

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'automatique

Laboratoire de Commande des Processus

Mémoire de Master

pour l'obtention du diplôme de Master en Automatique

---

# Commande du système de contrôle débit-pompe de la station PCS compacte "FESTO" par la méthode de Lyapunov

---

**Abderrahmane BARKAT**

Sous la direction de  
**Mr. E.M. BERKOUK Professeur**  
**Mr. R. ILLOUL MCA**

Présenté et soutenu publiquement le 26/06/2016

## Composition du Jury :

Président	Mr. E.H. CHKIREB	Professeur	ENP
Rapporteur/Promoteur	Mr. E.M BERKOUK	Professeur	ENP
Co-Promoteur	Mr. R. ILLOUL	MCA	ENP
Examineur	Mr. L. ABDELLOUEL	MAA	ENP

ENP (2016)



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'automatique

Laboratoire de Commande des Processus

Mémoire de Master

pour l'obtention du diplôme de Master en Automatique

---

# Commande du système de contrôle débit-pompe de la station PCS compacte "FESTO" par la méthode de Lyapunov

---

**Abderrahmane BARKAT**

Sous la direction de  
**Mr. E.M. BERKOUK Professeur**  
**Mr. R. ILLOUL MCA**

Présenté et soutenu publiquement le 26/06/2016

## Composition du Jury :

Président	Mr. E.H. CHKIREB	Professeur	ENP
Rapporteur/Promoteur	Mr. E.M BERKOUK	Professeur	ENP
Co-Promoteur	Mr. R. ILLOUL	MCA	ENP
Examineur	Mr. L. ABDELLOUEL	MAA	ENP

ENP (2016)

## ملخص:

العمل المقدم في هذه المذكرة يستند أساسا على تطوير تقنية تحكم متقدم وهي الخطوات التراجعية لضبط نظام التحكم في التدفق الحالي في تركيب محطة فيستو.  
كلمات مفتاحية:

مسير صناعي ميرمج "سيمنس"، أجهزة الاستشعار، المشغلات، الخطوات التراجعية.

## Abstract :

The work presented in this paper is mainly based on the development of a robust control which is "Backstepping" for adjusting the flow control system present in the installation of the FESTO station.

Keywords :

Programmable Logic Controller SIEMENS, sensors, actuators, Backstepping.

## Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire est basé essentiellement sur la mise au point d'une commande robuste qui est "Backstepping" pour le réglage du système de contrôle de débit présent dans l'installation de la station FESTO.

Mots clés :

Automate Programmable Industriel SIEMENS, capteurs, actionneurs, Backstepping.

## Remerciements

Tous d'abord je remercie Dieu de m'avoir accordé la connaissance, donner le courage, la patience et la santé pour réaliser ce travail.

Toute ma gratitude à mes parents pour leur soutien indéfectible.

En particulier l'expression de ma grande reconnaissance à Monsieur E.M. BERKOUK et Monsieur R. ILLOUL pour leur confiance qu'ils m'ont accordée en acceptant de m'encadrer, la pertinence de leurs conseils, leurs soutiens, leurs disponibilités pour répondre à mes questions et à mes attentes et pour l'attention qu'ils m'ont apporté durant l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens également à remercier les membres de jury Monsieur E.H. CHEKIREB et Monsieur L. ABDELLOUEL d'avoir accepté d'examiner ce modeste travail.

Je remercie enfin fortement tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.

# Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Introduction générale.....	7
Chapitre I    Système didactique de contrôle de processus « FESTO » .....	8
I.1    Introduction .....	8
I.2    Présentation du système.....	8
I.2.1    Élément de contrôle.....	9
I.2.2    Terminal d'entrées/sorties .....	9
I.2.3    Terminal de conversion.....	10
I.2.4    Installation.....	11
I.3    Présentation du système de contrôle de débit.....	13
I.4    Conclusion .....	16
Chapitre II    Commande par la méthode de Lyapunov .....	17
II.1    Introduction .....	17
II.2    Notion de stabilité au sens de Lyapunov .....	17
II.2.1    Éléments de théorie .....	17
II.2.2    Principe de la technique du Backstepping.....	19
II.3    Application de la commande au système de contrôle débit-pompe .....	22
II.4    Conclusion .....	26
Conclusion générale .....	27
Bibliographie .....	28

# Liste des tableaux

Tableau I-1 Composants de l'installation et leurs identifiants .....	11
Tableau I-2 Tableau d'adressage des entrées binaires .....	14
Tableau I-3 Tableau d'adressage des sorties binaires .....	15
Tableau I-4 Tableau d'adressage des entrées/sorties analogiques .....	15

# Liste des figures

Figure I.1 Maquette didactique FESTO .....	9
Figure I.2 Terminal d'entrées/sorties analogiques X2 .....	10
Figure I.3 Terminal d'entrées/sorties binaires XMA1 .....	10
Figure I.4 Diagramme synoptique de l'installation didactique FESTO .....	11
Figure I.5 Circuit relatif à la régulation de débit avec la pompe.....	13
Figure I.6 Diagramme électrique de la régulation de débit avec la pompe.....	14
Figure II.1 Diagramme bloc du système (II.2).....	19
Figure II.2 Diagramme du système équivalent (II.3).....	20
Figure II.3 Backstepping de $-\varphi(x)$ à travers l'intégrateur .....	21
Figure II.4 Réponse indicielle du système débit-pompe en boucle ouverte.....	22
Figure II.5 Réponse du système réel avec la commande Backstepping.....	24
Figure II.6 Réponse du système réel avec la commande Backstepping ( $\lambda=20$ ) .....	25
Figure II.7 Réponse du système réel avec la commande Backstepping ( $\lambda=2$ ) .....	25
Figure II.8 Réponse du débit réel ( $\lambda=8$ ).....	26

# Introduction générale

Durant ces dernières années, une grande partie de la communauté scientifique s'est intéressée à la recherche des procédures récursives pour la mise au point des lois de commande pour les systèmes non linéaires, comme par exemple le Backstepping, un certain nombre d'ouvrages traitant de cette nouvelle approche théorique sont apparus. Des applications à des procédés ont aussi été présentées dans la littérature. Ces techniques maintenant relativement connues sont essentiellement basées sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov pour ce qui est de l'étude de la stabilité.

