

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

*Genie Mecanique*

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Recherche des fréquences propres  
du tracteur C 6006  
C.M.T  
et annexes*

Proposé par :

**C.M.T / P.M.A**

Etudié par :

**BOUZIDA Amine  
BOUCHAMO Nabil**

Dirigé par

**D<sup>r</sup>. M. BOUKABACHE**

PROMOTION

*Septembre 93*

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية للتكنولوجيا  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

*Génie Mécanique*

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Recherche des frequences propres du  
tracteur L 6006  
C.M.T*

الموضوع : تعيين الترددات الذاتية للجرار C6006 .  
ملخص : يستهدف عملنا إعداد نموذج قطع منظومة  
نقل الحركة للجرار الفلاحي C6006 ، الذي يمكننا  
عن بحث السرعات الخطرة والتشوهات الصغرى  
المتولدة عن اهتزازات القتل .

**Sujet: RECHERCHE DES FREQUENCES PROPRES DU TRACTEUR C6006.**

**Résumé:**

L'objet de notre travail consiste à établir un modèle des organes de transmission du tracteur agricole C6006, permettant la recherche des vitesses dangereuses et déformées modales dues aux vibrations de torsion.

**Subject: C6006 TRACTOR OWN NATUREL FREQUENCIES CALCULATION.**

**Abstract:**

The object of this study consists in establishing a model for the transmission gear for the agricultural tractor C6006, that calculates the dangerous speed and the modal deform caused by the twisting vibrations.

## REMERCIEMENTS

Nos remerciements vont à toute personne ayant contribué de près ou de loin à réaliser ce travail.

Nous remercions en particulier Mr BOUKABACHE en tant que promoteur, qui a suivi cette étude nous éclairant sur maints détails et mit à notre disposition tout les moyens de travail.

Nous associons dans une même pensée reconnaissant toute l'équipe du bureau d'étude de P M A.

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

### **Dédicaces**

**Je dédie ce modeste travail à ma mère,  
à mon père,  
pour les sacrifices et les encouragements qu'il  
n'ont jamais cessé de témoigner à mon égard,  
à ma grand mère,  
à mes soeur,  
et à tout mes amis  
qui de prés ou de loin m'ont apporté leur soutien.**

**Amine.**

**Dédicaces**

**Je dédie ce travail à ma mère et mon père  
à mes soeurs :**

**Isma**

**Amel**

**Djazia**

**et Samira**

**et à mes proches et amis**

**Nabil**

## SOMMAIRE

<b>1&gt; INTRODUCTION</b> .....	<b>2</b>
<b>2&gt; MODELISATION DE LA CHAINE CINEMATIQUE</b> .....	<b>5</b>
2.1> Moteur .....	6
2.2> Embrayage .....	12
2.3> Transmission .....	17
2.4> Pneumatique .....	21
<b>3&gt; EQUILIBRAGE DU MOTEUR</b> .....	<b>22</b>
3.1> Introduction.....	22
3.2> Equilibrage des masses rotatives.....	24
3.3> Equilibrage des masses alternatives.....	25
3.4> Dimensionnement de l'équilibreur dynamique	33
<b>4&gt; RECHERCHE DES VITESSES DANGEREUSES ET DEFORMEES</b>	
<b>MODALES DE LA CHAINE CINEMATIQUE</b> .....	<b>35</b>
4.1> Moteur .....	35
4.2> Chaîne cinématique .....	43
4.3> Moteur avec équilibreur dynamique .....	48
4.4> Chaîne cinématique avec équilibreur dynamique	49
4.5> Conclusion .....	50
4.6> Déformées modales .....	59
<b>5&gt; CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>69</b>
<b>ANNEXE</b>	

## 1) INTRODUCTION :

Les vibrations mécaniques ont ordinairement un caractère qu'on traitait auparavant comme inconvénient mineur. Ainsi pour éviter les résonances, on se contentait de se tenir assez loin des conditions dites "Critiques" .

Il est d'ailleurs reconnu aujourd'hui que même tenue loin de la résonance les vibrations altèrent la structure des matériaux et par suite leur endurance .

Il est très important de savoir étudier les vibrations et de connaître les méthodes de réduction de leurs effets nuisibles .

La transmission dans les tracteurs agricoles est considéré comme source de vibration dont les principaux générateurs sont : le moteur, l'engrènement dans les boîtes, les chocs dus au profil de la route etc ...

Le vilebrequin constitue un système susceptible de vibrer naturellement en torsion du fait de son élasticité et des masses qui lui sont liées directement ou indirectement, aussi la coïncidence de l'une des harmoniques excitatrices du moteur avec l'une des fréquences naturelles du vilebrequin peut provoquer des résonances .

L'entreprise nationale des produits de matériels agricoles (P.M.A) produit dans son complexe moteurs tracteurs (C.M.T) de constantine deux genres de tracteurs agricoles (C 4006 et C 6006 ) sous licence KHD (DEUTZ) .

Ces moteurs montés sur les tracteurs C6006 sont équipés d'équilibreurs dynamiques disposés en parallèle avec le vilebrequin. Les équilibreurs étaient initialement importés par K.H.D. C.M.T en voulant les fabriquer s'est heurté au problème de leur équilibrage dynamique.

Le sujet de notre PFE est de rechercher les vitesses dangereuses du moteur, puis celles de la chaîne cinématique (c-à-d l'ensemble moteur, boîte des vitesses, pont arrière et les pneumatiques), ensuite d'étudier les conséquences qui peuvent être engendrées sur le comportement vibratoire de torsion, lorsque le moteur est équipé de l'équilibreur dynamique et lorsque la chaîne cinématique est équipée du même équilibreur dynamique.

#### CAUSES DES VIBRATIONS :

Le moteur équipant le tracteur C6006, est un moteur 4 cylindres en lignes 4 temps.

Le fonctionnement du moteur alternatif entraîne des forces cycliques qui sont dues à l'action des explosions (pression des gaz dans les cylindres) et de l'inertie des différents éléments.

Ces forces alternatives se répercutent aussi bien, sur le vilebrequin, le bloc moteur que sur toute la chaîne cinématique.

---

Le vilebrequin du moteur avec ses manivelles pistons et volant; ainsi que toute la chaîne cinématique sont des mécanismes trop compliqués pour que l'on puisse déterminer exactement les fréquences naturelles en torsion .

Ainsi devons nous pour les déterminer simplifier le système en modélisant les éléments de la chaîne cinématique par des disques équivalents et des arbres équivalents ayant la même flexibilité en torsion que le système réel .

**2> MODELISATION DE LA CHAINE CINEMATIQUE :**

Le tracteur C6006 est équipé d'une boîte de vitesse ayant 12 rapports de vitesses composés comme suit :

4 gammes :

S	route
K	champs
L	lente
R	marche arrière

3 vitesses :

I, II, III

La fig (2.1) montre la chaîne cinématique détaillée du tracteur C6006 .

La combinaison d'une gamme et une vitesse nous donne un rapport de vitesse, pour cela nous devons établir pour chaque configuration un modèle .

Les paragraphes suivants détaillent la détermination des inerties et des raideurs torsionnelles équivalentes, pour les différents éléments de la chaîne cinématique .

Elle se modélisera le plus souvent par des cylindres dont l'inertie et la raideur sont simple à calculer fig (2.2) .

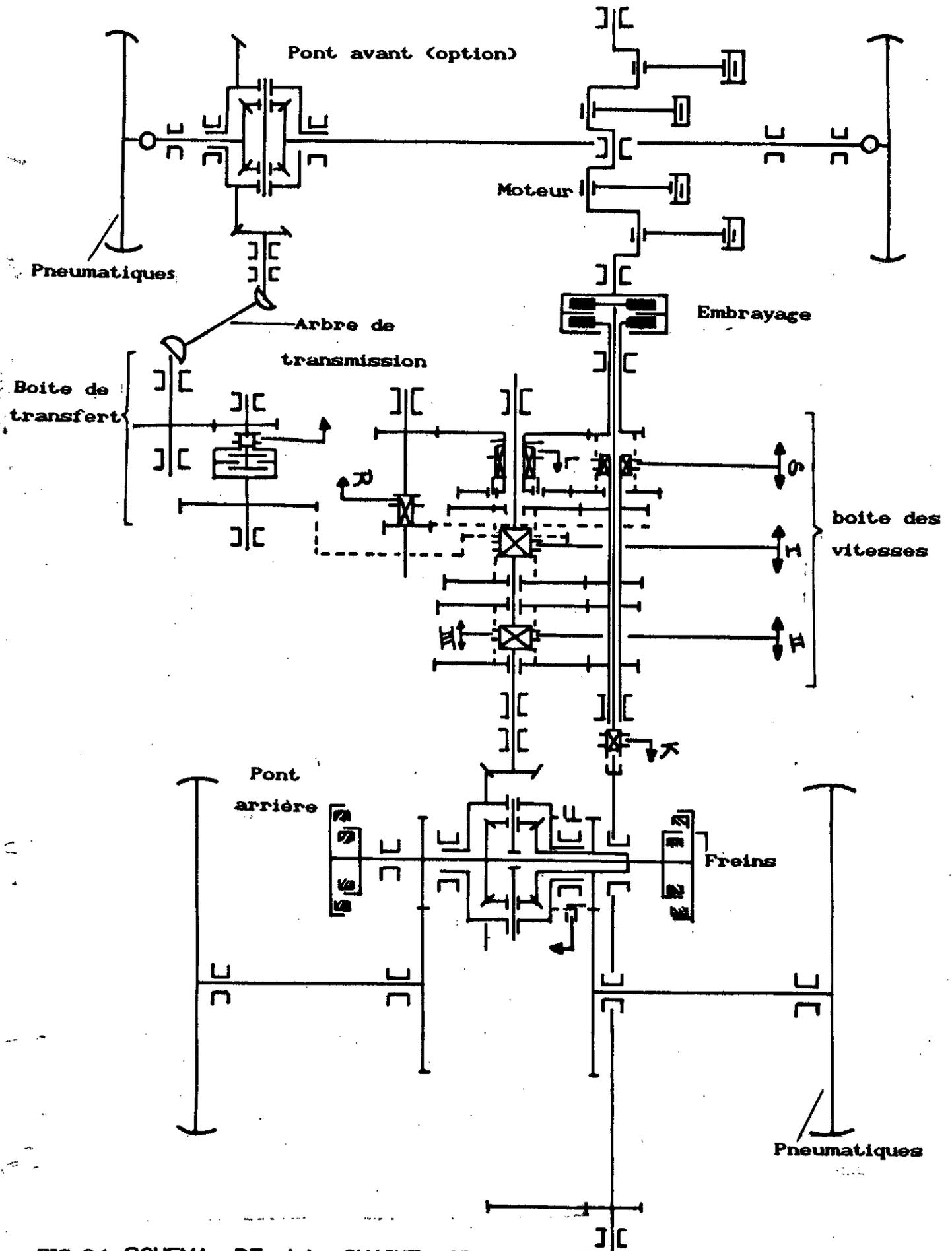


FIG 2.1 SCHEMA DE LA CHAINE CINEMATIQUE

DU TRACTEUR C 6006 C . M . T .

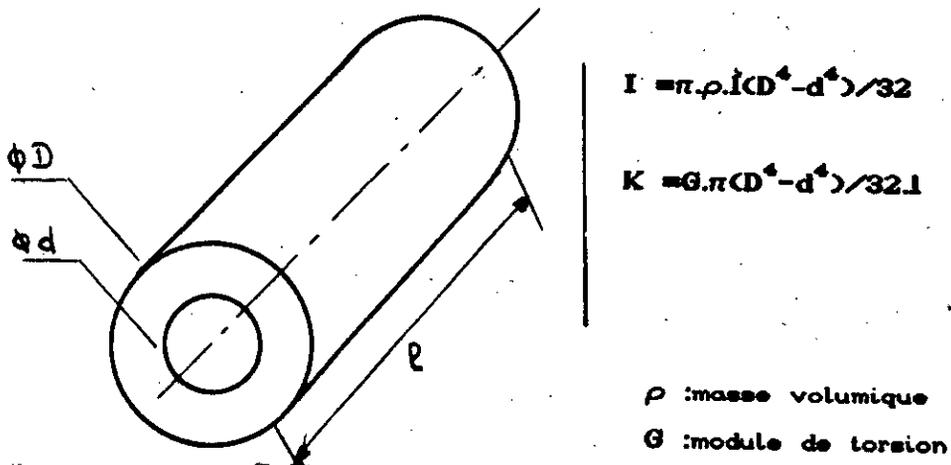


FIG 2.2 Schéma de calcul des inerties et rigidités.

2.1) Moteur :

2.1.1) Vilebrequin et équipages mobiles :

Nous adoptons dans notre étude le modèle dit à 3 disques pour chacun des coudes du moteur à 4 cylindres .

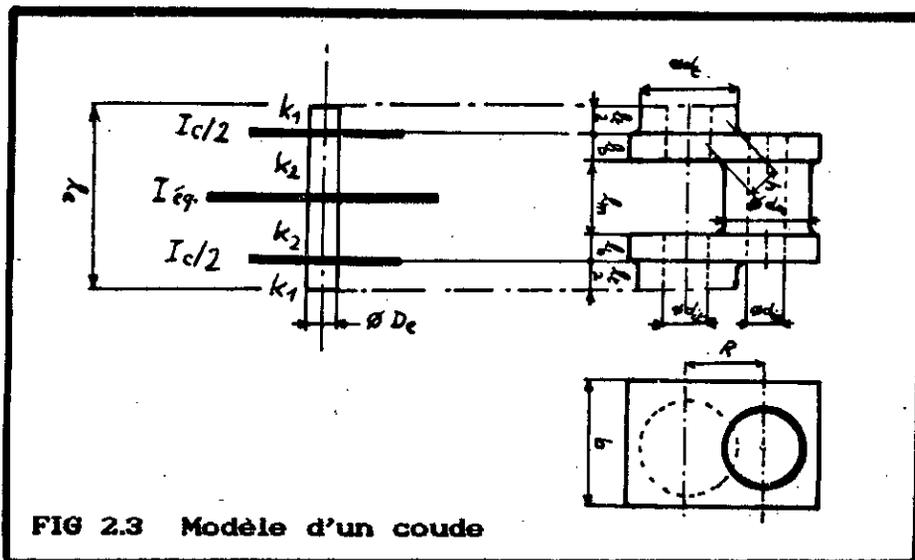


FIG 2.3 Modèle d'un coude

Les 2 disques externes représentent l'inertie propre d'un coude du vilebrequin ( 2 tourillons + 2 bras + maneton), le disque du milieu représente l'inertie équivalente mobile (piston + bielle).

La raideur torsionnelle se partage alors en deux paires de ressorts de torsion identiques .

A/ Moment d'inertie :

La figure (2.4) montre les 4 coudes du vilebrequin. Chaque coude, possède un bras équipé d'une masselotte d'équilibrage .

Le moment d'inertie du coude  $I_c$  est :

$$I_c = I_t/2 + I_{b1} + I_{b2} + I_m + I_t/2$$

avec  $I_t$  : Moment d'inertie du tourillon / à l'axe du vilebrequin.

$I_{b1}$  : Moment d'inertie du bras équipé de la masselotte d'équilibrage / à l'axe du vilebrequin.

$I_{b2}$  : Moment d'inertie du 2ème bras / à l'axe du vilebrequin.

$I_m$  : Moment d'inertie du maneton / à l'axe du vilebrequin.

$I_t$  et  $I_m$  sont facilement calculables à partir de leurs géométries .

$$I_t = ( \rho . \pi . l_t ( d_t^4 - d_{ti}^4 ) ) / 32 \quad (\text{Kg.m}^2)$$

$$I_m = \left[ ( \rho . \pi . l_m . ( d_m^4 - d_{im}^4 ) / 32 \right] + ( \rho . \pi . l_m . ( d_m^2 - d_{im}^2 ) / 4 . R^2 ) \quad (\text{kg.m}^2)$$

avec  $\rho$  : masse volumique de l'acier égale à 7800 (kg/m<sup>3</sup>)

$l_t$  : Longueur du tourillon en mm .

$d_t$  : diamètre du tourillon en mm  
 $l_m$  : longueur du maneton en mm  
 $d_m$  : Diamètre du maneton en mm  
 $R$  : rayon du coude de vilebrequin en mm .

Les inerties  $I_{b1}$  et  $I_{b2}$  doivent être déterminées par décomposition en éléments géométriques simples (voir annexe 2) .

Le bras  $I_{b1}$  équipé de la masselotte d'équilibrage est donné par :

$$I_{b1} = \sum_i ( I_{ozi} + m \cdot D_i^2 )^{(1)} + I_m \quad (\text{Kg.m}^2)$$

avec  $I_m$  : le moment d'inertie de la masselotte / à l'axe du vilebrequin.

Le bras non équipé de la masselotte d'équilibrage  $I_{b2}$  est:

$$I_{b2} = \sum_i ( I_{ozi} + m \cdot D_i^2 )^{(2)} \quad (\text{Kg.m}^2)$$

avec  $I_{ozi}$  : Moment d'inertie de l'élément  $i$ .

$D_i$  : distance entre l'élément  $i$  et l'axe du vilebrequin .

Les valeurs de  $I_t$ ,  $I_m$ ,  $I_{b1}$ ,  $I_{b2}$  calculées on trouve l'inertie du demi-coude .

L'application numérique relative au moteur du tracteur C6006, donne :

$$I_c/2 = 31,75 \cdot 10^{-9} \quad (\text{Kg.m}^2)$$

L'effet inertiel de l'équipage mobile est pris en compte sous la forme de deux masses équivalentes relatives au piston et à la

bielle d'une inertie équivalente  $I_{6q}$  :

$$I_{6q} = \left[ \left( \frac{1}{2} \right) m_p + \left( \frac{3}{4} \right) m_b + I / (2L^2) \right] \cdot R^2 \quad (\text{Kg.m}^2)$$

Le terme  $IR^2 / (2L^2)$  de l'inertie équivalente est souvent négligé [5]  
L'équation précédente devient alors :

$$I_{6q} = \left[ \left( \frac{1}{2} \right) m_p + \left( \frac{3}{4} \right) m_b \right] \cdot R^2 \quad (\text{Kg.m}^2)$$

où :

$m_b$ ,  $m_p$  sont les masses respectives de la bielle et du piston et  $R$  le rayon du coude de vilebrequin on obtient pour notre application :

$$I_{6q} = 7,90 \cdot 10^{-8} \quad (\text{Kg.m}^2)$$

#### B/ Raideurs torsionnelles :

La raideur torsionnelle d'un coude de vilebrequin est difficile à déterminer par voie théorique, du fait en particulier des formes complexes des bras, plusieurs auteurs proposent des formules semi-empiriques [1], qui donnent la raideur sous la forme d'un couple de longueur équivalente et de diamètre équivalent :

$$K_e = (G \cdot J_p \cdot D_e^4) / (32 \cdot l_e) \quad (\text{N.m/rd})$$

avec :

$G$  : Module de glissement égale à 8000 (daN/mm<sup>2</sup>)

$l_e$  : Longueur équivalente de l'arbre rectiligne en mm .

$D_e$  : Diamètre équivalent en mm .

La méthode de BICERA que nous avons choisi pour nos calculs donne pour notre application :

$$l_e = 206 \text{ mm} , \text{ pour } D_o = d_t = 70 \text{ mm} .$$

Les deux raideurs du modèle à 3 disques peuvent alors être déterminées à partir des longueurs mises en places à la figure (2.3) , d'où :

$$K_1 = ( G \cdot \pi \cdot D_o^4 ) / 32 (l_e / 2) \quad (\text{N.m/rd})$$

$$K_2 = ( G \cdot \pi \cdot D_o^4 ) / (32 (l_e - l_e) / 2) \quad (\text{N.m/rd})$$

avec  $l_e$  longueur équivalente du tourillon .

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{2}{K_1} + \frac{2}{K_2}$$

soit pour notre application on trouve :

$$K_1 = 1,017 \cdot 10^7 \quad (\text{N.m/rd})$$

$$K_2 = 2,23 \cdot 10^6 \quad (\text{N.m/rd})$$

$$K_{ec} = 9,14 \cdot 10^5 \quad (\text{N.m/rd})$$

**Remarque :**

La raideur séparant deux coudes consécutifs figure(2.4) est :

$$\frac{K_1}{2} = 5,085 \cdot 10^6 \quad (\text{N.m/rd})$$

La figure (2.4) met en évidence toutes les raideurs et inerties qui modélisent le vilebrequin et ses 4 équipages mobiles .

**2.1.2) Organes complémentaires :**

A l'extrémité arrière du vilebrequin sont installées la pignerie de distribution, l'arbre à camé et la poulie. Ces éléments (pour la modélisation voir annexe 1) font l'objet de deux disques supplémentaires (disques 1 et 2) dans le modèle du moteur, comme indiqué à la figure (2.4) .

Les inerties et raideurs, sont déterminées par décomposition en portions cylindriques .

Enfin à l'extrémité avant du moteur se trouve le volant moteur qui est modélisé par un seul disque d'inertie  $0,57 \text{ Kg.m}^2$ .

Le modèle global du moteur compte donc quinze degrés de liberté (fig 2.4) .

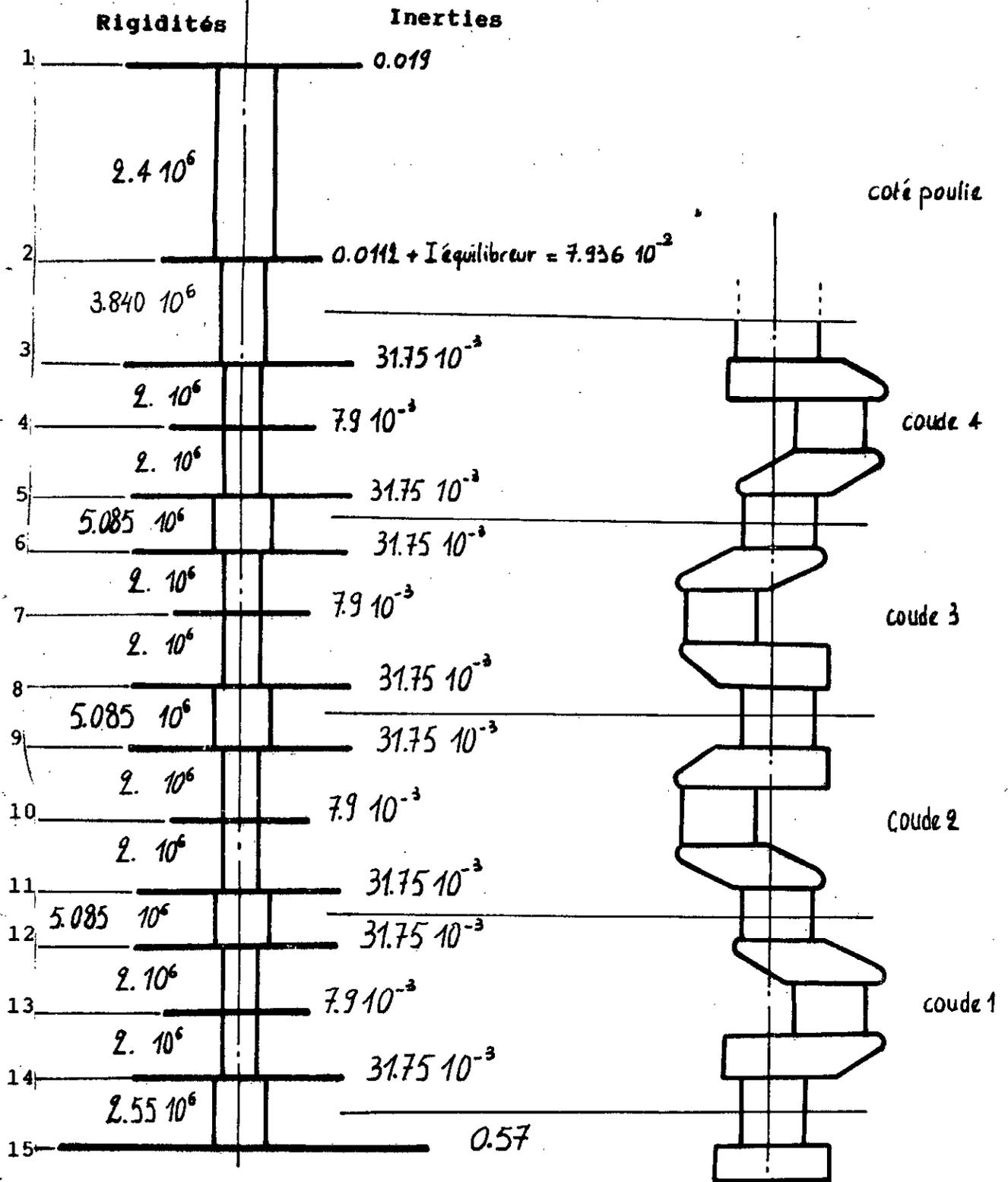
L'inertie totale de l'équipage mobile du moteur F4L912 est donnée par :

$$I_{\text{mot}} = I_{\text{vil}} + I_{\text{v}} + I_{\text{ad}} \quad \text{d'où :}$$

- vilebrequin et équipement mobile . . . . .	$I_{\text{vil}} = 0,2856 \text{ (Kg.m}^2\text{)}$
- Volant moteur . . . . .	$I_{\text{v}} = 0,57 \text{ (Kg.m}^2\text{)}$
- Organes additionnels . . . . .	$I_{\text{ad}} = 0,0302 \text{ (Kg.m}^2\text{)}$
	$I_{\text{mot}} = 0,8858 \text{ (Kg.m}^2\text{)}$

Moments d'inertie : Kg.m²

Raideurs torsionnelles : N.m/rd



1: poulie. 2: arbre à came, pignon intermédiaire et équilibre dynamique. 3 4 et 5: 1er coude du vilebrequin...12 13 et 14: 4ème coude du vilebrequin. 15: volant moteur.

Fig. 2 4. MODELE DU MOTEUR

**2.2> EMBRAYAGE :**

L'embrayage des véhicules tracteurs est à double fonctions, il est utilisé pour la traction et pour la prise de force .

L'embrayage de prise de force n'est pas pris en compte et donc toute la chaîne cinématique de prise de force est supposée débrayée .

Néanmoins toute la partie mécanisme d'embrayage est constamment entraînée par le moteur ; son moment d'inertie ainsi que celui du disque d'embrayage d'avancement (valeurs données par le constructeur) viendront donc s'ajouter au volant moteur .

$$I_v + I_m + I_d = I_g \quad (\text{Kg.m}^2)$$

$I_v$  : Inertie du volant moteur .

$I_m$  : Inertie du mécanisme d'embrayage .

$I_d$  : Inertie du disque d'embrayage .

$I_g$  : Inertie globale .

On aura donc :  $0,57 + 0,923 + 0,196 = 1,689 \text{ (Kg.m}^2\text{)}$

Un dispositif d'amortissement de torsion équipe l'embrayage d'avancement, il est composé de ressorts hélicoïdaux monté en parallèle est fonctionnant selon la courbe fournie par le constructeur de la figure ( 2.5 ).

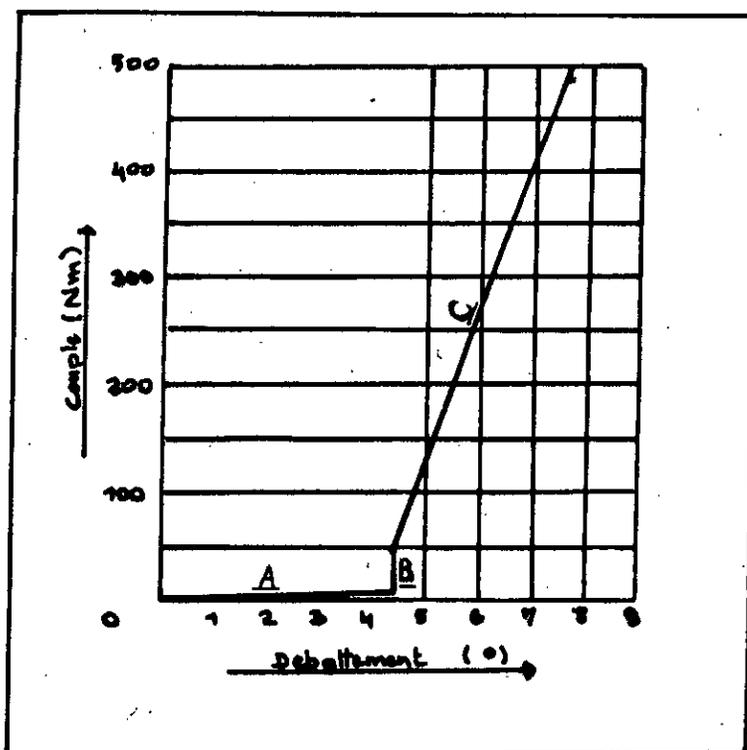


FIG 2.5 Variation du couple d'embrayage (ressorts hélicoïdaux).

Le calcul de la raideur torsionnelle demande une bonne compréhension du fonctionnement de l'embrayage .

Le passage d'un rapport de vitesse à un autre demande une raideur torsionnelle progressif au niveau de l'embrayage pour protéger la chaîne cinématique du couple moteur .

Pour cela l'embrayage est équipé de 6 ressorts hélicoïdaux autour du disque Fig(2.6), quatre d'entre eux sont montés en precontrainte .

moyou monté sur l'arbre  
d'entré de la B.D.V

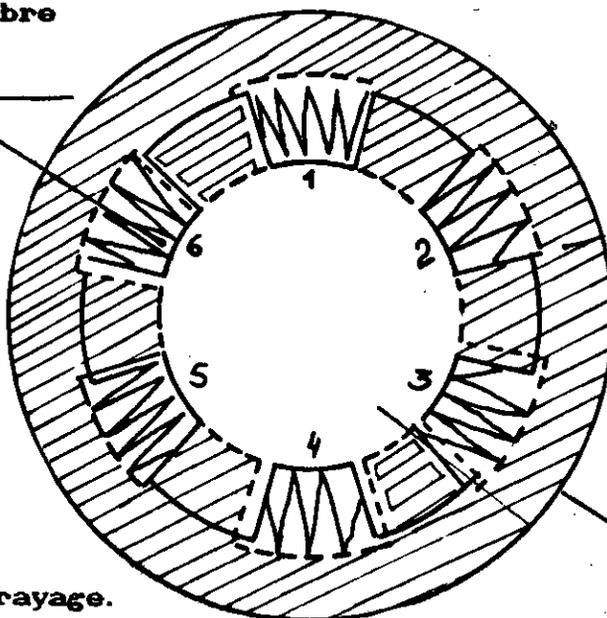


FIG 2.6 Disque d'embrayage.

disque extérieur supportant  
les plaques de friction

La courbe de la fig(2.5) nous montre la variation du couple en fonction du débattement de l'embrayage, elle est composée de trois parties :

Partie A :

Compression de 2 ressorts .

Le couple en fonction du débattement est donné par :

$$C = 2 \cdot K_i \cdot \theta_1 \quad ( N.m ) \quad (2.1)$$

avec :

$K_i$  : Raideur du ressort (N.m/rad)

$\theta_1$  = débattement (rad)

Partie B :

Contact de l'embrayage avec les 4 autres ressorts en précontrainte .

Dans cette partie la rigidité est infinie .

**Partie C :**

Compression de 6 ressorts .

Le couple est donné par :

$$C = 4 \cdot K_2 \cdot (\theta_2 - \theta_1) + 2 \cdot K_1 \cdot \theta_2 \quad (\text{N.m}) \quad (2.4)$$

$K_2$  : Raideur des 4 ressorts en precontainte .

A partir des équations (2.3) et (2.4) on déterminera les raideurs  $K_1$  et  $K_2$  .

On trouve :

$$K_1 = 45,50 \quad (\text{N.m/rd})$$

$$K_2 = 2192,38 \quad (\text{N.m/rd})$$

Notons enfin que les 6 ressorts sont montés en parallèle .

Donc la raideur torsionnelle de l'embrayage  $K$  est donnée par :

$$K = 2.K_1 + 4.K_2$$

$$K = 8860,45 \quad (\text{N.m/rd})$$

Cette raideur va donc s'associer à la raideur de l'arbre d'entrée de la boîte de vitesses pour faire l'objet d'un unique ressort de torsion dans le modèle global de la chaîne cinématique .

**NB :** Pour le calcul de la raideur torsionnelle de l'embrayage et son fonctionnement voir annexe 6.

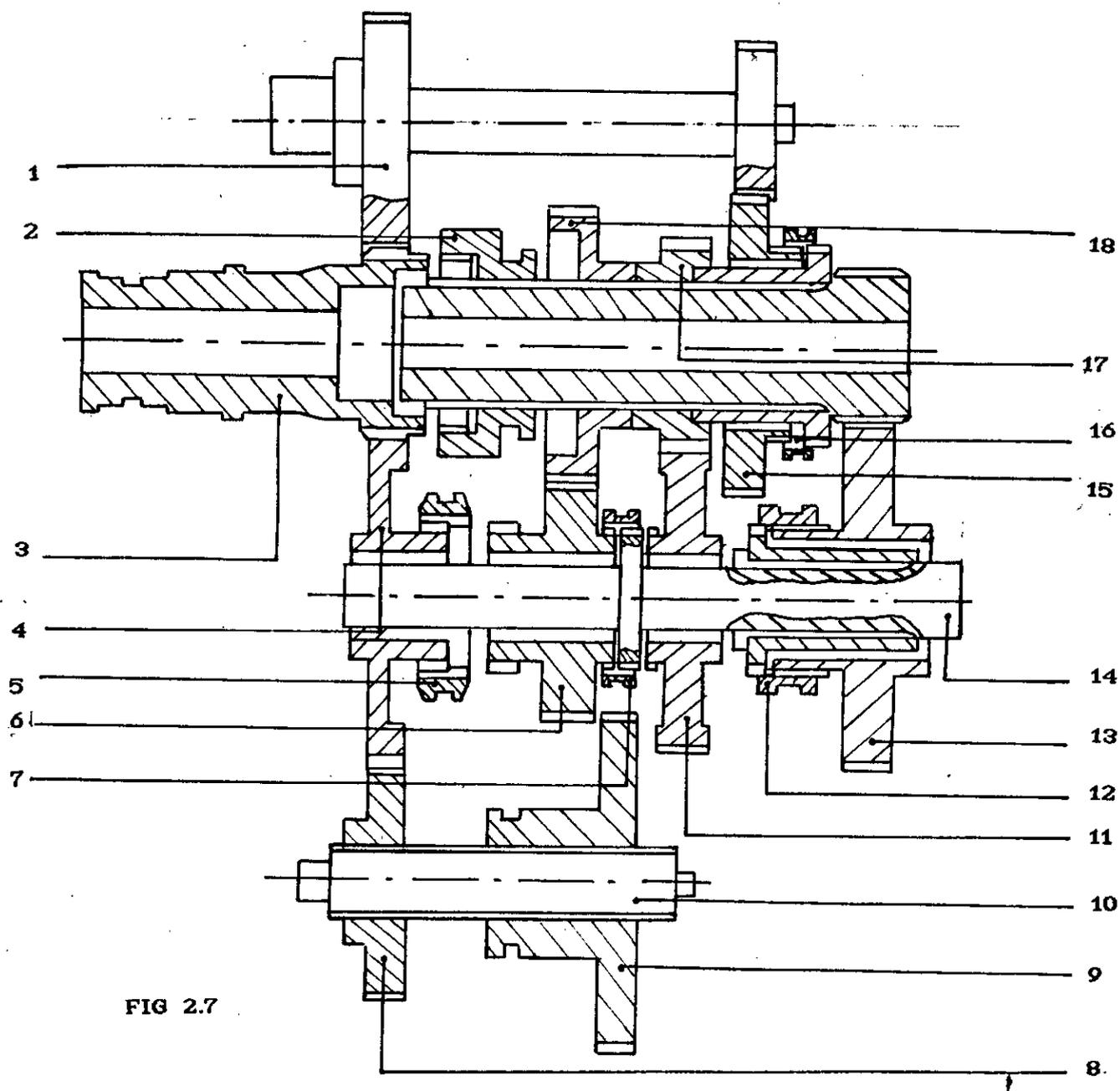


FIG 2.7

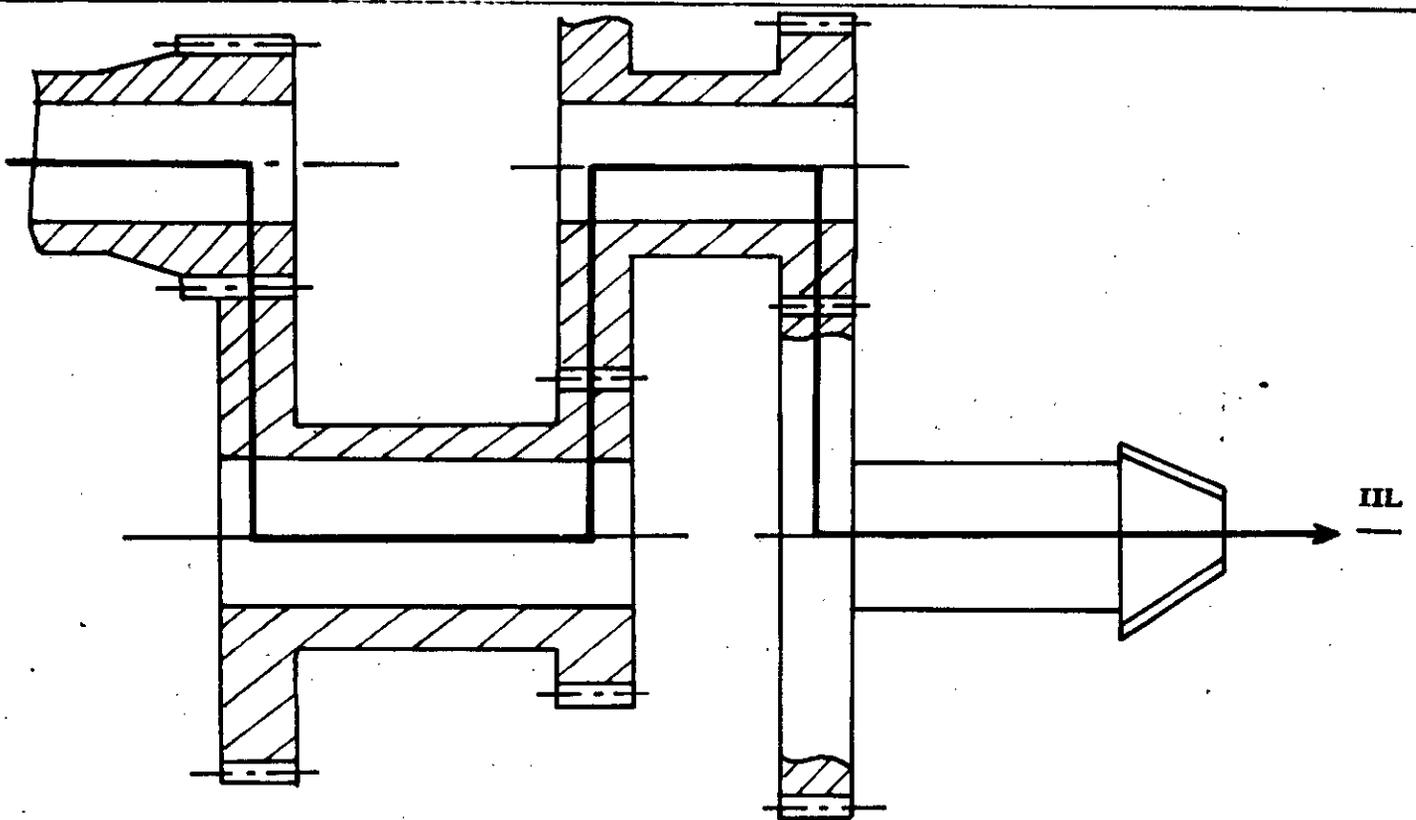
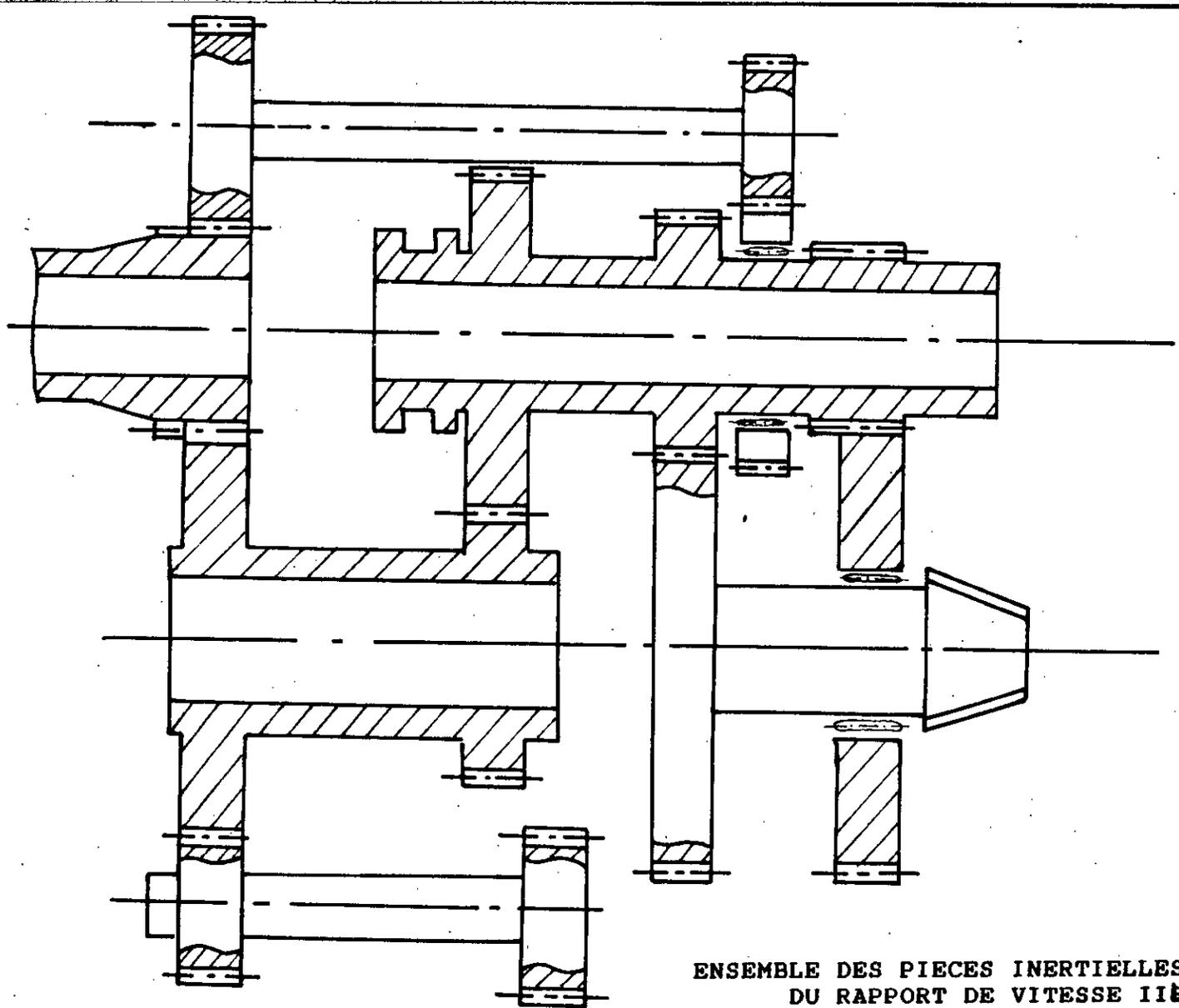


FIG 2.8

ENSEMBLE DES PIECES SUBISSANT  
LA TORSION POUR LE RAPPORT DE  
VITESSE III

### 2.3) TRANSMISSION :

La transmission, se compose d'un ensemble de lignes d'arbres le long desquelles il convient de localiser les parties inertielles qui seront représentées par des disques dans le modèle; ce sont essentiellement les roues dentées (transmettant le couple ou entraînant un ou plusieurs pignons fous), leurs inerties sont ramenées au niveau des vitesses considérées .

L'inertie élémentaire s'écrit sous la forme :

$$I = ( (\rho \cdot \pi \cdot l) / 32 ) \cdot ( D^4 - d^4 ) \quad \text{en } (Kg.m^2)$$

Le calcul des moments d'inerties demande une estimation rigoureuse des parties réellement déformées par la transmission du couple .

Les découpages effectués mettent en évidence 2 genres de raideurs .

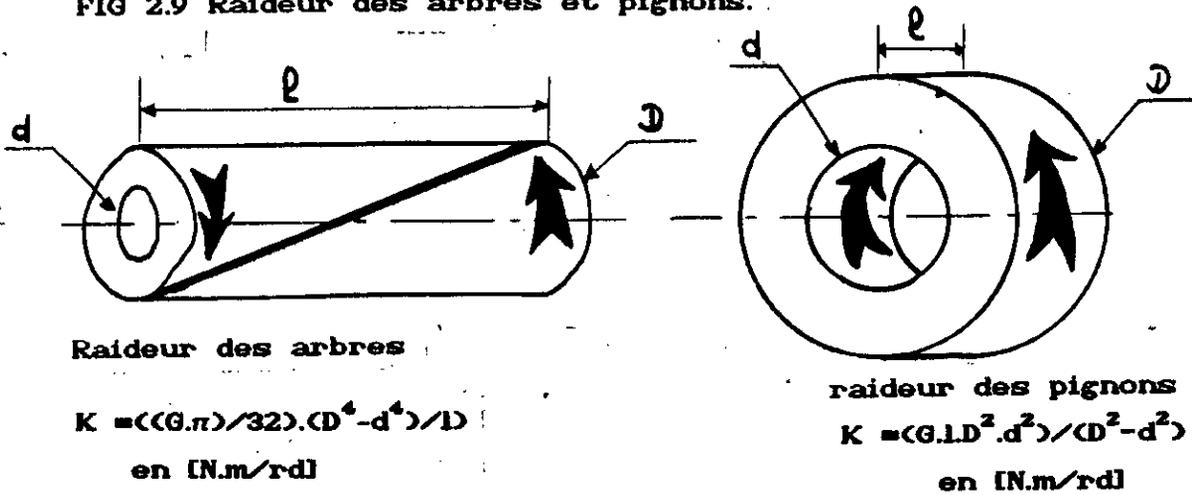
1- Raideur de torsion des arbres qui est représentée par la figure (2.9) et dont la raideur est égale à :

$$K = ( (G \cdot \pi) / 32 ) \cdot ( D^4 - d^4 ) / L \quad \text{en } (N.m/rd)$$

2- Raideur de torsion des pignons représentée par la fig (2.9) et dont le calcul est développée en annexe .

$$K = ( G \cdot l \cdot D^2 \cdot d^2 ) / ( D^2 - d^2 ) \quad \text{en } (N.m/rd)$$

FIG 2.9 Raideur des arbres et pignons.



Les inerties et rigidités seront ramenées au niveau de l'axe de rotation du vilebrequin par les formules suivantes :

$$I_{rapporté} = \left( \sum_i (Z_{i,menante} / Z_{i,menés})^2 \right) . I$$

$$K_{rapporté} = \left( \sum_i (Z_{i,menante} / Z_{i,menés})^2 \right) . K$$

Z étant le nombre de dents .

Le modèle de la ligne d'arbre de la boîte des vitesses se représente comme suit :

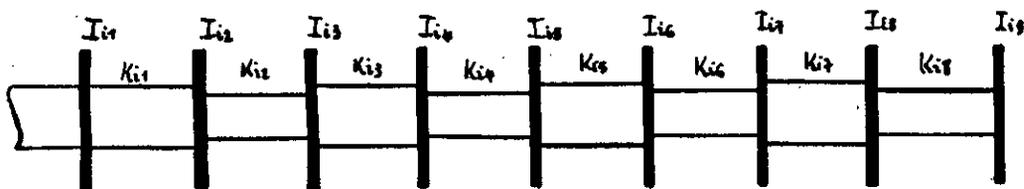


FIG 2.10 Modèle générale représentant la BDV.

**MODELISATION DE LA CHAINE CINEMATIQUE**

Le calcul des inerties et rigidités de la ligne d'arbre de la chaîne cinématique du tracteur C6006 relative aux douze rapports de la boîte des vitesses sont données dans les tableaux suivants.

**INERTIE ET RIGIDITE DU MODELE DE LA B.D.V POUR LES DIFFERENTS RAPPORTS DE VITESSE**

Ii	S			L		
	I	II	III	I	II	III
Ii1	0,000214	0,000214	0,000214	0,000214	0,000214	0,000214
Ki1	135049	135049	135049	135049	135049	135049
Ii2	0,001994	0,001994	0,001994	0,001994	0,001994	0,001994
Ki2	647800	647800	647800	647800	647800	647800
Ii3	0,003733	0,003733	0,002462	1,7397E-3	,7397E-3	2,0288
Ki3	329926	329926	329926	46395	5914	45914
Ii4	0,002773	0,002077	8,211E-3	1,55E-3	,212 E-3	0,00142
Ki4	1,313920	1313920	974287	2491479	1819	56548
Ii5	0,001059	0,00137	2,9660E-3	4,887E-4	7,7482E-4	2,095E-5
Ki5	1395436	58737	174219	44557	8107	26424
Ii6	6,7318E-4	0,000616	1,3717E-4	1,2079(-4)	1,4183E-4	2,604E-5
Ki6	15717	54210	160806	2981	10957	32499
Ii7	3,972E-4	2,1318E-5	6,323E-5	8,650E-6	4,043E-6	1,199 E-5

I en [ Kg.m<sup>2</sup> ]

K en [ N.m/rd ]

INERTIE ET RIGIDITE DU MODELE DE LA B.D.V POUR LES DIFFERENTS  
RAPPORTS DE VITESSE

Ii	K			R		
	I	II	III	I	II	III
Ii1	0,000214	0,000214	0,000214	0,000214	0,000214	0,000214
Ki1	135049	135049	135049	135049	135049	135049
Ii2	0,0016765	0,0016765	0,0016765	0,0016765	0,0016765	0,0016765
Ki2	647800	647800	647800	647800	647800	647800
Ii3	0,004672	0,0017834	0,001783	0,002809	0,00827	0,002809
Ki3	32218	32218	32218	126092	126092	126092
Ii4	0,000601	0,0004302	0,00060	0,000827	0,00082	0,00269
Ki4	44618	44618	44618	90729	80729	268039
Ii5	1,1040E-4	1,3115E-4	0,004160	0,000742	0,000742	0,000816
Ki5	555	47816	171017	333928	333828	47930
Ii6	1,513E-4	0,000019	0,004656	0,00029	6,939 E-4	0,000037
Ki6		1906		383744	10986	44240
Ii7		7,035E-7		0,000077	0,0001556	1,739E-5
Ki7				4617	14848	
Ii8				4094 E-5	5,478 E-6	

I en [ Kg.m<sup>2</sup> ]

K en [ N.m/rd ]

Précisons en outre que le différentiel est considéré bloqué [7]  
Cela revient à considérer l'ensemble du différentiel comme une seule inertie. ( plus de détails sur sa modélisation sont donnés en annexe 3 ).

2.4> MODELISATION DES PNEUMATIQUES :

Nous avons adopté les pneus Michelin dont l'inertie et la rigidité sont données par la thèse indiquée en référence [7].

Les pneumatiques sont modélisées selon [7] par la figure ci-dessous :

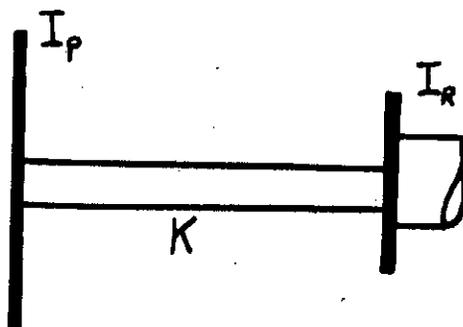


FIG 2.15 Modèle des pneumatiques.

avec

$I_p$  : moment d'inertie du pneu .

$I_r$  : moment d'inertie de la jante ( $I_j$ ) et du disque représentant le pont arrière ( $I_{dar}$ ) .

$I_r = I_j + I_{dar}$  .

$K$  : Raideur torsionnelle des pneus .

$I_p = 34 \text{ Kg.m}^2$

$K = 3,9 \cdot 10^5 \text{ N.m/rd}$  .

$I_j = 8,4 \text{ Kg.m}^2$  ,  $I_{dar} = 1,076 \text{ Kg.m}^2$  →  $I_r = 9,476 \text{ Kg.m}^2$

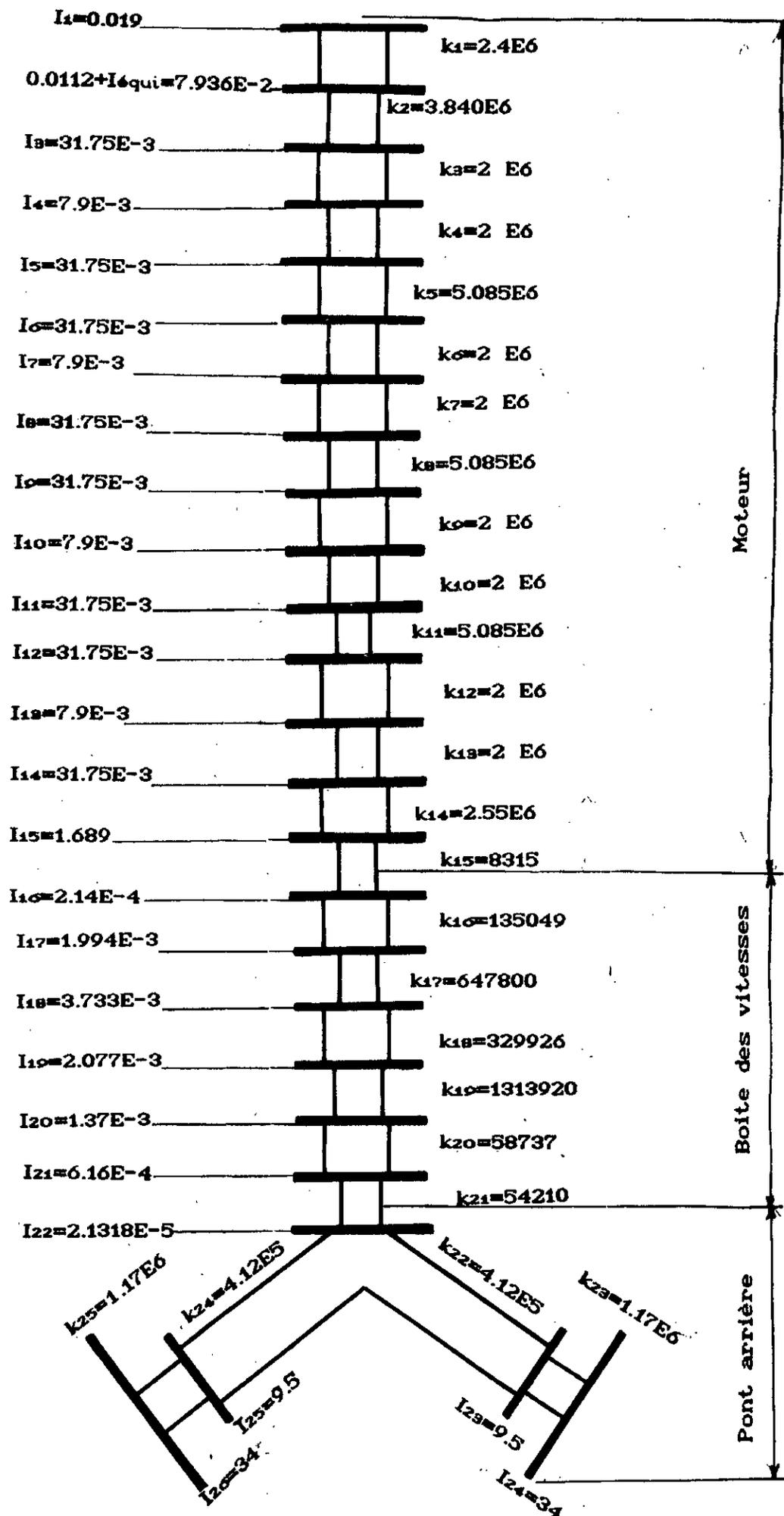


FIG 2.16 Modèle globale de la chaîne cinématique de la 2ème route

k en (N.m/rad)  
I en (kg.m<sup>2</sup>)

### 3> EQUILIBRAGE DU MOTEUR :

#### 3.1> Introduction :

La limitation des vibrations causées par le moteur sur les véhicules tracteurs est fonction de la technologie utilisée dans la construction du véhicule .

