

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

14/88

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

22x

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

المكتبة الوطنية للعلوم والتقنية
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

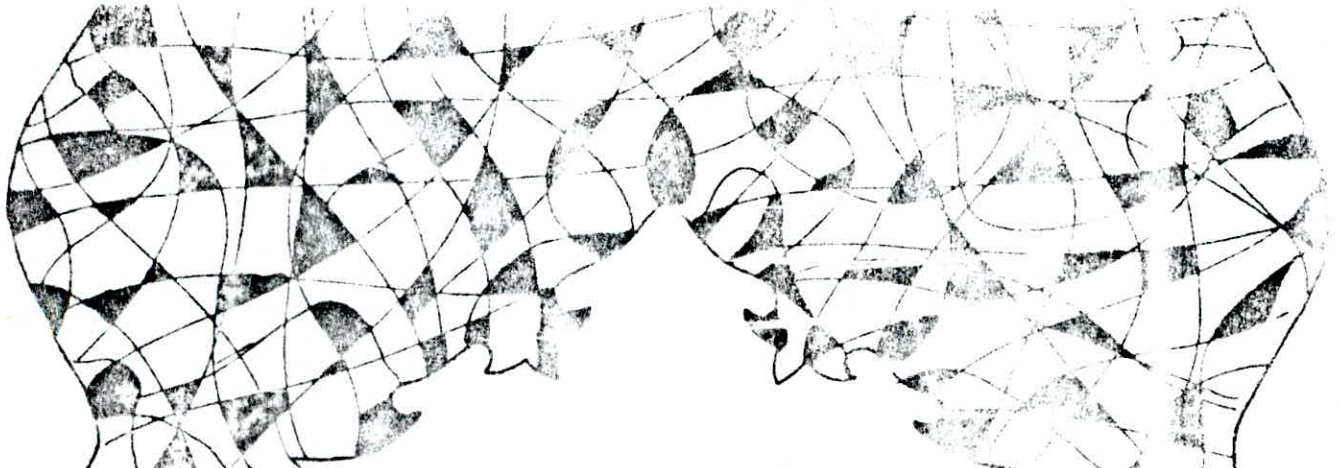
SUJET

**MULTIPLICATION DES RAPPORTS
DE VITESSES DE LA BOITE
DU TRACTEUR C 6006**

Proposé par : Le Laboratoire de Mécanique du Solide
Etudié par : H.Hadjères

Dirigé par M.Boukabache

PROMOTION Janvier 1988



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قال الله تعالى :
« قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ
يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ . »

وقال رسول الله صلى الله عليه وسلم :
« ومن سلك طريقًا يلتمس فيه علمًا
سجّل الله له طريقًا إلى الجنة . »
(رواه مسلم .)

Remerciements

Je remercie vivement Monsieur BOUKABACHE
Chef de Département de Génie Mécanique
pour m'avoir encadré et les conseils qu'il
m'a prodigué tout au long de cette étude.

Mes remerciements s'adressent également
aux membres de Jury
aux enseignants qui ont contribué à ma formation
à tous ceux qui de près ou de loin ont
contribué à la réalisation du présent polycopié.

Je tiens à remercier toute l'équipe du
Bureau d'études de l'entreprise ENPMA-CMT
de Constantine pour leur chaleureux accueil
et les informations reçues lors de mon passage
au Complexe tracteurs.

Je remercie l'équipe de la bibliothèque du
CVI Rouiba pour la faveur qui m'a été
accordée au titre de lecteur.

Dédicaces

Je dédie cet humble travail
à la mémoire de mon père
à la mémoire de ma grand mère
à la mémoire de mon très cher Ahmed

Mes Dédicaces s'adressent également à
ma chère mère

ma femme et mes enfants

mes frères et sœur

Omar

El Hadja Yamina

Mohamed

mes camarades de promotion

tous mes amis

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : GENIE MECANIQUE

Promoteur : M^r BOUKABACHE

Elève Ingenieur : H. HADJERES

وزارة التعليم العالي

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

فرع الهندسة الميكانيكية

الموجه الأستاذ : بوعباس محمد

المهلب لمهندس : جرجس حسان

الموضوع : الزيادة في عدد نسب علبة السرعة

الملخص : تحتوي علبة السرعة لجرار من طراز C 6006 على ثلاث سرعات

رئيسية وأربع سرعات جزئية . وتتمثل دراستنا في إضافة سرعة جزئية

وسطي . الأمر الذي يرفع عدد سرعات هذه العلبة إلى 15 سرعة

وقد تمت دراسة هذه العلبة وفقا لإثنين من الحلول .

Sujet : Multiplication des rapports de vitesses

Résumé : La boîte de vitesses existante du tracteur C 6006 comporte :

4 gammes et 3 vitesses

Notre étude consiste à introduire une gamme moyenne "M" supplémentaire ; ce qui portera à 15 le nombre de vitesses de notre boîte .

Aussi, la boîte de vitesses est étudiée selon deux variantes .

Subject : Increasing the gear ratios

Summary : The existing gear box of the tractor C6006, has :

4 gamuts, 3 speeds .

Our study consists to introduce an additionnal medium gamut "M"

This will lead to have 15 gear ratios in our gear box .

The gear box is studied in two variant ways

TABLE des MATIERES

CHAPITRE I	Généralités	1
I-1	Tracteur agricole et son utilisation	
I-2	Facteurs d'efficacité	
I-3	Les moyens	3
I-4	Boîtes de vitesses pour tracteurs	4
I-5	Caractéristiques techniques du tracteur C6006 et chaîne cinématique de la boîte	6 8
CHAPITRE II	Théorie des engrenages	9
II-1	Introduction	
II-2	Définitions	10
II-3	Rapport de transmission	11
II-4	Caractéristiques géométriques	12
II-4-1	Engrenage droit	
II-4-2	Denture hélicoïdale	13
II-5	Conditions cinématiques d'un engrènement correct	14
II-5-1	Généralités	
II-5-2	Arc de conduite	15
II-5-3	Conditions de non interférence	16
II-5-3-1	Nombre de dents minimum	18
II-5-4	Corrections de denture	20

CHAPITRE III	Etude de la boîte de vitesses 1 ^{ère} variante	
III-1	But	
III-2	Combinaisons de vitesses de la boîte existante	
III-3	Utilisation des différentes gammes	
III-4	Conception de la gamme moyenne M	
III-4-1	Progressions géométriques	22
III-4-2	Détermination du couples d'engrenages Z_8/Z_9 en gamme M	23
III-4-3	Chaîne cinématique de la gamme M en 1 ^{ère} vitesse	24
III-5	Vérification du module réel minimum	25
III-5-1	Caractéristiques géométriques du couple Z_8/Z_9	28
III-5-2	Calcul d'entraxe	
CHAPITRE IV	Vérification à la pression superficielle	29
CHAPITRE V	Vérification à la rupture	35
CHAPITRE VI	Calculs d'arbres	39
VI-1	Dimensionnement vérificatif.	
CHAPITRE VII	Vérification des connelures à la pression spécifique	47
CHAPITRE VIII	Vérification de l'arbre II à la fatigue	48
CHAPITRE IX	Etude de la boîte de vitesses 2 ^{ème} variante	53
IX-1	Conception	
IX-2	Bases de calculs	
IX-3	Détermination des progressions géométriques	55
IX-3-1	Progression géométrique horizontale q_H	
IX-3-2	Progression géométrique verticale q_V	

IX-4	Détermination des engrenages	
IX-5	Détermination du module réel minimum	61
IX-6	Fonctionnement de la boîte de vitesses	62
IX-6-1	Principe	
CHAPITRE X	Calculs d'arbres	64
X-1	Dimensionnement	
CHAPITRE XI	Calculs de roulements	72
CHAPITRE XII	Vérification des déformations angulaires	75
CHAPITRE XIII	Vitesses critiques	78
XIII-1	Notion de vitesse critique des arbres	
XIII-2	Vérification de la vitesse critique de l'arbre II	
CHAPITRE XIV	Vérification des cannelures à la pression spécifique de l'arbre II	83
CHAPITRE XV	Vérification à la fatigue de l'arbre II	84
	Conclusion	
	Bibliographie	

Signification des notations utilisées

$B.V$	Boîte de vitesses	
P	Puissance	(KW) et (w)
n	Vitesse de rotation	(tr/mn)
F_t	Force tangentielle	(N) et (daN)
ω	Vitesse angulaire	(rd/s)
ω_c	" critique	(rd/s)
φ	angle de déformation	(rd)
Z_i	Engrenages	
K, L, M, S, R	Gammes de vitesses	
u	Rapport de transmission	
u_b	" "	BV
u_p	" "	pont
R	Etendue Gamme de vitesses	
Z	Nombre de gammes de vitesses	
q	Progression géométrique	
v	Vitesse périphérique	(m/s)
D	Diamètre des roues matrices	(1,485m)
k	Coefficient de largeur de denture	
b	largeur de denture	
a_i	entraxe	
m_n	Module réel	

Equations

N°	Traité th. et pratique des engrenages	Référence
IV-1		G-Henriot
IV-2		"
IV-3		"
IV-4		"
IV-5		"
IV-6		"
IV-7		"
V-3		"
V-1		"
V-2		"
VI-1		Cours RDM
VI-2		"
VI-3		"
VII-1	Eléments de Machines	DOBROVOLSKY
VIII-1	" "	"
VIII-2	" "	"
VIII-3	" "	"
IX-1	RDM	CAMPA
X-1	"	"
X-2	Eléments de Machines	DOBROVOLSKY
XII-1	" "	"
XIII-1	Eléments de Projets	GEMINARD

Tableaux contenus dans ce polycopié

- T III-1 Combinaisons des vitesses de la boîte existante
- T III-2 " " " 1^{ere} variante
- T III-3 Composition de l'acier 20MC5
- T III-4 Caractéristiques mécaniques de l'acier 20MC5
- T III-5 " " géométriques des engrenages Z₈, Z₉
- T IX-1 Combinaisons de vitesses 2^{eme} variante
- T IX-2 Récapitulatif des vitesses des roues et des rapports dans la BV
- T IX-3 " " des caractéristiques géométriques des engrenages
- T IX-4 Paramètres relatifs au calcul de la pression superficielle
- T IX-5 " " " de la résistance à la rupture
- T X-1 Tableau des différentes sollicitations et des diamètres
- T XIII-1 " " des flèches des arbres I et II
- SC IX Schéma de l'éclaté de la BV

Plans accompagnant l'étude de la BV

- Plan d'ensemble de la BV du tracteur C6006 N° B01
- " " des fourchettes de commande N° C01
- Dessin de définition de l'arbre II N° B02
- " " " pignon double Z₈ N° B04
- " " " pignon Z₉ N° B03
- " " " manchon d'entraînement N° B01

Chap.1 Généralités



I-1 Tracteur agricole et son utilisation

Le tracteur agricole est un véhicule automoteur. Il fournit de l'énergie mécanique sous diverses formes :

- à poste fixe
- en tracteur
- en utilisation mixte.

I-2 Facteurs d'efficacité

De nombreux facteurs entrent en jeu pour obtenir une efficacité optimale dans l'utilisation de l'engin de traction. Ce sont :

1°/ Les caractéristiques du moteur :

Puissance nominale (puissance du moteur pour son régime normal d'utilisation) et consommation spécifique qui déterminent un problème économique.

2°/ Les caractéristiques de l'ensemble moteur-chassis :

- la masse totale
- l'empattement, la voie
- la répartition des charges statiques, position du centre de gravité
- les caractéristiques des roues et des pneus.
- la conception de la liaison entre le tracteur et l'outil de travail.

3°/ Les caractéristiques du terrain :

qui déterminent les coefficients d'adhérence et de roulement.

4°/ Les impératifs découlant de la nature de l'outil et du travail à obtenir :

Le moteur par l'intermédiaire des transmissions permet d'obtenir de l'énergie appliquée aux roues ; celles-ci par appui sur le sol permettent l'avancement du tracteur et de l'outil.

Si l'effort résistant subi par l'ensemble est trop important, deux choses peuvent se produire :

- Le moteur cale : cela veut dire que le tracteur est suffisamment adhérent mais que le moteur manque de puissance.
- Le tracteur patine : cela veut dire que le moteur est suffisamment puissant mais que le tracteur n'adhère pas assez.

Pour un tracteur déterminé, l'adhérence caractérise la facilité de se déplacer sur un sol donné en exerçant un effort de traction.

Il existe deux possibilités pour utiliser le tracteur :

- Soit obtenir un grand effort à faible vitesse
- Soit exercer un faible effort à grande vitesse

Les comportements limites du tracteur en découlent :

- plus la vitesse d'avancement sera réduite (cela en choisissant un rapport adéquat dans la boîte de vitesses, plus il sera possible

d'exercer un effort important (jusqu'aux limites d'adhérence du tracteur car ensuite, le tracteur patinera).

— plus la vitesse d'avancement sera élevée, moins grande sera la latitude d'augmentation de l'effort résistant sans que toute la puissance du tracteur soit sollicitée; au delà le moteur calera.

I-3 Les moyens

Tout cela permet de déterminer quelques indications en vue de l'utilisation d'un tracteur.

1°/ Pour une puissance de moteur déterminée les tracteurs doivent, en traction être utilisés à grande vitesse.

2°/ Pour chaque tracteur, il existe une vitesse critique de traction permettant de concilier au mieux l'utilisation de la puissance du moteur et les caractéristiques d'adhérence du tracteur.

3°/ Les boîtes de vitesse qui équipent les tracteurs doivent posséder un grand nombre de rapports, classés en gammes en vue d'utilisations différentes.

4°/ La liaison entre le tracteur et l'outil doit être rigoureusement étudiée de manière que l'outil ne déséquilibre pas constamment le tracteur, et au contraire que l'on puisse utiliser les réactions du sol sur l'outil pour améliorer l'équilibre et l'adhérence du tracteur.

5°) On peut améliorer l'adhérence du tracteur en agissant sur quelques facteurs simples :

- la position des roues
- les dimensions des pneus : les pneus larges et de grands diamètres sont plus adhérents.
- la masse du tracteur : on peut l'augmenter par adjonction de masses sur les roues ou le bâti ou en gonflant les pneus à l'eau (remplissage aux $\frac{2}{3}$ du maximum, la pression de gonflage restant la même).
- la répartition statique de la masse du tracteur sur les deux essieux.

I-4 Boîtes de vitesses pour tracteurs

Une différence fondamentale entre les boîtes destinées aux tracteurs agricoles et celles équipant les véhicules routiers est due au fait que, sur les tracteurs chaque vitesse avant peut être utilisée de façon continue et non pas seulement pour accélérer.

Pour accomplir un travail donné dans un champ, le tracteur démarre avec la combinaison d'engrenages qui doit être utilisée pour ce travail et aucun changement de combinaison n'est effectué pendant la marche. C'est pourquoi, on peut utiliser sur les tracteurs agricoles un type d'embrayage à friction dont l'élément conduit a

une inertie importante, alors qu'il résulterait de ce fait des chocs nuisibles d'engrenages si l'on devait changer de combinaison en cours de marche.

L'adoption de pneumatiques agraires, qui permet d'utiliser les tracteurs agricoles sur route, a toutefois modifié cette situation et c'est ce qui explique que l'ancien type d'embrayage pour tracteur, à élément conduit relativement lourd, ait dû faire place à de nouveaux modèles à disques conduits légers -

Une caractéristique essentielle des boîtes de vitesses pour tracteurs est que les paliers doivent être efficacement protégés contre la pénétration des poussières ou des corps étrangers car en période de sécheresse les tracteurs agricoles fonctionnent continuellement dans une atmosphère poussiéreuse

Les arbres qui débordent des carters sont munis de joints d'étanchéité spéciaux formés de rondelles d'acier, de cuir, de caoutchouc ou de feutre -

Généralement, les carters des boîtes de vitesses de tracteurs ne sont pas constitués par des pièces venant séparément de fonderie mais font partie intégrante du châssis.

I.5 Caractéristiques techniques du tracteur C 6006

Marque CIRTA

Type C 6006

Puissance 60 CV

Genre Tracteur agricole

Constitution générale du véhicule :

Un essieu avant

un pont moteur arrière

moteur, boîte de vitesses et pont arrière forment un monobloc

Dimensions et poids :

Empattement	2150 mm
Voie avant variable	1420 - 1920 mm
Voie arrière variable	1520 - 1825 mm
longueur totale	3720 mm
largeur totale variable	1960 - 2325 mm
Hauteur totale avec tuyau d'échappement	2750 mm
Hauteur libre au dessus du sol avant	505 mm
Hauteur libre au dessus du sol arrière	600 mm
Hauteur de la chape d'attelage variable	700 - 900 mm
Hauteur au dessus du sol de la prise de force	635 mm
Poids à vide en ordre de marche	2550 Kg
soit sur essieu avant	895 Kg
soit sur essieu arrière	1655 Kg

Poids total autorisé	5000 Kg
soit sur essieu avant	1760 Kg
soit sur essieu arrière	4000 Kg

Moteur :

Type F4L 912 Diesel à injection directe 4 temps, 4 cylindres en ligne

Transmission du mouvement :

Le mouvement du moteur est transmis à la boîte par un embrayage bi-disque à sec au volant.

La chaîne cinématique de transmission TW55-1 est conçue pour obtenir trois rapports de vitesses comprenant chacun :

3 démultiplications en marche AV à vitesses rampantes (K)

3 démultiplications en marche AV à vitesses lentes (L)

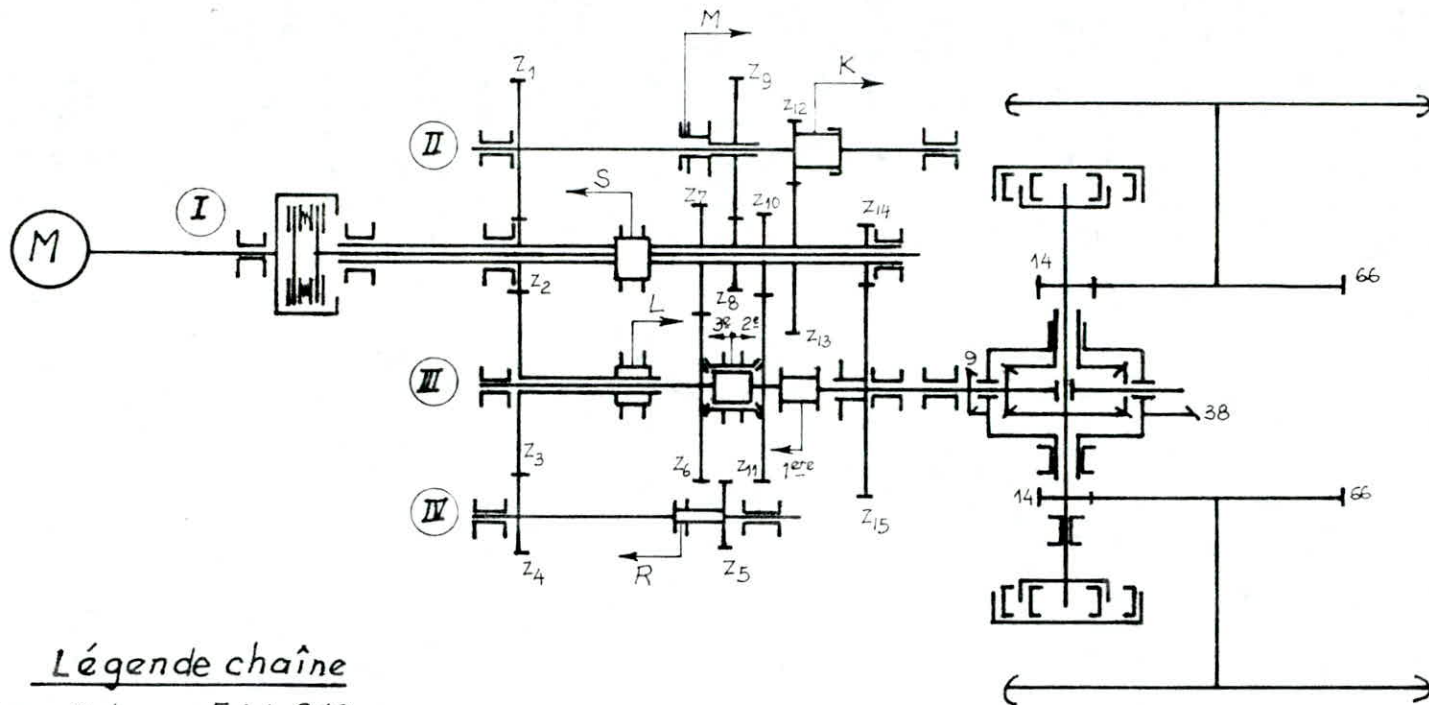
3 démultiplications en marche AV à vitesses rapides (S)

3 démultiplications en marche arrière (R)

3 démultiplications en marche AV à vitesses moyennes (M)

Nota : Cette dernière gamme (M) fait l'objet de notre étude en deux variantes.

Chaîne cinématique de la B.V du C6006



Légende chaîne

- M : Moteur F4L 912
- I : Arbre primaire
- II : Arbre secondaire
- III : Arbre récepteur
- IV : Arbre de marche arrière R
- K, L, M, S et R : Gammes
- 1^{ere}, 2^e et 3^e selection des vitesses
- Z₁, Z₂, Z₁₅ : Engrenages

Chap II Théorie des engrenages

II-1 Introduction

Les boîtes de vitesses sont constituées essentiellement d'arbres et d'engrenages. Ceci, nous amène à traiter ces deux éléments d'une façon approfondie.

Il s'agit de munir deux arbres, qui ne se trouvent pas dans le prolongement l'un de l'autre, d'organes de liaison, tels que l'arbre moteur, animé d'un mouvement de rotation, transmette son énergie à l'arbre receveur en lui communiquant un mouvement de rotation qui sont dans un rapport constant avec le sien. Toutes les solutions de ce problème comportent un point commun : sur chacun des deux arbres est calé un des organes du mécanisme de liaison

— Ou bien les surfaces de ces deux organes sont en contact immédiat, on aboutit de la sorte à l'une des deux solutions :

1°/ roues de friction

2°/ engrenages

— Ou bien ces deux organes sont en contact médiat, un système intermédiaire les reliant ; on réalise alors l'une des deux solutions par lien flexible :

3°/ Courroie

4°/ chaîne

En associant plusieurs fois l'un de ces mécanismes

élémentaires ou en les combinant il est possible de réaliser des ensembles tels que :

- inverseur de marche
- réducteur de vitesses
- mécanismes de changement de vitesses
- variateur de vitesses

Des quatre précédentes, les solutions (2) et (4), seules réalisent une liaison rigide des deux arbres de telle sorte que le rapport de leurs vitesses angulaires soit rigoureusement constant.

Les deux autres (1) et (3) ne peuvent au contraire s'opposer à un glissement relatif des deux arbres. C'est précisément pour cette raison que les engrenages se sont naturellement substitués aux roues de friction.

II-2 Définitions

Un couple d'engrenages est un mécanisme de liaison de deux arbres destinée à transmettre l'énergie de rotation de l'arbre moteur A_1 à l'arbre mené A_2 en assurant un rapport rigoureusement constant de leurs vitesses angulaires ω_1 et ω_2 .

Selon la position relative des deux arbres on distingue :

- les engrenages parallèles
- les engrenages concourants
- les engrenages gauches

Ces catégories se subdivisent chacune en deux ou plusieurs classes selon la direction donnée aux dents :

- engrenages cylindriques

à denture droite

à denture hélicoïdale

- engrenages coniques

à denture droite

à denture hélicoïdale

à denture spirale

- engrenages gauches

couple roue-vis sans fin ordinaire

couple roue à surface torique-vis

couple roue-vis globique

Dans un couple d'engrenages on a convenu d'appeler :

- pignon : le plus petit élément c'est-à-dire celui qui comprend le plus petit nombre de dents.

