

67/87

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES

(en vue de l'obtention du Diplome d'Ingenieur d'Etat)

ren

SUJET

DISPERSION DE DEPLACEMENT
ET D'ACCELERATION DES POINTS
DE FIXATION DU MOTEUR

Proposé par : M. KSIAZEK

Etudié par : A. TAHI

Dirigé par : M. KSIAZEK

PROMOTION JUIN 87

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLICUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES

(en vue de l'obtention du Diplome d'Ingenieur d'Etat)

SUJET

**DISPERSION DE DEPLACEMENT
ET D'ACCELERATION DES POINTS
DE FIXATION DU MOTEUR**

Proposé par : M. KSIAZEK

Etudié par : A. TAHI

Dirigé par : M. KSIAZEK

PROMOTION JUIN 87

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier chaleureusement M^r.
M. KSIĄŻEK notre promoteur pour l'aide qu'il
nous a apporté et les précieux conseils qu'il
nous a donné pour l'élaboration de ce modeste
travail.

Je tiens à remercier également tous les enseignants
qui ont contribué de près ou de loin à notre
formation.

— o — o —

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

- mes chers parents
- mes frères Riad et I. Karim
- et tous les amis, particulièrement T.M.O

Ali

Ministère de l'enseignement supérieur
Ecole Nationale Polytechnique
Département: Génie Mécanique
Promoteur: Marek Ksiązek
Élève Ingénieur: Tahi Ali

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
وزارة التعليم العالي
المكتبة - BIBLIOTHEQUE
المدرسة المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique
فرع: الهندسة الميكانيكية
الموجه: مارك كسيازك
الطالب المهندس: طاهي علي

الموضوع: توزيع الإنتقالات والتسارعات لنقط ارتكاز المحرك
الملحق: لأن مشروعا يمثل في حساب توزيعات الإنتقالات والتسارعات
لنقط ارتكاز المحرك F4L912 للشاحنة K66 (الغادية) من صنع
ش.و.ع. من بروبيّة تحت ترميمات شكل الطريق.
لهذا، استعملنا نظرية الإهتزازات العشوائية واقترحنا طريقة
عددية لحساب هذه التوزعات.

Sujet: Dispersion du déplacement et de l'accélération des points
de fixation du moteur.

Résumé: Il s'agit du calcul des dispersions des déplacements et
des accélérations des points de fixation du moteur F4L912
du véhicule K66 (normal) produit par la SNVI de
Rouiba sous excitations d'origine du microprofil de la
route.

Pour cela nous avons appliqué la théorie des vibrations
aléatoires et nous avons utilisé une méthode numérique
pour le calcul de ces dispersions.

Subject: Dispersion of the displacement and of the acceleration of
fixation points of the engine F4L912.

Abstract: This study consists in calculation of the dispersions of
displacements and of accelerations of fixation points of the
engine F4L912 of the truck K66 (normal) made by SNVI
Rouiba under excitations in the origine of the micro-
profile of the road.

For this, we applied the hazardous vibrations theory and
we used a numerical method of calculation of
these dispersions.

SOMMAIRE

الدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

CH1 INTRODUCTION

- 1.1 Introduction ----- 1
- 1.2 But de l'étude ----- 2

CH2 RAPPEL SUR LES FONCTIONS ALEATOIRES

- 2.1 Généralités ----- 3
- 2.2 Caractéristiques non aléatoires des
fonctions aléatoires ----- 4
- 2.3 Fonctions aléatoires stationnaires ----- 6
- 2.4 Représentation spectrales d'une fonction
aléatoire stationnaire ----- 8
- 2.5 Solutions stationnaires des équations
différentielles à coefficients constants ----- 11

CH3 DESCRIPTION DU MICROPROFIL DE LA ROUTE

- 3.1 Généralités ----- 15
- 3.2 Caractéristiques probabilistes d'une
excitation cinématique ----- 17
- 3.3 Types de densités spectrales choisies ----- 18

CH4 APPLICATION A UN VEHICULE

- 4.1 Schémas du modèle physique ----- 20
- 4.2 Relations géométriques entre les
déplacements et les rotations ----- 24

4-3 Equations différentielles des mouvements du système -----	27
4-4 Calcul des densités spectrales et des dispersions -----	33

CH5 DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES PHYSIQUES

5-1 Données de base -----	37
5-2 Détermination des axes de gravité -----	39
5-3 Coordonnées des points de fixation du moteur -----	42
5-4 Calcul des moments d'inertie -----	43
5-5 Paramètres de suspension du véhicule -----	50
5-6 Caractéristique élastique des plots de fixation du moteur -----	50

CH6 PROGRAMME ET RESULTATS

6-1 Organigramme -----	55
6-2 Notation dans le programme -----	58
6-3 Programme -----	60
6-4 Résultats -----	68

CONCLUSION ----- 75

BIBLIOGRAPHIE ----- 77

LEGENDE DES SYMBOLES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

M_1 : masse du chassis - cabine

M_2 : masse de l'E. AV

M_3 : masse de l'E. AR

M_4 : masse du groupe moteur - boîte de vitesse

l : longueur repartant la portion des c. d. g

J : moment d'inertie

(δ, β) : coordonnées des points de fixation du moteur

v : vitesse de déplacement du véhicule

c' : rigidité des roues avant et de la suspension avant

c'' : rigidité des roues arrière et de la suspension arrière

α' : amortissement des roues avant et de la suspension avant

α'' : amortissement des roues arrière et de la suspension arrière

T : énergie cinétique

V : énergie potentielle

D : fonction de dissipation de RAYLEIGH

k : rigidité des plots

$\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_D$: amortissements des plots

z : déplacement vertical

φ : rotation dans le plan longitudinal

ψ : rotation dans le plan transversal

q : coordonnée généralisée

W, H : fonctions de transfert

S : densité spectrale

σ^2 : dispersion

σ : écart-type

CH1 INTRODUCTION

1.1 Introduction:

Tout véhicule sur ses roues avec sa suspension et son amortissement représente un ensemble vibrant très compliqué comprenant plusieurs éléments (masses) ayant chacun plusieurs degrés de liberté, de plus ces vibrations ont des sources de natures différentes.

Ces sources peuvent être :

- a. des excitations externes : dues aux irrégularités de la surface de la route, au vent, ---
- b. des excitations internes : dues aux mécanismes fonctionnants.
- c. autres, tel le déséquilibre des roues, un défaut de montage ou de fabrication, ---

Ces vibrations ont des conséquences fâcheuses sur les passagers, les marchandises et le véhicule lui même.

Dans notre étude, on n'a considéré comme source de vibrations que les excitations externes, plus particulièrement les irrégularités de la surface de la route.

Cette étude nécessite l'utilisation de la théorie des vibrations aléatoires car ces excitations se présentent comme des perturbations extérieures non contrôlables (aléatoires).

1.2 But de l'étude :

Le but de cette étude est de diminuer les charges dynamiques sur les points de fixation du moteur, pour cela nous devons déterminer les caractéristiques optimales des plots de fixation du moteur.

A l'heure actuelle, la théorie de corrélation est l'une des méthodes connues pour analyser les processus aléatoires ; elle permet d'obtenir les caractéristiques probabilistes de la sortie pour des caractéristiques connues de l'entrée.

La méthode de calcul choisie est une méthode numérique, car la solution analytique dans notre cas n'a pas d'intérêt, on obtient des expressions très compliquées dont l'analyse est presque impossible analytiquement.

Ainsi, numériquement, on essaie de voir l'influence des paramètres de fixation sur les déplacements et les accélérations des points de fixation du moteur et de là en déduire une optimisation.

CH2 RAPPEL SUR LES FONCTIONS ALÉATOIRES

2.1 Généralités :

Dans les problèmes appliqués on rencontre des grandeurs aléatoires dont les valeurs varient au cours du processus expérimental, par exemple des grandeurs aléatoires qui changent avec le temps.

On appelle fonction aléatoire (processus) une fonction pour laquelle, à chaque valeur donnée de l'argument, il correspond une variable aléatoire.

Les valeurs concrètes des fonctions aléatoires résultant d'une expérience sont appelées réalisations de la fonction aléatoire.

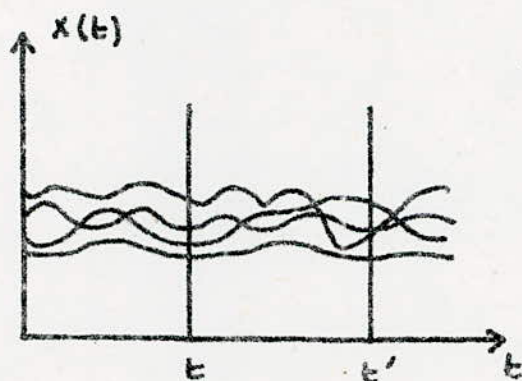


figure 2.1

Sur la figure 2.1 on a représenté une série de réalisations $x_i(t)$ de la fonction aléatoire $X(t)$.

Les caractéristiques probabilistes des fonctions aléatoires peuvent être construites de manière analogue

à celles des variables aléatoires. Les caractéristiques des fonctions aléatoires s'opposent à celles des variables aléatoires en ce qu'elles se présentent, non pas comme des nombres fixés, mais en général comme des fonctions non aléatoires.

Dans la méthode d'étude statistique des fonctions aléatoires, on étudie, non pas les fonctions $x_i(t)$ caractérisant le processus, mais les propriétés de l'ensemble complet de fonctions. Cela permet dans l'analyse du mouvement d'un système mécanique soumis à des perturbations aléatoires d'étudier son comportement, non par rapport à l'une quelconque des influences perturbatrices mais par rapport à l'ensemble complet des influences aléatoires possibles.

2.2 Caractéristiques non aléatoires des fonctions aléatoires :

Pour décrire les propriétés fondamentales d'un processus aléatoire, on utilise des fonctions non aléatoires caractérisant ce processus ; parmi celles-ci :

a) L'espérance mathématique de la fonction aléatoire :

L'espérance mathématique du processus aléatoire caractérise le comportement moyen du processus en fonction

du temps.

Considérons une section de la fonction aléatoire $x(t)$ correspondant à un instant t fixé (i.e l'ensemble de ses valeurs à cet instant) (voir figure 2.1)

En cet instant nous avons une variable aléatoire $x(t)$ (discrete) pour laquelle l'espérance mathématique:

$$m_x(t) = M[x(t)]$$

est une fonction du temps.

b) dispersion:

l'espérance mathématique du carré de la fonction aléatoire caractérise en fonction du temps la dispersion des valeurs de la fonction autour de sa valeur moyenne.

Cette dispersion n'est autre que la variance de la fonction aléatoire et elle est définie par:

$$D_x(t) = M[\hat{x}(t)^2]$$

où $\hat{x}(t)$ désigne la fonction aléatoire centrée:

$$\hat{x}(t) = x(t) - m_x(t)$$

Son écart-type est:

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}$$

c) la fonction de corrélation:

pour caractériser plus complètement la fonction aléatoire on introduit encore une fonction non aléatoire qui permet d'établir le degré de dépendance de

deux valeurs de la fonction aléatoire. Cette caractéristique est appelée fonction de corrélation (ou fonction d'auto-corrélation) et elle est définie par la formule:

$$K_x(t, t') = M[\tilde{x}(t) \tilde{x}(t')]$$

où $\tilde{x}(t)$, $\tilde{x}(t')$ désignent les fonctions aléatoires centrées.

De la définition de la fonction de corrélation, il résulte que :

$$K_x(t, t') = K_x(t', t)$$

On en déduit que la fonction de corrélation est symétrique.

2.3 Fonctions aléatoires stationnaires:

Les processus aléatoires qui se déroulent toujours approximativement de la même façon dans le temps et qui présentent l'aspect de vibrations aléatoires continues relativement à une certaine valeur moyenne, avec des caractéristiques probabilistes ne variant pas sensiblement avec le temps sont dits stationnaires. On peut considérer un processus stationnaire comme un processus qui se déroulait sur une durée infiniment longue. En ce sens, un processus stationnaire est analogue au régime de vibrations permanent lorsque les paramètres des vibrations établies ne dépendent plus de l'origine

des temps; c'est pourquoi on peut choisir un instant quelconque pour étudier un processus stationnaire.

La fonction aléatoire $X(t)$ est dite stationnaire si toutes ses caractéristiques probabilistes ne dépendent pas du temps, c'est-à-dire si:

$$m_x(t) = \text{const.}$$

$$D_x(t) = \text{const.}$$

Considérons la fonction de corrélation qui reste invariable pour une seule et même translation de valeur t_1 des instants t, t' :

$$K_x(t, t') = K_x(t+t_1, t'+t_1) = \text{const.}$$

En posant $t_1 = -t'$, nous obtenons:

$$K_x(t, t') = K_x(t-t', 0)$$

La fonction de corrélation d'une fonction aléatoire stationnaire dépend seulement de la différence entre t et t' .

Soit $\tau = t-t'$, alors:

$$K_x(t-t', 0) = K_x(\tau)$$

Ainsi, la fonction de corrélation d'une fonction aléatoire stationnaire (processus) est une fonction non de deux mais d'un seul argument, l'argument τ .

Comme la fonction de corrélation est symétrique, il en résulte pour une fonction aléatoire stationnaire:

$$K_x(t-t') = K_x(t'-t)$$

Soit:

$$K_x(\tau) = K_x(-\tau)$$

Puisque la variance est:

$$D_x(t) = M[\hat{x}(t)^2] = M[\hat{x}(t)\hat{x}(t)] = K_x(t,t)$$

alors, pour une fonction aléatoire stationnaire elle s'écrit:

$$D_x = K_x(0)$$

2.4 Représentation spectrale d'une fonction aléatoire stationnaire:

Comme on le sait, une fonction périodique $f(t)$ de période T peut être développée en série de FOURIER, soit sous forme complexe:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k \frac{t}{T}}$$

où:

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j2\pi k \frac{t}{T}} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\omega_k t} dt$$

avec:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T}$$

L'ensemble des fréquences ω_k est appelé spectre de la fonction $f(t)$. Dans ce cas le spectre est discret.

Une série de FOURIER représente le développement d'une fonction périodique à l'aide de fonctions trigonométriques. Ce développement peut s'étendre au cas d'une fonction non périodique en série de FOURIER consiste à effectuer le passage à la limite $T \rightarrow \infty$. En effet, une fonction non périodique peut être considérée comme une fonction périodique dont la période serait non bornée supérieurement.

Après substitution de C_k dans l'expression de la série de FOURIER, nous obtenons :

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j \frac{2\pi k}{T} t} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j \frac{2\pi k}{T} t} dt$$

Après passage à la limite en faisant tendre T vers l'infini, on trouve :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

Soit :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

avec :

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3)$$

La fonction $f(t)$ écrite sous la forme (1) possède un spectre continu. L'expression (2) représente une intégrale de FOURIER, c'est une somme de sinusoides ayant une suite continue de fréquences, dont l'amplitude dans l'intervalle de fréquences $(\omega, \omega + d\omega)$ est $S(\omega) d\omega$, cela signifie qu'on peut considérer $S(\omega)$ comme "la densité" d'amplitude répartie sur l'intervalle de fréquences $(\omega, \omega + d\omega)$. C'est pourquoi la fonction $S(\omega)$ donnée par l'expression (3) s'appelle densité spectrale.