La théorie de Lyapunov est un outil important, aussi bien pour les systèmes linéaires que les systèmes non linéaires, malheureusement son utilisation dans le contrôle des systèmes non linéaires est souvent gênée par des difficultés de trouver une fonction de Lyapunov appropriée pour un système donné, si on peut trouver une telle fonction le système est stable, mais la tâche de la trouver est malheureusement délaissée pour l'imagination et l'expérience du concepteur [2].

Ce travail consiste en l'étude théorique de la méthode de commande par Backstepping et son application pratique sur un système de contrôle présent sur l'installation de la station PCS compacte, qui est le système de contrôle de débit actionner par la pompe.

Nous allons donc entamer ce travail par une présentation générale de la station compacte ainsi qu'une description du système qu'on vise à manipuler. Dans la deuxième partie, nous allons aborder l'étude théorique de la commande Backstepping, et on synthétisera par la suite une loi de commande pour notre système et on discutera les résultats.

# Chapitre I

## Système didactique de contrôle de processus

### « FESTO » [1]

#### I.1 Introduction

La station compacte FESTO est un Process Control System (PCS) développé et produit uniquement à des fins de formation professionnelle et d'autres dans le domaine de l'automatisation et de la communication.

Au cours de ce chapitre, on présentera cette station d'un point de vue instrumentation, à savoir les différents capteurs et actionneurs utilisés. Nous décrirons par la suite les différents systèmes de contrôle que constitue l'installation.

#### I.2 Présentation du système

Le système didactique d'apprentissage FESTO (figure I.1) est conçu pour répondre à un certain nombre de formations différentes et exigences professionnelles. La station Compact Workstation fournit un système approprié pour la formation axée sur la pratique, en effet, cette station facilite la formation professionnelle et continue orientée vers l'industrie et le matériel est didactiquement identique aux composants industriels.



**Figure I.1 Maquette didactique FESTO**

Le système d'apprentissage didactique pour l'automatisation FESTO est divisé en quatre parties principales distinctes :

- L'élément de contrôle (Automate programmable industriel SIEMENS S7-313C) ;
- Le terminal analogique d'entrées/sorties ;
- Le terminal de conversion des signaux analogique ;
- L'installation.

### **I.2.1 Élément de contrôle**

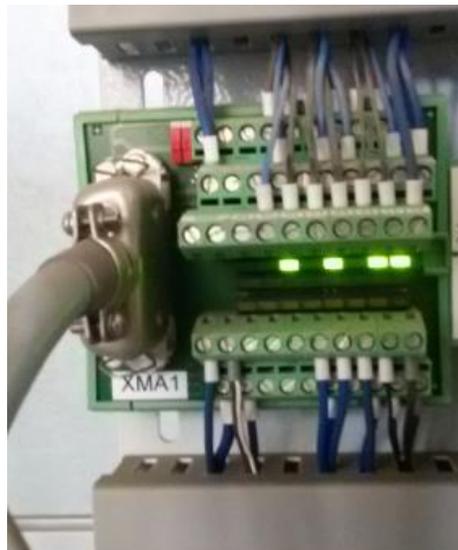
Une description détaillée de l'API S7-313C est mise en point dans le chapitre suivant qui concerne les automates programmables industriel.

### **I.2.2 Terminal d'entrées/sorties**

Ce terminal permet de relier les capteurs et actionneurs à l'API à travers un câblage SYSLINK. On distingue deux terminaux d'entrées/sorties ; terminale d'E/S analogiques X2 (figure I.2) et terminale d'E/S binaires XMA1 (figure I.3).



**Figure I.2 Terminal d'entrées/sorties analogiques X2**



**Figure I.3 Terminal d'entrées/sorties binaires XMA1**

### **I.2.3 Terminal de conversion**

Avant d'être reliés au terminal analogique d'entrées/sorties, les différents capteurs et actionneurs passe d'abord par le terminal de conversion des signaux analogiques. Ce dernier est constitué de plusieurs convertisseurs analogiques, qui permettent, d'un côté, de convertir les signaux envoyés par les différents capteurs analogiques constituant l'installation en signaux

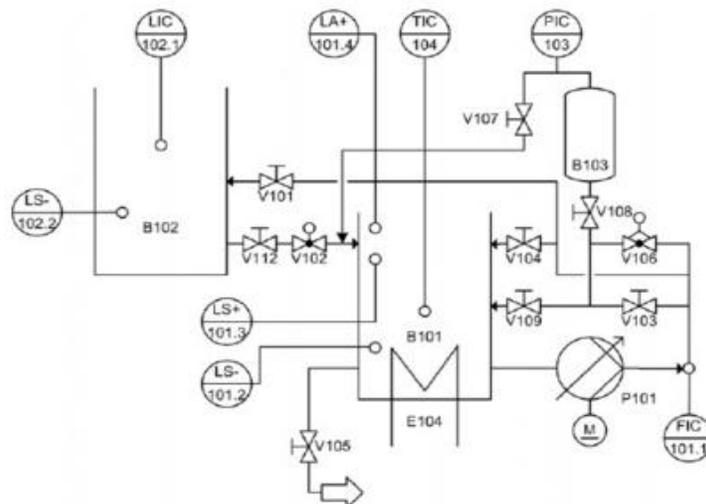
standard (0...10V) et d'un autre côté, de transformer les signaux analogiques envoyés par l'API vers les éléments de contrôle en signaux standards (0...10V) ou (0...24V), (voir annexe A).

### I.2.4 Installation

Elle combine quatre systèmes en boucle fermée qu'on va réguler par la suite et qui sont :

- Système de contrôle de niveau ;
- Système de contrôle de débit ;
- Système de contrôle de pression ;
- Système de contrôle de température.

