

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



Département d'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus
Mémoire pour l'obtention du diplôme
de master en Automatique

Analyse de Robustesse des lois de la commande PID et Mode Glissant pour la commande d'attitude d'un Quadrirotor

Oussama MEKKID

Sous la direction de
Mr. M. TADJINE Professeur
Mr. M. CHAKIR Enseignant Chercheur

Présenté le 26/06/2016

Composition du Jury :

Président	Mr. H. ACHOUR	Enseignant Chercheur	Ecole Nationale Polytechnique
Promoteurs	Mr. M. TADJINE	Professeur	Ecole Nationale Polytechnique
	Mr. M. CHAKIR	Enseignant Chercheur	Ecole Nationale Polytechnique
Examineur	Mr. M.S. BOUCHERIT	Professeur	Ecole Nationale Polytechnique

ENP 2016

ملخص

يعرض هذا العمل, التحكم و الملاحة للطائرة بدون طيار ذات رباعية المحرك, في بداية الامر قمنا بوضع نموذج للنظام و بعده تم استنباط قانون التحكم الإنزلاقي MG و تحكم عن طريق المنظم PID ومن ثم قمنا بمحاكات التحكمين في المفاعل ماتلاب والقيام بمقارنة أداء التحكم من حيث الخطأ في التتبع , سرعة الإجابة والمتانة ضد التشويشات الخارجية والتغيرات الإرادية .كلمات مفتاحية :

الكلمات المفتاحية : مروحية رباعية المحرك, النمذجة , تحكم إنزلاقي , تحكم PID,متانة التحكم,أداء التحكم.

Abstract

In this thesis, we focus on the control of the attitude of a quadrotor UAV. First of all, we will model the system and synthesize a sliding mode control and a PID control. Then, we will simulate the dynamic behavior of the system under the action of the controls. Finally, we will make a comparative study of the robustness and performance of both control methods in order to compare them.

Keywords: UAV, quadrotor, control, sliding mode, PID, robustness, performance.

Résumé

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à la commande de l'attitude d'un drone du type quadrirotor. Dans un premier lieu, nous modélisons le système et nous synthétisons une commande par mode glissant et une commande par PID. Ensuite, nous simulerons le comportement dynamique du système sujet à chaque fois à l'une des deux commandes. Enfin, nous terminerons par une étude de robustesse et de performance pour pouvoir comparer la commande par mode de glissement à la commande par PID

Mots clés : drone, quadrirotor, commande, mode glissant, PID, robustesse, performance.

Remerciements

Je remercie Dieu le tout puissant de nous avoir donné la force et le courage pour réaliser ce travail.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du Laboratoire de Commande des Processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique.

Ce travail que je présente a été effectué sous la direction de Monsieur M. Tadjine, professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, et Monsieur M. Chakir, enseignant chercheur à l'Ecole Nationale Polytechnique, qui ont suivie de très près ce travail et que je remercie pour leur orientation pédagogique dans l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens à remercier monsieur M.S. Boucherit, professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, pour l'honneur qu'il nous fait de présider le jury de notre soutenance.

Que Monsieur Achour, enseignant chercheur à l'Ecole Nationale Polytechnique, soit convaincu de ma sincère reconnaissance pour avoir accepté d'examiner et de critiquer ce mémoire.

Enfin, je tiens à remercier tous les gens qui ont contribué à notre réussite tout au long de notre parcours d'étude.

Dédicace

Je dédie ce travail à mes très chers parents, dont le sacrifice, la tendresse, l'amour, la patience, le soutien, l'aide et l'encouragement sont l'essentiel de ma réussite. Sans eux je ne serai pas à ce stade aujourd'hui.

A mon frère et ma sœur pour leur soutien continue durant mon parcours.

A ma grande famille.

Et à tous mes amis.

Oussama

Table des matières

Table des figures

Introduction Générale	7
1 Modélisation et synthèse lois de Commande d'un quadrirotor	8
1.1 Introduction	8
1.1.1 Définitions	8
1.2 Modélisation du Quadrirotor	9
1.2.1 Modes de vol sur l'attitude	10
1.2.2 Repérage du Quadrirotor dans l'espace	11
1.2.3 Modèle Dynamique	14
1.2.4 Modèle d'état	19
1.3 Synthèse de la commande	20
1.3.1 Synthèse de la coommande par un régulateur PID	20
1.3.2 Synthèse de la Commande par Mode Glissant	21
1.3.3 Les vitesses de rotation de rotors	24
1.4 Conclusion	25
2 Etude comparative entre Les lois de commandes PID et MG	26
2.1 Introduction	26
2.2 Simulations	26
2.2.1 attitude fixe	26
2.2.2 Etude de impact de la variation des perturbations	30
2.2.3 Variation paramétrique	32
2.3 Conclusion	34
Conclusion	35
Bibliographie	36

Table des figures

1.1	(a) Hummingbird, drone militaire de l'armée américaine, (b) Predator, drone militaire de l'armée américaine, (c) AR.Drone, drone civil de la société française Parrot	9
1.2	Quelques modèles de quadrirotors	9
1.3	Le lacet	11
1.4	Le roulis	11
1.5	Le tangage	11
1.6	Repérage du quadrirotor	12
1.7	Passage du repère R_0 au repère R_1	13
1.8	Circuit électrique équivalent	16
1.9	Partie mécanique du moteur	16
1.10	Le schéma de la commande PID	21
2.1	La variation des angles de la commande MG pour un seul référence	27
2.2	Les vitesses angulaire de la commande MG pour un seul référence	27
2.3	la commande des rotors pour un régulateur MG et seul référence	28
2.4	La variation des angles pour un régulateur PID et seul référence	28
2.5	Les vitesses angulaire pour un régulateur PID et un seul référence	29
2.6	la commande des rotors pour un régulateur PID et un seul référence	29
2.7	La variation des angles par rapport une perturbation fixe por un régulateur MG	30
2.8	La variation des angles par rapport une perturbation fixe pour un régulateur PID	30
2.9	L'erreur sur les angles pour un régulateur MG sur une perturbation fixe	31
2.10	L'erreur sur les angles pour un régulateur PID sur une perturbation fixe	31
2.11	La variation des angles par rapport une perturbation sinusoïdales pour un régulateur MG	32
2.12	La variation des angles par rapport une perturbation sinusoïdales pour un régulateur PID	32
2.13	La variation des angles par rapport une variation paramétrique pour un régulateur MG	33
2.14	La variation des angles par rapport une variation paramétrique pour un régulateur PID	33

Introduction Générale

Dans des dernières dizaines d'années les robots mobiles sont parmi les sujets de recherche les plus suivis et développés dans le monde scientifique à cause de la grande demande dans les différents domaines industrielle , militaires ,spaciales et civiles .Les UAV ou les véhicules aériens sans pilote humaine considérée parmi les robots mobiles les plus demandés et largement utilisés à cause de sont simplicités mécaniques ,grands manoeuvrabilités et vitesses ,petites tailles et la multi-utilisations dans les différents environnements intérieure et extérieure.

Le quadrirotor est un UAV de la familles des multirotors utilisée dans les domaine de la surveillance et la reconnaissance par distance on cité les réseaux routiers et l'air-sol attaques aériennes.

Le grande défi dans le domaine robotique aériennes et la robotique en générale est l'autonomie et l'idépendance de la guidage par distance , ce dérnier ouvre plusieurs sécteur de recherche telque la commande , la localisation ,le cartographie et même la planification de trajectoire qu'ils sont les bases l'autonomie robotique .

dans notre travaille nous avons basée sur la commande et l'asservissement , et pour ce la nous définison les notion de base sur les quadrirotors et son modes de vole et nous avons basés sur l'attitude qui représente la base de la stabilité et manoeuvrabilité ,et fait une modélisation géométrique et dynamique de les angles de roulis ,tangage et lacet ,et nous avons coisie la commande par mode glissant et la commande par le controleur classique PID et faire une petite comparaison entre les deux dans la performance et la robustesse.

Ce travail est divisée globalement à deux parties principale de telle sort que : La premiere partie conserne a la commande de le quadrirotor ,tout d'abord on a commencé par une vue générale sur les quadrirotor et sa mode de vol ensuite on fait une modélisation géométrique et dynamique de l'attitude de ce quadrirotor ,puis on appliqueé une commande PID sur les trois angles de roukis ,tangage et lacet et une autre par mode glissant d'ordre deux .

Dans la deuxième partie nous avons implémenté les commande qu'ils sont développez dans le chapitre 1,ensuite on fait une simulation des deux commande appliqué sur le simulateur MATLAB pour plusieurs scénarios et conditions initiales et externes ,enfin nous avons fait la commparaison dans la performance et la robustesse et l'interprétation des résultats obtenus et cité la meilleur des deux.

Chapitre 1

Modélisation et synthèse lois de Commande d'un quadrirotor

1.1 Introduction

Le quadrirotor est un robot mobile de la famille des UAVs ou véhicule aérien sans pilote ,une excellente plateforme pour la recherche sur le contrôle et l'observation, de par sa nature non linéaire et sous-actionnée il est idéal pour la synthèse et l'analyse des algorithmes de commande et d'observation. Il est parmi les types de drones qui ont connu un grand essor dans le monde de la recherche car il offre beaucoup d'avantages, d'intérêt et d'applications.

Dans ce chapitre, nous présentons de façon générale les quadrirotors et les principes de mode de vol ensuite une modélisation de la cinématique et la dynamique de l'attitude de quadrirotor ,puis nous ferons la synthèse des commandes par modes glissant et par la commande PID pour la poursuite de trajectoires.

1.1.1 Définitions

Généralité sur les quadrirotor

Un drone ou UAV (de l'anglais Unmanned Aerial Vehicle) est un appareil volant sans pilote, i.e. capable de voler et d'effectuer une mission sans présence humaine à bord de l'appareil et qui est soit contrôlé à distance depuis un autre lieu (le sol, un autre appareil volant, l'espace), soit programmé et totalement autonome[1].

Il en existe plusieurs types, comme on peut le voir sur la figure 1.1, qui peuvent être classifiés selon plusieurs critères : la taille, l'altitude, le système de contrôle, etc[2].

Le Quadrirotor

Le quadrirotor est un aéronef faisant partie de la famille des hélicoptères, plus particulièrement de la famille des multirotors. Le quadrirotor possède plusieurs caractéristiques (simplicité mécanique, décollage/atterrissage vertical, vol stationnaire, agilité) qui lui procurent plusieurs avantages opérationnels par rapport à d'autres types d'appareils. Comme son nom l'indique, il se compose de quatre moteurs, figure 1.2, qui sont situés aux extrémités de quatre bras. Son mouvement est contrôlé par la variation de la vitesse de chaque rotor pour changer la force de portance et le couple créé par chaque rotor. Deux rotors du même axe tournent dans le sens horaire ; alors que les deux autres tournent dans le sens anti-horaire pour compenser le couple créé par les rotors sur l'armature et éviter ainsi, en considérant que les quatre moteurs tournent à la même vitesse et que tous les



(a)



(b)



(c)

FIGURE 1.1: (a) Hummingbird, drone militaire de l'armée américaine, (b) Predator, drone militaire de l'armée américaine, (c) AR.Drone, drone civil de la société française Parrot

éléments sont identiques (hélices, dimensions, équilibre des masses), qu'elle ne tourne sur lui même.



