

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

28/87
1ex

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Génie Mécanique

الطبعة الوطنية المتعددة التفتيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Diagnostic d'un moteur
à l'aide
du spectre amélioré

Proposé Par :

Mr. W. Kurowski

Etudié par :

Bouzouane. B

Dirigé par :

Mr. W. Kurowski

PROMOTION : JANVIER 87



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Diagnostic d'un moteur à l'aide
du spectre amélioré

Proposé par:
Mr. W. KUROWSKI

Etudié par:
BOUZOUANE.B

Dirigé par:
Mr. W. KUROWSKI

PROMOTION: JANVIER 1987

EN.P. 10, Avenue Hacem Badi - EL_HARRACH - ALGER

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE
PROMOTEUR: Mr. WALDEMAR KUROWSKI
ELEVE INGENIEUR: BOUZOUANE Bêlaïd

وزارة التعليم العالي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
فرع الهندسة الميكانيكية
الموجه: والدمار كوروفسكي
الطالب المهندس: بلعيد بوزوان

الموضوع: تشخيص حالة محرك بواسطة طيف محسن .
الملخص: في حالة إعداد التمثيل الطيفي بالطريقة الرقمية - معالجة الإشارات - هناك
أخطاء ترتكب وتنعكس على الطيف في شكل اعوجاج هذا الأخير .
ويتمثل هذا المشروع في توضيح هذه الأخطاء وبالتالي تحسين الطيف
المحصل عليه بغية تطبيقه على تشخيص حالة المحرك .

Sujet: Diagnostic d'un moteur à l'aide du spectre amélioré .

Résumé: Lors de l'établissement de l'analyse spectrale par voie numérique - traitement de signal - des erreurs sont commises qui se répercutent sur les spectres sous forme de distorsions de ces derniers. Ce projet consiste à mettre en évidence ces erreurs et d'améliorer ainsi le spectre obtenu en vue de l'appliquer au diagnostic d'un moteur .

Subject: Diagnosis of an engine using an improved spectrum .

Abstract: During the establishment of the spectral analysis using the numerical method called - signal process - errors arise which affect the spectra in the form of distorsions. This work consists of analysing these errors and also to improve the spectrum obtained so that it can be applied to diagnosis engine .

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je tiens à remercier vivement mon promoteur, Mr WALDEMAR KUROWSKI pour son aide précieuse et les conseils judicieux qu'il m'a prodigués tout au long de cette étude.

Mes remerciements s'adressent également à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Que tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce projet, trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

_____DEDICACES_____

Ce modeste travail est dédié à tous ceux qui me
sont chers.

Des berceuses que chantent les mères .
Aux nouvelles que lit le speaker .
Vaincre le mensonge partout dans le monde
Dans le cœur, dans le livre, dans la rue
Quel bonheur fantastique que de comprendre,
Comprendre ce qui s'en va et ce qui vient .

NAZIM HIKMET

"Anthologie poétique"

SOMMAIRE

CHAP I : INTRODUCTION	1
I.1 Phénomènes de vibration	1
I.2 Choix des vibrations pour l'entretien	1
I.3 Conclusion	2
CHAP II : DIAGNOSTIC DES MACHINES	3
II.1 Traitement de signal pour diagnoses	3
II.2 Distorsions du spectre	4
II.2.1 Effet de troncature	6
II.2.2 Chevauchement des spectres ("aliasing")	6
CHAP III : BUT DE L'ETUDE	8
CHAP IV : NOTIONS MATHÉMATIQUES FONDAMENTALES	9
IV.1 Transformation de FOURIER	9
IV.2 Conditions de DIRICHLET	9
IV.3 Définitions	9
IV.3.1 Transformée de FOURIER	10
IV.3.2 Convolution	10
IV.4 Quelques propriétés de La transformée de FOURIER	10
IV.4.1 Théorème du retard	11
IV.4.2 Théorème de convolution	11
IV.4.3 Théorème du produit	11
IV.4.4 Théorème de symétrie	11
IV.5 Impulsion de DIRAC	12
IV.5.1 Transformée de FOURIER de l'impulsion de DIRAC	12
IV.5.2 Conséquences	13

IV.5.3 Convolution impliquant une impulsion de DIRAC 14

IV.6 Peigne de DIRAC 14

IV.7 Conclusion 14

CHAP V: PRISE DU SIGNAL 15

 V.1 Fenêtre temporelle naturelle 15

 V.2 Effets dus à l'emploi de la fenêtre temporelle naturelle 15

 V.2.1 Effet de troncature dû à la longueur T_0 de $\varphi_0(t)$ 15

 V.2.2 Effet de troncature dû à la nature de la fenêtre 20

 V.3 Conclusion 22

CHAP VI: ECHANTILLONNAGE 24

 VI.1 Définition 24

 VI.2 Intérêt de l'échantillonnage 24

 VI.3 Fréquence d'échantillonnage et distorsions 25

 VI.3.1 Fréquence d'échantillonnage ν_e 25

 VI.3.2 Fréquence de NYQUIST ν_N 25

 VI.3.3 Etendu des fréquences 26

 VI.3.4. Distorsions "aliasing" 26

 VI.4 Distorsion totale 31

CHAP VII: CHOIX DE LA FENETRE DE TRONCATURE 33

 VII.1 Introduction 33

 VII.2 Rappel des conditions que doit satisfaire la fenêtre utilisée 33

 VII.3 Rappels mathématiques 34

 VII.3.1 Transformation de FOURIER discrète 34

 VII.3.2 Transformée de FOURIER rapide "FFT" 36

 VII.4 Types de fenêtres usuelles et leurs caractéristiques 36

VII.4.1 Fenêtre rectangulaire	37
VII.4.2 Fenêtre de HANNING	38
VII.4.3 Fenêtre de HAMMING	39
VII.4.4 Combinaison de deux fenêtres	40
VII.4.4.1 Combinaison des fenêtres rectangulaire et de HAMMING	40
VII.5 Conclusion	41
 CHAP VIII : FILTRAGE	 42
VIII.1 Introduction	42
VIII.2 Théorème d'échantillonnage pour signaux de spectres passe-bas	42
VIII.3 Filtrage analogique	42
VIII.4 Filtrage numérique	43
VIII.4.1 Principe	43
VIII.4.2 Filtre réel et filtre idéal	44
VIII.4.3 Choix de NF	45
VIII.4.4 Convolution rapide	45
VIII.4.5 Fonction de transfert du filtre	45
VIII.4.6 Réponse impulsionnelle du filtre	46
VIII.4.6.1 Transformée inverse de FOURIER :	46
VIII.4.6.2 Calcul des coefficients $H(k)$ du filtre	46
 CHAP IX : PROGRAMMATION ET ESSAIS SUR DES FONCTIONS	 48
IX.1 Interprétation des essais	48
IX.1.1 Mise en évidence de la nécessité de filtrer le signal	48
IX.1.2 Essais sur le filtrage	50

IX.1.3 Mise en évidence de l'effet de tronçature 51

CHAP IX : EXPERIENCE 54

CONCLUSION 55

ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE

L'entretien des machines préoccupe les constructeurs et les utilisateurs depuis longtemps, mais c'est seulement depuis quelques dizaines d'années que l'on essaie vraiment de connaître l'avenir d'une machine, afin de prévenir les pannes intempestives et de réduire ainsi les immobilisations nécessaires à l'entretien.

Ce problème devient de plus en plus important à cause des performances accrues qui sont demandées aux machines (vitesse de rotation plus élevée, effort dynamiques plus importants, etc...) et qui doivent aller de pair avec les économies de matières pour leur construction.

I.1 Phénomènes de vibration:

L'état technique d'une machine dépend essentiellement de l'état des organes qui la constituent et de leur assemblage. Lors de son fonctionnement, la machine réalise un processus de production et plusieurs phénomènes accompagnants; en effet bien que les vibrations font partie accompagnante du fonctionnement il arrive souvent que des imprécisions de fabrication, des jeux dus à l'usure des pièces chargées créent des vibrations qui sont transmises aux autres organes et dans un cas plus sévère elles peuvent conduire à une usure catastrophique de la machine [1].

I.2. Choix des vibrations pour l'entretien:

Evaluer "l'état de santé" d'une machine revient à établir un diagnostic.

A cet effet il faut remarquer que toute machine en fonctionnement fournit de nombreux signaux, tels que : la chaleur dégagée, la puissance absorbée ou fournie, le bruit et les vibrations (phénomènes vibroacoustiques), etc... Parmi ces informations les vibrations présentent un grand intérêt puisqu'elles sont directement liées au fonctionnement de la machine, elles sont facilement localisables, elles se transmettent rapidement et en outre cela elles sont très riches en informations sur l'état de la machine. C'est pour cela que la plus part

des techniques d'entretien actuelles s'appuient sur le captage et l'analyse des signaux vibratoires [8].

I.3 . Conclusion :

En conclusion, établir le diagnostic d'une machine, c'est observer et déterminer l'état de la machine au cours de son fonctionnement [1].

La procédure qui habituellement suit la diagnose est l'établissement de la genèse et de la prognose; pour la première elle détermine la cause des symptômes observés et pour la deuxième elle détermine le comportement de la machine à l'avenir [1], [8].

Or plusieurs méthodes permettent d'établir cette diagnose, l'une d'elle et qui sera utilisée dans ce travail est l'utilisation des informations provenant des phénomènes vibroacoustiques bien que cette étude se limitera uniquement aux vibrations mécaniques.

II DIAGNOSTIC DES MACHINES

II.1 Traitement de signal pour diagnoses :

Elaboration, détection, interprétation de signaux porteurs d'informations sont les principaux objectifs du traitement des signaux. Cette discipline s'appuie essentiellement sur la théorie des mécanismes et des machines ainsi que l'informatique. Son point de départ le plus intéressant est le modèle de FOURIER sur lequel est fondé le traitement des signaux dans le diagnostic des machines. Il conduit aux concepts féconds de dualité temps-fréquence et de spectre fréquentiel, qui s'appliquent aussi bien à l'étude des signaux déterministes que des signaux aléatoires, continus ou échantillonnés [13].

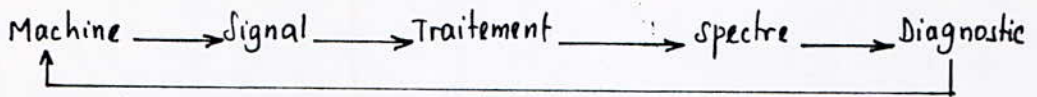
La théorie du traitement des signaux est une discipline appartenant au domaine des techniques de l'information où l'on y rencontre de nombreux phénomènes, entre autre les vibrations d'une machine, utilisées dans ce travail pour dresser le diagnostic de celle-ci.

Donc bien que les signaux de vibrations mécaniques portent des informations sur l'état de la machine, ces signaux supposés stochastiques [2] ne sont pas facilement compréhensibles, et pour les présenter sous forme facile à interpréter il est nécessaire d'effectuer une certaine élaboration conduisant à une répartition d'une grandeur caractéristique (amplitude, énergie, puissance) en fonction de la fréquence, d'où la notion d'analyse spectrale qui est l'application pratique et directe du traitement des signaux.

Son outil de base est le développement en série de fonctions orthogonales dont le cas particulier le plus intéressant est celui de FOURIER. Sa forme la plus générale est connue sous le nom de transformée de FOURIER [13], dont les principales propriétés seront examinées au chapitre IV.

En conclusion nous dirons que pour établir le diagnostic de l'état d'une machine à partir de son spectre de vibration, il suffit de recueillir le signal de vibration produit par la machine en fonctionnement, le traiter, établir son spectre et

Constituer le diagnostic ; et ceci selon le schéma suivant :



L'analyse spectrale repose sur la transformation de FOURIER qui est utilisée ici pour déterminer les fréquences contenues dans le signal enregistré à partir de la machine en fonctionnement.

La TFR (transformation de FOURIER rapide) ou FFT (fast FOURIER transform) [5] est utilisée ici pour permettre en vertu du traitement numérique de trouver rapidement le spectre associé au signal temporel converti sous forme numérique.

II.2 Distorsions du Spectre :

Les signaux porteurs d'informations sont pratiquement toujours de type analogique (amplitude et temps continus). Un ordinateur ou tout autre système numérique est un dispositif qui traite des données, c'est à dire des suites de nombres ; il y a apparemment incompatibilité. Si l'on veut traiter un signal par voie numérique, il faudrait le représenter au préalable par une suite de valeurs ponctuelles prélevées d'habitude régulièrement, un tel prélèvement est appelé échantillonnage et ceci réalise une fonction de conversion analogique-numérique [13]. En plus de ceci il est impossible en pratique de traiter un signal de durée infinie d'où la nécessité de limiter la durée du signal.

Ces deux opérations nécessaires en vue de traiter numériquement un signal introduisent des erreurs qui se répercutent sur les spectres sous forme de distorsions de ces derniers [2].

NB : Bien que le mot "amplitude" est réservé à un signal périodique, nous l'utiliserons dans ce travail pour désigner la magnitude d'un signal stochastique ; car il nous est plus familier.

Dans ce paragraphe nous donnerons les différentes distorsions, mais avant tout nous devons tout d'abord énumérer les erreurs que nous négligerons dans ce travail.

La conversion analogique-numérique fait correspondre au signal analogique d'entrée $x(t)$ une suite de nombres $\{x_k\}$; chaque nombre correspond à l'amplitude $x(t_k)$ d'un échantillon du signal prélevé à un instant donné t_k . Comme la détermination du nombre correspondant à l'amplitude d'un échantillon prend un certain temps, chacun des échantillons prélevés peut prendre en principe une infinité de valeurs du fait de la nature analogique du signal. Toutefois la précision avec laquelle ces amplitudes doivent et peuvent être connues est nécessairement limitée pour toutes sortes de considérations pratiques. On est amené donc à remplacer la valeur exacte de l'échantillon par la plus proche valeur approximative tirée d'un assortiment fini de valeurs discrètes; on dit qu'il y a quantification [13].

Ainsi dans la position bibliographique [11] OTA KÜLHÄNEK et KAREL KLIMA interprètent ce genre d'erreurs comme:

$$g_n = g(t) + e_n \quad (1)$$

où g_n : représente le signal échantillonné $n = 0, 1, 2, \dots$

$g(t)$: représente le signal analogique enregistré

et e_n : l'erreur commise.

Cette erreur influe sur l'amplitude ou plus exactement sur la magnitudes des raies du spectre si nous utilisons un spectre d'amplitude ou sur la puissance portée par la raie si nous utilisons un spectre de puissance, selon la relation suivante:

$$G^*(j\omega) = G(j\omega) + E(j\omega) \quad (2)$$

où $G^*(j\omega)$: représente le spectre du signal échantillonné.

$G(j\omega)$: représente le spectre du signal analogique

et e_n : représente le spectre de e_n , le signal erreur.

les auteurs remarquent que les magnitudes $|G^*(j\omega)|$ et $|G(j\omega)|$ sont différentes. Néanmoins nous négligerons ce genre d'erreurs dans ce travail puisque l'erreur en appelée aussi erreur de quantification dépend beaucoup de l'appareil utilisé pour réaliser la conversion analogique-numérique.

II.2.1 Effet de troncature:

Comme il a été dit auparavant, la durée du signal doit être limitée en vue de le traiter, c'est à dire qu'on est obligé en pratique de limiter en temps la fonction $f(t)$ représentant le signal; le moyen d'observation de la fonction $f(t)$ représentant le signal est appelé fonction fenêtre ou fonction de pondération, on dit aussi que le signal est tronqué. Cette opération du traitement de signal introduit des erreurs qui se répètent sous formes de distorsions des spectres [4].

II.2.2 Chevauchement des spectres ("aliasing"):

Mise à part ces erreurs dues à l'effet de troncature d'autres erreurs s'ajoutent, il s'agit des erreurs dues à l'échantillonnage du signal analogique. En soumettant le signal à la conversion analogique-numérique autrement dit en l'échantillonnant en vue de le traiter numériquement, nous définirons la période d'échantillonnage d'où la fréquence maximale que nous pourrons lire sur le spectre comme nous le verrons par la suite; alors nous nous poserons la question suivante:

Si le signal contient des fréquences supérieures à cette fréquence maximale ce qui est le cas, quelle serait alors leur influence sur les raies du spectre situées au dessous de cette fréquence maximale?

Nous pouvons y répondre prématurément, cela conduirait à un repliement du spectre autour de cette fréquence maximale autrement dit à un chevauchement des raies [13]. Cette distorsion est plus connue en littérature anglaise

sous le nom "d'aliasing" [5], cette situation comme nous le verrons par la suite dépend des hautes fréquences présentes dans le spectre [2].

En Conclusion nous dirons que l'analyse spectrale expérimentale diffère du modèle théorique pour deux raisons essentielles:

- Distorsions engendrées par l'observation du signal pendant une durée T_0 - Effet de troncature -
- Distorsions dues à l'échantillonnage du signal analogique - "aliasing" -

Il sera donc impossible d'isoler l'une des raies du spectre pour avoir la raie désirée; c'est pour cela d'ailleurs que certaines démarches sont nécessaires en vue d'améliorer cette situation. Et c'est justement le but de ce travail

III BUT DE L'ETUDE

Le projet consiste donc à étudier et à comparer ces différentes erreurs qui ont des effets néfastes sur les spectres en vue d'améliorer le spectre obtenu et de l'appliquer au diagnostic d'un moteur.

IV NOTIONS MATHÉMATIQUES FONDAMENTALES

Dans ce chapitre nous discuterons de quelques notions mathématiques nécessaires à l'établissement du spectre d'un signal.

IV.1 Transformation de FOURIER :

L'outil fondamental pour l'obtention du spectre d'un signal est la transformation de FOURIER, la transformation de FOURIER directe est celle que nous utiliserons dans ce travail :

Elle fournit le spectre associé au signal défini dans le domaine temporel.

L'autre étant la transformation inverse de FOURIER :

Elle permet de revenir du spectre au signal utilisé [6].

IV.2. Conditions de DIRICHLET :

Soit $f(t)$ représentant un signal, $f(t)$ admet une transformée de FOURIER c'est à dire un spectre noté $F(\nu)$, où ν représente une fréquence, si et seulement si les conditions de DIRICHLET sont vérifiées :

- $f(t)$ doit être une fonction périodique de période T .
- $f(t)$ continue par tranches possédant un nombre fini de discontinuités.
- $f(t)$ possède un nombre fini de minimum et de maximum.

Par expérience les fonctions décrivant les processus mécaniques réels des machines c'est à dire les processus vibroacoustiques répondent aux conditions de DIRICHLET par suite nous considérerons que les signaux stochastiques décrivant les processus vibroacoustiques bien qu'ils ne soient pas périodiques ($T = \infty$) répondent aux conditions de DIRICHLET [3].

IV.3 Définitions :

IV.3.1 Transformée de FOURIER:

Par définition la transformée de FOURIER de $f(t)$; $f(t)$ étant une fonction stochastique répondant aux conditions de DIRICHLET est [6]:

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j2\pi vt} dt \quad (3) \quad \text{où } j^2 = -1$$

Où le symbole $\mathcal{F}\{f(t)\}$ représente la transformée de FOURIER directe de la fonction $f(t)$ en d'autres termes:

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = F(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j2\pi vt} dt \quad (4).$$

- Notation:

Pour alléger la notation on désignera par le symbole suivant que $F(v)$ représente la transformée directe de FOURIER de $f(t)$ et que $f(t)$ représente la transformée de FOURIER inverse de $F(v)$ [6]:

$$f(t) \iff F(v) \quad (5).$$

IV.3.2 Convolution:

On définit la convolution d'un signal $f_1(t)$ avec un autre signal $f_2(t)$ ainsi:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t-\tau) \cdot f_2(\tau) d\tau \quad (6).$$

Ce qui prouve en plus la commutativité de cette opération [2].

On définit aussi cette opération dans le domaine fréquentiel par:

$$F_1(v) * F_2(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(\bar{v}) \cdot F_2(v-\bar{v}) d\bar{v} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(v-\bar{v}) \cdot F_2(\bar{v}) d\bar{v} \quad (7).$$

IV.4. Quelques propriétés de la transformée de FOURIER:

IV.4.1 Théorème du retard:

La transformée de FOURIER d'un signal retardé $f(t-t_0)$ satisfait la relation suivante:

$$f(t-t_0) \iff F(\nu) \cdot e^{-j2\pi\nu t_0} \quad (8) \quad \text{où } f(t) \iff F(\nu).$$

IV.4.2 Théorème de Convolution:

Soient $f_1(t)$ et $f_2(t)$ deux fonctions représentant des signaux de processus vibro-acoustiques:

$$f_1(t) * f_2(t) \iff F_1(\nu) \cdot F_2(\nu) \quad (9).$$

$$\text{où } f_1(t) \iff F_1(\nu) \text{ et } f_2(t) \iff F_2(\nu).$$

En d'autres termes, la convolution dans le domaine temporel se traduit par le produit dans le domaine fréquentiel [6].

IV.4.3 Théorème du produit:

Soient toujours les mêmes fonctions $f_1(t)$ et $f_2(t)$, On a:

$$f_1(t) \cdot f_2(t) \iff F_1(\nu) * F_2(\nu) \quad (10).$$

En d'autres termes, le produit dans le domaine temporel se traduit par la convolution dans le domaine fréquentiel [6].

IV.4.4 Théorème de symétrie:

La transformée de FOURIER satisfait une loi de symétrie selon laquelle [2]:

$$f(t) \iff F(\nu) \quad \text{alors} \quad F(t) \iff f(-\nu) \quad (11).$$

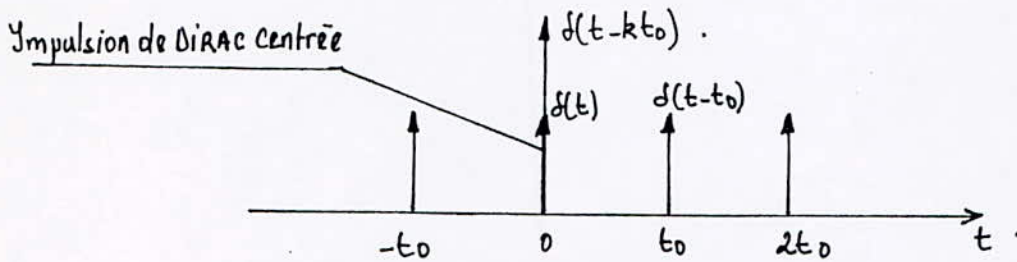
La démonstration de ce théorème est détaillée dans la position bibliographique [2].

IV.5 Impulsion de DIRAC :

Dans le domaine temporel, l'impulsion de DIRAC est une distribution qui assigne à une fonction $\varphi(t)$ la valeur $\varphi(t_0)$ selon la relation :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) \cdot \varphi(t) dt = \varphi(t_0), \quad \forall t_0, \forall \varphi \quad (12)$$

Et on représente ainsi l'impulsion de DIRAC dans le domaine temporel (Fig IV.1)



- Fig IV.1 -

Dans le domaine fréquentiel, l'impulsion de DIRAC est une distribution définie par une relation analogue à (12) à condition de remplacer t et t_0 par les fréquences ν et ν_0 , nous la noterons $\delta(\nu-\nu_0)$.

IV.5.1 Transformée de FOURIER de l'impulsion de DIRAC :

Appliquons formellement la relation (3) définissant la transformée de FOURIER directe à l'impulsion de DIRAC centrée :

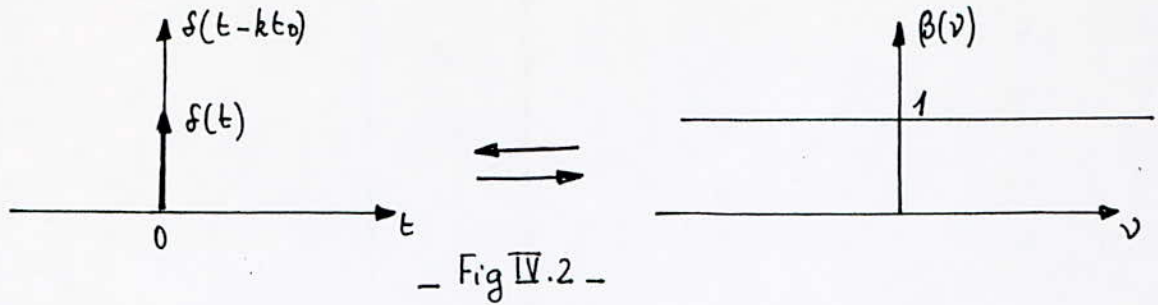
$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \cdot \exp(-j2\pi\nu t) dt$$

En vertu de la relation (12), $t_0=0$ et $\varphi(t) = \exp(-j2\pi\nu t)$.

$$\text{On a donc : } \mathcal{F}\{\delta(t)\} = \exp(-j2\pi\nu t) \Big|_{t=t_0=0} = e^0 = 1$$

$$\text{ce qui revient à : } \delta(t) \longleftrightarrow \beta(\nu) = 1 \quad (13)$$

Dont le résultat est illustré par la figure IV.2.



Par conséquent si l'impulsion est excentrée autrement dit $\delta(t - t_0)$, conformément à la relation (8) on a :

$$\delta(t - t_0) \iff e^{-j2\pi v t_0} \quad (14)$$

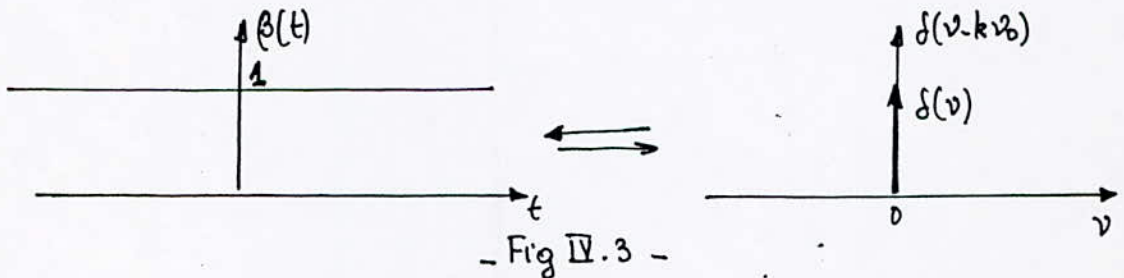
IV.5.2 Conséquences :

En vertu de la relation (11) du théorème de symétrie et du fait que l'impulsion de DIRAC est paire [6] nous pouvons dire que :

$$\text{Si } \delta(t) \iff \beta(v) = 1$$

$$\text{alors : } \beta(t) = 1 \iff \delta(v) \quad (15)$$

dont le résultat est illustré par la figure IV.3.



IV.5.3. Convolution impliquant une impulsion de DIRAC :

En vertu de la relation (9) où $x(t) * y(t) \iff X(v) \cdot Y(v)$

$$\text{Si } y(t) = \delta(t - kt_0)$$

$$\text{alors } x(t) * \delta(t - kt_0) \iff X(v) \cdot e^{-j2\pi v kt_0}$$

Et conformément à la relation (8) on a finalement :

$$x(t) * \delta(t - kt_0) = x(t - k \cdot t_0) \quad (16)$$

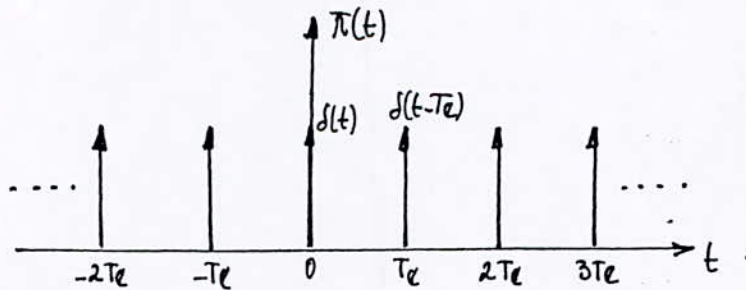
En d'autres termes la convolution d'une fonction avec une impulsion de DIRAC fournit donc une réplique de cette fonction munie d'un retard égal à celui de l'impulsion [5].

IV.6 Peigne de DIRAC :

Dans le domaine temporel un peigne de DIRAC est une suite illimitée périodique d'impulsions de DIRAC de même intensité, dans le cas où celle-ci est l'unité, le peigne est dit unitaire et si en plus il est centré on le note $\pi(t)$ [6] et il est représenté par la relation suivante :

$$\pi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) ; k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

Où T_e représente la période d'échantillonnage appelée aussi période de répétition. Comme nous le verrons par la suite (Fig IV.4).



- Fig IV.4 -

IV.7. Conclusion :

Toutes les notions examinées dans ce chapitre nous serviront de base pour analyser les problèmes de la prise du signal, de son échantillonnage et des distorsions qui leurs sont liées.

V PRISE DU SIGNAL

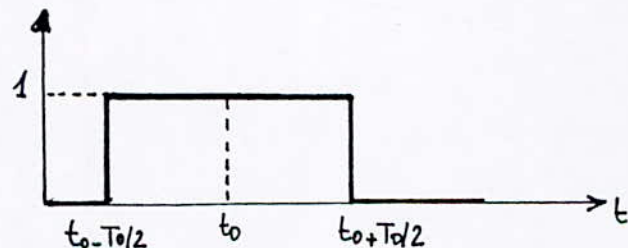
Comme il a été dit auparavant, l'enregistrement des signaux représentant le phénomène à étudier a une durée limitée, ceci étant dû à l'appareillage et à l'ordinateur qui imposent un temps fini [4].

V.1 Fenêtre temporelle naturelle:

Donc tout signal à traiter doit être défini sur une durée T_0 , cela revient à le multiplier par une fenêtre rectangulaire $\Pi_{\frac{T_0}{2}}(t)$ appelée fenêtre temporelle naturelle [4] définie par la relation suivante:

$$\Pi_{\frac{T_0}{2}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t_0 - \frac{T_0}{2} \leq t \leq t_0 + \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (18)$$

Illustrée par la figure V.1.