La figure I.2 montre le diagramme synoptique complet de l'installation.



**Figure I.4 Diagramme synoptique de l'installation didactique FESTO**

Les composants de base constituant l'installation et figurant dans le diagramme ci-dessus sont illustrés dans le tableau suivant :

**Tableau I-1 Composants de l'installation et leurs identifiants**

Composant	Identifiant
Deux réservoirs de liquide	B101 et B102
Réservoir de pression	B103

## Chapitre I : Système didactique de contrôle de processus « FESTO »

---

Capteur de niveau ultrasonique	LIC102.1
Capteur de débit fréquentiel	FIC101.1
Capteur de pression piézorésistif	PIC103
Capteur de température pt100	TIC104
Deux détecteurs de proximité capacitifs	LS-101.2 et LS+101+3
Flotteur électromécanique de seuil dans le réservoir B102	LS-102.2
Flotteur anti-débordement dans le réservoir B101	LA+101.4
Pompe centrifuge	P101
Moteur de contrôle pour la pompe	M1
Vanne proportionnelle avec un module de contrôle électronique	V106
Système de chauffage avec un relai de contrôle intégré	E104
Processus de vanne à bille avec un entraînement rotatif pneumatique type (SYPAR)	V102
Vannes manuelles	V101, V103, V104, V107, V108, V109 et V112
Robinet de vidange	V105

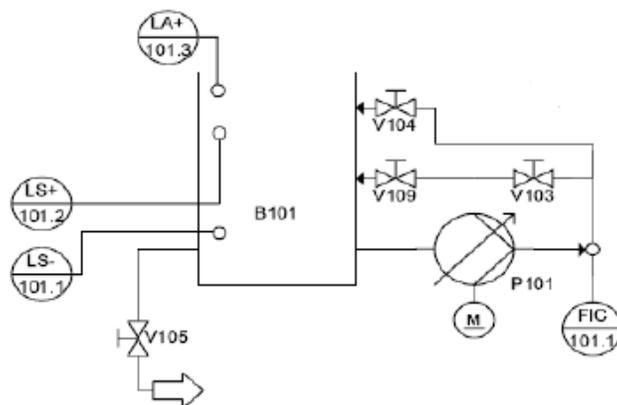
Ainsi que le reste des composants :

- Unité de service pneumatique ;
- Jauge de pression 0...1bar ;
- Support de montage ;
- Panneau de contrôle ;
- API SIEMENS S7-313C ;
- Terminal d'entrées/sorties ;
- Terminal des signaux analogiques ;
- Convertisseurs de signaux : courant/tension, fréquence/tension, PT100/tension.

### I.3 Présentation du système de contrôle de débit

La régulation de débit dans un système de canalisation est indispensable, dans notre cas cette régulation se fait, soit en commandant la pompe, soit en commandant la vanne proportionnelle V106.

Nous nous intéressons dans ce travail à la commande de débit par la pompe ; le diagramme synoptique correspondant est montré dans la figure I.5 :



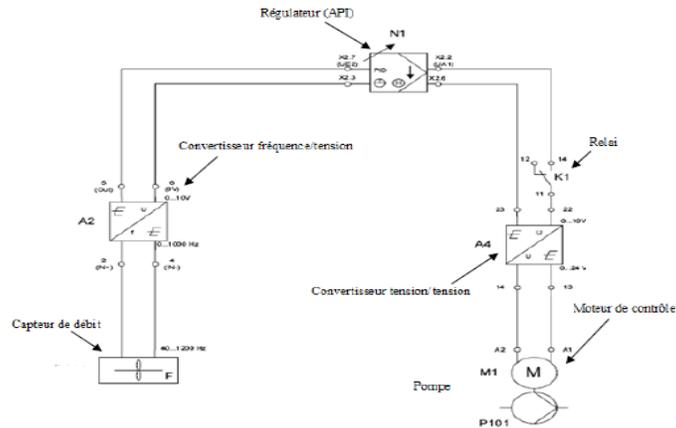
**Figure I.5 Circuit relatif à la régulation de débit avec la pompe**

Le principe de fonctionnement de cette boucle de régulation est que l'élément de contrôle, pompe le liquide de réservoir B101 à travers la canalisation, qui passe par un capteur de débit optoélectronique, pour le réinjecter ensuite dans ce même réservoir.

Le capteur optoélectronique mesure la valeur du débit et la transmet sous la forme d'une onde carrée (0...1000Hz), cette valeur est ensuite convertie en une tension standard (0...10V) par le convertisseur de fréquence/tension (A2), puis l'API la réceptionne à travers le canal UE2 du terminal analogique X2.

La valeur de réglage (0...10V) générée par l'API est transmise au moteur de contrôle (M1) de la pompe par un relais K1 et un convertisseur tension/tension (A4). Ce dernier permettra d'adapter la tension standard (0...10V) en une tension (0...24V).

Le diagramme électrique suivant explique ce principe de régulation :



**Figure I.6 Diagramme électrique de la régulation de débit avec la pompe**

La liste des cases mémoires qui relient la CPU à toutes les entrées/sorties de l'instrumentation est résumée dans les trois tableaux suivants :

**Tableau I-2 Tableau d'adressage des entrées binaires**

Entrées binaires (station)	Identifiant	Adresse
Capteur de débit (fréquence 0...1000Hz)	B102	E 0.0
Flotteurs de sécurité anti débordement (NF) LS+101 (réservoir B101)	S111	E 0.1
Flotteurs de surveillance des seuils de remplissage LS-102 (réservoir B102)	S112	E 0.2
Détecteur de proximité bas LO-101 (réservoir B101)	B113	E 0.3
Détecteur de proximité haut LO+101 (réservoir B101)	B114	E 0.4
Micro-interrupteur pour la vanne V102 (ouverte)	S115	E 0.5
Micro-interrupteur pour la vanne V102 (fermée)	S116	E 0.6
<b>Entrées binaires (panneau de contrôle)</b>		
Bouton de démarrage (NO)	S1 (START)	E 1.0
Bouton de d'arrêt (No)	S2 (ARRET)	E 1.1