FIGURE 1.2: Quelques modèles de quadrirotors

1.2 Modélisation du Quadrirotor

Un système est une ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. La modélisation regroupe un ensemble de techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique du système à étudier.

La synthèse des lois de commande d'un système dynamique nécessite une modélisation précise de ce dernier afin que le modèle puisse prévoir au mieux le comportement du système aux diverses excitations (commandes, perturbations, . . .). Ainsi, plus il est détaillé, plus il est fidèle au système. Néanmoins, cela engendre une complication de l'étude et de la synthèse d'éventuelles lois de commande. Un compromis doit être fait en adoptant des hypothèses simplificatrices afin de pouvoir répondre aux contraintes pratiques.

Le quadrirotor est classé dans la catégorie des systèmes volants les plus complexes vu le nombre des phénomènes physiques qui affectent sa dynamique. Afin de concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements du système et sa dynamique. Cette compréhension est nécessaire pas simplement pour la conception du contrôleur, mais afin de s'assurer que les simulations de l'engin dépeindront un comportement aussi proche que possible de la réalité quand la commande est appliquée.

1.2.1 Modes de vol sur l'attitude

Le quadrirotor est un engin volant doté de quatre rotors placés aux extrémités de ses quatre bras. Ce sont ces quatre rotors qui fournissent la force verticale (portance) qui permet à l'appareil de changer . Les mouvements possibles de l'attitude de quadrirotor sont résumés dans les trois rotations suivantes :

Le lacet (rotation autour de l'axe Z)

C'est une rotation autour de l'axe Z du repère liée au quadrirotor, figure 1.3. Pour faire tourner le quadrirotor dans le sens horaire (anti-horaire) on diminue la vitesse des moteurs avant et arrière (gauche et droit) ayant le sens de rotation horaire (anti-horaire), et on augmente celle des moteurs gauche et droit (avant et arrière) dont le sens de rotation est dans le sens anti-horaire (horaire) tout en gardant la somme des vitesses inchangée, ce qui fait que le moment du lacet créé par ces derniers soit supérieur à celui créé par les deux autres sans changer de portance, roulis ou tangage.

Le roulis (rotation autour de l'axe X)

Ce mouvement se produit suite à une rotation autour de l'axe X du repère liée au quadrirotor en agissant sur les moteurs gauche et droit, figure 1.4. Par exemple, pour que le quadrirotor penche à droite, on augmente la vitesse du moteur gauche tout en diminuant celle du moteur droit.

Le tangage (rotation autour de l'axe Y)

Il permet de faire tourner le quadrirotor sur lui-même suivant l'axe Y du repère liée à ce dernier. Pour avoir un angle de tangage vers l'avant on augmente la vitesse du moteur arrière et on diminue celle du moteur avant, ce qui permet de créer un moment autour de l'axe Y tout en gardant la même force de portance et des moments de lacet et de roulis nuls, figure 1.5. On pourrait bien croire qu'on peut réaliser n'importe quelle inclinaison, mais en réalité si on dépasse une certaine limite le quadrirotor perd son équilibre et chute.

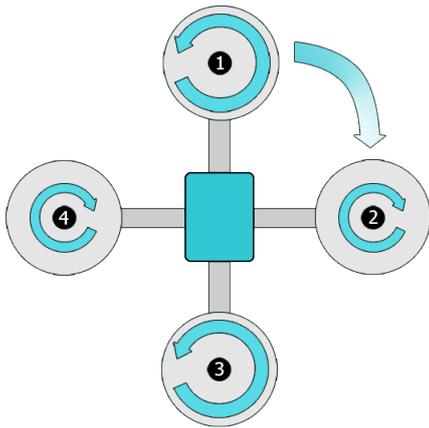


FIGURE 1.3: Le lacet

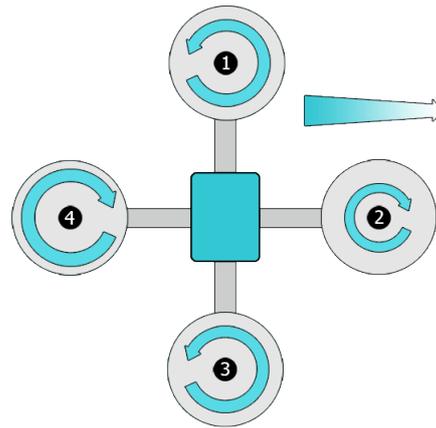


FIGURE 1.4: Le roulis

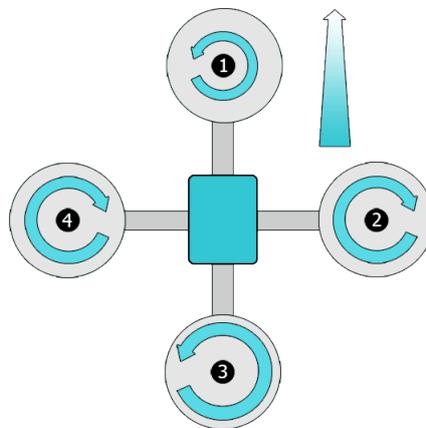


FIGURE 1.5: Le tangage

1.2.2 Repérage du Quadrirotor dans l'espace

Un quadrirotor nécessite deux trièdres pour être repéré dans l'espace. Ces repères sont :

Le repère terrestre (inertielle ou fixe)

Il est noté $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$. C'est un repère d'origine O_0 et d'axes X_0, Y_0 et Z_0 lié à la terre, supposée immobile.

Le repère lié au corps du quadrirotor attaché

Il est noté $R_1(O_1, X_1, Y_1, Z_1)$. C'est un repère d'origine O_1 , qui coïncide avec le centre de gravité du quadrirotor, et d'axes X_1, Y_1 et Z_1 . L'origine de ce repère est attaché avec l'origine de repère fixe et pour le obtenu on effectuant trois rotations successives définies suivant la convention Z-Y-X de Tait-Bryan, qui est la plus utilisé en aéronautique, à partir du repère $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$.

On peut en déduire donc les paramètres qui nous permettent de décrire le mouvement angulaire du quadrirotor : $(\phi, \theta, \psi, p, q, r)$

Où :

ϕ (rad) : l'angle de roulis. Rotation autour de l'axe X_1 ($-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$).

θ (rad) : l'angle de tangage. Rotation autour de l'axe Y' ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$).

ψ (rad) : l'angle de lacet. Rotation autour de l'axe Z_0 ($-\pi < \psi < \pi$).

p (rad/s) : la vitesse instantanée de rotation autour l'axe X_1 .

q (rad/s) : la vitesse instantanée de rotation autour l'axe Y_1 .

r (rad/s) : la vitesse instantanée de rotation autour l'axe Z_1 .

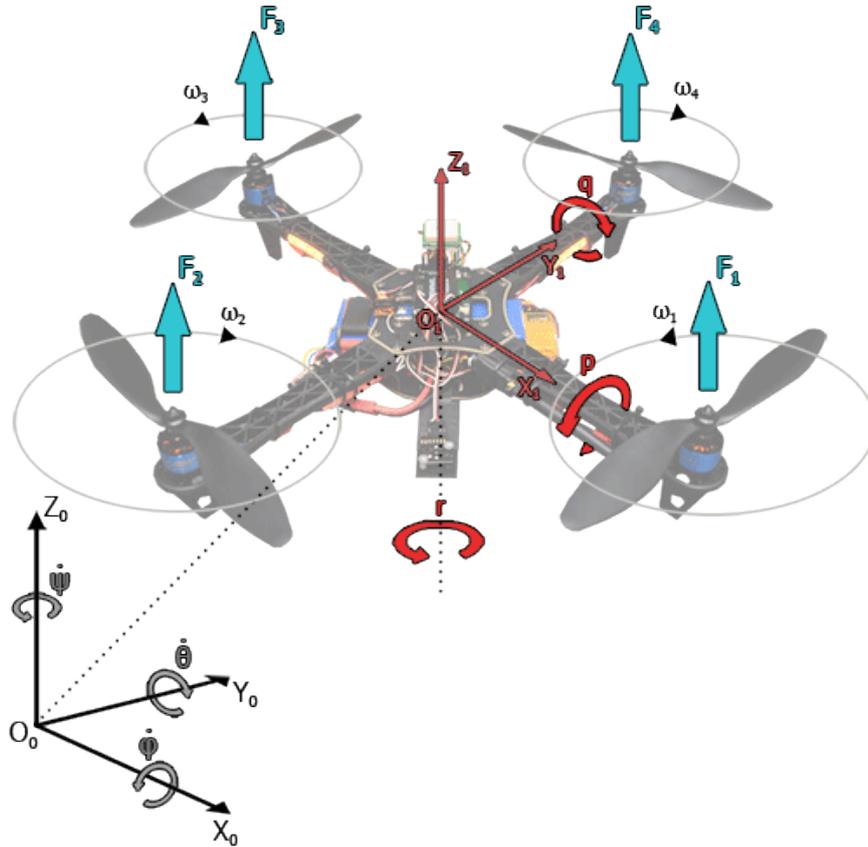


FIGURE 1.6: Repérage du quadrirotor

Matrice de rotation

Comme les centres O_0 et O_1 des deux repères sont confondus, le repère R_1 ne fait que des rotations par rapport au repère R_0 . Trois paramètres indépendants, ϕ, θ, ψ , sont nécessaires pour décrire complètement l'orientation du repère R_1 par rapport à celle de R_0 . Le passage du premier repère vers le second se fera par trois rotations successives, figure 1.7.

Première rotation

La première rotation est une rotation de ψ autour de l'axe Z_0 qui fait coïncider l'axe Y_0 avec l'axe Y' et l'axe X_0 avec l'axe X' . Sa matrice de rotation est :

$$R_{\psi} = \begin{bmatrix} c_{\psi} & -s_{\psi} & 0 \\ s_{\psi} & c_{\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Où : $c_{\psi} = \cos(\psi)$ et $s_{\psi} = \sin(\psi)$.

Deuxième rotation

La deuxième rotation est une rotation de θ autour de l'axe Y' qui fait coïncider l'axe X' avec l'axe X_1 et l'axe Z_0 avec l'axe Z' . Sa matrice de rotation est :

$$R_\theta = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 1 & c_\theta \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Où : $c_\theta = \cos(\theta)$ et $s_\theta = \sin(\theta)$.

Troisième rotation

La troisième rotation est une rotation de ϕ autour de l'axe X_1 qui fait coïncider l'axe Z' avec l'axe Z_1 et l'axe Y' avec l'axe Y_1 . Sa matrice de rotation est :

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Où : $c_\phi = \cos(\phi)$ et $s_\phi = \sin(\phi)$.