- cas particulier

Si on prend la fonction de corrélation $k_x(\tau)$ à titre de fonction $f(t)$, on obtient :

$$k_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

La fonction de corrélation étant une fonction paire de τ , nous déduisons alors les formules dites de WIENER - KHINCHINE :

$$k_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega$$

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau$$

La variance d'une fonction aléatoire stationnaire étant égale à $k_x(0)$, nous déduisons la relation :

$$k_x(0) = D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \, d\omega$$

2.5 Solutions stationnaires des équations différentielles à coefficients constants :

Considérons un système d'équations différentielles linéaires où les y_k sont les réponses (sorties) et les x_i les excitations d'entrée (entrées)

Pour que les réponses du système à des actions stationnaires soient également stationnaires, il est nécessaire que les paramètres du système (masses, raideurs, etc.) soient des constantes par rapport au temps.

Pour les calculs ultérieurs, il est nécessaire de présenter le système d'équations sous forme opérationnelle.

Utilisons dans ce but la transformée de LAPLACE

Si on a une fonction quelconque $f(t)$ d'une variable matérielle indépendante t , la transformée de LAPLACE est définie par la relation

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} \, dt$$

où p est une certaine variable arbitraire complexe.
La fonction $f(t)$ est appelée originale et la fonction $F(p)$, transformée.

Les propriétés des transformées de LAPLACE utilisées pour présenter le système d'équations différentielles sous forme opérationnelle sont :

$$a f(t) \quad : \quad a F(p)$$

$$f_1(t) \pm f_2(t) \quad : \quad F_1(p) \pm F_2(p)$$

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \quad : \quad p^n F(p) \quad \text{pour des conditions initiales nulles.}$$

$$\int f(t) dt \quad : \quad \frac{F(p)}{p}$$

$$f(t-a) \quad : \quad e^{-aP} F(p)$$

En utilisant les transformées de LAPLACE, on peut mettre les solutions sous la forme :

$$Y_k = \sum_{i=1}^n W_{ik}(p) X_i(p)$$

où $Y_k(p)$ et $X_i(p)$ sont les transformées de LAPLACE des fonctions $y_k(t)$ et $x_i(t)$

et $W_{ik}(p)$ est la fonction de transfert du système pour l'entrée $X_i(p)$ et la sortie $Y_k(p)$.

2.5.1 Relation entre les densités spectrales d'entrée et de sortie :

Dans le cas où les signaux d'entrée sont indépendants, on montre que :

$$S_{y_k}(\omega) = \sum_{i=1}^n |W_{ik}(j\omega)|^2 S_{x_i}(\omega)$$

où $W_{ik}(j\omega)$ est la fonction de transfert dans laquelle on remplace p par $j\omega$.

- Cas particuliers :

1) $n = 1$

$$S_{y_k}(\omega) = |W_k(j\omega)|^2 S_x(\omega)$$

2) $n = 2$

$$S_{y_k}(\omega) = |W_{1k}(j\omega)|^2 S_{x_1}(\omega) + |W_{2k}(j\omega)|^2 S_{x_2}(\omega)$$

Les densités spectrales des deux premières dérivées de la sortie sont :

$$S_{\dot{y}_k}(\omega) = \omega^2 S_{y_k}$$

$$S_{\ddot{y}_k}(\omega) = \omega^4 S_{y_k}$$

2.5.2 Calcul des dispersions :

Connaissant les densités spectrales des grandeurs de sortie et des deux premières dérivées, on peut calculer les différentes dispersions (variances) grâce à la formule établie au paragraphe 2.4 :

$$\sigma_{y_k}^2 = D y_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{y_k}(\omega) d\omega$$

$$\sigma_{\dot{y}_k}^2 = D \dot{y}_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\dot{y}_k}(\omega) d\omega$$

$$\sigma_{\ddot{y}_k}^2 = D \ddot{y}_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{y}_k}(\omega) d\omega$$

CH3 DESCRIPTION DU MICRO-PROFIL DE LA ROUTE

3.1 Généralités:

Pour résoudre le problème de déplacement d'un corps sur une route comportant des irrégularités aléatoires, il faut connaître quelle influence exerce la route sur ce corps aux diverses vitesses du mouvement, c'est-à-dire qu'il faut connaître le spectre des perturbations se rapportant à cette route, spectre qui dépend du microprofil de la route et de la vitesse du mouvement.

Soit une portion de route comportant des irrégularités aléatoires dont le microprofil est représenté sur la figure 3-1

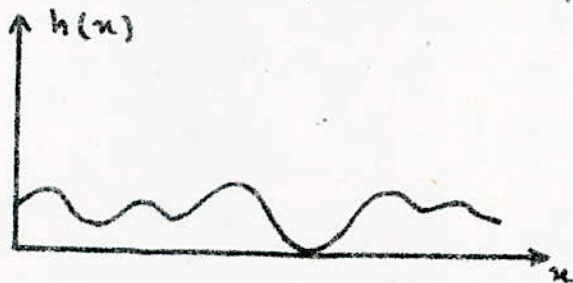


figure 3-1

Le microprofil de la route est une fonction aléatoire du chemin parcouru, il représente les ordonnées $h(x)$ dans un plan vertical en fonction du chemin parcouru x .

Chaque portion de route comporte des irrégularités d'étendue et de formes différentes. La succession des

saillies et des creux est tout à fait aléatoire.

Pour étudier les oscillations aléatoires d'un corps se déplaçant sur une route comportant des irrégularités aléatoires, il faut connaître la dépendance entre la fonction h et le temps. Pour cela il suffit de diviser l'abscisse du graphique de la figure 3-1 par la vitesse v du déplacement. Le résultat obtenu constitue une idéalisation de la fonction aléatoire h par rapport au temps. En choisissant une échelle judicieuse pour les temps, la valeur de $h(x)$ représentant le microprofil de la route coïncide alors avec la valeur de la fonction d'influence $h(t)$.

L'influence sur le corps de la portion de route considérée est unique et reste la même à tout autre moment, c'est-à-dire qu'elle constitue un processus stationnaire.

Les conditions remplies par cette fonction aléatoire stationnaire sont:

- 1° - La fonction aléatoire est stationnaire et ergodique, c'est-à-dire qu'à partir d'une seule réalisation, on peut estimer les caractéristiques probabilistes.
- 2° - Les irrégularités sont limitées, c'est-à-dire que la fonction aléatoire $h(t)$ ne prend pas des valeurs très grandes par rapport à la moyenne.
- 3° - Les ordonnées du microprofil sont distribuées suivant la loi normale en fonction du temps.

3.2 Caractéristiques probabilistes d'une excitation cinématique :

L'excitation cinématique est la fonction aléatoire $h(t)$. Le traitement statistique des résultats des mesures des micros. profils de la route permet d'obtenir les caractéristiques probabilistes de la fonction aléatoire stationnaire $h(t)$ à savoir $m_h(t)$ et $k_h(\tau)$. On ne peut pas obtenir de telles caractéristiques valables pour tous les types de route; aussi les obtient-on en prenant la précaution de diviser les routes en une série de classes suivant la hauteur quadratique moyenne des irrégularités. En particulier les fonctions de corrélation $k_h(\tau)$ de l'influence des routes sur les corps peuvent être approchées avec un degré de précision suffisante par des fonctions de la forme :

$$k_h(\tau) = D_h e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta \tau$$

où α et β sont des paramètres dépendant du type de route et de la vitesse du mouvement.

On peut présenter les paramètres α et β sous la forme de fonctions dépendant de manière explicite de la vitesse v du mouvement :

$$\alpha = \alpha_1 v \quad ; \quad \beta = \beta_1 v$$

α_1 et β_1 étant les valeurs des paramètres pour une vitesse égale à l'unité et caractérisant le type de la route.

La densité spectrale de l'influence de la route sur

le corps est :

$$S_h(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_h(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau = \frac{2 D_h \alpha (\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)}{(\alpha^2 + \beta^2) + 2(\alpha^2 - \beta^2) \omega^2 + \omega^4}$$

Soit, en tenant compte de la dépendance des coefficients α et β vis-à-vis de la vitesse v du corps :

$$S_h(\omega) = \frac{2 D_h v \alpha_1 (v^2 \gamma_1 + \omega^2)}{v^4 \gamma_1^2 + 2 v^2 \gamma_2 \omega^2 + \omega^4}$$

où : $\gamma_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2$; $\gamma_2 = \alpha_1^2 - \beta_1^2$

3.3 Types de densités spectrales choisies :

A chaque type de route, correspond une fonction de corrélation et donc une densité spectrale.

Vu l'indisponibilité des ouvrages spécialisés, on a été limité dans le choix de ces densités.

Les densités spectrales choisies dans notre étude sont :

1° - $S_h(\omega) = S_0 = 100 \text{ cm}^2/\text{s}$

Sa fonction de corrélation est :

$$k_h(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_0 e^{i\omega\tau} \, d\omega = \frac{S_0}{2\pi} \delta(\tau) = 15,9 \delta(\tau) \quad [\text{cm}^2]$$

Ce processus est appelé bruit blanc. Il est impossible de l'obtenir dans les processus réalisables physiquement. Dans notre étude, il est utilisé comme test.

2° - Pour un chemin vicinal dont le sol est une cendrée herbue :

La fonction de corrélation qui caractérise son influence par temps sec vaut (pour $v = 1 \text{ m/s}$):

$$K_h(\tau) = 96,4 e^{-0,0627|\tau|} \cos 0,196\tau \quad [\text{cm}^2]$$

La densité spectrale correspondante, dépendant de la vitesse de déplacement, vaut:

$$S_h(\omega) = 12,2 v \frac{\omega^2 + 4,3 \cdot 10^{-2} v^2}{\omega^4 - 7 \cdot 10^{-2} v^2 \omega^2 + 18,4 \cdot 10^{-4} v^4} \quad [\text{cm}^2 \cdot \text{s}]$$

avec : $[v]$ en m/s et $[\omega]$ en $1/\text{s}$

3° - Pour une route pavée :

Suivant le type de pavage, on distingue :

a)

$$K_h(\tau) = 20 e^{-0,05|\tau|} \quad [\text{cm}^2]$$

$$S_h(\omega) = 20 \frac{0,1 v}{0,025 v^2 + \omega^2} \quad [\text{cm}^2 \cdot \text{s}]$$

b)

$$S_h(\omega) = 1,21 \frac{(\omega^2 + 2,09 v^2) v}{(\omega^2 - 2,09 v^2)^2 + 0,114 \omega^2 v^2} + \frac{182 v}{\omega^2 + 13 v^2}$$

CH4 APPLICATION A UN VEHICULE

Dans le but de calculer les dispersions des déplacements et des accélérations des points de fixation du moteur, on a considéré comme principales masses vibrantes les masses suivantes :

M_1 : masse du châssis-cabine

M_2 : masse de l'essieu avant

M_3 : masse de l'essieu arrière

M_4 : masse de l'ensemble moteur-boîte de vitesse

4-1 Schémas du modèle physique :

Vu les liaisons élastiques existant entre les différentes masses en mouvement, nous avons proposé le modèle suivant :

