([MON 74]).

Soit l'incertitude sur la contrainte $X_i \leq u_i$. On suppose que la probabilité pour que la production dépasse un seuil D_i doit être inférieure ou égale à α_i.

La contrainte $X_i \leq u_i$ devient $P\ (D_i < X_i) \leq \alpha_i$

Soit $f_i\ (D_i)$ la loi de probabilité de la variable aléatoire D_i,

La contrainte $P\ (D_i < X_i) \leq \alpha_i$ s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{X_i} f_i(D_i)dD_i = F_i(X_i) \leq \alpha_i$$

Le modèle (3.3) devient :

$$\begin{cases} \quad Min\ \ f(X) = \sum_{i=1}^{n} C_i\ X_i \\ Sc \\ \quad \sum_{i=1}^{n} a_{ik}\ X_i \leq b_k & k = 1,\dots,K \\ \quad \int_{-\infty}^{X_i} f_i(D_i)dD_i = F_i(X_i) \leq \alpha_i & i = 1,\dots,n \\ \quad X_i \geq 0 & i = 1,\dots,n \end{cases}$$

Si nous supposons que D_i suit une loi Normale avec une variance δ_i^2 et une moyenne μ_i, nous avons alors :

$$f_i\ (D_i) = N\ (D_i,\ \mu,\ \delta_i^2). \qquad (a)$$

L'équation (a) devient : $\phi\left(\frac{X_i - \mu_i}{\delta_i}\right) \leq \alpha_i$

Soit $\phi\ (Z_\alpha) = \alpha$, ϕ étant monotone décroissante on a :

$$\phi\left(\frac{X_i - \mu_i}{\delta_i}\right) \leq Z_\alpha$$

$$X_i \leq \mu + Z_{\alpha i}.\delta_i$$

On obtient ainsi une contrainte linéaire et le problème obtenu est un PL déterministe.

III.3.3- PROBLEMES A ETAGES

Dans les problèmes à étages ou problèmes avec recours, on part du raisonnement suivant : on choisit d'abord un certain vecteur $X \geq 0$ en tant que solution préalable, après quoi on observe la réalisation de la variable aléatoire ε. Il est alors possible d'apporter des corrections après observation des paramètres aléatoires, on suppose qu'une pénalité est prévue lorsqu'il y a violation des contraintes.

Les problèmes à recours ont été suggérés par Beale [BEA 55] et Dantzig [DAN 55] qui ont traité le cas d'un problème à deux étages.

1) Problème à deux étages de Beal et Dantzig

Un problème à deux étages ou problème avec recours est formulé comme suit :

$$\begin{cases} Min \quad f(X, \varepsilon) = C^T X + E\{Q(X, \varepsilon)\} \\ Sc \\ AX \leq B \\ X \geq 0 \end{cases} \qquad (3.5)$$

Q(x, ε) étant solution d'un autre problème qui a comme paramètres q, T, W qui peuvent être aléatoires. Ce problème est exprimé comme suit :

$$\begin{cases} Min \quad q\,y = Q(X, \varepsilon) \\ Sc \\ Wy = \varepsilon - TX \\ y \geq 0 \end{cases} \qquad (3.6)$$

Le problème (3.5) est appelé problème du premier étage,

Le problème (3.6) est appelé problème du second étage.

La première décision consiste à sélectionner X sous les contraintes citées dans le problème (3.5), ε est alors observée et le décideur procède à des actions de recours "y" pour corriger les différences entre ε et TX.

2) Problème à multi-étages

Soit le problème déterministe suivant :

$$
\begin{cases}
 & Min \ \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \\
Sc & \\
 & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b_j \qquad\qquad i = 1, \ldots, m \\
 & X_j \geq 0 \qquad\qquad\qquad j = 1, \ldots, n
\end{cases}
$$

Supposons que c_j, a_{ij}, b_i soient des nombres aléatoires et prenant chacun q valeurs, $q \in Q$.

Soit l'ensemble des valeurs (c_j, a_{ij}, b_i), on lui associe des probabilités p_q.

Le problème à multi-étages est formulé comme suit :

$$
\begin{cases}
 & Min \ \sum_{q=1}^{Q} p_q \sum_{j=1}^{n} C_{jq} X_{jq} \\
Sc & \\
 & \sum_{j=1}^{n} a_{ijq} X_{jq} = b_{iq} \qquad i = 1, \ldots, m \qquad q = 1, \ldots, Q \\
 & X_j \geq 0 \qquad\qquad j = 1, \ldots, n
\end{cases}
$$

Il s'agira de résoudre un problème PL déterministe. Ce type de problème sera traité plus en détail dans le chapitre V.

3) Application

Comme exemple d'application, nous prendrons le cas d'un problème avec recours simple à deux étages ou « simple recource with random right-hand Side » ([GAR 79]).

Dans ce cas nous avons :

- W = [I, -I], où I est la matrice Identité.
- Le vecteur coût q et la matrice T sont déterministes,

On a alors $y = [y^+, -y^-]$, $q = [q^+, -q^-]$, on peut réécrire le problème comme suit :

$$\begin{cases} \quad Min \quad f(X, \varepsilon) = C^T X + E\{Q(X, \varepsilon)\} \\ Sc \\ \quad AX \leq 0 \\ \quad X \geq 0 \end{cases} \tag{3.7}$$

Q(X, ε) étant la solution du problème suivant :

$$\begin{cases} \quad Min \quad q^+ y^+ + q^- y^- = Q(X, \varepsilon) \\ Sc \\ \quad y^+ + y^- = \varepsilon - TX \\ \quad y^+ \geq 0, \ y^- \geq 0 \end{cases} \tag{3.8}$$

Si nous reprenons l'exemple du plan de production défini dans (3.3), nous avons :

- C : Vecteur des coûts de production,
- X : Vecteur des variables de décision, c'est la quantité fabriquée en produit fini,
- $AX \leq b$: Contraintes de ressources.

Soient :

- ε : Vecteur des paramètres représentant la demande aléatoire.
- T : Matrice technologique qui combine les produits semi-finis en produits finis
- q : Coût de pénalité pour violation de contraintes.

L'output TX est comparé à la valeur ε observée, tout déséquilibre est pénalisé par un coût q.

- si ε < (TX), la production excède la demande.
- si ε > (TX), la production est inférieure à la demande.

En supposant que la demande soit régie par une loi de probabilité discrète et prend un nombre limité de valeurs $\varepsilon^1, \ldots, \varepsilon^L$ auxquelles on associe des probabilités $p_1 > 0, \ldots, p_L > 0$ tel que : $\sum_{l=1}^{L} p_l = 1$

Les formulations (3.7) et (3.8) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad Min \;\; f(X, \varepsilon) = C^T X + \sum_{l=1}^{L} p_l \; \{ Q(X, \varepsilon^l) \} \\ Sc \\ \quad AX \leq 0 \\ \quad X \geq 0 \end{array} \right.$$

Q(X, ε^1) étant la valeur minimale du problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad Min \;\; (q^l)^+ y^+ + (q^l)^- y^- = Q(X, \varepsilon) \\ Sc \\ \quad y^+ + y^- = \varepsilon^l - T^l X \\ \quad y^+ \geq 0, \;\; y^- \geq 0 \end{array} \right.$$

On peut considérer le problème à un étage et les réalisations des problèmes du second étage en même temps pour obtenir un seul problème formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \quad \text{Min} \;\; f(X,\varepsilon) = C^T X + \sum_{l=1}^{L} p_l \; \{ Q(X, \varepsilon^l) \} & \\ Sc & \\ \quad AX \leq 0 & \\ \quad y^+ + y^- = \varepsilon^l - T^l X & l = 1, \ldots, L \\ \quad X \geq 0, \;\; y^+ \geq 0, \quad y^- \geq 0 & \end{array} \right.$$

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de résolution d'un problème stochastique adaptées aux problèmes de programmation linéaire. Les problèmes à étages qui ont connu plusieurs applications dans le domaine de la planification de la production ([BIR 96], [ESC 93]) feront l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE IV

MODELISATION DU PROBLEME DE PLANIFICATION AVEC INCERTITUDE SUR LA DEMANDE

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la détermination d'un modèle global pour le problème de planification qui fera l'objet d'une application. Une description de l'approche des scénarii et de la méthode de décomposition sera présentée.

VI.1- INTRODUCTION

Le problème objet de l'étude consiste à déterminer un programme de fabrication nécessitant une prise de décision par période en tenant compte du phénomène aléatoire. De façon générale, ce type de problème est formulé comme un problème de programmation stochastique à plusieurs étages où des réalisations de variables stochastiques sont obtenues et des décisions adaptatives sont faites.

L'approche suggérée pour la résolution du problème considéré consiste à formuler le problème de planification de la production dans une situation d'indétermination en un problème de programmation mathématique stochastique à multi-étages, l'approche des scénarii sera utilisée pour définir la variable aléatoire. La résolution du problème se fera par la méthode de décomposition basée sur l'algorithme de Benders. Notre choix est justifié par les raisons suivantes :

1) Dans notre étude, nous nous intéressons à la planification tactique de la production, l'outil le plus utilisé pour résoudre ce type de problèmes est la programmation mathématique. L'introduction de l'aléa dans le modèle nous ramène à un problème de programmation mathématique stochastique.

2) Les problèmes de planification sont des problèmes de nature multi-périodes, des décisions sont prises dans le temps. Ce type de problème est formulé comme un problème à multi-étages.

3) Dans les problèmes de planification, on est souvent dans une situation indéterminée où les caractéristiques probabilistes des paramètres aléatoires ne peuvent pas être déterminées par la statistique. L'approche pratique pour introduire l'incertitude dans le modèle mathématique est celle de l'analyse des scénarii qui a été utilisée par plusieurs chercheurs. L'incertitude est dans ce cas modélisée via un nombre limité de scénarii ([BIR 96], [ESC 93], [GAS 90]).

4) L'introduction des scénarii dans les problèmes de programmation mathématique stochastique accroît la taille du problème d'une manière considérable, d'où le recours à des méthodes de résolution des problèmes de programmation mathématique comportant un très grand nombre de variables et de contraintes tels que les méthodes de décomposition (Benders, Dantzig et Wolf).

5) La simulation est un outil très utilisé lorsque le recours à des méthodes exactes n'est pas possible. Le problème objet de notre étude n'est pas très complexe et peut être traité par les méthodes analytiques

VI.2- SPECIFICATION DU SYSTEME DE PRODUCTION

Dans le chapitre II, nous avons défini les différentes formulations d'un problème de planification de la production. On s'intéresse en particulier à l'une d'entre elles qui fera l'objet d'une application dans les prochains chapitres. Il s'agit du problème de détermination d'un programme de fabrication dans un système de production multi-produits, multi-périodes et multi-niveaux avec coûts et contraintes linéaires.

Pour les besoins de notre étude, nous allons considérer trois types de contraintes :

- Contrainte de stockage.,
- Contrainte de capacité.
- Contrainte de non-négativité.

Dans les problèmes à multi-périodes, les décisions prises à la période t dépendent généralement des décisions prises à la période t-1. On peut citer par exemple la contrainte de stockage pour les produits finis, où l'état du stock des produits en fin de période t s'obtient à partir de l'état de la fin de la période précédente en ajoutant la quantité produite et en retranchant la quantité demandée.

VI.2.1- DEFINITION DU PROBLEME DANS LE CAS DETERMINISTE

Dans le modèle objet de notre étude, nous nous intéresserons au problème de planification de la production qui minimise une fonction économique qui tient compte des différents coûts associés aux produits finis et semi-finis qui sont :

- Coûts de stockage.
- Coûts associés aux heures de travail régulières.
- Coûts associés aux heures de travail supplémentaires.

1) Définition et notation

T : Horizon de planification qui est subdivisé en plusieurs périodes t.

I : Ensemble de Produits Finis (PF),

J : Ensemble de Produits semi-finis (PSF),

K : Nombre de ressources existantes,

N : Nombre de produits finis existants.

M : Nombre de produits semi-finis existants.

Cr_{it} : Coût Variable pour produire une unité du produit fini i. dans la période t. pendant les heures régulières. $i \in I$, $t \in T$,

Cs_{it} : Coût Variable pour produire une unité du produit fini i, dans la période t, pendant les heures supplémentaires, $i \in I$, $t \in T$,

Gr_{jt} : Coût Variable pour produire une unité du produit semi-fini j, dans la période t, pendant les heures régulières, $j \in J$, $t \in T$,

Gs_{jt} : Coût Variable pour produire une unité du produit semi-fini j, dans la période t, pendant les heures supplémentaires, $j \in J$, $t \in T$,

h_{it} : Coût de stockage du produit fini i dans la période t, $i \in I$, $t \in T$.

S_{jt} : Coût de stockage du produit semi-fini j dans la période t, $j \in J$, $t \in T$.

D_{it} : Demande externe en produits finis i, $i \in I$, $t \in T$,

R_{kt} : Capacité Maximale en ressource de type k dans la période t pendant les heures régulières, $k \in K$, $t \in T$,

B_{kt} : Capacité Maximale en ressource de type k dans la période t pendant les heures supplémentaires, $k \in K$, $t \in T$,

r_{ik} : Capacité utilisée par type de ressource k pour produire une unité du produit fini i, $i \in I$, $k=1,\ldots, K$.

m_{jk} : Capacité utilisée par type de ressource k pour produire une unité du produit semi-fini j, $j \in J$, $k=1,\ldots,K$.

a_{ij} : Nombre d'unités du produit semi-fini j utilisé pour produire une unité du produit fini i, $i \in I$, $j \in J$.

2) Les variables de décision

Z_{it} : Nombre d'unités de produits finis i produites dans la période t pendant les heures régulières, $i \in I$, $t \in T$,

Y_{jt} : Nombre d'unités de produits semi-finis j produites dans la période t, pendant les heures régulières, $j \in J$, $t \in T$,

O_{it} : Nombre d'unités de produits finis i produites dans la période t, pendant les heures supplémentaires, $i \in I$, $t \in T$,

Q_{jt} : Nombre d'unités de produits semi-finis j produites dans la période t, pendant les heures supplémentaires, $j \in J$, $t \in T$,

I_{it} : Stocks en produit fini i dans t, $i \in I$, $t \in T$,

L_{jt} : Stocks en produit semi- fini j dans t, $j \in J$, $t \in T$,

3) Les contraintes

Trois types de contraintes seront considérés dans le modèle :

a) Contrainte de stockage

- **Produits semi-finis** : la transition d'état de stocks des produits semi-finis de la période t-1 à la période t est déterminée par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} L_{jt} = L_{j,t-1} + Y_{jt} + Q_{jt} - \sum_{i \in I} a_{ij}(Z_{it} + O_{it}) & \forall j \in J, t \in T \\ L_{j0} = 0 \end{cases}$$

$Y_{jt} + Q_{jt}$: Quantité totale produite en produit semi-fini j dans la période t,

$\sum_{i \in I} a_{ij}(Z_{it} + O_{it})$: Quantité utilisée en produit semi-fini j pour produire l'ensemble des produits finis i liés par la nomenclature.

$L_{j,t-1}$: Stocks en produits semi-finis j à la fin de la période t-1.

- **Produits finis** : la transition d'état de stocks des produits finis de la période t-1 à la période t est déterminée par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} I_{it} = I_{i,t-1} + Z_{it} + O_{it} - D_{it} & \forall\ i \in I, t \in T \\ I_{i0} = 0 \end{cases}$$

b) Contrainte de capacité

Nous avons deux types de contraintes correspondant à la limitation de la capacité des ressources utilisées en heures régulières et en heures supplémentaires

- **Heures régulières**

$$\sum_{i \in I} r_{ik} Z_{it} + \sum_{j \in J} m_{jk} Y_{jt} \leq R_{kt} \qquad k \in K, \quad t \in \mathrm{T}$$

- **Heures supplémentaires**

$$\sum_{i\in I} r_{ik} O_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk} Q_{jt} \leq B_{kt} \qquad k \in K, \ t \in T$$

- r_{ik} est égal à zéro si la ressource k n'est pas utilisée pour la fabrication du produit fini i.
- m_{jk} est égal à zéro si la ressource k n'est pas utilisée pour la fabrication du produit semi-fini j.

c) Contrainte de non-négativité

Les variables utilisées dans la formulation du problème doivent être positives ou nulles, nous avons :

$$O_{it} \geq 0 \qquad \forall i \in I,\ t \in T$$

$$I_{it} \geq 0 \qquad \forall i \in I,\ t \in T$$

$$Y_{jt} \geq 0 \qquad \forall j \in J,\ t \in T$$

$$Q_{jt} \geq 0 \qquad \forall j \in J,\ t \in T$$

$$L_{jt} \geq 0 \qquad \forall j \in J,\ t \in T$$

$$lz_t \leq Z_{it} \leq uz_t \qquad \forall i \in I,\ t \in T$$

Z_{it} représentant la quantité de produits finis à fabriquer ne doit pas dépasser un intervalle de valeurs.

4) La fonction objectif

L'objectif du modèle est de satisfaire la demande en produits au moindre coût. Il s'agira de minimiser les coûts associés au stockage des produits finis et semi-finis ainsi que les coûts variables de production des produits pendant les temps réguliers et supplémentaires. Ceci est exprimé comme suit :

$$\boxed{Min \sum_{t\in T} \left(\sum_{i\in I} \left(Cr_{it} Z_{it} + Cs_{it} O_{it} + h_{it} I_{it} \right) + \sum_{j\in J} \left(Gr_{jt} Y_{jt} + Gs_{jt} Q_{jt} + S_{jt} L_{jt} \right) \right)}$$

5) Définition du modèle de planification

Le modèle pour la recherche de la solution optimale est alors établi comme suit :

$$
\begin{cases}
Min \sum_{t\in T} \Big(\sum_{i\in I} (Cr_{it}Z_{it} + Cs_{it}O_{it} + h_{it}I_{it}) + \sum_{j\in J} (Gr_{jt}Y_{jt} + Gs_{jt}Q_{jt} + S_{jt}L_{jt}) \\
Sc \\
I_{it} = I_{i,t-1} + Z_{it} + O_{it} - D_{it} & \forall\, i\in I,\, t\in T \\
L_{jt} = L_{j,t-1} + Y_{jt} + Q_{jt} - \sum_{i\in I} a_{ij}(Z_{it} + O_{it}) & \forall\, j\in J,\, t\in T \\
\sum_{i\in I} r_{ik} Z_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk} Y_{jt} \le R_{kt} & k\in K,\ t\in T \\
\sum_{i\in I} r_{ik} O_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk} Q_{jt} \le B_{kt} & k\in K,\ t\in T \\
lz_t \le Z_{it} \le uz_t,\, O_{it} \ge 0,\, I_{it} \ge 0 & \forall i\in I, t\in I \\
Y_{jt} \ge 0,\, Q_{jt} \ge 0,\, L_{jt} \ge 0 & \forall j\in J, t\in T
\end{cases}
\qquad (4.1)
$$

Le problème (4.1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$
\begin{cases}
Min \sum_{t\in T} \Big(\sum_{i\in I} (Cr_{it}Z_{it} + Cs_{it}O_{it} + h_{it}I_{it}) + \sum_{j\in J} (Gr_{jt}Y_{jt} + Gs_{jt}Q_{jt} + S_{jt}L_{jt})\Big) \\
Sc \\
I_{i,t-1} + Z_{it} + O_{it} - I_{it} = D_{it} & \forall\, i\in I,\, t\in T \\
L_{j,t-1} - \sum_{i\in I} a_{ij} Z_{it} - \sum_{i\in I} a_{ij} O_{it} + Y_{jt} + Q_{jt} - L_{jt} = 0 & \forall\, j\in J,\, t\in T \\
\sum_{i\in I} r_{ik} Z_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk} Y_{jt} + \pi_{kt} = R_{kt} & k\in K,\ t\in T \\
\sum_{i\in I} r_{ik} O_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk} Q_{jt} + \lambda_{kt} = B_{kt} & k\in K,\ t\in T \\
lz_t \le Z_{it} \le uz_t,\, O_{it} \ge 0,\, I_{it} \ge 0 & \forall i\in I, t\in I \\
Y_{jt} \ge 0,\, Q_{jt} \ge 0,\, L_{jt} \ge 0 & \forall j\in J, t\in T \\
\pi_{kt} \ge 0,\, \lambda_{kt} \ge 0, & \forall k\in K, t\in T
\end{cases}
\qquad (4.2)
$$

Où π_k, λ_k *sont les variables d'écarts*

Pour simplifier la notation, posons :

$X_t = (Z_{1t},\ldots, Z_{Nt}, O_{1t},\ldots, O_{Nt}, I_{1t},\ldots, I_{Nt}, Y_{1t},\ldots, Y_{Mt}, Q_{1t},\ldots, Q_{Mt}, L_{1t},\ldots, L_{Mt}, \pi_{1t},\ldots, \pi_{Kt}, \lambda_{1t},\ldots,\lambda_{Kt})^T$, de dimension (3N+3M+2K, 1).

$C_t = (Cr_{1t},\ldots, Cr_{Nt}, Cs_{1t},\ldots, Cs_{Nt}, h_{1t},\ldots, h_{Nt}, Gr_{1t},\ldots, Gr_{Mt}, Gs_{1t},\ldots, Gs_{Mt}, S_{1t},\ldots,S_{Mt}, Nul(2K))$, de dimension (1, 3N+3M+2K).

$b_t = (D_{1t}, \ldots,D_{Nt}, zéro(M), R_{1t}, \ldots, R_{Kt}, B_{1t}, \ldots, B_{Kt})^T$, de dimension (N+M+2K,1).

$l_t = (LZ(N), zéro(2N), zéro(3M), zéro(2K))^T$, de dimension (3N+3M+2K,1)

$u_t= (UZ(N), INF(2N+3M+2K))$, de dimension (3N+3M+2K,1)

où :

zéro(i) : Vecteur de dimension (i,1) ne comprenant que les valeurs zéros (i=2N, M, 3M, 2K)

Nul(i) : Vecteur de dimension (1,i) ne comprenant que les valeurs zéros (i=2K)

INF(j) = $(+\infty, \ldots, +\infty)$: Vecteur de dimension (j,1) ne comprenant que la valeur $+\infty$,

LZ(N) = $(lz_t, lz_t, \ldots, lz_t)$: Vecteur de dimension (N,1) ne comprenant que la valeur lz_t,

UZ(N) = $(uz_t, uz_t, \ldots, uz_t)$: Vecteur de dimension (N,1) ne comprenant que la valeur uz_t,

$$B_t = \begin{bmatrix} Bzéro(N,2N) & ID(N,N) & Bzéro(N,2M) & Bzéro(N,M) & Bzéro(2K) \\ Bzéro(M,2N) & Bzéro(M,N) & Bzéro(M,2M) & ID(M,M) & Bzéro(2K) \\ Bzéro(2K,2N) & Bzéro(2K,N) & Bzéro(2K,2M) & Bzéro(2K,M) & Bzéro(2K) \end{bmatrix}$$

B_t : Matrice de dimension (N+M+2K , 3N+3M+2K)

où :

- ID(i) : matrice identité de dimension (i, i),
- Bzéro(i, j) : matrice de dimension (i, j) ne comportant que les valeurs zéros,

$$A = \begin{bmatrix} ID(N) & ID(N) & -ID(N) & Z(N,M) & Z(N,M) & Z(N,M) & Z(N,K) & Z(N,K) \\ -AA & -AA & Z(M,N) & ID(M) & ID(M) & -ID(M) & Z(N,K) & Z(N,K) \\ AR & Z(K,N) & Z(K,N) & AM & Z(K,M) & Z(K,M) & ID(K) & Z(K,K) \\ Z(K,N) & AR & Z(K,N) & Z(K,M) & AM & Z(K,M) & Z(K,K) & ID(K) \end{bmatrix}$$

où :

- Z(i, j) : matrice de dimension (i, j) ne comportant que les valeurs zéros,

$$AA=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,N-1} & a_{1,N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,N-1} & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{M-1,1} & a_{M-1,2} & \cdots & a_{M-1,N-1} & a_{M-1,N} \\ a_{M,1} & a_{M,2} & & a_{M,N-1} & a_{M,N} \end{bmatrix}$$ matrice de dimension (M, N)

$$AR=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1,N-1} & r_{1,N} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2,N-1} & r_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{K-1,1} & r_{K-1,2} & \cdots & r_{K-1,N-1} & r_{K-1,N} \\ r_{K,1} & r_{K,2} & & r_{k,N-1} & r_{K,N} \end{bmatrix}$$ matrice de dimension (K, N)

$$AM=\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1,M-1} & m_{1,M} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2,M-1} & m_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{K-1,1} & m_{K-1,2} & \cdots & m_{K-1,M-1} & m_{K-1,M} \\ m_{K,1} & m_{K,2} & & m_{k,M-1} & m_{K,M} \end{bmatrix}$$ matrice de dimension (K, M)

En supposant que le stock en produits finis et semi-finis est nul, on aura :

$I_{jo}=0, \quad i\in I.$

$L_{j0}=0, \; j\in J.$

Nous aurons alors la forme suivante :

$$\begin{cases} \quad Min \; \sum_{t\in T} C_t X_t \\ Sc: \quad A_1X_1 \qquad\qquad\qquad = b_1 \\ \qquad B_1X_1 + A_2X_2 \qquad\quad = b_2 \\ \qquad \cdots\cdot \\ \qquad\qquad + B_{T-1}X_T + A_TX_T = b_T \\ \qquad u_t \le X_t \le l_t \qquad t\in T \end{cases} \tag{4.3}$$

Dans le cas traité, nous avons A_i=A $\forall$ i, i=1, ...,T et B_i=B $\forall$ i, i=1, ...,T-1

Pour simplifier les notations, nous considérons dans la suite de notre travail, la formulation du problème de planification définie en (4.3) au lieu de celle définie en (4.2).

IV.2.2 – DEFINITION DU PROBLEME DANS LE CAS STOCHASTIQUE

Un progrès remarquable est fait ces dernières années dans le domaine de la programmation stochastique à multi-étages dont la distribution de la variable aléatoire est discrète et connue à travers un nombre limité de réalisations. Le terme étage correspond généralement à une période, il peut aussi correspondre à un ensemble de périodes [BIR 96], [ESC 93], [GAS 90].

Dans les problèmes de programmation stochastique avec recours, on suppose que les données sont bien connues dès la première période. Des décisions sont prises au 1er étage, de nouvelles informations sont observées puis des actions de recours sont faites à l'étage suivant. A chaque étage des variables stochastiques sont observées et des actions de recours sont menées d'où le terme de ' recourse '.

Tout problème stochastique à multi-étages contient les composants suivants :

- Un vecteur de variables de décision X_t (t : période) qui doit satisfaire un certain nombre de contraintes,
- Un vecteur de variables aléatoires ξ dont les valeurs sont observées seulement après que X_1 eut été sélectionné,
- La fonction coût sous forme de : $f(X_1) + Q(\xi, X_t)$, $f(X_1)$ étant le coût relatif à la première période qui est supposée connue, $Q(\xi, X_t)$ étant les coûts futurs,
- Les probabilités de distribution de la variable aléatoire (probabilité d'apparition des scénarii pendant la période dans le cas où la distribution est discrète)
- Critère de décision qui peut prendre plusieurs formes, nous citerons quelques-unes à savoir :
  - Espérance Mathématique,
  - Variance ,
  - Combinaison entre l'espérance et la variance,
  - Probabilité dépassant un certain seuil,
  - …

Un problème stochastique à multi-étages s'écrit généralement comme suit [NIE 96] :

$$\begin{cases} \underset{X_1}{Min}\{ C_1X_1 + E_{\xi_2}[\underset{X_2}{Min}(C_2X_2 + E_{\xi_2/\xi_3}(\underset{X_3}{Min}C_3X_3 + \ldots + E_{\xi_T/\xi_2,\ldots,\xi_{T-1}}\underset{X_T}{Min}C_TX_T))] \} \\ Sc \\ A_1X_1 = b_1, \\ B_1X_1 + A_2X_2 = b_2, \\ B_2X_2 + A_3X_3 = b_3, \\ \ldots \\ B_{T-1}X_{T-1} + A_TX_T = b_T, \\ l_t \leq X_t \leq u_t \quad t \in T \end{cases} \tag{4.4}$$

Où ξ_t=(A_t, B_t, C_t, b_t) pour t = 2,..., T représente l'ensemble des variables aléatoires.

L'objectif est donc de minimiser l'espérance mathématique conditionnelle à chaque étage, la première période est supposé connue ; l'ensemble des réalisations de ξ_t pour $t \geq 2$, dépend des observations précédentes de $\xi_2, \ldots, \xi_{t-1}$,

Dans le cas où l'on ne dispose pas d'informations suffisantes sur la variable aléatoire, on introduit la notion de scénario. Les scénarii sont définis comme étant les différentes réalisations des variables stochastiques $\xi_2, \ldots, \xi_T$.

1) Approche des scénarii

L'approche des scénarii a été proposée pour traiter des situations indéterminées où le décideur ne peut affecter une distribution de probabilité à la variable aléatoire. Le scénario est simplement une description du futur qui prend en considération différents facteurs (économiques, sociaux, ...); un nombre limité de réalisations des paramètres stochastiques est considéré pour représenter un espace possible de résultats. Les scénarii sont souvent utilisés lorsqu'on n'a pas assez d'informations sur la variable aléatoire.

Les scénarii ne sont pas des prévisions, ce sont seulement les différentes possibilités de réalisation. Les prévisions sont utilisées pour prédire le futur, alors que l'analyse des scénarii suppose qu'on ne peut pas prévoir ce futur. Lorsque l'on parle de scénarii, on doit nécessairement avoir au minimum deux possibilités de réalisation; beaucoup de praticiens se limitent à 3 alternatives : pessimiste, intermédiaire et optimiste [EPP 88].

Lorsqu'on utilise l'approche des scénarii, on associe à chaque scénario une probabilité d'apparition dans une période donnée notée p_t^s, $0 \leq p_t^s \leq 1$. Le problème consistera à définir une politique qui permet la cohérence entre les scénarii et les décisions, cette politique s'appelle ' implementable policy ' définie comme suit ([ESC 93], [ROC 91]) :

Si 2 scénarii s et s' sont identiques jusqu'à la période τ, alors les variables de décision X_t^s et $X_t^{s'}$ sont identiques jusqu'à la période τ,.

Le concept de 'Implementability policy ' ou ce qu'on retrouve aussi dans la littérature sous le nom de : « non-anticipativity constraint » impose la logique qui fait que les décisions prises jusqu'à l'étage t doivent coïncider avec les scénarii ayant le même chemin dans l'arborescence ([ESC 93], [NIE 96], [ROC 91]), cette contrainte est formulée comme suit :

$x_\tau^s = x_\tau^{s'}$, $\forall$ s, s' $\in \Omega$ / s et s' sont identiques jusqu'à la période t.

Où $\Omega = \{1, \ldots, S\}$ est l'ensemble des réalisations des scénarii s, s $\in \Omega$

exemple

Soit le cas d'un problème à trois étages (T=3) ayant 7 scénarii (voir fig IV.1), on suppose qu'on a :

- Etage 1 : Une possibilité de réalisation.
- Etage 2 : Trois possibilités de réalisation de la variable aléatoire (ξ_2^1, ξ_2^2,ξ_2^3)
- Etage 3 : Deux réalisations possibles pour les variables aléatoires ξ_2^1, ξ_2^2 et trois possibilités de réalisation pour la variable aléatoire ξ_2^3 .