Les vibrations causées par les moteurs équipant les voitures utilitaires sont amorties au moyen de supports moteur liant le moteur au châssis .

Pour les tracteurs agricoles le moteur, embrayage et boîte de vitesse sont directement posés sur les ponts avant et arrière .

Pour cela la limitation des vibrations du moteur est indispensable .

#### 3.1.1> Nature des couples et forces engendrées par le moteur :

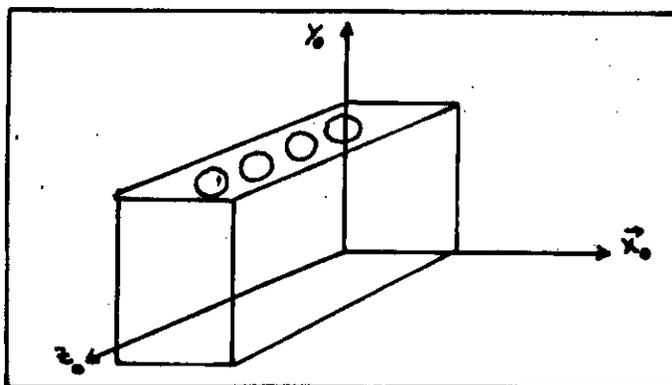


FIG 3.1

Par définition une machine est dite équilibrée si les réactions sur les appuis sont constantes .

Le moteur engendre des efforts et des couples sur les 3 axes  
Fig (3.1) .

OX :	force :	tamis	et	couple :	galop
OY :	force :	pilon	et	couple :	lacet
OZ :	force :	nulle	et	couple :	basculement .

Les forces engendrées par le moteur sont de 2 sortes :

a - Force d'inertie rotative:

Elle est due à la masse rotative et à un vecteur d'intensité constante tournant autour du point o à la vitesse  $\theta$  du vilebrequin; elle engendre donc une force verticale et une force horizontale d'ordre 1 (fig 3.2)

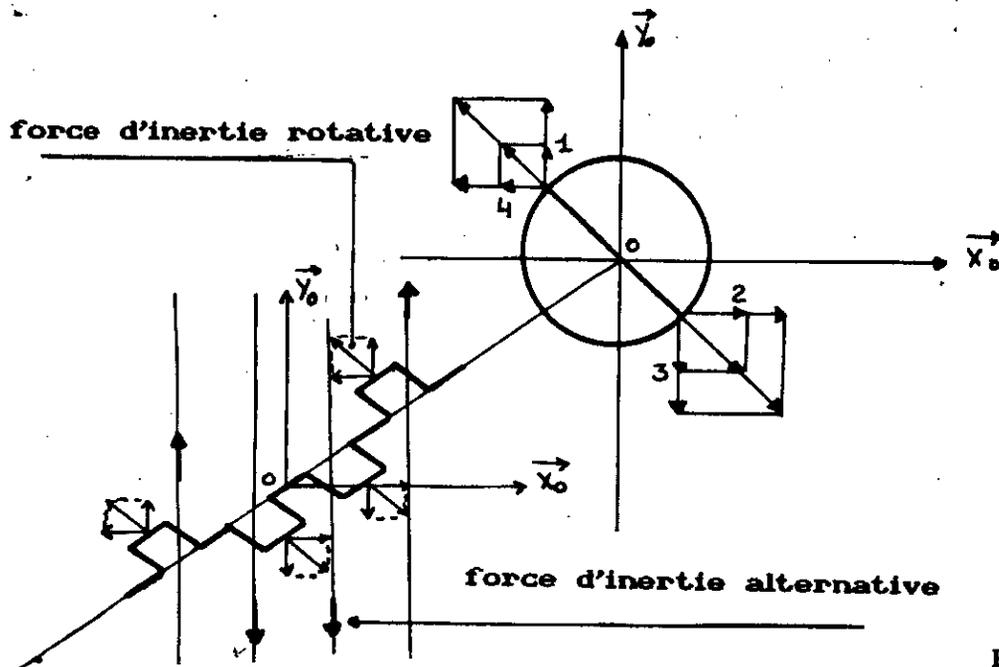


FIG 3.2

b - Force d'inertie alternative:

Elle est due à la masse alternative et à un vecteur d'intensité variable dirigé sur l'axe vertical que l'on décomposera en une somme d'efforts sinusoidaux assimilables à des masses tournant à des vitesses ( $\dot{\theta}$ ,  $2\dot{\theta}$ ,  $4\dot{\theta}$ , . . . . . ,  $2K\dot{\theta}$ , ...) (fig 3.2)

Elle engendre donc une force vertical d'ordre 1,2,4,6 ....

3.2 > Equilibrage des masses rotatives:

Le vilebrequin est parfaitement équilibré si les 4 sommes fondamentales sont nulles.

$$(1) \sum x.m = 0$$

$$(2) \sum y.m = 0$$

$$(3) \sum x.z.m = 0$$

$$(4) \sum y.z.m = 0$$

Pour les moteurs 4 cylindres en ligne 4 temps, les manivelles sont calées à  $4\pi/n = 180^\circ$ .

On a donc deux vilebrequins possibles.

a - vilebrequin non symétrique par rapport au plan médian; c'est le premier cas de la figure(3.3).

b - vilebrequin symétrique par rapport au plan médian; c'est le deuxième cas de la figure(3.3) et c'est le cas du vilebrequin du moteur du tracteur C6006.

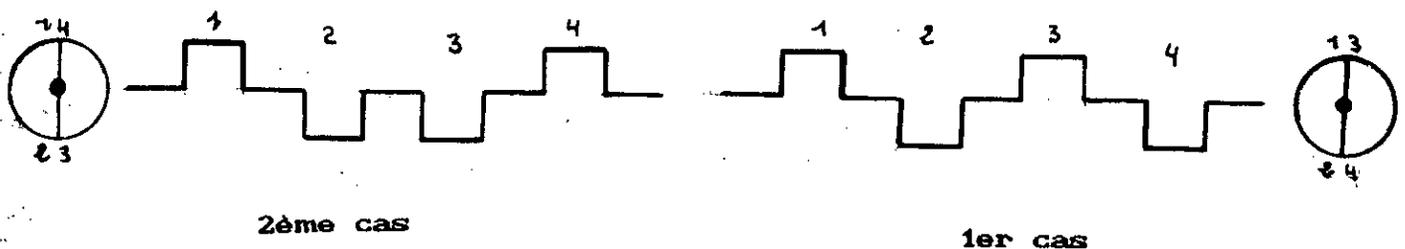


FIG 3.3

Les deux architectures possibles du vilebrequin

On aura donc d'après la figure(3.4):

$$(1) \sum x.m = 0$$

$$(2) \sum y.m = 2.R.m_{rot} - 2.R.m_{rot} = 0$$

$$(3) \sum x.z.m = 0$$

$$(4) \sum y.z.m = 3.R.a.m_{rot} + R.a.m_{rot} - 3.R.a.m_{rot} - R.a.m_{rot} = 0$$

Les 4 sommes fondamentales sont nulles donc le vilebrequin est parfaitement équilibré et les masses rotatives autour de l'axe du piston, assurent naturellement l'équilibre.

Aussi on déduit d'après (4) que le couple de galop et le couple de lacet sont nuls.

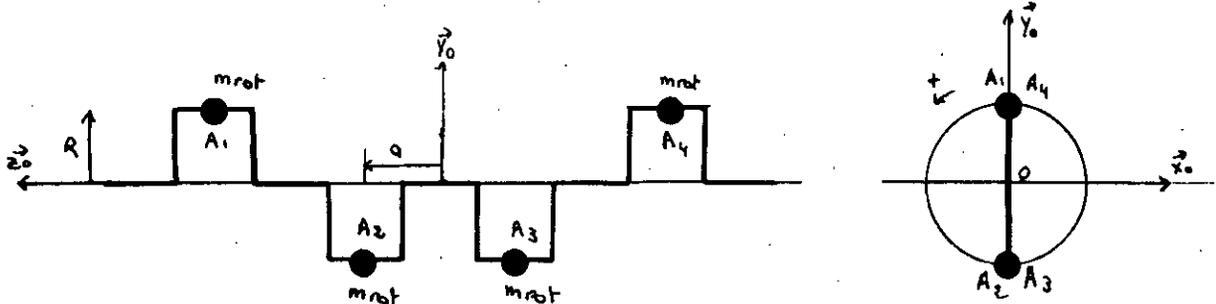


FIG 3.4

Vilebrequin symétrique par rapport au plan médian

### 3.3) Equilibrage des masses alternatives :

Considérons le système bielle manivelle.

La force d'inertie alternative est égale à :

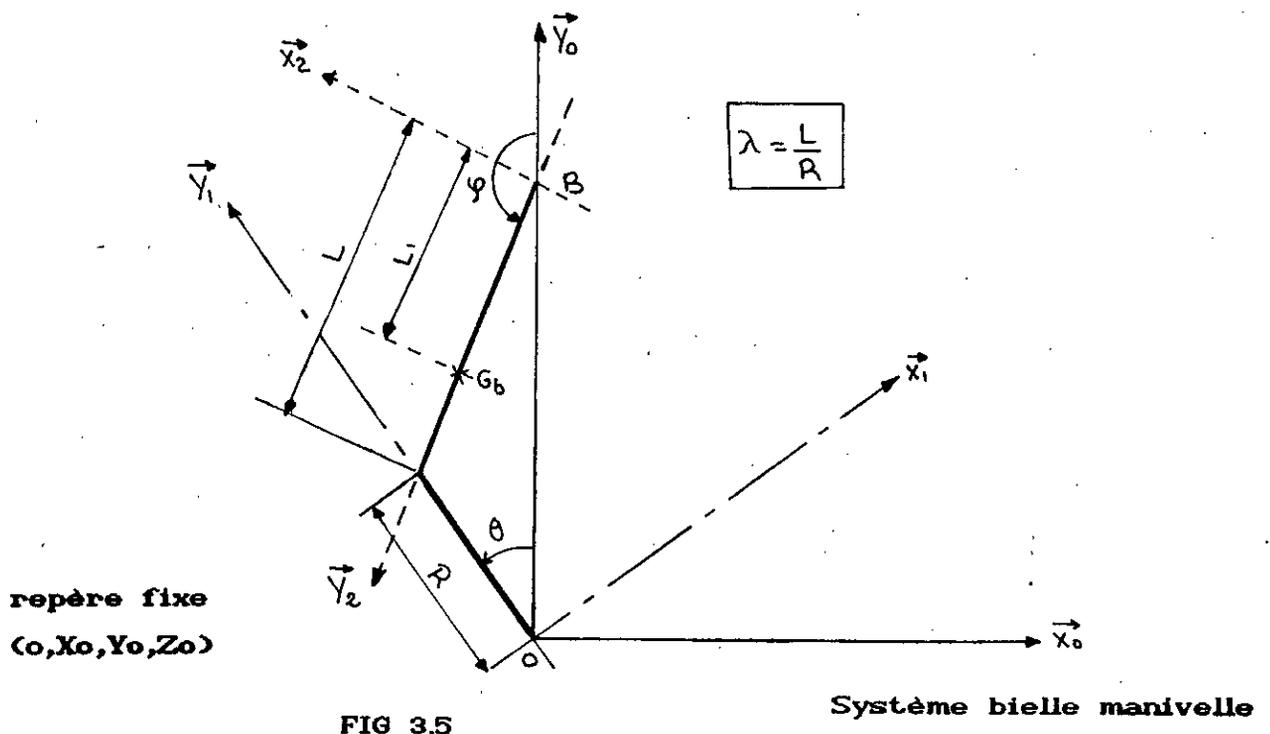
$$F_{ialt} = - m_{alt} \ddot{d}Y_0$$

avec

$m_{alt}$  : masse bielle + masse (piston + axe )

$\ddot{d}Y_0$  : accélération selon l'axe du piston

Cette force d'inertie alternative est périodique de période  $2\pi$  mais non sinusoïdale, la théorie ne nous permet pas de l'équilibrer sous cette forme, pour cela il faut la décomposer en une somme de forces sinusoïdales qui seront équilibrées séparément.



### 3.3.1) Développement en série de fourier:

$$d = R \cdot \cos(\theta) - L \cdot \cos(\varphi) = R \cdot (\cos(\theta) - \lambda \cos(\varphi))$$

$$\lambda = L/R$$

d'après la figure(3.5) on a :

L : longueur de la bielle.

R : rayon du coude.

$$d = \overrightarrow{OB}$$

$$\cos(\varphi) = - \sqrt{1 - \sin^2(\theta)/\lambda^2} = - \left( 1 - \frac{(\sin \theta)^2}{2\lambda^2} - \frac{(\sin \theta)^4}{8\lambda^4} - \frac{(\sin \theta)^6}{16\lambda^6} - \frac{5 \sin^8 \theta}{128 \lambda^8} - \dots \right)$$

d'où :

$$d = R (\cos(\theta) + \lambda - (1/2\lambda) \cdot \sin^2 \theta - (1/8\lambda^3) \cdot \sin^4 \theta - (1/16\lambda^5) \cdot \sin^6 \theta - (5/128\lambda^7) \cdot \sin^8 \theta - \dots) \quad (3.1)$$

Rappelons que:

$$\sin^2(\theta) = 1/2 \cdot (1 - \cos 2\theta)$$

$$\sin^4(\theta) = 1/8 \cdot (3 - 4 \cos 2\theta + \cos 4\theta)$$

$$\sin^6(\theta) = 1/16 \cdot (5 - (15/2) \cdot \cos 2\theta + 3 \cdot \cos 4\theta - 1/2 \cdot \cos 6\theta)$$

$$\sin^8(\theta) = 1/32 \cdot (35/4 - 14 \cdot \cos 2\theta + 7 \cdot \cos 4\theta - 2 \cdot \cos 6\theta + 1/4 \cdot \cos 8\theta)$$

En remplaçant  $\sin^2 \theta$ ,  $\sin^4 \theta$ ,  $\sin^6 \theta$  et  $\sin^8 \theta$  dans (3.1) et en dérivant on obtient :

$$\begin{aligned} \text{Fiatt} = \text{matt. } R \cdot \dot{\theta}^2 [ & \cos(\theta) + (1/\lambda + 1/4\lambda^3 + 15/128\lambda^5 + \\ & 35/512\lambda^7 + \dots) \cos(2\theta) - (1/4\lambda^3 + 3/16\lambda^5 + \\ & 35/256\lambda^7 + \dots) \cos(4\theta) + (9/128\lambda^5 + 45/512\lambda^7 + \dots) \cos(6\theta) \\ & - (5/256\lambda^7 + \dots) \cos(8\theta) + \dots + K_r \cos p\theta + \dots ] \vec{Y}_0 \quad (3.2) \end{aligned}$$

La force dont le terme est  $\cos(\theta)$  est la force d'inertie alternative d'ordre 1 ou effort de pilon d'ordre 1.

La force dont le terme est  $\cos(p\theta)$  est la force d'inertie alternative d'ordre p ou effort de pilon d'ordre p.

**3.2.2) Équilibrage d'un effort de pilon selon la théorie de l'équivalence entre une masse alternative et deux masses rotatives :**

D'après le paragraphe précédent on déduit que :

Effort de pilon d'ordre 1 :  $m_{alt} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos \theta$

Effort de pilon d'ordre 2 :  $m_{alt} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos 2\theta$  ( $1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots$ )

Les efforts de pilon d'ordre 4 et 6 existent mais leur effet sur la structure du moteur est négligeable donc on ne les équilibre pas.

a - équilibrage de l'effort de pilon d'ordre 1:

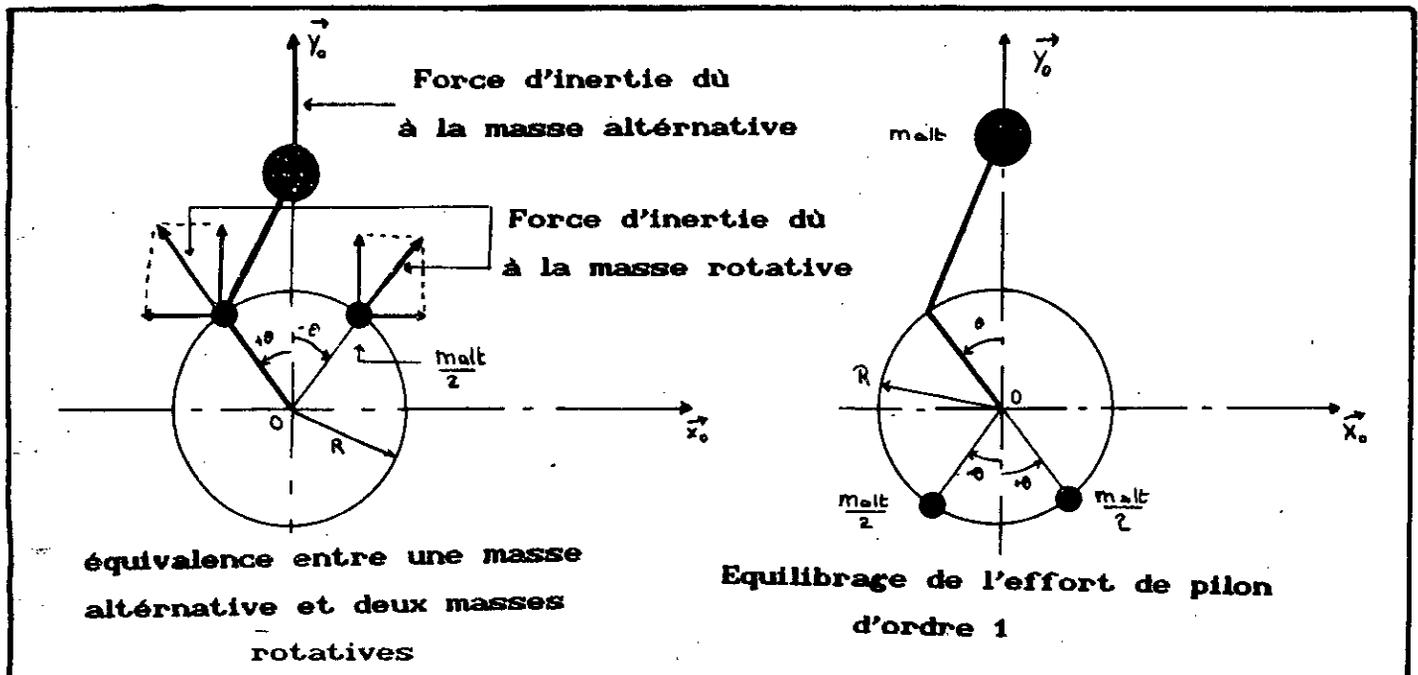


FIG 3.6

On peut imaginer cette équivalence par les nombres complexes.  
La force d'inertie alternative d'ordre 1 est :

$$m_{alt} R \dot{\theta}^2 \cos\theta \quad \text{avec} \quad \cos(\theta) = (e^{i\theta} + e^{-i\theta}) / 2$$

Elle est donc composée de deux forces :

$$(m_{alt}/2) R \dot{\theta}^2 e^{i\theta} \quad \text{et} \quad (m_{alt}/2) R \dot{\theta}^2 e^{-i\theta}$$

Donc pour équilibrer l'effort de pilon d'ordre 1 il faut placer deux masselottes d'égales valeurs  $(m_{alt}/2)$  en opposition avec le mouvement du piston (fig 3.6).

b - Equilibrage de l'effort de pilon d'ordre 2

Il vaut :

$$\begin{aligned} & (1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots) m_{alt} R \dot{\theta}^2 \cos(2\theta) \\ & = (1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots) m_{alt} / 2 R \dot{\theta}^2 (e^{2i\theta} + e^{-2i\theta}) \end{aligned}$$

Pour l'équilibrer parfaitement il faut placer 2 masselottes d'égales valeurs en opposition avec le mouvement du piston l'un tournant à  $2\theta$  et l'autre à  $-2\theta$ .

La masse de chaque masselotte sera égale à :

$$(1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots) m_{alt} / 8$$

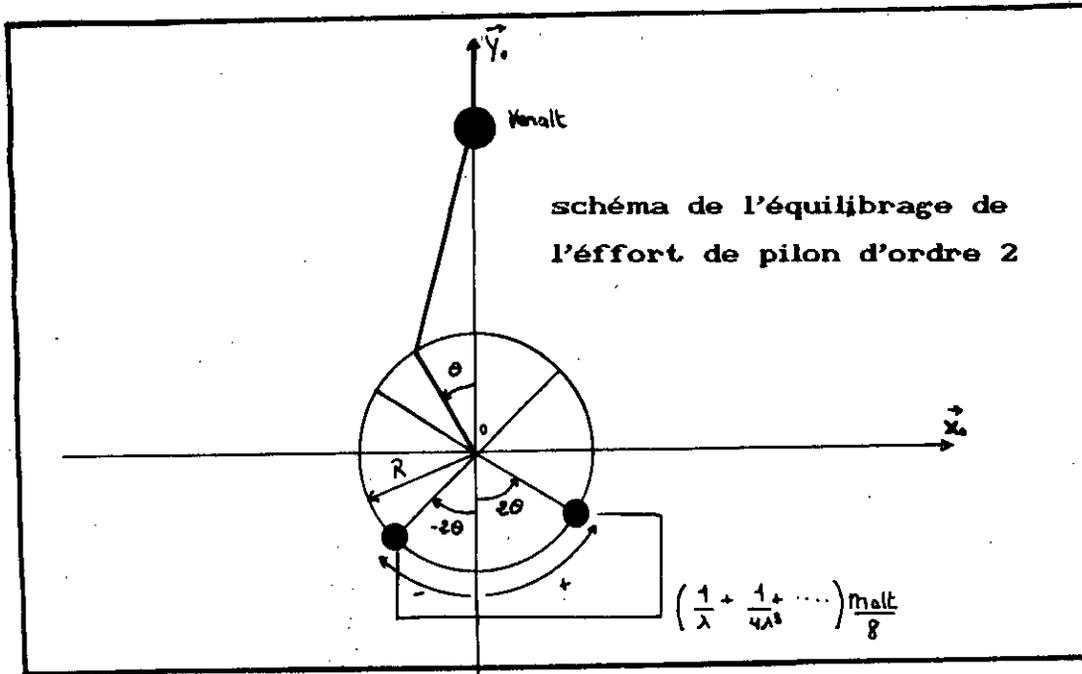


FIG 3.7

Le même procédé est utilisé pour équilibrer les efforts de pilon d'ordre p .

### 3.3.3) Équilibrage des moteurs n cylindres en ligne 4 temps.

Dans le paragraphe précédent on raisonnait pour le système bielle manivelle donc pour un seul cylindre.

Pour n cylindres :

a - Effort de pilon d'ordre 1 :

$$\begin{aligned}
 & m \cdot a \cdot l \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 [\cos(\theta) + \cos(\theta + 4\pi/n) + \dots + \cos(\theta + j \cdot 4\pi/n) + \dots \\
 & + \cos(\theta + (n-1) \cdot 4\pi/n)] = \sum_{j=0}^{n-1} m \cdot a \cdot l \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos(\theta + j \cdot 4\pi/n) \\
 & = m \cdot a \cdot l \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \frac{\sin(2\pi)}{\sin(2\pi/n)} \cdot \cos[\theta + (n-1)/n \cdot 2\pi]
 \end{aligned}$$

Deux cas peuvent se présenter :

1er cas :  $\sin(2\pi/n) \neq 0$  c'est à dire  $2\pi/n \neq k\pi$

$\forall k$  entier  $\rightarrow k \neq 2/n$ .

Donc ce cas l'effort de pilon d'ordre 1 vaut :

$$\text{constante} \cdot \sin(2\pi) = 0$$

2ème cas :  $\sin(2\pi/n) = 0$   $k = 2/n$   $\forall k$  entier.

Dans ce cas on aura :

$$\sum_{j=0}^{n-1} \text{malt.} R \cdot \theta^2 \cdot \cos(\theta + j 4\pi/n)$$

$$\text{avec } 4\pi/n = (4\pi)/(2/k) = 2k\pi$$

Dans notre cas c à d un moteur 4 cylindres en ligne 4 temps :  $n = 4$

On aura donc :

$$k = 2/n \quad \text{et} \quad k \text{ entier}$$

$k = 1/2$  c'est impossible l'effort de pilon d'ordre 1 est nul.

Représentation graphique :

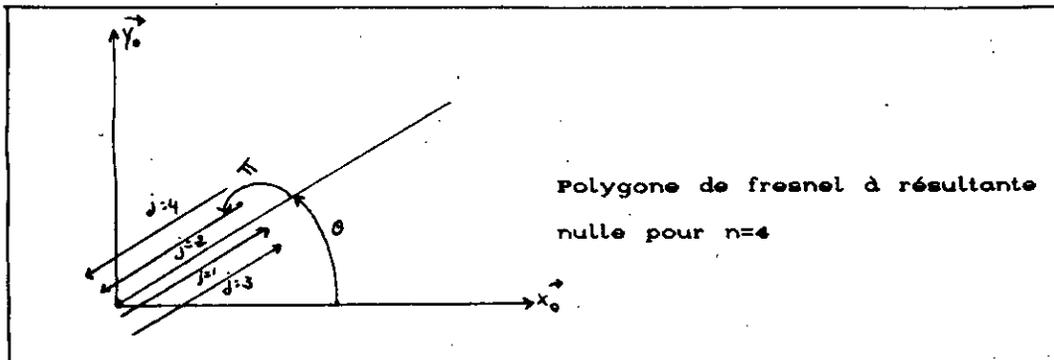


FIG 3.8.

D'après la figure (3.8) on remarque que le polygone de fresnel est fermé à quatre cotés égaux; donc la résultante est nulle, car les manetons sont calés à  $4\pi/n = 4$

b - Effort de pilon d'ordre 2 :

D'après la formule (3.2) on déduit que l'effort de pilon d'ordre p pour un monocylindre est égal à :

$$k_p \cdot \text{malt.} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos(p\theta)$$

L'effort de pilon d'ordre p pour un multicylindre sera égal à :

$$\sum_{j=0}^{n-1} K_p \cdot \text{malt.} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos(p(\theta + j \cdot 4\pi/n)) =$$

$$K_p \cdot \text{malt.} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \frac{\sin(2\pi \cdot p)}{\sin(2\pi \cdot p/n)} \cdot \cos p(\theta + (n-1)/n) \cdot 2\pi$$

1er cas :  $\sin(2\pi p/n) \neq 0$      $k \neq 2p/n$      $\forall k$  entier

L'effort de pilon d'ordre p vaut : constante  $\cdot \sin(2\pi p) = 0$

2ème cas :  $\sin(2\pi p/n) = 0$      $k = 2p/n$      $\forall k$  entier

$$\sum_{j=0}^{n-1} K_p \cdot \text{malt.} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos(p(\theta + j \cdot 4\pi/n)) \quad \text{avec} \quad 4\pi/n = 2K\pi/p$$

L'effort de pilon d'ordre p devient :

$$\sum_{j=0}^{n-1} K_p \cdot \text{malt.} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos(p\theta + j \cdot 2k\pi) = n \cdot k_p \cdot \text{malt.} \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos(p\theta)$$

pour  $p = 2$  et  $n = 4$

On aura :

$k = 2p/n$  avec  $k$  entier

$k = 1$  c'est possible

L'effort de pilon d'ordre 2 sera égal à  $n$  fois l'effort de pilon d'ordre  $p$  du monocylindre donc :

$$4(1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots).m.a.l.t. R.\dot{\theta}^2 . \cos(2\theta)$$

### 3.3.4) Equilibrage de l'effort de pilon d'ordre 2 par la méthode de LANCHASTER.

La masse de chaque masselotte pour  $n$  cylindres en ligne 4 temps est égal à  $n$  fois la masse de chaque masselotte du monocylindre donc si pour un monocylindre chacune des 2 masses d'équilibrage valent :

$$(1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots).m.a.l.t./8$$

Alors pour un moteur 4 cylindres en ligne 4 temps chacune des masses d'équilibrage valent :

$$4 (1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots).m.a.l.t./8 = (1/\lambda + 1/4\lambda^3 + \dots).m.a.l.t./2$$

La position des masses par rapport à un tour du vilebrequin est indiquée en annexe 4.

### 3.4) Dimensionnement de l'équilibreur dynamique :

L'équilibreur dynamique est une solution technologique pour l'équilibrage des efforts de pilon de deuxième ordre .

Les deux masses rotatives sont reliés entre elles par des pignons qui les font tourner en sens contraire et avec une vitesse de rotation égale à  $2\theta$  (fig(3.9)).

La masse de chaque masselotte est égale à :

$$M = (1/\lambda + 1/\lambda^3 + \dots).m_{alt}/2 \quad (\text{Kg})$$

avec :

$$\lambda = R/L$$

R : le rayon du coude.

L : longueur de la bielle.

$m_{alt}$  = masse (bielle + piston )

Application numérique:

$$R = 60 \text{ mm}$$

$$L = 78 \text{ mm}$$

$$m_{alt} = 3,517 \text{ Kg}$$

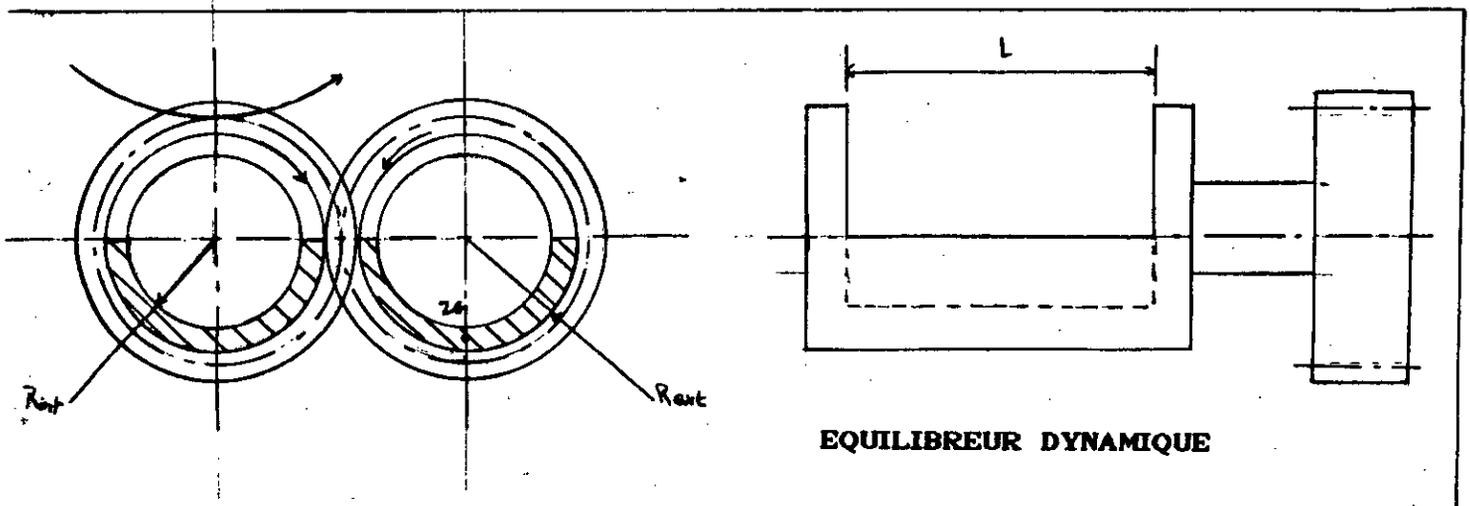


FIG 3.9

Pour notre application on aura :

$$M = 1,55 \text{ Kg}$$

La position du centre de gravité de chaque masselottes par rapport au centre de rotation doit être égale à R ( rayon du coude du vilbrequin ).

$$ZG = R$$

Connaisant le rayon interieur  $R_i$  et  $ZG$  on déterminera le rayon extérieur  $R_e$ .

Par hypothèse :

$$R_i = 89 \text{ mm .}$$

On trouve :

$$R_e = 99,4 \text{ mm}$$

$$l = 64,56 \text{ mm ( longueur de chaque masselotte )}$$

Le résultat trouvé et la conception initiale des masselottes sont approximativement similaires.

**4) RECHERCHE DES VITESSES DANGEREUSES ET DEFORMEES MODALES DE LA CHAINE CINEMATIQUE :**

**4.1) Moteur seul :**

Nous avons retenu le modèle à 3 disques par coude du vilebrequin, le disque 1 représente la poulie, le disque 2 le pignon intermédiaire et l'arbre à cône, le disque 15 le volant moteur.

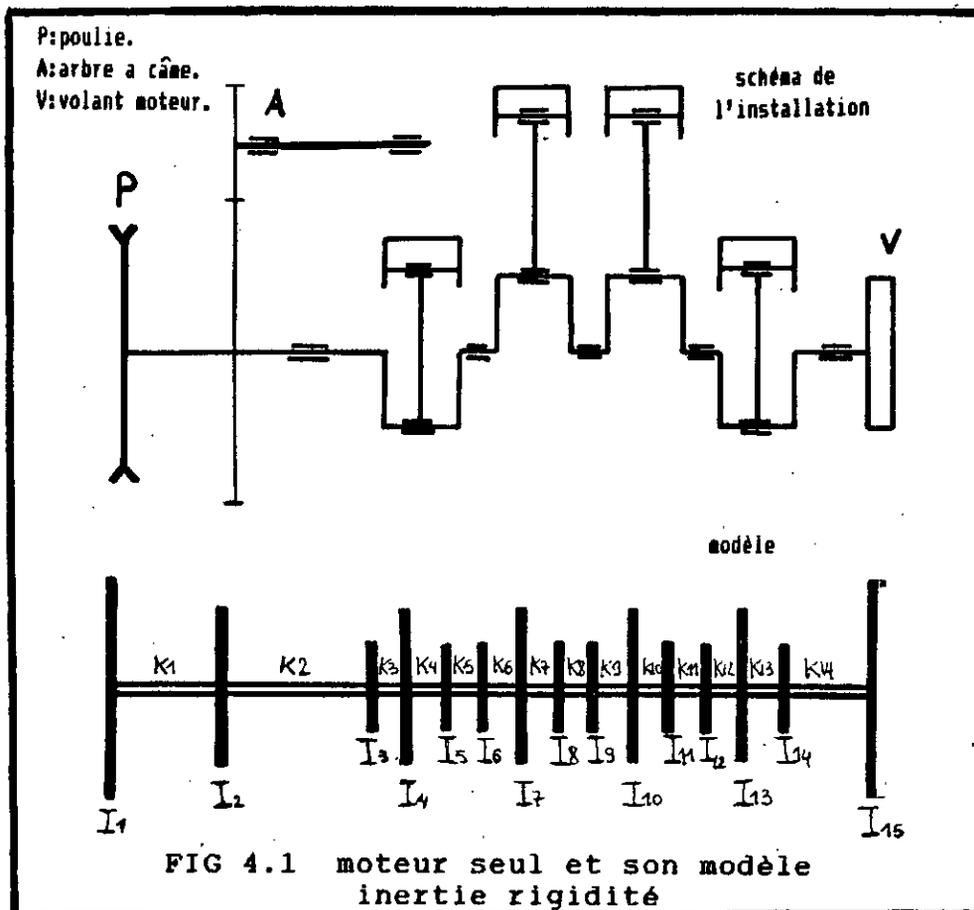
Caractéristiques du moteur F4L912 :

Vilebrequin maillé à plat ; Ordre d'allumage : 1.3.4.2

Vitesse de rotation du moteur (tr/min)  $N_{max} = 2300$ ,  $N_{min} = 600$

Masse du piston  $m_p = 1,727$  (Kg)

Masse de la bielle  $m_b = 1,790$  (Kg)



disques	Inertie I (kg.m <sup>2</sup> )	N° arbre	Rigidité K (N.m/rd)
1	0,019	1	2,4 . 10 <sup>6</sup>
2	0,0112	2	3,840 . 10 <sup>6</sup>
3	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	3	2 . 10 <sup>6</sup>
4	7,9 . 10 <sup>-3</sup>	4	2 . 10 <sup>6</sup>
5	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	5	5,085 . 10 <sup>6</sup>
6	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	6	2 . 10 <sup>6</sup>
7	7,9 . 10 <sup>-3</sup>	7	2 . 10 <sup>6</sup>
8	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	8	5,085 . 10 <sup>6</sup>
9	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	9	2 . 10 <sup>6</sup>
10	7,9 . 10 <sup>-3</sup>	10	2 . 10 <sup>6</sup>
11	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	11	5,085 . 10 <sup>6</sup>
12	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	12	2 . 10 <sup>6</sup>
13	7,9 . 10 <sup>-3</sup>	13	2 . 10 <sup>6</sup>
14	31,75 . 10 <sup>-3</sup>	14	2,55 . 10 <sup>6</sup>
15	0,57		

#### INERTIES ET RIGIDITES TORSIONNELLES DU MOTEUR

On recherche les pulsations naturelles (propres) de vibration permettant de déduire les fréquences de rotation critiques pour un mode donné, ainsi que les amplitudes relatives de torsion (déformées modales) des n disques pour q modes du modèle de la Fig (4.1) .

Les disques 4, 7, 10 et 13 représentent les inerties des équipages mobiles (pistons et bielles) et les tronçons d'arbre 5, 8 et 11 les rigidités des tourillons.

4.1.1) Hypothèses :

- Le système obéit à la loi de Hooke (les déformations sont proportionnelles aux efforts) .
- Seules les déformations de torsion sont prises en compte .
- Le système est conservatif .
- L'axe de rotation est un axe du référentiel fixe .
- Les centres de gravité des disques appartiennent à l'axe de rotation .
- Les paliers seront considérés comme des liaisons de types rotoïdes (pivot), ou verrou ( pivot glissant ) parfaites ;
- Les moments des actions mécaniques des paliers sur l'arbre ont une composante nulle sur l'axe de rotation .

4.1.2) Fréquences propres :

Le moteur assimilé à un ensemble de disques (fig.4.1), joue un rôle d'un ressort de torsion de raideur K et dont la rotation relative des disques vaut  $\theta_i - \theta_{i-1}$  .

- Force vive du système :

$$2 \cdot T = \sum_{i=1}^{i=n} I_i \dot{\theta}_i^2 \quad (4.1)$$

- Fonction de force :

$$U = - (K_1/2) (\theta_1 - \theta_2)^2 - \sum_{i=2}^{i=n-2} (K_i/2) \cdot (\theta_i - \theta_{i+1})^2 - (K_{n-1}/2) \cdot (\theta_{n-1} - \theta_n)^2$$

4.1.3) Equation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_i} = \frac{\partial U}{\partial \theta_i} \quad (4.2)$$

Nous déduisons le système différentiel du second ordre, à coefficients constants sans second membre :

$$I_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + K_1 \cdot \theta_1 - K_1 \cdot \theta_2 = 0$$

$$I_i \cdot \ddot{\theta}_i - K_{i-1} \cdot \theta_{i-1} + (K_{i-1} + K_i) \cdot \theta_i - K_i \cdot \theta_{i+1} = 0 \quad \forall i \in [2, n-1] \quad (4.3)$$

$$I_n \cdot \ddot{\theta}_n - K_{n-1} \cdot \theta_{n-1} + K_{n-1} \cdot \theta_n = 0$$

avec  $\ddot{\theta}_i = d^2 \theta_i / dt^2$

Le système différentiel (4.3) peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[I] \cdot (\ddot{\theta}) + [K] (\theta) = 0 \quad (4.4)$$

avec [I] matrice carrée des inerties :

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 & & 0 \\ & I_2 & \\ & \dots & \\ 0 & & I_n \end{bmatrix}$$

[K] matrice carrée des rigidités :

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & & & & & 0 \\ -K_1 & K_1+K_2 & -K_2 & & & & \\ & -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 0 & & & & & & -K_{n-1} & K_{n-1} \end{bmatrix}$$

et  $(\theta) = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$

$(\theta) = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$

Les déformations étant proportionnelles aux efforts, la solution de cette équation matricielle est de la forme :

$$(\theta) = (A) \cdot \sin(\omega t + \phi) \tag{4.5}$$

Avec :

$$(A) = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

En effet pour un mode donné tous les disques vibrent en phase et à la même pulsation. En reportant cette solution dans l'équation matricielle, nous obtenons :

$$- [M] \cdot (A) \cdot \omega^2 + [K] \cdot (A) = 0$$

Soit :

$$\left[ -[\Pi] \cdot w^2 + [K] \right] \cdot \langle A \rangle = 0$$

Ou encore :

$$\left[ -[\Pi]^{-1} \cdot [\Pi] \cdot w^2 + [\Pi]^{-1} \cdot [K] \right] \cdot \langle A \rangle = 0 \quad (4.6)$$

La solution  $\langle A \rangle = 0$  est à rejeter. Donc si l'on désigne par  $[\Pi]$  la matrice unité, les valeurs de  $w^2$  sont données par :

$$[\Pi] \cdot w^2 = [\Pi]^{-1} \cdot [K]$$

Donc les valeurs de  $w^2$  cherchées sont les valeurs propres de la matrice :

$$[C] = \begin{bmatrix} K_1/I_1 & -K_1/I_1 & & & & & & & & 0 \\ -K_1/I_2 & (K_1+K_2)/I_2 & & & & & & & & -K_2/I_2 \\ & & -K_2/I_3 & & & & & & & (K_2+K_3)/I_3 & -K_3/I_3 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & & & & & & & & & -K_{n-1}/I_n & K_{n-1}/I_n \end{bmatrix}$$

Pour la résolution de la matrice  $[C]$  nous avons choisi le logiciel 'M A T L A B' (disponible au département) .

Les 3 premières pulsations propres obtenus pour notre système "moteur seul" sont :

$$\begin{aligned} w_0 &= 0 & w_3 &= 52090 \text{ tr/min.} \\ w_1 &= 13040 \text{ tr/min.} \\ w_2 &= 33020 \text{ tr/min.} \end{aligned}$$

On est ramené à rechercher les vitesses de rotation du moteur pour lesquelles le couple moteur est susceptible d'exiter un mode propre .

Le couple exercé sur la manivelle du vilebrequin s'exprime par :

$$C_i(t) = C_{im} + \sum_q D_{iq} \cdot \sin ( q \cdot \Omega t + \phi_{iq} )$$

Où :

- $\Omega$  : est la vitesse de rotation du moteur .
- $q$  : est l'ordre du couple harmonique d'amplitude  $D_{iq}$
- $C_{im}$  : est le couple moyen .

La vitesse du moteur, pourra donc être considérée comme dangereuse s'il existe l'harmonique  $q$  tel que :

$$q \cdot \Omega \neq w_i$$

Pour un moteur 4 cylindres en ligne et pour un ordre d'allumage 1.3.4.2, les harmoniques les plus dangereuses sont :

$$q = 2,4,6,8,10$$

En pratique la prospection ne porte que sur les 18 premiers harmoniques d'où  $q = 2,4,6,8$

Vis à vis du 1er mode ( $w_1 = 13040 \text{ tr/min}$ ), les vitesses critiques sont celles qui sont comprises dans la plage de fonctionnement du moteur soit :

$$2 \cdot \Omega \neq 13040 \text{ ou } 4 \cdot \Omega \neq 13040 \text{ ou } 6 \cdot \Omega \neq 13040 \text{ ou } 8 \cdot \Omega \neq 13040 \text{ tr/min.}$$

Cette recherche revient à tracer le diagramme de "Compbell" pour le mode n°1 .

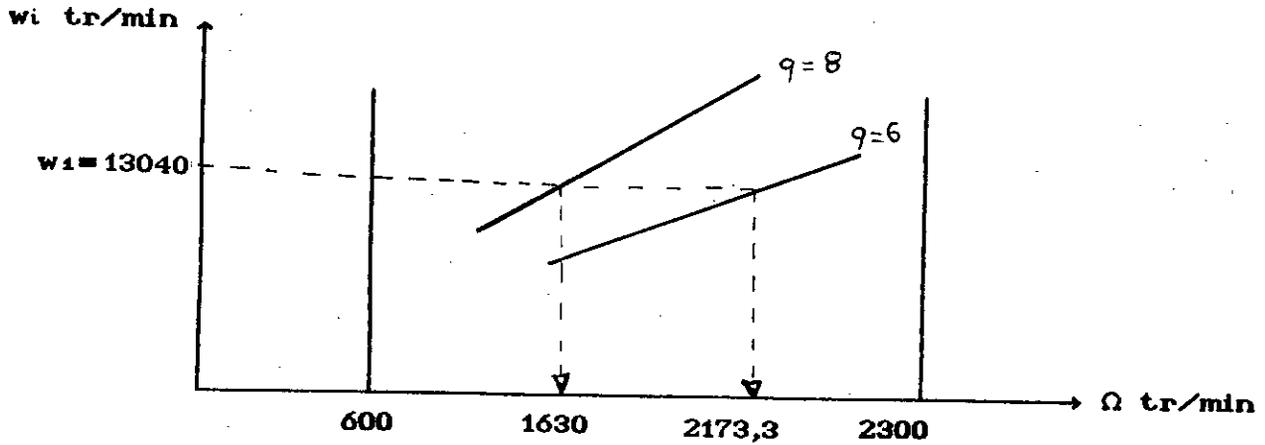


FIG 4.1.a diagramme de Compbell pour le calcul des vitesses dangereuses.

Pour  $q = 8 \Rightarrow \Omega_1 = 13040 / 8 = 1630 \text{ tr/min}$

Pour  $q = 6 \Rightarrow \Omega_2 = 13040 / 6 = 2173,3 \text{ tr/min}$

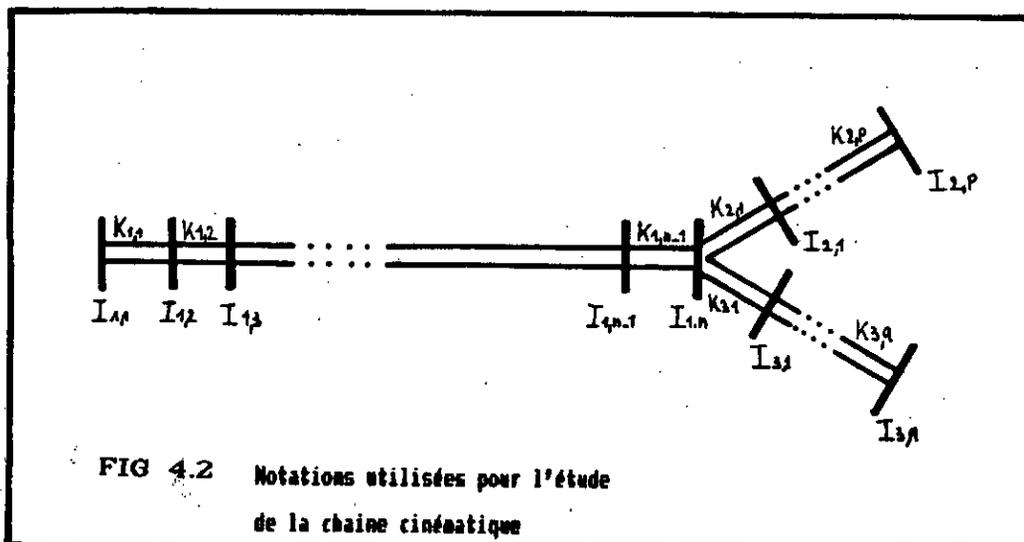
Pour le mode n°2, nous avons  $\omega_2 > 8.2300 \text{ tr/min}$ , il n'est donc pas nécessaire de rechercher les autres harmoniques dangereux pour les modes supérieurs au 1er.

Tableau I: Harmoniques dangereuses et vitesses dangereux pour le 1 <sup>er</sup> mode		
Harmonique dangereux	8	6
Vitesses dangereuses (tr/min)	1630	2173,33

4.2> CHAINE CINEMATIQUE :

Le modèle de la chaîne cinématique totale comprend les moments d'inertie des disques, les rigidités torsionnelles des tronçons. Les rotations des disques sont affectés de deux indices, le premier indice indique le numéro de la branche, le second l'emplacement de l'élément dans cette branche. Les branches 1,2,3 comportent n,p et q disques (voir fig (4.2)) .

Les nombres p et q sont les mêmes pour tous les rapports de vitesse. Le nombre n est fixé selon le rapport de vitesse choisi (S,L K,R).



4.2.1) Equation du mouvement du disque placé au noeud de ramification :

Les hypothèses sont identiques à celles exposées au paragraphe IV.1.1 . L'énergie de ce disque a pour expression :

$$T = 1/2 ( I_{1,n} . \dot{\theta}_{1,n}^2 )$$

La fonction de force des ressorts de torsion agissant sur ce disque est :

$$U = -K_{1,n-1} / 2 . (\theta_{1,n-1} - \theta_{1,n})^2 - K_{2,1} / 2 . (\theta_{1,n} - \theta_{1,2})^2 - K_{3,1} / 2 . (\theta_{1,n} - \theta_{1,3})^2 .$$

L'équation du mouvement du disque est obtenue par l'équation de Lagrange relative au paramètre  $\theta_{1,n}$  :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_{1,n}} - \frac{\partial T}{\partial \theta_{1,n}} - \frac{\partial U}{\partial \theta_{1,n}} = 0$$

Soit :

$$I_{1,n} . \ddot{\theta}_{1,n} - K_{1,n-1} . \theta_{1,n-1} + (K_{1,n-1} + K_{2,1} + K_{3,1}) . \theta_{1,n} - K_{2,1} . \theta_{1,2} - K_{3,1} . \theta_{1,3} = 0$$

4.2.2) Système différentiel :

Les équations du mouvement des autres disques sont obtenues comme au paragraphe 4.1.2

$$I_{1,1} \cdot \ddot{\theta}_{1,1} + K_{1,1} \cdot \theta_{1,1} - K_{1,2} \cdot \theta_{1,2} = 0$$

.....

$$I_{1,i} \cdot \ddot{\theta}_{1,i} - K_{1,i} \cdot \theta_{1,i-1} + (K_{1,i-1} + K_{1,i}) \cdot \theta_{1,i} - K_{1,i} \cdot \theta_{1,i+1} = 0$$

$$\forall i \in [2, n-1]$$

.....

$$I_{1,n} \cdot \ddot{\theta}_{1,n} - K_{1,n-1} \cdot \theta_{1,n-1} + (K_{1,n-1} + K_{2,1} + K_{3,1}) \cdot \theta_{1,n} - K_{2,1} \cdot \theta_{2,1} - K_{3,1} \cdot \theta_{3,1} = 0$$

$$I_{2,1} \cdot \ddot{\theta}_{2,1} - K_{2,1} \cdot \theta_{1,n} + (K_{2,1} + K_{2,2}) \cdot \theta_{2,1} - K_{2,2} \cdot \theta_{2,2} = 0$$

.....

$$I_{2,i} \cdot \ddot{\theta}_{2,i} - K_{2,i} \cdot \theta_{2,i-1} + (K_{2,i} + K_{2,i+1}) \cdot \theta_{2,i} - K_{2,i+1} \cdot \theta_{2,i+1} = 0$$

$$\forall i \in [2, p-1]$$

.....

$$I_{2,p} \cdot \ddot{\theta}_{2,p} - K_{2,p} \cdot \theta_{2,p-1} + K_{2,p} \cdot \theta_{2,p} = 0$$

$$I_{3,1} \cdot \ddot{\theta}_{3,1} - K_{3,1} \cdot \theta_{1,n} + (K_{3,1} + K_{3,2}) \cdot \theta_{3,1} - K_{3,2} \cdot \theta_{3,2} = 0$$

.....

$$I_{3,i} \cdot \ddot{\theta}_{3,i} - K_{3,i} \cdot \theta_{3,i-1} + (K_{3,i} + K_{3,i+1}) \cdot \theta_{3,i} - K_{3,i+1} \cdot \theta_{3,i+1} = 0$$

$$\forall i \in [2, q-1]$$

.....

$$I_{3,q} \cdot \ddot{\theta}_{3,q} - K_{3,q} \cdot \theta_{3,q-1} + K_{3,q} \cdot \theta_{3,q} = 0$$

4.2.3) Matrices d'inertie et rigidité :

$$[M] = \begin{bmatrix} I_{1,1} & & & & & & & & 0 \\ & I_{1,n} & & & & & & & \\ & & I_{2,1} & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & I_{2,p} & & \\ & & & & & & & I_{3,1} & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & I_{3,q} \\ 0 & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice [K] de rigidité, symétrique, n'est pas une matrice tridiagonale, comme celle obtenue pour les lignes d'arbre non ramifiées .

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{1,1} & -K_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{1,1} & K_{1,1}+K_{1,2} & -K_{1,2} & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & & & K_{1,n-1} & & & & & & \\ 0 & -K_{1,n-1} & +K_{2,1} & -K_{2,1} & 0 & 0 & K_{2,1} & 0 & 0 & 0 \\ & & +K_{2,1} & & & & & & & \\ 0 & 0 & -K_{2,1} & K_{2,1} & -K_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & +K_{2,2} & & & & & & \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{2,p} & K_{2,p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{3,1} & 0 & 0 & 0 & K_{3,1} & -K_{3,2} & 0 & 0 \\ & & & & & & +K_{3,2} & & & \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{3,q} & K_{3,q} & 0 \end{bmatrix}$$

4.2.4) Fréquences propres :

Les pulsations propres de la ligne d'arbre ramifiée sont égales aux racines carrées des valeurs propres de la matrice :

$$[C] = [M]^{-1} \cdot [K]$$

Pour la résolution de la matrice [C] nous avons choisi le logiciel "MATLAB" qui est bien adapté pour ce genre de calcul .

La chaine cinématique est composée du moteur de la boite de vitesse du pont arrière et des roues. Son modèle globale est montré à la figure (2.16), avec le rapport de vitesse 2ème route .

Les résultats obtenus (pulsations propres et déformées modales) pour les autres rapports de vitesse (1S,3S,1L,2L,3L,1R,2R,3R,1K,2K,3k) sont résumés en annexe 7 et 8.

Pour le rapport de vitesse 2ème route (2S) de la chaine cinématique non équipée de l'équilibreur dynamique, les 7 premières pulsations propres sont :

$\omega_0 = 0$	tr/min	$\omega_4 = 4200$	tr/min
$\omega_1 = 800$	tr/min	$\omega_5 = 13100$	tr/min
$\omega_2 = 800$	tr/min	$\omega_6 = 18100$	tr/min
$\omega_3 = 3800$	tr/min	$\omega_7 = 33100$	tr/min

$\omega_7 > 8 \cdot 2300$  tr/min, il n'est donc pas nécessaire de rechercher les vitesses dangereuses pour les modes supérieurs au 7ème.

Les vitesses dangereuses relatives aux harmoniques  $q = 2,4,6,8$  sont résumées dans le tableau suivant :

$\omega_i$ tr/min	$q = 2$	$q = 4$	$q = 6$	$q = 8$
0	0	0	0	0
800				
800				
3800	1900	950	633,3	
4200	2100	1050	700	
13100			2183,33	1637,5
18100				2262,5
33100				

4.3) Moteur couplé à l'équilibreur dynamique :

4.3.1) Fréquences propres :

Les fréquences propres se calculent de la même manière que pour le moteur seul sauf qu'il y'a une inertie supplémentaire rajoutée à  $I_z$  (voir annexe 4) due à la présence de l'équilibreur dynamique, le nombre total des disques reste inchangé (15 disques).

Les 2 premières fréquences propres sont :

$$\omega_0 = 0$$

$$\omega_1 = 11230 \text{ tr/min}$$

$$\omega_3 = 29280 \text{ tr/min}$$

Pour le premier mode on enregistre 2 vitesses dangereuses dans la plage de fonctionnement du moteur pour les harmoniques 6 et 8 .

$$\Omega_1 = 1871,6 \text{ tr/min} \quad \text{et} \quad \Omega_2 = 1403,75 \text{ tr/min}$$

Pour le 2ème mode on n'enregistre aucune vitesse dangereuse puisque :  $\omega_2 > 8 \cdot 2300 \text{ tr/min}$ .

Par rapport au cas du moteur seul, la 1ère pulsation propre a diminué passant de 13040 à 11230 tr/min, ceci est dû à l'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique ( $\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{I}}$ ). Pour le 1er mode des vitesses dangereuses restent toujours dans la plage de fonctionnement du moteur.

#### 4.4) CHAINE CINEMATIQUE AVEC EQUILIBREUR DYNAMIQUE :

La chaîne cinématique est la même que celle établie au paragraphe (4.2) sauf que la présence de l'équilibreur fait augmenter l'inertie du pignon intermédiaire-arbre à came. Les pulsations propres obtenues avec la même matrice :

$$[C] = [M]^{-1} \cdot [K]$$

sauf que la différence est au niveau de l'élément  $M(2,2)$  due à la présence de cet équilibreur. La matrice de rigidité  $[K]$  reste inchangée.