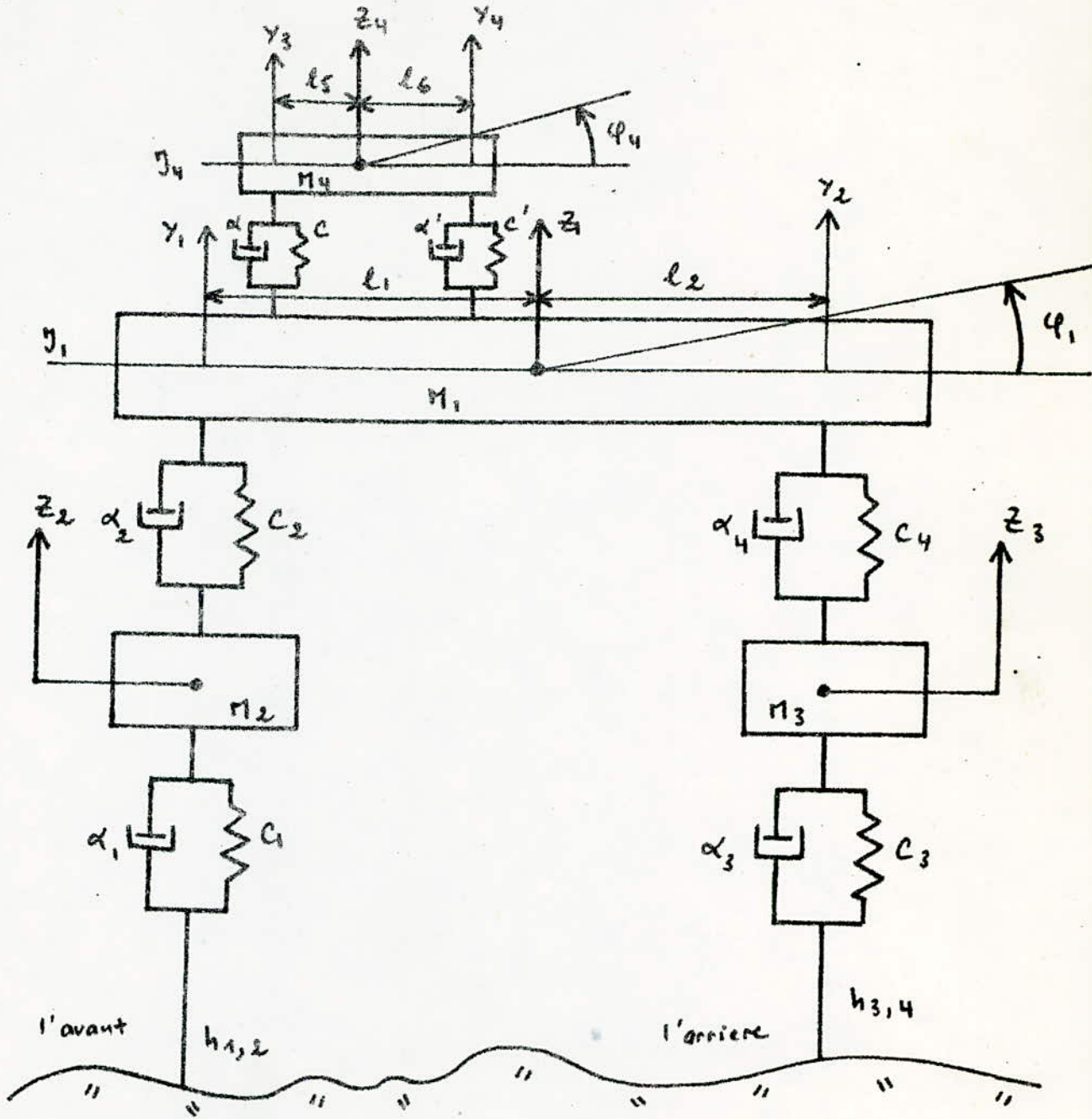


figure 4-1

vue de l'avant

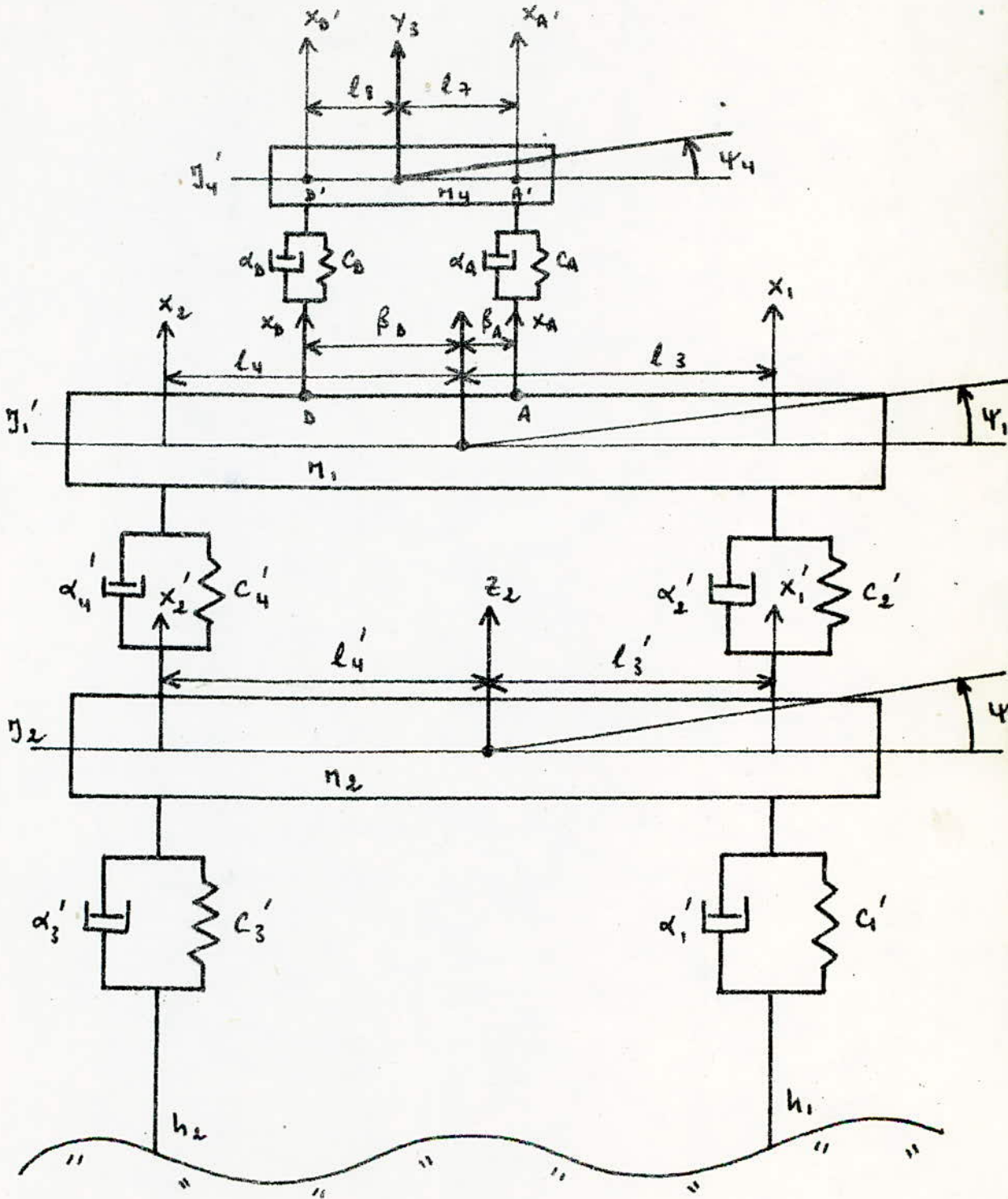


figure 4-2

Chaque des masses considérées a plusieurs degrés de liberté, comme on ne s'intéresse qu'aux mouvements stationnaires, ces degrés de liberté sont :

1° - La masse m_1 a trois degrés de liberté :

- translation verticale (z_1)
- rotation dans le plan longitudinal (φ_1) (tangage)
- rotation dans le plan transversal (ψ_1) (roulis)

2° - La masse m_2 a deux degrés de liberté :

- translation verticale (z_2)
- rotation (ψ_2)

3° - La masse m_3 a deux degrés de liberté :

- translation verticale (z_3)
- rotation (ψ_3)

4° - La masse m_4 a trois degrés de liberté :

- translation verticale (z_4)
- rotation dans le plan longitudinal (φ_4)
- rotation dans le plan transversal (ψ_4)

4-2 Relations géométriques entre les déplacements et les rotations :

D'après la figure 4.1, on a :

$$y_1 = z_1 - l_1 \varphi_1$$

$$y_2 = z_1 + l_2 \varphi_1$$

D'après la figure 4-2, on a :

$$x_1 = y_1 + l_3 \psi_1 = z_1 - l_1 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$x_2 = y_1 - l_4 \psi_1 = z_1 - l_1 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$x'_1 = z_2 + l'_3 \psi_2$$

$$x'_2 = z_2 - l'_4 \psi_2$$

D'après la figure 4-3, on a :

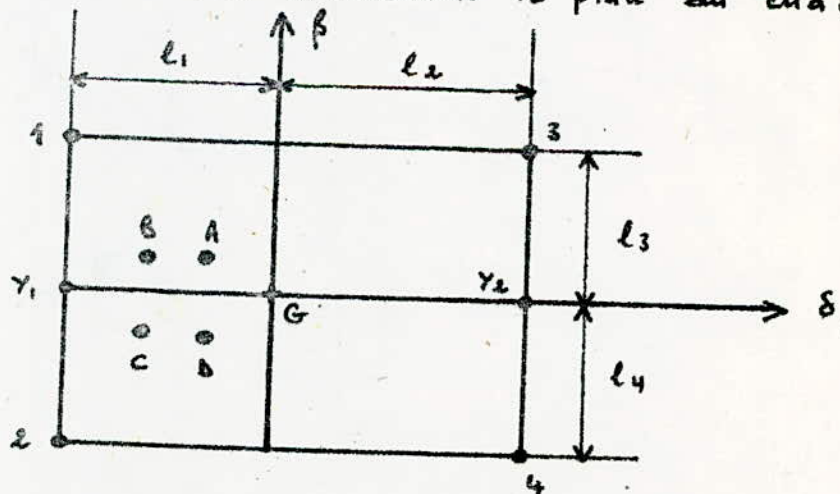
$$x_3 = y_2 + l_3 \psi_1 = z_1 + l_2 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$x_4 = y_2 - l_4 \psi_1 = z_1 + l_2 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$x'_3 = z_3 + l''_3 \psi_3$$

$$x'_4 = z_3 - l''_4 \psi_3$$

Soient A, B, C et D les points de fixation du moteur sur le châssis, exprimons les déplacements de ces points en fonction de z_1 , φ_1 et ψ_1 . Pour cela, considérons le plan du châssis :



L'équation du plan du châssis en utilisant les points $(G, y_1, 1)$ etc :

$$G(0, 0, z_1) \quad y_1(-l_1, 0, z_1 - l_1 \varphi_1) \quad 1(-l_1, l_3, z_1 - l_1 \varphi_1 + l_3 \psi_1)$$

Soit $M(\delta, \beta, \gamma)$

M appartient au plan du chassis $\Leftrightarrow \det(\vec{GM}, \vec{GY}, \vec{GA}) = 0$

$$\begin{vmatrix} \delta & -l_1 & -l_1 \\ \beta & 0 & l_3 \\ \gamma - z_1 & -l_1 \varphi_1 & -l_1 \varphi_1 + l_3 \psi_1 \end{vmatrix} = 0$$

D'où la relation:

$$\gamma = z_1 + \delta \varphi_1 + \beta \psi_1$$

avec: γ représentant le déplacement vertical du point considéré.

(δ, β) représentant les coordonnées dans le plan du chassis du point considéré.

Soient A', B', C' et D' les points du moteur qui correspondent aux points de fixation A, B, C et D .

Après les figures 4-1, 4-2 et 4-3, on a les relations:

$$y_3 = z_4 - l_5 \varphi_4$$

$$y_4 = z_4 + l_6 \varphi_4$$

$$x_{A'} = y_3 + l_7 \psi_4 = z_4 - l_5 \varphi_4 + l_7 \psi_4$$

$$x_{D'} = y_3 - l_8 \psi_4 = z_4 - l_5 \varphi_4 - l_8 \psi_4$$

$$x_{B'} = y_4 + l_7 \psi_4 = z_4 + l_6 \varphi_4 + l_7 \psi_4$$

$$x_{C'} = y_4 - l_8 \psi_4 = z_4 + l_6 \varphi_4 - l_8 \psi_4$$

Résumé de toutes les relations:

$$x_1 = z_1 - l_1 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$x'_1 = z_2 + l'_3 \psi_2$$

$$x_2 = z_1 - l_1 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$x'_2 = z_2 - l'_4 \psi_2$$

$$x_3 = z_1 + l_2 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$x'_3 = z_3 + l''_3 \psi_3$$

$$x_4 = z_1 + l_2 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$x'_4 = z_3 - l''_4 \psi_3$$

$$x_A = z_1 + \delta_A \varphi_1 + \beta_A \psi_1$$

$$x_{A'} = z_4 - l_5 \varphi_4 + l_7 \psi_4$$

$$x_B = z_1 + \delta_B \varphi_1 + \beta_B \psi_1$$

$$x_{B'} = z_4 + l_6 \varphi_4 + l_7 \psi_4$$

$$x_C = z_1 + \delta_C \varphi_1 + \beta_C \psi_1$$

$$x_{C'} = z_4 + l_6 \varphi_4 - l_8 \psi_4$$

$$x_D = z_1 + \delta_D \varphi_1 + \beta_D \psi_1$$

$$x_{D'} = z_4 - l_5 \varphi_4 - l_8 \psi_4$$

4-3 Equations différentielles des mouvements du système:

Pour établir ces équations, nous avons utilisé les équations de LAGRANGE de seconde espèce:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = 0$$

L'énergie cinétique T est:

$$T = \left(\frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J'_1 \dot{\psi}_1^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\psi}_2^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\psi}_3^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_4 \dot{z}_4^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\varphi}_4^2 + \frac{1}{2} J'_4 \dot{\psi}_4^2 \right)$$

L'énergie potentielle V est :

$$V = \frac{1}{2} C_1' (x_1' - h_1)^2 + \frac{1}{2} C_2' (x_1 - x_1')^2 + \frac{1}{2} C_3' (x_2' - h_2)^2 +$$

$$\frac{1}{2} C_4' (x_2 - x_2')^2 + \frac{1}{2} C_1'' (x_3' - h_3)^2 + \frac{1}{2} C_2'' (x_3 - x_3')^2 +$$

$$\frac{1}{2} C_3'' (x_4' - h_4)^2 + \frac{1}{2} C_4'' (x_4 - x_4')^2 + \frac{1}{2} C_A (x_{A'} - x_A)^2 +$$

$$\frac{1}{2} C_B (x_{B'} - x_B)^2 + \frac{1}{2} C_C (x_{C'} - x_C)^2 + \frac{1}{2} C_D (x_{D'} - x_D)^2$$

La fonction de dissipation de RAYLEIGH est :

$$D = \frac{1}{2} \alpha_1' (\dot{x}_1' - \dot{h}_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha_2' (\dot{x}_1 - \dot{x}_1')^2 + \frac{1}{2} \alpha_3' (\dot{x}_2' - \dot{h}_2)^2 +$$

$$\frac{1}{2} \alpha_4' (\dot{x}_2 - \dot{x}_2')^2 + \frac{1}{2} \alpha_1'' (\dot{x}_3' - \dot{h}_3)^2 + \frac{1}{2} \alpha_2'' (\dot{x}_3 - \dot{x}_3')^2 +$$

$$\frac{1}{2} \alpha_3'' (\dot{x}_4' - \dot{h}_4)^2 + \frac{1}{2} \alpha_4'' (\dot{x}_4 - \dot{x}_4')^2 + \frac{1}{2} \alpha_A (\dot{x}_{A'} - \dot{x}_A)^2 +$$

$$\frac{1}{2} \alpha_B (\dot{x}_{B'} - \dot{x}_B)^2 + \frac{1}{2} \alpha_C (\dot{x}_{C'} - \dot{x}_C)^2 + \frac{1}{2} \alpha_D (\dot{x}_{D'} - \dot{x}_D)^2$$

En exprimant V et D en fonction des variables indépendantes en utilisant le résumé des relations à la fin du paragraphe 4.2 et en appliquant les équations de LAGRANGE, on obtient le système d'équations différentielles du mouvement.

Potons : $q_1 = \dot{z}_1$; $q_2 = \psi_1$; $q_3 = \psi_1$; $q_4 = \dot{z}_2$; $q_5 = \psi_2$;

$q_6 = \dot{z}_3$; $q_7 = \psi_3$; $q_8 = \dot{z}_4$; $q_9 = \psi_4$; $q_{10} = \psi_4$.

Après calcul et passage aux transformées de LAPLACE, on obtient le système d'équations suivant, sous forme matricielle :

$$A\bar{q} = b = b_1\bar{h}_1 + b_2\bar{h}_2$$

avec: $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 10 \\ 1 \leq j \leq 10}}$

$$\bar{q} = (\bar{q}_i)_{1 \leq i \leq 10}$$

$$b_1 = (b_{i1})_{1 \leq i \leq 10}$$

$$b_2 = (b_{i2})_{1 \leq i \leq 10}$$

Remarque: L'indice barre exprime la transformée de LAPLACE de la fonction du temps correspondante.

La solution de l'équation $A\bar{q} = b$ peut être décomposée en la somme de deux termes respectivement solutions d'équations $A\bar{q} = b_1 \bar{h}_1$ et $A\bar{q} = b_2 \bar{h}_2$ (car on a un système linéaire)

Comme on ne s'intéresse pas aux solutions proprement dites mais plutôt aux fonctions de transfert, on cherche donc la solution des deux systèmes:

$$A \left(\frac{\bar{q}}{\bar{h}_1} \right) = b_1 \quad \text{et} \quad A \left(\frac{\bar{q}}{\bar{h}_2} \right) = b_2$$

En appelant les fonctions de transfert:

$$\frac{\bar{q}}{\bar{h}_1} = \bar{H}_1 = (\bar{H}_{i1})_{1 \leq i \leq 10}$$

$$\frac{\bar{q}}{\bar{h}_2} = \bar{H}_2 = (\bar{H}_{i2})_{1 \leq i \leq 10}$$

les deux systèmes d'équations deviennent:

$$A\bar{H}_1 = b_1 \quad \text{et} \quad A\bar{H}_2 = b_2$$

Les matrices A , b_1 et b_2 ont déjà été définies.

