

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE - MECANIQUE

# PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

MISE AU POINT DE TRAVAUX PRATIQUES  
DE REGULATION DE VITESSE  
AVEC  
LE MS 150 DE FEEDBACK

Proposé Par :

AHMED ZERGUERRAS

Etudié par :

OULD-BOUAMAMA M.

Dirigé par :

AHMED ZERGUERRAS

PROMOTION :

JUIN 1988

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

الدراسة الوطنية المعتمدة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

MISE AU POINT DE TRAVAUX PRATIQUES  
DE REGULATION DE VITESSE  
AVEC  
LE MS 150 DE FEEDBACK

Proposé Par :

AHMED ZERGUERRAS

Etudié par :

OULD-BOUAMAMA M.

Dirigé par :

AHMED ZERGUERRAS

PROMOTION :

JUIN 1988

وزارة التعليم العالي  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale polytechnique  
فرع الهندسة الميكانيكية  
Department genie-mecanique  
الموجه بالسيد: أحمد زرق الرأس  
Promoteur: M<sup>r</sup>: Ahmed ZERGUERRAS  
الطالب المهندس  
Elève ingénieur: OULD-BOUAMAMA M<sup>ed</sup>

الموضوع: إعداد أعمال تطبيقية متعلقة بإلا نظام الصناعي بواسطة  
منظومة متعددة العناصر  
الملخص: إن الأعمال التطبيقية التي تم اعدادها تهدف في الأساس إلى  
توضيح التحكم في السرعة

Sujet: Mise au point de travaux pratiques de regula-  
-tion industrielle avec le servo système MS150 de  
Feedback

Résumé: les travaux pratiques réalisés illustrent  
essentiellement la commande de vitesse

Subjet: Elaboration of practical work in indu-  
-strial regulation with the modular servosystem  
MS150

Abstrack: The practical work set up describe  
essentially the monitoring of speed

## DEDICACE

je dedie ce modeste travail à :

- ma famille
- mes amis
- à tout ce qui ont contribué à  
ma formation

## REMERCIEMENTS

Je remercie, Monsieur ZERGUERRAS pour  
l'aide efficace qu'il m'a accordée tout  
le long de l'élaboration de ce projet.  
Que tout ceux qui ont contribué à  
ma formation trouvent ici l'expression  
de mes plus vifs remerciements et  
ma profonde gratitude.

# TABLE DES MATIERES

## INTRODUCTION

CHAPITRE 1: ETUDE DE REGULATION DE VITESSE	1
1.1 - Determination theorique de la reponse en vitesse en boucle fermée	2
1.1.1 avant- propos	2
1.1.2 determination théorique de la réponse en vitesse en boucle fermée	2
1.2 - Manipulation N°1: Etalonnage de la gene- -ratrice tachymétrique	
1.2.1 - objectif	7
1.2.2 - principe	7
1.2.3 - description de la manipulation	7
1.2.4 - resultats	8
1.2.5 - interprétation	9
1.3 - Manipulation N°2: Relation entre la vitesse du moteur et la tension de correction	
1.3.1 - objectif	11
1.3.2 - description de la manipulation	11
1.3.3 - resultats	11
1.3.4 - interprétation	12
1.3.5 - conclusion	13
1.4 - Manipulation N°3: EFFet du gain et de la charge sur la zone morte	
1.4.1 - objectif	15
1.4.2 - principe	15
1.4.3 - description de la manipulation	16
1.4.4 - résultats	18
1.4.5 - interprétation	18
1.4.6 - Conclusion	18

## 1.5 - Manipulation N°4: Etude de la réponse en vitesse du système

1.5.1 - objectif	20
1.5.2 - principe	20
1.5.3 - description de la manipulation	21
1.5.4 - résultats	21
1.5.5 - interprétation	22

## 1.6 - Manipulation N°5 : Effet de l'inertie sur la réponse en vitesse

1.6.1 - objectif	24
1.6.2 - principe	24
1.6.3 - description de la manipulation	26
1.6.4 - résultats	26
1.6.5 - interprétation	26
1.6.6 - conclusion	28

## 1.7 - Manipulation N°6 : Effet du gain sur les performances du système

1.7.1 - objectif	29
1.7.2 - principe	29
1.7.3 - description de la manipulation	32
1.7.4 - résultats	32
1.7.5 - interprétation	37
1.7.6 - conclusion	37

## 1.8 - Manipulation N°7 : système réversible de commande de vitesse

1.8.1 - objectif	40
1.8.2 - principe	40
1.8.3 - description de la manipulation	41
1.8.4 - résultats	41
1.8.5 - interprétation	41

## CHAPITRE 2 : ETUDE DE LA REGULATION PAR RELAIS

2.1 Introduction	47
2.2 Caractéristiques des relais	48
2.3 Caractéristiques en boucle fermée	49

2.3.1. régime transitoire d'un asservissement	50
par plus ou moins	
2.3.2. cas d'un plus ou moins avec hystérésis	50
2.3.3. cas d'un plus ou moins avec zone morte	53
2.4 - Plan de phase	54
2.4.1. équations des trajectoires dans le plan	55
de phase	
2.4.2. Construction des trajectoires	56

### CHAPITRE 3: ETUDE THEORIQUE DE LA REGULATION P.I.D

3.1 - Régulation proportionnelle	60
3.2 - Régulation proportionnelle et intégrale	61
3.3 - Régulation proportionnelle et dérivée	62

### CONCLUSION



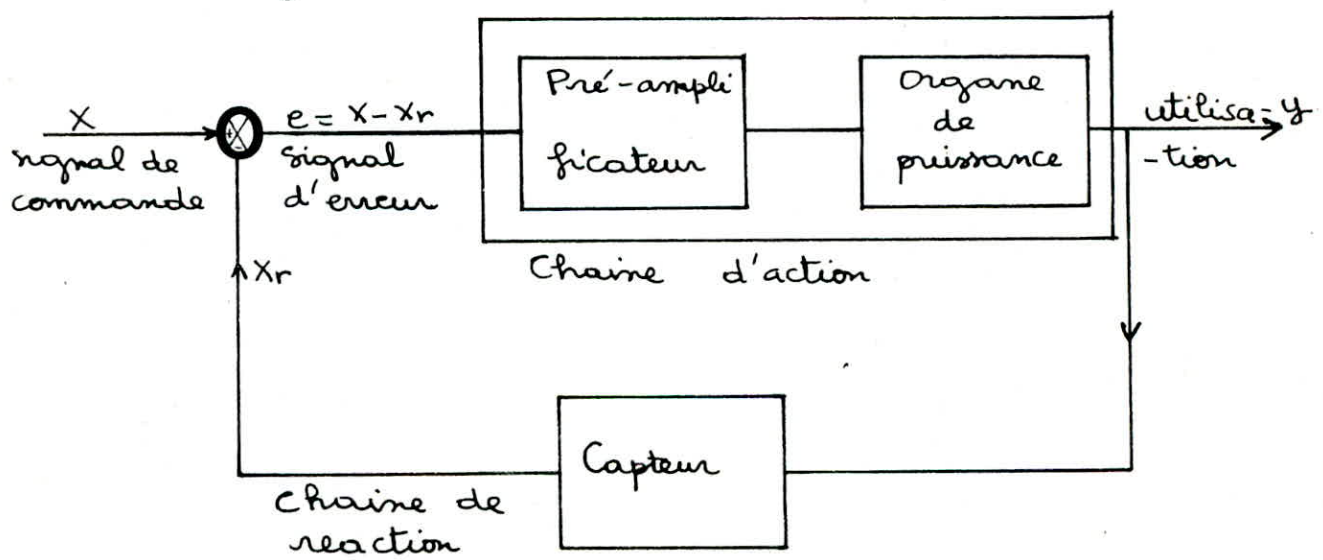
# INTRODUCTION

## 1. DESCRIPTION GENERALE D'UN SYSTEME ASSERVI

On rencontre les systèmes asservis dans tout les domaines de la physique et de la technique industrielle. C'est - dire que le principe de la regulation ne depend pas de la nature des grandeurs utilisées. Elle ne fait intervenir que les relations qui existent entre ces grandeurs. C'est dans le but d'améliorer les performances d'un système non asservi qu'on introduit une regulation.

## 2. ORGANISATION GENERALE ET SCHEMA FONCTIONNEL D'UN SYSTEME ASSERVI

Tout système asservi peut - être représentée par le schéma fonctionnel suivant:



Il comprend :

- Une chaîne d'action (ou chaîne directe) :

C'est un système commandé en chaîne ouverte qui produit  $y$  avec en général une amplification de puissance. Elle présente un manque de fidélité : cet ensemble est constamment soumis à l'influence des perturbations de toutes nature qui tendent à modifier  $y$  indépendamment du signal d'entrée de la chaîne. Elle -ci est incapable de réagir seule contre cette influence.

- Une chaîne de réaction (ou de retour) constituée par un capteur, dont la fonction est de mesurer  $y$ .

Il traduit cette mesure sous la forme d'une grandeur  $x_r$  pouvant être de nature différente de celle de  $y$

- Un comparateur qui élabore la différence entre  $x$  (signal de commande) et  $x_r$  (signal de réaction)

## DEFINITION DU SUJET

Le but du Projet est d'effectuer, à l'aide du servosystème modulaire MS150 Feedback, la régulation de vitesse. On fera en outre une étude théorique de la régulation par relais et la régulation P.I.D

# **CHAPITRE 1:**

## **ETUDE DE REGULATION DE VITESSE**

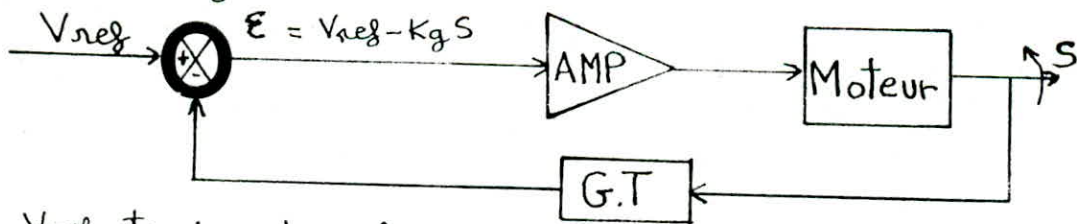
# 1. DETERMINATION THEORIQUE DE LA REPOSE EN VITESSE EN BOUCLE FERMEE

## 1.1.1 AVANT PROPOS

Dans une régulation de vitesse on utilise une tension de correction, qui est la différence entre la tension de référence et la tension aux bornes de la génératrice tachymétrique, pour faire tourner le moteur

## 1.1.2 DETERMINATION THEORIQUE DE LA REPOSE EN VITESSE EN BOUCLE FERMEE

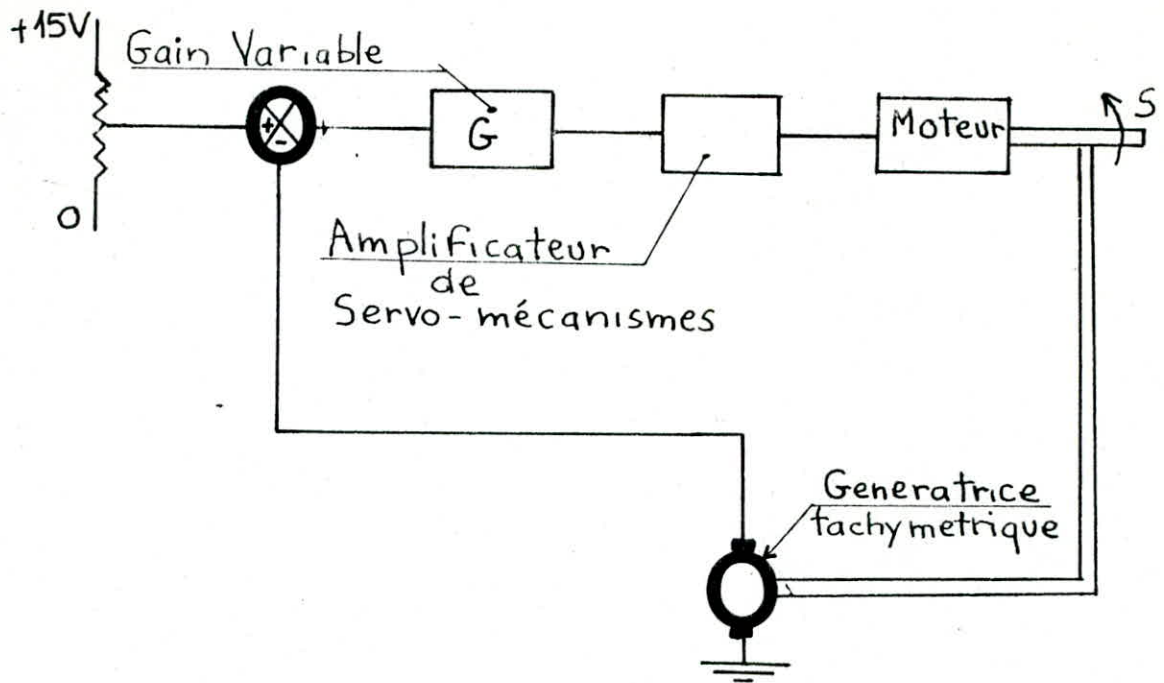
Le système modulaire MS150 Feedback monté en commande de vitesse en boucle fermée présente le schéma fonctionnel suivant



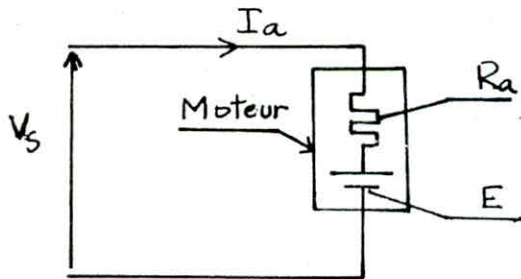
$V_{ref}$ : tension de référence

G.T.: génératrice tachymétrique

Pour établir la réponse en vitesse en boucle fermée du schéma fonctionnel précédent on considère séparément chaque organe. Le schéma du système avec ses organes qui le composent est le suivant