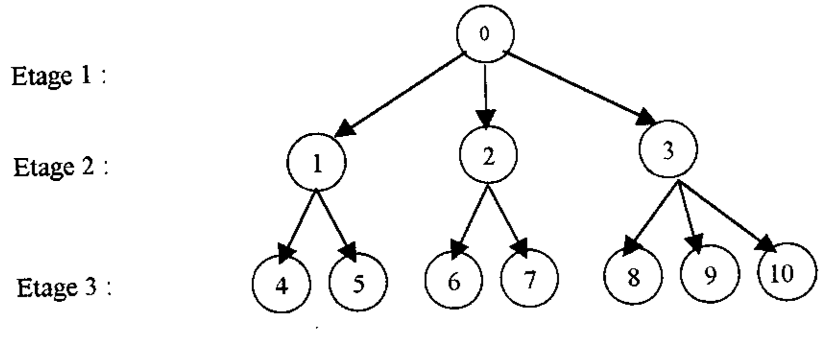


Fig. IV.1 Exemple de scénarii

Dans cet exemple, nous avons 7 scénarii possibles :

(0,1,4), (0,1,5), (0,2,6), (0,2,7), (0,3,8), (0,3,9), (0,3,10)

La contrainte connue sous le nom de « non-anticipativity constraint » montre que les possibilités de réalisations 4 et 5 ont le même chemin dans l'arborescence et que des scénarii tels que (0,1,9) et (0,3,5) ne peuvent pas exister (Voir fig IV.2).

Etage 1 :

Etage 2 :

Etage 3 :

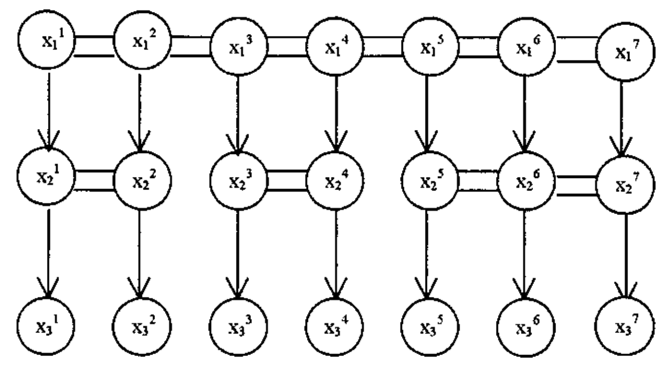


Fig. IV.2 Exemple de « non-anticipativity constraint »

Les lignes doubles indiquent (égalité) : « non-anticipativity constraint »

2) Formulation du modèle stochastique à multi-étages

Dans notre étude, nous nous intéressons à la détermination d'un programme de fabrication dans les conditions de risque. En introduisant les facteurs aléatoires dans le modèle (4.3) défini dans VI.2.1-5 et en supposant que nous avons un nombre limité de réalisations de la variable aléatoire, nous aurons pour chaque scénario s $\in$ S, un sous problème défini comme suit :

$$
\left\{
\begin{array}{lr}
\underset{X_t^s, t=1,\dots,T}{Min} C_1 X_1 + C_2^s X_2^s + \dots + C_T^s X_T^s & \\
Sc: \; A_1 X_1 & = b_1, \\
\quad B_1^s X_1 + A_2^s X_2^s & = b_2^s, \\
\qquad B_2^s X_2^s + A_3^s X_3^s & = b_3^s, \\
\qquad\qquad \dots & \\
\qquad\qquad\qquad B_{T-1}^s X_{T-1}^s + A_T^s X_T^s & = b_T^s, \\
l_t \le X_t^s \le u_t \qquad t=1\dots T &
\end{array}
\right.
$$

Pour arriver à une formulation du problème complet reliant les différents scénarii, on doit ajouter une contrainte qui lie les différents sous problèmes relatifs à chaque scénario, c'est la contrainte connue sous le nom de « non-anticipativity constraint ».

On obtient ainsi la formulation suivante :

$$
\left\{
\begin{array}{llll}
 & \underset{X_t^s,\, t=1,\dots,T}{Min} C_1 X_1 + \sum_{s\in S} p^s (C_2^s X_2^s + \dots + C_T^s X_T^s) & & \\
Sc & & & \\
 & A_1 X_1 & = b_1, & \\
 & B_1^s X_1 + A_2^s X_2^s & = b_2^s, & s \in S \\
 & B_2^s X_2^s + A_3^s X_3^s & = b_3^s, & s \in S \\
 & \dots & & \\
 & B_{T-1}^s X_{T-1}^s + A_T^s X_T^s & = b_T^s, & s \in S \\
 & & & \\
 & X_t^s = X_t^{s+1} \quad pour\ t = 1,\dots,T\ et\ s \in S : \quad a^t(s) = a^t(s+1) & & \\
 & l_t \le X_t^s \le u_t \qquad t = 1,\dots,T \quad s \in S & &
\end{array}
\right.
$$

$a^t(s)$: ancêtre du scénario s à t

Cette formulation est connue dans la littérature sous le nom de « Split variable formulation », elle peut prendre aussi la forme suivante [BIR 96], [NIE 96]:

$$
\left\{
\begin{array}{llll}
 & \underset{X_t^j,\, t=1,\dots,T}{Min} C_1 X_1 + \sum_{j=1}^{\overline{S_2}} p_2^j C_2 X_2^j + \sum_{j=1}^{\overline{S_3}} p_3^j C_3 X_3^j + \dots + \sum_{j=1}^{\overline{S_T}} p_T^j C_T X_T^j & & \\
Sc & & & \\
 & A_1 X_1 & = b_1, & \\
 & B_1^j X_1^{a(j,2)} + A_2^j X_2^j & = b_2^j, & j = 1,\dots,\overline{S_2} \\
 & B_2^j X_2^{a(j,3)} + A_3^j X_3^j & = b_3^j, & j = 1,\dots,\overline{S_3} \\
 & \dots & & \\
 & B_{T-1}^j X_{T-1}^{a(j,T)} + A_T^j X_T^j & = b_T^j, & j = 1,\dots,\overline{S_T} \\
 & & & \\
 & l_t \le X_t^j \le u_t \qquad j = 1,\dots,\overline{S_t};\quad t = 1,\dots,T & &
\end{array}
\right.
\qquad (4.5)
$$

où :

- S_t : Nombre de résultats possibles dans t,
- $\overline{S_t}$: Nombre cumulé de réalisations durant l'étage t, $\overline{S}_t = S_1 * S_2 * \ldots * S_t$,
- X_t^j : Vecteur de décision à l'étage t donné par le résultat du scénario j,
- p_t^j : Probabilité que le scénario j se produise à l'étage t, j=1, …, $\overline{S}_t$,
- $a(j,t)$: Le scénario prédécesseur du scénario j à l'étage t.

Dans notre étude, nous nous intéresserons en particulier à un problème de planification de la production avec incertitude sur la demande.

A_t^j et B_t^j seront donc connues avec certitude, nous aurons alors :

Pour tout t=1, …, T et j=1, …, $\overline{S}_t$ $A_t^j = A_t$ et $B_t^j = B_t$

L'aléa existe seulement au niveau du vecteur b.

La formulation du problème stochastique de planification objet de l'étude sera alors définie comme suit :

$$\left\{\begin{array}{llll}
 & \underset{X_t^j, t=1,\ldots T}{Min} \; C_1X_1 + \sum_{j=1}^{\overline{S}_2} p_2^j C_2 X_2^j + \sum_{j=1}^{\overline{S}_3} p_3^j C_3 X_3^j + \ldots + \sum_{j=1}^{\overline{S}_T} p_T^j C_T X_T^j) & & \\
Sc & & & \\
 & A_1X_1 & = b_1, & \\
 & B_1 X_1^{a(j,2)} + A_2 X_2^j & = b_2^j, & j = 1,\ldots,\overline{S}_2 \\
 & B_2 X_2^{a(j,3)} + A_3 X_3 & = b_3^j, & j = 1,\ldots,\overline{S}_3 \\
 & \ldots & & \\
 & B_{T-1} X_{T-1}^{a(j,T)} + A_T X_T^j & = b_T^j, & j = 1,\ldots,\overline{S}_T \\
 & l_t \le X_t^j \le u_t & j = 1,\ldots, \overline{S}_t; & t = 1,\ldots,T
\end{array}\right. \quad (4.6)$$

Nous rappelons que le problème objet de notre étude consiste à déterminer un programme de fabrication dans un système de production multi-produits, multi-périodes et multi-niveaux dans les conditions d'incertitude. Ce type de problème est en général de taille très importante. En effet lorsqu'on introduit les facteurs aléatoires dans le modèle, le problème considéré dans le cas déterministe est multiplié par le nombre de scénarii . Le nombre de contraintes et de variables devient alors plus important.

Le problème de planification objet de l'étude a été formulé comme un problème de programmation stochastique à multi-étages. La méthode du simplexe étant difficile à utiliser lorsque nous introduisons la notion de scénario, nous nous proposons de résoudre le problème par la méthode de décomposition.

VI.3- LA METHODE DE RESOLUTION

Les problèmes de programmation stochastique linéaire comportent un nombre important de contraintes et de variables. Vu la taille importante de ces problèmes, des méthodes sont utilisées pour décomposer le problème en sous problèmes de petite taille. Parmi ces méthodes nous retiendrons la méthode de décomposition de Benders.

Dantzig et Wolfe sont les premiers à avoir développé la méthode de décomposition. Cette méthode a permis de ramener la résolution des programmes mathématiques comportant un grand nombre de variables et de contraintes à la résolution d'une suite de problèmes de dimension plus faible. D'autres méthodes ont été développées par la suite c'est le cas de la méthode de partitionnement de Benders.

Les avantages des méthodes de décomposition sont :

- L'utilisation rationnelle de la mémoire de l'ordinateur : le temps nécessaire pour résoudre des problèmes linéaires de grande taille peut être très important utilisant un grand nombre d'appel à la mémoire. L'utilisation des méthodes de décomposition permet une occupation faible en mémoire.
- La majorité des logiciels existant sur le marché qui résolvent les problèmes de programmation linéaire sont limités par le nombre de contraintes et variables.

Aperçu sur la méthode de décomposition [MIN 83]

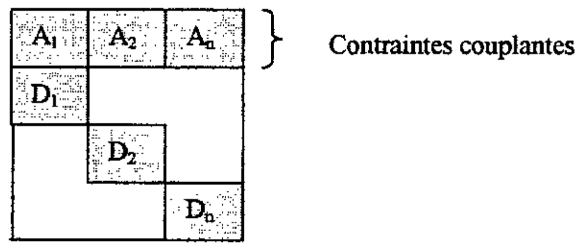
Soit un problème linéaire formulé comme suit :

$$\begin{cases} & Min\ Z = CX \\ Sc & AX = b \\ & X \geq 0 \end{cases}$$

Les problèmes de programmation linéaire de très grandes dimensions ont souvent une structure particulière, les trois structures les plus courantes sont [MIN 83] :

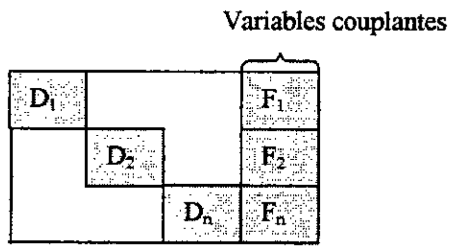
- Problèmes à contraintes couplantes,
- Problèmes à variables couplantes ,
- Problèmes à variables et contraintes couplantes.

Cas 1 : Problèmes à contraintes couplantes



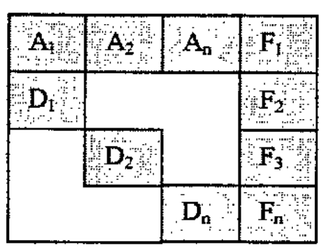
Structure bloc-diagonale avec contraintes couplantes

Cas 2 : Problèmes à variables couplantes



Structure bloc-diagonale avec variables couplantes

Cas 3 : Problèmes à variables et contraintes couplantes



Structure bloc-diagonale avec variables et contraintes couplantes

Les principales méthodes de décomposition qui permettent de résoudre des problèmes de grandes tailles sont :

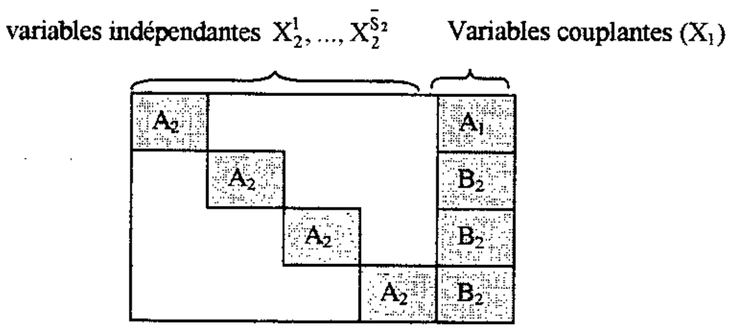
- La méthode de décomposition de Dantzig et Wolfe,
- La méthode de décomposition par affectation des seconds membres,
- La méthode de décomposition de Benders.

Les deux premières méthodes traitent en général des problèmes à contraintes couplantes (Cas 1), par contre la méthode de décomposition de Benders traite les problèmes de type 2, c'est à dire ne comportant que des variables couplantes (voir annexe 1).

Lorsque T=2, le modèle (4.6) est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \quad Min\ C_1 X_1 + \sum_{j=1}^{\overline{S_2}} p_2^j C_2 X_2^j & \\ Sc & \\ \quad A_1 X_1 \qquad\qquad = b_1, & \\ \quad B_1 X_1 + A_2 X_2^1 \quad = b_2^1, & \\ \quad B_1 X_1 + A_2 X_2^2 \quad = b_2^2, & \\ \quad \ldots & \\ \quad B_1 X_1 + A_2 X_2^{\overline{S_2}} \quad = b_2^{\overline{S_2}}, & \\ \quad l_2 \le X_2^j \ge u_2 & j = 1,\ldots,\overline{S_2} \\ \quad l_1 \le X_1 \ge u_1 & \end{cases} \tag{4.7}$$

Comme nous pouvons le constater, nous avons $\bar{S}_2$ blocs associés à $\bar{S}_2$ sous problèmes (correspondants aux variables $X_2^1, \ldots, X_2^{\bar{S}_2}$) qui seraient indépendants sans la présence d'un certain nombre de variables couplantes (correspondant à X_1). La figure suivante illustre bien la présence des variables couplantes :



Le problème (4.6) pour t=2 est donc un problème à variables couplantes, c'est le cas aussi pour t>2 que nous verrons en détail dans le prochain chapitre.

Le problème objet de l'étude concernant la détermination d'un plan de production en tenant compte du phénomène aléatoire est un problème à variables couplantes, nous proposons la méthode de décomposition de Benders pour la résolution de notre problème de planification défini dans (4.6).

La résolution des problèmes de programmation mathématique stochastique à multi-étages par la méthode de décomposition de Benders a connu récemment un intérêt particulier, son utilisation s'est étendue à plusieurs domaines et notamment en gestion de production ([BIR 96], [BLO 83], [ESC 93]).

Après avoir spécifié le problème de planification dans un système de production multi-produits, multi-niveaux et multi périodes avec incertitude sur la demande, l'approche des scénarii est proposée pour estimer la variable aléatoire. Ce type de problème est généralement de taille très importante d'où le recours à la méthode de décomposition pour la résolution du problème.

CHAPITRE V

APPROCHE DE RESOLUTION

Dans ce chapitre, nous présenterons une approche de résolution du modèle de planification objet de l'étude. Nous développerons un algorithme basé sur la méthode de décomposition de Benders et sur l'algorithme « Nested decomposition ».

V.1- INTRODUCTION

Les problèmes de programmation mathématique stochastique utilisant la méthode de décomposition de Benders ont été traités initialement par Van Slyke et Wet [VAN 69]. Ils ont à cet effet développé un algorithme connu sous le nom de : « L-Shaped algoritm » pour la résolution des problèmes de programmation stochastique à deux étages. Une extension a été faite par la suite par Birge [BIR 85] en introduisant la notion de multi-cut qui permet de réduire le nombre d'itérations dans le déroulement de l'algorithme.

Des recherches ont été menées par la suite pour traiter les problèmes stochastiques à multi-étages, Birge [BIR 85] fût le premier a développer un algorithme connu sous le nom de « Nested decomposition algorithm » pour résoudre ce type de problème. Des améliorations ont été apportées par [BIR 88], [BIR 96], [GAS 90].

Pour le problème de planification objet de notre étude, nous avons proposé sa résolution par la méthode de décomposition de Benders en nous inspirant de l'algorithme de Van Styke et Wet [VAN 69] « L-Shaped algorithm » et de l'algorithme de Birge [BIR 88], [BIR 96] « Nested decomposition algorithm ».

Dans un premier lieu, nous décrirons l'approche de résolution dans un problème de planification à deux étages, nous l'étendrons par la suite au cas multi-étages.

V.2- APPROCHE DE RESOLUTION

Dans le chapitre IV, nous avons modélisé le problème de détermination d'un plan de fabrication dans un système de production multi-produits, multi-périodes et multi-niveaux avec incertitude sur la demande en un problème de programmation stochastique formulé comme suit :

$$
\left\{
\begin{array}{llll}
 & \underset{X_t^j,\, t=1,\dots,T}{\mathrm{Min}}\ C_1X_1 + \sum_{j=1}^{\bar{S}_2} p_2^j C_2 X_2^j + \sum_{j=1}^{\bar{S}_3} p_3^j C_3 X_3^j + \dots + \sum_{j=1}^{\bar{S}_T} p_T^j C_T X_T^j & & \\
Sc & A_1X_1 & = b_1, & \\
 & B_1X_1^{a(j,2)} + A_2X_2^j & = b_2^j, & j = 1, \dots, \bar{S}_2 \\
 & \quad B_2X_2^{a(j,3)} + A_3X_3^j & = b_3^j, & j = 1, \dots, \bar{S}_3 \\
 & \quad\quad \dots & & \\
 & \quad\quad\quad B_{T-1}X_{T-1}^{a(j,T)} + A_TX_T^s & = b_T^j, & j = 1, \dots, \bar{S}_T \\
 & l_t \le X_t^j \le u_t \qquad j = 1, \dots, \bar{S};\ t = 1, \dots, T & &
\end{array}
\right.
$$

L'ensemble des paramètres et variables sont définis dans le chapitre IV (IV.2.1 et IV.2.2).

Le problème (5.2) peut s'écrire comme suit :

$$\left\{\begin{array}{lll} & \text{Min } C_1X_1 + \sum_{j=1}^{\overline{S}_2} p_2^j C_2 X_2^j & \\ Sc & A_1X_1 \qquad\qquad = b_1, & \\ & B_1X_1 + A_2X_2^1 \quad = b_2^1, & \\ & B_1X_1 + A_2X_2^2 \quad = b_2^2, & \\ & \quad \ldots & \\ & B_1X_1 + A_2X_2^{\overline{S}_2} \quad = b_2^{\overline{S}_2}, & \\ & l_2 \le X_2^j \le u_2 & j = 1,\ldots,\overline{S}_2 \\ & l_1 \le X_1 \le u_1 & \end{array}\right. \tag{5.3}$$

Le problème (5.3) est un problème à variable couplantes. Dès l'instant où la valeur des variables X_1 est fixée, ce problème pourra être formulé ainsi :

$$\left\{\begin{array}{ll} & Min\ C_1X_1 + Q(X_1) \\ Sc & \\ & A_1X_1 = b_1, \\ & \\ & l_1 \le X_1 \le u_1 \end{array}\right. \tag{5.4}$$

Où $Q(X_1)$ est la solution du problème :

$$\left\{\begin{array}{lll} & \text{Min } \sum_{j=1}^{\overline{S}_2} p_2^j C_2 X_2^j & \\ Sc & & \\ & A_2X_2^j = b_2^j - B_1X_1 & j = 1,\ldots,\overline{S}_2 \\ & & \\ & l_2 \le X_2^j \le u_2 & j = 1,\ldots,\overline{S}_2 \end{array}\right. \tag{5.5}$$

Le problème (5.4) peut aussi s'écrire sous la forme [MIN 83] :

$$\left\{\begin{array}{ll} & Min\ C_1X_1 + \theta \\ Sc & \\ & A_1X_1 = b_1, \\ & \theta \ge Q(X_1) \\ & l_1 \le X_1 \le u_1 \end{array}\right. \tag{5.6}$$

En suivant les étapes de la méthode de décomposition [MIN 83], il faudra résoudre le dual du problème (5.5) formulé comme suit [GAS 90]. :

$$\left\{\begin{array}{l} \quad \text{Max } \pi_j(b_2^j - B_1X_1) + \lambda_j l_2 - \mu_j u_2 \\ Sc \\ \quad \pi_j A_2 + \lambda_j - \mu_j = C_2 \\ \quad \lambda_j \geq 0,\ \mu_j \geq 0 \\ \quad \pi_j \text{ de signe quelconque} \end{array}\right. \tag{5.7}$$

Pour j = 1, ..., $\overline{S}_2$

En utilisant les conditions suffisantes de Farkas et Minkowski [MIN 83] (annexe 3), la contrainte suivante doit être satisfaite pour garantir l'existence d'une solution pour les sous problèmes (5.7).

$$\sigma^l_{l(j)}(b_2^j - B_1X_1) + \chi^l_{l(j)}l_2 - \eta^l_{l(j)}u_2 \leq 0 \qquad (1)$$

$\sigma^l_{l(j)}, \chi^l_{l(j)}, \eta^l_{l(j)}$: Sont les points extrêmes l=1, ..., L correspondants aux sous problèmes j

Soit le polytope V défini comme suit :

$$V = \{\pi, \lambda, \mu \ / \ \pi_j A_2 + \lambda_j - \mu_j = C_2\}$$

La contrainte $\theta \geq Q(X_1)$ de (5.6) peut s'écrire sous la forme (annexe 2) :

$$\theta \geq \sum_{j=1}^{\overline{S}_2} p_j \left[\alpha^i_j(b_2^j - B_1X_1) + \delta^i_j l_2 - \rho^i_j u_2 \right]$$

qui est équivalente à :

$$\sum_{j=1}^{\overline{S}_2} p_j \alpha^i_j B_1 X_1 + \theta \geq \sum_{j=1}^{\overline{S}_2} p_j \left[\alpha^i_j b_2^j + \delta^i_j l_2 - \rho^i_j u_2 \right]; \qquad i = 1, \dots, I \qquad (2)$$

$\alpha^i_j, \delta^i_j, \rho^i_j$: Sont les points extrêmes du polytope V, i=1, ..., I correspondants sous problèmes j

- La contrainte (1) est appelée contrainte de faisabilité ou « feasibility constraint ».

- La contrainte (2) est appelée contrainte d'optimalité ou « optimality constraint ».

En introduisant dans le problème (5.6) les contraintes (1) et (2) correspondants aux contraintes de faisabilité et contraintes d'optimalité, nous obtenons le problème suivant :

$$\left\{\begin{array}{lll} & \text{Min } C_1X_1+\theta & \\ \text{Sc} & & \\ & A_1X_1=b_1 & \\ & \sigma^l_{1(j)}B_1X_1 \geq \sigma^l_{1(j)}b^j_2+\chi^l_{1(j)}l_2-\eta^l_{1(j)}u_2 & l=1,\dots,L \\ & \sum_{j=1}^{\bar{S}_2} p_j\alpha^i_jB_1X_1+\theta \geq \sum_{j=1}^{\bar{S}_2} p_j\left[\alpha^i_jb^j_2+\delta^i_jl_2-\rho^i_ju_2\right] & i=1,\dots,I \\ & l_1 \leq X_1 \leq u_1 & \end{array}\right. \quad (5.8)$$

- Posons :

$$D_l = \sigma^l_{1(j)}B_1$$
$$d_l = \sigma^l_{1(j)}b^j_2+\chi^l_{1(j)}l_2-\eta^l_{1(j)}u_2$$

La contrainte de faisabilité devient : $D_lX_1 \geq d_l \quad l=1,\dots,L$

- Posons :

$$E_i=\sum_{j=1}^{\bar{S}_2} p_j\alpha^i_jB_1X_1$$
$$e_i=\sum_{j=1}^{\bar{S}_2} p_j\left[\alpha^i_jb^j_2+\delta^i_jl_2-\rho^i_ju_2\right]$$

La contrainte d'optimalité devient : $E_iX_i+\theta \geq e_i \quad i=1,\dots,I$

Le problème (5.6) devient alors :

$$\left\{\begin{array}{lll} & \text{Min } C_1X_1+\theta & \\ \text{Sc} & A_1X_1=b_1 & \\ & D_lX_1 \geq d_l & l=1,\dots,L \\ & E_iX_1+\theta \geq e_i & i=1,\dots,I \\ & l_1 \leq X_1 \leq u_1 & \end{array}\right.$$

Il suffira donc de suivre les différentes étapes de l'algorithme de Benders (annexe1) pour résoudre le problème de planification de la production dans les conditions aléatoires.

V.2-2 PROBLEME A MULTI-ETAGES

Dans un problème à multi-étages, nous supposons que toutes les décisions concernant la production peuvent être révisées à chaque période en se basant sur les informations concernant les périodes précédentes. Des actions de recours sont donc possibles pour chaque décision.

Exemple :

Soit un problème à trois périodes avec deux réalisations de la variable aléatoire à chacune des périodes 2 et 3, dans ce cas nous avons 4 scénarii à la fin de la période 3. Chaque scénario à la période 3 possède des prédécesseurs à la période 2, et chaque scénario à la période 2 a deux scénarii descendants dans la période 3 (Voir Figure V.1), on a donc :

$$S_1=1,\ S_2=2,\ S_3=3, \text{ et donc } \bar{S}_1=1,\ \bar{S}_2=1*2=2,\ \bar{S}_3=1*2*2=4$$

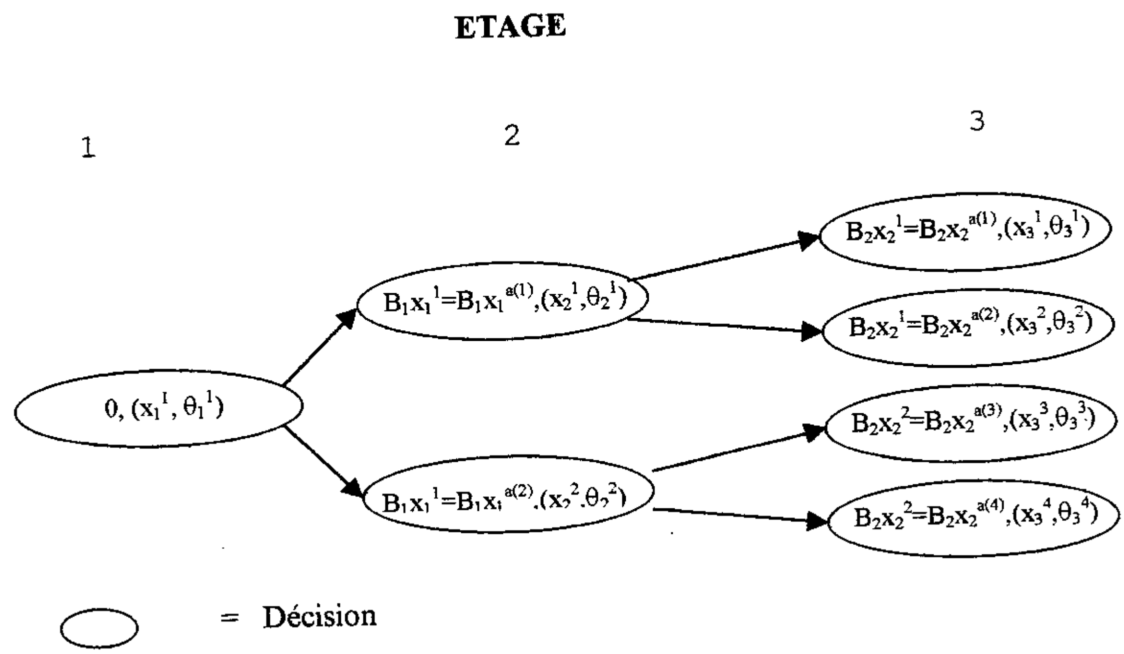


Fig. V-1 : Décisions pour un problème à trois étages (T=3)

Soit le problème de planification objet de l'étude défini par (5.1), la méthode de décomposition peut être appliquée au problème à multi-étages en utilisant la même procédure que celle d'un problème à deux étages.