- roue : le plus grand élément

II.3 Rapport de transmission :

Il est fixé par le rapport constant des vitesses angulaires ω_1 et ω_2

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Z_1, Z_2 respectivement nbre de dents de la roue menante et roue menée

II-4 Caractéristiques géométriques

II-4-1

Engrenage droit

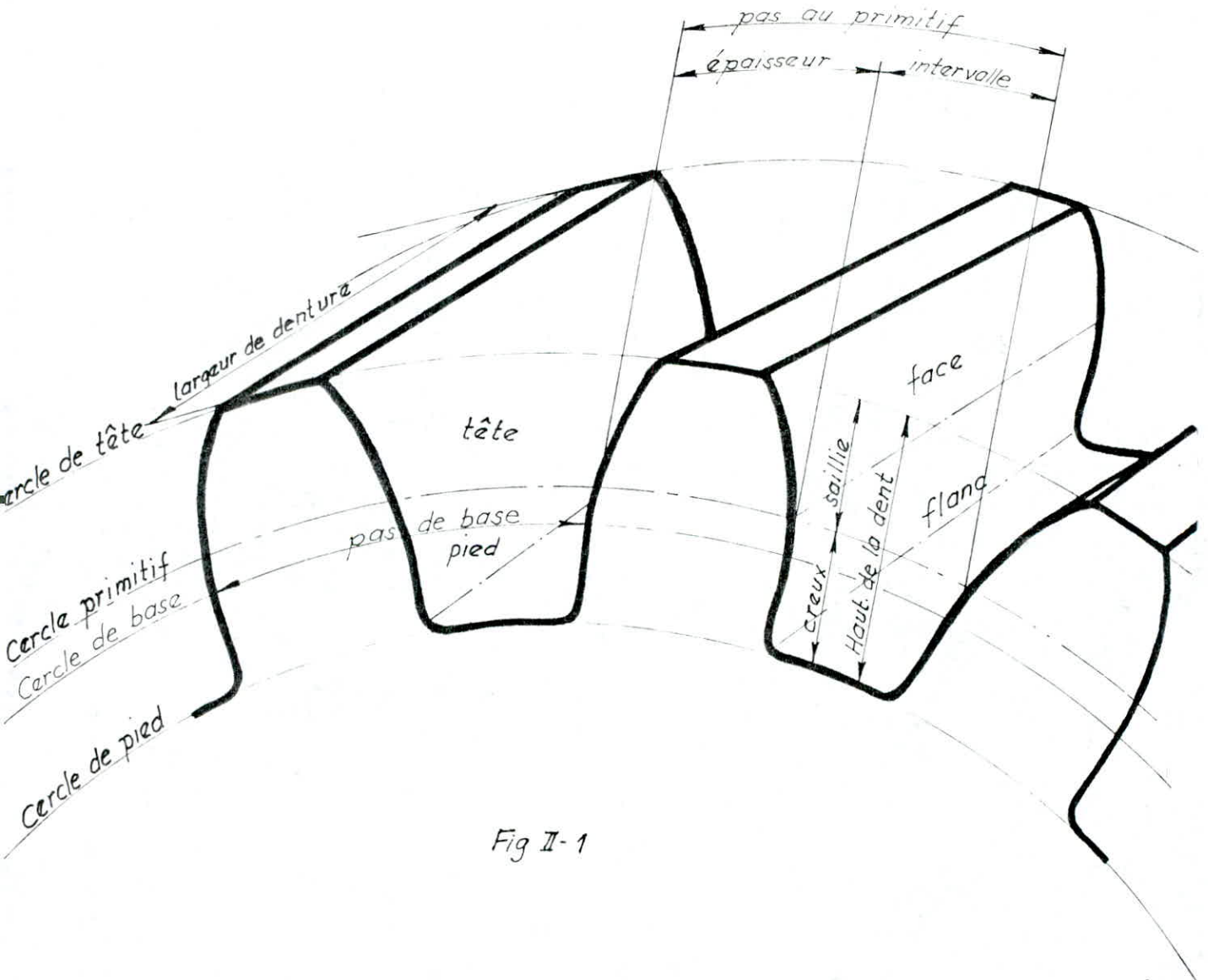


Fig II-1

II-4-2

denture hélicoïdale

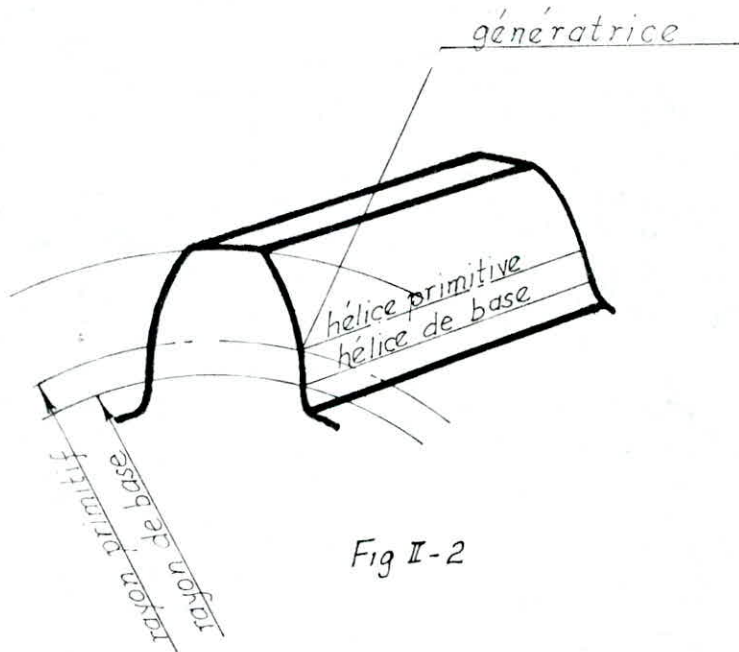


Fig II-2

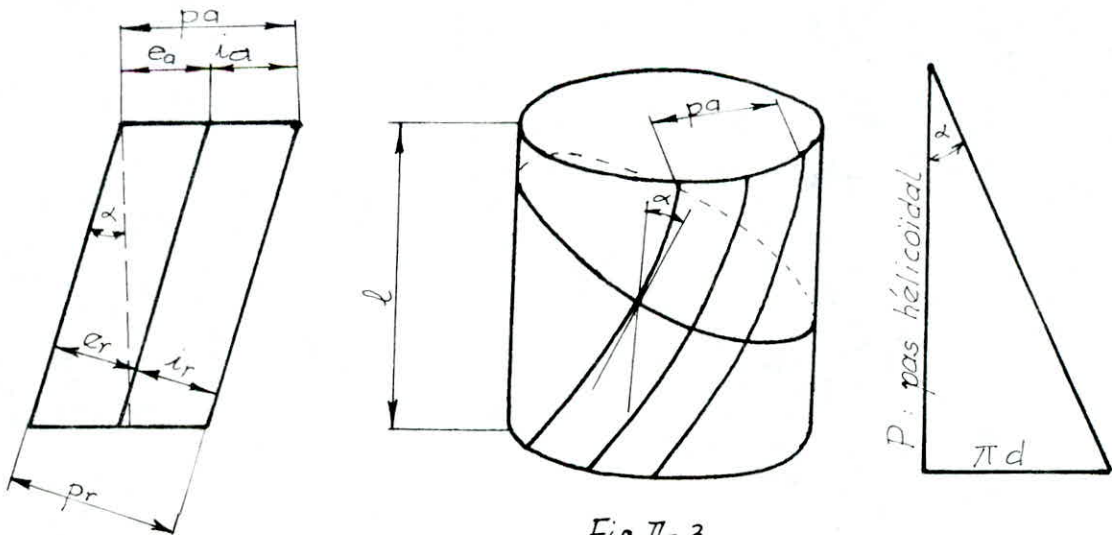


Fig II-3

P_a : pas apparent , P_r : pas réel

e_a : épaisseur apparente , e_r : épaisseur réelle

i_a : intervalle apparent , i_r : intervalle réel

II-5 Conditions cinématiques d'un engrènement correct

II-5-1 Généralités

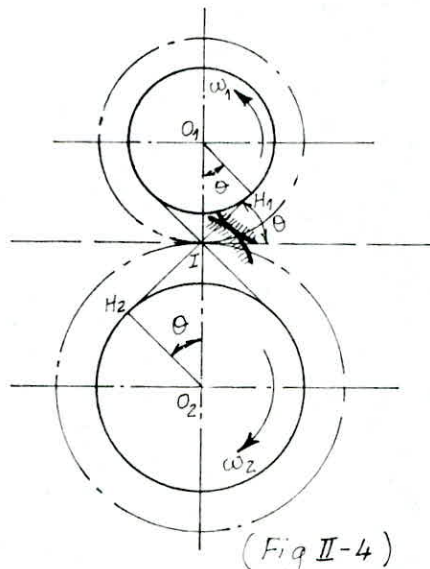
Lorsque la roue menante d'un engrènement transmet le mouvement à la roue menée, il est nécessaire que cette transmission soit uniforme et toujours possible.

Cette double exigence implique deux conditions cinématiques :

1°/ l'uniformité de la transmission impose que la conduite soit continue : autrement dit, il faut perpétuellement que deux dents menantes agissent sur deux dents menées ce qui se traduit par la condition suivante :

l'arc de conduite de 2 dents $>$ au pas circonférentiel du primitif

2°/ La possibilité constante de transmission exige la condition de non interférence des profils, les contacts de ces derniers ne devant avoir lieu que sur la ligne d'action et à l'intérieur du segment $H_1 H_2$ défini par les points de tangence aux cercles de base.



II-5-2 Arc de conduite

La conduite commence lorsque le cercle de base (C_{2B}) de la roue menée rencontre en H'_1 la ligne d'action H_1H_2 . Elle cessera lorsque la dent menante ($h' H'_1 T_1$) qui commence son action sur la dent menée ($H' P_2$) la quittera en H'_2 , point d'intersection du cercle de base menant (C_{1B}) avec la ligne d'action.

Au segment $H'_1 I$ correspond l'arc d'approche $h'_1 i_1$, le parcours $I H'_2$ définit l'arc de retraite $i_2 h'_2$.

La conduite est la longueur correspondante de roulement des deux cercles primitifs pendant l'approche et durant la retraite.

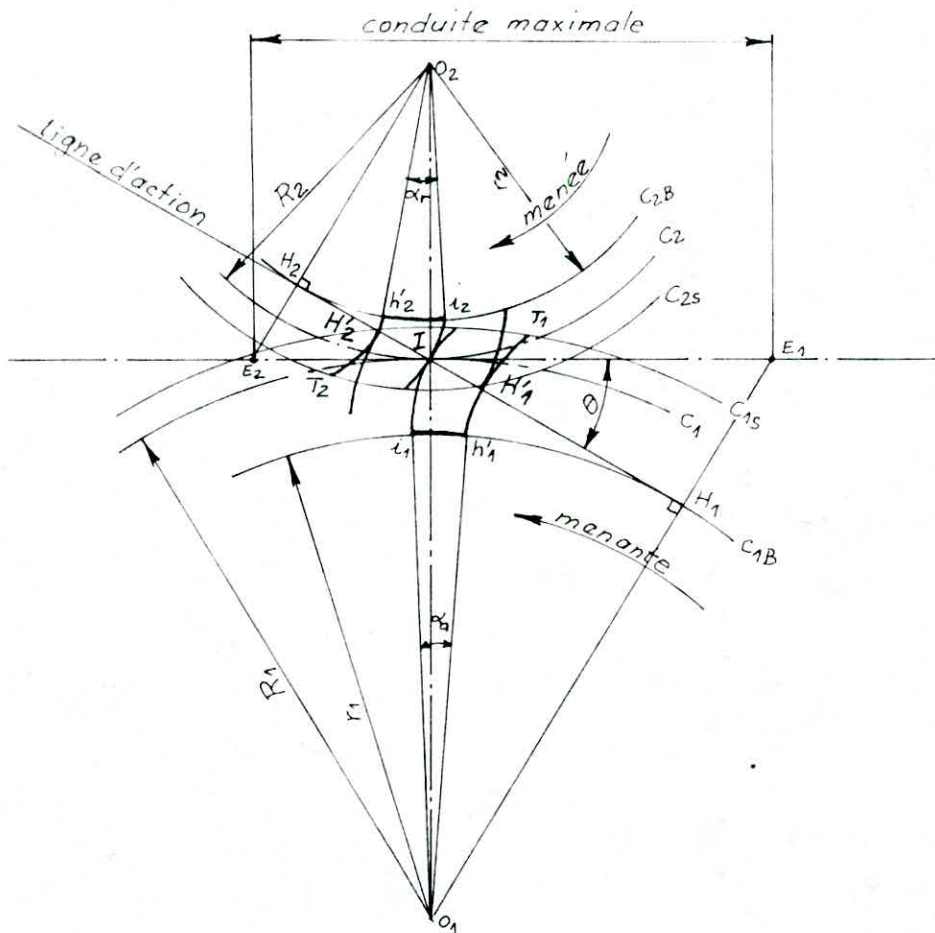


Fig II-5

Conduite = arc de roulement pendant l'approche du cercle primitif menant (C_1) + arc de roulement durant la retraite du diamètre primitif mené (C_2).

On a :

arc de roulement pendant l'approche $\alpha_a R_1$

arc de roulement durant la retraite $\alpha_r R_2$

et $C = \alpha_a R_1 + \alpha_r R_2$

$$\text{Mais } \begin{cases} R_1 = \frac{r_1}{\cos \theta} & \text{et arc } \overline{h'_1 i_1} = \alpha_a r_1 = \overline{H'_1 I} \\ R_2 = \frac{r_2}{\cos \theta} & \text{et arc } \overline{h'_2 i_2} = \alpha_r r_2 = \overline{I H'_2} \end{cases}$$

$$\text{En définitive } C = \frac{H'_1 I}{\cos \theta} + \frac{I H'_2}{\cos \theta}$$

La condition de conduite continue est donc :

$$C \geq m\pi$$

II-5-3 Conditions de non interférence

L'interférence devient possible quand le cercle de pied est inférieur au cercle de base

Le phénomène d'interférence tend à affaiblir le pied de la dent ; il peut même donner une transmission incorrecte, voir même impossible.

La conduite et la possibilité d'interférence sont fonction de l'angle de pression, de la hauteur de saillie.

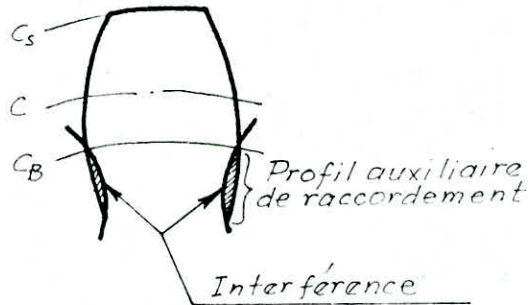


Fig II-6

Denture normalisée

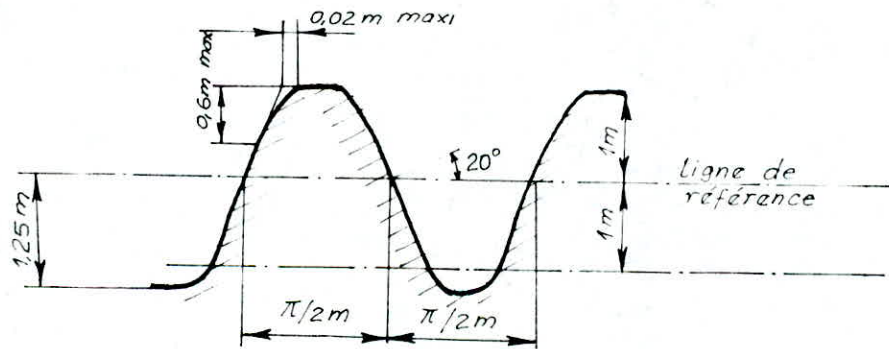


Fig II-7

Denture normale

Une roue de diamètre primitif donné est dite à denture normale si elle peut être engendrée par la crémaillère génératrice, dont la ligne de référence est tangente au cylindre primitif.

II-531 Nombre de dents minimum

L'étude géométrique montre qu'un pignon, capable d'engrèner sans interférence avec une crémaillère, engrènera correctement, à fortiori avec toute autre roue de même module, dont le nombre de dents est au moins égal au sien.

La condition de non interférence correspond à l'engrènement d'un pignon avec la crémaillère peut se traduire par :

$$IH' \leq IH \quad (1)$$

il vient :

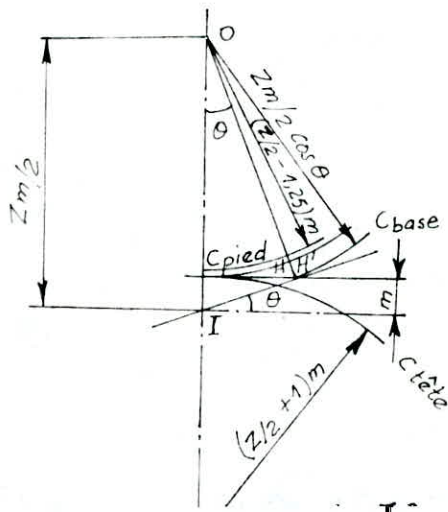
$$IH' = \frac{m}{\sin \theta} \quad , \quad IH = OI \sin \theta = \frac{Zm}{2} \sin \theta$$

Par suite (1) devient :

$$Z \geq \frac{2}{\sin^2 \theta} \quad ; \quad \text{comme } \sin^2 \theta = 0,117 \Rightarrow Z \geq 17 \text{ dents}$$

avec : Z = nombre de dents du pignon

m = module



Pour des pignons qui doivent être appariés uniquement avec des roues le nombre minimum de dents peut être réduit.

Pour le déterminer il suffit de calculer IH' et IH . On doit toujours avoir :

$$IH \geq IH' \quad (2)$$

En considérant le triangle (OHI) on a : $IH = \frac{Zm}{2} \sin \theta$

En considérant le triangle $(O_1H'I)$ on a :

$$O_1H'^2 = IO_1^2 + IH'^2 - 2IO_1 \cdot IH' \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right)$$

$$\text{ou} \left(\frac{Z_1}{2} + 1 \right)^2 m^2 = \frac{Z_1^2 m^2}{4} + IH'^2 + Z_1 m \cdot IH' \sin \theta \quad (3)$$

En résolvant (3)

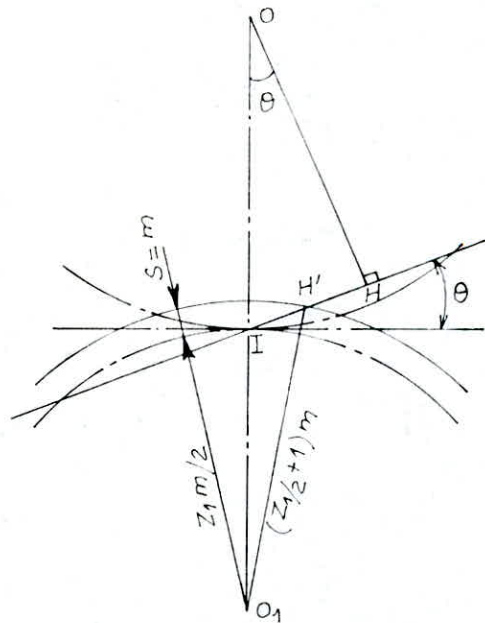
$$IH' = \frac{m}{2} \left(-Z_1 \sin \theta + \sqrt{Z_1^2 \sin^2 \theta + 4(Z_1 + 1)} \right)$$

Donc (2) devient :

$$Z \sin \theta \geq \sqrt{Z_1^2 \sin^2 \theta + 4(Z_1 + 1)} - Z_1 \sin \theta$$

De la sorte on trouve :

- $Z = 13$ pour $Z_1 = 13$
- $Z = 14$ pour $Z_1 \leq 26$
- $Z = 15$ pour $Z_1 \leq 45$
- $Z = 16$ pour $Z_1 \leq 100$



Conséquences

1°/ Les roues à denture normalisée doivent avoir plus de 13 dents pour éviter les phénomènes d'interférence.

2°/ La longueur de conduite augmentant avec le nombre de dents des roues en prise, le nombre minimum de dents des roues à denture normalisée n'est pas déterminé par la condition de continuité de la conduite mais par celle de non interférence.

II-54 Corrections de denture

Ces corrections sont utilisées :

- pour éviter les interférences : on peut de la sorte utiliser des pignons à nombre de dents inférieur au mini déjà signalé
- pour augmenter la section d'encastrement des dents (longueur du pied de dents).

Les roues à denture corrigée sont étudiées par couples.

La correction est obtenue :

- par modification du profil de référence : changement de valeur de l'angle de pression ou de la hauteur de tête
- par déport du profil de référence par rapport au cercle primitif :

a/ Soit sans modification d'entraxes : ce qui revient à avantager du point de vue interférence, le pignon au détriment de la roue

b/ Soit avec modification d'entraxes.

Chap. III Etude de la boîte de vitesses 1^{ere} variante

III-1 But :

Le but essentiel recherché dans cette variante est l'introduction d'une gamme moyenne supplémentaire (M) sans modification notable de la structure de la B.V actuelle, ceci, sur le plan économique et élargissement des gammes de vitesses -

III-2 Combinaison des vitesses en Km/h de la BV existante

T III-1

Gammes Vitesses	Rampantes (K)	Lentes (L)	Rapides (S)	Marches AR (R)
1 ^{ere}	1,4	3,1	8,0	4,2
2 ^e	2,6	5,9	15,0	7,8
3 ^e	4,6	10,4	26,5	13,8

III-3 Utilisation des différentes gammes

La gamme K est utilisée principalement pour les travaux de labours

La gamme L est utilisée pour les travaux agricoles dans les conditions difficiles.

La gamme S est réservée aux transports sur routes

La gamme R est réservée aux manœuvres de marche arrière aussi bien sur champs que sur routes.

III-4 Conception de la gamme moyenne M.

L'introduction de cette gamme se fera entre la gamme lente (L) et la gamme rapide (S).

III-41 Progression géométrique (q)

Dans une boîte les rapports de vitesses doivent être autant que possible rapprochés entre eux et suivre aussi exactement que nous le pouvons une série géométrique.