## Chapitre I : Système didactique de contrôle de processus « FESTO »

Commutateur mode automatique/mode manuel	S3 (MAN/AUTO)	E 1.2
Bouton de réinitialisation (NF)	S4 (RESET)	E 1.3

**Tableau I-3 Tableau d'adressage des sorties binaires**

<b>Sorties binaires (station)</b>	<b>Identifiant</b>	<b>Adresse</b>
Ouverture du processus de vanne à bille V102	Y 102	A 0.0
Allumage de l'élément chauffant (réservoir)	E 104	A 0.1
Choix du mode de fonctionnement de la pompe	PompePreset	A 0.2
Pompe P101 on/off	PompeOn	A 0.3
Activation de la vanne proportionnelle V106	V106_On	A 0.4
<b>Sorties binaires (panneau de contrôle)</b>		
Indicateur de démarrage	H1 (START)	A 1.0
Indicateur de réinitialisation	H2 (ARRET)	A 1.1
Indicateur Q1 (opération en boucle ouverte)	H3 (MAN/AUTO)	A 1.2
Indicateur Q2 (opération en boucle fermée)	H4 (RESET)	A1.3

**Tableau I-4 Tableau d'adressage des entrées/sorties analogiques**

<b>Entrées analogiques (station)</b>	<b>Identifiant</b>	<b>Adresse</b>
Canal d'entrée analogique 0 pour le capteur de niveau (UE1 0...10V)	AE_Niveau	PEW3
Canal d'entrée analogique 1 pour le capteur de débit (UE2 0...10V)	AE_Débit	PEW5
Canal d'entrée analogique 2 pour le capteur de pression (UE3 0...10V)	AE_Pression	PEW7
Canal d'entrée analogique 3 pour le capteur de température (UE4 0...10V)	AE_Température	PEW9
<b>Sorties analogiques (station)</b>		

Canal de sortie analogique pour la pompe P101	AA_Pompe	PAW3
Canal de sortie analogique pour la vanne proportionnelle V106	AA_Vanne	PAW5

### I.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le système étudier qui est le système de contrôle de débit présent sur la station de travail PCS compacte « FESTO ». Nous avons donc en premier lieu, présenter la station de travail en générale, ensuite nous avons expliqué le principe du fonctionnement de la boucle de régulation de débit avec le moyen de la pompe ; et pour finir nous avons présenté les différentes adresses qui relis l'automate à l'instrumentation de l'installation afin de permettre la communication.

Dans le chapitre suivant nous allons étudier la commande du système de contrôle de débit par une commande robuste qui est la commande Backstepping.

# Chapitre II

## Commande par la méthode de Lyapunov

### II.1 Introduction

On vise dans ce chapitre, la conception d'une loi de commande stabilisante robuste. Nous allons utiliser une technique de commande basé sur la théorie de Lyapunov « Backstepping ». La méthode de Lyapunov est une technique originale qui fournit un outil de conception très puissant, elle permet la mise au point de lois de commande pour les systèmes non linéaires d'une manière récurrentes.

Ce chapitre introduit les techniques de bases du Backstepping, ou on explique quelques concepts sur la théorie de Lyapunov, on introduira par la suite les idées de base de la conception des lois de commande par la méthode de Lyapunov, pour enfin développer une commande pour notre système.

### II.2 Notion de stabilité au sens de Lyapunov

La commande par la méthode du Backstepping est basé sur la théorie de Lyapunov l'objectif de la procédure est de construire une loi de commande qui ramène le système vers un état désiré, qui est généralement un état d'équilibre stable en boucle fermée.

Dans cette section on donne quelques notions de stabilité au sens de Lyapunov, les conditions de stabilité des différents états d'équilibres des systèmes dynamiques non linéaires [2].

#### II.2.1 Eléments de théorie [3]

Considérons le système autonome de dimension finie décrit par l'équation différentielle vectorielle non-linéaire du premier ordre :

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n \quad (\text{II.1})$$

## Chapitre II : Commande par la méthode de Lyapunov

---

Ou le champ de vecteur  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  est considéré Lipchitzien sur un domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  incluant l'origine.

Supposons que  $x_e$  est un point d'équilibre du système ;  $f(x_e) = 0$  ;

A l'état initiale  $x(0)$ , nous disons que le point d'équilibre est :

1. Stable, si pour chaque  $\varepsilon > 0$  existe  $\delta(\varepsilon) > 0$ , tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \implies \|x(t) - x_e\| < \varepsilon \text{ pour tout } t \geq 0$$

2. Asymptotiquement stable, s'il est stable et que de plus il existe  $r > 0$ , tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < r \implies x(t) \rightarrow x_e \text{ lorsque } t \rightarrow \infty$$

3. Globalement asymptotiquement stable, s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux.
4. Instable, s'il n'est pas stable.

Lyapunov a proposé l'idée d'incorporer le vecteur d'état  $x(t)$  dans une fonction scalaire  $V(x)$  afin de quantifier la distance entre  $x(t)$  et le point d'équilibre du système. Cette fonction peut être considérée comme une représentation de l'énergie contenue dans le système. S'il est possible de montrer qu'elle est continue et strictement décroissante selon  $t$ , alors le système lui-même doit se déplacer vers l'équilibre [4].

### **Définition 1** *Fonction définie positive*

Une fonction scalaire  $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est dite définie positive dans le domaine  $\Omega$  si :

1.  $V(0) = 0$
2.  $V(x) > 0, \forall x \neq 0$

### **Définition 1** *Fonction définie négative*

Une fonction scalaire  $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est dite définie négative dans le domaine  $\Omega$  si :

1.  $V(0) = 0$
2.  $V(x) < 0, \forall x \neq 0$

### **Définition 3** *Fonction propre*

## Chapitre II : Commande par la méthode de Lyapunov

Une fonction scalaire  $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est dite propre si :

$$V(x) = 0 \rightarrow +\infty \text{ quand } \|x\| \rightarrow +\infty \quad V(x) < 0, \forall x \in \Omega \text{ et } x \neq 0$$

### Corollaire

Soit  $x = 0$  un point d'équilibre pour un système donné, et  $V(x)$  une fonction scalaire continue et différentiable en  $x$ , tel que :

1.  $V(x)$  est définie positive.
2.  $V(x)$  est propre.
3.  $\dot{V}(x)$  est définie négative.