Pour la même version de pneu et pour le modèle à un disque pour le pneumatique, les 7 premières pulsations propres pour la 2ème route sont :

$\omega_0 = 0$	tr/min	$\omega_4 = 4200$	tr/min
$\omega_1 = 600$	tr/min	$\omega_5 = 13100$	tr/min
$\omega_2 = 800$	tr/min	$\omega_6 = 14400$	tr/min
$\omega_3 = 3800$	tr/min	$\omega_7 = 29500$	tr/min

Les vitesses dangereuses relatives aux harmoniques  $q = 2, 4, 6, 8$  sont resumées dans le tableau suivant :

$\omega$ tr/min	$q = 2$	$q = 4$	$q = 6$	$q = 8$
0	0	0	0	0
800				
800				
3800	1900	950	633,3	
4200	2100	1050	700	
11300			1883,33	1412,5
18100				2262,5
29500				

Pour la chaine cinématique avec équilibreur dynamique, des vitesses dangereuses n'existent qu'à partir de la 3ème fréquence propre, et il en est de même pour le cas de la chaine cinématique avec équilibreur dynamique, les résultats sont sensiblement les mêmes pour les deux cas .

#### 4.5) CONCLUSION :

Les calculs menés pour le moteur seul, puis avec l'équilibreur dynamique montrent que pour la deuxième situation, même si l'équilibreur dynamique vue sa fonction n'a pas une grande influence sur les pulsations propres de torsion du moteur, son inertie est ajouté au niveau du pignon intermediaire-arbre à c me mais n'entrainant aucune modification des rigidités dans cette partie de la ligne d'arbre .

En examinant la première pulsation propre, on remarque qu'il y'a deux vitesses dangereuses dans la plage de fonctionnement du moteur plus basses mais proches de celles données par le moteur seul ( $\omega_{1m} > \omega_{1m+6q}$  ;  $\omega_{2m} > \omega_{2m+6q}$ ).

Pour l'étude de toute la chaîne cinématique, on remarque que seulement la 5ème et la 7ème pulsation propre ( $\omega$  passant de 13100 à 11300 tr/min) qui seront modifiées, car l'inertie de l'équilibreur rajouté est relativement négligeable par rapport aux autres inerties de la chaîne. De même les rigidités représentant le moteur sont élevées, (de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd) par rapport aux autres rigidités de la chaîne (de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd), on peut dir alors que le vilebrequin vibre comme un seul bloc.

En conclusion, si nous prenons les différents cas étudiés : moteur seul, moteur avec équilibreur, chaîne cinématique et chaîne cinématique avec équilibreur dynamique, on aura :

1) Moteur seul :

Deux vitesses critiques (dans la plage de fonctionnement du moteur) :  $\Omega_1 = 2173,33$  tr/min et  $\Omega_2 = 13630$  tr/min

Il est alors nécessaire d'apporter des modifications à la ligne d'arbre pour rejeter les vitesses dangereuses en dehors des points de fonctionnement.

Ces modifications consistent en l'installation d'un "amortisseur de torsion" (Damper), pour amortir les vibrations de torsion qui prennent naissance dans la plage de fonctionnement du moteur.

**2) Moteur avec équilibreur dynamique :**

Deux vitesses critiques (dans la plage de fonctionnement du moteur)

$$\Omega_1 = 1871,66 \text{ tr/min et } \Omega_2 = 1403,75 \text{ tr/min}$$

Ces vitesses critiques sont proches de celles trouvées avec le moteur seul, nous remarquons que l'équilibreur dynamique a déplacé les vitesses critiques (influence due à son inertie), mais ne les a pas déplacé suffisamment pour les faire sortir de la plage de fonctionnement du moteur, donc nous pouvons dire à première vue que l'équilibreur n'a pas pour fonction première d'éliminer les vibrations de torsion de la ligne d'arbre (moteur), (le rôle de l'équilibreur dynamique est défini au chapitre 3). Dans ce cas aussi nous devons envisager l'adaptation d'un autre damper à cette ligne d'arbre.

**3) Chaîne cinématique :**

Nous remarquons que les pulsations qui donnent des vitesses dangereuses, sont celles du 3,4,5,6,7 et 8ème mode, or ces modes ne sont pas toujours atteints. Les modes les plus dangereux et qu'il faut toujours vérifier sont le 1er et le 2ème.

La chaîne cinématique comprend le moteur et la transmission, on étudiera donc les vibrations de torsion du modèle de cette configuration avec et sans Damper qui est déjà adapté au moteur seul.

4) chaîne cinématique avec équilibreur dynamique :

L'équilibreur dynamique ne modifie pratiquement pas les fréquences propres de la chaîne cinématique, seule la 5ème et la 7ème fréquence propre qui ont été légèrement modifiées (ce qui a déjà été expliqué) .

Dans ce cas aussi on étudiera les vibrations de torsion du modèle de la chaîne cinématique incluant le moteur muni de l'équilibreur dynamique et du Damper déjà adapté à ce moteur .

MOTEUR SEUL AVEC DAMPER :

On montre [7] que l'on obtient un amortissement optimum lorsque le damper est accordé au voisinage du mode propre à traiter c-à-d lorsque la pulsation propre du Damper est proche ici de  $\omega_1$ .

Pour le 1er mode  $\omega_1 = 13040$  tr/min connaissant l'inertie du Damper

$$I_d = I_{\text{anneau}} + I_{\text{moyeu}}$$

$$I_d = 0,2 \text{ (Kg.m}^2\text{)}$$

et sa pulsation propre  $\omega_d = 13040$  tr/min nous en deduisons sa rigidité .

$$K_d = \omega_d^2 \cdot I_d$$

$$K_d = 372564,9243 \text{ N.m/rd}$$

Les nouvelles pulsations propres trouvées (les 3 premières) avec le logiciel MATLAB sont :

$$\omega_0 = 0 \text{ tr/min}$$

$$\omega_1 = 840 \text{ tr/min}$$

$$\omega_2 = 14980 \text{ tr/min}$$

$$\omega_3 = 39370 \text{ tr/min}$$

Ainsi pour le 1<sup>er</sup> mode  $\omega_1$  (Damper installé) il n'existe pas de vitesses dangereuses dans la plage de fonctionnement du moteur .

CHAINE CINEMATIQUE AVEC DAMPER :

Comme pour le cas du moteur seul une inertie  $I_{damper}$  et une rigidité  $K_{damper}$  viennent s'ajouter au modèle global de la chaîne .

Les 6 premières pulsations propres de la chaîne équipée du Damper sont :

$\omega_0 = 0$  tr/min                       $\omega_3 = 3790$  tr/min                       $\omega_6 = 19230$  tr/min  
 $\omega_1 = 780$  tr/min                       $\omega_4 = 4200$  tr/min  
 $\omega_2 = 840$  tr/min                       $\omega_5 = 8240$  tr/min

Les vitesses dangereuses relatives aux harmoniques 2,4,6,8 sont résumées dans le tableau suivant :

$\omega_i$ tr/min	q = 2	q = 4	q = 6	q = 8
0	0	0	0	0
780				
840				
3790	1895	947,5	631,6	
4200	2100	1050	700	
8240		2060	1373,3	1030
19230				

On remarque qu'en installant le Damper les pulsations propres de la chaîne présentent une légère différence avec celles trouvées dans le cas de la chaîne sans Damper, les vitesses dangereuses sont aussi éloignées de la plage de fonctionnement pour le 1<sup>er</sup> et le 2<sup>ème</sup> mode néanmoins. Cependant il existe des vitesses dangereuses

pour les pulsations propres supérieures au 2ème mode. On remarque que le Damper qui a permis de déplacer la 1ère fréquence propre du moteur, n'a aucune influence sur la chaîne cinématique. Cela se comprend car le Damper est surtout utile pour le moteur au ralenti. En marche normale, l'inertie de la chaîne cinématique étant assez importante pour amortir les pulsations propres.

MOTEUR AVEC EQUILIBREUR ET DAMPER :

La ligne d'arbre reste dans ce cas inchangée, la même que celle du paragraphe (4.6), sauf qu'une inertie supplémentaire celle de l'équilibreur s'ajoute à celle de l'arbre à came-pignon intermédiaire. Les rigidités restent inchangées. Comme au paragraphe (4.6), on accorde un damper au voisinage du 1er mode  $\omega_1 = 11230$  tr/min.

L'inertie du damper étant :  $I_d = 0,2 \text{ Kg.m}^2$   
 sa pulsation propre est :  $\omega_d = 11230$  tr/min  
 sa rigidité est alors :  $K_d = \omega_d^2 \cdot I_d$   
 $K_d = 276316,16 \text{ N.m/rd}$ .

Les 3 premières pulsations propres trouvées sont :

- $\omega_0 = 0$
- $\omega_1 = 810$  tr/min
- $\omega_2 = 13170$  tr/min
- $\omega_3 = 30740$  tr/min.

Une fois de plus on remarque que l'équilibreur n'a aucune influence sur les pulsations propres du modèle puisqu'on trouve sensiblement les mêmes pulsations que celles du moteur avec damper.

CHAINE CINEMATIQUE AVEC DAMPER ET EQUILIBREUR :

Seulement une inertie supplémentaire celle de l'équilibreur vient s'ajouter à celle de l'arbre à came-pignon intermédiaire .

Les 8 premières pulsations propres trouvées sont :

$\omega_0 = 0$ tr/min	$\omega_3 = 3790$ tr/min	$\omega_6 = 17960$ tr/min
$\omega_1 = 760$ tr/min	$\omega_4 = 4200$ tr/min	$\omega_7 = 31280$ tr/min
$\omega_2 = 840$ tr/min	$\omega_5 = 8010$ tr/min	$\omega_8 = 34010$ tr/min

Les vitesses dangereuses sont résumées dans le tableau suivant :

$\omega_i$ tr/min	q = 2	q = 4	q = 6	q = 8
0	0	0	0	0
760				
840				
3790	1895	947,5	631,66	
4200	2100	1050	700	
8010		2002,5	1335	1001,25
17960				2245
31280				

On remarque là encore que l'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique au modèle de la chaîne cinématique avec damper ne présente pas une influence notable surtout pour les 4 premières pulsations propres .

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS PROPRES DU MOTEUR**

<b>Mode</b>	<b>Moteur seul</b>	<b>Moteur avec équilibriseur dynamique</b>	<b>Moteur avec Damper</b>	<b>Moteur avec équilibriseur dynamique et Damper</b>
$\omega_0$	0	0	0	0
$\omega_1$	13040	11230	840	810
$\omega_2$	33020	29280	14980	13170
$\omega_3$	52090	49290	39370	30740
$\omega_4$	68270	67130	39420	30840
$\omega_5$	101260	101122	64480	59910
$\omega_6$	115060	112980	98950	98950
$\omega_7$	158930	147690	144460	117260
$\omega_8$	171100	160550	119520	144460
$\omega_9$	182250	172768	161970	148160
$\omega_{10}$	227350	182930	179340	164510
$\omega_{11}$	230340	228790	193860	180710
$\omega_{12}$	235230	231990	228170	193860
$\omega_{13}$	239100	236180	233220	233220
$\omega_{14}$	276280	239360	236560	231330
$\omega_{15}$			276420	237680

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRES DE LA 2S (2ème route)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibreur et Damper
ω0	0	0	0	0
ω1	800	800	780	760
ω2	800	800	840	840
ω3	3800	3800	3790	3790
ω4	4200	4200	4200	4200
ω5	13100	11300	8240	8010
ω6	18100	18100	19230	17960
ω7	33100	29500	34010	31280
ω8	52300	49300	36330	34010
ω9	68200	67100	54350	49780
ω10	101200	101200	69090	67250
ω11	106300	106300	72390	72390
ω12	115000	112900	101210	101210
ω13	135300	135300	119470	118720
ω14	158800	147600	158870	148230
ω15	171000	160500	171030	160500
ω16	182200	172700	179310	172680
ω17	207300	182800	182100	179310
ω18	227200	207300	212380	182840
ω19	230200	228700	227250	212380
ω20	235100	231900	230230	228670
ω21	239000	236100	235110	231870
ω22	271300	239200	238980	236060
ω23	276100	271300	271470	239240
ω24	392400	392400	276280	271470
ω25	1938300	1938300	439120	439120
ω26			510690	510690

4.6) DEFORMEES MODALES :

Les déformées modales du moteur et de la chaîne cinématique avec le rapport de vitesse 2ème route ( calculs effectués à l'aide du logiciel MATLAB ) sont représentés par les courbes des figures 6.1, 6.2 6.3, 6.4, 6.45, 6.46, 6.47 et 6.48 (pour les autres rapports de vitesse, voir annexe 8)

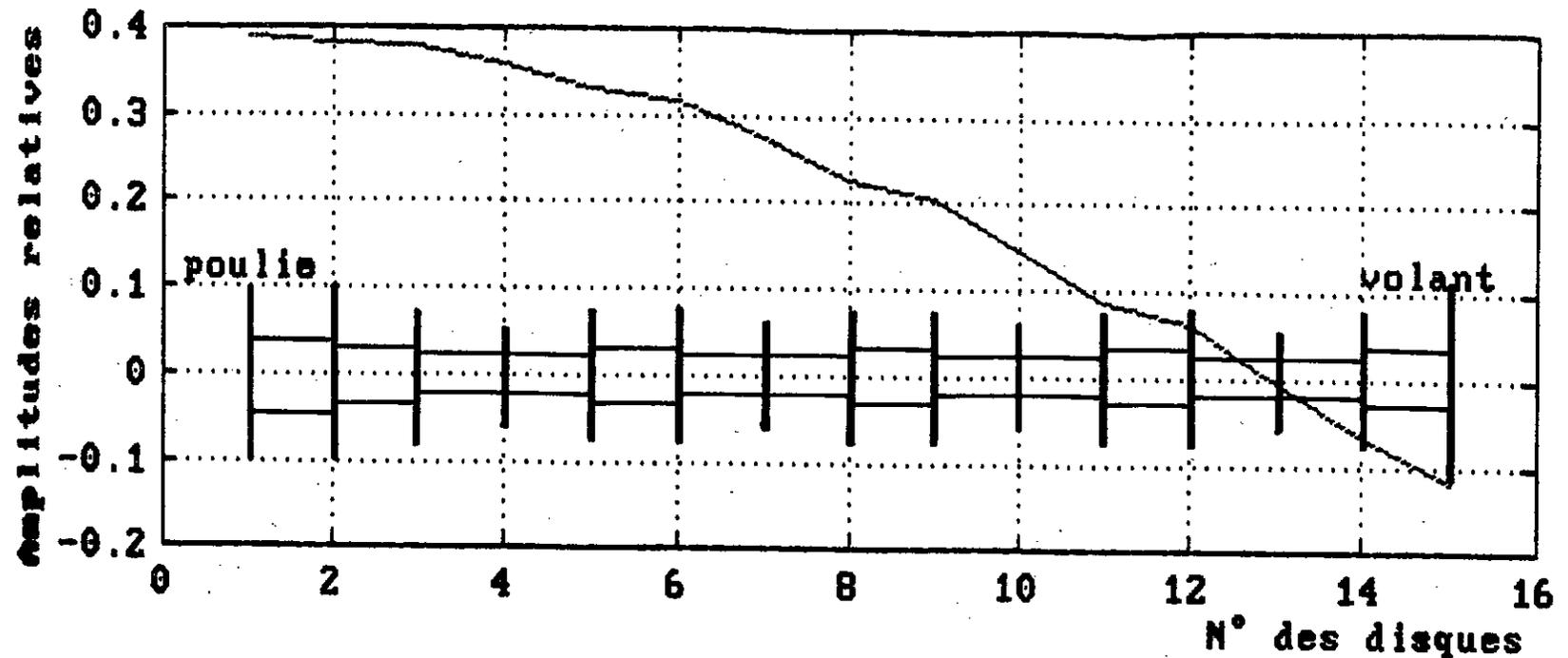


Fig.6.1 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode du moteur seul.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration (là où les amplitudes de vibration changent de signe) est situé dans le 12<sup>ème</sup> tronçon dans le vilebrequin dont la rigidité est la plus faible ( $2 \cdot 10^6 \text{ N.m/rd}$ ) et il est proche du volant moteur dont l'inertie est la plus importante ( $0.57 \text{ Kg.m}^2$ ) dans le modèle du moteur. Lors de la coïncidence de la première fréquence propre ( $\omega_1 = 13040 \text{ tr/min}$ ) avec une vitesse de rotation comprise dans la plage de fonctionnement du moteur (entre 600 et 2300 tr/min), la torsion du tronçon 12 est beaucoup plus importante que celles des autres tronçons car, au premier mode, il est le siège du noeud de vibration, et donc une rupture peut avoir lieu en ce tronçon.

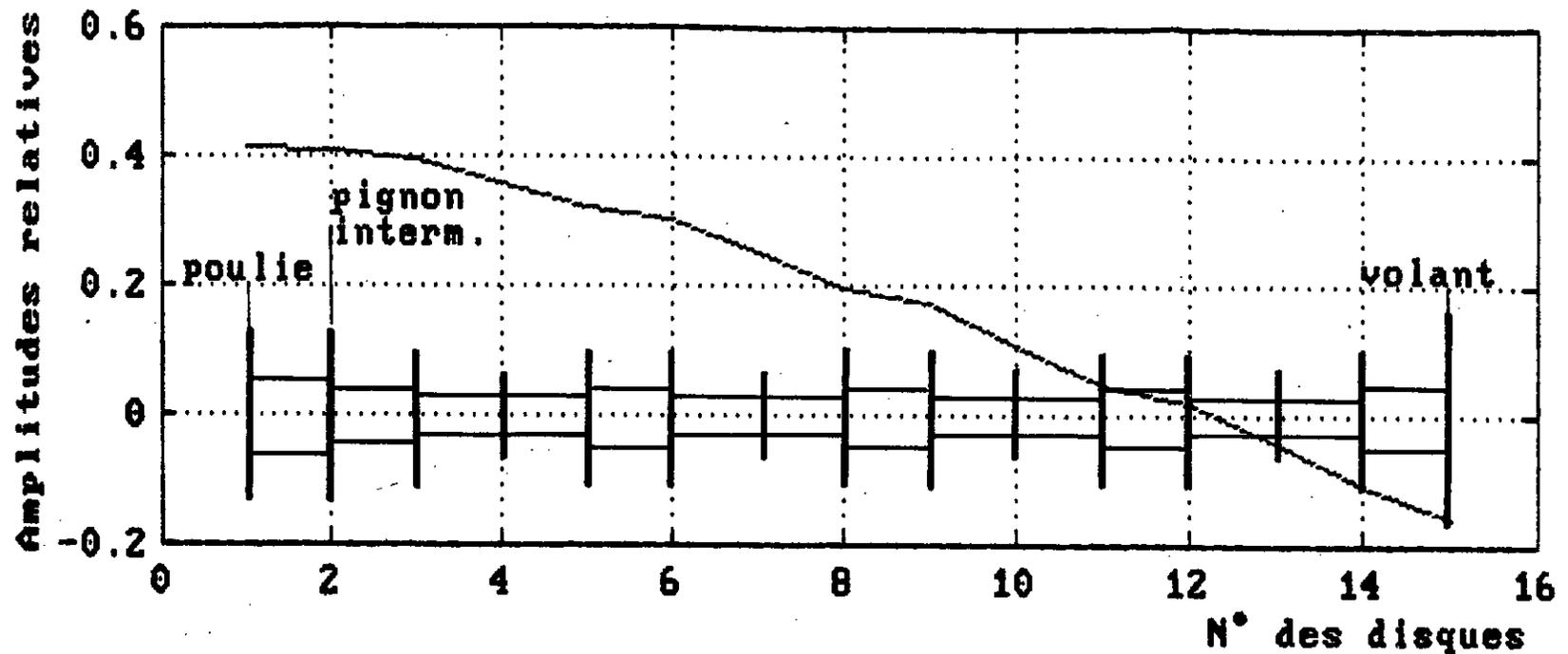
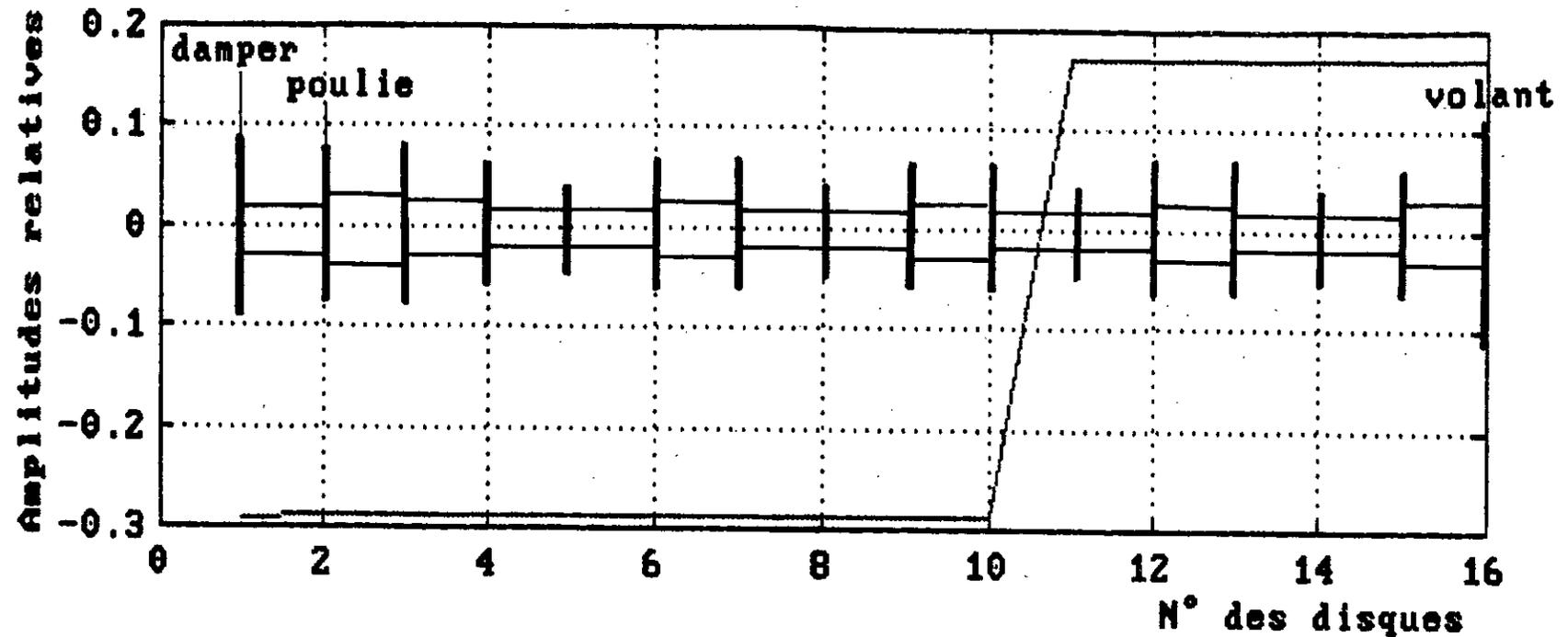


Fig.6.2 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode du moteur avec équilibreur dynamique.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode du moteur ,montre : que le noeud de vibration reste dans le meme tronçon (entre le 12<sup>ème</sup> et 13<sup>ème</sup> disque) et c'est rapproché du 12<sup>ème</sup> disque. Ceci est dû a l'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique.



**Fig.6.3 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode du moteur  
seul avec amortisseur de torsion.**

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode ( $\omega_1=840$  tr/min), montre que le noeud de vibration c'est déplacé vers le 10<sup>ème</sup> tronçon. Ceci est du à l'ajout de l'inertie de l'amortisseur de torsion ( $0.20 \text{ Kg.m}^2$ ) relativement importante. L'installation d'un amortisseur de torsion a fait rejeté les vitesses dangereuses de la plage de fonctionnement du moteur, la torsion du tronçon 10 au premier mode n'est donc pas très importante par rapport à celles des autres tronçons.

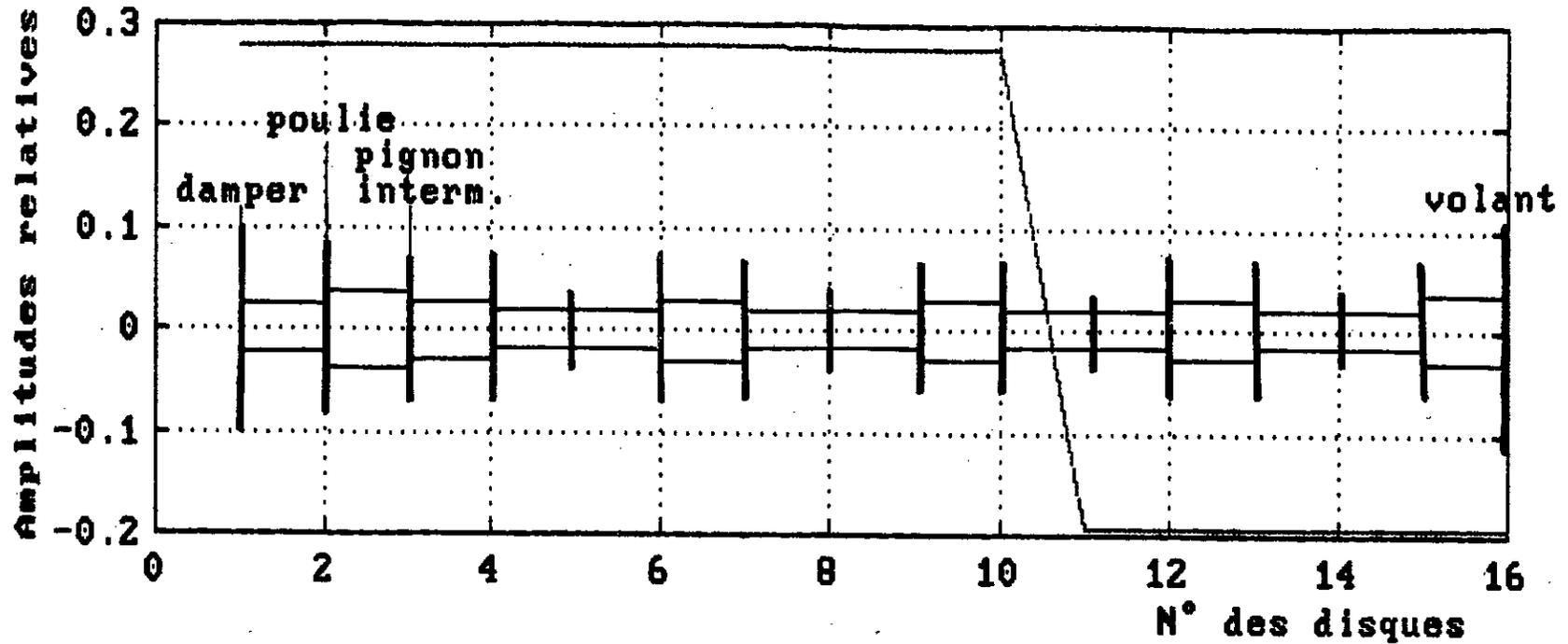


Fig.6.4 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode du moteur avec équilibreur et amortisseur de torsion.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode ( $\omega_1=810$  tr/min) ,montre que le noeud de vibration est situé entre le 10<sup>ème</sup> et le 11<sup>ème</sup> disque et n'a pas changé de position car l'inertie de l'équilibreur dynamique (  $0.068 \text{ Kg.m}^2$  ) rapportée au moteur au niveau du pignon intermédiaire de l'arbre à cône est relativement négligeable par rapport à l'inertie du damper (  $0.2 \text{ Kg.m}^2$  ).

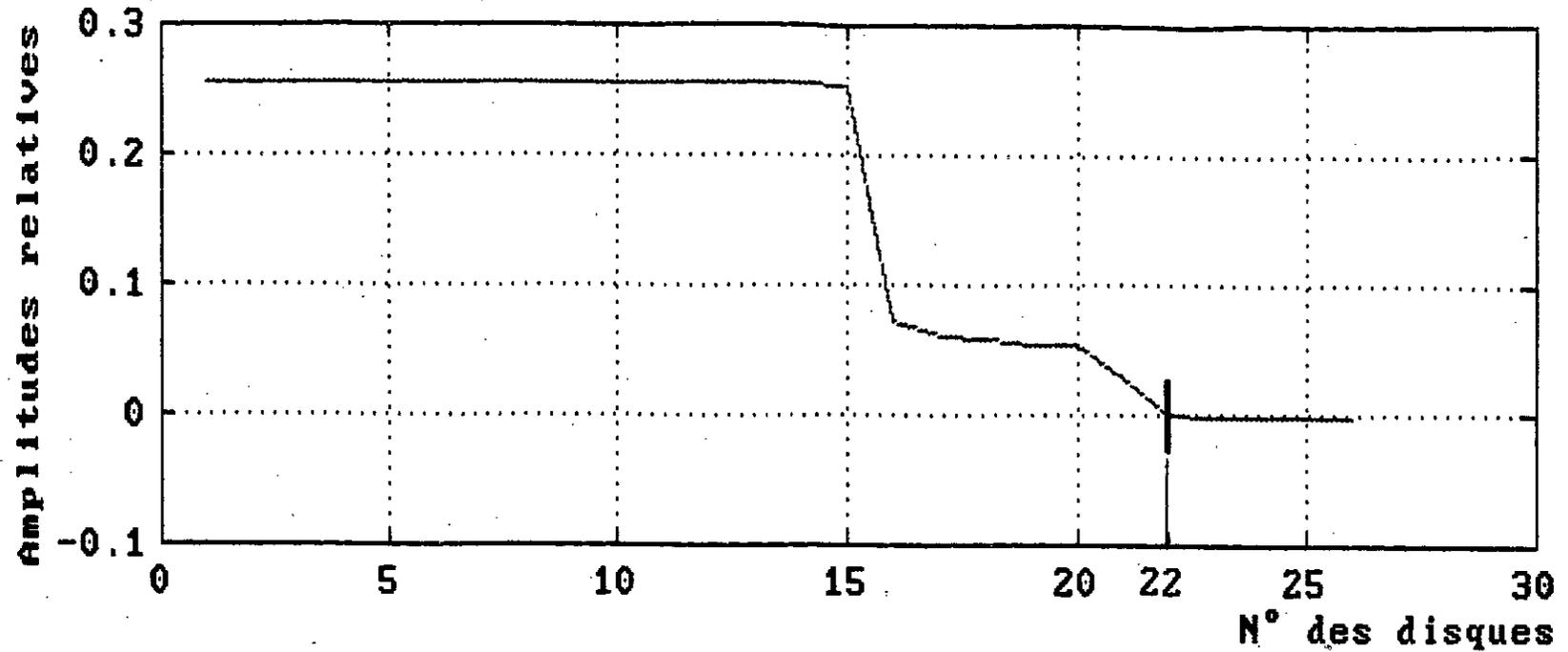


Fig.6.45 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 2<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (presque confondu avec le noeud de ramification). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne (de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque (volant moteur) les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque (différentiel). La rigidité du 21<sup>ème</sup> tronçon (pignon d'attaque) est relativement la plus faible de l'ordre de  $10^4$  N.m/rd, c'est ce qui explique la position du noeud de vibration dans cette partie de la ligne d'arbre.

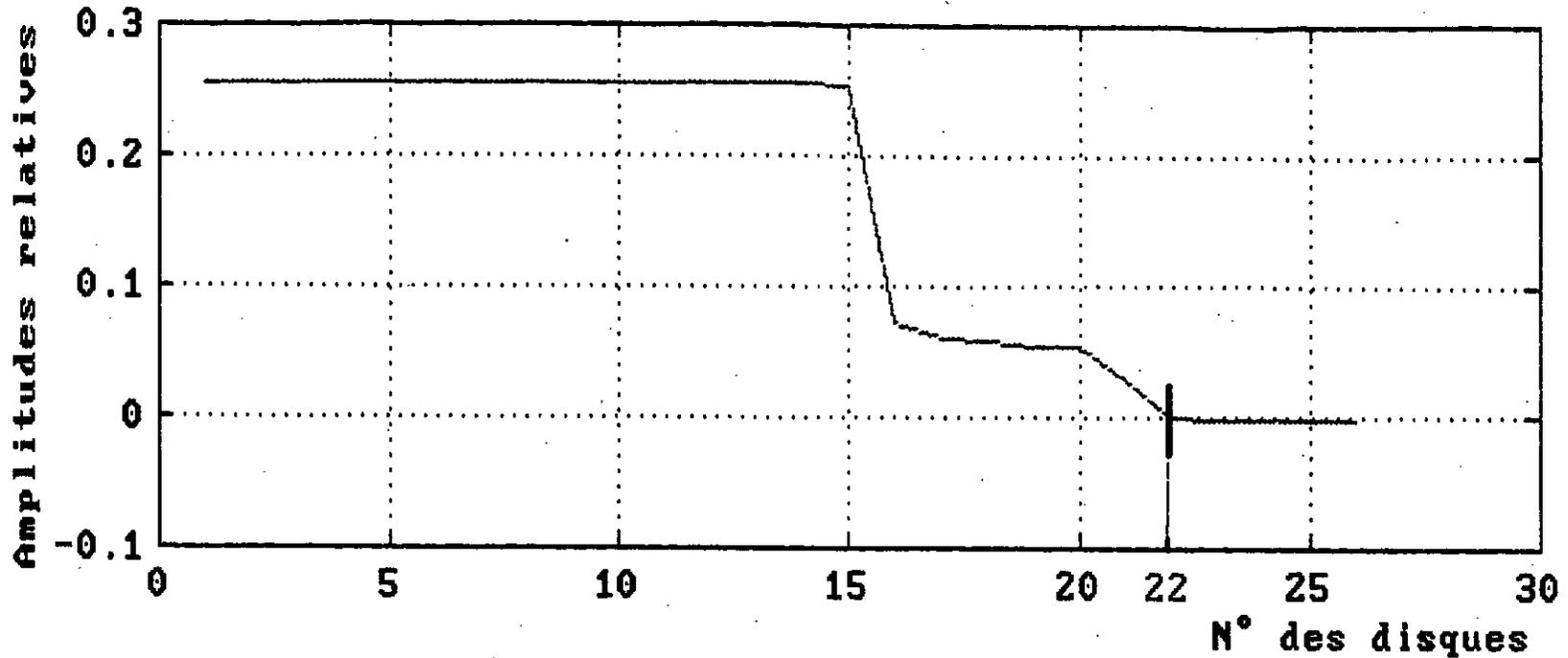


Fig.6.46 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur dynamique de la 2<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique (d'inertie  $0.068 \text{ Kg.m}^2$ ) au niveau du pignon intermédiaire n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique .

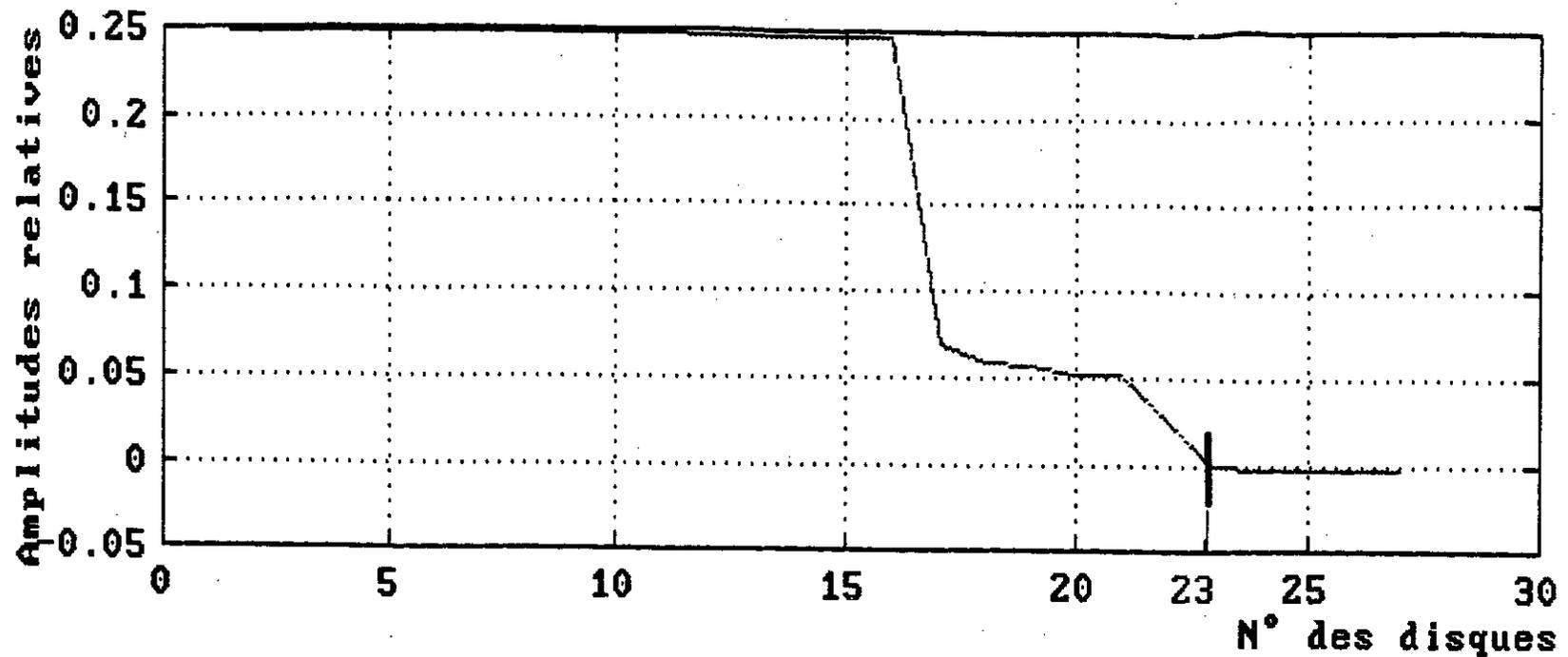


Fig.6.47 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). En rajoutant l'inertie du damper ( $0.20 \text{ Kg.m}^2$ ) à la poulie (d'inertie  $0.019 \text{ Kg.m}^2$ ) le noeud de vibration n'a pas changé de position et reste au 22<sup>ème</sup> tronçon. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes (de l'ordre  $10^6 \text{ N.m/rd}$ ), le moteur (du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur de torsion se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur (égale à  $0,8858 \text{ Kg.m}^2$ ) n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration.

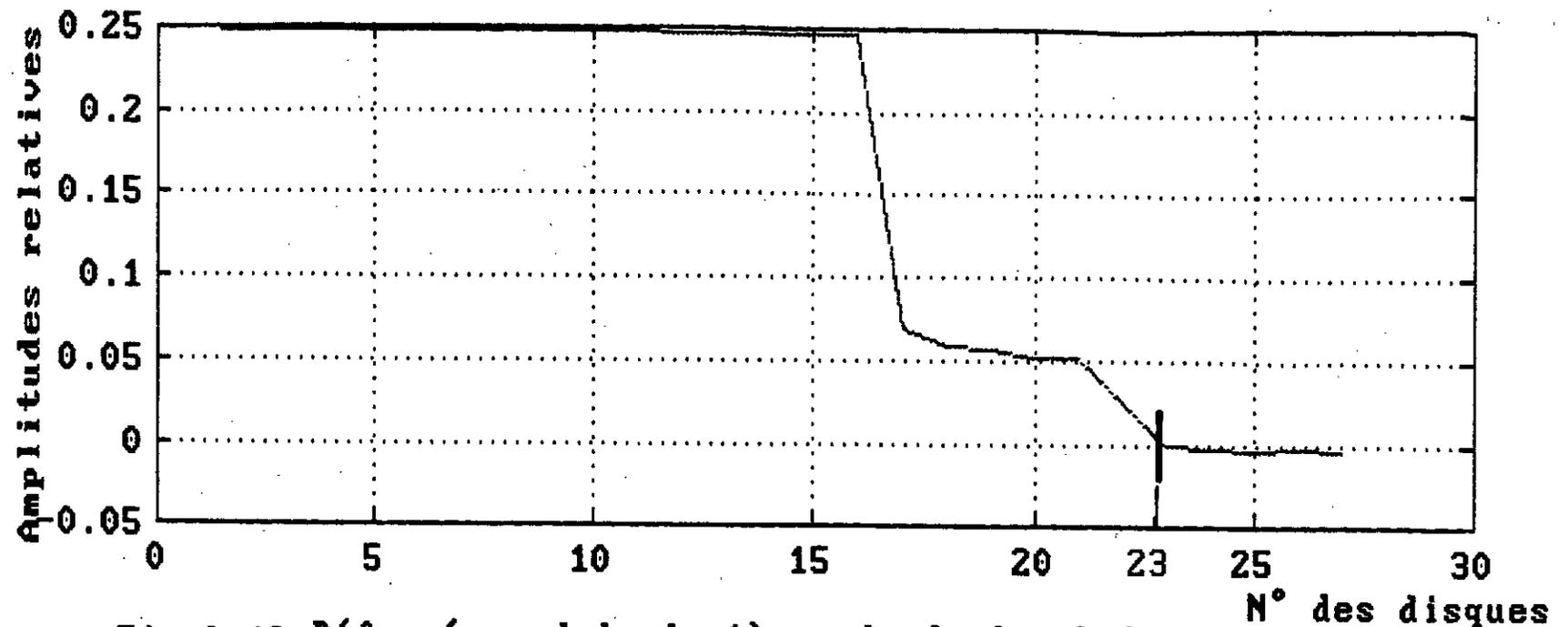
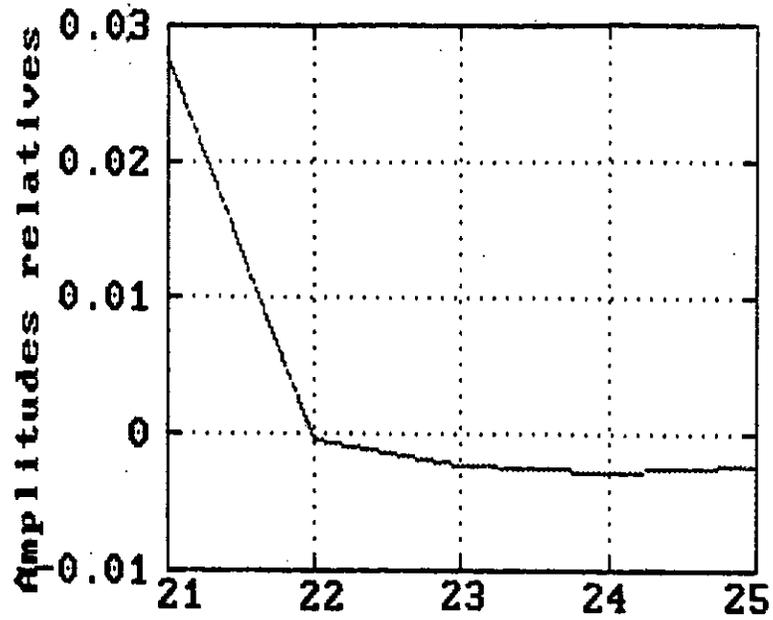
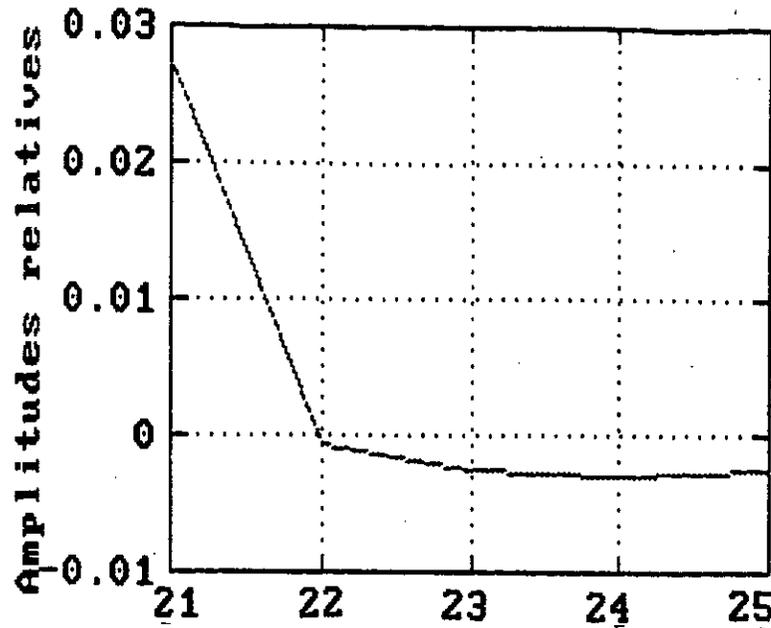


Fig.6.48 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique (inertie rapportée au pignon intermédiaire égale à  $0.068 \text{ Kg.m}^2$ ) au moteur (d'inertie globale  $0.8858 \text{ Kg.m}^2$ ) équipé du damper n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.



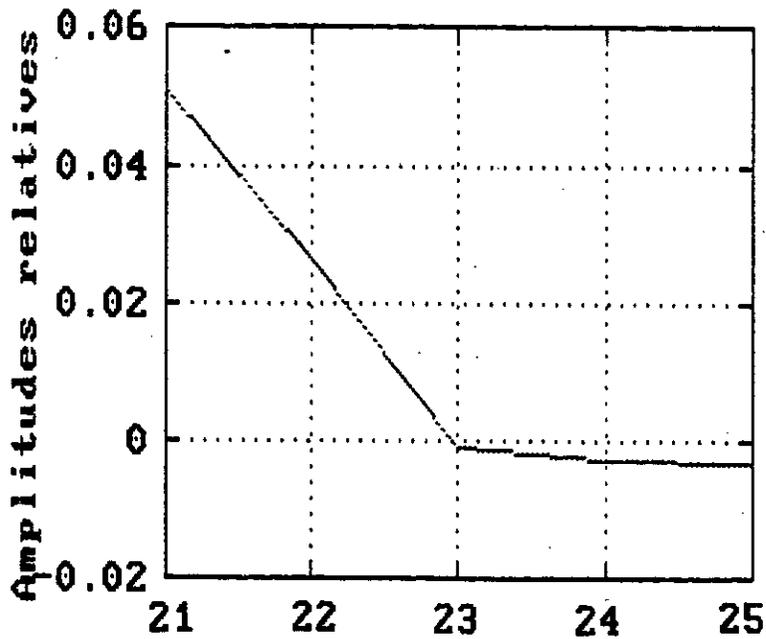
a/ N° des disques



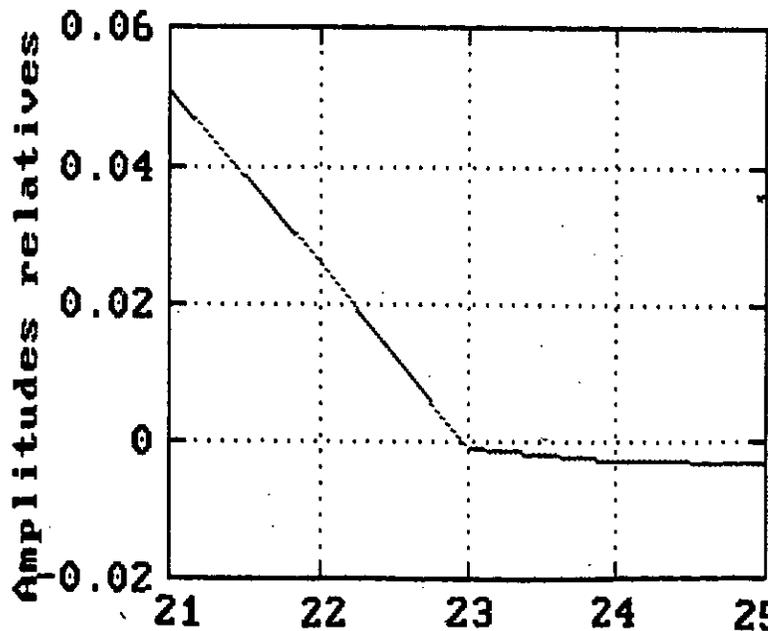
b/ N° des disques

allures des déformées modales entre le 21ème et le 25ème disque montrant la position du noeud de vibration pour les quatre cas de la chaîne.

a/seul.  
 b/avec équilibreur.  
 c/avec damper.  
 d/avec équilibreur et damper.



c/ N° des disques



d/ N° des disques

## 5. > CONCLUSION GENERALE:

1°/ Dans notre étude nous avons déterminé, le modèle de l'ensemble, moteur, boîte des vitesses, différentiel, et pont arrière.

Le choix du modèle pour lequel nous avons opté est celui des inerties-rigidités (méthode des masses concentrées), qui par comparaison du point de vue calcul est moins précis mais plus rapide par rapport à la méthode des éléments finis.

Le choix de ce modèle est aussi justifié par le fait que la chaîne cinématique présente des formes géométriques compliquées donc difficilement modélisable.

2°/ A partir de ce modèle nous avons établis les équations différentielles régissant le mouvement des disques soumis aux vibrations de torsion.

3°/ Le but de la modélisation qui est le calcul des fréquences propres du moteur seul, du moteur avec son équilibreur dynamique puis de l'ensemble moteur, boîte des vitesses, différentiel et pont arrière a été atteint, les résultats numériques obtenus montrent que:

a - Le nombre de vitesses dangereuses n'a pas diminué en rajoutant l'équilibreur dynamique, nous avons toujours deux vitesses dangereuses dans la plage de fonctionnement du moteur au 1er mode:

moteur seul :  $\Omega_1 = 1630$  et  $\Omega_2 = 2173,3$  tr/min;

moteur avec équilibreur dynamique :  $\Omega_1 = 1403,75$  et  $\Omega_2 = 1871,6$  tr/min

C'est ce qui confirme les vibrations de torsion perçues par le tracteur au ralenti.

b - Les déformées modales au 1er mode pour les deux cas du moteur seul et moteur avec équilibreur dynamique gardent la même allure, et le noeud de vibration ne change pas de tronçon dans le modèle du moteur en rajoutant l'équilibreur dynamique.

c - Les vitesses dangereuses pour toute la chaîne cinématique (moteur, boîte des vitesses, pont arrière et le pneumatique) aussi bien avec équilibreur dynamique ou sans équilibreur dynamique n'existent qu'à partir du 3ème mode (qui est rarement atteint).

L'équilibreur dynamique n'a donc pas pour fonction d'éliminer les vibrations de torsion perçues par le tracteur, il équilibre plutôt les efforts (verticaux) de pilon d'ordre 2 au niveau du moteur.

Pour éliminer les vitesses dangereuses de la plage de fonctionnement du moteur ( $\Omega_{min} = 600$  et  $\Omega_{max} = 2300$  tr/min), nous avons adapté au moteur un amortisseur des vibrations de torsion au voisinage du 1er mode propre ( $\omega_1 = 13040$  tr/min). La première pulsation propre trouvée est  $\omega_1 = 840$  tr/min et les vitesses dangereuses sont alors éloignées de la plage de fonctionnement du moteur, l'influence du damper sur les pulsations propres du moteur est donc importante.

La première pulsation propre obtenue pour la chaîne cinématique seule (moteur, boîte des vitesses, pont arrière et pneumatiques) est  $\omega_1 = 800$  tr/min, elle est peu différente avec la pulsation propre obtenue dans le cas de la chaîne cinématique avec damper qui est  $\omega_1 = 780$  tr/min. Le damper n'a donc pas une influence notable sur les vitesses dangereuses de l'ensemble de la chaîne cinématique. Pour les deux cas de la chaîne cinématique Avec ou sans damper, il n'y a pas de vitesses dangereuses au 1er mode.

Par soucis d'avoir des résultats beaucoup plus précis et dans le cadre d'une suite à ce PFE, nous proposons que les rigidités torsionnelles du pont arrière soient mesurées à l'aide d'un banc de torsion (matériel non disponible chez C M T), car toute erreur sensible faite sur une raideur a de fâcheuses conséquences sur la précision des résultats.

Comme il a été indiqué en introduction, l'équilibreur dynamique est actuellement importé par K H D, son prix de revient est alors trop élevé pour C M T (450 FF), nous proposons que sa fabrication et son équilibrage dynamique soient réalisés par B C L (base centrale de logistique) de Beni Mered, le devis approximatif est alors entre 2000 et 3000 DA.

## B I B L I O G R A P H I E

- [1] Vibrations de torsion & vitesses dangereuses de torsion des lignes d'arbres.  
B.GIRONNET & G.LOURADOUR - techniques de l'ingénieur B 5770 - 1984.
  
- [2] Etude des vibrations de torsion du groupe motopropulseur des camions S N V I.  
M.BOUKABACHE - thèse de magistère E N P 1982.
  
- [3] Mécanique des moteurs alternatifs.  
B.SWOBODA - éditions technip 1984.
  
- [4] Pratical solutions of torsional vibrations problems. KER WILSON 1978.
  
- [5] Rolling resistance of wheels in soft soil.  
DIETER J.SCHURING - A S A E paper 1972.
  
- [6] Aide à la conception des moteurs.  
M.BOUKABACHE - thèse de doctorat E N P 1992.
  
- [7] Etude de la chaine cinématique d'un tracteur agricole - PFE E N S A M 1989.