Calculons, pour cela l'étendue R des gammes de vitesses immédiatement inférieure et supérieure respectivement aux gammes (L) et (S).

$$R = \frac{V_{s \max}}{V_{L \min}} = \frac{26,5}{10,4} = 2,54$$

En exprimant R en fonction de la progression géométrique q et du nombre de vitesses Z on a :

$$R = q^{Z-1} \text{ ou en passant aux logarithmes népériens il vient } \log R = \log q^{Z-1} \Rightarrow \log R = (Z-1) \log q$$

$$\text{Donc } q = e^{\log R / Z - 1} = e^{\log 2,54 / 2}$$

$$q = 1,596$$

avec Z = 3 vitesses (L, M et S)

La détermination de q = 1,59 permet d'établir le nouveau tableau des combinaisons de vitesses (comprenant la gamme M)

Gammes Vitesses	K	L	M	S	R
1 ^{ere}	1,4	3,1	5,03	8,0	4,2
2 ^e	2,6	5,9	9,4	15,0	7,8
3 ^e	4,6	10,4	16,6	26,5	13,8

III-4-2 Détermination du couple d'engrenages $Z_{8/7}$ en gamme M

Les valeurs des 3 vitesses de la gamme M sont calculées comme suit :

$$M_1 = \frac{S_1}{9} \Rightarrow M_1 = \frac{8}{1,59} = 5,03 \text{ Km/h}$$

$$M_2 = \frac{S_2}{9} \Rightarrow M_2 = \frac{15}{1,59} = 9,4 \text{ Km/h}$$

$$M_3 = \frac{S_3}{9} \Rightarrow M_3 = \frac{26,5}{1,59} = 16,6 \text{ Km/h}$$

Les valeurs des vitesses S_1, S_2 et S_3 (gamme S) sont tirées dans le paragraphe III-2

Nous pourrions ainsi calculer les vitesses de rotation des roues motrices du tracteur.

l'expression de la vitesse circonférentielle est :

$$V = \frac{\pi D n}{60} \quad D = \text{diamètre de la roue motrice} = 1,485 \text{ m}$$

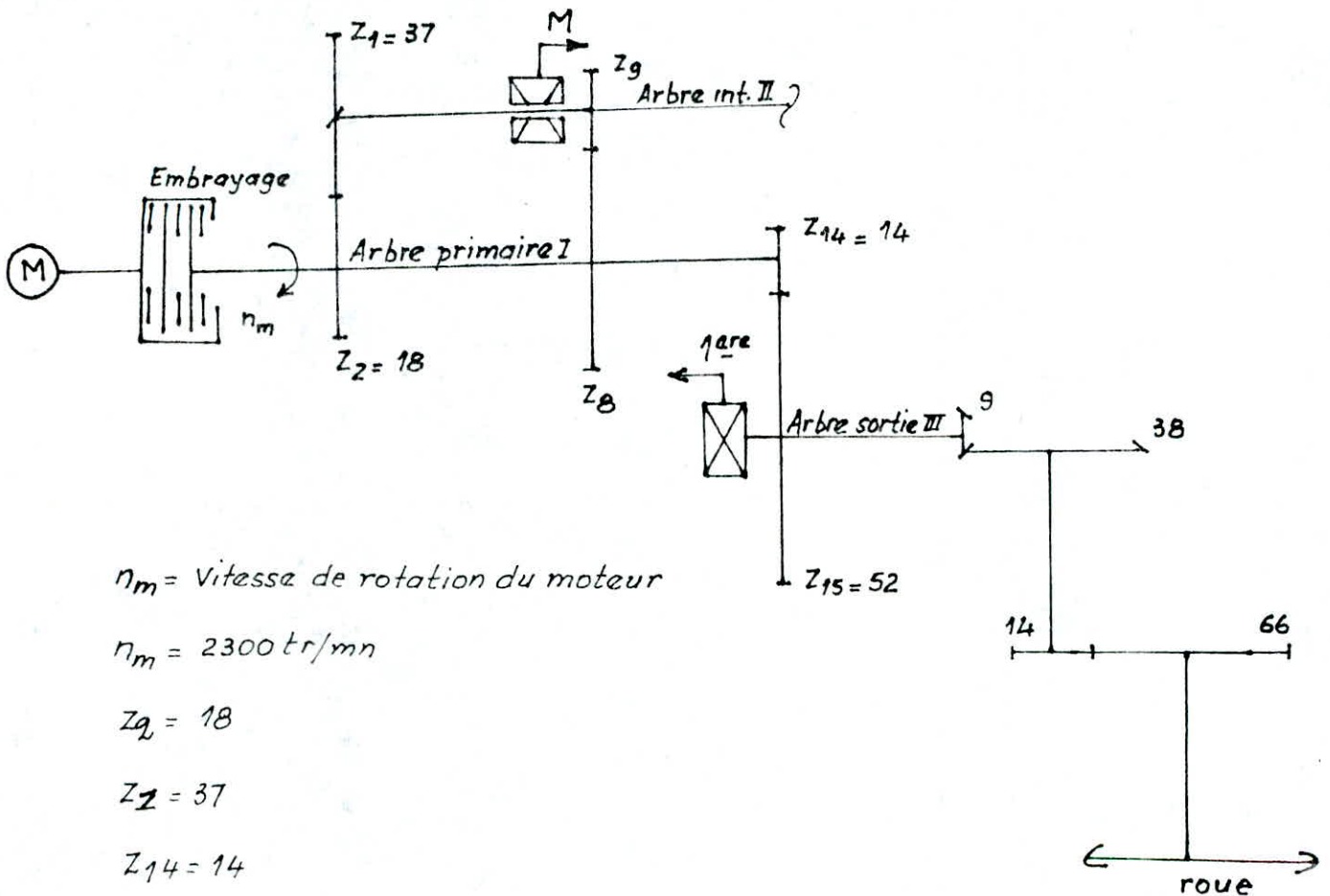
$n = \text{nombre de tr/mn de la roue motrice}$

$$n = \frac{60 V}{\pi D}$$

$$\text{d'où } n_{M_1} = \frac{60 \cdot 5030/3600}{\pi \cdot 1,485} = 18,16 \text{ tr/mn}$$

$$n_{M_2} = \frac{60 \cdot 9400/3600}{\pi \cdot 1,485} = 33,72 \text{ tr/mn}$$

$$n_{M_3} = \frac{60 \cdot 16600/3600}{\pi \cdot 1,485} = 58 \text{ tr/mn}$$

Chaîne cinématique de la gamme M, 1^{ère} vitesse

n_m = Vitesse de rotation du moteur

$$n_m = 2300 \text{ tr/mn}$$

$$Z_2 = 18$$

$$Z_1 = 37$$

$$Z_{14} = 14$$

$$Z_{15} = 52$$

D'après la chaîne cinématique de la BV (en gamme M, 1^{ère} vitesse), l'expression de la vitesse de rotation des roues motrices s'écrit :

$$n_{M_1} = n_m \cdot \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_g}{Z_B} \cdot \frac{Z_{14}}{Z_{15}} \cdot \frac{9}{38} \cdot \frac{14}{66}$$

$$n_{M_1} = 18,16 = 2300 \cdot \frac{18}{37} \cdot \frac{Z_g}{Z_B} \cdot \frac{14}{52} \cdot \frac{9}{38} \cdot \frac{14}{66} \Rightarrow \frac{Z_g}{Z_B} = \frac{18,16}{15,13} = 1,2$$

$$\frac{Z_g}{Z_B} = \frac{120}{100} = \frac{30}{25}$$

Donc pour ce couple, nous adopterons $Z_B = 25$, $Z_g = 30$

Ainsi, la détermination du couple Z_9/Z_8 nous permet le calcul des vitesses de sortie (tr/mn) aux roues motrices

Elles sont :

$$n_{M_1} = 18,16 \text{ tr/mn}$$

$$n_{M_2} = 33,72 \text{ tr/mn}$$

$$n_{M_3} = 58,08 \text{ tr/mn}.$$

III-5 Vérification du module réel minimum.

Comme nous envisageons de garder la structure et les caractéristiques géométriques des éléments de la BV existante, vérifions la validité du module $m_n = 3,5$ après l'introduction de la 5^e gamme de vitesses (couple Z_9/Z_8 calculé précédemment).

Nous devons au préalable calculer la puissance recueillie P_{II} sur l'arbre intermédiaire II supportant la roue menante Z_9 .

(voir chaîne cinématique gamme M Page)

$$P_{II} = P_I \cdot \eta_e^x \cdot \eta_r^y \quad \text{et} \quad P_I = P_m \cdot \eta_{emb} \cdot \eta_r^y$$

avec P_I = puissance d'entrée dans la B.V

P_m = puissance du moteur

η_{emb} = Rendement de l'embrayage

η_e = Rendement d'une paire d'engrenages en prise

η_r = Rendement d'une paire de roulements

x = Nombre de paires d'engrenages en prise

y = Nombre de paires de roulements -

Les valeurs expérimentales de ces rendements sont :

$$\eta_e = 0,95 \div 0,98$$

$$\eta_r = 0,99 \div 0,995$$

$$\eta_{emb} = 0,85 \div 0,95$$

Nous adoptons :

$$\eta_e = 0,96$$

$$\eta_r = 0,99$$

$$\eta_{emb} = 0,90$$

Donc P_m étant connue = 60 cv = 44,16 Kw, nous avons :

$$P_I = P_m \cdot \eta_{emb} \cdot \eta_r^2$$

$$P_I = 44,16 \cdot 0,90 \cdot 0,99^2 = 38,95 \text{ Kw.}$$

$$P_{II} = P_I \cdot \eta_e^3 \cdot \eta_r$$

$$P_{II} = 38,95 \cdot 0,96^3 \cdot 0,99 = 34,11 \text{ Kw.}$$

La valeur du module réel minimum est donnée par la

formule suivante : $m_n \geq \sqrt[3]{\frac{P}{\omega_g \cdot K \cdot Z_g \cdot R_p}}$ dans laquelle

P = Puissance en W

ω_g = Vitesse angulaire en rd/s

K = Coefficient de largeur de denture

R_p = Résistance pratique du matériau.

Z_g = Nombre de dents de la roue menante.

L'acier utilisé pour toute la pignonnerie est l'acier allié

20 MC 5 (voir composition chimique et caractéristiques mécaniques page suivante)

Composition chimique

TIII-3

Désignation	Composition chimique					
	C %	Si %	Mn %	Cr %	P %	S %
20MC5	0,17	0,1	1,1	1	≤	≤
	0,22	0,4	1,4	1,3	0,035	0,035

Caractéristiques mécaniques TIII-4

Désignation	Limite élastique	Résistance à la rupture	Allongement	Dureté à cœur	Traitement thermique
20MC5	R_e (N/mm ²)	R_r (N/mm ²)	A (%)	HB	
	735 - 980	1100 - 1400	8	325	Trempe 875°C Revenu 200°C

Déterminons les différents paramètres pour le calcul du module :

$$\text{On a : } n_g = n_m \cdot \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_9}{Z_8} \Rightarrow n_g = 2300 \cdot \frac{18}{37} \cdot \frac{30}{25} = 1342,7 \text{ tr/mn}$$

$$\text{Nous pouvons écrire aussi : } \frac{n_B}{n_g} = \frac{Z_9}{Z_8}$$

$$\Rightarrow n_g = n_B \cdot \frac{Z_8}{Z_9} \Rightarrow n_g = 1342,7 \cdot \frac{25}{30} \Rightarrow n_g = 1118,9 \text{ tr/mn}$$

$$\text{Donc : } \omega_g = \frac{\pi n_g}{30} \Rightarrow \omega_g = \frac{\pi \cdot 1118,9}{30} \Rightarrow \omega_g = 117,1 \text{ rd/s}$$

$$R_p = \frac{R_e}{\alpha} \text{ avec } \alpha = \text{coefficient de sécurité } (\alpha = 2 \div 5)$$

$$\text{Adoptons } R_e = 960 \text{ N/mm}^2 = 960 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \text{ et } \alpha = 2,5$$

Adoptons un coefficient de largeur de denture $K = 7$ avec
 $6 < K < 12$.

Ainsi, avec :

$$P = 34,11 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\omega_g = 117,11 \text{ rad/s}$$

$$K = 7$$

$$Z_g = 30$$

$$R_p = 960 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 / 2,5 = 384 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

on a :

$$m_n \geq 2,22 \sqrt[3]{\frac{34,11 \cdot 10^3}{117,11 \cdot 7 \cdot 30 \cdot 384 \cdot 10^6}} = 3,40 \text{ mm.}$$

Donc on peut adopter $m_n = 3,50 \text{ mm}$ et la validité de ce module est vérifiée malgré l'introduction de la 5^e gamme (M)

III-5-1 Caractéristiques géométriques du couple Z_8/Z_9

III-5

Roue	Z	Module m_n (mm)	ϕ primitif D_p (mm)	ϕ de tête D_a (mm)	ϕ de pied D_f (mm)	ϕ de base D_b (mm)
Z_8	25	3,5	87,5	94,5	78,75	82,22
Z_9	30	3,5	105	112	96,25	98,66

III-5-2 Calcul d'entraxe

L'entraxe des arbres portant le couple d'engrenages Z_8/Z_9 de la gamme M est : $a_1 = m_n \frac{(Z_8 + Z_9)}{2} = 3,5 \frac{(25 + 30)}{2}$

$$a_1 = 96,25 \text{ mm}$$

IV Vérification à la pression superficielle

L'aptitude à la fonction de nombreux éléments de machines est limitée par l'insuffisance de leur résistance superficielle. Nous devons donc vérifier cette aptitude par l'expression donnée dans l'ouvrage traitant de la théorie et de la pratique des engrenages de M^r Henriot

$\sigma_H \leq \sigma_{Hp}$, inégalité dans laquelle :

σ_H = contrainte superficielle

σ_{Hp} = contrainte superficielle admissible

D'autre part, les expressions de σ_H et σ_{Hp} s'écrivent comme suit :

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{b d_1} \cdot \left(\frac{u+1}{u}\right) \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \quad \text{[IV-1]}$$

$$\sigma_{Hp} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W \cdot Z_X \quad \text{[IV-2]}$$

Déterminons les différents paramètres relatifs au calcul de σ_H :

a) Facteur géométrique Z_H :

Ce facteur est donné en fonction de l'angle d'inclinaison β et du rapport $(x_1 + x_2)/(z_1 + z_2)$ pour des angles de pression réels de 20° , $22^\circ 30'$ et 25° (x_1 et x_2 étant respectivement les déports du pignon et de la roue)

Dans le cas de notre B.V, le couple d'engrenages Z_9/Z_8 ajouté relatif à la gamme M est à denture droite. Donc $\beta = 0$ et en fixant les déports $x_1 = x_2 = 0$, nous lisons sur l'abaque

$$Z_H = 2,49$$

b) Facteur Z_β : c'est un facteur d'inclinaison utilisé pour les dentures hélicoïdales : $Z_\beta = \sqrt{\cos \beta}$. Dans notre cas $\beta = 0 \Rightarrow Z_\beta = 1$

c/ Facteur d'élasticité Z_E

Pour les aciers $Z_E \approx \sqrt{0,175 E}$ avec $E = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ [IV-3]
 E_1 et E_2 sont les modules d'élasticité du pignon et de la roue en (daN/mm^2)

Le choix des aciers utilisés a déjà été fixé

$$E_1 = E_2 = 21 \cdot 10^3 \text{ daN}/\text{mm}^2$$

$$Z_E = \sqrt{0,175 \cdot 2 (21 \cdot 10^3)^2 / 21 \cdot 10^3 \cdot 2} = 60,6 \sqrt{\text{daN}/\text{mm}^2}$$

d/ Facteur de conduite Z_ϵ

Pour une denture droite $Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha)/3}$ [IV-4]

avec ϵ_α = rapport de conduite apparent fonction de l'angle d'inclinaison β et de l'angle de pression réel α_n

$$\text{Pour } \beta = 0^\circ, \alpha_n = 20^\circ \Rightarrow \epsilon_\alpha = 1,75$$

$$\text{Donc } Z_\epsilon = \sqrt{(4 - 1,75)/3} = 0,86$$

e/ Rapport de transmission u

$$u = \frac{z_B}{z_g} = \frac{25}{30} = 0,83 \Rightarrow \frac{u+1}{u} = \frac{1,83}{0,83} = 2,19$$

f) Facteur d'application K_A

Ce facteur tient compte des surcharges dynamiques provenant des sources extérieures à l'engrenage. Ces surcharges dépendent des caractéristiques des machines menantes et menées, des accouplements et des conditions de service.

$K_A = 1$ (cas de caractéristiques de machines menante et menée que nous supposons uniformes).

$$\text{Donc } K_A = 1$$

g/ Facteur dynamique K_v

Ce facteur tient compte des charges dynamiques internes dues aux vibrations du pignon et de la roue l'un sur l'autre.

K_v est fonction de la vitesse tangentielle et le nombre de dents de la roue menante.

$$v_g = \frac{\pi D_g \cdot n_g}{60} = \frac{\pi \cdot 105 \cdot 10^{-3} \cdot 1118,91}{60} = 6,14 \text{ m/s}$$

Pour $v_g \cdot Z_g / 100 = \frac{6,14 \cdot 30}{100} = 1,84$ on a $K_v = 1,2$

h/ Largeur du pignon b_g

La largeur d'un pignon ou d'une roue est donnée par :

$$b = K m_n \quad \text{où } K = \text{coeff. de largeur de denture } 6 < K < 12$$

$$m_n = \text{module réel.}$$

Egalement, dans un ouvrage spécialisé dans la construction d'engrenages on donne la plage largeur sur diamètre du pignon $(b/d_1) = 0,4 \div 2$.

On adoptera $K = 7 \Rightarrow b_g = 7 \cdot 3,5 = 24,5 \text{ mm}$.

i/ Facteur de distribution de charge longitudinale $K_{H\beta}$

Ce facteur tient compte des effets concourants à une mauvaise distribution de la charge le long de la largeur de denture.

$$K_{H\beta} = 1,15 + 0,18 \left(\frac{b}{d} \right)^2 + 0,31 \cdot 10^{-3} b \quad \text{[IV-5]}$$

$$K_{H\beta} = 1,15 + 0,18 \left(\frac{24,5}{105} \right)^2 + 0,31 \cdot 10^{-3} \cdot 24,5$$

$$K_{H\beta} = 1,16$$

j) Facteur de Distribution de charge transversale $K_{H\alpha}$

La Distribution de la charge tangentielle totale sur plusieurs paires de dents conjuguées dépend, dans le cas de dimensions d'engrenages données, de la précision de la denture et de la valeur de la charge tangentielle totale.

Dans notre cas, la denture est droite, de qualité ISO 8 et faiblement chargée.

$$K_{H\alpha} = \frac{1}{Z_E^2} \Rightarrow K_{H\alpha} = \frac{1}{(0,86)^2}$$

$$K_{H\alpha} = 1,35$$

k) Calcul de la force tangentielle F_t

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{P \cdot 60}{\pi \cdot d_g \cdot n_g} = \frac{34,11 \cdot 10^3 \cdot 60}{\pi \cdot 105 \cdot 10^{-3} \cdot 1118,91}$$

$$F_t = 5547,77 \text{ N} = 554,77 \text{ daN.}$$

Finalement

$$\sigma_H = 2,49 \cdot 60,6 \cdot 0,86 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{554,77}{24,5 \cdot 10^5} \cdot 2,19 \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot 1,16 \cdot 1,35}$$

$$\sigma_H = 122,62 \text{ daN/mm}^2$$

Dans ce qui va suivre, nous allons déterminer les différents paramètres relatifs au calcul de σ_{Hp} élément de comparaison avec σ_H précédemment calculé.

l) Pression superficielle limite σ_{Hlim}

Pour un acier de cémentation allié (20MC5) $\Rightarrow \sigma_{Hlim} = 140 \text{ daN/mm}^2$

m) Facteur de durée Z_N

Ce facteur prend compte du fait qu'une pression de Hertz plus élevée peut être admise si on ne demande qu'une endurance (nombre de cycles) limitée.

Calculons au préalable le nombre de cycles N_L de mise en charge des dents. En estimant la durée de vie du couple d'engrenages Z_9/Z_8 de la gamme M à 7 années on a :

$$N_L = 60 \cdot n_g \cdot H = 60 \cdot 1118,91 \cdot (6 \cdot 235 \cdot 7) = 6,62 \cdot 10^8 \text{ cycles.}$$

$$\text{Pour } N_L = 6,62 \cdot 10^8 \text{ cycles} \Rightarrow Z_N = 1.$$

n) Facteur de viscosité Z_L

Pour une viscosité absolue cinématique ν considérée à 50°C et pour $\bar{\sigma}_{H\text{lim}} \geq 120 \text{ daN/mm}^2$ on a : $Z_L = 1,05$.

o) Facteur de vitesse tangentielle Z_V

$$\text{Pour } V_g = 6,14 \text{ m/s on a : } Z_V = 1,05$$

p) Facteur d'écroutissage Z_W

On l'appelle aussi facteur de rapport de durétés entre le pignon et la roue. Il prend compte de l'écroutissage superficiel de la denture d'une roue lorsque celle-ci engrène avec un pignon avec denture durcie superficiellement et très bon état de surface.

$$Z_W = f(HB_{\text{roue}}) = (1,2) - (HB_{\text{roue}} - 130) / 1700 \quad \boxed{\text{IV-6}}$$

$$\text{avec } HB_{\text{roue}} = 325 \Rightarrow Z_W = 1,2 - (325 - 130) / 1700$$

$$Z_W = 1,08$$

q) Facteur de Dimension Z_x

Ce facteur rend compte de l'influence des dimensions de la dent sur la pression de Hertz - Si l'acier est convenablement choisi et si le traitement thermique et la profondeur de la couche durcie sont bien appropriées on peut prendre $Z_x = 1$.

On est bien dans ce cas donc on adopte $Z_x = 1$.

r) Facteur de rugosité Z_R

Ce facteur rend compte de l'influence de la rugosité sur la formation et le comportement du film d'huile

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{tm100}} \right)^{C_{ZR}} \quad [IV-7]$$

Pour $\sigma_{Hlim} \geq 120 \text{ daN/mm}^2 \Rightarrow C_{ZR} = 0,12 + (100 - \sigma_{Hlim})/500$

L'ouvrage de M^c G. Henriot prescrit de prendre $\sigma_{Hlim} = 120 \text{ daN/mm}^2$ même si $\sigma_{Hlim} > 120 \text{ daN/mm}^2$.

$$\text{Donc } C_{ZR} = 0,12 + (100 - 120)/500 = 0,08$$

En prenant une rugosité relative $R_{tm.100} = 10 \mu\text{m}$ on a :

$$Z_R = \left(\frac{3}{10} \right)^{0,08} \Rightarrow Z_R = 0,90$$

Finalemment :

$$\sigma_{Hp} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W \cdot Z_x$$

$$\sigma_{Hp} = 140 \cdot 1 \cdot 1,05 \cdot 0,90 \cdot 1,05 \cdot 1,08 \cdot 1$$

$$\sigma_{Hp} = 150,02 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{On a bien } \sigma_H = 122,62 \text{ daN/mm}^2 < \sigma_{Hp} = 150,02 \text{ daN/mm}^2$$

Chap V Vérification à la rupture

Dans ce chapitre, nous allons vérifier la résistance des dents des engrenages à la rupture. Pour cela, nous allons utiliser la méthode la plus simple conseillée par M. G. Henriot dans son ouvrage traitant de la théorie et la pratique sur les engrenages. Cette méthode suppose la charge maximale appliquée au sommet de la dent avec l'introduction de différents facteurs.

Nous devons vérifier :

$$\sigma_{F_0} \cdot (K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}) \leq \sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta_{rel.T}} \cdot Y_{R_{rel.T}} \cdot Y_x \quad [V-1]$$

avec σ_{F_0} = contrainte de base.

$$\sigma_{F_0} = \left(\frac{F_t}{b \cdot m_n} \right) \cdot Y_{Fa} \cdot Y_E \cdot Y_{Sa} \cdot Y_B \quad [V-2]$$

σ_{Fp} = Contrainte de rupture admissible = $\sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta_{rel.T}} \cdot Y_{R_{rel.T}} \cdot Y_x$

σ_F = contrainte de rupture = $\sigma_{F_0} \cdot (K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha})$

σ_{Flim} = contrainte de rupture limite

La vérification à la résistance à la rupture doit satisfaire

l'inégalité : $\sigma_F \leq \sigma_{Fp} \quad [V-3]$

Calculons les différents paramètres relatifs au calcul de σ_F .

Les caractéristiques de l'engrenage de référence sont les suivantes :

module $m_n = 3 \text{ à } 5 \text{ mm}$, bonne précision

inclinaison $\beta = 0^\circ$

paramètre de concentration de contrainte $q_{ST} = 2,5$

facteur de concentration de contrainte de l'engrenage $Y_{ST} = 2,1$

a) Facteur de forme Y_{Fa}

Ce facteur est fonction de l'angle de pression α_n , du nombre de dents de l'engrenage et du déport x - En d'autres, il dépend des caractéristiques géométriques de l'engrenage.