Le moteur est alimentée en commande d'in-  
-duit de la manière suivante



Lors du fonctionnement le couple développé par  
le moteur est proportionnel au courant  $I_a$  circulant  
dans ce dernier

$$T = K_t I_a$$

$K_t$ : constante de couple

$$I_a = \frac{V_s - E}{R_a}$$

$E$  : force contre électro-motrice tel que

$$E = K_b S \quad K_b: \text{constante f.c.e.m}$$

Le moteur développe un couple pour vaincre l'inertie  $J$ , les frottements visqueux et les frottements secs : On aura ainsi :

$$T = J \frac{dS}{dt} + FS + T_0 \quad (1)$$

$F$  : coefficient de frottement visqueux

Remplaçons  $T_0$  dans l'équation (1) on aura

$$T_m \frac{dS}{dt} + S = K_s \left[ V_s + \frac{T_0 R_a}{K_t} \right]$$

avec  $T_m = \frac{J R_a}{F R_a + K_t K_b}$  et  $K_s = \frac{K_t}{F R_a + K_t K_b}$

$$V_s = G E \quad G: \text{gain}$$

$$\text{d'où : } T_m \frac{dS}{dt} + S = K_s G \left[ E - \frac{T_0 R_a}{G K_t} \right]$$

$$E = V_{ref} - K_g S$$

$K_g$  : facteur d'étalonnage de la génératrice tachymétrique

$$\text{d'où : } \frac{T_m}{1 + G K_s K_g} \frac{dS}{dt} + S = \frac{G K_s}{1 + G K_s K_g} [V_{ref} - u_1]$$

$$\text{avec } u_1 = \frac{T_0 R_a}{G K_t}$$

$$\text{posons } V_0 = V_{ref} - u_1$$

La réponse en vitesse sera

$$S = \frac{G K_s}{1 + G K_s K_g} V_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

avec  $\tau = \tau_m \times \frac{1}{1 + G K_s K_g}$

Pour étudier la stabilité, le système étant non linéaire, on peut le transformer, pour un gain  $G$  fixé en un système linéaire de la manière suivante :

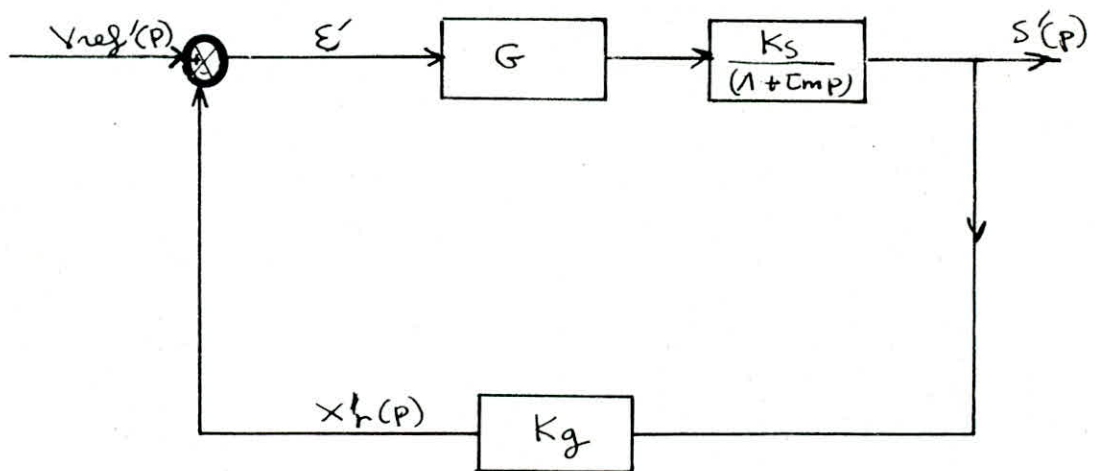


Fig. 1.1.2.1

avec  $V_{ref}' = V_{ref} - \frac{u_1}{G}$

$E' = E - \frac{u_1}{G}$

$S' = S$  et  $x'_r = K_g S'$

Pour un gain  $G$  égal à 1, la transmittance en boucle ouverte sera :

$$\frac{x'_r(p)}{E'(p)} = \frac{K_s K_g}{1 + Tmp} = H(p)$$



Trçons le diagramme de Nyquist du système de, la figure 1.1.2.1

$$\frac{X_r'}{\varepsilon'}(j\omega) = \frac{K_s K_g}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_m^2}} \underline{-\arctg \tau_m \omega}$$

Pour  $\omega \rightarrow 0$   $\frac{X_r'}{\varepsilon'}(j\omega) = K_g K_s \underline{0}$

pour  $\omega \rightarrow +\infty$   $\frac{X_r'}{\varepsilon'}(j\omega) = 0 \underline{-\pi/2}$

pour  $\omega = \frac{1}{\tau_m}$   $\frac{X_r'}{\varepsilon'}(j\omega) = \frac{K_g K_s}{\sqrt{2}} \underline{-\pi/4}$

On en déduit le diagramme de Nyquist.

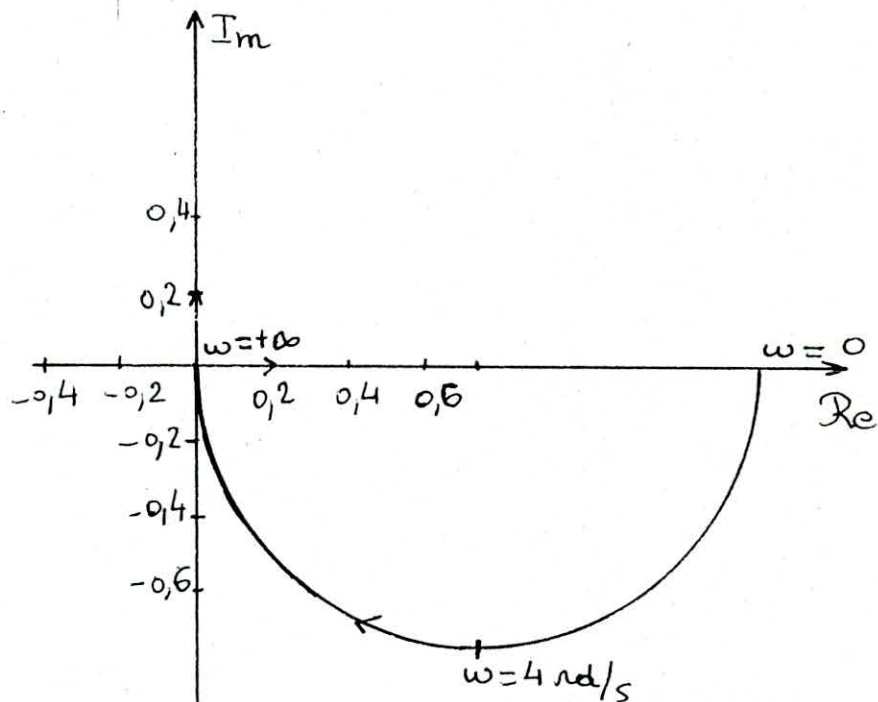


Fig. 1.1.2.2 Diagramme de Nyquist de  $H(p) = \frac{1,48}{(1 + 0,25p)}$

D'après le diagramme de Nyquist on remarque que le système est stable

## MANIPULATION N°1

### Étalonnage de la génératrice tachymétrique

#### 1.2.1 OBJECTIF

Le but de la manipulation est d'étalonner la génératrice tachymétrique c'est-à-dire de déterminer le facteur  $K_g$

#### 1.2.2 PRINCIPE

Il est nécessaire de connaître le facteur  $K_g$ , qui est le facteur de proportionnalité entre la tension aux bornes de la génératrice tachymétrique et la vitesse du moteur, car il intervient dans la détermination de la réponse en vitesse du système de la figure

#### 1.2.3 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On monte les appareils comme sur la figure 3.5 page 31 du manuel 1. Pour un certain nombre de rotation  $N_T$  de l'axe de la génératrice tachymétrique on mesure le temps  $t$  qu'il a mis pour faire ce nombre de rotation et on relève aussi la tension aux bornes de la génératrice tachymétrique. On en déduit la vitesse du moteur en multipliant la vitesse de l'axe de la génératrice tachymétrique par le rapport de

réduction qui est égal à 30

### 1.2.4. RESULTATS

N: vitesse de rotation du moteur

$V_g$ (Volts)	$N_T$ (tours)	$t$ (s)	$N$ (tr/min)	$\Delta N$ (tr/min)	$\Delta V_g$ (Volts)
1	20	92	391,20	2,12	0,1
2	20	50	720	7,2	0,1
3	40	68	1058,82	7,78	0,1
4	40	48	1500	15,62	0,1
5	40	40	1800	22,5	0,1

$V_g$ : tension aux bornes de la génératrice - tachymétrique

Calcul d'erreur

$$\Delta V_g = \frac{C \times m}{100} + \Delta V'_g$$

C: classe du voltmètre

C: calibre

$\Delta V'_g$ : erreur de lecture

$$\Delta N = N \times \frac{\Delta t}{t}$$

$$\Delta t = 0,5 \text{ s}$$

### 1.2.5. INTERPRETATION

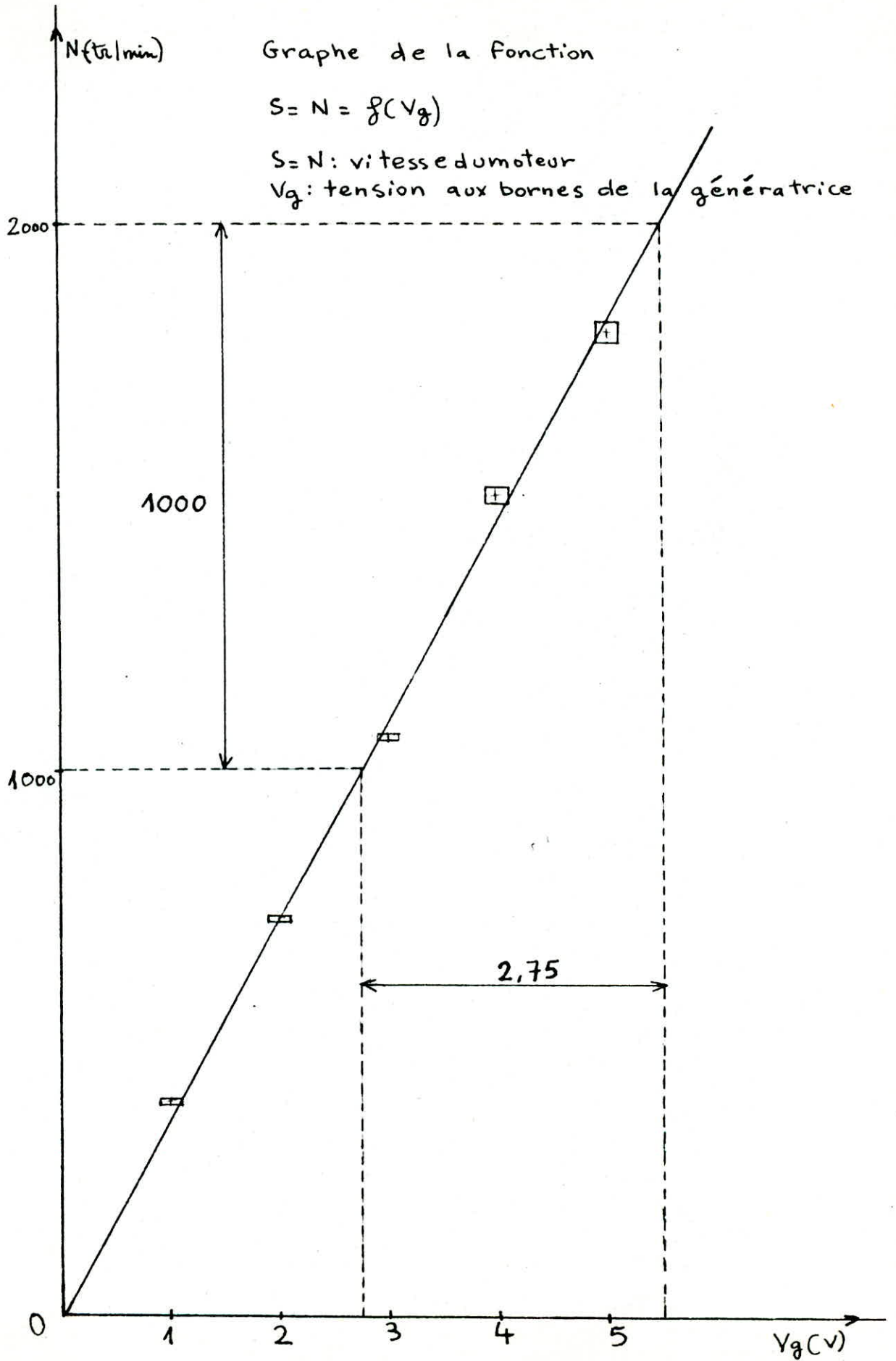
Tracons la courbe  $N = f(V_g)$ . C'est une droite qui passe par l'origine. Calculons la pente  $\alpha$

$$\alpha = \frac{2000 - 1000}{5,5 - 2,75} = \frac{1000}{2,75} \text{ tr}/\sqrt{\text{min}}$$

Le facteur  $K_g$  est égal à  $1/\alpha$

$$\Rightarrow K_g = \frac{2,75}{1000} \sqrt{\text{tr}/\text{min}}$$

$$\text{d'où } K_g = 2,62 \times 10^{-2} \text{ Vs}/\text{rd}$$



## MANIPULATION N°2

Relation entre la vitesse du moteur  
et la tension de correction

### 1.3.1 OBJECTIF

Le but de la manipulation est d'établir une relation entre la tension de correction  $V_s$  et la vitesse  $N$  du moteur

### 1.3.2 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On réalise le montage indiqué à la figure 7.1 page 60 du manuel 1. On fixe le gain  $G$  à 1 et pour chaque vitesse du moteur, on relève la tension de correction qui est la tension aux bornes du moteur

### 1.3.3. RESULTATS

Calcul d'erreur

$$\Delta V_s = \frac{n \times c}{100} + \Delta V'_s$$

$n$ : classe du voltmètre

$c$ : calibre

$\Delta V'_s$ : erreur de lecture

$$\Delta N = \frac{\Delta V_g}{K_g}$$

$$\Delta V_g = \frac{n \times c}{100} + \Delta V'_g$$

$n$ : classe du voltmètre

$c$ : calibre

$V_g$ : tension aux bornes de la génératrice tachymétrique

$V_s$ (V)	$N$ (tr/min)	$\Delta V_s$ (V)	$\Delta N$ (tr/min)
4,175	0	0,1	36,36
5,2	1010,9	0,325	118,18
6,6	2000	0,325	118,18
7,4	2509,0	0,325	118,18
7,8	3018,18	0,325	118,18
8	3236,36	0,325	118,18

### 1.3.4 INTERPRETATION

Tracons la courbe de la fonction  $S = N = f(V_s)$

Elle est de la forme :

$$S = a (V_s - u_1)$$

avec :  $u_1 = 4,175$

$$\text{et } a = K_{s \text{ pratique}} = \frac{2500 - 1500}{7,25 - 6}$$

$$K_{sp} = 83,77 \text{ rad/s.V}$$

On remarque la presence d'une zone morte  $u_1$ .