Alors  $x = 0$  est Globalement asymptotiquement stable

### II.2.2 Principe de la technique du Backstepping [3]

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$ , est le vecteur d'état et  $u \in \mathbb{R}$  est l'entrée du système,  $f$  et  $g$  sont des fonctions non linéaires connues avec  $f(0) = 0$  et  $g(x) \neq 0$ . Le diagramme bloc de ce système est montré dans la figure II.1 :

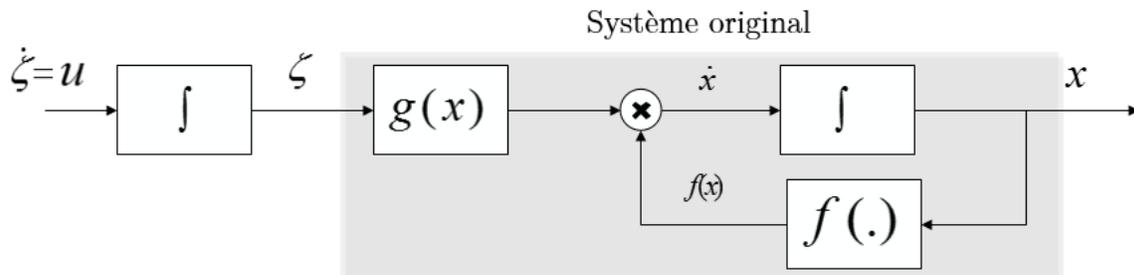


Figure II.1 Diagramme bloc du système (II.2)

Dans le système représenté ci-dessus, on peut contrôler  $x$  par  $\xi$ , si  $\xi$  était l'entrée actuelle du système, cependant, ce n'est pas le cas. De plus, il est possible de contrôler  $\xi$  par  $u$ , l'idée est donc d'utiliser le Backstepping pour combiner les deux contrôleurs.

Pour stabiliser le système (II.2), on procède comme suit, on ajoute et on retranche  $g(x)\varphi(x)$ . On obtient le système équivalent :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\varphi(x) + g(x)(\xi - \varphi(x)) \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

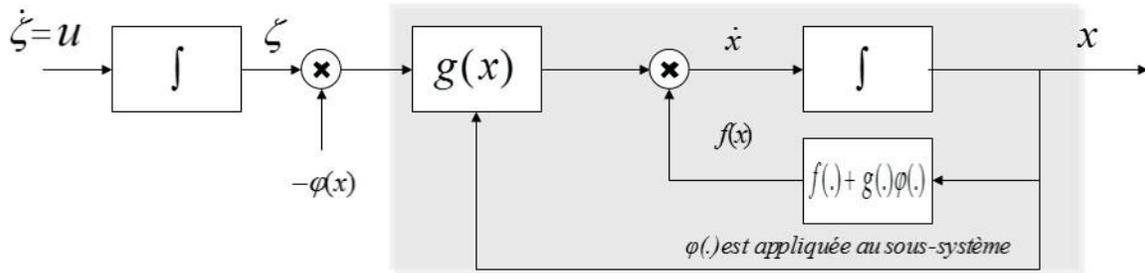


Figure II.2 Diagramme du système équivalent (II.3)

Le diagramme ci-dessus montre clairement que si  $\xi = \varphi(x)$  alors l'erreur entre  $\xi$  et  $\varphi$  est nulle. Ainsi, avec une telle technique  $\varphi$  sera appliqué directement au sous-système en question. Soit le changement de variable :

$$z = \xi - \varphi(x) \quad (\text{II.4})$$

La dérivée de lie de  $z$  est donnée par :

$$\dot{z} = \dot{\xi} - \dot{\varphi} \quad (\text{II.5})$$

On a par ailleurs

$$\dot{\xi} = u \quad (\text{II.6})$$

De plus

$$\dot{\varphi}(x) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \dot{x} \quad (\text{II.7})$$

En substituant l'expression (II.2) dans l'équation (II.7), on obtient alors :

$$\dot{\varphi}(x) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} (f(x) + g(x)\xi) \quad (\text{II.8})$$

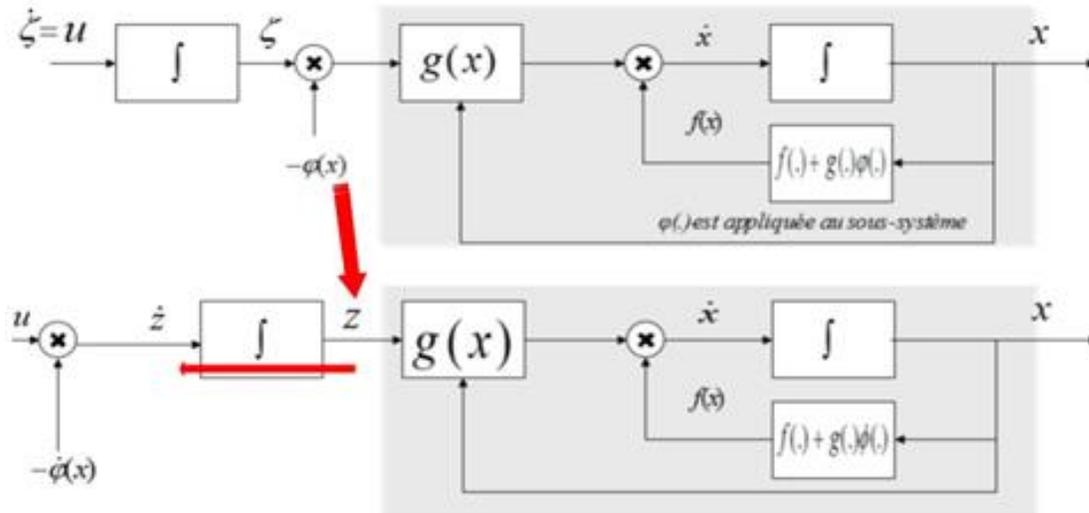


Figure II.3 Backstepping de  $-\varphi(x)$  à travers l'intégrateur

Cette technique est en fait un Backstepping de  $\varphi$  à travers l'intégrateur ;

En notant :

$$v = \dot{z} \quad (\text{II.9})$$

Le système (II.3) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\varphi(x) + g(x)z \\ \dot{z} = v \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Le système (II.10) est équivalent au système (II.2).

