

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'Automatique

Laboratoire de Commande des Processus

Mémoire pour l'obtention du diplôme
de master en Automatique

Modélisation et Commande avec Changement de base par bouclage du Robot Delta ISIR88

Housseayne NADOUR

Sous la direction de

Mr. D. BOUKHETALA Professeur
Mr. H. ACHOUR Enseignant Chercheur

Présenté et soutenu le 26/06/2016

Composition du Jury :

| | | | |
|------------|-------------------|------------------------|-------------------------------|
| Président | Mr. O. STIHI | Maitre Assistant A | Ecole Nationale Polytechnique |
| Promoteurs | Mr. D. BOUKHETALA | Professeur | Ecole Nationale Polytechnique |
| | Mr. H. ACHOUR | Enseignant Chercheur | Ecole Nationale Polytechnique |
| Examineur | Mr. R. ILLOUL | Maitre de Conférence A | Ecole Nationale Polytechnique |

ENP 2016

ملخص:

هذه المذكرة التي بين يدي القارئ تمثل ثمرة مشروع التخرج للحصول على شهادة مهندس بالآليات، ركزنا فيها على دراسة آلة مهمه أصبحت مع مرور الوقت محل اهتمام الباحثين عرفت باسم الآلة دلتا (من نوع ازيير 88)، فهي تعد من صنف الآلات المتوازية المشهورة بنماذجها المعقدة، إلا انها أصبحت في الآونة الأخيرة تجتاح الساحة الصناعية نظرا لأدائها الفعال، إذ أن هذا النوع من الآلات أثبت كفاءته سرعة ودقة.

عالجت هذه المذكرة البسيطة عدة فصول، مبدئة ذلك بنبذة تصف فيها بشكل عام الآلات المتوازية والآلات من نوع دلتا بشكل مستفيض، ثم تطرقنا بعدها إلى النمذجة بأنواعها الثلاث (هندسية وحركية وديناميكية)، إذ سعينا إلى نمذجة مختلفة عن تلك المعروفة في أوساط البحث العلمي وبيئنا السبب في ذلك، ختمت هذه الفصول بفصلين آخر قمنا فيه بإنشاء عدة أنواع من قوانين التحكم في الآلة دلتا عن طريق النماذج المدروسة، مستخلصين في الأخير مزايا أفضل واحد منها.

كلمات مفتاحية: الآلة دلتا، صنف الآلات المتوازية، الأذرع الآلية، نمودجة الآلات، التحكم في الآلات.

تم بحمد الله والعلم عند الله تعالى.

Abstract

This engineering memory hinges on the study of a particular sort of industrial robot; in fact, this robot belongs to the family of parallel robots (ISIR88).

The study had begun by a general introduction on parallel robots, then, the delta robot was described with underlining his own characteristics. Next, we have pursued by modeling the Delta robot. The core of our work was the part devoted to the development of an appropriate control laws for the Delta robot (quickness and accuracy).

Keywords: Manipulator Robots, Parallel robots, Delta, Robot's Control

RÉSUMÉ

Ce projet de fin d'étude se focalise sur l'étude d'un robot industriel d'un genre particulier. Ce robot appartient à la classe des robots parallèles (ISIR88).

Notre étude a commencée par une introduction générale dont on a décrit les différents travaux qu'on a abordé. Ensuite, on a introduit un chapitre qui traite des généralités sur les robots parallèles, puis on a établi une modélisation (géométrique, cinématique et dynamique). Les deux chapitres suivants ont traité des techniques de commande appliquées sur le robot. On a finis cette mémoire par une conclusion générale dont on a cité les différents résultats établis tout au long du projet.

Mots-clés : Robots manipulateurs, Robots parallèles, Delta, Commande des robots.

Remerciements

En préambule de ce mémoire de Master, je souhaiterais adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail. Je tenais à remercier spécialement nos promoteurs Mr Boukhetala et Mr Achour pour m'avoir encadré, pour les précieux conseils qu'ils m'ont donné, pour leur aide et pour leur présence tout au long de ce projet. Je remercie également tout nos enseignants de l'école nationale polytechnique qui m'ont tant donné tout au long de mon cursus. Enfin, je souhaiterais remercier ma famille, plus particulièrement mes parents qui m'ont apporté un soutien sans failles et sans lesquels je ne serais jamais arrivé à ce stade.

Table des matières

Remerciements

Table des figures

Abréviations

| | |
|--|-----------|
| Introduction | 8 |
| 1 Modélisation | 10 |
| 1.1 Modèle Géométrique | 11 |
| 1.1.1 Modèle Géométrique Directe | 11 |
| 1.1.2 Modèle Géométrique Inverse | 19 |
| 1.2 Modèle Cinématique | 25 |
| 1.2.1 Modèle Cinématique Directe | 25 |
| 1.2.2 Modèle Cinématique Inverse | 25 |
| 1.3 Modèle d'état | 25 |
| 2 Commande par bouclage linéarisant | 26 |
| 2.1 Introduction | 27 |
| 2.2 Définition | 27 |

| | | |
|-------|--------------------------------------|-----------|
| 2.2.1 | Définition | 28 |
| 2.2.2 | Définition | 29 |
| 2.2.3 | Degré relatif | 29 |
| 2.3 | Application de la commande | 32 |
| 2.4 | Validation | 34 |
| 2.4.1 | Test de poursuite | 34 |
| 2.4.2 | Test de robustesse | 34 |
| | Conclusion | 41 |
| | Bibliography | 42 |

Table des figures

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Modele Géométrique | 13 |
| 1.2 | Les repères R_i | 14 |
| 1.3 | Modele Géométrique | 15 |
| 1.4 | Signe du vecteur ω | 17 |
| 1.5 | Les intersections | 20 |
| 1.6 | Les bras et le repère R_i correspondants à α_i | 21 |
| 1.7 | Les intersections entre K_i et K'_i | 22 |
| 1.8 | L'angle β_i | 23 |
| | | |
| 2.1 | Bloc Simulink | 35 |
| 2.2 | Le suivi de la trajectoire | 35 |
| 2.3 | Erreur sur la trajectoire | 36 |
| 2.4 | Bloc Simulink | 36 |
| 2.5 | Le suivi de la trajectoire | 37 |
| 2.6 | Erreur sur la trajectoire | 38 |
| 2.7 | Les tensions des moteurs | 39 |

Abréviations

| | | |
|-----|---|---------------------------------------|
| MG | : | Modèle géométrique |
| MGD | : | Modèle géométrique directe |
| MGI | : | Modèle géométrique inverse |
| MC | : | Modèle cinématique |
| MCD | : | Modèle cinématique directe |
| MCI | : | Modèle cinématique inverse |
| MD | : | Modèle dynamique |
| MDD | : | Modèle dynamique directe |
| MDI | : | Modèle dynamique inverse |
| MAD | : | Modèle des accélérations directe |
| MAI | : | Modèle des accélérations inverse |
| LCP | : | Laboratoire de commande des processus |
| FDN | : | Fonction définie négative |
| FDP | : | Fonction définie positive |
| RE | : | Retour d'état |

Introduction

Durant les trois dernières décennies, le domaine de la robotique a connu un progrès considérable aussi bien en recherche scientifique que dans les applications industrielles. Selon leurs structures mécaniques, il existe, principalement, deux types de robots manipulateurs ; Les robots sériels et les robots parallèles. Notre travail sera consacré à l'étude d'un robot delta, qui est de la dernière génération des robots parallèles

Le mémoire est organisée en **deux chapitres** :

Le premier chapitre traite de la modélisation, où nous avons élaborés un nouveau modèle géométrique. En observant la structure géométrique du robot d'une manière différente, avons pu aboutir à un modèle géométrique (directe et inverse) plus simple que celui développé par Clavel. En exploitant ces modèles, nous avons développés un modèle cinématique analytique.

Nous avons ensuite élaborer un modèle dynamique en tenant compte de la roue du réducteur, qui a été négligé dans le modèle dynamique de Clavel, cette contribution nous a permis d'établir un modèle dynamique plus réaliste. Ce chapitre est clôturé avec une modélisation dans l'espace d'état du robot sous une forme affine. Cette classe de systèmes présente plusieurs avantages en terme de synthèse de lois de

commande, telles que les modes de glissements, le backstepping, les systèmes flous...

Le troisième chapitre est consacré à la synthèse de la commande Par changement de base. Dans la méthode proposés nous avons pris en considération les interactions mécaniques entre les chaines cinématiques. Dans les travaux que nous avons rencontré dans la littérature, ces interactions sont souvent soit négligées, soit considérées comme perturbations ou comme des erreurs de modélisation.

Le travail est clôturé par une conclusion générale.