- Fig V.1 -

V.2 Effets dus à l'emploi de la fenêtre temporelle naturelle:

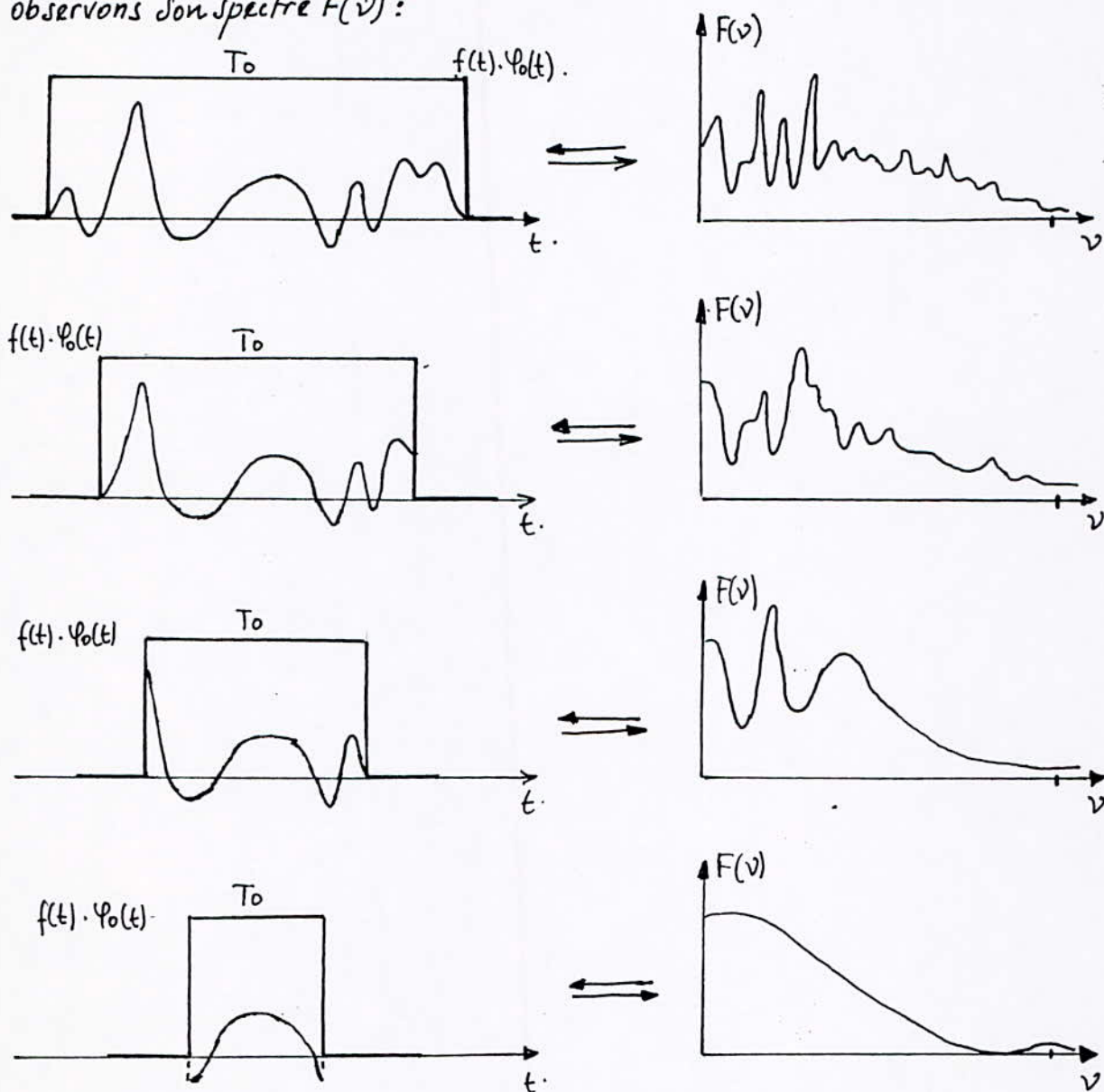
La fenêtre temporelle naturelle comme toute autre fenêtre temporelle d'ailleurs est caractérisée par sa longueur T_0 et par la forme de son spectre fréquentiel puisque cette fenêtre $\Psi_0(t) = \Pi_{T_0/2}(t)$ lui correspond dans le domaine fréquentiel une fenêtre $\Phi_0(\nu)$ tel que:

$$\Psi_0(t) \leftrightarrow \Phi_0(\nu); \quad \Phi_0(\nu) \text{ étant le spectre associé à } \Psi_0(t).$$

V.2.1 Effet de troncature dû à la longueur T_0 de $\Psi_0(t)$:

Le fait de limiter le signal $f(t)$ déforme son spectre $F(\nu)$ où $f(t) \Leftrightarrow F(\nu)$, qui crée ainsi une des distorsions citées auparavant; par ailleurs la déformation du spectre à analyser, et le nombre d'informations contenues dépend de la longueur T_0 de cette fenêtre, comme l'illustre sur la figure V.2 [2].

Prenez un signal $f(t)$, appliquons une fenêtre temporelle naturelle $\varphi_0(t)$ et observons son spectre $F(\nu)$:



- Fig V.2 -

En observant la figure I.2, on remarque que plus T_0 est grand plus le nombre d'informations contenues dans le spectre est important autrement dit le spectre devient plus précis; ainsi le fait de limiter le signal entraîne une déformation et une imprécision du spectre obtenu.

Pour mieux visualiser ce phénomène prenons un exemple traité dans la position bibliographique [13].

La figure I.3 fournit un exemple de la densité spectrale $F(\nu)$ obtenue dans le cas d'un signal $f(t)$ formé de trois composantes sinusoïdales de même puissance, l'écart des fréquences entre les composantes d'indice $k=2$ et $k=3$ vaut $\Delta f = 11128 \text{ Hz}$.

Ce signal est observé pendant un temps illimité autrement dit nous appliquons à $f(t)$ une fenêtre de longueur infinie $\varphi(t) = 1$. On remarque qu'on obtient trois raies distinctes surtout en ce qui concerne les raies d'indice $k=2$ et $k=3$ qui sont très rapprochées.

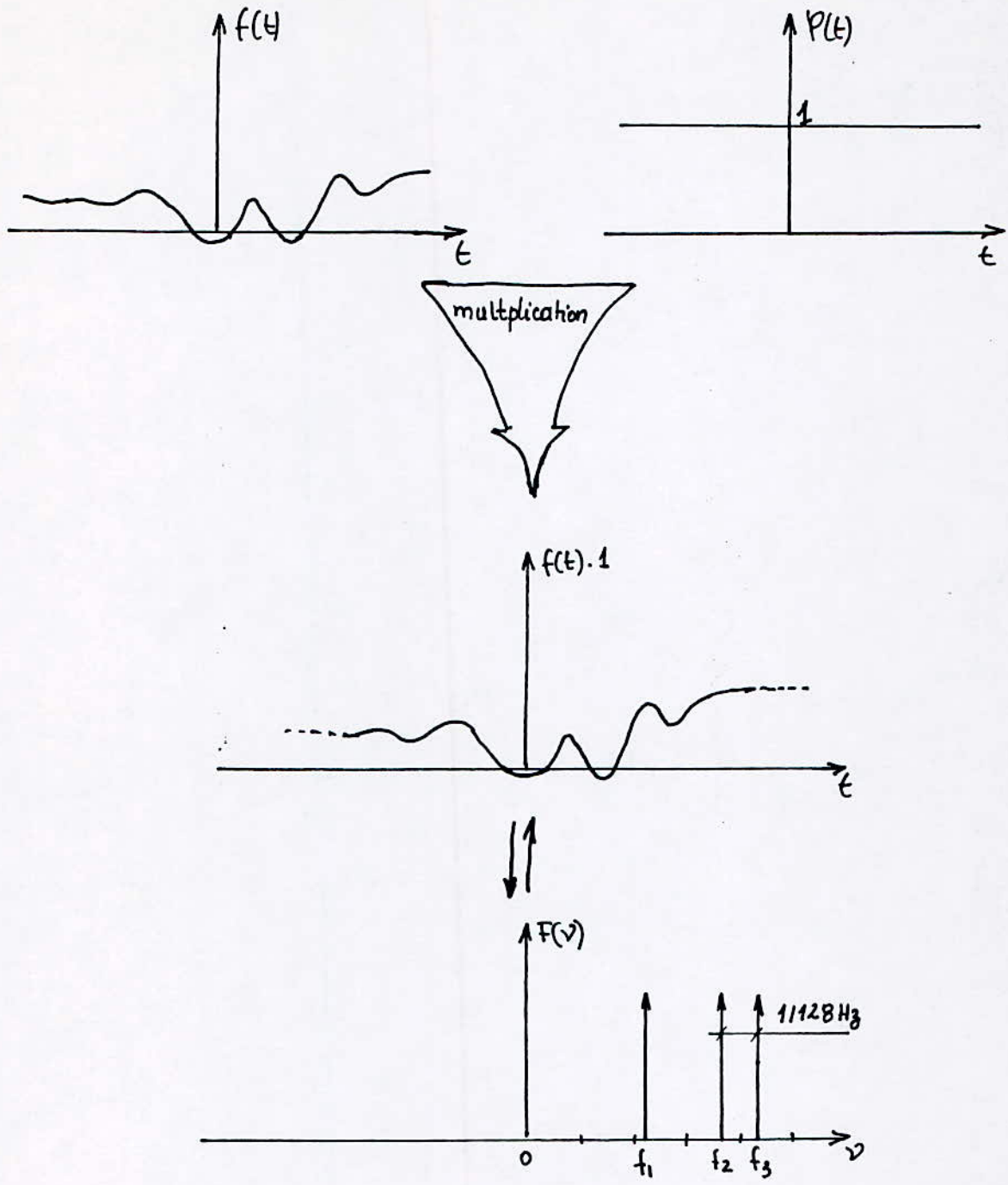
La figure I.4 fournit le même exemple que ci-dessus sauf que la durée d'observation T_0 du signal est limitée, autrement dit nous appliquons au signal $f(t)$ une fenêtre de longueur T_0 .

Chaque exemple I.4.a; I.4.b; I.4.c; correspond à une durée d'observation $T_0 = 64 \text{ s}$; $T_0 = 128 \text{ s}$; $T_0 = 256 \text{ s}$, respectivement.

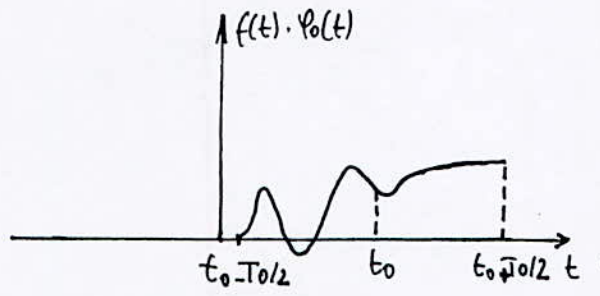
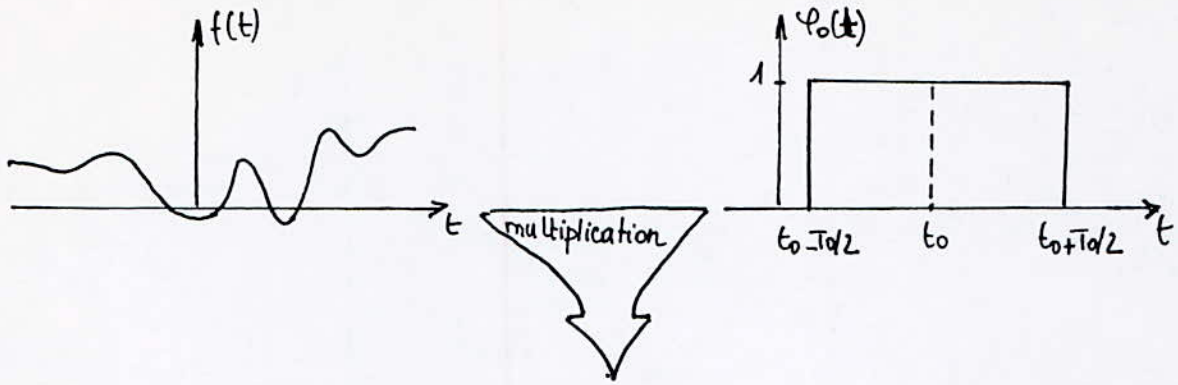
Le cas de la figure I.3 est impossible en pratique puisqu'on est obligé de limiter la durée du signal. Ainsi on est amené à utiliser une fenêtre $\varphi_0(t)$ de durée T_0 , qui lui correspond dans le domaine fréquentiel une fenêtre spectrale $\Phi_0(\nu)$ (Fig I.5).

La distorsion observée au niveau de la figure I.4 surtout dans la figure I.4.a provient de la largeur B du pic central que possède la fenêtre $\varphi_0(t)$ dans le domaine fréquentiel (Fig I.5).

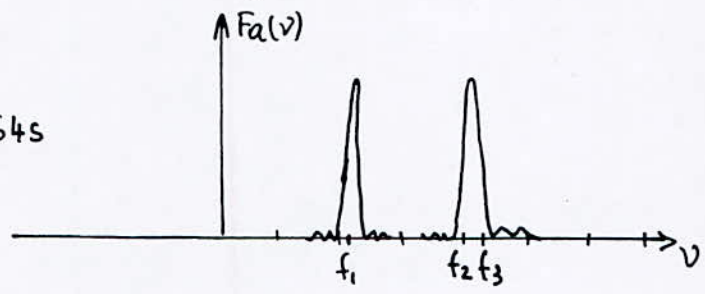
Ainsi dans la figure I.4.a où $B = 1/T_0 = 1/64 \text{ Hz} > \Delta f = f_3 - f_2 = 11128 \text{ Hz}$; on obtient deux raies au lieu de trois raies correspondant aux fréquences contenues dans le signal, les raies d'indice $k=2$ et $k=3$ sont confondues.



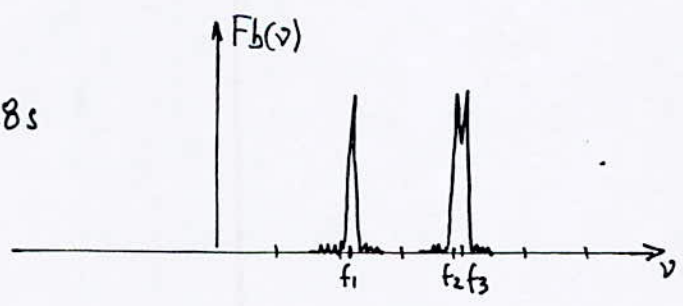
- Fig II.3 -



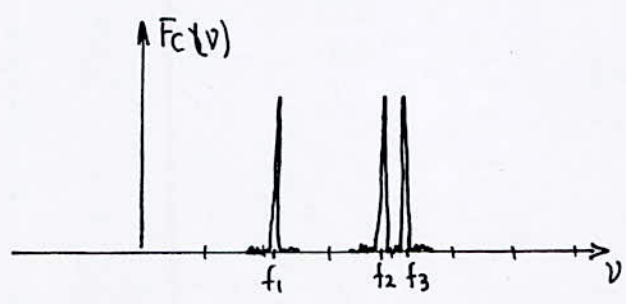
a. $T_0 = 64s$



b. $T_0 = 128s$



c. $T_0 = 256s$



- Fig I.4 -

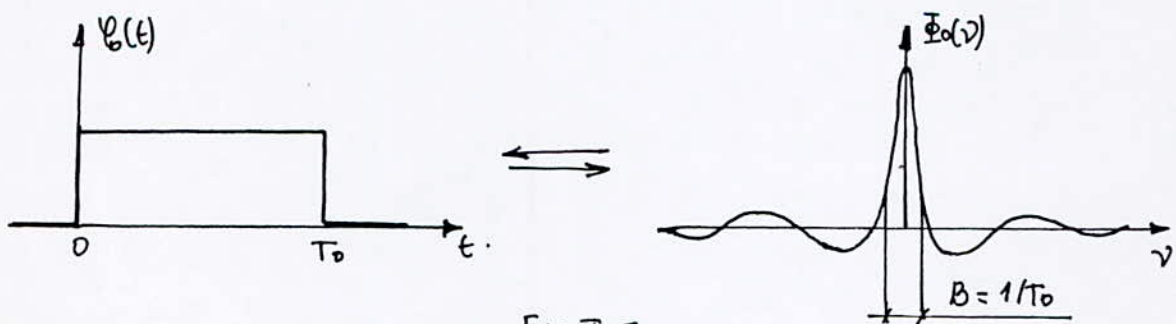
Dans la figure V.4.b où $B = 1/T_0 = 1128 \text{ Hz} = \Delta f$, la situation s'améliore mais on ne distingue toujours pas les deux raies d'indice $k=2$ et $k=3$.

Dans la figure V.4.c où $B = 1/T_0 = 11256 \text{ Hz} < \Delta f$, on observe trois raies distinctes correspondant aux fréquences f_1, f_2, f_3 contenues dans le signal bien que les raies d'indice $k=2$ et $k=3$ ne soient pas aussi distinctes que ceux de la figure V.3.

Ce problème est plus connu sous le nom de résolution spectrale [2].

On remarque qu'on peut remédier à cet inconvénient en choisissant une fenêtre $\varphi(t)$ dont le spectre associé $\Phi(\nu)$ présente un pic central de largeur B la plus petite possible [13], [2].

En conclusion nous pouvons dire que le fait de limiter le signal $f(t)$ en pratique mène à la distorsion du spectre, caractérisée par une diminution de la résolution spectrale autrement dit de la diminution du pouvoir de distinguer parfaitement deux raies ou plusieurs raies correspondant aux fréquences très rapprochées, et en plus T_0 influe beaucoup sur cette distorsion.



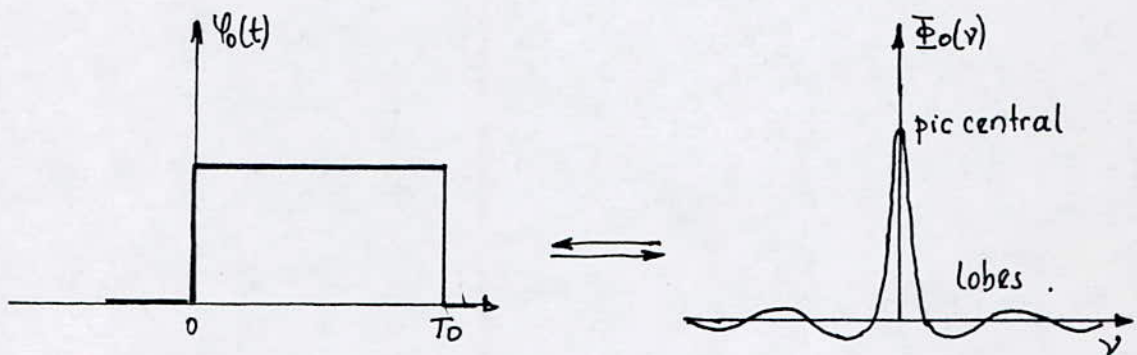
- Fig V.5 -

V.2.2 Effet de troncature dû à la nature de la fenêtre :

Prenons une portion finie d'un signal, elle donne après analyse spectrale des fréquences dont le contenu spectral ne provient pas uniquement du signal

lui-même mais aussi de l'effet de troncature, autrement dit la fenêtre introduit des fréquences et plus particulièrement des hautes fréquences étrangères au signal [2]. Cette distorsion est due à la discontinuité de la fenêtre temporelle naturelle qui fait apparaître dans son spectre $\Phi_0(\nu)$ des lobes relativement importantes, ceux-ci peuvent masquer par exemple la présence d'une raie de faible puissance située au voisinage d'une raie de forte puissance [13]. Ce phénomène est plus connu en littérature anglaise sous le nom de "Gibbs phénomène" [2].

La fonction $\Phi_0(\nu)$ qui représente la fenêtre fréquentielle naturelle présente des lobes très amples dont certaines sont négatives et cette situation est gênante et indésirable comme on a déjà vu [4] (Fig V.6).



- Fig V.6 -

Pour palier cet inconvénient, d'autres fenêtres $\varphi(t)$ à variations graduelles ont été préparées [13], HAMMING, HANNING, etc...; que nous verrons plus en détail par la suite.

En conclusion nous dirons que pour atténuer le plus possible le phénomène de Gibbs nous devons choisir une fenêtre temporelle dont le spectre fréquentiel présente des lobes les moins amples possible [2], [6].

V.3. Conclusion :

Puisque T_0 , la durée de l'observation du signal ou longueur de la fenêtre a une portée importante sur la résolution du spectre, des règles importantes sont à suivre :

- T_0 large, entraîne davantage une meilleure résolution qu'un T_0 petit.
- T_0 petit, entraîne davantage une meilleure stabilité du spectre [2].

Donc deux extrémités contraires : T_0 infini inaccessible en pratique et T_0 petit tendant vers zéro entraîne à aucune résolution, donc un compromis devrait être fait : résolution, stabilité et économie dans le temps de calcul.

En ce qui concerne la nature de la fenêtre elle influe beaucoup sur l'exactitude du spectre puisqu'elle introduit dans le spectre des fréquences ou ondulations parasites (phénomène de Gibbs) dues à la discontinuité de la fenêtre temporelle naturelle dont le spectre $\Phi(\nu)$ possède des lobes d'amplitudes importantes.

Finalement nous devons choisir une fenêtre de troncature dont le spectre $\Phi(\nu)$ doit tendre le plus possible vers l'impulsion de DIRAC, mais ceci revient à prendre conformément à la relation (15) une fenêtre de longueur infinie inaccessible en pratique (Fig V.7).

Ainsi un problème de choix de fenêtre se pose :

Il faudrait pour cela choisir une fenêtre $\psi(t)$ qui devrait satisfaire certaines conditions dans le domaine fréquentiel.

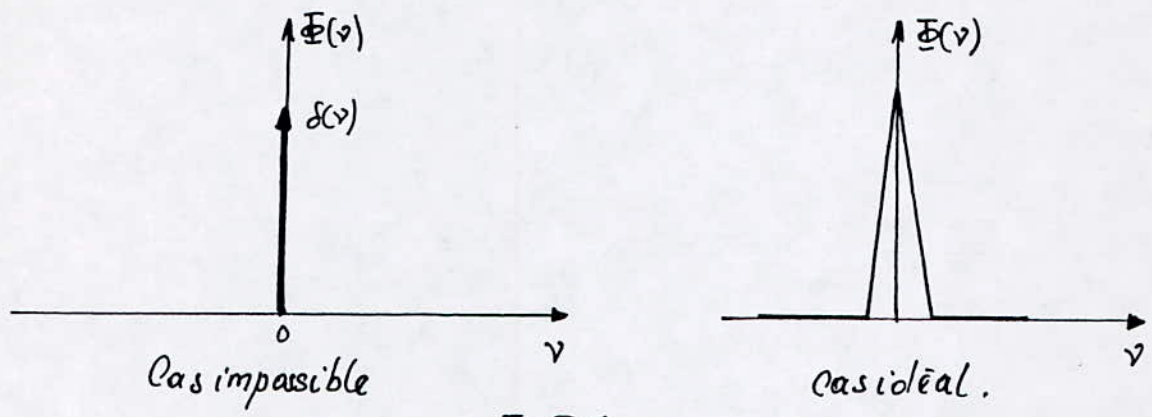
$\Phi(\nu)$ doit avoir [4] :

- Un pic central le plus étroit possible
- peu de lobes latéraux et de très faibles amplitudes.
- Et d'éviter si possible les lobes négatives.

Mais là aussi un compromis devrait être fait :

Puisque la diminution de l'importance des lobes se paye par une augmentation de la largeur B du pic central et par conséquent par la diminution de la résolution [13].

C'est pour cela qu'un choix judicieux quant à la nature et la longueur T_0 de la fenêtre doit être fait afin d'améliorer le plus possible la situation.

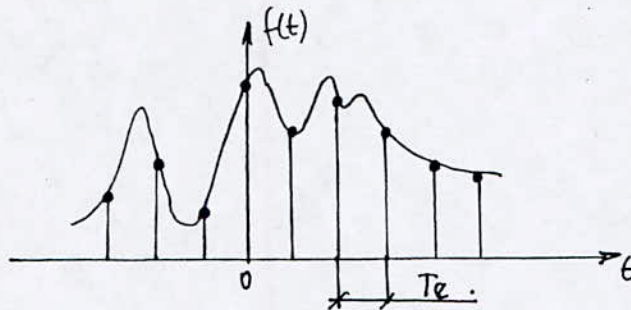


- Fig I.7 -

VI ECHANTILLONNAGE

VI.1 Définition:

Echantillonner ou discrétiser un signal représentant un processus, c'est remplacer la courbe représentant la fonction $f(t)$ caractérisant le signal par les valeurs que prend cette fonction aux instants $t_i = kT_e$; où $k_i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$; espacés habituellement régulièrement sur l'axe des temps (échantillonnage régulier) et où T_e représente la période d'échantillonnage du signal [6] (Fig VI.1).



- Fig VI.1 -

On remarque bien que l'échantillonnage s'effectue en multipliant $f(t)$ par un peigne de DIRAC établi par la relation (17); On obtient ainsi une suite d'impulsions de DIRAC dont l'amplitude est donnée par $f(t)$ aux points nT_e [5];

$n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$:

$$f(t) \cdot \pi(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(nT_e) \cdot \delta(t - nT_e) \quad (19)$$

Cette opération est très importante, et indispensable pour traiter numériquement un signal.

VI.2 Intérêt de l'échantillonnage:

Les appareils existant aujourd'hui (numérique) et l'emploi d'un micro-ordinateur exigent l'utilisation de la fonction $f(t)$ échantillonnée pour le calcul du spectre associé à ce signal [7].

VI.3 Fréquence d'échantillonnage et distorsions :

VI.3.1 Fréquence d'échantillonnage ν_e :

On définit la fréquence d'échantillonnage par :

$$\nu_e = \frac{1}{T_e} \quad (20)$$

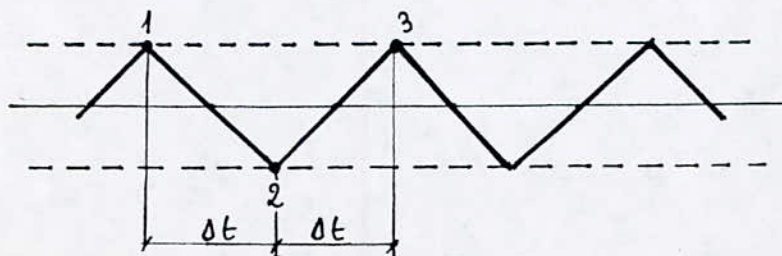
Où T_e représente la période d'échantillonnage du signal $f(t)$ caractérisant le processus à analyser [6], [4].

T_e est plus connue en littérature anglaise sous le nom de "sampling interval" ou "NYQUIST interval" [2].

VI.3.2 Fréquence de NYQUIST ν_N :

La période d'échantillonnage T_e définit la plus haute fréquence qu'on peut lire sur le spectre ; c'est à dire qu'intuitivement il faut avoir trois points pour définir une période, donc deux intervalles de temps δt (Fig VI.2), en d'autres termes en échantillonnant le signal avec une période T_e , la plus petite période qu'on peut déceler dans le signal est " $2T_e$ " donc la plus haute fréquence qu'on pourra lire sur le spectre est " $1/2T_e$ " [2], appelée fréquence de Nyquist. Ce qui la définit comme suit :

$$\nu_N = \frac{1}{2T_e} \quad (21)$$



- Fig VI.2 -

VI.3.3 Etendue des fréquences :

En vertu de la relation (21) et de ce qui a été dit précédemment, la fréquence maximale qu'on peut distinguer dans le spectre est :

$$\nu_{\max} = \frac{1}{2T_e} \quad (22).$$

La plus basse fréquence est limitée par le temps d'observation du signal qui lui, dépend de la capacité de stockage du calculateur, si le nombre d'échantillons qui peuvent être retenus dans la mémoire du calculateur est N , le temps d'observation ou de mesure le plus long sera [3] :

$$T_0 = N \cdot T_e \quad (23)$$

A cause de cela la plus grande période qu'on peut déceler dans le signal est T_0 donc la plus basse fréquence qu'on peut distinguer dans le spectre est :

$$\nu_{\min} = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{N T_e} \quad (24).$$

finalement l'étendue des fréquences sera :

$$\frac{1}{N T_e} \leq \nu \leq \frac{1}{2 T_e} \quad (25)$$

ou bien en vertu de la relation (23) :

$$\frac{1}{T_0} \leq \nu \leq \frac{N}{2 T_0} \quad (26) \dots$$

VI.3.4 Distorsions "aliasing" :

La distorsion qui résulte de l'échantillonnage est le repliement des spectres autour de la fréquence de NYQUIST ν_N .

Par repliement des spectres autour de ν_N ou "aliasing", on entend le phénomène qui par la présence dans le signal de fréquences supérieures à la fréquence de NYQUIST ν_N peuvent contaminer ou influencer les raies situées aux fréquences

inférieures à ν_N [2].

Cela conduirait à un empilement des raies les unes sur les autres (chevauchement) [5]; la lecture du spectre devient ainsi difficile.

Le phénomène d'aliasing est la conséquence directe comme nous l'avons déjà dit de l'échantillonnage du signal; le critère de NYQUIST [6] qui dit que pour éviter le repliement des spectres autour de ν_N , il suffit d'échantillonner le signal de telle façon que ν_N soit au moins égale à ν_c la fréquence maximale contenue dans le signal autrement dit :

$$\frac{1}{2T_e} \geq \nu_c \quad (27).$$

exige la connaissance préalable du spectre que l'on veut déterminer [6].

Pour mieux visualiser ceci, illustrons ce phénomène sur les figures VI.3 et VI.4.

Supposons que la fréquence maximale contenue dans le signal $f(t)$ à analyser est ν_c .

Si l'on examine la figure VI.3, la transformée d'un peigne de DIRAC centré et unitaire $\pi(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e)$ est aussi un peigne de DIRAC $\delta(\nu)$ de période $\nu_e = 1/T_e$ [5]; or discrétiser un signal $f(t)$ revient à faire d'après la relation (19) le produit de $f(t)$ par $\pi(t)$, or donc la transformée de FOURIER du signal discrétisé est égale en vertu de la relation (10) à la convolution du spectre original $F(\nu)$ de $f(t)$ et du peigne de DIRAC $\delta(\nu)$; cette convolution n'est autre que la réplique ou la répétition de ce spectre $F(\nu)$ muni d'un retard ou d'une avance égale à n/T_e où $n = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$.

La figure VI.3 montre le cas où :

$$\nu_N = \frac{1}{2T_e} < \nu_c \quad (28).$$

En d'autres termes, la cadence d'échantillonnage $\pi(t)$ est assez lente, comme on voit les spectres (ou raies) s'empilent les uns sur les autres, ce phénomène est plus connu comme il a été dit sous le nom "d'aliasing" [5].