Pour $Z_g = 30$, $\alpha_n = 20^\circ$ et $x = 0$ on a : $Y_{Fa} = 2,575$.

b) Facteur de conduite Y_E

Dans les éditions antérieures (1975) de l'ouvrage de M^e Henriot la valeur proposée pour le facteur de conduite est : $Y_E = 1/\epsilon_x$

Dans la dernière édition (1983) du même auteur, la valeur définitivement adoptée est $Y_E = 0,25 + (0,75/\epsilon_x)$

$\epsilon_x = 1,75$ (rapport de conduite apparent déjà évalué en IV d)

Nous avons alors $Y_E = 0,25 + (0,75/1,75) \Rightarrow Y_E = 0,678$.

c) Facteur de concentration de contraintes Y_{Sa}

$Y_{Sa} = 1,76$ pour $\alpha_n = 20^\circ$, $Z_g = 30$ et $x = 0$

d) Facteur d'inclinaison Y_β

$Y_\beta = 1$ (car on a une denture droite).

e) Facteur d'application K_A

$K_A = 1$ (déjà défini en IV f)

f) Facteur de distribution de charge transversale $K_{F\alpha}$

$K_{F\alpha} = 1,10$ pour une ^{denture} droite qualité B

g) Facteur de distribution de charge longitudinale $K_{F\beta}$

$K_{F\beta} \cong K_{H\beta}$ ($K_{H\beta}$ déjà calculé en IV i)

$K_{F\beta} = 1,16$

h) Calcul du rapport $F_t/b.m_n$

$$\frac{F_t}{b.m_n} = \frac{554,77}{24,5 \cdot 3,5} = 6,46 \text{ daN/mm}^2$$

Finalement, la valeur de σ_F est:

$$\sigma_F = 6,46 \cdot 2,575 \cdot 0,678 \cdot 1 \cdot (1 \cdot 1,16 \cdot 1,10)$$

$$\sigma_F = 14,47 \text{ daN/mm}^2$$

Calcul des paramètres relatifs au calcul de σ_{FP}

i) Nous adoptons pour l'acier allié cémenté 20MC5, une dureté Rockwell HRC = 61. Pour cette valeur les abaques nous donne $\sigma_{FLim}; Y_{ST} = 73,5 \text{ daN/mm}^2$.

j) Facteur de durée à la rupture Y_{NT}

Le facteur de durée rend compte du fait que dans le cas d'une durée (nombre de cycles) faible, une contrainte de rupture plus importante peut être admise au pied de la dent. Les principaux facteurs d'influence sont :

- le matériau et son traitement thermique
- le nombre de cycles N_L

$$Y_{NT} = 1 \text{ pour } N_L = 6,62 \cdot 10^8 \text{ cycles} > 3 \cdot 10^6 \text{ cycles}$$

k) Facteur de concentration de contrainte Y_{Sa}

$$Y_{Sa} = 1,16 \text{ (déjà calculé en Ic)}$$

l) Facteur de dimension Y_x

Il rend compte de la diminution de la résistance lorsque les dimensions augmentent $Y_x = 1$ pour $m_n = 3,5$

m) Facteur de sensibilité relative à l'entaille $Y_{\delta rel.T}$.

Pour $\left\{ \begin{array}{l} Y_{sa} = 1,76 \text{ (déjà calculé)} \text{ on a } q_s = 2,125 \\ q_s = 2,125 \text{ on a } Y_{\delta} = 1,03 \text{ (pour un acier 20MC5 classe B,} \\ \text{et } R_{e} \approx 970 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right.$

En fonction de ces valeurs on a : $Y_{\delta rel.T} = 1$

ou autrement, $Y_{\delta rel.T} = 0,42 \cdot Y_{\delta} + 0,12$ avec Y_{δ} = facteur de sensibilité à l'entaille statique.

Pour $E_{\alpha} = 1,75$ (déjà calculé en IVd) on a $Y_s = 2,2$

donc $Y_{\delta rel.T} = 0,42 \cdot 2,2 + 0,12 = 1,04$.

Donc on adopte $Y_{\delta rel.T} = 1,04$.

n) Facteur de rugosité relative $Y_R rel.T$

Ce facteur tient compte de l'influence de la rugosité du pied de dent sur la résistance de cette dent à la rupture.

Pour $1 \mu\text{m} \leq R_{tm} \leq 40 \mu\text{m}$ et pour un acier de cémentation on a : $Y_R rel.T = 5,306 - 4,203 (R_{tm} + 1)^{1/100}$.

En adoptant $R_{tm} = 10 \mu\text{m}$ on a :

$$Y_R rel.T = 5,306 - 4,203 (10 + 1)^{1/100}$$

$$Y_R rel.T = 1$$

Finalement, la valeur de σ_{Fp} est :

$$\sigma_{Fp} = 73,5 \cdot 1 \cdot 1,04 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\sigma_{Fp} = 76,73 \text{ daN/mm}^2$$

et on a bien :

$$\sigma_F = 14,47 \text{ daN/mm}^2 < \sigma_{Fp} = 76,73 \text{ daN/mm}^2$$

Chap VI Calculs d'arbres

VI-1 Dimensionnement vérificatif.

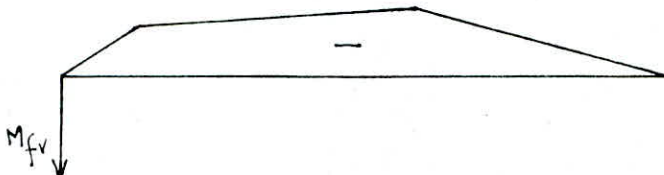
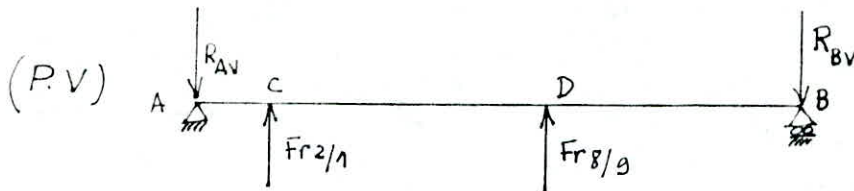
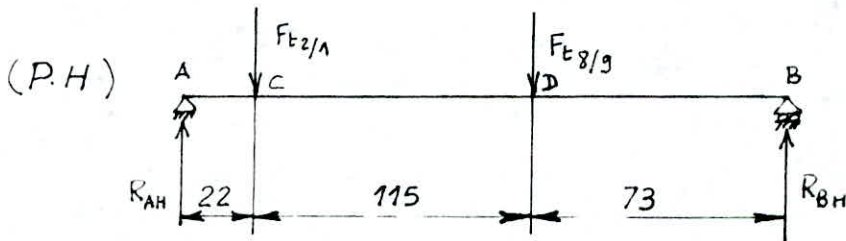
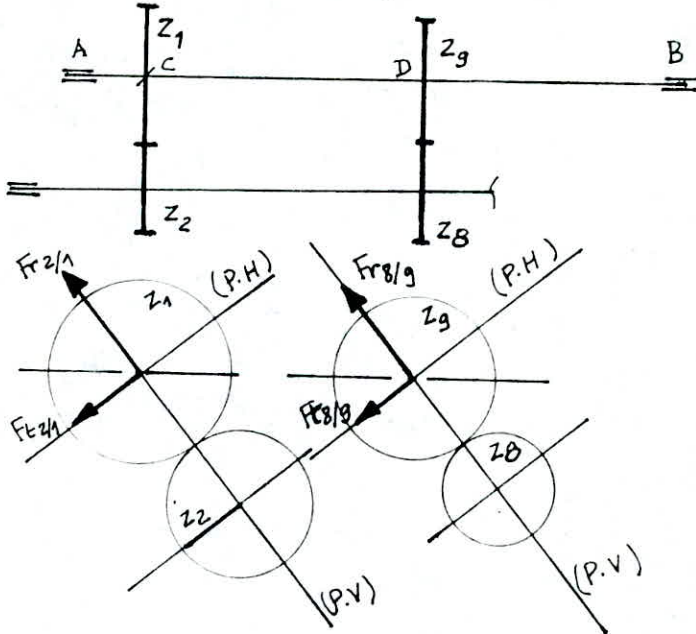
Dans cette première variante, nous allons procéder au calcul vérificatif des arbres portant le couple d'engrenages de la gamme M nouvellement introduite.

Le dimensionnement de l'arbre devant s'effectuer pour le cas le plus défavorable c'est-à-dire celui correspondant à un couple maximum - La gamme M ne constitue pas ce cas car ses vitesses de rotation (n tr/mn) aux roues motrices du tracteur sont comprises entre les vitesses de la gamme L (lente) et les vitesses de la gamme rapide (S). Par contre, la gamme rampante K donne des vitesses de rotation aux roues motrices les plus faibles donc un couple plus élevé. Par conséquent, on vérifiera le diamètre de l'arbre intermédiaire II (voir chaîne cinématique) pour la gamme K.

A titre de comparaison avec le diamètre de l'arbre intermédiaire II dans la gamme rampante K, on va calculer le diamètre de ce même arbre en gamme M. Pour la détermination du diamètre de l'arbre, on le suppose posé sur deux appuis respectivement simple à une extrémité et double à l'autre.

Le matériau utilisé est de l'acier allié cémenté 20Mn5.

Calcul de l'arbre II en gamme M



Plan horizontal

$$a) \sum F_H = 0 \Rightarrow F_{t2/1} + F_{t8/9} = R_{AH} + R_{BH}$$

$$F_{t2/1} = \frac{P}{v_1} = \frac{34,11 \cdot 10^3 \cdot 60}{\pi \cdot 129,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1118,91} = 449,81 \text{ daN}$$

$$F_{r2/1} = F_{t2/1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = 449,81 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 163,72 \text{ daN}$$

$$F_{t8/9} = \frac{P}{v_9} = \frac{34,11 \cdot 10^3 \cdot 60}{\pi \cdot 105 \cdot 10^{-3} \cdot 1118,91} = 554,77 \text{ daN}$$

$$F_{r8/9} = F_{t8/9} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = 554,77 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 201,91 \text{ daN}$$

$$\text{Donc } R_{AH} + R_{BH} = 449,81 + 554,77 \Rightarrow R_{AH} + R_{BH} = 1004,58 \text{ daN}$$

$$b) \sum M_{H/A} = 0 \Rightarrow R_{BH} = \frac{449,81 \cdot 22 + 554,77 \cdot 137}{210}$$

$$R_{BH} = 409,04 \text{ daN} \quad , \quad R_{AH} = 595,53 \text{ daN}$$

c) Moments fléchissants

$$\text{De } A \bar{a} C \rightarrow M_f(x) = R_{AH} \cdot x \Rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow M_f = 0 \\ x = 22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 13,10 \text{ daN} \cdot \text{m} \end{cases}$$

$$\text{De } C \bar{a} D \rightarrow M_f(x) = R_{AH} \cdot x - F_{t2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3})$$

$$\begin{cases} x = 22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 13,10 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ x = 137 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 29,85 \text{ daN} \cdot \text{m} \end{cases}$$

$$\text{De } D \bar{a} B \rightarrow M_f(x) = R_{AH} \cdot x - F_{t2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3}) - F_{t8/9} (x - 137 \cdot 10^{-3})$$

$$\begin{cases} x = 137 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 29,85 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ x = 210 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$\left(M_{fH} \right)_{\max} = 29,85 \text{ daN} \cdot \text{m} \text{ en } D$$

Plan vertical.

$$a/ \sum F_v = 0 \Rightarrow Fr_{2/1} + Fr_{8/9} = R_{AV} + R_{BV}, \quad R_{AV} + R_{BV} = 163,72 + 201,91$$

$$\Rightarrow R_{AV} + R_{BV} = 365,63 \text{ daN}$$

$$b/ \sum M_v/A = 0 \Rightarrow R_{BV} = \frac{163,72 \cdot 22 + 201,91 \cdot 137}{210}$$

$$R_{BV} = 148,87 \text{ daN}, \quad R_{AV} = 216,75 \text{ daN}$$

c/ Moments fléchissants

$$\text{De } A \bar{a} C \rightarrow M_{f_x} = -R_{AV} \cdot x \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow M_f = 0 \\ x = 22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -4,76 \text{ daN} \cdot \text{m} \end{cases}$$

$$\text{De } C \bar{a} D \rightarrow M_{f_x} = -R_{AV} \cdot x + Fr_{2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3})$$

$$\begin{cases} x = 22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -4,76 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ x = 137 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -10,86 \text{ daN} \cdot \text{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 137 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -10,86 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ x = 210 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$\text{De } D \bar{a} B \rightarrow M_f(x) = -R_{AV} \cdot x + Fr_{2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3}) + Fr_{8/9} (x - 137 \cdot 10^{-3})$$

$$\begin{cases} x = 137 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -10,86 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ x = 210 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 137 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -10,86 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ x = 210 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$(M_{f_v})_{\max} = -10,86 \text{ daN} \cdot \text{m} \text{ en } D$$

d/ Moment fléchissant résultant maximum M_f

$$M_f = \sqrt{(M_{f_H})_{\max}^2 + (M_{f_v})_{\max}^2} \quad [\text{VI-1}]$$

$$M_f = \sqrt{(29,85)^2 + (10,86)^2}$$

$$M_f = 31,76 \text{ daN} \cdot \text{m}$$

e/ Moment de torsion M_t (constant)

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{34,11 \cdot 10^3}{97,59}$$

$$M_t = 34,95 \text{ daN} \cdot \text{m}$$

f/ Moment idéal M_i

$$M_i = \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \quad [\text{VI-2}]$$

$$M_i = \sqrt{(31,76)^2 + (34,95)^2}$$

$$M_i = 47,22 \text{ daN} \cdot \text{m}$$

g/ Finalement : $d_{\text{II}(M)} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_i}{R_p}} \quad [\text{VI-3}]$

avec R_p = Résistance pratique du matériau

R_e = Résistance élastique du matériau = $735 \div 980 \text{ N/mm}^2$

α = Coefficient de sécurité = $2 \div 5$

On prend $R_p = \frac{R_e}{\alpha} = \frac{735}{3} = 245 \text{ N/mm}^2 = 245 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$d_{\text{II}(M)} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{472,2}{245 \cdot 10^6}}$$

$$d_{\text{II}(M)} = 26,98 \text{ mm}$$

e/ Moment de torsion M_t (constant)

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{34,11 \cdot 10^3}{97,59}$$

$$M_t = 34,95 \text{ daN} \cdot \text{m}$$

f/ Moment idéal M_i

$$M_i = \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \quad [\text{VI-2}]$$

$$M_i = \sqrt{(31,76)^2 + (34,95)^2}$$

$$M_i = 47,22 \text{ daN} \cdot \text{m}$$

g/ Finalement : $d_{II(M)} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_i}{R_p}} \quad [\text{VI-3}]$

avec R_p = Résistance pratique du matériau

R_e = Résistance élastique du matériau = 735 : 980 N/mm²

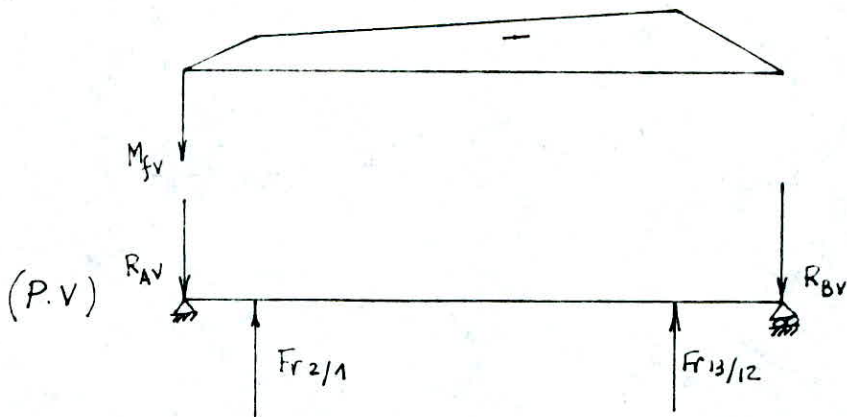
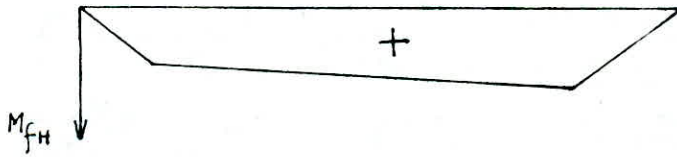
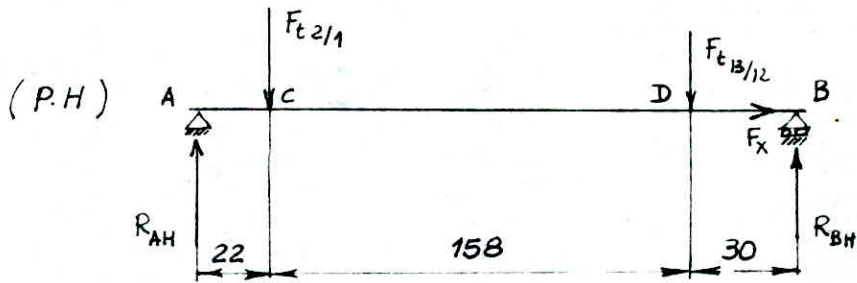
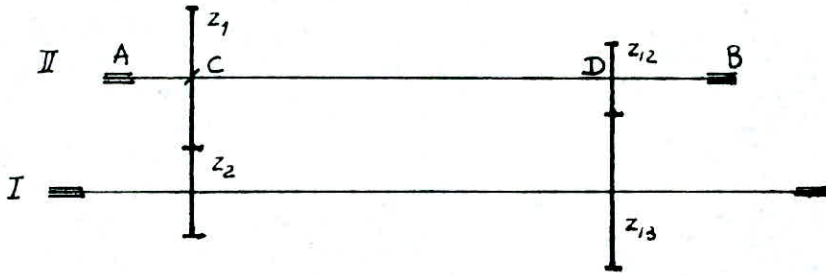
α = Coefficient de sécurité = 2 à 5

On prend $R_p = \frac{R_e}{\alpha} = \frac{735}{3} = 245 \text{ N/mm}^2 = 245 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$d_{II(M)} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{472,2}{245 \cdot 10^6}}$$

$$d_{II(M)} = 26,98 \text{ mm}$$

Calcul de l'arbre II en gamme K.



Plan horizontal

$$a) \sum F_H = 0 \Rightarrow F_{t2/1} + F_{t13/12} = R_{AH} + R_{BH}$$

$$F_{t2/1} = \frac{P}{v_1} = \frac{P \cdot 60}{\pi \cdot d_1 \cdot n_1} = \frac{34,11 \cdot 10^3 \cdot 60}{\pi \cdot 129 \cdot 10^{-3} \cdot 1118,91} = 449,81 \text{ daN}$$

$$F_{r2/1} = F_{t2/1} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 449,81 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 163,72 \text{ daN}$$

$$F_{t13/12} = \frac{P}{v_{12}} = \frac{34,11 \cdot 10^3 \cdot 60}{\pi \cdot 52,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2983,78} = 416,07 \text{ daN}$$

$$F_{r13/12} = F_{t13/12} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = 416,07 \cdot \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 29,78^\circ} = 174,47 \text{ daN}$$

$$F_x = F_{t13/12} \cdot \operatorname{tg} \beta = 416,07 \cdot \operatorname{tg} 29,78^\circ = 238,09 \text{ daN}$$

$$\text{Donc } R_{AH} + R_{BH} = 449,81 + 416,07 = 865,88 \text{ daN.}$$

$$b) \sum M_H/A = 0 \Rightarrow R_{BH} = \frac{F_{t2/1} \cdot 22 + F_{t13/12} \cdot 180}{210}$$

$$R_{BH} = 403,75 \text{ daN}, \quad R_{AH} = 462,12 \text{ daN}$$

c) Moments fléchissants

$$\text{De } A \bar{a} C \quad M_f(x) = R_{AH} \cdot x \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow M_f=0 \\ x=22 \cdot 10^{-3} \rightarrow M_f=10,16 \text{ daN}\cdot\text{m} \end{cases}$$

$$\text{De } C \bar{a} D \quad M_f(x) = R_{AH} \cdot x - F_{t2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3}) \rightarrow \begin{cases} x=22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f=10,16 \text{ daN}\cdot\text{m} \\ x=180 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f=12,11 \text{ daN}\cdot\text{m} \end{cases}$$

$$\text{De } D \bar{a} B \quad M_f(x) = R_{AH} \cdot x - F_{t2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3}) - F_{t13/12} (x - 180 \cdot 10^{-3})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=180 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f=12,11 \text{ daN}\cdot\text{m} \\ x=210 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f=0 \end{cases}$$

$$(M_{fH})_{\max} = 12,11 \text{ daN}\cdot\text{m en } D$$

Plan Vertical

$$a/ \quad R_{AV} + R_{BV} = Fr_{2/1} + Fr_{13/12} \Rightarrow R_{AV} + R_{BV} = 163,72 + 174,47$$

$$R_{AV} + R_{BV} = 338,19 \text{ daN.}$$

$$b/ \quad R_{BV} = \frac{163,72 \cdot 22 + 174,47 \cdot 180}{210} = 166,69 \text{ daN}$$

$$R_{AV} = 171,5 \text{ daN} \quad R_{BV} = 166,69 \text{ daN}$$

c/ Moments fléchissants :

$$\text{De A à C} \quad M_f(x) = -R_{AV} \cdot x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow M_f = 0 \\ x = 22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -3,77 \text{ daN.m} \end{cases}$$

$$\text{De C à D} \quad M_f(x) = -R_{AV} \cdot x + Fr_{2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \begin{cases} x = 22 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -3,77 \text{ daN.m} \\ x = 180 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -5 \text{ daN.m} \end{cases}$$

$$\text{De D à B} \quad M_f(x) = -R_{AV} \cdot x + Fr_{2/1} (x - 22 \cdot 10^{-3}) + Fr_{13/12} (x - 180 \cdot 10^{-3})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 180 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = -5 \text{ daN.m} \\ x = 210 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$(M_{fV})_{\max} = -5 \text{ daN.m en D}$$

d/ Moment de torsion (constant)

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{34,11 \cdot 10^3}{43,91} = 77,66 \text{ daN.m}$$

e/ Moment fléchissant résultant :

$$M_f = \sqrt{(M_{fH})_{\max}^2 + (M_{fV})_{\max}^2} \Rightarrow M_f = \sqrt{(12,11)^2 + 5^2} = 13,10 \text{ daN.m}$$

f/ Moment idéal

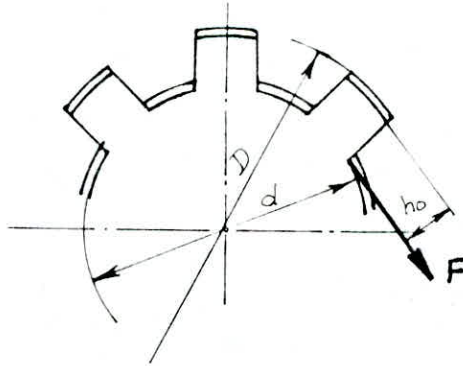
$$M_i = \sqrt{M_f^2 + M_t^2} = \sqrt{(13,10)^2 + (77,66)^2} = 78,75 \text{ daN.m}$$

$$d_{II} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{787,5}{245 \cdot 10^6}} \Rightarrow d_{II} = 31,99 \text{ mm} \Rightarrow \text{On adoptera le diamètre existant dans la BV. On constate que } d_{II} \text{ (gamme K) est supérieur à } d_{II} \text{ (gamme M)}$$

$$d_{II} = 38,5 \text{ mm.}$$

VII Vérification des cannelures à la pression spécifique

Arbre II



Sur cet arbre les cannelures sont à flancs parallèles. Dans les assemblages cannelés, il ya possibilité de transmettre de grands efforts grâce à la grande surface de contact des dents. Aussi, un meilleur guidage et centrage des pièces conjuguées est assuré.