Chapitre 1

Modélisation

1.1 MODÈLE GÉOMÉTRIQUE

1.1.1 *Modèle Géométrique Directe*

Le modèle géométrique a pour objectif de calculer la position de l'organe terminale en fonction des angles articulaires $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$. le calcul du MGD d'une structure sériels est systématique, ce type de calcul n'est valable dans le cas où on veut étudier les structures parallèles telles que les robots delta car l'étude des robots à chaîne fermée est particulière pour chaque structure, c'est là où on peut avoir plusieurs visions ou bien plusieurs solutions pour une même structure. La description géométrique (MGD) du robot delta peut être établie si les trois points C_1, C_2 et C_3 appartiennent à la même surface de la sphère ' S ' centrée en P , de rayon l_2 . Cette idée est celle développée par *Clavel* dans son ouvrage.

On peut voir aussi que le centre de l'effecteur P est l'intersection de trois sphères centrées en C_1, C_2 et C_3 de rayon l_2 , cette vision nous ramène aux mêmes équations établis par Clavel. L'équation qui définit la sphère ' S ' est la suivante :

$$(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = l_2^2 \quad (1.1)$$

(X, Y, Z) : représentent les coordonnées de P .

(x, y, z) : représentent les coordonnées d'un point appartenant à la surface de ' S '.

Puisque on a trois points C_1, C_2 et C_3 , alors on aura trois équations de trois inconnues, c'est un système d'équations non linéaires qu'on doit le résoudre pour trouver la position de la nacelle $P = (x, y, z)^T$ en

fonction de α_1 , α_2 et α_3 .

Tout les ouvrages que nous avons consulté qui traitent le sujet du robot delta utilisent le même modèle géométrique établi par *Clavel*, mais en voyant le résultat obtenu par la résolution d'un tel système d'équations on ne peut même pas penser à faire une étude analytique (les points de singularité, dérivation analytique...).

Le fait qu'on ne peut pas faire une étude analytique sur les résultats obtenus ne signifie pas qu'on ne peut pas commander le système. En effet on peut remédier à ce problème en utilisant la dérivation numérique. Cette solution est adopté par plusieurs chercheurs. Les dérivations numériques présentent plusieurs inconvénients, parmi eux on trouve :

- L'exigence d'un pas de dérivation très court pour se rapprocher mieux à la solution, mais quoique le pas de dérivation soit très court l'erreur de dérivation numérique se présente toujours. Ce type de d'erreur peut être traiter comme une erreur de modélisation.
- Il peut être un obstacle gênant dans la partie commande où il y a une possibilité d'être restreint ou être bloqué pour quelque type de commande qui exigent une dérivation analytique (par exemple : la commande par changement de base et difféomorphisme).

Donc, le fait d'avoir des expressions simples, va nous permettre de discuter les singularités clairement et établir les fonctions dérivées.

En observant bien la structure du robot, on peut remarquer que sa partie inférieure (le pyramide définit par les points C_1 , C_2 et C_3 (figure ci-dessous), comporte une propriété qui peut nous aider de prendre un chemins raccourci vers la solution. La projection L du point P sur le

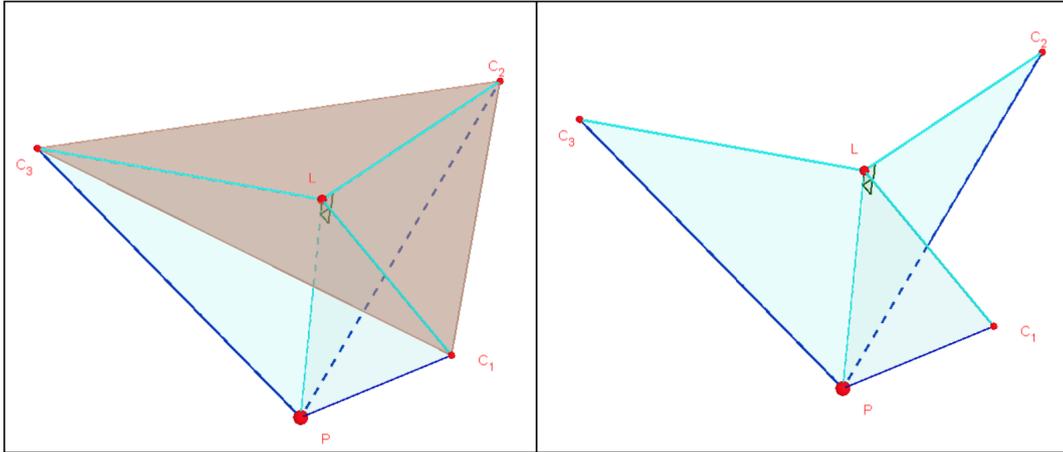


FIGURE 1.1 – Modèle Géométrique

plan $(C_1C_2C_3)$ représente lui-même le centre du cercle qui passe par les trois points C_1 , C_2 et C_3 . En effet, il suffit de prendre les trois triangles C_1LP , C_2LP et C_3LP , et montrer qu'ils sont isométriques pour démontrer la remarque (La projection L du point P est le centre du cercle comportant C_1 , C_2 et C_3).

En effet ces trois triangles comportent trois segments égaux $C_1P = C_2P = C_3P = l_2$, un segment commun LP , et trois angles droits situés autour du même point L (ils sont égaux parce que L représente la projection de P sur le plan $(C_1C_2C_3)$, donc le segment LP est perpendiculaire à chaque segment comporté par ce plan). On peut conclure maintenant que $C_1L = C_2L = C_3L$, donc L représente le centre du cercle contenant C_1 , C_2 et C_3 , de rayon $R = C_1L = C_2L = C_3L$.

Avant de passer au calcul de P on définit trois repères R_1 , R_2 et R_3 déphasé par rapport au repère d'origine R par des rotations $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \frac{2\pi}{3}$ et $\phi_3 = \frac{4\pi}{3}$ respectivement autour de l'axe (oz) .

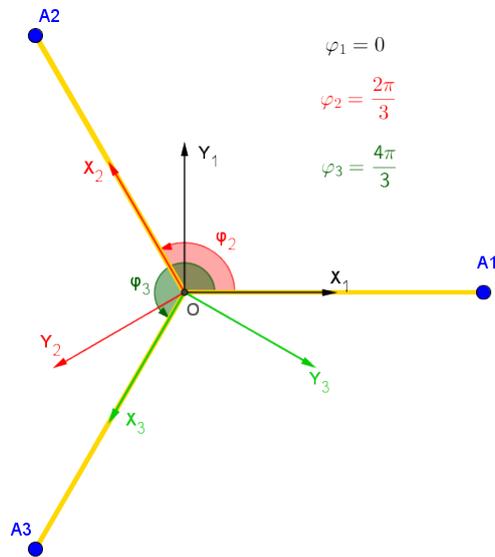


FIGURE 1.2 – Les repères R_i

La matrice de passage du repère R au repère R_i est définis par :

$$A_i = \begin{pmatrix} \cos(\phi_i) & -\sin(\phi_i) & 0 \\ \sin(\phi_i) & \cos(\phi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

•calcul de la position du point C_i :

Il est claire que dans le repère R_i le point C_i est positionné par le vecteur :

$$\overrightarrow{OC_i/R_i} = \begin{pmatrix} r + l_1 \cdot \cos(\phi_i) \\ 0 \\ -l_1 \cdot \sin(\phi_i) \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Pour trouver la position de C_i dans le repère d'origine R , il suffit de

multiplier le vecteur $\overrightarrow{OC_{i/Ri}}$ par la matrice de passage A_i :

$$\overrightarrow{OC_i} = A_i \cdot \overrightarrow{OC_{i/Ri}} = \begin{pmatrix} (r + l_1 \cdot \cos(\phi_i)) \cos(\phi_i) \\ (r + l_1 \cdot \cos(\phi_i)) \sin(\phi_i) \\ -l_1 \cdot \sin(\phi_i) \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

• calcul de $P(x, y, z)$:

C'est claire que $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OT} + \overrightarrow{TL} + \overrightarrow{LP}$.