Si l'on examine maintenant la figure III.4, c'est la même sauf qu'ici :

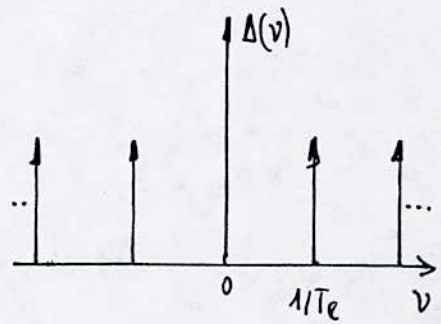
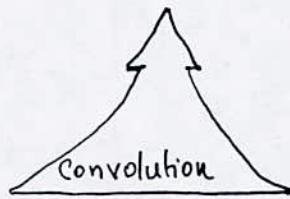
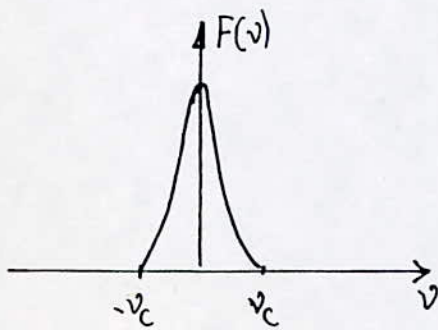
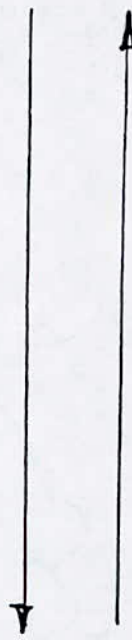
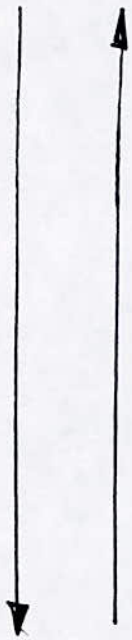
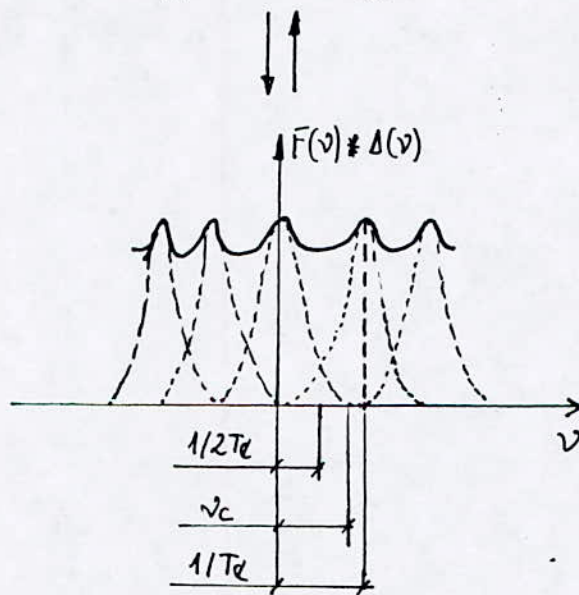
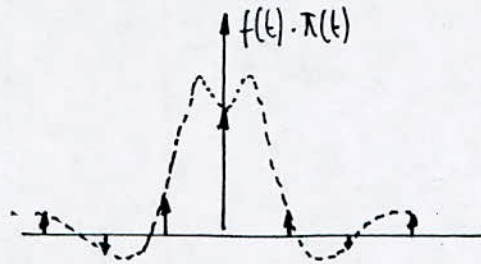
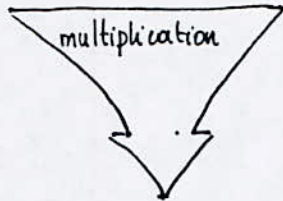
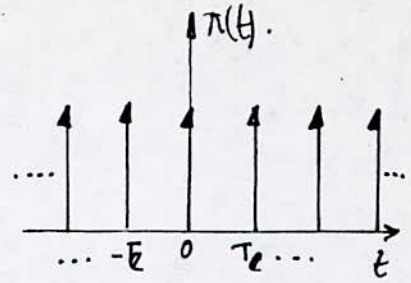
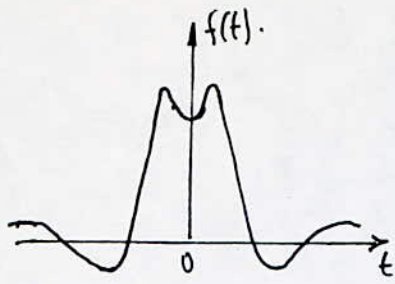
$$\nu_N = \frac{1}{2T_e} = \nu_c \quad (29).$$

C'est à dire que la cadence d'échantillonnage $\pi(t)$ est plus grande, on remarque l'absence de chevauchement et même l'existence d'un temps mort dans dans le cas où :

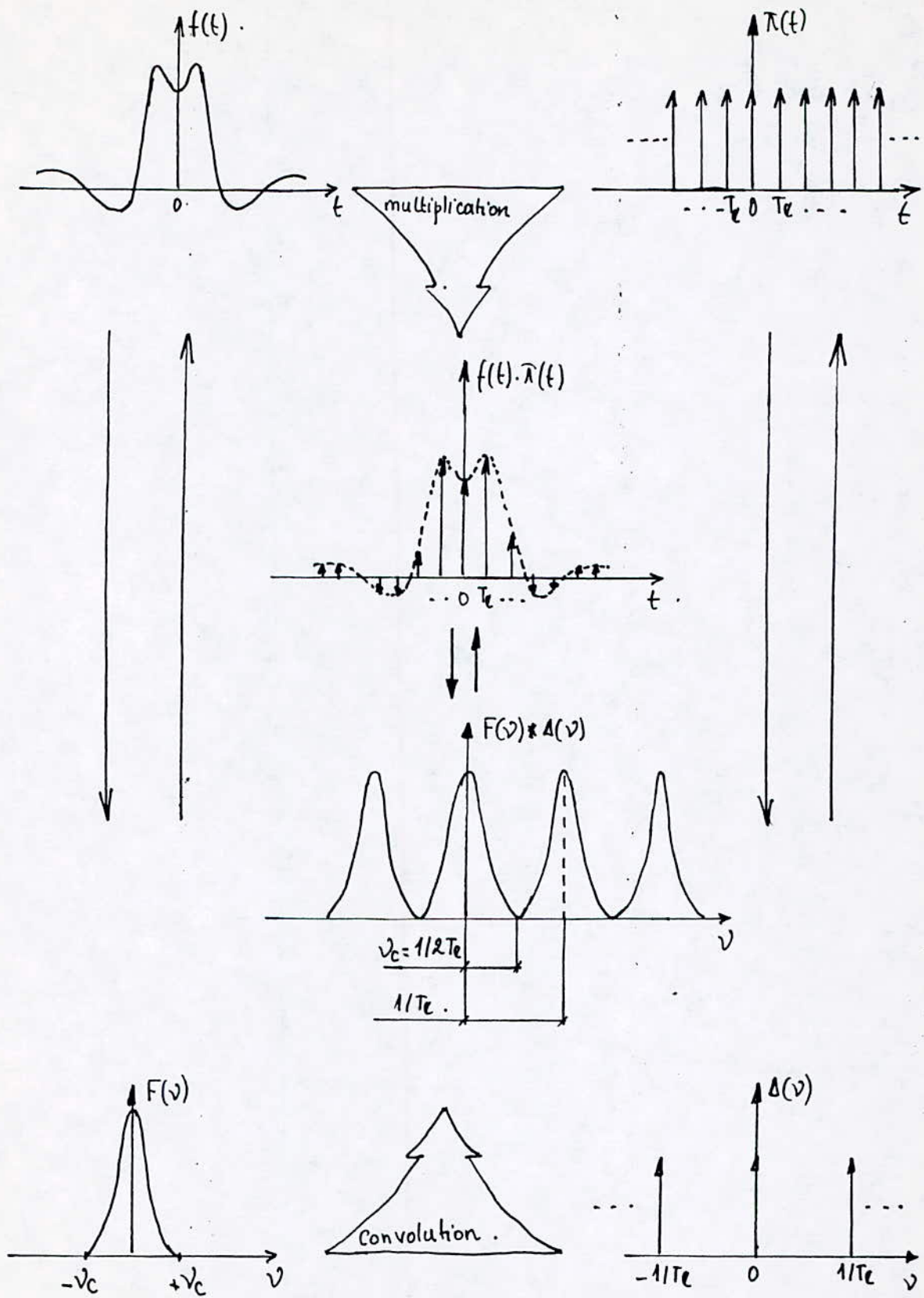
$$\nu_N > \nu_c \quad (30)$$

Mais quand on est en présence d'un signal et qu'on veut déceler les fréquences contenues dans celui-ci, on ne connaît pas qu'elle est la fréquence maximale contenue dans ce signal, donc il ne s'agira plus de satisfaire le critère de NYQUIST pour éviter le phénomène "d'aliasing" mais de faire tendre ν_N vers l'infini ($\nu_N \rightarrow \infty$) qui est impossible à obtenir en pratique mais pour contourner cette difficulté deux méthodes existent :

- 1- Soit utiliser une grande cadence d'échantillonnage dans l'espoir qu'elle sera satisfaisante, autrement dit diminuer T_e mais ceci entraînera l'augmentation de N - en vertu de la relation (23) - qui est limitée par la mémoire des calculateurs [6].
- 2- Soit filtrer le signal avec un filtre passe-bas tel qu'aucune fréquence supérieure à la fréquence de NYQUIST ν_N ne subsiste dans le signal [6]; et c'est cette méthode qui sera utilisée dans ce travail.



-Fig. VI.3-



- Fig VI.4 -

VI.4. Distorsion totale :

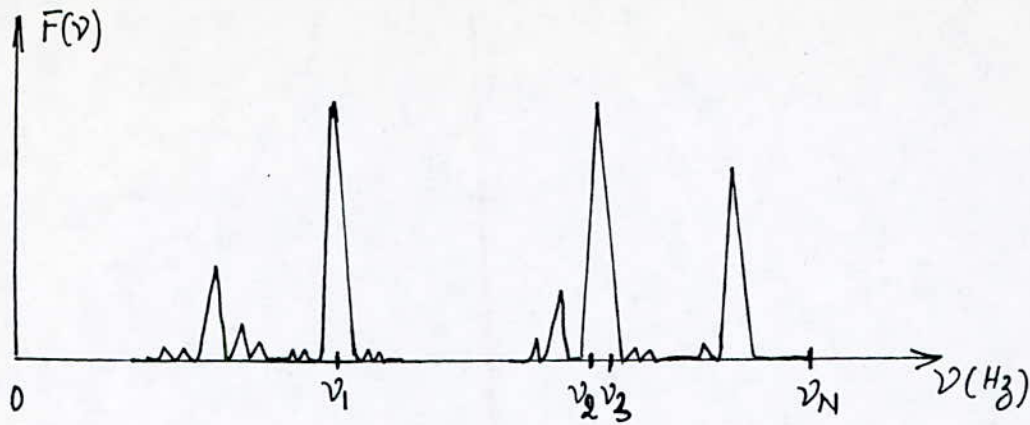
Finalement pour passer d'un signal $x(t)$ défini en théorie de $-\infty$ à $+\infty$ à une suite x_k de N nombres en vertu de l'utilisation de la méthode numérique pour analyser ce signal, on doit effectuer deux opérations :

- 1- Passer de l'ensemble continu des valeurs $x(t)$ à l'ensemble dénombrable des valeurs $x_k = x(kT_e)$, $k = \dots, -1, 0, 1, \dots$; ou du signal $x(t)$ aux instants $t = kT_e$.
 Cette opération est appelée échantillonnage ou discrétisation de $x(t)$ avec une période d'échantillonnage T_e [7].
- 2- Limiter le nombre des x_k à N , c'est à dire limiter la durée du signal $x(t)$ à $T_0 = N \cdot T_e$.
 Cette opération est appelée troncature temporelle du signal sur la durée T_0 [7].

Ces deux opérations exécutées simultanément introduisent des distorsions sur les spectres. C'est pour cela que certaines démarches sont nécessaires en vue d'améliorer le spectre obtenu à savoir :

- Choix d'une bonne fenêtre de troncature $\psi(t)$ en vue d'atténuer les distorsions dues à l'effet de troncature.
- Filtrer le signal en vue d'éviter les distorsions dues à l'effet de repliement des spectres ("aliasing").

Dans la figure VII.5 nous avons donné un exemple pour approcher le plus possible ces deux phénomènes agissant au même temps.



- Fig VI.5 -

ν_1, ν_2 et ν_3 étant les fréquences contenues dans le signal, en premier lieu on remarque que ν_2 et ν_3 sont confondues c'est à dire qu'on arrive pas à les distinguer séparément, ceci étant dû à la résolution qui est très faible.

La raie située tout à fait à droite n'est pas une raie correspondant à une fréquence inférieure à ν_N mais à une fréquence supérieure à ν_N , ceci étant dû à l'effet de repliement de cette raie autour de ν_N .

Les autres raies n'appartiennent pas au signal, elles sont introduites par la discontinuité abrupte de la fenêtre temporelle naturelle - phénomène de Gibbs -

VII CHOIX DE LA FENETRE DE TRONCATURE

VII.1 Introduction:

Dans les chapitres précédents, on a vu que la limite du temps d'observation du signal était inévitable et obligatoire, malgré que l'application d'une fenêtre de troncature conduisait à un spectre distordu.

Plusieurs recherches ont été faites dans ce domaine, en vue de trouver une fenêtre qui minimiserait les distorsions qui lui sont dues.

Ainsi dans la position bibliographique [9], G.M. JENKINS discute en détail une des formes de l'analyse spectrale. Celle-ci repose sur l'estimation de la densité spectrale de puissance à l'aide des fenêtres de troncature. Autrement dit regarder l'erreur qu'on commet en estimant le vrai spectre $F(\nu)$ obtenu théoriquement à partir du signal non tronqué par le spectre $\bar{F}(\nu)$ qui lui est calculé à partir du signal tronqué c'est à dire limité; on calcule ainsi l'erreur, l'écart type, etc...; et trouver alors la fenêtre qui introduirait le minimum d'erreurs.

Cette méthode est très poussée mathématiquement, elle exige la connaissance des probabilités et statistiques et avant tout une connaissance du vrai spectre à obtenir.

Dans cette étude nous nous limiterons uniquement à exposer les différentes fenêtres usuelles en analyse spectrale, à donner leurs caractéristiques et d'essayer ainsi de trouver à partir de celles-ci une fenêtre qui satisfairait nos conditions. Ce qui est très important à voir c'est qu'il n'existe pas de méthodes exactes qui donnent la forme de la fenêtre, mais plutôt une approximation, c'est ce qui explique les différents efforts faits dans ce domaine [2].

VII.2 Rappel des conditions que doit satisfaire la fenêtre utilisée:

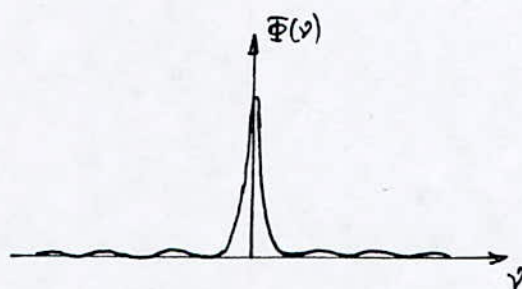
Soit $\Psi(t) \leftrightarrow \Phi(\nu)$ la fenêtre temporelle utilisée; pour diminuer le plus possible les distorsions dues à l'application de $\Psi(t)$ au signal, trois conditions devraient être satisfaites par $\Phi(\nu)$ [2]:

$\Phi(\nu)$ doit avoir :

- 1 Un pic central le plus étroit possible .
- 2 Des lobes d'amplitudes insignifiantes . (I) .
- 3 Eviter si possible les lobes négatives .

Illustré par la figure VII.1

Autrement dit ceci revient à choisir une fenêtre de troncature dont le spectre est aussi peu étalé que possible [6] ; en d'autres termes $\Phi(\nu)$ doit être concentré sur son pic central [2] .



- Fig VII.1 -

VII.3 Rappels mathématiques

VII.3.1 Transformation de FOURIER discrète :

Nous donnerons ici un bref aperçu de cette méthode étant donné qu'elle a été plus détaillée dans la position bibliographique [3].

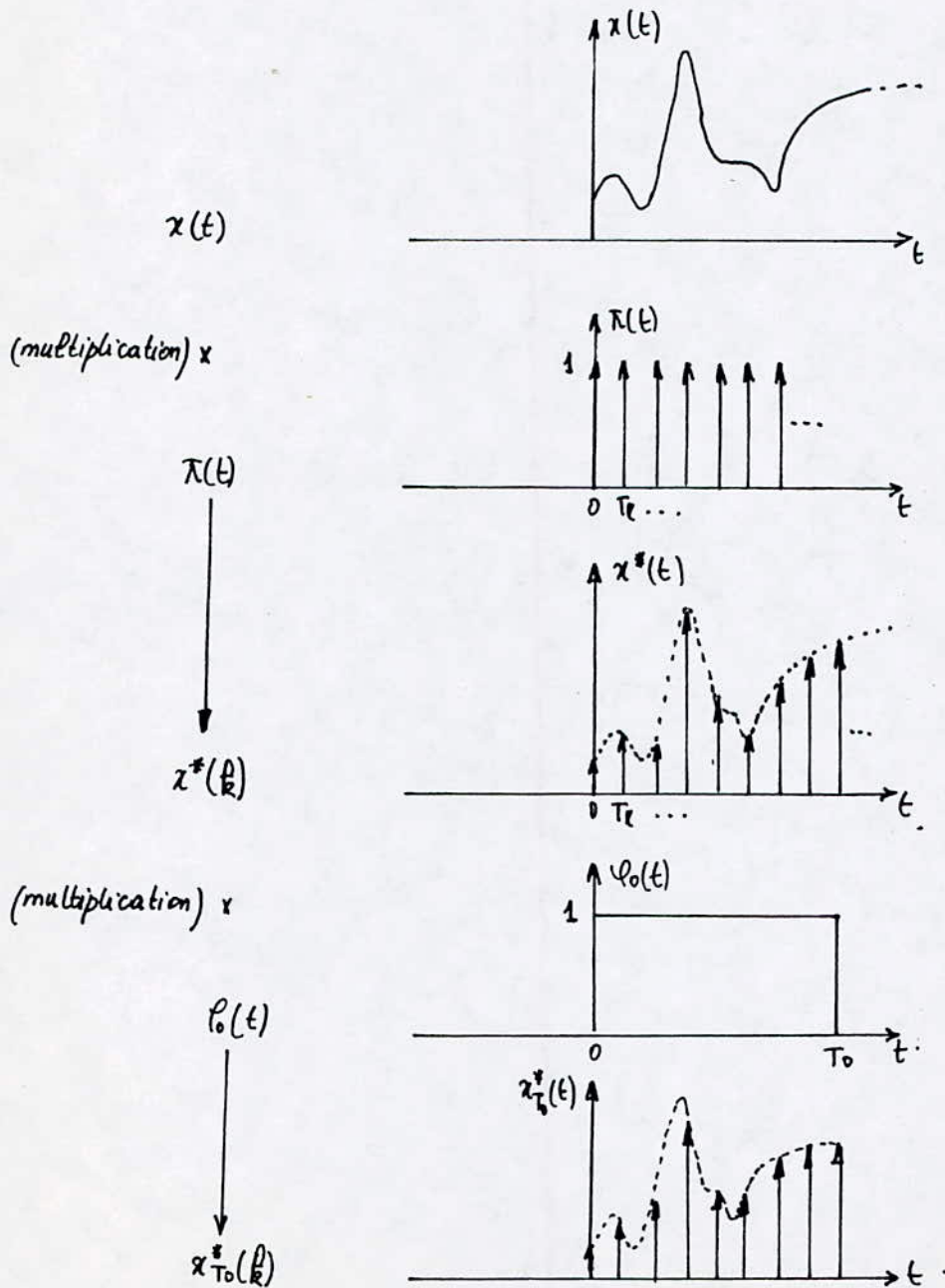
L'étude de la TFD (transformation de FOURIER discrète) est nécessaire pour comprendre l'algorithme de la "FFT" utilisée .

Soit un signal $x(t)$ enregistré sous sa forme continue $-\infty$ à $+\infty$, l'échantillonnage de ce signal comme on a déjà vu s'obtient en multipliant le signal par un pigne de DIRAC unitaire et centré de période T_e , On obtient ainsi une suite de même durée que le signal [6] .

$$x^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e) \quad (31).$$

La limitation de la durée de cette suite quand on ne spécifie pas le genre de fenêtre utilisée s'obtient en multipliant $x^*(k)$ par une fenêtre rectangulaire d'intensité l'unité et de longueur T_0 . Cette seconde opération nous fournit une suite tronquée contenant N échantillons (Fig VIII.2):

$$x_{T_0}^*(k) = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_e) \cdot f(t - kT_e) \quad (32) \quad \text{où } N = T_0/T_e.$$



- Fig VIII.2 -

Si nous établissons la relation fondamentale de la transformée de FOURIER on obtient:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{x_{T_0}^*(t)\} &= \mathcal{F}\left\{\sum_{k=0}^{N-1} x(kT_0) \cdot \delta(t - kT_0)\right\} = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_0) \cdot \mathcal{F}\{\delta(t - kT_0)\} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_0) \cdot e^{-j2\pi\nu kT_0} \end{aligned}$$

finalement:

$$x_{T_0}^*(t) \iff \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_0) \cdot e^{-j2\pi\nu kT_0} \quad (33)$$

VIII. 3.2 Transformée de FOURIER rapide "FFT":

Là aussi dans la position bibliographique [3] cette méthode a été détaillée l'algorithme utilisé dans ce travail est l'algorithme de COOLEY-TUCKER; et pour plus de détail se référer aux positions bibliographiques [5] et [6].

Remarque:

Dans ce chapitre comme dans les chapitres suivants nous substituons la notation T_0 représentant la période d'échantillonnage par T_1 , car c'est cette dernière qui sera utilisée dans les différents programmes. Donc dans ce qui suit T_1 représentera la période d'échantillonnage, F_1 la fréquence d'échantillonnage et F_N la fréquence de NYQUIST.

VIII.4 Types de fenêtres usuelles et leurs caractéristiques:

On présente dans ce paragraphe les principaux moyens de limiter la durée d'un signal.

Au départ deux problèmes apparaissent pour effectuer le produit du signal et de la fenêtre. Le premier est la position de cette fenêtre par rapport au signal et le second est le choix de N c'est à dire de la longueur T_0 de la fenêtre qui est fonction de la résolution spectrale qu'on veut avoir. En règle générale, la position de la fenêtre est choisie de manière à conserver les échantillons import-

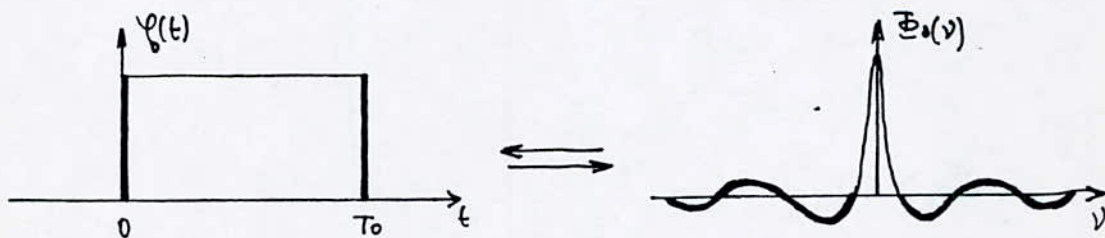
ants du signal et à négliger ceux qui sont d'amplitude relativement petite [12].

VII.4.1 Fenêtre rectangulaire : (appelée aussi Fenêtre de BARTLETT)

Elle est définie par la relation suivante [2] :

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (34).$$

La manière "brutale" de limiter un signal est de le multiplier par une fenêtre rectangulaire. Cette fenêtre satisfait la première condition mais ne satisfait pas la deuxième condition de (I). Autrement dit l'avantage de cette fenêtre est qu'elle introduit dans le domaine spectral un pic central étroit en d'autres termes cette fenêtre conduit à une assez bonne résolution spectrale ceci est dû à la forme plate que possède celle-ci dans le domaine temporel entre 0 et T_0 ; mais l'inconvénient est qu'elle introduit dans le domaine fréquentiel des lobes très amples d'où introduction de hautes fréquences dans le signal à analyser, ceci étant dû aux extrémités abruptes que possède cette fenêtre dans le domaine temporel (Fig VII.3).



- Fig VII.3 -

On peut remédier à cet inconvénient en modifiant la forme de la fenêtre tout en conservant la même ouverture T_0 [12].

VII. 4.2 Fenêtre de HANNING : (appelée aussi fenêtre de TUCKER [2])

$$\varphi(t) = \begin{cases} \cos^2(\pi t / T_0) & -T_0/2 \leq t \leq T_0/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (35)$$

Puisque nous travaillons sur l'intervalle $[0, T_0]$ faisons un changement de variable:

$$t = t' - T_0/2 \quad (36) \quad \text{ou} \quad 0 \leq t' \leq T_0$$

La relation (35) devient:

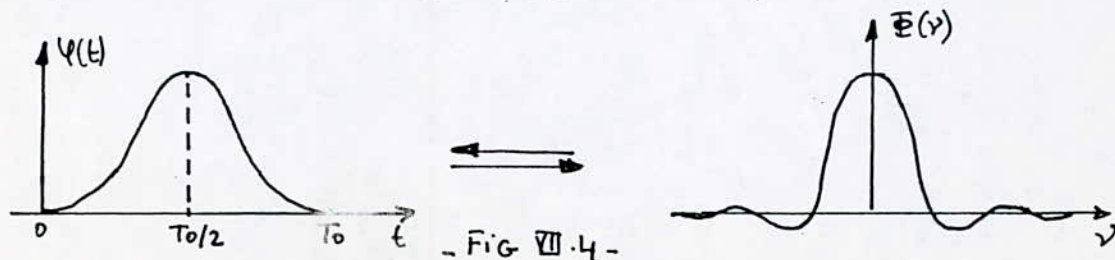
$$\varphi(t) = \begin{cases} \cos^2[\pi(2t - T_0)/2T_0] & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (37)$$

En posant $t = (k-1)T_1$ et $T_0 = NT_1$ avec $1 \leq k \leq N$, k entier.

(37) devient:

$$\varphi(k) = \begin{cases} \cos^2[\pi(2(k-1) - N)/2N] & 1 \leq k \leq N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (38)$$

Cette fenêtre présente dans le domaine fréquentiel un lobe secondaire négatif assez important mais les autres lobes s'atténuent rapidement. Elle présente finalement des lobes latéraux petits et c'est un avantage, mais elle présente un pic central assez large [6] qui est un inconvénient en vertu des conditions (I) déjà citées, ceci étant dû à la forme arrondie (non aplatie) que possède cette fenêtre pendant la durée du signal [2] (Fig VII. 4).



VII.4.3 Fenêtre de HAMMING :

Définie par la relation suivante [2] :

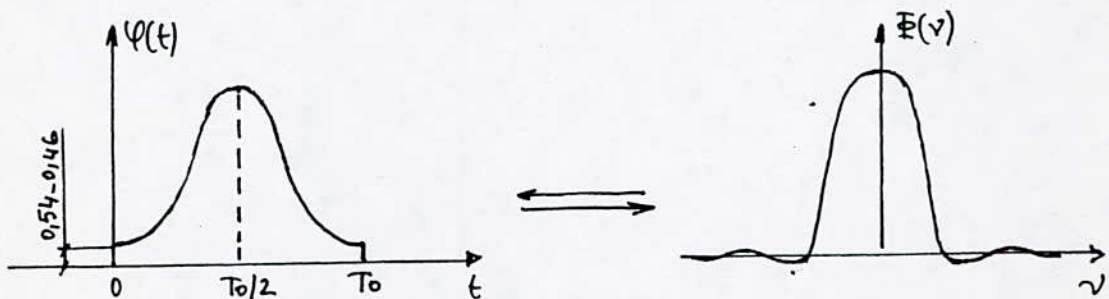
En utilisant le même changement de variable établi par la relation (36) on a :

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos\left[\pi(2t - T_0)/T_0\right] & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (39)$$

finalement :

$$\varphi(k) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos\left[\pi(2(k-1) - N)/N\right] & 1 \leq k \leq N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (40)$$

Cette fenêtre présente dans le domaine spectral les mêmes caractéristiques que celle de HANNING, c'est à dire un pic central assez large mais l'avantage par rapport à celle-ci est que son lobe secondaire négatif s'atténue et que les autres lobes latéraux s'atténuent lentement. C'est pour cela qu'elle est souvent utilisée [2] (Fig VII.5).



- FIG VII.5 -

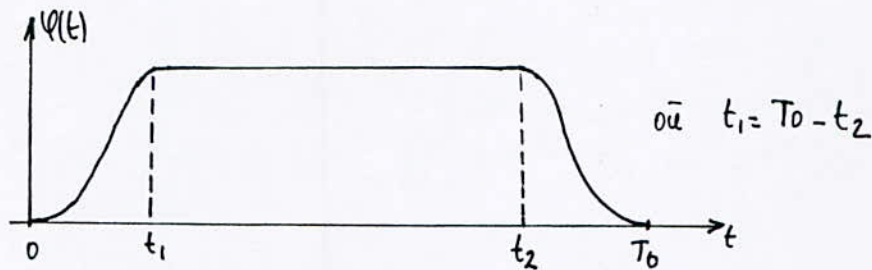
On remarque que $B(\text{rect}) < B(\text{HAMM}) < B(\text{HANN})$ (largeur du pic central)

Quelques chiffres données en ce qui concerne ceci dans la position bibliographique [13]:

$$B(\text{rect}) = 1/T_0 \quad ; \quad B(\text{HAMM}) = 1,36/T_0 \quad ; \quad B(\text{HANN}) = 1,5/T_0$$

VII.4.4 Combinaison de deux fenêtres :

On remarque d'après les caractéristiques de ces trois fenêtres citées que la fenêtre rectangulaire satisfait la condition (1) de (I) et que les fenêtres de HANNING et plus particulièrement celle de HAMMING satisfont la condition (2) de (I) ; c'est pour cela que souvent on utilise une combinaison d'une fenêtre rectangulaire avec une fenêtre de HAMMING ou de HANNING pour exploiter l'avantage de la fenêtre rectangulaire en ce qui concerne la largeur B du pic central, et diminuer ainsi l'effet des lobes en lui juxtaposant à ses deux extrémités une fenêtre de HAMMING ou de HANNING [2] ; Comme indiqué sur la figure VII.6.