La formule permettant la vérification de la pression spécifique est :

$$p_{\max} = \frac{F}{0,75 \cdot Z \cdot h_0 \cdot l_0} \leq [P] \quad \boxed{\text{VII-1}}$$

F = Force tangentielle

D_m = Diamètre moyen

Z = Nombre de cannelures

h_0 = Hauteur de projection de la surface de travail d'une cannelure sur le plan perpendiculaire à la force tangentielle F

l_0 = longueur de contact de la cannelure avec la rainure.

$$D_m = \frac{36 + 31}{2} = 33,5 \text{ mm}$$

$Z = 8$ cannelures

$$h_0 = 36 - 31 = 5 \text{ mm}$$

$$l_0 = 29 - 3,25 = 25,75 \text{ mm}$$

$$F = \frac{2 M_t}{D_m} = 2 \cdot \frac{P/\omega}{D_m} = 2 \cdot \frac{\frac{34,11 \cdot 10^3}{43,91}}{33,5 \cdot 10^{-3}} = 46376,71 \text{ N}$$

$[p]$ = pression spécifique admissible

$[p] = 40 \text{ à } 70 \text{ N/mm}^2$ pour un assemblage de transmission sans charge.

$[0,75]$ est un facteur qui indique que le contact s'effectue à 75% entre les surfaces actives

Finalement, si on prend $[p] = 65 \text{ N/mm}^2$ on a :

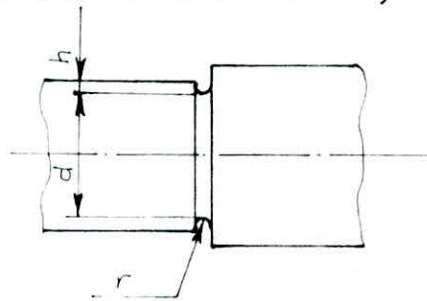
$$p_{\max} = \frac{46376,71}{0,75 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 25,75 \cdot 10^{-3}} = 60034576 \text{ N/m}^2$$

$$p_{\max} = 60,03 \text{ N/mm}^2 < [p] = 65 \text{ N/mm}^2$$

VIII Vérification de l'arbre II à la fatigue

Dans la majorité des cas la rupture des arbres est due à la fatigue. Parmi les causes qui la provoquent il ya :

- le mauvais choix de la forme fonctionnelle d'un arbre et de ce fait une évaluation incorrecte de l'action exercée par la concentration des contraintes conditionnée par ces formes
 - le réglage incorrect du serrage des paliers, jeux insuffisants
- Les ruptures les plus fréquentes ont lieu dans la zone des concentrateurs des contraintes tels que congés, rainures de clavettes, trous transversaux, montages forcés etc...



La vérification à faire concerne la gorge à la fin des cannelures - Celle-ci, présente une susceptibilité à l'effet d'entaille, ceci dans le cas d'un cycle symétrique.

$$\alpha_f = \frac{\alpha_{\sigma f} \cdot \alpha_{\tau t}}{\sqrt{\alpha_{\sigma f}^2 + \alpha_{\tau t}^2}} \geq [\alpha_f] \quad \text{[VIII-1]}$$

α_f = Coef. de sécurité global pour une section dangereuse

$[\alpha_f]$ = Coef. de sécurité admissible = 1,4

$\alpha_{\sigma f}$ = coef. de sécurité à la flexion dynamique

$\alpha_{\tau t}$ = coef. de sécurité à la torsion

a) Flexion :

$$\alpha_{\sigma f} = \frac{R_{efd}}{(K_{\sigma})_D \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} \quad [VIII-2]$$

$R_{\tau t}$ = limite de fatigue à la torsion = $30 \cdot 10^6 \text{ daN/m}^2$

R_{efd} = limite de fatigue à la flexion dynamique = $50 \cdot 10^6 \text{ daN/m}^2$

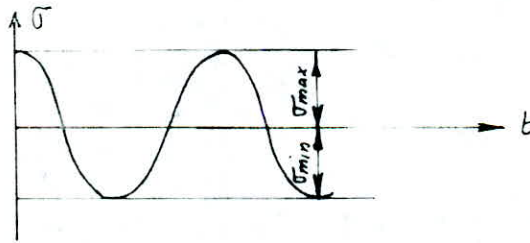
$(K_{\sigma})_D$ = coef. de concentration de contraintes

σ_a = amplitude du cycle

σ_m = amplitude moyenne du cycle

ψ_{σ} = Coef. de proportionnalité de la contrainte dynamique par rapport à la contrainte statique.

Cycle symétrique :



$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{\sigma_{\max} - (-\sigma_{\min})}{2} \quad \sigma_a = \sigma_{\max}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad \sigma_m = 0 \text{ pour un cycle symétrique}$$

$$\text{donc } \alpha_{\sigma f} = \frac{R_{efd}}{(K_{\sigma})_D \cdot \sigma_{\max}}$$

D'après les diagrammes

$$\left\{ \begin{array}{l} r/d = \frac{1,2}{29,4} = 0,04 \rightarrow (K_{\sigma})'_D = 2,25 \\ h/r = \frac{0,3}{1,2} = 0,25 \rightarrow \xi_h = 0,83 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow (K_{\sigma})_D = 1 + \xi_h ((K_{\sigma})'_D - 1) = 1 + 0,83 (2,25 - 1) = 2,037$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max}}{I/v} \quad , \quad M_{f \max} = 462,12 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 7,39 \text{ daN}\cdot\text{m}$$

$$\frac{I}{v} = \frac{\pi d^4/64}{v} \Rightarrow \frac{\pi \cdot (29,4 \cdot 10^{-3})^4/64}{\frac{29,4 \cdot 10^{-3}}{2}} = \frac{\pi \cdot (29,4 \cdot 10^{-3})^3}{32}$$

$$\frac{I}{v} = 2,49 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{7,39}{2,49 \cdot 10^{-6}} = 2967871,48 \text{ daN/m}^2$$

$$\Rightarrow \alpha_{\sigma f} = \frac{50 \cdot 10^6}{2,037 \cdot 2967871,48} = 8,27$$

Torsion

$$(K_{\tau})_D = 1 + 0,6 ((K_{\tau})'_D - 1) = 1 + 0,6 (2,25 - 1) = 1,75$$

$$\tau_a = \tau_{\text{moy}} = \frac{\tau_{\text{nom}}}{2} = \frac{16 M_t}{\pi d^3 \cdot 2} = \frac{16 \cdot 77,66}{\pi \cdot (29,4 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 2}$$

$$\tau_a = 7786023,92 \text{ daN/m}^2$$

$$\alpha_{\tau t} = \frac{R_{\tau d}}{(K_{\tau})_D \cdot \tau_a + \psi_t \cdot \tau_m} \quad [\text{VII 3}] \text{ comme } \tau_m = 0 \text{ en cycle symétrique}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\tau t} = \frac{R_{\tau d}}{(K_{\tau})_D \cdot \tau_a} = \frac{30 \cdot 10^6}{1,75 \cdot 7786023,92} = 2,20$$

$$x_f = \frac{x_{of} \cdot x_{zt}}{\sqrt{x_{of}^2 + x_{zt}^2}}$$

$$x_f = \frac{8,27 \cdot 2,20}{\sqrt{(8,27)^2 + (2,20)^2}} = 2,12 > 1,4$$

$$\text{Donc } x_f > [x_f] = 1,4$$

Nous constatons que la résistance des éléments de la BV n'est pas affectée dans cette première variante

IX Etude de la boîte de vitesses 2^{ème} Variante

IX-1 Conception

Dans cette variante, notre souci majeur est de concevoir une boîte de vitesses dont les gammes suivent une progression géométrique, ceci pour une bonne manœuvrabilité des vitesses. Par conséquent, la structure de la boîte peut être modifiée par rapport à celle de la première variante.

IX-2 Bases de calculs

Sur les tracteurs agricoles les combinaisons inférieures ne servent pas à accélérer la machine comme avec les véhicules routiers, mais sont employées à des régimes continus correspondant à un travail constant et il en est de même pour la combinaison supérieure.

Il est désirable de ne demander au moteur qu'une fraction déterminée du couple dont il est capable et l'on estime que cette fraction ne doit pas excéder, à pleine charge plus de 80% du couple maximum, car si le moteur travaillait constamment à son couple maximum, il en résulterait une usure excessive. Par conséquent, si un tracteur est prévu pour développer en service continu un effort de traction maximum déterminé (comprenant à la fois

l'effort de propulsion du tracteur lui-même et l'effort de traction au crochet), la boîte de vitesses devra être étudiée pour fournir cet effort lorsque le moteur développe 80% de son couple maximum.

D'après ce qui vient d'être dit, la puissance maximum pour laquelle la B.V doit être calculée est :

$$P = 60 \times 0,80 = 48 \text{ CV} \quad \text{ou} \quad P = 35,32 \text{ Kw.}$$

Le tracteur pourra être utilisé sur une même combinaison pour développer des efforts de traction moins grands jusqu'à 50% environ du couple maximum. Si la charge est inférieure à cette limite, la puissance du moteur est mal employée et il convient de passer à la combinaison supérieure. Etant donné que ce passage doit porter le couple à 80% de son maximum, il doit entraîner une augmentation de vitesse de 1,6 $\left(\frac{80}{50}\right)$. En d'autres termes, le rapport entre deux combinaisons successives doit être de 1,6 et les rapports pour le travail aux champs devront être en progression géométrique de 1,6.

Dans la réalité, les rapports dont sont dotés les tracteurs agricoles modernes sont un peu plus rapprochés qu'il ne vient d'être dit.

IX 3 Détermination des progressions géométriques

IX 3-1 Progression géométrique horizontale q_H

On notera q_H la progression géométrique pour le passage d'une gamme à une autre, mais celle-ci n'est que théorique.

Soit R_H l'étendue des gammes de vitesses.

$R_H = \frac{V_{H \max}}{V_{H \min}} = \frac{26,5}{4,6} = 5,76$, $V_{H \max}$ et $V_{H \min}$ étant les vitesses (en km/h) disponibles aux roues motrices respectivement en 3^e vitesse gamme S et en 3^e vitesse gamme K.

$$R_H = q_H^{z-1}, \quad z \text{ étant le nombre de gammes}$$

$z = 4$ (en ne tenant que des gammes en marche avant: K, L, M, S)

$$\text{Log } R_H = \text{Log } q_H^{z-1} \Rightarrow \text{Log } R_H = (z-1) \text{Log } q_H.$$

$$\text{Log } 5,76 = 3 \text{Log } q_H \Rightarrow q_H = e^{\frac{\text{Log } 5,76}{3}}$$

$$q_H = 1,79$$

IX 3-2. Progression géométrique verticale q_V

On notera q_V la progression géométrique pour le passage d'une vitesse à une autre. Celle-ci est prépondérante

car elle conditionne le bon fonctionnement de la BV

(enclenchement de la gamme puis sélection des vitesses).

En choisissant 2,1 km/h pour la 1^{ère} vitesse gamme K et

en notant R_V l'étendue des vitesses on a :

$$R_V = \frac{V_{V \max}}{V_{V \min}} \Rightarrow R_V = \frac{4,6}{2,1} = 2,13$$

$$R_v = q_v^{z-1} \quad (\text{ici } z = 3)$$

$$\Rightarrow \text{Log } R_v = (z-1) \text{Log } q_v \Rightarrow \text{Log } 2,13 = 2 \text{Log } q_v$$

$$q_v = 1,44$$

$q_v = 1,44$ valeur conseillée au début de ce chapitre (Bases de calculs).

Ces progressions géométriques vont nous permettre de dresser le tableau des combinaisons des vitesses de sortie aux roues motrices du tracteur.

T B-1

Gammes Vitesse (Km/h)	K (rampante)	L (lente)	M (moyenne)	S (rapide)	R (marche AR)
1 ^{ère}	2,1	5,7	7,5	13,4	8
2 ^{ème}	3	7,7	10,5	18,7	11,2
3 ^{ème}	4,3	10,9	15,2	26,5	16,2

Tableau récapitulatif des vitesses et des rapports

TIX-2

Gammes	sélection vitesses	rapport transmission pont $U_p = \frac{38 \cdot 66}{9 \cdot 14} = 19,9$	Vitesses aux roues (km/h)	Vitesse de rotation roues motrices $n_s = 60 \cdot V / \pi D_{roue}$ (tr/mn)	Rapport total B.V $U_t = \frac{n_m}{n_s} = U_b \cdot U_p$	Rapport BV $U_b = \frac{U_t}{U_p}$
K	1 ^{ère}	19,90	2,1	7,5	306,66	15,41
	2 ^e	"	3	10,72	214,55	10,78
	3 ^e	"	4,3	15,36	149,73	7,52
L	1 ^{ère}	"	5,7	20,65	111,38	5,59
	2 ^e	"	7,7	27,52	83,57	4,19
	3 ^e	"	10,9	38,96	59,03	2,96
M	1 ^{ère}	"	7,5	27,12	84,80	4,26
	2 ^e	"	10,5	37,53	61,28	3,07
	3 ^e	"	15,2	54,32	42,34	2,12
S	1 ^{ère}	"	13,4	48,11	47,80	2,40
	2 ^e	"	18,7	67,16	34,24	1,72
	3 ^e	"	26,5	94,71	24,28	1,22
R	1 ^{ère}	"	8	28,77	79,94	4,01
	2 ^e	"	11,2	40,03	57,45	2,88
	3 ^e	"	16,2	57,90	39,72	1,99

IX-4 Détermination des engrenages

Gamme S 1^{ère} vitesse.

La progression géométrique q_v nous a permis de déduire les 3 vitesses de la gamme S

$$\text{On a : } n_{s_1} = n_m \cdot \frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{9}{38} \cdot \frac{14}{66}, \quad n_m = 2300 \text{ tr/mn (moteur)}$$

avec $\frac{9}{38} \cdot \frac{14}{66}$ couples de transmission du pont.

Connaissant $n_{s_1} = 48,14 \text{ tr/mn}$ (vitesse des roues motrices en 1^{ère} S)

nous allons déterminer le couple d'engrenages z_{14}/z_{15}

$$\Rightarrow \frac{z_{14}}{z_{15}} = \frac{48,14 \cdot 38 \cdot 66}{2300 \cdot 9 \cdot 14} = 0,416 \Rightarrow \frac{z_{15}}{z_{14}} = 2,40$$

$$\Rightarrow \frac{z_{15}}{z_{14}} = \frac{240}{100} = \frac{60}{25} = \frac{48}{20}$$

On adopte $\begin{cases} z_{14} = 20 \text{ dents} \\ z_{15} = 48 \text{ dents} \end{cases}$

Gamme S 2^{ème} vitesse.

De la même manière que ci-dessus, nous déterminerons le couple d'engrenages z_{11}/z_{10} .

$$n_{s_2} = 67,18 \text{ tr/mn} = n_m \cdot \frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{9}{38} \cdot \frac{14}{66}$$

$$\Rightarrow \frac{z_{10}}{z_{11}} = \frac{67,18 \cdot 38 \cdot 66}{2300 \cdot 9 \cdot 14} = 0,58 \Rightarrow \frac{z_{11}}{z_{10}} = 1,72 = \frac{43}{25}$$

On adopte $\begin{cases} z_{10} = 25 \text{ dents} \\ z_{11} = 43 \text{ dents} \end{cases}$

Gamme S 3^e vitesse

$$n_{S_3} = 96,81 \text{ tr/mn} = 2300 \cdot \frac{Z_7}{Z_6} \cdot \frac{9}{38} \cdot \frac{14}{66}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_7}{Z_6} = \frac{96,81 \cdot 38 \cdot 66}{2300 \cdot 9 \cdot 14} = 0,83 \Rightarrow \frac{Z_6}{Z_7} = 1,19$$

$$\Rightarrow \frac{Z_6}{Z_7} = \frac{37}{31} = 1,19$$

On adopte $\begin{cases} Z_6 = 37 \text{ dents} \\ Z_7 = 31 \text{ dents} \end{cases}$

Gamme L 1^{ère} vitesse

Connaissant le rapport de la boîte dans cette gamme

$$U_{L_1} = 5,59 = \frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_7}{Z_6} \cdot \frac{Z_{15}}{Z_{14}} \text{ avec } \frac{Z_7}{Z_6} \text{ et } \frac{Z_{15}}{Z_{14}} \text{ déjà déterminés}$$

on a immédiatement :

$$\frac{Z_3}{Z_2} = \frac{5,59 \cdot Z_6 \cdot Z_{14}}{Z_7 \cdot Z_{15}} \Rightarrow \frac{Z_3}{Z_2} = \frac{5,59 \cdot 37 \cdot 20}{31 \cdot 48}$$

$$\frac{Z_3}{Z_2} = 2,77 = \frac{50}{18}$$

On adopte $\begin{cases} Z_3 = 50 \text{ dents} \\ Z_2 = 18 \text{ dents} \end{cases}$

Gamme R 1^{ère} vitesse

$$U_{R_1} = 4,01 = \frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_4}{Z_3} \cdot \frac{Z_7}{Z_6} \cdot \frac{Z_{15}}{Z_{14}} \Rightarrow \frac{Z_4}{Z_5} = \frac{4,01 \cdot Z_2 \cdot Z_{14}}{Z_7 \cdot Z_{15}}$$

$$\frac{Z_4}{Z_5} = \frac{4,01 \cdot 18 \cdot 20}{31 \cdot 48} = 0,97 = \frac{33}{34}$$

On adopte : $\begin{cases} Z_4 = 33 \text{ dents} \\ Z_5 = 34 \text{ dents} \end{cases}$

Gamme K 1^{ère} vitesse

$$U_{K1} = 15,41 = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_{13}}{Z_{12}} \cdot \frac{Z_{15}}{Z_{14}}, \text{ fixons } Z_1 = 43 \text{ dents}$$

$$\text{alors on a : } \frac{Z_{13}}{Z_{12}} = \frac{15,41 \cdot Z_2 \cdot Z_{14}}{Z_1 \cdot Z_{15}}$$

$$\frac{Z_{13}}{Z_{12}} = \frac{15,41 \cdot 18 \cdot 20}{43 \cdot 48} = 2,68 \Rightarrow \frac{Z_{13}}{Z_{12}} = \frac{44}{17}$$

$$\text{On adopte } \begin{cases} Z_{13} = 44 \text{ dents} \\ Z_{12} = 17 \text{ dents} \end{cases}$$

Gamme M 1^{ère} vitesse

$$U_{M1} = 4,26 = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_8}{Z_9} \cdot \frac{Z_{15}}{Z_{14}}$$

$$\frac{Z_8}{Z_9} = \frac{4,26 \cdot Z_{14} \cdot Z_2}{Z_1 \cdot Z_{15}} \Rightarrow \frac{Z_8}{Z_9} = \frac{4,26 \cdot 20 \cdot 18}{43 \cdot 48} = 0,74$$

$$\frac{Z_8}{Z_9} = \frac{26}{35}$$

$$\text{On adopte } \begin{cases} Z_8 = 26 \text{ dents} \\ Z_9 = 35 \text{ dents} \end{cases}$$

IX-5 Détermination du module réel minimum

La détermination du module réel minimum m_n doit se faire pour le cas le plus défavorable c'est-à-dire pour la gamme rampante K. Ce calcul concerne le couple d'engrenages Z_{14}/Z_{15} .

Le matériau utilisé est l'acier allié de cémentation 20MC5

$$R_e = \text{Résistance élastique} = 735 \div 980 \text{ N/mm}^2$$

$$R_p = \text{Résistance pratique} = \frac{R_e}{\alpha}$$

$$P = \text{Puissance [w]}$$

Z_{14} = Pignon de 20 dents de la 1^{ère} vitesse, gamme K

ω = Vitesse angulaire du pignon Z_{14}

K = Coefficient de largeur de denture $6 < K < 12$

$$m_n \geq 2,22 \sqrt[3]{\frac{P}{\omega_{14} \cdot K \cdot Z_{14} \cdot R_p}} \quad [\text{IX-1}]$$

On adopte :

K = 11 pour ce couple (Z_{14}/Z_{15})

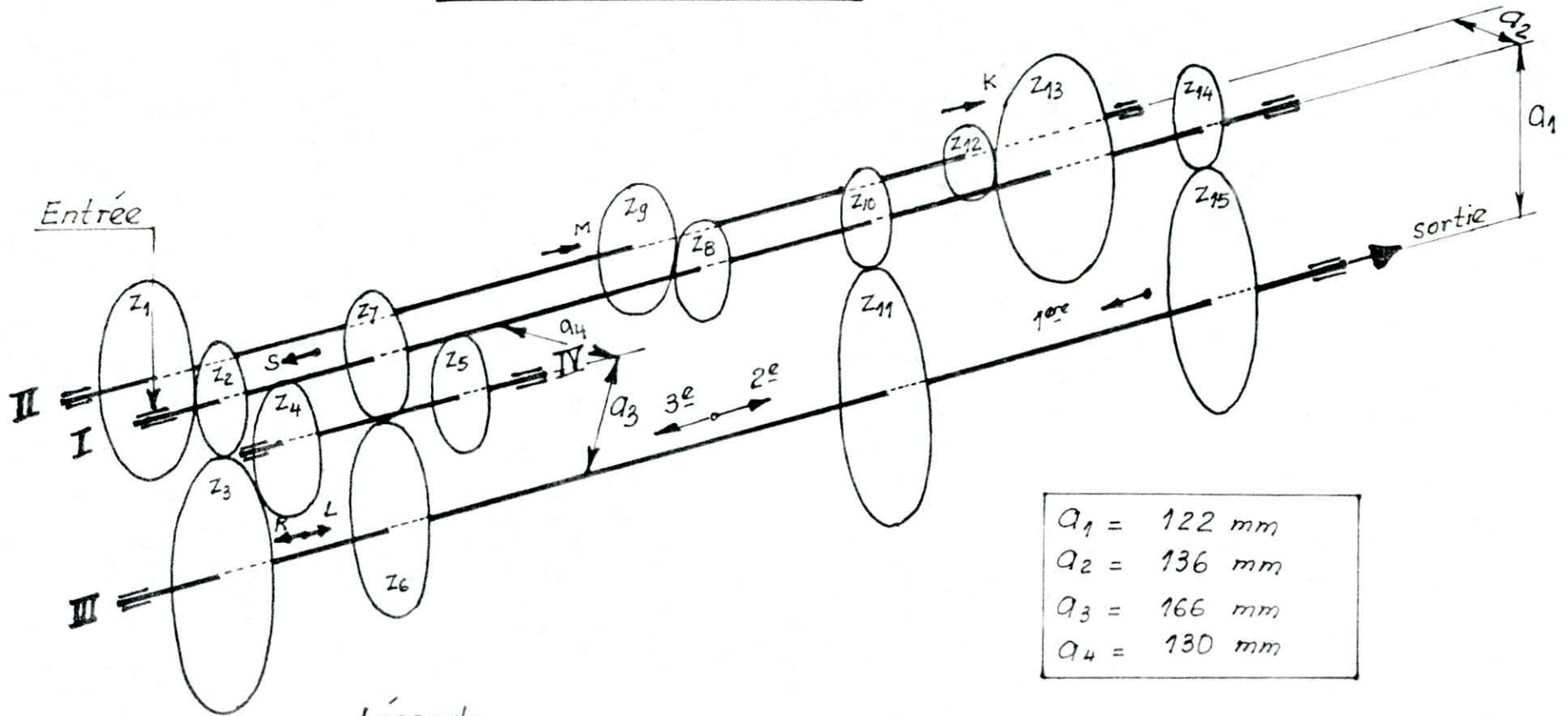
$$R_p = \frac{975 \text{ N/mm}^2}{2,5} = 390 \text{ N/mm}^2 = 3,90^8 \text{ N/m}^2$$

$$\omega_{14} = \frac{\pi \cdot n_{14}}{30} = \frac{\pi \cdot 372}{30} = 38,96 \text{ rd/s}$$

$$m_n \geq 2,22 \left(\frac{20,23 \cdot 10^3}{38,96 \cdot 11 \cdot 20 \cdot 3,9 \cdot 10^8} \right)^{1/3} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4 \text{ mm}$$