Le problème de base utilisé par la méthode de décomposition pour la réalisation j dans la période t est formulé comme suit [BIR 85], [BIR 96], {MIN 83] :

$$\begin{cases} & Min\ C_t X_t^j + Q_{t+1}(X_t^j) \\ Sc & \\ & A_t X_t^j = b_t^j - B_{t-1} X_{t-1}^{a(j,t)} \\ & l_t \leq X_t^j \leq u_t \end{cases}$$

Qui peut aussi s'écrire sous forme :

$$\begin{cases} & Min\ C_t X_t^j + \theta_t^j \\ Sc & \\ & A_t X_t^j = b_t^j - B_{t-1} X_{t-1}^{a(j,t)} \\ & l_t \leq X_t^j \leq u_t \\ & \theta_t^j \geq Q_{t+1}(X_t^j) \end{cases} \qquad (5.9)$$

Où $Q_{t+1}(X_t^j)$ est la solution du problème suivant :

$$\begin{cases} & Min \sum_{j=1}^{\bar{S}_{t+1}} p_{t+1}^j C_{t+1} X_{t+1}^j \\ \text{Sc} & \\ & A_{t+1} X_{t+1}^j = b_{t+1}^j - B_t X_t^{a(j,t)} \\ & l_{t+1} \leq X_{t+1}^j \leq u_{t+1} \end{cases}$$

- *Détermination de la contrainte de faisabilité « feasibility constraint »*

Pour un étage t donné, nous avons :

$$Q_{t+1}(X_t^j) = Min \left\{ \sum_{j=1}^{\bar{S}_{t+1}} p_{t+1}^j C_{t+1} X_{t+1}^j \ \ / \ A_{t+1} X_{t+1}^j = b_{t+1}^j - B_t X_t^{a(j,t)},\ l_{t+1} \leq X_{t+1}^j \leq u_{t+1} \right\} \quad (5.10)$$

Le dual de (5.10) est donné par :

$$\begin{cases} Max \sum_{j=1}^{\bar{S}_{t+1}} p_{t+1}^{j} \left[\pi_{t+1}^{j} (b_{t+1}^{j} - B_t X_t^{j}) + \lambda_{t+1}^{j} l_{t+1} - \mu_{t+1}^{j} u_{t+1} \right] \\ Sc \\ \pi_{t+1}^{j} A_{t+1} + \lambda_{t+1}^{j} - \mu_{t+1}^{j} = C_{t+1} \qquad j = 1, \dots, \bar{S}_{t+1} \\ \lambda_{t+1}^{j} \geq 0,\ \mu_{t+1}^{j} \geq 0,\ \pi_{t+1}^{j} \text{ de signe quelconque} \end{cases}$$

En suivant les étapes de la méthode de décomposition de Benders, il s'agira alors de traiter $\bar{S}_j$ sous problèmes de la forme suivante [BIR 96]:

$$\begin{cases} Max\ \pi_{t+1}^{j} (b_{t+1}^{j} - B_t X_t^{j}) + \lambda_t^{j} l_{t+1} - \mu_{t+1}^{j} u_{t+1} \\ Sc \\ \pi_{t+1}^{j} A_{t+1} + \lambda_{t+1}^{j} - \mu_{t+1}^{j} = C_{t+1} \\ \lambda_{t+1}^{j} \geq 0,\ \mu_{t+1}^{j} \geq 0,\ \pi_{t+1}^{j} \text{ de signe quelconque} \end{cases} \tag{5.11}$$

En utilisant les conditions suffisantes de Farkas et Minkowski (annexe 3), la contrainte suivante doit être satisfaite pour garantir une solution aux sous problèmes $Q_{t+1}(X_t^j)$.

$$\sigma_{t+1}^{l,j} (b_{t+1}^{j} - B_t X_t^{j}) + \chi_{t+1}^{l,j} l_{t+1} - \eta_{t+1}^{l,j} u_{t+1} \leq 0$$

$\sigma_{t+1}^{l,j},\ \chi_{t+1}^{l,j};\ \eta_{t+1}^{l,j}$: sont les points extrêmes

Posons :

$$D_t^{l,j} = \sigma_{t+1}^{l,j} B_t$$

$$d_t^{l,j} = \sigma_{t+1}^{l,j} b_{t+1}^{j} + \chi_{t+1}^{l,j} l_{t+1} - \eta_{t+1}^{l,j} u_{t+1}$$

Pour chaque scénario j dans t-1, la contrainte de faisabilité est définie comme suit :

$\boldsymbol{D_t^{l,j} X_t^j \geq d_t^{l,j}}$: **Contrainte de faisabilité**

- *Détermination de la contrainte d'optimalité « optimality constraint »*

Soit la contrainte $\theta_t^j \geq Q_{t+1}(X_t^j)$ du problème (5.9), cette équation peut s'écrire sous la forme suivante (annexe 1) [BIR 96] :

$$Q_{t+1}(X_{t+1}^j) \geq \sum_{j=1}^{\bar{S}_{t+1}} p_{t+1}^j \left[\alpha_{t+1}^{i,j}(b_{t+1}^j - B_t X_t^j) + \delta_{t+1}^{i,j} l_{t+1} - \rho_{t+1}^{i,j} u_{t+1}\right]$$

Posons :

$$E_t^{i,j} = \sum_{j=1}^{\bar{S}_{t+1}} p_{t+1}^j \alpha_{t+1}^{i,j} B_t$$

$$e_t^{i,j} = \sum_{j=1}^{\bar{S}_{t+1}} p_{t+1}^j \left[\alpha_{t+1}^{i,j} b_{t+1}^j + \delta_{t+1}^{i,j} l_{t+1} - \rho_{t+1}^{i,j} u_{t+1}\right]$$

La contrainte $\theta_t^j \geq Q_{t+1}(X_t^j)$ s'écrit sous forme :

$\theta_t^j \geq e_t^{i,j} - E_t^{i,j} X_t^j$: **Contrainte d'optimalité**

Nous aurons pour chaque point nodal j à l'étage t, le problème défini comme suit [BIR 96] :

$$\left\{\begin{array}{llll} & Min\ C_t X_t^j + \theta_t^j & & \\ Sc & & & \\ & A_t X_t^j = b_t^j - B_{t-1} X_{t-1}^{a(j,t)} & & (1) \\ & D_t^{l,j} X_t^j \geq d_t^{l,j} & l = 1,\dots,r_t^j & (2) \qquad (5.12) \\ & \theta_t^j \geq e_t^{i,j} - E_t^{i,j} X_t^j & i = 1,\dots,m_t^j & (3) \\ & l_t \leq X_t^j \leq u_t & & \end{array}\right.$$

Le problème (5.12) est résolu en ajoutant successivement les contraintes (2) et (3) jusqu'à ce que la solution obtenue satisfasse les deux contraintes.

A la lumière de ce qui précède, le problème objet de l'étude (5.1) est équivalent à un problème maître (5.12) et k sous problèmes (5.11).

En résolvant le problème (5.12), on obtient une solution optimale qui est introduite dans les j sous problèmes (5.11).

Si le problème (5.12) n'a pas de solution, alors le problème initial (5.1) n'a pas de solution.

Trois cas peuvent se présenter :

Cas 1 :

La valeur optimale obtenue en résolvant les sous problèmes (5.11) n'est pas bornée, les rayons extrémaux obtenus par l'algorithme du simplexe sont tels que :

$$D_t^{l,j} X_t^j \leq d_t^{l,j}$$

La contrainte (2) du problème maître (5.12) n'est pas vérifiée, on ajoutera alors cette contrainte au problème (5.12), l=l+1.

Cas 2 :

La valeur optimale obtenue en résolvant les sous problèmes (5.11) est finie, les rayons extrémaux obtenus par l'algorithme du simplexe sont tels que :

$$\theta_t^j \leq e_t^{i,j} - E_t^{i,j} X_t^j$$

La contrainte (3) du problème maître (5.12) n'est pas vérifiée, on ajoutera alors cette contrainte au problème (5.12), l=l+1.

Cas 3 : La valeur optimale de (5.11) est finie, les rayons extrémaux obtenus par l'algorithme du simplexe sont tels que :

$$\theta_t^j \geq e_t^{i,j} - E_t^{i,j} X_t^j$$

La contrainte (2) est vérifiée puisque la valeur optimale de (5.11) est finie, on est alors dans le cas où les deux contraintes (2) et (3) du problème maître (5.12) seraient satisfaites, La solution finale est obtenue.

V.3- DESCRIPTION DE L'ALGORITHME

Pour la résolution du problème de planification défini dans le chapitre IV, nous proposons un algorithme en nous inspirant de l'algorithme de Benders [MIN 83] et de l'algorithme de Birge connu sous le nom de « Nested Decomposition algorithm » [BIR 85], [BIR 96].

L'algorithme développé pour la résolution du problème de planification doit passer par un certain nombre d'étapes, chaque étape permet de résoudre un ensemble de problèmes. La détermination de l'ordre dans lequel seront résolus ces problèmes est important, trois possibilités de communication peuvent être utilisées [BIR 85], [BIR 96], [GAS 90] qui sont :

Forwards First « FF » :

Le déplacement dans ce cas se fait en avant, le passage de l'étage t à l'étage t+1 ne peut se faire que lorsqu'aucune contrainte additionnelle (faisabilité, optimalité) ne peut être générée, le retour en arrière n'est plus possible.

Backwards First « BF » :

Le déplacement se fait en arrière, on passe de l'étage t à l'étage t-1 à chaque fois que toutes les solutions des sous problèmes sont optimales et qu'aucune contrainte additionnelle (faisabilité, optimalité) n'est générée.

Fast-Forward-Fast-Back « FFFB » :

Les problèmes sont résolus par ordre en allant en avant de l'étage 1 à l'étage T. La direction est ensuite inversée (en arrière), des contraintes additionnelles (faisabilité, optimalité) sont générées. Le cycle se répète, jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible d'ajouter des contraintes.

Pour le besoin de notre étude, nous avons utilisé l'approche FFFB. Des chercheurs ont étudié les trois approches, nous citerons en particulier Gassmann [GAS 90], ils ont démontré que l'approche FFFB était la meilleure et la plus rapide. Ce qui justifie notre choix pour cette approche.

Les différentes étapes de l'algorithme développé pour la résolution du problème de planification sont les suivantes :

Etape 0 :

Pour chaque période t, $t \in T$, Introduire toutes les données (Coût, Demande, Capacités en heure normale, ...).

Etape 1 : Résoudre le problème suivant pour t=1, où $\theta_1=0$; $r_1= s_1= 0$

$$\begin{cases} \quad Min \quad C_1X_1 \\ Sc \\ \quad A_1X_1 = b_1 \\ \quad l_1 \leq X_1 \leq u_1 \end{cases}$$

- Si le problème n'a pas de solution à la période 1. Arrêt de l'algorithme, le problème n'a pas de solution.
- Sinon aller à l'étape 2.

Etape 2 :

Le problème résolu à l'étape 1 possède une solution qui est $\overline{X}_1$ pour t =1. Introduire $\overline{X}_1$ dans le sous problème (5.11) pour t =2. Résoudre les sous problèmes pour t=2, et tous les scénarii j, j=1, …, $\overline{S}_t$.

- Si certains sous problèmes n'ont pas de solutions pour t=2, ajouter la contrainte de faisabilité (2) au problème (5.12) pour t=1, résoudre ce problème pour t=1, aller à l'étape 2.
- Sinon, poser t=2, aller à l'étape 3.

Etape 3 :

a) Soient $\overline{X}_t^j$, j=1, …, $\overline{S}_t$ les solutions optimales pour la période t, résoudre le problème (5.11) pour t+1 et tous les j, j=1, …, $\overline{S}_t$ en utilisant les $\overline{X}_t^j$ dans la contrainte (1).

- Si certains sous problèmes n'ont pas de solutions pour la période t+1, ajouter la contrainte de faisabilité (2) au problème (5.12) et résoudre de nouveau le problème augmenté.
  - Si le problème n'a pas de solution à la période t, poser t = t-1,
    - Si t = 1, aller à l'étape 2.
    - Sinon, aller à l'étape 3a.
  - Sinon, aller à l'étape 3a.

- Sinon, tous les problèmes à la période t+1 ont une solution
    - Si $t \leq T-2$, poser $t = t+1$, aller à l'étape 3a.
    - Sinon, on a alors $t = T-1$, enlever toute restriction concernant $\theta=0$ pour toutes les périodes et tous les scénarii, aller à l'étape 4.

Etape 4 :

a) Calculer $e_t^{i,j}$ et $E_t^{i,j}$.

b) Soit la contrainte d'optimalité (3)

- Si la contrainte d'optimalité n'est pas vérifiée pour certains sous problèmes j, on aura alors a :

$$\theta_t^j < e_t^{i,j} - E_t^{i,j} X_t^j \qquad (4)$$

- Ajouter la contrainte (3) au problème (5.12) à chaque période où la contrainte (4) n'a pas été vérifiée,
- Résoudre de nouveau le problème (5.12) pour chaque période t,
- Introduire les solutions obtenues $(\overline{X}_t^j, \theta_t^j)$ dans les j sous problèmes (5.11) pour $t = t+1$.
    - Si $t < T-1$, poser $t = t+1$, aller à 3a.
    - Sinon, aller à 4a.

- Sinon
    - Si $t > 1$, poser $t = t-1$, aller à 4a,
    - Sinon, Stop. La solution optimale du problème est obtenue

Une présentation schématique sous forme d'algorithme est faite (Voir Fig. V.2).

Nous désignons par :

- PM : le problème (5.12)
- SS : les sous problèmes (5.11).

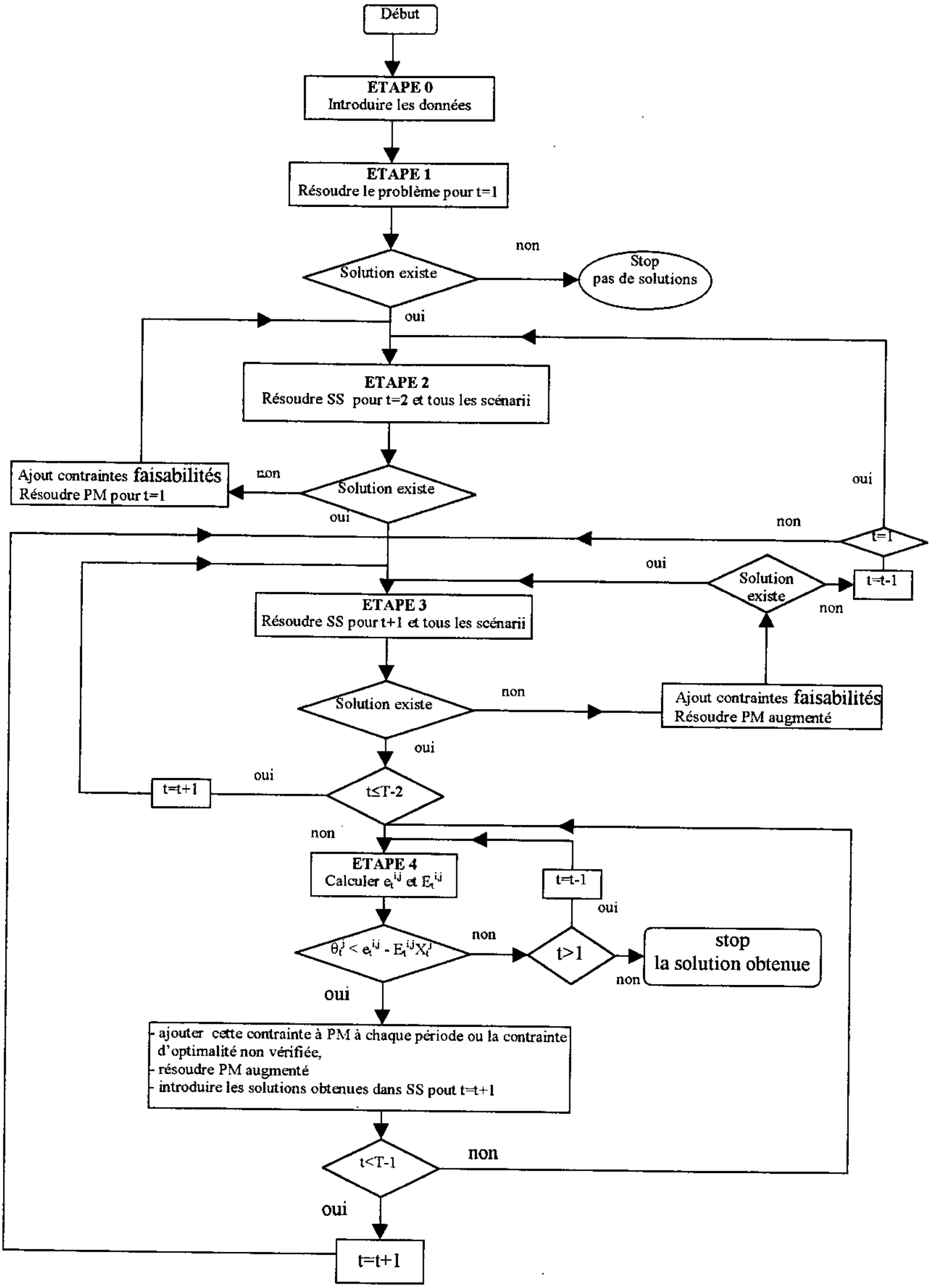


Fig. V-2 : Algorithme

La convergence finie de la méthode de décomposition de Benders a été démontrée par MINOUX [MIN 83] qui l'explique comme suit : « la convergence finie de la méthode est facile à établir, elle résulte du fait que le problème maître a un nombre fini de contraintes et que les contraintes successivement engendrées sont nécessairement toutes différentes ».

La convergence de l'algorithme « Nested décomposition algorithm » qui utilise la méthode de décomposition de Benders a été démontrée par BIRGE [BIR 85]. En effet, il démontre que l'algorithme passe d'une période à une autre par un nombre fini d'étapes puisque le nombre de scénarii et de périodes est fini. Donc l'algorithme converge d'une manière finie.

L'algorithme développé basé sur la méthode de Benders et inspiré de l'algorithme « Nested décomposition algorithm » converge d'une manière finie car chaque période du problème est résolue d'une manière finie et le nombre de scénarii est fini. A chaque itération du déroulement de l'algorithme, le problème maître et les sous problèmes sont résolus de façon exacte par l'algorithme du simplexe.

Dans ce chapitre, nous avons proposé une approche de résolution d'un problème de planification dans les conditions d'incertitude. Nous avons formulé le problème objet de l'étude en un problème de programmation stochastique à multi-étages et nous avons utilisé l'approche des scénarii pour l'estimation de la variable aléatoire. Ce type de problème est en générale de taille très importante d'où le recours à la méthode de décomposition de Benders pour la résolution du problème. L'approche proposée sera complétée par une application pratique au niveau de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie.

CHAPITRE VI

MISE EN ŒUVRE ET INTERPRETATION

Ce chapitre est consacré à la mise en œuvre de la méthode développée dans le chapitre précédent pour un système de production existant.

Dans un premier temps, nous présenterons les données utilisées pour cette application qui ont été recueillies dans l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie. Ceci sera suivi de la présentation du logiciel développé et de l'outil utilisé pour la programmation du modèle objet de l'étude.

Dans un second temps, nous décrirons l'exécution à vide et l'exécution sur un problème restreint utilisées pour tester le modèle décrit dans le chapitre V, nous présenterons l'application au cas de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie qui sera suivie d'une interprétation des résultats.

VI.1- PRESENTATION GENERALE DE L'HOTEL DES MONNAIES

L'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie est chargé de fabriquer des produits de valeurs, tels que :

- Billets de Banque,
- Pièces de Monnaies, Pièces en Or et Argent,
- Médailles, Cachets secs,
- Produits Fiduciaires : Passeports, Timbres, Bons de caisse, Diplômes, ...
- Imprimés de labeur : Entêtes de lettre, carte de visite, ...
- ...

La production de l'Hôtel des Monnaies est destinée à un grand nombre de clients parmi lesquels nous citerons :

- Les Ministères (P.T.T, Economie, Enseignement Supérieur, ...),
- Les Banques (B.A, B.E.A, B.N.A, Union Bank, ...),
- Autres Entreprises (O.N.D.A, C.R.A, SONATRACH, ERIAD, ...).

VI.1.1 LES DONNEES TECHNIQUES

Pour les besoins de notre application, nous allons considérer une seule catégorie d'articles, celle concernant les produits fiduciaires. Cette catégorie de produits est fabriquée dans une structure indépendante possédant ses propres capacités en main d'œuvre et en machines.

Les produits fiduciaires passent par quatre ateliers qui sont :

- **Presses** : cette structure est chargée de l'impression des produits, elle comporte plusieurs machines qui permettent plusieurs types d'impression en fonction de la nature du produit,

- **Contrôle quantitatif** : des comptages sont effectués à plusieurs niveaux du processus de fabrication, depuis la sortie de l'article du magasin comme une matière première jusqu'à sa livraison en produit fini,

- **Contrôle qualitatif** : cette structure a pour rôle de vérifier la conformité du produit et de détecter les défauts,

- **Finition** : cette structure permet la mise en forme du produit, elle comporte plusieurs opérations telles que la coupe et l'assemblage.

Une structure préparation permet la réalisation de certains produits nécessaires pour la fabrication des produits finis, nous citerons :

- Les outils (plaques, viroles, ...) utilisés par les machines d'impression,
- Les encres formules obtenues par un mélange de plusieurs encres de base,
- La dorure et l'argenture de certains produits (médailles, ...).

Vu que cette structure est nécessaire pour la fabrication des produits finis qui n'entrent pas dans le cadre de notre étude (billets, pièces de monnaies, ...), nous supposerons dans notre application que la capacité de cette structure est infinie.

a) Article

Dans cette étude, on s'intéresse à la détermination d'un programme de fabrication agrégé, les données utilisées concernent les familles de produits. On a regroupé les produits finis en 30 familles ayant les caractéristiques communes suivantes :

- Le même processus de fabrication,
- Les mêmes coûts de production et de stockage,
- Les mêmes temps de fabrication,
- Les mêmes nomenclatures.

b) Nomenclature

Dans le modèle objet de l'étude, on utilisera une macro nomenclature comportant 3 niveaux :

- Niveau 0 : Produits finis,
- Niveau 1 : Produits semi-finis,
- Niveau 2 : Matières premières.

c) Gamme de production

Les produits semi-finis passent par les opérations suivantes :

- Contrôle quantitatif,
- Coupe,
- Impression.

Les produits finis passent par les opérations suivantes :

- Contrôle quantitatif,
- Contrôle qualitatif,
- Finition : Coupe, picotage, assemblage, ...

Au cours du processus de fabrication, une même opération peut être effectuée plusieurs fois. Par exemple plusieurs contrôles quantitatifs sont effectués sur le produit fini (après impression, après picotage, ...).

Pour la réalisation de ces opérations, une capacité en main d'œuvre et machines est disponible en heures régulières et en heures supplémentaires.

VI.1.2 GESTION DE PRODUCTION AU SEIN DE L'HOTEL DES MONNAIES

Dans le but d'une amélioration des performances de l'entreprise et afin de passer à une informatisation totale de la gestion de production, l'Hôtel des Monnaies a mis en place un système de gestion de production assistée par ordinateur basé sur l'approche M.R.P.

La mise en œuvre de cette solution a été réalisée grâce au progiciel de G.P.A.O acquis par l'Hôtel des Monnaies qui comporte quatre modules :

- *Module 1 : Gestion de production basée sur M.R.P*

Ce module comporte les principales fonctions de la production qui peuvent se résumer en :

- Gestion des données techniques,
- Gestion des stocks,
- Plan directeur de production,
- Planification des besoins en matières (besoins bruts et nets),
- Gestion d'atelier : Lancement, suivi de fabrication.

- *Module 2 : Gestion des achats et approvisionnements*

Il traite l'ensemble des approvisionnements de la chaîne de production ainsi que les divers achats (acquisition de matières premières, petite fourniture, prestation de service). Il comporte les fonctions suivantes :

- Gestion des appels d'offre,
- Gestion des demandes d'achat,
- Gestion des commandes,
- Gestion des réceptions, des retours et des factures,
- Gestion de la sous-traitance.

- *Module 3 : Gestion financière*

Il gère les différentes fonctions de comptabilité et comprend les fonctions suivantes :

- Gestion des fichiers,
- Comptabilité générale,
- Comptabilité analytique,
- Comptabilité auxiliaire,
- Gestion Budgétaire.

- *Module 4 : Gestion commerciale*

Il recouvre la mise au point des devis, la gestion des commandes, les livraisons et facturation aux clients et toutes les données que l'on peut en tirer : statistiques, états de gestions divers, analyses, ...

Dans la mise en place d'un système de G.P.A.O, la fonction planification de la production constitue une phase très importante qui influe directement dans le bon fonctionnement du système de production. Or lors de l'élaboration du programme de fabrication au sein de l'Hôtel des Monnaies, nous avons constaté plusieurs aléas de production, le plus important concerne la demande en produit. En effet plusieurs imprévus, en général d'ordre politiques surviennent, on citera par exemple le cas des articles suivants :

- Les timbres (les élections présidentielles, organisation de l'union africaine, ...),
- Les titres d'action (ERIAD, SONATRACH, ...),
- Les chèques et les bons de caisse ABC,
- ...

Ces aléas doivent être pris en compte dans le programme de fabrication afin de prévoir les moyens humains et matériels nécessaires.

Vu la nature de ces aléas, les prévisions basées sur les données historiques ne sont pas toujours efficaces, nous citerons par exemple :

- Après le passage de l'économie planifiée à l'économie du marché, l'instauration d'un marché boursier exige le lancement de certains produits tels que les titres d'actions et les obligations.
- Le lancement de la loi 90/10 du 14 avril 1990 relative à la monnaie et du crédit a permis la création de banques privées. Ces banques seront de nouveaux clients pour l'Hôtel des Monnaies. De nouveaux produits seront alors lancés tels que les chèques et les bons de caisse.
- Avec la préparation d'événements importants dans la vie politique du pays (élections présidentielles, concorde civile), on peut prévoir à l'avance le lancement de certains produits tels que les timbres pour ces occasions.
- L'organisation des manifestations internationales telles que la conférence de l'organisation de l'unité africaine (OUA) nécessite le lancement de plusieurs produits (vignettes, stickers, ...).
- ...

Dans le cas où nous sommes en présence d'incertitude, l'approche traditionnelle consiste à estimer la loi de probabilité des paramètres aléatoires en utilisant les données historiques. Or dans notre cas, nous devrons prendre en considération les informations qui ne se retrouvent pas dans les données historiques (nouveau produit, ...), pour cela nous avons proposé l'utilisation de l'approche des scénarii pour l'estimation de la demande.

Il s'agira donc de prévoir les changements qui affecteront la nature et l'importance du marché qui intéresse l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie, on devra considérer plusieurs points avant l'estimation de la demande tels que :

- La vente des produits actuels sur le marché actuel,
- La vente des produits actuels sur le nouveau marché,
- La vente des nouveaux produits sur le marché actuel,
- La vente des nouveaux produits sur le nouveau marché,

Apres une étude du milieu et en se fondant sur les prévisions, sans négliger les statistiques, une description du futur est possible via un nombre limité de scénarii en prenant en considération les différents facteurs susceptibles d'expliquer certaines variations de la demande (politique, économique, ...).

VI.2- SPECIFICATION DU SYSTEME DE PRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à une planification de la production au niveau des ateliers fiduciaires au sein de l'Hôtel des Monnaies. Le modèle retenu dans le cas déterministe est le modèle (4.2) défini au chapitre IV, paragraphe IV.2.

Nous avons considéré 3 types de contraintes et 3 types de coûts :

- Contraintes :
    - Contrainte de stockage,
    - Contrainte de capacité,
    - Contrainte de non négativité.
- Coûts :
    - Coût de stockage,
    - Coût associés aux heures de travail régulières,
    - Coût associés aux heures de travail supplémentaires.

Le problème de planification est défini comme suit :

$$
\left\{
\begin{array}{llr}
 & Min \sum_{t\in T}\Big(\sum_{i\in I}(Cr_{it}Z_{it}+Cs_{it}O_{it}+h_{it}I_{it})+\sum_{j\in J}(Gr_{jt}Y_{jt}+Gs_{jt}Q_{jt}+S_{jt}L_{jt})\Big) & \\
Sc & & \\
 & I_{it-1} + Z_{it} + O_{it} - I_{it} = D_{it} & \forall\, i\in I,\, t\in T \\
 & L_{j,t-1} - \sum_{i\in I} a_{ij}Z_{it} - \sum_{i\in I} a_{ij}O_{it} + Y_{jt} + Q_{jt} - L_{jt} = 0 & \forall\, j\in J,\, t\in T \\
 & \sum_{i\in I} r_{ik}Z_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk}Y_{jt} + {}_{kt} = R_{kt} & k\in K,\ t\in T \\
 & \sum_{i\in I} r_{ik}O_{it} + \sum_{j\in J} m_{jk}Q_{jt} + {}_{kt} = B_{kt} & k\in K,\ t\in T \\
 & & \\
 & lz_t \le Z_{it} \le uz_t,\, O_{it} \ge 0,\, I_{it} \ge 0 & \forall i\in I, t\in I \\
 & Y_{jt} \ge 0,\, Q_{jt} \ge 0,\, L_{jt} \ge 0 & \forall\, j\in J, t\in T \\
 & {}_{kt} \ge 0,\ {}_{kt} \ge 0, & \forall\, k\in K, t\in T
\end{array}
\right.
$$

Où :

i =1, ..., 30
j =1, ..., 30
k=1, ..., 13
t =1, ..., 4

Les autres paramètres et variables sont tels que définis dans le chapitre IV (VI.2.1-1).

Dans la pratique, plusieurs aléas peuvent survenir au cours du processus de fabrication. Dans le problème de planification objet d'une application sur les données de l'Hôtel des Monnaies, nous allons considérer l'incertitude sur la demande pour des raisons diverses, essentiellement politiques et économiques. La valeur future de la demande qui conditionne la réalisation de l'objectif de l'entreprise (minimiser les coûts) n'est donc pas connue de façon certaine.

Dans le cas de notre étude, nous avons considéré un horizon de planification composé de 4 périodes (4 étages). La demande est supposée connue pour la première période et possède trois possibilités de réalisations pour les périodes restantes (voir fig.VI.1).

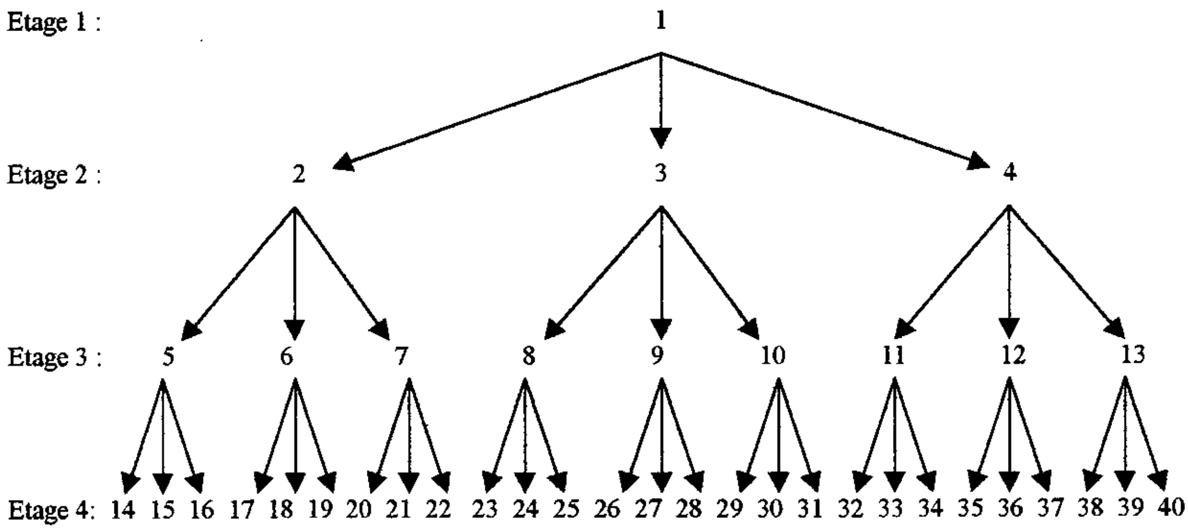


Fig. VI.1 Les Scénarii

En respectant la contrainte de non anticipativité, nous aurons alors 27 Scénarii possibles.

En réalité, plusieurs combinaisons peuvent exister en fonction du produit considéré, nous pouvons citer quelques exemples :

- Certaines familles d'articles ne peuvent pas être produites à la dernière période, la demande ne prend qu'une seule valeur égale à zéro pour t=4,
- La demande pour certaines familles de produits peut prendre deux valeurs possibles soit une quantité donnée D ou zéro (commande existe « demande=D », commande n'existe pas « demande=0 »),
- ...

Dans ces conditions, un même produit peut avoir par exemple, trois scénarii à une période et deux scénarii à une autre période, pour cela nous avons supposé qu'il y' a 3 possibilités de réalisations pour la demande de chaque produit fini dans la période t, t>1, qui sont :

- Cas 1 : Demande standard,
- Cas 2 : Demande optimiste,
- Cas 3 : Demande pessimiste.

La demande peut être identique pour les trois cas (ou deux cas) pour certaines périodes.

En collaboration avec les responsables de l'entreprise et en fonction du passé et des possibilités futures, nous avons associé à chacune des réalisations une probabilité d'apparition qui est déterminée par la subjectivité de l'observateur. On est ainsi conduit à mesurer le degré de vraisemblance que les gestionnaires attribuent aux différentes hypothèses susceptibles de se réaliser par les probabilités p_1, p_2, p_3 correspondants aux trois possibilités de réalisation (optimiste, pessimiste, standard) où :

$$\sum p_i = 1, \quad p_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 3.$$

Lors de l'estimation de la variable aléatoire, il nous a été difficile de distinguer entre les trois cas possibles quant a leur degré de vraisemblance, nous avons alors pris comme hypothèse de l'équiprobabilité des trois événements (standard, pessimiste, optimiste). Nous avons alors :

$$p_1 = p_2 = p_3 = p = 1/3.$$

On a supposé que les probabilités de réalisation des scénarii sont indépendantes d'une période à une autre.