Après calcul, les coefficients a_{ij} , b_{i1} et b_{i2} sont:
(la matrice A est symétrique)

$$a_{11} = \pi_1 p^2 + (\alpha_2' + \alpha_4' + \alpha_2'' + \alpha_4'' + \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D) p + (C_2' + C_4' + C_2'' + C_4'' + C_A + C_B + C_C + C_D)$$

$$a_{12} = a_{21} = (-\alpha_2' l_1 - \alpha_4' l_1 + \alpha_2'' l_2 + \alpha_4'' l_2 + \alpha_A \delta_A + \alpha_B \delta_B + \alpha_C \delta_C + \alpha_D \delta_D) p + (-C_2' l_1 - C_4' l_1 + C_2'' l_2 + C_4'' l_2 + C_A \delta_A + C_B \delta_B + C_C \delta_C + C_D \delta_D)$$

$$a_{13} = a_{31} = (\alpha_2' l_3 - \alpha_4' l_4 + \alpha_2'' l_3 - \alpha_4'' l_4 + \alpha_A \beta_A + \alpha_B \beta_B + \alpha_C \beta_C + \alpha_D \beta_D) p + (C_2' l_3 - C_4' l_4 + C_2'' l_3 - C_4'' l_4 + C_A \beta_A + C_B \beta_B + C_C \beta_C + C_D \beta_D)$$

$$a_{14} = a_{41} = (-\alpha_2' - \alpha_4') p + (-C_2' - C_4')$$

$$a_{15} = a_{51} = (-\alpha_2' l_3' + \alpha_4' l_4') p + (-C_2' l_3' + C_4' l_4')$$

$$a_{16} = a_{61} = (-\alpha_2'' - \alpha_4'') p + (-C_2'' - C_4'')$$

$$a_{17} = a_{71} = (-\alpha_2'' l_3'' + \alpha_4'' l_4'') p + (-C_2'' l_3'' + C_4'' l_4'')$$

$$a_{18} = a_{81} = (-\alpha_A - \alpha_B - \alpha_C - \alpha_D) p + (-C_A - C_B - C_C - C_D)$$

$$a_{19} = a_{91} = (\alpha_A l_5 - \alpha_B l_6 - \alpha_C l_6 + \alpha_D l_5) p + (C_A l_5 - C_B l_6 - C_C l_6 + C_D l_5)$$

$$a_{110} = a_{101} = (-\alpha_4 l_7 - \alpha_B l_7 + \alpha_C l_8 + \alpha_D l_8) p + (-C_4 l_7 - C_B l_7 + C_C l_8 + C_D l_8)$$

$$a_{22} = \pi_1 p^2 + (\alpha_2' l_1^2 + \alpha_4' l_1^2 + \alpha_2'' l_2^2 + \alpha_4'' l_2^2 + \alpha_A \delta_A^2 + \alpha_B \delta_B^2 + \alpha_C \delta_C^2 + \alpha_D \delta_D^2) p + (C_2' l_1^2 + C_4' l_1^2 + C_2'' l_2^2 + C_4'' l_2^2 + C_A \delta_A^2 + C_B \delta_B^2 + C_C \delta_C^2 + C_D \delta_D^2)$$

$$a_{23} = a_{32} = (-\alpha_2' l_1 l_3 + \alpha_4' l_1 l_4 + \alpha_2'' l_2 l_3 - \alpha_4'' l_2 l_4 + \alpha_A \delta_A \beta_A + \alpha_B \delta_B \beta_B + \alpha_C \delta_C \beta_C + \alpha_D \beta_D \delta_D) p + (-C_2' l_1 l_3 + C_4' l_1 l_4 + C_2'' l_2 l_3 - C_4'' l_2 l_4 + C_A \delta_A \beta_A + C_B \delta_B \beta_B + C_C \beta_C \delta_C + C_D \beta_D \delta_D)$$

$$a_{24} = a_{42} = (\alpha_2' l_1 + \alpha_4' l_7) p + (c_2' l_1 + c_4' l_7)$$

$$a_{25} = a_{52} = (\alpha_2' l_1 l_3' - \alpha_4' l_1 l_4') p + (c_2' l_1 l_3' - c_4' l_1 l_4')$$

$$a_{26} = a_{62} = (-\alpha_2'' l_2 - \alpha_4'' l_2) p + (-c_2'' l_2 - c_4'' l_2)$$

$$a_{27} = a_{72} = (-\alpha_2'' l_2 l_3'' + \alpha_4'' l_2 l_4'') p + (-c_2'' l_2 l_3'' + c_4'' l_2 l_4'')$$

$$a_{28} = a_{82} = (-\alpha_A \delta_A - \alpha_B \delta_B - \alpha_C \delta_C - \alpha_D \delta_D) p + (-c_A \delta_A - c_B \delta_B - c_C \delta_C - c_D \delta_D)$$

$$a_{29} = a_{92} = (\alpha_A \delta_A l_5 - \alpha_B \delta_B l_6 - \alpha_C \delta_C l_6 + \alpha_D \delta_D l_5) p + (c_A \delta_A l_5 - c_B \delta_B l_6 - c_C \delta_C l_6 + c_D \delta_D l_5)$$

$$a_{210} = a_{102} = (-\alpha_A \delta_A l_7 - \alpha_B \delta_B l_7 + \alpha_C \delta_C l_8 + \alpha_D \delta_D l_8) p + (-c_A \delta_A l_7 - c_B \delta_B l_7 + c_C \delta_C l_8 + c_D \delta_D l_8)$$

$$a_{33} = J_1' p^2 + (\alpha_2' l_3^2 + \alpha_4' l_4^2 + \alpha_2'' l_3^2 + \alpha_4'' l_4^2 + \alpha_A \beta_A^2 + \alpha_B \beta_B^2 + \alpha_C \beta_C^2 + \alpha_D \beta_D^2) p + (c_2' l_3^2 + c_4' l_4^2 + c_2'' l_3^2 + c_4'' l_4^2 + c_A \beta_A^2 + c_B \beta_B^2 + c_C \beta_C^2 + c_D \beta_D^2)$$

$$a_{34} = a_{43} = (-\alpha_2' l_3 + \alpha_4' l_4) p + (-c_2' l_3 + c_4' l_4)$$

$$a_{35} = a_{53} = (-\alpha_2' l_3 l_3' - \alpha_4' l_4 l_4') p + (-c_2' l_3 l_3' - c_4' l_4 l_4')$$

$$a_{36} = a_{63} = (-\alpha_2'' l_3 + \alpha_4'' l_4) p + (-c_2'' l_3 + c_4'' l_4)$$

$$a_{37} = a_{73} = (-\alpha_2'' l_3 l_3'' - \alpha_4'' l_4 l_4'') p + (-c_2'' l_3 l_3'' - c_4'' l_4 l_4'')$$

$$a_{38} = a_{83} = (-\alpha_A \beta_A - \alpha_B \beta_B - \alpha_C \beta_C - \alpha_D \beta_D) p + (-c_A \beta_A - c_B \beta_B - c_C \beta_C - c_D \beta_D)$$

$$a_{39} = a_{93} = (\alpha_A \beta_A l_5 - \alpha_B \beta_B l_6 - \alpha_C \beta_C l_6 + \alpha_D \beta_D l_5) p + (c_A \beta_A l_5 - c_B \beta_B l_6 - c_C \beta_C l_6 + c_D \beta_D l_5)$$

$$a_{310} = a_{103} = (-\alpha_A \beta_A l_7 - \alpha_B \beta_B l_7 + \alpha_C \beta_C l_8 + \alpha_D \beta_D l_8) p + (-c_A \beta_A l_7 - c_B \beta_B l_7 + c_C \beta_C l_8 + c_D \beta_D l_8)$$

$$a_{44} = m_2 p^2 + (\alpha_1' + \alpha_2' + \alpha_3' + \alpha_4') p + (c_1' + c_2' + c_3' + c_4')$$

$$a_{45} = a_{54} = (\alpha_1' l_3' + \alpha_2' l_3' - \alpha_3' l_4' - \alpha_4' l_4') p + (c_1' l_3' + c_2' l_3' - c_3' l_4' - c_4' l_4')$$

$$a_{55} = J_2 p^2 + (\alpha_1' l_3'^2 + \alpha_2' l_3'^2 + \alpha_3' l_4'^2 + \alpha_4' l_4'^2) p + (c_1' l_3'^2 + c_2' l_3'^2 + c_3' l_4'^2 + c_4' l_4'^2)$$

$$a_{66} = m_3 p^2 + (\alpha_1'' + \alpha_2'' + \alpha_3'' + \alpha_4'') p + (c_1'' + c_2'' + c_3'' + c_4'')$$

$$a_{67} = a_{76} = (\alpha_1'' l_3'' + \alpha_2'' l_3'' - \alpha_3'' l_4'' - \alpha_4'' l_4'') p + (c_1'' l_3'' + c_2'' l_3'' - c_3'' l_4'' - c_4'' l_4'')$$

$$a_{77} = J_3 p^2 + (\alpha_1'' l_3''^2 + \alpha_2'' l_3''^2 + \alpha_3'' l_4''^2 + \alpha_4'' l_4''^2) p + (c_1'' l_3''^2 + c_2'' l_3''^2 + c_3'' l_4''^2 + c_4'' l_4''^2)$$

$$a_{88} = m_4 p^2 + (\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D) p + (c_A + c_B + c_C + c_D)$$

$$a_{89} = a_{98} = (-\alpha_A l_5 + \alpha_B l_6 + \alpha_C l_6 - \alpha_D l_5) p + (-c_A l_5 + c_B l_6 + c_C l_6 - c_D l_5)$$

$$a_{810} = a_{108} = (\alpha_A l_7 + \alpha_B l_7 - \alpha_C l_8 - \alpha_D l_8) p + (c_A l_7 + c_B l_7 - c_C l_8 - c_D l_8)$$

$$a_{99} = J_4 p^2 + (\alpha_A l_5^2 + \alpha_B l_6^2 + \alpha_C l_6^2 + \alpha_D l_5^2) p + (c_A l_5^2 + c_B l_6^2 + c_C l_6^2 + c_D l_5^2)$$

$$a_{910} = a_{109} = (-\alpha_A l_5 l_7 + \alpha_B l_6 l_7 - \alpha_C l_6 l_8 + \alpha_D l_5 l_8) p + (-c_A l_5 l_7 + c_B l_6 l_7 - c_C l_6 l_8 + c_D l_5 l_8)$$

$$a_{1010} = J_4' p^2 + (\alpha_A l_7^2 + \alpha_B l_7^2 + \alpha_C l_8^2 + \alpha_D l_8^2) p + (c_A l_7^2 + c_B l_7^2 + c_C l_8^2 + c_D l_8^2)$$

Les autres a_{ij} sont égaux à zéro.

$$b_{41} = \alpha_1' p + G_1'$$

$$b_{42} = \alpha_3' p + C_3'$$

$$b_{51} = \alpha_1' l_3' p + G_1' l_3'$$

$$b_{52} = -\alpha_3' l_4' p - C_3' l_4'$$

$$b_{61} = e^{-p\tau} (\alpha_1'' p + G_1'')$$

$$b_{62} = e^{-p\tau} (\alpha_3'' p + C_3'')$$

$$b_{71} = e^{-p\tau} (\alpha_1'' l_3'' p + G_1'' l_3'')$$

$$b_{72} = e^{-p\tau} (-\alpha_3'' l_4'' p - C_3'' l_4'')$$

$$\text{car } \bar{h}_3 = e^{-p\tau} \bar{h}_1 \quad \text{et} \quad \bar{h}_4 = e^{-p\tau} \bar{h}_2$$

$$\text{avec : } \tau = \frac{l_1 + l_2}{v}$$

où : $l_1 + l_2$ représente l'empattement

et v représente la vitesse de déplacement du véhicule

Les autres b_{i1} et b_{i2} sont égaux à zéro.

4-4 Calcul des densités spectrales et des dispersions :

La résolution des deux systèmes d'équations permet de trouver la solution générale et en particulier :

$$\bar{q}_1 = \bar{H}_{11} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{12} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{q}_8 = \bar{H}_{81} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{82} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{q}_2 = \bar{H}_{21} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{22} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{q}_9 = \bar{H}_{91} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{92} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{q}_3 = \bar{H}_{31} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{32} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{q}_{10} = \bar{H}_{101} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{102} \cdot \bar{h}_2$$

On en déduit :

- Les déplacements des points A, B, C et D :

$$\bar{X}_A = \bar{q}_1 + \delta_A \bar{q}_2 + \beta_A \bar{q}_3 = (\bar{H}_{11} + \delta_A \bar{H}_{21} + \beta_A \bar{H}_{31}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{12} + \delta_A \bar{H}_{22} + \beta_A \bar{H}_{32}) \bar{h}_2 = \bar{W}_{A1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{W}_{A2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_b = \bar{q}_1 + \delta_b \bar{q}_2 + \beta_b \bar{q}_3 = (\bar{H}_{11} + \delta_b \bar{H}_{21} + \beta_b \bar{H}_{31}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{12} + \delta_b \bar{H}_{22} + \beta_b \bar{H}_{32}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{b1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{b2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_c = \bar{q}_1 + \delta_c \bar{q}_2 + \beta_c \bar{q}_3 = (\bar{H}_{11} + \delta_c \bar{H}_{21} + \beta_c \bar{H}_{31}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{12} + \delta_c \bar{H}_{22} + \beta_c \bar{H}_{32}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{c1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{c2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_d = \bar{q}_1 + \delta_d \bar{q}_2 + \beta_d \bar{q}_3 = (\bar{H}_{11} + \delta_d \bar{H}_{21} + \beta_d \bar{H}_{31}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{12} + \delta_d \bar{H}_{22} + \beta_d \bar{H}_{32}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{d1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{d2} \cdot \bar{h}_2$$

- Les déplacements des points A', B', C' et D' :

$$\bar{x}_{A'} = \bar{q}_8 - \ell_5 \bar{q}_9 + \ell_7 \bar{q}_{10} = (\bar{H}_{81} - \ell_5 \bar{H}_{91} + \ell_7 \bar{H}_{101}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{82} - \ell_5 \bar{H}_{92} + \ell_7 \bar{H}_{102}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{A'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{A'2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_{B'} = \bar{q}_8 + \ell_6 \bar{q}_9 + \ell_7 \bar{q}_{10} = (\bar{H}_{81} + \ell_6 \bar{H}_{91} + \ell_7 \bar{H}_{101}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{82} + \ell_6 \bar{H}_{92} + \ell_7 \bar{H}_{102}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{B'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{B'2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_{C'} = \bar{q}_8 + \ell_6 \bar{q}_9 - \ell_8 \bar{q}_{10} = (\bar{H}_{81} + \ell_6 \bar{H}_{91} - \ell_8 \bar{H}_{101}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{82} + \ell_6 \bar{H}_{92} - \ell_8 \bar{H}_{102}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{C'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{C'2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_{D'} = \bar{q}_8 - \ell_5 \bar{q}_9 - \ell_8 \bar{q}_{10} = (\bar{H}_{81} - \ell_5 \bar{H}_{91} - \ell_8 \bar{H}_{101}) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{82} - \ell_5 \bar{H}_{92} - \ell_8 \bar{H}_{102}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{D'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{D'2} \cdot \bar{h}_2$$

- Les déplacements relatifs des points de fixation du moteur :

$$\bar{x}_A - \bar{x}_{A'} = (\bar{w}_{A1} - \bar{w}_{A'1}) \bar{h}_1 + (\bar{w}_{A2} - \bar{w}_{A'2}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{AA'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{AA'2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_b - \bar{x}_{B'} = (\bar{w}_{b1} - \bar{w}_{B'1}) \bar{h}_1 + (\bar{w}_{b2} - \bar{w}_{B'2}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{bb'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{bb'2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_c - \bar{x}_{C'} = (\bar{w}_{c1} - \bar{w}_{C'1}) \bar{h}_1 + (\bar{w}_{c2} - \bar{w}_{C'2}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{cc'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{cc'2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_d - \bar{x}_{D'} = (\bar{w}_{d1} - \bar{w}_{D'1}) \bar{h}_1 + (\bar{w}_{d2} - \bar{w}_{D'2}) \bar{h}_2 = \bar{w}_{dd'1} \cdot \bar{h}_1 + \bar{w}_{dd'2} \cdot \bar{h}_2$$

Les fonctions de transfert \bar{w} sont donc toutes connues ; en remplaçant p par $(j\omega)$, on peut calculer les densités spectrales de matrice des déplacements :

- Cas où $h_1 \equiv h_2$

En appliquant les formules du paragraphe 2.5-1, on obtient :

$$S_{x_A}(w) = |W_{A1}(jw) + W_{A2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_B}(w) = |W_{B1}(jw) + W_{B2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_C}(w) = |W_{C1}(jw) + W_{C2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_D}(w) = |W_{D1}(jw) + W_{D2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_{A'}}(w) = |W_{A'1}(jw) + W_{A'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_{B'}}(w) = |W_{B'1}(jw) + W_{B'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_{C'}}(w) = |W_{C'1}(jw) + W_{C'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_{D'}}(w) = |W_{D'1}(jw) + W_{D'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_A - x_{A'}}(w) = |W_{AA'1}(jw) + W_{AA'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_B - x_{B'}}(w) = |W_{BB'1}(jw) + W_{BB'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_C - x_{C'}}(w) = |W_{CC'1}(jw) + W_{CC'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

$$S_{x_D - x_{D'}}(w) = |W_{DD'1}(jw) + W_{DD'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w)$$

- Cas où $h_1 \neq h_2$

Dans ce cas, on a :

$$S_{x_A}(w) = |W_{A1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{A2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_B}(w) = |W_{B1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{B2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_C}(w) = |W_{C1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{C2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_b}(w) = |W_{b1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{b2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{a'}}(w) = |W_{a'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{a'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{c'}}(w) = |W_{c'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{c'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{c'}}(w) = |W_{c'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{c'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{b'}}(w) = |W_{b'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{b'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{A-A'}}(w) = |W_{AA'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{AA'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{b-b'}}(w) = |W_{bb'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{bb'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{c-c'}}(w) = |W_{cc'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{cc'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

$$S_{x_{a-a'}}(w) = |W_{aa'1}(jw)|^2 \cdot S_{h_1}(w) + |W_{aa'2}(jw)|^2 \cdot S_{h_2}(w)$$

A partir de ces densités spectrales, on peut calculer les densités spectrales des accélérations en utilisant pour chaque déplacement, la relation :

$$S_{\ddot{y}_k}(w) = w^4 \cdot S_{y_k}$$

Connaissant les densités spectrales, on peut calculer les dispersions pour chaque déplacement et accélération :

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(w) dw = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S(w) dw$$

car la fonction $S(w)$ est une fonction paire dans notre cas.