- Fig VII.6 -

VII.4.4.1 Combinaison d'une fenêtre rectangulaire et de HAMMING :

Après avoir fait les changements de variables nécessaires on obtient (Fig VII.7) :

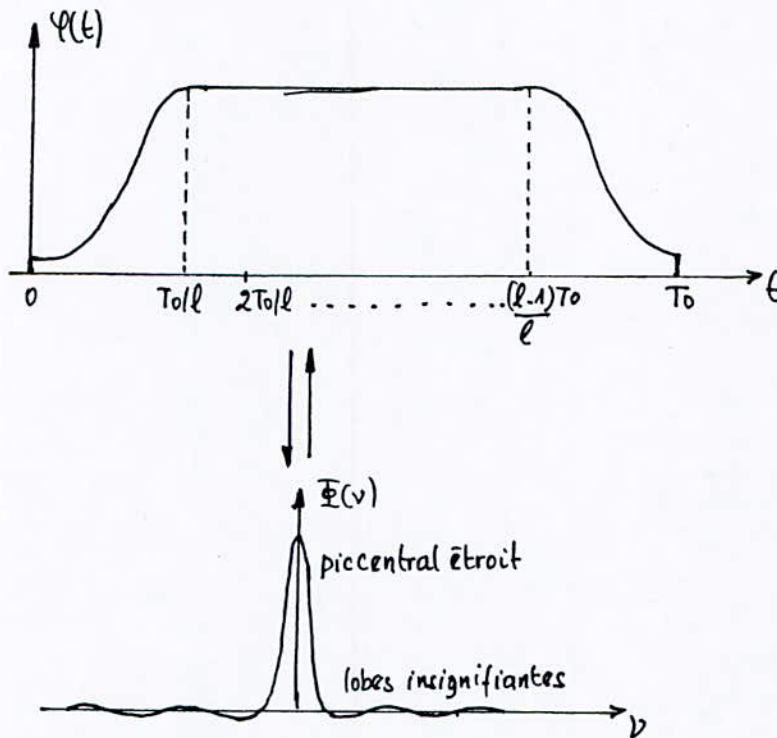
$$\varphi(t) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos \left[\pi (lt - T_0) / T_0 \right] & 0 \leq t \leq T_0/l \\ 1 & T_0/l \leq t \leq (l-1)T_0/l \\ 0,54 + 0,46 \cdot \cos \left[\pi (lt - (l-1)T_0) / T_0 \right] & (l-1)T_0/l \leq t \leq T_0 \end{cases} \quad (41)$$

Où l doit être un diviseur de N c'est à dire de 2^r où r est un entier
Autrement dit :

$$N \equiv 0[l] \quad (42)$$

finalament:

$$\varphi(k) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos \left[\frac{\pi(\ell(k-1) - N)}{N} \right] & 1 \leq k \leq N/\ell \\ 1 & N/\ell \leq k \leq (\ell-1)N/\ell \\ 0,54 + 0,46 \cdot \cos \left[\frac{\pi(\ell(k-1) - (\ell-1)N)}{N} \right] & (\ell-1)N/\ell \leq k \leq N \end{cases} \quad (43)$$



- Fig VII .7 -

VII.5 Conclusion:

Le choix de la fenêtre de troncature étant difficile, nous ne choisirons pas la fenêtre qui sera utilisée dans ce travail au niveau de ce chapitre, mais au niveau du chapitre IX (essai sur des fonctions) car les fenêtres citées ci-dessus ont été proposées selon le domaine de recherche où l'on se trouve (sismique, étude de la voix, étude des signaux noyés dans du bruit, etc...).

VIII FILTRAGE

VIII.1 Introduction :

Nous arrivons à la dernière étape de l'amélioration du spectre, c'est l'étape de filtrage du signal en vue de supprimer toutes les fréquences supérieures à la fréquence de NYQUIST $F_N = 1/2T_1$.

Pour ce qui est de ce travail nous utiliserons un filtre passe-bas de type BUTTERWORTH.

VIII.2 Théorème d'échantillonnage pour signaux de spectres passe-bas :

Ce théorème dont la démonstration est due au mathématicien SHANNON [13] peut s'énoncer comme suit : (plus connu aussi sous le critère de NYQUIST).

Un signal analogique $x(t)$ ayant un spectre de type passe-bas s'étendant jusqu'à une fréquence limite F_c est entièrement décrit par la suite complète des valeurs instantanées $x(k)$ prélevées à intervalles réguliers de durée T_1 inférieure ou égale à $1/2F_c$.

En d'autres termes la condition de non repliement du spectre autour de F_N est assurée si :

$$F_1 = \frac{1}{T_1} \geq 2F_c \quad (44)$$

VIII.3 Filtrage analogique :

Le filtrage analogique est un type de filtrage s'obtenant à partir de l'enregistrement, c'est à dire que nous obtenons au niveau de ce dernier un signal filtré par l'intermédiaire d'un appareil placé au niveau de l'enregistreur, étant donné que nous ne disposons pas d'un appareil de ce type, un autre type de filtrage sera utilisé, c'est le filtrage numérique.

VIII. 4. Filtrage numérique:

Les filtres numériques sont plus intéressants que les filtres analogiques de nos jours, du fait qu'ils présentent des avantages appréciables tels que: la précision, la fiabilité et en plus l'absence de problème de réalisation technologique.

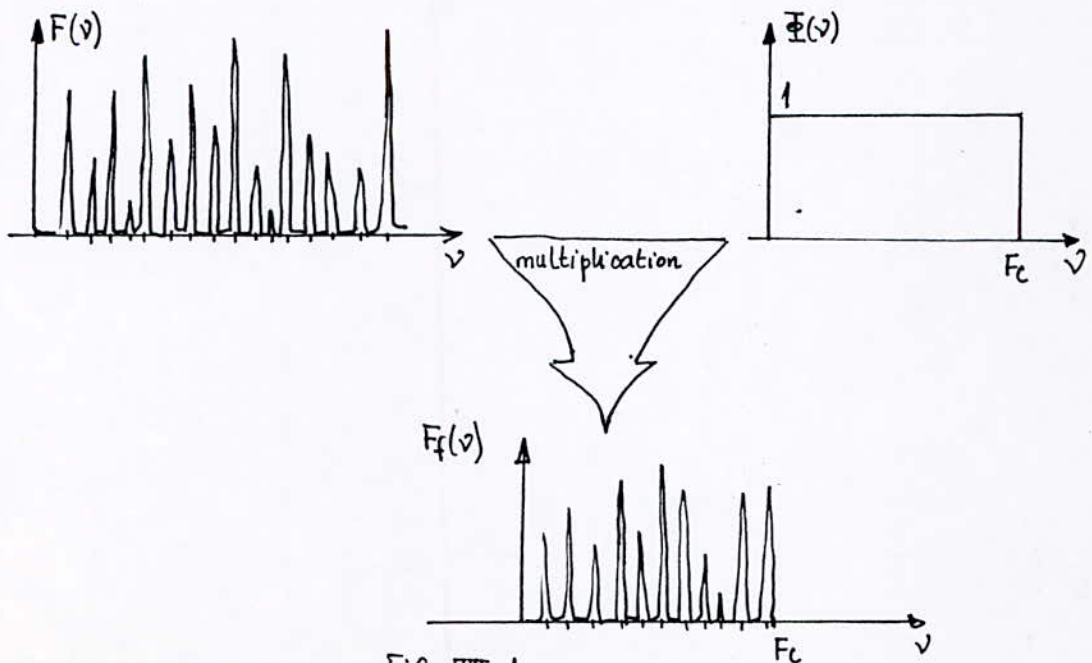
Il consiste en une simulation d'un filtre de type passe-bas, au niveau d'un micro-ordinateur.

Le filtre numérique est un algorithme de calcul par lequel une séquence de nombres $x(n)$ dite séquence d'entrée est transformée en une autre séquence de nombres $y(n)$ dite séquence de sortie.

VIII.4.1 Principe:

Le filtrage numérique consiste à l'élimination des raies situées à partir d'une certaine fréquence, appelée fréquence de coupure F_c .

Ce filtrage revient à faire la multiplication de la densité spectrale $F(\nu)$ correspondant au signal $x(t)$ à analyser par une fenêtre spectrale rectangulaire $\Phi(\nu)$ [10] (Fig VIII.1).

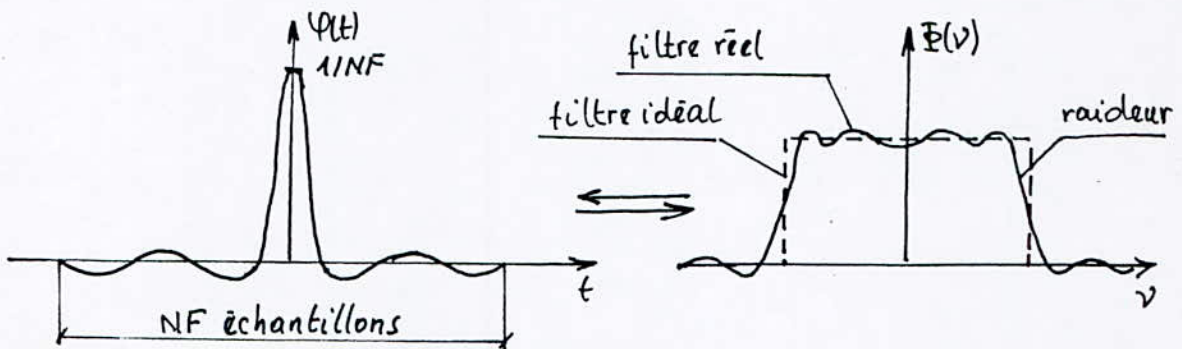


- FIG VIII.1 -

Le filtrage numérique revient à faire en vertu du théorème de la convolution (9), la convolution dans le domaine temporel du signal $x(t)$ avec la transformée inverse de FOURIER $\varphi(t)$ de la fenêtre spectrale rectangulaire $\Phi(\nu)$ [10].

VIII.4.2 Filtre réel et filtre idéal :

En pratique pour que cette convolution soit possible il faudrait limiter $\varphi(t)$ [10], ce qui introduirait comme on le voit des distorsions au niveau de $\Phi(\nu)$ illustrées par la figure VIII.2.



- Fig VIII.2 -

Comme on remarque on ne peut jamais obtenir un filtre réel.

Notation :

Numériquement :

- $\varphi(t)$ est notée $H(k)$, appelée : réponse impulsionnelle du filtre.
- $\Phi(\nu)$ est notée $h(k')$, appelée : fonction de transfert du filtre
- Et NF sont les échantillons du filtre, appelé aussi ordre du filtre.

Ainsi les différentes valeurs de $H(k)$ en nombre de NF sont appelées les coefficients du filtre [10].

VIII.4.3 Choix de NF :

Le temps que met le microordinateur "OLIVETTI M24" pour calculer la convolution des échantillons du signal avec les coefficients du filtre en nombre NF dépend beaucoup de NF. Etant donné que le signal possède $N=256$ ou $N=512$ échantillons, on ne pourra jamais prendre $NF=N$ sinon le temps de calcul de cette convolution serait très grand.:

Ainsi d'après les recommandations tirées de la position bibliographique [10], on prendra NF de 30 à $NF=61$ échantillons.

VIII.4.4 Convolution rapide :

Dans les systèmes numériques qui sont de type discret, la convolution se traduit par une sommation. Ainsi si la suite à filtrer s'écrit $x(n)$, la suite filtrée $y(n)$ s'exprime en analogie avec la relation (6) par la sommation suivante [10] où k et n sont des entiers

$$y(n) = \sum_{k=0}^{NF-1} H(k) \cdot x(n-k) \quad (45).$$

Où $y(n)$ est une suite finie de N échantillons; et $H(k)$ une suite finie de NF échantillons appelée réponse impulsionnelle du filtre.

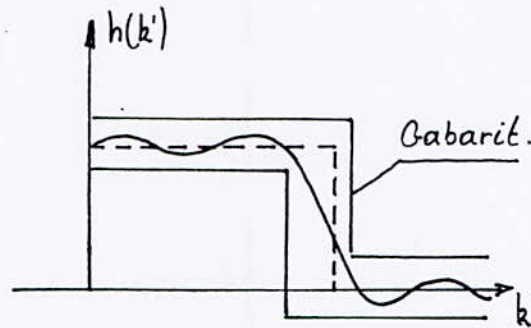
Et où n varie de $(NF-1)/2$ à $N+(NF-1)/2$, ceci pour décaler le signal afin de faire la convolution avec tous les échantillons NF de la réponse impulsionnelle du filtre.

VIII.4.5. Fonction de transfert du filtre:

Théoriquement la fonction de transfert du filtre est définie comme suit [10]:

$$h(k) = \begin{cases} 1 & -(NF-1)/2 \leq k \leq +(NF-1)/2 \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (46)$$

Suite aux distorsions engendrées par la limitation des échantillons NF de $H(k)$; $h(k')$ doit - être à l'intérieur d'un gabarit, le calcul de ce dernier et des nouvelles valeurs $h(k')$ (notées G au niveau du programme) est détaillé au niveau du programme se trouvant à l'annexe 1 ; Ce gabarit est fonction de la précision qu'on veut adapter au filtre et des distorsions permises [10], Comme indiqué sur la figure VIII.3.



- Fig VIII.3 -

VIII. 4.6 Réponse impulsionnelle du filtre :

VIII. 4.6.1 Transformée inverse de FOURIER :

La transformée inverse de FOURIER est définie selon la relation suivante [6] :

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp(j2\pi k \frac{n}{N}) \quad (47)$$

où $x(k)$ représente le signal et $x(n)$ son spectre.

VIII. 4.6.2 Calcul des Coefficients $H(k)$ du filtre :

Le calcul correspondant aux valeurs aux valeurs $h(k')$ de la fonction de transfert étant fait selon le gabarit choisi, nous calculons dans ce qui suit ; les coefficients du filtre $H(k)$ correspondant aux valeurs de la réponse impulsionnelle du filtre :

Etant donné que $H(k)$ est la transformée inverse de FOURIER, en vertu de la relation (47) On a:

$$H(k) = \frac{1}{NF} \sum_{k' = -(NF-1)/2}^{(NF-1)/2} h(k') \cdot \exp(j2\pi k'k/NF) \quad (48)$$

Puisque $H(k)$ est réelle:

$$\begin{aligned} H(k) &= \frac{1}{NF} \sum_{k' = -(NF-1)/2}^{(NF-1)/2} h(k') \cdot \cos(2\pi k'k/NF) \\ &= \frac{1}{NF} \sum_{k' = -(NF-1)/2}^{-1} h(k') \cdot \cos(2\pi k'k/NF) + H(0) \\ &\quad + \frac{1}{NF} \sum_{k'=1}^{(NF-1)/2} h(k') \cdot \cos(2\pi k'k/NF) \end{aligned}$$

Puisque $H(k)$ est paire on aura finalement:

$$H(k) = \frac{1}{NF} + \frac{2}{NF} \sum_{k'=1}^{(NF-1)/2} h(k') \cdot \cos(2\pi k'k/NF). \quad (49)$$

puisque $H(0) = 1/NF$.

IX PROGRAMMATION ET ESSAIS SUR DES FONCTIONS

Le programme réalisant l'algorithme de la FFT a été tiré de la thèse de fin d'études [3], et modifié quelque peu. Ce programme a été réalisé au centre de calcul de l'ENP sur OLIVETTI M24.

IX.1 Interprétation des essais :

IX.1.1 Mise en évidence de la nécessité de filtrer le signal :

Les figures 1 et figures 2 se trouvant à l'annexe 2 dont les essais mettent en évidence les distorsions dues à l'échantillonnage du signal ("aliasing") ont été réalisées sans filtrage.

A - Figures 1 :

Prenons un signal temporel contenant six fréquences : $\nu_1 = 1000\text{Hz}$; $\nu_2 = 1500\text{Hz}$; $\nu_3 = 2000\text{Hz}$; $\nu_4 = 2200\text{Hz}$; $\nu_5 = 2500\text{Hz}$ et $\nu_6 = 2800\text{Hz}$, autrement dit :

$$f(t) = \sum_{i=1}^6 \cos(2\pi \nu_i t) \quad (50)$$

La fréquence d'échantillonnage $F_T = 6000\text{Hz}$ ce qui entraîne que $F_N = \frac{F_T}{2} = 3000\text{Hz}$ et le nombre d'échantillons $N = 512$ échantillons étant les mêmes pour les figures 1a, 1b et 1c.

Dans la figure 1a notons que $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \nu_5$ et ν_6 sont inférieures à F_N , on obtient ainsi au niveau de la densité spectrale six raies distinctes correspondant aux fréquences ν_i où $i = 1, 2, \dots, 6$.

Dans la figure 1b prenons la même fonction $f(t)$ (50) représentant le signal, mais celui-ci contient sept fréquences, les six premières étant les mêmes que précédemment et la septième, $\nu_7 = 3500\text{Hz} > F_N$.

Théoriquement elle ne figurera pas sur le spectre, du fait que $\nu_7 > F_N$, autrement dit nous aurons six raies, effectivement si nous regardons la

figure 1b nous voyons qu'il y a six raies mais la magnitude de ces raies est différente de celles de la figure 1a, donc la raie correspondant à la fréquence $\nu_7 = 3500 \text{ Hz}$ a influencé les raies correspondant aux fréquences $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_6$ inférieures à F_N .

La figure 1c, met encore plus en évidence ce phénomène, prenons un signal contenant une seule fréquence $\nu = 3500 \text{ Hz}$ autrement dit: $f(t) = \cos(2\pi\nu t)$, F_N et N étant les mêmes que précédemment, remarquons que $\nu > F_N$, théoriquement on ne devrait voir aucune raie au niveau de la densité spectrale. Si nous regardons la figure 1.c on voit qu'il y a une raie placée à une fréquence inférieure à F_N .

Cela prouve encore que la raie correspondant à la fréquence $\nu > F_N$ a un effet sur le spectre bien qu'elle soit supérieure à F_N .

B. Figures 2:

Les figures 1 ont mis en évidence le phénomène de repliement des spectres autour de F_N .

Les figures 2 nous renseigneront sur le comment en d'autres termes sur la manière dont agit la raie correspondant à une fréquence supérieure à F_N .

Dans la figure 2a. on a pris un signal contenant 4 fréquences $\nu_1 = 1000 \text{ Hz}$, $\nu_2 = 1500 \text{ Hz}$; $\nu_3 = 2000 \text{ Hz}$ et $\nu_4 = 2500 \text{ Hz}$ c'est à dire que $f(t) = \sum_{i=1}^4 \cos(2\pi\nu_i t)$ (51). $F_N = 6000 \text{ Hz}$ et $N = 512$ échantillons.

Remarquons bien que $\nu_1 < \nu_2 < \nu_3 < \nu_4 < F_N$, on obtient ainsi 4 raies correspondant aux fréquences ν_1, ν_2, ν_3 et ν_4 .

Dans la figure 2b, on a pris la même fonction $f(t)$ (51) représentant le signal mais celui-ci contient cinq fréquences, les quatre premières sont les mêmes que ci-dessus et la cinquième $\nu_5 = 3300 \text{ Hz} > F_N$, $F_N = 6000 \text{ Hz}$ et $N = 512$;

on obtient cinq raies, les quatre premières raies correspondent aux fréquences ν_1, ν_2, ν_3 et ν_4 respectivement, mais la cinquième raie ne correspond pas à la fréquence 2700Hz mais à celle de 3300Hz.

La figure 2c. montre le cas où $\nu_5 = 3500\text{Hz}$ symétrique à 2500Hz par rapport à F_N , On obtient dans ce cas quatre mais différentes de celles de la figure 2a.

Ainsi ces trois figures 2a, 2b et 2c mettent en évidence le repliement des spectres autour de F_N , mais en plus ce repliement s'effectue symétriquement par rapport à F_N .

C'est pour cela qu'il est nécessaire et obligatoire de filtrer le signal avec une fréquence de coupure $F_c = F_N$.

IV.1.2. Essai sur le filtrage:

Les figures 3 nous montrent le cas où le signal est filtré et les résultats obtenus après filtrage.

Dans la figure 3.a on a pris un signal contenant deux fréquences $\nu_1 = 50\text{Hz}$ et $\nu_2 = 180\text{Hz}$ c'est à dire:

$$f(t) = \cos(2\pi \cdot 50 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 180 \cdot t) \quad (52)$$

La fréquence d'échantillonnage $F_N = 200\text{Hz}$ et $N = 512$ échantillons, le signal n'étant pas filtré, on obtient au niveau de la figure 3a deux raies (l'une correspondant à 50Hz et l'autre à 180Hz mais placée à $\nu = 20\text{Hz}$ ceci à cause du repliement autour de $F_N = 100\text{Hz}$).

Dans la figure 3b où le signal est le même que ci-dessus sauf qu'il est filtré avec une fréquence de coupure $F_c = F_N = 100\text{Hz}$, et un ordre du filtre

$NF=51$, On voit qu'on obtient toujours la même raie correspondant à $\nu=50\text{Hz}$ mais celle correspondant à $\nu=180\text{Hz}$ placée à la fréquence 20Hz est atténuée, elle ne disparaît pas complètement ceci étant dû à la raie du filtre.

Bien que les raies correspondant aux fréquences supérieures à F_N ne disparaissent pas complètement en vue d'éviter tout à fait le repliement des spectres autour de F_N , elles sont comme même atténuées ce qui diminuerait leurs effets.

NB: Les figures 3a et 3b se trouvent en annexe 2.

IX.1.3 . Mise en évidence de l'effet de troncature :

Les figures 4 et la figure 5 se trouvant à l'annexe 3, représentent les essais pour visualiser les distorsions dues à l'effet de limiter la durée d'observation du signal.

A. Figures 4.

Dans les cinq figures constituant la figure 4 (4a, 4b, 4c, 4d et 4e) $F_1=2000\text{Hz}$ ce qui entraîne que $F_N=1000\text{Hz}$. Le signal est composé de trois fréquences $\nu_1=500\text{Hz}$, $\nu_2=600\text{Hz}$ et $\nu_3=610\text{Hz}$. Remarquons que $\nu_3-\nu_2=10\text{Hz}$ c'est à dire que ν_3 et ν_2 sont très rapprochées et on remarque aussi que $\nu_1 < \nu_2 < \nu_3 < F_N$.

Ce qui est variable dans ces 5 figures c'est le nombre d'échantillons N en d'autres termes la longueur de la fenêtre rectangulaire $T_0 = N \cdot T_1$ utilisée pour faire ces essais.

On remarque que plus T_0 augmente plus la résolution augmente.

Remarque:

Dans la figure 4c, on obtient deux raies l'une correspondant à $\nu=500\text{Hz}$

et l'autre correspondant à $\nu = 600 \text{ Hz}$ et $\nu = 610 \text{ Hz}$ qui sont confondues, la troisième raie se trouvant tout à fait à gauche est une distorsion introduite par la fenêtre rectangulaire comme nous le verrons dans la figure 5.

B. Figure 5:

Dans la figure 5, $F_1 = 6000 \text{ Hz}$ et $N = 256$, On a pris un signal contenant une seule fréquence $\nu = 200 \text{ Hz}$ c'est à dire que $f(t) = \cos(2\pi \cdot 200 \cdot t)$.

On voit qu'on obtient une raie correspondant à $\nu = 200 \text{ Hz}$ mais on voit qu'on obtient aussi des raies de magnitudes faibles ne correspondant à aucune fréquence présente dans le signal puisque le dernier n'en contient qu'une seule $\nu = 200 \text{ Hz}$, les raies comme on a vu correspondent à des distorsions introduites par la fenêtre rectangulaire utilisée qui introduit des fréquences étrangères au signal.

En conclusion nous que les figures 4 et 5 mettent en évidence la nécessité de choisir une fenêtre assez longue ($N = 512$) et d'éviter aussi de choisir une fenêtre dont les extrémités sont abruptes (fenêtre rectangulaire).

C. Figures 6:

Dans les figures 6, comme dans la figure 5 $N = 256$ et $F_1 = 6000 \text{ Hz}$ et le signal étant le même c'est à dire que $f(t) = \cos(2\pi \cdot 200 \cdot t)$.

Dans la figure 6a. la fenêtre utilisée est la fenêtre de HANNING.

Dans la figure 6b, la fenêtre utilisée est la fenêtre combinée entre HANNING et rectangulaire appelée fenêtre mixte au niveau des programmes.

En comparant les figures 5, 6a et 6b on remarque que la fenêtre de HANNING est celle qui atténue le plus les raies introduites par l'effet de troncature.

Donc il nous reste maintenant à voir comment se comporte la fenêtre de HANNING du point de vue résolution spectrale.

D- Figures 7:

Dans les figures 7 le signal est composé de deux fréquences $\nu_1 = 600\text{Hz}$ et $\nu_2 = 610\text{Hz}$ comme on remarque ν_1 et ν_2 sont très proches.

La fréquence d'échantillonnage $F_1 = 2000\text{Hz}$, et $N = 512$ échantillons.

Dans la figure 7a, la fenêtre utilisée est la fenêtre rectangulaire.

Dans la figure 7b, la fenêtre utilisée est celle de HANNING.

Dans la figure 7c, la fenêtre utilisée est la fenêtre mixte.

On remarque au niveau de ces trois figures que la résolution spectrale est presque la même. Celle-ci diminue un petit-peu pour la fenêtre de HANNING.

En conclusion nous dirons que ce qu'on perd au niveau de la résolution est négligeable devant ce qu'on gagne au niveau de l'atténuation des raies introduites par effet de troncature en ce qui concerne la fenêtre de HANNING.

C'est pour cela qu'en vertu des essais fait dans ce chapitre nous déduisons qu'il est :

- indispensable de filtrer le signal.
- conseillé d'utiliser une fenêtre de HANNING de durée assez longue.

X EXPERIENCE

Après avoir mis au point les démarches nécessaires pour l'établissement du spectre amélioré, il est intéressant de passer à une application réelle sur un moteur électrique.

Les caractéristiques du moteur ainsi que la chaîne de mesure sont données en détail dans la position bibliographique [3]. Pour ce qui concerne les figures réalisant cette expérience elles se trouvent en annexe 4.

-Figure 8: 0

elle représente le spectre du signal non filtré des vibrations du moteur en fonctionnement, le signal contient 256 échantillons avec une période d'échantillonnage $T_1 = 0,004s$. La fenêtre utilisée étant la fenêtre rectangulaire.

Figure 9:

elle représente le spectre du signal filtré des vibrations du moteur, le signal contient 512 échantillons avec une période d'échantillonnage $T_1 = 0,002s$, $NF=31$. La fenêtre utilisée étant celle de HANNING. Autrement dit cette figure représente le spectre amélioré du signal.

CONCLUSION

Cette étude nous a permis d'une part de mettre en évidence les différentes erreurs résultant de l'analyse spectrale par voie numérique, erreurs introduisant des distorsions au niveau du spectre ; d'autre part de procéder aux différentes rectifications en vue d'améliorer le plus possible le spectre obtenu.

Les distorsions engendrées par l'échantillonnage du signal étant plus importantes que celles introduites par la limitation de la durée du signal, nous souhaiterions que la partie concernant le filtrage numérique soit poursuivie en vue de réaliser un filtre plus efficace que celui utilisé dans ce travail. En effet cette étape de l'amélioration du spectre est très importante pour diminuer les distorsions dues à l'échantillonnage du signal.

Pour terminer nous pouvons dire qu'en vertu de cette étude, réalisée en vue de diagnostiquer un moteur à l'aide du spectre amélioré il est :

- Indispensable de filtrer le signal
- Conseillé d'utiliser une fenêtre de HANNING pour limiter la durée du signal.

Enfin, il ne nous échappe pas que cette étude gagnerait à être appliquée sur un cas réel. Nous souhaitons vivement qu'une telle perspective aboutisse.