Elle est due à la presence des frottements secs

On remarque aussi que  $K_{s \text{ pratique}}$  est different

de  $K_s$  théorique = 56,79 rd/s.v, car  $K_s$  a été mesuré sur la chaîne d'action, Il subit donc des fluctuations d'où  $K_{s\text{ théorique}} \neq K_{s\text{ pratique}}$

### 1\_3\_5 CONCLUSION

La caractéristique d'un moteur en commande d'induit, est qu'il présente dans la relation vitesse en fonction de la tension appliquée à ses bornes une zone morte. Cette dernière ne pourra être négligée que si les frottements secs sont négligeables. Donc le cas contraire le système est non linéaire.

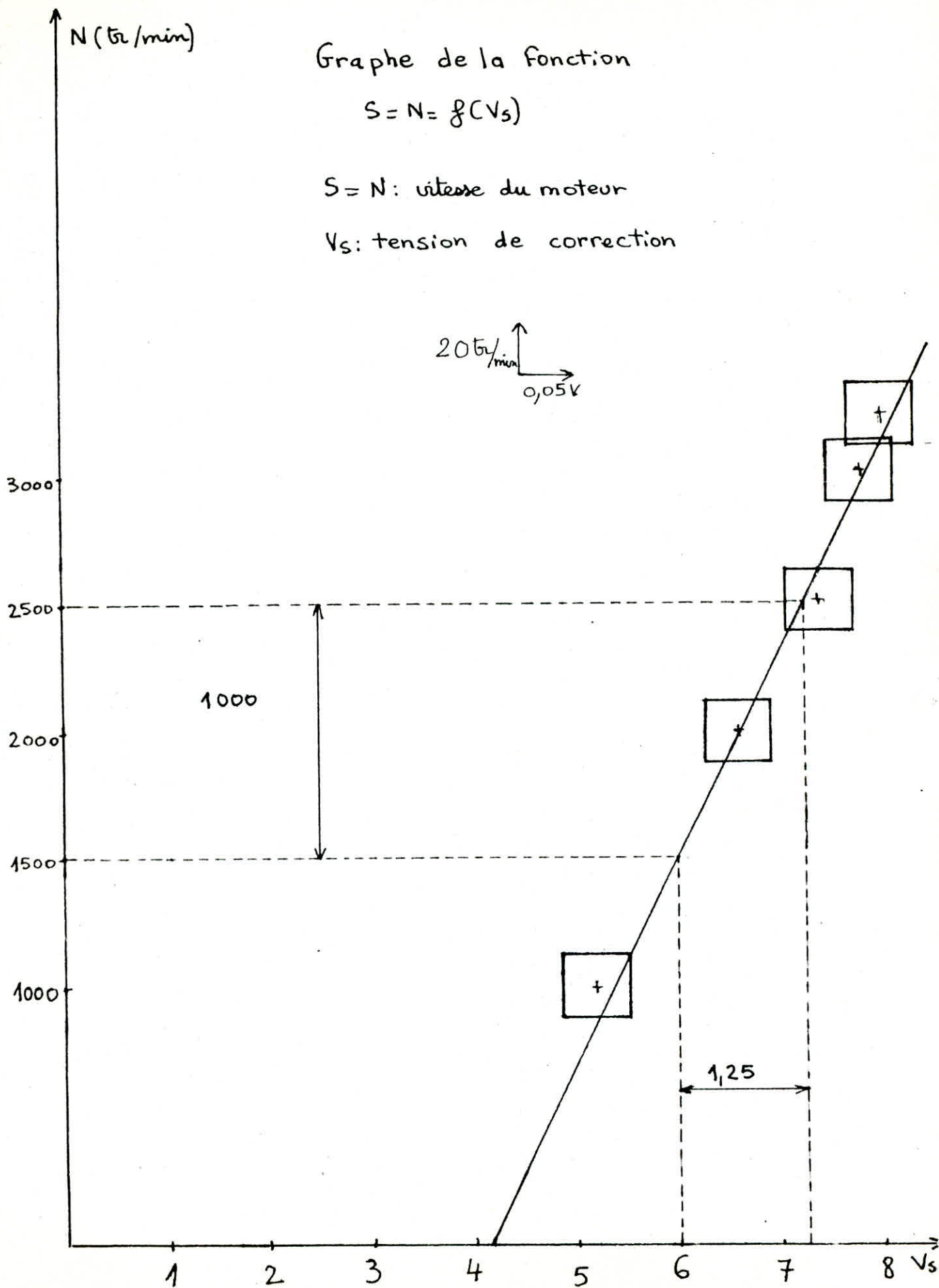


Graphe de la fonction

$$S = N = f(V_s)$$

S = N : vitesse du moteur

V<sub>s</sub> : tension de correction



## MANIPULATION N°3

Effet du gain et de la charge  
sur la zone morte

## 1.4.1 OBJECTIF

Le but de cette manipulation est d'étudier l'influence du gain et de la charge sur la zone morte

## 1.4.2 PRINCIPE

La zone morte est due aux frottements secs c'est le signal minimum pour que le moteur démarre. Pour cela il faut que le couple développé par le moteur soit à la limite supérieur au couple du aux frottements secs. Lorsqu'on envoie un signal, le moteur étant à la limite du démarrage, ce dernier est parcouru par un courant  $I$  tel que :

$$I = \frac{V_s}{R_a} = \frac{T_0}{K_t}$$

$T_0$ : couple du aux frottements secs

$$V_s = GE = G(V_{ref} - K_g S) \quad V_s: \text{tension de conection}$$

$S$  étant nulle à la limite du démarrage, on aura

$$\text{donc : } V_{ref} = \frac{T_0 R_a}{K_t G} = U_1$$

$U_1$  représente la zone morte

On remarque que la zone morte est inversement proportionnelle au gain. Pour un gain donné si on augmente la charge à l'aide du frein magnétique, celui-ci fournit un couple  $T_c = F_1 S$ . Comme la zone morte est définie pour une vitesse nulle,  $T_c$  est donc nul. On en déduit que la zone morte est indépendante de la charge.

### 1.4.3 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On réalise le montage de la figure 1.5 page 62 du manuel I et on relève à l'aide du voltmètre, pour différents gain, la tension minimum de référence nécessaire au démarrage du moteur.

Pour un gain fixé, on fait varier la charge et on regarde comment elle influe sur la zone morte.

### 1.4.4 RESULTATS

Calcul d'erreur:

$U_1$  étant mesurée à l'aide d'un voltmètre

on aura

$$\Delta U_1 = \frac{C \times n}{100} + \Delta u'_1$$

C : calibre

n : classe du voltmètre étant égale à 1,5

$\Delta u'_1$  : erreur due à la lecture

## Effet du gain sur la zone morte

$1/G$	$V_{ref} = U_1 (V)$	$\Delta V_{ref} (V)$
1	4,175	0,100
0,9	3,650	0,100
0,8	3,350	0,100
0,7	2,900	0,100
0,6	2,400	0,100
0,5	1,950	0,100
0,4	1,700	0,100
0,3	1,260	0,0325
0,2	0,840	0,0325
0,1	0,400	0,0325

## Effet de la charge sur la zone morte

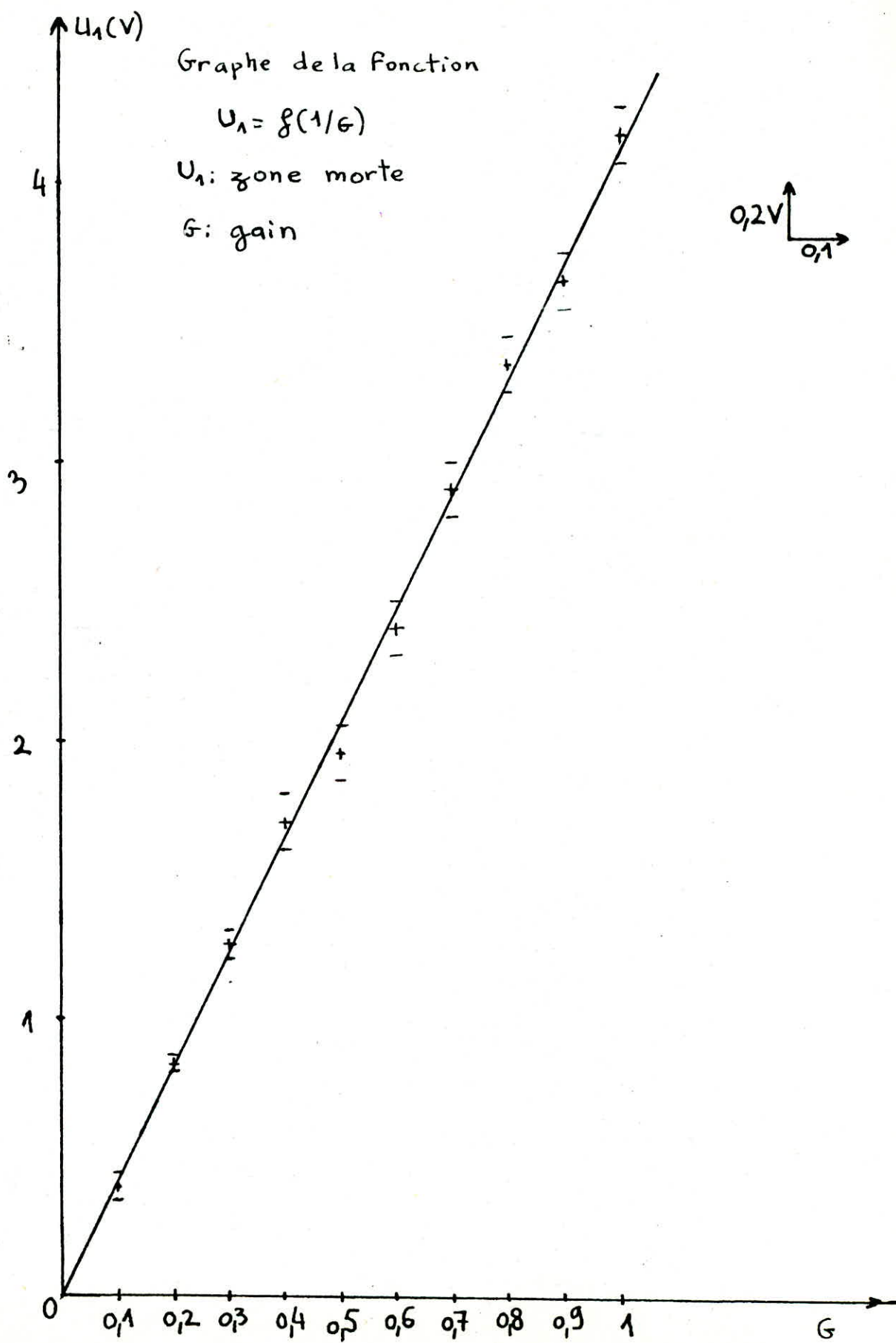
Pour un gain fixé, si on fait varier la charge la zone morte ne varie pas.