Matrice de rotation totale

Nous obtenons enfin la matrice de rotation totale qui nous permet de passer du repère R_1 au repère R_0 en multipliant les trois matrices de rotation précédentes successivement :

$$Rot = R_\psi \cdot R_\theta \cdot R_\phi = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & -c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ c_\theta s_\psi & c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi & -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

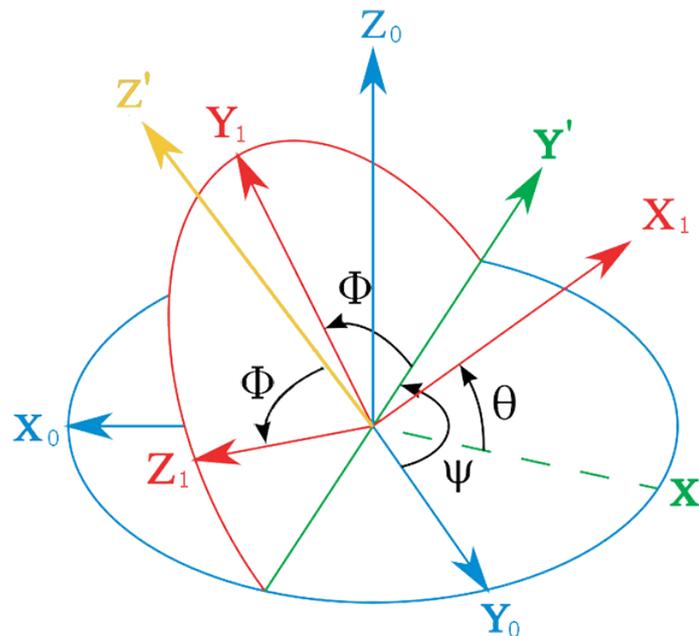


FIGURE 1.7: Passage du repère R_0 au repère R_1

1.2.3 Modèle Dynamique

Dans ce qui suit nous adoptons quelques hypothèses simplificatrices :

- La structure du quadrirotor est supposée rigide et symétrique.
- La matrice d'inertie J est supposée constante (il n'y a pas de changement de poids).
- Les forces de portance et de trainée sont supposées proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des rotors.
- Le repère lié au corps du quadrirotor est supposé confondu avec son centre de gravité.

Dynamique de rotation

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = \sum \Gamma_{ext} \quad (1.5)$$

Et comme la vitesse angulaire est exprimée dans le repère lié au quadrirotor, alors :

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = J\dot{\Omega} + \Omega \wedge J\Omega \quad (1.6)$$

Ce qui nous donne :

$$J\dot{\Omega} = -\Omega J\Omega + \sum \Gamma_{ext} \quad (1.7)$$

Où :

$$J = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{33}, \text{ est la matrice d'inertie du quadrirotor ;}$$

$\sum \Gamma_{ext} \in \mathcal{R}^3$, est le vecteur des moments externes totaux ;

$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^3$, est le vecteur des vitesses de rotations instantanées dans le repère du quadrirotor.

Les couples externes appliqués au quadrirotor sont :

Les couples aérodynamiques Ils sont produits par les forces de trainée et de poussée créées par la rotation des quatre hélices. Ils sont donnée par :

$$\begin{cases} \tau_\phi = l \cdot b \left(\frac{2}{4} - \frac{2}{2} \right) \\ \tau_\theta = l \cdot b \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{1} \right) \\ \tau_\psi = k \cdot \left(-\frac{2}{1} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \frac{2}{4} \right) \end{cases} \quad (1.8)$$

Où :

$l \in \mathcal{R}^+$, est la distance entre le centre de gravité du quadrirotor et l'axe de rotation de l'un des rotors ;

$b \in \mathcal{R}^+$, est le coefficient de portance ;

$k \in \mathcal{R}^+$, est la constante de trainée.

Le moment gyroscopique Il se crée dans les systèmes physiques en mouvement avec des parties rotatoires et tend à résister aux mouvements du quadrirotor. L'expression générale de ce moment est donnée par :

$$\tau_{gyro} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)_i^i \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

La matrice d'inertie de chaque rotor est supposé diagonale :

$$J_r = \begin{bmatrix} J_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & J_{rz} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

On obtient enfin :

$$\tau_{gyro} = \sum_{i=1}^4 [(-1)_i^i J_{rz}] \Omega \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

En remplaçant l'expression des couples externes dans l'équation (1.7) on obtient après simplification le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \dot{p} = \left(\frac{J_y - J_z}{J_x}\right)qr + \frac{j_{rz}}{J_x}\Omega_r q + \frac{\tau_\phi}{J_x} \\ \dot{q} = \left(\frac{J_z - J_x}{J_y}\right)pr - \frac{j_{rz}}{J_y}\Omega_r p + \frac{\tau_\theta}{J_y} \\ \dot{r} = \left(\frac{J_x - J_y}{J_z}\right)pq + \frac{\tau_\psi}{J_z} \end{cases} \quad (1.12)$$

Où : $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4$

Relation entre les angles d'Euler et les vitesses angulaires

Si un solide tourne à une vitesse constante, sa vitesse angulaire Ω est constante, par contre les variations des angles d'Euler seront variables car elles dépendent des angles instantanés entre les axes des deux repères. La séquence des angles d'Euler est obtenue à partir de trois rotations successives : lacet, tangage et roulis. La variation ψ nécessite deux rotations, θ nécessite une rotation et ϕ ne nécessite aucune rotation[3] :

$$\Omega = R_\phi R_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Ce qui nous donne :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & s_\phi c_\theta \\ 0 & -s_\phi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Pour des raisons de simplification et comme la plupart des cas étudiés dans la littérature travaillent avec un modèle simplifié [4, 5, 6], on suppose que les angles de roulis et de tangage sont de faible amplitude, i.e. $|\phi| \leq \frac{\pi}{9}$ et $|\theta| \leq \frac{\pi}{9}$, ce qui nous permet d'avoir $\sin(\phi) \approx \phi$, $\sin(\theta) \approx \theta$, $\cos(\phi) \approx 1$ et $\cos(\theta) \approx 1$ et on suppose aussi que les vitesses angulaires autour des trois axes du quadrirotor sont faibles, et donc l'équation (1.14) devient :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - s_{\theta}\dot{\psi} \\ c_{\phi}\dot{\theta} + s_{\phi}c_{\theta}\dot{\psi} \\ -s_{\phi}\dot{\theta} + c_{\phi}c_{\theta}\dot{\psi} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Et l'équation (1.12) devient :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \left(\frac{J_y - J_z}{J_x}\right)\dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{j_{rz}}{J_x}\Omega_r\dot{\theta} + \frac{\tau_{\phi}}{J_x} \\ \ddot{\theta} = \left(\frac{J_z - J_x}{J_y}\right)\dot{\phi}\dot{\psi} - \frac{j_{rz}}{J_y}\Omega_r\dot{\phi} + \frac{\tau_{\theta}}{J_y} \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{J_x - J_y}{J_z}\right)\dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{\tau_{\psi}}{J_z} \end{cases} \quad (1.16)$$

Dynamique des rotors

Les quadrirotors sont généralement équipés moteurs de type brushless DC, qui sont des moteurs sans balais et qui requièrent donc que chaque phase soit alimentée par une source externe durant la bonne période de rotation. Pour ce faire, des circuits de puissances appelés ESC (Electronic Speed Controllers) sont utilisés pour faire la fonction d'onduleur et de circuit de commande. La paire : moteur brushless et ESC, est alimenté par une tension continue et se comporte donc comme un moteur à courant continu, d'où le nom "brushless DC" (Moteur à courant continu sans balai).

Dans ce qui suit, nous allons considérer la paire, moteur brushless et ESC, comme étant équivalente à un moteur à courant continu avec balai et nous notons V_{EQ} la tension efficace appliquée par l'ESC aux bornes du moteur brushless, figure 1.8.

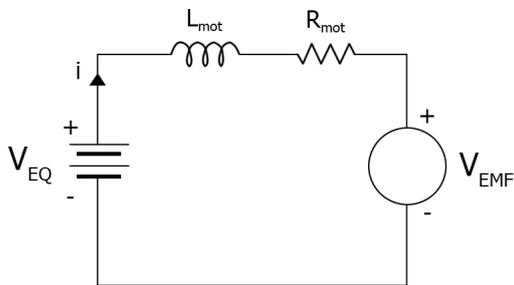


FIGURE 1.8: Circuit électrique équivalent

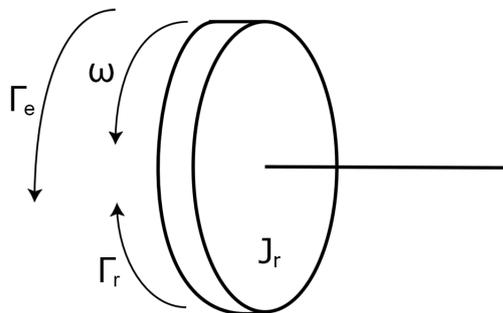


FIGURE 1.9: Partie mécanique du moteur

En utilisant la loi des mailles on obtient :

$$V_{EQ} = R_{mot}i + L_{mot} \cdot \frac{di}{dt} + V_{EMF} \quad (1.17)$$

Avec :

$V_{EMF} = K_e \cdot \omega$, la force contre-électromotrice,

ω , la vitesse angulaire du rotor,

K_e , la constante électrique du moteur,

L_{mot} , l'inductance équivalente du moteur,

R_{mot} , la résistance équivalente du moteur.

Pour les moteurs de petites tailles, comme ceux utilisés pour les quadrirotors, l'inductance est très petite et donc la partie électrique est beaucoup plus rapide que la partie mécanique. L'équation (1.17) devient :

$$V_{EQ} = R_{mot}i + K_e \quad (1.18)$$

Pour la partie mécanique, figure 1.9, nous utilisons la seconde loi de Newton et nous obtenons :

$$J_r \dot{=} \Gamma_e + \Gamma_r \quad (1.19)$$

Avec :

$\Gamma_e = K_e i$, le couple électrique fournie par le moteur,

$\Gamma_r = -f_r$, le couple dû au frottement de l'air.

L'équation (1.19) devient alors :

$$J_r \dot{=} K_e i - f_r \quad (1.20)$$

En utilisant la transformée de Laplace sur les équations (1.18) et (1.20) et en simplifiant nous obtenons :

$$\frac{(s)}{V_{EQ}(s)} = \frac{1}{\frac{R_{mot} \cdot J_r}{K_e} s + f_r + K_e} \quad (1.21)$$

La tension équivalente V_{EQ} est la tension générée par l'ESC en fonction du signal de commande u_{PWM} qui représente la largeur du signal PWM (Pulse Width Modulation ou Modulation à Largeur d'Impulsion (MLI) en Français) reçu en entrée. La relation entre V_{EQ} et u_{PWM} est donnée par :

$$V_{EQ} = u_{PWM} V_B \quad (1.22)$$

Avec :

V_B , la tension disponible en entrée.

L'expression de u_{PWM} est donnée par :

$$u_{PWM}(t) = \frac{P(t) - P_{max}}{P_{max} - P_{min}} \quad (1.23)$$

P , la largeur de l'impulsion à l'instant t ,

P_{max} , la largeur maximale de l'impulsion,

P_{min} , la largeur minimale de l'impulsion.

L'équation (1.21) devient enfin :

$$\frac{(s)}{u_{PWM}(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (1.24)$$

Avec : $K = \frac{V_B}{f_r + K_e}$, et $T = \frac{R_{mot} J_r}{K_e (f_r + K_e)}$.