CH5 DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES PHYSIQUES

Le véhicule choisi pour l'application numérique est un véhicule produit par la SNVI de Kouba, le K66 normal. C'est un camion porteur normal à cabine avancée.

5.1 Données de base:

o Moteur de type Cirta F4L912

o Boite de vitesse de type BBS

o Les masses:

- masse de l'E. AV : 143 kg

- masse de l'E. AR : 230 kg

- masse d'une roue : 45 kg

- masse de la benne : 843 kg

- masse des accessoires de montage de la benne : 75 kg

- masse du véhicule nu (sans benne) : 2392 kg

la répartition de cette masse est:

sous E. AV : 1640 kg

sous E. AR : 752 kg

- masse totale autorisée en charge : 5450 kg

- charge utile : $5450 - (2392 + 843 + 75) = 2140$ kg

- masse à ne pas dépasser dans la limite de la masse totale autorisée en charge :

sous l'E. AV : 2450 kg

sous l'E. AR : 3450 kg

- masse du moteur : 330 kg

- masse de la boîte de vitesse : 70 kg

- masse de la cabine : 500 kg

- masse du châssis : 700 kg

- masse du réservoir (plein), batteries et accessoires : 150 kg

A partir de ces masses, on peut calculer les masses étudiées :

$$M_2 = 143 + 2.45 = 233 \text{ kg (E. AV)}$$

$$M_3 = 230 + 4.45 = 410 \text{ kg (E. AR)}$$

$$M_4 = 330 + 70 = 400 \text{ kg (groupe moteur - boîte de vitesse)}$$

Pour M_1 , on a trois cas :

$$\text{- véhicule nu : } M_1 = 2392 - (233 + 410 + 400) = 1349 \text{ kg}$$

$$\text{- véhicule vide : } M_1 = 1349 + 843 + 75 = 2267 \text{ kg}$$

$$\text{- véhicule en charge : } M_1 = 2267 + 2140 = 4407 \text{ kg}$$

o Les longueurs :

- Empattement : 2,6 m

- Largeur du châssis : 0,8 m

- Largeur entre les roues avant : 1,665 m

- Largeur entre les roues arrière : 1,53 m

- longueur de la benne : 3,2 m

- Porte à faux arrière de la benne : 1,535 m
- Centre de gravité de la benne à partir de l'E.A.R: 0,37 m
- Coordonnées des points de fixation du moteur par rapport à un repère (O, δ_0, β_0) avec $O\delta_0$ passant par l'E.A.V et $O\beta_0$ l'axe de symétrie longitudinale dans le plan du châssis :

$$\delta_{0A} = 0$$

$$\beta_{0A} = 0,265 \text{ m}$$

$$\delta_{0B} = -0,7 \text{ m}$$

$$\beta_{0B} = 0,265 \text{ m}$$

$$\delta_{0C} = -0,7 \text{ m}$$

$$\beta_{0C} = -0,265 \text{ m}$$

$$\delta_{0D} = 0$$

$$\beta_{0D} = -0,265 \text{ m}$$

5.2 Détermination des centres de gravité:

En raison de la symétrie longitudinale du véhicule,

on a:

$$l_3 = l_4 = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ m}$$

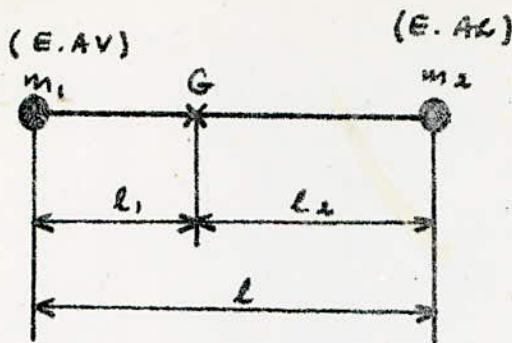
$$l_3' = l_4' = \frac{1,665}{2} = 0,8325 \text{ m}$$

$$l_3'' = l_4'' = \frac{1,53}{2} = 0,765 \text{ m}$$

On déterminera l_1 et l_2 (position du centre de gravité dans le sens longitudinal du châssis - cabine)

dans les cas suivants:

1 - véhicule nu :



$$m_1 = 1640 - (233 + 400) = 1007 \text{ kg}$$

$$m_2 = 752 - 410 = 342 \text{ kg}$$

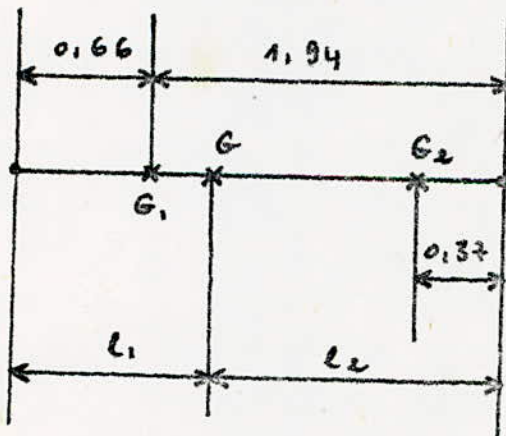
$$l = 2,6 \text{ m}$$

G : c.d.g du chassis - cabine

$$l_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l = \frac{342}{1007 + 342} \cdot 2,6 = 0,66 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l = \frac{1007}{1007 + 342} \cdot 2,6 = 1,94 \text{ m}$$

2 - véhicule vide :



G_1 : c.d.g du chassis - cabine
(véhicule nu) de masse
1349 kg

G_2 : c.d.g de la benne de
masse 918 kg

G : c.d.g du chassis - cabine
(véhicule vide)

$$l_1 = \frac{918}{1349 + 918} (1,94 - 0,37) + 0,66 = 1,30 \text{ m}$$

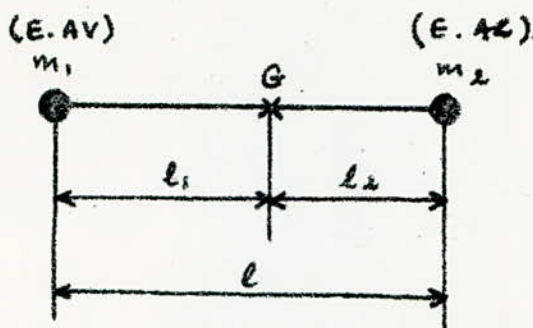
$$l_2 = \frac{1349}{1349 + 918} (1,94 - 0,37) + 0,37 = 1,30 \text{ m}$$

3 - véhicule vide :

Suivant la répartition de cette charge, on distingue

trois cas :

- charge max sous E. AV :



$$m_1 = 2450 - (233 + 400) = 1817 \text{ kg}$$

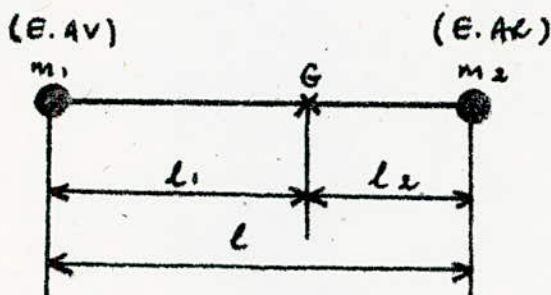
$$m_2 = 3000 - 410 = 2590 \text{ kg}$$

$$l = 2,6 \text{ m}$$

$$l_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l = \frac{2590}{1817 + 2590} \cdot 2,6 = 1,53 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l = \frac{1817}{1817 + 2590} \cdot 2,6 = 1,07 \text{ m}$$

- charge max sous E. AR :



$$m_1 = 2000 - (233 + 400) = 1367 \text{ kg}$$

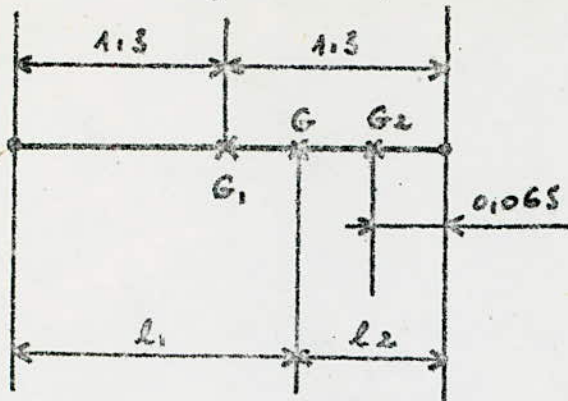
$$m_2 = 3450 - 410 = 3040 \text{ kg}$$

$$l = 2,6 \text{ m}$$

$$l_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l = \frac{3040}{1367 + 3040} \cdot 2,6 = 1,79 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l = \frac{1367}{1367 + 3040} \cdot 2,6 = 0,81 \text{ m}$$

- charge utile max répartie uniformément :



G_1 : c.d.g du châssis-cabine
(véhicule vide) de masse
2267 kg

G_2 : c.d.g de la charge
(2140 kg) uniformément
répartie dans la benne.

$$l_1 = \frac{2140}{2267 + 2140} (1,3 - 0,065) + 1,3 = 1,9 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{2267}{2267 + 2140} (1,3 - 0,065) + 0,065 = 0,7 \text{ m}$$

Pour le groupe moteur - boîte de vitesse, nous avons déterminé la position du centre de gravité par pendulation et nous avons trouvé :

$$l_5 = 0,44 \text{ m}$$

$$l_7 = 0,265 \text{ m}$$

$$l_6 = 0,29 \text{ m}$$

$$l_8 = 0,265 \text{ m}$$

5.3 Coordonnées des points de fixation du moteur :

Les coordonnées des points de fixation du moteur sur le châssis sont suivant le cas :

- véhicule nu :

$$s_A = -0,66 \text{ m} ; s_B = -1,36 \text{ m} ; s_C = -1,36 \text{ m} ; s_D = -0,66 \text{ m}$$

- véhicule vide:

$$\delta_A = -1,3 \text{ m}; \delta_B = -2,0 \text{ m}; \delta_C = -2,0 \text{ m}; \delta_D = -1,3 \text{ m}$$

- véhicule en charge:

- charge max sous E. AV:

$$\delta_A = -1,53 \text{ m}; \delta_B = -2,23 \text{ m}; \delta_C = -2,23 \text{ m}; \delta_D = -1,53 \text{ m}$$

- charge max sous E. AB:

$$\delta_A = -1,79 \text{ m}; \delta_B = -2,39 \text{ m}; \delta_C = -2,49 \text{ m}; \delta_D = -1,79 \text{ m}$$

- charge max uniformément répartie:

$$\delta_A = -1,9 \text{ m}; \delta_B = -2,6 \text{ m}; \delta_C = -2,6 \text{ m}; \delta_D = -1,9 \text{ m}$$

Dans tous ces cas, on a:

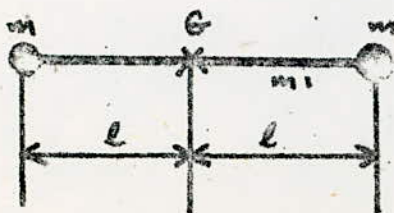
$$\beta_A = \beta_B = -\beta_C = -\beta_D = 0,265 \text{ m}$$

5.4 Calcul des moments d'inertie:

Vu les formes compliquées des corps dont on veut déterminer les moments d'inertie, et vu l'indisponibilité des moyens pour les mesurer, on a été obligé de proposer des modèles très simplifiés qui nous permettent de les calculer très approximativement.

Ces modèles sont:

o Estieux Avant : (E. AV)



$$m = 75 \text{ kg}$$

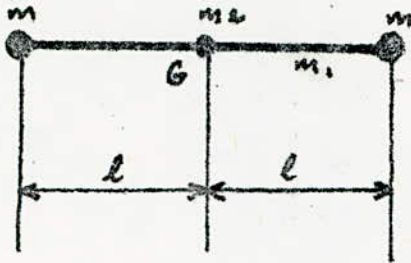
$$m_1 = 83 \text{ kg}$$

$$L = 0,8325 \text{ m}$$

$$J_2 = 2ml^2 + m_1 \frac{l^2}{3} = 2(75)(0,8325)^2 + 83 \frac{(0,8325)^2}{3} = 123 \text{ Kg.m}^2$$

On prendra $J_2 = 120 \text{ Kg.m}^2$

o Essieux Arriere (E.A.R.) :



$$m = 120 \text{ kg}$$

$$m_1 = 100 \text{ kg}$$

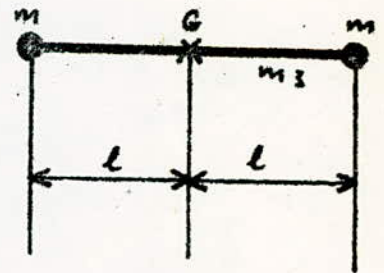
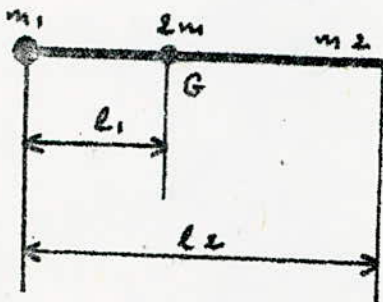
$$m_2 = 70 \text{ kg}$$

$$l = 0,765 \text{ m}$$

$$J_3 = 2ml^2 + m_1 \frac{l^2}{3} = 2(120)(0,765)^2 + 100 \frac{(0,765)^2}{3} = 160,0 \text{ Kg.m}^2$$