A partir du système, on tire la fonction de Lyapunov donnée par :

$$V(x, z) = V_1(x) + \frac{1}{2}z^2 \quad (\text{II.11})$$

La dérivée de Lie de cette fonction s'exprime par :

$$\dot{V} = \frac{\partial V_1}{\partial x} (f(x) + g(x)\varphi(x) + g(x)z) + \dot{z}z \quad (\text{II.12})$$

En remplaçant l'équation (II.9) dans l'expression (II.12)

$$\dot{V} = \left( \frac{\partial V_1}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V_1}{\partial x} g(x)\varphi(x) + \frac{\partial V_1}{\partial x} g(x)z \right) + zv \quad (\text{II.13})$$

Pour assurer que la dérivée de la fonction de Lyapunov est définie négative, on pose :

$$v = - \left( \frac{\partial V_1}{\partial x} g(x) + \lambda z \right), \lambda \geq 0 \quad (\text{II.14})$$

Ce qui conduit au résultat

$$\dot{V} = \left( \frac{\partial V_1}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V_1}{\partial x} g(x) \varphi(x) \right) - \lambda z^2 \quad (\text{II.15})$$

Il s'en suit que :

$$\dot{V} \leq -L(x) - \lambda z^2 \quad (\text{II.16})$$

Ce qui implique que l'origine du système (II.10),  $\begin{pmatrix} x=0 \\ z=0 \end{pmatrix}$  est globalement asymptotiquement stable.

Finalement, à partir de (II.4), on déduit que l'origine de (II.2),  $\begin{pmatrix} x=0 \\ \xi=0 \end{pmatrix}$  est asymptotiquement stable.

### II.3 Application de la commande au système de contrôle débit-pompe

Dans cette partie, nous allons synthétiser la loi de commande par la méthode de Lyapunov pour le système de contrôle du débit avec le moyen de la pompe.

Le système de contrôle du débit avec la pompe comme actionneur est modélisé par la fonction de transfert identifiée à l'aide de Matlab et WinCC.

$$F(s) = \frac{0.531}{s+0.913} \quad (\text{II.17})$$

La réponse indicielle de ce système est montrée dans la figure II.4 :

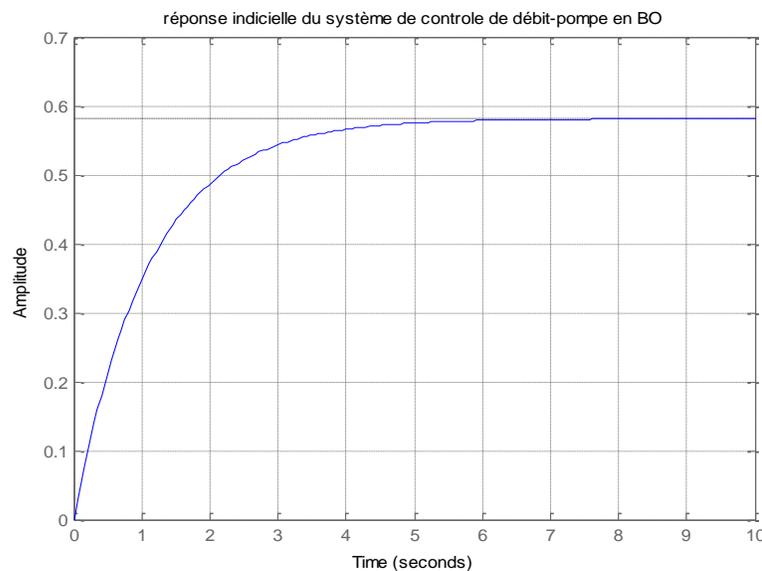


Figure II.4 Réponse indicielle du système débit-pompe en boucle ouverte

## Chapitre II : Commande par la méthode de Lyapunov

---

Le passage vers l'espace d'état à partir de cette fonction de transfert (II.17) permet d'avoir le système d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = -0.913 x + 0.531 u \\ y = x \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

On désire construire une commande robuste pour assurer la poursuite, ce qui se traduit par une erreur qui tend vers zéro.

$$e = y - y_r = x - y_r \quad (\text{II.19})$$

Avec :  $y_r$  constante.

Soit la fonction de Lyapounov définie positive suivante :

$$V(x) = \frac{1}{2} e^2 \quad (\text{II.20})$$

$$\dot{V}(x) = e\dot{e} = (x - y_r)\dot{x} \quad (\text{II.21})$$

Donc :

$$\dot{V}(x) = (x - y_r)(-0.913 x + 0.531 u) \quad (\text{II.22})$$

On désire que de la fonction de Lyapounov décroît pour assurer la poursuite, et donc la dérivée doit être définie négative sur tout le domaine de l'étude ce qui implique que :