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

*Génie Mécanique*

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Recherche des fréquences propres  
du tracteur C 6006  
C.M.T*

ANNEXES

Proposé par :

**C.M.T / P.M.A**

Etudié par :

**BOUZIDA Amine  
BOUCHAMA Nabil**

Dirigé par

**D<sup>r</sup>. M. BOUKABACHE**

PROMOTION

*Septembre 93*

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

*Genie Mécanique*

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Recherche des fréquences propres du  
tracteur C 6006  
C.M.T*

*Annexe*

Proposé par :  
C.M.T / RMA

Etudié par :  
BOUZIAS Amine  
BOUCHAMA Nabil

Dirigé par  
D. M. BOUKABACHE

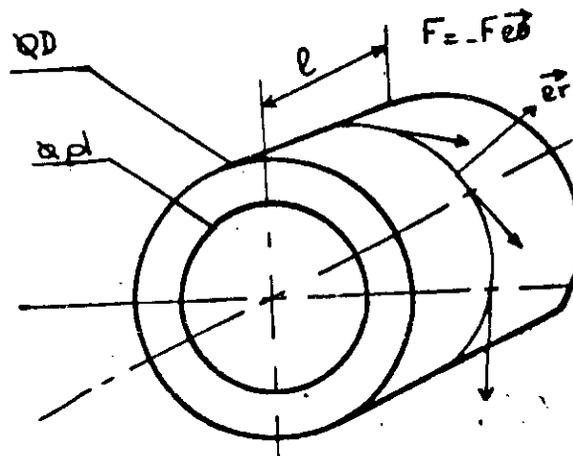
PROMOTION  
*Septembre 1993*

DETERMINATION DU SECOND TYPE

LA RAIDEUR TORSIONNELLE DES PIGNONS:

• Hypothèses sur le champ de déplacement

$$\begin{aligned} \overrightarrow{UCM} &= \overrightarrow{MM'} \\ &= -r \alpha(r) \overrightarrow{e_\theta} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ -r \alpha(r) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



• Champs de déformation :

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right) = 0$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\epsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[ \alpha(r) + (-\alpha(r)) - r \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right]$$

$$= -\frac{r}{2} \frac{d\alpha}{dr}$$

$$\epsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial \theta} \right]$$

$$\epsilon_{zr} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

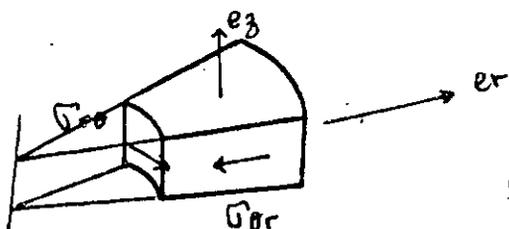
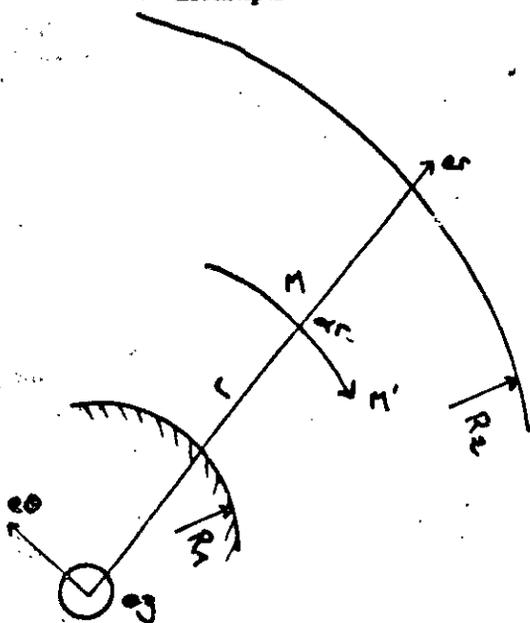
• Champ de contrainte :

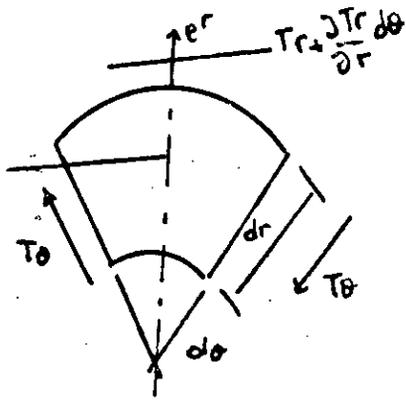
$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_\theta = 0$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{r\theta}$$





$$\sigma_{r\theta} = - \frac{E \cdot r}{2(1+\nu)} \frac{d\alpha}{dr}$$

$$\sigma_{rz} = 0$$

$$\sigma_{zr} = 0$$

\* Equations d'équilibre :  $T_r = \sigma_{r\theta} (r \, d\theta) l$

$$= \frac{-Er^2}{2(1+\nu)} \frac{d\alpha}{dr} l \, dr$$

$$T_\theta = \sigma_{r\theta} l \, dr$$

$$= \frac{-Er}{2(1+\nu)} \frac{d\alpha}{dr} l \, dr$$

Selon  $e_r$  :  $0 = 0$

Selon  $e_z$  :  $0 = 0$

Selon  $e_\theta$  :  $-T_r + (T_r + \frac{\delta T_r}{\delta r} dr) + 2T_\theta \sin \frac{d\theta}{2} = 0$

$$\rightarrow \frac{-El}{2(1+\nu)} d\theta \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{d\alpha}{dr} \right) dr - \frac{E l r}{1+\nu} dr \frac{d\theta}{2} \frac{d\alpha}{dr} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{d\alpha}{dr} \right) dr \, d\theta + \left( r \frac{d\alpha}{dr} \right) dr \, d\theta = 0$$

$$\rightarrow \left( 2r \frac{d\alpha}{dr} + r^2 \frac{d^2\alpha}{dr^2} \right) + r \frac{d\alpha}{dr} = 0$$

$$\rightarrow r^2 \frac{d^2\alpha}{dr^2} + 3r \frac{d\alpha}{dr} = 0$$

$$\rightarrow r^2 \frac{d^2\alpha}{dr^2} + 3r \frac{d\alpha}{dr} = 0$$

$$\rightarrow \frac{d^2 \alpha}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\alpha}{dr} = 0$$

$$\rightarrow \frac{d\alpha}{dr} = \frac{K}{r^2}$$

$$\rightarrow \alpha(r) = \frac{A}{2 r^2} + B$$

\* Conditions aux limites :  $r = R_1 \rightarrow \alpha = 0 \rightarrow A/(2 R_1^2) + B = 0$

$$r = R_2 \rightarrow \vec{\sigma} \cdot \vec{e}_r = -F, \text{ soit}$$

$$\sigma_{r\theta}(r = R_2) = -F$$

$$\Leftrightarrow \frac{-E R_2}{2(1+\nu)} \frac{-A}{R_2^3} = -F$$

$$\Leftrightarrow A = - \frac{2 R_2^2 F (1+\nu)}{E}$$

$$\text{alors : } B = \frac{F (1+\nu) R_2^2}{E R_1}$$

$$\text{ainsi : } \alpha(r) = \frac{F (1+\nu) R_2^2}{E} \left( \frac{1}{2 R_2^2} - \frac{1}{2 r} \right)$$

La raideur torsionnelle se définit par :

$$K = \frac{C}{\alpha(R_2)}, \text{ où } C \text{ est le couple appliqué :}$$

$$C = R_2 F (1 2 \pi R_2)$$

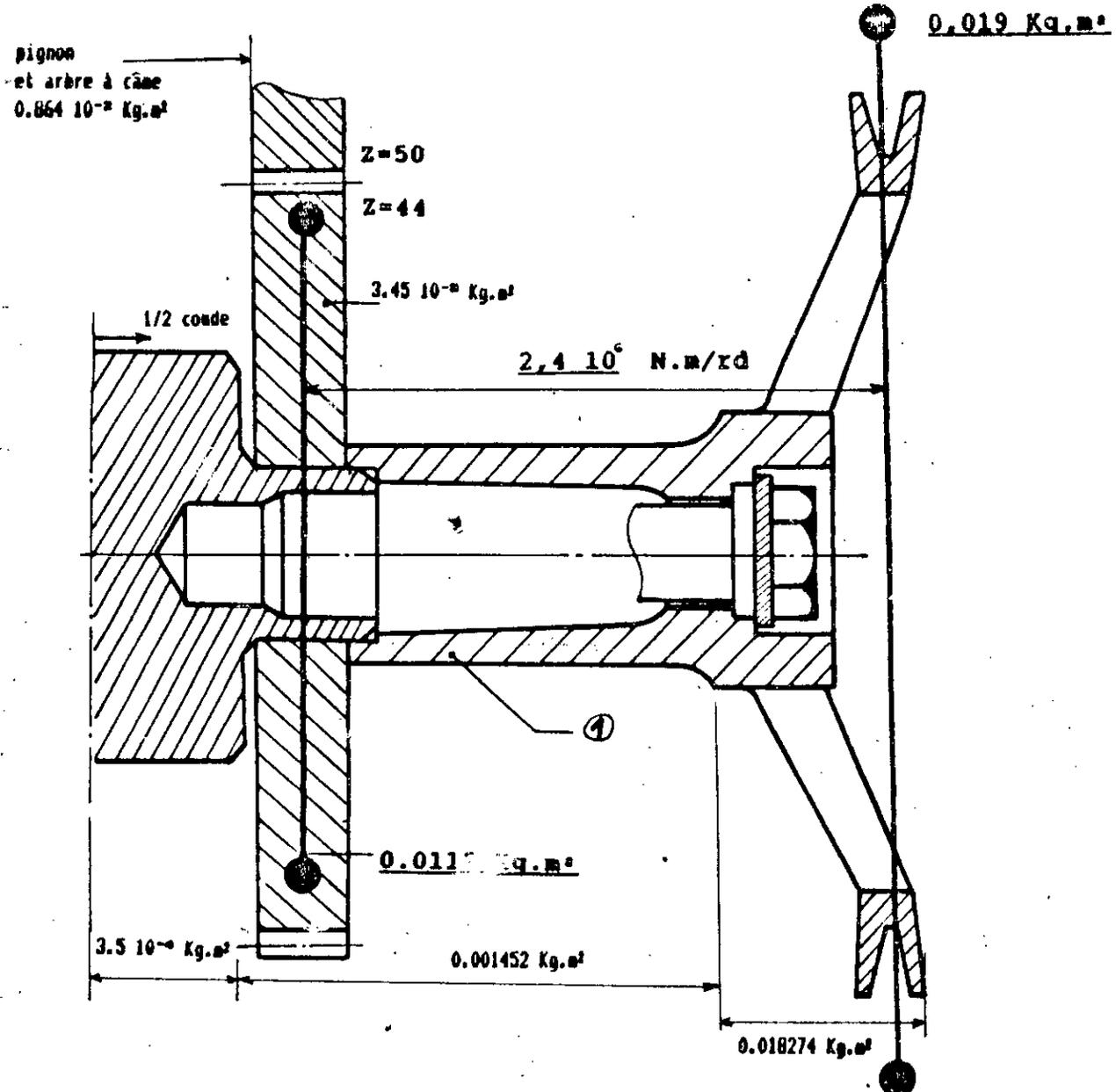
$$\text{Et } \alpha(R_2) = \frac{F(1+\nu)}{E} \left( \frac{R_2^2}{R_1^2} - 1 \right)$$

Donc :

$$K = \frac{E}{2(1+\nu)} l \frac{D^2 d^2}{D^2 - d^2} ; \text{ soit , comme } G = E/2(1+\nu)$$

$$K = G l \frac{D^2 d^2}{D^2 - d^2}$$

# MODELISATION DE L'AVANT DU VILEBREQUIM



L'inertie du demi-coude est de.....  $3,45 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$

Le nombre de dents du pignon de

l'arbre à cône est .....  $Z = 50$

Celui du pignon intermédiaire est .....  $Z = 44$

L'inertie totale du pignon et de

l'arbre à cône est de .....  $0,864 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$

L'inertie du moyeu portant le pignon intermédiaire plus la portion ① de

la poulie est de.....  $0,001452 \text{ Kg.m}^2$

L'inertie  $I_2$  est alors :

$$I_2 = 3,5 \cdot 10^{-2} + [3,45 \cdot 10^{-2} + (44/50) \cdot 0,864 \cdot 10^{-2}] + 0,001452/2 = \underline{0,0112 \text{ Kg.m}^2}$$

**MODELISATION DU COUDE DE VILEBREQUIN**

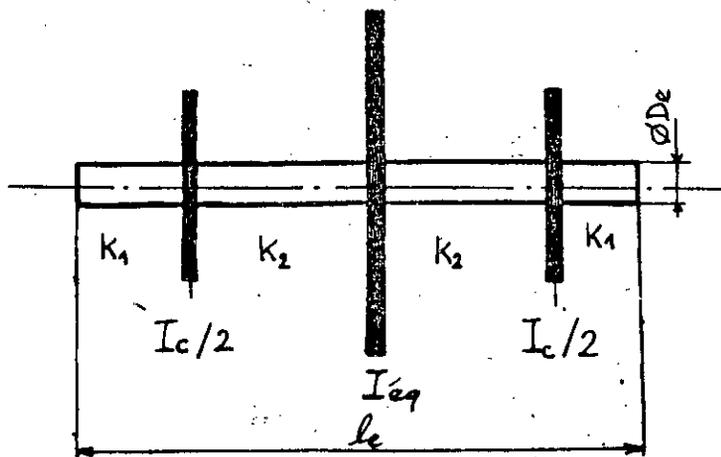
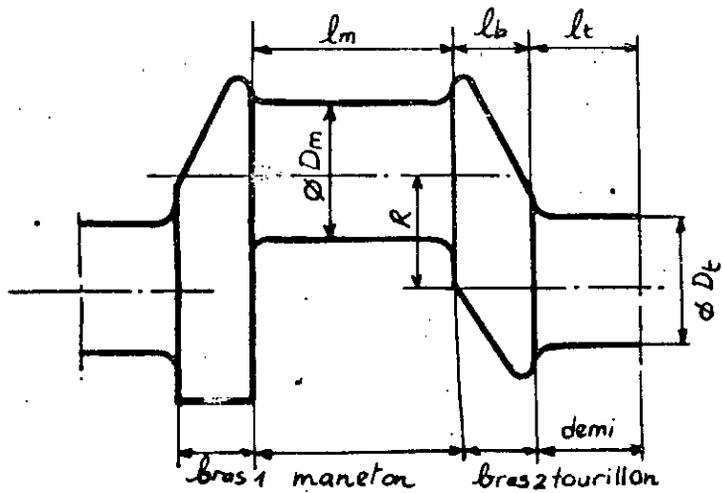


schéma modèle du coude

- masses du piston et de la bielle relatives au moteur F4L912

$m_p = 1,727 \text{ kg} ; \quad m_b = 1,790 \text{ Kg}$

a/ Le moment d'inertie du coude sans embiellage

$$I_c = I_t/2 + I_{b1} + I_{b2} + I_m = I_t/2$$

$$I_m = \int \rho l_m d_m^4 / 32 + \int d_m^2 \rho l_m R^2 / 4$$

$$I_t = \int \rho l_t d_t^4 / 32$$

$$I_{b1} = \sum ((I_{gz})_i + m_i \cdot D_i^2) + I_m$$

$$I_{b2} = \sum ((I_{gz})_i + m_i \cdot D_i^2)$$

$\rho$  : masse volumique de l'acier = 7800 kg/m<sup>3</sup>

$l_t$  : longueur du tourillon  $l_t = 37$  mm .

$l_m$  : longueur du maneton  $l_m = 34$  mm .

$(I_{gz})_i$  : moment d'inertie de l'élément  $i$  du bras par rapport à son propre centre de gravité en kg.m<sup>2</sup> .

$D_i$  : distance entre l'élément  $i$  et l'axe de rotation du vilebrequin en mm .

$I_m$  : moment d'inertie de la masselotte d'équilibrage .

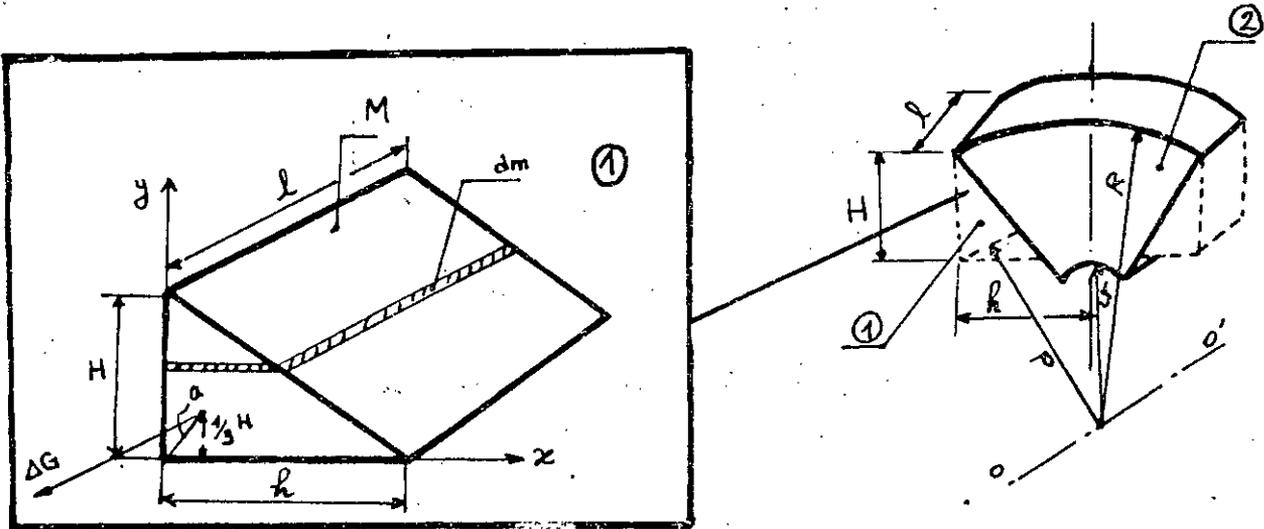
$d_t$  = diamètre du tourillon égale à 70 mm

$d_m$  = diamètre du maneton égale à 59,9 mm

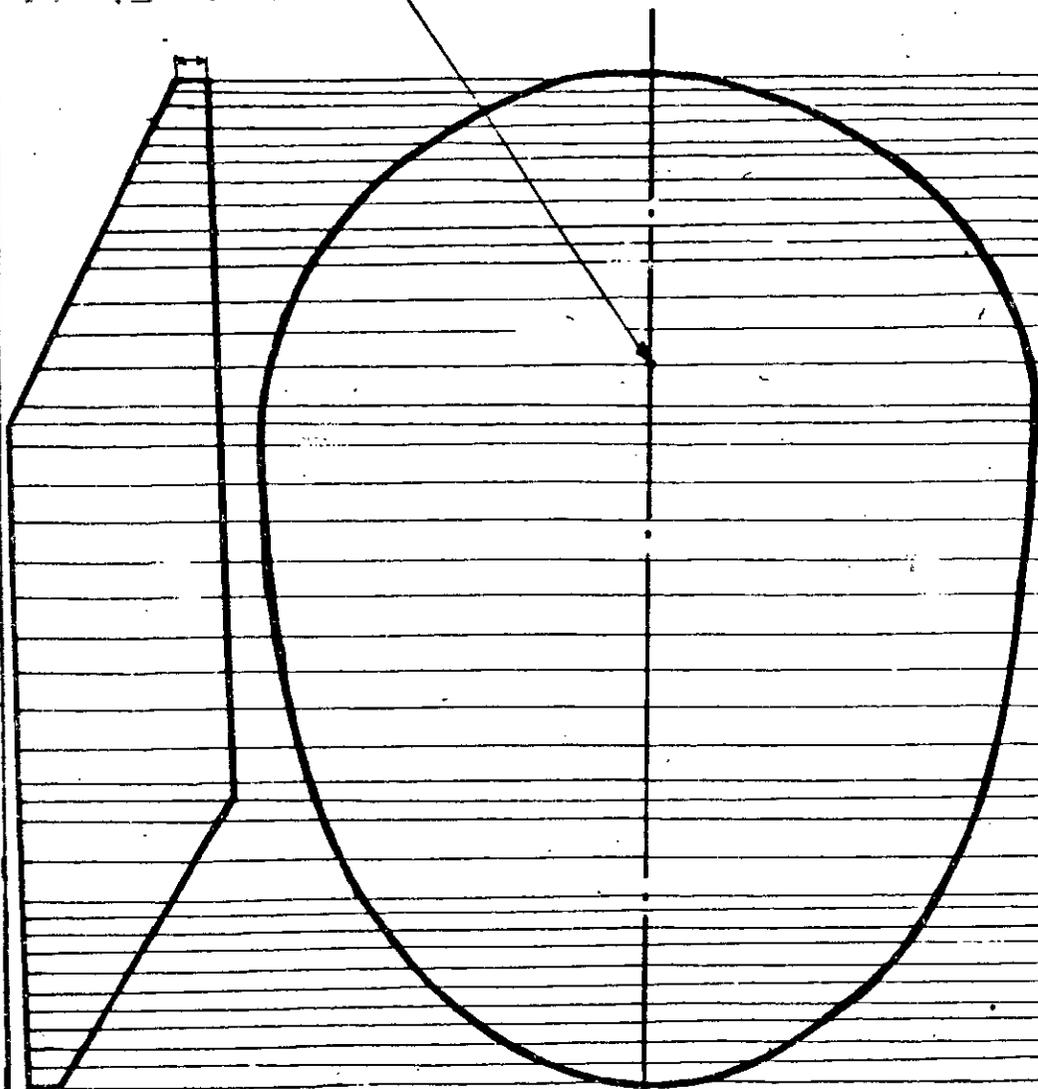
$R$  = rayon du coude égale à 60 mm

Calcul de  $I_m$  :

La masselotte est décomposée en trois parties : en les 2 triangles (1), et la portion (2) .



axe du vilebrequin

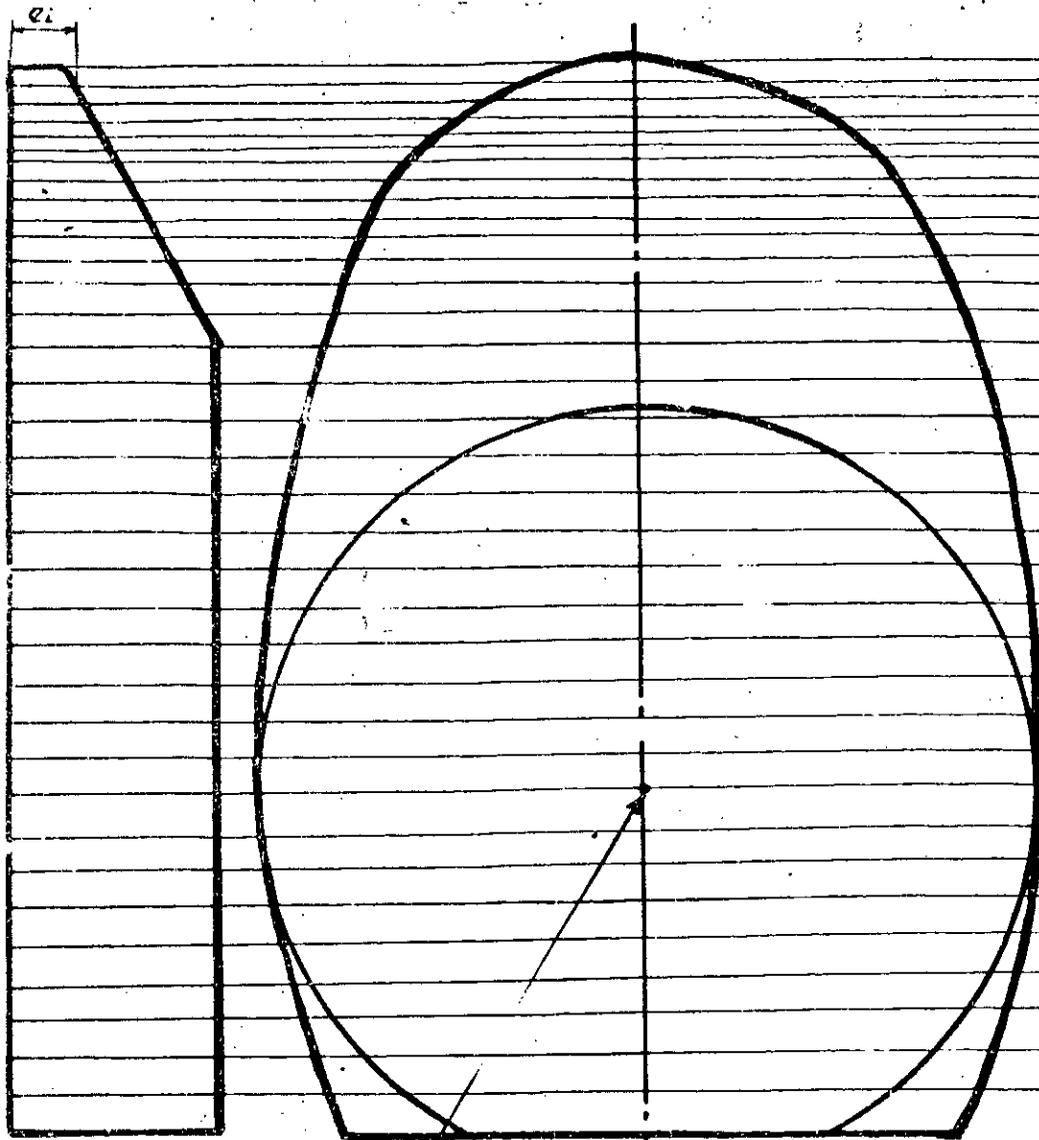


ei	ai	bi	mi	Di	miDi²	Ii/axe	IGzi
3	1	76	0,00124	30,5	1,16	10 <sup>-8</sup>	9,38
3,5	1,5	75	0,00163	29,5	1,45	10 <sup>-8</sup>	7,15
4	2	74	0,00216	28,5	1,89	10 <sup>-8</sup>	5,82
4,5	2,5	73	0,00284	27,5	2,49	10 <sup>-8</sup>	4,92
5	3	72	0,00367	26,5	3,27	10 <sup>-8</sup>	4,22
5,5	3,5	71	0,00466	25,5	4,22	10 <sup>-8</sup>	3,75
6	4	70	0,00581	24,5	5,35	10 <sup>-8</sup>	3,42
6,5	4,5	69	0,00713	23,5	6,66	10 <sup>-8</sup>	3,17
7	5	68	0,00863	22,5	8,16	10 <sup>-8</sup>	2,97
7,5	5,5	67	0,01031	21,5	9,84	10 <sup>-8</sup>	2,81
8	6	66	0,01217	20,5	11,71	10 <sup>-8</sup>	2,67
8,5	6,5	65	0,01421	19,5	13,78	10 <sup>-8</sup>	2,55
9	7	64	0,01643	18,5	16,05	10 <sup>-8</sup>	2,45
9,5	7,5	63	0,01884	17,5	18,52	10 <sup>-8</sup>	2,35
10	8	62	0,02144	16,5	22,19	10 <sup>-8</sup>	2,27
10,5	8,5	61	0,02423	15,5	26,05	10 <sup>-8</sup>	2,2
11	9	60	0,02721	14,5	30,11	10 <sup>-8</sup>	2,13
11,5	9,5	59	0,03038	13,5	34,36	10 <sup>-8</sup>	2,07
12	10	58	0,03374	12,5	38,81	10 <sup>-8</sup>	2,01
12,5	10,5	57	0,03729	11,5	43,45	10 <sup>-8</sup>	1,95
13	11	56	0,04103	10,5	48,29	10 <sup>-8</sup>	1,9
13,5	11,5	55	0,04496	9,5	53,32	10 <sup>-8</sup>	1,85
14	12	54	0,04908	8,5	58,54	10 <sup>-8</sup>	1,8
14,5	12,5	53	0,05339	7,5	63,95	10 <sup>-8</sup>	1,75
15	13	52	0,05789	6,5	69,56	10 <sup>-8</sup>	1,7
15,5	13,5	51	0,06258	5,5	75,37	10 <sup>-8</sup>	1,65
16	14	50	0,06746	4,5	81,38	10 <sup>-8</sup>	1,6
16,5	14,5	49	0,07253	3,5	87,59	10 <sup>-8</sup>	1,55
17	15	48	0,07779	2,5	93,99	10 <sup>-8</sup>	1,5
17,5	15,5	47	0,08324	1,5	100,58	10 <sup>-8</sup>	1,45
18	16	46	0,08887	0,5	107,36	10 <sup>-8</sup>	1,4
18,5	16,5	45	0,09468	0,5	114,33	10 <sup>-8</sup>	1,35
19	17	44	0,10067	0,5	121,49	10 <sup>-8</sup>	1,3
19,5	17,5	43	0,10684	0,5	128,84	10 <sup>-8</sup>	1,25
20	18	42	0,11318	0,5	136,37	10 <sup>-8</sup>	1,2
20,5	18,5	41	0,11969	0,5	144,08	10 <sup>-8</sup>	1,15
21	19	40	0,12636	0,5	151,97	10 <sup>-8</sup>	1,1
21,5	19,5	39	0,13319	0,5	160,04	10 <sup>-8</sup>	1,05
22	20	38	0,14017	0,5	168,28	10 <sup>-8</sup>	1,0
22,5	20,5	37	0,14731	0,5	176,69	10 <sup>-8</sup>	0,95
23	21	36	0,15460	0,5	185,26	10 <sup>-8</sup>	0,9
23,5	21,5	35	0,16204	0,5	193,99	10 <sup>-8</sup>	0,85
24	22	34	0,16963	0,5	202,87	10 <sup>-8</sup>	0,8
24,5	22,5	33	0,17737	0,5	211,9	10 <sup>-8</sup>	0,75
25	23	32	0,18526	0,5	221,08	10 <sup>-8</sup>	0,7
25,5	23,5	31	0,1933	0,5	230,41	10 <sup>-8</sup>	0,65
26	24	30	0,20148	0,5	240,0	10 <sup>-8</sup>	0,6
26,5	24,5	29	0,20981	0,5	249,84	10 <sup>-8</sup>	0,55
27	25	28	0,21829	0,5	259,93	10 <sup>-8</sup>	0,5
27,5	25,5	27	0,22692	0,5	270,27	10 <sup>-8</sup>	0,45
28	26	26	0,23569	0,5	280,86	10 <sup>-8</sup>	0,4
28,5	26,5	25	0,24461	0,5	291,7	10 <sup>-8</sup>	0,35
29	27	24	0,25367	0,5	302,79	10 <sup>-8</sup>	0,3
29,5	27,5	23	0,26288	0,5	314,13	10 <sup>-8</sup>	0,25
30	28	22	0,27223	0,5	325,72	10 <sup>-8</sup>	0,2
30,5	28,5	21	0,28172	0,5	337,56	10 <sup>-8</sup>	0,15
31	29	20	0,29135	0,5	349,65	10 <sup>-8</sup>	0,1
31,5	29,5	19	0,30112	0,5	361,99	10 <sup>-8</sup>	0,05
32	30	18	0,31103	0,5	374,58	10 <sup>-8</sup>	0,0
32,5	30,5	17	0,32107	0,5	387,42	10 <sup>-8</sup>	0,0
33	31	16	0,33124	0,5	400,51	10 <sup>-8</sup>	0,0
33,5	31,5	15	0,34154	0,5	413,85	10 <sup>-8</sup>	0,0
34	32	14	0,35196	0,5	427,44	10 <sup>-8</sup>	0,0
34,5	32,5	13	0,3625	0,5	441,28	10 <sup>-8</sup>	0,0
35	33	12	0,37316	0,5	455,37	10 <sup>-8</sup>	0,0
35,5	33,5	11	0,38394	0,5	469,71	10 <sup>-8</sup>	0,0
36	34	10	0,39483	0,5	484,3	10 <sup>-8</sup>	0,0
36,5	34,5	9	0,40584	0,5	499,14	10 <sup>-8</sup>	0,0
37	35	8	0,41696	0,5	514,23	10 <sup>-8</sup>	0,0
37,5	35,5	7	0,42819	0,5	529,57	10 <sup>-8</sup>	0,0
38	36	6	0,43953	0,5	545,16	10 <sup>-8</sup>	0,0
38,5	36,5	5	0,45098	0,5	560,99	10 <sup>-8</sup>	0,0
39	37	4	0,46254	0,5	577,07	10 <sup>-8</sup>	0,0
39,5	37,5	3	0,47421	0,5	593,4	10 <sup>-8</sup>	0,0
40	38	2	0,48599	0,5	610,0	10 <sup>-8</sup>	0,0
40,5	38,5	1	0,49787	0,5	626,86	10 <sup>-8</sup>	0,0
41	39	0	0,50986	0,5	644,0	10 <sup>-8</sup>	0,0
41,5	39,5	0	0,52195	0,5	661,4	10 <sup>-8</sup>	0,0
42	40	0	0,53414	0,5	679,1	10 <sup>-8</sup>	0,0
42,5	40,5	0	0,54643	0,5	697,1	10 <sup>-8</sup>	0,0
43	41	0	0,55882	0,5	715,4	10 <sup>-8</sup>	0,0
43,5	41,5	0	0,57131	0,5	733,9	10 <sup>-8</sup>	0,0
44	42	0	0,5839	0,5	752,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
44,5	42,5	0	0,59658	0,5	771,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
45	43	0	0,60936	0,5	790,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
45,5	43,5	0	0,62223	0,5	810,2	10 <sup>-8</sup>	0,0
46	44	0	0,6352	0,5	829,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
46,5	44,5	0	0,64826	0,5	849,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
47	45	0	0,66141	0,5	869,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
47,5	45,5	0	0,67465	0,5	889,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
48	46	0	0,68798	0,5	910,2	10 <sup>-8</sup>	0,0
48,5	46,5	0	0,7014	0,5	930,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
49	47	0	0,71491	0,5	951,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
49,5	47,5	0	0,72851	0,5	972,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
50	48	0	0,74219	0,5	993,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
50,5	48,5	0	0,75596	0,5	1015,2	10 <sup>-8</sup>	0,0
51	49	0	0,76981	0,5	1036,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
51,5	49,5	0	0,78374	0,5	1058,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
52	50	0	0,79775	0,5	1080,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
52,5	50,5	0	0,81184	0,5	1102,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
53	51	0	0,82599	0,5	1125,2	10 <sup>-8</sup>	0,0
53,5	51,5	0	0,84021	0,5	1147,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
54	52	0	0,8545	0,5	1170,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
54,5	52,5	0	0,86886	0,5	1193,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
55	53	0	0,88328	0,5	1216,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
55,5	53,5	0	0,89776	0,5	1240,2	10 <sup>-8</sup>	0,0
56	54	0	0,9123	0,5	1263,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
56,5	54,5	0	0,92689	0,5	1287,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
57	55	0	0,94154	0,5	1311,6	10 <sup>-8</sup>	0,0
57,5	55,5	0	0,95624	0,5	1335,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
58	56	0	0,97099	0,5	1360,2	10 <sup>-8</sup>	0,0
58,5	56,5	0	0,98578	0,5	1384,8	10 <sup>-8</sup>	0,0
59	57	0	0,10061	10,25	1,036	10 <sup>-4</sup>	1,97
59,5	57,5	0	0,0337	15,75	8,36	10 <sup>-6</sup>	3,16
60	58	0	0,07242	16,75	8,42	10 <sup>-6</sup>	6,17
61	59	0	0,097	17,75	2,87	10 <sup>-6</sup>	7,128
62	60	2,5	0,1029	2,5	7,00	10 <sup>-8</sup>	8,66
63	61	2,5	0,0559	6,25	2,18	10 <sup>-6</sup>	3,72
64	62	5	0,059	8,75	4,59	10 <sup>-6</sup>	5,71
65	63	5	0,119	12,5	1,86	10 <sup>-5</sup>	1,22
66	64	5	0,115	17,5	3,63	10 <sup>-5</sup>	1,38
67	65	5	0,117	22,5	5,92	10 <sup>-5</sup>	1,57
68	66	5	0,11573	27,5	8,76	10 <sup>-5</sup>	1,82
69	67	5	0,114	32,5	1,205	10 <sup>-5</sup>	2,11
70	68	5	0,1129	37,5	1,58	10 <sup>-4</sup>	2,46
71	69	5	0,1099	42,5	1,98	10 <sup>-4</sup>	2,798
72	70	5	0,1064	47,5	2,428	10 <sup>-4</sup>	3,19
73	71	2,5	0,104	52,5	2,87	10 <sup>-4</sup>	3,559
74	72	2,5	0,0512	56,25	1,628	10 <sup>-4</sup>	1,987
75	73	5	0,0475	58,75	1,639	10 <sup>-4</sup>	1,939
76	74	5	0,0794	62,5	3,104	10 <sup>-4</sup>	3,545
77	75	7,5	0,022	75,5	2,42	10 <sup>-4</sup>	3,235
78	76	7,5	0,0277	71,25	1,4	10 <sup>-4</sup>	1,579
79	77	7,5	0,024	71,25	2,378	10 <sup>-4</sup>	1,478
80	78	2,5	0,0259	20,75	1,197	10 <sup>-4</sup>	1,272
81	79	2,5	0,0275	60,25	1,106	10 <sup>-4</sup>	1,1679
82	80	2,5	0,0283	72,25	2,45	10 <sup>-5</sup>	2,23
83	81	1,6	0,0277	76,25	2,12	10 <sup>-5</sup>	2,45
84	82	2,6	0,028	80,25	1,93	10 <sup>-5</sup>	2,36
85	83	2,6	0,0286	84,25	2,22	10 <sup>-5</sup>	2,48
86	84	2,5	0,029	88,25	2,33	10 <sup>-5</sup>	2,35

ei : épaisseur du ième élément en..... mm  
mi : masse du ième élément en..... Kg  
Di : distance entre le centre de gravité de l'élément i et l'axe du vilebrequin en... mm  
Ii/axe : moment d'inertie de l'élément i par rapport à l'axe du vilebrequin en..... Kg.m²  
IGzi : moment d'inertie de l'élément i en..... Kg.m²

Le moment d'inertie total du bras est :

$$\sum Ii/axe = (IGzi + m \cdot Di^2) = 4.69 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$$



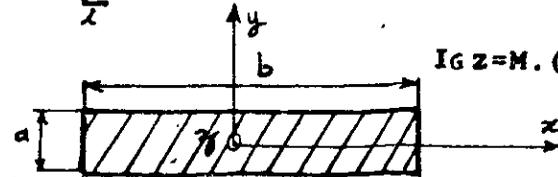
	ai	Di	mi	Di	Ii/axe	Igzi
8	1	45	0,000211	45,5	6,01 10 <sup>-6</sup>	6,910 10 <sup>-5</sup>
10	1	5	0,000211	47,5	2,22 10 <sup>-6</sup>	2,375 10 <sup>-5</sup>
12	2,5	5	0,000211	49,5	2,75 10 <sup>-6</sup>	2,975 10 <sup>-5</sup>
14	2,5	5	0,000211	51,5	2,95 10 <sup>-6</sup>	3,15 10 <sup>-5</sup>
16	2,5	5	0,000211	53,5	3,15 10 <sup>-6</sup>	3,325 10 <sup>-5</sup>
18	2,5	5	0,000211	55,5	3,35 10 <sup>-6</sup>	3,5 10 <sup>-5</sup>
20	2,5	5	0,000211	57,5	3,55 10 <sup>-6</sup>	3,675 10 <sup>-5</sup>
22	2,5	5	0,000211	59,5	3,75 10 <sup>-6</sup>	3,85 10 <sup>-5</sup>
24	2,5	5	0,000211	61,5	3,95 10 <sup>-6</sup>	4,025 10 <sup>-5</sup>
26	2,5	5	0,000211	63,5	4,15 10 <sup>-6</sup>	4,2 10 <sup>-5</sup>
28	2,5	5	0,000211	65,5	4,35 10 <sup>-6</sup>	4,375 10 <sup>-5</sup>
30	2,5	5	0,000211	67,5	4,55 10 <sup>-6</sup>	4,55 10 <sup>-5</sup>
32	2,5	5	0,000211	69,5	4,75 10 <sup>-6</sup>	4,725 10 <sup>-5</sup>
34	2,5	5	0,000211	71,5	4,95 10 <sup>-6</sup>	4,9 10 <sup>-5</sup>
36	2,5	5	0,000211	73,5	5,15 10 <sup>-6</sup>	5,075 10 <sup>-5</sup>
38	2,5	5	0,000211	75,5	5,35 10 <sup>-6</sup>	5,25 10 <sup>-5</sup>
40	2,5	5	0,000211	77,5	5,55 10 <sup>-6</sup>	5,425 10 <sup>-5</sup>
42	2,5	5	0,000211	79,5	5,75 10 <sup>-6</sup>	5,6 10 <sup>-5</sup>
44	2,5	5	0,000211	81,5	5,95 10 <sup>-6</sup>	5,775 10 <sup>-5</sup>
46	2,5	5	0,000211	83,5	6,15 10 <sup>-6</sup>	5,95 10 <sup>-5</sup>
48	2,5	5	0,000211	85,5	6,35 10 <sup>-6</sup>	6,125 10 <sup>-5</sup>
50	2,5	5	0,000211	87,5	6,55 10 <sup>-6</sup>	6,3 10 <sup>-5</sup>
52	2,5	5	0,000211	89,5	6,75 10 <sup>-6</sup>	6,475 10 <sup>-5</sup>
54	2,5	5	0,000211	91,5	6,95 10 <sup>-6</sup>	6,65 10 <sup>-5</sup>
56	2,5	5	0,000211	93,5	7,15 10 <sup>-6</sup>	6,825 10 <sup>-5</sup>
58	2,5	5	0,000211	95,5	7,35 10 <sup>-6</sup>	7,0 10 <sup>-5</sup>
60	2,5	5	0,000211	97,5	7,55 10 <sup>-6</sup>	7,175 10 <sup>-5</sup>
62	2,5	5	0,000211	99,5	7,75 10 <sup>-6</sup>	7,35 10 <sup>-5</sup>
64	2,5	5	0,000211	101,5	7,95 10 <sup>-6</sup>	7,525 10 <sup>-5</sup>
66	2,5	5	0,000211	103,5	8,15 10 <sup>-6</sup>	7,7 10 <sup>-5</sup>
68	2,5	5	0,000211	105,5	8,35 10 <sup>-6</sup>	7,875 10 <sup>-5</sup>
70	2,5	5	0,000211	107,5	8,55 10 <sup>-6</sup>	8,05 10 <sup>-5</sup>
72	2,5	5	0,000211	109,5	8,75 10 <sup>-6</sup>	8,225 10 <sup>-5</sup>
74	2,5	5	0,000211	111,5	8,95 10 <sup>-6</sup>	8,4 10 <sup>-5</sup>
76	2,5	5	0,000211	113,5	9,15 10 <sup>-6</sup>	8,575 10 <sup>-5</sup>
78	2,5	5	0,000211	115,5	9,35 10 <sup>-6</sup>	8,75 10 <sup>-5</sup>
80	2,5	5	0,000211	117,5	9,55 10 <sup>-6</sup>	8,925 10 <sup>-5</sup>
82	2,5	5	0,000211	119,5	9,75 10 <sup>-6</sup>	9,1 10 <sup>-5</sup>
84	2,5	5	0,000211	121,5	9,95 10 <sup>-6</sup>	9,275 10 <sup>-5</sup>
86	2,5	5	0,000211	123,5	10,15 10 <sup>-6</sup>	9,45 10 <sup>-5</sup>
88	2,5	5	0,000211	125,5	10,35 10 <sup>-6</sup>	9,625 10 <sup>-5</sup>
90	2,5	5	0,000211	127,5	10,55 10 <sup>-6</sup>	9,8 10 <sup>-5</sup>
92	2,5	5	0,000211	129,5	10,75 10 <sup>-6</sup>	9,975 10 <sup>-5</sup>
94	2,5	5	0,000211	131,5	10,95 10 <sup>-6</sup>	10,15 10 <sup>-5</sup>
96	2,5	5	0,000211	133,5	11,15 10 <sup>-6</sup>	10,325 10 <sup>-5</sup>
98	2,5	5	0,000211	135,5	11,35 10 <sup>-6</sup>	10,5 10 <sup>-5</sup>
100	2,5	5	0,000211	137,5	11,55 10 <sup>-6</sup>	10,675 10 <sup>-5</sup>
102	2,5	5	0,000211	139,5	11,75 10 <sup>-6</sup>	10,85 10 <sup>-5</sup>
104	2,5	5	0,000211	141,5	11,95 10 <sup>-6</sup>	11,025 10 <sup>-5</sup>
106	2,5	5	0,000211	143,5	12,15 10 <sup>-6</sup>	11,2 10 <sup>-5</sup>
108	2,5	5	0,000211	145,5	12,35 10 <sup>-6</sup>	11,375 10 <sup>-5</sup>
110	2,5	5	0,000211	147,5	12,55 10 <sup>-6</sup>	11,55 10 <sup>-5</sup>
112	2,5	5	0,000211	149,5	12,75 10 <sup>-6</sup>	11,725 10 <sup>-5</sup>
114	2,5	5	0,000211	151,5	12,95 10 <sup>-6</sup>	11,9 10 <sup>-5</sup>
116	2,5	5	0,000211	153,5	13,15 10 <sup>-6</sup>	12,075 10 <sup>-5</sup>
118	2,5	5	0,000211	155,5	13,35 10 <sup>-6</sup>	12,25 10 <sup>-5</sup>
120	2,5	5	0,000211	157,5	13,55 10 <sup>-6</sup>	12,425 10 <sup>-5</sup>
122	2,5	5	0,000211	159,5	13,75 10 <sup>-6</sup>	12,6 10 <sup>-5</sup>
124	2,5	5	0,000211	161,5	13,95 10 <sup>-6</sup>	12,775 10 <sup>-5</sup>
126	2,5	5	0,000211	163,5	14,15 10 <sup>-6</sup>	12,95 10 <sup>-5</sup>
128	2,5	5	0,000211	165,5	14,35 10 <sup>-6</sup>	13,125 10 <sup>-5</sup>
130	2,5	5	0,000211	167,5	14,55 10 <sup>-6</sup>	13,3 10 <sup>-5</sup>
132	2,5	5	0,000211	169,5	14,75 10 <sup>-6</sup>	13,475 10 <sup>-5</sup>
134	2,5	5	0,000211	171,5	14,95 10 <sup>-6</sup>	13,65 10 <sup>-5</sup>
136	2,5	5	0,000211	173,5	15,15 10 <sup>-6</sup>	13,825 10 <sup>-5</sup>
138	2,5	5	0,000211	175,5	15,35 10 <sup>-6</sup>	14,0 10 <sup>-5</sup>
140	2,5	5	0,000211	177,5	15,55 10 <sup>-6</sup>	14,175 10 <sup>-5</sup>
142	2,5	5	0,000211	179,5	15,75 10 <sup>-6</sup>	14,35 10 <sup>-5</sup>
144	2,5	5	0,000211	181,5	15,95 10 <sup>-6</sup>	14,525 10 <sup>-5</sup>
146	2,5	5	0,000211	183,5	16,15 10 <sup>-6</sup>	14,7 10 <sup>-5</sup>
148	2,5	5	0,000211	185,5	16,35 10 <sup>-6</sup>	14,875 10 <sup>-5</sup>
150	2,5	5	0,000211	187,5	16,55 10 <sup>-6</sup>	15,05 10 <sup>-5</sup>
152	2,5	5	0,000211	189,5	16,75 10 <sup>-6</sup>	15,225 10 <sup>-5</sup>
154	2,5	5	0,000211	191,5	16,95 10 <sup>-6</sup>	15,4 10 <sup>-5</sup>
156	2,5	5	0,000211	193,5	17,15 10 <sup>-6</sup>	15,575 10 <sup>-5</sup>
158	2,5	5	0,000211	195,5	17,35 10 <sup>-6</sup>	15,75 10 <sup>-5</sup>
160	2,5	5	0,000211	197,5	17,55 10 <sup>-6</sup>	15,925 10 <sup>-5</sup>
162	2,5	5	0,000211	199,5	17,75 10 <sup>-6</sup>	16,1 10 <sup>-5</sup>
164	2,5	5	0,000211	201,5	17,95 10 <sup>-6</sup>	16,275 10 <sup>-5</sup>
166	2,5	5	0,000211	203,5	18,15 10 <sup>-6</sup>	16,45 10 <sup>-5</sup>
168	2,5	5	0,000211	205,5	18,35 10 <sup>-6</sup>	16,625 10 <sup>-5</sup>
170	2,5	5	0,000211	207,5	18,55 10 <sup>-6</sup>	16,8 10 <sup>-5</sup>
172	2,5	5	0,000211	209,5	18,75 10 <sup>-6</sup>	16,975 10 <sup>-5</sup>
174	2,5	5	0,000211	211,5	18,95 10 <sup>-6</sup>	17,15 10 <sup>-5</sup>
176	2,5	5	0,000211	213,5	19,15 10 <sup>-6</sup>	17,325 10 <sup>-5</sup>
178	2,5	5	0,000211	215,5	19,35 10 <sup>-6</sup>	17,5 10 <sup>-5</sup>
180	2,5	5	0,000211	217,5	19,55 10 <sup>-6</sup>	17,675 10 <sup>-5</sup>
182	2,5	5	0,000211	219,5	19,75 10 <sup>-6</sup>	17,85 10 <sup>-5</sup>
184	2,5	5	0,000211	221,5	19,95 10 <sup>-6</sup>	18,025 10 <sup>-5</sup>
186	2,5	5	0,000211	223,5	20,15 10 <sup>-6</sup>	18,2 10 <sup>-5</sup>
188	2,5	5	0,000211	225,5	20,35 10 <sup>-6</sup>	18,375 10 <sup>-5</sup>
190	2,5	5	0,000211	227,5	20,55 10 <sup>-6</sup>	18,55 10 <sup>-5</sup>
192	2,5	5	0,000211	229,5	20,75 10 <sup>-6</sup>	18,725 10 <sup>-5</sup>
194	2,5	5	0,000211	231,5	20,95 10 <sup>-6</sup>	18,9 10 <sup>-5</sup>
196	2,5	5	0,000211	233,5	21,15 10 <sup>-6</sup>	19,075 10 <sup>-5</sup>
198	2,5	5	0,000211	235,5	21,35 10 <sup>-6</sup>	19,25 10 <sup>-5</sup>
200	2,5	5	0,000211	237,5	21,55 10 <sup>-6</sup>	19,425 10 <sup>-5</sup>

axe du vilebrequin

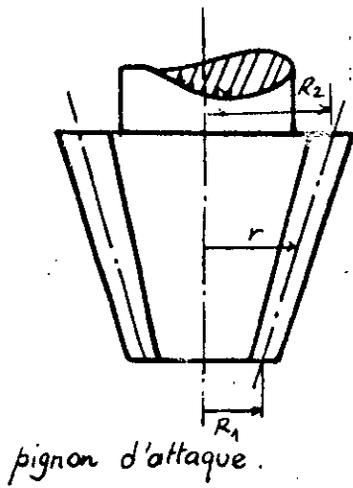
- ei : épaisseur du lème élément en..... mm
- mi : masse du lème élément en..... Kg
- Di : distance entre le centre de gravité de l'élément i et l'axe du vilebrequin en... mm
- Ii/axe : moment d'inertie de l'élément i par rapport à l'axe du vilebrequin en..... Kg.m<sup>2</sup>
- Igzi : moment d'inertie de l'élément i en..... Kg.m<sup>2</sup>

Le moment d'inertie total du bras est :

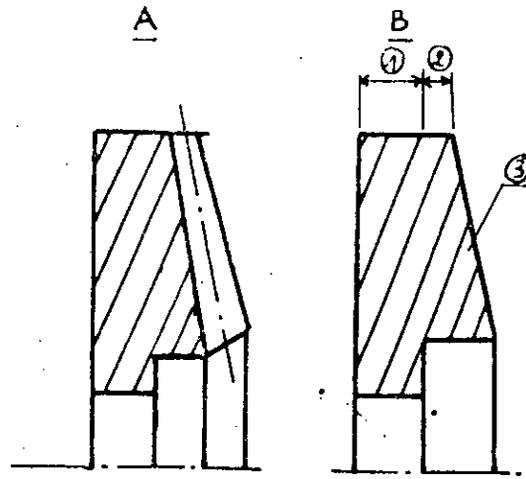
$$\sum_x I_{i/axe} = (I_{Gzi} + m_i \cdot D_i^2) = 5.44 \cdot 10^3 \text{ Kg.m}^2$$



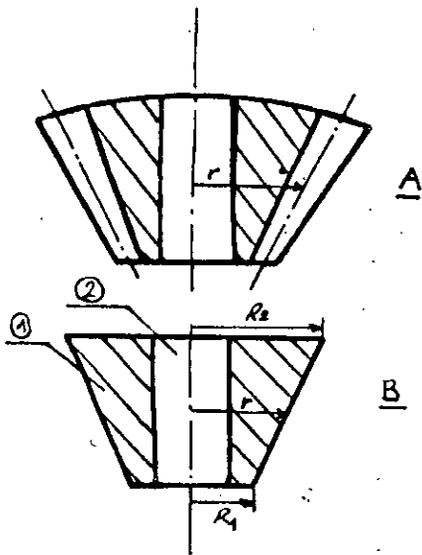
$$I_{Gz} = M \cdot (a^2 + b^2) / 12$$



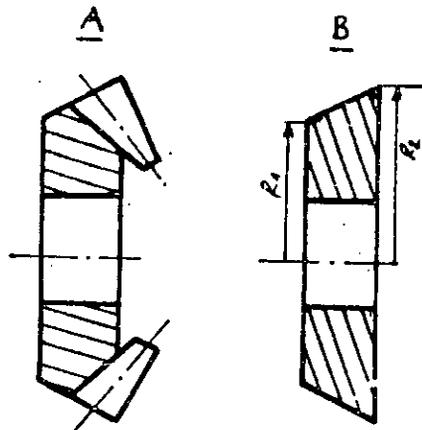
pignon d'attaque.



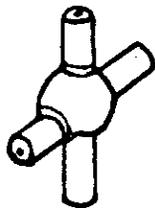
Couronne dentée.



pignon satellite.



pignon planétaire.



Croisillon.

Les différents éléments constituant le différentiel

- A schéma réel
- B schéma simplifié

$$l = 37,5 \text{ mm}$$

$$h = 50 \text{ mm}$$

$$R = 135 \text{ mm}$$

$$r = 50 \text{ mm}$$

$$h = 43 \text{ mm}$$

$I_M$  est alors égale à :  $I_M = 4,97 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$

Les moments d'inertie des bras sont calculés en les décomposant en éléments géométriques simple (voir figure 1.1)

$$I_{b1} = 5,44 \cdot 10^{-8} + 4,97 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$$

$$I_{b1} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

$$I_{b2} = 4,69 \cdot 10^{-8} \text{ kg.m}^2$$

Le moment d'inertie du demis coude est alors :

$$I_{c/2} = 31,75 \cdot 10^{-8} \text{ kg.m}^2$$

Le moment d'inertie équivalent de l'équipage mobile est :

$$I_{4q} = ( 1/2 m_p + 3/4 m_b ) R^2$$

$$I_{4q} = 7,9 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$$

b/ Raideurs torsionnelles du coude :

Plusieurs formules empiriques sont proposées par des auteurs différents pour le calcul de la longueur équivalente du coude :

Carter ;

Cher wilson ;

Timoshenko ;

Girounet ;

Bicera .

Nous avons retenus la dernière (Bicera) , on trouve :

$$l_e = 151,66 \text{ mm}$$

Les 2 raideurs du modèle à 3 disques peuvent alors être déterminées à partir des longueurs mises en place dans le modèle :

$$K_1 = \frac{G \cdot \pi \cdot D_e^4}{32 l_{et} / 2} \quad \text{en N.m/rd}$$

$$K_2 = \frac{G \cdot \pi \cdot D_c^4}{32 (l_e - l_{et}) / 2} \quad \text{en N.m/rd}$$

avec :

G : module de glissement égale à 800 daN/mm<sup>2</sup> .

D<sub>e</sub> : diamètre équivalent du coude en mm .

l<sub>e</sub> : longueur équivalente du coude en mm .

l<sub>et</sub> : longueur équivalente du tourillon en mm .

La rigidité équivalente d'un coude est donnée par :

$$1 / k_{éc} = 2 / K_1 + 2 / K_2$$

$$K_{éc} = 9,14 \cdot 10^5 \text{ N.m/rd} .$$

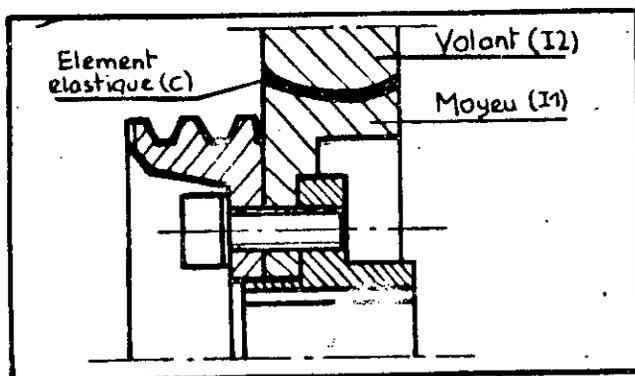
La rigidité entre 2 coudes successifs est donnée par :

$$1/k = 1/k_1 + 1/k_2 = 2/k_1$$

$$k = k_1 / 2$$

$$k = 5,085 \cdot 10^6 \text{ N.m/rd}$$

### INSTALLATION D'UN AMORTISSEUR A CAOUTCHOUC :



A la figure ci-dessus est présenté un amortisseur élastique (damper); il comporte un rappel élastique entre le volant I<sub>2</sub> (élément d'inertie) et le moyeu I<sub>1</sub> .