Pour uniformiser l'outillage de taillage des engrenages et afin de réaliser des entraxes constants entre les arbres on adopte $m_n = 4$

Eclaté de la B.V SCIX



$a_1 =$	122 mm
$a_2 =$	136 mm
$a_3 =$	166 mm
$a_4 =$	130 mm

Légende

I Arbre primaire

II, IV Arbres intermédiaires (pour les gammes M, K et R)

III Arbre de sortie

a_1, a_2, a_3 et a_4 entraxes, K, L, M, S, R = Gammes, $1^{er}, 2^e$ et 3^e = selection des vitesses

Paramètres relatifs au calcul de la pression superficielle T IX-4

Couples	Z_H	Z_E	Z_C	Z_P	F_t (daN/mm ²)	b (mm)	d (mm)	$\frac{u+1}{u}$	K_A	K_V	$K_{H\beta}$	$K_{H\alpha}$	Z_N	Z_L	Z_R	Z_Y	Z_W	Z_x	σ_{HLim} (daN/mm ²)	σ_H (daN/mm ²)	σ_{HP} (daN/mm ²)
Z_2/Z_3	2,49	60,6	0,868	1	150	18	68	1,35	1	1,45	1,16	1	1	1	0,92	1,02	1	1	140	69,09	131,37
Z_3/Z_4	2,49	60,6	0,840	1	286,6	18	204	1,66	1	1,55	1,15	1	1	1	0,92	0,98	1	1	140	60,91	126,22
Z_9/Z_8	2,49	60,6	0,850	1	385,81	18	140	2,34	1	1,36	1,15	1	1	1	0,98	0,97	1	1	140	96	124,93
Z_{14}/Z_{15}	2,49	60,6	0,860	1	1305,16	40	80	1,41	1	0,28	1,20	1	1	1	0,92	0,97	1	1	140	57,04	123
Z_{12}/Z_{13}	2,49	60,6	0,860	1	733,04	29	68	1,38	1	0,32	1,19	1	1	1	0,92	0,97	1	1	140	57,35	124,93
Z_7/Z_6	2,49	60,6	0,850	1	226,79	28	124	1,83	1	1,33	1,16	1	1	1	0,92	0,99	1	1	140	74,51	127,51
Z_{10}/Z_{11}	2,49	60,6	0,860	1	1042,78	36	100	1,58	1	0,30	1,18	1	1	1	0,92	0,96	1	1	140	52,23	123,64
Z_6/Z_7	2,49	60,6	0,840	1	278,25	26	148	2,18	1	0,59	1,16	1	1	1	0,92	0,96	1	1	140	41,98	123,64
Z_5/Z_7	2,49	60,6	0,850	1	277,82	24	136	2,09	1	1,36	1,16	1	1	1	0,92	0,98	1	1	140	67,94	126,22

Paramètres relatifs au calcul de la résistance à la rupture TIX-5

Paramètres Roues	$\frac{F_t}{b \cdot m_n}$	$\Sigma \alpha$	γ_{Σ}	$\gamma_{sa} \cdot \gamma_{Fa}$	γ_{β}	K_A	K_V	$K_{F\beta} \cdot K_{E\alpha}$	$\sigma_{Flim} \cdot Y_{ST}$	γ_{NT}	γ_{Fa}	$\gamma_{Srel.T}$	$\gamma_{Rrel.T.} \cdot \gamma_X$	γ_{β}	Z_V	σ_F	σ_{FP}
Z ₁	1,43	1,85	0,655	4,47	1,5	1	2,1	1,298	73,5	1	2,42	1	1	1	1,02	17,11	73,5
Z ₂	2,08	1,85	0,655	4,92	1,5	1	1,45	1,298	73,5	1	3	1	1	1	1,02	18,92	73,5
Z ₃	3,98	1,87	0,651	4,46	1,5	1	1,55	1,298	73,5	1	2,31	1	1	1	0,98	34,87	73,5
Z ₄	4,08	1,82	0,662	4,53	1,5	1	1,35	1,298	73,5	1	2,52	1	1	1	0,98	32,16	73,5
Z ₅	2,89	1,825	0,660	4,52	1,5	1	1,36	1,298	73,5	1	2,51	1	1	1	0,98	22,82	73,5
Z ₆	8,28	1,84	0,657	4,51	1,5	1	0,6	1,298	73,5	1	2,48	1	1	1	0,96	28,66	73,5
Z ₇	2,38	1,81	0,664	4,55	1,5	1	1,33	1,298	73,5	1	2,53	1	1	1	0,99	18,61	73,5
Z ₈	4,47	1,78	0,671	4,64	1,5	1	1,20	1,298	73,5	1	2,67	1	1	1	0,99	32,51	73,5
Z ₉	5,35	1,83	0,659	4,50	1,5	1	1,36	1,298	73,5	1	2,5	1	1	1	0,97	42,01	73,5
Z ₁₀	8,94	1,77	0,673	4,65	1,5	1	0,3	1,298	73,5	1	2,7	1	1	1	0,96	16,34	73,5
Z ₁₁	9,99	1,85	0,655	4,47	1,5	1	0,6	1,298	73,5	1	2,42	1	1	1	0,96	34,20	73,5
Z ₁₂	6,30	1,73	0,683	5	1,5	1	0,32	1,298	73,5	1	3,06	1	1	1	0,97	13,40	73,5
Z ₁₃	5,91	1,855	0,654	4,46	1,5	1	0,90	1,298	73,5	1	2,41	1	1	1	1,01	30,20	73,5
Z ₁₄	8,37	1,86	0,653	4,45	1,5	1	0,35	1,298	73,5	1	2,86	1	1	1	1,01	14,91	73,5
Z ₁₅	9,83	1,75	0,678	4,82	1,5	1	0,28	1,298	73,5	1	2,36	1	1	1	1,02	19,46	73,5

IX-6 Fonctionnement de la boîte de vitesses

IX 6-1 Principe

Le principe de fonctionnement de la boîte de vitesses du tracteur est le suivant :

La boîte possède deux leviers permettant la sélection de la gamme de vitesses en premier lieu et la sélection de la vitesse en second lieu.

Gamme rapide S

La combinaison gamme rapide S, 1^{ère} vitesse est appelée S₁. Le manchon d'entraînement de la gamme S est actionné par un levier de sélection des gammes. Ce dernier le met en prise avec le pignon Z₂ solidaire de l'arbre creux moteur (I) constamment en mouvement. Ceci, constitue la sélection de la gamme rapide S.

En ce qui concerne la sélection de la 1^{ère} vitesse, le mouvement de rotation est transmis à l'arbre creux (I) se trouvant dans la BV. Le pignon Z₁₄, solidaire de l'arbre creux I (coté BV) transmet le mouvement de rotation à la roue Z₁₅ avec laquelle il ^{est} en prise en permanence. Mais, cette dernière étant montée sur une cage à aiguilles tourne follement sur l'arbre récepteur III. Il suffit alors d'enclencher le manchon correspondant à la

1^{ère} vitesse sur la roue Z_{15} ; ainsi, on obtient la combinaison : gamme S, 1^{ère} vitesse. (S_1)

Pour les autres combinaisons de marche avant (K, L, M, S) les opérations à effectuer pour leur obtention, sont identiques à la combinaison S_1 décrite précédemment en utilisant les manchons d'entraînement appropriés. Il faut souligner que la 2^{ème} et la 3^{ème} vitesse sont synchronisées.

Gamme marche arrière R

Elle est utilisée aussi bien pour les travaux sur champs que sur route. Pour la sélection de la marche arrière, la B.V comporte une roue (Z_3) qui permet d'inverser le sens de rotation des roues motrices.

C'est le pignon Z_2 qui transmet le mouvement de rotation du moteur à la roue Z_3 puis à la roue Z_4 portée par l'arbre IV en inversant le sens de rotation. La roue Z_5 portée par l'arbre IV reçoit le même mouvement que la roue Z_4 fixe, à la seule différence que celle-ci coulisse sur l'arbre IV de marche arrière. Ensuite, à l'aide du levier des gammes, on met Z_5 et Z_7 en prise. Ainsi, l'arbre creux I (coté BV) est en rotation, étant donné qu'il est solidaire de Z_7 par l'intermédiaire de cannelures. Également Z_{14} entraîne Z_{15} . Il suffit ensuite de sélectionner la vitesse

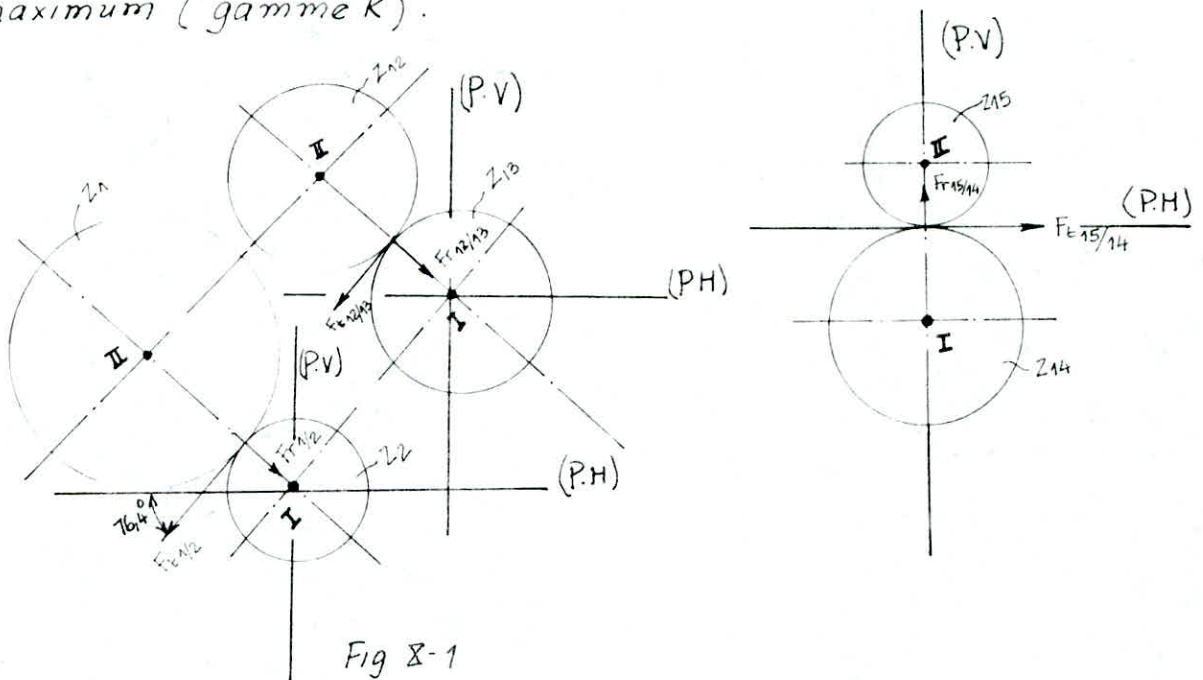
X Calculs d'arbres

X-1 Dimensionnement

Dans cette deuxième variante de boîte de vitesses, nous allons développer uniquement le calcul de l'arbre creux (coté BV), la méthode de calcul des autres arbres pleins étant la même que celle de la première variante ; néanmoins, nous donnerons sous forme de tableau leurs forces tangentielle, radiales ainsi que leurs moments fléchissants, de torsion, idéaux et leurs diamètres minimums.

Arbre creux I

Le dimensionnement de cet arbre doit se faire pour le cas le plus défavorable, c'est-à-dire celui correspondant au couple maximum (gamme K).



1°/ Calcul des forces tangentielle et radiale

$$F_{t1/2} = \frac{P}{v} = \frac{30,98 \cdot 10^3}{6,49} = 4773,49 \text{ N} = 477,34 \text{ daN}$$

$$F_{r1/2} = F_{t1/2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = 477,34 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 173,74 \text{ daN}$$

$$F_{t12/13} = \frac{P}{v} = \frac{30,98 \cdot 10^3}{2,56} = 12101,56 \text{ N} = 1210,15 \text{ daN}$$

$$F_{r12/13} = F_{t12/13} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = 1210,15 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 440,46 \text{ daN}$$

$$F_{t15/14} = \frac{P}{v} = \frac{30,98 \cdot 10^3}{1,28} = 24203,12 \text{ N} = 2420,31 \text{ daN}$$

$$F_{r15/14} = F_{t15/14} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = 2420,31 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 880,92 \text{ daN}$$

2°/ Projection des forces sur les plans horizontal et vertical

sur le plan horizontal :

$$F_{t12/13} \text{ H} = F_{t12/13} \cdot \cos 76,4^\circ = 284,55 \text{ daN}$$

$$F_{r12/13} \text{ H} = F_{r12/13} \cdot \cos 13,6^\circ = -428,10 \text{ daN}$$

$$F_{t1/2} \text{ H} = F_{t1/2} \cdot \cos 76,4^\circ = 110,62 \text{ daN}$$

$$F_{r1/2} \text{ H} = F_{r1/2} \cdot \cos 13,6^\circ = 168,86 \text{ daN}$$

sur le plan vertical :

$$F_{t12/13} \text{ V} = F_{t12/13} \cdot \cos 13,6^\circ = 1176,22 \text{ daN}$$

$$F_{r12/13} \text{ V} = F_{r12/13} \cdot \cos 76,4^\circ = 103,57 \text{ daN}$$

$$F_{t1/2} \text{ V} = F_{t1/2} \cdot \cos 13,6^\circ = 463,96 \text{ daN}$$

$$F_{r1/2} \text{ V} = F_{r1/2} \cdot \cos 76,4^\circ = 40,85 \text{ daN}$$

3°/ On pose dans le souci d'alléger l'écriture :

$$F_{H12/13} = -F_{t12/13} \text{ H} + F_{r12/13} \text{ H} = 14355 \text{ daN}$$

$$F_{V12/13} = F_{t12/13} \text{ V} + F_{r12/13} \text{ V} = 1279,79 \text{ daN}$$

$$F_{H1/2} = F_{r1/2} \text{ H} - F_{t1/2} \text{ H} = 58,24 \text{ daN}$$

$$F_{V1/2} = F_{t1/2} \text{ V} + F_{r1/2} \text{ V} = 504,81 \text{ daN}$$

4°/ Calcul des moments fléchissants :

sur le plan horizontal :

$$\sum \vec{F}_H = 0 \Leftrightarrow \vec{R}_A + \vec{F}_{H1/2} + \vec{F}_{H12/13} + \vec{F}_{E15/14} + \vec{R}_B = 0$$

$$\Rightarrow R_A + R_B = 2622,10 \text{ daN}$$

$$\sum M_{t/A} = 0 \Leftrightarrow F_{H1/2} \cdot 25 + F_{H12/13} \cdot 182 + F_{E15/14} \cdot 230 - R_B \cdot 265 = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{582,44 \cdot 25 + 1435,51 \cdot 182 + 24203,12 \cdot 230}{265}$$

$$R_B = 2204,73 \text{ daN}, \quad R_A = 417,37 \text{ daN}$$

de A ā C : $M_f(x) = R_A \cdot x$ $\begin{cases} x=0 \rightarrow M_f=0 \\ x=25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f=104,34 \text{ N} \cdot \text{m} \end{cases}$

de C ā D : $M_f(x) = R_A \cdot x - F_{H1/2} (x - 25 \cdot 10^{-3})$

$$\begin{cases} x = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 104,34 \text{ N} \cdot \text{m} \\ x = 182 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 668,17 \text{ N} \cdot \text{m} \end{cases}$$

de D ā E : $M_f(x) = R_A \cdot x - F_{H1/2} (x - 25 \cdot 10^{-3}) - F_{H12/13} (x - 182 \cdot 10^{-3})$

$$\begin{cases} x = 182 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 668,17 \text{ N} \cdot \text{m} \\ x = 230 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 771,65 \text{ N} \cdot \text{m} \end{cases}$$

de E ā B : $M_f(x) = R_A \cdot x - F_{H1/2} (x - 25 \cdot 10^{-3}) - F_{H12/13} (x - 182 \cdot 10^{-3}) - F_{E15/14} (x - 230 \cdot 10^{-3})$

$$\begin{cases} x = 230 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 771,65 \text{ N} \cdot \text{m} \\ x = 265 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$(M_{f \max})_H \text{ en E} = 771,65 \text{ N}$$

Sur le plan vertical :

$$\sum \vec{F}_Y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{V1/2} + \vec{F}_{V12/13} + \vec{F}_{r15/14} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = 0$$

$$\Rightarrow R_A + R_B = 9036,9 \text{ N.}$$

$$\sum M_t/B = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot 265 - F_{V1/2} \cdot 240 - F_{V12/13} \cdot 83 + F_{r15/14} \cdot 35 = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{5048,17 \cdot 240 + 12797,94 \cdot 83 - 8809,21 \cdot 35}{265}$$

$$R_A = 7416,85 \text{ N} \quad , \quad R_B = 1620,05 \text{ N}$$

$$\text{de } A \bar{a} C : M_f(x) = R_A \cdot x \quad \begin{cases} x = 0 \rightarrow M_f = 0 \\ x = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 185,42 \text{ N} \cdot \text{m} \end{cases}$$

$$\text{de } C \bar{a} D : M_f(x) = R_A \cdot x - F_{V1/2} (x - 25 \cdot 10^{-3})$$

$$x = 182 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 557,30 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{de } D \bar{a} E : M_f(x) = R_A \cdot x - F_{V1/2} (x - 25 \cdot 10^{-3}) - F_{V12/13} (x - 182 \cdot 10^{-3})$$

$$x = 230 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 56,69 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{de } E \bar{a} B : M_f(x) = R_A \cdot x - F_{V1/2} (x - 25 \cdot 10^{-3}) - F_{V12/13} (x - 182 \cdot 10^{-3}) + F_{r15/14} (x - 230 \cdot 10^{-3})$$

$$\begin{cases} x = 230 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 56,69 \text{ N} \cdot \text{m} \\ x = 265 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow M_f = 0 \end{cases}$$

$$(M_{f \max})_V = 557,30 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ en } D$$

5°) Calcul du Moment fléchissant maximal résultant :

$$M_f = \left((M_{f \max})_H^2 + (M_{f \max})_V^2 \right)^{1/2}$$

$$M_f = 870,07 \text{ N} \cdot \text{m}$$

6°/ Calcul du moment de torsion :

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{30,98 \cdot 10^3}{38,92} = 794,76 \text{ N.m}$$

7°/ Calcul du moment idéal :

$$M_i = (M_f^2 + M_t^2)^{1/2}$$

$$M_i = (870,07^2 + 794,76^2)^{1/2}$$

$$M_i = 1178,41 \text{ N.m} = 11,78 \text{ N.cm}$$

Avant de déterminer le diamètre extérieur de l'arbre creux, nous devons au préalable évaluer les diamètres pleins des arbres coté moteur et coté prise de force notés respectivement d_1 et d_2 :

$$d_1 = 10 \sqrt[3]{\frac{4,8 \cdot P_m}{\pi^2 \cdot N \cdot R_e}} \quad [\Sigma-1]$$

Dans cette formule

P_m = puissance de l'arbre moteur = 36,8 kW

N = vitesse de rotation de l'arbre moteur = 2300 tr/min

R_e = Résistance élastique du matériau (arbre) = 750 N/mm²

$$\text{Donc } d_1 = 10 \sqrt[3]{\frac{4,8 \cdot 36,8 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 2300 \cdot 750 \cdot 10^6}} = 21,81 \text{ mm}$$

$$d_2 = 10 \sqrt[3]{\frac{4,8 \cdot P_2}{\pi^2 \cdot N \cdot R_e}}$$

$$d_2 = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{4,8 \cdot 32,7 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 2300 \cdot 750 \cdot 10^6}} = 20,99 \text{ mm}$$

Dans le souci de maintenir les dimensions des organes existants dans la boîte de vitesses, on adoptera pour diamètres, bien que non normalisés :

$$d_1 = 25,5 \text{ mm}$$

$$d_2 = 24,7 \text{ mm}$$

Maintenant que nous avons déterminé le diamètre d_2 nous avons une idée sur la valeur du diamètre intérieur de l'arbre creux I (d_2 et l'arbre creux I sont concentriques).

La formule donnant le diamètre D extérieur de l'arbre creux est la suivante :

$$D = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_f^2 + M_t^2}}{0,1(1 - \beta^4)[\sigma]_f}} \quad [\text{X-2}]$$

avec

M_f = Moment fléchissant résultant [N.cm]

M_t = Moment de Torsion [N.cm]

$[\sigma]_{f_{III}}$ = Contrainte admissible pour les aciers alliés et correspondant à des variations de contraintes en cycle symétrique.

$[\sigma]_{f_{II}}$ = Contrainte admissible pour les aciers alliés et correspondant à des variations de contraintes en cycle pulsatoire.

$$[\sigma]_{f_{III}} = 3,8$$

$$[\sigma]_{f_{II}} = 1,7$$

β = Relation entre le diamètre extérieur et le diamètre intérieur de l'arbre creux

Enfin, pour un cycle symétrique et pour :

$$\beta = 0,7$$

$$[\sigma]_{f_{III}} = 3,8$$

$$M_i = 11,78 \text{ N.cm}$$

on a :

$$D = \sqrt[3]{\frac{11,78}{0,1(1-0,7^4)} \cdot 3,8} = 3,44 \text{ cm}$$

$$D = 34,4 \text{ mm}$$

On prendra : $D = 48 \text{ mm}$, $D_{\text{noyau}} = 42 \text{ mm}$

Comme l'arbre creux(I) tourne dans un seul sens (irréversible), les contraintes variables suivent un cycle pulsatoire

Donc $[\sigma]_{f_1} = 1,7$ et en prenant pour $\beta = 0,5$ on a immédiatement la valeur du diamètre extérieur D de l'arbre creux(I) :

$$D = \sqrt{\frac{11,78}{0,1(1 - 0,5^4) \cdot 1,7}} = 4,19 \text{ cm} = 41,9 \text{ mm}$$

Donc on peut prendre :

$$D_{\text{noyau}} = 42 \text{ mm}$$

$$D = 48 \text{ mm}$$

On remarque que le diamètre de l'arbre creux(I) existant est vérifié du point de vue dimensionnel et ce pour le cas le plus défavorable -

L'arbre comporte : 8 cannelures à flancs parallèles

Tableau récapitulatif des différentes sollicitations et des diamètres d'arbres

	I	II	III	IV
$M_{f_{Hmax}}$ [N.m]	771,65	- 372,51	677,55	119,44
$M_{f_v max}$ [N.m]	557,30	- 135,58	246,60	117,06
$M_{f_{max}}$ résultant [N.m]	870,07	396,41	721,03	167,23
Moment de torsion [N.m]	794,76	351,12	1600,76	259,93
Moment idéal [N.m]	1178,41	529,55	1755,65	309,07
Diamètre calculé [mm]	41,9	28,03	41,79	23,42
Diamètre adopté [mm]	42 (diamètre noyau) 48 (diamètre ext.)	38,5	50	32 (diamètre ext.) 28 (diamètre noyau)

XI Calculs de Roulements

Dans la boîte de vitesses, seuls les arbres I et II sont susceptibles d'être influencés par l'introduction de la gamme moyenne M, puisque supportant de nouveaux organes tels des engrenages, cages à aiguilles, manchon d'entraînement; de plus de légères modifications du point de vue dimensionnel y sont apportées (diamètres). Pour cela, nous devons effectuer les calculs relatifs aux roulements à employer aux paliers

Arbre II

Appui A

$$\left. \begin{array}{l} R_{AH} = 462,12 \text{ daN} \\ R_{AV} = 171,5 \text{ daN} \end{array} \right\} \text{Réactions aux appuis}$$

Réaction résultante

$$R_A = \sqrt{R_{AH}^2 + R_{AV}^2}$$

$$R_A = \sqrt{(462,12)^2 + (171,5)^2}$$

$$R_A = 492,91 \text{ daN}$$

Pour les tracteurs agricoles, la durée de calcul en heures de fonctionnement $L_h = 4000 \text{ à } 8000 \text{ heures}$

Période de fonctionnement total 5 à 10 ans

Adoptons $L_h = 5000 \text{ heures}$

Le rapport $\frac{C}{P}$ en fonction de $L_h = 5000 \text{ heures}$ est 6,7 pour une vitesse de rotation de l'arbre de 1118 tr/mn.