On prendra $J_3 = 160 \text{ Kg.m}^2$

o Chassis. cabine :



$$J_1 = m_1 l_1^2 + m_2 \frac{l_2^2}{12} + m_2 \left(\frac{l_2}{2} - l_1 \right)^2$$

$$J'_1 = 2ml^2 + m_3 \frac{l^2}{3}$$

* véhicule nu :

$$m_1 = 500 \text{ kg}$$

$$l_1 = 0,66 \text{ m}$$

$$m_2 = 700 \text{ kg}$$

$$l_2 = 3,2 \text{ m}$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$l = 0,7 \text{ m}$$

$$m_3 = 1200 \text{ kg}$$

$$J_1 = 500(0,66)^2 + 700 \frac{(3,2)^2}{12} + 700(1,6 - 0,66)^2 = 1434 \text{ kg. m}^2$$

$$J'_1 = 2(75)(0,7)^2 + 1200 \frac{(0,7)^2}{3} = 270 \text{ kg. m}^2$$

On prendra $J_1 = 1400 \text{ kg. m}^2$

$$J'_1 = 300 \text{ kg. m}^2$$

* véhicule vide :

$$m_1 = 500 \text{ kg} \quad l_1 = 1,3 \text{ m}$$

$$m_2 = 1618 \text{ kg} \quad l_2 = 3,2 \text{ m}$$

$$m = 75 \text{ kg} \quad l = 0,75 \text{ m}$$

$$m_3 = 2118 \text{ kg}$$

$$J_1 = 500(1,3)^2 + 1618 \frac{(3,2)^2}{12} + 1618(1,6 - 1,3)^2 = 2371 \text{ kg. m}^2$$

$$J'_1 = 2(75)(0,75)^2 + 2118 \frac{(0,75)^2}{3} = 482 \text{ kg. m}^2$$

On prendra $J_1 = 2400 \text{ kg. m}^2$

$$J'_1 = 500 \text{ kg. m}^2$$

* véhicule en charge avec charge (utile) uniformément répartie dans la benne :

$$m_1 = 500 \text{ kg} \quad l_1 = 1,9 \text{ m}$$

$$m_2 = 3758 \text{ kg} \quad l_2 = 3,2 \text{ m}$$

$$m = 75 \text{ kg} \quad l = 0,75 \text{ m}$$

$$m_3 = 4258 \text{ kg}$$

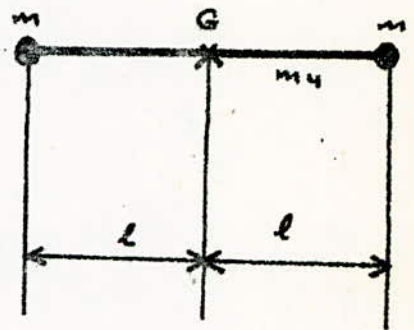
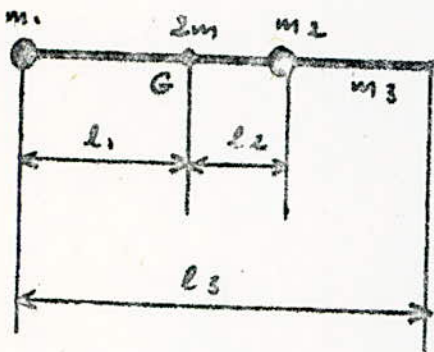
$$J_1 = 500(1,9)^2 + 3758 \frac{(3,2)^2}{12} + 3758(1,6 - 1,9)^2 = 5350 \text{ kg. m}^2$$

$$J'_1 = 2(75)(0,75)^2 + 4257 \frac{(0,75)^2}{3} = 883 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

On prendra $J_1 = 5400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$J'_1 = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Pour les deux cas où la charge max est soit sous l'E. AV, soit sous l'E. AR, nous avons proposé les modèles suivants :



$$J_1 = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 \frac{l_3^2}{12} + m_3 \left(\frac{l_3}{2} - l_1 \right)^2 \quad J'_1 = 2m l^2 + m_4 \frac{l^2}{3}$$

* véhicule en charge avec charge max sous l'E. AV :

$$m_1 = 1195 \text{ kg}$$

$$l_1 = 1,53 \text{ m}$$

$$m_2 = 1444 \text{ kg}$$

$$l_2 = 1,07 \text{ m}$$

$$m_3 = 1618 \text{ kg}$$

$$l_3 = 3,2 \text{ m}$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$l = 0,75 \text{ m}$$

$$m_4 = 4257 \text{ kg}$$

$$J_1 = 1195(1,53)^2 + 1444(1,07)^2 + 1618 \frac{(3,2)^2}{12} + 1618(1,6 - 1,53)^2 = 5840 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J'_1 = 2(75)(0,75)^2 + 4257 \frac{(0,75)^2}{3} = 883 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

On prendra $J_1 = 5800 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$J_1' = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

* véhicule en charge avec charge max sous l'E.A.R. :

$$m_1 = 595 \text{ kg}$$

$$l_1 = 1,79 \text{ m}$$

$$m_2 = 2044 \text{ kg}$$

$$l_2 = 0,81 \text{ m}$$

$$m_3 = 1618 \text{ kg}$$

$$l_3 = 3,2 \text{ m}$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$l = 0,75 \text{ m}$$

$$m_4 = 4257 \text{ kg}$$

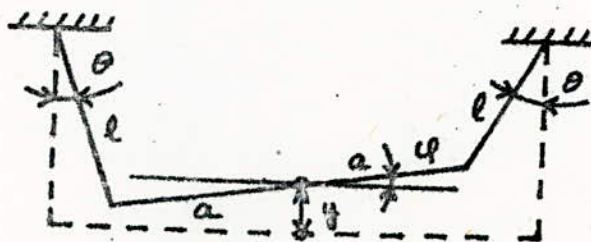
$$J_1 = 595(1,79)^2 + 2044(0,81)^2 + 1618 \frac{(3,2)^2}{12} + 1618(1,6 - 1,79)^2 = 4687 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_1' = 2(75)(0,75)^2 + 4257 \frac{(0,75)^2}{3} = 883 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

On prendra : $J_1 = 4700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$J_1' = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

En ce qui concerne les moments d'inertie du groupe moteur - boîte de vitesse, ils ont été obtenus par pendulation :

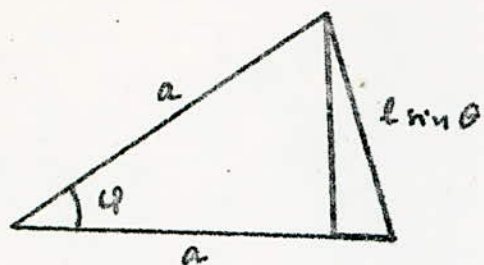


$$y = l(1 - \cos \theta)$$

Système à un degré de liberté

Coordonnée généralisée choisie : φ

D'après la figure représentant la vue de dessus, on a :



En appliquant la relation du triangle rectangle dans le petit triangle (noirci), on obtient :

$$\cos^2 \theta = 1 - 2 \frac{a^2}{l^2} (1 - \cos \varphi)$$

$$\text{D'où } y = l \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{a^2}{l^2} (1 - \cos \varphi)} \right)$$

Pour les petits mouvements, on obtient :

$$y = l \left(1 - \left(1 - \frac{a^2}{l^2} (1 - \cos \varphi) \right) \right) = l \frac{a^2}{l^2} (1 - \cos \varphi)$$

$$\dot{y} = l \frac{a^2}{l^2} \dot{\varphi} \sin \varphi$$

$$\text{L'énergie potentielle : } V = -mgy = -mg l \frac{a^2}{l^2} (1 - \cos \varphi)$$

$$\text{L'énergie cinétique : } T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2$$

L'équation de LAGRANGE de seconde espèce donne :

$$m l^2 \frac{a^4}{l^4} (2 \sin \varphi \cos \varphi \dot{\varphi}^2 + \sin^2 \varphi \ddot{\varphi}) + J \ddot{\varphi} + mg l \frac{a^2}{l^2} \sin \varphi = 0$$

Pour les petits mouvements, cette équation devient :

$$J \ddot{\varphi} + mg l \frac{a^2}{l^2} \varphi = 0$$

$$\text{D'où } T = 2\pi \frac{l}{a} \sqrt{\frac{J}{mgl}}$$

On en déduit :

$$J = \frac{1}{4\pi^2} \frac{a^2}{l^2} m g l T^2$$

- mesure de J_4 :

$$m = 400 \text{ kg} ; a = 0,14 \text{ m} ; l = 0,12 \text{ m} ; T = 1,0 \text{ s}$$

$$\text{D'où } J_4 = 132,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- mesure de J'_4 :

$$m = 400 \text{ kg} ; a = 0,13 \text{ m} ; l = 0,24 \text{ m} ; T = 1,5 \text{ s}$$

$$\text{D'où } J'_4 = 83,9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{On prendra : } J_4 = 150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J'_4 = 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

5.5 Paramètres de suspension du véhicule :

La suspension est assurée par des ressorts à lames semi-elliptiques avec amortisseurs hydrauliques télescopiques à l'avant et à l'arrière et dont les constantes de raideur et les coefficients d'amortissement sont respectivement :

$$C_2' = C_4' = 150000 \text{ [N/m]} \quad \alpha_2' = \alpha_4' = 2500 \text{ [N.s/m]}$$

$$C_2'' = C_4'' = 400000 \text{ [N/m]} \quad \alpha_2'' = \alpha_4'' = 2500 \text{ [N.s/m]}$$

Les coefficients de rigidité et d'amortissement des roues sont respectivement :

$$C_1' = C_3' = 516000 \text{ [N/m]} \quad \alpha_1' = \alpha_3' = 2500 \text{ [N.s/m]}$$

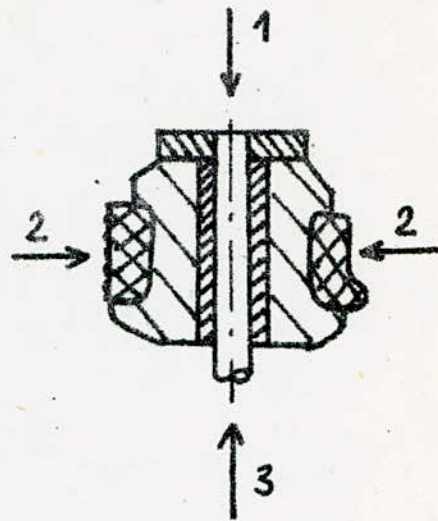
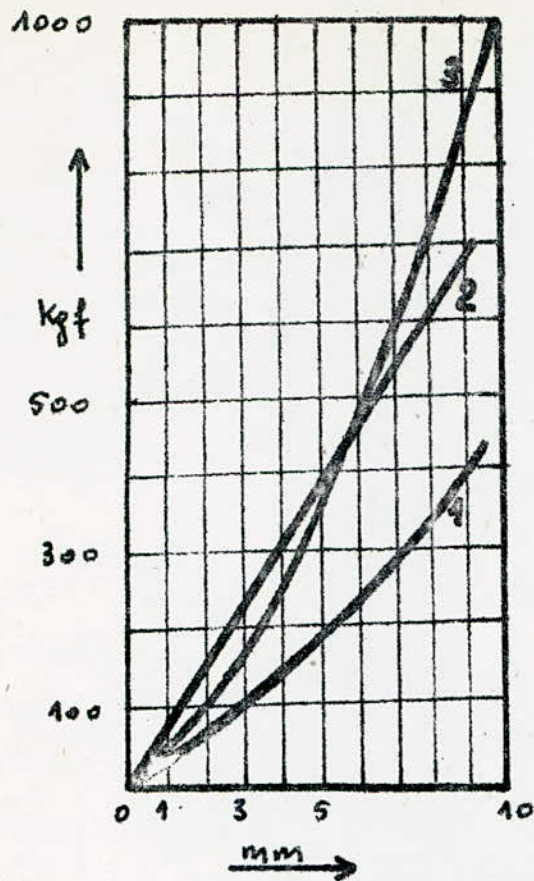
$$C_1'' = C_3'' = 1113500 \text{ [N/m]} \quad \alpha_1'' = \alpha_3'' = 5000 \text{ [N.s/m]}$$

5.6 Caractéristique élastique des plots de fixation du moteur :

Cette caractéristique élaborée par le constructeur n'est pas linéaire (voir figure 5-6). Dans le but de sa linéarisation on a utilisé la méthode des moindres carrés.

$$R = \sum_{i=1}^n (F_i - k z_i)^2$$

$$\frac{\partial R}{\partial k} = 0 \Rightarrow k = \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2}$$



Z_i (mm)	F_i (kgf)	F_i (kgf)
	direction 1	direction 2
1	30	30
2	70	100
3	120	170
4	170	270
5	220	400
6	270	500
7	340	650
8	380	820
9	450	1000

* Direction (1) :

$$K_1 = 47 \text{ kgf/mm} = 47 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

* Direction (3) :

$$K_3 = 94,5 \text{ kgf/mm} = 94,5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

Soit K la moyenne arithmétique de ces deux valeurs :

$$K = \frac{K_1 + K_3}{2} = 70,75 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

On prendra $K = 700000 \text{ N/m}$

Tableaux des caractéristiques physiques
du véhicule K66 normal

M_2	233 kg	J_4	100 kg·m ²
M_3	410 kg	$\beta_A = \beta_B$	0,265 m
M_4	400 kg	$\beta_C = \beta_D$	-0,265 m
$l_3 = l_4$	0,14 m	$C_1' = C_3'$	516000 N/m
$l_3' = l_4'$	0,8325 m	$C_2' = C_4'$	150000 N/m
$l_3'' = l_4''$	0,1765 m	$C_1'' = C_3''$	1113500 N/m
l_5	0,41 m	$C_2'' = C_4''$	400000 N/m
l_6	0,29 m	K	700000 N/m
$l_7 = l_8$	0,265 m	$\alpha_1' = \alpha_3'$	2500 Ns/m
J_2	120 kg·m ²	$\alpha_2' = \alpha_4'$	2500 Ns/m
J_3	160 kg·m ²	$\alpha_1'' = \alpha_3''$	5000 Ns/m
J_4	150 kg·m ²	$\alpha_2'' = \alpha_4''$	2500 Ns/m

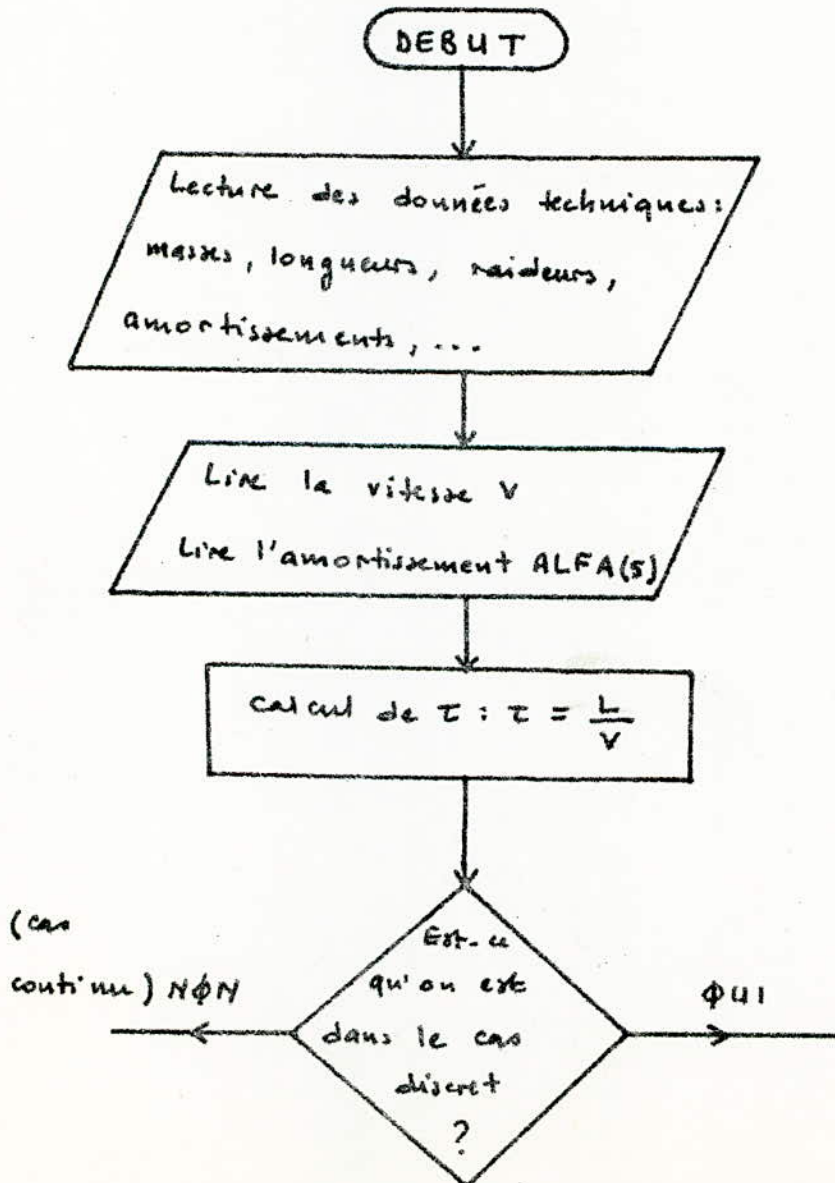
	1	2	3	4	5
M_1	1349 kg	2267 kg	4407 kg	4407 kg	4407 kg
l_1	0,66 m	1,30 m	1,53 m	1,79 m	1,9 m
l_2	1,94 m	1,30 m	1,07 m	0,81 m	0,7 m
$\delta_A = \delta_b$	-0,66 m	-1,3 m	-1,53 m	-1,79 m	-1,9 m
$\delta_b = \delta_c$	-1,36 m	-2,0 m	-2,23 m	-2,49 m	-2,6 m
J_1	1400 kg.m ²	2400 kg.m ²	5800 kg.m ²	4700 kg.m ²	5400 kg.m ²
J_1'	300 kg.m ²	500 kg.m ²	900 kg.m ²	900 kg.m ²	900 kg.m ²