Du fait de la taille relativement petite des moteurs, nous négligeons dans ce qui suit leur dynamique par rapport à celle du quadrirotor. Nous obtenons enfin :

$$\frac{\quad}{u_{PWM}} = K \quad (1.25)$$

Effets aérodynamiques et incertitudes

Il y a beaucoup d'effets aérodynamiques et gyroscopiques associés à un quadrirotor qui modifient le modèle présenté ci-dessus. La plupart de ces effets provoquent seulement des perturbations mineures et ne justifient pas d'être pris en compte, même si elles sont importantes pour la conception d'un système complet. Le battement des hélices et la traînée induite, cependant, sont des effets fondamentaux qui sont d'importance significative dans la compréhension de la stabilité naturelle des quadrirotors. Ces effets sont particulièrement importants car ils induisent des forces dans le plan x-y du quadrirotor, ses directions sous-actionnées, qui ne peuvent pas être facilement dominé par une commande à gain élevé.

le frottement de l'air Le châssis du quadrotor ainsi que les hélices offrent une résistance à l'air. Celle-ci génère une force de friction qui s'oppose au mouvement linéaire et rotatif du quadrirotor. Cette force est proportionnelle au carré de la différence entre la vitesse du quadrirotor et celle du vent et elle dépend de la géométrie du quadrirotor. Son expression est donnée par[7, 8] :

$$F_r = \begin{bmatrix} -A_x |\dot{x} - w_x| (\dot{x} - w_x) \\ -A_y |\dot{y} - w_y| (\dot{y} - w_y) \\ -A_z |\dot{z} - w_z| (\dot{z} - w_z) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Où :

$A_x \in \mathcal{R}^+$, est le coefficient de frottement visqueux suivant l'axe X_0 ;

$A_y \in \mathcal{R}^+$, est le coefficient de frottement visqueux suivant l'axe Y_0 ;

$A_z \in \mathcal{R}^+$, est le coefficient de frottement visqueux suivant l'axe Z_0 ;

$w_x \in \mathcal{R}^+$, est la vitesse du vent suivant l'axe X_0 ;

$w_y \in \mathcal{R}^+$, est la vitesse du vent suivant l'axe Y_0 ;

$w_z \in \mathcal{R}^+$, est la vitesse du vent suivant l'axe Z_0 .

battement d'hélice L'effet de battement d'hélice (ou "blade flapping" en anglais) est créé lorsque cette dernière se déplace horizontalement. Ce déplacement crée une différence de vitesse, et donc de poussée, entre la partie de d'hélice qui attaque le flot d'air par rapport à celle qui se retire du flot d'air. Cette différence de poussée entre ces éléments cause le plan de l'hélice à s'incliner, ce qui change la direction du vecteur de poussée[7, 8].

l'effet de sol L'effet de sol est créé lorsqu'une surface, qui est suffisamment près de l'hélice, perturbe le flot d'air généré par celle-ci en plus d'améliorer la poussée de l'hélice. A basse vitesse, cet effet peut être modélisé par[9, 8] :

$$\frac{|T_{ES}|}{|T_0|} = \frac{1}{1 - (\frac{r}{4h})^2} \quad (1.27)$$

Où :

$T_{ES} \in \mathcal{R}^+$, est la poussée générée par l'hélice avec l'effet de sol ;

$T_0 \in \mathcal{R}^+$, est la poussée générée par l'hélice sans l'effet de sol ;

$r \in \mathcal{R}^+$, est le rayon de l'hélice ;

$h \in \mathcal{R}^+$, est la hauteur de l'hélice par rapport au sol ;

On remarque que la poussée augmente grâce à l'effet de sol, mais cet effet diminue considérablement même à de faibles hauteurs. L'augmentation de la poussée n'est que de 7% lorsque la hauteur est égale au rayon de l'hélice[9].

Dans ce qui suit, nous traitons tout ces effets ainsi que toutes les variations due au simplifications que nous avons effectué et au éventuelle erreurs de modélisation comme étant des incertitudes et des perturbations et nous les regroupons dans le vecteur $\rho_d \in \mathcal{R}^4$ que nous ajoutons au équation (1.16) pour qu'elle deviennent :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \left(\frac{J_y - J_z}{J_x}\right)\dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{j_{rz}}{J_x}\Omega_r\dot{\theta} + \frac{\tau_\phi}{J_x} + \rho_{d\phi} \\ \ddot{\theta} = \left(\frac{J_z - J_x}{J_y}\right)\dot{\phi}\dot{\psi} - \frac{j_{rz}}{J_y}\Omega_r\dot{\phi} + \frac{\tau_\theta}{J_y} + \rho_{d\theta} \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{J_x - J_y}{J_z}\right)\dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{\tau_\psi}{J_z} + \rho_{d\psi} \end{cases} \quad (1.28)$$

1.2.4 Modèle d'état

Pour mettre les équations du quadrirotor sous forme d'état, on choisit comme vecteur d'état :

$$X = [\phi \ \theta \ \psi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T \quad (1.29)$$

Et les commandes :

$$\begin{cases} U_1 = \tau_\phi = l \cdot b \binom{2}{4} - \binom{2}{2} \\ U_2 = \tau_\theta = l \cdot b \binom{2}{3} - \binom{2}{1} \\ U_3 = \tau_\psi = k \cdot \left(-\binom{2}{1} + \binom{2}{2} - \binom{2}{3} + \binom{2}{4}\right) \end{cases} \quad (1.30)$$

La représentation d'état obtenue est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4 \\ \dot{x}_2 = x_5 \\ \dot{x}_3 = x_6 \\ \dot{x}_4 = \left(\frac{J_y - J_z}{J_x}\right)x_5x_6 + \frac{j_{rz}}{J_x}\Omega_r x_5 + \frac{U_1}{J_x} + \rho_{d\phi} \\ \dot{x}_5 = \left(\frac{J_z - J_x}{J_y}\right)x_4x_6 - \frac{j_{rz}}{J_y}\Omega_r x_4 + \frac{U_2}{J_y} + \rho_{d\theta} \\ \dot{x}_6 = \left(\frac{J_x - J_y}{J_z}\right)x_4x_5 + \frac{U_3}{J_z} + \rho_{d\psi} \end{cases} \quad (1.31)$$

1.3 Synthèse de la commande

Le quadrirotor à fait l'objet de beaucoup de recherches dans le domaine de la commandes, ainsi plusieurs lois de commandes ont été proposées. Parmi ces dernières on trouve : la commande PID[10], la commande LQR[11], le backstepping[12, 13], la commande par mode glissant[14]. Nous avons opté pour la commande, une commande PID et une commande par mode glissant, car elles représentent la vue classique de la commande (PID) et la offre de bonnes performances et qu'elle est insensible aux perturbations externes (MG) [15]. D'après (1.28), le modèle dynamique d'attitude du quadrirotor peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{\xi} = f + U + \rho_d \quad (1.32)$$

Avec :

$$\xi = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

$$f = \begin{bmatrix} \left(\frac{J_y - J_z}{J_x}\right)x_5x_6 + \frac{j_{rz}}{J_x}\Omega_r x_5 + \frac{U_1}{J_x} + \rho_{d\phi} \\ \left(\frac{J_z - J_x}{J_y}\right)x_4x_6 - \frac{j_{rz}}{J_y}\Omega_r x_4 + \frac{U_2}{J_y} + \rho_{d\theta} \\ \left(\frac{J_x - J_y}{J_z}\right)x_4x_5 + \frac{U_3}{J_z} + \rho_{d\psi} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

$$U = \begin{bmatrix} \frac{U_1}{J_x} \\ \frac{U_2}{J_y} \\ \frac{U_3}{J_z} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$$\rho_d = \begin{bmatrix} \rho_{d\phi} \\ \rho_{d\theta} \\ \rho_{d\psi} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

1.3.1 Synthèse de la commande par un régulateur PID

Le régulateur PID (proportionnel-intégral-dérivé) est un régulateur classique basée sur commande en boucle fermée qui essaie d'obtenir le résultat réel proche du résultat désiré par l'élimination d'erreur de la sortie, il est utilisé dans la plupart des processeur industriels (plus de 85%) à cause de sa simplicité et efficacité spécialement dans les système linéaire, il basé sur trois opérations :

- coefficient de gain proportionnel : le gain peut stabilisé relativement le système sans autres paramètres, mais Plus le coefficient est élevé, plus le système semble plus sensible, et plus il trop faible le système apparaît lent et sera plus difficile de garder stable.
- Coefficient de gain intégral - ce coefficient peut augmenter la précision de la sortie du système, et de même absorbe les perturbation et les bruit de sortie. Mais quand il plus grand le système sera plus lent et oscillatoire.
- coefficient de gain Dérivée - ce coefficient permet le système d'atteindre plus rapidement la référence souhaitée.

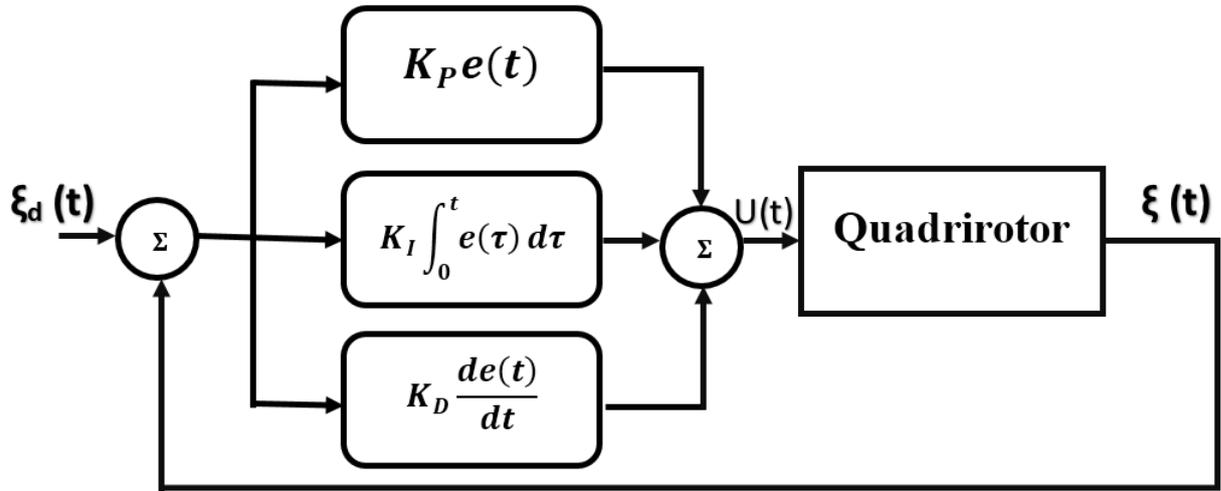


FIGURE 1.10: Le schéma de la commande PID

(1.37)

soit l'erreur de poursuite :

$$\epsilon(t) = \xi_d(t) - \xi(t) \quad (1.38)$$

La commande définit par :

$$U_i(t) = K_P \epsilon(t)_i + K_I \int_0^t \epsilon(t) dt + K_D \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad (1.39)$$

donc :

$$\begin{cases} U_1(t) = K_{P1} \phi(t)_i + K_{I1} \int_0^t \phi(t) dt + K_{D1} \frac{d\phi(t)}{dt} \\ U_2(t) = K_{P2} \theta(t)_i + K_{I2} \int_0^t \theta(t) dt + K_{D2} \frac{d\theta(t)}{dt} \\ U_3(t) = K_{P3} \psi(t)_i + K_{I3} \int_0^t \psi(t) dt + K_{D3} \frac{d\psi(t)}{dt} \end{cases} \quad (1.40)$$

Remarque Dans le cas discontinu la relation sera :

$$U(k) = K_P \epsilon(k) + K_I \sum_{j=0}^k \epsilon(j) \Delta t + K_D \frac{\epsilon(k) - \epsilon(k-1)}{\Delta t} \quad (1.41)$$

1.3.2 Synthèse de la Commande par Mode Glissant

La commande par mode glissant a connu un essor considérable durant les dernières décennies. Ceci est dû principalement à la propriété de convergence rapide et en temps fini des erreurs, ainsi, que la grande robustesse par rapport aux erreurs de modélisation et certains types de perturbations extérieures.