Donc la charge dynamique $C = 6,7 \cdot P \Rightarrow C = 6,7 \cdot 492,91 = 3302,5 \text{ daN}$

Comme toute la pignonnerie est à denture droite, nos roulements supportent des charges radiales uniquement.

D'après le catalogue russe ZKL de roulements, on peut adopter pour cette charge dynamique C : le roulement à billes 6406 N de caractéristiques :

$$d = 30$$

$$D = 90$$

$$B = 23$$

Appui B

$$R_{BH} = 403,75 \text{ daN}$$

$$R_{BV} = 166,7 \text{ daN}$$

} Réactions aux appuis

$$R_A = 436,73 \text{ daN}$$

$$\frac{C}{P} = 6,7 \Rightarrow C = 6,7 \cdot P$$

$$C = 6,7 \cdot 436,73$$

$$C = 2926,11 \text{ daN}$$

On adopte le roulement à billes ZKL 6405 N de caractéristiques :

$$d = 25$$

$$D = 80$$

$$B = 21$$

Arbre I

Appui A

$$R_{AH} = 417,37 \text{ daN}$$

$$R_{AV} = 741,68 \text{ daN}$$

$$R_A = 851 \text{ daN}$$

Pour une vitesse de rotation de l'arbre de 1250 tr/mn, nous avons $\frac{C}{P} = 7,23$

$$\text{Donc } C = 7,23 \cdot P \Rightarrow C = 7,23 \cdot 851 = 6152,7 \text{ daN}$$

On adopte le roulement à rouleaux ZKL NU 311

$$d = 55$$

$$D = 120$$

$$B = 29$$

Appui B

$$R_{BH} = 2204,7 \text{ daN}$$

$$R_{BV} = 162 \text{ daN}$$

$$R_B = 2210,6 \text{ daN}$$

$$\frac{C}{P} = 7,23 \Rightarrow C = 7,23 \cdot 2210,6 = 15982 \text{ daN}$$

La sortie de l'arbre I porte un pignon conique ; nous devons utiliser 2 roulements à rouleaux coniques puis le catalogue ne donne pas de roulements pouvant supporter $C = 15982 \text{ daN}$

On choisit 2 roulements :

$$d_1 = 50$$

$$d_2 = 50$$

$$D_1 = 110$$

$$D_2 = 110$$

$$B_1 = 27$$

$$B_2 = 40$$

Arbre I

Appui A

$$R_{AH} = 417,37 \text{ daN}$$

$$R_{AV} = 741,68 \text{ daN}$$

$$R_A = 851 \text{ daN}$$

Pour une vitesse de rotation de l'arbre de 1250 tr/mn, nous avons $\frac{C}{P} = 7,23$

$$\text{Donc } C = 7,23 \cdot P \Rightarrow C = 7,23 \cdot 851 = 6152,7 \text{ daN}$$

On adopte le roulement à rouleaux ZKL NU 311

$$\cdot d = 55$$

$$D = 120$$

$$B = 29$$

Appui B

$$R_{BH} = 2204,7 \text{ daN}$$

$$R_{BV} = 162 \text{ daN}$$

$$R_B = 2210,6 \text{ daN}$$

$$\frac{C}{P} = 7,23 \Rightarrow C = 7,23 \cdot 2210,6 = 15982 \text{ daN}$$

La sortie de l'arbre I porte un pignon conique ; nous devons utiliser 2 roulements à rouleaux coniques puis le catalogue ne donne pas de roulements pouvant supporter $C = 15982 \text{ daN}$

On choisit 2 roulements :

$$d_1 = 50 \quad d_2 = 50$$

$$D_1 = 110 \quad D_2 = 110$$

$$B_1 = 27 \quad B_2 = 40$$

XII Vérification des déformations angulaires

Arbre II

La formule donnant la déformation angulaire pour un arbre ayant un diamètre variable est :

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{M_{ti} \cdot L_i}{G \cdot I_{oti}} \quad [\text{XII-1}]$$

où

φ = angle de torsion en rad.

L_i = longueur du i -ème épaulement en m

I_{oti} = moment d'inertie polaire du i -ème épaulement en m^4 .

G = moment d'élasticité du matériau en N/m^2 .

Les dimensions de l'arbre II sont données par le plan de définition B02.

Nous donc vérifier que la déformation angulaire de l'arbre est inférieure à $\frac{1}{4}^\circ$ par mètre.

Nous avons alors, en considérant le moment de torsion constant sur toute la longueur de l'arbre et avec

$$M_t = 351,12 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$G = 81 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$I_{oti} = \frac{\pi d_i^4}{32}$$

$$\text{Nombre de tronçons} = 7$$

$$\text{Nombre de diamètres} = 7$$

$$\varphi = \frac{(351,12 \cdot 10^{-3} (7 + 40 + 42 + 37 + 43,5 + 22 + 20)) \cdot 32}{\pi \cdot 81 \cdot 10^9 ((30 \cdot 10^{-3})^4 + (34 \cdot 10^{-3})^4 + (37 \cdot 10^{-3})^4 + (38,5 \cdot 10^{-3})^4 + (42 \cdot 10^{-3})^4 + (52,5 \cdot 10^{-3})^4 + (25 \cdot 10^{-3})^4)}$$

$$\varphi = 5,39 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

Convertissons cette valeur en ($^{\circ}$).

Nous savons que $2\pi \text{ rad} \rightarrow 360^{\circ}$

donc $5,39 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \rightarrow x(^{\circ})$

$$\text{d'où } \alpha(^{\circ}) = \frac{5,39 \cdot 10^{-4} \cdot 360}{6,28} = 0,030^{\circ}$$

$$\sum l_i = 223,5 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

Pour $223,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ nous avons $\alpha(^{\circ}) = 0,03$

Pour 1 m , nous avons $\alpha = 0,134^{\circ}/\text{m}$

On a bien :

$$\alpha = 0,134^{\circ}/\text{m} < 0,25^{\circ}/\text{m.}$$

Ce qui vérifie l'arbre II à la déformation angulaire.

Arbre I

L'arbre I est creux. Son moment d'inertie polaire est de la forme :

$$I_0 = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}$$

avec $D =$ Diamètre extérieur.

$d =$ Diamètre intérieur.

Pour l'arbre I, voir plan B01.

$$M_t = 794,7 \text{ N.m.}$$

L'arbre I est composé de :

4 diamètres extérieurs différents

2 diamètres intérieurs différents

$$\varphi = \frac{794,7 \cdot 10^{-3} (10 + 170 + 28 + 14) 32}{\pi \cdot 81 \cdot 10^9 \left[(35 \cdot 10^{-3})^4 - (26 \cdot 10^{-3})^4 + (48 \cdot 10^{-3})^4 - (26 \cdot 10^{-3})^4 + (60 \cdot 10^{-3})^4 - (26 \cdot 10^{-3})^4 + (40 \cdot 10^{-3})^4 - (29 \cdot 10^{-3})^4 \right]}$$

$$\varphi = 10^{-3} \text{ rd.}$$

$$\text{or } 2\pi \text{ rd} \rightarrow 360^\circ$$

d'où $10^{-3} \text{ rd} \Rightarrow 0,05^\circ$ pour une longueur de $222 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Pour $1 \text{ m} \rightarrow \varphi(^\circ) = 0,22^\circ$ par mètre

et on a bien $0,22^\circ/\text{m} < 0,25^\circ/\text{m}$.

Ce qui vérifie également l'arbre I à la déformation angulaire.

XIII

Vitesses Critiques

XIII-1 Notion de vitesse critique des arbres

Le calcul d'un arbre pour la résistance aux vibrations latérales se ramène à vérifier la condition de non apparition de la résonance qui provoque un accroissement brusque de l'amplitude des vibrations susceptible d'entraîner la rupture de l'arbre. La résonance survient lorsque la vitesse atteint une valeur critique à laquelle la fréquence des variations des efforts extérieurs se confond avec celle des vibrations propres du système constitué par l'arbre et les pièces qu'il porte. Le phénomène de la résonance peut également se produire lorsque la fréquence de variations des forces extérieures est un multiple de celle des vibrations propres du système.

Il est à noter que l'approche de la vitesse critique se manifeste par une forte vibration de l'arbre.

XIII-2 Vérification de la vitesse critique de l'arbre II

Il existe plusieurs moyens et formules pour vérifier la vitesse critique d'un arbre :

- La méthode analytique
- La méthode graphique

La première est généralement utilisée pour les cas simples c'est-à-dire pour les arbres sur deux appuis avec deux ou

trois charges concentrées et pour les arbres à section constante. Nous évitons cette méthode car pour un arbre supportant plusieurs charges, elle fait apparaître plusieurs équations à résoudre et la difficulté réside dans la détermination des constantes d'intégration - Si, nous avons n forces, il y a $(2n+1)$ constantes à déterminer; ce qui complique le calcul de la vitesse critique.

Par contre, pour les cas compliqués (charges multiples, localisées ou réparties ou les deux à la fois) et surtout pour les poutres à section variable ($I = f(x)$) on a recours à la méthode graphique qui donne de bons résultats (environ 5% d'erreur) ce qui est acceptable.

Dans notre cas l'arbre II est à section variable et deux charges concentrées - Nous allons donc employer la méthode graphique (Méthode de Mohr).

Cette méthode consiste à:

- 1/ considérer l'arbre immobile
- 2/ à le dessiner en se fixant une échelle des longueurs
- 3/ Diviser la longueur de l'arbre en un nombre assez élevé de tronçons (pour une meilleure précision).
- 4/ Tracer le dynamique des forces correspondant aux charges concentrées (pièces supportées par l'arbre) ainsi que le poids des différents tronçons de l'arbre.

- 5/ Choisir un pôle P_1 arbitraire puis tracer les rayons polaires (joindre P aux extrémités des charges concentrées et poids de l'arbre).
- 6/ Tracer, à partir du dynamique des forces (en 5/) le polygone funiculaire qui détermine le diagramme des moments fléchissants
- 7/ Construire un second dynamique correspondant cette fois aux charges fictives $h \cdot \frac{M_f}{I}$. Nous prenons comme base pour le calcul des charges fictives I_{max} (Moment d'inertie maxima) Pour les autres zones où le diamètre est plus petit, il suffit d'amplifier les ordonnées du graphe M_f dans le rapport inverse des moments d'inertie I . Or $I = \frac{\pi d^4}{64}$, donc rapport inverse des (diamètres)⁴. On obtient ainsi les ordonnées b_1, b_2, \dots, b_n qui servent à construire le dynamique des charges fictives en choisissant arbitrairement un pôle P_2
- 8/ Tracer à partir des charges fictives précédemment déterminées l'enveloppe de la déformée
- 9/ Avec une échelle adoptée au départ, nous arrivons enfin à déterminer les flèches statiques de l'arbre et à partir des quelles, nous calculerons la vitesse critique de l'arbre. Pour cela il suffit d'appliquer la formule suivante :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g(\sum P_i y_i)}{\sum P_i \cdot y_i^2}} \quad [VIII-1]$$

où :

g = accélération de la pesanteur ($\approx 10 \text{ m/s}^2$).

P_i = charges concentrées et poids des différents tronçons de l'arbre.

y_i = flèche statique

Avec cette méthode, nous avons pu consigner dans les tableaux qui suivent les valeurs des flèches statiques des arbres I et II

Tableaux permettant le calcul des vitesses critiques des arbres I et II

T XIII-1

ARBRE I				
Section	y_i (mm)	P_i (N)	$F_i \cdot y_i$ (N · mm)	$P_i \cdot y_i^2$ (N · mm ²)
1	$1,04 \cdot 10^{-4}$	0,5	5,2 · 10	$5,4 \cdot 10^{-15}$
2	$1,57 \cdot 10^{-4}$	5,41	8,4 · 1	$1,3 \cdot 10^{-13}$
3	$2,72 \cdot 10^{-4}$	3,41	9,2 · 1	$2,5 \cdot 10^{-13}$
4	$3,31 \cdot 10^{-4}$	13,41	4,4 ·	$1,4 \cdot 10^{-12}$
5	$3,20 \cdot 10^{-4}$	11,41	3,6 ·	$1,1 \cdot 10^{-12}$
6	$2,42 \cdot 10^{-4}$	15,41	3,7 · 1	$9,02 \cdot 10^{-13}$
7	$0,672 \cdot 10^{-4}$	3,68	2,4 ·	$1,6 \cdot 10^{-14}$
8	$0,387 \cdot 10^{-4}$	0,8	3,09 · 1	$1,1 \cdot 10^{-15}$
			$\Sigma P_i y_i = 113 \cdot 10$	$\Sigma P_i y_i^2 = 3,9 \cdot 10^{-12}$
ARBRE II				
1	$3,05 \cdot 10^{-3}$	1	$3,05 \cdot 10$	$9,30 \cdot 10^{-6}$
2	$5,87 \cdot 10^{-3}$	1	$5,87 \cdot 10^{-3}$	$3,44 \cdot 10^{-5}$
3	$9,53 \cdot 10^{-3}$	19,43	0,185	$1,76 \cdot 10^{-3}$
4	0,0120	1	0,0120	$1,44 \cdot 10^{-4}$
5	0,0137	1	0,0137	$1,87 \cdot 10^{-4}$
6	0,0129	1,82	0,0234	$3,02 \cdot 10^{-4}$
7	0,0128	1,82	0,0232	$2,98 \cdot 10^{-4}$
8	0,0119	18,02	0,2144	$2,55 \cdot 10^{-3}$
9	0,0100	1,82	0,0182	$1,82 \cdot 10^{-4}$
10	$7,53 \cdot 10^{-3}$	1,82	0,0137	$1,03 \cdot 10^{-4}$
11	$3,19 \cdot 10^{-3}$	3,56	0,0113	$3,62 \cdot 10^{-5}$
12	$2,96 \cdot 10^{-3}$	0,5	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$4,38 \cdot 10^{-6}$
			$\Sigma P_i y_i = 0,5249$	$\Sigma P_i y_i^2 = 5,61 \cdot 10^{-3}$

Vitesses critiques

Arbre I

$$\omega_{c_I} = \sqrt{\frac{g(\sum P_i y_i)}{\sum P_i \cdot y_i^2}}$$

On trouve :

$$\omega_{c_I} = 5948 \text{ rd/s}$$

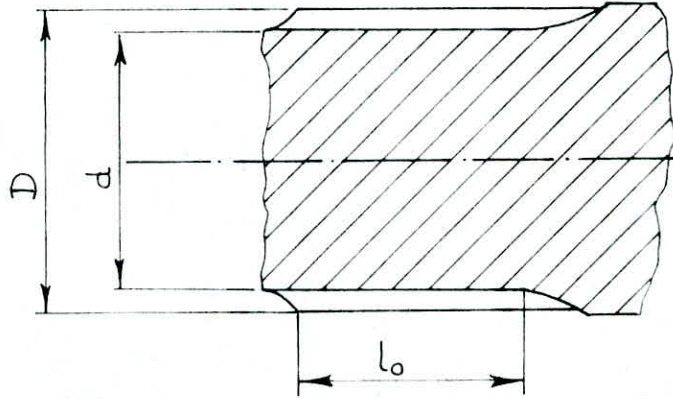
$$N_{c_I} = 56830 \text{ tr/mn}$$

$$\omega_{c_{II}} = 957,5 \text{ rd/s}$$

$$N_{c_{II}} = 9148 \text{ tr/mn}$$

La vitesse de rotation du moteur étant de 2300 tr/mn, les vitesses des arbres I et II tournant encore moins vite (1250 tr/mn et 1118 tr/mn respectivement) nous ne risquons pas d'atteindre ces vitesses critiques N_{c_I} et $N_{c_{II}}$

XIV Vérification des cannelures à la pression spécifique de l'arbre II



$$D = 38$$

$$d = 34$$

$$l_0 = 30$$

$$h_0 = 38 - 34 = 4$$

La vérification à la pression spécifique de ces cannelures se fait d'après la formule [VII-1].

$$F = \frac{2M_t}{D_m}, \quad D_m = \frac{38+34}{2} = 36 \text{ mm}, \quad M_t = 35,112 \text{ daN.m}$$

$$\text{d'où } F = \frac{2 \cdot 351,12}{36 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow F = 19506,66 \text{ N}$$

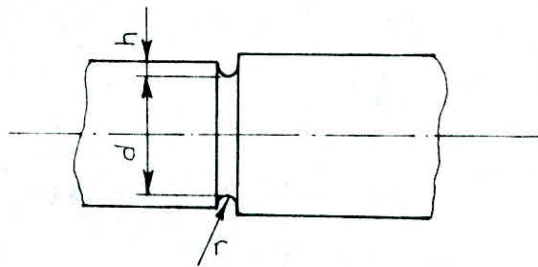
$$\text{alors } p_{\max} = \frac{19506,66}{0,75 \cdot 8 \cdot (38-34) \cdot 10^{-3} \cdot (42-12) \cdot 10^{-3}} = 27092583 \text{ N/m}^2$$

$$p_{\max} = 27 \text{ N/mm}^2 < [p] = 65 \text{ N/mm}^2$$

On constate que les cannelures de l'arbre II sont vérifiées à la pression spécifique.

XV

Vérification à la fatigue de l'arbre I



$$r = 1,48$$

$$d = 37,15$$

$$h = 1,35$$

La vérification à la fatigue se fait d'après la formule [VIII-1]

Nous avons déjà adopté $[\alpha_f] = 1,4$ dans le chapitre VIII

Flexion

D'après le diagramme

nous avons :

$$\left. \begin{array}{l} r/d = 0,0398 \\ h/r = 0,912 \\ \xi_h = 0,97 \end{array} \right\} \Rightarrow (K_\sigma)_D = 2,21$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f\max}}{I/V} = \frac{39,64}{5,03 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \sigma_{\max} = 7879116,4 \text{ daN/m}^2$$

$$\alpha_{\sigma_f} = \frac{R_{ef} d}{(K_\sigma)_D \cdot \sigma_{\max}} \Rightarrow \alpha_{\sigma_f} = \frac{50 \cdot 10^6}{2,21 \cdot 7879116,4}$$

$$\alpha_{\sigma_f} = 2,87$$

Torsion

$$(K\tau)_D = 1 + 0,6 [(K\tau)'_D - 1]$$

D'après le diagramme

nous avons :

$$(K\tau)'_D = 2,25$$

$$(K\tau)_D = 1 + 0,6 [2,25 - 1] \Rightarrow (K\tau)_D = 1,75$$

$$x_{\tau_t} = \frac{R_{etd}}{(K\tau)_D \cdot \tau_a}$$

où :

x_{τ_t} = coefficient de sécurité à la torsion dynamique

R_{etd} = limite de fatigue à la torsion dynamique (cycle symétrique)

$(K\tau)_D$ = coefficient de concentration de contraintes de torsion

τ_a = amplitude du cycle.