Le problème stochastique de planification objet d'une application à l'Hôtel des Monnaies est le modèle (4.6) defini dans le chapitre IV, paragraphe VI.2.2-2 formulé comme suit :

$$\left\{\begin{array}{lll} \underset{X_t^j, t=1,\dots,T}{Min} \; C_1X_1 + \sum_{j=1}^{\bar{S}_2} p_2^j C_2 X_2^j + \sum_{j=1}^{\bar{S}_3} p_3^j C_3 X_3^j + \dots + \sum_{j=1}^{\bar{S}_T} p_T^j C_T X_T^j) & & \\ Sc & & \\ A_1X_1 & = b_1, & \\ B_1 X_1^{a(j,2)} + A_2 X_2^j & = b_2^j, & j = 1, \dots, \bar{S}_2 \\ B_2 X_2^{a(j,3)} + A_3 X_3 & = b_3^j, & j = 1, \dots, \bar{S}_3 \\ \dots & & \\ B_{T-1} X_{T-1}^{a(j,T)} + A_T X_T^j & = b_T^j, & j = 1, \dots, \bar{S}_T \\ l_t \leq X_t^j \leq u_t & j = 1, \dots, \bar{S}_t; & t = 1, \dots, T \end{array}\right. \qquad (6.1)$$

Où :

- $\bar{S}_2 = 3$
- $\bar{S}_3 = 9$
- $\bar{S}_4 = 27$

Les différents paramètres et variables sont définis dans le chapitre IV.

Soit p_t^j la probabilité que le scénario j se produise à l'étage t, j=1, ..., $\overline{S}_t$, en supposant que les probabilités concernant les demandes sont indépendantes d'une période à une autre, la probabilité pour que ces deux événements se réalisent est égale au produit des probabilités de réalisation de chaque événement, nous aurons donc :

- Etage 1 (t=1) : un seul scénario possible, $p_1=1$,

- Etage 2 (t=2) : 3 scénarii possibles

$$p_2^j = p = \frac{1}{3} \qquad j = 1,...,3$$

- Etage 3 (t=3) : 9 scénarii possibles

$$p_3^j = p_2^j * p = \frac{1}{3} * \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \qquad j = 1,...,9$$

- Etage 4 (t=4) : 27 scénarii possibles

$$p_4^j = p_3^j * p = \frac{1}{9} * \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \qquad j = 1,...,27$$

VI.3- PRESENTATION DU LOGICIEL DEVELOPPE

VI.3-1 OBJECTIF

Notre objectif à travers cette étude est d'élaborer un outil d'aide à la décision dans les conditions d'incertitude. Nous avons pour cela conçu un logiciel basé sur la technique de programmation linéaire stochastique à multi-étages qui permet la résolution des problèmes de planification avec incertitude sur les paramètres de gestion.

Ce programme fournira aux décideurs, les quantités de produits finis les plus probables à mettre en œuvre afin de satisfaire une demande aléatoire.

VI.3-2 OUTIL DE RESOLUTION

Nous avons utilisé le logiciel Matlab [MAT 91] pour la programmation de notre modèle. Ce logiciel a été initialement développé en Fortran par Cleve Moler pour traiter les problèmes liés aux matrices (inverse, transposé, ...), il a été par la suite amélioré et réécrit en langage C pour intégrer d'autres outils tels que les graphes, les fonctions permettant la résolution des problèmes d'optimisation, les intégrales numériques, ...

Matlab permet le développement des programmes en utilisant un langage spécifique de haut niveau qui ressemble au langage C. Il permet aussi l'utilisation d'autres langages tels que le Fortran, C ou Pascal sans aucune modification sur le programme.

Matlab possède aussi des fonctions mathématiques qui sont utiles pour la programmation de la méthode de décomposition telles que :

- La fonction LP : permet la résolution d'un problème de programmation linéaire,
- La fonction inv : permet l'inversion d'une matrice,
- ...

La programmation de la méthode de décomposition par des langages tel que le C est possible mais lente car il faudra programmer la méthode du simplexe. Avec Matlab, il s'agira seulement d'appeler la fonction qui permet la résolution du problème de programmation linéaire. D'où notre choix pour ce logiciel.

VI.3-3 DESCRIPTION DU LOGICIEL

Le logiciel développé contient :

a) Fichier des données

Ce fichier contient les données relatives à l'application (Demande pour chaque scénario, capacité maximale, les coûts, ...).

b) Ensemble de programmes

Nous avons quatre programmes :

- ETAPE1
- ETAPE2
- ETAPE3
- ETAPE4

Ces programmes décrivent les quatre étapes de l'algorithme décrit dans le chapitre V, paragraphe V.3 (étapes 1, 2, 3 et 4). Cet ensemble de programmes est écrit en utilisant le langage spécifique de Matlab.

Deux autres programmes sont ajoutés pour compléter le logiciel, nous avons :

- ETAPE3V.MAT : ce fichier permet de vérifier si le problème de programmation linéaire relatif à chaque scénario est faisable ou non. A travers les résultats obtenus par ce programme, nous déciderons de l'introduction des contraintes de faisabilité ou non. Ce fichier est utilisé par le programme décrit au niveau de l'ETAPE3.MAT.

- SOLDEPAR.MAT : ce fichier permet de déterminer la solution initiale x_o, une solution réalisable au problème qui ne tiens pas en compte de la contrainte de capacité. Elle permet de trouver une solution en un temps plus réduit au problème global de programmation linéaire objet de l'étude.

VI.4- APPLICATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

Pour terminer, nous allons faire une application aux cas de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie. L'objectif est de minimiser les différents coûts correspondants aux produits finis et semi-finis pour satisfaire une demande aléatoire.

Pour illustrer le comportement du modèle, nous avons procédé à trois exécutions :

- 1ére exécution : à vide,
- 2éme exécution : problème restreint,
- 3éme exécution : données de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie.

Nous avons utilisé pour notre application un micro ordinateur Pentium II de 400 Mhz et 32 Mo Rame, avec un espace disque de 5 GO.

VI.4-1 PREMIERE EXECUTION (A VIDE)

L'exécution à vide consiste à introduire pour tous les scénarii les demandes nulles pour chaque produit fini et à chaque période. Les résultats devront évidemment être nuls.

Résultats : Les résultats sont nuls partout.

VI.4-2 DEUXIEME EXECUTION (PROBLEME RESTREINT)

Le but de cette exécution est de tester le fonctionnement du programme développé. Il s'agira de faire une comparaison entre la solution obtenue par le logiciel développé et celle donnée par la résolution d'un problème de programmation linéaire en utilisant le simplexe.

Le problème de programmation linéaire stochastique à multi-étages (6.1) n'a pas pu être résolu en utilisant la méthode du simplexe vu la taille importante du problème, d'où le recours à la méthode de décomposition qui permet sa résolution en subdivisant le problème global en plusieurs sous problèmes. Pour tester notre programme, nous avons restreint le système de production de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie à un échantillon d'articles afin de pouvoir le résoudre en utilisant le simplexe. Pour ce faire, nous sommes passés par les étapes suivantes :

- *Définition des données*

Les données constituant le problème restreint se rapportent aux cas d'un problème à un seul niveau (pas de produits semi-finis). Aussi, nous avons pris un échantillon de 5 articles et nous avons supposé que la capacité était infinie. Les autres données sont identiques au cas du problème global.

- *Application du simplexe*

Le problème restreint ainsi obtenu contient 600 variables et 1240 contraintes et peut être résolu par le simplexe, nous avons utilisé le simplexe de Matlab qui permet de traiter ce type de problèmes. Notre choix pour ce logiciel est justifié par le fait que nous voulions unifier l'outil utilisé pour tous les programmes développés.

La traduction du modèle correspondant au problème restreint dans le langage de MATLAB est représentée dans l'annexe VI, le nom du programme est : PBREDUIT

- *Application du logiciel développé*

En utilisant le logiciel développé pour la résolution du problème restreint, nous aurons à résoudre une série de problèmes de programmation linéaire ayant 15 variables et 31 contraintes.

Les données constituant le problème restreint ont été introduites dans le programme développé. Le fichier contenant ces données s'appelle : DONPBREDUIT.

Résultats :

Après l'introduction des données du problème restreint en utilisant le simplexe et le logiciel développé, nous avons obtenu les résultats suivants pour les deux cas :

- *Quantité à fabriquer en heure régulière par produit fini et par période*

Période / N° Produit	T=1	T=2	T=3	T=4
1	550,00	577.5	220,00	275,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	62,4	109,20
4	16,50	17,60	11,00	8,80
5	84,48	82,50	40,48	33,66

- *Quantité à fabriquer en heure supplémentaire*

La quantité proposée est égale à zéro pour tous les produits et toutes les périodes.

- *Quantité en stocks*

La quantité stockée est égale à zéro pour tous les produits et toutes les périodes

- *La fonction objectif*

$Z = 5.0286\ 10^6$

Nous constatons qu'un résultat identique a été donné (voir fig. VI.1). Il s'agissait de produire la quantité demandée sans faire appel aux heures supplémentaires et au stockage des produits.

Ce résultat est logique vu que la capacité était supposée infinie et permet donc de réaliser tous nos produits.

Le scénario choisi qui minimise le coût total est le suivant :

- Période 1 : il existe un seul scénario qui est évidemment choisi,
- Période 2 : cas standard,
- Période 3 : cas pessimiste,
- Période 4 : cas pessimiste.

Le temps d'exécution de l'application du problème restreint est :

- 3.5 H en traitant le problème restreint par la méthode du simplexe,
- 20 mn en traitant le problème restreint par le logiciel développé.

Nous constatons que le temps d'exécution est plus important en résolvant le problème restreint par le simplexe que par le logiciel développé.

Le temps nécessaire pour résoudre un problème de programmation linéaire est déterminé principalement par le nombre d'appels à la mémoire centrale de l'ordinateur. En utilisant le logiciel développé qui s'inspire de l'algorithme de Benders, nous avons ramené la résolution d'un problème contenant 600 variables et 1240 contraintes à celui de quelques problèmes à plus petit nombre de variables et contraintes (15 variables, 31 contraintes). De ce fait, nous avons diminué le nombre d'appels à la mémoire centrale.

Les résultats obtenus nous ont permit d'une part, de vérifier le bon fonctionnement du logiciel développé et d'autre part de montrer les avantages offerts par la méthode de décomposition au niveau du temps d'exécution.

VI.4-3 APPLICATION AU CAS DE L'HOTEL DES MONNAIES

L'application au cas de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie concerne la détermination du programme de production des produits fiduciaires pour l'an 2000.

Le cas étudié comporte 7600 variables et 3440 contraintes. En utilisant l'algorithme développé basé sur la méthode de décomposition de Benders, nous aurons à traiter un ensemble de problèmes de programmation linéaire de taille inférieure comportant 180 variables et 86 contraintes.

Nous avons essayé d'appliquer le simplexe au problème global, mais la capacité mémoire du micro ordinateur à notre disposition n'a pas permis de le résoudre vu la taille importante du problème. Un message d'erreur apparaît indiquant le manque de mémoires.

Après application du logiciel développé, nous obtenons les résultats suivants :

- *Quantité à fabriquer en heure régulière par produit fini et par période*

Période / N° Produit	T=1	T=2	T=3	T=4
N°1	550.0000	577.5000	220.0000	275.0000
N°2	165.0000	165.0000	0	0
N°3	109.2000	171.6000	62.4000	109.2000
N°4	16.5000	17.6000	11.0000	8.8000
N°5	84.4800	82.5000	40.4800	33.6600
N°6	33.0000	38.5000	16.5000	0
N°7	19.8000	16.0688	17.6000	8.8000
N°8	0	1.5400	0	0
N°9	0	0.0000	0	5.5000
N°10	0	0.0000	17.2300	25.8500
N°11	0	0.0000	60.5000	90.7500
N°12	0	0.0000	0	0
N°13	0	0.0000	33.0000	33.0000
N°14	231.0000	275.0000	275.0000	209.0000
N°15	0	55.0000	0	0
N°16	0	11.6441	11.0000	11.0000
N°17	66.0000	77.0000	55.0000	55.0000
N°18	58.7400	0.0000	0	0
N°19	0	264.0000	0	0
N°20	16.9600	18.4800	13.2000	17.4500
N°21	424.1100	429.0000	330.0000	436.3400
N°22	0	0.2200	0.2200	0
N°23	0	0.2200	0.2200	0
N°24	0	0.3300	0.2200	0.2200
N°25	0	14.0000	0	0
N°26	0	0.0000	0	0
N°27	0	0.0000	0.5500	0.2800
N°28	0	0.0000	14.3000	0
N°29	0.0400	0.0300	0	0.0100
N°30	0	21.1413	0	0

- *Quantité en stocks pour les produits finis*

La quantité proposée est égale à zéro pour tous les produits finis et toutes les périodes.

- *Quantité à fabriquer en heure supplémentaire par produit fini et par période*

Période / N° Produit	T=1	T=2	T=3	T=4
N°1	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°2	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°3	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°4	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°5	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°6	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°7	0,0000	3.7312	0,0000	0,0000
N°8	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°9	0,0000	5.5000	0,0000	0,0000
N°10	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°11	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°12	0,0000	2.2000	0,0000	0,0000
N°13	0,0000	38.5000	0,0000	0,0000
N°14	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°15	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°16	0,0000	21.3559	0,0000	0,0000
N°17	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°18	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°19	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°20	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°21	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°22	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°23	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°24	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°25	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°26	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°27	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°28	0,0000	44.0000	0,0000	0,0000
N°29	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°30	0,0000	6.3587	0,0000	0,0000

- *Quantité à fabriquer en heure régulière par produit semi-fini et par période*

Période / N° Produit	T=1	T=2	T=3	T=4
N°1	275.0000	252.2515	110.0000	137.5000
N°2	82.5000	46.0866	0	0
N°3	109.2000	171.6000	62.4000	109.2000
N°4	8.2500	0.0000	5.5000	4.4000
N°5	42.2400	41.2500	20.2400	16.8300
N°6	16.5000	0.0000	8.2500	0
N°7	9.9000	0.0000	8.8000	4.4000
N°8	0	0.0000	0	0
N°9	0	0.0000	0	0.5500
N°10	0	0.0000	4.3075	6.4625
N°11	0	0.0000	15.1250	22.6875
N°12	0	0.0000	0	0
N°13	0	9.6250	8.2500	8.2500
N°14	28.8750	34.3750	34.3750	26.1250
N°15	0	0.0000	0	0
N°16	0	0.0000	0.4400	0.4400
N°17	33.0000	38.5000	27.5000	27.5000
N°18	367.1250	0.0000	0	0
N°19	0	60.8016	0	0
N°20	4.2400	4.6200	3.3000	4.3625
N°21	424.1100	429.0000	330.0000	436.3400
N°22	0	0.0000	0.2200	0
N°23	0	0.0000	0.2200	0
N°24	0	0.0000	0.2200	0.2200
N°25	0	0.0000	0	0
N°26	0	0	0	0
N°27	0	0.0000	0.1375	0.0700
N°28	0	44.0000	14.3000	0
N°29	0.0400	0.0000	0	0.0100
N°30	0	13.7500	0	0

- *Quantité en stocks pour les produits semi- finis*

La quantité proposée est égale à zéro pour tous les produits finis et toutes les périodes.

- *Quantité à fabriquer en heure supplémentaire par produit semi-fini et par période*

Période / N° Produit	T=1	T=2	T=3	T=4
N°1	0,0000	36.4985	0,0000	0,0000
N°2	0,0000	36.4134	0,0000	0,0000
N°3	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°4	0,0000	8.8000	0,0000	0,0000
N°5	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°6	0,0000	19.2500	0,0000	0,0000
N°7	0,0000	9.9000	0,0000	0,0000
N°8	0,0000	1.5400	0,0000	0,0000
N°9	0,0000	0.5500	0,0000	0,0000
N°10	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°11	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°12	0,0000	1.1000	0,0000	0,0000
N°13	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°14	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°15	0,0000	2.7500	0,0000	0,0000
N°16	0,0000	1.3200	0,0000	0,0000
N°17	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°18	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°19	0,0000	5.1984	0,0000	0,0000
N°20	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°21	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°22	0,0000	0.2200	0,0000	0,0000
N°23	0,0000	0.2200	0,0000	0,0000
N°24	0,0000	0.3300	0,0000	0,0000
N°25	0,0000	3.5000	0,0000	0,0000
N°26	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°27	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°28	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000
N°29	0,0000	0.0300	0,0000	0,0000
N°30	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000

- *La fonction objectif*

$Z= 18.839\ 10^8$

La solution optimale concerne le scénario suivant :

Période 1 : un seul scénario qui est évidemment choisi,
Période 2 : cas standard est choisi,
Période 3 : cas pessimiste est choisi,
Période 4 : cas pessimiste est choisi.

Le temps d'exécution est de 46 heures.

Etant donné l'hypothèse de l'équiprobabilité (tous les scénarii ont la même chance d'être réalisés), le logiciel développé a choisi le scénario qui minimise les différents coûts associés aux produits finis et semi-finis.

On constate que les produits finis et semi-finis sont fabriqués en heures régulières pour les périodes t=1, t=3 et t=4. La période 2 nécessite l'utilisation d'heures supplémentaires pour satisfaire la demande, la capacité disponible en heures régulières n'est pas suffisante pour fabriquer l'ensemble des produits finis et semi-finis pour cette période.

A travers cette application, nous avons pu fournir aux gestionnaires le meilleur scénario qui minimise les coûts de production en utilisant un outil qui permet d'une part de prendre en compte les différents cas possibles en choisissant la meilleure solution. Et d'autre part la résolution d'un tel problème ayant une taille très importante est difficile à résoudre par le simplexe.

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la mise en œuvre d'une approche d'aide à la décision dans les conditions de risque. Nous nous sommes intéressés aux problèmes de planification de la production dans un système de production multi-produits, multi-niveaux et multi-périodes.

Dans un système de gestion de production, les aléas de production, les retards, les commandes imprévues entraînent souvent de nombreux dysfonctionnements au niveau de la planification de la production. L'objectif de ce travail etait de proposer une méthode permettant la prise en compte de l'incertitude dans les problèmes de planification. Pour ce faire, nous avons passé en revue les différentes approches les plus utilisées dans les problèmes de planification. Il s'agissait pour nous de choisir la méthode adéquate pour la résolution du problème de détermination d'un plan de production dans les conditions de risque ou d'indétermination.

Les applications de la programmation linéaire sont très nombreuses et permettent de traiter des problèmes très complexes de gestion de production en particulier dans la planification de la production, elles présentent la caractéristique d'être effectives dans un grand nombre d'entreprises ([GIA 88], [MON 74]). En présence de l'incertitude, la programmation stochastique adaptée au problème de programmation linéaire permet la résolution de nombreux problèmes de gestion et de planification dans les conditions d'incertitude. Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à cette branche de la programmation mathématique, qui a connu un développement particulier ces récentes dernières années surtout pour la résolution des problèmes à multi-étages.

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons proposé une approche de résolution d'un problème de planification en utilisant la programmation linéaire stochastique à multi-étages.

Nous avons commencé l'étude par le développement des concepts de base concernant la gestion de production et la planification de production, ensuite nous avons passé en revue les différentes approches de résolution des problèmes de gestion dans les conditions de risque et d'incertitude. A cette effet une recherche bibliographique a été menée en particulier dans le domaine de la programmation linéaire stochastique auxquels se ramènent de nombreux problèmes pratique de gestion.

Après la spécification du système de production considéré, nous avons proposé une approche de résolution par la programmation linéaire stochastique à multi-étages, nous avons choisi l'approche des scénarii pour l'estimation de la variable aléatoire. Ce type de problèmes est généralement de taille importante et difficile à résoudre, pour cela, nous avons utilisé la méthode de décomposition de Benders qui permet de décomposer le problème en sous problèmes de petites tailles relatifs à chaque scénario.

Nous avons ensuite développé un logiciel pour la mise en œuvre du processus de planification établi. Ce logiciel utilise la méthode de décomposition de Benders, et s'inspire de l'algorithme de Van Slyke et Wet et l'algorithme de Birge. La motivation de la conception de ce logiciel était l'inexistence de logiciels de recherche opérationnelle adaptés à la structure du modèle utilisé. S'agissant de programmer la méthode de décomposition qui nécessite le lancement de plusieurs programmes linéaires, nous avons fait appel au logiciel Matlab qui permet d'une part une programmation de haut niveau, et d'autre part l'utilisation de programmes mathématiques telles que le simplexe.

Pour mettre en œuvre l'approche suggérée, nous avons choisi de traiter un cas réel. Nous avons en premier lieu testé le logiciel sur un problème restreint afin de valider le modèle et d'illustrer le comportement du logiciel, nous avons à cet effet effectué une comparaison entre le plan de production par application du modèle global par le simplexe et celui obtenu par l'utilisation du logiciel développé. Les résultats étaient identiques, ce qui permet de s'assurer du bon fonctionnement du logiciel. En deuxième lieu, nous avons procédé à une application du problème réel sur le cas de l'Hôtel des Monnaies de la Banque d'Algérie. Cette application à été réalisée sur le programme de production de l'an 2000 et une solution à été proposée aux décideurs.

Nous avons pu développer dans le cadre de ce travail un modèle d'optimisation basé sur la technique de programmation linéaire stochastique à multi-étages, notre idée était de fournir aux gestionnaires un outil d'aide à la décision qui leur permet de mieux évaluer et prendre des décisions dans les conditions de risque et d'incertitude.

Cette étude est une contribution intéressante pour la gestion de la production, en effet nous nous somme intéressés aux problèmes d'incertitudes rencontrés dans les systèmes de production . A cet effet nous avons proposé, d'une part, une approche de résolution qui permet de prendre en compte ces aléas dans un système de production multi-produits, multi-niveaux et multi-périodes, et d'autre part nous avons développé un outil informatique qui permet la résolution des problèmes de grandes tailles de programmation linéaire stochastique à multi-étages.

Dans le cadre de notre travail, nous avons considéré un problème de programmation stochastique à trois étages, ce programme peut être étendu facilement à plusieurs étages.

Une évaluation critique du travail montre que certains aspects peuvent être approfondis, nous pensons particulièrement à l'amélioration du modèle en prenant en compte d'autres aléas de production, en effet, seuls les aléas au niveau de la demande sont considérés. Cependant, on doit tenir compte des autres aléas qui influent dans la gestion de production, on citera par exemple l'incertitude au niveau des délais de réapprovisionnement et les pannes machines.

Aussi, nous avons traité le cas où l'incertitude existe seulement au niveau du second membre et les variables aléatoires sont indépendantes, il serait intéressant d'étendre le modèle et de l'améliorer de la manière suivante :

- Prise en compte des aléas au niveau de la matrice des contraintes A ou le vecteur coût C,

- Considérer le cas où les variables aléatoires sont dépendants,

Nous avons considéré la linéarité de la fonction objectif et des contraintes, or dans la pratique nous sommes souvent confrontés à des problèmes avec différentes structures de la fonction objectif en particulier la forme quadratique. Ceci peut constituer une perspective de développement pour prendre en charge cet aspect.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

[BEA 55] E.M BEALE
" On minimizing a convex function subject to linear inequalities. "
J.Royal Stat.Soc 17B (1955) pp 173 – 184.

[BER 79] W. BERRY, T.VOLLMAN & D.C WHYBARK
" *Master Production Scheduling : Principles and Practice* "
APICS, (1979).

[BIE 88] D. BIENSTICK & J.f. SHAPIRO
" *Optimising Resource Acquisition Decisions Stochastic Programming* "
Management Science (1988) pp 215 - 229.

[BIR 85] J. R. BIRGE.
" *Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear* programs "
Operation Research 33 (1985) pp 989-1007.

[BIR 88] J. R. BIRGE
" *A multi-art algorithm for two-stage stochastic linear programs* "
European Journal of Operation Research 34(1988) 384-392.

[BIR 96] J. R. BIRGE , C. J. DONOHUE, D. I. HOLMES & O. G. SVINTSITSKI.
" *A parallel implementation of the nested decomposition algorithm for multistage stochastic linear programs* "
Mathematical Programming 75(1996) pp 327-352

[BLO 83] J.A BLOOM
" *Solving an electricity generating capacity expansion planning problem by generalized Benders'Decomposition* »
Operation Research 31 (1983) p 84-100

[BUX 89] G. BUXEY.
" *Production Scheduling : Practice and Theory* "
European Journal of Operation Research 39 (1989) pp 17-31.

[CHA 58] A.CHARNE, W.W.COOPER & G.H SYMOND
" *Cost horizons and certainty equivalents : an approch to stochastic programming of heating oil* "
Management science, Vol 4 (1958), pp 235-263.

[CHA 67] A.CHARNE & W.W.COOPER
" *Management models and industrial application of linear programming* "
Edition John Wiley & Son.Inc. Vol I (1967)

[CHA 83] G. CHASSANG.
" Gérer la production avec l'ordinateur "
Edition Dunod, 1983.

[CRO 83] CROWSTON, W.B.M.WAGNER et J.F.WILLIAME
" Economic lot size determination in multi-stage assembly systems"
Management science, Vol 19(1972), N°5, pp 517-527.

[DEM 81] M.A.H DEMPSTER, M.L.FISHER, L.JANSEN, B.J.LAGEWEG, J.K.LENSTRA et A.H.G.RINNOOY KAN
" Analytical Evaluation of Hiérarchical Planning Systems "
Operation Research, Vol 29(1981), N° 4, Juillet-Aout

[DEN 96] E.DENARDO & T.LEE
"Managing uncertainty in serial production line "
Operation research Vol 44, (1996), N° 2.

[DAN 55] G.B DANTZIG.
"Linear programming under uncertainty "
Management Science Vol 1 (1955) pp 197 – 206.

[DIO 85] M.O DIORRO
" Gestion des opérations et de la production "
(1985)

[DOU 83] G. DOUMEINGTS, D. BREUIL & L. PUN.
" La gestion de Production assistée par ordinateur "
Hermes Publishing, France, 1983.

[DOU 94] G. DOUMEINGTS & B.VALLESPIR
" Gestion de Production : Principes "
Technique de l'ingénieur, A8 (1994) A8265

[EPP 88] G. D. EPPEN, R. K. MARTIN & L. SCHARGE
" A Scenario Approach to Capacity Planing "
Operation research, 37(1988), N°4, pp 517-527

[ESC 93] L. F. ESCUDERO & P. V. KAMESAM
" M.R.P Modelling Via Scenarios "
Optimisation in Industry, 1993.
Edited by T.A GIRIANI & R.L.LEACHMAN

[FOG 83] D.W. FOGIARTY & T. R. HOFFMANN
" Production and Inventory Management "
South-Western Publishing 1983.

[FOU 93] J.P.FOUGE
" Calcul des probabilités "
Technique de l'ingénieur, A560, Vol AF2 (1993)

[GAR 79] S. J. GARSTKA .
" An Economic Interpretation of Stochastic Programs "
(1979)

[GAS 90] H. I. GASSMANN
" MSLIP. A Computer code for the multistage stochastic linear Programming Problem "
Mathematical Programming 47 (1990) pp 407 - 423.

[GIA 88] VINCENT GIARD.
" Gestion de la Production "
Edition Economica, 1988.

[GOL 73] E. GOLSTIEN & D. YOUDINE.
" Problèmes Particuliers de la Programmation Linéaire "
Edition Mir (1973)

[GUY 87] *" La Gestion des stocks assistée par ordinateur "*
Edition du Monitor (1987) T1 & T2.

[HAX 75] A.C.HAX et H.O.MEAL
" Hierarchical integration of production planning and scheduling "
Studies in management sciences (1975), Vol I.

[HET 96] GILLES HETREUX
" Structures de décision multi- niveaux pour la planification de la production : robustesse et cohérence des décisions "
Thèse de doctorat de l'institut national des sciences appliquées de Toulouse INSA (1996).

[LEE 88] T. C. LEE ; J. K. HO. & R. PSUNDARRAJ.
" Decomposition of linear Programs using Parallel Computation "
Mathematical Programming 42 (1988) pp 391- 405.

[LEV 85] D. LEVY.
" G.P.A.O : choix d'un système et mise en oeuvre "
Eyrolles, Paris, (1985).

[LIB 88] D. BIENSTICK & J.f. SHAPIRO
" Hierarchical production management "
Thèse de doctorat de l'université de METZ, France, (1988).

[LOC 78] LOCKET, A.G & P.MUHLEMANN
" A problem of aggregate scheduling-an application of goal programming "
International Journal of operation research, Vol 16, N° 2, (1978) pp 127-135.

[MAN 62] MANDANSKY
" Methods of solutions of linear programs under uncertainty "
Operation research Vol 10 (1962) pp 165-176.

[MAT 91] " Matlab for windows users guidess "
Edition math works, inc. (1991)

[MAZ 97] J.B.MAZZOLA and K. F.Mc CARDLE
" The stochastic learning curve : optimal production in the presence of learning-curve uncertainty "
Operation research Vol 45, N°3, (1997)

[MER 89] T. MERISTO.
" Not forecasts but multiple scenarios when coping with uncertainties in the competitive environment. "
European Journal of Operation Research 38 (1989) pp 350-357

[MIN 83] M. MINOUX, Tome 2
" Programmation Mathématique : Théorie et Algorithmes "
Dunod, Paris, (1983).

[MON 74] D. C. MONTGOMERY & L. A. JOHNSON
" Operation Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control "
Edition John Wiley & Sons. (1974).

[NIE 96] S. S. NIELSEN & S. A. ZENIOS
" Solving Multistage Stochastic network Programs on Massively Parallel Computers "
Mathematical Programming 73 (1996) pp 227-256.

[ORL 75] J.ORLICKY.
" Material Requirements Planning : the new way of life in Production and inventory Management "
Mc. Graw-hill, New York, (1975).

[PET 85] EDWAR A. SILVER & REIN PETERSON.
" Decision Systems for Inventory Management and Production Planning "(1985)

[PLO 85] G. W. PLOSSL
" Production and Inventory Control : Principles and Techniques "
Prentice Hall, Englewood Cliffs, (1985).

[POR 91] M.C.PORTMANN
" Planification et ordonnancement "
Edition Dunod (1991).

[PRI 86] A.ALAN & B.PRITSKER
" Introduction to Simulation and Slam II "
Systems Publication Corporation (1986).

[PRO 81] A.R.PROBST
" Langages de simulation "
Technique de l'ingénieur (1981) N° H 2360, PP 1-44.

[ROC 91] R. T. ROCKAFELLAR & R. J. B. WETS.
" *Scenarios and policy aggregation in optimisation under uncertainty* "
Mathematics of Operations Research. 16 (1991), N°1, pp119-147

[ROM 84] C. ROMERO and REHMAN
" *Goal programming and multiple criteria decision making in farm planning : some extention* "
J.Of Agri.Economics, 36, .(1984) pp 171-186

[SAN 78] I.W SANDERSON.
" *An interactive production planning system in the chimical industry* "
International Journal of Operation Research, Vol 29, N° 8, (1978), pp 731-739.

[SIL 96] B.W. SILVERMAN.
" *Density Estimation for Statistics and Data Analysis* "
Edition Chapman & Hall (1996)

[TAN 90] C.S TANG.
" *The impact of uncertainty on production line* "
Management Science Vol 36 (1990), pp 1518-1531

[TAU 68] W.H TAUBERT.
" *A search Decision rule for the aggregate scheduling problem* "
Management Science, Vol 14, N°.6, (1968) , pp. 343-359.

[TIN 55] G.TINTER
" *Stochastic linear programming with application to agricultural economies* "
In proc 2nd sym L.P ds H.A Antosiewicz (1955)

[VAN 69] R. VAN SLYKE & R.J.B. WETS.
" *L – Shaped linear programs with application to optimal control and stochastic optimisation* "
SIAM Journal and Applied Mathematics 17(1969) pp 638 - 663.

[VOL 88] T. E. VOLLMANN, W. L. BERRY & D. C. WHYBARK.
" *Manufacturing Planning and Control Systems* "
APICS Série in Production Management, second Edition (1988).