Surface de glissement

Soit l'erreur de poursuite :

$$\epsilon(t) = \xi(t) - \xi_d(t) \quad (1.42)$$

Où $\xi_d = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d]^T$ est le vecteur d'orientation désirés. On définit la formule générale de la surface de slotine en fonction de l'ordre du système comme suite [16] [1] :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{n-1} e(x) \quad (1.43)$$

Puisque chaque état est d'ordre relatif 2 par rapport à sa commande, la surface de glissant sera :

$$S_i(t) = \dot{\epsilon}_i(t) + \lambda_i \epsilon_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.44)$$

Où les $\lambda_i \in \mathcal{R}^+$ sont des constantes de réglages.

Synthèse de la Commande

L'objectif de commande est de forcer le système sur la surface de glissement et de l'empêcher d'en sortir, i.e. :

$$S_i = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.45)$$

La dynamique de la surface (1.44) est :

$$\dot{S}_i(t) = \ddot{\epsilon}_i(t) + \lambda_i \dot{\epsilon}_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.46)$$

Où encore :

$$\dot{S}_i(t) = U_i + f_i(t) + \rho_{d_i}(t) - \ddot{\xi}_{d_i}(t) + \lambda_i(\dot{\xi}_i(t) - \dot{\xi}_{d_i}(t)) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.47)$$

On désire avoir la dynamique suivante :

$$\dot{S}_i(t) = -K_i \text{sign}(S_i(t)) - Q_i S_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.48)$$

Où les $K_i \in \mathcal{R}^+$ et les $Q_i \in \mathcal{R}^+$ sont des constantes de réglages et la fonction $\text{sign}(\cdot)$ est définie comme suit[16] :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (1.49)$$

En égalant (1.48) et (1.47) on obtient après développement :

$$U_i(t) = -f_i + \hat{u}_i - K_i \text{sign}(S_i(t)) - Q_i S_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.50)$$

Avec :

$$\hat{u}_i = \ddot{\xi}_{d_i}(t) - \lambda_i(\dot{\xi}_i(t) - \dot{\xi}_{d_i}(t)) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.51)$$

nous obtenons finalement les trois commandes U_1, U_2, U_3 :

$$\begin{cases} U_1 = J_x(\ddot{\phi}_d - \lambda_1(\dot{x}_1 - \dot{\phi}_d) - K_1 \text{sign}(S_1) - Q_1 S_1) - (J_y - J_z)x_5x_6 + j_{rz}\Omega_r x_5 \\ U_2 = J_y(\ddot{\theta}_d - \lambda_2(\dot{x}_2 - \dot{\theta}_d) - K_2 \text{sign}(S_2) - Q_3 S_2) - (J_z - J_x)x_4x_6 - j_{rz}\Omega_r x_4 \\ U_3 = J_z(\ddot{\psi}_d - \lambda_3(\dot{x}_3 - \dot{\psi}_d) - K_3 \text{sign}(S_3) - Q_6 S_3) - (J_x - J_y)x_4x_5 \end{cases} \quad (1.52)$$

Analyse de stabilité

Comme on peut le voir, la dynamique présentée dans l'équation (1.52) est sous une forme totalement découplée, ce qui veut dire que la commande obtenue en (1.50) a été synthétisée indépendamment pour chaque élément de ξ (chaque degré de liberté). Pour étudier la stabilité de chacune de ses commandes, on considère les fonctions de Lyapunov suivantes :

$$V_i = \frac{1}{2}S_i^2 > 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.53)$$

En dérivant chacune de ses fonctions de Lyapunov et en considérant les équations (1.47) et (1.50) on obtient :

$$\dot{V}_i = S_i(-K_i \text{sign}(S_i) - Q_i S_i - \rho_{d_i}), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.54)$$

On suppose maintenant qu'il existe des constantes positives γ_i telles que :

$$|\rho_{d_i}| < \gamma_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.55)$$

Ce qui nous donne :

$$\dot{V}_i < S_i(-K_i \text{sign}(S_i) - Q_i S_i - \gamma_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.56)$$

En choisissant les constantes K_i et Q_i telles que :

$$\begin{cases} K_i > \gamma_i, \\ Q_i > 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.57)$$

On aura enfin :

$$\dot{V}_i < S_i(-K_i \text{sign}(S_i) - Q_i S_i - \gamma_i) = -Q_i S_i^2 - S_i(K_i \text{sign}(S_i) - \gamma_i) < 0 \quad (1.58)$$

$i = 1, 2, 3$

Car :

$$-Q_i S_i^2 < 0, \quad \forall Q_i > 0 \quad (1.59)$$

Et :

$$\begin{cases} S_i > 0 \implies \text{sign}(S_i) = 1 \\ \implies -S_i(K_i \text{sign}(S_i) - \gamma_i) = -S_i(K_i - \gamma_i) < 0 & \forall K_i > \gamma_i \\ \\ S_i < 0 \implies \text{sign}(S_i) = -1 \\ \implies -S_i(K_i \text{sign}(S_i) - \gamma_i) = -S_i(-K_i - \gamma_i) = S_i(K_i + \gamma_i) < 0 & \forall K_i > \gamma_i > 0 \end{cases} \quad (1.60)$$

En respectant ses conditions, les V_i seront définies négatives et la stabilité de chaque élément de ξ (chaque degré de liberté) ainsi que celle du système en sa globalité sera garantie.

Phénomène de chattering

La commande par mode glissant contient en général deux termes : un terme discontinu qui assure l'invariance ou la robustesse et qui permet de forcer l'état du système à rester sur la surface de glissement, et un deuxième terme, appelé commande équivalente, qui permet d'assurer la convergence du système vers la surface de glissement. Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Évidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible, ce qui cause un retard entre la mesure de la sortie et le calcul de la commande. Cela conduit le système à quitter la surface de glissement sans que la commande puisse réagir[17]. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités de la commande peuvent entraîner des oscillations en haute fréquence de la trajectoire du système autour de la surface de glissement, ce phénomène est appelé "broutement" ou "chattering". En conséquence, les performances et la robustesse du système sont dégradées et cela peut même conduire à l'instabilité[17].

De nombreuses solutions existent pour réduire ou éliminer ce phénomène. L'une des solutions consiste à remplacer la fonction discontinu $sign(.)$ de la loi de commande par une fonction continue. Parmi les fonctions les plus utilisées on trouve :

— La fonction saturation

$$v_1 = sat(x, \delta) = \begin{cases} sign(\delta) & si \quad |x| \geq \delta \\ \frac{x}{\delta} & si \quad |x| < \delta \end{cases} \quad (1.61)$$

— La fonction pseudo-signe

$$v_2 = psigne(x, \delta) = \frac{x}{|x| + \delta} \quad (1.62)$$

— La fonction arctangente

$$v_3 = \frac{2}{\pi} arctan\left(\frac{x}{\delta}\right) \quad (1.63)$$

— La fonction tangente hyperbolique

$$v_4 = tanh\left(\frac{x}{\delta}\right) \quad (1.64)$$

Avec $\delta \in \mathcal{R}^+$, une constante de réglage.

La fonction que nous avons choisi pour réduire la chattering des commandes générées est la fonction *pseudo – signe(.)* de par sa simplicité.

1.3.3 Les vitesses de rotation de rotors

On remarque que les commandes de l'équation (1.30) peuvent se mettre sou forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -l \cdot b & 0 & l \cdot b \\ -l \cdot b & 0 & l \cdot b & 0 \\ -k & k & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

Et de là on tire l'expression de la vitesse angulaire de chaque rotor :

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & -\frac{1}{2l \cdot b} & -\frac{1}{4k} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2l \cdot b} & 0 & \frac{1}{4k} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2l \cdot b} & -\frac{1}{4k} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2l \cdot b} & 0 & \frac{1}{4k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini brièvement ce qu'est un drone et ce qu'est un quadrirotor et nous avons fait une étude sur l'état de l'art de ce dernier et nous avons présenté quelques unes de ces applications. Puis, nous avons décrit les mouvements de base du quadrirotor et nous l'avons modélisé grâce au formalisme de Newton en faisant quelques hypothèses simplificatrices. Ce modèle a été ensuite utilisé pour synthétiser une commande par mode glissant dont nous avons étudié la stabilité et la robustesse tout en réduisant le phénomène de chattering qu'introduit la fonction $sign(\cdot)$. Nous avons enfin simulé le système ainsi que la commande et nous avons vérifié nos hypothèses.

Chapitre 2

Etude comparative entre Les lois de commandes PID et MG

2.1 Introduction

Le quadricoptère est un UAV qui a un modèle géométrique et dynamique compliqué, ce modèle est un modèle non-linéaire donc le commandé ne fait pas facile, pour ce la nous avons appliqué tout d'abord la commande PID qui est une commande très efficace et performante mais dans le cas des système linéaire qui ayant des paramètre fixe, La commande par mode glissant est une commande non-linéaire robuste et efficace dans ce chapitre et après la validation de nos modèles de commande dans le première chapitre nous avons fait des simulations sur matlab pour plusieurs scénarios et différents conditions initiales et externe et appliquons des diverse perturbations suivants les trois états de réglage d'attitude (roulis, tangage et lacet), ensuite nous avons fait une comparaison qualitative et quantitative entre les deux commande appliquées dans la performance comme le temps de réponse et l'erreur de réglage, la robustesse pour plusieurs modèle de bruit et de perturbation et les défaut principaux des deux commande.

2.2 Simulations

2.2.1 attitude fixe

Pour faire une comparaison entre les deux commande dans une les conditions normaux (sans bruit, sans perturbation) Les courbes suivantes figure 2.1 et figure 2.2 représentent la variation des angles dans les deux commande, la vitesse vitesses angulaire et aussi les commandes des couples. on choisit un référence fixe de $\phi_d = 30^\circ$, $\theta_d = -30^\circ$ et $\psi_d = 20^\circ$ pour les deux commande Mode glissant et PID