Calculons x_{τ_t}

$$R_{etd} = 30 \cdot 10^6 \text{ daN/m}^2 \text{ (déjà fixé en chapitre VIII)}$$

$$\tau_a = \tau_{moyen} = \frac{\tau_{nom}}{2} \text{ avec } \tau_{nom} = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$$

$$\text{avec } M_t = 35,112 \text{ daN}\cdot\text{m}, d = 37,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \tau_a = 1744775 \text{ daN/m}^2 \text{ d'où } x_{\tau_t} = 9,82$$

$$\text{Donc } x_f = \frac{2,87 \cdot 9,82}{\sqrt{2,87^2 + 9,82^2}}$$

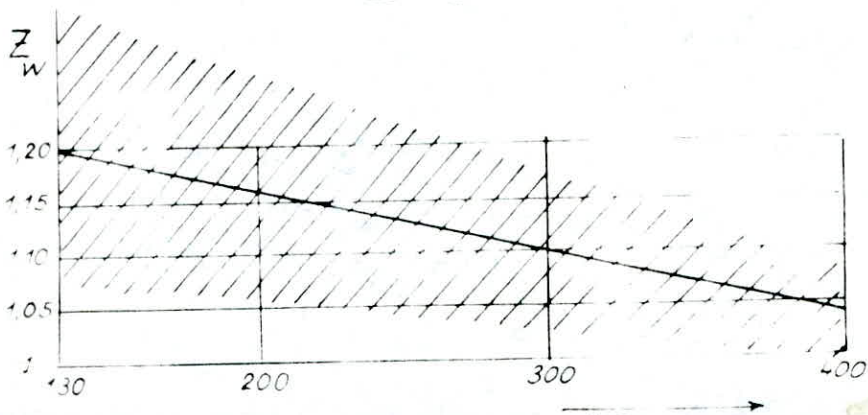
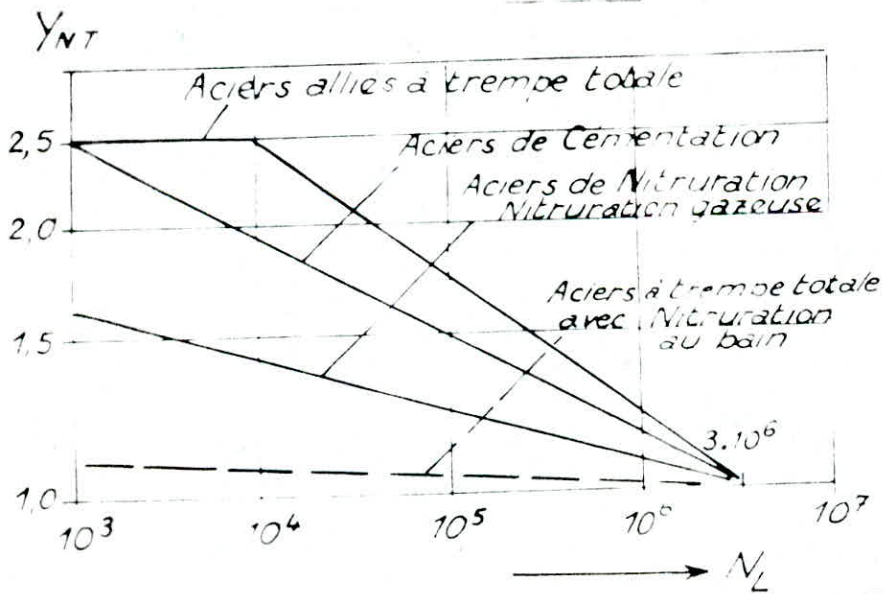
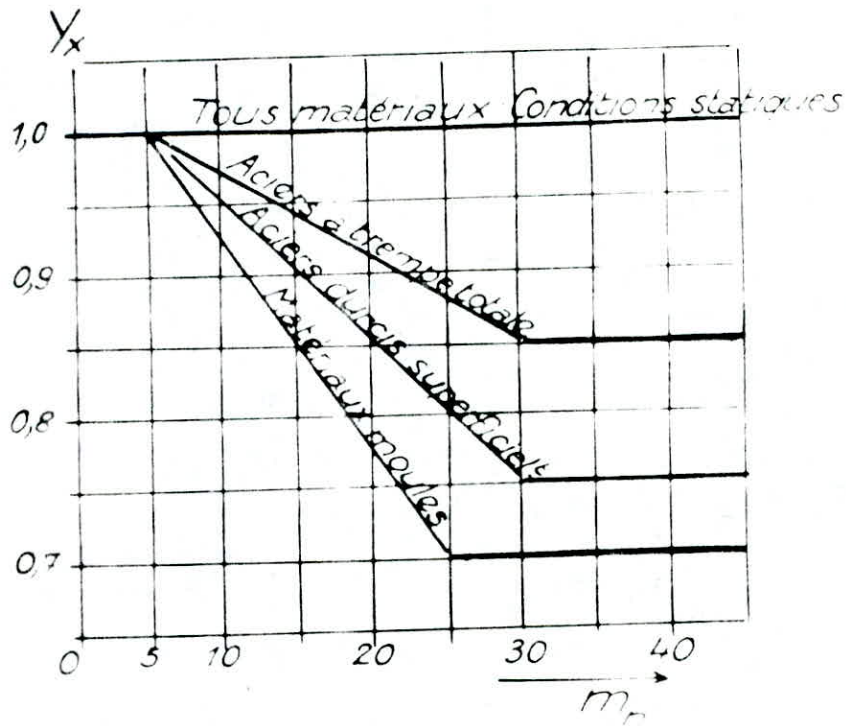
$$x_f = 2,75$$

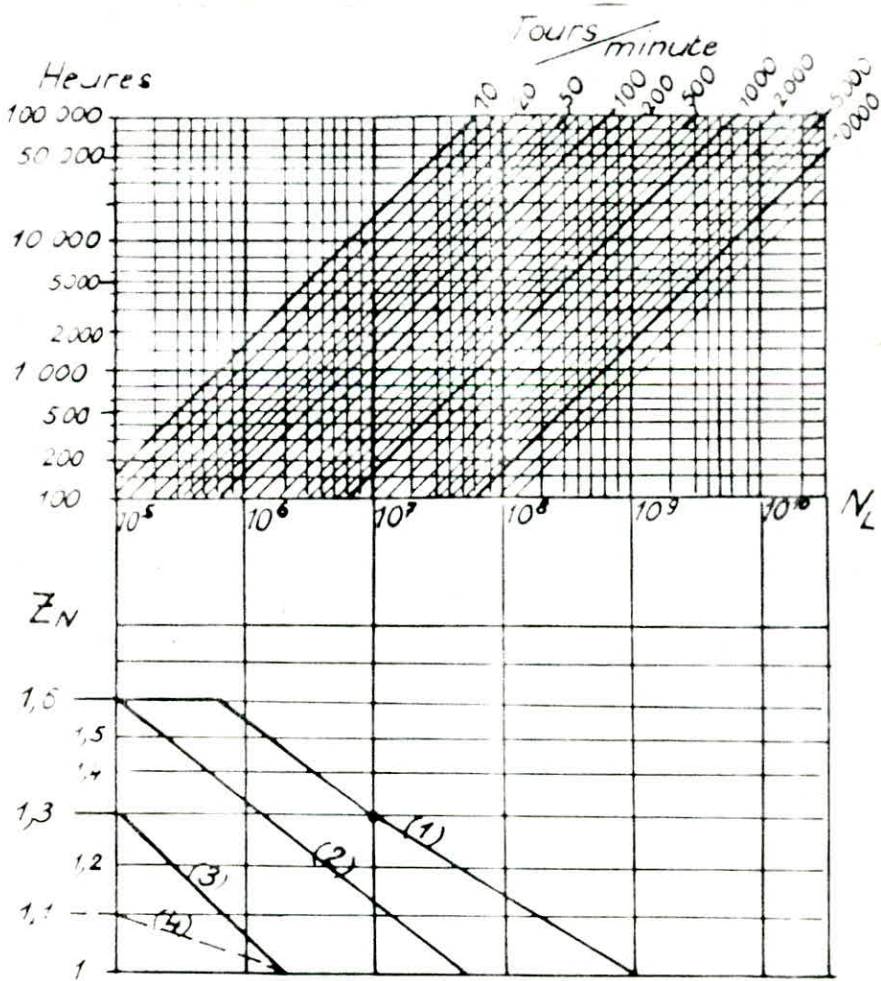
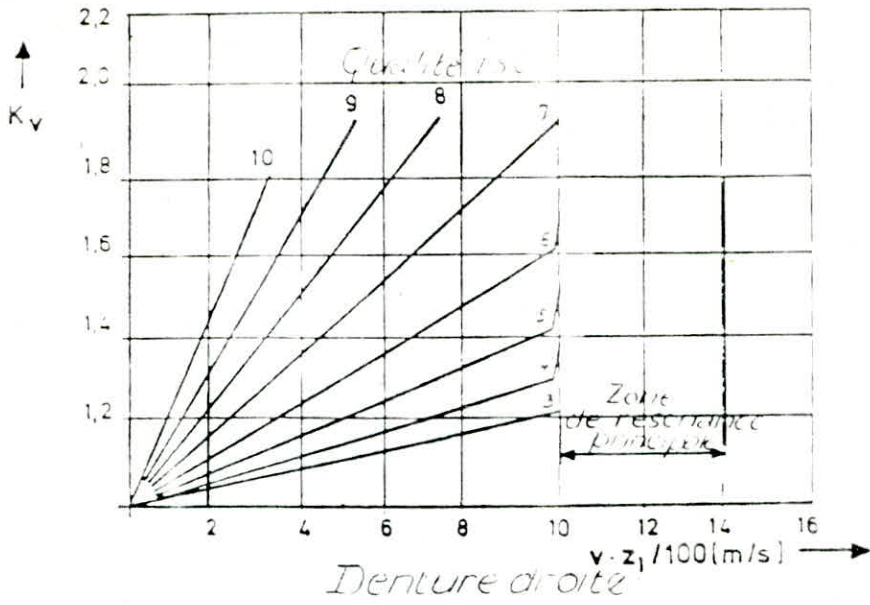
d'où l'on a :

$$x_f = 2,75 > [x_f] = 1,4$$

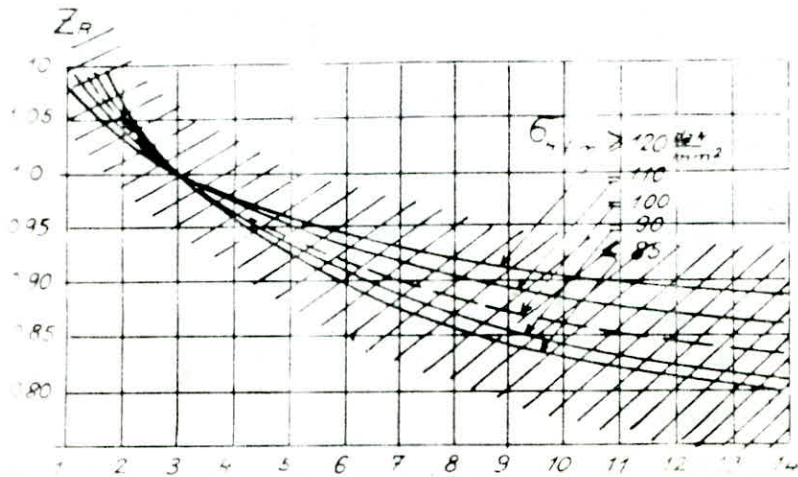
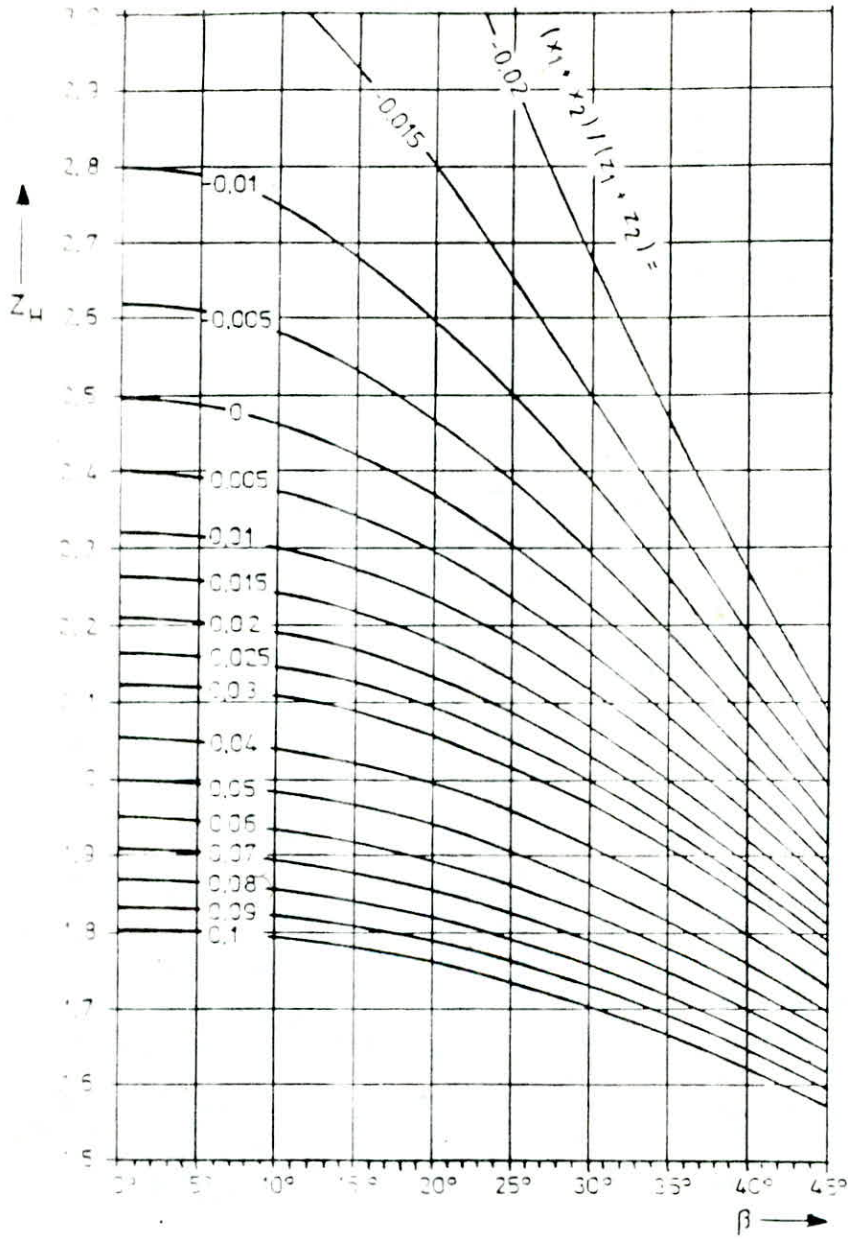
CONCLUSION

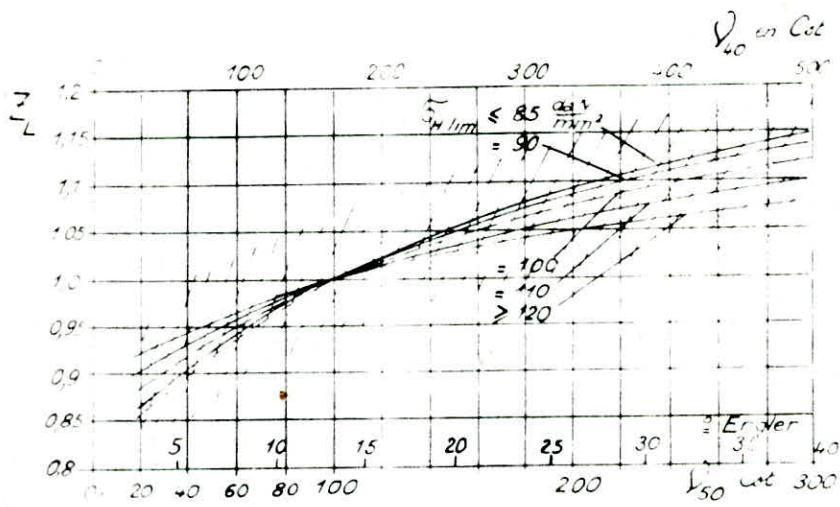
- Selon la première variante, l'introduction de la nouvelle gamme moyenne de vitesses, nous donne la possibilité de garder la majeure partie des éléments constituant la boîte de vitesses. Mais, l'écart entre les rapports des différentes combinaisons de gammes est relativement élevé. Ce qui peut influencer la sélection des gammes. Toutefois, la réalisation de la boîte de vitesses peut se faire à moindre coût.
- Contrairement à la précédente, la deuxième variante possède des rapports de vitesses plus rapprochés; ce qui constitue un avantage pour la sélection des gammes. Néanmoins, la structure de la boîte est en grande partie modifiée, son encombrement devant celui de la boîte existante étant plus grand. La boîte de vitesses formant un monobloc avec le moteur et le pont arrière, sa réalisation se ferait à un coût élevé.
- D'après ce qui vient d'être dit, nous laissons soin aux responsables techniques de la société CMT-ENPMA de Constantine d'adopter la variante la plus adéquate. car le cadre idéal de comparaison doit faire intervenir d'autres facteurs technico-économiques.



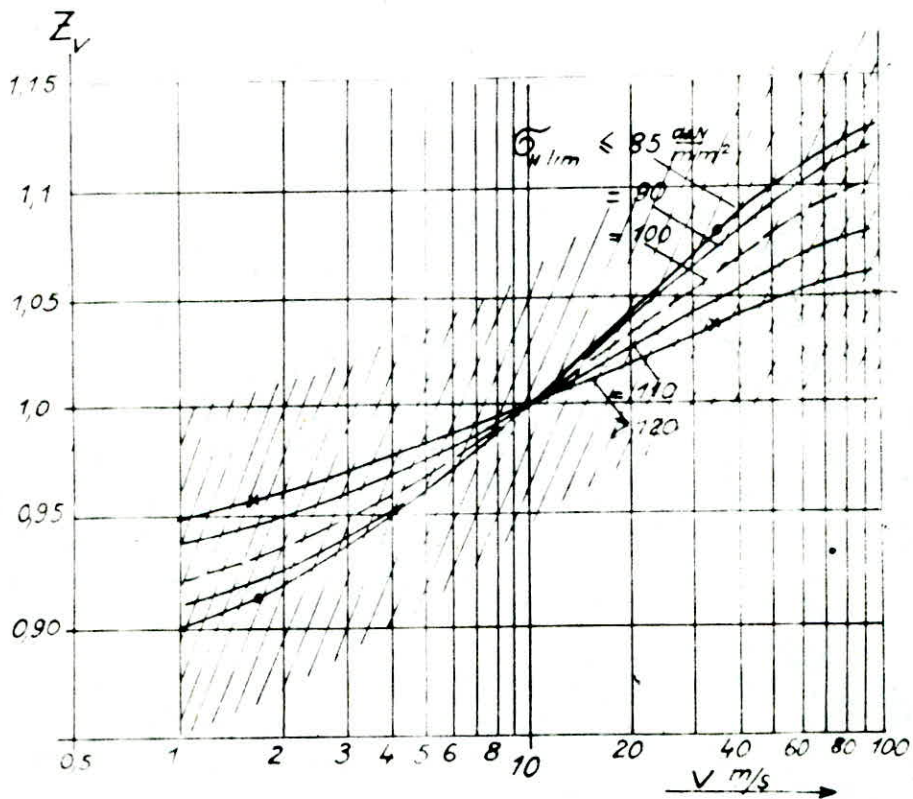


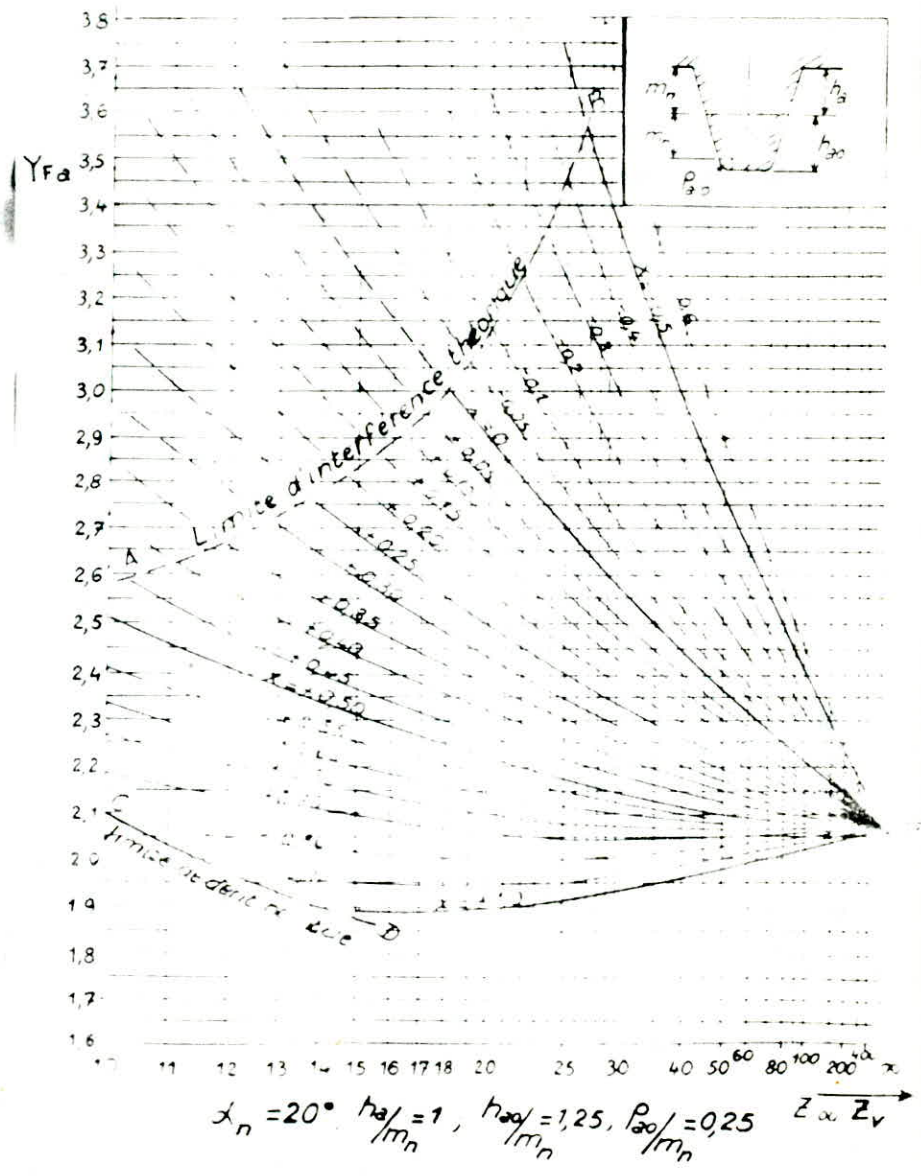
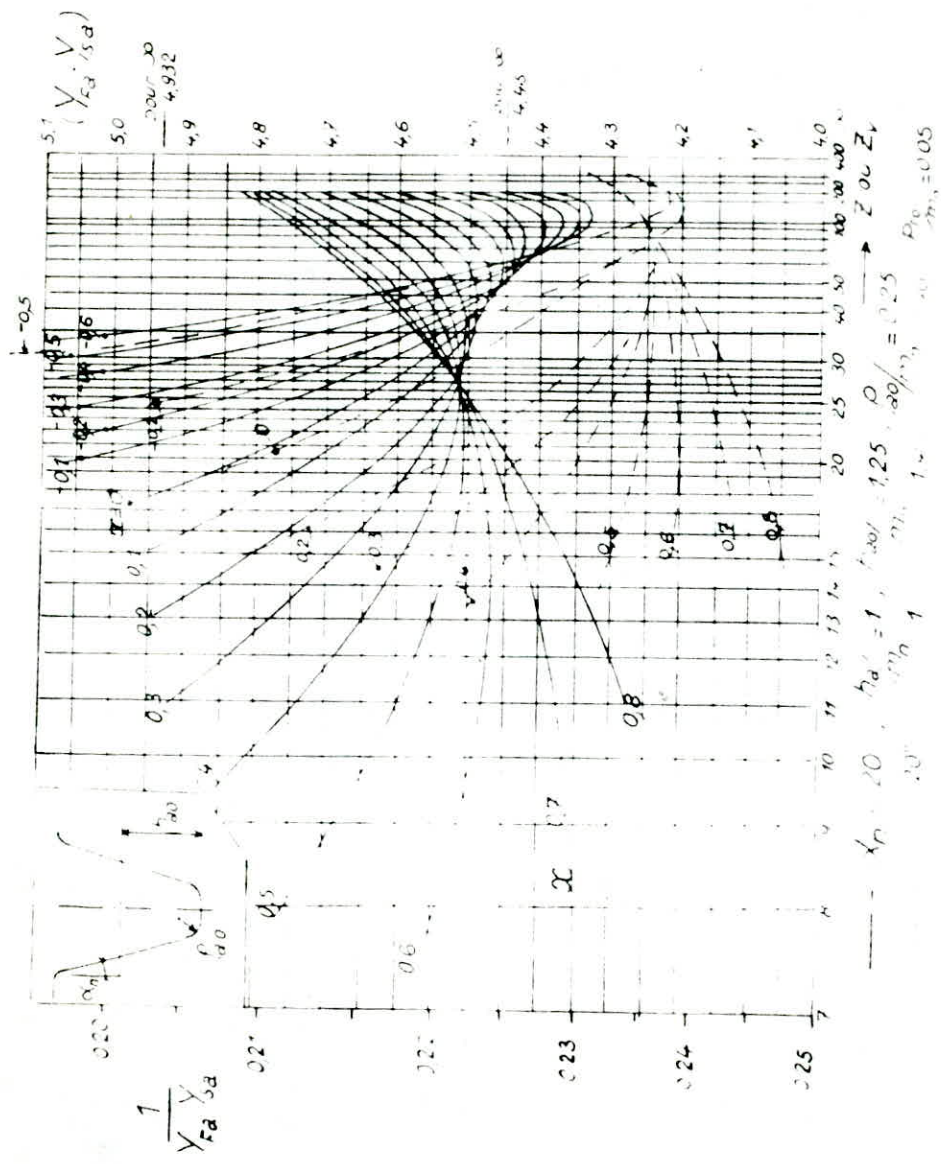
$\alpha_n = 20^\circ$





F. VII-63





$X_n = 20^\circ$, $h_{ao}/m_n = 1$, $h_{ao}/m_n = 1.25$, $P_{ao}/m_n = 0.25$, Z_u , Z_v

BIBLIOGRAPHIE

- G. HENRIOT Traité théorique et pratique des engrenages (Tome 1)
- DOBROVOLSKY Eléments de Machines
- F. BERNARD Eléments de construction à l'usage de l'ingénieur
(Tome IV)
- GEMINARD et GROS LA FEIGE Eléments de Projets
- M. HELD Convertisseurs de couples
- Catalogue de roulements russe ZKL
- A. CHEVALIER Guide du dessinateur industriel
- Cours de TE3
- Technique de l'ingénieur.