Avant de continuer, on définit les paramètres suivants :

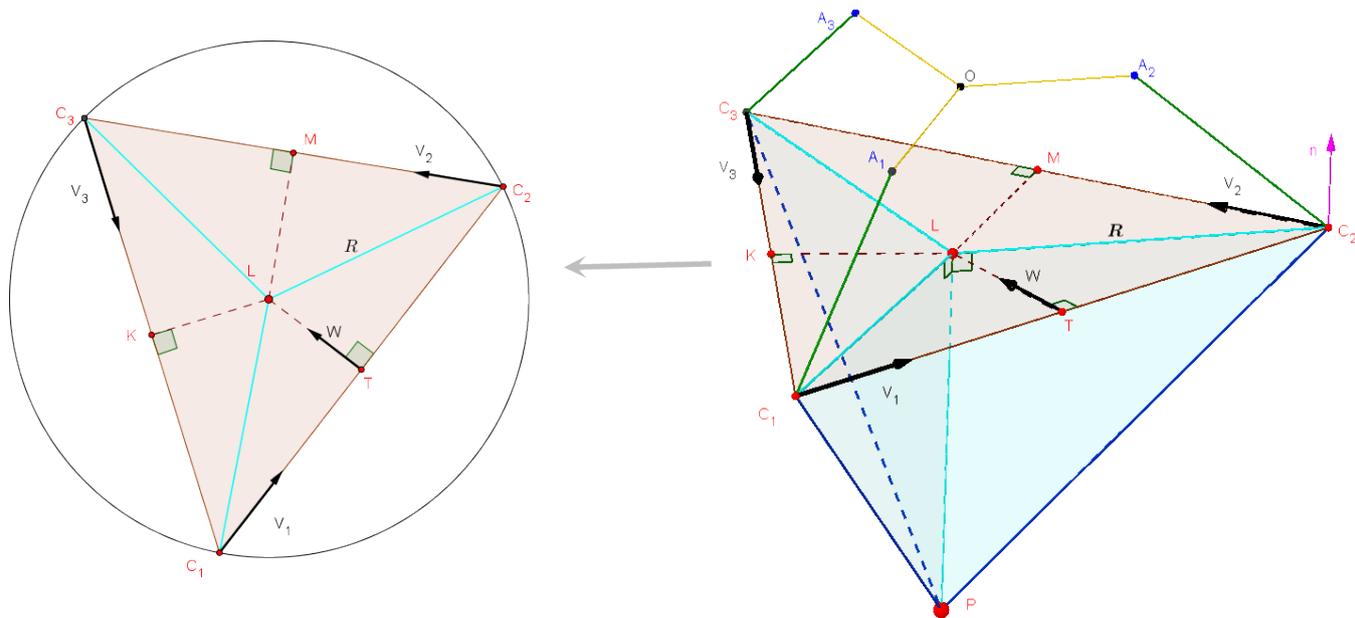


FIGURE 1.3 – Modelle Géométrique

$$a = |\overrightarrow{C_1C_2}| \quad b = |\overrightarrow{C_2C_3}| \quad c = |\overrightarrow{C_1C_3}| \quad (1.5)$$

$$\vec{V}_1 = \frac{\overrightarrow{C_1C_2}}{a} \quad \vec{V}_2 = \frac{\overrightarrow{C_2C_3}}{b} \quad \vec{V}_3 = \frac{\overrightarrow{C_1C_3}}{c} \quad (1.6)$$

Le vecteur \overrightarrow{OT} se calcul comme le suivant :

$$\overrightarrow{OT} = \frac{\overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{OC_2}}{2} \quad (1.7)$$

$$\overrightarrow{TL} = TL \cdot \vec{\omega} \quad (1.8)$$

Soit le vecteur suivant : $\vec{S} = \overrightarrow{C_3C_1} \wedge \overrightarrow{C_1C_2}$. C'est un vecteur normale au plan $(C_1C_2C_3)$, d'autre coté $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$ tel que : S représente la surface du triangle $C_1C_2C_3$ et \vec{n} son vecteur unitaire normale.

S se calcule par la formule suivante : $2.R.S = a.b.c$.

R : c'est le rayon du cercle qui passe par les points du triangle $(C_1C_2C_3)$, alors il est calculé par :

$$R = \frac{a.b.c}{\sqrt{p(p-2a)(p-2b)(p-2c)}} \quad (1.9)$$

tel que $p = a + b + c$

Pour obtenir $\vec{\omega}$ on distingue deux cas comme montre la figure 1.4 :

- Pour le premier cas : $\vec{\omega} = \vec{n} \wedge \vec{V}_1$.

- Pour le deuxième cas : $-\vec{\omega} = \vec{n} \wedge \vec{V}_1$.

En effet, dans le premier cas on trouve que $\widehat{C_1C_2C_3} < \frac{\pi}{2}$ ce qui signifie d'après le théorème d'El Kashi dans le triangle $C_1C_2C_3$: $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c \cos(\widehat{C_1C_2C_3})$, que : $a^2 < b^2 + c^2$.

On trouve le contraire dans le deuxième cas ($a^2 > b^2 + c^2$).

On conclut que : $\vec{\omega} = \text{signe}(b^2 + c^2 - a^2) \vec{n} \wedge \vec{V}_1$.

Il nous reste à calculer TL .

Dans le triangle droit C_2TL :

$$TL = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} \quad (1.10)$$

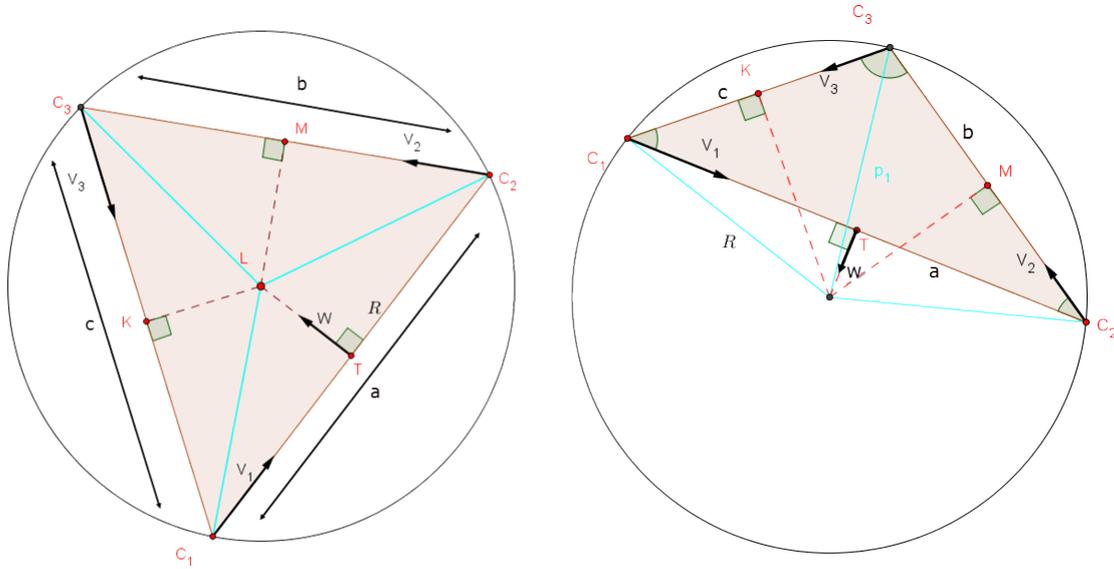


FIGURE 1.4 – Signe du vecteur ω

Dans le triangle droit C_1LP :

$$LP = \sqrt{l_2^2 - R^2} \quad (1.11)$$

Finalement

$$\overrightarrow{LP} = -LP \cdot \vec{n} \quad (1.12)$$

A ce point le calcul du $P = (x, y, z)$ a été terminé, il ne reste qu'une petite tache qu'on va ajouter. En revenant à la définition des paramètres on voit que V_1 (resp V_2, V_3) n'est plus défini si a est nul (resp b, c est nul) Il résulte qu'il y a trois cas de singularités : $C_1, C_2 \in (oz)$, $C_1, C_2 \in (oz)$ et $C_1, C_2 \in (oz)$ C.à.d. s'il y a deux points appartenants au même axe (oz) (par ex C_2 et C_3), alors même si le troisième point (C_1) est fixe, l'effecteur peut prendre la position d'un n'importe quel point porté sur un cercle centré au milieu du segment C_3C_1 ($C_2 = C_3$),

voir qu'il peut se déplacer dans une sphère s'ils appartiennent tous au même axe (oz). Le rayon de ce cercle égale a $r = \sqrt{l_2^2 - \left(\frac{C_3 C_1}{2}\right)^2}$
C'est la même expression que celle du TL

1.1.2 Modèle Géométrique Inverse

Le problème cette fois-ci est de trouver les angles α_i en fonction de la position de l'effecteur. C'est une partie importante pour la commande parce qu'il est clair que pour déplacer l'effecteur d'une position à une autre il faut connaître les angles correspondantes à cette position.

D'après la figure (à dessiner), on remarque que C_i se trouve dans un cercle K_i de rayon l_1 et de centre $(r, 0, 0)_{R_i}$ dans le repère R_i , puisque la position de l'effecteur est donnée et on cherche à trouver les angles α_i qui nous donnent cette position, il suffit de déterminer l'intersection entre le cercle K_i et la sphère (S) centrée en P et de rayon l_2 , cette intersection donne deux points, l'un de ces deux points est le point C_i .

Pour simplifier le problème on va pas déterminer directement l'intersection entre (S) et K_i , mais on détermine l'intersection entre (S) et le plan $(ox_i z_i)$, ça nous donne un autre cercle qu'on appelle K'_i appartenant au même plan, puis C_i est déterminé par une intersection entre K_i et K'_i (voir figure).