## 1.4.5 INTERPRETATION

Traçons la courbe  $u_1 = f(1/G)$ . On remarque que, c'est une droite qui passe par l'origine. Donc la zone morte est inversement proportionnel au gain  $G$

## 1.4.6 CONCLUSION

La présence d'une zone morte rend le système non linéaire. Elle est importante dans le cas où le gain est faible. Ainsi on ne pourra la négliger. Elle est inversement proportionnelle au gain. Donc les résultats expérimentaux coïncident avec la théorie



## MANIPULATION N°4

## Etude de la réponse en vitesse du système

## 1.5.1 OBJECTIF

Le but de la manipulation est d'étudier la réponse en vitesse du système défini par le montage de la manipulation N°2

## 1.5.2 PRINCIPE

Comme nous l'avons démontré précédemment l'équation différentielle qui lie la vitesse  $S$  du moteur à la tension de référence  $V_{ref}$  est de la forme

$$\frac{T_m}{(1+GK_sK_g)} \frac{dS}{dt} + S = \frac{GK_s}{1+GK_sK_g} [V_{ref} - u_1]$$

Pratiquement on visualisera à l'aide d'une table traçante la sortie de la génératrice tachymétrique qui est:  $X_r = K_g S$

on aura donc

$$\frac{T_m}{K_g(1+K_sK_gG)} \frac{dX_r}{dt} + \frac{X_r}{K_g} = \frac{GK_s}{(1+GK_sK_g)} (V_{ref} - u_1)$$

On en déduit que:

$$X_r = \frac{GK_sK_g}{1+GK_sK_g} V_0 (1 - e^{-t/T}) \text{ avec } V_0 = V_{ref} - u_1$$

avec  $V_0 = V_{ref} - u_n$  et  $\tau = \frac{\tau_m}{1 + K_s K_g G}$

La réponse indicielle est une réponse en exponentielle avec une constante de temps  $\tau$  et un temps de réponse  $T_r = 3\tau$  car  $T_r$  est définie de la manière suivante

$$0,95 \frac{(K_g K_s G) V_0}{(1 + K_g K_s G)} = \frac{K_s K_g V_0 \times G}{1 + K_g K_s G} (1 - e^{-\frac{T_r}{\tau}})$$

d'où  $T_r = 3\tau$

### 1.5.3 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On réalise le montage de la figure 7.5 page 62 du manuel 1. On fixe le gain  $G$  à 1 et la tension de référence à 12,6V. on visualise à l'aide d'une table traçante la sortie de la génératrice tachymétrique

### 1.5.4 RESULTATS

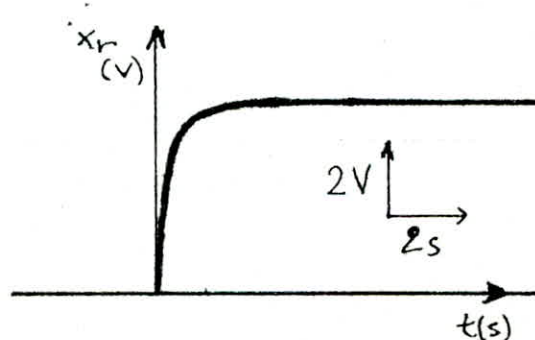


Fig.1.5.4-1 Réponse en vitesse du système



## 1.5.5 INTERPRETATION

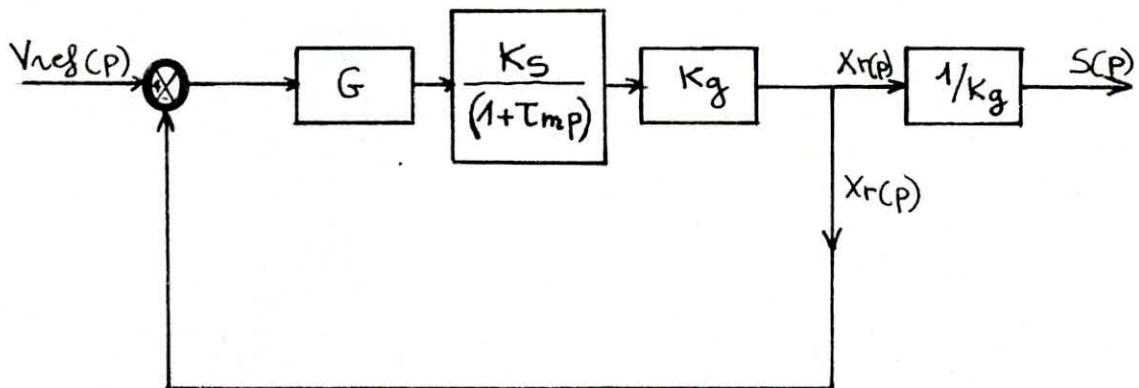
En réponse à un échelon de la tension de référence,  $X_r$  s'approche de la valeur finale de 5V sans dépassement, mais pas d'une manière exponentielle, car on a utilisé une tension de référence de 12,6V. Or l'amplificateur opérationnel est saturé à partir de 10V

Déterminons à partir de quel instant  $t_0$ , la tension de conection  $V_s$ , qui est de ce cas égale à l'erreur car  $G$  est égal à 1, devient inférieure à 10V, c'est-à-dire

$$V_s = V_{ref} - K_g S < 10V$$

$$\text{d'où } K_g S > 2,7V$$

Le système étudié peut-être représenté de la manière suivante



$$s = K_s (V_s - u_1) (1 - e^{-t/\tau_m})$$

$$X_{r1} = K_g s = K_g K_s (V_s - u_1) (1 - e^{-t/\tau_m})$$

$$X_{r1} > 2,6V \Rightarrow t > -\tau_m \text{Log} \left[ 1 - \frac{2,6}{(V_s - u_1) K_g K_s} \right]$$

d'où

$$t > 0,25 \text{Log} \left[ 1 - \frac{2,6}{(10 - 4,175) \times 2,62 \times 10^2 \times 56,79} \right]$$

d'où  $t > t_0 = 0,089s$

pour  $0 < t < t_0$

$$X_r = X_{r1} = K_g K_s (V_s - u_1) (1 - e^{-t/\tau_m}) \quad (1)$$

pour  $t > t_0$

$$X_r = X_{r2} = \left[ (V_{ref} - u_1) \frac{K_g K_s}{1 + K_g K_s} - 2,6 \right] (1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}) + 2,6 \quad (2)$$

D'après les équations (1) et (2) on remarque qu'à partir du moment où l'amplificateur opérationnel est saturé,  $X_r$  est différent de  $\frac{K_g K_s}{1 + K_g K_s} (V_{ref} - u_1) (1 - e^{-t/\tau})$

Déterminons le temps de réponse pratique  $T_{rp}$  qui est défini de la manière suivante

$$X_{r\text{pratique}} = 0,95 (V_{ref} - u_1) \frac{K_g K_s}{1 + K_g K_s}$$

c'est-à-dire :

$$X_{r\text{pratique}} (T_{rp}) = \frac{0,95 (12,6 - 4,175) \times 2,62 \times 10^2 \times 56,79}{1 + 2,62 \times 10^2 \times 56,79}$$

$$X_{r\text{pratique}} = 4,77V$$

d'où  $T_{rp} = 1,4s$

## MANIPULATION N°5

### Effet de l'inertie sur la réponse en vitesse

#### 1.6.1 OBJECTIF

Le but de la manipulation est d'étudier l'effet de l'inertie sur la réponse en vitesse

#### 1.6.2 PRINCIPE

En plaçant une inertie supplémentaire sur l'arbre du moteur, ce dernier devra vaincre lors du fonctionnement les frottements secs, les frottements visqueux, son inertie et l'inertie supplémentaire

on aura donc

$$T = (J_1 + J_2) \frac{dS}{dt} + FS + \Gamma$$

$J_1$ : moment d'inertie du moteur

$J_2$ : moment d'inertie du disque représentant l'inertie supplémentaire

$\Gamma$ : couple dû aux frottements secs

$F$ :

$T$ : couple développé par le moteur

On en déduit que :

$$\frac{T''_m}{1 + GK_sKg} \frac{dS}{dt} + S = \frac{GK_s}{1 + GK_sKg} [V_{ref} - u_1]$$

avec  $V_{ref}$ : tension de référence

$u_1$ : zone morte

Pratiquement on visualisera à l'aide d'une table traçante la sortie de la génératrice tachymétrique

qui est:  $x_r = K_g \cdot S$

$$\text{d'où } x_r = \frac{G K_s K_g}{1 + G K_s K_g} (1 - e^{-t/\tau'}) (V_{ref} - u_1)$$

$$\text{avec } \tau'' = \frac{\tau'_m}{1 + G K_s K_g}$$

$$\tau'_m = \frac{(J_1 + J_2) R_a \times K_s}{K_t}$$

$$K_t = 3,3 \times 10^{-3} \text{ m.N.A}^{-1}$$

$$J_1 = 30 \times 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

$$J_2 = 412 \times 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

$$R_a = 4,75 \Omega$$

$$K_s = 56,79 \text{ rad/s.V}$$

$$\text{d'où } \tau'_m = \frac{(30 + 412) \times 10^{-6} \times 4,75}{9,81 \times 3,3 \times 10^{-3}}$$

$$\tau'_m = 3,68 \text{ s}$$

$$\text{d'où } \tau'' = \frac{\tau'_m}{1 + K_g K_s G}$$

$$G = 1$$

$$K_g = 2,62 \times 10^{-2} \text{ V.s/rad}$$

$$\tau'' = \frac{3,68}{1 + 2,62 \times 10^{-2} \times 56,79} = 1,47 \text{ s}$$

on aura ainsi un temps de réponse  $T_{rth}$  tel que

$$T_{rth}'' = 3\tau'' = 4,415$$

on remarque ainsi que

$$T_{rth}'' > T_{rth}$$

### 1.6.3 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On réalise le même montage que celui de la manipulation N° 4. On fixe le gain  $G$  à 1 et la tension de référence à 12,6 V et on visualise à l'aide d'une table traçante la sortie de la génératrice tachymétrique

### 1.6.4 RESULTATS



Fig 1.6.4.1 Effet de l'inertie sur la réponse en vitesse

### 1.6.5 INTERPRETATION

En réponse à un échelon de la tension de référence  $X_r$  s'approche de la valeur finale de 4,8 V sans dépassement d'une manière non exponentielle car comme pour la manipulation N° 4 on a

utilisé une tension de référence de 12,6V

Déterminons à partir de quel instant  $t_0$ , la tension de conection  $V_s$  devient inférieure à 10V c'est-à-dire

$$K_g S > 2,6V$$

pour  $t < t_0$

$$X_{r1} = K_g S = K_g K_s (V_s - u_1) (1 - e^{-t/\tau''_m}) > 2,6V$$

d'où

$$t > t_0 = -\tau''_m \text{Log} \left[ 1 - \frac{2,6}{(V_s - u_1) K_g K_s} \right]$$

avec:  $V_s = 10V$

$$d'où: t > t_0 = 3,68 \text{Log} \left[ 1 - \frac{2,6}{(10 - 4,175) \times 2,62 \times 10^2 \times 56,79} \right]$$

$$t > t_0 = 1,31s$$

$X_r$  sera ainsi égal à:

- pour  $t < t_0 = 1,31s$

$$X_r = X_{r1} = K_g K_s (V_s - u_1) (1 - e^{-t/\tau''_m})$$

- pour  $t > t_0 = 1,31s$

$$X_r = X_{r2} = \left[ (V_{ref} - u_1) \frac{K_g K_s}{1 + K_g K_s} - 2,6 \right] (1 - e^{-t/\tau''_m}) + 2,6$$

Déterminons d'après la courbe obtenue à l'aide de la table traçante, le temps de réponse pratique

$T'_{rp}$  qui est défini de la manière suivante

$$X_{r \text{ pratique}}(T'_{rp}) = \frac{(V_{ref} - u_1) K_g K_s}{1 + K_g K_s} \times 0,95 = 4,77V$$

d'où  $T'_{rp} = 10s$

On remarque que  $T'_{rp} > T_{rp}$

On en déduit que le temps de réponse pratique avec inertie additionnelle est supérieur au temps de réponse sans inertie additionnelle

• Donc en augmentant l'inertie le temps de réponse augmente

### 1.6.6 CONCLUSION

On a vu théoriquement et pratiquement que le temps de réponse augmente à mesure que s'accroît l'inertie. Donc la théorie et la pratique se concordent.

## MANIPULATION N°6

### Effet du gain sur les performances du système

#### 1.7.1 OBJECTIF

Le but de la manipulation est d'étudier l'effet du gain sur les performances du système

#### 1.7.2 PRINCIPE

Soit le moteur tournant à une vitesse  $S$ , qu'on prendra lors des expériences égale à 1000tr/min. Pour un gain  $G = G_1$ , le moteur fonctionnant sans charge, on aura après le régime transitoire

$$S = \frac{V_0 G_1 K_S}{1 + G_1 K_g K_S} \quad \text{avec } V_0 = V_{ref} - u_1$$

Pour un gain  $G_2 = \alpha G_1$ , supérieur à  $G_1$ , c'est-à-dire  $\alpha > 1$ , et pour un fonctionnement sans charge on aura:

$$S = \frac{V_0' G_2 K_S}{1 + G_2 K_g K_S} = \frac{\alpha V_0' G_1 K_S}{1 + \alpha G_1 K_g K_S}$$

$$\text{avec } V_0' = V_{ref}' - u_1'$$

on aura ainsi

$$V_0' = \frac{1}{\alpha} \frac{V_0 (1 + \alpha G_1 K_g K_S)}{1 + G_1 K_g K_S}$$

Déterminons pour un fonctionnement avec une ca-



taine charge, la chute de vitesse pour un gain  $G = G_1$

Avec la charge utilisée développe un couple proportionnel à la vitesse de rotation  $T_1 = F_1 S_1$

Ainsi on aura

$$K_S' = \frac{K_t}{(F + F_1) R_a + K_t K_b}$$

On sait que 
$$K_S = \frac{K_t}{F R_a + K_t K_b}$$

La chute de vitesse est donnée par

$$(\Delta S)_1 = S - S_1 = \frac{V_0 G_1 K_S}{(1 + G_1 K_g K_S)} - \frac{V_0 G_1 K_S'}{(1 + G_1 K_g K_S')}$$

$$\text{d'où } (\Delta S)_1 = \frac{V_0 (K_S - K_S') G_1}{(1 + G_1 K_g K_S)(1 + G_1 K_g K_S')}$$