ANNEXE .1.

```

200 REM ***** ESSAI *****
210 CLS
220 INPUT "DONNER LA VALEUR DE N: N=",N
230 INPUT "FREQUENCE D'ECHANTILLONAGE: F1=",F1
240 PI=3.14159
250 T1=1/F1
260 R=(LOG(N))/(LOG(2)):N=2^R
270 INPUT "NOMBRE DE SINUSOIDES DANS LE SIGNAL K=",K
280 DIM F(K),XR(2*N),XI(N),G(N),V(N)
290 FOR I=1 TO K
300 PRINT "F("I")=":INPUT F(I)
310 NEXT I
320 PRINT "QUELLE FENETRE TEMPORELLE VOULEZ-VOUS UTILISER ?"
330 PRINT "FENETRE RECTANGULAIRE ... 1"
340 PRINT "FENETRE DE HAMMING ... 2"
350 PRINT "FENETRE MIXTE ... 3"
360 INPUT "VOTRE REponse EST: ";A$
370 FOR I=1 TO N
380 S=0
390 FOR II=1 TO K
400 S=S+COS(2*PI*F(II)*I*T1)
410 NEXT II
420 XR(I)=S
430 XI(I)=0
440 NEXT I
450 IF A$=" " THEN 450
460 IF A$="1" THEN 520
470 IF A$="2" THEN 490
480 IF A$="3" THEN 510 ELSE 360
490 GOSUB 1630
500 GOTO 520
510 GOSUB 1500
520 INPUT "FILTRE 0/N",A$
530 IF A$=" " THEN 530
540 IF A$="N" THEN 560
550 IF A$="0" THEN GOSUB 1670 ELSE 520
560 FM=ABS(1)
570 FOR I=1 TO N
580 IF FM < ABS(XR(I)) THEN FM = ABS(XR(I))
590 NEXT I
600 GOSUB 1280
610 FOR I=0 TO N-2
620 LINE (I,XR(I))-(I+1,XR(I+1))
630 NEXT I
640 FOR I=N TO 1 STEP -1
650 XR(I)=XR(I-1)
660 XI(I)=XI(I-1)
670 NEXT I
680 GOSUB 930
690 NU1=R-1
700 FOR I=1 TO R
710 REP=2^I
720 ARG=2*PI/REP

```

```

730 DISP=REP/2
740 FOR J=1 TO DISP
750 TWF=(J-1)*ARG
760 C=COS(TWF)
770 S=SIN(TWF)
780 FOR K=J TO N STEP REP
790 J2=K+DISP
800 T3=C*XR(J2)+S*XI(J2)
810 T2=-S*XR(J2)+C*XI(J2)
820 XR(J2)=XR(K)-T3
830 XI(J2)=XI(K)-T2
840 XR(K)=XR(K)+T3
850 XI(K)=XI(K)+T2
860 NEXT K
870 NEXT J
880 NEXT I
890 FOR I=N TO 1 STEP -1
900 G(I-1)=(XR(I)*XR(I)+XI(I)*XI(I))*2*T1/N
910 NEXT I
920 GOTO 1120
930 ND2=N/2
940 NM1=N-1
950 J=1
960 FOR I=1 TO NM1
970 IF I >= J THEN 1040
980 T4=XR(J)
990 XR(J)=XR(I)
1000 XR(I)=T4
1010 T5=XI(J)
1020 XI(J)=XI(I)
1030 XI(I)=T5
1040 K=ND2
1050 IF K=J THEN 1090
1060 J=J-K
1070 K=K/2
1080 GOTO 1050
1090 J=J+K
1100 NEXT I
1110 RETURN
1120 B=ABS(G(0))
1130 FOR I=0 TO N-1
1140 IF B >= ABS(G(I)) THEN 1160
1150 B=ABS(G(I))
1160 NEXT I
1170 GOSUB 1450
1180 FOR I=0 TO N/2-1
1190 LINE (I,G(I))-(I+1,G(I+1))
1200 NEXT I
1210 FOR I=0 TO N/2 STEP (N/2-1)/10
1220 LINE(I,0)-(I,-B/15)
1230 NEXT I
1240 FOR I=0 TO N/2 STEP (N/2-1)/50
1250 LINE(I,0)-(I,-B/40)
1260 NEXT I
1270 LOCATE 2,2 :END
1280 CLS

```

```

1290 KEY OFF
1300 SCREEN 3
1310 LINE (0,0)-(639,399),1,B
1320 LOCATE 2,2:PRINT "f(k)"
1330 LOCATE 15,2:PRINT "G(n)"
1340 LOCATE 7,72:PRINT "k"
1350 LOCATE 23,72:PRINT "n"
1360 LOCATE 13,16 :PRINT "FIG 1 : S I G N A L  D ' E N T R E E  f(k)"
1370 LOCATE 25,15:PRINT "FIG(2)  DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE G(n)"
1380 LINE (0,0)-(639,399),1,B
1390 LINE (1,205)-(638,205)
1400 VIEW (15,5)-(634,165)
1410 WINDOW (-10,-1.25*FM)-(N+10,1.25*FM)
1420 LINE (-10,0)-(N+10,0)
1430 LINE (0,-1.25*FM)-(0,1.25*FM)
1440 RETURN
1450 VIEW (5,210)-(634,375)
1460 WINDOW (-5,-.25*B)-(N/2+5,1.25*B)
1470 LINE (-5,0)-(N/2+5,0)
1480 LINE (0,-.25*B)-(0,1.25*B)
1490 RETURN
1495 REM *****
1496 REM ***** FENETRES TEMPORELLES DE TRONCATURE *****
1497 REM *****
1500 FOR I=1 TO N/4
1510 V(I)=.54+.46*COS(PI*(4 *(I-1)-N)/N)
1520 NEXT I
1530 FOR I= N/4  TO 3 *N/4
1540 V(I)= 1
1550 NEXT I
1560 FOR I=3 *N/4  TO N
1570 V(I)=.54+.46*COS(PI*(4 *(I-1)-3 *N)/N)
1580 NEXT I
1590 FOR I=1 TO N
1600 XR(I)=XR(I)*V(I)
1610 NEXT I
1620 RETURN
1630 FOR I=1 TO N
1640 XR(I)=XR(I)*(.54+.46*COS(PI*(2*(I-1)-N)/N))
1650 NEXT I
1660 RETURN
1670 ' *****
1680 ' ***** FILTRE NUMERIQUE *****
1690 ' *****
1700 CLS:LOCATE 3,10
1710 INPUT "ORDRE DU FILTRE NF: ",NF
1720 INPUT "FREQUENCE DE COUPURE FC=",FC
1730 PI=6.28318307179586# /2:DET=.01
1740 DIM H(N ),P(8,N ),Y(N+NF)
1750 FG =NF*FC /F1
1760 GOSUB 2010
1770 GOSUB 1840
1780 FOR K=(NF-1)/2 TO NF-2
1790 H(K)=H(K-(NF-1)/2)
1800 NEXT K
1810 FOR K=0 TO (NF-1)/2
1820 H(K)=H(NF-1-K)
1830 NEXT K

```

```

1840 FOR K=0 TO (NF-1)/2
1850 H(K)=1/NF
1860   FOR I=1 TO (NF-1)/2+1
1870     IF I<FG -1 THEN G = 1:GOTO 1910
1880     IF I<FG   THEN G =R1:GOTO 1910
1890     IF I<FG +1 THEN G =R2:GOTO 1910
1900     G =0
1910     ' *****
1920     ' ***** CALCUL DES H(K) *****
1930     ' *****
1940     X=2*G*COS(2*PI*K*I/NF)
1950     H(K)=H(K)+X/NF
1960   NEXT I
1970 PRINT USING "H(##);K;
1980 PRINT USING ")=+#.#####";H(K)
1990 NEXT K
2000 GOSUB 2200
2010 IB=INT(FG)
2020 DIM P1(IB+1),P2(IB+2),P3(IB+3),P4(IB+4)
2030 F1=(2*IB-1)/(2*NF):F2=(2*IB+3)/(2*NF)
2040 FOR J=0 TO IB+1
2050 P1(J)=SIN (NF*PI*(F1-J/NF))/(NF*SIN (PI*(F1-J/NF)))
2060 P2(J)=SIN (NF*PI*(F1+J/NF))/(NF*SIN (PI*(F1+J/NF)))
2070 P3(J)=SIN (NF*PI*(F2-J/NF))/(NF*SIN (PI*(F2-J/NF)))
2080 P4(J)=SIN (NF*PI*(F2+J/NF))/(NF*SIN (PI*(F2+J/NF)))
2090 NEXT J
2100 A1=P1(0):A2=P3(0)
2110 FOR J=1 TO IB-1
2120 A1=A1 +P1(J)+P2(J):A2=A2+P3(J)+P4(J)
2130 NEXT J
2140 B1=P1(IB)+P2(IB):B2=P3(IB)+P4(IB)
2150 C1=P1(IB+1)+P2(IB+1):C2=P3(IB+1)+P4 (IB+1)
2160 D=B1*C2-B2*C1:D1=C2*(1+DET -A1)+C1*( DET+A2)
2170     D2=B1*( -DET -A2)-B2*(1+DET-A1)
2180 R1=D1/D:R2=D2/D
2190 RETURN
2200 NC=N+((NF-1)/2)
2210 FOR I=(NF-1)/2 TO NC
2220   Y(I)=0
2230   FOR K=0 TO NF-1
2240     IF I< K THEN K=NF :GOTO 2260
2250     Y(I)=Y(I)+H(K)*XR(I-K)
2260   NEXT K
2270   J=I-((NF-1)/2)
2280   XR(J)=Y(I)
2290 NEXT I
2300 GOTO 560

```

```

200 REM ***** EXPERIENCE *****
210 CLS
220 INPUT "DONNER LA VALEUR DE N: N=",N
230 INPUT "FREQUENCE D'ECHANTILLONAGE: F1=",F1
240 PI=3.14159
250 T1=1/F1
260 R=(LOG(N))/(LOG(2)):N=2^R
280 DIM XR(2*N),XI(N),G(N),V(N)
290 FOR I=1 TO N
300 READ XR(I)
305 XI(I)=0
310 NEXT I
320 PRINT "QUELLE FENETRE TEMPORELLE VOULEZ-VOUS UTILISER ?"
330 PRINT "FENETRE RECTANGULAIRE ... 1"
340 PRINT "FENETRE DE HAMMING ... 2"
350 PRINT "FENETRE MIXTE ... 3"
360 INPUT "VOTRE REPONSE EST: ";A$
450 IF A$=" " THEN 450
460 IF A$="1" THEN 520
470 IF A$="2" THEN 490
480 IF A$="3" THEN 510 ELSE 360
490 GOSUB 1630
500 GOTO 520
510 GOSUB 1500
520 INPUT "FILTRE 0/N";A$
530 IF A$=" " THEN 530
540 IF A$="N" THEN 560
550 IF A$="0" THEN GOSUB 1670 ELSE 520
560 FM=ABS(1)
570 FOR I=1 TO N
580 IF FM < ABS (XR(I)) THEN FM = ABS(XR(I))
590 NEXT I
600 GOSUB 1280
610 FOR I=0 TO N-2
620 LINE (I,XR(I))-(I+1,XR(I+1))
630 NEXT I
640 FOR I=N TO 1 STEP -1
650 XR(I)=XR(I-1)
660 XI(I)=XI(I-1)
670 NEXT I
680 GOSUB 930
690 NU1=R-1
700 FOR I=1 TO R
710 REP=2^I
720 ARG=2*PI/REP
730 DISP=REP/2
740 FOR J=1 TO DISP
750 TWF=(J-1)*ARG

```



```

760 C=COS(TWF)
770 S=SIN(TWF)
780 FOR K=J TO N STEP REP
790 J2=K+DISP
800 T3=C*XR(J2)+S*XI(J2)
810 T2=-S*XR(J2)+C*XI(J2)
820 XR(J2)=XR(K)-T3
830 XI(J2)=XI(K)-T2
840 XR(K)=XR(K)+T3
850 XI(K)=XI(K)+T2
860 NEXT K
870 NEXT J
880 NEXT I
890 FOR I=N TO 1 STEP -1
900 G(I-1)=(XR(I)*XR(I)+XI(I)*XI(I))*2*T1/N
910 NEXT I
920 GOTO 1120
930 ND2=N/2
940 NM1=N-1
950 J=1
960 FOR I=1 TO NM1
970 IF I >= J THEN 1040
980 T4=XR(J)
990 XR(J)=XR(I)
1000 XR(I)=T4
1010 T5=XI(J)
1020 XI(J)=XI(I)
1030 XI(I)=T5
1040 K=ND2
1050 IF K=J THEN 1090
1060 J=J-K
1070 K=K/2
1080 GOTO 1050
1090 J=J+K
1100 NEXT I
1110 RETURN
1120 B=ABS(G(0))
1130 FOR I=0 TO N-1
1140 IF B >= ABS(G(I)) THEN 1160
1150 B=ABS(G(I))
1160 NEXT I
1170 GOSUB 1450
1180 FOR I=0 TO N/2-1
1190 LINE (I,G(I))-(I+1,G(I+1))
1200 NEXT I
1210 FOR I=0 TO N/2 STEP (N/2-1)/10
1220 LINE(I,0)-(I,-B/15)
1230 NEXT I
1240 FOR I=0 TO N/2 STEP (N/2-1)/50
1250 LINE(I,0)-(I,-B/40)
1260 NEXT I
1270 LOCATE 2,2 :END
1280 CLS
1290 KEY OFF
1300 SCREEN 3
1310 LINE (0,0)-(639,399),1,B

```

```

1320 LOCATE 2,2:PRINT "f(k)"
1330 LOCATE 15,2:PRINT "G(n)"
1340 LOCATE 7,72:PRINT "k"
1350 LOCATE 23,72:PRINT "n"
1360 LOCATE 13,16 :PRINT "FIG 1 : S I G N A L   D ' E N T R E E f(k)"
1370 LOCATE 25,15:PRINT "FIG(2)  DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE G(n)"
1380 LINE (0,0)-(639,399),1,B
1390 LINE (1,205)-(638,205)
1400 VIEW (15,5)-(634,165)
1410 WINDOW (-10,-1.25*FM)-(N+10,1.25*FM)
1420 LINE (-10,0)-(N+10,0)
1430 LINE (0,-1.25*FM)-(0,1.25*FM)
1440 RETURN
1450 VIEW (5,210)-(634,375)
1460 WINDOW (-5,-.25*B)-(N/2+5,1.25*B)
1470 LINE (-5,0)-(N/2+5,0)
1480 LINE (0,-.25*B)-(0,1.25*B)
1490 RETURN
1495 REM *****
1496 REM ***** FENETRES TEMPORELLES DE TRONCATURE *****
1497 REM *****
1500 FOR I=1 TO N/4
1510 V(I)=.54+.46*COS(PI*(4 *(I-1)-N)/N)
1520 NEXT I
1530 FOR I= N/4 TO 3 *N/4
1540 V(I)= 1
1550 NEXT I
1560 FOR I=3 *N/4 TO N
1570 V(I)=.54+.46*COS(PI*(4 *(I-1)-3 *N)/N)
1580 NEXT I
1590 FOR I=1 TO N
1600 XR(I)=XR(I)*V(I)
1610 NEXT I
1620 RETURN
1630 FOR I=1 TO N
1640 XR(I)=XR(I)*(.54+.46*COS(PI*(2*(I-1)-N)/N))
1650 NEXT I
1660 RETURN
1670 ' *****
1680 ' ***** FILTRE NUMERIQUE *****
1690 ' *****
1700 CLS:LOCATE 3,10
1710 INPUT "ORDRE DU FILTRE NF: ",NF
1720 INPUT "FREQUENCE DE COUPURE FC=",FC
1730 PI=6.28318307179586# /2:DET=.05
1740 DIM H(N ),P(B,N ),Y(N+NF)
1750 FG =NF*FC /F1
1760 GOSUB 2010
1770 GOSUB 1840
1780 FOR K=(NF-1)/2 TO NF-2
1790 H(K)=H(K-(NF-1)/2)
1800 NEXT K
1810 FOR K=0 TO (NF-1)/2
1820 H(K)=H(NF-1-K)
1830 NEXT K
1840 FOR K=0 TO (NF-1)/2
1850 H(K)=1/NF
1860 FOR I=1 TO (NF-1)/2+1
1870 IF I<FG -1 THEN G = 1:GOTO 1910

```

```

1880 IF I<FG THEN G =R1:GOTO 1910
1890 IF I<FG +1 THEN G =R2:GOTO 1910
1900 G =0
1910 ' *****
1920 ' ***** CALCUL DES H(K) *****
1930 ' *****
1940 X=2*G*CO5(2*PI*K*I/NF)
1950 H(K)=H(K)+X/NF
1960 NEXT I
1970 PRINT USING "H(##";K;
1980 PRINT USING ")=+#.#####";H(K)
1990 NEXT K
2000 GOSUB 2200
2010 IB=INT(FG)
2020 DIM P1(IB+1),P2(IB+2),P3(IB+3),P4(IB+4)
2030 F1=(2*IB-1)/(2*NF):F2=(2*IB+3)/(2*NF)
2040 FOR J=0 TO IB+1
2050 P1(J)=SIN (NF*PI*(F1-J/NF))/(NF*SIN (PI*(F1-J/NF)))
2060 P2(J)=SIN (NF*PI*(F1+J/NF))/(NF*SIN (PI*(F1+J/NF)))
2070 P3(J)=SIN (NF*PI*(F2-J/NF))/(NF*SIN (PI*(F2-J/NF)))
2080 P4(J)=SIN (NF*PI*(F2+J/NF))/(NF*SIN (PI*(F2+J/NF)))
2090 NEXT J
2100 A1=P1(0):A2=P3(0)
2110 FOR J=1 TO IB-1
2120 A1=A1 +P1(J)+P2(J):A2=A2+P3(J)+P4(J)
2130 NEXT J
2140 B1=P1(IB)+P2(IB):B2=P3(IB)+P4(IB)
2150 C1=P1(IB+1)+P2(IB+1):C2=P3(IB+1)+P4(IB+1)
2160 D=B1*C2-B2*C1:D1=C2*(1+DET -A1)+C1*( DET+A2)
2170 D2=B1*( -DET -A2)-B2*(1+DET-A1)
2180 R1=D1/D:R2=D2/D
2190 RETURN
2200 NC=N+((NF-1)/2)
2210 FOR I=(NF-1)/2 TO NC
2220 Y(I)=0
2230 FOR K=0 TO NF-1
2240 IF I< K THEN K=NF :GOTO 2260
2250 Y(I)=Y(I)+H(K)*XR(I-K)
2260 NEXT K
2270 J=I-((NF-1)/2)
2280 XR(J)=Y(I)
2290 NEXT I
2300 GOTO 560

```

ANNEXE 2

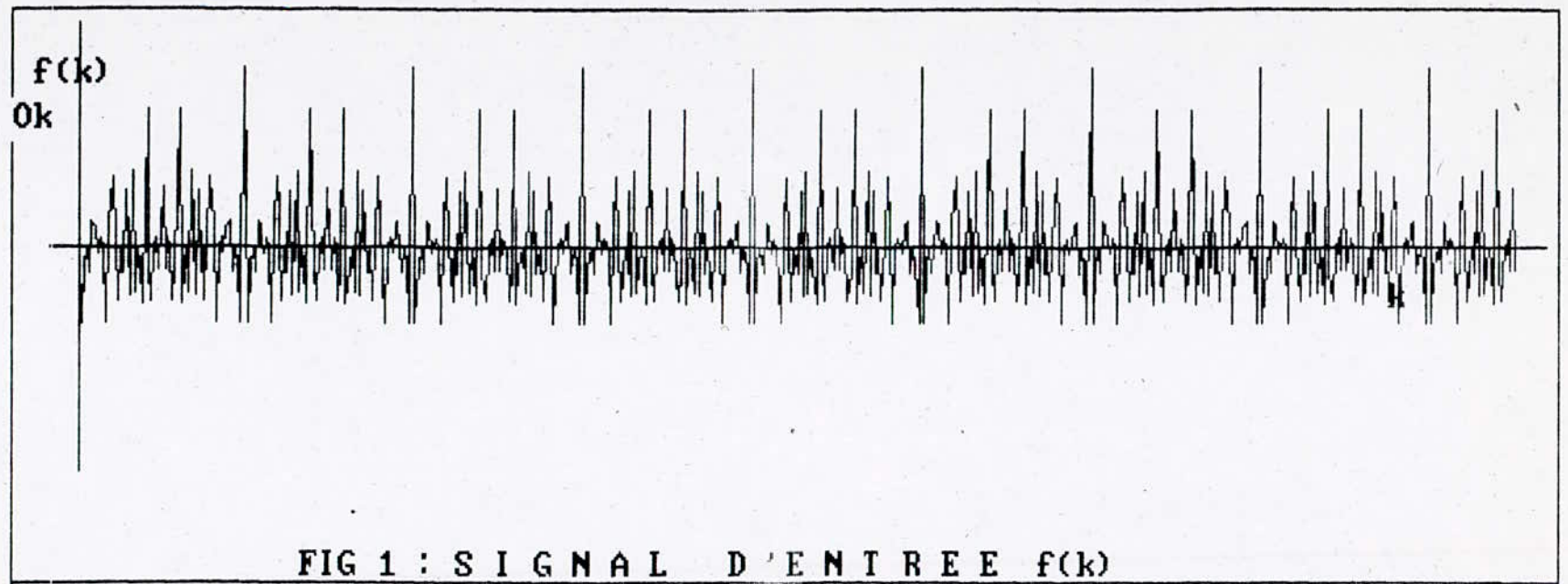
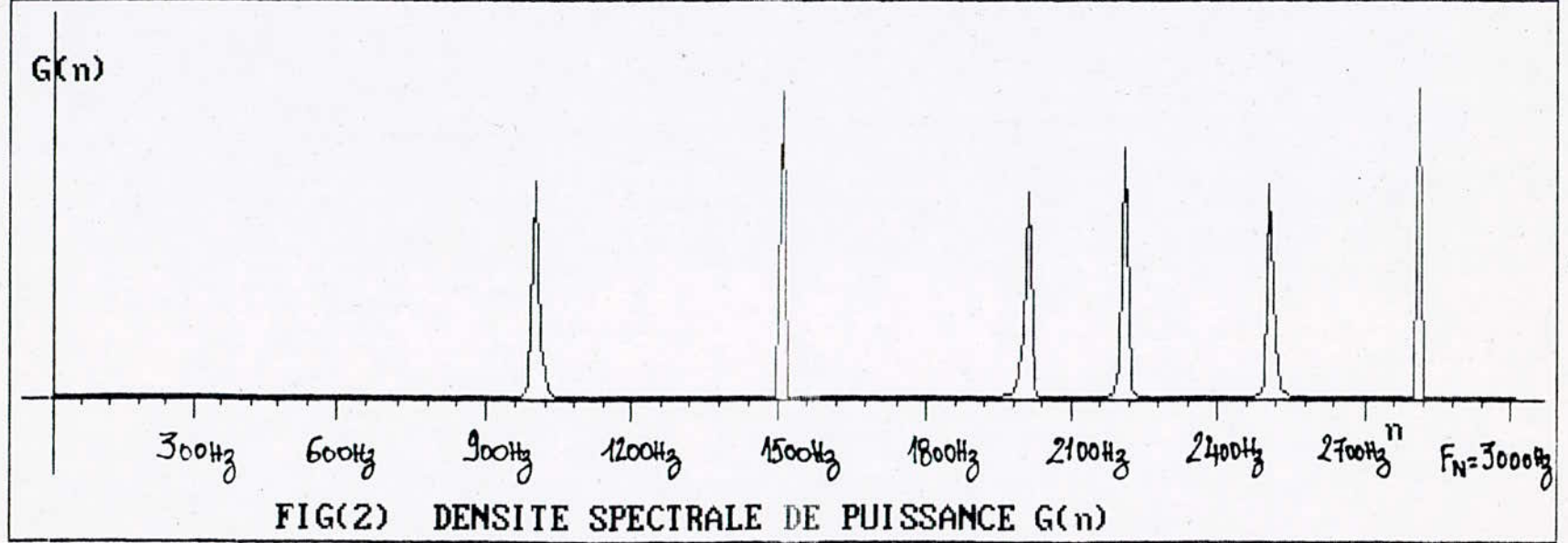


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 1.a.

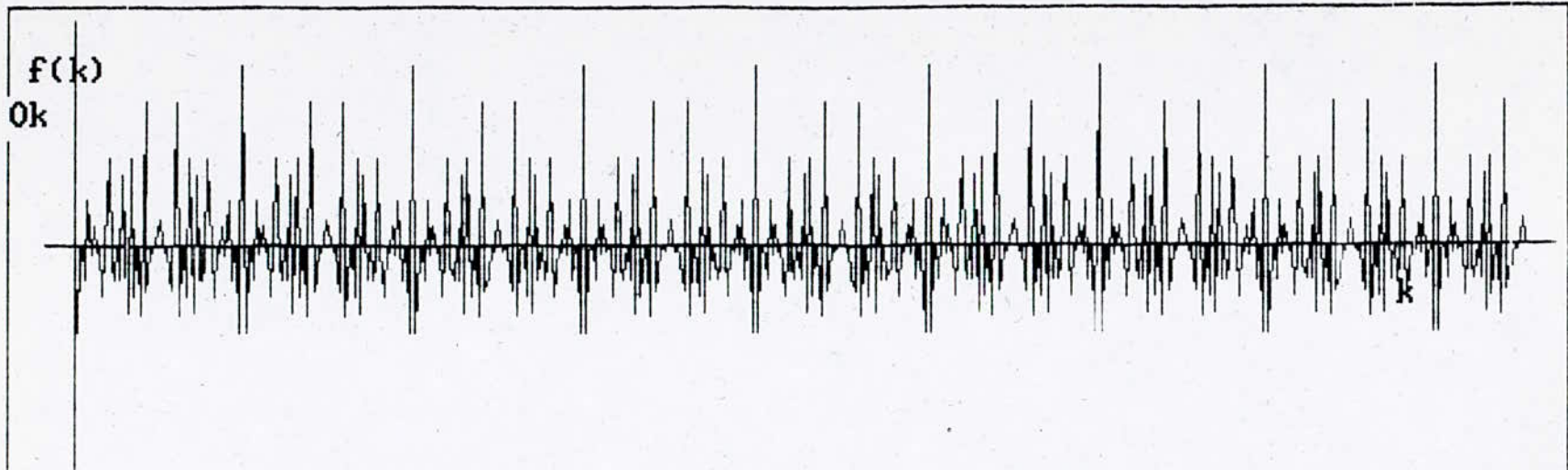
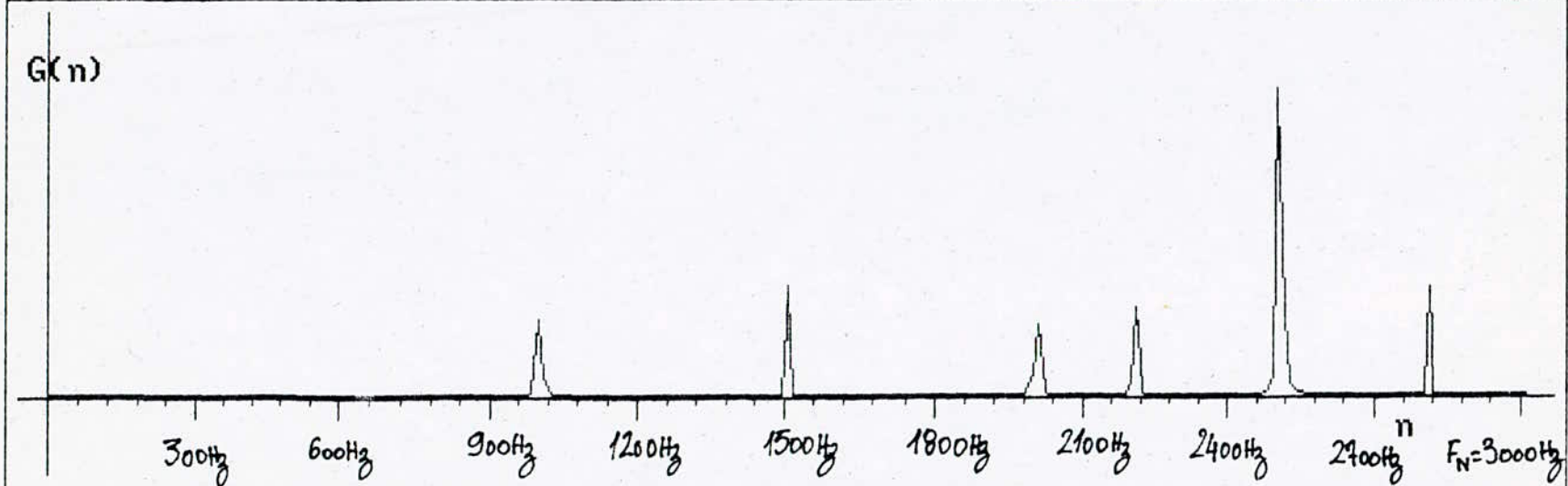


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 1b.

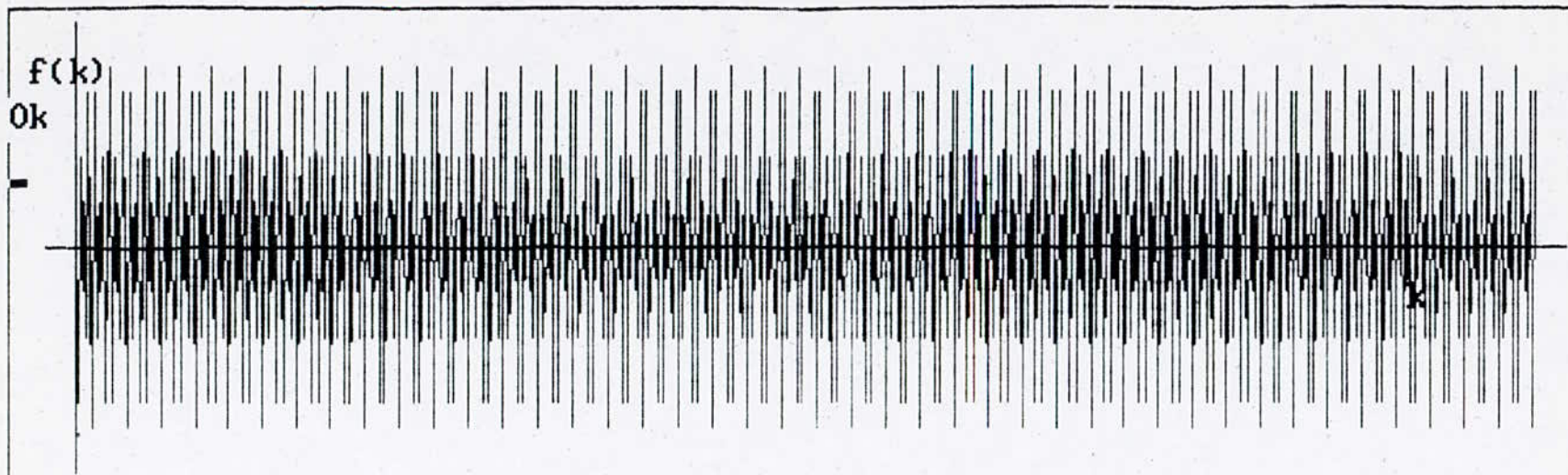
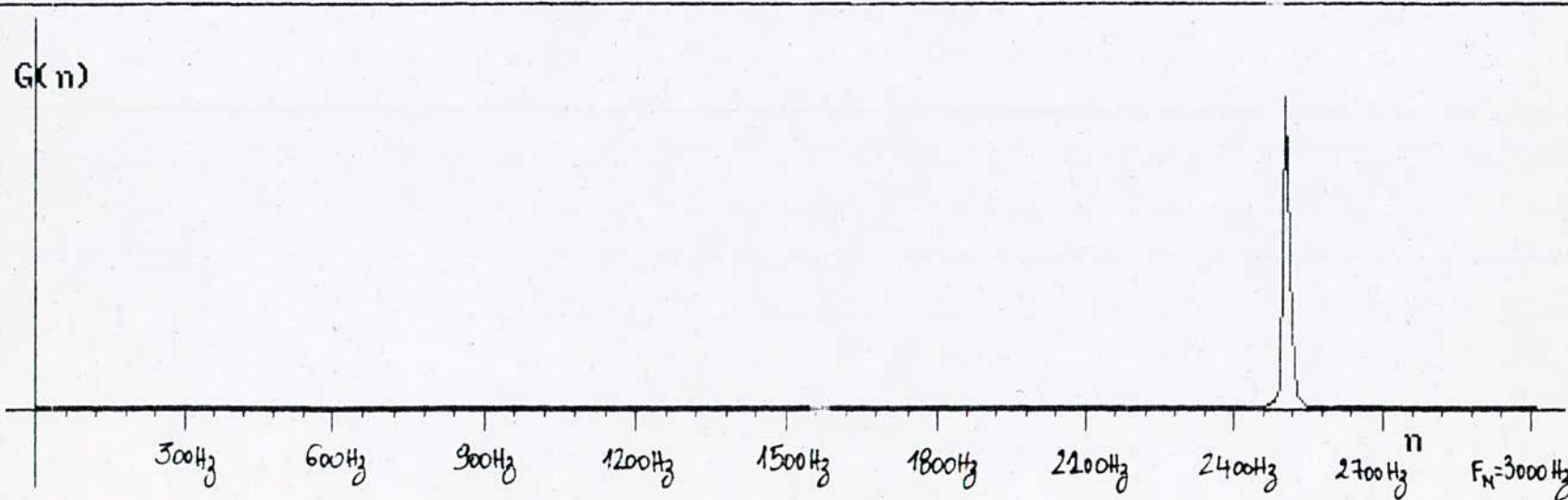


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 1.C.