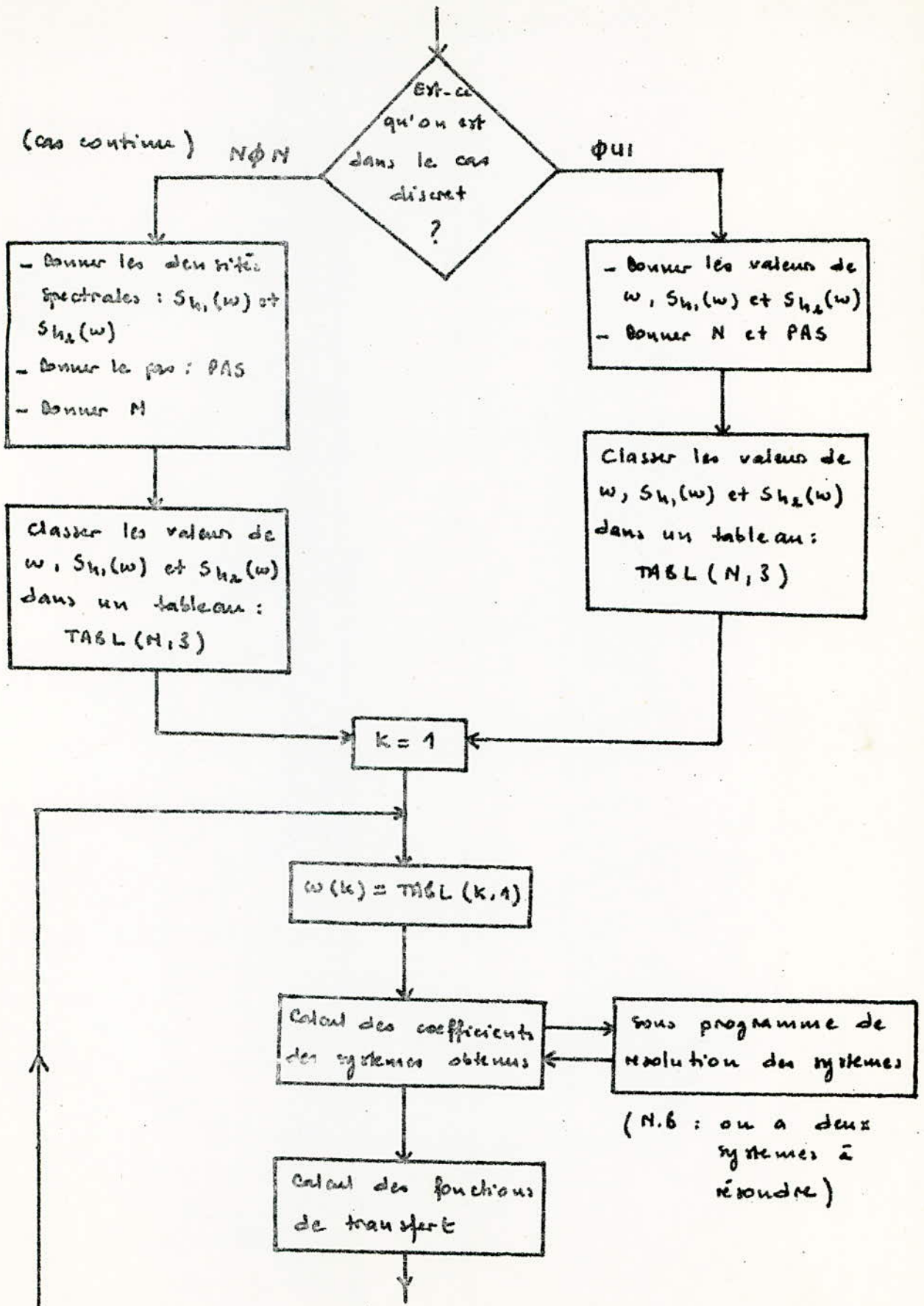
- 1 - véhicule nu
- 2 - véhicule vide
- 3 - véhicule en charge avec charge max sous E. AV
- 4 - véhicule en charge avec charge max sous E. AR
- 5 - véhicule en charge avec charge uniformément répartie dans la benne.

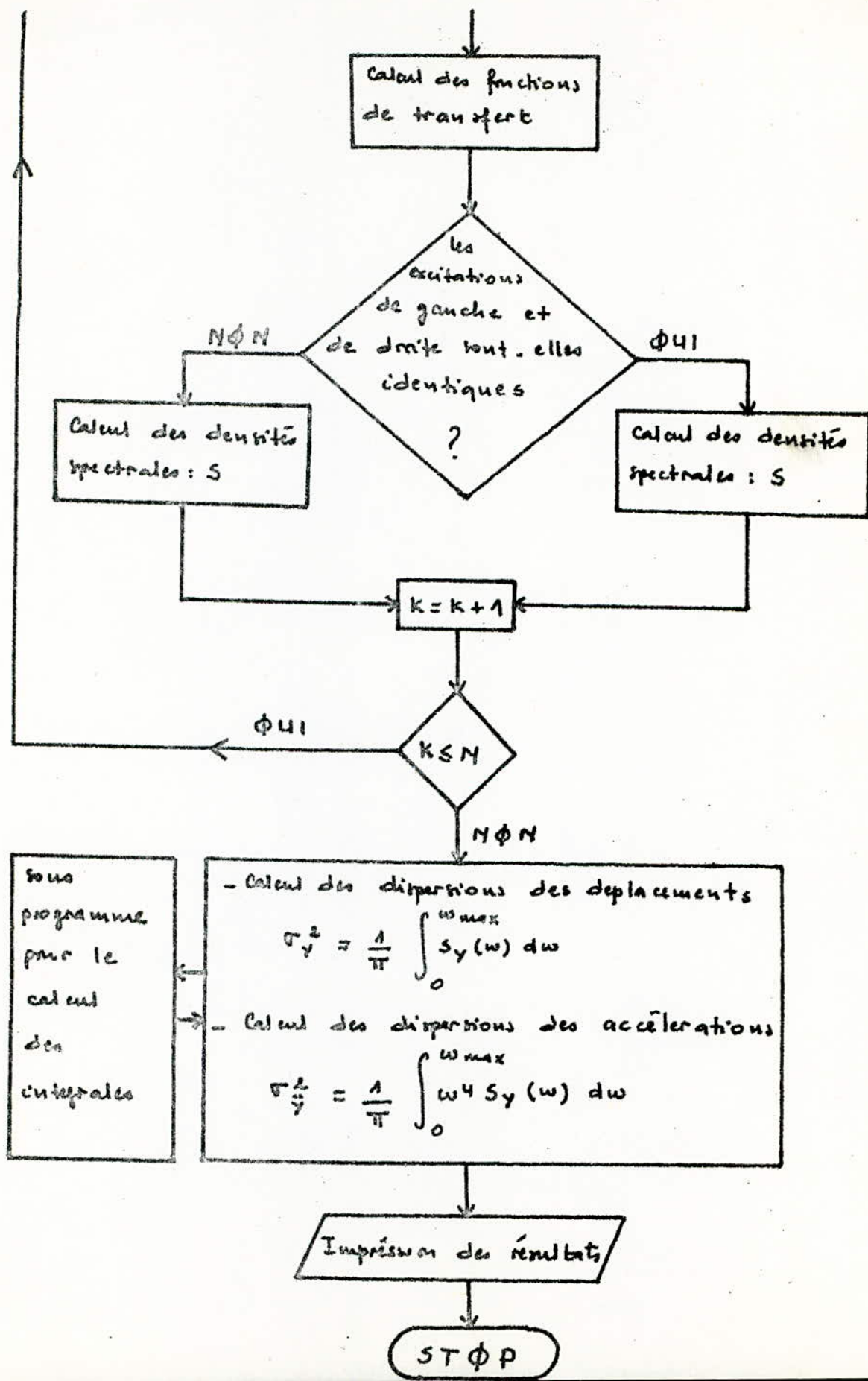
CH6 PROGRAMME ET RESULTATS

Dans cette partie on s'est intéressé au calcul numérique des densités spectrales et des différentes dispersions pour plusieurs valeurs de la vitesse de déplacement et plusieurs valeurs de l'amortissement des plots de fixation du moteur.

6.1 Organigramme :







6.2 Notation dans le programme :

o Les longueurs :

$l_1, l_2, l_3, l_4, l'_1, l'_4, l''_3, l''_4, l_5, l_6, l_7, l_8$ sont notés respectivement : $L(I)$ avec $I = 1, 12$

$\delta_A, \delta_B, \delta_C, \delta_D$ sont notés respectivement : $\Delta ELTA(I)$ avec $I = 1, 4$

$\beta_A, \beta_B, \beta_C, \beta_D$ sont notés respectivement : $BETA(I)$ avec $I = 1, 4$

o Les inerties :

$J_1, J'_1, J_2, J_3, J_4, J'_4$ sont notés respectivement : $I(k)$ avec $k = 1, 6$

o Les rigidités :

$C'_1 = C'_3, C'_2 = C'_4, C''_1 = C''_3, C''_2 = C''_4, C_A = C_B = C_C = C_D = k$ sont notés respectivement : $C(I)$ avec $I = 1, 5$

o Les amortissements :

$\alpha'_1 = \alpha'_3, \alpha'_2 = \alpha'_4, \alpha''_1 = \alpha''_3, \alpha''_2 = \alpha''_4, \alpha_A = \alpha_B = \alpha_C = \alpha_D$ sont notés respectivement : $ALFA(I)$ avec $I = 1, 5$

o Les coefficients des systemes :

$a_{ij} = MAT1(k, j) = MAT(k, j)$ avec $k = 1, 10$ et $j = 1, 10$

$b_{i,1} = MAT1(k, 11) = MAT(k, 11)$ avec $k = 1, 10$

$b_{i,2} = MAT1(k, 11) = MAT(k, 12)$ avec $k = 1, 10$

o Les fonctions de transfert :

$H_{i,1}$ et $H_{i,2}$ sont notés respectivement : $H(k, 1)$ et $H(k, 2)$ avec $k = 1, 10$

$W_{A1}, W_{B1}, W_{C1}, W_{D1}, W_{A'1}, W_{B'1}, W_{C'1}, W_{D'1}, W_{AA'1}, W_{BB'1},$
 $W_{CC'1}, W_{DD'1}$ sont notés respectivement : $WA(K,1)$ avec $K=1,12$

$W_{A2}, W_{B2}, W_{C2}, W_{D2}, W_{A'2}, W_{B'2}, W_{C'2}, W_{D'2}, W_{AA'2}, W_{BB'2},$
 $W_{CC'2}, W_{DD'2}$ sont notés respectivement : $WA(K,2)$ avec $K=1,12$

$W_A, W_B, W_C, W_D, W_{A'}, W_{B'}, W_{C'}, W_{D'}, W_{AA'}, W_{BB'}, W_{CC'},$
 $W_{DD'}$ sont notés respectivement : $W(K)$ avec $K=1,12$

o Les densités spectrales :

Les densités spectrales ainsi que w sont notés dans le
tableau TAB (K, K1) avec $K=1, N$ et $K1=1, 25$ dans l'
ordre suivant :

$w, S_{x_A}, S_{x_B}, S_{x_C}, S_{x_D}, S_{x_{A'}}, S_{x_{B'}}, S_{x_{C'}}, S_{x_{D'}}, S_{x_A-x_{A'}},$
 $S_{x_B-x_{B'}}, S_{x_C-x_{C'}}, S_{x_D-x_{D'}}, S_{\ddot{x}_A}, S_{\ddot{x}_B}, S_{\ddot{x}_C}, S_{\ddot{x}_D}, S_{\ddot{x}_{A'}},$
 $S_{\ddot{x}_{B'}}, S_{\ddot{x}_{C'}}, S_{\ddot{x}_{D'}}, S_{\ddot{x}_A-\ddot{x}_{A'}}, S_{\ddot{x}_B-\ddot{x}_{B'}}, S_{\ddot{x}_C-\ddot{x}_{C'}}, S_{\ddot{x}_D-\ddot{x}_{D'}}.$

o Les dispersions :

$\sigma_{\ddot{x}_A}^2, \sigma_{\ddot{x}_B}^2, \sigma_{\ddot{x}_C}^2, \sigma_{\ddot{x}_D}^2, \sigma_{\ddot{x}_{A'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_{B'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_{C'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_{D'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_A-x_{A'}}^2,$
 $\sigma_{\ddot{x}_B-x_{B'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_C-x_{C'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_D-x_{D'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_A}^2, \sigma_{\ddot{x}_B}^2, \sigma_{\ddot{x}_C}^2, \sigma_{\ddot{x}_D}^2, \sigma_{\ddot{x}_{A'}}^2,$
 $\sigma_{\ddot{x}_{B'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_{C'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_{D'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_A-\ddot{x}_{A'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_B-\ddot{x}_{B'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_C-\ddot{x}_{C'}}^2, \sigma_{\ddot{x}_D-\ddot{x}_{D'}}^2,$
sont notés respectivement SIGMA (K) avec $K=1, 24$.

6.3 Programme:

Ce programme permet le calcul de toutes les densités spectrales de sortie en fonction des densités spectrales d'entrée ainsi que toutes les dispersions.

Nous avons utilisé le langage FORTRAN pour l'élaboration de ce programme.

Pour le calcul des intégrales, nous avons utilisé la méthode des trapèzes.