[WET 83] R. WET.
" *Stochastic Programming : solution techniques and approximation schemes* "
Mathematical Programming, the State of the Art (1983) pp 566-603.
A.BACHEM, M.CROSHEL & B.KORTE, Spring Verlag, Berlin

[WET 96] R. J. B. WET
" *Challenges in stochastic programming* "
Mathematical Programming Society 75(1996) pp 115-133.

[WIG 81] W. WIGHT.
" *MRP II : unlocking America's Productivity Potential* "
Oliver Wight limited publications (1981).

[WIG 84] O.WIGHT.
" Réussir sa gestion industrielle par la Méthode MRP "
Edition Usine Nouvelle, (1984).

[WIG 85] O. WIGHT.
" *MRP II : making it happen : the implement's guide to success with manufacturing resource planing* "
Oliver Wight Companies (1985).

[XIA 89] XIAO - IAN XIE
" *Contrôle hiérarchique d'un système de production soumis à perturbations* "
Thèse de doctorat à l'Université de Nancy, (1989).

[ZAN 85] S.H.ZANAKIS & S.K.GUPTA.
" *A Categorized bibliographic sourvey of goal programming* "
Omega Int.Jour. of Management 3, (1985) pp 211-222.

ANNEXES

ANNEXE I : LA GOAL PROGRAMMING

La goal programming est une généralisation de la programmation linéaire qui permet de traiter des problèmes à objectifs multiples, ces objectifs sont classés selon leur importance ou leur préférence. La goal programming a été développé par CHARN et COOPER [CHA 67], puis a été étendue par d'autres chercheurs [LEE 88], [ZAN 85].

Les objectifs du décideur sont exprimés soit sous forme de coefficient de pondération (Weighted GP), ou sous forme d'une hiérarchie de priorité (Lexicographic).

- ***La « Weighted GP » [ZAN 85]***

Un problème GP sous forme pondéré peut être formulé comme suit :

$$\begin{cases} \text{Min } Z = W^+d^+ + W^-d^- \\ CX + d^+ - d^- = g \\ AX \leq b \\ X \geq 0,\ d^+ \geq 0,\ d^- \geq 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Avec :

X : Variables de décision (exemple : quantité à produire),

C : Coefficients des objectifs (exemple : Coûts de production),

g : Cibles de chaque objectif

d^+ : Déviations positives de l'objectif par rapport à sa cible,

d^- : Déviations négatives de l'objectif par rapport à sa cible,

W^+ : Pondérations positives correspondant à la déviation positive

W^- : Pondérations négatives correspondant à la déviation négative

Il s'agira dans ce cas de résoudre un problème de programmation linéaire classique qui minimise les déviations entre les cibles fixées et la valeur de l'objectif qui satisfait les différentes contraintes.

- ***La méthode « Lexicographique » [ZAN 85]***

A ce niveau il s'agira de résoudre n problèmes de programmation linéaire avec la fonction objectif suivante :

$$\text{Min } Z = [\, h_1(d), h_2(d), \ldots, h_n(d) \,]$$

$$\text{avec } h_i(d) = w_{ir}^- d_{ir}^- + w_{ir}^+ d_{ir}^+$$

w_{ir}^-, w_{ir}^+ : Pondérations d'atteinte de l'objectif i dans la priorité r, r =1,... , k associées respectivement aux déviations positives et négatives

d_{ir}^-, d_{ir}^+ : Déviations positives et négatives par rapport à la cible i, dans la priorité r, r = 1,... , k.

w_{ir}^-, w_{ir}^+ sont généralement déterminés en associant le poids le plus fort à l'objectif le plus important.

Les contraintes sont identiques à celles du problème (1)

La méthode lexicographique permet la recherche acceptable ou satisfaisante et non optimale par la résolution d'une série de problèmes de programmation linéaire correspondant au nombre de priorités fixées.

ANNEXE II
Méthode de décomposition par partitionnement des variables 'BENDERS' [MIN 83]

La méthode de Benders traite généralement des problèmes à variables couplantes qui ont la forme suivante :

$$(1)\quad \begin{cases} \quad \text{Min } CX + f.y \\ Sc \\ \quad DX + Fy = d \\ \\ \quad X \geq 0 \\ \quad y \in R \end{cases}$$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & & & \\ & D_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_k \end{bmatrix},\ X = (X_1, \cdots, X_k),\ C = (C_1, \cdots, C_k),\ F = \begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_k \end{bmatrix},\quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_k \end{bmatrix},$$

Le problème (1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(2)\quad \begin{cases} \quad \text{Min } \sum_{k=1}^{K} C_k x_k + f.y \\ Sc \\ \quad D_1X_1 + F_1y = d_1 \\ \quad D_2X_2 + F_2y = d_2 \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \quad D_kX_k + F_ky = d_k \\ \\ \quad X_k \geq 0 \qquad k = 1, \ldots, K \\ \quad y \in R \end{cases}$$

Lorsque les valeurs des variables y sont fixées, la résolution du problème (2) revient à la résolution de K sous problèmes formulés comme suit :

$$(3)\quad \begin{cases} \quad \text{Min } CX \\ Sc \\ \quad DX = d - Fy \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$$

Dans la méthode de décomposition, c'est le dual de (3) qui est résolu pour chaque valeur fixe de y, on obtient la formulation suivante :

$$(4)\quad \begin{cases} \text{Max } \ v\,(d - Fy) \\ Sc \\ vD \leq C \\ v \text{ de signe quelconque} \end{cases}$$

❖ <u>Théorème de Farkas et Minkowski</u>

Pour que les sous problèmes (3) aient un ensemble de solution non vide, on utilise le théorème de Farkas et Minkowski qui s'énonce comme suit :

(SP) a une solution $X \geq 0$ *si* $u^i\,(d\text{-}Fy) \leq 0 \;\; i \in I$*, pour tout* u *vérifiant* $uD \leq 0$

❖ <u>Choix de y</u>

y est choisi de manière à minimiser :

$$\left\{ \text{fy} + \underset{x}{\text{Min}}\left(\text{cx}/\text{Dx} = \text{d} - \text{Fy};\ \text{x} \geq 0\right) \right\}$$

En utilisant le théorème de dualité, y est alors choisi tel que :

$$\underset{y \in R}{\text{Min}} \left\{ \text{fy} + \underset{v}{\text{Max}}\left(v(d - Fy) \ / \ vD \leq C \right) \right\} \qquad (5)$$

Soit v^j, $j \in J$ les points extrêmes du polytope $V = v \ / \ vD \leq c$

(5) est équivalent à :

$$\underset{y \in R}{\text{Min}} \left\{ \text{fy} + \underset{j \in J}{\text{Max}}\left(v^j(d - Fy) \right) \right\}$$

Qui peut aussi s'écrire sous forme :

$$\begin{cases} \quad Min \quad z \\ Sc \\ \quad z \geq fy + v^j(d - Fy) \qquad j \in J \\ \\ \quad y \in R \end{cases}$$

En introduisant les résultats du théorème de Farkas et Minkowski; nous aurons alors la formulation suivante :

$$(PM) \begin{cases} \quad Min \quad z \\ Sc : \\ \quad u^i(d\text{-}Fy) \leq 0 \qquad \forall\, i \in I \qquad \text{(a)} \\ \quad fy + v^j(d\text{-}Fy)\text{-}z \leq 0 \qquad \forall j \in J \qquad \text{(b)} \\ \\ \quad y \in R \end{cases}$$

La résolution du problème (2) revient à la résolution d'un problème maître (PM) et k sous problèmes (SP) définis comme suit :

$$(SP) \begin{cases} \quad \text{Max} \ \ v\,(d - Fy) \\ Sc \\ \quad vD \leq C \\ \\ \quad \text{v de signe quelconque} \end{cases}$$

En résolvant le problème PM, on obtient une solution optimale $\bar{y}$ qui est introduite dans les k sous problèmes SP en remplaçant y par $\bar{y}$.

Si le problème (PM) n'a pas de solution, alors le problème initial (1) n'a pas de solution.

La procédure utilisée par l'algorithme de Benders se résume comme suit :

- Si la valeur optimale de SP n'est pas bornée, alors la contrainte (a) n'est pas satisfaite. La contrainte (a) doit être rajoutée au problème (PM) pour former un nouveau problème augmenté.

- Si la valeur optimale de SP est bornée et atteint un point extrême v qui ne satisfait pas la contrainte (b). La contrainte (b) doit rajouté au problème (PM) pour former un nouveau problème augmenté.

- Si la valeur optimale de SP est bornée et atteint un point extrême v qui satisfait la contrainte (b). ($\bar{y}$, $\bar{z}$) est la solution optimale du problème (PM), donc $\bar{y}$ est une solution du problème (2) et l'algorithme se termine.

Il s'agira de rajouter les contraintes (a) et (b) non satisfaites au problème (PM). Le nouveau programme « augmenté » est résolu, et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux contraintes (a) et (b) du problème maître soient satisfaites.

L'algorithme s'arrête lorsque :

$$f\,\bar{y} + \bar{v}\,(d - F\,\bar{y}) - \bar{z} \leq 0$$

et $u^i(\,d - \overline{Fy}\,) \leq 0, \qquad i=1, \ldots, I$

Si à une étape donnée, le problème (PM) « augmenté » n'a pas de solution alors le problème initial (P) n'a pas de solution et l'algorithme s'arrête.

- Si V est vide alors le problème initial (P) n'est pas borné et l'algorithme s'arrête.

ANNEXE III : THEOREME DE FARKAS ET MINKOWSKI [MIN 83]

Le théorème de Farkas et Minkowski concerne l'existence d'une solution non négative pour un système linéaire de la forme :

$$\begin{cases} A.x = b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

où A est une matrice de dimension mx n

Théorème :

Une condition nécessaire et suffisante pour que (1) ait une solution et que :

$\forall u = (u_1, u_2, \ldots, u_m)$ *tel que u.A ≥ 0, on ait u.b ≥ 0* *(2)*

Démonstration :

1- La condition est nécessaire :

Si (1) est une solution $\bar{x} \geq 0$, alors $\forall u$ tel que $u.A \geq 0$, $u.b = uA\bar{x} \geq 0$, ce qui montre que (2) est vérifiée.

2- La condition est suffisante :

Si (1) n'a pas de solution alors (2) n'est pas vérifiée, en effet :

L'ensemble $S = \{y / y = A.x,\ x \geq 0\}$ est convexe fermé, et le vecteur b est tel que : $b \notin S$. Il existe $a \in R^n$, $(a \neq 0)$ et α scalaire tels que : $a^T.b > \alpha$ et $a^T.y < \alpha$ $(\forall y \in S)$. Puisque $0 \in S$, on doit avoir : $\alpha \geq 0$, et par suite $a^T.b > 0$. D'autre part, on doit avoir : $a^T Ax \leq \alpha$, $\forall\ x \geq 0$ ce qui implique $a^T A \leq 0$.
En posant $u=-a^T$ on voit que l'on a mis ainsi en évidence un m-vecteur ligne qui ne vérifie pas (2).

- *Etape 2 :* Pour tous les scénarios $j=1, \ldots, K^{t-1}$, calculer pour t-1 les valeurs suivantes:

$$E_j^{t-1} = \sum_{t \in D^t(j)} \frac{p_\ell^t}{p_j^{t-1}} \pi_\ell^t T_\ell^{t-1}$$

$$e_j^{t-1} = \sum_{t \in D^t(j)} \frac{p_\ell^t}{p_j^{t-1}} (\pi_\ell^t h_\ell^t + \lambda_\ell^t l_\ell^t - \mu_\ell^t u_\ell^t + \sum_{i=1}^{r_\ell^t} \rho_{k,i}^t d_{k,i}^t + \sum_{i=1}^{s_\ell^t} \sigma_{\ell,i}^t e_{\ell,i}^t)$$

Soit $\overline{\theta}_j^{t-1} = e_j^{t-1} - E_j^{t-1} x_j^{t-1}$.

- Si la contrainte $\theta_j^{t-1} = 0$ apparaît dans NDS(t-1, j), supprimer la et poser $s_j^{t-1}=1$.
- Si $s_j^{t-1}>1$ et $\overline{\theta}_j^{t-1} > \theta_j^t$, incrémenter s_j^{t-1}.
- Si $s_k^{t-1}>1$ a changé, ajouter la contrainte d'optimalité définie par $E_j^{t-1} x_j^{t-1} + \theta_j^{t-1} \le e_j^{t-1}$ au NDS(t-1, j).
- Si t=1 et aucune contrainte n'est ajoutée au NDS(0,1). Stop, x_1^0 est la solution optimale. Sinon, soit t=t-1 et k=1. Si t=0, soit DIR=FORW. Aller à l'étape 1.

ANNEXE V : LES DONNEES

a_{ij} : Nombre d'unité de PSF nécessaire pour produire une unité de PF

N° Article	DESIGNATION	a_{ij}
1	T. Poste	0,5
2	T. Taxe	0,5
3	T.Commémoratif	1
4	T.F.Off Mono.	0,5
5	T.F.Off Poly.	0,5
6	T.F Taille Douce	0,5
7	Amende Forf.	0,5
8	Stickers	1
9	Carnet T.P	0,1
10	B.C BNA	0,25
11	B.C BEA	0,25
12	B. Trésor	0,5
13	Autres Bons	0,25
14	C.Service Nationale	0,125
15	C.Militaire	0,05
16	Autres Cartes	0,04
17	Vignette ONDA	0,5
18	Vignette Auto	6,25
19	Vignette CRA	0,25
20	Vignette Passeport	0,25
21	Passeport Courant	1
22	Passeport Diplomatique	1
23	Passeport Service	1
24	Autres Passeports	1
25	Chèque ABC	0,25
26	Chèque EL BARAKA	1
27	Autres Chèques	0,25
28	Diplôme M.E.S	1
29	Autres Diplômes	1
30	Certificats d'actions	0,5

R_{kt} : Capacité maximale en ressource de type k pour produire une unité de produit fini en heure réguliére

N°	Désignation ressource	Capacite	T=1	T=2	T=3	T=4
1	Contrôle quantitatif	7	2618	2681	1708	2681
2	Contrôle qualitatif	22	8228	8426	5368	8426
3	Machine à imprimer N° 1	2	700	714	448	714
4	Machine à imprimer N° 2	1	350	357	224	357
5	Machine à imprimer N° 3	1	350	357	224	357
6	Machine à imprimer N° 4	1	350	357	224	357
7	Machine à imprimer N° 5	1	350	357	224	357
8	Machine à couper	2	748	766	488	766
9	Machine à picoter	2	748	766	488	766
10	Machine à numéroter	1	374	383	244	383
11	Machine a aggraffer	1	374	383	244	383
12	Plieuse	1	374	383	244	383
13	Assembleuse	1	374	383	244	383

***B_{kt}* : Capacité maximale en ressource de type k pour produire une unité de produit fini en heure supplémentaire**

N°	Désignation ressource	Capacite	T=1	T=2	T=3	T=4
1	Contrôle quantitatif	7	1036	1078	728	1078
2	Contrôle qualitatif	22	3256	3388	2288	3388
3	Machine à imprimer N° 1	2	168	182	140	182
4	Machine à imprimer N° 2	1	84	91	70	91
5	Machine à imprimer N° 3	1	84	91	70	91
6	Machine à imprimer N° 4	1	84	91	70	91
7	Machine à imprimer N° 5	1	84	91	70	91
8	Machine à couper	2	296	308	208	308
9	Machine à picoter	1	148	154	104	154
10	Machine à numéroter	1	148	154	104	154
11	Machine a aggraffer	1	148	154	104	154
12	Plieuse	1	148	154	104	154
13	Assembleuse	1	148	154	104	154

m_{ik} : La capacité utilisée par type de ressource k pour produire une unité de produit semi fini i

N° Article	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	0	0,3	0	0	0	0	0,042	0	0	0	0	0
2	1	0	0,3	0	0	0	0	0,042	0	0	0	0	0
3	0,84	0	0	0	0,3	0	0	0,021	0	0	0	0	0
4	1	0	0,3	0	0	0	0	0,042	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0,3	0	0	0,042	0	0	0	0	0
6	3	0	0	0	0	1,2	0	0,042	0	0	0	0	0
7	3	0	0	0	0	1,2	0	0,042	0	0	0	0	0
8	0,84	0	0	0	0,3	0	0	0,167	0	0	0	0	0
9	1	0	0,3	0	0	0	0	0,042	0	0	0	0	0
10	0,67	0	0	0,3	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
11	0,67	0	0	0,3	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
12	0,67	0	0,3	0	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
13	0,67	0	0	0,3	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
14	1	0	0	0,6	0	0	0	0,042	0	0	0	0	0
15	1	0	0	0	0,3	0	0	0,042	0	0	0	0	0
16	1	0	0	0	0,3	0	0	0,042	0	0	0	0	0
17	0,9	0	0	0,3	0	0	0	0,05	0	0	0	0	0
18	0,12	0	0	0	0,3	0	0	0,05	0	0	0	0	0
19	0,84	0	0	0	0,3	0	0	0,042	0	0	0	0	0
20	0,17	0	0	0	0,3	0	0	0,05	0	0	0	0	0
21	0,67	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0	0
22	0,67	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0	0
23	0,67	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0	0
24	0,67	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0	0
25	0,67	0	0,3	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0,17	0	0	0	0,3	0	0	0,13	0	0	0	0	0
27	0,67	0	0,3	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
28	2,67	0	0	0	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
29	2,67	0	0	0	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
30	0,67	0	0	0	0,25	0	0	0,042	0	0	0	0	0

r_{ik} : La capacité utilisée par type de ressource k pour produire une unité de produit fini i

N° Article	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0,67	1	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
2	0,67	1	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
3	1,5	3,5	0	0	0	0	0	0	0,3	0	0	0	0
4	0,67	1	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
5	0,67	1	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
6	0,67	1	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
7	1,5	0,84	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
8	0,67	3,5	0	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0
9	0,67	0,1	0	0	0	0	0	0,5	0,03	0	0	0	0
10	1,2	0,38	0	0	0	0	0	0,042	0	0,9	0	0	0
11	1,2	0,38	0	0	0	0	0	0,042	0	0,9	0	0	0
12	1	0,84	0	0	0	0	0	0,042	0	0,9	0	0	0
13	1,2	0,4	0	0	0	0	0	0,042	0	0,9	0	0	0
14	0,75	1,11	0	0	0	0	0	0,063	0	0	0	0	0
15	0,7	1,86	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
16	0,7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
17	0,67	1	0	0	0	0	0	0,042	0,1	0	0	0	0
18	1,12	15	0	0	0	0	0	0,5	0	0	2,8	0	0
19	0,67	1,84	0	0	0	0	0	0	0,3	0	0	0	0
20	0,83	2,05	0	0	0	0	0	0,042	0,3	0	0	0	0
21	0,6	2,5	0	0	0	0	0	0,17	0,6	0	0	0,084	3,6
22	0,6	2,5	0	0	0	0	0	0,17	0,6	0	0	0,084	3,6
23	0,6	2,5	0	0	0	0	0	0,17	0,6	0	0	0,084	3,6
24	0,6	2,5	0	0	0	0	0	0,17	0,6	0	0	0,084	3,6
25	0	1	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0	0	0
26	2,1	2,6	0	0	0	0	0	0,27	0	4,69	3	0	0
27	0	1	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0	0	0
28	1,34	1	0	0	0	0	0	0,09	0	0	0	0	0
29	1,34	1	0	0	0	0	0	0,09	0	0	0	0	0
30	1,34	1,4	0	0	0	0	0	0,042	0	0	0	0	0

Demande du produit i, i=1, ..., 30 à la periode T=1
(1 cas possible)

N° Article	UNITE	DEMANDE
1	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	550,00
2	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	165,00
3	1000 PLANCHES = 25 000 UNITES	109,20
4	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	16,50
5	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	84,48
6	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	33,00
7	1000 PLANCHES =25 000 UNITES	19,80
8	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	0,00
9	1000 PLANCHES = 100 000 UNITES	0,00
10	1000 UNITES	0,00
11	1000 UNITES	0,00
12	1000 UNITES	0,00
13	1000 UNITES	0,00
14	1000 UNITES	231,00
15	1000 UNITES	0,00
16	1000 UNITES	0,00
17	1000 PLANCHES =100 000 UNITES	66,00
18	1000 CARNETS = 50 000 UNITES	58,74
19	1000 PLANCHES =25 000 UNITES	0,00
20	1000 PLANCHES =25 000 UNITES	16,96
21	1000 UNITE	424,11
22	1000 UNITE	0,00
23	1000 UNITE	0,00
24	1000 UNITE	0,00
25	1000 PLANCHES =4 UNITES	0,00
26	1000 UNITES	0,00
27	1000 PLANCHES =4 UNITES	0,00
28	1000 UNITE	0,00
29	1000 UNITE	0,04
30	1000 PLANCHES= 2 000 UNITES	0,00

Demande du produit i, i=1, …, 30 à la periode T=2
(3 cas possibles)

	T=1	T=2		
N° Article	D	D1(Std)	D2 (OPT)	D3(Pess)
1	550,00	577,50	687,50	467,50
2	165,00	165,00	165,00	0,00
3	109,20	171,60	218,40	156,00
4	16,50	17,60	19,80	16,50
5	84,48	82,50	84,70	78,98
6	33,00	38,50	39,60	33,00
7	19,80	19,80	19,80	19,80
8	0,00	1,54	2,09	0,00
9	0,00	5,50	11,00	0,00
10	0,00	0,00	0,00	0,00
11	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0,00	2,20	3,30	1,10
13	0,00	38,50	110,00	33,00
14	231,00	275,00	286,00	264,00
15	0,00	55,00	126,50	0,00
16	0,00	33,00	55,00	11,00
17	66,00	77,00	88,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	440,00	264,00
20	16,96	18,48	18,92	18,04
21	424,11	429,00	440,00	424,11
22	0,00	0,22	0,55	0,00
23	0,00	0,22	0,55	0,00
24	0,00	0,33	0,55	0,22
25	0,00	14,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,00
28	0,00	44,00	58,30	33,00
29	0,04	0,03	0,06	0,01
30	0,00	27,50	55,00	27,50

Demande du produit i, i=1, ..., 30 à la periode T=3
(9 cas possibles)

	T=1	T=2	T=3		
N° Article	D	D1(Std)	D1(Std)	D2 (OPT)	D3(Pess)
1	550,00	577,50	330,00	440,00	220,00
2	165,00	165,00	165,00	165,00	0,00
3	109,20	171,60	93,60	124,80	62,40
4	16,50	17,60	12,10	13,20	11,00
5	84,48	82,50	40,70	41,80	40,48
6	33,00	38,50	19,80	22,00	16,50
7	19,80	19,80	17,60	17,60	17,60
8	0,00	1,54	0,55	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	25,85	51,70	17,23
11	0,00	0,00	90,75	181,50	60,50
12	0,00	2,20	0,00	1,10	0,00
13	0,00	38,50	33,00	66,00	33,00
14	231,00	275,00	286,00	297,00	275,00
15	0,00	55,00	55,00	126,50	0,00
16	0,00	33,00	22,00	33,00	11,00
17	66,00	77,00	66,00	77,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	14,08	15,40	13,20
21	424,11	429,00	352,00	385,00	330,00
22	0,00	0,22	0,11	0,33	0,22
23	0,00	0,22	0,11	0,33	0,22
24	0,00	0,22	0,33	0,55	0,22
25	0,00	14,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	1,38	0,55
28	0,00	44,00	14,30	14,30	14,30
29	0,04	0,01	0,01	0,06	0,00
30	0,00	27,50	27,50	27,50	0,00

	T=1	T=2	T=3		
N° Article	D	D2 (OPT)	D1(Std)	D2 (OPT)	D3(Pess)
1	550,00	687,50	330,00	440,00	220,00
2	165,00	165,00	165,00	165,00	0,00
3	109,20	218,40	78,00	109,20	62,40
4	16,50	19,80	11,00	11,00	11,00
5	84,48	84,70	40,48	40,48	40,48
6	33,00	39,60	16,50	16,50	16,50
7	19,80	19,80	17,60	17,60	17,60
8	0,00	2,09	0,00	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	25,85	51,70	17,23
11	0,00	0,00	90,75	181,50	60,50
12	0,00	3,30	0,00	0,00	0,00
13	0,00	110,00	38,50	44,00	33,00
14	231,00	286,00	275,00	286,00	275,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	66,00	77,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	14,08	15,40	13,20
21	424,11	440,00	352,00	385,00	330,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,33	0,22
25	0,00	28,00	0,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,55	1,10	0,28
28	0,00	58,30	0,00	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,01	0,02	0,00
30	0,00	55,00	0,00	27,50	0,00

Demande du produit i, i=1, ..., 30 à la periode T=3
(9 cas possibles)

	T=1	T=2	T=3		
N° Article	D	D3(Pess)	D1(Std)	D2 (OPT)	D3(Pess)
1	550,00	467,50	330,00	440,00	220,00
2	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00
3	109,20	156,00	109,20	140,40	62,40
4	16,50	16,50	13,20	15,40	11,00
5	84,48	78,98	41,80	44,00	40,48
6	33,00	33,00	22,00	24,20	16,50
7	19,80	19,80	17,60	17,60	17,60
8	0,00	0,00	1,54	2,09	0,00
9	0,00	0,00	5,50	11,00	0,00
10	0,00	0,00	25,85	51,70	17,23
11	0,00	0,00	90,75	181,50	60,50
12	0,00	1,10	3,30	3,30	0,00
13	0,00	33,00	38,50	110,00	33,00
14	231,00	264,00	286,00	297,00	275,00
15	0,00	0,00	55,00	126,50	55,00
16	0,00	11,00	33,00	55,00	22,00
17	66,00	66,00	77,00	88,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	15,40	16,96	13,20
21	424,11	424,11	550,00	660,00	495,00
22	0,00	0,00	0,55	0,55	0,22
23	0,00	0,00	0,55	1,10	0,22
24	0,00	0,00	0,55	0,77	0,22
25	0,00	0,00	28,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	1,38	0,55
28	0,00	33,00	25,30	25,30	25,30
29	0,04	0,00	0,01	0,02	0,00
30	0,00	0,00	27,50	55,00	27,50

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=1)

N° Article	T=1 D	T=2 D1(Std)	T=3 D1(Std)	T=4 D1(Std)
1	550,00	577,50	330,00	220,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	93,60	124,80
4	16,50	17,60	12,10	11,00
5	84,48	82,50	40,70	34,98
6	33,00	38,50	19,80	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	2,20	0,00	3,30
13	0,00	38,50	33,00	34,10
14	231,00	275,00	286,00	220,00
15	0,00	55,00	55,00	0,00
16	0,00	33,00	22,00	11,00
17	66,00	77,00	66,00	60,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	14,08	18,48
21	424,11	429,00	352,00	462,00
22	0,00	0,22	0,11	0,00
23	0,00	0,22	0,11	0,00
24	0,00	0,33	0,33	0,33
25	0,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,55
28	0,00	44,00	14,30	0,00
29	0,04	0,03	0,01	0,02
30	0,00	27,50	27,50	13,75

(s=2)

N° Article	T=1 D	T=2 D1(Std)	T=3 D1(Std)	T=4 D2 (OPT)
1	550,00	577,50	330,00	275,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	93,60	140,40
4	16,50	17,60	12,10	12,10
5	84,48	82,50	40,70	36,30
6	33,00	38,50	19,80	6,60
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	2,20	0,00	3,30
13	0,00	38,50	33,00	49,50
14	231,00	275,00	286,00	275,00
15	0,00	55,00	55,00	0,00
16	0,00	33,00	22,00	22,00
17	66,00	77,00	66,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	14,08	19,80
21	424,11	429,00	352,00	495,00
22	0,00	0,22	0,11	0,33
23	0,00	0,22	0,11	0,33
24	0,00	0,33	0,33	0,44
25	0,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,83
28	0,00	44,00	14,30	0,00
29	0,04	0,03	0,01	0,03
30	0,00	27,50	27,50	27,50

(s= 3)

N° Article	T=1 D	T=2 D1(Std)	T=3 D1(Std)	T=4 D3(Pess)
1	550,00	577,50	330,00	165,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	93,60	109,20
4	16,50	17,60	12,10	8,80
5	84,48	82,50	40,70	31,24
6	33,00	38,50	19,80	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	2,20	0,00	0,00
13	0,00	38,50	33,00	33,00
14	231,00	275,00	286,00	198,00
15	0,00	55,00	55,00	0,00
16	0,00	33,00	22,00	11,00
17	66,00	77,00	66,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	14,08	18,33
21	424,11	429,00	352,00	458,34
22	0,00	0,22	0,11	0,00
23	0,00	0,22	0,11	0,00
24	0,00	0,33	0,33	0,28
25	0,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,28
28	0,00	44,00	14,30	0,00
29	0,04	0,03	0,01	0,01
30	0,00	27,50	27,50	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=4)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D2 (OPT)	D1(Std)	D1(Std)
1	550,00	687,50	330,00	110,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	78,00	109,20
4	16,50	19,80	11,00	11,00
5	84,48	84,70	40,48	34,98
6	33,00	39,60	16,50	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	38,50	34,10
14	231,00	286,00	275,00	220,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	66,00	49,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	14,08	18,04
21	424,11	440,00	352,00	451,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,28
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,55	0,28
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,01	0,02
30	0,00	55,00	0,00	13,75

(s= 5)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D2 (OPT)	D1(Std)	D2 (OPT)
1	550,00	687,50	330,00	165,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	78,00	124,80
4	16,50	19,80	11,00	12,10
5	84,48	84,70	40,48	35,20
6	33,00	39,60	16,50	7,70
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	38,50	38,50
14	231,00	286,00	275,00	275,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	22,00
17	66,00	88,00	66,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	14,08	19,36
21	424,11	440,00	352,00	484,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,33
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,55	0,55
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,01	0,03
30	0,00	55,00	0,00	27,50

(s= 6)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D2 (OPT)	D1(Std)	D3(Pess)
1	550,00	687,50	330,00	55,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	78,00	109,20
4	16,50	19,80	11,00	7,70
5	84,48	84,70	40,48	29,26
6	33,00	39,60	16,50	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	38,50	33,00
14	231,00	286,00	275,00	198,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	66,00	44,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	14,08	17,89
21	424,11	440,00	352,00	447,34
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,22
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,55	0,00
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,01	0,01
30	0,00	55,00	0,00	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=7)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D3(Pess)	D1(Std)	D1(Std)
1	550,00	467,50	330,00	330,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	109,20	124,80
4	16,50	16,50	13,20	11,00
5	84,48	78,98	41,80	34,98
6	33,00	33,00	22,00	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	1,54	0,00
9	0,00	0,00	5,50	5,50
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	1,10	3,30	0,00
13	0,00	33,00	38,50	34,10
14	231,00	264,00	286,00	220,00
15	0,00	0,00	55,00	0,00
16	0,00	11,00	33,00	11,00
17	66,00	66,00	77,00	60,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	15,40	17,60
21	424,11	424,11	550,00	440,00
22	0,00	0,00	0,55	0,00
23	0,00	0,00	0,55	0,00
24	0,00	0,22	0,55	0,22
25	0,00	0,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,55
28	0,00	33,00	25,30	0,00
29	0,04	0,01	0,01	0,02
30	0,00	27,50	27,50	13,75