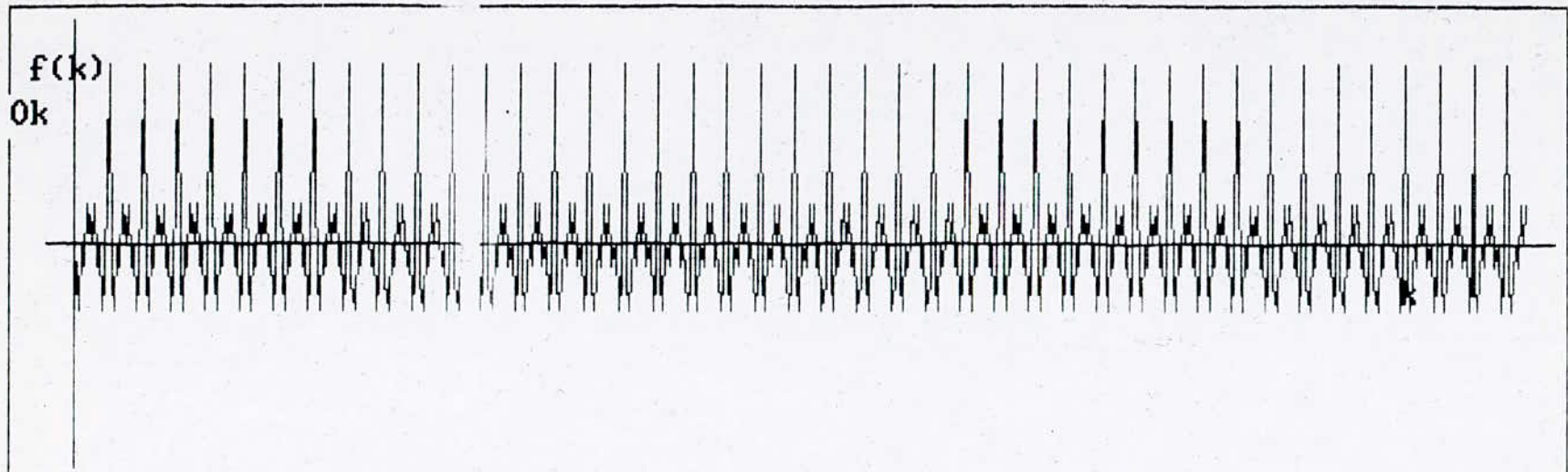
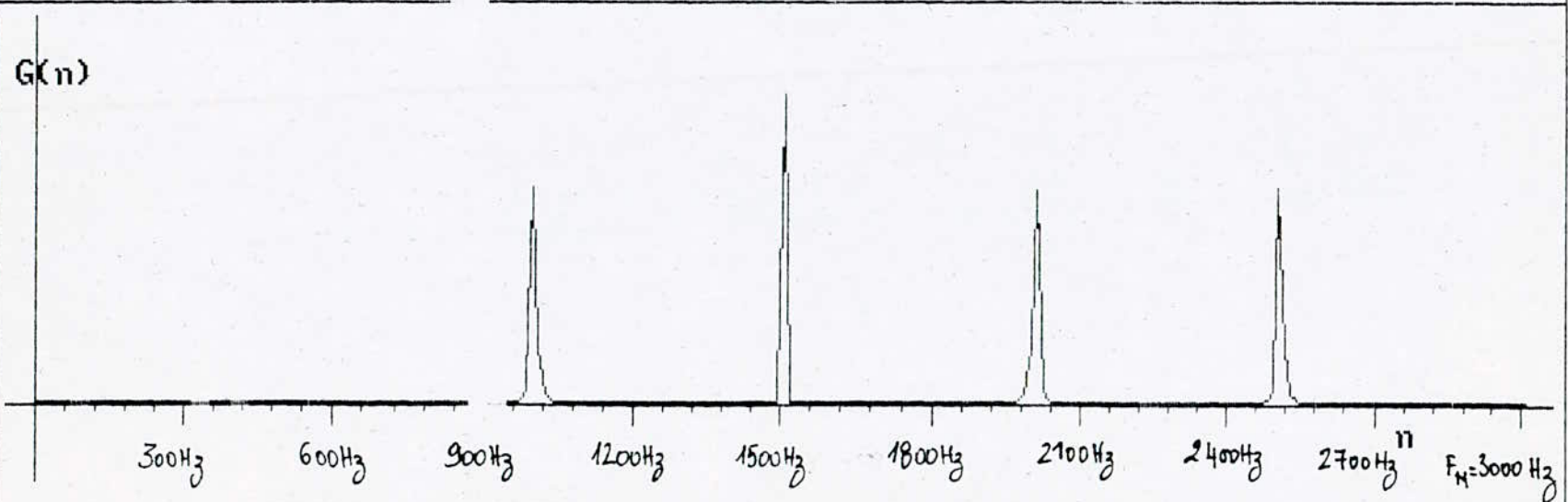


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 2.a .

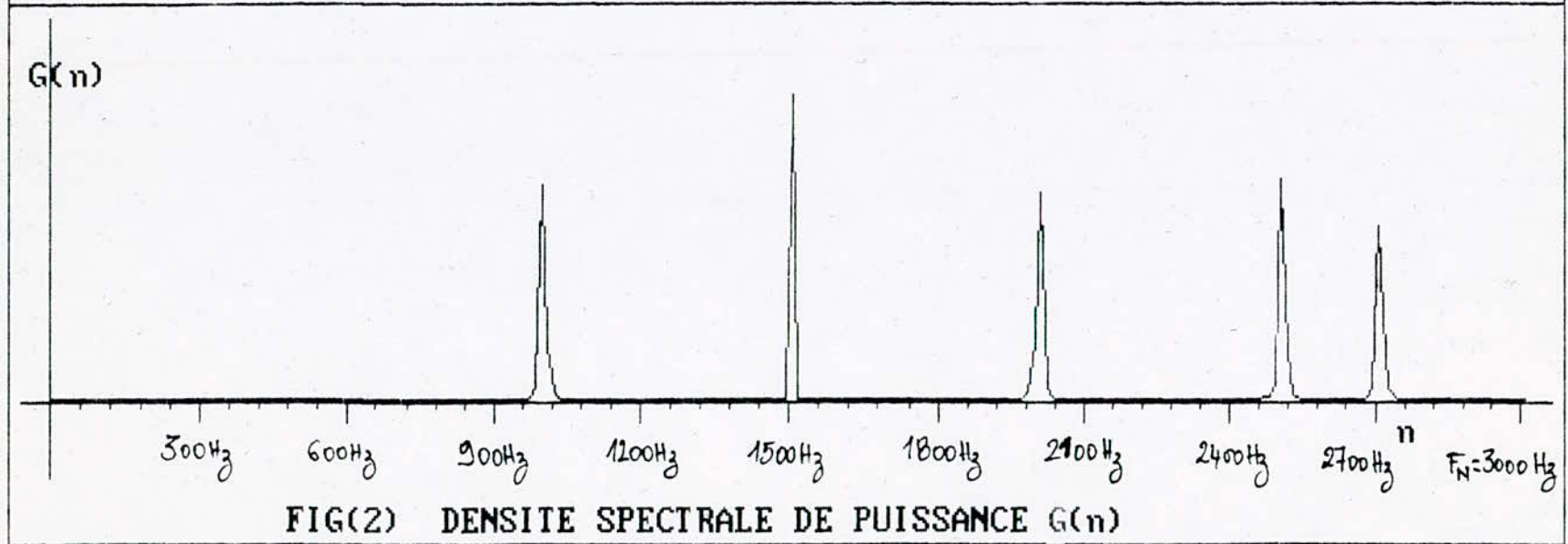
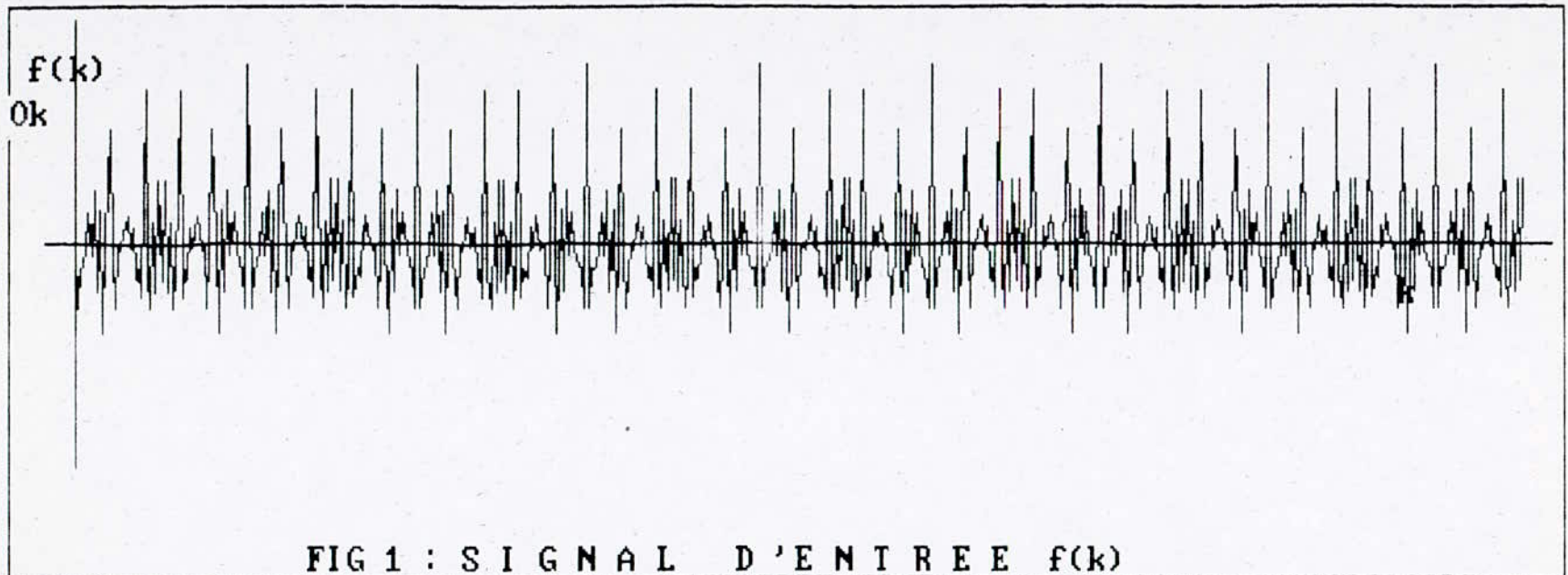


Fig 2.b

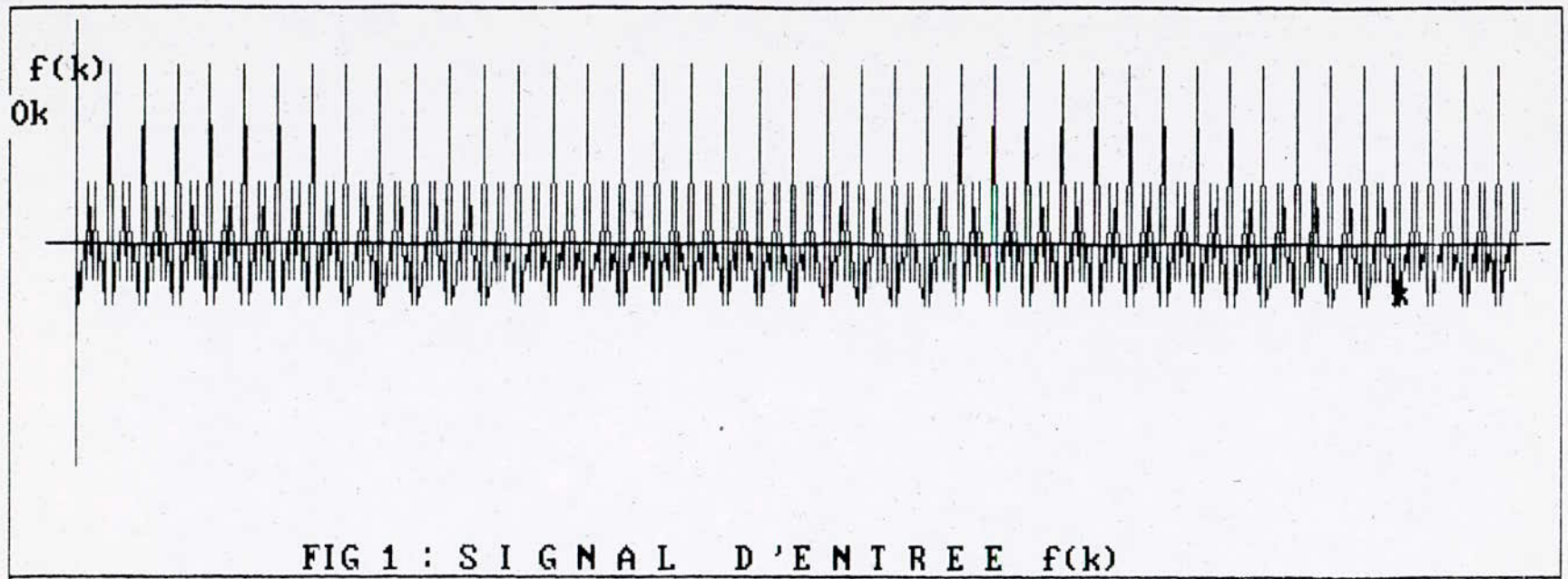
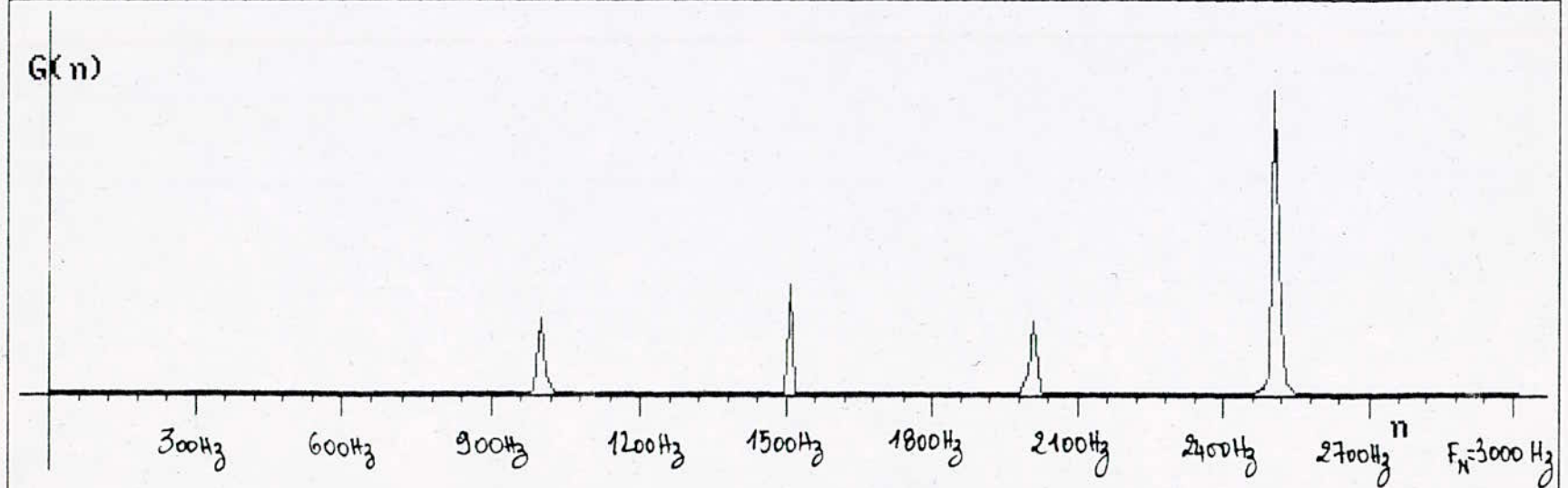


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 2.c

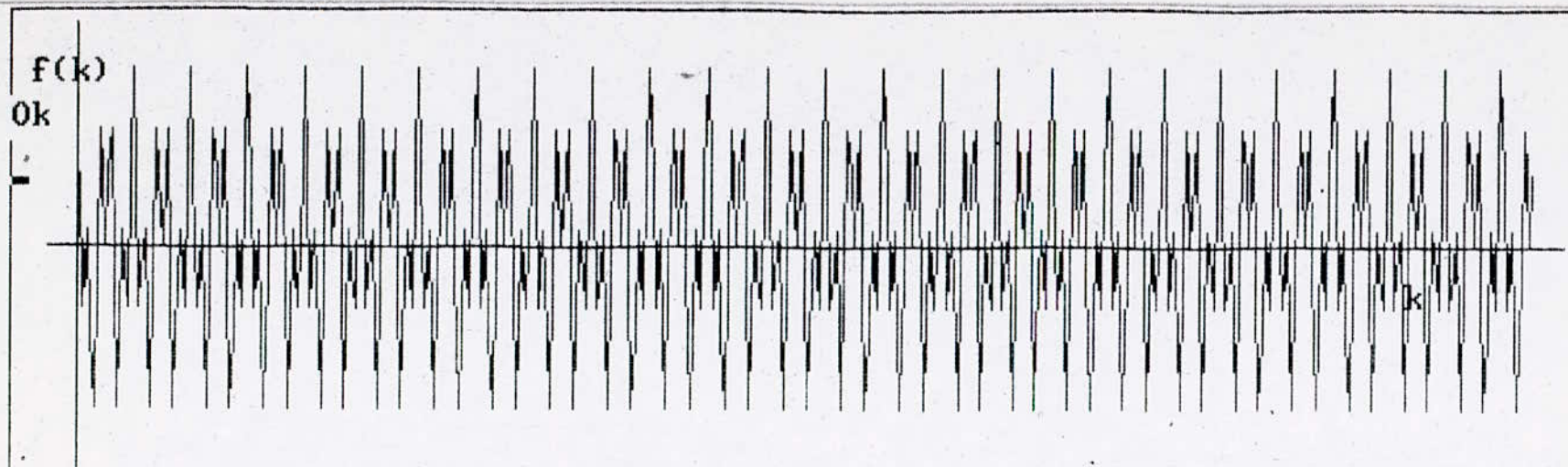
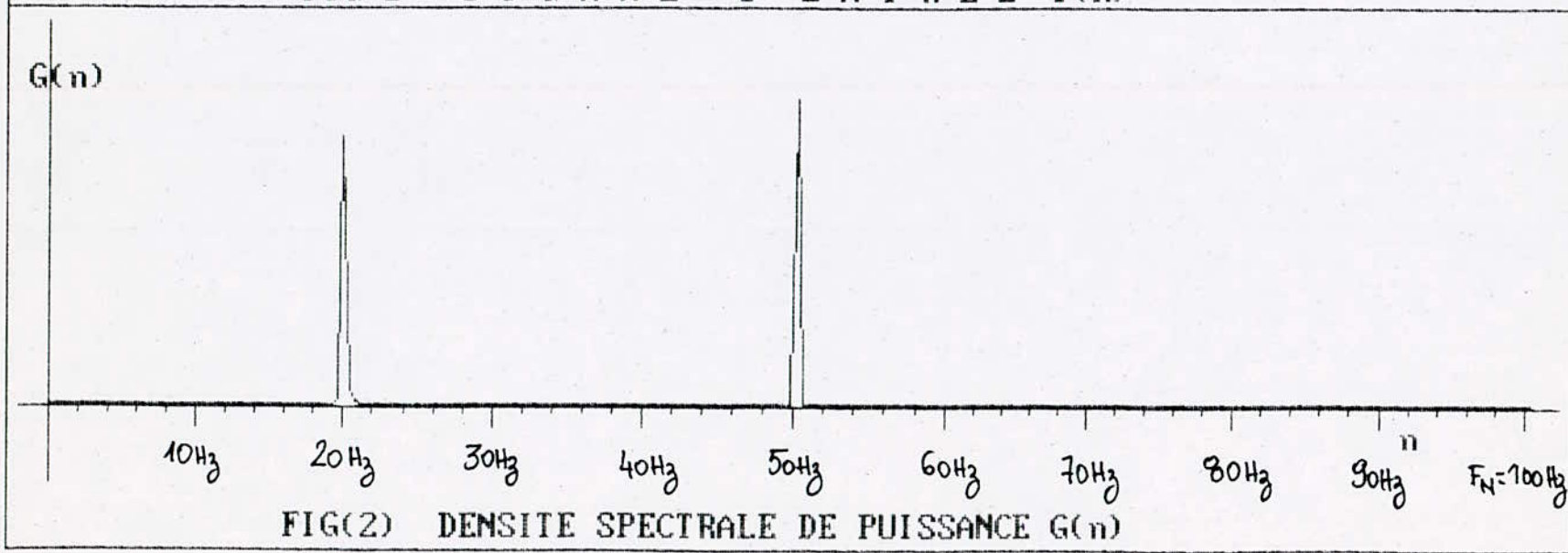


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 3.a .

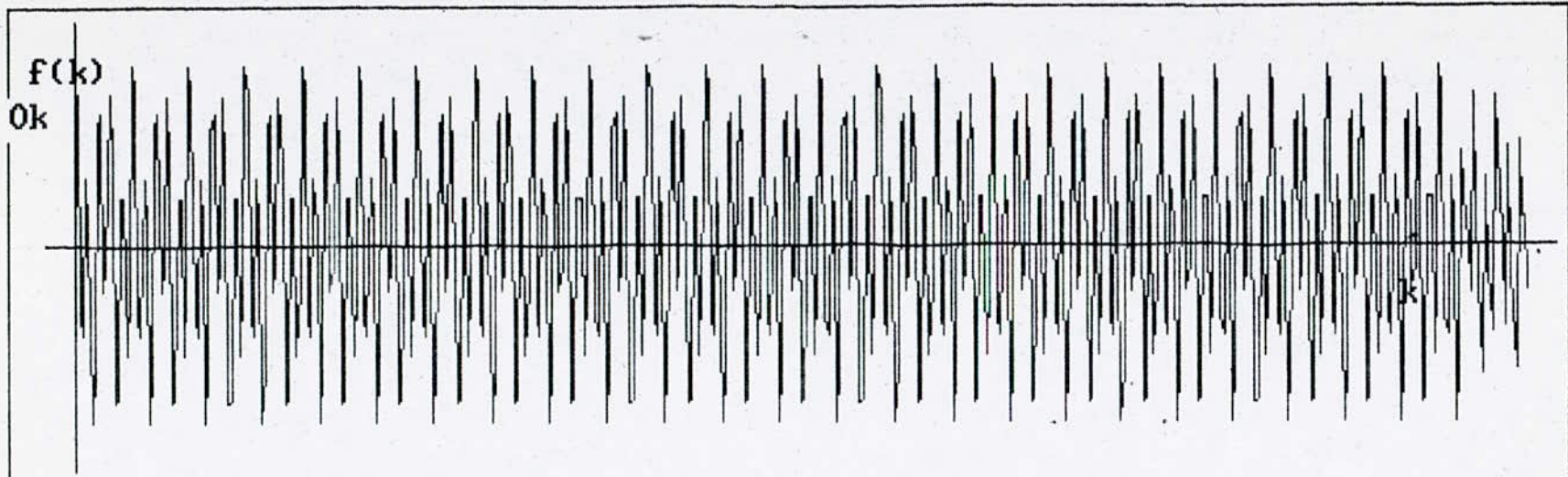
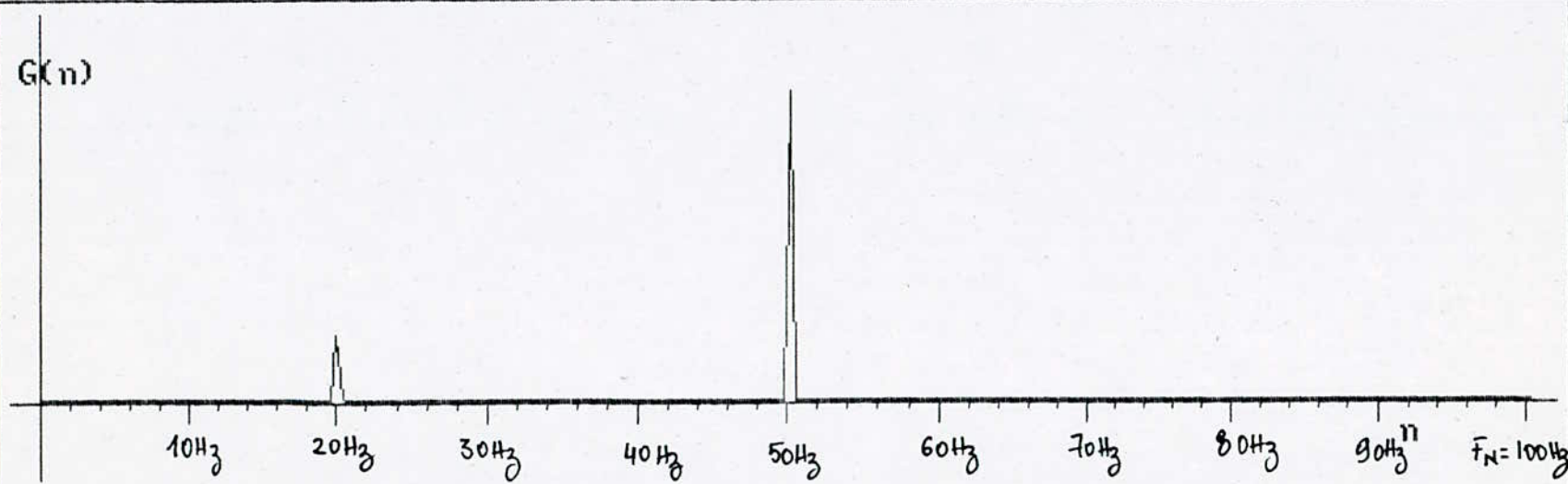


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 3.b.

ANNEXE 3.

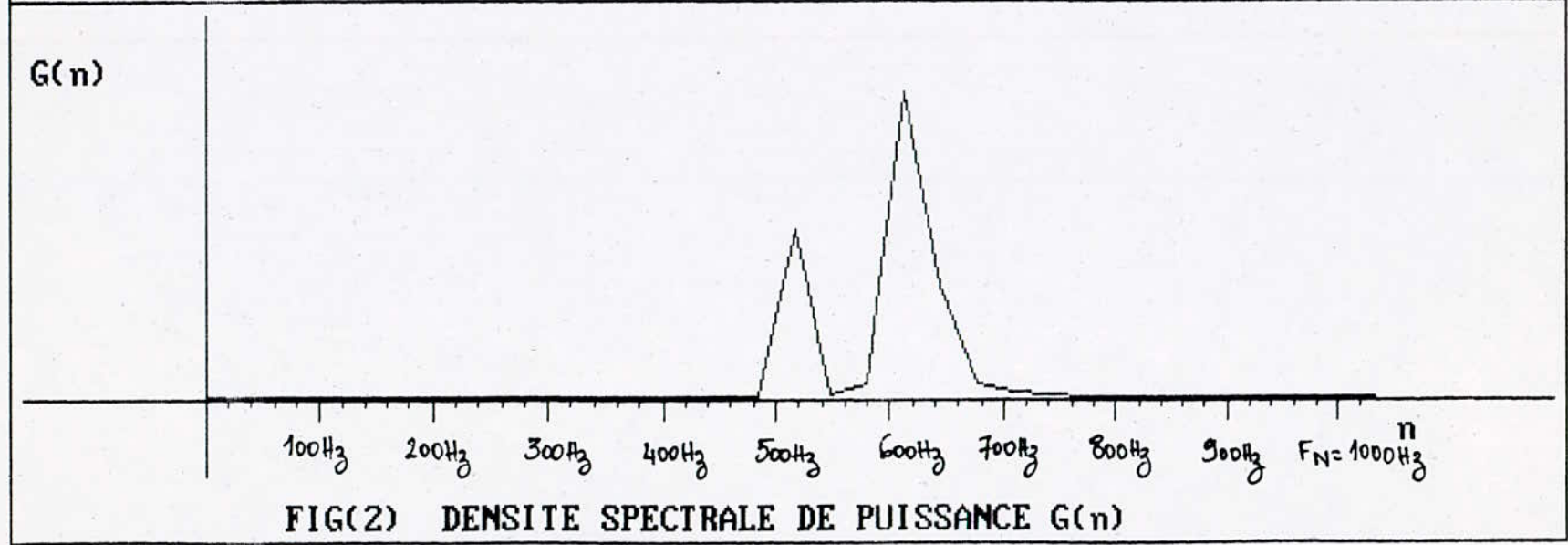
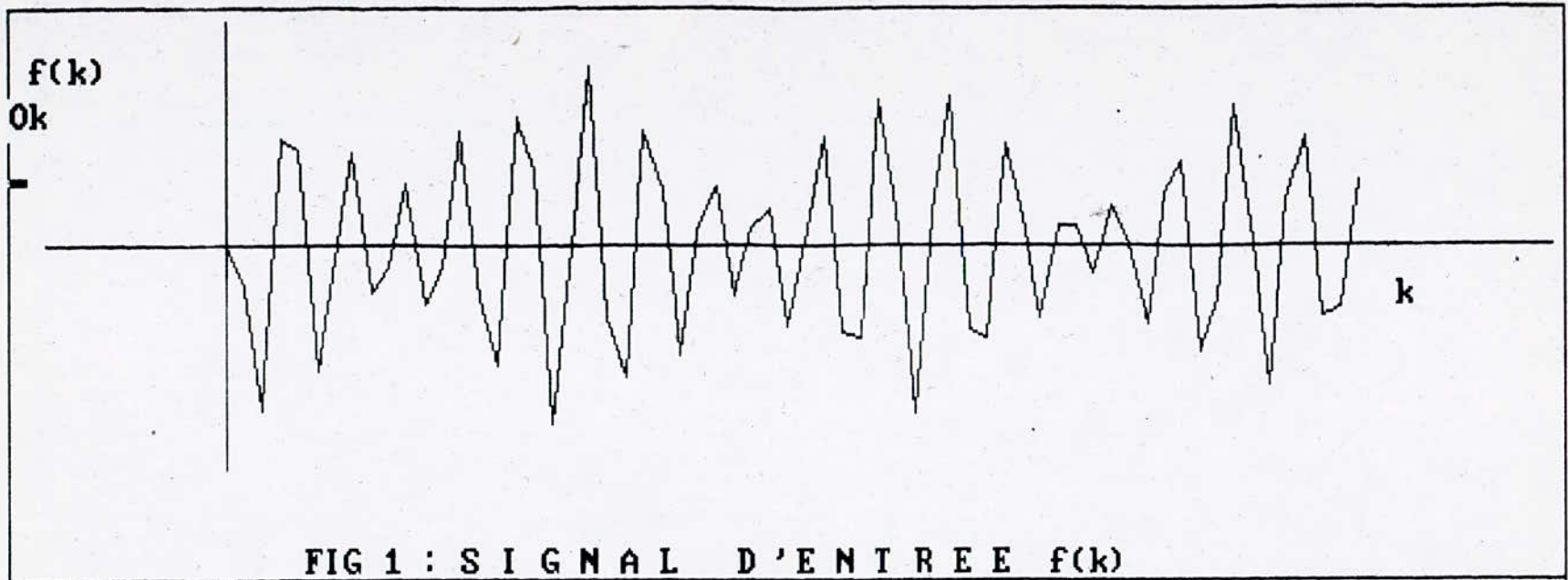