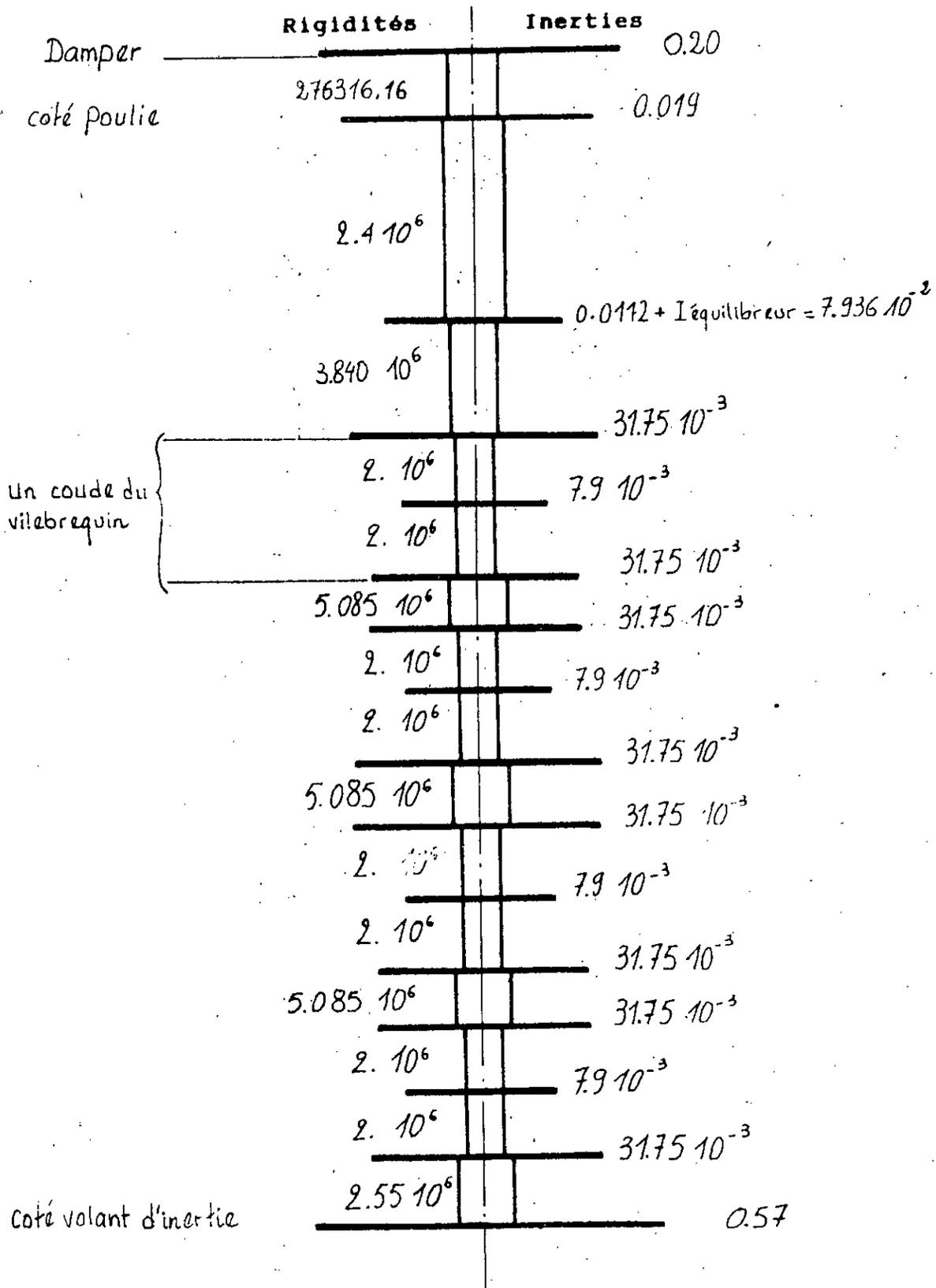
Ce moyeu est lié rigidement au vilebrequin. Des vibrations se transmettent au volant par l'intermédiaire de l'élément élastique (c). Grâce à l'hystérésis de l'élément élastique, l'amortissement se fait avec dissipation d'énergie .

Une partie de l'énergie vibratoire se transforme en chaleur .

Il s'agit d'un système à un degré de liberté classique dont la fréquence propre est fonction de l'inertie du volant et de la raideur en cisaillement de l'élément élastique de liaisons. Ce mécanisme ajoute en fait une inertie liée par une raideur à la poulie du vilebrequin, c'est à dire qu'il ajoute un degré de liberté à la ligne d'arbre, et par conséquent modifie le comportement vibratoire du système global .

Moments d'inertie : Kg.m²

Raideurs torsionnelles : N.m/rd



MODÈLE DU MOTEUR EQUIPE DU DAMPER

C'est en 1958 qu'apparait en Europe le damper caoutchouc non adhésif (l'élément élastique est un anneau maintenu en place par compression entre le moteur et le volant), une compression suffisante évite le glissement et de plus la pré-compression améliore les qualités d'amortissement du caoutchouc travaillant au cisaillement .

#### Dimensions :

Le choix des dimensions est un compromis entre plusieurs paramètres , on cherche en particulier un damper de petites dimensions (on est limité par l'encombrement ) .

La poulie de courroie installée actuellement sur le C6006 n'offre pas la possibilité de l'installation d'un tel damper, et un usinage de celle-ci n'est pas conseillé car cela implique une modification de son inertie donc une influence sur les vitesses dangereuses de la ligne d'arbre , d'où son remplacement par une autre poulie telle que celle mentionnée à la figure ci-dessus est vivement conseillé sans tout de même apporter un grand changement dans son inertie .

La première pulsation propre du moteur équipé du damper est :  
 $\omega = 810 \text{ tr/min}$  , l'augmentation de l'inertie de la poulie ne fait que diminuer cette pulsation propre , et sa diminution n'a aucune influence sur la pulsation propre et la déformée modale du moteur.  
(vue son inertie très faible  $0,019 \text{ kg.m}^2$ )

Pour le choix de la poulie à installer, on ne tient compte que de l'encombrement .

L'inertie du damper à installer est :  $I_{\text{damper}} = 0,2 \text{ Kg.m}^2$

La rigidité du damper à installer est :  $K_{\text{damper}} = 276316,16 \text{ N.m/rd.}$

MODELISATION DU DIFFERENTIEL :

Le différentiel est constitué de 2 planétaires solidaires des demi-arbres de roues et 4 satellites entraînés par 2 croisillons, qui sont libres en rotation autour de ces derniers .

Le rôle principal du différentiel est de permettre aux roues motrices de décrire en virage des cercles de rayons différents et donc d'avoir des vitesses de rotation différentes tout en conservant chacune un effort moteur égal.

Ceci est d'autant plus difficile à réaliser quand le tracteur est à 4 roues motrices (apparition de contraintes de torsions au sein de la transmission ) .

Inerties des différents éléments du différentiel :

1/ Le pignon d'attaque : il est assimilé à un cône de rayon à la base  $R_2$ , de rayon au sommet  $R_1$  de hauteur  $h$  et de rayon variable  $r$  égal au rayon primitif son moment d'inertie est :

$$I/Y = \int r^2 \cdot (\rho \pi r^2 dy)$$

$$(r-R_1)/y = (R_2 - R_1) / h$$

$$r = (y/h) \cdot (R_2 - R_1)$$

$$I/y = \frac{\rho \pi h}{5(R_2 - R_1)} (R_2^5 - R_1^5)$$

avec  $\rho$  : masse volumique de l'acier égale à  $7800 \text{ kg/m}^3$  .

$h$  : hauteur du pignon en (m).

$R_1$ : rayon au sommet en (m).

$R_2$ : rayon à la base en (m).

Le calcul donne :

$$I/y = I/A = 647,7 \cdot 10^{-6} \text{ (Kg.m}^2\text{)}$$

2/ La couronne dentée : Elle est décomposée en trois parties , des cylindre 1 et 2 pris pleins, et du cône creux 3 .

Le moment d'inertie des cylindres est :

$$I = (\rho \cdot \pi \cdot l \cdot D^4) / 32$$

avec :

$\rho$  : masse volumique de l'acier égale à 7800 Kg/m<sup>3</sup>

l : longueur du cylindre en (m) .

D : diamètre en (m) .

Les calculs donnent :

-cylindre 1 :

$$I_1 = 9,66 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$$

-cylindre 2 :

$$I_2 = 3,66 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$$

Moment d'inertie du cône creux 3 est :

$$I_3 = \frac{\rho \pi h}{5(R_2 - R_1)} (R_2^5 - R_1^5)$$

$$I_3 = 0,199 \text{ Kg.m}^2$$

Moment d'inertie de la couronne dentée est :

$$I_c = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_c = 0,251 \text{ Kg.m}^2$$

3/ Pignon satellite : Le différentiel est constitué de 4 pignons satellites chacun d'eux est assimilé à un cône creux, de moment d'inertie  $I = I_1 - I_2$

$$\text{tel que : } I_1 = (1/10) (\rho \cdot \pi \cdot h) (5(R_2^5 - R_1^5))$$

$$I_2 = (\rho \cdot \pi \cdot h / 32) (D_2^4 - D_1^4)$$

$$\text{Les calculs donnent } I_s = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{ Kg.m}^2$$

4/ Pignon planétaire : Le différentiel est constitué de 2 pignons planétaires, chacun d'eux est assimilé à un cône creux de moment d'inertie  $I/x = I_1/x - I_2/x$

$I/x$  : est le moment d'inertie d'un planétaire par rapport à l'axe x parallèle à l'axe du vilebrequin .

$$I/x = (\rho \cdot \pi \cdot h^3 / 3) (R_2^2 - R_1^2) + (\rho \cdot \pi \cdot h / 20) (R_2^2 - R_1^2) / (R_2 - R_1) - \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot (R^2 / 4 + h^2 / 3)$$

Le moment d'inertie d'un planétaire est alors :

$$I_p = I/x = 0.0738 \text{ Kg.m}^2$$

5/ Le moment d'inertie total du différentiel est alors :

$$I_1 = I/A + I_c + 4 I_s + 2 I_p$$

avec :

$I/A$  : moment d'inertie du pignon d'attaque en  $\text{Kg.m}^2$

$I_c$  : moment d'inertie de la couronne dentée en  $\text{Kg.m}^2$

$I_s$  : moment d'inertie du satellite en  $\text{Kg.m}^2$

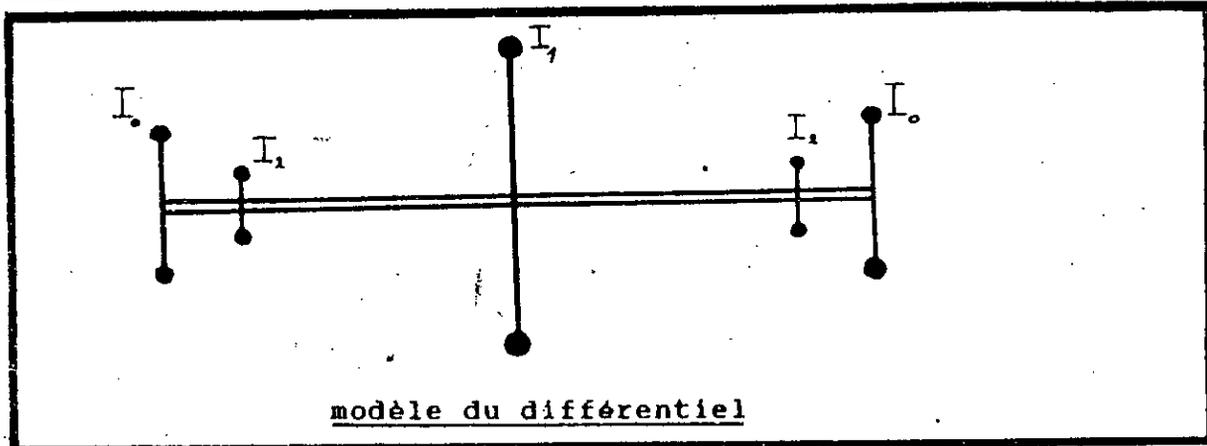
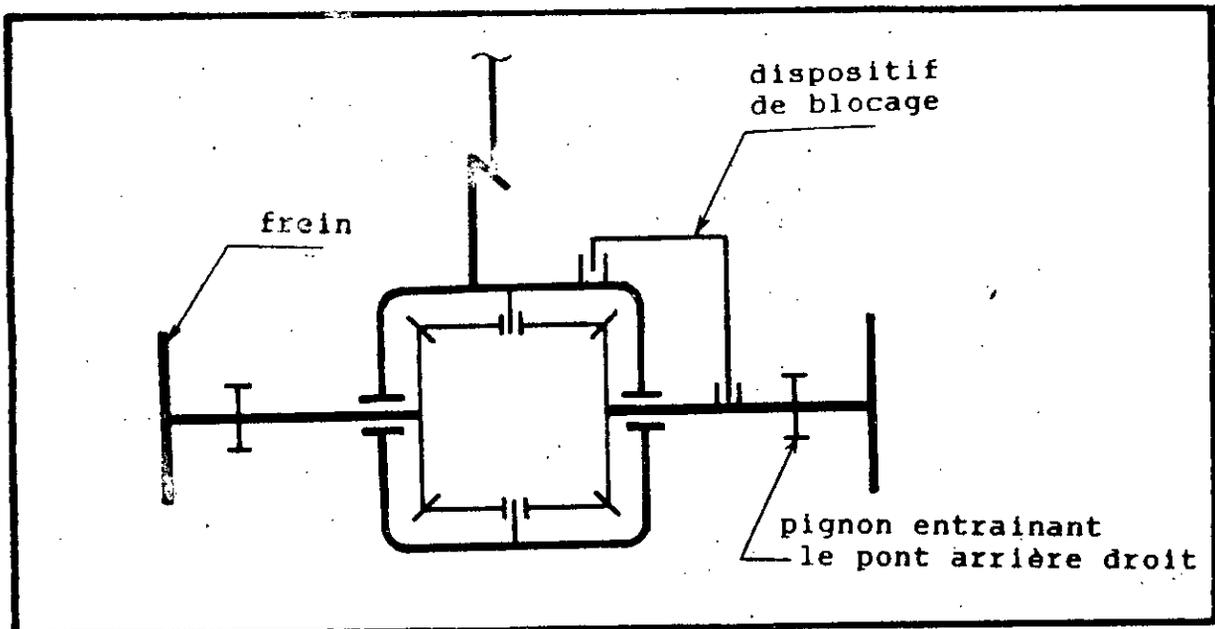
$I_p$  : moment d'inertie du planétaire en  $\text{Kg.m}^2$

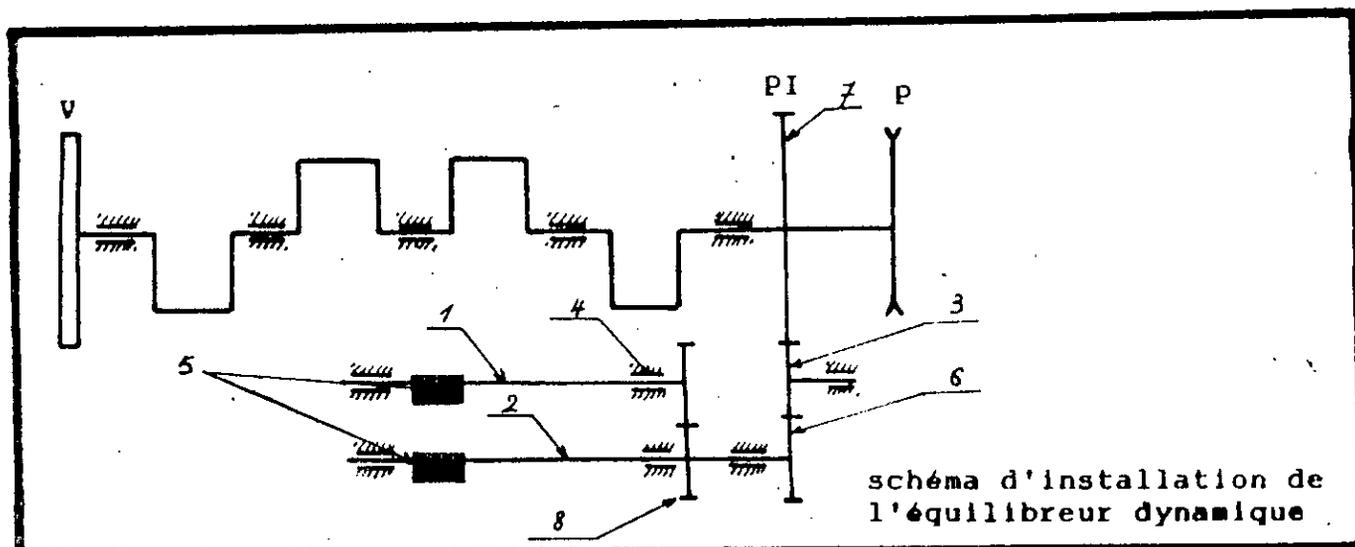
On trouve :

$$I_1 = 0.40 \text{ Kg.m}^2$$

1.1/ MODELISATION : Pour sa modélisation le différentiel est considéré bloqué, mieux que tout commentaire le schéma cinématique de la figure ci-dessous illustre ce système de blocage .

En manoeuvrant le levier le blocage, le demis arbre droit se trouve bloqué en rotation qui à son tour bloque les satellites et les planétaires du différentiel et le demis arbre gauche , dans le cas où le différentiel est bloqué on peut alors assimiler cet ensemble à un seul disque d'inertie pour l'étude des vibrations de torsion placé au noeud de ramification .



**MOTEUR ET EQUILIBREUR DYNAMIQUE :****INERTIE DE L'EQUILIBREUR :**

P : poulie .

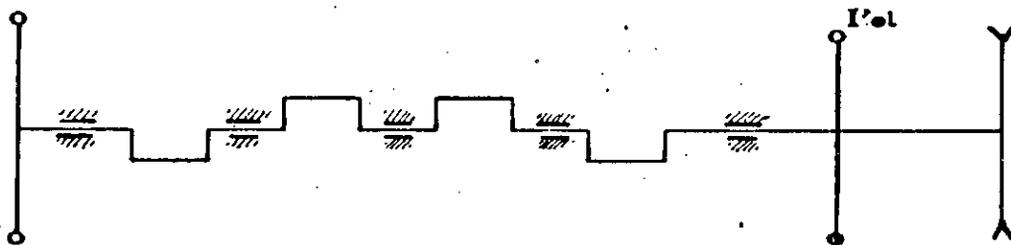
PI : pignon intermediaire .

V : volant .

L'équilibreur dynamique est l'ensemble des arbres 1 et 2 équipés des masselottes 5 et des paliers 4, et des pignon 3 ,6 engrainant avec le vilebrequin . Si on néglige les frottement dans les paliers 4 on peut dire que les 2 arbres 1 et 2 ne subissent pas de torsion et l'équilibreur est assimilable à une masse M en rotation de moment d'inertie  $I_e$  .

L'inertie de l'équilibreur est donc réduite au vilebrequin au niveau du pignon intermediaire .

Le calcul se fera en faisant intervenir successivement le nombre de dents  $Z_i$  des différents pignons , cela revient à chématiser le vilebrequin ainsi :



Le nouveau moment d'inertie au niveau du pignon intermediaire est tels que :

$$I'_{el} = I_{14} + ( Z_{14} / Z_3 )^2 \cdot I_{el}$$

avec  $I_{14}$  : Moment d'inertie de l'arbre à came et des pignons intermediaires .

$I_{el}$  : Moment d'inertie de l'équilibreur (ensemble des pièces : 1,2,3,5,6 )

$Z_{14}$  : Nombre de dents du pignon intermediaire .

$Z_3$  : Nombre de dents du pignon 3 .

#### Calcul de $I_{el}$ :

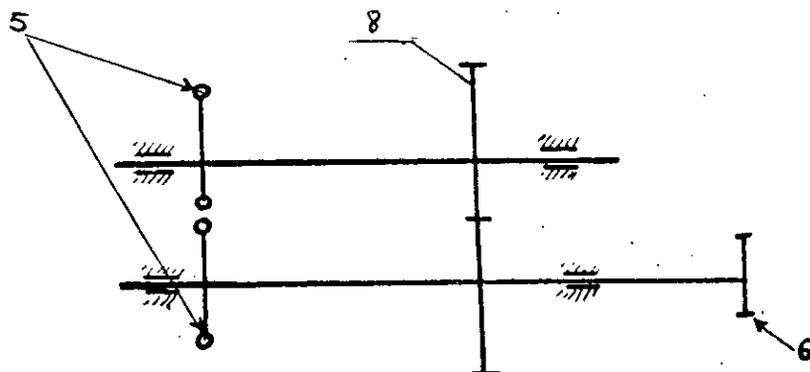
Le moment d'inertie de la masselotte  $I_5$  est obtenu par décomposition en éléments cylindriques simples .

$$I_m = \sum I_i$$

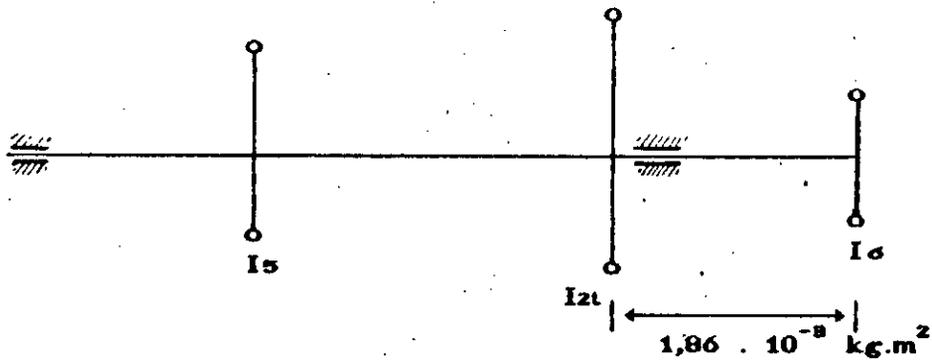
$$I_m = 0,00304 \text{ kg.m}^2$$

Le moment d'inertie de l'arbre est assimilé à un ensemble de cylindres creux :

$$I_c = 8,28 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$



Le schéma précédent devient alors ,



avec  $I_6$  : Moment d'inertie du pignon 6 .

$I_1$  : Moment d'inertie de la masselotte 5 et de l'arbre 1

$$I_6 = 5,38 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

$$I_1 = 3,867 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$$

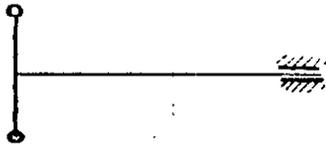
d'où  $I_{21} = 0,0044 \text{ kg.m}^2$

On calcul ensuite la somme :

$$I'_{21} = I_5 + (I_1 + I_{21} + I_6) + 1/2 \cdot 1,83 \cdot 10^{-9}$$

$$I'_{21} = 8,6 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$$

Le schéma précédent devient alors :



tels que ;  $I_{e1} = I_3 + I'_{21} \cdot (Z_3/Z_6)^2$

$Z_3$  : nombre de dents du pignon 3

$Z_6$  : nombre de dents du pignon 6 .

$I_3$  : moment d'inertie du pignon 3 .

$$Z_3 = 37$$

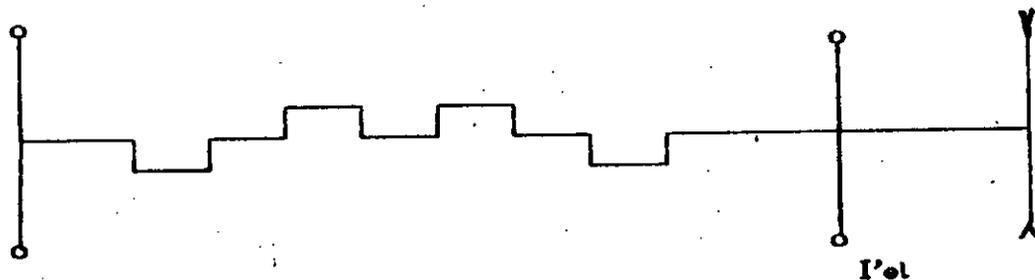
$$Z_6 = 16$$

$$I'_{21} = 8,6 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$$

$$I_3 = 2,3 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$$

d'où  $I_{e1} = 4,82 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$

Le schéma final est alors .



$$I'_{el} = I_{14} + (Z_{14} / Z_9)^2 \cdot I_{el}$$

$$I_{14} = 0,0112 \quad \text{kg.m}^2$$

$$I_{el} = 4,82 \cdot 10^{-2} \quad \text{kg.m}^2$$

$$Z_{14} = 44$$

$$Z_9 = 37$$

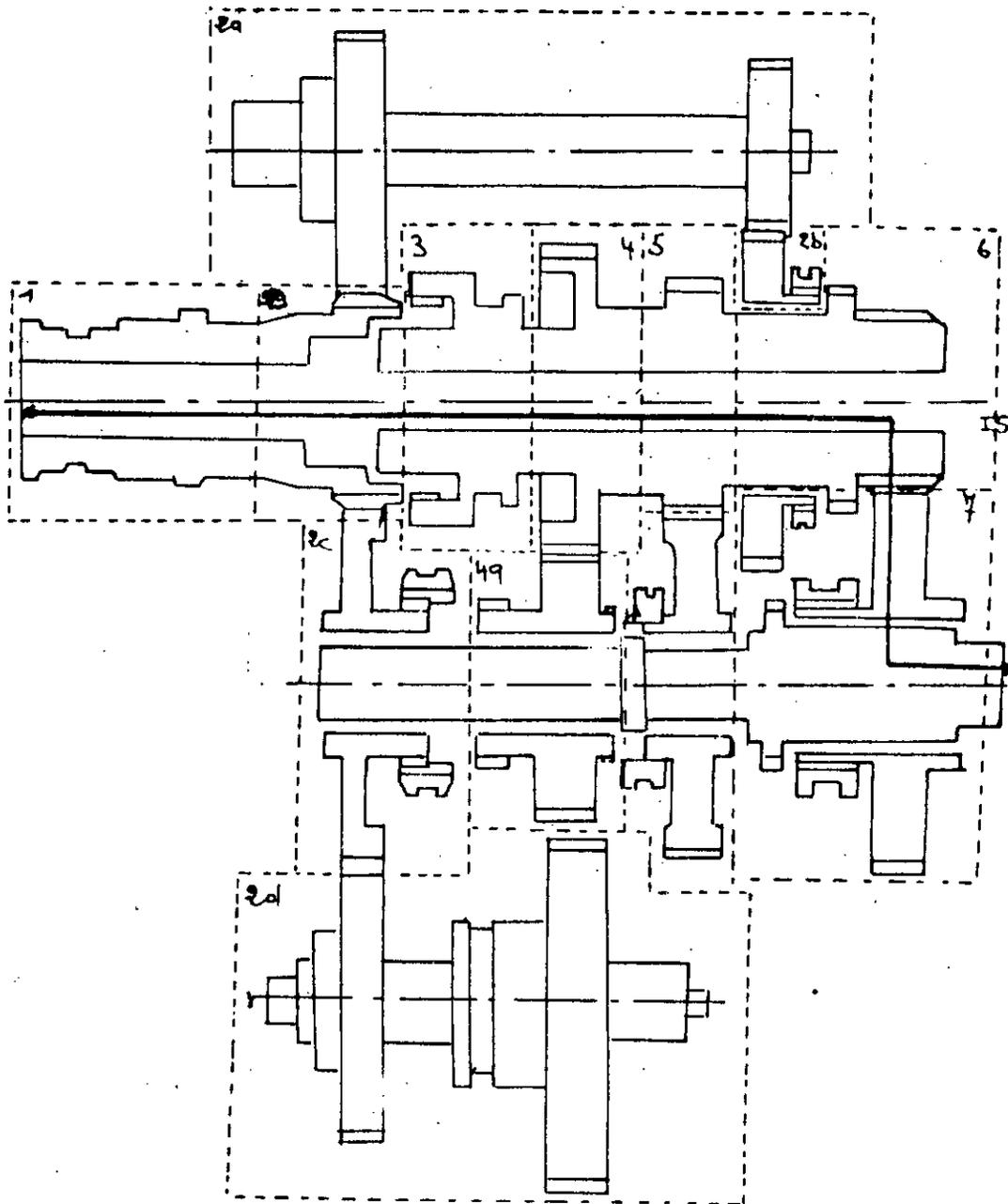
Le moment d'inertie total représentant l'équilibreur dynamique d'une part et l'arbre à came et le pignon intermédiaire d'autre est :

$$I'_{el} = 7,936 \cdot 10^{-2} \quad \text{kg.m}^2$$

**MODELISATION DE LA BOITE DE VITESSE**

**1-Etablissement du modèle de la boîte de vitesse pour le rapport IS**

a- Calcul des inerties et rigidités élémentaires pour les différentes parties du rapports de vitesses IS .



Fig(5.1)

différentes parties élémentaires pour 22  
calcul des rigidités et inerties de la  
me d'arbre I S

La figure (5.1) nous montre le schéma du rapport de vitesse IS décomposé en 7 parties élémentaires .

Chaque partie sera modélisée par la méthode des masses concentrés en un arbre rigide et 2 disques à l'extrémité .

Pour cela on doit calculer l'inertie et la rigidité de chaque partie . l'inertie de chaque disque est égale à :

$$I(\text{élémentaire}) = ((\rho \cdot \pi \cdot l) / 32) \cdot (D^4 - d^4) \quad \text{en } (\text{Kg} \cdot \text{m}^2)$$

La somme des inerties élémentaires des portions d'arbres est égale à :

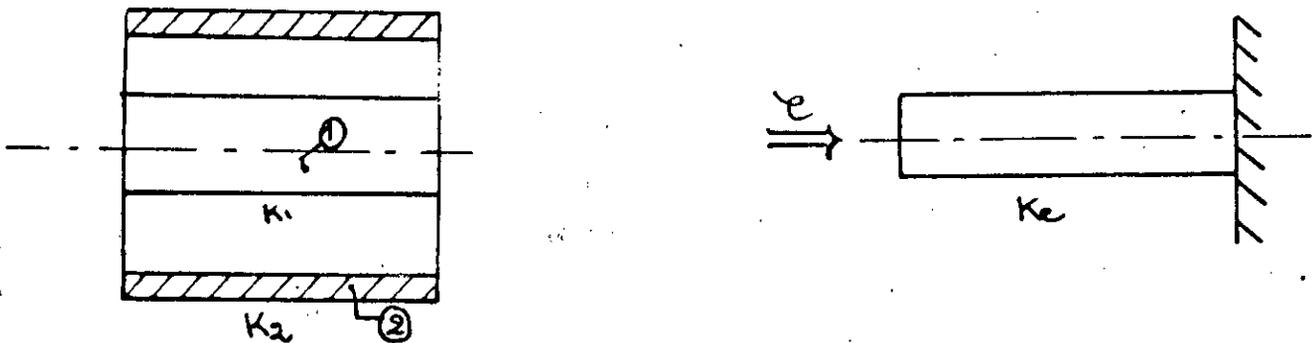
$$I(\text{totale}) = \sum I(\text{élémentaire}) \quad \text{en } (\text{Kg} \cdot \text{m}^2)$$

La somme des rigidités élémentaires des portions d'arbres en serie est égale à :

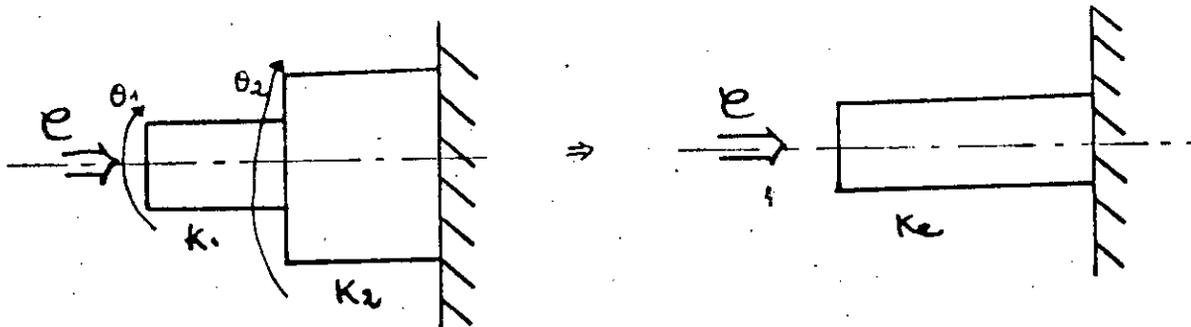
$$\frac{1}{K(\text{totale})} = \sum \frac{1}{K(\text{élémentaires})}$$

La somme des rigidités des portions d'arbre en parallèle est égale à :

$$K(\text{totale}) = \sum K(\text{élémentaire}) \quad \text{en } (\text{Kg} \cdot \text{m}^2)$$



Association de deux arbres  
en parallèle ① et ②



**Association de deux arbres  
en série**

**Etablissement des fichiers inerties et rigidités des  
cylindres élémentaires par rapport à leur axes.**

**Fichier inertie : [ dimension en [mm] ] , I en [Kg.m<sup>2</sup>]**

<b>Partie 2</b>	$I = 2,661E-4$	$L = 14,5$	$D = 50$	$L = 29$
$L = 6$	"	$D = 56$	$d = 0$	$D = 28$
$D = 42$	$L = 36$	$d = 30$	$I_{2a2} = 4,9860E-5$	$d = 0$
$d = 30$	$D = 45$	$I_{23} = 9,25E-6$	$L = 10$	$I_{2a4} = 1,6278E-5$
$I_n = 1,05E-5$	$d = 30$	$L = 11,5$	$D = 130$	$I = 24,27E-4$
$L = 8,5$	$I = 2,655E-5$	$D = 66$	$d = 0$	<b>Partie 2b</b>
$D = 40,5$	"	$d = 35$	$I = 2,1970E-3$	$L = 13$
$d = 30$	$L = 7$	$I_{24} = 1,53E-4$	$I_{2a3} = 2,1970E-3$	$D = 94$
$I_{21} = 1,223E-5$	$D = 49$	$L = 25$	$L = 10$	$d = 60$
$L = 6,5$	$d = 30$	$D = 66$	$D = 50$	$I_{2b1} = 6,88E-4$
$D = 39$	$I = 2,041E-5$	$d = 49$	$d = 0$	$L = 4$
$d = 30$	$I = 4,28E-4$	$I_{25} = 1,37E-4$	$I_{2a4} = 4,9760E-5$	$D = 180$
$I_n = 1,511E-5$	<b>Partie 2</b>	$I_{26} = 4,149E-4$	$L = 132$	$d = 166$
$L = 10,5$	$L = 19$	<b>Partie 2a</b>	$D = 40$	$I_{2b2} = 7,93E-4$
$D = 40,5$	$D = 52$	$L = 15$	$d = 0$	$L = 9$
$d = 30$	$d = 30$	$D = 30$	$I_{2a1} = 2,5996E-4$	$D = 180$
$I_n = 1,513E-6$	$I_{21} = 9,45E-5$	$d = 0$	$L = 25$	$d = 166$
$L = 100$	$L = 15,5$	$I_{2a1} = 9,3040E-6$	$D = 54$	$I_{2b3} = 1,55E-3$
$D = 40,5$	$D = 56$	$L = 10$	$d = 0$	
$d = 30$	$d = 30$		$I_{2a6} = 1,3649E-5$	
	$I_{22} = 1,09E-4$			

<p>Suite Partie 2b</p> <p>L = 12 D = 170 d = 66 I = 9,47E-3 254</p> <p>L = 12 D = 84 d = 10 I = 4,44E-4 255</p> <p>I = 0,13</p>	<p>D = 70 I = 1,396E-4 257</p> <p>L = 9 D = 170 d = 47 I = 3,359E-3 258</p> <p>L = 7 D = 89 d = 47 I = 5,10E-4 259</p>	<p>d = 0 I = 2,292E-4 257</p> <p>L = 70 D = 30 d = 0 I = 1,240E-5 258</p> <p>L = 14 D = 24 d = 0 I = 3,556E-4 259</p>	<p>d = 27 I = 1,409E-4 34</p> <p>I<sub>3</sub> = 3,906E-3</p> <p>Partie 4</p> <p>L = 80 D = 51 d = 27 I = 9,547E-5 41</p> <p>L = 21,5 D = 39 d = 27 I = 2,93E-5 42</p> <p>I<sub>4</sub> = 1,247E-4 4</p>	<p>L = 11 D = 124 d = 47 I = 1,95E-3 302</p> <p>L = 16 D = 65 d = 47 I = 1,58E-4 303</p> <p>I = 0,5022 D<sub>39</sub></p> <p>Partie 5</p> <p>I = 30 D = 58 d = 27 I = 2,47E-4 11</p> <p>L = 9,5 D = 76 d = 24 I = 6,19E-5 12</p> <p>L = 29 D = 50 d = 27 I = 1,26E-4 13</p> <p>I<sub>r</sub> = 4,78E-4</p>	<p>d = 0 I<sub>64</sub> = 9,37E-5</p> <p>I<sub>6</sub> = 4,16E-4</p> <p>Partie 7</p> <p>L = 100 D = 41 d = 0 I<sub>71</sub> = 1,04E-5</p> <p>L = 29,5 D = 81 d = 0 I = 2,76E-5 92</p> <p>L = 35 D = 41 d = 0 I = 8,96E-5 93</p> <p>I<sub>7</sub> = 2,09E-4</p>
<p>Partie 2c</p> <p>L = 4,5 D = 65 d = 47 I = 4,469E-5 251</p> <p>L = 10 D = 170 d = 47 I = 6,358E-3 252</p> <p>L = 16 D = 164 d = 47 I = 1,457E-4 253</p> <p>L = 7 D = 69 d = 47 I = 9,53E-5 254</p> <p>L = 10,5 D = 92 d = 47 I = 3,79E-4 255</p> <p>L = 9 D = 98 d = 47 I = 3,24E-4 256</p> <p>L = 5 D = 88</p>	<p>I = 0,01351 2c</p> <p>Partie 2d</p> <p>L = 16 D = 21 d = 0 I = 2,392E-6 2d1</p> <p>L = 12 D = 44 d = 0 I = 3,444E-5 2d2</p> <p>L = 15 D = 70 d = 0 I = 2,390E-4 2d3</p> <p>L = 19 D = 32 d = 0 I = 1,52E-5 2d4</p> <p>L = 14,5 D = 46 d = 0 I = 4,97E-5 2d5</p> <p>L = 42 D = 50 d = 0 I = 2,010E-4 2d6</p> <p>L = 10 D = 67</p>	<p>I = 0,00047 2d</p> <p>Partie 3</p> <p>L = 11 D = 49 d = 27 I = 4,338E-5 31</p> <p>L = 9 D = 47 d = 24 I = 2,514E-4 32</p> <p>L = 9,5 D = 64 d = 27 I = 1,718E-4 33</p> <p>L = 5 D = 76 d = 27 I = 1,257E-4 34</p> <p>L = 4 D = 42 d = 27 I = 1,373E-5 35</p> <p>L = 11 D = 114 d = 27 I = 1,48E-3 36</p> <p>L = 4 D = 21</p>	<p>I = 2,93E-5 42</p> <p>I<sub>4</sub> = 1,247E-4 4</p> <p>Partie 4a</p> <p>L = 9 D = 62 d = 54 I = 5,14E-5 401</p> <p>L = 9,5 D = 154 d = 52 I = 4,25E-3 402</p> <p>L = 5 D = 156 d = 140 I = 7,96E-4 403</p> <p>L = 5 D = 156 d = 140 I = 7,96E-4 404</p> <p>I = 5,96E-3 409</p> <p>Partie 3a</p> <p>L = 14 D = 65 d = 47 I = 1,39E-4 37</p>	<p>I = 2,47E-4 11</p> <p>L = 9,5 D = 76 d = 24 I = 6,19E-5 12</p> <p>L = 29 D = 50 d = 27 I = 1,26E-4 13</p> <p>I<sub>r</sub> = 4,78E-4</p> <p>Partie 6</p> <p>L = 20 D = 40 d = 21 I<sub>61</sub> = 5,67E-5</p> <p>L = 30 D = 41 d = 21 I<sub>62</sub> = 6,05E-5</p> <p>L = 24 D = 26 d = 0 I<sub>63</sub> = 4,82E-5</p> <p>L = 37 D = 42</p>	

Fichier rigidité : Dimension en (mm) ; K en [N.m/rd]

Partie 1	Partie 2		
D = 40 d = 30 L = 6 K <sub>11</sub> = 2012913	D = 52 d = 30 L = 19 K <sub>21</sub> = 2684556	K <sub>21</sub> = 369719	L = 27 K <sub>42</sub> = 2408019
D = 40,5 d = 30 L = 8,5 K <sub>12</sub> = 1737804	D = 56 d = 30 L = 15,5 K <sub>22</sub> = 4572787	D = 78 d = 27 L = 9 K <sub>32</sub> = 31837960	K <sub>4</sub> = 1213920
D = 39 d = 30 L = 6,5 K <sub>13</sub> = 1816615	D = 56 d = 36 L = 14,5 K <sub>23</sub> = 4514043	D = 64 d = 27 L = 9,5 K <sub>33</sub> = 13430946	Partie 5
D = 40,5 d = 30 L = 10,5 K <sub>14</sub> = 1406550	D = 66 d = 35 L = 11,5 K <sub>24</sub> = 1567939	D = 76 d = 27 L = 5 K <sub>34</sub> = 51570397	D = 59 d = 24 L = 30 K <sub>51</sub> = 2223520
D = 45 d = 30 L = 36 K <sub>15</sub> = 77903	D = 66 d = 49 L = 25 K <sub>25</sub> = 10699494	D = 42 d = 27 L = 7 K <sub>35</sub> = 51570397	D = 76 d = 27 L = 7,5 K <sub>52</sub> = 24370265
D = 49 d = 30 L = 4 K <sub>16</sub> = 515876	D = 56 d = 35 L = 14,5 K <sub>26</sub> = 4514043	D = 114 d = 27 L = 11 K <sub>36</sub> = 2895039	D = 28 d = 40 L = 27 K <sub>53</sub> = 2990696
D = 45 d = 30 L = 100 K <sub>17</sub> = 272999	K <sub>2</sub> = 111753	K <sub>3</sub> = 399926	K <sub>5</sub> = 1395436
K <sub>1</sub> =	Partie 3	Partie 4	Partie 6
	D = 49 d = 28 L = 11	D = 51 d = 27 L = 20 K <sub>41</sub> = 2447991	D = 40 d = 21 L = 20 K <sub>61</sub> = 928937
		D = 21,5 d = 22	D = 41 d = 21 L = 21 K <sub>63</sub> = 984096
			K <sub>6</sub> = 231125

Calcul des inerties de chaque partie :

a/ Les inerties du pignon reliés au pignon Z18 de la partie 2 seront ramenés au niveau de la partie 2.

$$I_t(\text{partie2}) = I(\text{partie2}) + \left(\frac{18}{48}\right)^2 (I(\text{partie2c}) + \left(\frac{48}{21}\right)^2 I(\text{partie2d})) \\ + \left(\frac{18}{37}\right)^2 \cdot (I(\text{partie2a}) + \left(\frac{15}{40}\right)^2 I(\text{pignon2b}))$$

$$I_t(\text{partie2}) = 4,47 \text{ E-4} + \left(\frac{18}{48}\right)^2 (0,0135 + \left(\frac{48}{21}\right)^2 7,869 \text{ E-4}) \\ + \left(\frac{18}{37}\right)^2 \cdot ((27,27 \text{ E-4}) + \left(\frac{15}{40}\right)^2 28,24 \text{ E-3})$$

$$I_t(\text{partie2}) = 0,00356 \text{ Kgm}^2$$

b/ Calcul de  $I_t$  (partie 3)

D'inertie du pignon Z36 fou sera ramené au niveau de la partie 3 on aura :

$$I_t(\text{partie3}) = (3,906 \text{ E-3}) + \left(\frac{31}{36}\right)^2 \cdot 0,502 \text{ E-3}$$

$$I_t(\text{partie 3}) = 2,906 \text{ E-3 Kgm}^2$$

c/ Calcul de  $I_t$  de la partie 4 :

$$I_t(\text{partie4}) = I(\text{partie4}) + \left(\frac{22}{44}\right)^2 I(\text{partie4a})$$

$$I_t(\text{partie 4}) = 1,2481 \text{ E-4} + \left(\frac{22}{44}\right)^2 (5,96 \text{ E-3})$$

$$I_t = 0,00164 \text{ Kgm}^2$$

d/ L'inertie de la partie 7 sera ajouté à la demi inertie de la partie 6 .

En appliquant la methode des masses concentrés on obtient un premier modèle comme sur la figure précédente les inerties et regidités égales à :

$$I_1 = I_2 = 0,000214 \text{ [Kgm}^2\text{]}$$

$$I_3 = I_4 = 0,00178 \text{ [Kgm}^2\text{]}$$

$$I_5 = I_6 = 1,953 \text{ E-3 [Kgm}^2\text{]}$$

$$I_7 = I_8 = 0,00082 \text{ [Kgm}^2\text{]}$$

$$I_9 = I_{10} = 0,000239 \text{ [Kgm}^2\text{]}$$

$$I_{11} = 5,99 \text{ E-3 [Kgm}^2\text{]}$$

$$I_{12} = 0,00548 \text{ [Kgm}^2\text{]}$$

de même pour la regidité

$$K_{12} = 135049 \text{ [Nm/rd]}$$

$$K_{34} = 647800 \text{ [Nm/rd]}$$

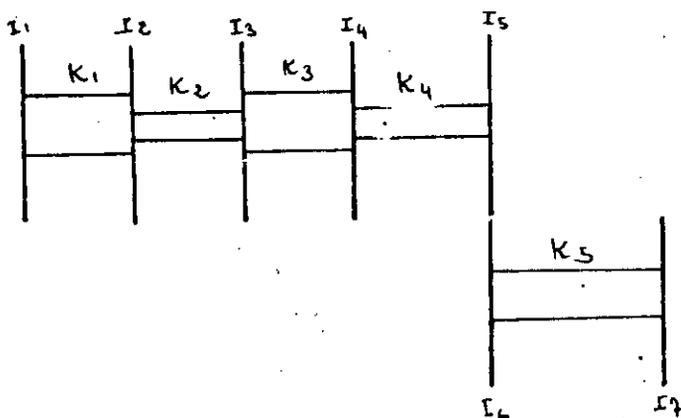
$$K_{56} = 329926 \text{ [Nm/rd]}$$

$$K_{78} = 1213920 \text{ [Nm/rd]}$$

$$K_{9-10} = 1395426 \text{ [Nm/rd]}$$

$$K_{11-12} = 216843 \text{ [Nm/rd]}$$

En assemblant les masses concentrées on obtient le modèle inertiel suivant :



Pour établir une ligne, il faut rapporter les inerties  $I_7$  et  $I_8$  au niveau du vilebrequin ;

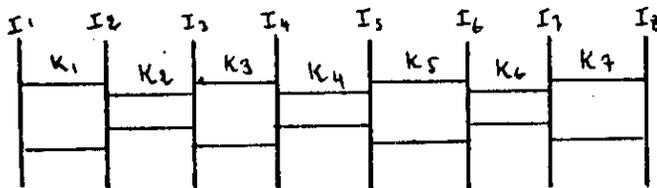
On aura :

$$I_6 = 0,0002369 \cdot \left(\frac{14}{52}\right)^2 \cdot 5,99 \text{ E-3} = 6,731\text{E-4} \quad \text{Kg.m}^2$$

$$I_7 = \left(\frac{14}{52}\right)^2 \cdot 5,476\text{E-3} = 3,97\text{E-4} \quad \text{Kg.m}^2$$

$$K_6 = \left(\frac{14}{52}\right)^2 \cdot 216843 = 15717 \quad \text{N.m/rd}$$

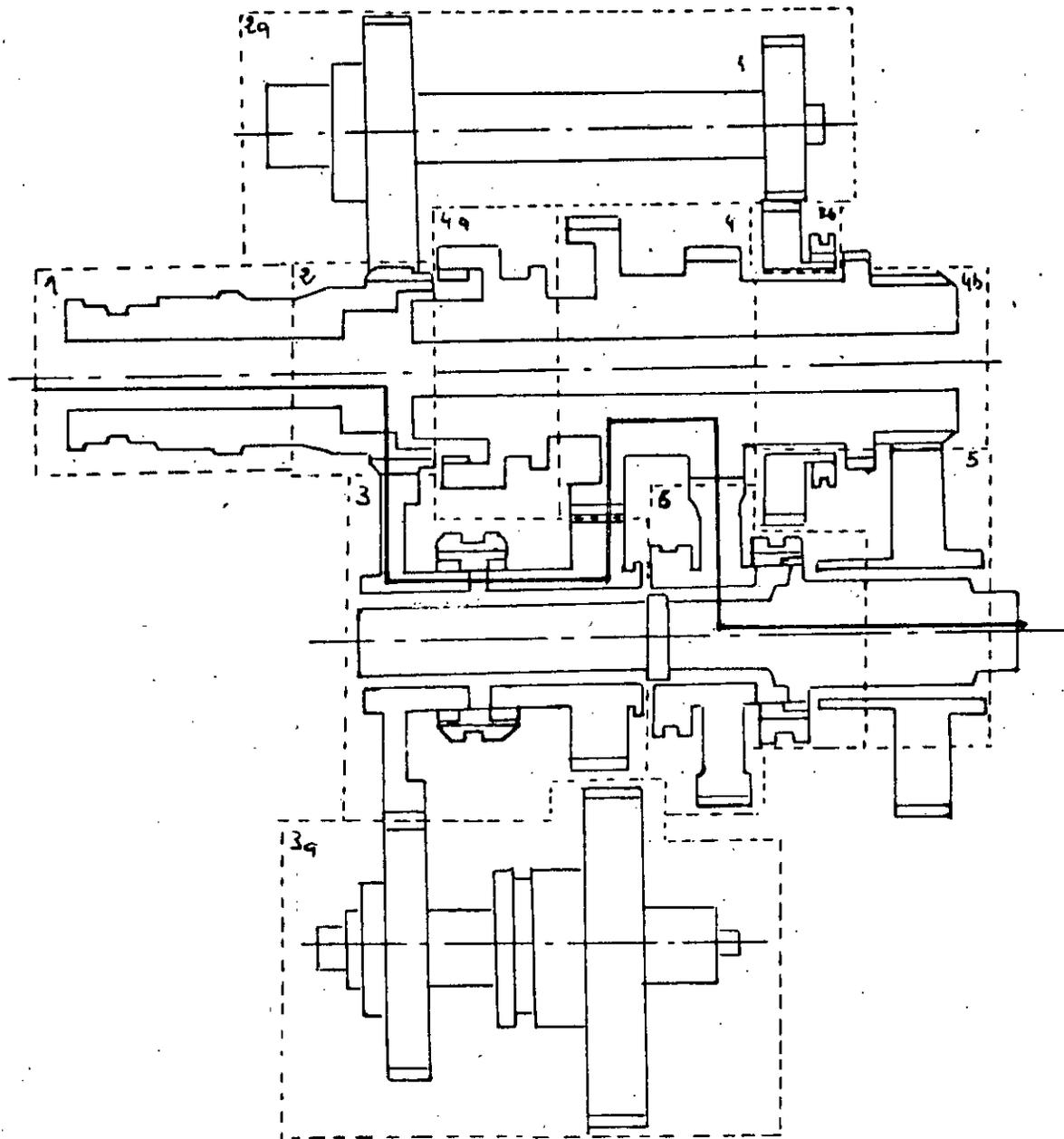
Enfin les inerties et rigidités de la ligne d'arbre sera égale à :



$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
0,000214	0,0001994	0,003733	0,002773	0,001059	6,731E-4	3,97E-4
$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$	
135049	647800	329926	1313920	1395436	15717	

Etablissement du modèle de la boîte de vitesse pour le rapport II.L .

a/ Calcul des inerties et rigidités élémentaires pour les différentes parties du rapport de vitesses II.L .



les différentes parties élémentaires pour  
le calcul des rigidités et inerties de la  
ligne d'arbre II L

Fichier inertie : Dimension en [mm] ; I en [Kg.m<sup>2</sup>]

Partie 1	$I_{21} = 8,95 E-5$	$I_{204} = 4,47 E-5$	$I_{35} = 3,10 E-4$	L = 7 D = 170 d = 166 $I_{202} = 2,45 E-3$
L = 6 D = 42 d = 30 $I_{11} = 1,05 E-5$	L = 15,5 D = 56 d = 30 $I_{22} = 1,07 E-4$	L = 132 D = 40 d = 0 $I_{205} = 2,57 E-4$	L = 9 D = 88 d = 47 $I_{36} = 3,79 E-4$	L = 7 D = 170 d = 166 $I_{203} = 2,45 E-3$
L = 8,5 D = 40,5 d = 30 $I_{12} = 1,22 E-5$	L = 14,5 D = 56 d = 31 $I_{23} = 9,25 E-5$	L = 25 D = 54 d = 0 $I_{206} = 1,36 E-5$	L = 5 D = 78 d = 70 $I_{37} = 1,37 E-4$	L = 12 D = 170 d = 66 $I_{204} = 2,47 E-3$
L = 6,5 D = 39 d = 30 $I_{13} = 7,47 E-6$	L = 11,5 D = 66 d = 35 $I_{24} = 1,53 E-4$	L = 29 D = 28 d = 0 $I_{207} = 1,62 E-5$	L = 9 D = 170 d = 47 $I_{38} = 3,24 E-4$	L = 12 D = 74 d = 66 $I_{205} = 2,83 E-3$
L = 10,5 D = 40,5 d = 30 $I_{14} = 1,54 E-5$	L = 25 D = 66 d = 49 $I_{25} = 1,37 E-4$	$I_{29} = 27,27 E-3$	L = 7 D = 69 d = 47 $I_{39} = 1,39 E-4$	L = 12 D = 74 d = 66 $I_{206} = 2,83 E-3$
L = 100 D = 43,5 d = 30 $I_{15} = 2,66 E-4$	$I_{26} = 4,47 E-4$	Partie 3	L = 14 D = 65 d = 47 $I_{30} = 1,95 E-3$	Partie 3a
L = 36 D = 45 d = 30 $I_{16} = 9,071 E-5$	Partie 2a	L = 4,5 D = 65 d = 47 $I_{31} = 2,46 E-5$	L = 11 D = 124 d = 47 $I_{311} = 1,57 E-4$	L = 16 D = 21 d = 0 $I_{301} = 2,37 E-6$
L = 7 D = 49 d = 30 $I_{17} = 2,65 E-5$	L = 15 D = 30 d = 0 $I_{2010} = 2,30 E-6$	L = 10 D = 170 d = 47 $I_{32} = 6,35 E-3$	L = 16 D = 65 d = 47 $I_{312} = 0,57 E-4$	L = 12 D = 44 d = 0 $I_{302} = 3,44 E-5$
$I_{18} = 4,27 E-4$	L = 10,0 D = 50 d = 0 $I_{202} = 4,77 E-5$	L = 16 D = 64 d = 47 $I_{33} = 1,45 E-3$	L = 16 D = 65 d = 47 $I_{313} = 0,015$	L = 13 D = 70 d = 0 $I_{303} = 2,39 E-4$
Partie 2	$I_{203} = 2,17 E-3$	L = 7 D = 79 d = 47 $I_{34} = 2,53 E-5$	Partie 2b	L = 13 D = 24 d = 66 $I_{201} = 5,78 E-4$
L = 19 D = 52 d = 30	L = 10 D = 50 d = 0	L = 10,5 D = 82 d = 47	L = 19 D = 32 d = 0 $I_{2011} = 1,52 E-5$	

Suite de la Partie 3a	$I_{41} = 9,54 E-5$	$I_{43} = 1,17 E-4$	Inertie de 5
$L = 14,5$ $D = 46$ $d = 0$ $I_{3a5} = 4,97 E-5$	$L = 21,5$ $D = 39$ $d = 24$ $I_{42} = 2,93 E-5$	$L = 9,5$ $D = 48$ $d = 27$ $I_{44} = 2,514 E-4$	$L = 9$ $D = 68$ $d = 0$ $I = 1,0183 E-4$
$L = 42$ $D = 10$ $d = 0$ $I_{3a6} = 2,010 E-4$	$L = 4$ $D = 42$ $d = 24$ $I_{43} = 1,3731 E-5$	$I_4 = 5,387 E-4$	$L = 9,5$ $D = 156$ $d = 0$ $I = 4,308 E-8$
$L = 14$ $D = 68$ $d = 0$ $I_{3a7} = 2,29 E-4$	$L = 11$ $D = 114$ $d = 24$ $I_{44} = 1,418 E-3$	Partie 4b	$L = 3$ $D = 40$ $d = 0$ $I = 5,51 E-5$  $I = 4,464 E-3$
$L = 20$ $D = 30$ $d = 0$ $I_{3a8} = 1,24 E-5$	$L = 40$ $D = 50$ $d = 24$ $I_{45} = 1,909 E-4$	$L = 13$ $D = 94$ $d = 66$ $I_{4b1} = 5,88 E-4$	Partie 6
$L = 14$ $D = 24$ $d = 0$ $I_{3a9} = 3,55 E-6$	$I_4 = 3,154 E-4$	$L = 4$ $D = 180$ $d = 166$ $I_{4b2} = 2,45 E-3$	$L = 80$ $D = 50$ $d = 0$ $I = 4,18 E-4$
$L = 14,5$ $D = 45$ $d = 0$ $I_{3a10} = 4,97 E-5$	$L = 11$ $D = 49$ $d = 28$ $I_{4a1} = 4,33 E-5$	$L = 12$ $D = 180$ $d = 166$ $I_{4b3} = 2,85 E-4$	$L = 4$ $D = 180$ $d = 66$ $I_{4b4} = 2,45 E-3$
Partie 4	$L = 9$ $D = 48$ $d = 24$ $I_{4a2} = 2,51 E-4$	$L = 12$ $D = 84$ $d = 66$ $I_{4b5} = 2,83 E-4$	$I_{4b} = 8,24 E-3$
$L = 20$ $D = 51$ $d = 27$	$L = 5$ $D = 76$ $d = 27$		