Détermination du cercle K'_i (centre et rayon) :

D'après la figure suivante on voit que pour déterminer le centre de K'_i il suffit de projeter P_i sur le plan $ox_i z_i$.

P_i représente les coordonnées du point P dans le repère R_i . Donc dans le plan $(ox_i z_i)$ le point P_i a les coordonnées suivantes :

$$P_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi_i & \sin\phi_i & 0 \\ -\sin\phi_i & \cos\phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P \quad (1.13)$$

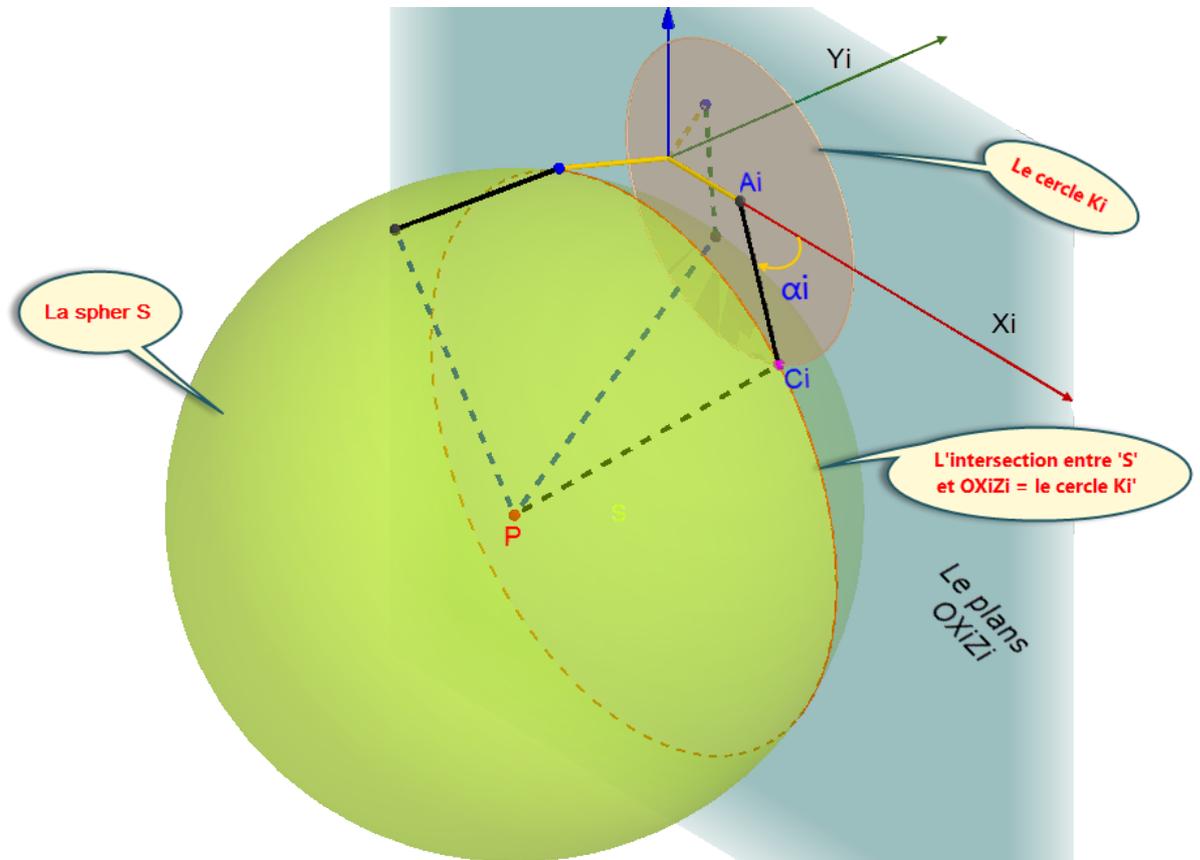


FIGURE 1.5 – Les intersections

Il nous reste à déterminer le rayon e_i de K_i' . Puisque la projection du point P est perpendiculaire sur le plan (ox_iz_i) , alors le triangle C_iP_iP est un triangle droit en P_i , il est déterminé par l_2 et $|y_i|$:

$$e_i = \sqrt{l_2^2 - y_i^2} \quad (1.14)$$

Détermination de α_i :

Dans le plan (ox_iz_i) , les deux cercles K_i et K_i' forment deux intersections (C_i et C_i') correspondants à α_i et α_i' respectivement. Les deux triangles $A_iC_iP_i$ et $A_iC_i'P_i$ sont symétriques par rapport au segment commun A_iP_i qui fait un angle β_i par rapport à l'axe (ox_i) , si on sait

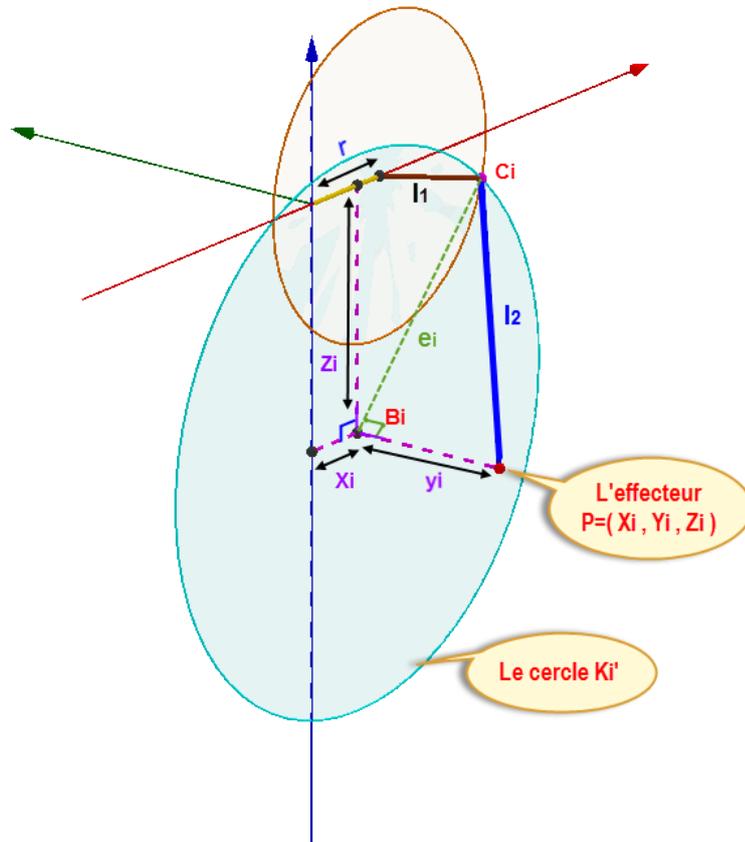


FIGURE 1.6 – Les bras et le repère R_i correspondants à α_i

β_i il suffit de savoir $P_i \hat{A}_i C_i = \delta_i$ pour déterminer α_i et α'_i :

$$\alpha_i = \beta_i - \delta_i \quad ; \quad \alpha'_i = \beta_i + \delta_i \quad (1.15)$$

1. Calcul de β_i :

D'après la figure précédente, l'angle β_i est formé par l'intersection entre l'axe (ox_i) et le segment $A_i B_i$

$$\tan(\beta_i) = \frac{-z_i}{x_i - r} \quad (1.16)$$

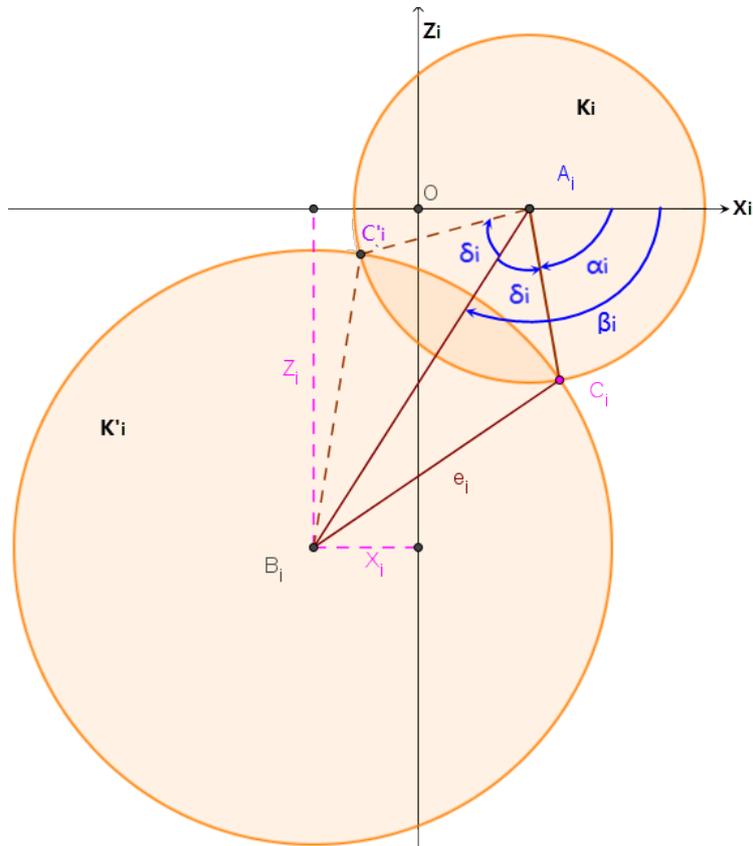


FIGURE 1.7 – Les intersections entre K_i et K'_i

Le signe a apparue du fait que $\tan(\beta_i)$ est positive dans le premier quadrant, au contraire z est négatif dans ce quadrant, c'est le fait que β est dans le sens contraire du sens conventionnel.