(s= 8)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D3(Pess)	D1(Std)	D2 (OPT)
1	550,00	467,50	330,00	385,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	109,20	140,40
4	16,50	16,50	13,20	12,10
5	84,48	78,98	41,80	3,85
6	33,00	33,00	22,00	7,70
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	1,54	5,50
9	0,00	0,00	5,50	5,50
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	1,10	3,30	0,00
13	0,00	33,00	38,50	49,50
14	231,00	264,00	286,00	275,00
15	0,00	0,00	55,00	55,00
16	0,00	11,00	33,00	22,00
17	66,00	66,00	77,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	15,40	18,92
21	424,11	424,11	550,00	473,00
22	0,00	0,00	0,55	0,00
23	0,00	0,00	0,55	0,00
24	0,00	0,22	0,55	0,28
25	0,00	0,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,83
28	0,00	33,00	25,30	0,00
29	0,04	0,01	0,01	0,03
30	0,00	27,50	27,50	27,50

(s=9)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D3(Pess)	D1(Std)	D3(Pess)
1	550,00	467,50	330,00	275,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	109,20	109,20
4	16,50	16,50	13,20	8,80
5	84,48	78,98	41,80	33,66
6	33,00	33,00	22,00	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	1,54	0,00
9	0,00	0,00	5,50	5,50
10	0,00	0,00	25,85	25,85
11	0,00	0,00	90,75	90,75
12	0,00	1,10	3,30	0,00
13	0,00	33,00	38,50	33,00
14	231,00	264,00	286,00	209,00
15	0,00	0,00	55,00	0,00
16	0,00	11,00	33,00	11,00
17	66,00	66,00	77,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	15,40	17,45
21	424,11	424,11	550,00	436,34
22	0,00	0,00	0,55	0,00
23	0,00	0,00	0,55	0,00
24	0,00	0,22	0,55	0,22
25	0,00	0,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	0,83	0,28
28	0,00	33,00	25,30	0,00
29	0,04	0,01	0,01	0,01
30	0,00	27,50	27,50	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=10)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D1(Std)	D2 (OPT)	D1(Std)
1	550,00	577,50	440,00	110,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	124,80	109,20
4	16,50	17,60	13,20	11,00
5	84,48	82,50	41,80	34,98
6	33,00	38,50	22,00	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	2,20	1,10	0,00
13	0,00	38,50	66,00	38,50
14	231,00	275,00	297,00	220,00
15	0,00	55,00	126,50	0,00
16	0,00	33,00	33,00	11,00
17	66,00	77,00	77,00	49,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	15,40	17,16
21	424,11	429,00	385,00	429,00
22	0,00	0,22	0,33	0,00
23	0,00	0,22	0,33	0,00
24	0,00	0,33	0,55	0,22
25	0,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	1,38	0,28
28	0,00	44,00	14,30	0,00
29	0,04	0,03	0,06	0,02
30	0,00	27,50	27,50	13,75

(s=11)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D1(Std)	D2 (OPT)	D2 (OPT)
1	550,00	577,50	440,00	165,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	124,80	124,80
4	16,50	17,60	13,20	12,10
5	84,48	82,50	41,80	35,20
6	33,00	38,50	22,00	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	2,20	1,10	0,00
13	0,00	38,50	66,00	34,10
14	231,00	275,00	297,00	220,00
15	0,00	55,00	126,50	0,00
16	0,00	33,00	33,00	22,00
17	66,00	77,00	77,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	15,40	18,48
21	424,11	429,00	385,00	462,00
22	0,00	0,22	0,33	0,00
23	0,00	0,22	0,33	0,00
24	0,00	0,33	0,55	0,28
25	0,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	1,38	0,55
28	0,00	44,00	14,30	0,00
29	0,04	0,03	0,06	0,03
30	0,00	27,50	27,50	27,50

(s=12)

	T=1	T=2	T=3	T=4
N° Article	D	D1(Std)	D2 (OPT)	D3(Pess)
1	550,00	577,50	440,00	55,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	124,80	109,20
4	16,50	17,60	13,20	7,70
5	84,48	82,50	41,80	30,14
6	33,00	38,50	22,00	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,55	0,00
9	0,00	5,50	5,50	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	2,20	1,10	0,00
13	0,00	38,50	66,00	38,50
14	231,00	275,00	297,00	187,00
15	0,00	55,00	126,50	0,00
16	0,00	33,00	33,00	11,00
17	66,00	77,00	77,00	44,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	15,40	17,01
21	424,11	429,00	385,00	425,34
22	0,00	0,22	0,33	0,00
23	0,00	0,22	0,33	0,00
24	0,00	0,33	0,55	0,22
25	0,00	14,00	14,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	1,38	0,00
28	0,00	44,00	14,30	0,00
29	0,04	0,03	0,06	0,01
30	0,00	27,50	27,50	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=13)

N° Article	T=1 D	T=2 D2 (OPT)	T=3 D2 (OPT)	T=4 D1(Std)
1	550,00	687,50	440,00	110,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	109,20	109,20
4	16,50	19,80	11,00	11,00
5	84,48	84,70	40,48	34,98
6	33,00	39,60	16,50	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	44,00	38,50
14	231,00	286,00	286,00	220,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	77,00	38,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	15,40	16,72
21	424,11	440,00	385,00	418,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,33	0,22
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	1,10	0,00
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,02	0,02
30	0,00	55,00	27,50	13,75

(s=14)

N° Article	T=1 D	T=2 D2 (OPT)	T=3 D2 (OPT)	T=4 D2 (OPT)
1	550,00	687,50	440,00	165,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	109,20	124,80
4	16,50	19,80	11,00	12,10
5	84,48	84,70	40,48	35,20
6	33,00	39,60	16,50	7,70
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	44,00	34,10
14	231,00	286,00	286,00	264,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	22,00
17	66,00	88,00	77,00	44,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	15,40	18,04
21	424,11	440,00	385,00	451,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,33	0,28
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	1,10	0,28
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,02	0,03
30	0,00	55,00	27,50	27,50

(s=15)

N° Article	T=1 D	T=2 D2 (OPT)	T=3 D2 (OPT)	T=4 D3(Pess)
1	550,00	687,50	440,00	55,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	109,20	109,20
4	16,50	19,80	11,00	7,70
5	84,48	84,70	40,48	29,26
6	33,00	39,60	16,50	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	44,00	38,50
14	231,00	286,00	286,00	187,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	77,00	33,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	15,40	16,57
21	424,11	440,00	385,00	414,34
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,33	0,22
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	1,10	0,00
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,02	0,01
30	0,00	55,00	27,50	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=16)

N° Article	T=1 D	T=2 D3(Pess)	T=3 D2 (OPT)	T=4 D1(Std)
1	550,00	467,50	440,00	220,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	140,40	109,20
4	16,50	16,50	15,40	8,80
5	84,48	78,98	44,00	34,98
6	33,00	33,00	24,20	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	2,09	0,00
9	0,00	0,00	11,00	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	1,10	3,30	0,00
13	0,00	33,00	110,00	38,50
14	231,00	264,00	297,00	220,00
15	0,00	0,00	126,50	0,00
16	0,00	11,00	55,00	11,00
17	66,00	66,00	88,00	49,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	16,96	16,28
21	424,11	424,11	660,00	40,70
22	0,00	0,00	0,55	0,00
23	0,00	0,00	0,55	0,00
24	0,00	0,22	0,77	0,11
25	0,00	0,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	1,38	0,28
28	0,00	33,00	25,30	0,00
29	0,04	0,01	0,02	0,02
30	0,00	27,50	55,00	13,75

(s=17)

N° Article	T=1 D	T=2 D3(Pess)	T=3 D2 (OPT)	T=4 D2 (OPT)
1	550,00	467,50	440,00	275,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	140,40	124,80
4	16,50	16,50	15,40	12,10
5	84,48	78,98	44,00	36,85
6	33,00	33,00	24,20	8,25
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	2,09	0,00
9	0,00	0,00	11,00	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	1,10	3,30	0,00
13	0,00	33,00	110,00	34,10
14	231,00	264,00	297,00	264,00
15	0,00	0,00	126,50	0,00
16	0,00	11,00	55,00	22,00
17	66,00	66,00	88,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	16,96	17,60
21	424,11	424,11	660,00	440,00
22	0,00	0,00	0,55	0,00
23	0,00	0,00	0,55	0,00
24	0,00	0,22	0,77	0,22
25	0,00	0,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	1,38	0,55
28	0,00	33,00	25,30	0,00
29	0,04	0,01	0,02	0,03
30	0,00	27,50	55,00	27,50

(s=18)

N° Article	T=1 D	T=2 D3(Pess)	T=3 D2 (OPT)	T=4 D3(Pess)
1	550,00	467,50	440,00	165,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	140,40	109,20
4	16,50	16,50	15,40	6,60
5	84,48	78,98	44,00	31,46
6	33,00	33,00	24,20	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	2,09	0,00
9	0,00	0,00	11,00	0,00
10	0,00	0,00	51,70	0,00
11	0,00	0,00	181,50	0,00
12	0,00	1,10	3,30	0,00
13	0,00	33,00	110,00	38,50
14	231,00	264,00	297,00	198,00
15	0,00	0,00	126,50	0,00
16	0,00	11,00	55,00	11,00
17	66,00	66,00	88,00	44,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	16,96	15,89
21	424,11	424,11	660,00	397,23
22	0,00	0,00	0,55	0,00
23	0,00	0,00	0,55	0,00
24	0,00	0,22	0,77	0,00
25	0,00	0,00	28,00	0,00
26	0,00	0,00	3,30	0,00
27	0,00	0,00	1,38	0,00
28	0,00	33,00	25,30	0,00
29	0,04	0,01	0,02	0,01
30	0,00	27,50	55,00	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=19)

N° Article	T=1 D	T=2 D1(Std)	T=3 D3(Pess)	T=4 D1(Std)
1	550,00	577,50	220,00	330,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	62,40	124,80
4	16,50	17,60	11,00	11,00
5	84,48	82,50	40,48	34,98
6	33,00	38,50	16,50	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,00	0,00
9	0,00	5,50	0,00	5,50
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	2,20	0,00	3,30
13	0,00	38,50	33,00	34,10
14	231,00	275,00	275,00	220,00
15	0,00	55,00	0,00	0,00
16	0,00	33,00	11,00	22,00
17	66,00	77,00	55,00	71,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	13,20	19,36
21	424,11	429,00	330,00	484,00
22	0,00	0,22	0,22	0,11
23	0,00	0,22	0,22	0,11
0,22	0,00	0,33	0,22	0,39
1,22	0,00	14,00	0,00	14,00
2,22	0,00	0,00	0,00	3,30
3,22	0,00	0,00	0,55	0,55
4,22	0,00	44,00	14,30	0,00
5,22	0,04	0,03	0,00	0,02
6,22	0,00	27,50	0,00	13,75

(s=20)

N° Article	T=1 D	T=2 D1(Std)	T=3 D3(Pess)	T=4 D2 (OPT)
1	550,00	577,50	220,00	385,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	62,40	140,40
4	16,50	17,60	11,00	12,10
5	84,48	82,50	40,48	36,85
6	33,00	38,50	16,50	7,70
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,00	0,55
9	0,00	5,50	0,00	5,50
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	2,20	0,00	3,30
13	0,00	38,50	33,00	49,50
14	231,00	275,00	275,00	275,00
15	0,00	55,00	0,00	55,00
16	0,00	33,00	11,00	33,00
17	66,00	77,00	55,00	77,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	13,20	20,68
21	424,11	429,00	330,00	517,00
22	0,00	0,22	0,22	0,22
23	0,00	0,22	0,22	0,22
0,22	0,00	0,33	0,22	0,55
1,22	0,00	14,00	0,00	14,00
2,22	0,00	0,00	0,00	3,30
3,22	0,00	0,00	0,55	1,38
4,22	0,00	44,00	14,30	0,00
5,22	0,04	0,03	0,00	0,03
6,22	0,00	27,50	0,00	27,50

(s=21)

N° Article	T=1 D	T=2 D1(Std)	T=3 D3(Pess)	T=4 D3(Pess)
1	550,00	577,50	220,00	275,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	171,60	62,40	109,20
4	16,50	17,60	11,00	9,90
5	84,48	82,50	40,48	31,46
6	33,00	38,50	16,50	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	1,54	0,00	0,00
9	0,00	5,50	0,00	5,50
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	2,20	0,00	0,00
13	0,00	38,50	33,00	33,00
14	231,00	275,00	275,00	209,00
15	0,00	55,00	0,00	0,00
16	0,00	33,00	11,00	11,00
17	66,00	77,00	55,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,48	13,20	19,21
21	424,11	429,00	330,00	480,34
22	0,00	0,22	0,22	0,11
23	0,00	0,22	0,22	0,11
0,22	0,00	0,33	0,22	0,33
1,22	0,00	14,00	0,00	0,00
2,22	0,00	0,00	0,00	3,30
3,22	0,00	0,00	0,55	0,28
4,22	0,00	44,00	14,30	0,00
5,22	0,04	0,03	0,00	0,01
6,22	0,00	27,50	0,00	0,00

Demante du produit i, i=1, …, 30 au scénario s, s=1, …, 27

(s=22)

N° Article	T=1 D	T=2 D2 (OPT)	T=3 D3(Pess)	T=4 D1(Std)
1	550,00	687,50	220,00	220,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	62,40	109,20
4	16,50	19,80	11,00	11,00
5	84,48	84,70	40,48	34,98
6	33,00	39,60	16,50	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	33,00	38,50
14	231,00	286,00	275,00	220,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	55,00	60,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	13,20	18,92
21	424,11	440,00	330,00	473,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,22
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,28	0,00
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,00	0,02
30	0,00	55,00	0,00	13,75

(s=23)

N° Article	T=1 D	T=2 D2 (OPT)	T=3 D3(Pess)	T=4 D2 (OPT)
1	550,00	687,50	220,00	275,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	62,40	124,80
4	16,50	19,80	11,00	12,10
5	84,48	84,70	40,48	35,20
6	33,00	39,60	16,50	7,70
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	33,00	34,10
14	231,00	286,00	275,00	275,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	22,00
17	66,00	88,00	55,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	13,20	20,24
21	424,11	440,00	330,00	506,00
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,28
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,28	0,28
28	0,00	58,30	0,00	11,00
29	0,04	0,06	0,00	0,03
30	0,00	55,00	0,00	27,50

(s=24)

N° Article	T=1 D	T=2 D2 (OPT)	T=3 D3(Pess)	T=4 D3(Pess)
1	550,00	687,50	220,00	165,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	218,40	62,40	109,20
4	16,50	19,80	11,00	7,70
5	84,48	84,70	40,48	29,26
6	33,00	39,60	16,50	0,00
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	2,09	0,00	0,00
9	0,00	11,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	3,30	0,00	0,00
13	0,00	110,00	33,00	38,50
14	231,00	286,00	275,00	209,00
15	0,00	126,50	0,00	0,00
16	0,00	55,00	11,00	11,00
17	66,00	88,00	55,00	55,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	440,00	0,00	0,00
20	16,96	18,92	13,20	18,77
21	424,11	440,00	330,00	469,34
22	0,00	0,55	0,00	0,00
23	0,00	0,55	0,00	0,00
24	0,00	0,55	0,22	0,22
25	0,00	28,00	0,00	0,00
26	0,00	3,30	0,00	0,00
27	0,00	0,83	0,28	0,00
28	0,00	58,30	0,00	0,00
29	0,04	0,06	0,00	0,01
30	0,00	55,00	0,00	0,00

Demante du produit i, i=1, ..., 30 au scénario s, s=1, ..., 27

(s=25)

N° Article	T=1 D	T=2 D3(Pess)	T=3 D3(Pess)	T=4 D1(Std)
1	550,00	467,50	220,00	440,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	62,40	124,80
4	16,50	16,50	11,00	12,10
5	84,48	78,98	40,48	36,30
6	33,00	33,00	16,50	6,60
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	0,00	1,54
9	0,00	0,00	0,00	11,00
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	1,10	0,00	3,30
13	0,00	33,00	33,00	34,10
14	231,00	264,00	275,00	231,00
15	0,00	0,00	55,00	0,00
16	0,00	11,00	22,00	33,00
17	66,00	66,00	66,00	71,50
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	13,20	19,80
21	424,11	424,11	495,00	495,00
22	0,00	0,00	0,22	0,33
23	0,00	0,00	0,22	0,33
24	0,00	0,22	0,22	0,44
25	0,00	0,00	0,00	14,00
26	0,00	0,00	0,00	3,30
27	0,00	0,00	0,55	0,55
28	0,00	33,00	25,30	22,00
29	0,04	0,01	0,00	0,02
30	0,00	27,50	27,50	13,75

(s=26)

N° Article	T=1 D	T=2 D3(Pess)	T=3 D3(Pess)	T=4 D2 (OPT)
1	550,00	467,50	220,00	495,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	62,40	140,40
4	16,50	16,50	11,00	13,20
5	84,48	78,98	40,48	3,96
6	33,00	33,00	16,50	8,80
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	0,00	5,50
9	0,00	0,00	0,00	11,00
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	1,10	0,00	3,30
13	0,00	33,00	33,00	49,50
14	231,00	264,00	275,00	275,00
15	0,00	0,00	55,00	55,00
16	0,00	11,00	22,00	55,00
17	66,00	66,00	66,00	77,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	13,20	22,00
21	424,11	424,11	495,00	550,00
22	0,00	0,00	0,22	0,44
23	0,00	0,00	0,22	0,44
24	0,00	0,22	0,22	0,66
25	0,00	0,00	0,00	28,00
26	0,00	0,00	0,00	3,30
27	0,00	0,00	0,55	1,38
28	0,00	33,00	25,30	37,07
29	0,04	0,01	0,00	0,03
30	0,00	27,50	27,50	27,50

(s=27)

N° Article	T=1 D	T=2 D3(Pess)	T=3 D3(Pess)	T=4 D3(Pess)
1	550,00	467,50	220,00	440,00
2	165,00	165,00	0,00	0,00
3	109,20	156,00	62,40	109,20
4	16,50	16,50	11,00	11,00
5	84,48	78,98	40,48	34,98
6	33,00	33,00	16,50	5,50
7	19,80	19,80	17,60	8,80
8	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,00	11,00
10	0,00	0,00	17,23	34,47
11	0,00	0,00	60,50	121,00
12	0,00	1,10	0,00	0,00
13	0,00	33,00	33,00	33,00
14	231,00	264,00	275,00	220,00
15	0,00	0,00	55,00	0,00
16	0,00	11,00	22,00	11,00
17	66,00	66,00	66,00	66,00
18	58,74	0,00	0,00	0,00
19	0,00	264,00	0,00	0,00
20	16,96	18,04	13,20	19,65
21	424,11	424,11	495,00	491,34
22	0,00	0,00	0,22	0,33
23	0,00	0,00	0,22	0,33
24	0,00	0,22	0,22	0,33
25	0,00	0,00	0,00	14,00
26	0,00	0,00	0,00	0,00
27	0,00	0,00	0,55	0,28
28	0,00	33,00	25,30	11,00
29	0,04	0,01	0,00	0,01
30	0,00	27,50	27,50	0,00

Coûts de production relatifs au produits finis et semi finis

		HEURE NORMALE		HEURE SUPPLEMENTAIRE		STOCKAGE	
N° Article	DESIGNATION	COUT PSF	COUT PF	COUT PSF	COUT PF	COUT PSF	COUT PF
1	T. Poste	1095,37	1347,80	2101,16	2595,36	72,71	145,42
2	T. Taxe	1095,37	1347,80	2101,16	2595,36	72,71	145,42
3	T.Commemoratif	2202,81	4463,37	4029,37	8752,84	80,96	80,97
4	T.F.Off Mono.	1095,37	1347,80	2101,16	2595,36	72,71	145,42
5	T.F.Off Poly.	2435,22	1265,39	4459,17	2463,98	73,29	146,60
6	T.F Taille Douce	4959,03	1251,48	9764,06	2381,20	77,43	154,86
7	Amende Forf.	4723,34	2656,56	9292,69	5018,23	76,10	152,21
8	Stickers	1934,18	4531,26	3566,29	8820,73	87,71	87,71
9	Carnet T.P	120,49	148,26	231,13	285,48	70,68	706,79
10	B.C BNA	10500,67	2140,78	20639,42	4229,01	75,27	301,10
11	B.C BEA	10388,35	962,42	20527,10	1689,33	74,73	298,92
12	B. Tresor	6619,96	1762,78	13040,24	3468,82	83,25	166,50
13	Autres Bons(CPA)	2764,93	707,17	4461,75	1339,98	83,25	333,00
14	C.Service Nationale	2090,13	1534,96	3891,93	3065,12	73,64	589,17
15	C.Militaire	2123,19	1567,96	3924,99	3065,12	71,81	1436,32
16	Autres Cartes	2949,24	890,74	5324,34	1667,90	72,27	1806,90
17	Vignette ONDA	962389,89	1701,76	1828540,79	3267,37	95,89	191,79
18	Vignette Auto	5123,50	38601,62	9734,65	4115,11	102,92	16,47
19	Vignette CRA	1561,03	6178,19	2830,78	12164,59	76,77	307,10
20	VignettePasseport	20850,59	6631,95	32547,39	12915,57	72,12	288,49
21	Passeport Courant	5000,50	24208,44	9268,66	45036,43	105,46	105,46
22	Passeport Diplomatique	5000,50	24208,44	9268,66	45036,43	198,71	198,71
23	Passeport Service	5000,50	24208,44	9268,66	45036,43	141,00	141,00
24	Autres Passeport	5000,50	24208,44	9268,66	45036,43	161,46	161,46
25	Cheque ABC	2302,41	6581,32	4374,58	12636,13	71,12	284,50
26	Cheque EL BARAKA	2981,50	31814,30	5664,85	61083,45	123,79	495,17
27	Autre Cheques	2105,23	863,67	3806,54	1727,34	109,90	439,60
28	Diplôme M.E.S	8783,10	1450,30	17362,04	2864,41	121,29	121,28
29	Autres Diplomes	16779,50	4059,46	28017,00	8046,97	121,30	121,30
30	Certificats d'actions	10400,00	2060,78	20428,00	4119,20	80,45	160,91

Observation : Nous avons choisi une unité égale à 1000 unités du produit fini livré

Exemple :

Si nous prenons le cas des timbres, la livraison se fait en planches de 100 timbres