Pour un gain  $G_2 = \alpha G_1$  ( $\alpha > 1$ ), le moteur fonctionnant avec la charge égale à celle utilisée pour le gain  $G_1$ , on aura

$$(\Delta S)_2 = \frac{\alpha V_0' (K_S - K_S') G_1}{(1 + \alpha G_1 K_g K_S)(1 + \alpha G_1 K_g K_S')}$$

$$\text{comme } V_0 = \frac{1}{\alpha} \times V_0' \frac{(1 + \alpha G_1 K_g K_S)}{(1 + G_1 K_g K_S)}$$

$$\text{on aura ainsi : } (\Delta S)_2 = \frac{V_0 (K_S - K_S') G_1}{(1 + G_1 K_g K_S)(1 + \alpha G_1 K_g K_S')}$$

$$K_S > K_{S'} \Rightarrow \begin{cases} (\Delta S)_1 > 0 \\ (\Delta S)_2 > 0 \end{cases}$$

Déterminons le rapport  $\frac{(\Delta S)_2}{(\Delta S)_1}$

$$\frac{(\Delta S)_2}{(\Delta S)_1} = \frac{1 + G_1 K_g K_{S'}}{1 + \alpha G_1 K_g K_{S'}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha > 1 \\ (\Delta S)_1 > 0 \\ (\Delta S)_2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow (\Delta S)_1 > (\Delta S)_2$$

Déterminons la variation de la tension de conection pour le gain  $G_1$

Soit  $V$ : tension de conection sans charge

$$V = G_1 E = G_1 (V_{ref} - K_g S)$$

Soit  $V_1$ : tension de conection avec la charge

$$V_1 = G_1 E_1 = G_1 (V_{ref} - K_g S_1)$$

d'où

$$(\Delta V)_1 = V - V_1 = G_1 K_g (S - S_1) = G_1 K_g (\Delta S)_1$$

Déterminons la variation de la tension de conection pour le gain  $G_2 = \alpha G_1$  avec  $\alpha > 1$

Cette fois-ci  $V = G_2 (V_{ref}' - K_g S)$

Soit  $V_2$ : tension de conection avec la charge

$$V_2 = G E_2 = \alpha G_1 (V_{ref}' - K_g S_2)$$

d'où:  $(\Delta V)_2 = V - V_2 = \alpha G_1 K_g (S - S_2)$

on aura ainsi

$$\frac{(\Delta V)_2}{(\Delta V)_1} = \alpha \frac{(\Delta S)_2}{(\Delta S)_1} = \alpha \frac{(1 + G_1 K_g K_s)}{(1 + \alpha G_1 K_g K_s)}$$

$$\Rightarrow (\Delta V)_2 > (\Delta V)_1$$

On remarque d'après les inéquations (1) et (2) que si l'on introduit une charge, la chute de vitesse diminuera avec un gain croissant. Par contre on aura une augmentation de correction

### 1.7.3 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On réalise le montage de la figure 7.5 page 62. Pour chaque gain de 1, 2, 5 et 10, avec une vitesse fixée au départ sans charge à 1000 tr/min, on note la tension de correction, et la tension aux bornes de la génératrice tachymétrique, pour chaque position du frein magnétique

### 1.7.4 RESULTATS

Calcul d'erreur

$$\Delta V = \frac{n \times C}{100} + \Delta V'$$

n: classe du voltmètre

C: calibre

$\Delta V'$ : erreur de lecture

Pour  $G=1$

$N$ : vitesse du moteur

P	$N$ (tr/min)	$V_e$ (V)	$\Delta N$ (tr/min)	$\Delta V_e$ (V)
0	1000	5,2	36,36	0,325
1	927,27	5,4	36,36	0,325
2	645,45	6,1	36,36	0,325
3	472,72	6,6	11,81	0,325
4	385,45	6,9	11,81	0,325
5	341,81	7	11,81	0,325
6	312,72	7,1	11,81	0,325
7	283,63	7,2	11,81	0,325
8	240	7,3	11,81	0,325
9	221,81	7,4	11,81	0,325
10	207,27	7,4	11,81	0,325

P: position du frein magnétique

$V_e$ : tension de correction

Pour  $G = 2$

$N$ : vitesse du moteur

$P$	$N$ (tr/min)	$V_e$ (V)	$\Delta N$ (tr/min)	$\Delta V_e$ (V)
0	1000	5,2	36,36	0,325
1	954,54	5,4	36,36	0,325
2	745,45	6,4	36,36	0,325
3	627,27	7,3	36,36	0,325
4	545,45	7,7	36,36	0,325
5	469,09	7,9	11,81	0,325
6	436,36	8,1	11,81	0,325
7	403,63	8,3	11,81	0,325
8	363,63	8,6	11,81	0,325
9	330,9	8,7	11,81	0,325
10	316,36	8,9	11,81	0,325

$P$ : position du frein magnétique

$V_e$ : tension de conection

Pour  $G=5$

N: vitesse du moteur

P	N (tr/min)	$V_e$ (V)	$\Delta N$ (tr/min)	$\Delta V_e$ (V)
0	1000	5,2	36,36	0,325
1	981,81	5,4	36,36	0,325
2	872,72	7	36,36	0,325
3	790,90	7,6	36,36	0,325
4	736,36	9,2	36,36	0,325
5	654,54	9,4	36,36	0,325
6	590,90	9,4	36,36	0,325
7	483,63	9,4	11,81	0,325
8	403,63	9,4	11,81	0,325
9	345,45	9,4	11,81	0,325
10	338,18	9,4	11,81	0,325

P: position du frein magnetique

$V_e$ : tension de correction

Pour  $G = 10$

N: vitesse du moteur

P	N (tr/min)	$V_e$ (V)	$\Delta N$ (tr/min)	$\Delta V_e$ (V)
0	1000	5,2	36,36	0,325
1	1000	5,5	36,36	0,325
2	945,45	7,4	36,36	0,325
3	890,09	8,8	36,36	0,325
4	763,63	9,4	36,36	0,325
5	654,54	9,4	36,36	0,325
6	590,90	9,4	36,36	0,325
7	487,27	9,4	11,81	0,325
8	407,27	9,4	11,81	0,325
9	363,63	9,4	11,81	0,325
10	341,81	9,4	11,81	0,325

P: position du frein magnetique

$V_e$ : tension de conection

### 1.7.5 INTERPRETATION

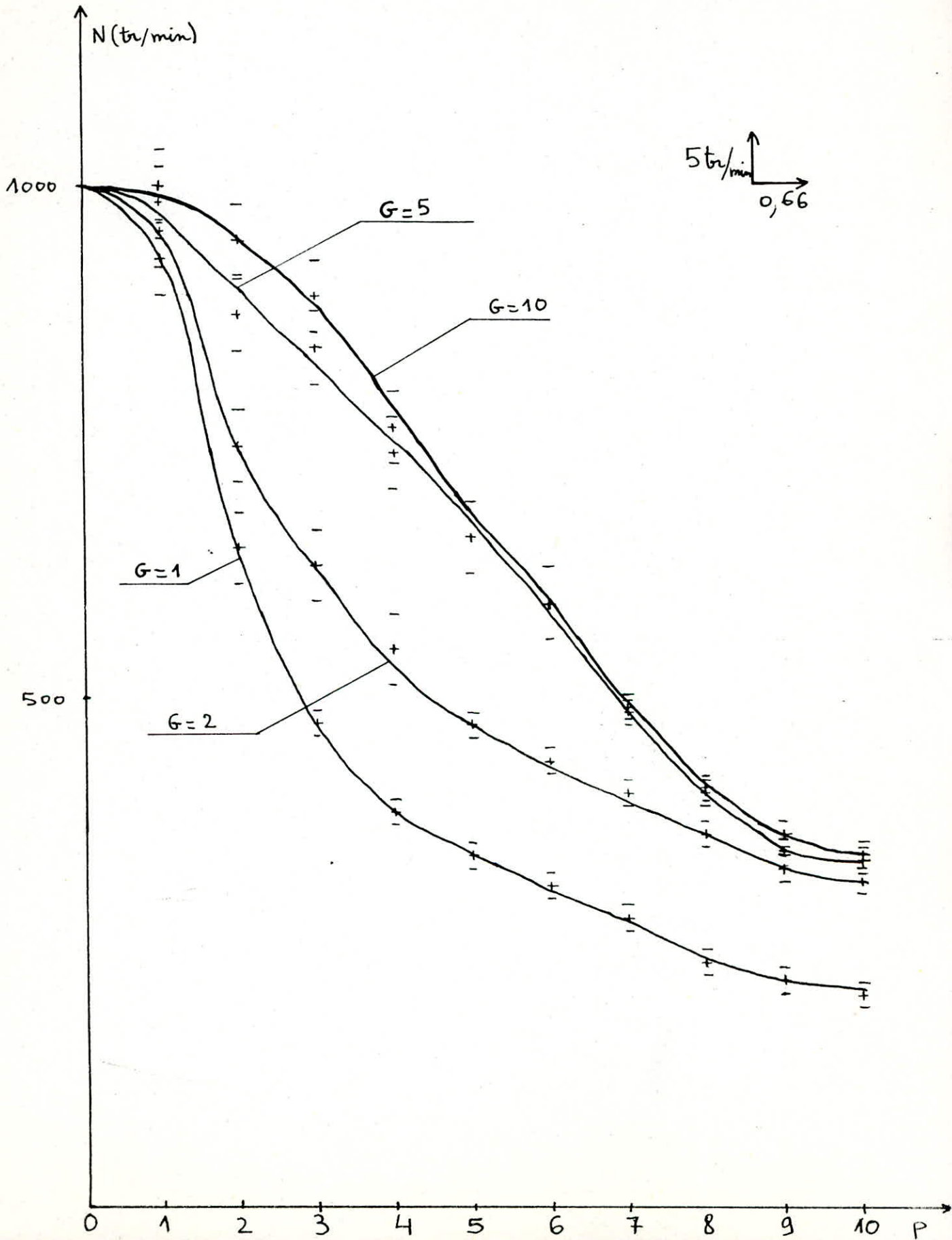
Traçons les courbes des fonctions  $N = f(P)$  et  $V_e = g(P)$  pour chaque gain  $G$ ,  $N$  étant la vitesse du moteur,  $V_e$  la tension de correction et  $P$  la position du frein magnétique. On remarque qu'avec l'accroissement du gain, pour une charge fixée, la chute de vitesse diminue avec une augmentation de la tension de correction.

### 1.7.6 CONCLUSION

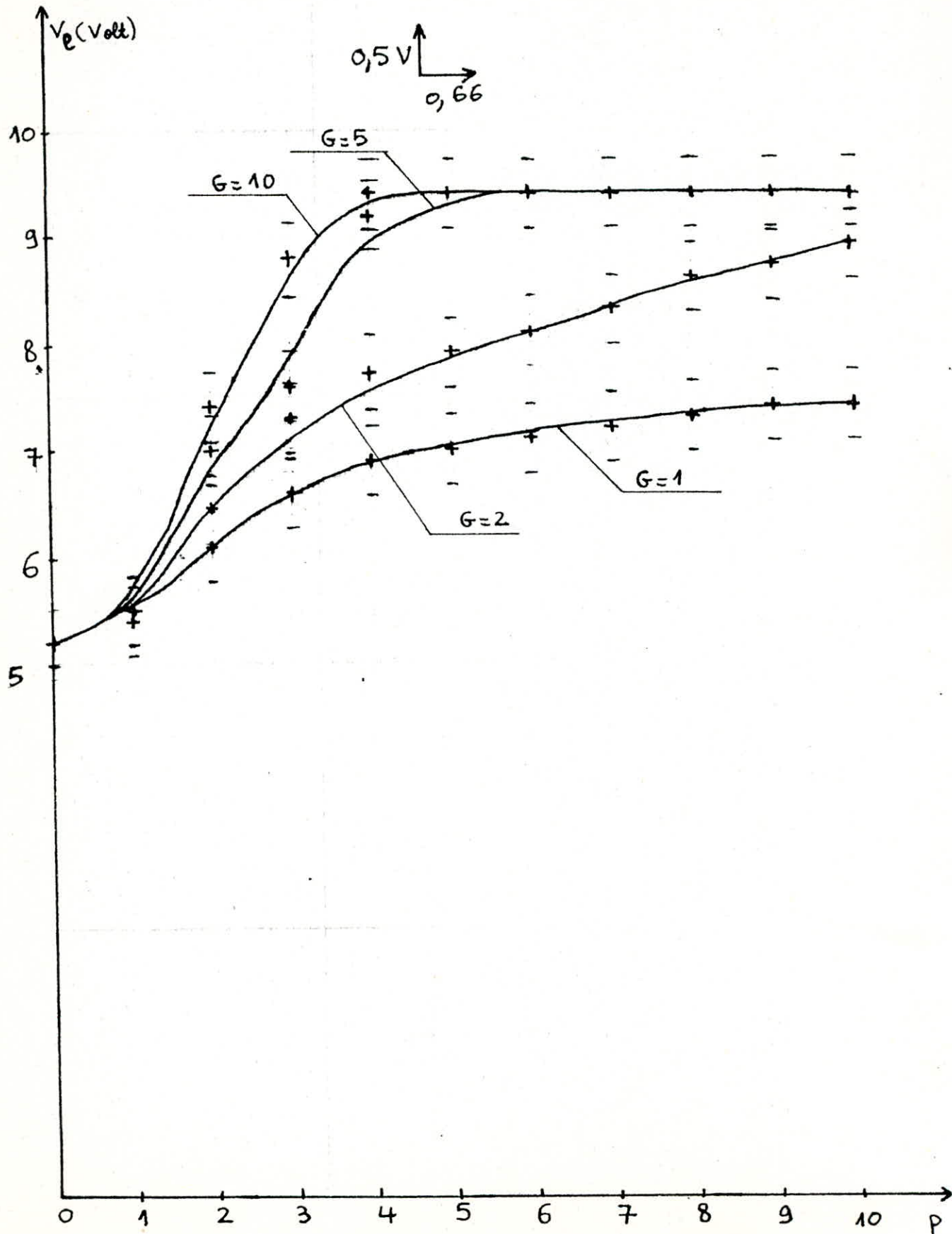
Dans une régulation de vitesse où la charge varie, il est préférable d'avoir un gain le plus élevé possible pour que la perte de vitesse due à la variation de la charge sera minimum.