Remarque : β_i n'est pas définit dans le cas où $z_i = (x_i - r) = 0$, ce probleme on va le traiter plus tard, donc β_i est définit d'après la figure comme le suivant :

$$\beta_i = \operatorname{atan2}(z_i, x_i - r) = \begin{cases} \operatorname{atan}\left(\frac{-z_i}{x_i - r}\right) & \text{si } x_i - r > 0 \\ \operatorname{atan}\left(\frac{-z_i}{x_i - r}\right) + \pi & \text{si } x_i - r < 0 \\ \frac{\pi}{2} & x_i - r = 0 \text{ et } -z_i > 0 \\ \frac{-\pi}{2} & x_i - r = 0 \text{ et } -z_i < 0 \\ \text{n'est pas définis} & \text{si } x_i - r = 0 \text{ et } z_i = 0 \end{cases}$$

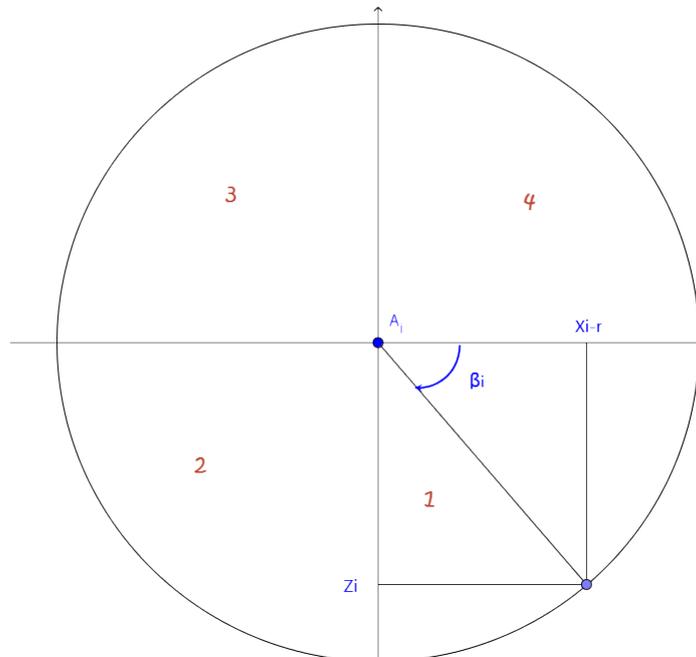


FIGURE 1.8 – L'angle β_i

2. Calcul de δ_i :

Dans le triangle $A_i B_i C_i$ qui est déterminé par les trois segments $A_i B_i$, e et l_2 , on applique le théorème de El Kashi comme ce qui

suit :

$$e^2 = l_2^2 + A_i B_i^2 - 2l_2 A_i B_i \cos \delta_i \quad \Longrightarrow \quad \cos \delta_i = \frac{l_2^2 + A_i B_i^2}{2l_2 A_i B_i} \quad (1.17)$$

Ça implique que :

$$\delta_i = \arccos \left(\frac{l_2^2 + A_i B_i^2}{2l_2 A_i B_i} \right) \quad (1.18)$$

Tel que : $A_i B_i = \sqrt{z_i^2 + (x_i - r)^2}$

1.2 MODÈLE CINÉMATIQUE

[4, 1, 2, 5, 7, 10, 6, 9, 8, 3]

1.2.1 *Modèle Cinématique Directe*

Pour obtenir le modèle cinématique directe il suffit de dériver le modèle géométrique directe :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OT} + \overrightarrow{TL} + \overrightarrow{LP} \implies \dot{\overrightarrow{OP}} = \dot{\overrightarrow{OT}} + \dot{\overrightarrow{TL}} + \dot{\overrightarrow{LP}} \quad (1.19)$$

Voir résultat de calcul dans [4]

1.2.2 *Modèle Cinématique Inverse*

Pour obtenir le modèle cinématique inverse il suffit de dériver le modèle cinématique inverse :

$$\alpha_i = \beta_i - \delta_i \implies \dot{\alpha}_i = \dot{\beta}_i - \dot{\delta}_i \quad (1.20)$$

Voir résultat de calcul dans [4]

1.3 MODÈLE D'ÉTAT

A la fin de la modélisation dynamique, on a abouti au modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 = M + N.X_3 \\ \dot{X}_3 = b_2.X_2 + b_1.X_3 + b_3.u \end{cases} \quad (1.21)$$

Chapitre 2

Commande par bouclage linéarisant

2.1 INTRODUCTION

Dans la partie précédente on a abouti au modèle d'état du robot qui représente une partie importante pour commander le système. Ce système présente les difficultés suivantes :

- Le système est non linéaire.
- Le système est fortement couplé.
- Il est de degré 9.

Une commande intéressante peut résoudre tous ces problèmes avec moins de calcul, c'est la linéarisation par bouclage ou bien la commande par changement de base.

2.2 DÉFINITION

La linéarisation par bouclage est une approche connue et utilisée pour commander les systèmes non linéaires. Cette approche consiste à transformer le système non linéaire à un système linéaire équivalent.

La linéarisation par bouclage peut être appliqué sur un système de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X).u \\ y = h(X) \end{cases} \quad (2.1)$$

Le système apparait non linéaire dans la base (X, u) tel que :

$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$, alors on cherche une nouvelle base (Z, v) de tel sorte que le système soit linéarisé :

$$\begin{cases} Z = \phi(X) \\ u = \alpha(X) + \beta(X).v \end{cases} \quad (2.2)$$

Le système devient :

$$\begin{cases} \dot{Z} = A.Z + B.v \\ Z \in \mathbb{R}y = C.Z \end{cases} \quad (2.3)$$

La détermination de ϕ , α et β fait appel à des outils de la géométrie différentielle (dérivé de lie et produit de lie)

2.2.1 Définition

Considérons un champs de vecteurs $f(X)$.

$f(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_n(X)]^T \in \mathbb{R}^n$ et une fonction scalaire $h(X) \in \mathbb{R}$. La dérivé de lie selon le champ de vecteur $f(X)$ de la fonction $h(X)$ est donné par :

$$L_f h(X) = \frac{\partial h}{\partial X} f(X) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial X_i} f_i(X) \quad (2.4)$$

2.2.2 Définition

Considérons deux champs de vecteurs f et g dans \mathbb{R}^n

$$f(X) = \begin{pmatrix} f_1(X) \\ \cdot \\ \cdot \\ f_1(X) \end{pmatrix} ; \quad g(X) = \begin{pmatrix} g_1(X) \\ \cdot \\ \cdot \\ g_1(X) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Le produit de lie (crochet de lie) permet de générer un nouveau champs de vecteur à travers la relation :

$$[f, g] = \nabla g \cdot f - \nabla f \cdot g = \frac{\partial g}{\partial X} f - \frac{\partial f}{\partial X} g \quad (2.6)$$

Le crochet de lie est noté aussi par ad_{fg} .

Propriétés :

$$[\alpha_1 \cdot f_1 + \alpha_2 \cdot f_2, g] = \alpha_1 [f_1, g] + \alpha_2 [f_2, g].$$

$$[f, g] = -[g, f].$$

$$L_{ad_{fg}} h = L_f L_g h - L_g L_f h$$

2.2.3 Degré relatif

On considère le système précédent :

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X) \cdot u \\ y = h(X) \end{cases} \quad (2.7)$$

On cherche à déterminer :

$$Z = \phi(X)u = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot v \quad (2.8)$$

$y = h(X)$ ça implique :

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial X}(f + g.u) = l_f h(X) + L_g h(X).u \quad (2.9)$$

Si on suppose que : $L_g h(X) = 0$ alors $\dot{y} = L_f h(X)$

$$\ddot{y} = \frac{\partial(L_f h)}{\partial X} \dot{X} = L_f L_f h(X) + L_g L_f h(X).u.$$

Si on suppose que $L_g L_f h(X) = 0$ alors $\ddot{y} = L_f^2 h(X)$.