Fig 4.a. - N=64 -

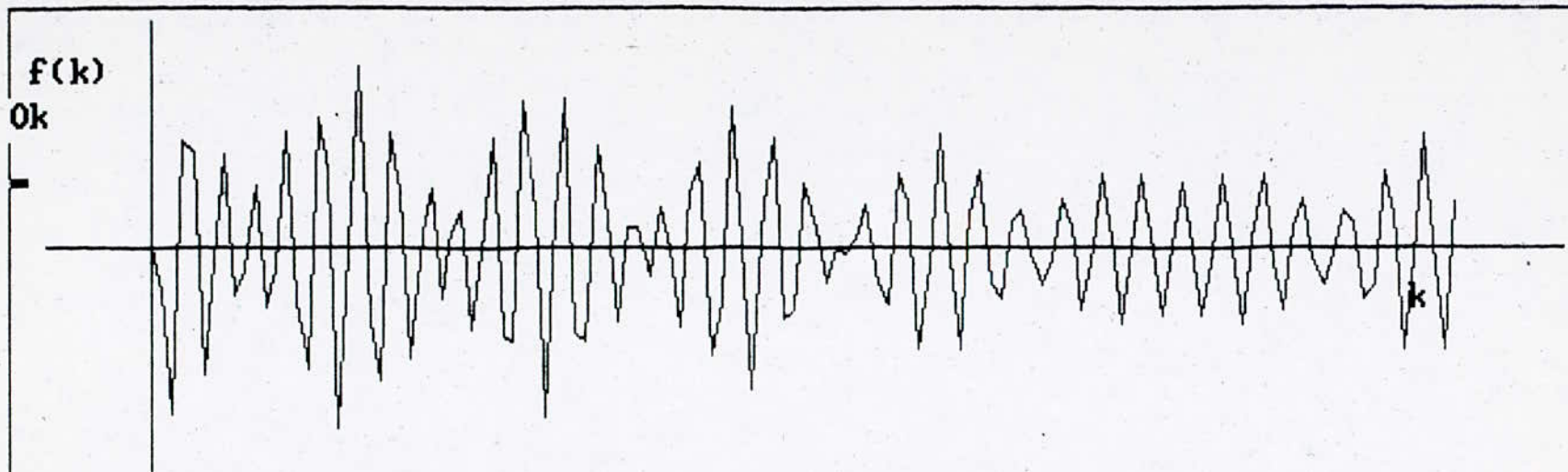
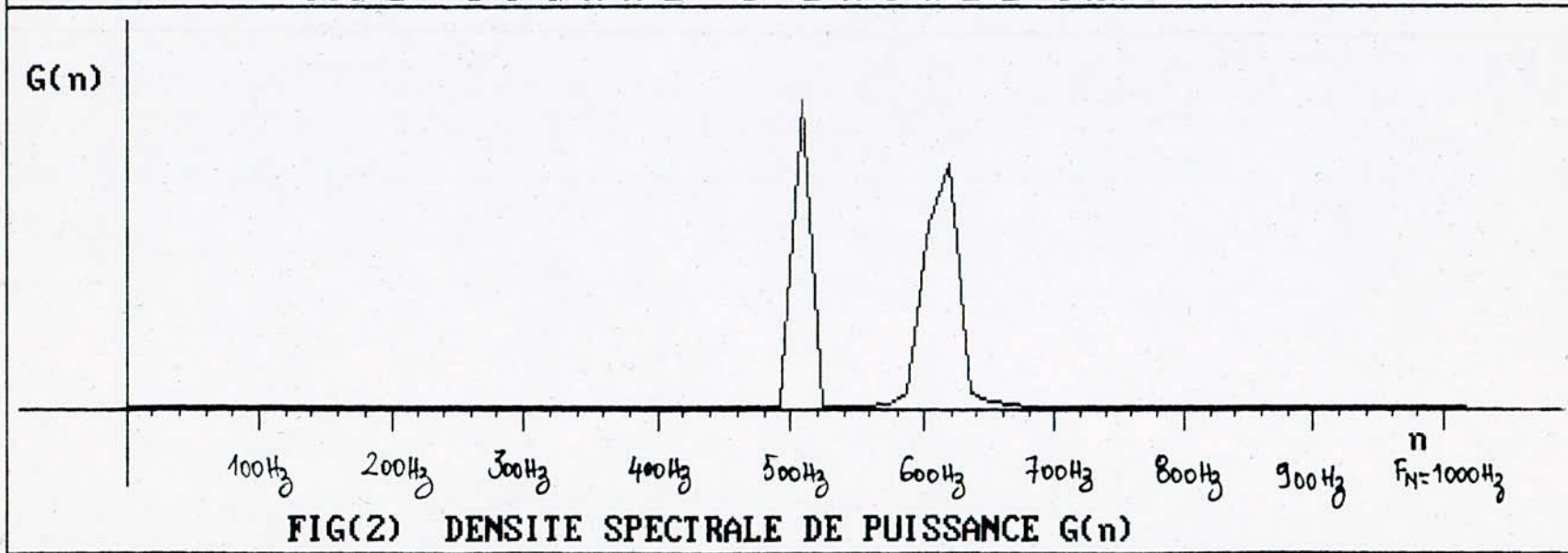


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 1b - $N = 128$ -

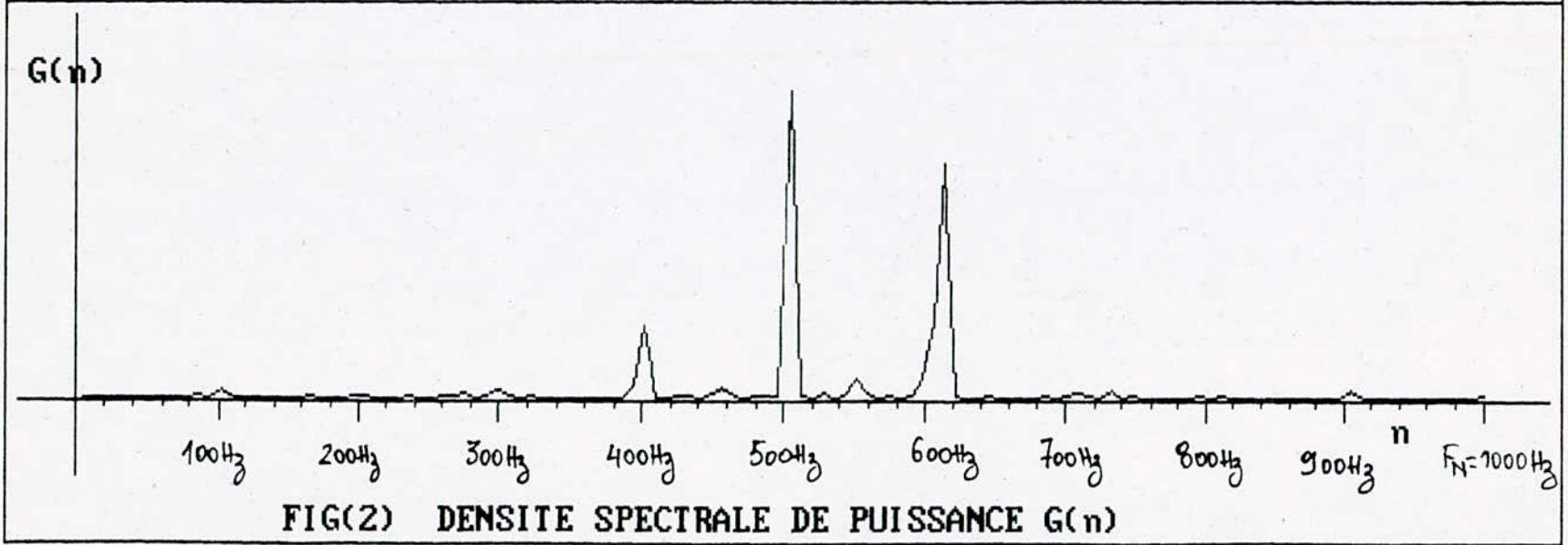
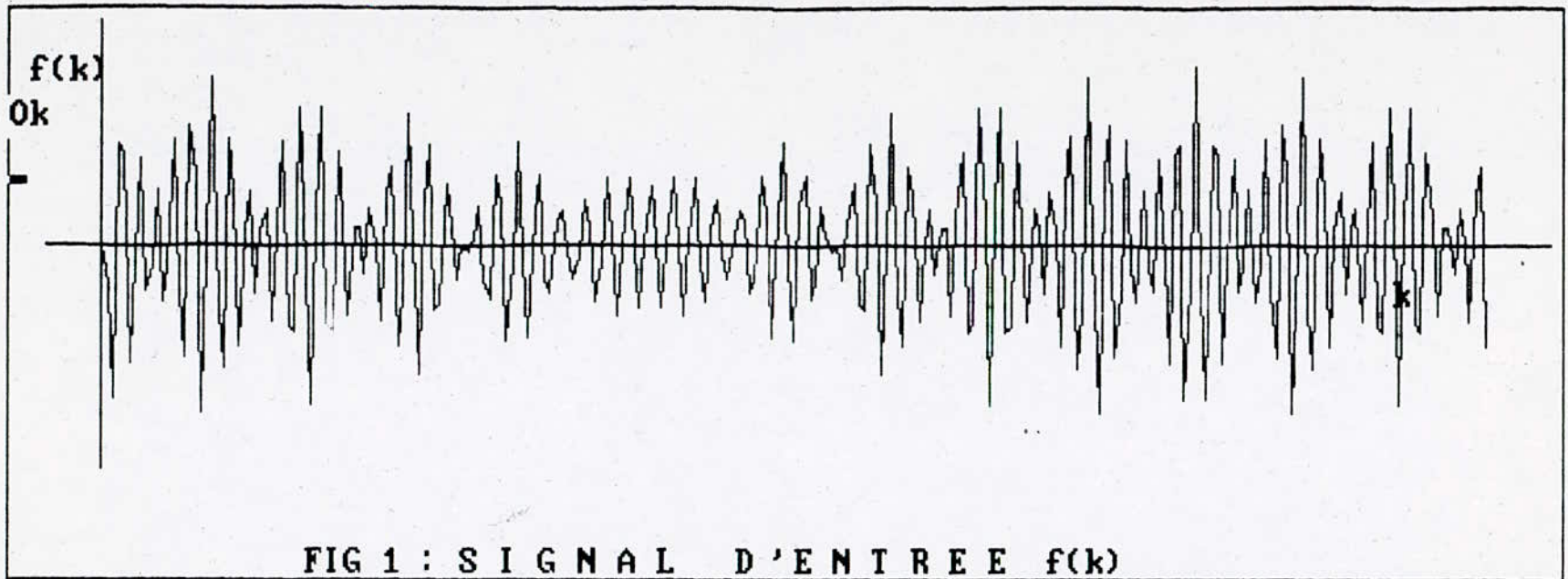


Fig .4.c - N= 256 -

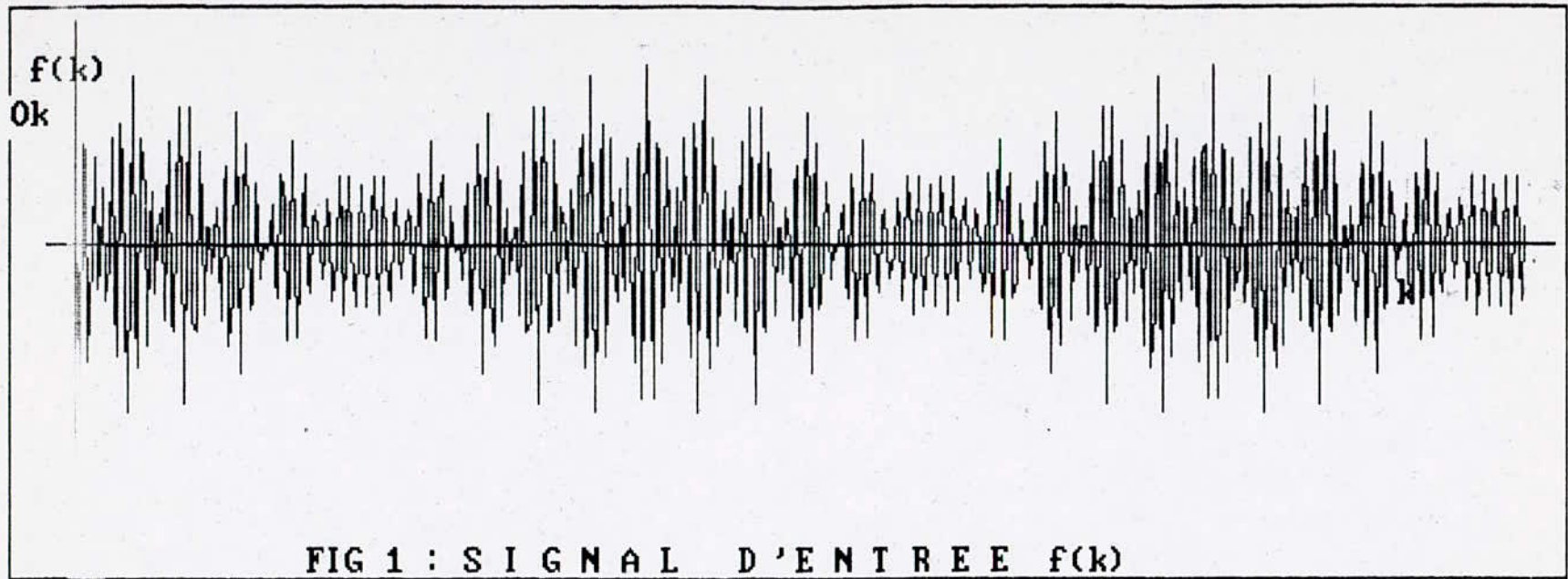
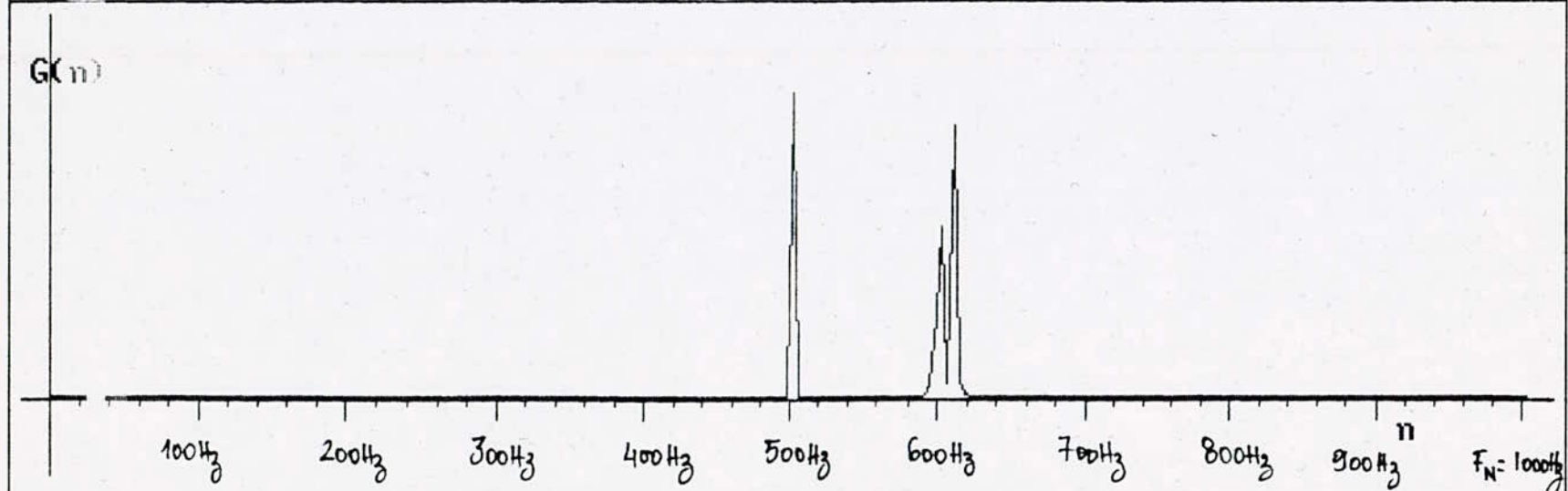


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 4.d - N = 512 -

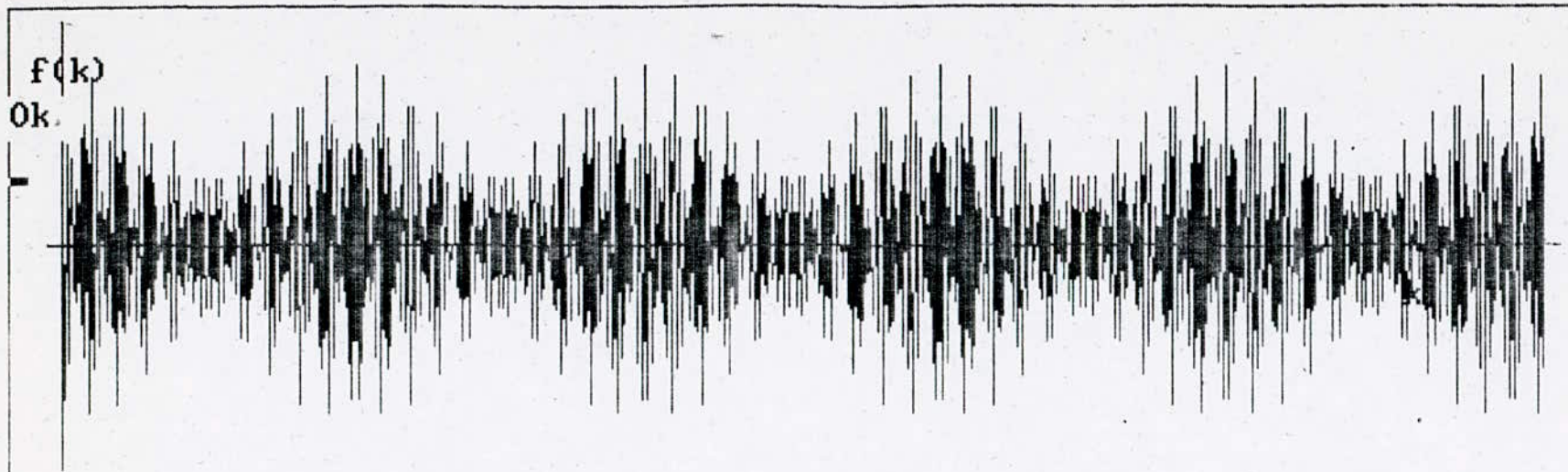
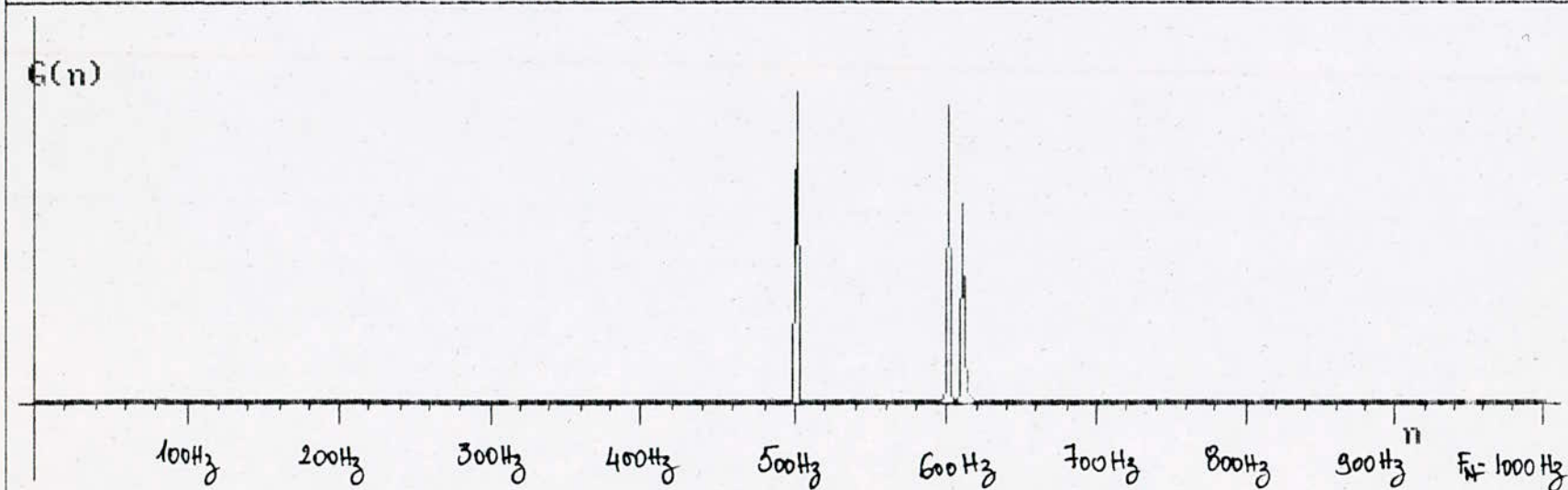


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

Fig 4 e. $N = 1024$ -

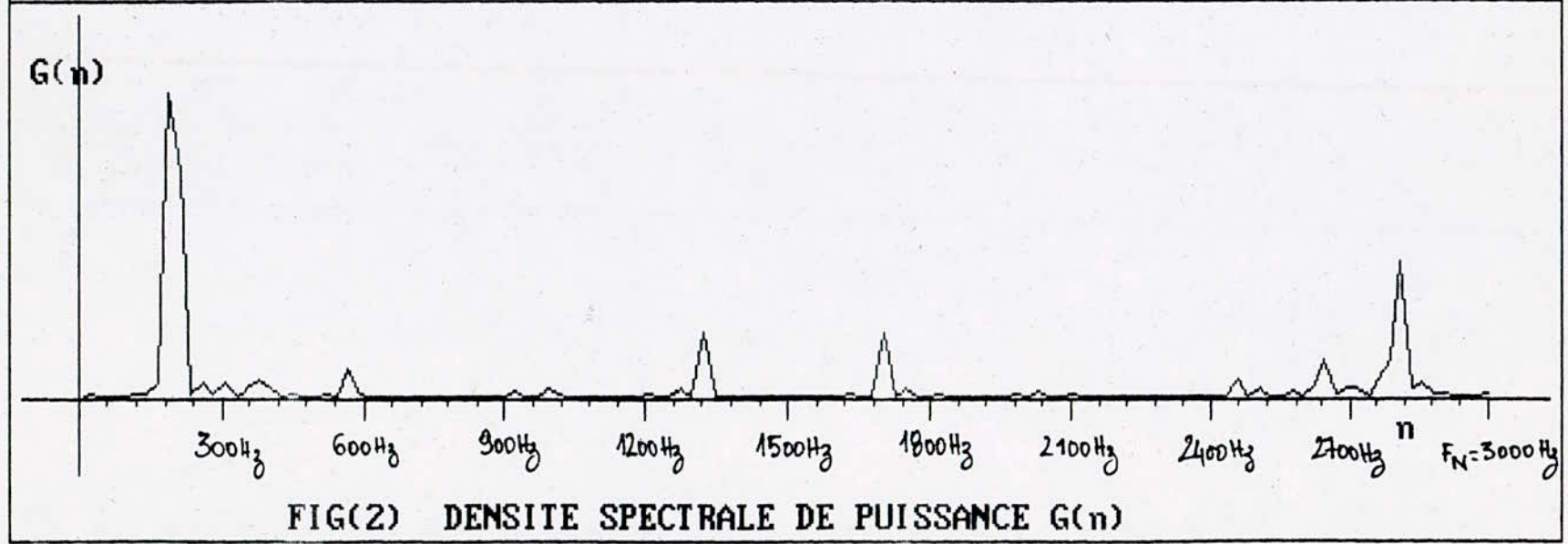
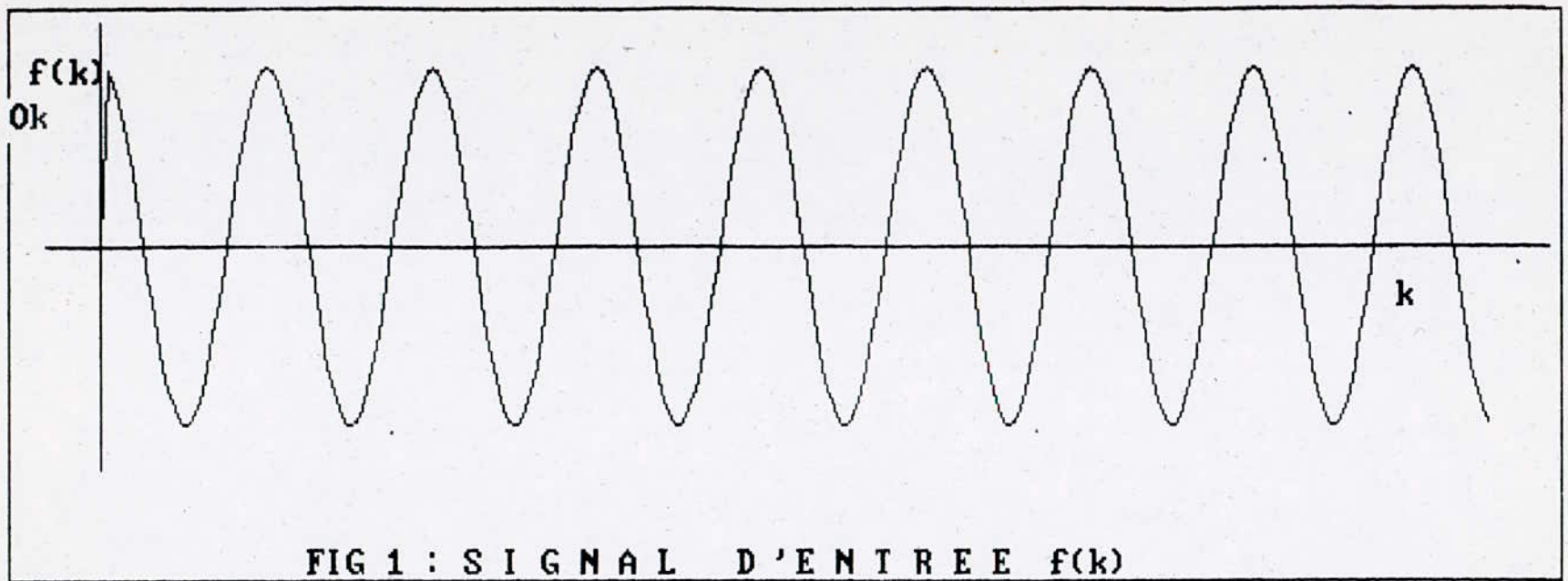


Fig 5

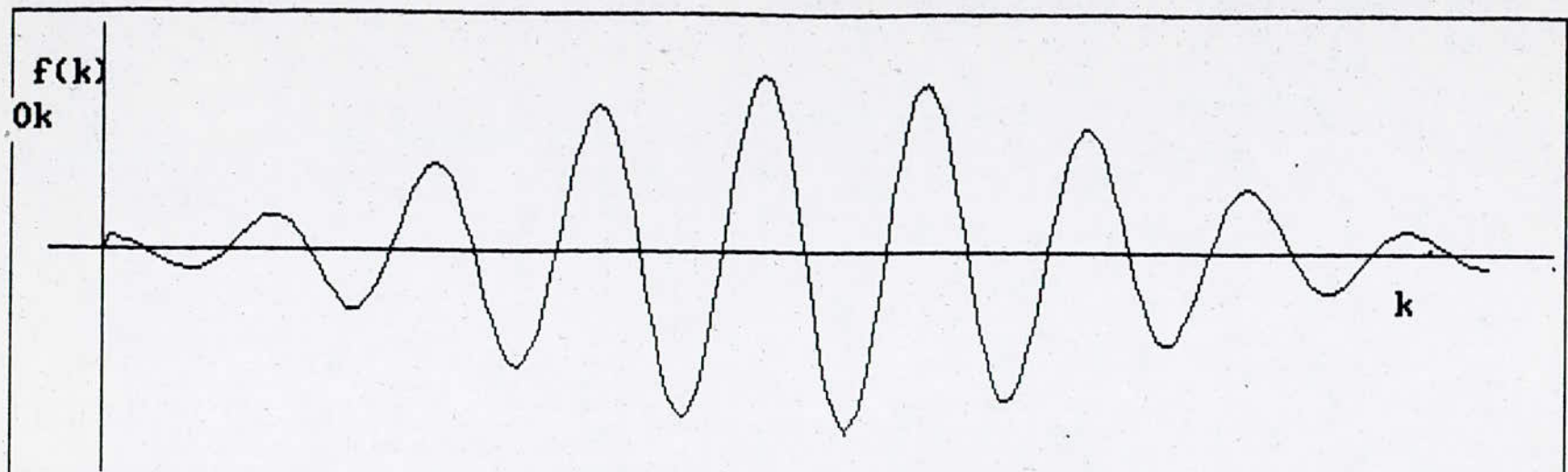
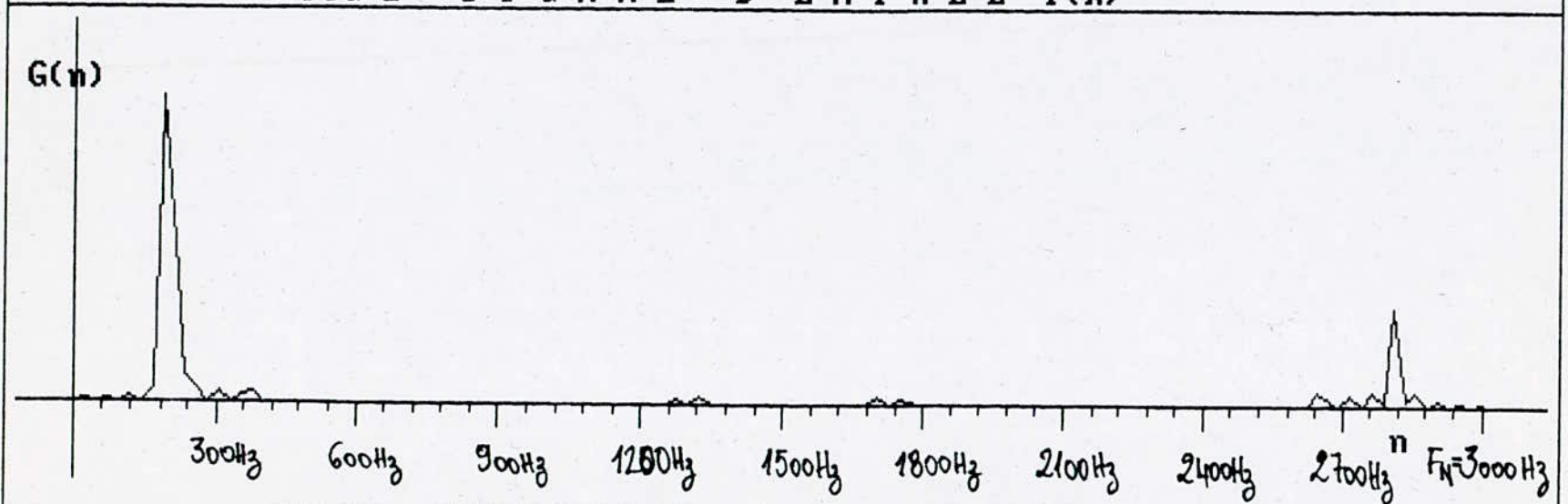