Graphe de  $N = f(P)$



Graphe de  $V_e = g(P)$



# MANIPULATION N°7

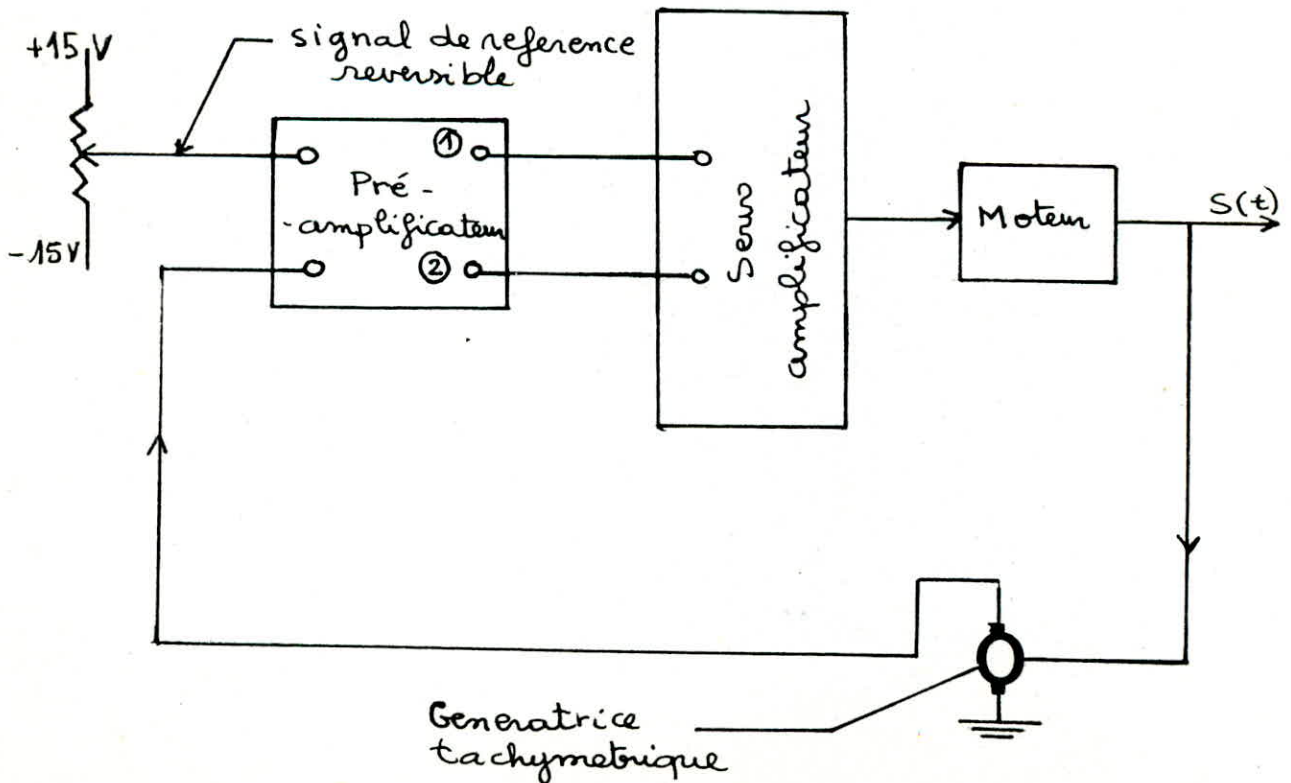
## Systeme reversible de commande de vitesse

### 1.8.1 OBJECTIF

Le but de la manipulation est d'étudier un système réversible de commande de vitesse

### 1.8.2 PRINCIPE

Dans les expériences précédentes l'alimentation était faite entre 0 et +15 Volts. Dans cette manipulation on utilisera une alimentation de -15 Volts à +15 Volts et on introduira un pré-amplificateur de la manière suivante:



Le pré-amplificateur possède les deux propriétés, suivantes:

- Deux sorties, tel qu'à une variation positive à l'entrée répondra une variation positive sur la sortie ①. Une variation négative à l'entrée répondra une variation positive sur la sortie ②
- Un gain  $G = 25$

De cette manière on aura un système réversible de commande de vitesse avec une faible zone morte et une chute de vitesse, pour une position fixée du frein magnétique, inférieure à celle de la chute de vitesse du système réalisé lors de la manipulation N°6

### 1.8.3 DESCRIPTION DE LA MANIPULATION

On réalise le montage de la figure 7.8 page 64 du manuel 1. Pour un sens fixé de rotation du moteur on fixe la vitesse  $N$  du moteur sans charge à 1000 tr/min, et on relève pour chaque position  $P$  du frein magnétique, la vitesse  $N$  du moteur et la tension de conection  $V_0$

### 1.8.4 RESULTATS

Calcul d'erreur

$$\Delta V_o = \frac{n \times C}{100} + \Delta V'_o$$

n: classe du voltmètre

C: calibre

$$\Delta N = \frac{\Delta V_g}{K_g}$$

$V_g$ : tension aux bornes de la génératrice tachymétrique

$$\Delta V_g = \frac{n \times C}{100} + \Delta V'_g$$

$\Delta V'_g$ : erreur de lecture

Résultats lorsque le moteur tourne dans le sens des aiguilles d'une montre

P	N (tr/min)	$V_o$ (Volts)	$\Delta N$ (tr/min)	$\Delta V_o$ (Volts)
0	1000	4,025	36,36	0,325
1	1000	4,225	36,36	0,325
2	945,45	6,200	36,36	0,1
3	936,36	8,100	36,36	0,1
4	927,27	9,600	36,36	0,1
5	909,09	10,300	36,36	0,1
6	827,27	12,000	36,36	0,1
7	709,09	12,000	36,36	0,1
8	554,54	12,000	36,36	0,1
9	443,63	12,000	11,81	0,1
10	432,72	12,000	11,81	0,1

$U_n$ : zone morte = 0,09 V

Résultats lorsque le moteur tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre

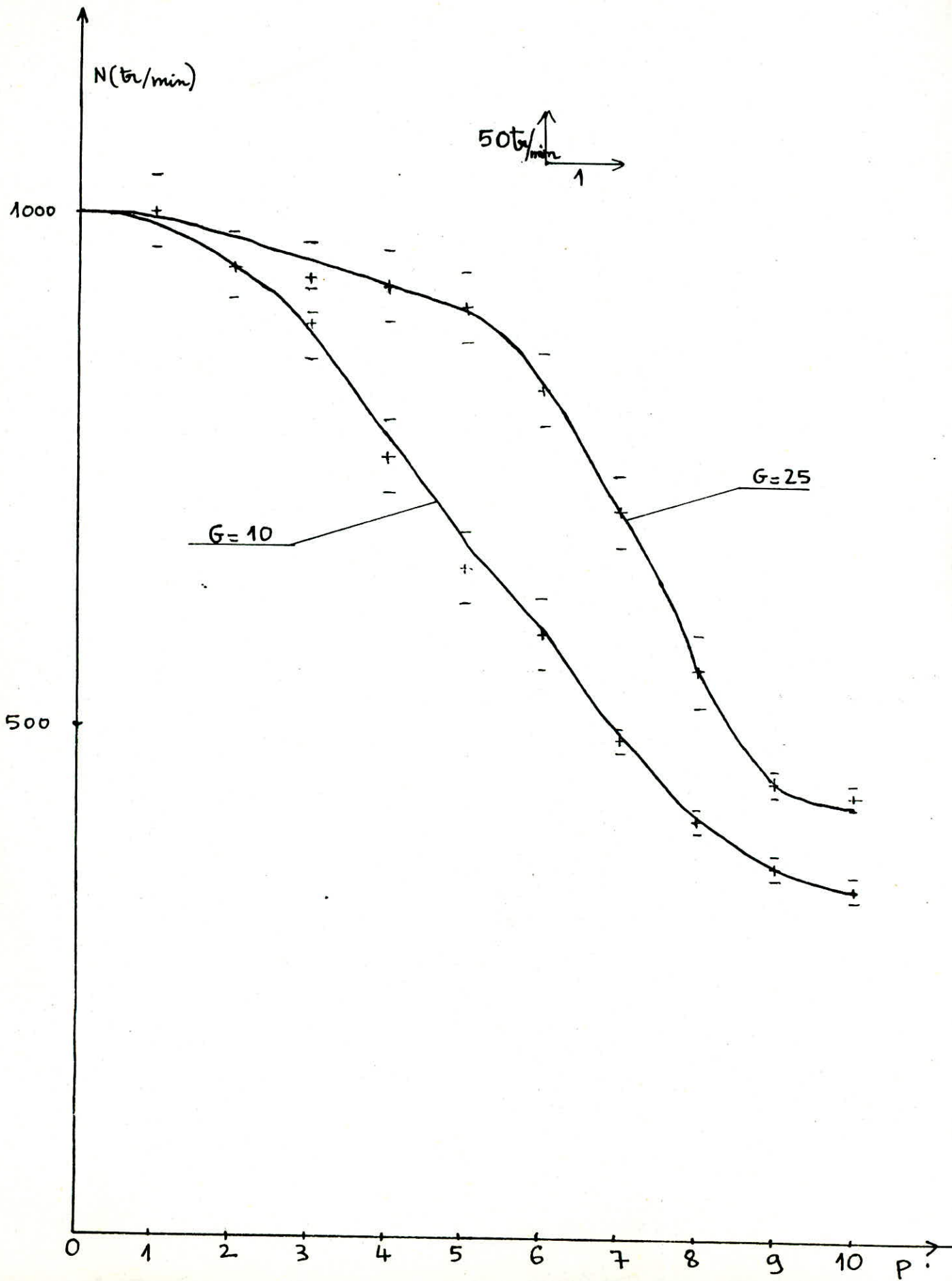
P	N (tr/min)	V <sub>0</sub> (V)	ΔN (tr/min)	ΔV <sub>0</sub> (V)
0	1000	3,275	36,36	0,1
1	1000	3,825	36,36	0,1
2	981,81	5,600	36,36	0,325
3	963,63	7,600	36,36	0,325
4	963,63	9,000	36,36	0,325
5	954,54	10,200	36,36	0,325
6	945,45	11,000	36,36	0,325
7	809,09	12,000	36,36	0,325
8	645,45	12,000	36,36	0,325
9	494,54	12,000	11,81	0,325
10	443,63	12,000	11,81	0,325

U<sub>1</sub>: zone morte = 0,39 V

## 1.8.5 INTERPRETATION

Comparons les chutes de la vitesse  $N$  du moteur pour chaque position  $P$  du frein magnétique, avec un gain  $G=10$  et un gain  $G=25$ . Pour cela traçons pour un gain fixé la courbe de la fonction  $N=f(P)$ . On utilisera pour le gain  $G=10$ , les résultats de la manipulation  $N \equiv 6$ . Étant donné que dans la manipulation  $N \equiv 6$  le sens de rotations du moteur était dans le sens des aiguilles d'une montre on prendra pour la présente manipulation, lors du tracé des courbes les résultats correspondant au sens de rotation des aiguilles d'une montre.

On vérifie ce qui a été obtenu dans la manipulation  $N \equiv 6$ , c'est-à-dire que la perte de vitesse diminue avec l'augmentation du gain  $G$ .