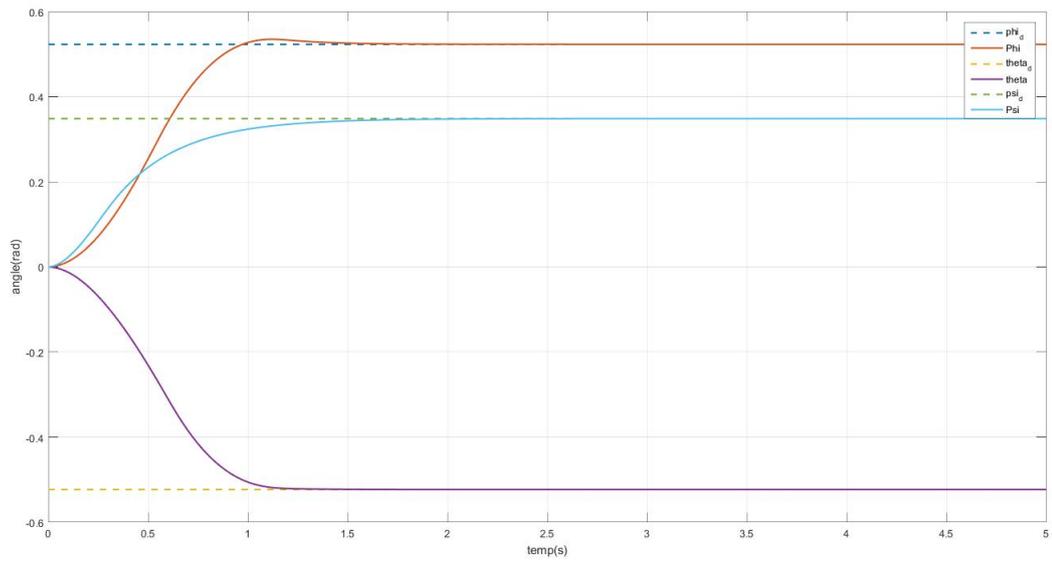


FIGURE 2.1: La variation des angles de la commande MG pour un seul référence

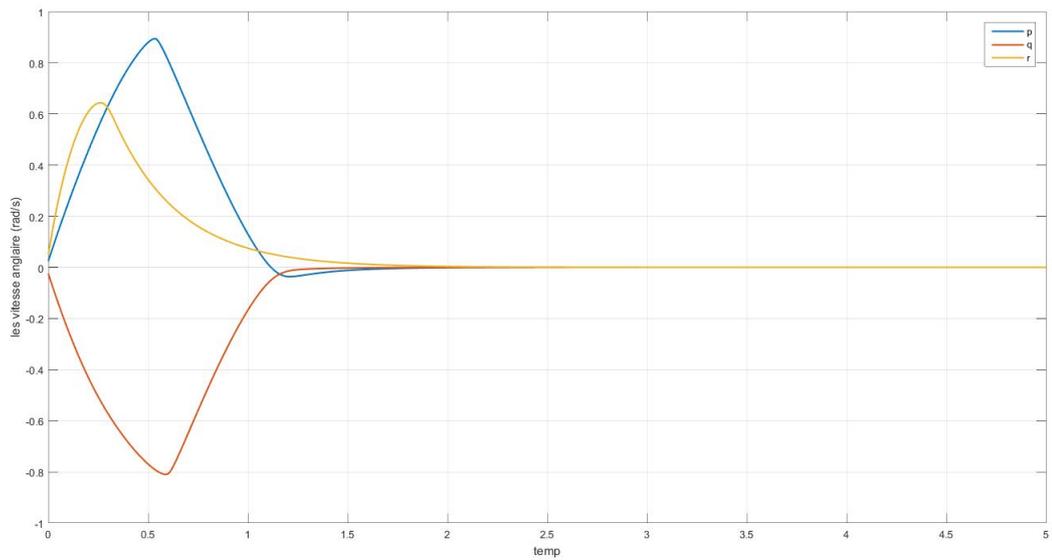


FIGURE 2.2: Les vitesses angulaire de la commande MG pour un seul référence

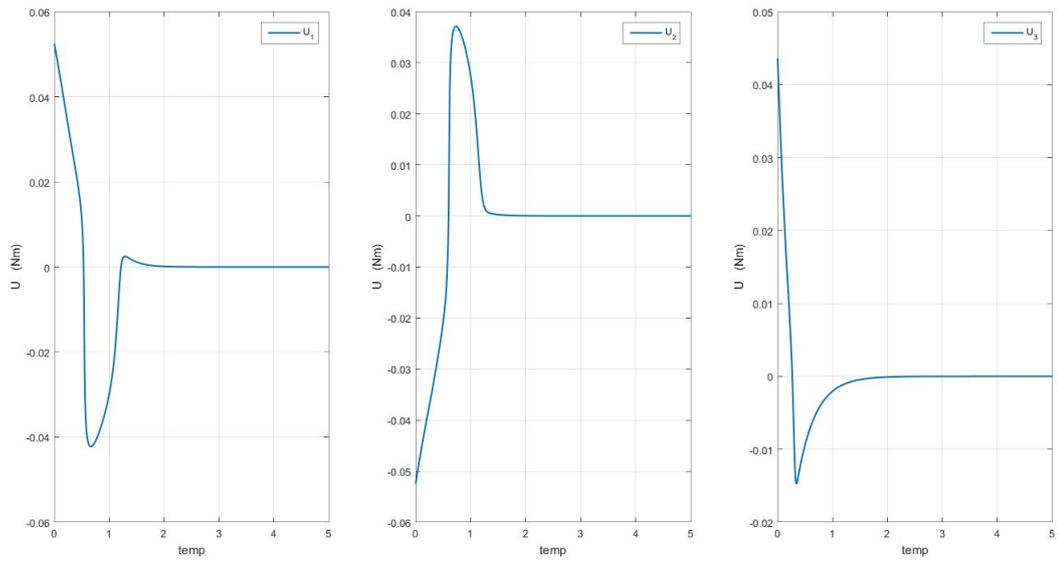


FIGURE 2.3: la commande des rotors pour un régulateur MG et seul référence

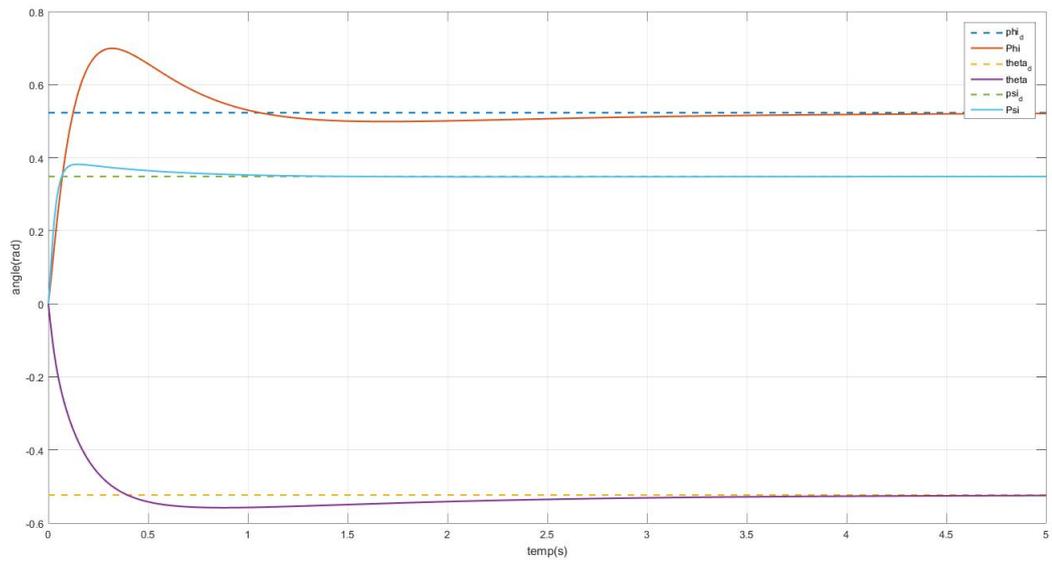


FIGURE 2.4: La variation des angles pour un régulateur PID et seul référence

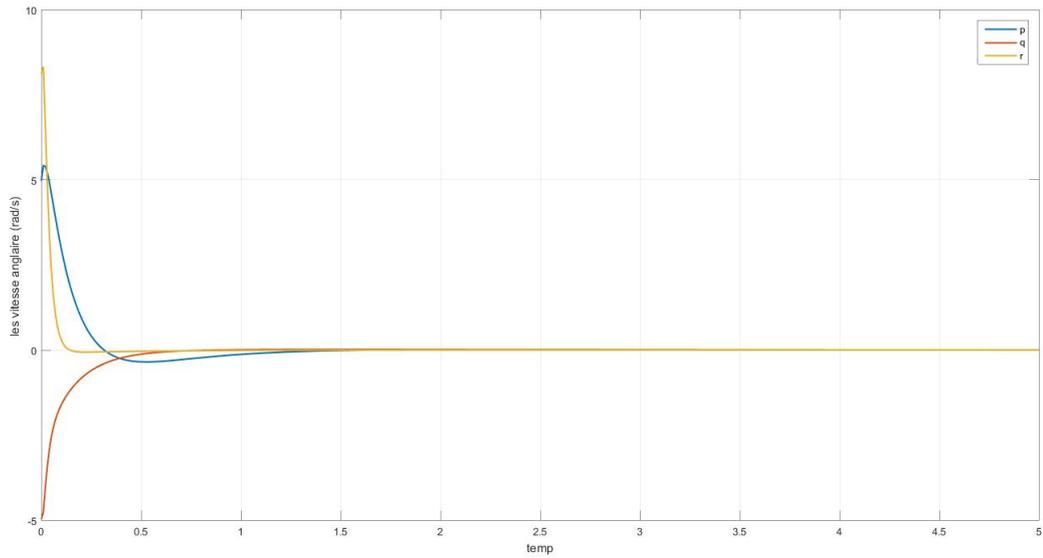


FIGURE 2.5: Les vitesses angulaire pour un régulateur PID et un seul référence

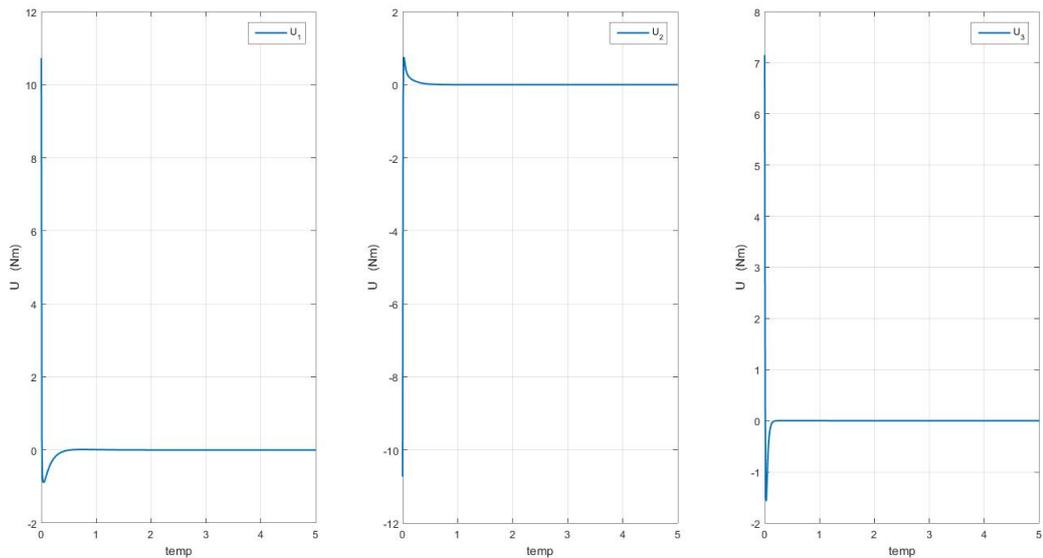


FIGURE 2.6: la commande des rotors pour un régulateur PID et un seul référence

- **Etude comparative** : D'après la simulation nous remarquons bien que la commande par mode glissement est plus performante par rapport à la commande qui synthétise par le régulateur PID tel que le temps de réponse est deux fois plus petit. Même par rapport à l'erreur de poursuite qui aura dans la commande PID plus importante même pour les vitesses angulaires, et pour la commande des rotors et dans le cas PID le changement dans les vitesses est très grand qu'il n'adapte pas avec la dynamique des moteurs contrairement à la commande glissante qui fait un changement normal.