Unité = 1000 planches soit 100 000 timbres

Le coût unitaire correspond donc à 100 000 timbres

ANNEXE VI : LES PROGRAMMES

```
%PROGRAMME : PBREDUIT

% Ce programme permet la résolution du problème réduit total par le simplexe


% SCENARIO : le nbre total de scénarios
% Bt       : Matrice des contraintes relatives aux variables couplantes a la
                   période t-1
% T        : Horizon de planification
% N        : Nombre de produits finis
% M        : Nombre de produits semi-finis
% NP=M=N (dans notre cas M=N=5)
% NRESS    : Nombre de ressources existantes


T=4
SCENARIO=27
K=1
NP=5
NRESS=13

% I- LES DONNEES

      % Coûts
            % CX : Vecteur des coûts variables relatif aux produits finis en
                   heures régulières pour la période t, t=1, ..., T
            % SX : Vecteur des coûts variables relatif aux produits finis en
                   heures supplémentaires pour la période t, t=1, ..., T
            % HX : Vecteur des coûts de stockage relatif aux produits  finis
                   pour la période t, t=1, ..., T
            % pt : Vecteur des probabilités

      CX=[1347.80 1347.80 4463.37 1347.8 1265.39 1251.48 2656.56 4531.26 148.26
          2140.78 962.42 1762.78 707.17 1534.96 1567.96 890.74 1701.76 38601.62
          6178.19 6631.95 24208.44 24208.44 24208.44 24208.44 6581.32  31814.30
          863.67 1450.3 4059.46 2060.78]

      SX=[2595.36 2595.36 8752.84 2595.36 2463.98 2381.20 5018.23 8820.73 285.48
          4229.01 1689.33 3468.82 1339.98 3065.12 3065.12 1667.9 3267.37 4115.11
          12164.59  12915.57  45036.43  45036.43  45036.43  45036.43  12636.13
          61083.45 1727.34 2864.41 8046.97 4119.2]

      HX=[72.71  72.71  80.96  72.71  73.29  77.43 76.10 87.71 70.68 75.27 74.73
          83.25  83.25 73.64 71.81 72.27 95.89 102.92 76.77 72.12 105.46  198.71
          141.00 161.46 71.12 123.79 109.90 121.29 121.30 80.45]

      C=[CX(1:NP) SX(1:NP) HX(1:NP)]

P1=1/3

P2=1/9

P3=1/27

pt=[1;p1;p1;p1;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;
    p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3]
```

```
[np mp]=size(pt)

Tot=(3*NP)*np

Ct=zeros(1,Tot)

j=1

k=3*NP

for i=1:40
  Ct(1,j:k)=C*pt(i)
  j=k+1
  k=k+3*NP
end

% Capacité utilisée

  % r(k,:):Vecteur capacité par type de ressource k pour les produits fini

%k=1

r(1,:)=[0.67 0.67 1.5 0.67 0.67 0.67 1.5 0.67 0.67 1.2 1.2 1 1.2 0.75 0.7 0.7
        0.67 1.12 0.67 0.83 0.6 0.6 0.6 0.6 0 2.1 0 1.34 1.34 1.34]

%k=2

r(2,:)=[1 1 3.5 1 1 1 0.84 3.5 0.1 0.38 0.38 0.84 0.4 1.11 1.86 1 1 15 1.84
        2.05 2.5 2.5 2.5 2.5 1 2.6 1 1 1 1.4]

%k=3

r(3,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=4

r(4,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=5

r(5,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=6

r(6,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=7

r(7,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=8

r(8,:)=[0.042 0.042 0 0.042 0.042 0.042 0.042 0 0.5 0.042 0.042 0.042 0.042
        0.063 1 1 0.042 0.5 0 0.042 0.17 0.17 0.17 0.17 0.05 0.27 0.05 0.09
        0.09 0.042]
%k=9

r(9,:)=[0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.6 0.03 0 0 0 0 0 0 0 0.1 0 0.3 0.3 0.6
        0.6 0.6 0.6 0 0 0 0 0 0]
```

```
%k=10

r(10,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0.9 0.9 0.9 0.9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4.69 0 0 0
        0]

%k=11

r(11,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2.8 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0]

%k=12

r(12,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.084 0.084 0.084 0.084 0 0
        0 0 0 0]

%k=13

r(13,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.4 0.4 0.4 0.4 0 0 0 0 0 0]

% Capacité Maximale
   % Rt: Capacité maximale en ressource k dans la période t pendant les
         heures régulières
   % Bt: Capacité maximale en ressource k dans la période t pendant les
         heures supplémentaires


   R1=inf*ones(NRESS,1)

   B1=inf*ones(NRESS,1)

   R2=R1

   B2=B1

   R3=R1

   B3=B1

   R4=R1

   B4=B1

   % Lien nomenclature

   a1=[0.5;0.5;1;0.5;0.5;0.5;0.5;1;0.1;0.25;0.25;0.5;0.25;0.125;0.05;0.04;
       0.5;6.25;0.25;0.25;1;1;1;1;0.25;0.25;0.25;1;1;0.5]

   a=diag(a1(1:NP,1))


   % Demande(D)

   bzero=zeros(NP,1)

   % T=1

   D1=[550;165;109.2;16.5;84.48;33;19.8;0;0;0;0;0;0;231;0;0;66;58.74;0;16.96;
       424.11;0;0;0;0;0;0;0;0.04;0]
   b1=[D1(1:NP)]

   b11=[R1;B1]
```

```
    % T=2

D2(:,1)=[577.5;165;171.6;17.6;82.5;38.5;19.8;1.54;5.5;0;0;2.2;38.5;275;55;33;
       77 ;0;264;18.48;429;0.22;0.22;0.33;14;0;0;44;0.03;27.5]

D2(:,2)=[687.5;165;218.4;19.8;84.7;39.6;19.8;2.09;11;0;0;3.3;110;286;126.5;55;
       88;0;440;18.92;440;0.55;0.55;0.55;28;3.3;0.82;58.3;0.05;55]

D2(:,3)=[467.5;0;156;16.5;78.98;33;19.8;0;0;0;0;1.1;33;264;0;11;66;0;264;18.04;
       424.11;0;0;0.22;0;0;0;33;0.01;27.5]

  for i=1:3
    b(:,i)=[D2(1:NP,i) ;R2;B2]
end


    % T=3

D3(:,1)=[330;165;93.6;12.1;40.7;19.8;17.6;0.55;5.5;25.85;90.75;0;33;286;55;22;
       66;0;0;14.08;352;0.11;0.11;0.33;14;3.3;0.82;14.3;0.01;27.5]

D3(:,2)=[440;165;124.8;13.2;41.8;22;17.6;0.55;5.5;51.7;181.5;1.1;66;297;126.5;
       33;77;0;0;15.4;385;0.33;0.33;0.55;14;3.3;1.37;14.3;0.05;27.5]

D3(:,3)=[220;0;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;0;11;55;0;0;13.2;
       330;0.22;0.22;0.22;0;0;0.55;14.3;0;0]

D3(:,4)=[330;165;78;11;40.48;16.5;17.6;0;0;25.85;90.75;0;38.5;275;0;11;66;0;0;
       14.08;352;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.01;0]

D3(:,5)=[440;165;109.2;11;40.48;16.5;17.6;0;0;51.7;181.5;0;44;286;0;11;77;0;0;
       15.4;385;0;0;0.33;0;0;1.1;0;0.02;27.5]

D3(:,6)=[220;0;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;0;11;55;0;0;13.2;
       330;0;0;0.22;0;0;0.27;0;0;0]

D3(:,7)=[330;165;109.2;13.2;41.8;22;17.6;1.54;5.5;25.85;90.75;3.3;38.5;286;55;
       33;77;0;0;15.4;550;0.55;0.55;0.55;28;3.3;0.82;25.3;0.01;27.5]

D3(:,8)=[440;165;140.4;15.4;44;24.2;17.6;2.09;11;51.7;181.5;3.3;110;297;126.5;
       55;88;0;0;16.96;660;0.55;1.1;0.77;28;3.3;1.37;25.3;0.02;55]

D3(:,9)=[220;165;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;55;22;66;0;0;
       13.2;495;0.22;0.22;0.22;0;0;0.55;25.3;0;27.5]


  for i=4:12
    b(:,i)=[D3(1:NP,i-3) ;R3;B3]
end

    %T=4

D4(:,1) =[220;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;0;25.85;90.75;3.3;34.1;220;0;11;60.5;
        0;0;18.48;462;0;0;0.33;0;0;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,2) =[275;0;140.4;12.1;36.3;6.6;8.8;0;0;25.85;90.75;3.3;49.5;275;0;22;66;0;
       0;19.8;495;0.33;0.33;0.44;0;0;0.82;0;0.03;27.5]
```

```
D4(:,3) =[165;0;109.2;8.8;31.24;0;8.8;0;0;25.85;90.75;0;33;198;0;11;55;0;0;
          18.33;458.34;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.01;0]

D4(:,4) =[165;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;25.85;90.75;0;34.1;220;0;11;49.5;0;0;
         18.04;451;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,5) =[55;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;25.85;90.75;0;38.5;275;0;22;55;0;0;
         19.36;484;0;0;0.33;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,6) =[330;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;25.85;90.75;0;33;198;0;11;44;0;0;
          17.89;447.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,7) =[385;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;5.5;25.85;90.75;0;34.1;220;0;11;60.5;0;
         0;17.6;440;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,8) =[275;0;140.4;12.1;3.85;7.7;8.8;5.5;5.5;25.85;90.75;0;49.5;275;55;22;66;
         0;0;18.92;473;0;0;0.27;0;0;0.82;0;0.03;27.5]

D4(:,9) =[110;0;109.2;8.8;33.66;0;8.8;0;5.5;25.85;90.75;0;33;209;0;11;55;0;0;
         17.45;436.34;0;0;0.22;0;0;0.27;0;0.01;0]

D4(:,10)=[165;0;109.2;11;34.98;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;49.5;0;0;17.16;429;
          0;0;0.22;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,11)=[55;0;124.8;12.1;35.2;0;8.8;0;0;0;0;0;34.1;220;0;22;55;0;0;18.48;462;
          0;0;0.27;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,12)=[110;0;109.2;7.7;30.14;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;187;0;11;44;0;0;17.01;
          425.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,13)=[165;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;38.5;0;0;16.72;
          418;0;0;0.22;0;0;0;0;0.02;13.75]

D4(:,14)=[55;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;0;0;0;34.1;264;0;22;44;0;0;18.04;
          451;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.03;27.5]

D4(:,15)=[220;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;187;0;11;33;0;0;16.57;
          414.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,16)=[275;0;109.2;8.8;34.98;5.5;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;49.5;0;0;16.28;
          40.7;0;0;0.11;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,17)=[165;0;124.8;12.1;36.85;8.25;8.8;0;0;0;0;0;34.1;264;0;22;55;0;0;17.6;
          440;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,18)=[330;0;109.2;6.6;31.46;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;198;0;11;44;0;0;15.88;
          397.22;0;0;0;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,19)=[385;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;5.5;34.46;121;3.3;34.1;220;0;22;71.5;0;
          0;19.36;484;0.11;0.11;0.38;14;3.3;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,20)=[275;0;140.4;12.1;36.85;7.7;8.8;0.55;5.5;34.46;121;3.3;49.5;275;55;33;
          77;0;0;20.68;517;0.22;0.22;0.55;14;3.3;1.37;0;0.03;27.5]

D4(:,21)=[220;0;109.2;9.9;31.46;0;8.8;0;5.5;34.46;121;0;33;209;0;11;66;0;0;
          19.21;480.34;0.11;0.11;0.33;0;3.3;0.27;0;0.01;0]

D4(:,22)=[220;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;34.46;121;0;38.5;220;0;11;60.5;0;0;
          18.92;473;0;0;0.22;0;0;0;0;0.02;13.75]
```

```
D4(:,23)=[275;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;34.46;121;0;34.1;275;0;22;66;0;0;
          20.24;506;0;0;0.27;0;0;0.27;11;0.03;27.5]

D4(:,24)=[165;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;34.46;121;0;38.5;209;0;11;55;0;0;
          18.77;469.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,25)=[440;0;124.8;12.1;36.3;6.6;8.8;1.54;11;34.46;121;3.3;34.1;231;0;33;
          71.5;0;0;19.8;495;0.33;0.33;0.44;14;3.3;0.55;22;0.02;13.75]

D4(:,26)=[495;0;140.4;13.2;3.96;8.8;8.8;5.5;11;34.46;121;3.3;49.5;275;55;55;77
          0;0;22;550;0.44;0.44;0.66;28;3.3;1.37;37.07;0.03;27.5]

D4(:,27)=[440;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;11;34.46;121;0;33;220;0;11;66;0;0;
          19.65;491.34;0.33;0.33;0.33;14;0;0.27;11;0.01;0]


   for i=13:39
      b(:,i)=[D4(1:NP,i-12) ;R4;B4]
end

jj=NP

bt1=zeros(jj*40,1)

bt1(1:jj,1)=b1

k=2*jj

j=jj+1

for i=1:39
  bt1(j:k,1)=b(:,i)
  j=k+1
  k=k+jj
end

jj=2*NRESS

bt2=zeros(jj*40,1)

bt2(1:jj,1)=b11

k=2*jj

j=jj+1

for i=1:39
   bt2(j:k,1)=bl(:,i)
   j=k+1
   k=k+jj
end

      % At : Matrice des contraintes relatives aux variables non couplantes a la
             période t
      % Bt : Matrice des contraintes relatives aux variables couplantes a la
             periode t-1
      % X  : vecteur des variables

      ID1=eye(NP,NP)

      ID3=-ID1

      NUL1=zeros(NP,NP)

      NUL2=zeros(NRESS,NRESS)
```

```
NUL3=zeros(NP,NRESS)
NUL4=zeros(NRESS,NP)
aa=-a
A11=[ID1 ID1 ID3]
A111=[ID1 ID1 NUL1]
A13=[r(:,1:NP) NUL4 NUL4]
A14=[NUL4 r(:,1:NP) NUL4]
A12=[A13;A14]
A1=[A111;A13;A14]
A2=[A11;A13;A14]
[M N]=size(A12)
[M1 N1]=size(A11)
Bzero30=zeros(NP,NP)
Bzero13=zeros(NRESS,NP)
BID30=eye(NP)
B11=[Bzero30 Bzero30 BID30]
B12=[Bzero13 Bzero13 Bzero13;Bzero13 Bzero13 Bzero13]
B1=[B11;B12]
B2=B1
B3=B1
A3=A2
A4=A2
B21=B11
B31=B11
A21=A11
A31=A11
A41=A11
B22=B12
B32=B12
A22=A12
A32=A22
A42=A22
ZL39=zeros(M,39*N)
ZL38=zeros(M,38*N)
ZL37=zeros(M,37*N)
ZL36=zeros(M,36*N)
ZL35=zeros(M,35*N)
ZL34=zeros(M,34*N)
ZL33=zeros(M,33*N)
ZL32=zeros(M,32*N)
```

```
ZL31=zeros(M,31*N)
ZL30=zeros(M,30*N)
ZL29=zeros(M,29*N)
ZL28=zeros(M,28*N)
ZL27=zeros(M,27*N)
ZL26=zeros(M,26*N)
ZL25=zeros(M,25*N)
ZL24=zeros(M,24*N)
ZL23=zeros(M,23*N)
ZL22=zeros(M,22*N)
ZL21=zeros(M,21*N)
ZL20=zeros(M,20*N)
ZL19=zeros(M,19*N)
ZL18=zeros(M,18*N)
ZL17=zeros(M,17*N)
ZL16=zeros(M,16*N)
ZL15=zeros(M,15*N)
ZL14=zeros(M,14*N)
ZL13=zeros(M,13*N)
ZL12=zeros(M,12*N)
ZL11=zeros(M,11*N)
ZL10=zeros(M,10*N)
ZL9=zeros(M,9*N)
ZL8=zeros(M,8*N)
ZL7=zeros(M,7*N)
ZL6=zeros(M,6*N)
ZL5=zeros(M,5*N)
ZL4=zeros(M,4*N)
ZL3=zeros(M,3*N)
ZL2=zeros(M,2*N)
ZL=zeros(M,N)
ZT39=zeros(M1,39*N1)
ZT38=zeros(M1,38*N1)
ZT37=zeros(M1,37*N1)
ZT36=zeros(M1,36*N1)
ZT35=zeros(M1,35*N1)
ZT34=zeros(M1,34*N1)
ZT33=zeros(M1,33*N1)
ZT32=zeros(M1,32*N1)
ZT31=zeros(M1,31*N1)
```

```
ZT30=zeros(M1,30*N1)
ZT29=zeros(M1,29*N1)
ZT28=zeros(M1,28*N1)
ZT27=zeros(M1,27*N1)
ZT26=zeros(M1,26*N1)
ZT25=zeros(M1,25*N1)
ZT24=zeros(M1,24*N1)
ZT23=zeros(M1,23*N1)
ZT22=zeros(M1,22*N1)
ZT21=zeros(M1,21*N1)
ZT20=zeros(M1,20*N1)
ZT19=zeros(M1,19*N1)
ZT18=zeros(M1,18*N1)
ZT17=zeros(M1,17*N1)
ZT16=zeros(M1,16*N1)
ZT15=zeros(M1,15*N1)
ZT14=zeros(M1,14*N1)
ZT13=zeros(M1,13*N1)
ZT12=zeros(M1,12*N1)
ZT11=zeros(M1,11*N1)
ZT10=zeros(M1,10*N1)
ZT9=zeros(M1,9*N1)
ZT8=zeros(M1,8*N1)
ZT7=zeros(M1,7*N1)
ZT6=zeros(M1,6*N1)
ZT5=zeros(M1,5*N1)
ZT4=zeros(M1,4*N1)
ZT3=zeros(M1,3*N1)
ZT2=zeros(M1,2*N1)
ZT=zeros(M1,N1)

A1t=[A111 ZT39]

A2t=[B11 A21 ZT38;B11 ZT A21 ZT37;B11 ZT2 A21 ZT36]

A3t=[ZT B21 ZT2 A31 ZT35;ZT B21 ZT3 A31 ZT34;ZT B21 ZT4 A31 ZT33;ZT2 B21
    ZT4 A31 ZT32;ZT2 B21 ZT5 A31 ZT31;ZT2 B21 ZT6 A31 ZT30;ZT3 B21 ZT6
    A31 ZT29;ZT3 B21 ZT7 A31 ZT28;ZT3 B21 ZT8 A31 ZT27]

A41t=[ZT4 B31 ZT8 A41 ZT26;ZT4 B31 ZT9 A41 ZT25;ZT4 B31 ZT10 A41 ZT24;ZT5
      B31 ZT10 A41 ZT23;ZT5 B31 ZT11 A41 ZT22;ZT5 B31 ZT12 A41 ZT21;ZT6
      B31 ZT12 A41 ZT20;ZT6 B31 ZT13 A41 ZT19;ZT6 B31 ZT14 A41 ZT18;ZT7
      B31 ZT14 A41 ZT17;ZT7 B31 ZT15 A41 ZT16;ZT7 B31 ZT16 A41 ZT15]
```

```
A42t=[ZT8 B31 ZT16 A41 ZT14;ZT8 B31 ZT17 A41 ZT13;ZT8 B31 ZT18 A41 ZT12;
      ZT9 B31 ZT18 A41 ZT11;ZT9 B31 ZT19 A41 ZT10;ZT9 B31 ZT20 A41 ZT9;
      ZT10 B31 ZT20 A41 ZT8;ZT10 B31 ZT21 A41 ZT7;ZT10 B31 ZT22 A41 ZT6;
      ZT11 B31 ZT22 A41 ZT5;ZT11 B31 ZT23 A41 ZT4;ZT11 B31 ZT24 A41 ZT3;
      ZT12 B31 ZT24 A41 ZT2;ZT12 B31 ZT25 A41 ZT;ZT12 B31 ZT26 A41]

A4t=[A41t;A42t]

At=[A1t;A2t;A3t;A4t]

A1l=[A12 ZL39]

A2l=[B12 A22 ZL38;B12 ZL A22 ZL37;B12 ZL2 A22 ZL36]

A3l=[ZL B22 ZL2 A32 ZL35;ZL B22 ZL3 A32 ZL34;ZL B22 ZL4 A32 ZL33;ZL2 B22
     ZL4 A32 ZL32;ZL2 B22 ZL5 A32 ZL31;ZL2 B22 ZL6 A32 ZL30;ZL3 B22 ZL6
     A32 ZL29;ZL3 B22 ZL7 A32 ZL28;ZL3 B22 ZL8 A32 ZL27]

A41l=[ZL4 B32 ZL8 A42 ZL26;ZL4 B32 ZL9 A42 ZL25;ZL4 B32 ZL10 A42 ZL24;ZL5
      B32 ZL10 A42 ZL23;ZL5 B32 ZL11 A42 ZL22;ZL5 B32 ZL12 A42 ZL21;ZL6
      B32 ZL12 A42 ZL20;ZL6 B32 ZL13 A42 ZL19;ZL6 B32 ZL14 A42 ZL18;ZL7
      B32 ZL14 A42 ZL17;ZL7 B32 ZL15 A42 ZL16;ZL7 B32 ZL16 A42 ZL15]

A42l=[ZL8 B32 ZL16 A42 ZL14;ZL8 B32 ZL17 A42 ZL13;ZL8 B32 ZL18 A42
      ZL12;ZL9 B32 ZL18 A42 ZL11;ZL9 B32 ZL19 A42 ZL10;ZL9 B32 ZL20 A42
      ZL9;ZL10 B32 ZL20 A42 ZL8;ZL10 B32 ZL21 A42 ZL7;ZL10 B32 ZL22 A42
      ZL6;ZL11 B32 ZL22 A42 ZL5;ZL11 B32 ZL23 A42 ZL4;ZL11 B32 ZL24 A42
      ZL3;ZL12 B32 ZL24 A42 ZL2;ZL12 B32 ZL25 A42 ZL;ZL12 B32 ZL26 A42]

A4l=[A41l;A42l]

Al=[A1l;A2l;A3l;A4l]

X=zeros(N*SCENARIO,T)


% II Debut PL

Af=[At;Al]
bf=[bt1;bt2]
[Mf Nf]=size(Af)
[Mt Nt]=size(At)
vub=zeros(Nf,1)
vlb=inf*ones(Nf,1)
xo=zeros(Nf,1)
disp('recherche solution initiale')
  SS1=Af
  SS2=bf
  SS3=Ct
SOLDEPAR
[X,XLAMDBA,HOW]=LP(Ct,Af,bf,vub,vlb,xo,Mt)
```

```
% on a SC=3 possibilités pour chaque x ( optimiste, pessimiste, standard)
 SC=3

    CF=inf

  CTT(1)=RESUL(1)

  for i=2:4
     CTT(i)=RESUL(i)+RESUL(1)
  end
  k=2

  l=5

  for i=1:SC
     for j=1:SC
      CTT(l)=RESUL(l)+CTT(k)
      l=l+1
     end
     k=k+1
  end

  k=5

  l=14

  for i=1:SC
     for m=1:SC
       for j=1:SC
        CTT(l)=RESUL(l)+CTT(k)
        if CTT(l)<CF
         CF=CTT(l)
         scena2=i+1
         scena3=k
         scena4=l
        end
        l=l+1
       end
      k=k+1
     end
  end

     XF=[X(1:N1);X((scena2-1)*N1+1:scena2*N1);X((scena3-1)*N1+1:scena3*N1);
         X((scena4-1)*N1+1:scena4*N1)]
     save SOLPBREDUIT.mat XF X scena2 scena3 scena4
```

%PROGRAMME : SOLDEPAR

```
% Ce programme permet de trouver une solution initiale pour le problème
  réduit qui utilise le simplexe

A11=[ID1 NUL1 NUL1]
A111=[ID1 NUL1 NUL1]
A21=A11
A31=A11
A41=A11
B11=[Bzero30 Bzero30 Bzero30]
B21=B11
B31=B11
A1t=[A111 ZT39]

A2t=[B11 A21 ZT38;B11 ZT A21 ZT37;B11 ZT2 A21 ZT36]

A3t=[ZT B21 ZT2 A31 ZT35;ZT B21 ZT3 A31 ZT34;ZT B21 ZT4 A31 ZT33;ZT2 B21 ZT4 A31
ZT32;ZT2 B21 ZT5 A31 ZT31;ZT2 B21 ZT6 A31 ZT30;ZT3 B21 ZT6 A31 ZT29;ZT3 B21 ZT7
A31 ZT28;ZT3 B21 ZT8 A31 ZT27]

A41t=[ZT4 B31 ZT8 A41 ZT26;ZT4 B31 ZT9 A41 ZT25;ZT4 B31 ZT10 A41 ZT24;ZT5 B31
ZT10 A41 ZT23;ZT5 B31 ZT11 A41 ZT22;ZT5 B31 ZT12 A41 ZT21;ZT6 B31 ZT12 A41
ZT20;ZT6 B31 ZT13 A41 ZT19;ZT6 B31 ZT14 A41 ZT18;ZT7 B31 ZT14 A41 ZT17;ZT7 B31
ZT15 A41 ZT16;ZT7 B31 ZT16 A41 ZT15]

A42t=[ZT8 B31 ZT16 A41 ZT14;ZT8 B31 ZT17 A41 ZT13;ZT8 B31 ZT18 A41 ZT12;ZT9 B31
ZT18 A41 ZT11;ZT9 B31 ZT19 A41 ZT10;ZT9 B31 ZT20 A41 ZT9;ZT10 B31 ZT20 A41
ZT8;ZT10 B31 ZT21 A41 ZT7;ZT10 B31 ZT22 A41 ZT6;ZT11 B31 ZT22 A41 ZT5;ZT11 B31
ZT23 A41 ZT4;ZT11 B31 ZT24 A41 ZT3;ZT12 B31 ZT24 A41 ZT2;ZT12 B31 ZT25 A41
ZT;ZT12 B31 ZT26 A41]

A4t=[A41t;A42t]
At=[A1t;A2t;A3t;A4t]
[Mt Nt]=size(At)
vubR=zeros(Nt,1)
vlbR=inf*ones(Nt,1)
xo=zeros(Nt,1)
[xR,XRLAMDBA,HOW]=LP(Ct,At,bt1,vubR,vlbR,xo,Mt)
X=xR
xo=X
```

```
%DONNPBREDUIT (données pour le problème réduit)

% Ces données sont utilisées pour la résolution du problème réduit en utilisant le
  logiciel développé

% SCENARIO : le nbre total de scénarios
% Bt       : Matrice des contraintes relatives aux variables couplantes a la
             période t-1
% T        : Horizon de planification
% N        : Nombre de produits finis
% M        : Nombre de produits semi-finis
% NP=M=N (dans notre cas M=N=30)
% NRESS    : Nombre de ressources existantes

T=4
SCENARIO=27
K=1
NP=5
NRESS=13

        % Coûts
            % CX : Vecteur des coûts variables relatif aux produits finis en
                   heures régulières pour la période t, t=1, ..., T
            % SX : Vecteur des coûts variables relatif aux produits finis en
                   heures supplémentaires pour la période t, t=1, ..., T
            % HX : Vecteur des coûts de stockage relatif aux produits  finis
                   pour la période t, t=1, ..., T

    CX=[1347.80 1347.80 4463.37 1347.8 1265.39 1251.48 2656.56 4531.26 148.26
        2140.78 962.42 1762.78 707.17 1534.96 1567.96 890.74 1701.76 38601.62
        6178.19 6631.95 24208.44 24208.44 24208.44 24208.44 6581.32  31814.30
        863.67 1450.3 4059.46 2060.78]

    SX=[2595.36 2595.36 8752.84 2595.36 2463.98 2381.20 5018.23 8820.73 285.48
        4229.01 1689.33 3468.82 1339.98 3065.12 3065.12 1667.9 3267.37 4115.11
        12164.59  12915.57  45036.43  45036.43  45036.43  45036.43  12636.13
        61083.45 1727.34 2864.41 8046.97 4119.2]

    HX=[72.71  72.71  80.96  72.71  73.29  77.43 76.10 87.71 70.68 75.27 74.73
        83.25  83.25 73.64 71.81 72.27 95.89 102.92 76.77 72.12 105.46  198.71
        141.00 161.46 71.12 123.79 109.90 121.29 121.30 80.45]


  C=[CX(1:NP) SX(1:NP) HX(1:NP)]

        % Capacité utilisée

          % r(k,:):Vecteur capacité par type de ressource k pour les produits fini

  %k=1

  r(1,:)=[0.67 0.67 1.5 0.67 0.67 0.67 1.5 0.67 0.67 1.2 1.2 1 1.2 0.75 0.7 0.7
          0.67 1.12 0.67 0.83 0.6 0.6 0.6 0.6 0 2.1 0 1.34 1.34 1.34]
```

```
%k=2

r(2,:)=[1 1 3.5 1 1 1 0.84 3.5 0.1 0.38 0.38 0.84 0.4 1.11 1.86 1 1 15 1.84
       2.05 2.5 2.5 2.5 2.5 1 2.6 1 1 1 1.4]

%k=3

r(3,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=4

r(4,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=5

r(5,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=6

r(6,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=7

r(7,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=8

r(8,:)=[0.042 0.042 0 0.042 0.042 0.042 0.042 0 0.5 0.042 0.042 0.042 0.042
       0.063 1 1 0.042 0.5 0 0.042 0.17 0.17 0.17 0.17 0.05 0.27 0.05 0.09
       0.09 0.042]

%k=9

r(9,:)=[0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.6 0.03 0 0 0 0 0 0 0.1 0 0.3 0.3 0.6
       0.6 0.6 0.6 0 0 0 0 0 0]

%k=10

r(10,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0.9 0.9 0.9 0.9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4.69 0 0 0
        0]

%k=11

r(11,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2.8 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0]

%k=12

r(12,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.084 0.084 0.084 0.084 0 0
        0 0 0 0]

%k=13

r(13,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.4 0.4 0.4 0.4 0 0 0 0 0 0]
```

```
% Capacité Maximale

% Rt: Capacité maximale en ressource k dans la période t pendant les
      heures régulières
% Bt: Capacité maximale en ressource k dans la période t pendant les
      heures supplémentaires

R1=inf*ones(NRESS,1)
B1=inf*ones(NRESS,1)
R2=R1
B2=B1
R3=R1
B3=B1
R4=R1
B4=B1

% Lien nomenclature

a1=[0.5;0.5;1;0.5;0.5;0.5;0.5;1;0.1;0.25;0.25;0.5;0.25;0.125;0.05;0.04;0.5;
    6.25;0.25;0.25;1;1;1;1;0.25;0.25;0.25;1;1;0.5]

a=diag(a1(1:NP,1))

% Demande (D)

bzero=zeros(NP,1)

% T=1
D1=[550;165;109.2;16.5;84.48;33;19.8;0;0;0;0;0;0;231;0;0;66;58.74;0;16.96;424.11
   ;0;0;0;0;0;0;0;0.04;0]
b1=[D1(1:NP) ;R1;B1]

% T=2

D2(:,1)=[577.5;165;171.6;17.6;82.5;38.5;19.8;1.54;5.5;0;0;2.2;38.5;275;55;33;
        77 ;0;264;18.48;429;0.22;0.22;0.33;14;0;0;44;0.03;27.5]

D2(:,2)=[687.5;165;218.4;19.8;84.7;39.6;19.8;2.09;11;0;0;3.3;110;286;126.5;55;
        88;0;440;18.92;440;0.55;0.55;0.55;28;3.3;0.82;58.3;0.05;55]

D2(:,3)=[467.5;0;156;16.5;78.98;33;19.8;0;0;0;0;1.1;33;264;0;11;66;0;264;18.04;
        424.11;0;0;0.22;0;0;0;33;0.01;27.5]

for i=1:3
   b(:,i)=[D2(1:NP,i) ;R2;B2]
end

% T=3

D3(:,1)=[330;165;93.6;12.1;40.7;19.8;17.6;0.55;5.5;25.85;90.75;0;33;286;55;22;
        66;0;0;14.08;352;0.11;0.11;0.33;14;3.3;0.82;14.3;0.01;27.5]
```

```
D3(:,2)=[440;165;124.8;13.2;41.8;22;17.6;0.55;5.5;51.7;181.5;1.1;66;297;126.5;
         33;77;0;0;15.4;385;0.33;0.33;0.55;14;3.3;1.37;14.3;0.05;27.5]

D3(:,3)=[220;0;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;0;11;55;0;0;13.2;
         330;0.22;0.22;0.22;0;0;0.55;14.3;0;0]

D3(:,4)=[330;165;78;11;40.48;16.5;17.6;0;0;25.85;90.75;0;38.5;275;0;11;66;0;0;
         14.08;352;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.01;0]

D3(:,5)=[440;165;109.2;11;40.48;16.5;17.6;0;0;51.7;181.5;0;44;286;0;11;77;0;0;
         15.4;385;0;0;0.33;0;0;1.1;0;0.02;27.5]

D3(:,6)=[220;0;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;0;11;55;0;0;13.2;
         330;0;0;0.22;0;0;0.27;0;0;0]

D3(:,7)=[330;165;109.2;13.2;41.8;22;17.6;1.54;5.5;25.85;90.75;3.3;38.5;286;55;
         33;77;0;0;15.4;550;0.55;0.55;0.55;28;3.3;0.82;25.3;0.01;27.5]

D3(:,8)=[440;165;140.4;15.4;44;24.2;17.6;2.09;11;51.7;181.5;3.3;110;297;126.5;
         55;88;0;0;16.96;660;0.55;1.1;0.77;28;3.3;1.37;25.3;0.02;55]

D3(:,9)=[220;165;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;55;22;66;0;0;
         13.2;495;0.22;0.22;0.22;0;0;0.55;25.3;0;27.5]

   for i=4:12
      b(:,i)=[D3(1:NP,i-3);R3;B3]
   end

      %T=4

D4(:,1) =[220;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;0;25.85;90.75;3.3;34.1;220;0;11;60.5;
          0;0;18.48;462;0;0;0.33;0;0;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,2) =[275;0;140.4;12.1;36.3;6.6;8.8;0;0;25.85;90.75;3.3;49.5;275;0;22;66;0;
         0;19.8;495;0.33;0.33;0.44;0;0;0.82;0;0.03;27.5]

D4(:,3) =[165;0;109.2;8.8;31.24;0;8.8;0;0;25.85;90.75;0;33;198;0;11;55;0;0;
          18.33;458.34;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.01;0]

D4(:,4) =[165;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;25.85;90.75;0;34.1;220;0;11;49.5;0;0;
         18.04;451;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,5) =[55;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;25.85;90.75;0;38.5;275;0;22;55;0;0;
         19.36;484;0;0;0.33;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,6) =[330;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;25.85;90.75;0;33;198;0;11;44;0;0;
          17.89;447.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,7) =[385;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;5.5;25.85;90.75;0;34.1;220;0;11;60.5;0;
         0;17.6;440;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,8) =[275;0;140.4;12.1;3.85;7.7;8.8;5.5;5.5;25.85;90.75;0;49.5;275;55;22;66;
         0;0;18.92;473;0;0;0.27;0;0;0.82;0;0.03;27.5]

D4(:,9) =[110;0;109.2;8.8;33.66;0;8.8;0;5.5;25.85;90.75;0;33;209;0;11;55;0;0;
         17.45;436.34;0;0;0.22;0;0;0.27;0;0.01;0]
```

```
D4(:,10)=[165;0;109.2;11;34.98;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;49.5;0;0;17.16;429;
          0;0;0.22;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,11)=[55;0;124.8;12.1;35.2;0;8.8;0;0;0;0;0;34.1;220;0;22;55;0;0;18.48;462;
          0;0;0.27;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,12)=[110;0;109.2;7.7;30.14;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;187;0;11;44;0;0;17.01;
          425.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,13)=[165;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;38.5;0;0;16.72;
          418;0;0;0.22;0;0;0;0;0.02;13.75]

D4(:,14)=[55;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;0;0;0;34.1;264;0;22;44;0;0;18.04;
          451;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.03;27.5]

D4(:,15)=[220;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;187;0;11;33;0;0;16.57;
          414.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,16)=[275;0;109.2;8.8;34.98;5.5;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;49.5;0;0;16.28;
          40.7;0;0;0.11;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,17)=[165;0;124.8;12.1;36.85;8.25;8.8;0;0;0;0;0;34.1;264;0;22;55;0;0;17.6;
          440;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,18)=[330;0;109.2;6.6;31.46;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;198;0;11;44;0;0;15.88;
          397.22;0;0;0;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,19)=[385;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;5.5;34.46;121;3.3;34.1;220;0;22;71.5;0;
          0;19.36;484;0.11;0.11;0.38;14;3.3;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,20)=[275;0;140.4;12.1;36.85;7.7;8.8;0.55;5.5;34.46;121;3.3;49.5;275;55;33;
          77;0;0;20.68;517;0.22;0.22;0.55;14;3.3;1.37;0;0.03;27.5]

D4(:,21)=[220;0;109.2;9.9;31.46;0;8.8;0;5.5;34.46;121;0;33;209;0;11;66;0;0;
          19.21;480.34;0.11;0.11;0.33;0;3.3;0.27;0;0.01;0]

D4(:,22)=[220;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;34.46;121;0;38.5;220;0;11;60.5;0;0;
          18.92;473;0;0;0.22;0;0;0;0;0.02;13.75]

D4(:,23)=[275;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;34.46;121;0;34.1;275;0;22;66;0;0;
          20.24;506;0;0;0.27;0;0;0.27;11;0.03;27.5]

D4(:,24)=[165;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;34.46;121;0;38.5;209;0;11;55;0;0;
          18.77;469.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,25)=[440;0;124.8;12.1;36.3;6.6;8.8;1.54;11;34.46;121;3.3;34.1;231;0;33;
          71.5;0;0;19.8;495;0.33;0.33;0.44;14;3.3;0.55;22;0.02;13.75]

D4(:,26)=[495;0;140.4;13.2;3.96;8.8;8.8;5.5;11;34.46;121;3.3;49.5;275;55;55;77
          0;0;22;550;0.44;0.44;0.66;28;3.3;1.37;37.07;0.03;27.5]

D4(:,27)=[440;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;11;34.46;121;0;33;220;0;11;66;0;0;
          19.65;491.34;0.33;0.33;0.33;14;0;0.27;11;0.01;0]
```

```
    for i=13:39
       b(:,i)=[D4(1:NP,i-12);R4;B4]
    end

        % At : Matrice des contraintes relatives aux variables non couplantes a la
               période t
        % Bt : Matrice des contraintes relatives aux variables couplantes a la
               période t-1
        % X  : vecteur des variables
        % pt : Vecteur des probabilités
        % o  : téta

ID1=eye(NP,NP)
ID2=eye(NRESS,NRESS)
ID3=-ID1
NUL4=zeros(NRESS,NP)
aa=-a
A11=[ID1 ID1 ID3]
A13=[r(:,1:NP) NUL4 NUL4]
A14=[NUL4 r(:,1:NP) NUL4]
A1=[A11;A13;A14]
[M N]=size(A1)
M1=M-NRESS
vub=zeros(N,1)
vlb=inf*ones(N,1)
xo=zeros(N,1)
Bzero30=zeros(NP,NP)
Bzero13=zeros(NRESS,NP)
BID30=eye(NP)
B11=[Bzero30 Bzero30 BID30]
B12=[Bzero13 Bzero13 Bzero13;Bzero13 Bzero13 Bzero13]
B1=[B11;B12]
B2=B1
B3=B1
A2=A1
A3=A2
A4=A2
A=[A1 A2 A3 A4]
B=[B1 B2 B3]
O=zeros(SCENARIO,T)
```

```
P1=1/3
P2=1/9
P3=1/27
pt=[1;p1;p1;p1;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;
p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3]
si=(T-1)*SCENARIO
X=zeros(N*SCENARIO,T)
N1=N+2
[M NA]=size(A)
[M NB]=size(B)
[M Nbb]=size(b)
% on a SC=3 possibilités pour chaque x ( optimiste, pessimiste, standard)
SC=3
KAS(1)=0
KAS(2)=3
KDS(1)=0
KDS(2)=1
for t=3:T
   KAS(t)=KAS(t-1)*SC
   KDS(t)=KDS(t-1)+KAS(t-1)
end
save donnee.mat A1
```