En dérivant jusqu'à la r^{eme} fois :

$$y^{(r)} = L_f^{(r)} h(X) + L_g L_f^{(r-1)} h(X).u \quad (2.10)$$

En supposant que :

$$L_g h(X) = L_g L_f h(X) = \dots = L_g L_f^{(r-2)} h(X) = 0 \quad (2.11)$$

r : représente le nombre de fois qu'il faut dériver y pour que u apparaisse, c'est le degré relatif du système.

La linéarisation Par la suite on va considérer que le degré relatif du système est égale à n .

$$y = h(X)$$

$$\dot{y} = L_f h(X)$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h(X)$$

.

.

$$y^{(n-1)} = L_f^{n-1} h(X)$$

$$y^{(n)} = L_f^n h(X) + L_g L_f^{n-1} h(X).u$$

En supposant que :

$$L_g h(X) = L_g L_f h(X) = \dots = L_g L_f^{(r-2)} h(X) = 0 \quad (2.12)$$

Alors la nouvelle base est :

$$Z = T(X) = \begin{pmatrix} Z_1(X) \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_n(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ \cdot \\ \cdot \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(X) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_f^{n-1}h(X) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Le système dans la base (Z, v) est défini par :

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = L_f h(X) = Z_2(X) \\ \dot{Z}_2 = L_f^2 h(X) = Z_3(X) \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_n = L_f^n h(X) + L_g L_f^{n-1} h(X) \cdot u = v \end{cases} \quad (2.14)$$

D'où :

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(X)} (-L_f^n h(X) + v) \quad (2.15)$$

C'est la commande linéarisante.

Le système linéarisé prend la forme suivante :

$$\dot{Z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 1 \dots 0 \\ 0 & \cdot & \dots 0 \\ 0 & \dots & \dots 1 \\ 0 & \dots & \dots 0 \end{pmatrix} Z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \cdot v \quad (2.16)$$

2.3 APPLICATION DE LA COMMANDE

La sortie y représente le vecteur des angles θ .

$$\begin{cases} y = X_1 \\ \dot{y} = \dot{X}_1 = X_2 \\ \ddot{y} = \dot{X}_2 = M + N.X_3 \\ \ddot{y} = \dot{M} + \dot{N}X_3 + N(b_2X_2 + b_1X_3 + b_3U) = V \end{cases} \quad (2.17)$$

Le degré relatif est donc $r = n = 3$.

Si on met $Z_1 = y$, $Z_2 = \dot{y}$, $Z_3 = \ddot{y}$ et $V = \ddot{y}$, alors :

$$\begin{pmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Tel que :

$$U = \frac{[N^{-1}(V - \dot{M} - \dot{N}.X_3) - b_2X_2 - b_1X_3]}{b_3} \quad (2.19)$$

On peut remplacer $\dot{M} + \dot{N}X_3$ par $\ddot{y} - N.\dot{X}_3$ c.à.d :

$$U = \frac{[N^{-1}(V - \ddot{X}_2 + N.\dot{X}_3) - b_2X_2 - b_1X_3]}{b_3} \quad (2.20)$$

Soit le diphomorphisme : $Z = \phi(X) = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix}$

et la commande linéarisante U précédente, on a :

$$\begin{cases} \dot{Z} = A.Z + B.V \\ y = C.Z = Z_1 \end{cases} \quad (2.21)$$

Tel que :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{pmatrix}; \quad C = (I \ 0 \ 0) \quad (2.22)$$

C'est la forme normale du système. Le système est complètement linéarisable et ne possède que des non linéarités apparentes et la forme normale possède les avantages suivantes :

- Elle est complètement linéaire.
- Elle est invariante dans le temps, ce qui permet d'exploiter plusieurs commandes linéaires comme le loop-shaping, la commande quadratique linéaire, Le calcul de ces régulateurs se fait une seul fois.
- Le système est toujours commandable et observable.
- Le système est complètement découplé c.à.d on a 3 sous systèmes ayant la même forme normale qu'on a vu.

En notant $\omega_i = \begin{pmatrix} Z_1(i) \\ Z_2(i) \\ Z_3(i) \end{pmatrix}$ et $V_i = V(i)$. On trouve : $\dot{\omega}_i = a.\omega +$

$b.V_i$ tel que : $a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2.4 VALIDATION

2.4.1 *Test de poursuite*

La figure 2.1 montre le schéma bloc de la régulation par changement de base. L'entrée de la commande est injecté dans le robot delta et les signaux de sortie sont visualisés.

Commentaires :

On remarque sur le figures 2.3 qu'il y a une très bonne poursuite de la trajectoire avec une erreur d'ordre de 10^{-3} .

2.4.2 *Test de robustesse*

Ce schéma bloc (2.4) a pour but de tester la robustesse de la commande.

Commentaires :

Cette fois ci les résultats (2.6 et 2.5) confirment que la commande par changement de base est très performante et robuste. En effet on remarque une bonne poursuite, et que les perturbations presque n'ont aucune influence sur le réglage de la position. On constate donc que cette commande satisfait les performances désirées en rejet de perturbation de commande.