2.2.2 Etude d'impact de la variation des perturbations

- Perturbation fixe :

Nous appliquons une perturbation fixe de 1% de la référence à partir de la durée 2.5s et on simulé sur notre systèmes pour les deux régulateur PID et mode glissant ,on obtient les résultats de la variation des angle qu'il sont représenté dans figure2.7 et figure2.8 pour montre l'influence de ces perturbations :

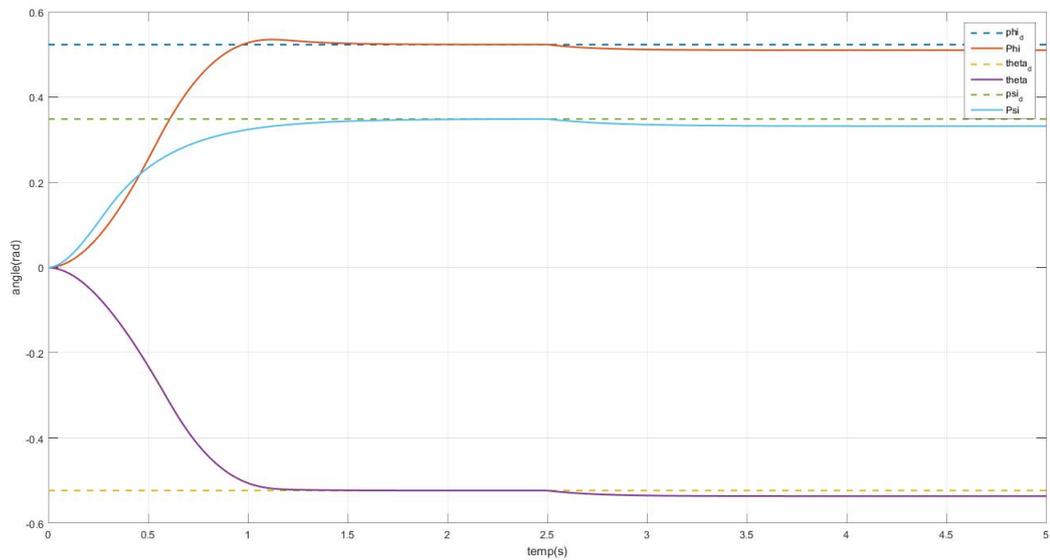


FIGURE 2.7: La variation des angles par rapport une perturbation fixe por un régulateur MG

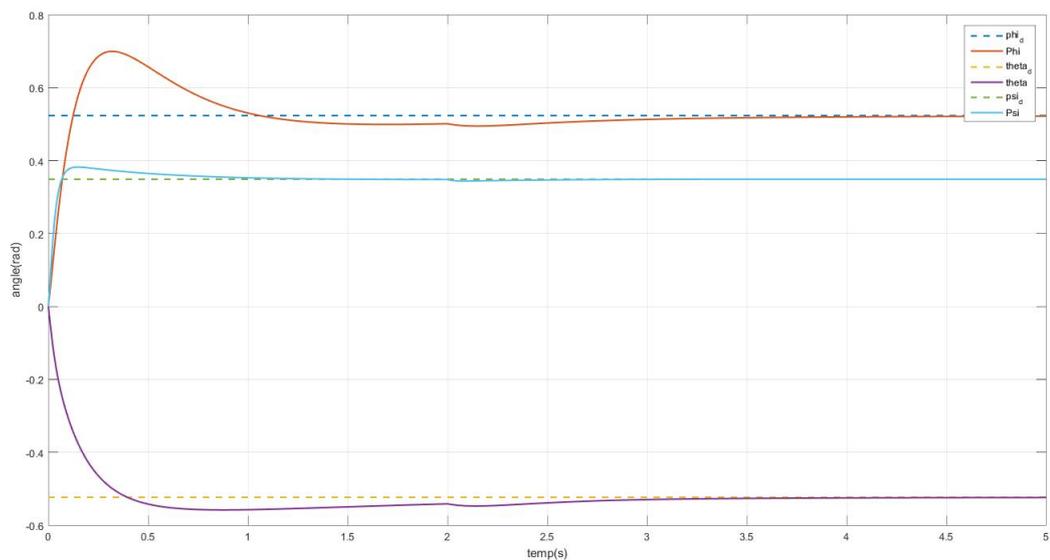


FIGURE 2.8: La variation des angles par rapport une perturbation fixe pour un régulateur PID

- Etude comparative :

Après la simulation nous remarquons que la commande par mode glissant est plus robuste

par rapport le régulateur PID ,tel que le régulateur glissant regete les perturbation avec un petit erreur statique et retera le système stable , mais le régulateur PID perde son fonctionnement naturele à cause de apparition d'un erreur statique dans la mauvaise choix des gain pour des perturbation assez grand .Les figure suivant figure 2.9 et figure 2.10 présente l'erreur de la sortie pour des perturbation fixe :

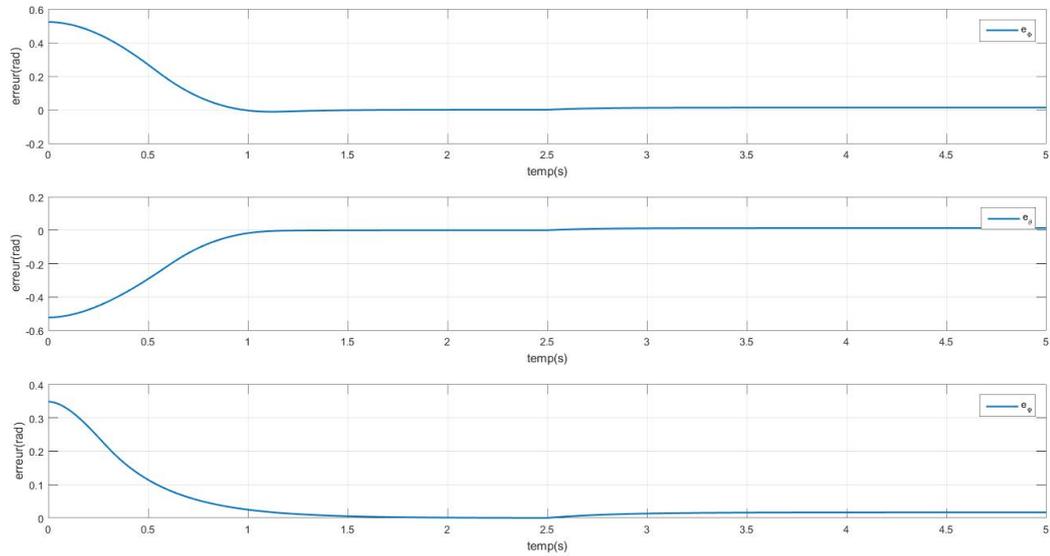


FIGURE 2.9: L'erreur sur les angles pour un régulateur MG sur une perturbation fixe

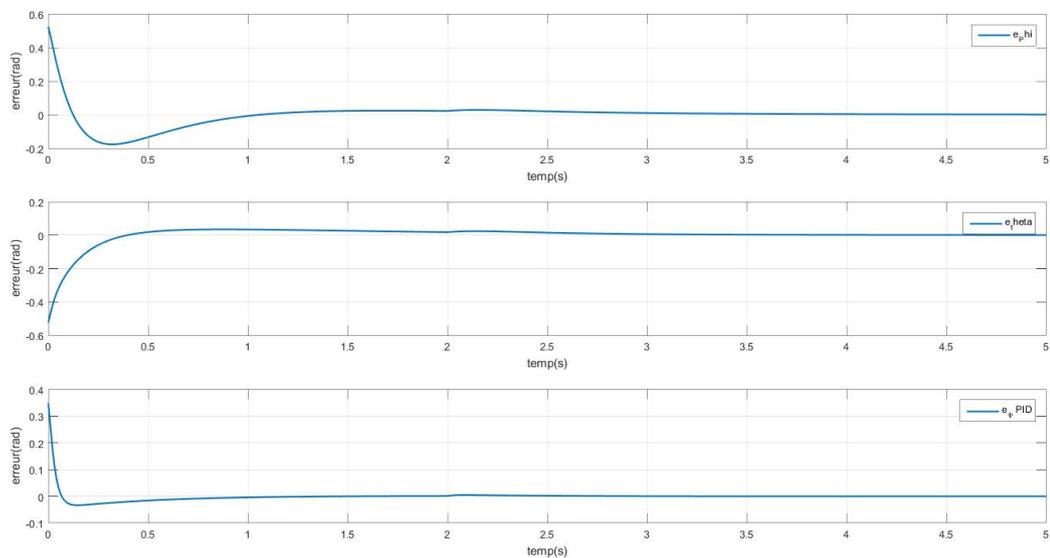


FIGURE 2.10: L'erreur sur les angles pour un régulateur PID sur une perturbation fixe

- Perturbation variable (bruit) :

Nous appliquons une perturbation sinusoidales de fréquence de $1Mhz$ à partir de la durrée $2.5s$ et on simulé sur notre systèmes pour les deux régulateur PID et mode glissant ,on obtient les résultats de la variation des angle qu'il sont représenté dans figure2.11 et figure2.12 pour montre l'influence de ces perturbations :

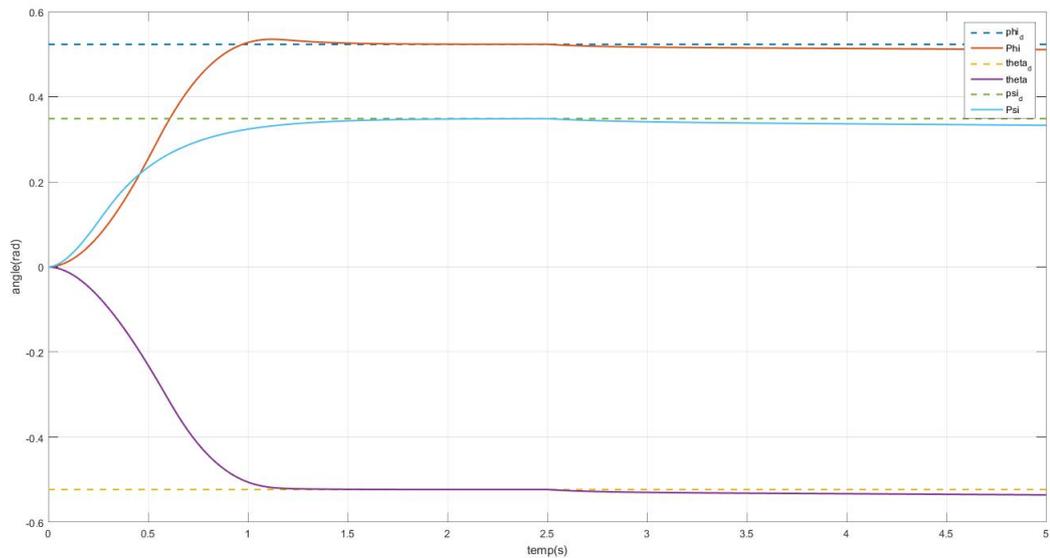


FIGURE 2.11: La variation des angles par rapport une perturbation sinusoidales pour un régulateur MG