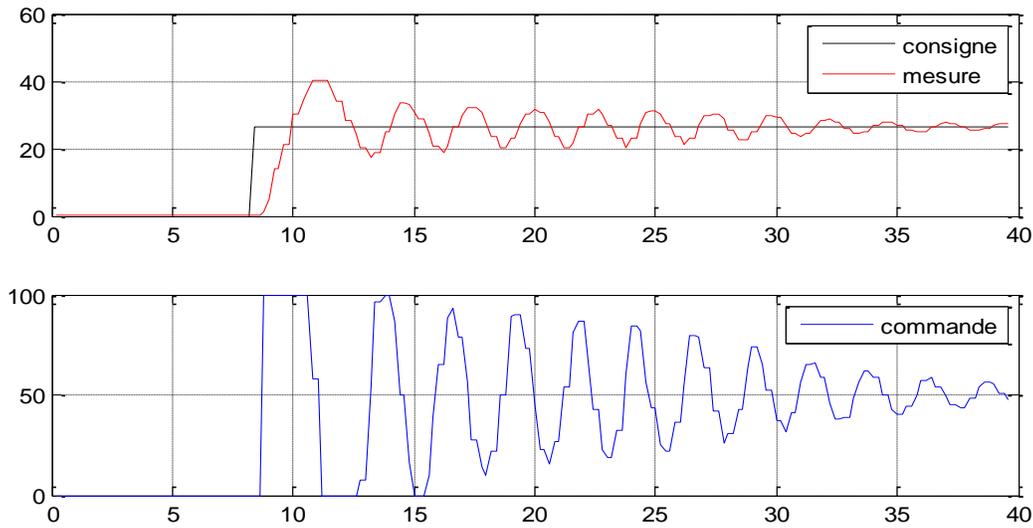
$$\dot{V}(x) = -\lambda(x - y_r)^2 \quad (\text{II.23})$$

Avec  $\lambda$  constante strictement positive.

D'où

$$u = \frac{1}{0.531} (0.913 x - \lambda(x - y_r)) \quad (\text{II.24})$$

L'implémentation de cette commande pour le système réel donne le résultat suivant (avec  $\lambda=8$ )



**Figure II.5 Réponse du système réel avec la commande Backstepping**

On note que le système prend du temps avant de se stabiliser, on remarque aussi un dépassement important et des oscillations nocifs pour la commande (la pompe), ce qui risque d'endommagé le matériel.

On propose comme amélioration, l'ajout d'un filtre passe bas, afin de filtrer la mesure des signaux de haute fréquence. Le filtre choisit et de premier ordre.

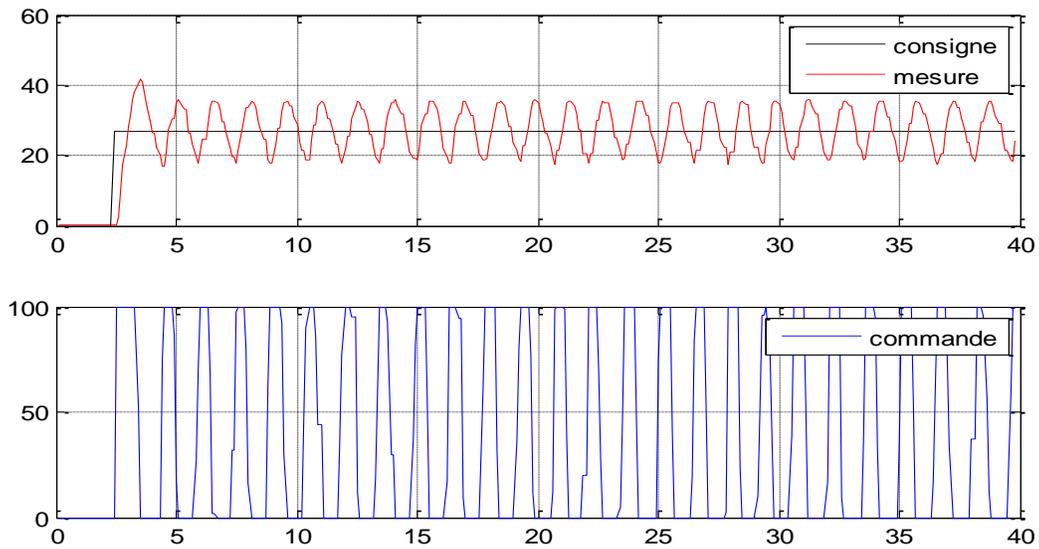
La nouvelle mesure est calculée à partir de l'algorithme suivant :

$$\begin{cases} x_{filtré} = x_{précédent} * e^{-\frac{Te}{\alpha}} + x * (1 - e^{-\frac{Te}{\alpha}}) \\ x_{précédent} = x(t - Te) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Ce qui conduit à la nouvelle loi de commande :

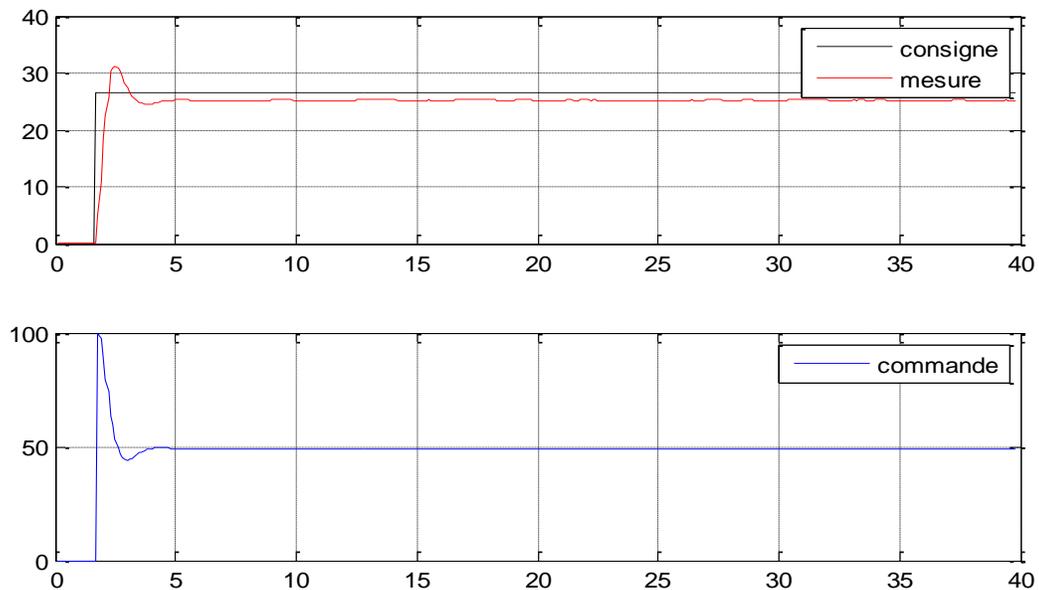
$$u = \frac{1}{0.531} [0.913 x_{filtré} - \lambda (x_{filtré} - y_r)] \quad (\text{II.26})$$