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

- Fig 6a -

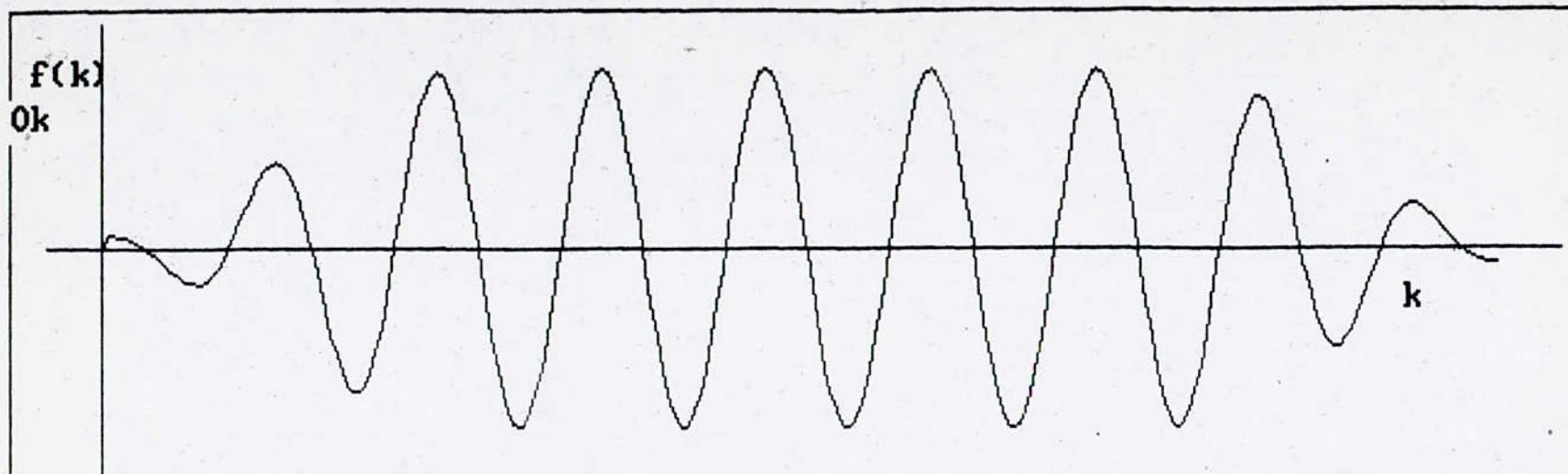
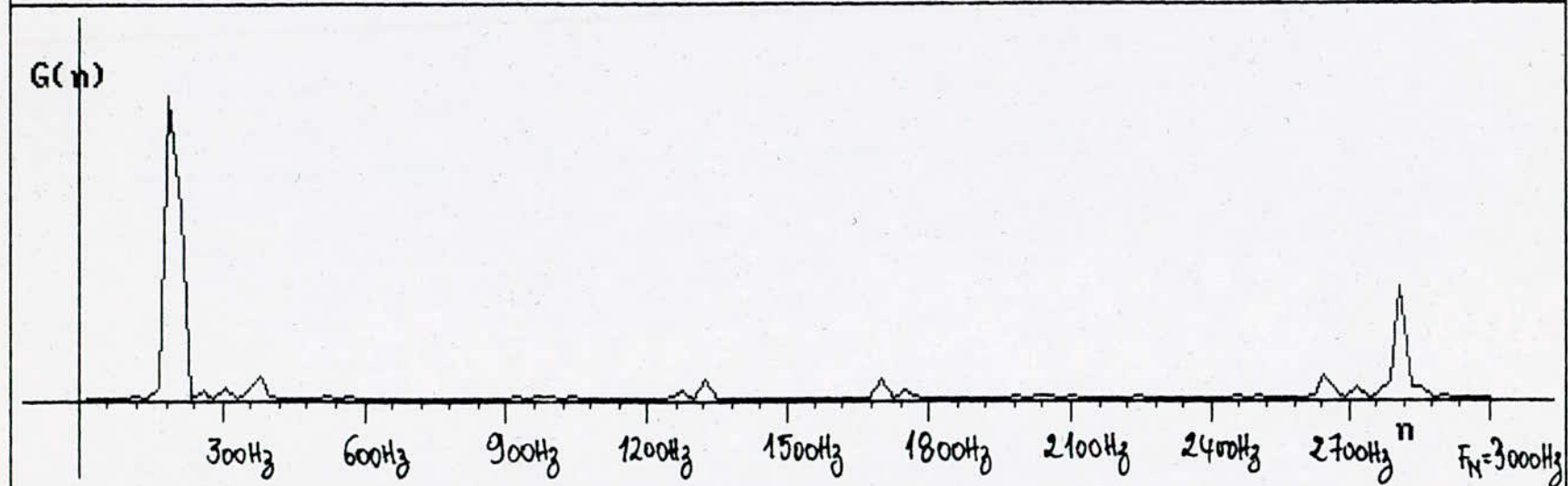


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

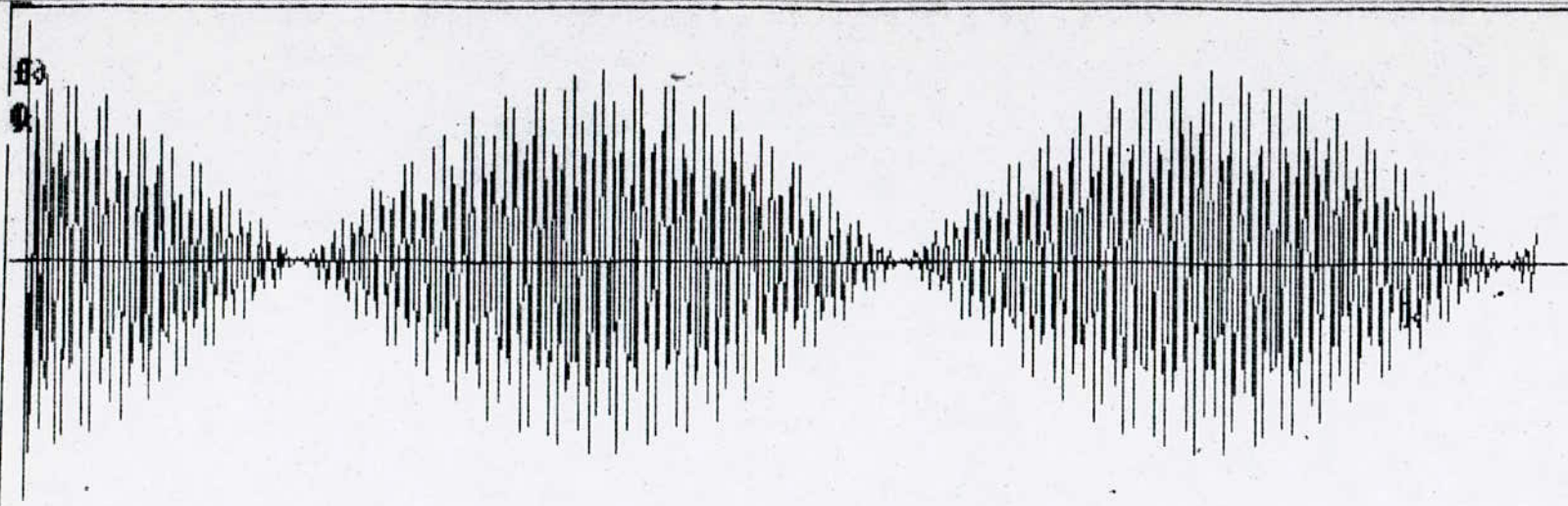
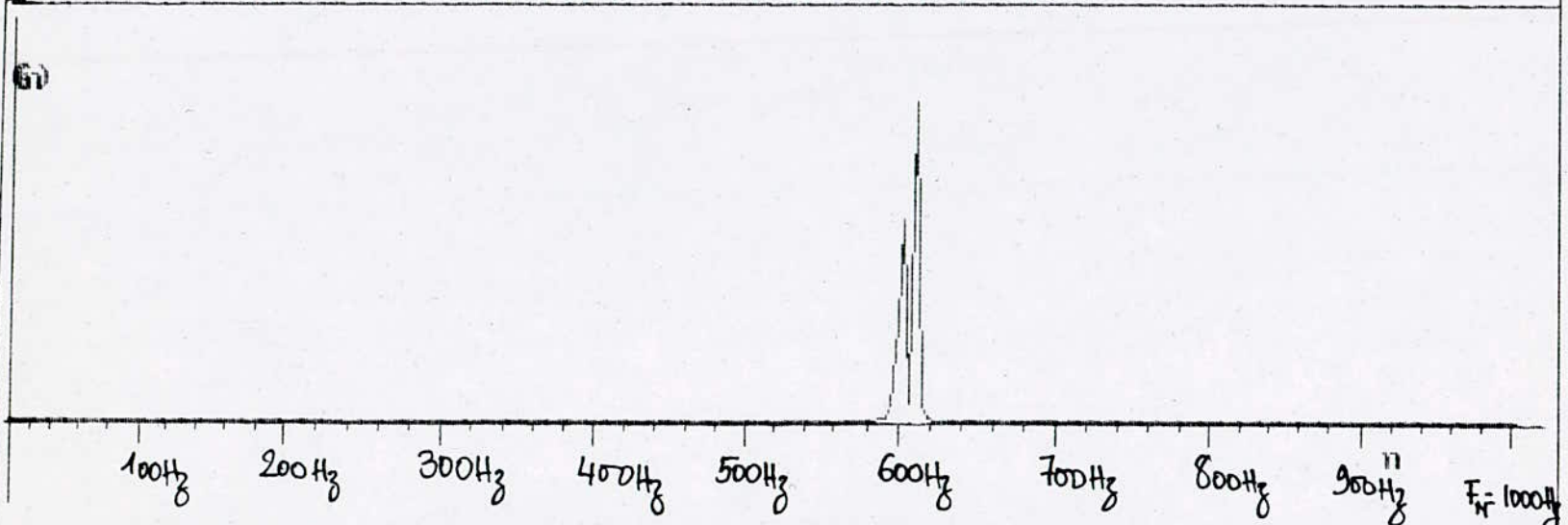


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(t)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(f)$

- Fig 7a -

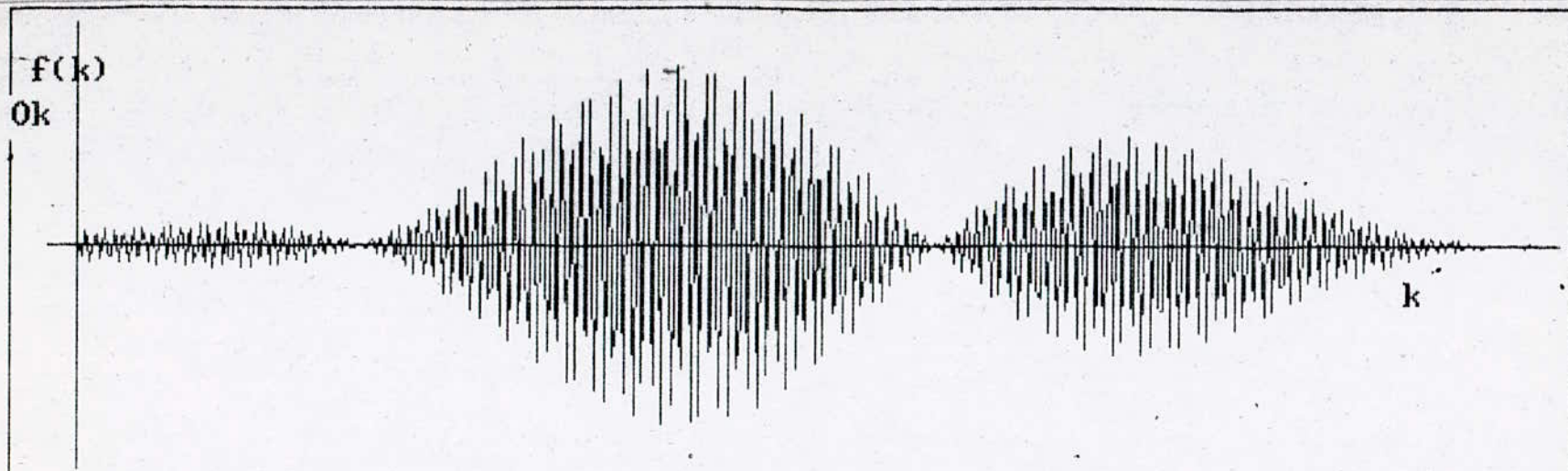
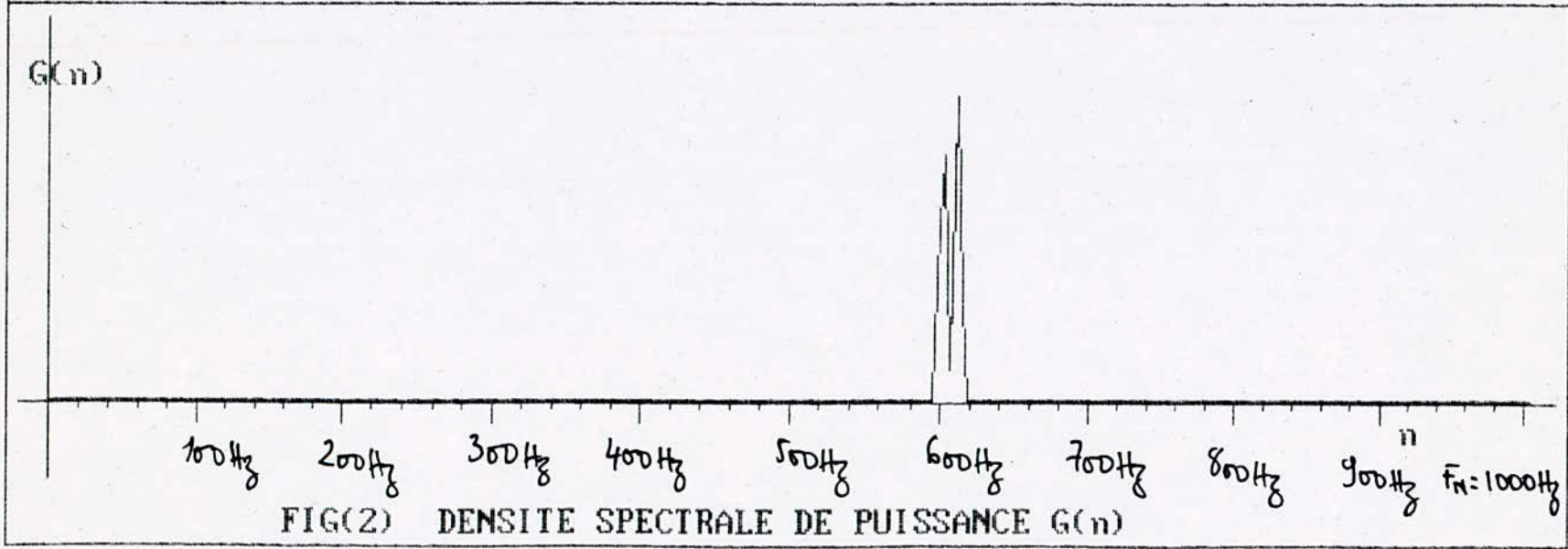


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

-Fig 1b-

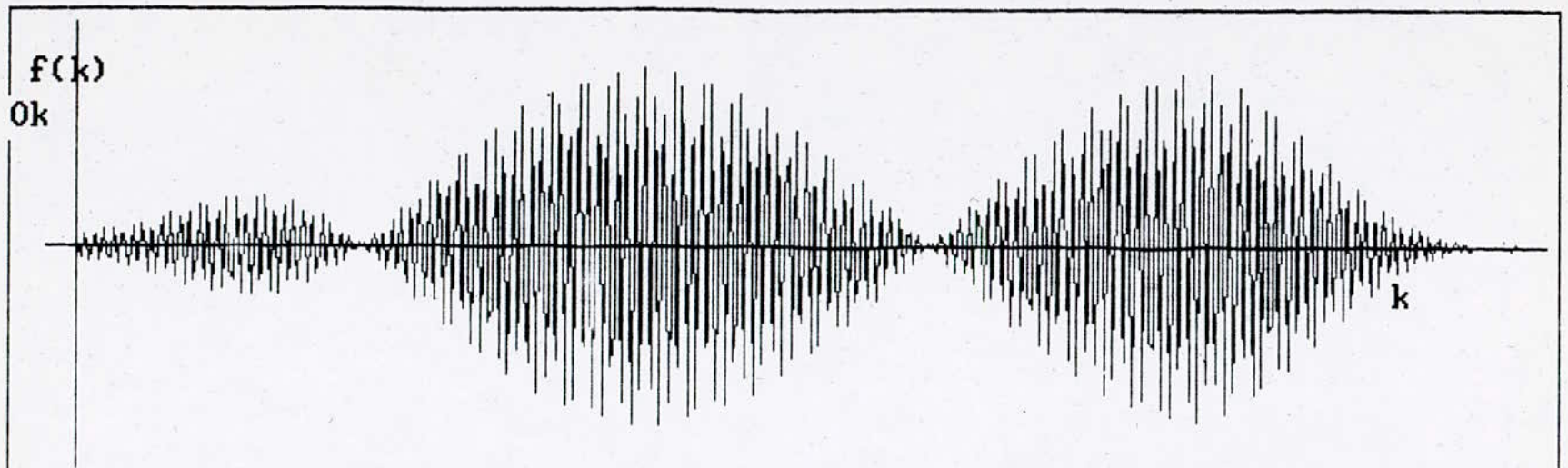
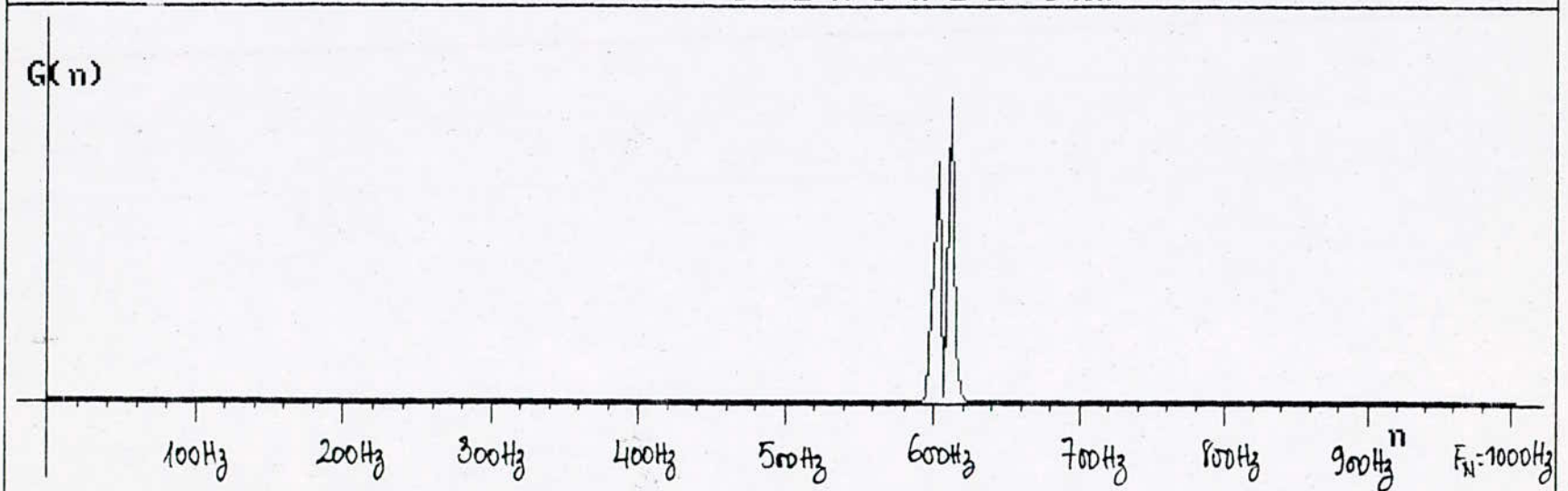


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

ANNEXE 4.

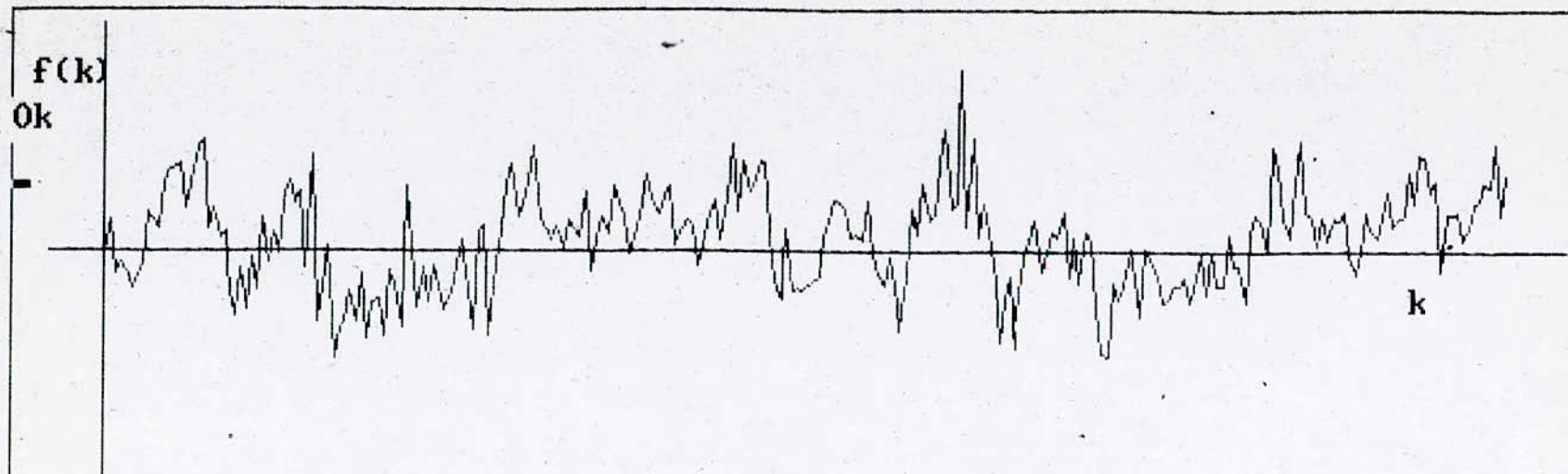
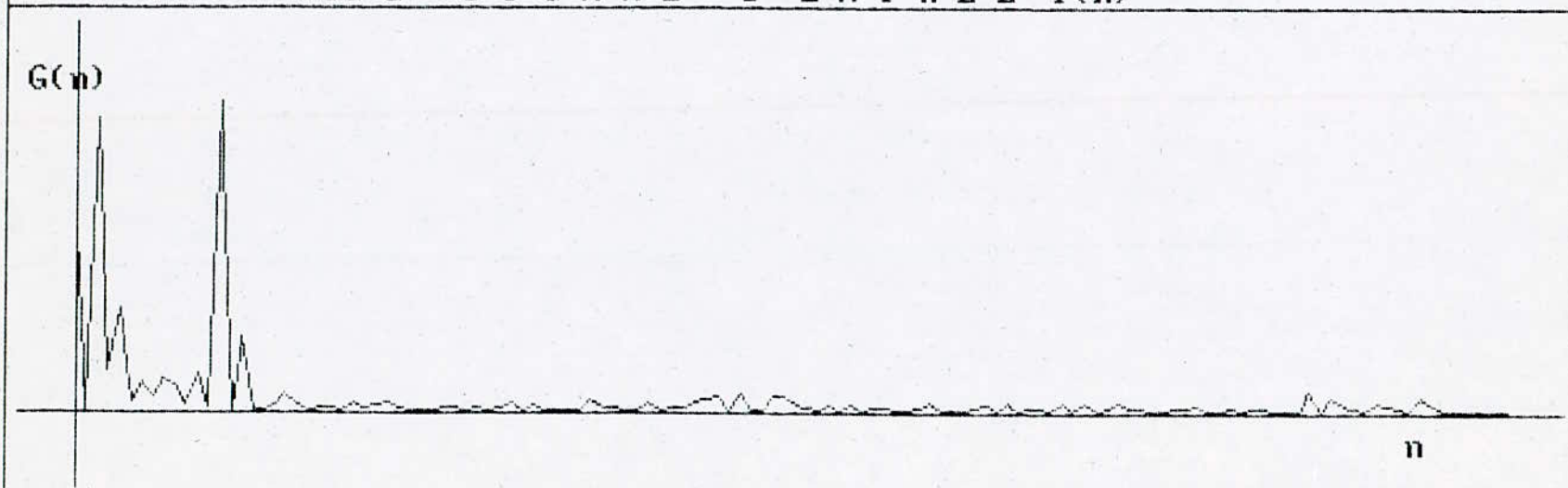


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

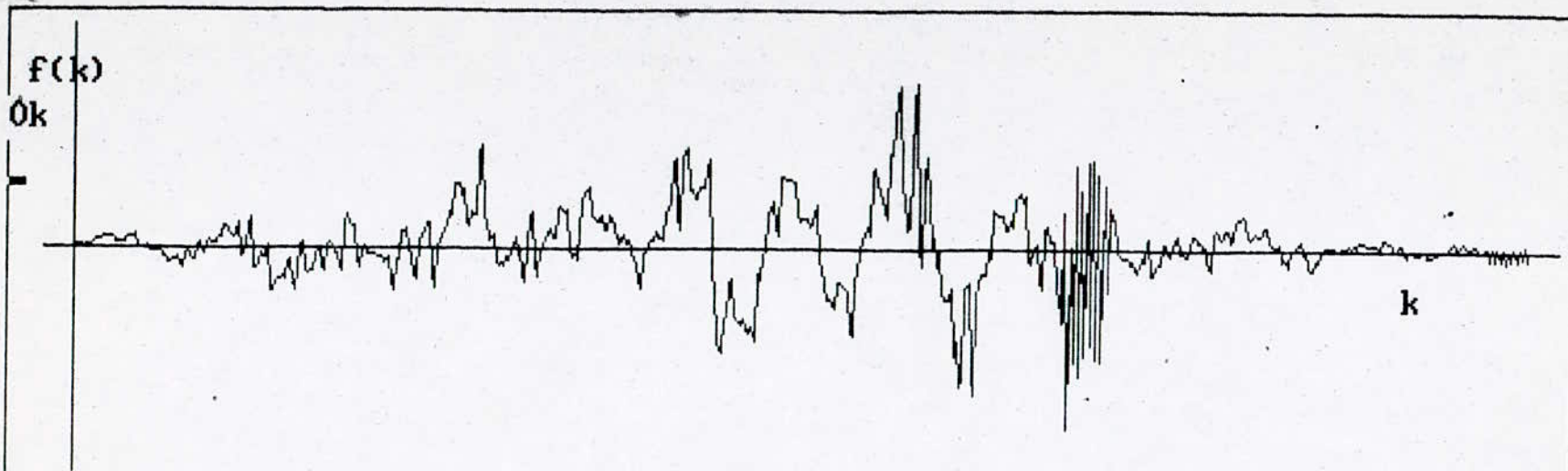
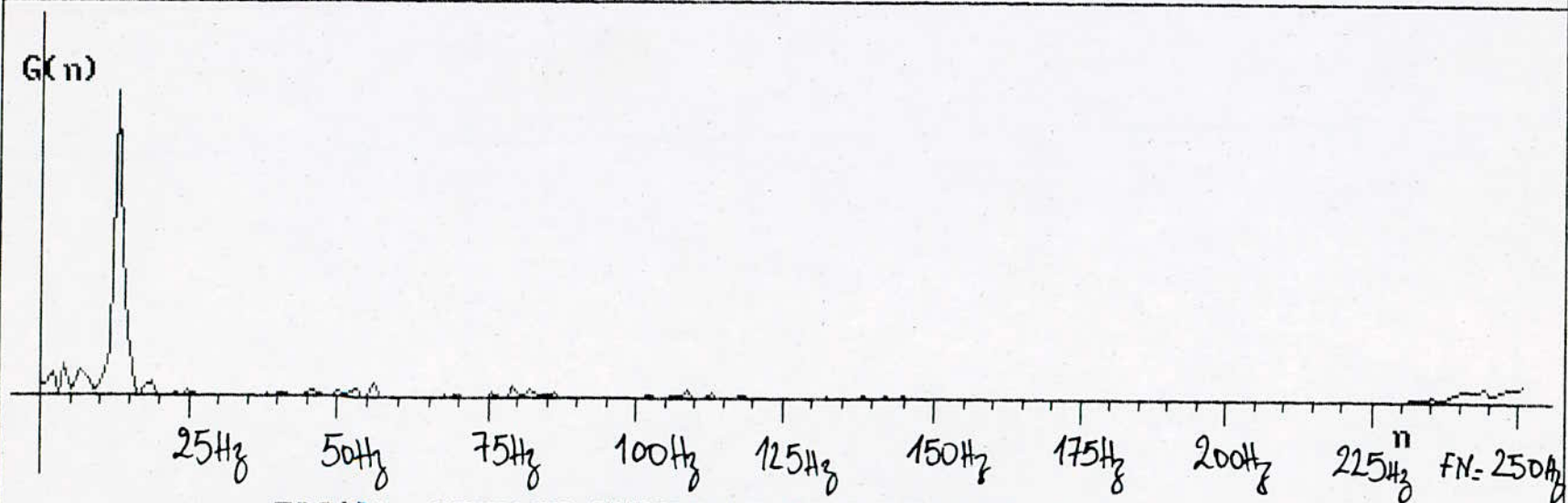


FIG 1 : SIGNAL D'ENTREE $f(k)$



FIG(2) DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE $G(n)$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W. KUROWSKI - Problèmes choisis des diagnostics des machines -
ALGER - 1984 -
- [2] M. BÂTH - Spectral analysis in Geophysics -
ELSEVIER scientific publishing Compagny - NY 1974 -
- [3] Z. BOUBNIDER - Diagnostic d'une machine tournante par la méthode
de mesure du spectre de vibration -
Thèse de fin d'études ENP - 1986 -
- [4] J. MAX - Méthodes et techniques de traitement du signal et
application physiques TI et TII -
MASSON 3^{ème} édition - 1981 -
- [5] E. ORAN BRIGHAM - The fast FOURIER transform -
Prentice hall , inc - NJ 1974 -
- [6] J. LIÉRMAN - Les méthodes rapides de transformation du signal:
FOURIER, WALSH, HADAMARD, HAAR .
MASSON - 1980 -
- [7] TECHNIQUE DE L'INGENIEUR - Mesures et Contrôle - R1095
- [8] ENCYCLOPEDIE DES SCIENCES INDUSTRIELLES - Electronique Mécanique -
Volume 1^{er} Ed QUILLET - 1983 -

- [9] ROYAL STATISTICAL Soc - Article de G.M. JENKINS : A survey of spectral analysis - 1965 - (labo-mécanique)
- [10] M. BELLANGER - Traitement numérique du signal théorie et pratique - MASSON - 1981 -
- [11] GEOPHYSICS JR ASTRON Soc - Article de OTA KŪLHANEK et KAREL KLĪMA : The reliable Frequency Hand for amplitude spectra corrections - 1970 (labo mécanique) .
- [12] M. KUNT - Traitement numérique des signaux - MASSON - 1981 -
- [13] F. COULON - Traité d'électricité Volume VI : Théorie et traitement des signaux - ECOLE POLYTECHNIQUE DE LAUSANE - Ed GEORGI - 1984 -