<p>Partie 1</p> <p>D = 42 d = 30 L = 6 K<sub>11</sub> = 302913</p> <p>D = 40,5 d = 30 L = 8,5 K<sub>12</sub> = 1737504</p> <p>D = 39 d = 30 L = 6,5 K<sub>13</sub> = 1816615</p> <p>D = 49 d = 30 L = 10,5 K<sub>14</sub> = 1406550</p> <p>D = 45 d = 30 L = 36 K<sub>15</sub> = 417903</p> <p>D = 49 d = 30 L = 7 K<sub>16</sub> = 519765</p> <p>D = 45,5 d = 30 L = 100 K<sub>17</sub> = 272999</p> <p>K<sub>18</sub> = 135049</p>	<p>d = 30 L = 15 K<sub>12</sub> = 4592778</p> <p>D = 56 d = 35 L = 14,5 K<sub>23</sub> = 4514075</p> <p>D = 66 d = 35 L = 11,5 K<sub>24</sub> = 15679</p> <p>D = 66 d = 49 L = 25 K<sub>25</sub> = 106994</p> <p>K<sub>2</sub> = 111753</p>	<p>D = 82 d = 47 L = 10,5 K<sub>36</sub> = 2553194</p> <p>D = 88 d = 47 L = 10,5 K<sub>37</sub> = 4807496</p> <p>D = 88 d = 47 L = 5 K<sub>38</sub> = 2132864</p> <p>D = 65 d = 47 L = 14 K<sub>39</sub> = 6491571</p> <p>D = 66 d = 49 L = 25 K<sub>30</sub> = 106994</p> <p>D = 88,5 d = 47 L = 5 K<sub>31</sub> = 2132864</p> <p>K<sub>3</sub> = 326500</p>	<p>D = 5 d = 27 L = 20 K<sub>44</sub> = 2447991</p> <p>D = 21,5 d = 39 L = 27 K<sub>45</sub> = 2408019</p> <p>K<sub>46</sub> = 28992</p> <p>Partie 4a</p> <p>D = 66 d = 0 L = 9 K<sub>41</sub> = 12294785</p> <p>D = 156 d = 52 L = 9,5 K = 2311920</p> <p>K<sub>42</sub></p> <p>D = 70 d = 0 L = 3 K<sub>43</sub> = 62858033</p> <p>K<sub>49</sub> = 1901198</p>
<p>Partie 2</p> <p>D = 58 d = 30 L = 19 K<sub>21</sub> = 2687556</p> <p>D = 56</p>	<p>Partie 3</p> <p>D = 65 d = 47 L = 4,5 K<sub>31</sub> = 227365</p> <p>D = 170 d = 47 L = 10 K<sub>32</sub> = 191345</p> <p>D = 64 d = 47 L = 16 K<sub>33</sub> = 934490</p> <p>D = 49 d = 47 L = 7 K<sub>34</sub> = 695171</p> <p>D = 89 d = 47 L = 10,5 K<sub>35</sub> = 255319</p>	<p>Partie 4</p> <p>D = 42 d = 27 L = 7 K<sub>41</sub> = 2895039</p> <p>D = 114 d = 27 L = 11 K<sub>42</sub> = 679644</p> <p>D = 51 d = 27 L = 40 K<sub>43</sub> = 1223991</p>	<p>Partie 5</p> <p>D = 40 d = 0 L = 87 K = 231105</p> <p>5</p>

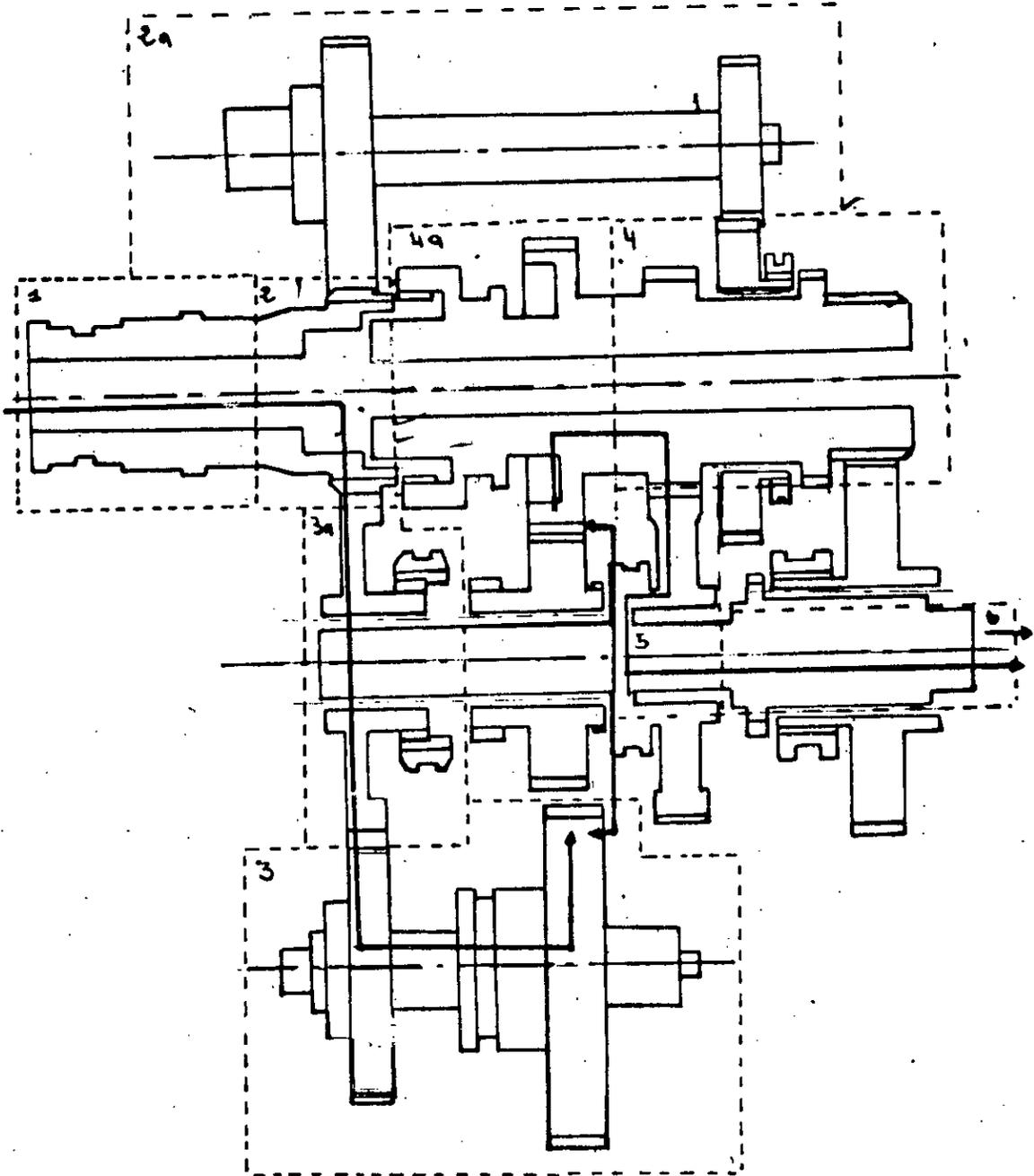
Inertie et rigidité d'un premier modèle

$I_1 = I_2 = 0,000214$  [Kg.m<sup>2</sup>]       $K_1 = 135049$  [Nm/rd]  
 $I_3 = I_4 = 6,3235 \text{ E-}4$  [Kg.m<sup>2</sup>]       $K_2 = 647800$  [Nm/rd]  
 $I_5 = 0,00787$  [Kg.m<sup>2</sup>]       $K_3 = 326500$  [Nm/rd]  
 $I_7 = I_6 = 9,9308 \text{ E-}3$  [Kg.m<sup>2</sup>]       $K_4 = 289221$  [Nm/rd]  
 $I_8 = 3,4132 \text{ E-}3$  [Kg.m<sup>2</sup>]       $K_5 = 171002$  [Nm/rd]  
 $I_9 = 2,6898 \text{ E-}3$  [Kg.m<sup>2</sup>]       $K_6 = 231105$  [Nm/rd]  
 $I_{10} = 0,002337$  [Kg.m<sup>2</sup>]  
 $I_{11} = 8,5275$  [Kg.m<sup>2</sup>]  
 $I_{12} = 8,5274 \text{ E-}5$  [Kg.m<sup>2</sup>]

Inertie et rigidité de la ligne d'arbre :

$I_i$	$I_1$ 0,00214	$I_2$ 0,000846	$I_3$ 1,7397E-3	$I_4$ 2,522E-3	$I_5$ 7,748E-3	$I_6$ 1,418E-4	$I_7$ 4,043E-6
$K_i$	$K_1$ 135049	$K_2$ 647800	$K_3$ 45914	$K_4$ 54849	$K_5$ 8107	$K_6$ 10957	

Etablissement du modèle de la boîte à vitesse pour le rapport II R  
a/ Calcul des inerties et rigidité pour les différentes parties du rapport de vitesse II R .



Les différentes parties élémentaires pour le calcul des rigidités et inerties de la ligne d'arbre II R

Fichier inertie : Dimension en [mm] ; Inertie en [Kg.m<sup>2</sup>]

Inertie de la partie 1	L = 14,5 D = 56 d = 31 I =	Inertie de la partie 2	L = 42 D = 50 d = 0 I = 2,010E-4	I = 3,24E-4 L = 9 D = 88 d = 47 I = 3,729-2
L = 6 D = 42 d = 30 I = 1,05 E-5	L = 11,5 D = 66 d = 35 I = 1,53E-4	L = 13 D = 94 d = 66 I = 5,88E-4	L = 14 D = 68 d = 0 I = 2,010E-4	L = 5 D = 88 d = 70 I = 1,37E-4
L = 8,5 D = 40,5 d = 30 I = 1,22 E-5	L = 25 D = 66 d = 49 I = 1,37E-4	L = 7 D = 180 d = 1662,45 I = E-3	L = 14 D = 68 d = 0 I = 2,29E-5	I = 0,01351
L = 6,5 D = 39 d = 30 I = 7,48 E-6	I = 4,47 E-4	L = 7 D = 180 d = 66 I = 2,45E-3	L = 14 D = 24 d = 0 I = 3,55E-6	Inertie de la partie 4
L = 10,5 D = 40,5 d = 30 I = 1,54 E-5	Inertie de la partie 2a	L = 12 D = 180 d = 66 I = 2,47E-3	I = 7,86 E-4	L = 7 D = 42 d = 27 I = 1,38E-5
L = 100 D = 45,5 d = 30 I = 2,66 E-4	L = 15 D = 30 d = 0 I = 9,30E-6	L = 12 D = 84 d = 66 I = 2,83E-3	Inertie de la partie 3a	L = 11 I = 114 D = 27 d = 1,41E-3
L = 36 D = 45 d = 30 I = 2,66 E-4	L = 10 D = 50 d = 0 I = 4,78E-5	I = 8,24 E-3	L = 4,5 D = 65 d = 47 I = 4,46E-5	L = 40 D = 50 d = 27 I = 1,90E-4
L = 7 D = 49 d = 30 I = 2,65 E-5	L = 10 D = 130 d = 0 I = 2,18E-3	Inertie de la partie 3	L = 10 D = 170 d = 47 I = 3,25E-3	I = 0,00162
I = 4,28 E-4	L = 10 D = 50 d = 0 I = 4,78E-5	L = 16 D = 21 d = 0 I = 2,38E-6	L = 9 D = 170 d = 47 I = 5,72E-3	Inertie de la partie 4a
Inertie de 2	L = 132 D = 40 d = 0 I = 2,58E-4	L = 12 D = 44 d = 0 I = 3,44E-5	L = 7 D = 69 d = 47 I = 9,53E-5	L = 14 D = 65 d = 47 I = 1,39E-4
L = 19 D = 52 d = 30 I =	L = 25 D = 54 d = 0 I = 27	L = 13 D = 70 d = 0 I = 2,39E-5	L = 7 D = 89 d = 47 I = 3,10E-4	L = 11 D = 124 d = 47 I = 1,95E-3
L = 15,5 D = 56 d = 30 I =	I = 27,27 E-4	L = 14,5 D = 46 d = 0 I = 4,97E-5	L = 10,5 D = 82 d = 47	L = 16 D = 65 d = 47 I = 1,58E-4
				I = 0,00224

Inertie de la partie 5	Inertie de la partie 6
L = 20 D = 51 d = 27 I = 2,54E-5	L = 9 D = 62 d = 0 I = 1,0183E-4
L = 21,5 D = 39 d = 27 I = 2,93 E-5	L = 9,5 D = 156 d = 0 I = 4,308E-3
I = 1,24 E-4	L = 3 D = 70 d = 0 I = 5,51 E-5  I = 4,464 E-3

Fichier regidite : dimension en [mm] , regidite en [Nm/rd]

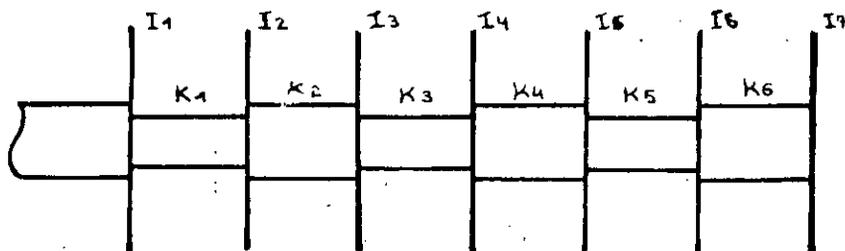
Regidite de la partie 1	D = 45,5 d = 30 L = 100 K = 272999	D = 66 d = 35 L = 11,5 K = 154793	K = 379683	Inertie de la partie 5
D = 42 d = 30 L = 6 K = 3012913	D = 49 d = 30 L = 65 K = 1816615	D = 66 d = 49 L = 25 K = 106949	Inertie de la partie 4 D = 51 d = 27 L = K =	D = 62 d = 0 L = 9 K = 1289478
D = 40,5 d = 30 L = 8,5 K = 1737504	K = 135042	K = 111753	Inertie de la partie 5	D = 156 d = 82 L = 9,5 K = 2311920
D = 40,5 d = 30 L = 10,5 K = 1406530	Regidite de la partie 2	Regidite de la partie	D = 51 d = 27 L = 20 K = 2447991	D = 40 d = 0 L = 9 K = 6285803
D = 45 d = 30 L = 36 K = 77903	D = 52 d = 30 L = 19 K = 1687555	D = 42 d = 27 L = 7 K = 289503	D = 21,5 d = 39 L = 27 K = 2408019	K = 1901138
D = 49 d = 30 L = 7 K = 515876	D = 56 d = 30 L = 15,5 K = 4572788	D = 114 d = 27 L = 11 K = 679644	K = 1213920	Regidite de la partie 6
	D = 56 d = 35 L = 14,5 K = 4514073	D = 51 d = 27 L = 40 K = 122399		D = 40 d = 0 L = 87 K = 231105

**Inertie et regdité d'un premier modèle schématisé sur la fig :**

- $I_1 = I_2 = 0,000214 \quad [Kg.m^2]$        $K_1 = 135049 \quad [Nm/rd]$
- $I_3 = I_4 = 6,3235 E-4 \quad [Kg.m^2]$        $K_2 = 647800 \quad [Nm/rd]$
- $I_5 = 0,01351 \quad [Kg.m^2]$        $K_3 = 171788 \quad [Nm/rd]$
- $I_6 = 0,00039 \quad [Kg.m^2]$        $K_4 = 329926 \quad [Nm/rd]$
- $I_7 = 0,0039 \quad [Kg.m^2]$        $K_5 = 1213920 \quad [Nm/rd]$
- $I_8 = I_9 = 1,9684 \quad [Kg.m^2]$        $K_6 = 171002 \quad [Nm/rd]$
- $I_{10} = 0,00082 \quad [Kg.m^2]$        $K_7 = 231105 \quad [Nm/rd]$
- $I_{11} = 1,8952 \quad [Kg.m^2]$
- $I_{12} = 2,6898 E-3 \quad [Kg.m^2]$
- $I_{13} = 0,002337 \quad [Kg.m^2]$
- $I_{14} = I_{15} = 8,5275 E-5 \quad [Kg.m^2]$

**Inertie et regdité de la ligne d'arbre :**

$I_i$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
	0,00214	0,000846	0,0082	0,0082	0,00074	6,939E-4	5,478E-6
$K_i$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$	
	135049	647800	126092	90729	333828	383744	



**EMBAYAGE**

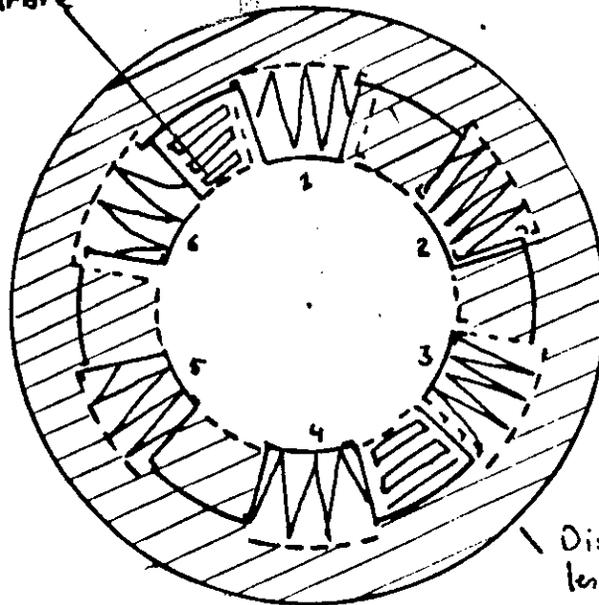
Il s'agit d'un embrayage double utilisé à la fois pour l'avancement et la prise de force, il comporte donc deux disques de fonction l'un pour l'avancement et l'autre pour la prise de force.

Le disque utilisé pour l'avancement comporte en plus un dispositif d'embrayage progressif grâce à une raideur torsionnelle plus faible.

**DESCRIPTION :**

Le disque friction de l'embrayage d'avancement se compose en fait de deux disques concentriques liés par des ressorts.

Moyeu monté sur l'arbre  
d'entre de la SOV

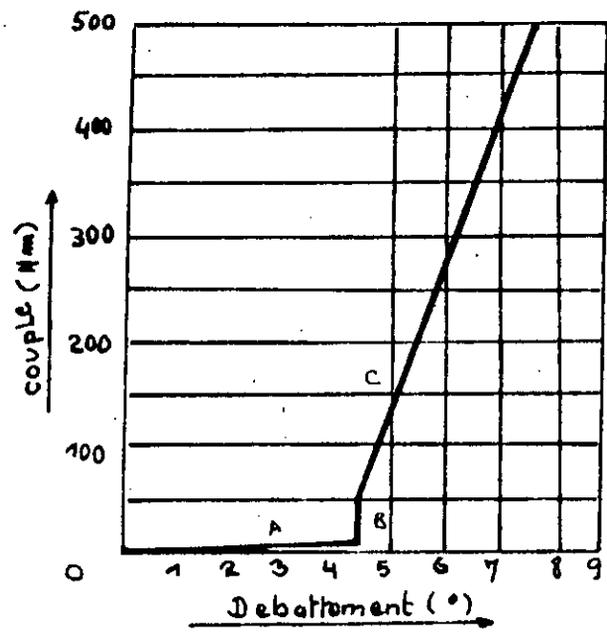


Disque extérieur Supportant  
les plaques de friction

Les ressorts 2 et 5 sont montés sans jeu à la fois au moyen et au disque externe .

Les ressorts 1, 3, 4 et 6 sont precontraints par le moyen et possédant un jeux de  $4,5^\circ$  .

La courbe ci-dessous , permet d'expliquer les phénomènes reproduisant lors de l'embrayement .



Soit  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$ ,  $K_5$  et  $K_6$  les raideurs des différents ressorts.

A la partie A de la courbe on a :

Compression des ressorts 2 et 5 jusqu'à ce que le disque extérieur vient toucher les ressorts 1, 3, 4, et 6 .

Le couple transmis varie de 0 à 7,14 Nm tandis que le déboitement

varie de 0 à 4,5°, la raideur équivalente des ressorts est :

$$K_2 + K_3 = 2 \cdot K_2 \text{ (deux ressorts en parallèles) .}$$

Cette partie correspond à une raideur faible de l'ambrayage donc à un embrayage progressif .

A la partie B de la courbe on a :

Augmentation du couple nécessaire pour la precontrainte des ressorts 1, 3, 4 et 6 . Le couple passe de 7,14 Nm à 50 Nm .

La raideur est considéré comme infinie .

A la partie C de la courbe on a :

Compression de tout les ressorts en même temps ; le couple passe de 50 à 500 Nm , la raideur équivalente desressorts est :

$$K_e = \sum K_i = 2 K_2 + 4 K_1$$

Calcul de la raideur équivalente .

Partie A :

$$C_1 = 2 \cdot K_1 \cdot \theta_1 \rightarrow K_1 = C_1 / (2 \cdot \theta_1)$$

$$C_1 = 7,14 \quad (\text{N.m})$$

$$\theta_1 = 7,85 \cdot 10^{-2} \quad (\text{rd})$$

$$K_1 = 45,47 \quad (\text{N.m/rd})$$

Partie B :

$$C_2 = 2 \cdot K_2 \cdot (\theta_2 - \theta_1) + 2 \cdot K_1 \cdot \theta_2$$

$$C_2 = 500 \quad (\text{N.m})$$

$$\theta_2 = 0,134 \quad (\text{rd})$$

$$K_2 = (C_2 - 2 \cdot K_1 \cdot \theta_2) / (\theta_2 - \theta_1)$$

$$K_2 = 2192,38 \quad (\text{N.m/rd})$$

$$K = 2 \cdot K_1 + 4 \cdot K_2$$

$$K = 8860,45 \quad (\text{N.m/rd})$$

ANNEXE 7

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 1R (1ère marche arrière)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Dâmpers	chaîne cinématique avec équilibreur et Dâmpers
$\omega_0$	0	0	0	0
$\omega_1$	500	500	500	500
$\omega_2$	800	800	800	800
$\omega_3$	3800	3800	3800	3800
$\omega_4$	4200	4200	4200	4200
$\omega_5$	13000	11300	8200	8000
$\omega_6$	14000	13900	13900	13900
$\omega_7$	33100	29500	19200	18000
$\omega_8$	52300	49300	36300	31300
$\omega_9$	68200	74700	54300	49800
$\omega_{10}$	74700	67100	69100	74700
$\omega_{11}$	101200	101200	74700	67200
$\omega_{12}$	115000	112900	101200	101200
$\omega_{13}$	158800	147600	119500	118700
$\omega_{14}$	167500	160500	158900	148200
$\omega_{15}$	171000	167500	167500	160500
$\omega_{16}$	182200	172700	171000	167500
$\omega_{17}$	227200	182800	182200	172700
$\omega_{18}$	227900	227900	227200	182800
$\omega_{19}$	230200	228700	227900	227900
$\omega_{20}$	235100	231900	230200	228700
$\omega_{21}$	239000	236100	235100	231900
$\omega_{22}$	276100	239200	239000	236100
$\omega_{23}$	340400	340400	276300	339200
$\omega_{24}$	351400	351400	340450	340400
$\omega_{25}$	776700	776700	351400	351400
$\omega_{26}$	2627000	2627000	7767700	776700
$\omega_{27}$			2627000	2627000

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRES DE LA 2R (2ème marche arrière)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibreur et Damper
ω0	0	0	0	0
ω1	600	600	500	500
ω2	800	800	800	800
ω3	3800	3800	3800	3800
ω4	4200	4200	4200	4200
ω5	13100	11300	8200	8000
ω6	14400	14400	14400	14400
ω7	33400	29500	19200	18000
ω8	52300	49300	36300	31300
ω9	67800	67100	54300	49800
ω10	68200	67800	67800	67200
ω11	101200	10120	69100	101200
ω12	115000	11290	101200	18700
ω13	123500	12350	119500	123500
ω14	158800	14760	123500	148200
ω15	163700	16050	158900	160500
ω16	171800	16370	163700	163700
ω17	182200	17270	171000	172700
ω18	227200	18280	182200	182800
ω19	227900	227900	227900	227900
ω20	230200	22870	227900	228700
ω21	235100	23190	230200	231900
ω22	239000	23610	235100	236100
ω23	276100	23926	239000	239200
ω24	303700	30370	276000	303700
ω25	340400	34040	303700	303700
ω26	3736500	373650	340400	340400
ω27			3736500	3736500

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 3R (3ème marche arrière)**

<b>Mode</b>	<b>chaîne cinématique</b>	<b>chaîne cinématique avec équilibre</b>	<b>chaîne cinématique avec Damper</b>	<b>chaîne cinématique avec équilibre et Damper</b>
$\omega_0$	0	0	0	0
$\omega_1$	700	700	700	700
$\omega_2$	800	800	800	800
$\omega_3$	3800	3800	3800	3800
$\omega_4$	4200	4200	4200	4200
$\omega_5$	13100	11300	8200	8000
$\omega_6$	18800	18800	18800	17900
$\omega_7$	33100	29500	19200	18800
$\omega_8$	52300	49300	36300	31300
$\omega_9$	68200	67100	54300	49800
$\omega_{10}$	80500	80500	69100	67200
$\omega_{11}$	101200	101200	80500	80500
$\omega_{12}$	115000	112900	101200	101200
$\omega_{13}$	158800	147600	119500	118700
$\omega_{14}$	171000	160500	203600	148200
$\omega_{15}$	182200	172700	158900	160500
$\omega_{16}$	203600	182800	171000	172700
$\omega_{17}$	227200	227400	182200	182800
$\omega_{18}$	227400	228700	227200	203600
$\omega_{19}$	230200	231900	230200	228700
$\omega_{20}$	235100	231900	230200	228700
$\omega_{21}$	239000	236100	235100	231900
$\omega_{22}$	276100	239200	239000	236100
$\omega_{23}$	340400	340400	276300	239200
$\omega_{24}$	469400	469400	340400	340400
$\omega_{25}$	2134700	2134700	469400	469400
$\omega_{26}$			2134700	2134700

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 1L (1ère lente)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibre	chaîne cinématique avec Dampers	chaîne cinématique avec équilibre et Dampers
ω <sub>0</sub>	0	0	0	0
ω <sub>1</sub>	450	430	410	390
ω <sub>2</sub>	840	840	840	840
ω <sub>3</sub>	3790	3790	3790	3790
ω <sub>4</sub>	4200	4200	4200	4200
ω <sub>5</sub>	4500	4300	8220	7990
ω <sub>6</sub>	13040	11280	13970	13970
ω <sub>7</sub>	14030	13990	19230	17960
ω <sub>8</sub>	33090	29490	36330	31280
ω <sub>9</sub>	52300	49280	54350	49780
ω <sub>10</sub>	59890	59890	59890	59890
ω <sub>11</sub>	68240	67100	69090	67250
ω <sub>12</sub>	101210	101210	101210	101210
ω <sub>13</sub>	115010	112920	119470	118720
ω <sub>14</sub>	158850	147620	158870	148230
ω <sub>15</sub>	171020	160460	171030	160500
ω <sub>16</sub>	178580	172670	178580	172680
ω <sub>17</sub>	182150	178580	182160	178580
ω <sub>18</sub>	227230	182840	227250	182840
ω <sub>19</sub>	230220	228670	227290	228670
ω <sub>20</sub>	235110	231870	230230	231870
ω <sub>21</sub>	235770	235770	230230	235770
ω <sub>22</sub>	238980	236060	235110	236060
ω <sub>23</sub>	272290	239240	235770	239240
ω <sub>24</sub>	276140	272290	238980	252850
ω <sub>25</sub>	352850	352850	276280	272290
ω <sub>26</sub>	933710	933710	352850	352850
ω <sub>27</sub>			933710	933710

**TABIEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 2L (2ème lente)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibre	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibre et Damper
ω0	0	0	0	0
ω1	500	500	410	390
ω2	800	800	840	840
ω3	3800	3800	3790	3790
ω4	4200	4200	4200	4200
ω5	13000	11300	8220	7980
ω6	13900	13900	12740	12740
ω7	33100	29500	19230	17960
ω8	52300	49300	36300	31280
ω9	53900	53900	54350	49780
ω10	68200	67100	54750	54750
ω11	96700	96700	69090	67250
ω12	126000	126000	101210	101210
ω13	101200	101200	119470	118720
ω14	115000	112900	158870	148230
ω15	158800	147600	169200	160500
ω16	171000	160500	171030	169200
ω17	482200	172700	182160	172680
ω18	227200	182800	229260	182840
ω19	230200	228700	229260	228670
ω20	235100	231900	230230	229260
ω21	235800	235800	235110	231870
ω22	239000	236100	235840	235840
ω23	276100	239200	238980	236060
ω24	352800	352800	276280	239240
ω25	4339600	4339600	352800	352800
ω26			933710	933710

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRES DE LA 3L (3ème lente)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibreur et Damper
$\omega_0$	0	0	0	0
$\omega_1$	700	600	600	600
$\omega_2$	800	800	800	800
$\omega_3$	3800	3800	3800	3800
$\omega_4$	4200	4200	4200	4200
$\omega_5$	13100	11300	8200	8000
$\omega_6$	20000	20000	19200	18000
$\omega_7$	33100	29500	20000	20000
$\omega_8$	52300	49300	36300	31300
$\omega_9$	68200	67100	54300	49800
$\omega_{10}$	70200	70200	69100	67200
$\omega_{11}$	101200	101200	70200	70200
$\omega_{12}$	115000	112900	101200	101200
$\omega_{13}$	158800	147600	119500	118700
$\omega_{14}$	171000	160500	158900	148200
$\omega_{15}$	182200	172700	171000	160500
$\omega_{16}$	227260	182800	182200	172700
$\omega_{17}$	230200	228700	227200	182800
$\omega_{18}$	233800	231900	230200	228700
$\omega_{19}$	235100	233800	233800	231900
$\omega_{20}$	239000	236100	235100	233800
$\omega_{21}$	273100	239200	239000	236100
$\omega_{22}$	385700	385700	276300	239200
$\omega_{23}$	390400	390400	385700	385700
$\omega_{24}$	643100	643100	390400	390400
$\omega_{25}$	2553000	2553000	643100	643100
$\omega_{26}$			2553000	2553000

**TABIEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 1S (1ère route)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibre	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibre et Damper
ω0	0	0	0	0
ω1	840	840	840	840
ω2	870	840	780	760
ω3	3790	3790	3790	3790
ω4	4200	4200	4200	4200
ω5	11310	11310	8240	8010
ω6	33090	29490	19230	17960
ω7	34520	34520	34520	31280
ω8	52300	49280	36330	34520
ω9	68240	67100	54350	49780
ω10	72410	72410	69090	67250
ω11	101210	101210	72410	724410
ω12	115010	112920	101210	101210
ω13	158850	147620	119470	118720
ω14	171020	160460	158870	148230
ω15	182150	172670	171030	160500
ω16	192210	182840	182160	172860
ω17	221540	192210	192210	182840
ω18	227230	221540	221540	192210
ω19	230220	220070	227250	221540
ω20	235110	231870	230230	228670
ω21	238980	236060	235110	231870
ω22	271600	239240	238980	236060
ω23	276140	271600	271600	239240
ω24	439120	439120	276280	271600
ω25	519660	519660	439120	439120
ω26			519660	519660

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 3S (3<sup>ème</sup> route)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibreur et Damper
ω0	0	0	0	0
ω1	800	800	800	700
ω2	800	800	800	800
ω3	3800	3800	3800	3800
ω4	4200	4200	4200	4200
ω5	13100	11300	8200	8000
ω6	21400	21400	21400	18000
ω7	33100	29500	29200	21400
ω8	52300	49300	36300	31300
ω9	68200	67100	54300	49800
ω10	90800	90800	69100	67200
ω11	101200	101200	90800	90800
ω12	115000	112900	101200	101200
ω13	158800	147600	119500	118700
ω14	171000	160500	159500	148200
ω15	182200	172700	171000	160500
ω16	205700	182800	182200	172700
ω17	227200	205700	205700	182800
ω18	227200	227200	227200	205700
ω19	230200	228700	227200	227200
ω20	235100	231900	230200	228700
ω21	239000	236100	235100	231900
ω22	276100	239200	239000	236100
ω23	276800	276800	276300	239200
ω24	453800	453800	276800	276800
ω25	1200300	1200300	453800	453800
ω26			1200300	1200300

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 1K (1er champs)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibrer	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibrer et Damper
$\omega_0$	0	0	0	0
$\omega_1$	200	200	200	200
$\omega_2$	800	800	800	800
$\omega_3$	3800	3800	3800	3800
$\omega_4$	4200	4200	4200	4200
$\omega_5$	10200	10200	8200	8000
$\omega_6$	13100	11400	10300	10300
$\omega_7$	33100	29500	19200	18000
$\omega_8$	52300	49300	36300	31300
$\omega_9$	67500	67100	54300	49800
$\omega_{10}$	68200	67500	67500	67200
$\omega_{11}$	101200	101200	69100	67500
$\omega_{12}$	115000	112000	101200	101200
$\omega_{13}$	158800	147600	119500	118700
$\omega_{14}$	171000	160500	158900	118700
$\omega_{15}$	182200	172700	171000	148200
$\omega_{16}$	199200	182800	182200	160500
$\omega_{17}$	211800	199200	199200	172700
$\omega_{18}$	227200	211800	211800	182800
$\omega_{19}$	230200	228700	227200	199200
$\omega_{20}$	235100	231900	230200	211800
$\omega_{21}$	239000	236100	235100	228700
$\omega_{22}$	276200	239200	239000	231900
$\omega_{23}$	276900	276900	276300	236100
$\omega_{24}$	2228800	2228800	276900	276900
$\omega_{25}$			2228800	2228800

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 2K (2ème champs)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibreur et Damper
$\omega_0$	0	0	0	0
$\omega_1$	400	400	300	300
$\omega_2$	800	800	800	800
$\omega_3$	3800	3800	3800	3800
$\omega_4$	4200	4200	4200	4200
$\omega_5$	13500	11300	8200	8000
$\omega_6$	14500	14400	14400	14400
$\omega_7$	33100	29500	19200	18000
$\omega_8$	52300	49300	36300	31300
$\omega_9$	68200	67100	54300	49800
$\omega_{10}$	76200	76200	69100	67200
$\omega_{11}$	101200	101200	76200	76200
$\omega_{12}$	115000	112900	101200	101200
$\omega_{13}$	158800	147600	119500	118700
$\omega_{14}$	171000	160500	158900	148200
$\omega_{15}$	182200	172700	171000	160500
$\omega_{16}$	196800	182800	182200	172700
$\omega_{17}$	227200	196800	196800	182800
$\omega_{18}$	230200	228700	227200	196800
$\omega_{19}$	230700	230700	230200	228700
$\omega_{20}$	235100	231900	230700	230700
$\omega_{21}$	239000	236100	235100	231900
$\omega_{22}$	276100	239200	239000	236100
$\omega_{23}$	290400	290400	276300	239200
$\omega_{24}$	562100	562100	290400	290400
$\omega_{25}$	3271900	3271900	562100	562100
$\omega_{26}$			3271900	3271900

**TABLEAU RECAPITULATIF DES PULSATIONS  
PROPRIES DE LA 3K (3ème champs)**

Mode	chaîne cinématique	chaîne cinématique avec équilibreur	chaîne cinématique avec Damper	chaîne cinématique avec équilibreur et Damper
ω0	0	0	0	0
ω1	740	710	670	650
ω2	840	840	840	840
ω3	3790	3790	3790	3790
ω4	4200	4200	4200	4200
ω5	13100	11310	8240	8010
ω6	23910	23910	19220	17950
ω7	33090	29490	23910	23910
ω8	52300	49280	36330	31280
ω9	57330	57330	54350	49780
ω10	68240	67100	57330	57330
ω11	101210	101210	69090	67250
ω12	112190	112190	101210	101210
ω13	115010	112920	112190	112190
ω14	142610	142610	119470	118720
ω15	158850	147620	142610	142610
ω16	171020	160460	158870	148230
ω17	182150	172670	171030	160500
ω18	227230	182840	182160	172680
ω19	230220	228670	227250	182840
ω20	230590	230590	230230	228670
ω21	235110	231870	230590	230590
ω22	238980	236060	235110	231870
ω23	290420	239240	238980	236060
ω24	276140	290420	276280	239240
ω25			290400	290400

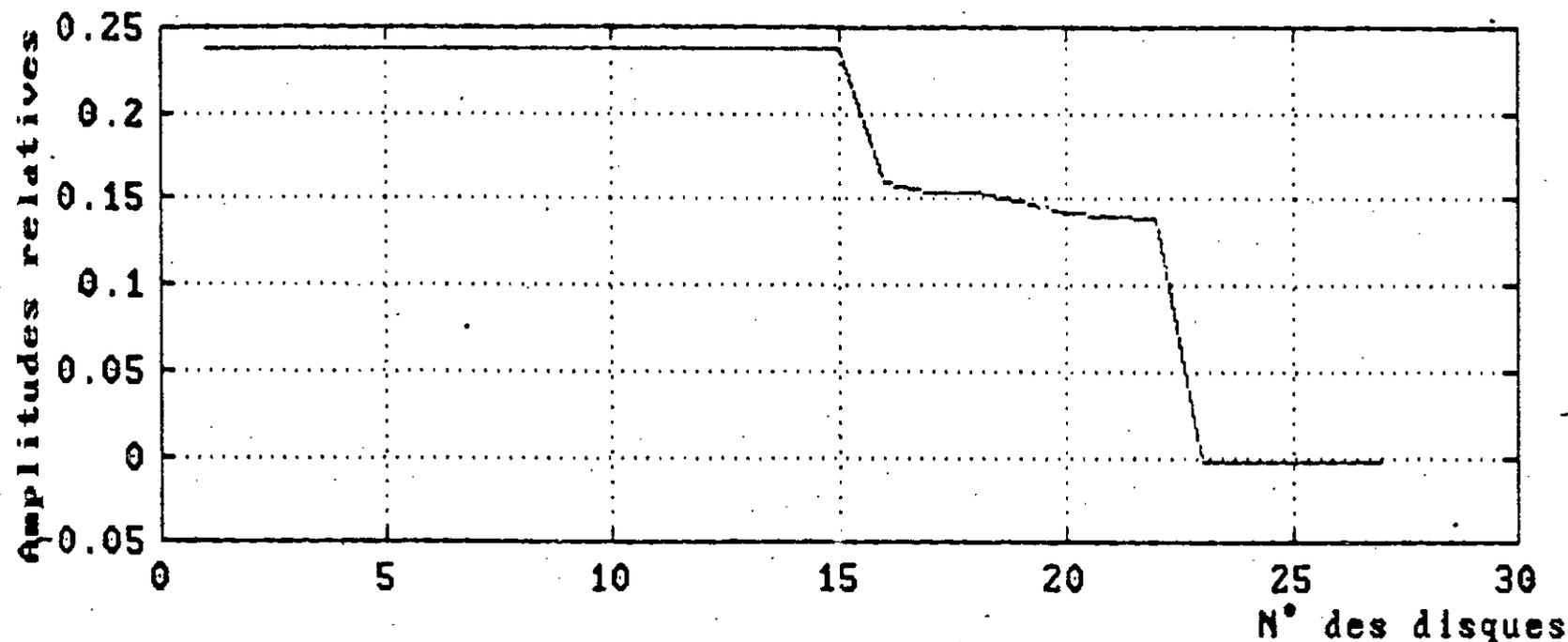


Fig. 2.5 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 1<sup>ère</sup> route (1R).

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne (de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 23<sup>ème</sup> disque. Le noeud de vibration est situé dans la portion la moins rigide de la ligne d'arbre (22<sup>ème</sup> tronçon de rigidité de l'ordre de  $10^2$  N.m/rd). Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (24 et 25<sup>ème</sup> disque) et de la 2<sup>ème</sup> (26 et 27<sup>ème</sup> disque) présentent des amplitudes très faibles.

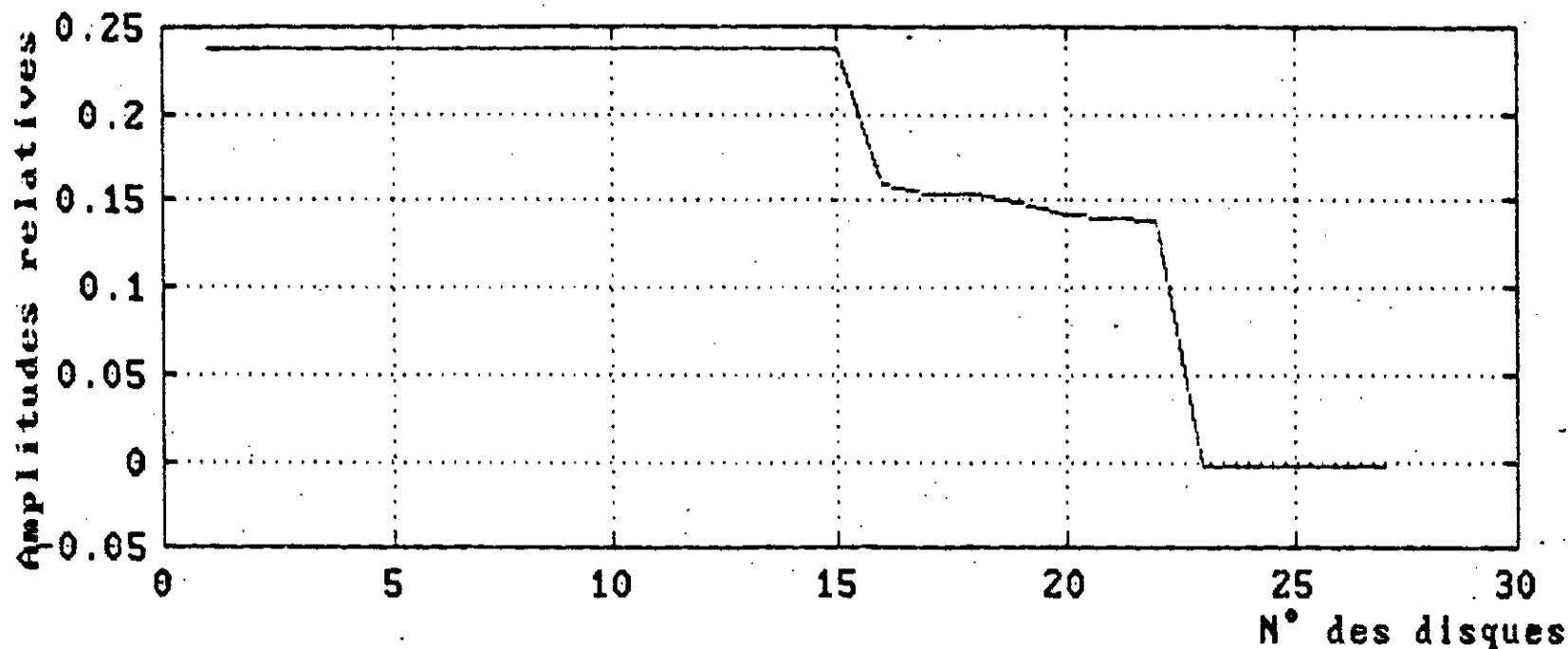


Fig.2.6 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 1<sup>ère</sup> marche arrière (1R).

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique (d'inertie 0.068 Kg.m<sup>2</sup>) n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique .

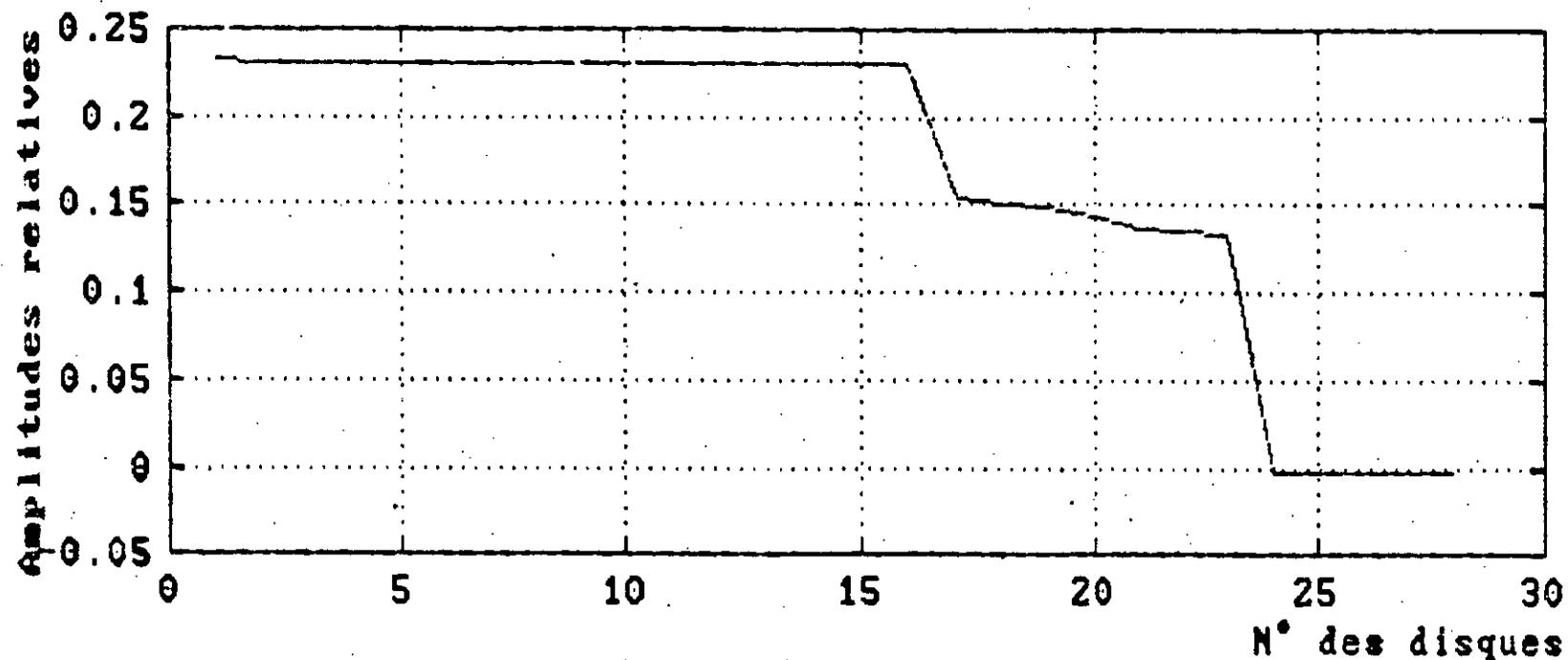


Fig.2.7 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 1<sup>ère</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 24<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie (position éloignée du noeud de vibration) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur n'aura pas donc une influence notable sur la position du noeud de vibration. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 25 et 26<sup>ème</sup> disque ) et la 2<sup>ème</sup> ( 27 et 28<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

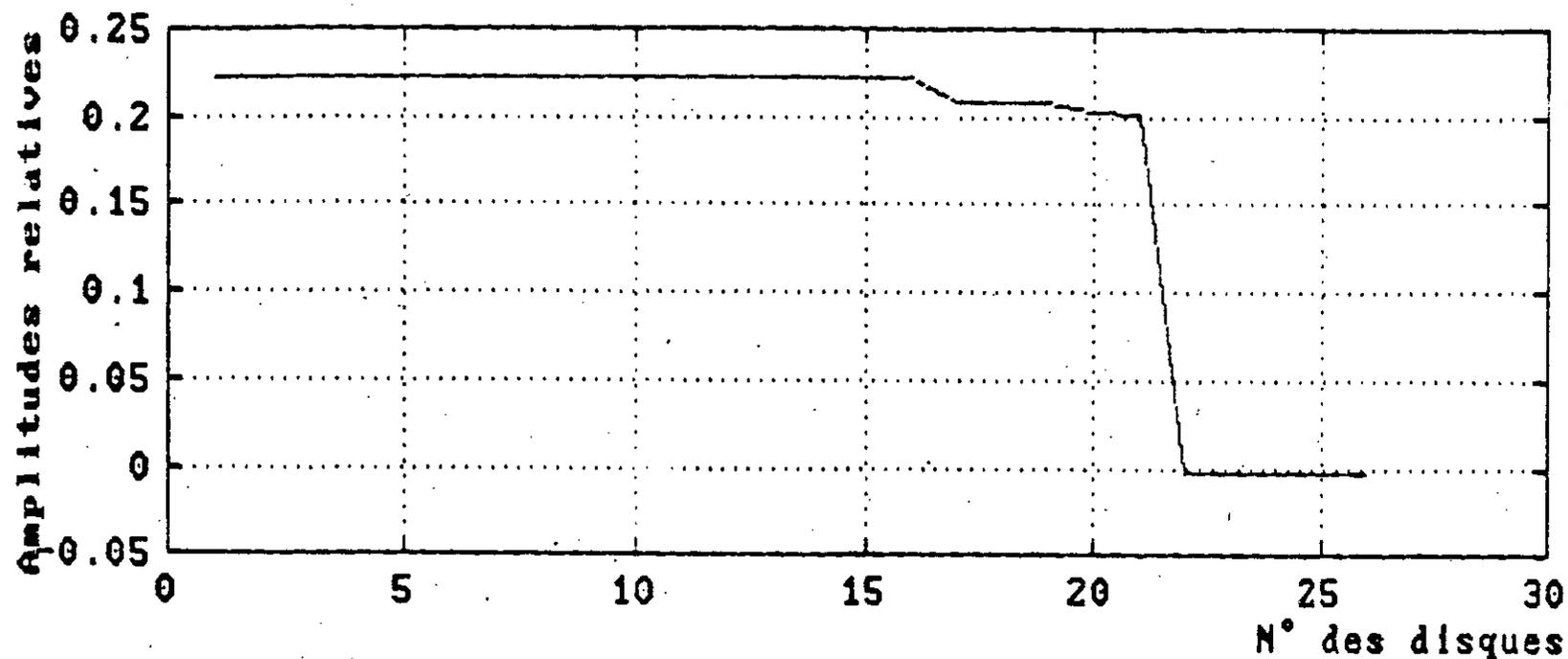


Fig.2.8 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 1<sup>ère</sup> marche arrière (1R).

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 24<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.

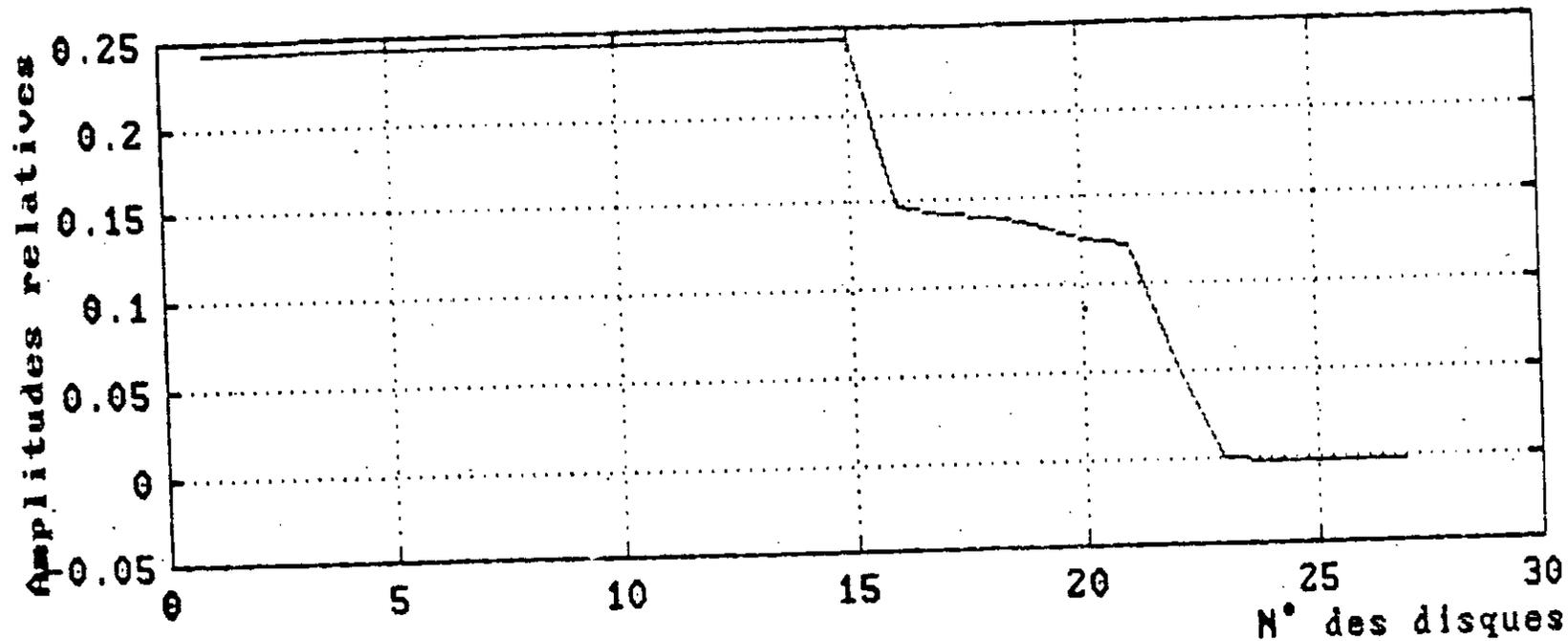


Fig. 2.5 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 2<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 23<sup>ème</sup> disque. La rigidité du 22<sup>ème</sup> tronçon est faible de l'ordre de  $10^4$  N.m/rd, c'est ce qui explique la position du noeud de vibration dans cette portion de la ligne d'arbre. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 24 et 25<sup>ème</sup> disque ) et la 2<sup>ème</sup> ( 26 et 27<sup>ème</sup> disque ), présentent des amplitudes très faibles.

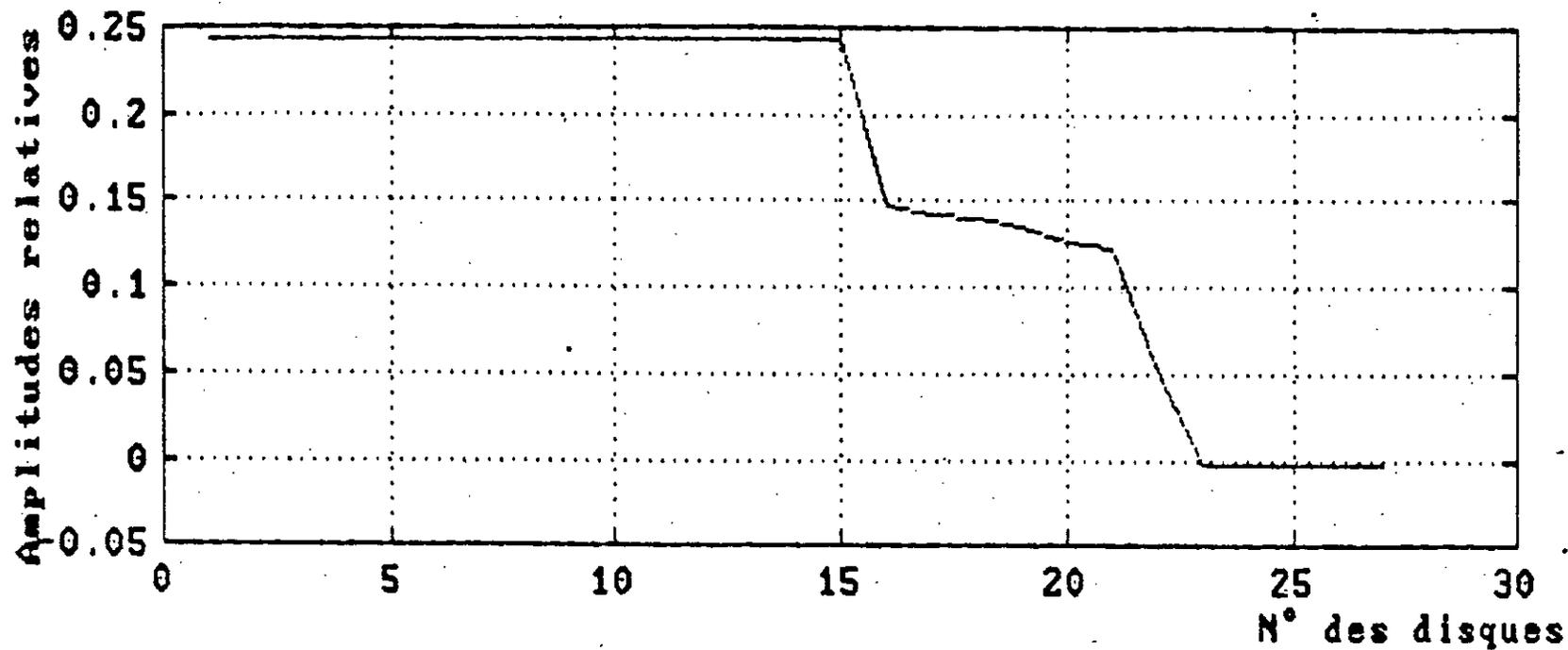


Fig.2.10 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 2<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique .

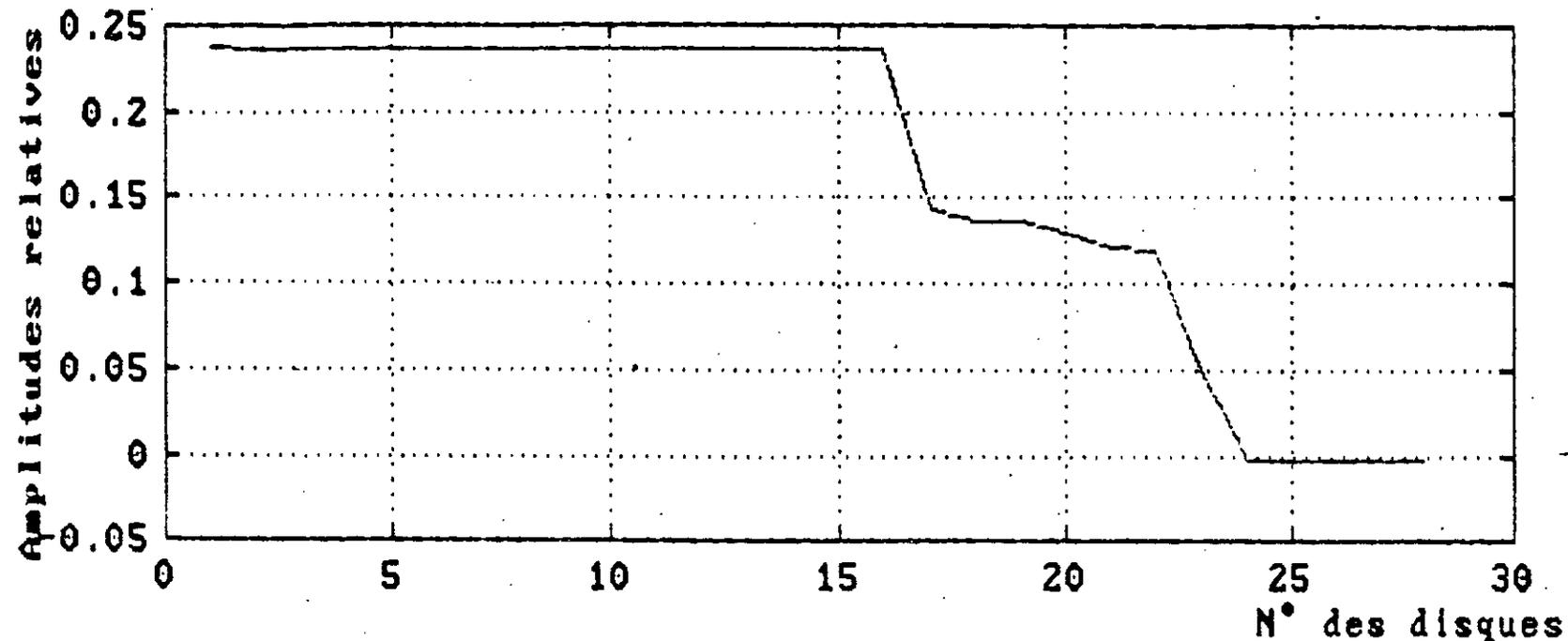


Fig.2.11 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 24<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie (position éloignée du noeud de vibration) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur ( $0.20 \text{ Kg.m}^2$ ) se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur ( $0.8858 \text{ Kg.m}^2$ ) n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (25<sup>ème</sup> et 26<sup>ème</sup> disque) et la 2<sup>ème</sup> (27 et 28<sup>ème</sup> disque) présentent des amplitudes très faibles.

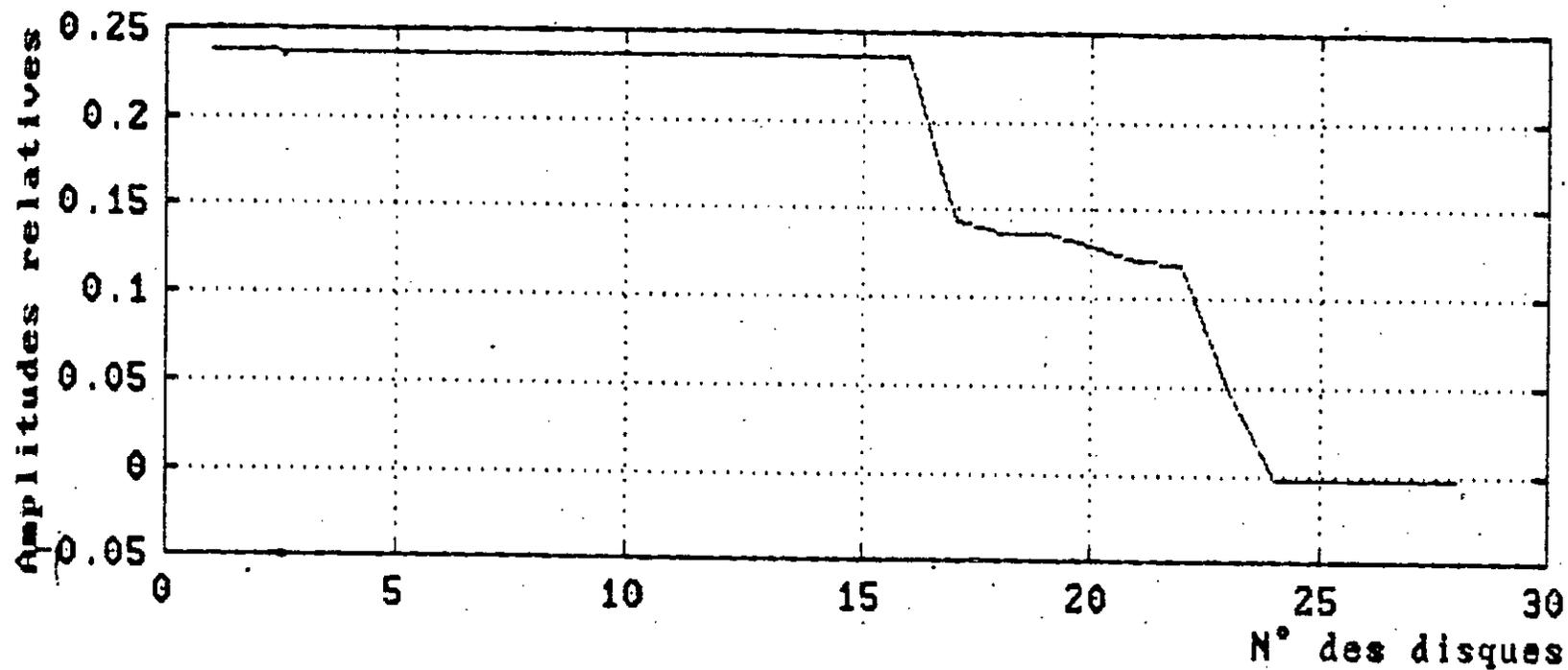


Fig.2.12 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 24<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé partiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.

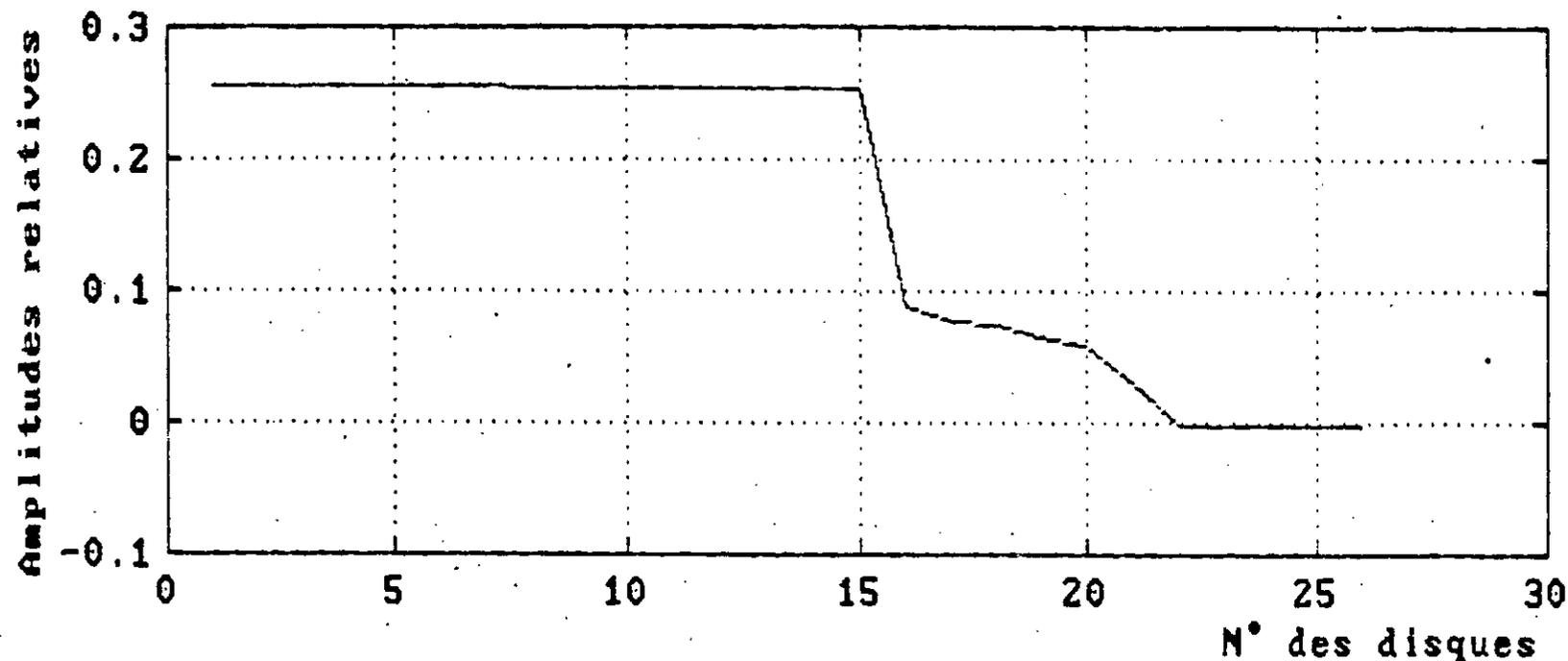


Fig.2.13 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 3<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 15<sup>ème</sup> disque ) vibre donc comme un seul bloc ( d'inertie  $0,8858$  Kg.m<sup>2</sup> ). A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque. La rigidité du 21<sup>ème</sup> tronçon est la plus faible de l'ordre de  $10^4$  N.m/rd, c'est ce qui explique la position du noeud de vibration dans cette portion de la ligne d'arbre. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 23 et 24<sup>ème</sup> disque ) et de la 2<sup>ème</sup> ( 25 et 26<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

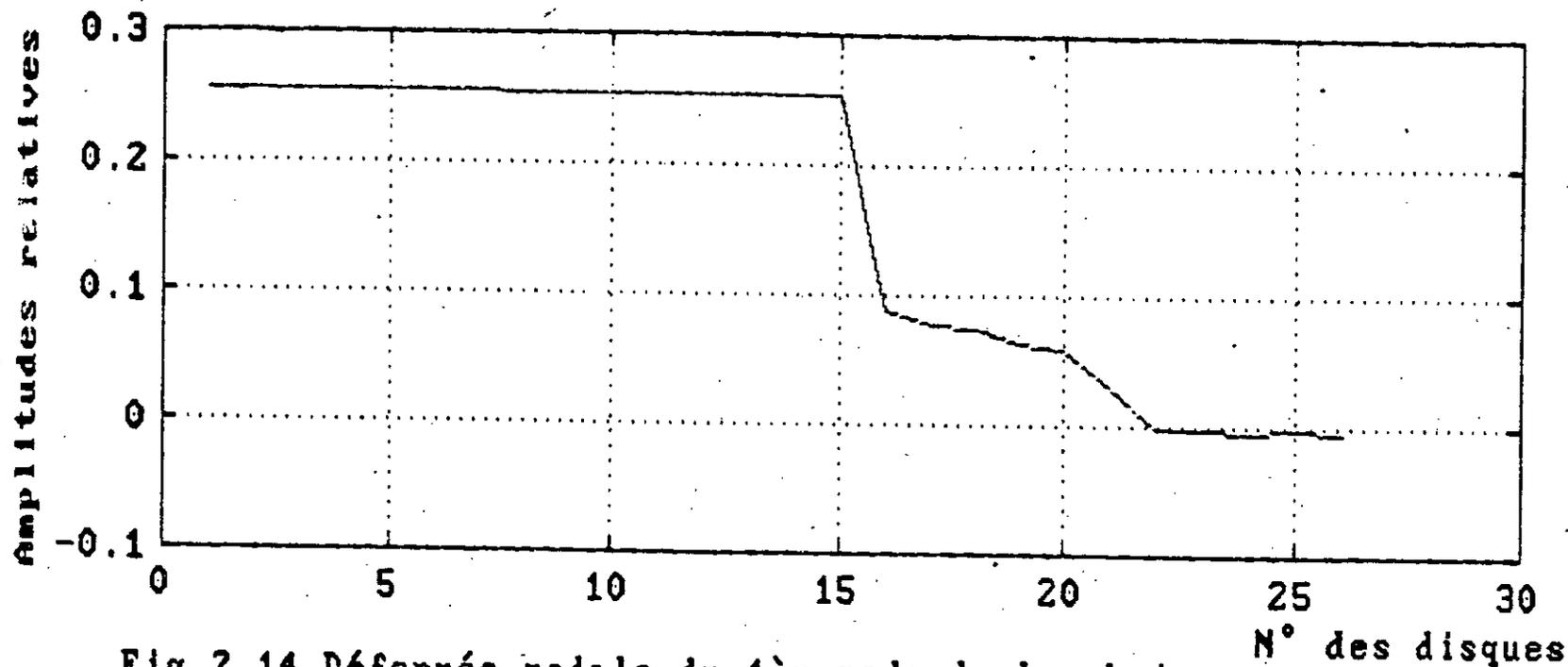


Fig.2.14 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 3<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique ( d'inertie  $0.068 \text{ Kg.m}^2$  rapportées au niveau du pignon intermédiaire de l'arbre à cône mais sans apporter de changement au nombre de degrés de libertés de la ligne d'arbre ) n'a donc pas d'influence sur les amplitudes de la chaîne cinématique.

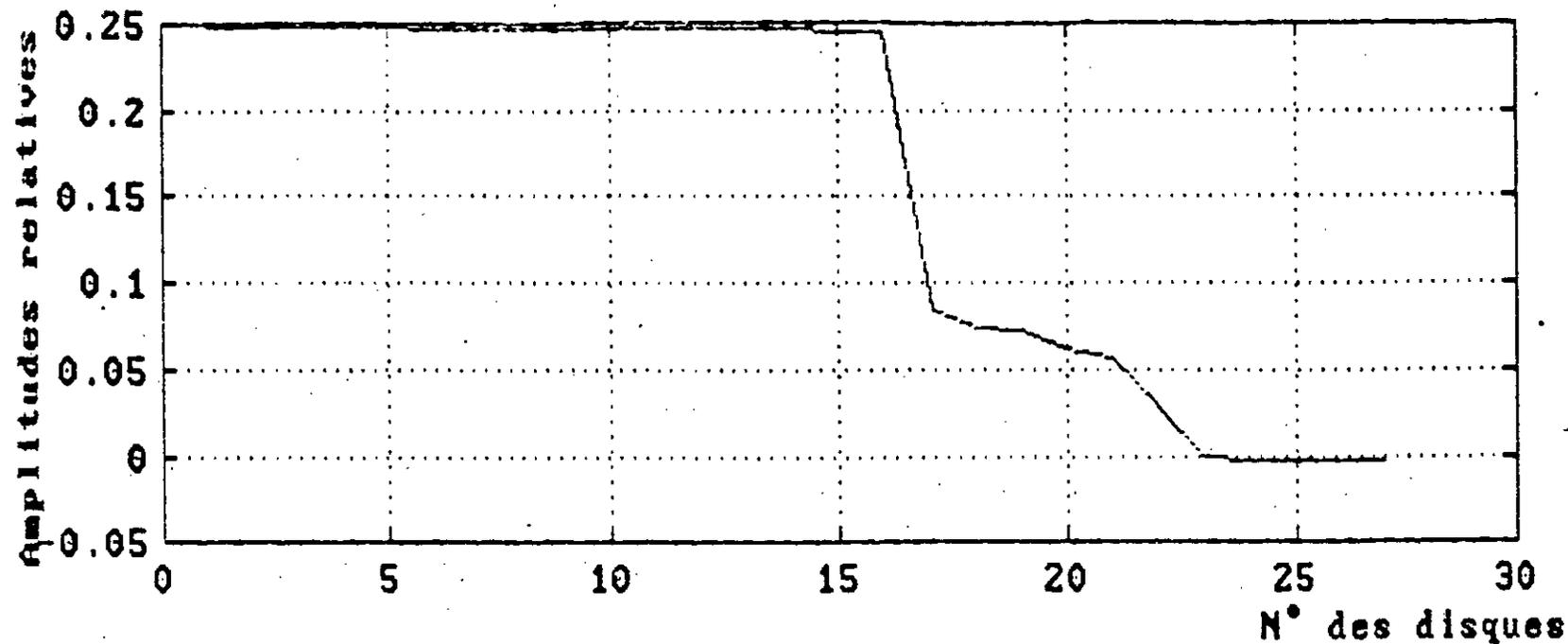


Fig.2.15 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 3<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie ( ajout d'un disque à la ligne d'arbre à la position la plus éloignée du noeud de vibration ) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes ( de l'ordre de  $10^6 \text{ N.m/rd}$  ), le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque ) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur (  $0.2 \text{ Kg.m}^2$  ) se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur (  $0.8858 \text{ Kg.m}^2$  ) n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (24<sup>ème</sup> et 25<sup>ème</sup> disque) et la 2<sup>ème</sup> (26 et 27<sup>ème</sup> disque) présentent des amplitudes très faibles.

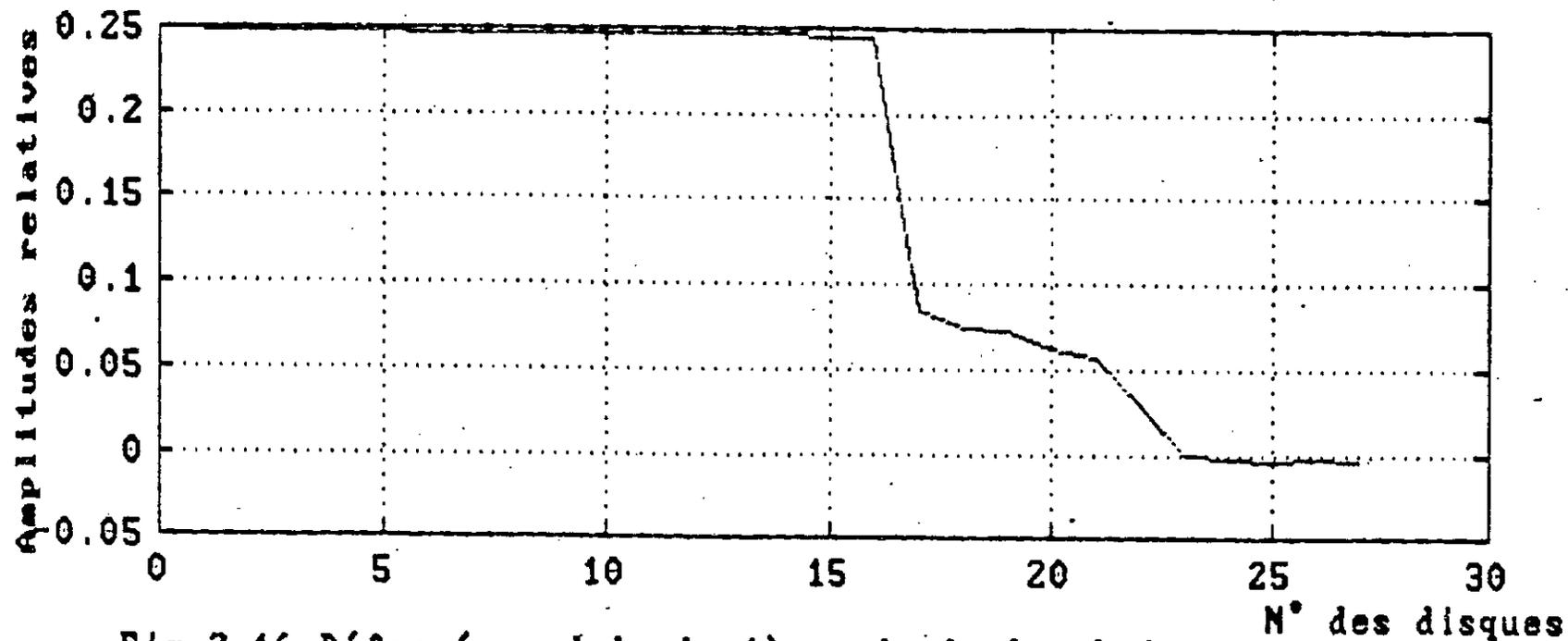


Fig.2.16 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 3<sup>ème</sup> marche arrière.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé partiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique (une inertie de  $0.068 \text{ Kg.m}^2$  rapportée au pignon intermédiaire de l'arbre à cône et sans apporter de changement à la rigidité dans cette partie de la ligne d'arbre) n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.

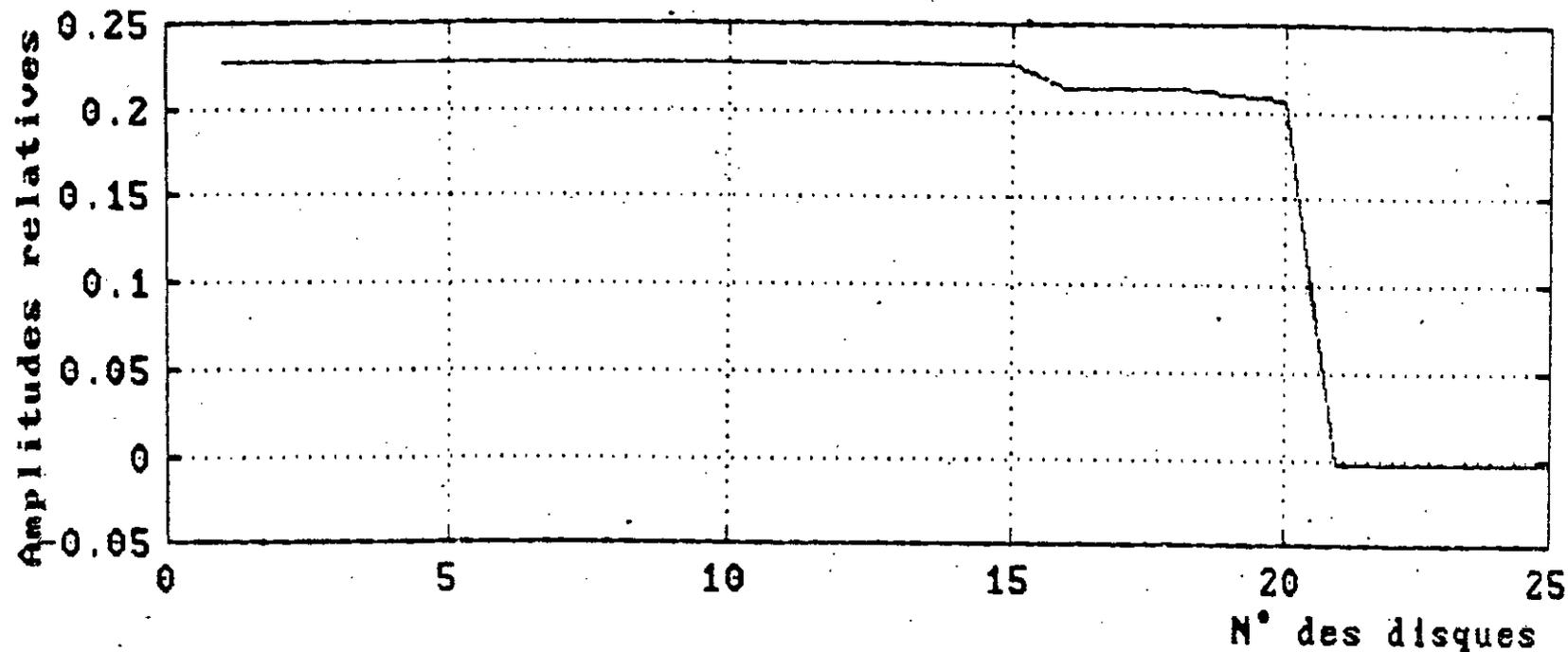


Fig.2.17 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 1<sup>ère</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 21<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 21<sup>ème</sup> disque. La rigidité du 20<sup>ème</sup> tronçon est la plus faible de l'ordre de  $10^2$  N.m/rd ce qui explique la position du noeud de vibration dans cette portion de la ligne d'arbre.

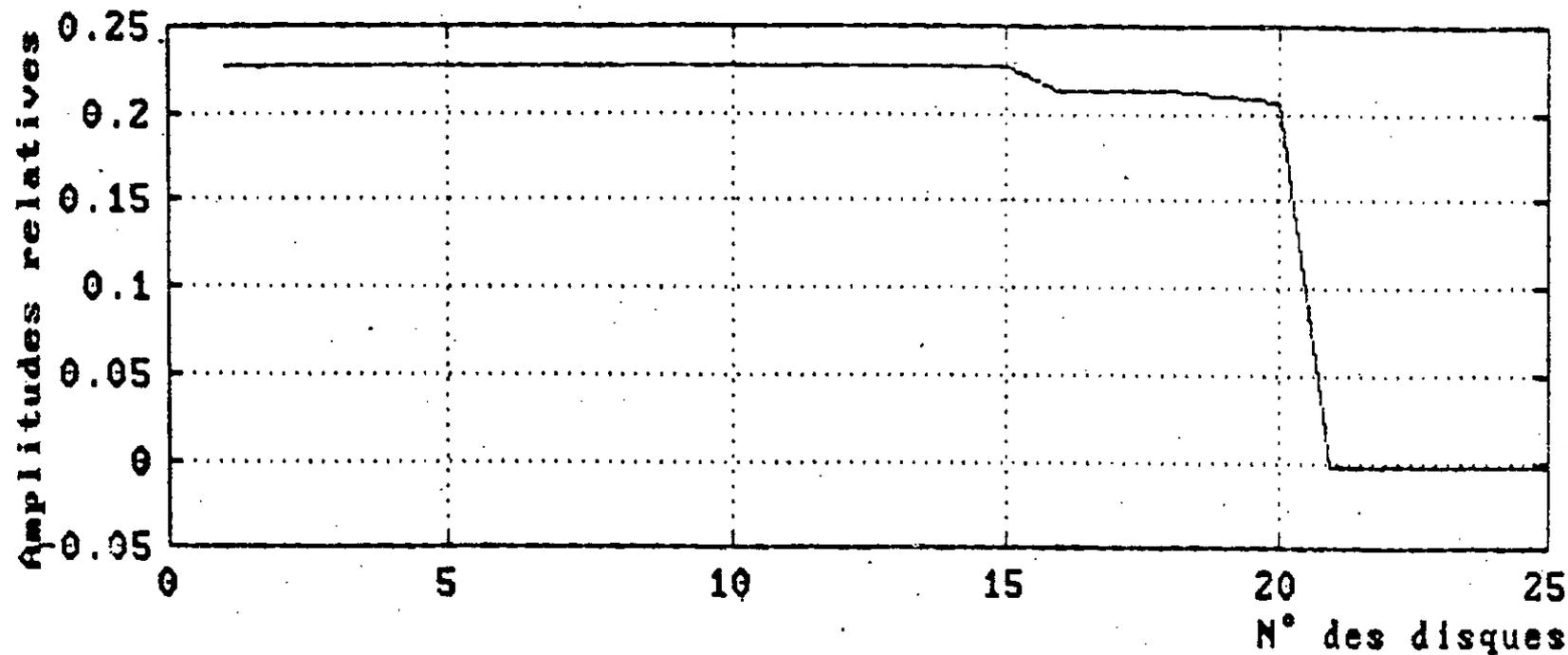


Fig.2.18 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 1<sup>ère</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 21<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique.

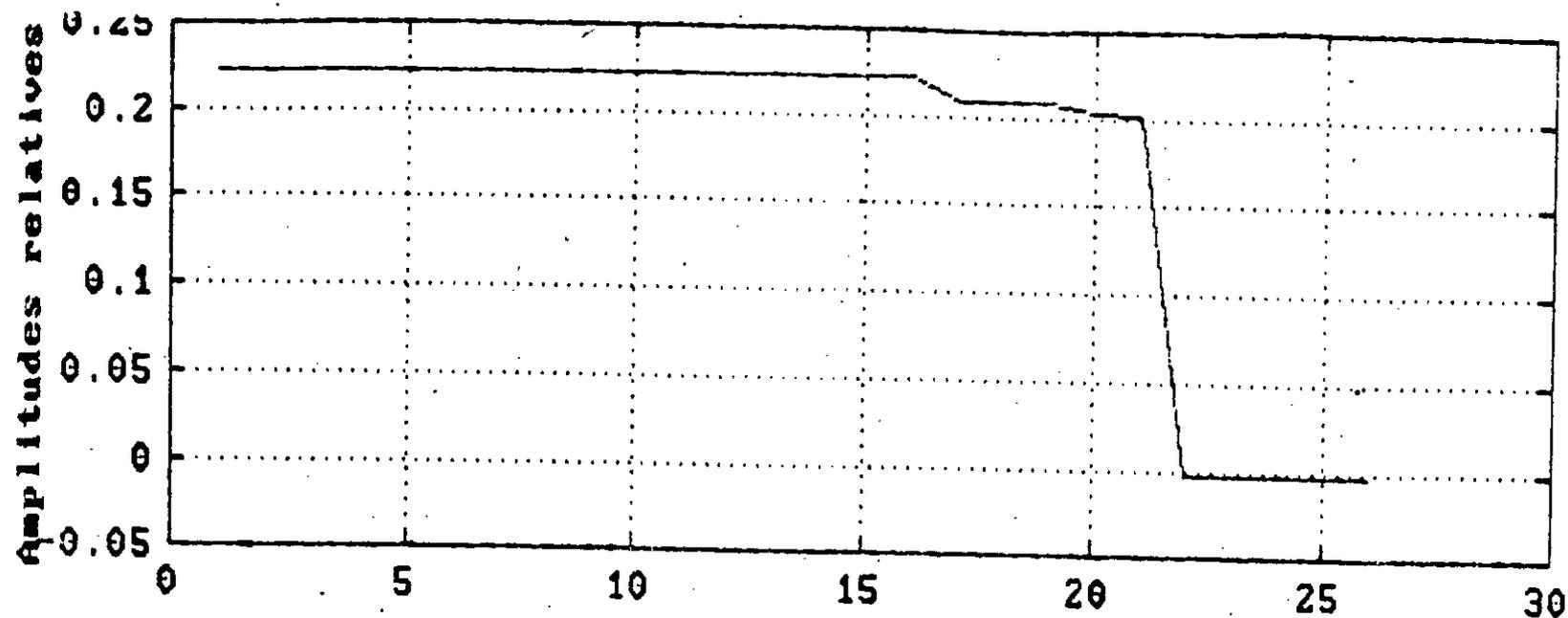


Fig. 2.19 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 1<sup>ère</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie (position éloignée du noeud de vibration) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur (  $0.2 \text{ Kg.m}^2$  ) se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur (  $0.8858 \text{ Kg.m}^2$  ), n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration.

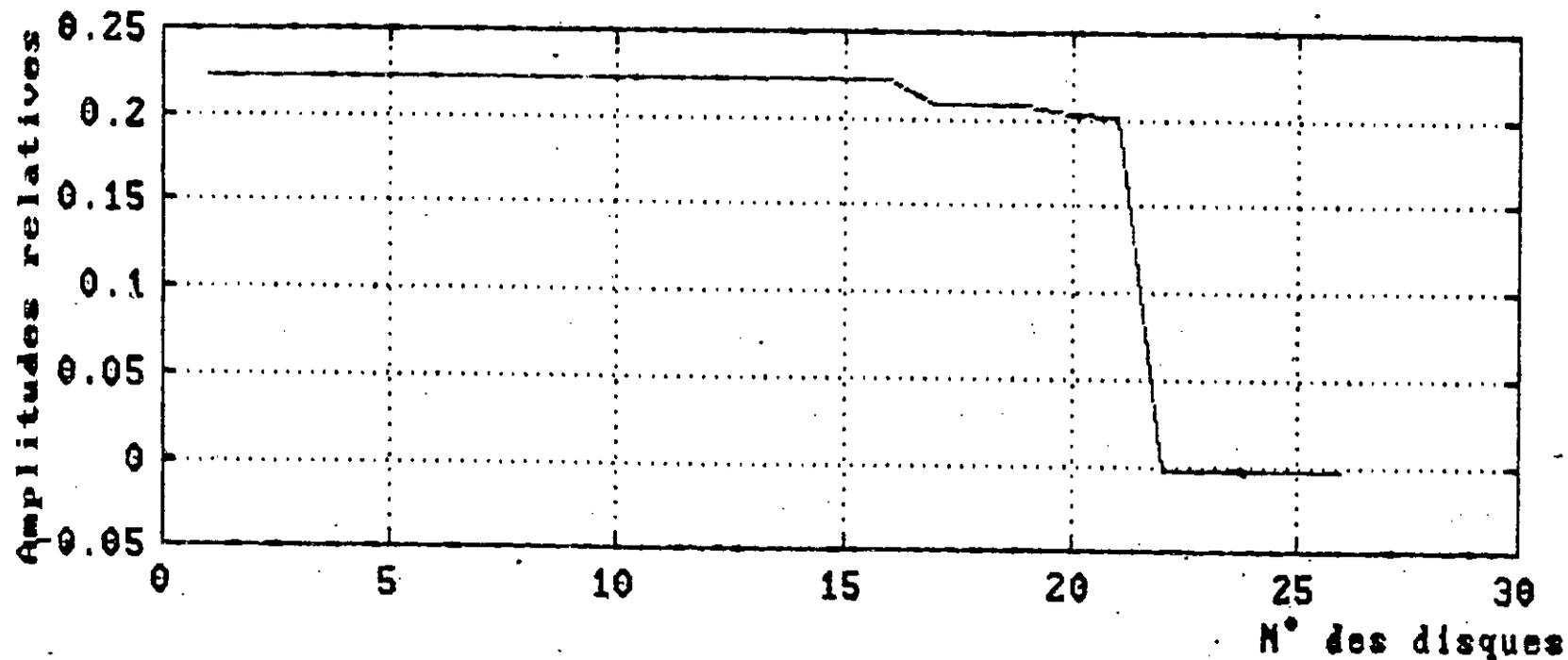


Fig.2.20 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 1<sup>ère</sup> chaîne.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.

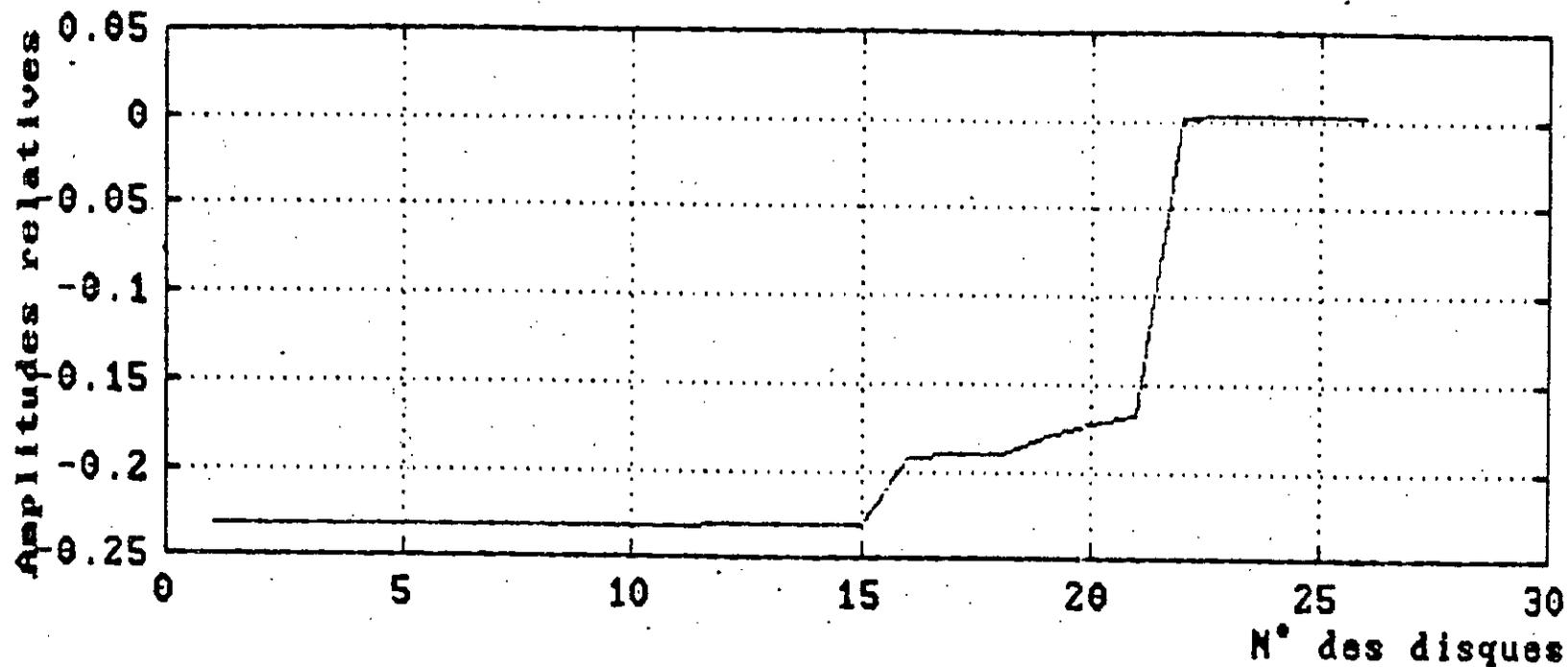


Fig.2.21 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 2<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque. La rigidité du 21<sup>ème</sup> tronçon est faible de l'ordre de  $10^3$  N.m/rd, c'est ce qui explique la position du noeud de vibration dans ce tronçon de la ligne d'arbre. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 23 et 24<sup>ème</sup> disque ) et la 2<sup>ème</sup> ( 25 et 26<sup>ème</sup> disque ), présentent des amplitudes très faibles.

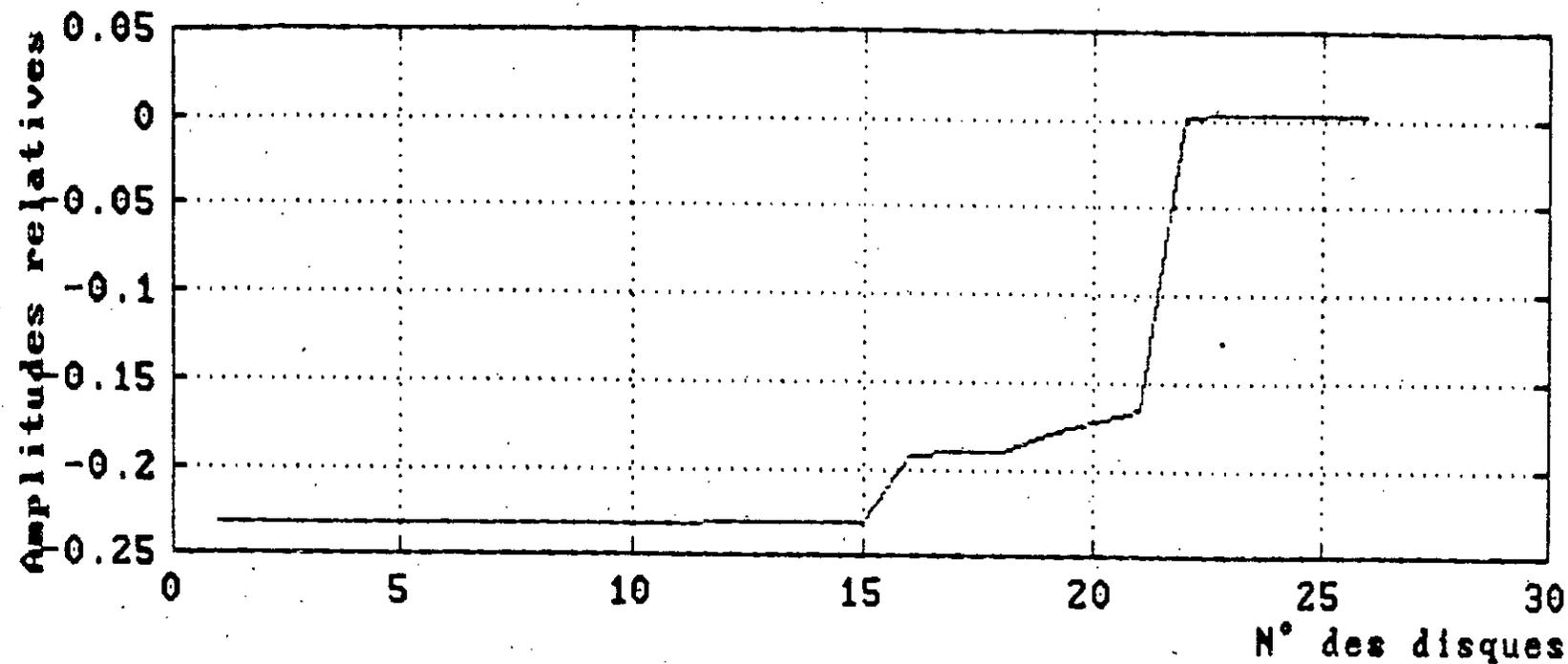


Fig.2.22 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur dynamique de la 2<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique.

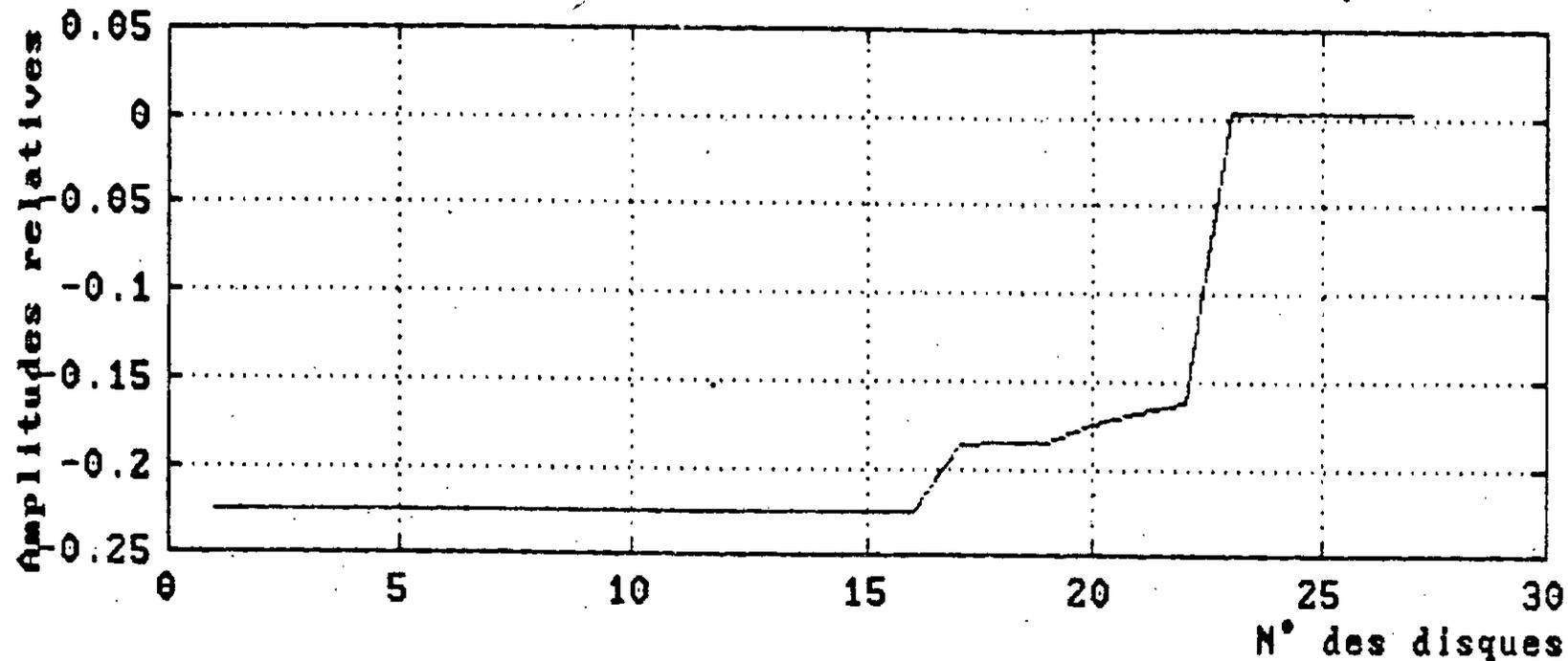


Fig.2.23 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie ( position éloignée du noeud de vibration ) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur ( de l'ordre de  $10^6 \text{ N.m/rd}$  ) sont relativement importantes, le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque ) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur (  $0.20 \text{ Kg.m}^2$  ) se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur (  $0.8858 \text{ Kg.m}^2$  ), n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 24<sup>ème</sup> et 25<sup>ème</sup> disque ) et de la 2<sup>ème</sup> ( 26 et 27<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

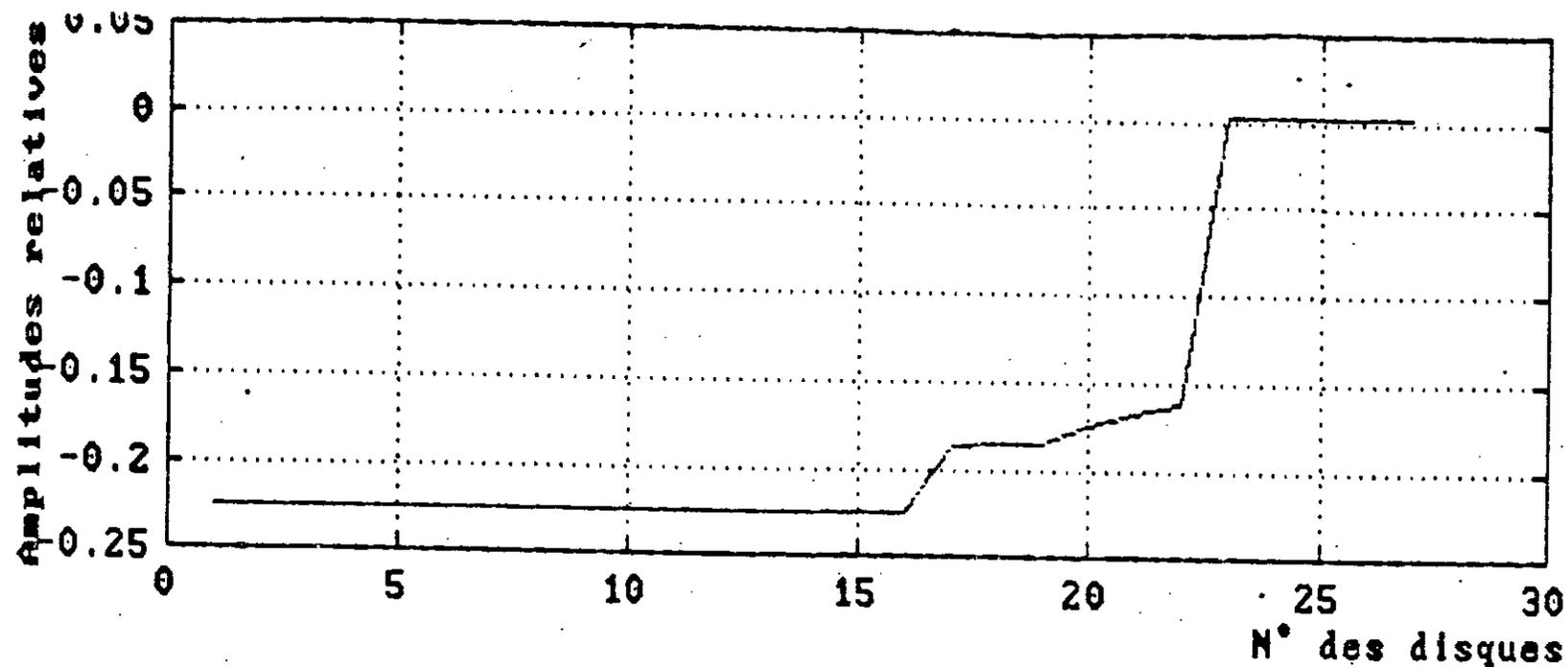


Fig.2.24 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur et amortisseur de torsion de la  
 2<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est  
 situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé  
 de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les  
 mêmes valeurs. L'ajout l'inertie de l'équilibreur dynamique ( inertie  
 rapportée au pignon intermédiaire égale à  $0.067 \text{ Kg.m}^2$  ) au moteur  
 ( d inertie  $0.8858 \text{ Kg.m}^2$  ) équipé du damper n'a donc pas d'influence  
 sur la déformée modale de cette chaîne.

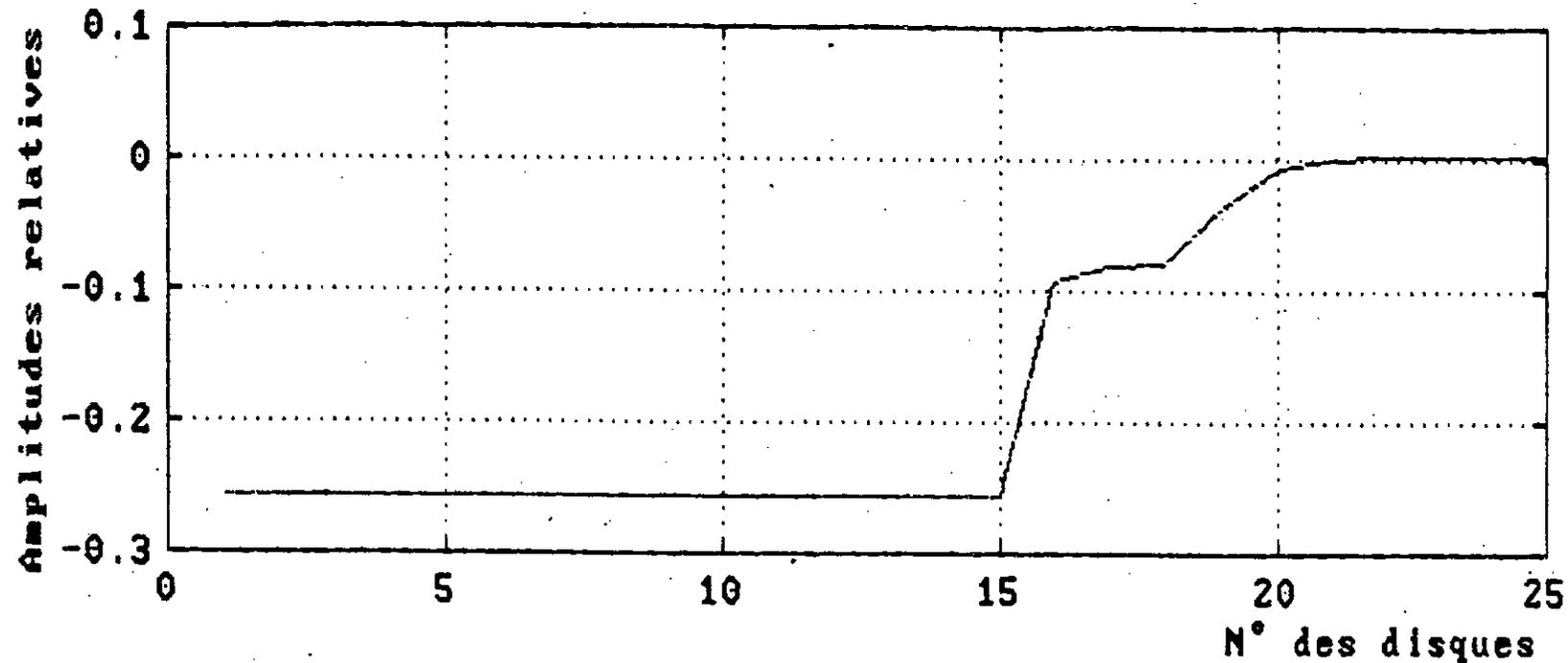


Fig.2.25 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 3<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 21<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 21<sup>ème</sup> disque. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (22 et 23<sup>ème</sup> disque) et la 2<sup>ème</sup> (24 et 25<sup>ème</sup> disque) présentent des amplitudes très faibles.

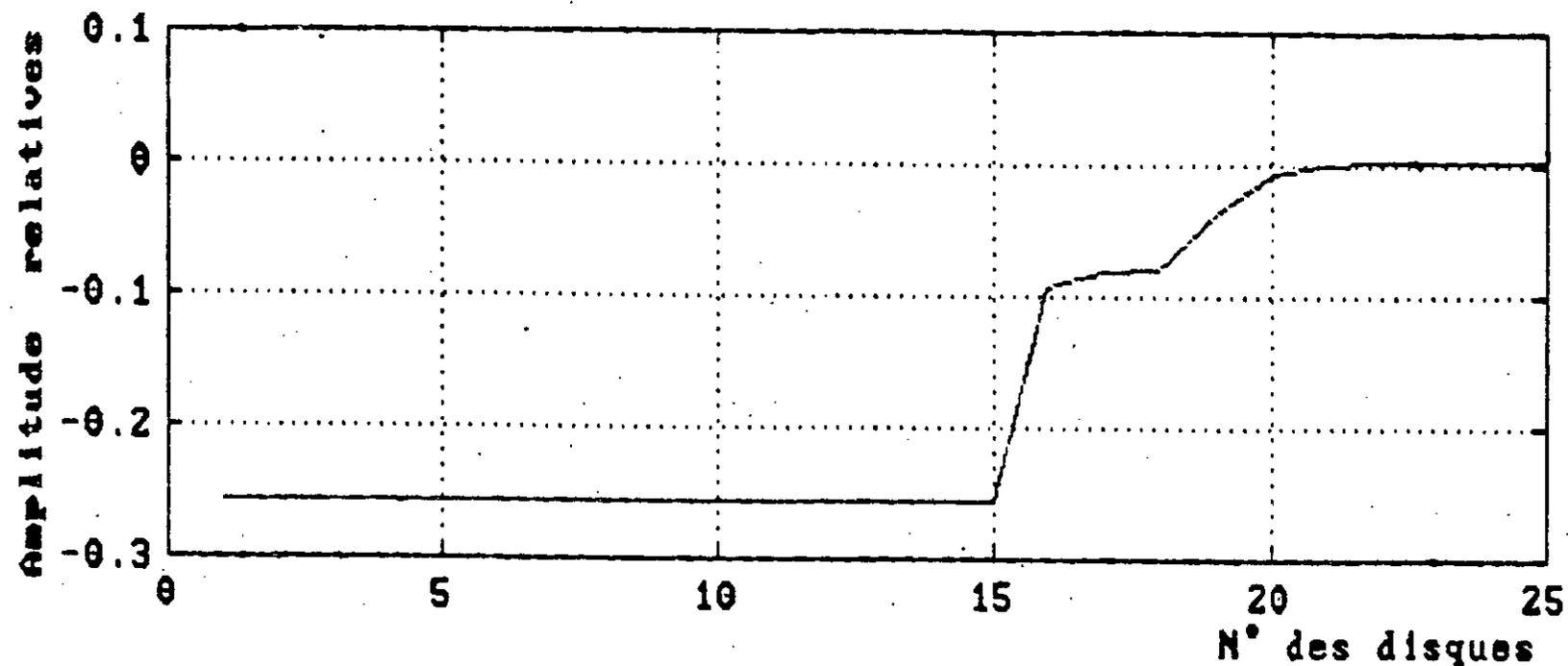


Fig.2.26 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur dynamique de la 3<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 21<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influence sur la déformée modale de la chaîne cinématique .