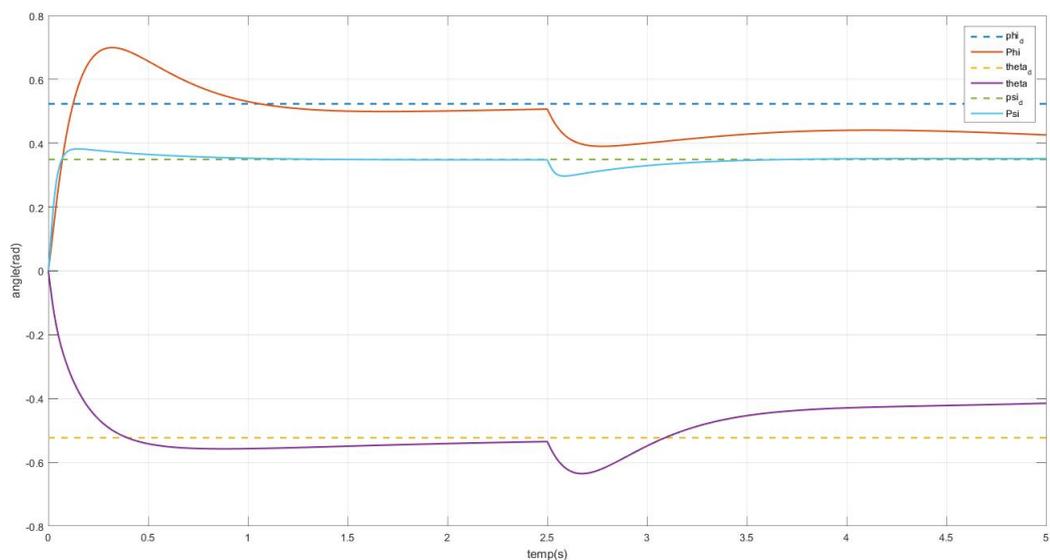


FIGURE 2.12: La variation des angles par rapport une perturbation sinusoidales pour un régulateur PID

Après la simulation nous remarquons que la commande par mode glissant est plus robuste par rapport le régulateur PID ,tel que le régulateur glissant regete les perturbation avec un petit erreur statique et retera le système stable , mais le régulateur PID perde son stabilité à cause de la bruits dans la sortie .donc les régulateur PID pour des gain pré-choisie ne peut pas absorbe les bruits et les perturbation variable .

2.2.3 Variation paramétrique

pour cela nous avons appliquons des variation dans les paramètre de système pour comparé la robustesse entre les deux commande les deux figure figure2.13 et figure2.14

représente la variation des angles par rapport à la variation qu'on a appliqué a partir de la durrée 2.5s

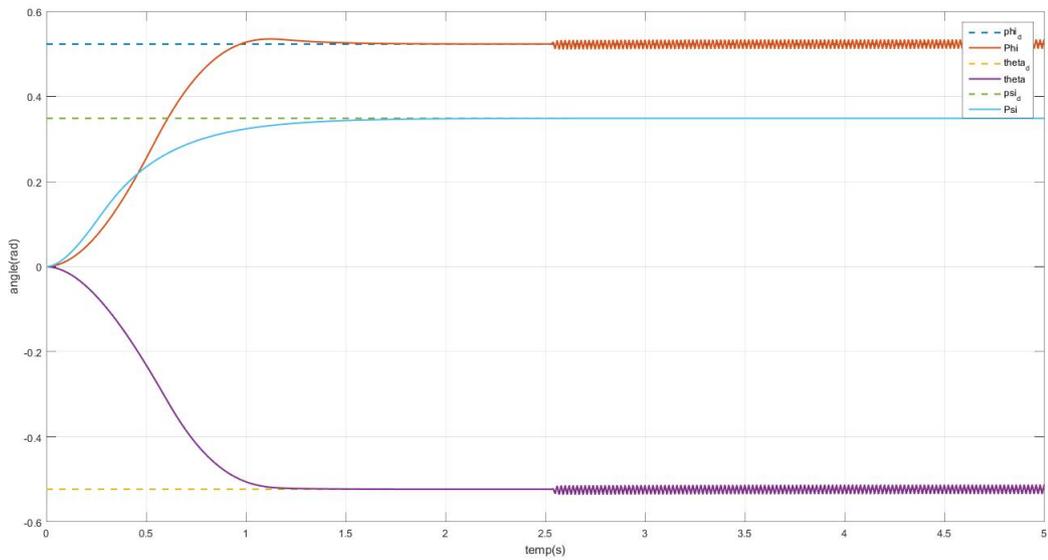


FIGURE 2.13: La variation des angles par rapport une variation paramétrique pour un régulateur MG

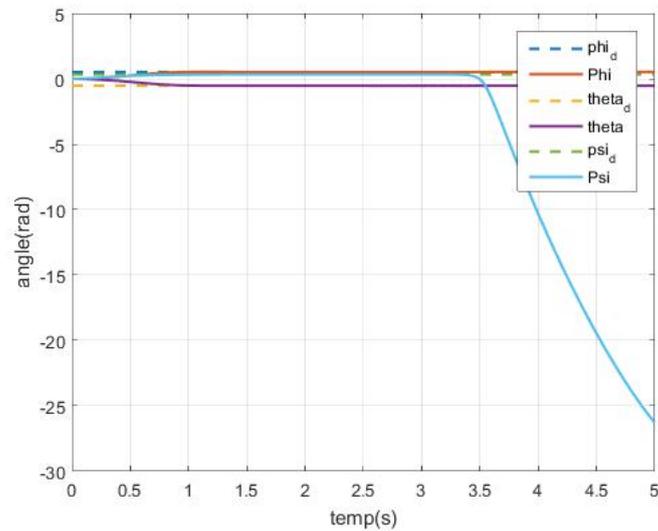


FIGURE 2.14: La variation des angles par rapport une variation paramétrique pour un régulateur PID

nous remarquons bien que la commande par mode glissant est plus robuste dans le cas du variation des paramètre qui regret les pertes dans les paramètres et stabilise la sortie rapidelment à la consigne donnée mais la commande PID ne les fait pas qu'il stabilise le système mais avec un erreur tres important et un retard de la convergence .

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu des simulations de notre modèle dynamique du quadrirotor dans plusieurs situations et scénarios, ensuite nous avons fait une comparaison entre les deux commandes qui nous ont été appliquées, la commande PID et la commande par mode glissant, dans plusieurs situations, dans la performance et la robustesse et nous avons conclu que la seconde est la meilleure car elle a un temps de réponse plus court et une erreur de réglage plus faible et est plus robuste pour les différents bruits et perturbations.

Conclusion

Pour faire l'analyse de robustesse des lois de commande PID et mode glissant pour la commande d'attitude de quadricoptère, nous avons commencé par la modélisation qui regroupe un ensemble de techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique de système a étudié, nous avons donc passé par la méthode d'Euler et on a abouti a un model mathématique qui représente les dynamique de notre quadricoptère. Ensuite nous avons entamé la commande de quadricoptère et nous avons commencé par une commande PID car elle représente la vue classique de la commande, les lois de la commande de type pid sont très efficaces dans le cas des système linéaire a paramètres constantes mais dans le cas des système nous linéaire ayant des variations paramétriques ces lois peuvent être insuffisantes. Alors dans la deuxième partie de synthèse nous avons fait appel à la commande par mode glissement pour améliorer le robustesse et les performance de notre système.

Dans la dernière partie de ce travail nous avons fait une étude comparative entre les deux lois de commande déjà cité .la comparaison s'est basée sur deux axes major de l'automatique a savoir les performances et la robustesse. En ce qui concerne les performances nous avons comparé le temps de réponse et la compensation d'erreur de sortie introduit des variations paramétriques dans le système et pour la robustesse nous avons adopté plusieurs bruits et perturbations.

La simulation a clairement montré que la commande par mode glissant est plus robuste plus performante de celui du régulateur PID par ce que notre système est un système non-linéaire qui a des variations dans les paramètres et les conditions externes.

Bibliographie

- [1] ICAO (International Civil Aviation ORGANIZATION). *Circular 328 AN/190 : Unmanned Aircraft Systems*. 2011.
- [2] George J. Vachtsevanos (eds.) KIMON P. VALAVANIS. *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*. 1^{re} éd. Springer Netherlands, 2015. ISBN : 978-90-481-9706-4,978-90-481-9707-1.
- [3] Matko ORSAG et Stjepan BOGDAN. « Influence of Forward and Descent Flight on Quadrotor Dynamics ». In : Dr. Ramesh AGARWAL. *Recent Advances in Aircraft Technology*. 2012. ISBN : 978-953-51-0150-5. URL : <http://www.intechopen.com/books/recent-advances-in-aircraft-technology/influence-of-forwardand-descent-flight-on-quadrotor-dynamics>.
- [4] Y. C. CHOI et H. S. AHN. « Nonlinear Control of Quadrotor for Point Tracking: Actual Implementation and Experimental Tests ». In : *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 20.3 (2015), p. 1179–1192. ISSN : 1083-4435. DOI : 10.1109/TMECH.2014.2329945.
- [5] S. H. DOLATABADI et M. J. YAZDANPANAHI. « MIMO sliding mode and backstepping control for a quadrotor UAV ». In : *2015 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering*. 2015, p. 994–999. DOI : 10.1109/IranianCEE.2015.7146356.
- [6] C. WU. « Robust output feedback position control for quadrotor based on disturbance observer ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. 2015, p. 446–451. DOI : 10.1109/ROBIO.2015.7418808.
- [7] R. MAHONY, V. KUMAR et P. CORKE. « Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor ». In : *IEEE Robotics Automation Magazine* 19.3 (2012), p. 20–32. ISSN : 1070-9932. DOI : 10.1109/MRA.2012.2206474.
- [8] Guillaume CHARLAND-ARCAND. « Contrôle non linéaire par backstepping d’un hélicoptère de type quadrotor pour des applications autonomes ». Maîtrise en génie électrique. École de Technologie Supérieure, Université du Québec, 2014.
- [9] Matthew RICH. « Model development, system identification, and control of a quadrotor helicopter ». MASTER OF SCIENCE. Iowa State University, 2012.
- [10] Samir BOUABDALLAH, Andre NOTH et Roland SIEGWART. « PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor ». In : *Intelligent Robots and Systems, 2004.(IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*. T. 3. IEEE. 2004, p. 2451–2456.
- [11] Ian D COWLING, James F WHIDBORNE et Alastair K COOKE. « Optimal trajectory planning and LQR control for a quadrotor UAV ». In : *UKACC International Conference on Control*. 2006.
- [12] Samir BOUABDALLAH. « Design and control of quadrotors with application to autonomous flying ». Thèse de doct. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007.

- [13] Tarek MADANI et Abdelaziz BENALLEGUE. « Backstepping control for a quadrotor helicopter ». In : *Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE. 2006, p. 3255–3260.
- [14] Mehmet Önder EFE. « Robust low altitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes ». In : *Control & Automation, 2007. MED'07. Mediterranean Conference on*. IEEE. 2007, p. 1–6.
- [15] Y. LI et S. SONG. « A survey of control algorithms for Quadrotor Unmanned Helicopter ». In : *Advanced Computational Intelligence (ICACI), 2012 IEEE Fifth International Conference on*. 2012, p. 365–369. DOI : 10.1109/ICACI.2012.6463187.
- [16] P. KACHROO et M. TOMIZUKA. « Chattering reduction and error convergence in the sliding-mode control of a class of nonlinear systems ». In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 41.7 (1996), p. 1063–1068. ISSN : 0018-9286. DOI : 10.1109/9.508917.
- [17] Vincent BREGEAULT. « Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants ». Thèse de doct. Ecole Centrale de Nantes (ECN)(ECN)(ECN)(ECN), 2010.