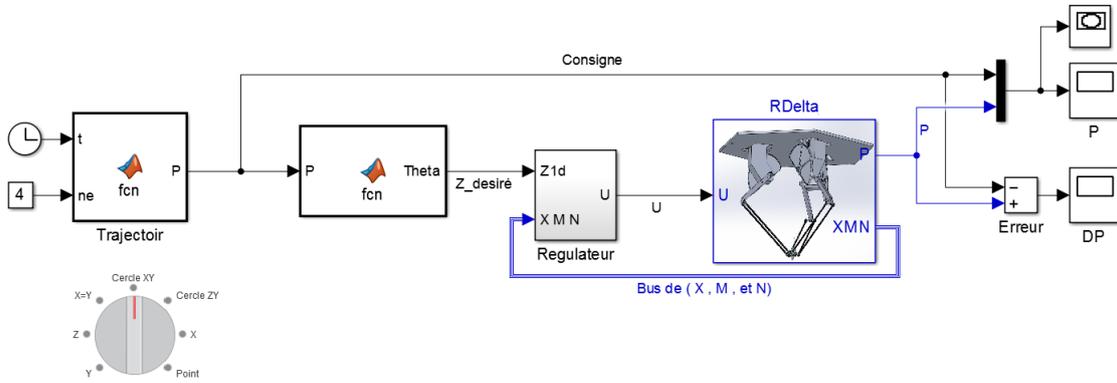


FIGURE 2.1 – Bloc Simulink

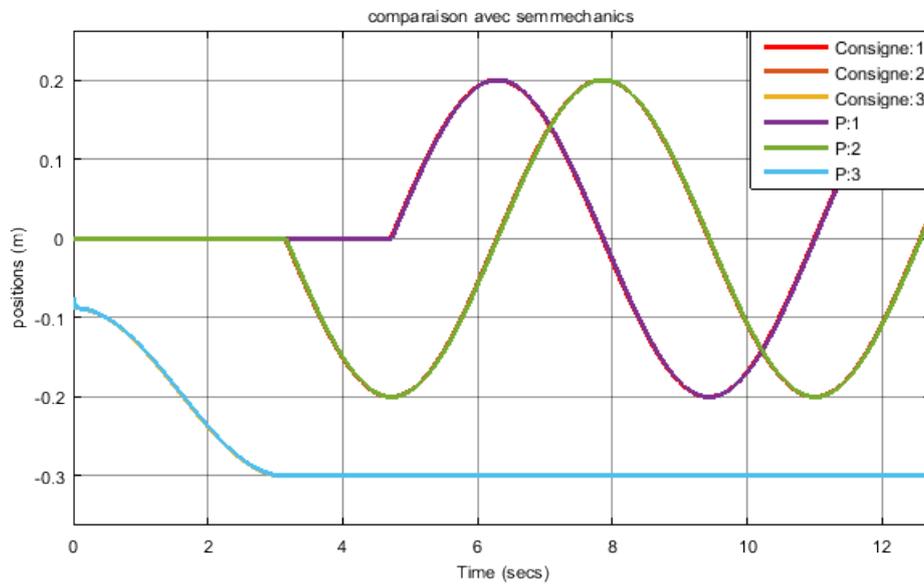


FIGURE 2.2 – Le suivi de la trajectoire

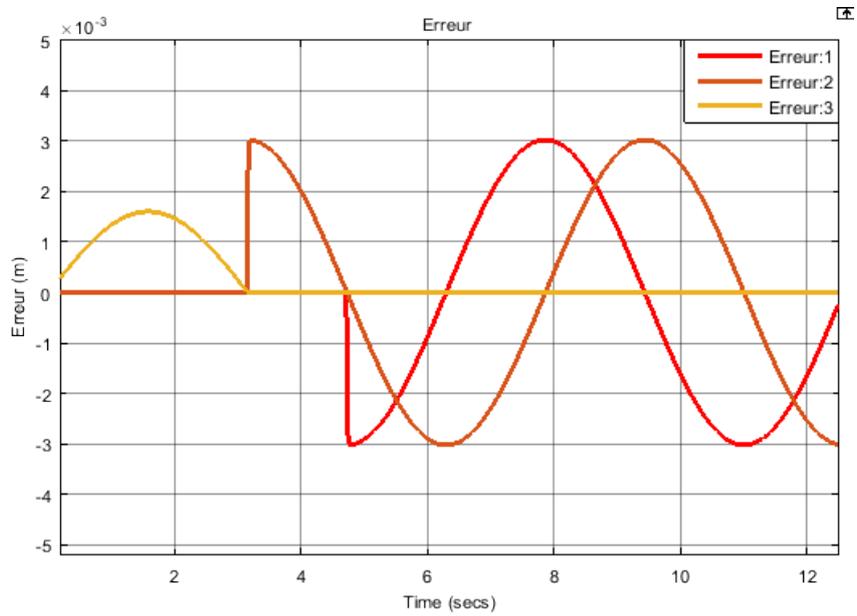


FIGURE 2.3 – Erreur sur la trajectoire

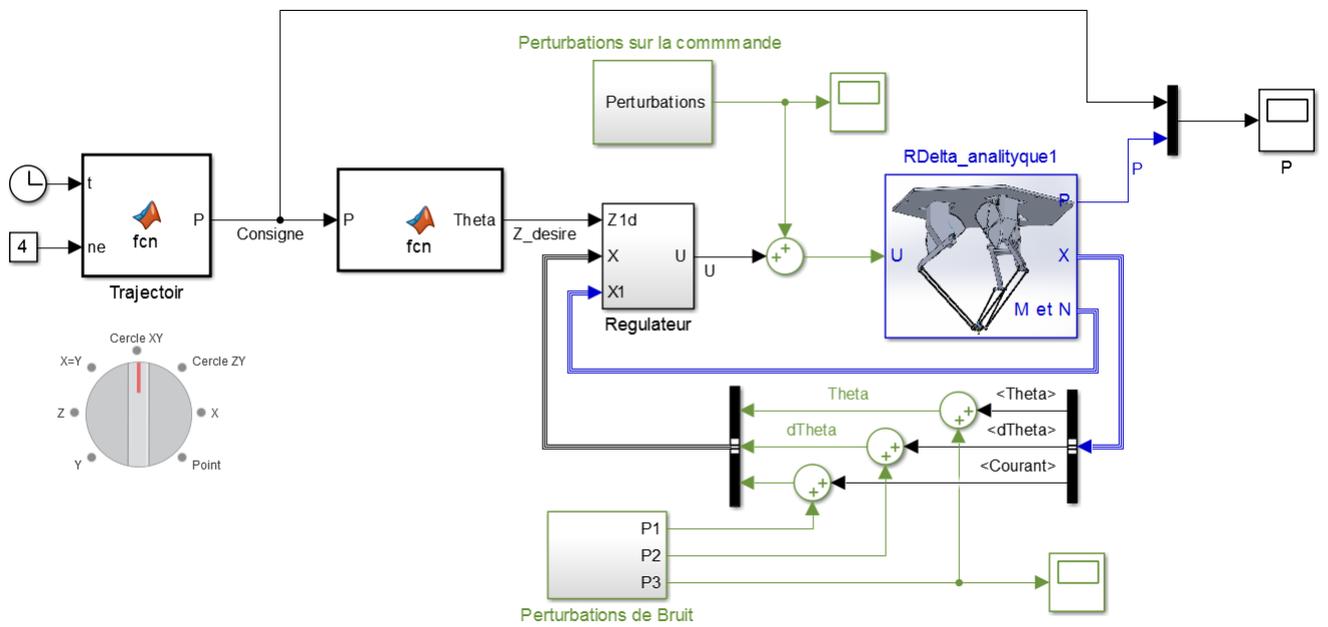


FIGURE 2.4 – Bloc Simulink

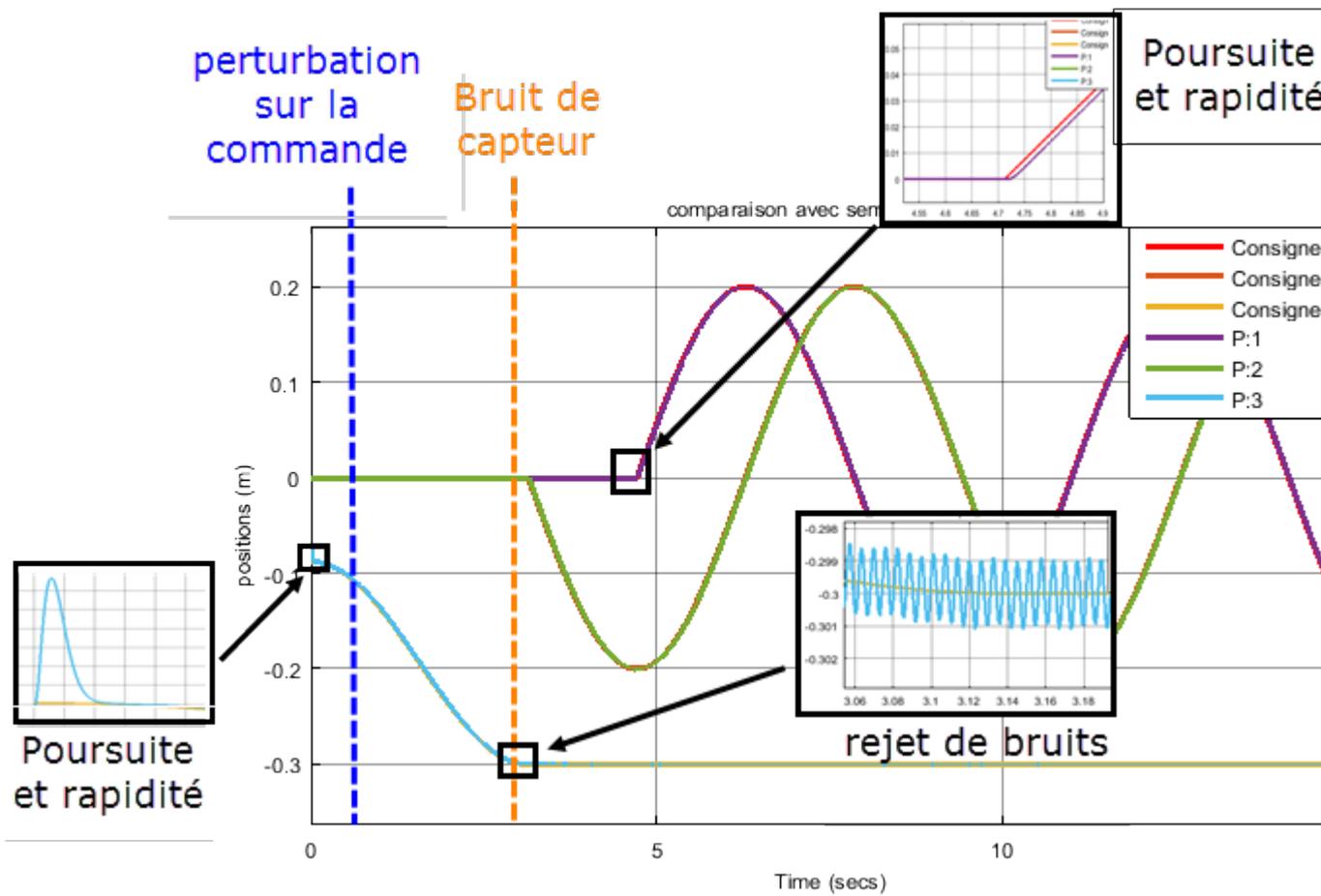


FIGURE 2.5 – Le suivi de la trajectoire

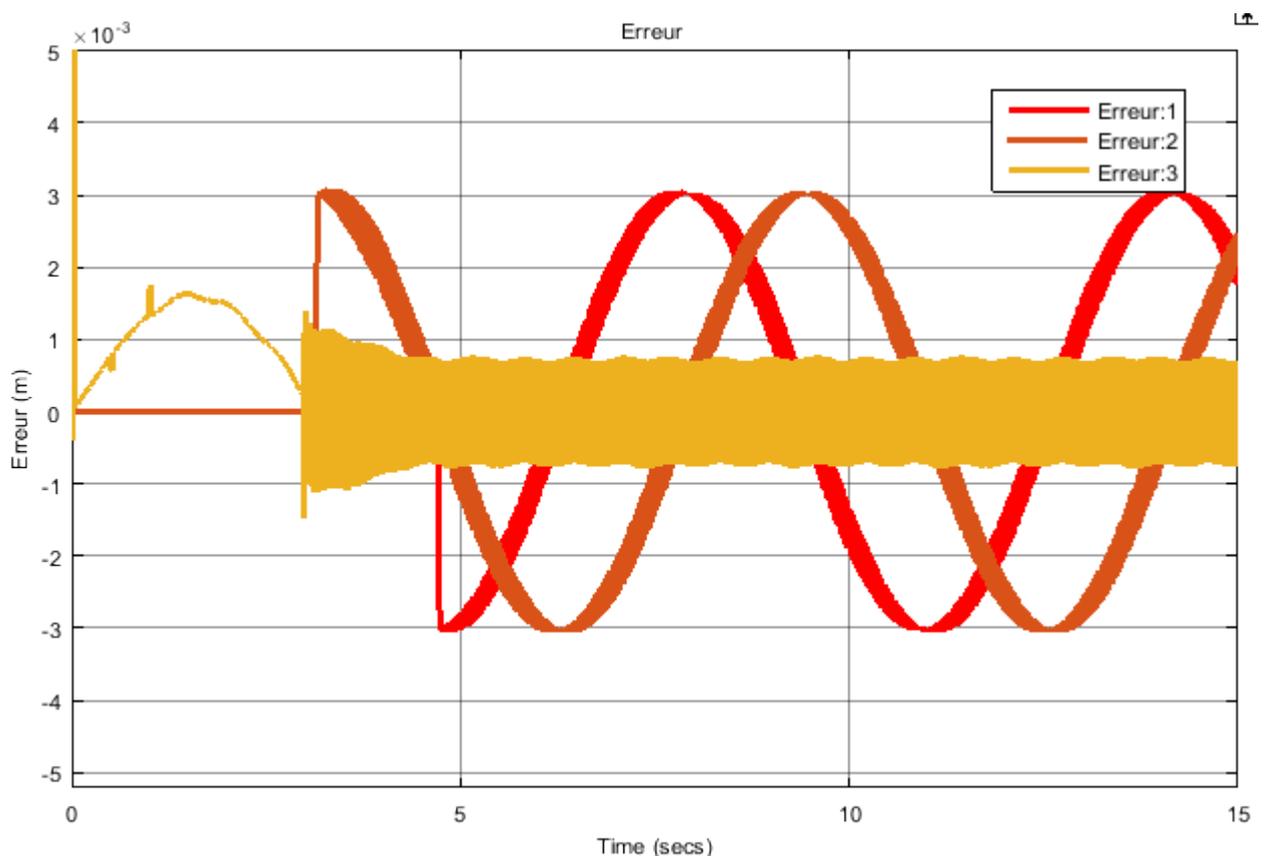


FIGURE 2.6 – Erreur sur la trajectoire

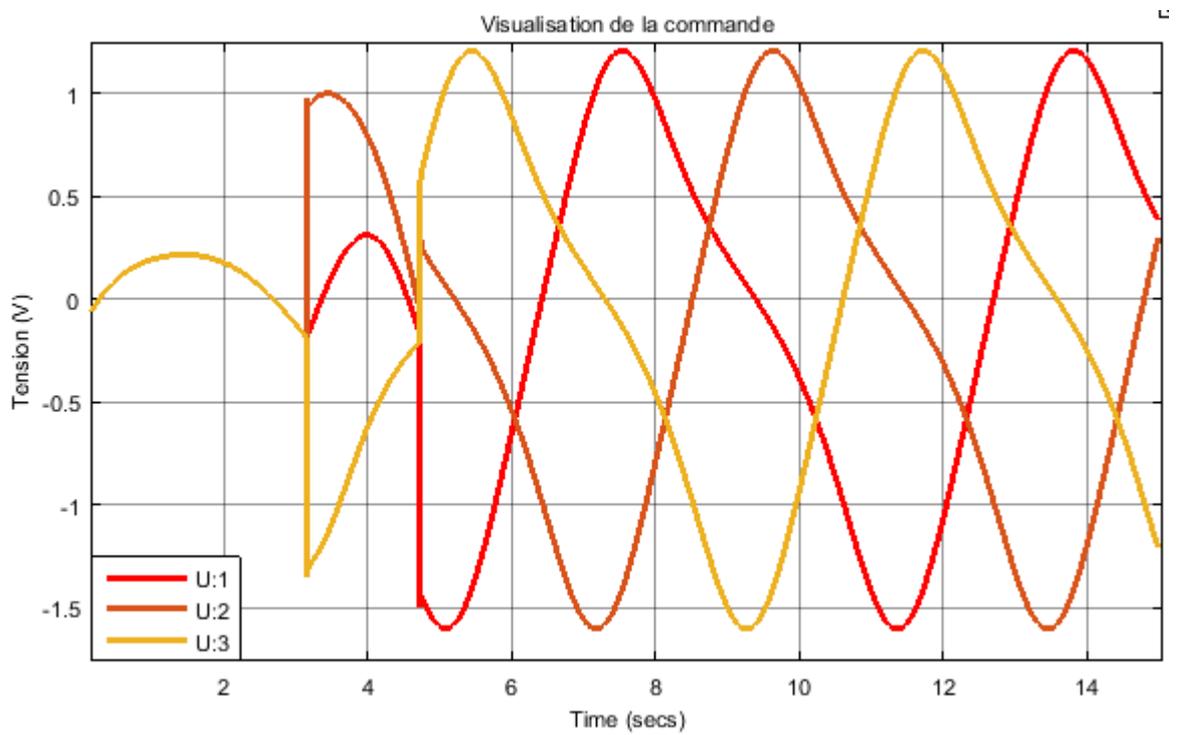


FIGURE 2.7 – Les tensions des moteurs

Conclusion

Notre travail s'est focalisé sur deux aspects du robot manipulateur parallèle Delta : la modélisation et la synthèse des commandes. Pour ce qui est de la modélisation, la caractérisation du robot a englobée plusieurs niveaux de modélisation, nous nous sommes principalement intéressés pour notre part au modèle géométrique, cinématique et dynamique de la structure. A travers notre recherche, nous avons constaté que la quasi-totalité des travaux considèrent le modèle géométrique établi par Clavel. Il est à noter que la complexité de ce modèle le rend difficile à manipuler analytiquement. C'est le premier inconvénient remarqué sur ce modèle. Le même problème se présente dans le modèle géométrique inverse établit soit par Clavel ou par Codourey. afin d'éviter les calculs analytiques fastidieux des deux modèles géométriques et pour remédier à cet inconvénient, et vu l'importance des modèles géométriques nous avons développé un modèle géométrique (directe et inverse) dont les expressions algébriques sont simples et explicites afin d'éviter les dérivées numériques et par conséquent les erreurs de calcul. En établissant les modèles cinématiques analytiques. Et ses dérivées partielles

analytiques.