# **CHAPITRE 2 :**

## **ETUDE DE LA REGULATION PAR RELAIS**

## COMMANDE PAR TOUT OU RIEN

### 2.1. INTRODUCTION

Il est possible de disposer des systèmes dans lesquels le moteur est commandé non pas par un amplificateur mais par un relais. Le signal d'erreur déclenche la bobine du relais qui commute le courant envoyé au moteur. Le relais peut avoir trois positions. Dans ce cas le courant peut être commuté pour faire tourner le moteur en sens direct ou en sens inverse selon le signe du signal d'erreur : il existe aussi une position centrale qui coupe l'alimentation du moteur lorsque la bobine du relais n'est pas elle-même alimentée. Le relais peut avoir deux positions. Dans ce cas le courant n'est jamais coupé et il alimente toujours le moteur pour le faire tourner dans un sens ou dans l'autre. Le principal avantage des systèmes à relais est qu'un faible courant appliqué à la bobine relais peut commander un courant beaucoup plus important appliqué au moteur et de ce fait il n'est pas nécessaire de prévoir un amplificateur de puissance. Ces systèmes présentent par contre un inconvénient

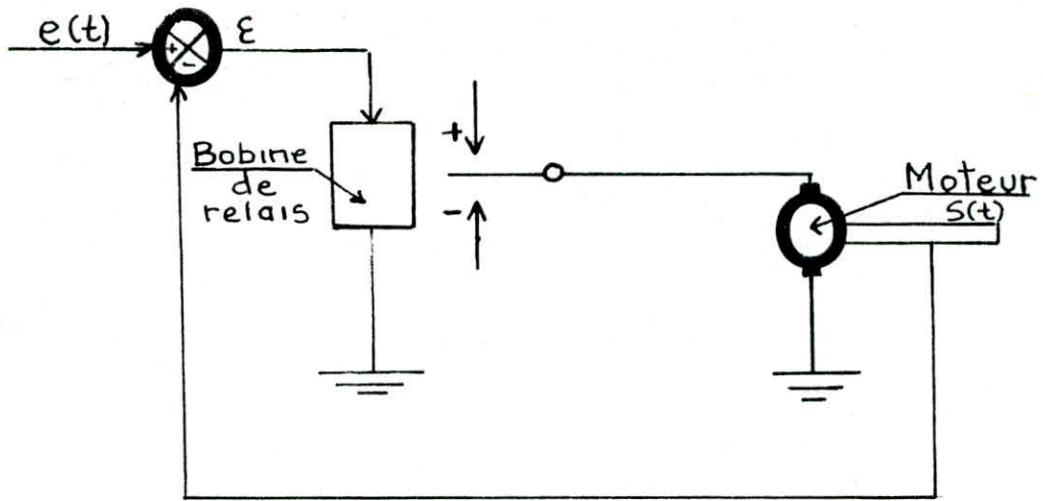


Fig 2.1.1 Commande par relais

le relais fonctionnant par tout ou rien, on ne peut pas atteindre la précision de performance d'un système dans lequel un amplificateur de puissance permet d'ajuster en continu le courant envoyé au moteur

## 2.2 CARACTERISTIQUES DES RELAIS

Les caractéristiques des relais sont représentées

par :

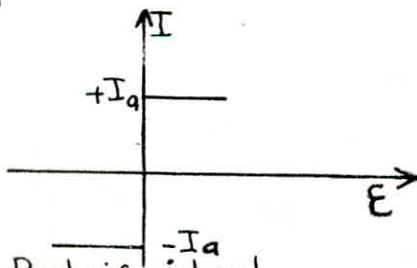


Fig2.2.1 Relais idéal

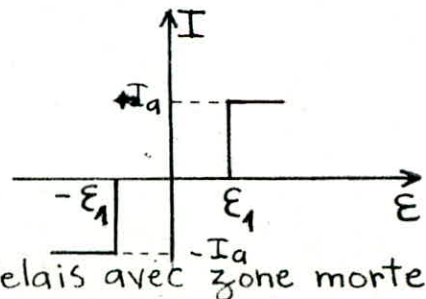


Fig2.2.2 Relais avec zone morte

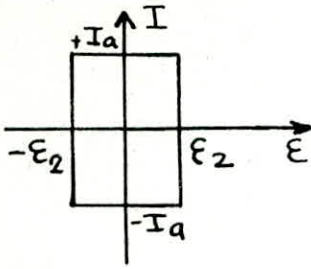


Fig 2.2.3 Relais avec hystérésis

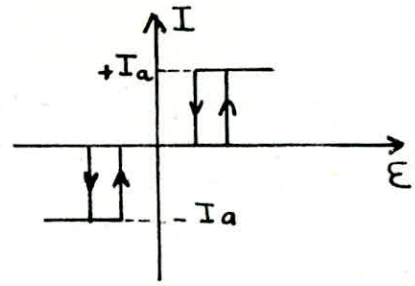


Fig 2.2.4 Relais avec zone morte et hystérésis

$I$ : courant vers le moteur

$E$ : signal vers la bobine

On remarque que ces caractéristiques sont non linéaires. Prenons par exemple le cas du relais idéal

on a:  $W = M \text{ sign } E$  avec  $W = I$  et  $M = I_a$

avec:  $\text{sign } E = 1$  si  $E > 0$

$\text{sign } E = -1$  si  $E < 0$

et  $\text{sign } E = 0$  si  $E = 0$

On voit que le principe de superposition ne s'applique pas dans ce cas

## 2.3 CARACTERISTIQUES EN BOUCLE FERMEE

Le problème général est de déterminer la réponse temporelle de n'importe quel asservissement non linéaire qui n'est rien de moins que celui de res-  
-oudre n'importe quelle équation

Il est important de savoir que l'étude des

systemes asservis possédant un élément non linéaire se ramène où que soit placé cet élément du moment qu'il est dans la branche directe à l'étude du système à retour représentée sur la figure 2.2.5 caractérisé par les deux propriétés suivantes

- 1) retour unitaire
- 2) Branche directe comprenant en cascade l'organe non linéaire  $N$  et une boîte linéaire représentée par une fonction de transfert  $L(p)$  qui groupe l'ensemble des organes linéaires du système

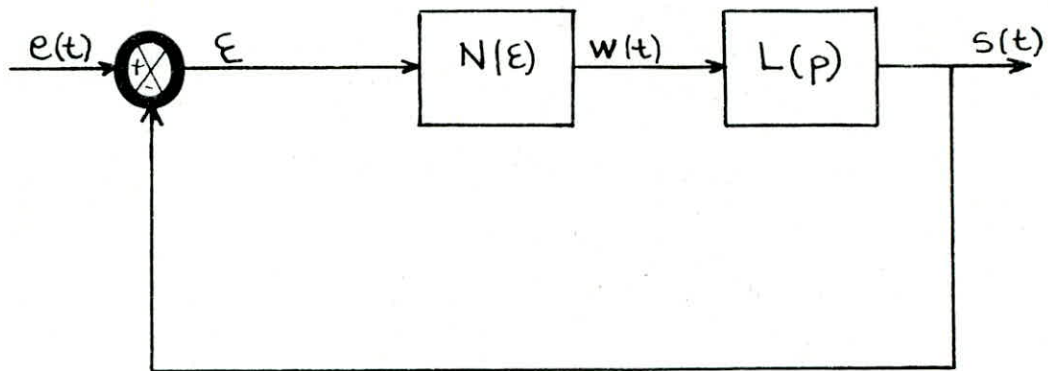


Fig 2.2.5

### 2.3.1 Régime transitoire d'un asservissement par plus ou moins idéal

Soit un asservissement par plus ou moins idéal soumis à une entrée  $e(t)$ . La sortie  $w(t)$  de l'élé-

ment plus ou moins est une succession de signaux carrés. En effet on a  $w(t) = +M$  pendant les intervalles de temps où l'écart est positif c'est-à-dire où  $e(t)$  est plus grand que  $s(t)$ ; on a  $w(t) = -M$  pendant des intervalles où  $e(t)$  est inférieur à  $s(t)$ . La sortie  $s(t)$  du système asservi est la réponse de la boîte linéaire  $L(p)$  à la succession de signaux carrés qui constitue  $w(t)$ . On peut expliquer les choses comme suit. Supposons le système initialement au repos et appliquons-lui une entrée  $e(t)$  qui commence par être positive.

Au début l'erreur  $E(t)$  est positive d'où  $w(t) = +M$  la réponse de la boîte linéaire à cette entrée  $Mu(t)$ ,  $u(t)$  étant la fonction échelon unité, est sa réponse unitaire  $q(t)$  multiplié par  $M$

$$s(t) = M q(t) u(t) \quad 0 < t < t_1$$

$t_1$ : étant le temps où s'effectue la première commutation. Cette réponse croît avec le temps et rattrapera  $e(t)$  à un certain instant  $t_1$ .

A ce moment l'élément  $p$  ou plus ou moins commutera  $w(t) = -M$ . Ainsi la sortie du relais est la fonction

$$w(t) = M \quad 0 < t < t_1$$

$$w(t) = -M \quad t > t_1$$

qu'on peut écrire de façon condensée :

$$w(t) = M u(t) - 2 M u(t - t_1)$$

Par suite la réponse du système sera :

$$s(t) = M q(t) u(t) - 2 M q(t - t_1) u(t - t_1)$$

jusqu'à la prochaine commutation. Celle-ci se produit à l'instant  $t = t_2$  où de nouveau

$s(t) = e(t)$ . La sortie de l'élément par plus ou moins reprend la valeur  $+M$

On voit ainsi que la sortie du système est la réponse de la boîte linéaire  $L(p)$  au signal en créneaux :

$$w(t) = M u(t) - 2 M u(t - t_1) + 2 M u(t - t_2) + \dots$$

$$w(t) = M u(t) + 2 \sum_{k=1}^n (-1)^k M u(t - t_k)$$

$t_k$  : instant de la  $k^{\text{ième}}$  commutation

L'expression de  $s(t)$  est :

$$s(t) = M q(t) u(t) + 2 \sum_{k=1}^n (-1)^k M q(t - t_k) u(t - t_k)$$

Nous noterons pour abrégé  $q(t - t_1) u(t - t_1)$

$$q(t - t_1) u(t - t_1)$$

$$\text{d'où } s(t) = M q(t) + 2 \sum_{k=1}^n (-1)^k M q(t - t_k)$$

Ces considérations permettent de tracer, par addition graphique la réponse  $s(t)$  quand on connaît l'entrée  $e(t)$  et la réponse  $q(t)$  de la boîte

linéaire

### 2.3.2 Cas d'un plus-ou-moins avec hysteresis

Lorsqu'il y'a hysteresis, la même méthode s'applique seulement les commutations de moins à plus se produisent lorsque:

$$e(t) - s(t) = 1/2 h \quad \text{avec } h = 2E_2$$

et les commutations de plus à moins lorsque

$$e(t) - s(t) = -1/2 h$$

d'où

$$s(t) = Mq(t) + \sum_{k=1}^m Mq(t - t_k)$$

$t_k$ : instant de la  $k^{\text{ème}}$  commutation

### 2.3.3 Cas d'un plus-ou-moins avec zone morte

On peut construire la réponse de façon analogue si  $\Delta$  est l'étendue de la zone morte l'élément plus ou moins commutera aux instants où l'écart est  $+\frac{\Delta}{2}$  ou  $-\frac{\Delta}{2}$ . La réponse  $s(t)$  sera:

$$s(t) = Mq(t - t_1) + \sum_{k=1}^m (-1)^{k/2} Mq(t - t_k)$$

$t_k$  étant les instants de commutation



## 2.4 PLAN DE PHASE

Soit un système physique à 1 degré de liberté régi par une équation différentielle qui s'écrit, résolu par rapport à  $\frac{d^2x}{dt^2}$  (la variable indépendante est le temps  $t$ )

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$$

L'équation est équivalente au système

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = f(x, y) \end{cases}$$

A chaque instant l'état physique du système est défini par la donnée de  $x$  et  $\frac{dx}{dt}$  c'est-à-dire par la donnée d'un point dans le plan de coordonnées  $x$  et  $y = \frac{dx}{dt}$  qu'on appelle plan de phase.

L'évolution du système dans le temps est représentée par une courbe dans le plan de phase.

Une telle courbe s'appelle trajectoire de phase du système. L'étude du système peut donc se ramener à celle des trajectoires de ses points représentatifs dans le plan de phase, c'est-à-dire l'étude des courbes intégrales du système.

24.1 Equations des trajectoires dans le plan de phase  
 dans du fonctionnement le moteur délivre  
 -pe un couple  $T$  qui doit vaincre l'inertie et  
 les frottements visqueux

d'où  $T = J \frac{dS}{dt} + FS$   
 on sait que

$$T = K_t I$$

avec  $I = I_a \sin \epsilon$

$$S = \frac{d\theta}{dt} \quad \theta: \text{angle de sortie de l'axe}$$

on aura aussi

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + F \frac{d\theta}{dt} = K_t I$$

$$\epsilon = \theta_{ref} - \theta$$

$$\Rightarrow \frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{et } \frac{d^2\epsilon}{dt^2} = -\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\Rightarrow + J \frac{d^2\epsilon}{dt^2} + F \frac{d\epsilon}{dt} = -K_t I$$

sont  $\epsilon = \frac{d^2\epsilon}{dt^2}$  et  $\epsilon = \frac{d\epsilon}{dt}$

$$\Rightarrow T \ddot{\epsilon} + \dot{\epsilon} = -K_t I_a \sin \epsilon = -C$$

$$\Rightarrow T \ddot{\epsilon} + \dot{\epsilon} = -C$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \dot{\epsilon} = -C + A e^{-t/T}$$

$$\varepsilon = -C\tau - \tau A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B$$

avec  $A = \dot{\varepsilon}(0) + C$  et  $B = \varepsilon(0) + \tau A$

En éliminant  $t$  dans les équations (1) et (2) on obtient l'équation

$$\varepsilon = \tau C \ln \frac{\dot{\varepsilon} + C}{A} - \tau(\dot{\varepsilon} + C) + B \quad (3)$$

### 2.4.2 Construction des trajectoires

Les trajectoires se déduisant les unes des autres par translation, il suffit d'en construire une seule, par exemple celle qui passe par l'origine

L'équation de cette trajectoire s'obtient en écrivant que l'équation (3) est vérifiée pour  $\varepsilon = 0$  et  $\dot{\varepsilon} = 0$

$$0 = \tau C \ln \frac{C}{A} + \tau C + B \quad (4)$$

d'où compte tenu de (3) et (4)

$$\varepsilon = C\tau \ln \frac{\dot{\varepsilon} + C}{C} - \tau \dot{\varepsilon} \quad (5)$$

Ainsi on peut construire 2 courbes dans le cas

où  $C = -\frac{K_t}{F} I_a$  et dans le cas où  $C = +\frac{K_t}{F} I_a$

Dans le cas d'un relais idéal, pour  $I_a = 1A$

avec :  $K_t = 3,3 \times 10^{-3} \text{ m.N.A}^{-1}$

et  $F = 5,82 \times 10^{-6} \text{ m.N.s/rd}$

Dans le cas où  $C = \frac{K_t I_a}{F}$  l'équation (5)