%BANQUE (données pour le problème global correspondant aux données de l'Hotel des monnaies)

```
    % Ces données sont utilisées pour la résolution du problème global en
      utilisant le logiciel développé


% SCENARIO : le nbre total de scénarios
% Bt       : Matrice des contraintes relatives aux variables couplantes a la
             période t-1
% T        : Horizon de planification
% N        : Nombre de produits finis
% M        : Nombre de produits semi-finis
% NP=M=N (dans notre cas M=N=30)
% NRESS    : Nombre de ressources existantes

T=4
SCENARIO=27
K=1
NP=30
NRESS=13

      % Coûts

         % Produits finis
            % CX : Vecteur des coûts variables relatif aux produits finis en
                   heures régulières pour la période t, t=1, ..., T
            % SX : Vecteur des coûts variables relatif aux produits finis en
                   heures supplémentaires pour la période t, t=1, ..., T
            % HX : Vecteur des coûts de stockage relatif aux produits  finis
                   pour la période t, t=1, ..., T

      CX=[1347.80 1347.80 4463.37 1347.8 1265.39 1251.48 2656.56 4531.26 148.26
          2140.78 962.42 1762.78 707.17 1534.96 1567.96 890.74 1701.76 38601.62
          6178.19 6631.95 24208.44 24208.44 24208.44 24208.44 6581.32  31814.30
          863.67 1450.3 4059.46 2060.78]

      SX=[2595.36 2595.36 8752.84 2595.36 2463.98 2381.20 5018.23 8820.73 285.48
          4229.01 1689.33 3468.82 1339.98 3065.12 3065.12 1667.9 3267.37 4115.11
          12164.59  12915.57  45036.43  45036.43  45036.43  45036.43  12636.13
          61083.45 1727.34 2864.41 8046.97 4119.2]

      HX=[72.71  72.71  80.96  72.71  73.29  77.43 76.10 87.71 70.68 75.27 74.73
          83.25  83.25 73.64 71.81 72.27 95.89 102.92 76.77 72.12 105.46  198.71
          141.00 161.46 71.12 123.79 109.90 121.29 121.30 80.45]

         % Produits semi-finis
            % CY : Vecteur des coûts variables relatif aux produits semi-finis
                   en heures régulières pour la période t, t=1, ..., T
            % SY : Vecteur des coûts variables relatif aux produits semi-finis
                   en heures supplémentaires pour la période t, t=1, ..., T
            % HY : Vecteur des coûts de stockage relatif aux produits semi-finis
                   pour la période t, t=1, ..., T

      CY=[1095.37 1095.37 2202.81 1095.37 2435.22 4959.03 4723.34 1934.18 120.49
          10500.67 10388.35 6619.96 2764.93 2090.13 2123.19 2949.24 962389.89
          5123.5 1561.03 20850.59 5000.5 5000.5 5000.5 5000.5 2302.41 2981.5
          2105.23 8783.1 16779.5 10400]
```

```
SY=[2101.16 2101.16 4029.37 2101.16 4459.17 9764.06 9292.69 3566.29 231.13
    20639.42 20527.1 13040.24 4461.75 3891.93 3924.99 5324.34 1828540.79
    9734.65 2830.78 32547.39 9268.66 9268.66 9268.66 9268.66 4374.58
    5664.85 3806.54 17362.04 28017.00 20428.00]

HY=[145.42 145.42 80.97 145.42 146.6 154.86 152.21 87.71 706.79 301.1
    298.92 166.5 333 589.17 1436.32 1806.9 191.79 16.47 307.1 288.49
    105.46 198.71 141 161.46 284.5 495.17 439.6 121.28 121.3 160.91]

C=[CX SX HX CY SY HY]

% Capacité utilisée

   % m(k,:): Vecteur correspondant à la capacité utilisée par type de
             ressource k pour produire une unité de produit semi-fini

   % r(k,:): Vecteur correspondant à la capacité utilisée par type de
             ressource k pour produire une unité de produit fini

%k=1

r(1,:)=[0.67 0.67 1.5 0.67 0.67 0.67 1.5 0.67 0.67 1.2 1.2 1 1.2 0.75 0.7 0.7
      0.67 1.12 0.67 0.83 0.6 0.6 0.6 0.6 0 2.1 0 1.34 1.34 1.34]
m(1,:)=[1 1 0.84 1 1 3 3 0.84 1 0.67 0.67 0.67 0.67 1 1 1 0.9 0.12 0.84 0.17
      0.67 0.67 0.67 0.67 0.67 0.17 0.67 2.67 2.67 0.67]

%k=2

r(2,:)=[1 1 3.5 1 1 1 0.84 3.5 0.1 0.38 0.38 0.84 0.4 1.11 1.86 1 1 15 1.84
      2.05 2.5 2.5 2.5 2.5 1 2.6 1 1 1 1.4]
m(2,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=3

r(3,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
m(3,:)=[0.3 0.3 0 0.3 0 0 0 0 0.3 0 0 0.3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.3 0 0.3
      0 0 0]

%k=4

r(4,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
m(4,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.3 0.3 0 0.3 0.6 0 0 0.3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
      0]

%k=5

r(5,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
m(5,:)=[0 0 0.3 0 0.3 0 0 0.3 0 0 0 0 0 0 0.3 0.3 0 0.3 0.3 0.3 0 0 0 0 0.3
      0.3 0.3 0 0 0.25]

%k=6

r(6,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
m(6,:)=[0 0 0 0 0 1.2 1.2 0 0 1.2 1.2 1.2 1.2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1.2
      1.2 0]

%k=7

r(7,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
m(7,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.6 0.6 0.6 0.6 0 0 0 0 0 0]
```

```
%k=8

r(8,:)=[0.042 0.042 0 0.042 0.042 0.042 0.042 0 0.5 0.042 0.042 0.042 0.042
        0.063 1 1 0.042 0.5 0 0.042 0.17 0.17 0.17 0.17 0.05 0.27 0.05 0.09
        0.09 0.042]
m(8,:)=[0.042 0.042 0.021 0.042 0.042 0.042 0.042 0.167 0.042 0 0 0 0 0.042
        0.042 0.042 0.05 0.05 0.042 0.05 0 0 0 0 0 0.13 0 0 0 0.042]

%k=9

r(9,:)=[0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.6 0.03 0 0 0 0 0 0 0 0.1 0 0.3 0.3 0.6
        0.6 0.6 0.6 0 0 0 0 0 0]
m(9,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=10

r(10,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0.9 0.9 0.9 0.9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4.69 0 0 0
         0]
m(10,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=11

r(11,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2.8 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0]
m(11,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=12

r(12,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.084 0.084 0.084 0.084 0 0
         0 0 0 0]
m(12,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

%k=13

r(13,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.4 0.4 0.4 0.4 0 0 0 0 0 0]
m(13,:)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]


% Capacité Maximale
     % Rt: Capacité maximale en ressource k dans la période t pendant les
           heures régulières
     % Bt: Capacité maximale en ressource k dans la période t pendant les
           heures supplémentaires

     R1=[2618;8228;700;350;350;350;350;748;748;374;374;374;374]
     B1=[1036;3256;168;84;84;84;84;296;296;148;148;148;148]
     R2=[2681;8426;714;357;357;357;357;766;766;383;383;383;383]
     B2=[1078;3388;182;91;91;91;91;308;308;154;154;154;154]
     R3=[1708;5368;448;224;224;224;224;488;488;244;244;244;244]
     O3=[728;2288;140;70;70;70;70;208;208;104;104;104;104]
     R4=[2681;8426;714;357;357;357;357;766;766;383;383;383;383]
     O4=[1078;3388;182;91;91;91;91;308;308;154;154;154;154]

     R=[R1;R2;R3;R4]
     O=[O1;O2;O3;O4]
```

```
% Lien nomenclature

a1=[0.5;0.5;1;0.5;0.5;0.5;0.5;1;0.1;0.25;0.25;0.5;0.25;0.125;0.05;0.04;0.5;
    6.25;0.25;0.25;1;1;1;1;0.25;0.25;0.25;1;1;0.5]

a=diag(a1(1:NP,1))

    % Demande(D)

bzero=zeros(NP,1)

    % T=1

D1=[550;165;109.2;16.5;84.48;33;19.8;0;0;0;0;0;0;231;0;0;66;58.74;0;16.96;424.11
   ;0;0;0;0;0;0;0;0.04;0]
 b1=[D1(1:NP) ;R1;B1]

    % T=2

D2(:,1)=[577.5;165;171.6;17.6;82.5;38.5;19.8;1.54;5.5;0;0;2.2;38.5;275;55;33;
        77 ;0;264;18.48;429;0.22;0.22;0.33;14;0;0;44;0.03;27.5]

D2(:,2)=[687.5;165;218.4;19.8;84.7;39.6;19.8;2.09;11;0;0;3.3;110;286;126.5;55;
        88;0;440;18.92;440;0.55;0.55;0.55;28;3.3;0.82;58.3;0.05;55]

D2(:,3)=[467.5;0;156;16.5;78.98;33;19.8;0;0;0;0;1.1;33;264;0;11;66;0;264;18.04;
        424.11;0;0;0.22;0;0;0;33;0.01;27.5]

  for i=1:3
     b(:,i)=[D2(1:NP,i) ;R2;B2]
  end

    % T=3

D3(:,1)=[330;165;93.6;12.1;40.7;19.8;17.6;0.55;5.5;25.85;90.75;0;33;286;55;22;
        66;0;0;14.08;352;0.11;0.11;0.33;14;3.3;0.82;14.3;0.01;27.5]

D3(:,2)=[440;165;124.8;13.2;41.8;22;17.6;0.55;5.5;51.7;181.5;1.1;66;297;126.5;
        33;77;0;0;15.4;385;0.33;0.33;0.55;14;3.3;1.37;14.3;0.05;27.5]

D3(:,3)=[220;0;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;0;11;55;0;0;13.2;
        330;0.22;0.22;0.22;0;0;0.55;14.3;0;0]

D3(:,4)=[330;165;78;11;40.48;16.5;17.6;0;0;25.85;90.75;0;38.5;275;0;11;66;0;0;
        14.08;352;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.01;0]

D3(:,5)=[440;165;109.2;11;40.48;16.5;17.6;0;0;51.7;181.5;0;44;286;0;11;77;0;0;
        15.4;385;0;0;0.33;0;0;1.1;0;0.02;27.5]

D3(:,6)=[220;0;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;0;11;55;0;0;13.2;
        330;0;0;0.22;0;0;0.27;0;0;0]

D3(:,7)=[330;165;109.2;13.2;41.8;22;17.6;1.54;5.5;25.85;90.75;3.3;38.5;286;55;
        33;77;0;0;15.4;550;0.55;0.55;0.55;28;3.3;0.82;25.3;0.01;27.5]

D3(:,8)=[440;165;140.4;15.4;44;24.2;17.6;2.09;11;51.7;181.5;3.3;110;297;126.5;
        55;88;0;0;16.96;660;0.55;1.1;0.77;28;3.3;1.37;25.3;0.02;55]
```

```
D3(:,9)=[220;165;62.4;11;40.48;16.5;17.6;0;0;17.23;60.5;0;33;275;55;22;66;0;0;
        13.2;495;0.22;0.22;0.22;0;0;0.55;25.3;0;27.5]

   for i=4:12
      b(:,i)=[D3(1:NP,i-3);R3;B3]
   end

      %T=4

D4(:,1) =[220;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;0;25.85;90.75;3.3;34.1;220;0;11;60.5;
         0;0;18.48;462;0;0;0.33;0;0;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,2) =[275;0;140.4;12.1;36.3;6.6;8.8;0;0;25.85;90.75;3.3;49.5;275;0;22;66;0;
        0;19.8;495;0.33;0.33;0.44;0;0;0.82;0;0.03;27.5]

D4(:,3) =[165;0;109.2;8.8;31.24;0;8.8;0;0;25.85;90.75;0;33;198;0;11;55;0;0;
         18.33;458.34;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.01;0]

D4(:,4) =[165;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;25.85;90.75;0;34.1;220;0;11;49.5;0;0;
        18.04;451;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,5) =[55;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;25.85;90.75;0;38.5;275;0;22;55;0;0;
        19.36;484;0;0;0.33;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,6) =[330;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;25.85;90.75;0;33;198;0;11;44;0;0;
         17.89;447.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,7) =[385;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;5.5;25.85;90.75;0;34.1;220;0;11;60.5;0;
        0;17.6;440;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,8) =[275;0;140.4;12.1;3.85;7.7;8.8;5.5;5.5;25.85;90.75;0;49.5;275;55;22;66;
        0;0;18.92;473;0;0;0.27;0;0;0.82;0;0.03;27.5]

D4(:,9) =[110;0;109.2;8.8;33.66;0;8.8;0;5.5;25.85;90.75;0;33;209;0;11;55;0;0;
        17.45;436.34;0;0;0.22;0;0;0.27;0;0.01;0]

D4(:,10)=[165;0;109.2;11;34.98;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;49.5;0;0;17.16;429;
         0;0;0.22;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,11)=[55;0;124.8;12.1;35.2;0;8.8;0;0;0;0;0;34.1;220;0;22;55;0;0;18.48;462;
         0;0;0.27;0;0;0.55;0;0.03;27.5]

D4(:,12)=[110;0;109.2;7.7;30.14;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;187;0;11;44;0;0;17.01;
         425.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,13)=[165;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;38.5;0;0;16.72;
         418;0;0;0.22;0;0;0;0;0.02;13.75]

D4(:,14)=[55;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;0;0;0;34.1;264;0;22;44;0;0;18.04;
         451;0;0;0.27;0;0;0.27;0;0.03;27.5]

D4(:,15)=[220;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;187;0;11;33;0;0;16.57;
         414.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,16)=[275;0;109.2;8.8;34.98;5.5;8.8;0;0;0;0;0;38.5;220;0;11;49.5;0;0;16.28;
         40.7;0;0;0.11;0;0;0.27;0;0.02;13.75]

D4(:,17)=[165;0;124.8;12.1;36.85;8.25;8.8;0;0;0;0;0;34.1;264;0;22;55;0;0;17.6;
         440;0;0;0.22;0;0;0.55;0;0.03;27.5]
```

```
D4(:,18)=[330;0;109.2;6.6;31.46;0;8.8;0;0;0;0;0;38.5;198;0;11;44;0;0;15.88;
         397.22;0;0;0;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,19)=[385;0;124.8;11;34.98;5.5;8.8;0;5.5;34.46;121;3.3;34.1;220;0;22;71.5;0;
         0;19.36;484;0.11;0.11;0.38;14;3.3;0.55;0;0.02;13.75]

D4(:,20)=[275;0;140.4;12.1;36.85;7.7;8.8;0.55;5.5;34.46;121;3.3;49.5;275;55;33;
         77;0;0;20.68;517;0.22;0.22;0.55;14;3.3;1.37;0;0.03;27.5]

D4(:,21)=[220;0;109.2;9.9;31.46;0;8.8;0;5.5;34.46;121;0;33;209;0;11;66;0;0;
         19.21;480.34;0.11;0.11;0.33;0;3.3;0.27;0;0.01;0]

D4(:,22)=[220;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;0;34.46;121;0;38.5;220;0;11;60.5;0;0;
         18.92;473;0;0;0.22;0;0;0;0;0.02;13.75]

D4(:,23)=[275;0;124.8;12.1;35.2;7.7;8.8;0;0;34.46;121;0;34.1;275;0;22;66;0;0;
         20.24;506;0;0;0.27;0;0;0.27;11;0.03;27.5]

D4(:,24)=[165;0;109.2;7.7;29.26;0;8.8;0;0;34.46;121;0;38.5;209;0;11;55;0;0;
         18.77;469.34;0;0;0.22;0;0;0;0;0.01;0]

D4(:,25)=[440;0;124.8;12.1;36.3;6.6;8.8;1.54;11;34.46;121;3.3;34.1;231;0;33;
         71.5;0;0;19.8;495;0.33;0.33;0.44;14;3.3;0.55;22;0.02;13.75]

D4(:,26)=[495;0;140.4;13.2;3.96;8.8;8.8;5.5;11;34.46;121;3.3;49.5;275;55;55;77
         0;0;22;550;0.44;0.44;0.66;28;3.3;1.37;37.07;0.03;27.5]

D4(:,27)=[440;0;109.2;11;34.98;5.5;8.8;0;11;34.46;121;0;33;220;0;11;66;0;0;
         19.65;491.34;0.33;0.33;0.33;14;0;0.27;11;0.01;0]

   for i=13:39
      b(:,i)=[D4(1:NP,i-12);R4;B4]
   end

      % At : Matrice des contraintes relatives aux variables non couplantes a la
             période t
      % Bt : Matrice des contraintes relatives aux variables couplantes a la
             période t-1
      % X  : vecteur des variables
      % pt : Vecteur des probabilités
      % o  : téta

ID1=eye(NP,NP)

ID2=eye(NRESS,NRESS)

NUL1=zeros(NP,NP)

NUL2=zeros(NRESS,NRESS)

NUL3=zeros(NP,NRESS)

NUL4=zeros(NRESS,NP)

ID3=-ID1

aa=-a

A11=[ID1 ID1 ID3 NUL1 NUL1 NUL1]

A12=[aa aa NUL1 ID1 ID1 ID3]

A13=[r NUL4 NUL4 m1 NUL4 NUL4]

A14=[NUL4 r NUL4 NUL4 m1 NUL4]
```

```
A1=[A11;A12;A13;A14]
[M N]=size(A1)
M1=M-26
vub=zeros(N,1)
vlb=inf*ones(N,1)
xo=zeros(N,1)
Bzero30=zeros(NP,NP)
Bzero13=zeros(NRESS,NP)
BID30=eye(NP)
B1=[Bzero30 Bzero30 BID30 Bzero30 Bzero30 Bzero30;Bzero30 Bzero30 Bzero30
    Bzero30 Bzero30 BID30;Bzero13 Bzero13 Bzero13 Bzero13 Bzero13 Bzero13;
    Bzero13 Bzero13 Bzero13 Bzero13 Bzero13 Bzero13]
B2=B1
B3=B1
A2=A1
A3=A2
A4=A2
A=[A1 A2 A3 A4]
B=[B1 B2 B3]
[M NA]=size(A)
[M NB]=size(B)
[M Nbb]=size(b)
O=zeros(SCENARIO,T)
P1=1/3
P2=1/9
P3=1/27
pt=[1;p1;p1;p1;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p2;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;
   p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3;p3]
si=(T-1)*SCENARIO
X=zeros(N*SCENARIO,T)
% on a S C=3 possibilités pour chaque x ( optimiste, pessimiste, standard)
SC=3
KAS(1)=0
KAS(2)=3
KDS(1)=0
KDS(2)=1
for t=3:T
   KAS(t)=KAS(t-1)*SC
   KDS(t)=KDS(t-1)+KAS(t-1)
end
save donnee.mat A1
```

%PROGRAMME : SOLDEPAR

```
% Ce programme permet de trouver une solution initiale pour le problème
  réduit qui utilise le logiciel développé

AR=SS1(1:NP,:)
bR=SS2(1:NP,1)
CR=SS3
[NR MR]=size(AR)
 vubR=zeros(MR,1)
 vlbR=inf*ones(MR,1)
 xoR=zeros(MR,1)
 [xR,XRLAMDBA,HOW]=LP(CR,AR,bR,vubR,vlbR,xoR,NP)
 xo=xR
 [Mxy Nxy]=size(xo)
 d=[SS2(1:NP,1);SS2(2*NP+1:2*NP+NRESS,1);inf*ones(NRESS,1)]
```

%PROGRAMME : ETAPE1

% Ce programme correspond à l'étape 1 du logiciel développé

```
BANQUE % (nous faisons appel au fichier DONNPBREDUIT lorsqu'on traite le cas
          du problème réduit)

disp('recherche solution initiale')
    SS1=A1
    SS2=b1
    SS3=C
    SOLDEPAR

[x,XLAMDBA,HOW]=LP(C,A1,d,vub,vlb,xo,M1)

if HOW==('ok')
   ARRET=0
else
   ARRET=1
End

t=1
CT(1,t)=C*x
X(1:N,t)=x
F=XLAMDBA(1:M)
U(1,1:M)=F'
xo=x
t=t+1
save DETAPE1 x X F U t ARRET
disp('fin étape1')
```

%PROGRAMME : ETAPE2

```
% Ce programme correspond à l'étape 2 du logiciel développé

COM=1

if ARRET==1
   break;
 else
   disp('début étape2')
   while COM==1
      disp('ETAPE2:début verification de la faisabilité')
      W=A2
      [M N]=size(A2)
      I=eye(M,M)
      W1=[W I -I]
      CC=[zeros(1,N) ones(1,2*M)]
      [sv1 sv2]=size(W1)
      vub2=zeros(sv2,1)
      vlb2=inf*ones(sv2,1)
      CL=0
      Yo=ones(sv2,1)
      for k=1:KAS(t)
         Nb=KAS(t-1)+k
         dy=b(:,Nb)-B1*x
         disp('recherche solution initiale')
         SS1=W1
         SS2=dy
         SS3=CC
         SOLDEPAR
         disp('début lancement LP')
         [Y,LAMBDA,HOW]=LP(CC,W1,dy,vub2,vlb2,Yo,M1)
         S(k)=CC*Y
         Y1(:,Nb)=Y
         F=LAMBDA(1:M)
         U1(Nb,:)=F'
          if S(k)>0
            CL=1
            k1=k
          break
         end
      end
      disp('ETAPE2:fin verification de la faisabilité')
      if CL==0;
      disp('La solution existe')
       for k=1:KAS(t);
         disp('on est a k=')
         Nb=KAS(t-1)+k
         d=b(:,Nb)-B1*x
         disp('recherche solution initiale')
         SS1=A2
         SS2=d
         SS3=C
         SOLDEPAR
```

```
          disp('début lancement LP')
          [x1,LAMBDA,HOW]=LP(C,A2,d,vub,vlb,xo,M1)
          X((k-1)*N+1:k*N,2)=x1
          CT(k,2)=C*x1+CT(1,1)
          F=LAMBDA(1:M)
          U(2,(k-1)*M+1:k*M)=F'
          save DETAPE2 X F U Y1 U1
        end
        COM=0
      else
       disp('ETAPE2:debut ajout contraint faisabilité')
        Nb=KAS(t-1)+k
        d=b(:,Nb)-B1*x
        disp('recherche solution initiale')
        SS1=A2
        SS2=d
        SS3=C
        SOLDEPAR
        disp('début lancement LP')
       [x,LAMBDA,HOW]=LP(C,A2,d,vub,vlb,xo,M1)
       F=LAMBDA(1:M)
       U1(k1,:)=F'
       d=U1(k1,:)*b(:,Nb)
       D=U1(k1,:)*B1
       DE=-D(1,1:N)
       de=-d
       A1=[A1 ;DE]
       b1=[b1;de]
       t=1
       vub=zeros(N,1)
       vlb=inf*ones(N,1)
       disp('recherche solution initiale')
       SS1=A1
       SS2=b1
       SS3=C
       SOLDEPAR
       disp('début lancement LP pour t=1')
       [x,XLAMDBA,HOW]=LP(C,A1,b1,vub,vlb,xo,M1)
       if HOW==('ok')
          ARRET=0
       else
          ARRET=1
          break
       end
       X(1:N,1)=x
       F=XLAMDBA(1:M)
       U(1,1:M)=F'
       COM=1
       t=2
     end
 end %end While COM==1
end % end if (pas solution etape2)
t=2
disp('Fin étape2')
save DETAPE2 x X F U t CL
```

%PROGRAMME : ETAPE3

% Ce programme correspond à l'étape 3 du logiciel développé

```
      % Résolution de k sous problèmes
disp('début étape3')
incre2=0
while t<=T-1
 t=t+1
 ETAPE3V;
 if CL==0;
  disp('ETAPE3:Verification optimalité')
  SC1=0
  i=1
  for J=1:KAS(t-1)
     disp('ETAPE3:je suis au scénario')
     J
     x=X((J-1)*N+1:J*N,t-1)
     for k=1:SC;
        Nb=KDS(t)+(k-1)+SC1
        b(:,Nb)
        d=b(:,Nb)-B(:,NB1:NB2)*x
        disp('recherche solution initiale')
         SS1=W
         SS2=d
         SS3=C
        SOLDEPAR
        [x2,LAMBDA,HOW]=LP(C,W,d,vub,vlb,xo,M1)
        CT(i,T)=C*x2+CT(k,t-1)
        X((i-1)*N+1:i*N,t)=x2
        i=i+1
        F=LAMBDA(1:M)
        U1(Nb,:)=F'
        U(t,(i-1)*M+1:i*M)=F'
        save DETAPE3 X F U U1 CL CT Nb J k t
     end % (for k)
     SC1=SC1+SC
  end % (for J)
```

```
 else % (if CL)
   disp('ETAPE3: on est dans le cas infaisabilité')
   disp('ETAPE3: debut ajout contraint faisabilité')
   x=X((J1-1)*N+1:J1*N,t-1)
   d=b(:,Nb)-B(:,NB1:NB2)*[x;zeros(2,1)]
     disp('recherche solution initiale')
     SS1=W
     SS2=d
     SS3=C
     SOLDEPAR
   [x2,LAMBDA,HOW]=LP(C,W,d,vub,vlb,xo,M1)
   Y1=x2
   F=LAMBDA(1:M)
   U1(k1,:)=F'
   d=U1(k1,:)*b(:,Nb)
   D=U1(k1,:)*B(:,NB1:NB2)
   DE=-D
   de=-d
   M=M+1
   M1=M1+1
   ZA=zeros(1,NA)
   ZB=zeros(1,NB)
   Zb=zeros(1,Nbb)
   A=[A;ZA]
   B=[B;ZB]
   b=[b;Zb]
   A(M,NA1:NA2)=DE
   b(M,Nb)=de
   t=t-1
   [M NA]=size(A)
   [M NB]=size(B)
   [M Nbb]=size(b)
   if t==1
     disp('ETAPE3:on revient a t=1, lancer etape2')
     ETAPE2
   end % (if t)
 end % ( else )
end %end While
```

```
l1=0
l2=0
COUTOT=inf
for i=1:SC
 for j=1:SC
      l2=l2+1
   for k=1:SC
     l1=l1+1
     if CT(l1,T)<COUTOT
       COUTOT=CT(l1,T)
      scena2=i
      scena3=l2
      scena4=l1
     end % (if CT)
  end % (for k)
 end % (for j)
end % (for i)
XF=[X(1:3*NP,1) X(((scena2-1)*3*NP)+1:scena2*3*NP,2) X(((scena3- 1)*3*NP)
+1:scena3*3*NP,3) X(((scena4-1)*3*NP)+1:scena4*3*NP,4)]
for i=1:SCENARIO
   for j=1:T
      O(i,j)=-inf
   end
end
save DETAPE3 X F U U1 CL Nb t k J
disp('Fin étape3')
```

%PROGRAMME : ETAPE3V

% Ce programme permet de vérifier la faisabilité des sous problèmes lancés dansl'étape 3 du logiciel développé

```
disp('début ETAPE3V ')
t
NB1=(t-2)*N+1
NB2=(t-1)*N
NA1=(t-1)*N+1
NA2=t*N
W=A(:,NA1:NA2)
I=eye(M,M)
W1=[W I -I]
CC=[zeros(1,N) ones(1,2*M)]
[sv1 sv2]=size(W1)
vub2=zeros(sv2,1)
vlb2=inf*ones(sv2,1)
CL=0
Yo=zeros(sv2,1)
SC1=0
 for J=1:KAS(t-1)
   x=X((J-1)*N+1:J*N,t-1)
   for k=1:SC
     Nb=KDS(t)+(k-1)+SC1
     b(:,Nb)
     B(:,NB1:NB2)
     dy=b(:,Nb)-B(:,NB1:NB2)*x
        disp('recherche solution initiale')
         SS1=W1
         SS2=dy
         SS3=CC
         SOLDEPAR
      [Y,LAMBDA,HOW]=LP(CC,W1,dy,vub2,vlb2,Yo,M1)
      S=CC*Y
      Y1(:,Nb)=Y
      F=LAMBDA(1:M)
      U1(Nb,:)=F'
      save DETAPE3V Y1 F U1 k J CL t
```

```
      if S>0
         CL=1
         k1=k
         J1=J
         Nb
        break
      end
   end
   SC1=SC1+SC
end
  disp('fin ETAPE3V :existence solution ss pb')
   save DETAPE3V Y1 X F U k J CL Nb t
```

%PROGRAMME : ETAPE4

% Ce programme correspond à l'étape 4 du logiciel développé

```
ETAPE1
ETAPE2
ETAPE3
disp('debut ETAPE4 ')
incre3=0
while t>1
   NB1=(t-2)*N+1
   NB2=(t-1)*N
   NA1=(t-1)*N+1
   NA2=t*N
   e1=0
   E1=0
   SC1=0
   for j=1:KAS(t)
      Nb=KDS(t)+(j-1)
      p(j,t)*U(t,(j-1)*M+1:j*M)*B(:,NB1:NB2)
      p(j,t)*U(t,(j-1)*M+1:j*M)*b(:,Nb)
      E1=E1+p(j,t)*U(t,(j-1)*M+1:j*M)*B(:,NB1:NB2)
      e1=e1+p(j,t)*U(t,(j-1)*M+1:j*M)*b(:,Nb)
      E(j,:)=E1
      e(j,:)=e1
   end
   for j=1:KAS(t)
     if O(j,t-1)>=e(j,:)-E(j,:)*X((J-1)*N+1:J*N,t-1)
       COM=0
     else
        disp('ETAPE4:ce scénario est infaisable j:')
        DE=-E(j,:)
        de=-e(j,:)
        M=M+1
        M1=M1+1
        Nb=KDS(t)+(j-1)
        ZA=zeros(1,NA)
        ZB=zeros(1,NB)
        Zb=zeros(1,Nbb)
        A=[A;ZA]
        B=[B;ZB]
        b=[b;Zb]
        A(M,NA1:NA2)=DE
        b(M,Nb)=de
```

```
      [M NA]=size(A)
      [M NB]=size(B)
      [M Nbb]=size(b)
      COM=COM+1
    end
  end
  if COM==0
    disp('ETAPE4:tous les scénario sont faisable t:')
    t=t-1
    if t==1
      disp('STOP:la solution est obtenue')
      break
    end
    disp('ETAPE4:verification de la faisabilité pour t:')
  else
     disp('ETAPE4:il existe des scénarios infaisables pour t:')
     [M,N]=size(A(:,NA1:NA2))
     W=A(:,NA1:NA2)
     SC1=1
     i=1
     for J=1:KAS(t-1)
       disp('ETAPE4:je suis au scénario')
       x=X((J-1)*N+1:J*N,t-1)
       for k=1:SC;
         Nb=KDS(t)+(k-1)+SC1
         d=b(:,Nb)-B(:,NB1:NB2)*x
         [Y,LAMBDA,HOW]=LP(C,W,d,vub,vlb,xo,M)
         S1=C*Y
         X((i-1)*N+1:i*N,t)=Y
         O(:,t)=Y(N,1)
         F=LAMBDA(1:M)
         U(t,(i-1)*M+1:i*M)=F'
         i=i+1
       end
     end
     if t<T-1
       disp('ETAPE4:Retour à étape3 pour t:')
       t=t+1
       ETAPE3
     end
  end
end
disp('Fin ETAPE4')
```

%PROGRAMME : SOLDEPAR

```
% Ce programme permet de trouver une solution initial pour le problème
  global qui utilise le logiciel développé


AR=SS1(1:NP,:)
bR=SS2(1:NP,1)
CR=SS3
[NR MR]=size(AR)
vubR=zeros(MR,1)
vlbR=inf*ones(MR,1)
xoR=zeros(MR,1)
[xR,XRLAMDBA,HOW]=LP(CR,AR,bR,vubR,vlbR,xoR,NP)
yR=SS1(NP+1:2*NP,1:NP)*xR(1:NP,1)
[MyR NyR]=size(yR)
ysR=zeros(MyR,1)
yiR=zeros(MyR,1)
xy=[xR(1:3*NP,1);-yR;ysR;yiR]
[Mxy Nxy]=size(xy)
xo=xy
Yo=[xy;zeros(MR-Mxy,1)]
dy=[SS2(1:2*NP,1);inf*ones(2*NRESS,1)]
d=[SS2(1:2*NP,1);SS2(2*NP+1:2*NP+NRESS,1);inf*ones(NRESS,1)]
```