Pour ce qui est du modèle dynamique, le modèle établi par Clavel ne décrit pas bien d'une façon complète le comportement mécanique de robot Delta ISIR 88 disponible dans le laboratoire, à cause de la négligence de la roue du réducteur dont la masse est considérable. Cette modélisation constituait l'une de nos contributions principales dans le présent travail.

Une partie importante de notre travail a été ensuite consacrée à la commande, où nous avons appliqué la commande retour d'état avec H_∞ sur le système mécanique découplé. Dans notre travail, on a bien pris en considération les interactions mécaniques entre les chaînes cinématiques, c'est un avantage par rapport à plusieurs commandes qu'on a rencontré dans plusieurs ouvrages car dans ces ouvrages, ils ont considéré les interactions entre les chaînes cinématiques comme des perturbations ou comme des erreurs de modélisation.

Bibliographie

- [1] Raymond CLAVEL Alain CODOUREY. Contribution à la commande des robots rapides et précis : application au robot delta à entraînement direct. *IEEE*, 1991.
- [2] R. Clavel. Device for the movement and positioning of an element in space, December 11 1990. US Patent 4,976,582.
- [3] Reymond CLAVEL. Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté. *Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne - EPFL*, 1991.
- [4] Nour Islam MOKHTARI Housseynes NADOUR. Contribution à la modélisation et à la commande du robot delta isir88 [pef]. Juin 2016.
- [5] D. Daney J-P. Merlet. Dimensional synthesis of parallel robots with a guaranteed given accuracy over a specific workspace. *IEEE*, 2005.
- [6] Changyun Wen Jing Zhou. *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems*. Springer, 2008.

- [7] Claudio Melchiorri Luigi Biagiotti. *Trajectory planning for automatic machines and Robots*. Springer, 2008.
- [8] Khelifi Oualid and Azzoug Larbi. Modélisation et commande d'un robot parallèle de type delta. Delta Robot, 2010.
- [9] Krstic M. Kanellakopoulos I. Kokotovic P.V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley, New York, 1995.
- [10] Dan Zhang. *Parallel Robotic Machine Tools*. Springer, 2010.