L'implémentation de cette nouvelle commande pour le système réel donne le résultat suivant (avec  $\lambda=20$ )



**Figure II.6 Réponse du système réel avec la commande de Lyapunov ( $\lambda=20$ )**

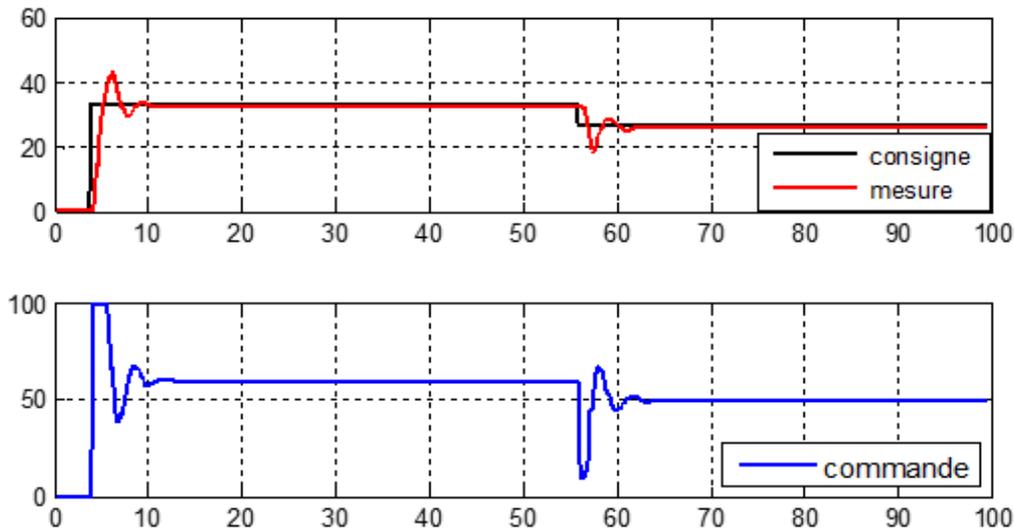
La réponse est instable même avec le filtrage, ceci est dû au choix du gain ( $\lambda=20$ ) qui est très grand.



**Figure II.7 Réponse du système réel avec la commande de Lyapunov ( $\lambda=2$ )**

La commande est lisse et ne subit pas de vibrations ; la réponse est assez rapide mais l'erreur statique est remarquable, on conclut que  $\lambda=2$  est un gain très petit et ne permet pas d'annuler l'erreur statique.

Pour  $\lambda=8$ , les résultats sont les suivants :



**Figure II.8 Réponse du débit réel ( $\lambda=8$ )**

La commande est stable et le temps de réponse ainsi que la poursuite sont assurés.

La commande par Lyapunov nous a permis de garantir un suivi de trajectoire acceptable entre la référence et le débit réel comme le montre la figure II.8 ; d'autre part on remarque que les oscillations nuisibles à la commande ont disparu, ceci est dû au choix du gain  $\lambda$  qui est (comme nous venons de le montrer) un paramètre très délicat à choisir afin d'assurer l'objectif de commande.

### II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié quelques notions de base concernant la commande « Backstepping », ensuite nous avons traité le système de contrôle débit-pompe de la station PCS compacte « FESTO » avec la même technique de commande.

La loi de commande par la méthode de Lyapunov a garanti la poursuite de la consigne et à assurer le rejet de perturbation.

# Conclusion générale

Le travail développé dans le cadre de ce mémoire, a eu pour objectif l'étude et la conception d'une loi de commande par la méthode de Lyapunov pour un système de contrôle de débit.

Nous avons abordé dans la première partie de ce projet, la présentation de la station manipulée, qui est la station PCS compacte « FESTO ». Cette dernière permet la régulation de plusieurs grandeurs physiques tel que, le niveau, la pression, le débit et la température ; nous nous sommes intéressés au système de contrôle du débit avec la pompe comme actionneur et nous avons décrit son principe de fonctionnement.

Dans la deuxième partie, nous avons entamé l'étude théorique de la commande Backstepping, nous avons donc noter les définitions essentielles à la synthèse de cette technique. Nous avons ensuite passé au développement de la commande pour notre système que nous avons modélisé par ses équations d'état.

Nous avons constaté que l'ajout d'un filtre pour filtré la mesure permet à la commande d'être plus stable et l'épargne de vibrations dangereuse. Nous avons aussi conclu que le choix du gain de la commande de Lyapunov est très délicat pour assurer les performances et garder le système dans la stabilité.

Cette application nous a permis aussi de confirmer la robustesse assurée par la commande Backstepping contre les différentes perturbations présentes sur l'installation

## Bibliographie

- [1] J.HELMICH, «Compact workstation manual », FESTO, 2004.
- [2] L. GUESSAS, « Backstepping, Backstepping adaptatif pour le contrôle la poursuite et la synchronisation des systèmes dynamiques non linéaires chaotiques », Thèse de Doctorat, Université de Sétif.
- [3] A.BENSALAH et H.K.MOKRANE, « Modélisation, Simulation, Conception de lois de Commande et Diagnostic d'un système d'inversion de poussé d'un avion », Mémoire d'ingéniorat, Spécialité : Automatique, ENP, Juin 2013.
- [4] F.Eshbair, « Modélisation et commande d'un système Multi-moteur par la technique de commande Backstepping", Mémoire Maitrise en génie électrique, Université du Québec, Canada, Aout 2005.