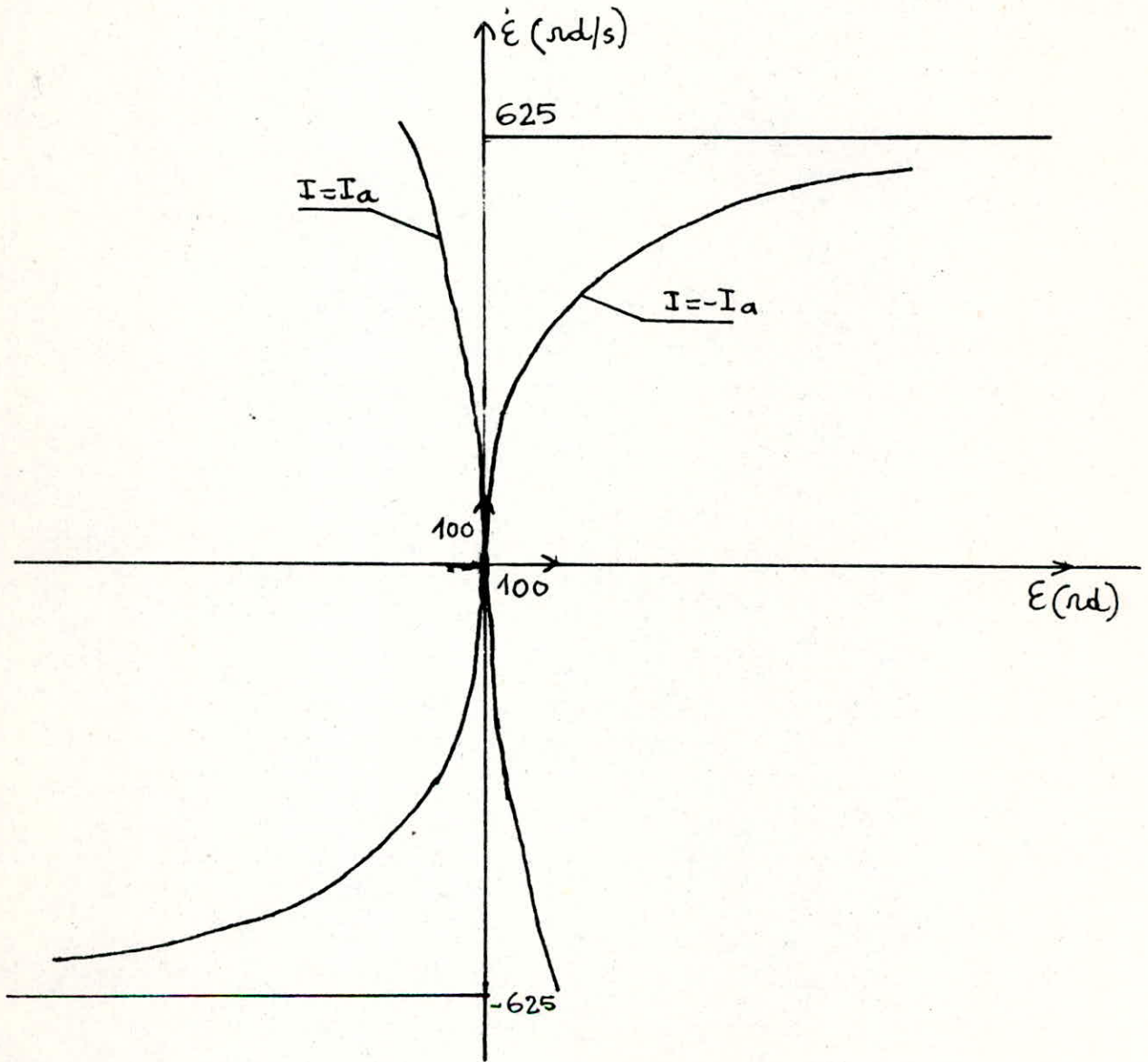
deviendra :

$$\varepsilon = 361,99 \ln \frac{\dot{\varepsilon} + 625}{625} - 0,57 \dot{\varepsilon}$$

Dans le cas où  $C = -\frac{K_t I_a}{F}$  l'équation deviendra

$$\dot{E} = -361,99 \ln \frac{625 - \dot{E}}{625} + 0,57 \dot{E}$$

En traçant les trajectoires de phase dans les deux cas, on obtient:



Dans le cas d'un relais avec zone morte  
 pour  $|\varepsilon| > \frac{\Delta}{2}$  les équations des trajectoires sont  
 les même

pour  $|\varepsilon| < \frac{\Delta}{2}$ ,  $I_a = 0$

on aura donc:

$$J \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + F \frac{d\varepsilon}{dt} = 0$$

d'où :  $\tau \ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} = 0$

et  $\dot{\varepsilon} = -1/\tau \varepsilon + K$   $K$ : constante

Les trajectoires sont alors des droites de pente  $-1/\tau$

# **CHAPITRE 3:**

**ETUDE THEORIQUE DE  
LA REGULATION  
P.I.D**

### 3. REGULATION P.I.D

#### 3.1. REGULATION PROPORTIONNELLE

Dans une régulation de vitesse, la régulation proportionnelle est utilisée pour appliquer un signal proportionnel à l'écart  $\varepsilon$

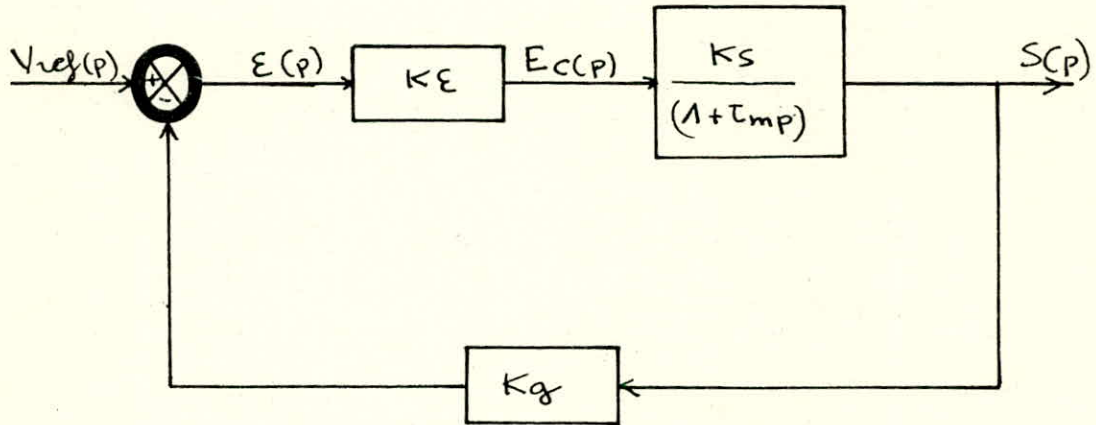


Fig 3.1.1 Régulation proportionnelle dans une régulation de vitesse

La transmittance en boucle fermée est:

$$\frac{S(p)}{V_{ref}(p)} = \frac{K K_s}{(1 + T' p)}$$

avec  $T' = \frac{T_m}{1 + K_g K_s K}$

Pour une entrée en échelon de la tension de référence

le temps de réponse sera :  $T_r = 3 T' = \frac{3 T_m}{1 + K_g K_s K}$

En augmentant  $K$  on pourra diminuer le temps de réponse. Ainsi le régime permanent sera plus vite à s'établir

### 3.2. REGULATION PROPORTIONNELLE ET INTEGRALE

Dans une régulation de vitesse, la régulation proportionnelle et intégrale consiste à intégrer le signal d'écart

on aura ainsi

$$e_c = K'_1 \varepsilon + K_2 \int_0^t \varepsilon dt$$

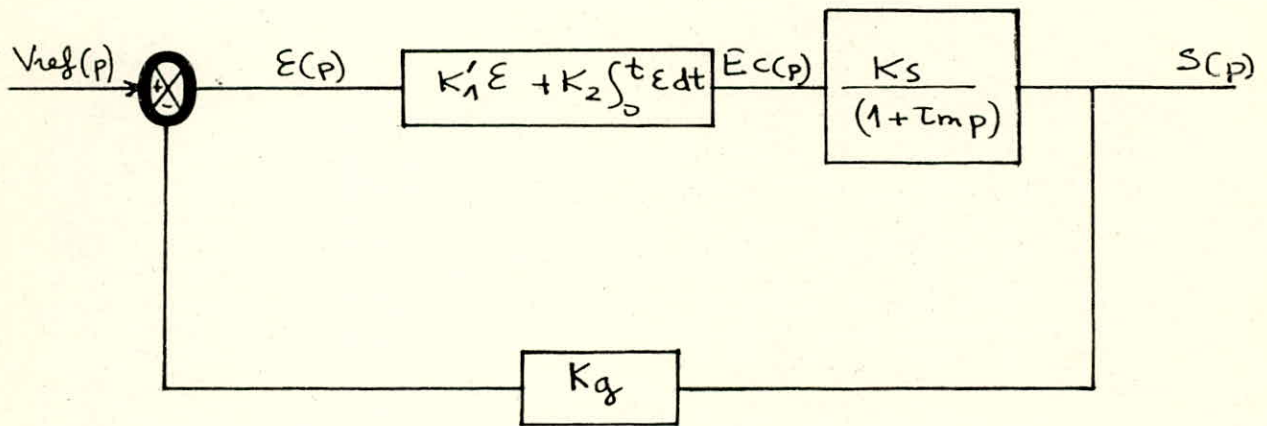


Fig 3.2.1 Régulation proportionnelle et intégrale dans une régulation de vitesse

La transmittance en boucle ouverte est:

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K'_1 K_s}{(1 + T_{mp})} \frac{(1 + T_i p)}{T_i p}$$

avec  $T_i = \frac{K'_1}{K_2}$



Si on choisit  $\tau_i$  tel que  $\tau_i = \tau_m$  on aura.

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1 K_S}{\tau_i p}$$

La transmittance en boucle fermée sera

$$\frac{S(p)}{V_{ref}(p)} = \frac{1}{K_g (1 + \tau_a p)}$$

$$\text{avec } \tau_a = \frac{\tau_i}{K_1 K_S K_g}$$

$\tau_a$  : est une constante de temps apparente

Pour une entrée en échelon de la tension de référence on aura temps de réponse  $T_{rp}$  tel que :

$$T_{rp} = 3 \tau_a$$

En augmentant  $K_1$  on pourra améliorer le temps de réponse. Ainsi le régime permanent mettra moins de temps pour s'établir.

### 3.3 REGULATION PROPORTIONNELLE ET DERIVEE

Dans une régulation de vitesse présentant 1 retard la régulation dérivée consiste à utiliser un signal proportionnel à la la vitesse de variation de l'écart en fonction du temps

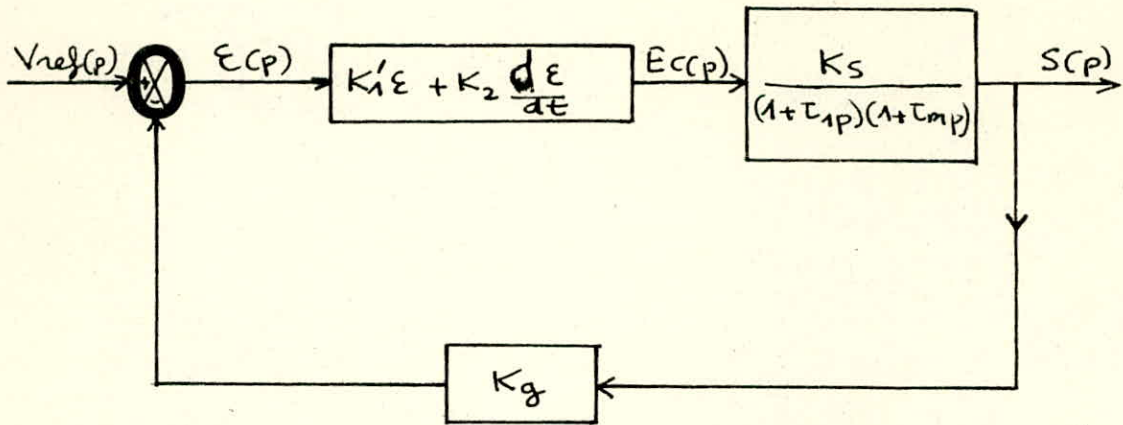


Fig 3.3.1 Régulation proportionnelle et dérivée dans une régulation de vitesse

La transformée en boucle ouverte est:

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K'_1 K_s (1 + T_d p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_m p)}$$

avec  $T_1$ : retard et  $T_d = \frac{K_2}{K'_1}$

En choisissant  $T_d = T_1$  on pourra éliminer le retard  $T_1$ ,

d'où 
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K'_1 K_s}{(1 + T_m p)}$$

pour une entrée en échelon de la tension de référence

on aura un temps de réponse 
$$T_r = \frac{3 T_m}{(K_g K_s K'_1 + 1)}$$

En augmentant  $K'_1$  on pourra améliorer le temps de réponse

## CONCLUSION

Le servosystème modulaire MS150 nous a permis d'aborder la régulation de vitesse et d'approfondir nos connaissances théoriques que nous avons reçues dans le cours de régulation industrielle.

Tout le long des expériences qu'on a effectuées, la pratique et la théorie se concordaient.

Avec le matériel complémentaire on aurait pu étudier d'une façon plus approfondie la régulation par relais et la régulation P.I.D.

## BIBLIOGRAPHIE

- F. MILSANT : « Asservissement linéaires »  
(Tome : 1 et 2) . EYROLLES  
. Cours de regulation industrielle
- D. MAINGUENAUD : « cours d'automatique »  
(Tome : 1, 3, et 4) MASSON
- MANUELS FEEDBACK : 1<sup>ere</sup>, 2<sup>eme</sup>, 3<sup>em</sup> et  
5<sup>em</sup> partie
- . J. J. DI STEFANO : « Systèmes asservis »  
SERIE SCHAUM
- . J. C. GILLE : « Theorie et calcul des asservi -  
-ssments linéaires » DUNOD
- . J. C. GILLE : « Methode d'étude des systè -  
-mes asservis non linéaires »  
(Tome 1) DUNOD