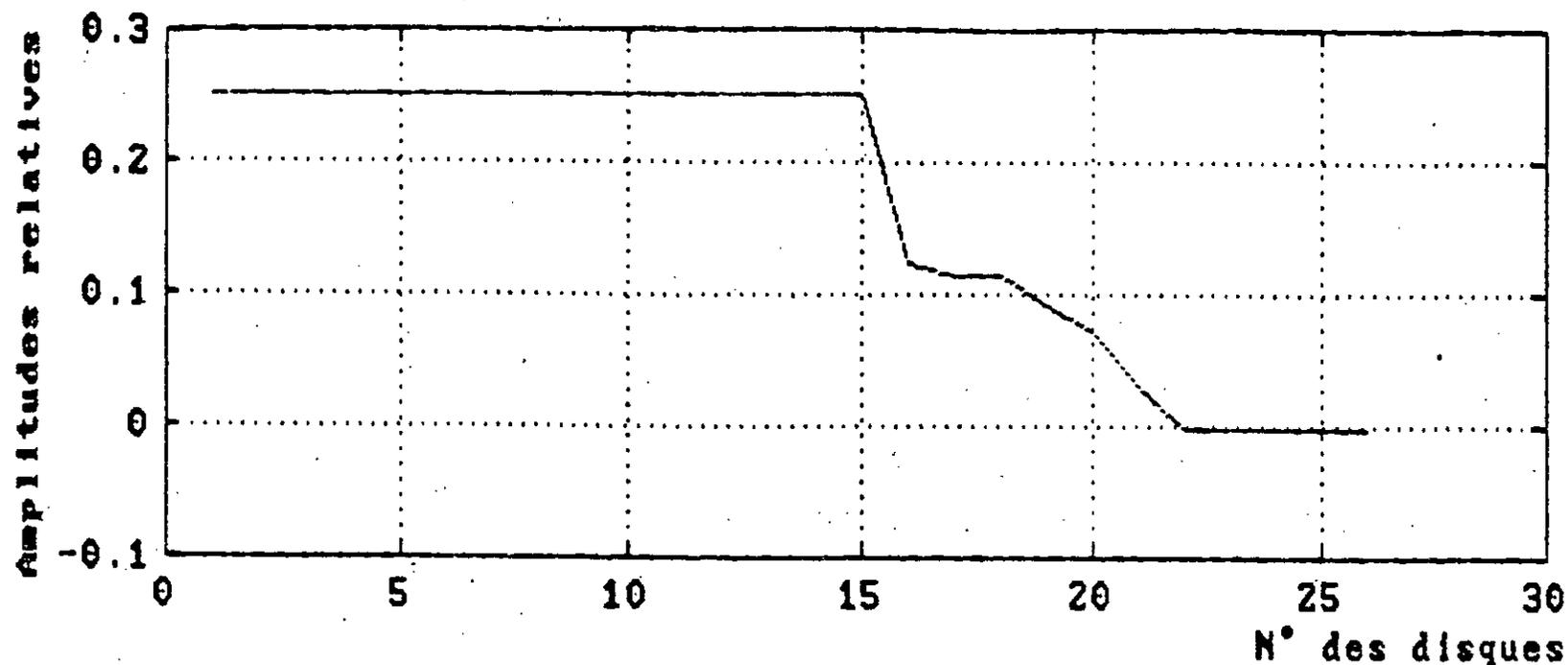


Fig.2.27 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 3<sup>ème</sup> champ.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie (position éloignée du noeud de vibration) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur (du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur n'a donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (23<sup>ème</sup> et 24<sup>ème</sup> disque) et de la 2<sup>ème</sup> (25 et 26<sup>ème</sup> disque) présentent des amplitudes très faibles.

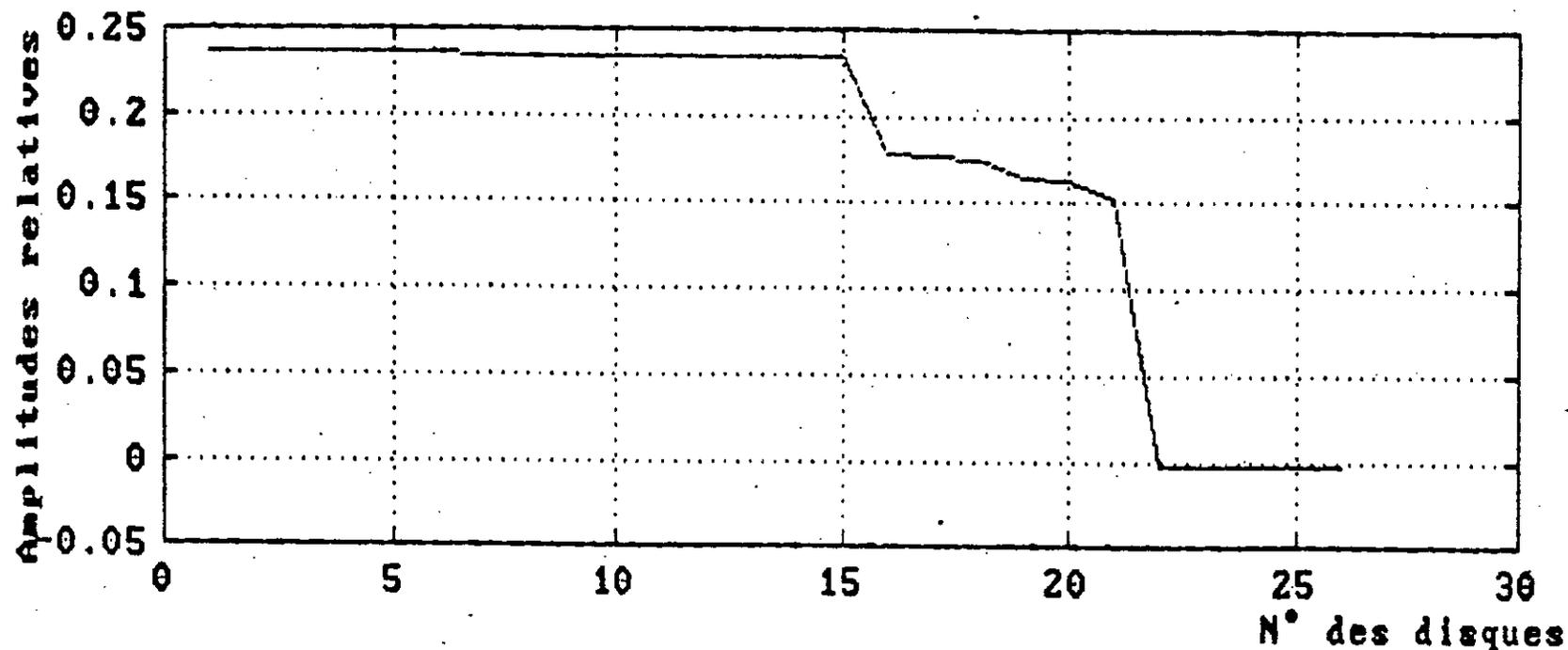


Fig.2.29 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 1<sup>ère</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne (de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque. La rigidité du dernier tronçon est la plus faible de l'ordre de  $10^3$  N.m/rd, c'est ce qui explique la position du noeud de vibration dans cette portion de la ligne d'arbre.

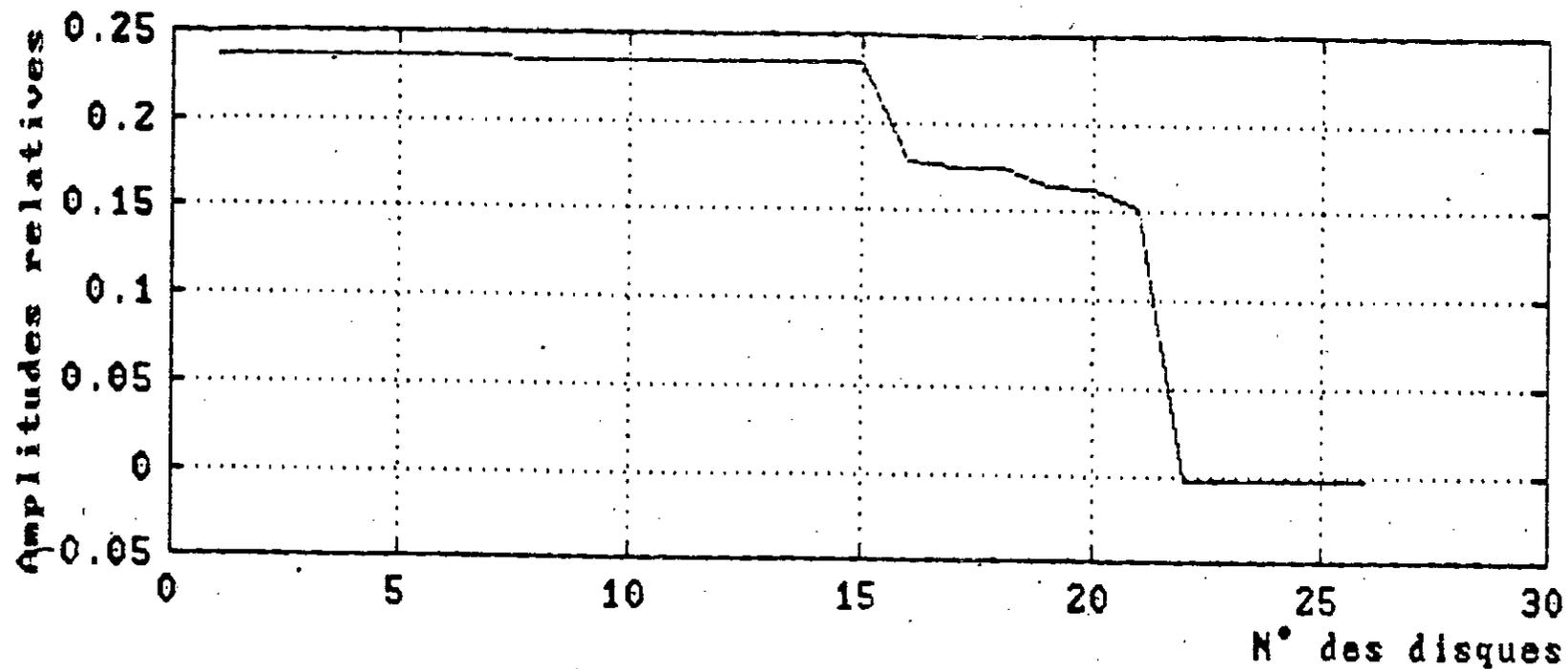


Fig.2.30 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 1<sup>ère</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique.

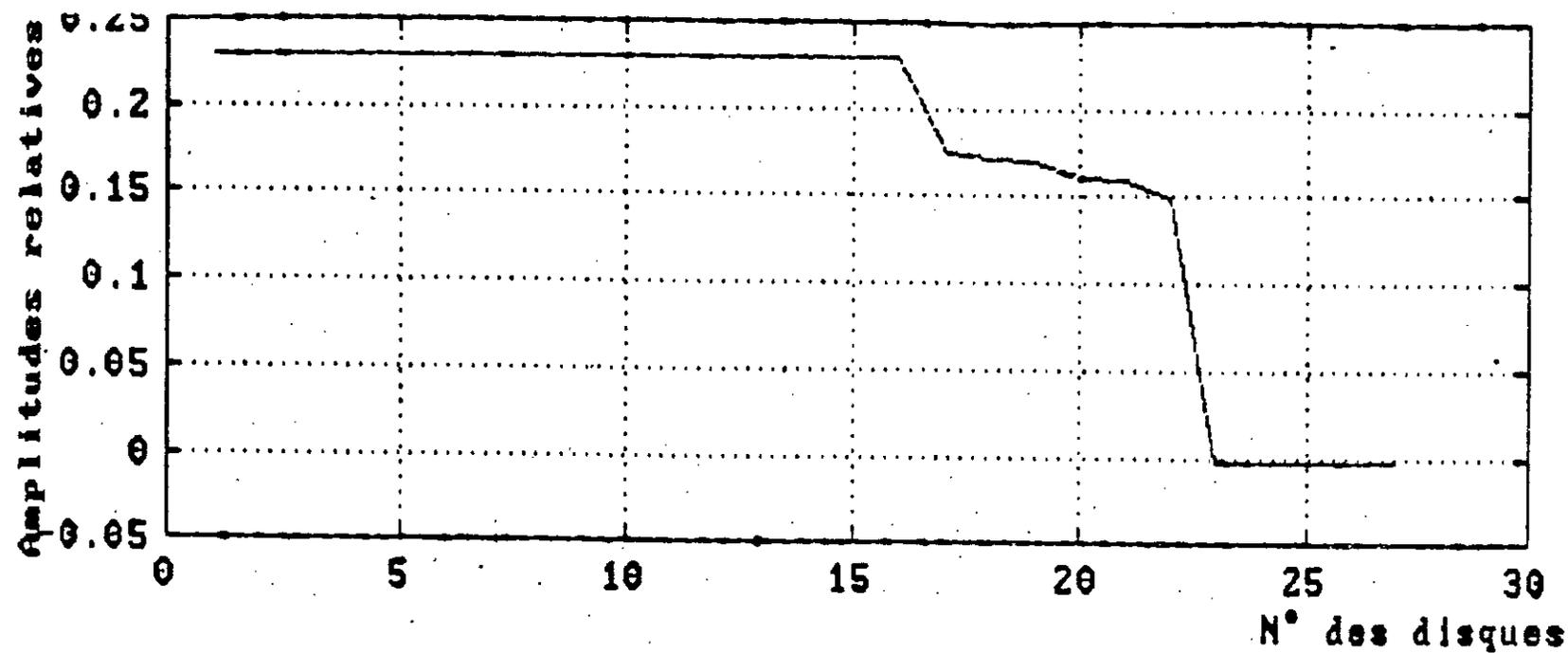


Fig.2.31 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 1<sup>ère</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie (position éloignée du noeud de vibration) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur n'aura pas donc une influence notable sur la position du noeud de vibration.

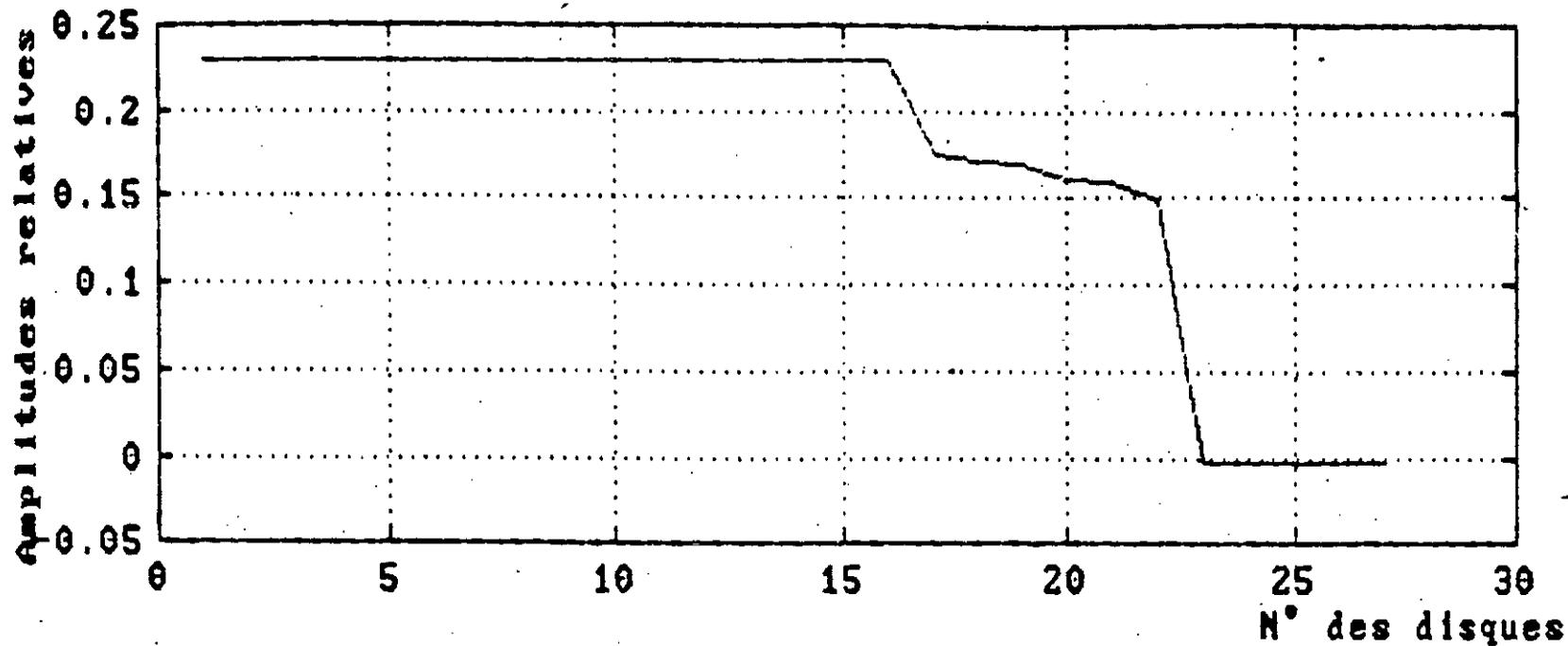


Fig.2.32 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 1<sup>ère</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé partiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'inertie de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences notables sur la déformée modale de cette chaîne cinématique vue sa valeur négligeable par rapport à l'inertie globale du

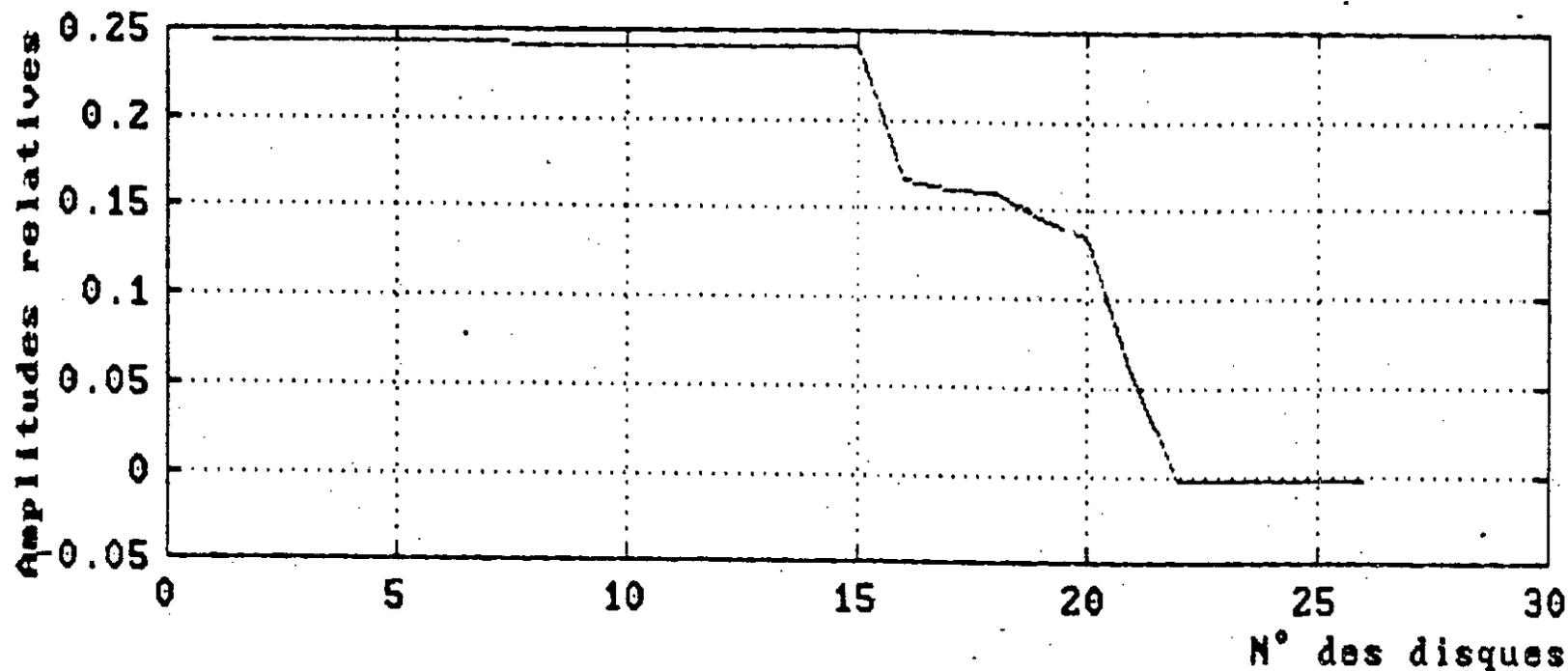


Fig.2.33 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 2<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 15<sup>ème</sup> disque ) vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibreront alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque ( la rigidité du 21<sup>ème</sup> tronçon est faible de l'ordre de  $10^4$  N.m/rd ). Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 23 et 24<sup>ème</sup> disque ) et de la 2<sup>ème</sup> ( 25 et 26<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

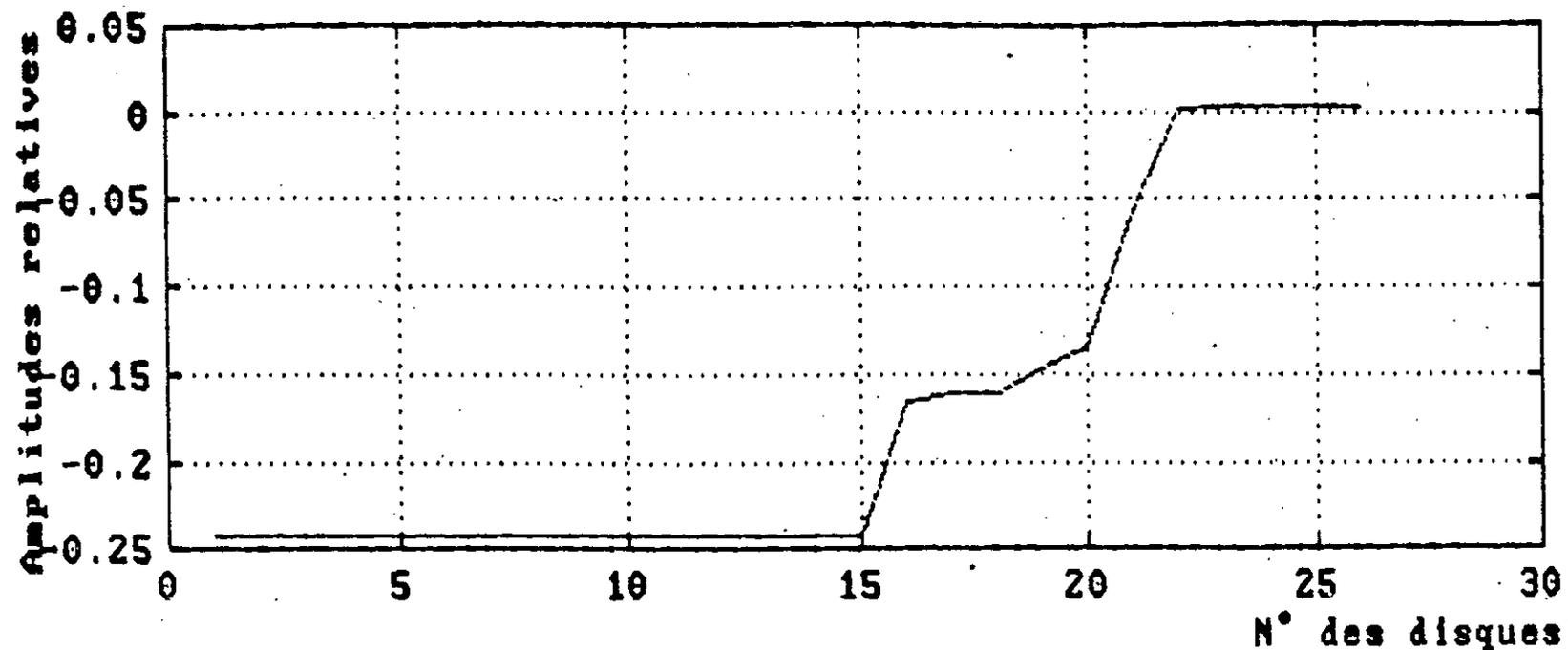


Fig.2.34 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur dynamique de la 2<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique.

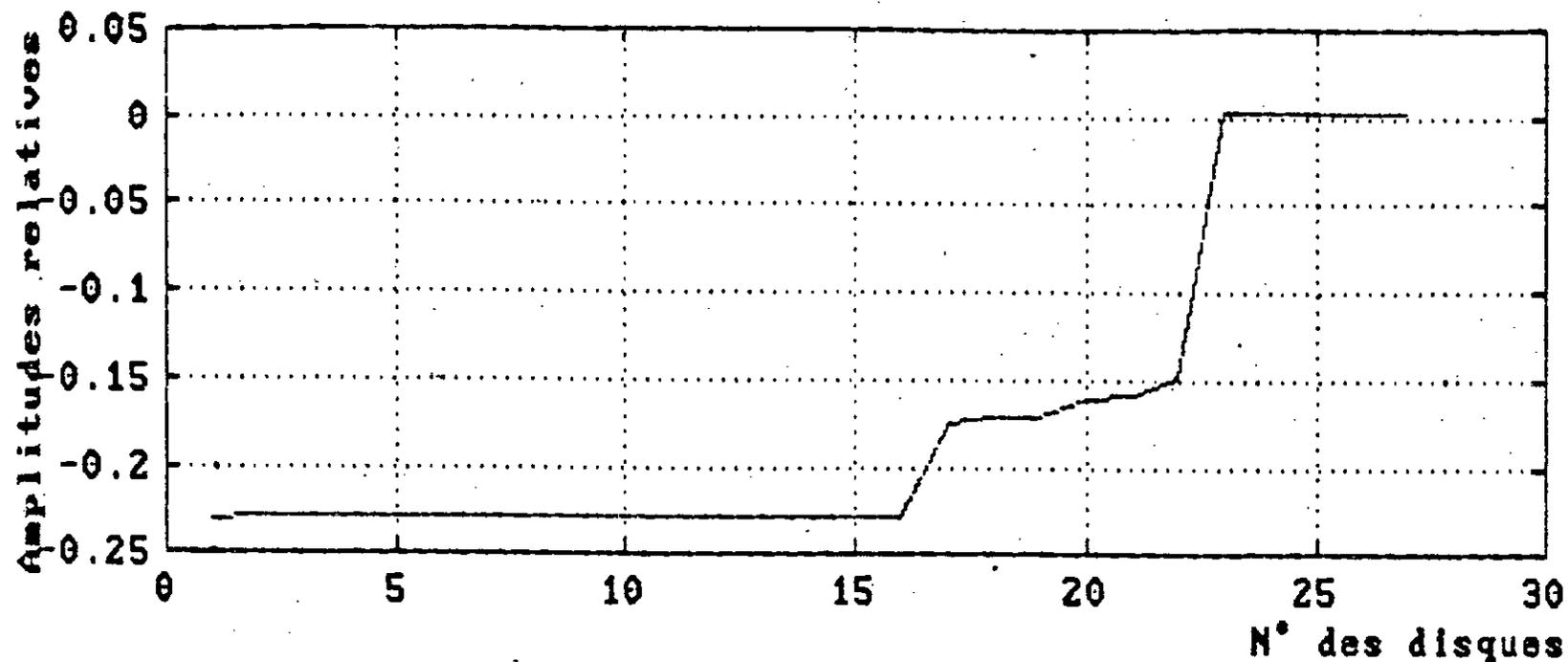


Fig.2.35 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie ( position éloignée du noeud de vibration ) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque ) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 24<sup>ème</sup> et 25<sup>ème</sup> disque ) et la 2<sup>ème</sup> ( 26 et 27<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

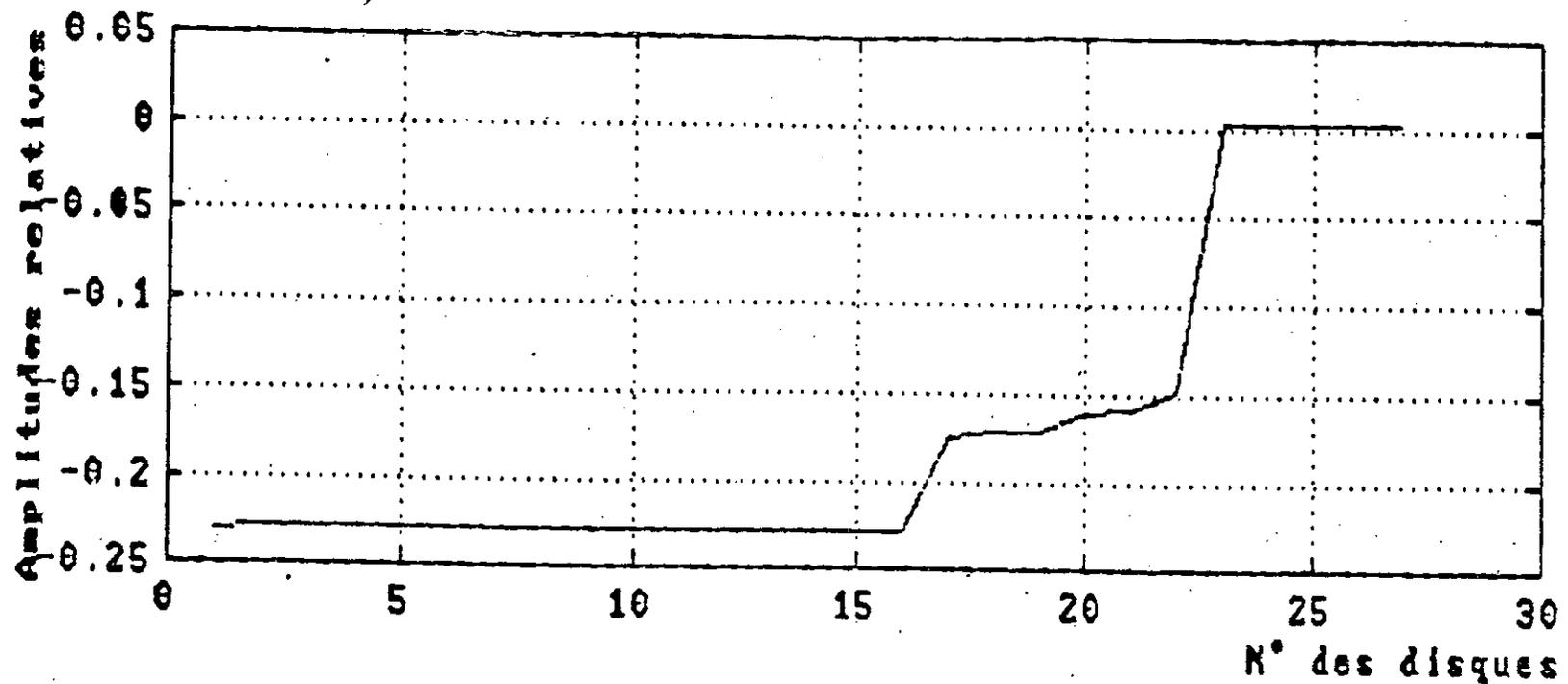


Fig. 2.36 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 2<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé partiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.

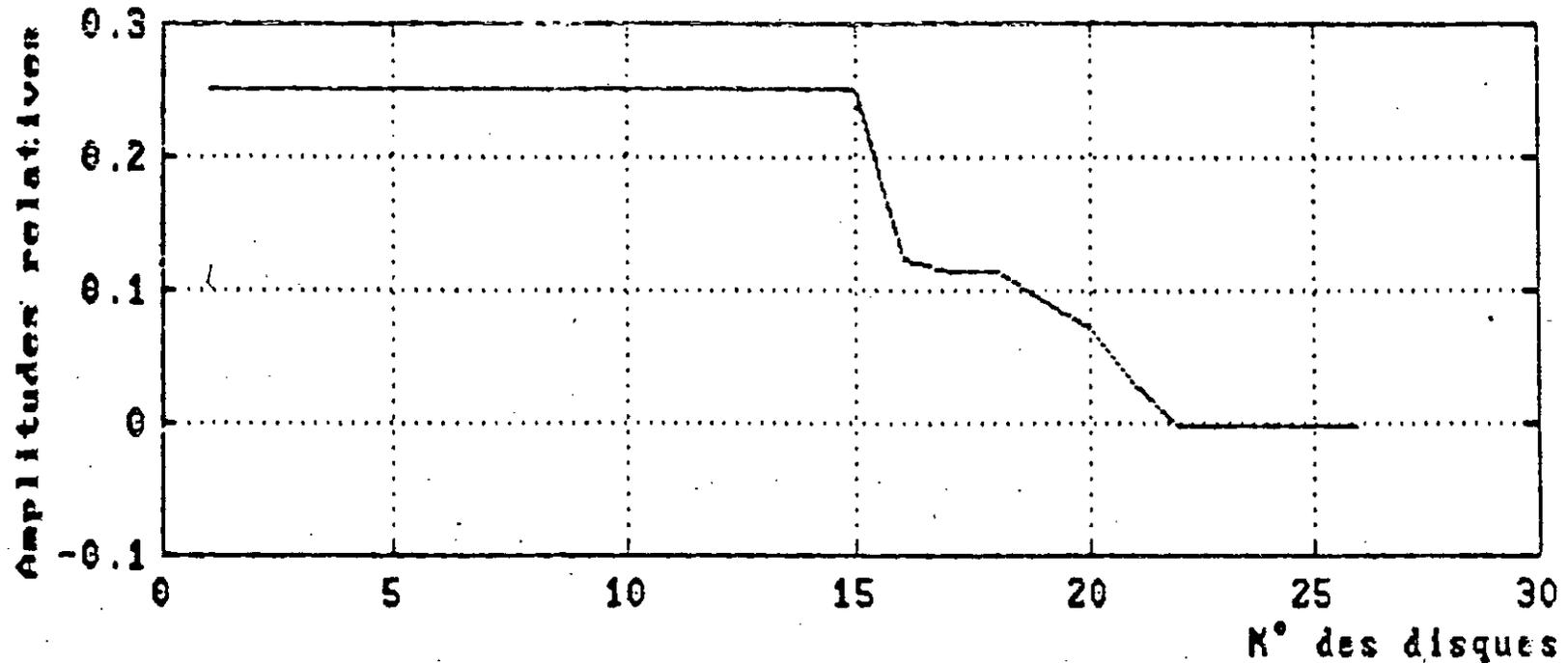


Fig.2.37 Déformés modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 3<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque ( la rigidité du 21<sup>ème</sup> tronçon est la plus faible de l'ordre de  $10^4$  N.m/rd ). Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (23 et 24<sup>ème</sup> disque) et de la 2<sup>ème</sup> (25 et 26<sup>ème</sup> disque), présentent des amplitudes très faibles.

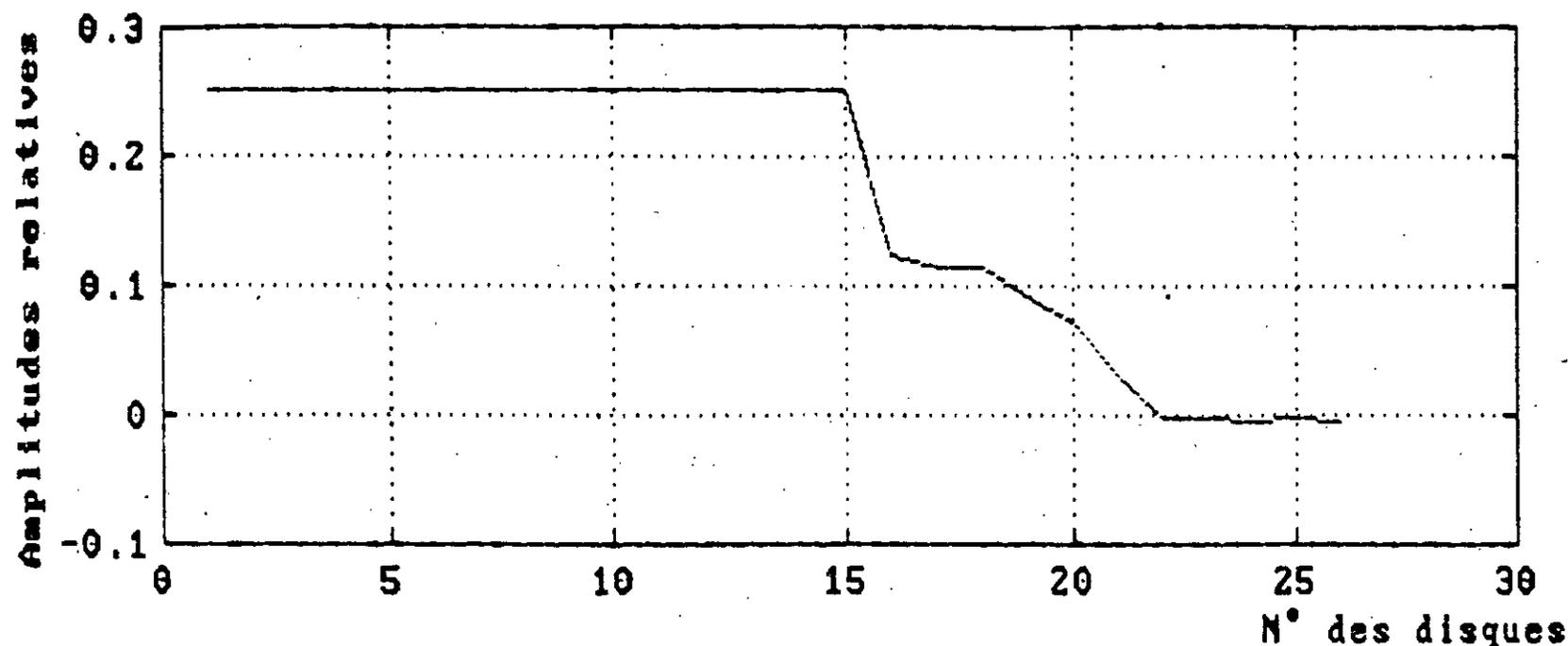


Fig.2.38 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 3<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique.

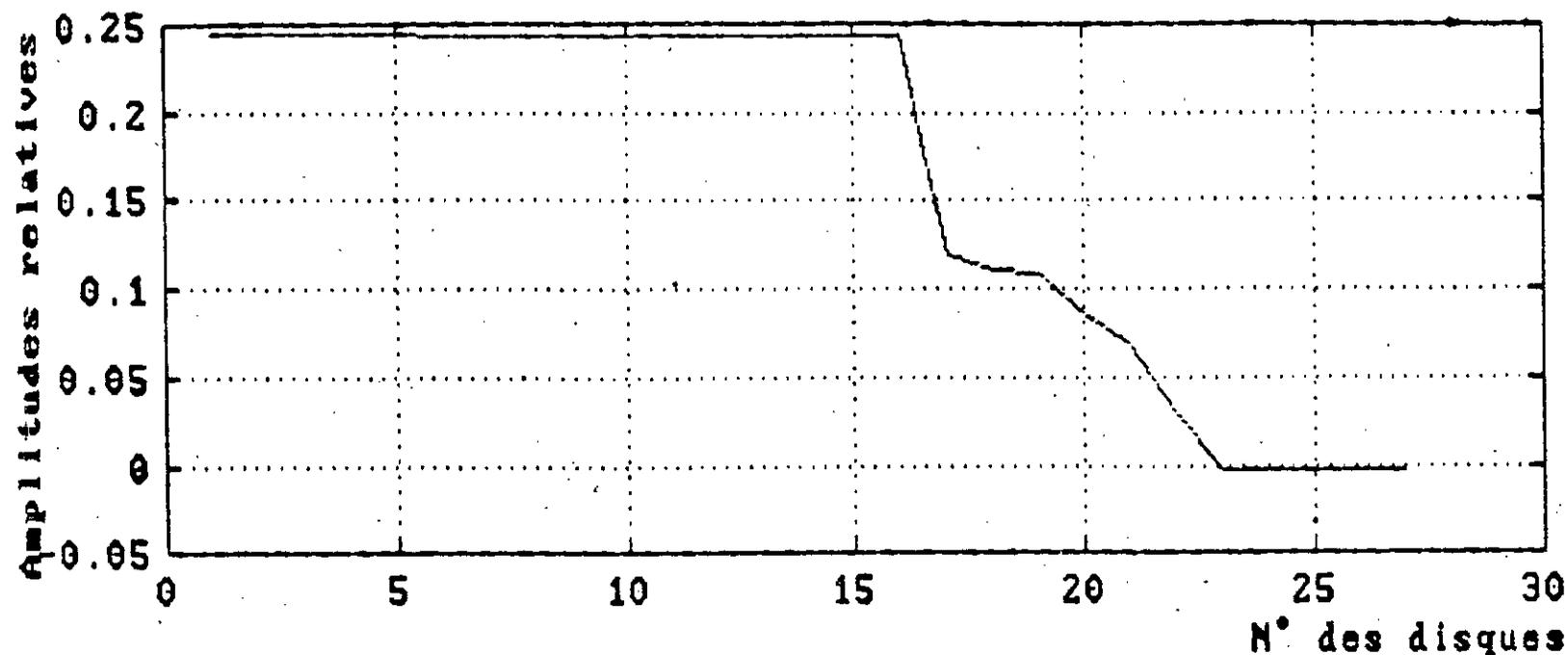


Fig.2.39 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 3<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie ( position éloignée du noeud de vibration ) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque ) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur n'aura donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 24<sup>ème</sup> et 25<sup>ème</sup> disque ) et la 2<sup>ème</sup> ( 26 et 27<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

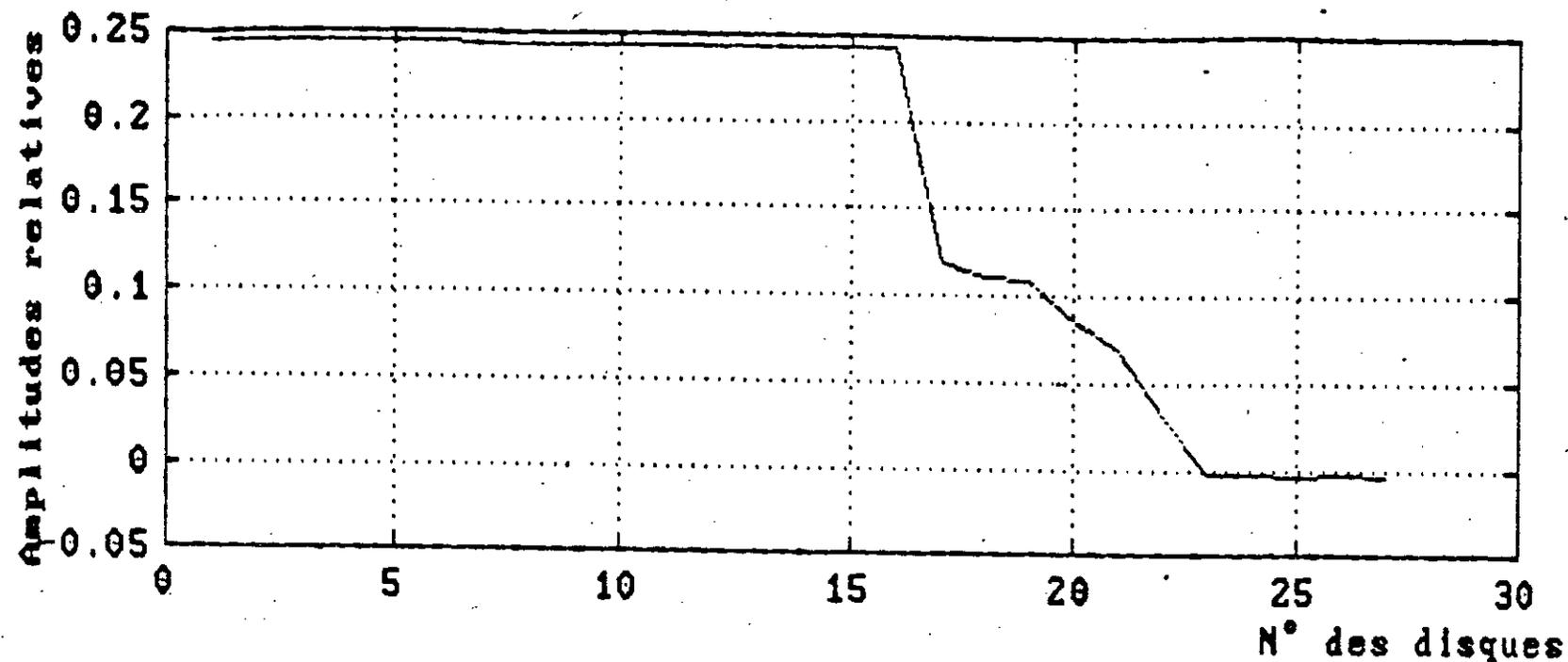


Fig.2.40 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec équilibreur et amortisseur de torsion de la 3<sup>ème</sup> lente.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 23<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé partiquement les mêmes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de cette chaîne cinématique.

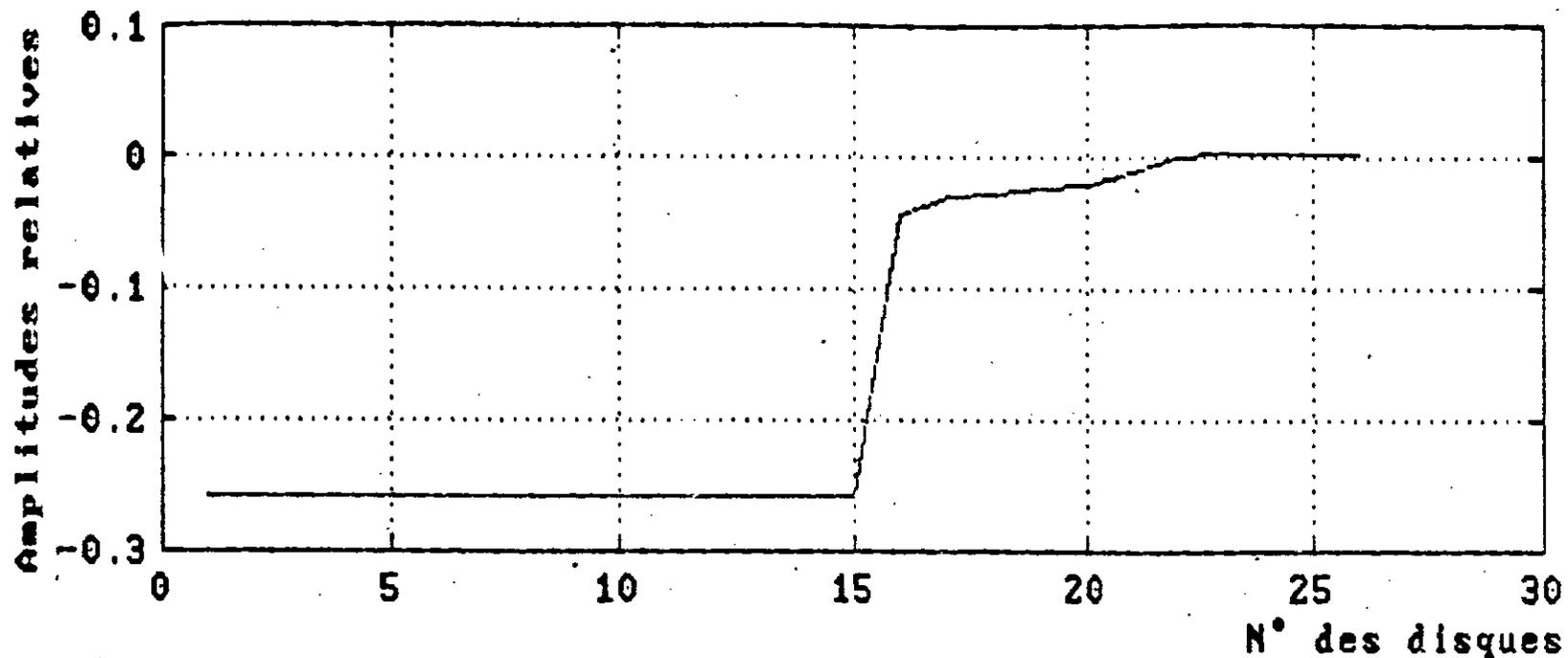


Fig.2.49 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne cinématique de la 3<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque ( noeud de ramification ). Les rigidités du moteur sont relativement les plus élevées de la chaîne ( de l'ordre de  $10^6$  N.m/rd ), le moteur ( du 1<sup>er</sup> au 15<sup>ème</sup> disque ) vibre donc comme un seul bloc. A partir du 15<sup>ème</sup> disque les rigidités sont moins importantes et ne sont pas toutes du même ordre de grandeur, les disques vibrent alors différemment, les amplitudes décroissent et atteignent une valeur nulle au voisinage du 22<sup>ème</sup> disque. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification ( 23 et 24<sup>ème</sup> disque ) et de la 2<sup>ème</sup> ( 25 et 26<sup>ème</sup> disque ) présentent des amplitudes très faibles.

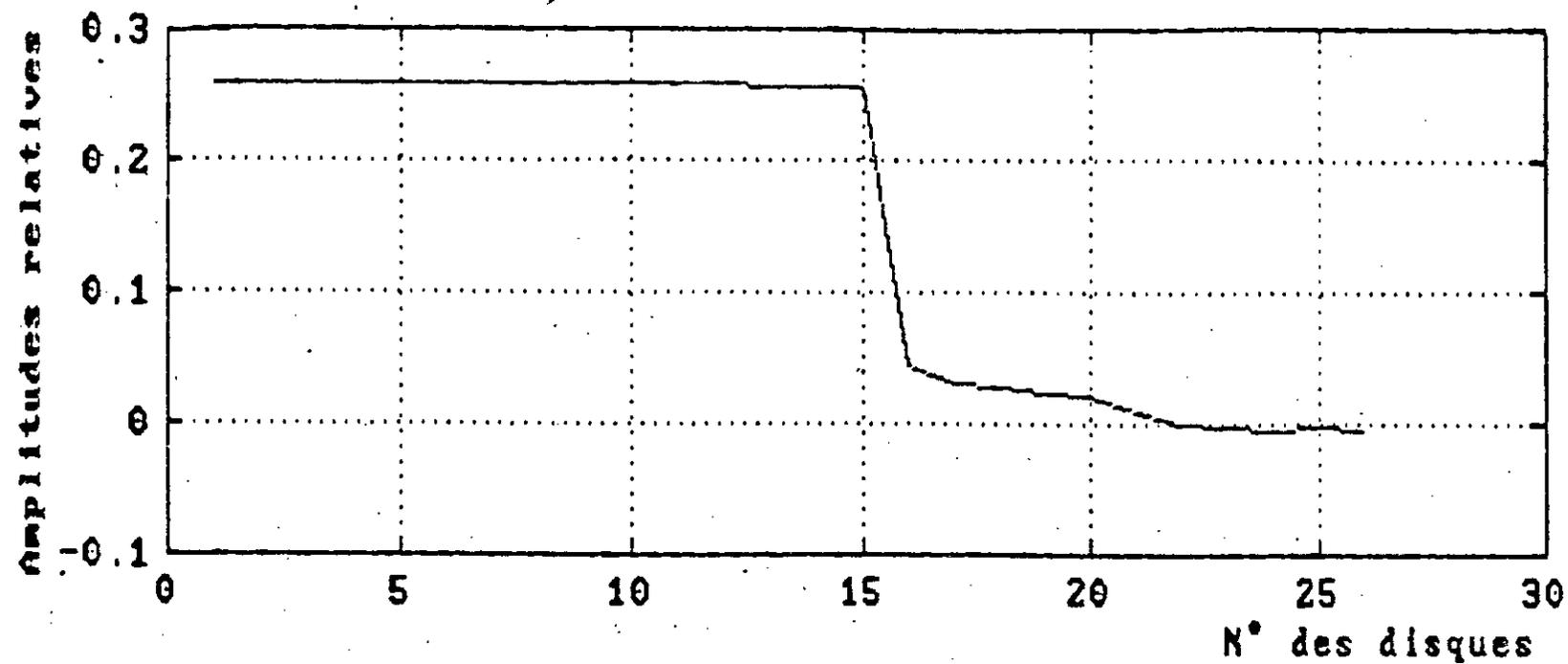


Fig.2.50 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec  
 équilibreur dynamique de la 2<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification) et n'a pas changé de position. Les amplitudes des vibrations ont gardé pratiquement les memes valeurs. L'ajout de l'équilibreur dynamique n'a donc pas d'influences sur la déformée modale de la chaîne cinématique .

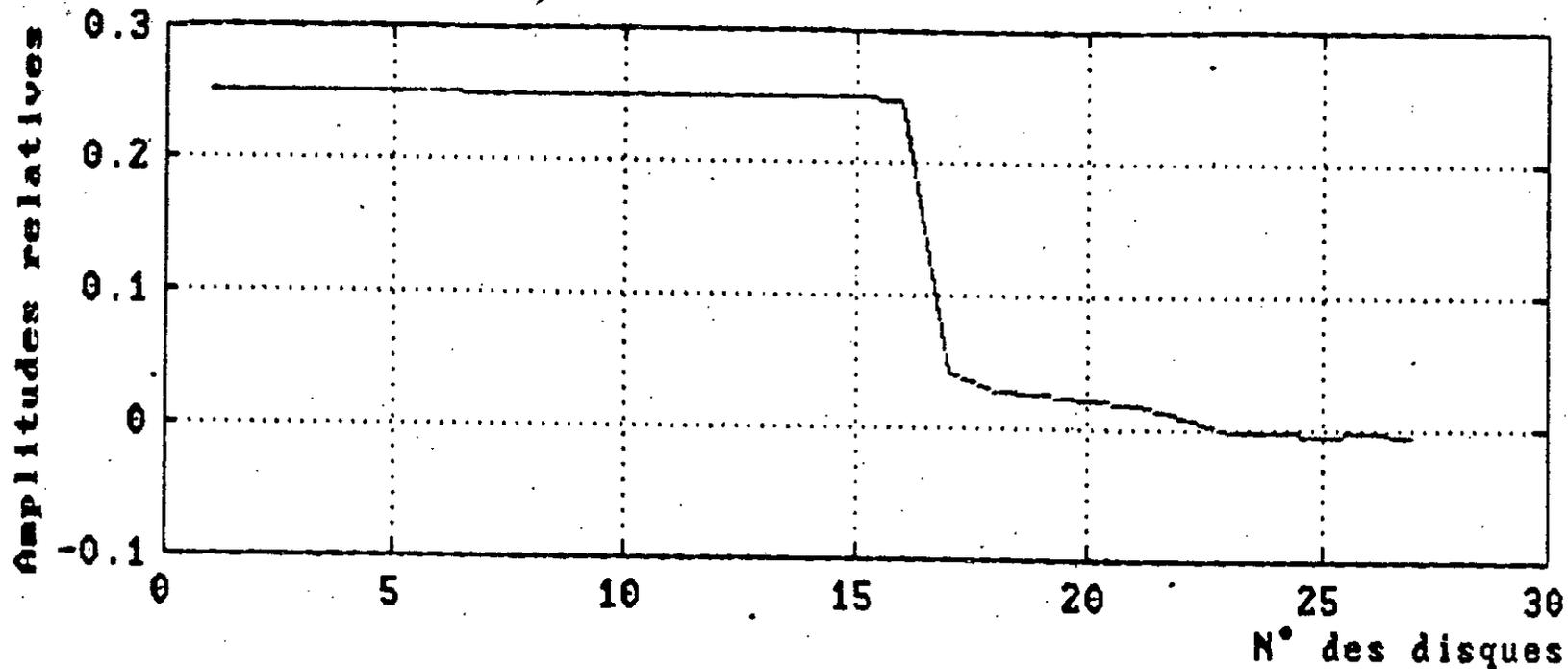


Fig.2.51 Déformée modale du 1<sup>er</sup> mode de la chaîne avec amortisseur de torsion de la 3<sup>ème</sup> route.

La déformée modale du 1<sup>er</sup> mode montre que le noeud de vibration est situé près du 22<sup>ème</sup> disque (noeud de ramification). L'ajout de l'inertie du damper à la poulie (position éloignée du noeud de vibration) n'a pas changé de position au noeud de vibration. En effet les rigidités du moteur sont relativement importantes, le moteur (du 1<sup>er</sup> au 16<sup>ème</sup> disque) vibrant comme un seul bloc, l'inertie de l'amortisseur se trouve alors négligeable par rapport à l'inertie globale du moteur n'a donc pas une influence notable sur la position du noeud de vibration. Les disques de la 1<sup>ère</sup> ramification (24<sup>ème</sup> et 25<sup>ème</sup> disque) et la 2<sup>ème</sup> (26 et 27<sup>ème</sup> disque) présentent des amplitudes très faibles.