Pour la résolution des systèmes linéaires, nous avons choisi la méthode de GAUSS.

```

*****
***** PROGRAMME POUR LE CALCUL DES DENSITES SPECTRALES *****
***** DE SORTIE ET DES DISPERSIONS DE DEPLACEMENT ET *****
***** D'ACCELERATION DES POINTS DE FIXATION DU MOTEUR *****
***** F4L912 *****
*****
REAL TABL(1501,3),OMEGA(1501),SIGMA(24),DELTA(4),TO,U,I(6),L(12),
1 CAS1(9),CAS2(9),CAS3(9),CAS4(9),CAS5(9),BETA(4),ALFA(5),C(5),M1,
1 M2,M3,M4,TAB(1501,25)
INTEGER CAS,A
COMPLEX MAT(10,12),H(10,2),WA(12,2),W(12),JC,SC,MAT1(10,11),VAL
JC=(0,1)
PI=3.1416
DATA M2/233.0/,M3/410.0/,M4/400.0/
DATA I(3)/120./,I(4)/160./,I(5)/150./,I(6)/100./
DATA L(3)/0.4/,L(4)/0.4/,L(5)/0.8325/,L(6)/0.8325/,L(7)/0.765/,
1 L(8)/0.765/,L(9)/0.41/,L(10)/0.29/,L(11)/0.265/,L(12)/0.265/
DATA C/516000.,150000.,1113500.,400000.,0./
DATA BETA/0.265,0.265,-0.265,-0.265/
DATA ALFA/2500.,2500.,5000.,2500.,0./
DATA CAS1/1349.,1400.,300.,0.66,1.94,-0.66,-1.36,-1.36,-0.66/
DATA CAS2/2267.,2400.,500.,1.3,1.3,-1.3,-2.,-2.,-1.3/
DATA CAS3/4407.,5800.,900.,1.53,1.07,-1.53,-2.23,-2.23,-1.53/
DATA CAS4/4407.,4700.,900.,1.79,0.81,-1.79,-2.49,-2.49,-1.79/
DATA CAS5/4407.,5400.,900.,1.9,0.7,-1.9,-2.6,-2.6,-1.9/
WRITE(*,10)
1 / DONNER LA VITESSE DE DEPLACEMENT DU VEHICULE EN [M/S] :
ACCEPT*,U
WRITE(*,10)
1 / DONNER LA VALEUR DE L'AMORTISSEMENT DES PLOTS EN [N.S/M] :
ACCEPT*,ALFA(5)
WRITE(*,10)
1 / DONNER LA VALEUR DE LA RIGIDITE DES PLOTS EN [N/M] :
ACCEPT*,C(5)
FORMAT(1X,A,#)
CONTINUE
PRINT*, ' INDIQUER DANS QUEL CAS SE TROUVE LE VEHICULE ? '
PRINT*, ' 1_ VEHICULE NU '
PRINT*, ' 2_ VEHICULE A VIDE '
PRINT*, ' 3_ VEHICULE EN CHARGE AVEC CHARGE MAX SOUS E.AU '
PRINT*, ' 4_ VEHICULE EN CHARGE AVEC CHARGE MAX SOUS E.AR '
PRINT*, ' 5_ VEHICULE EN CHARGE AVEC CHARGE UTILE (MAX) UNIFORMEMENT
1 REPARTIE '
WRITE(*,10) ' TAPER LE NUMERO DU CAS -----> '
ACCEPT*,CAS
IF(CAS.EQ.1) GOTO 100
IF(CAS.EQ.2) GOTO 150
IF(CAS.EQ.3) GOTO 200
IF(CAS.EQ.4) GOTO 250
IF(CAS.EQ.5) GOTO 260
GOTO 90
260 M1=CAS5(1)
I(1)=CAS5(2)
I(2)=CAS5(3)
L(1)=CAS5(4)

```

```

L(2)=CAS5(5)
DELTA(1)=CAS5(6)
DELTA(2)=CAS5(7)
DELTA(3)=CAS5(8)
DELTA(4)=CAS5(9)
GOTO 300
100 100 M1=CAS1(1)
I(1)=CAS1(2)
I(2)=CAS1(3)
L(1)=CAS1(4)
L(2)=CAS1(5)
DELTA(1)=CAS1(6)
DELTA(2)=CAS1(7)
DELTA(3)=CAS1(8)
DELTA(4)=CAS1(9)
GOTO 300
150 150 M1=CAS2(1)
I(1)=CAS2(2)
I(2)=CAS2(3)
L(1)=CAS2(4)
L(2)=CAS2(5)
DELTA(1)=CAS2(6)
DELTA(2)=CAS2(7)
DELTA(3)=CAS2(8)
DELTA(4)=CAS2(9)
GOTO 300
200 200 M1=CAS3(1)
I(1)=CAS3(2)
I(2)=CAS3(3)
L(1)=CAS3(4)
L(2)=CAS3(5)
DELTA(1)=CAS3(6)
DELTA(2)=CAS3(7)
DELTA(3)=CAS3(8)
DELTA(4)=CAS3(9)
GOTO 300
250 250 M1=CAS4(1)
I(1)=CAS4(2)
I(2)=CAS4(3)
L(1)=CAS4(4)
L(2)=CAS4(5)
DELTA(1)=CAS4(6)
DELTA(2)=CAS4(7)
DELTA(3)=CAS4(8)
DELTA(4)=CAS4(9)
300 300 TO=(L(1)+L(2))/V
SOM1=DELTA(1)+DELTA(2)+DELTA(3)+DELTA(4)
SOM2=BETA(1)+BETA(2)+BETA(3)+BETA(4)
SOM3=DELTA(1)**2+DELTA(2)**2+DELTA(3)**2+DELTA(4)**2
SOM4=DELTA(1)*BETA(1)+DELTA(2)*BETA(2)+DELTA(3)*BETA(3)+DELTA(4)*
1 BETA(4)
SOM5=BETA(1)**2+BETA(2)**2+BETA(3)**2+BETA(4)**2
356 356 CONTINUE
PRINT*, ' LES DENSITES SPECTRALES SONT-ELLES:'
PRINT*, ' 1-CONTINUES ?'

```

```

PRINT*, ' 2-DISCRETES ?'
WRITE(*,10) ' TAPER LE NUMERO DU CAS -----> '
ACCEPT*,CAS
IF (CAS.EQ.1) GOTO 350
IF (CAS.EQ.2) GOTO 355
GOTO 356

```

55 375

```

CONTINUE
***** CAS DISCRET *****
WRITE(*,10) ' DONNER N LE NOMBRE D"OMEGA N= '
ACCEPT *,N
WRITE(*,10) ' DONNER LE PAS DES OMEGA PAS= '
ACCEPT*,PAS
PRINT*, ' ATTENTION! LE PAS DOIT ETRE CONSTANT '
DO K=1,N
WRITE(*,10) ' J= '
ACCEPT*,J
WRITE(*,10) ' OMEGA= '
ACCEPT*,TABL(K,1)
WRITE(*,10) ' SH1= '
ACCEPT*,TABL(K,2)
WRITE(*,10) ' SH2= '
ACCEPT*,TABL(K,3)
ENDDO
GOTO 400

```

50 370

```

***** CAS CONTINU *****
N=1501
PAS=0.1
T=-PAS
DO K=1,N
OMEGA(K)=T+PAS
T=OMEGA(K)
TABL(K,1)=OMEGA(K)
W1=TABL(K,1)

```

c ** EXPRESSION DE LA DENSITE SPECTRALE DE L'EXCITATION DE DROITE **

```
TABL(K,2)= -----
```

c ** EXPRESSION DE LA DENSITE SPECTRALE DE L'EXCITATION DE GAUCHE **

```
TABL(K,3)= -----
```

00 400

```

ENDDO
CONTINUE
DO K=1,N
DO K1=1,10
DO K2=1,10
MAT1(K1,K2)=(0.0,0.0)
ENDDO
ENDDO
OMEGA(K)=TABL(K,1)
SC=JC*OMEGA(K)
MAT1(1,1)=M1*SC**2+(2*(ALFA(2)+ALFA(4))+4*ALFA(5))*SC+(2*(C(2)+C(4))
1 4*C(5))
MAT1(1,2)=SC*(2*(-ALFA(2)*L(1)+ALFA(4)*L(2))+ALFA(5)*SOM1)
1 +(2*(-C(2)*L(1)+C(4)*L(2))+C(5)*SOM1)
MAT1(2,1)=MAT1(1,2)
MAT1(1,3)=SC*((L(3)-L(4))*(ALFA(2)+ALFA(4))+ALFA(5)*SOM1)
1 +((L(3)-L(4))*(C(2)+C(4))+C(5)*SOM1)
MAT1(3,1)=MAT1(1,3)

```



```

MAT1(1,4)=-SC*2*ALFA(2)-2*C(2)
MAT1(4,1)=MAT1(1,4)
MAT1(1,5)=SC*ALFA(2)*(-L(6)+L(5))+C(2)*(-L(6)+L(5))
MAT1(5,1)=MAT1(1,5)
MAT1(1,6)=-SC*2*ALFA(4)-2*C(4)
MAT1(6,1)=MAT1(1,6)
MAT1(1,7)=SC*ALFA(4)*(L(8)-L(7))+C(4)*(L(8)-L(7))
MAT1(7,1)=MAT1(1,7)
MAT1(1,8)=-SC*4*ALFA(5)-4*C(5)
MAT1(8,1)=MAT1(1,8)
MAT1(1,9)=(2*ALFA(5)*(L(5)-L(6)))*SC+2*C(5)*(L(5)-L(6))
MAT1(9,1)=MAT1(1,9)
MAT1(1,10)=SC*(2*ALFA(5)*(L(8)-L(7)))+2*C(5)*(L(8)-L(7))
MAT1(10,1)=MAT1(1,10)
MAT1(2,2)=(2*(C(2)*L(1)**2+C(4)*L(2)**2)+C(5)*SOM3)
+SC*(2*(ALFA(2)*L(1)**2+ALFA(4)*L(2)**2)+ALFA(5)*SOM3)+I(1)**2
MAT1(2,3)=(-L(1)*C(2)*(L(3)-L(4))+L(2)*C(4)*(L(3)-L(4))+C(5)*SOM4)
+SC*(-ALFA(2)*L(1)*(L(3)-L(4))+ALFA(4)*L(2)*(L(3)-L(4))
+ALFA(5)*SOM4)
MAT1(3,2)=MAT1(2,3)
MAT1(2,4)=-SC*L(1)*ALFA(2)+L(1)*C(2)
MAT1(4,2)=MAT1(2,4)
MAT1(2,5)=-SC*L(1)*ALFA(2)*(-L(6)+L(5))-L(1)*C(2)*(-L(6)+L(5))
MAT1(5,2)=MAT1(2,5)
MAT1(2,6)=-L(2)*C(4)-SC*L(2)*ALFA(4)
MAT1(6,2)=MAT1(2,6)
MAT1(2,7)=-L(2)*C(4)*(L(7)-L(8))-SC*L(2)*ALFA(4)*(L(7)-L(8))
MAT1(7,2)=MAT1(2,7)
MAT1(2,8)=-SC*ALFA(5)*SOM1-C(5)*SOM1
MAT1(8,2)=MAT1(2,8)
VA=-L(6)*(DELTA(2)+DELTA(3))+L(5)*(DELTA(1)+DELTA(4))
VB=-L(6)*(ALFA(5)*DELTA(2)+ALFA(5)*DELTA(3))
VC=-L(5)*(ALFA(5)*DELTA(1)+ALFA(5)*DELTA(4))
MAT1(2,9)=C(5)*VA+SC*(VB-VC)
MAT1(9,2)=MAT1(2,9)
VA=L(8)*(DELTA(3)+DELTA(4))-L(7)*(DELTA(1)+DELTA(2))
VB=L(8)*(DELTA(3)*ALFA(5)+DELTA(4)*ALFA(5))
VC=L(7)*(DELTA(1)*ALFA(5)+DELTA(2)*ALFA(5))
MAT1(2,10)=C(5)*VA+SC*(VB-VC)
MAT1(10,2)=MAT1(2,10)
MAT1(3,3)=((L(3)**2+L(4)**2)*(C(2)+C(4)))+C(5)*SOM5+SC*((L(3)**2+L(4)
**2)*(ALFA(2)+ALFA(4))+ALFA(5)*SOM5)+I(2)*SC**2
MAT1(3,4)=SC*ALFA(2)*(L(4)-L(3))+C(2)*(L(4)-L(3))
MAT1(4,3)=MAT1(3,4)
MAT1(3,5)=-SC*ALFA(2)*(-L(3)*L(5)-L(4)*L(6))-C(2)*(-L(3)*L(5)+L(4)
*L(6))
MAT1(5,3)=MAT1(3,5)
MAT1(3,6)=C(4)*(L(4)-L(3))+SC*ALFA(4)*(L(4)-L(3))
MAT1(6,3)=MAT1(3,6)
MAT1(3,7)=(L(3)*L(7)+L(4)*L(8))*(-C(4)-(ALFA(4)*SC))
MAT1(7,3)=MAT1(3,7)
MAT1(3,8)=-C(5)*SOM2-SC*SOM2*ALFA(5)
MAT1(8,3)=MAT1(3,8)
MAT1(3,9)=C(5)*(-L(6)*(BETA(2)+BETA(3))+L(5)*(BETA(1)+BETA(4)))+SC*
(-L(6)*(ALFA(5)*BETA(2)+ALFA(5)*BETA(3))+L(5)*(ALFA(5)*BETA(1)+ALFA(5)

```

```

1 *BETA(4)))
MAT1(9,3)=MAT1(3,9)
MAT1(3,10)=C(5)*(L(8)*(BETA(4)+BETA(3))-L(7)*(BETA(1)+BETA(2)))+SC*
1 (L(8)*(ALFA(5)*BETA(3)+ALFA(5)+BETA(4))-L(7)*(ALFA(5)*BETA(1)+ALFA(5)
1 *BETA(2)))
MAT1(10,3)=MAT1(3,10)
MAT1(4,4)=2*(C(1)+C(2))+2*(ALFA(1)+ALFA(2))*SC+M2*SC**2
MAT1(4,5)=(C(2)+C(1))*(-L(5)+L(6))+SC*(ALFA(2)+ALFA(1))*(-L(5)+L(6))
MAT1(5,4)=MAT1(4,5)
MAT(4,11)=C(1)+ALFA(1)*SC
MAT(4,12)=MAT(4,11)
MAT1(5,5)=(L(5)**2+L(6)**2)*(C(2)+C(1))+(L(5)**2+L(6)**2)*(ALFA(1)+
1 ALFA(2))*SC+I(2)*SC**2
MAT(5,11)=-C(1)*L(5)-ALFA(1)*L(5)*SC
MAT(5,12)=C(1)*L(6)-ALFA(1)*L(6)*SC
MAT1(6,6)=2*(C(3)+C(4))+2*SC*(ALFA(3)+ALFA(4))+M3*SC**2
MAT1(6,7)=(L(7)-L(8))*(C(3)+C(4))+SC*(L(7)-L(8))*(ALFA(3)+ALFA(4))
MAT1(7,6)=MAT1(6,7)
VAL=COS(OMEGA(K)*TD)+JC*SIN(OMEGA(K)*TD)
MAT(6,11)=VAL*(C(3)+ALFA(3)*SC)
MAT(6,12)=MAT(6,11)
MAT1(7,7)=(L(7)**2+L(8)**2)*(C(3)+C(4))+(L(7)**2+L(8)**2)*(ALFA(3)+
1 ALFA(4))*SC+I(4)*SC**2
MAT(7,11)=MAT(6,11)*L(7)
MAT(7,12)=-MAT(6,11)*L(8)
MAT1(8,8)=4*C(5)+4*ALFA(5)*SC+M4*SC**2
MAT1(8,9)=2*C(5)*(-L(5)+L(6))+SC*2*ALFA(5)*(-L(5)+L(6))
MAT1(9,8)=MAT1(8,9)
MAT1(8,10)=C(5)*2*(L(7)-L(8))+SC*ALFA(5)*2*(L(7)-L(8))
MAT1(10,8)=MAT1(8,10)
MAT1(9,9)=2*C(5)*(L(5)**2+L(6)**2)+SC*(L(5)**2*(ALFA(5)+ALFA(5))+L(6)
1 **2*(ALFA(5)+ALFA(5)))+I(4)*SC**2
MAT1(9,10)=C(5)*(L(7)+L(8))*(-L(5)+L(6))+SC*(L(7)*(-L(5)*ALFA(5)+L(6)
1 ALFA(5))+L(8)*(-L(6)*ALFA(5)+L(5)*ALFA(5))
MAT1(10,9)=MAT1(9,10)
MAT1(10,10)=C(5)*2*(L(7)**2+L(8)**2)+SC*(L(7)**2*(ALFA(5)+ALFA(5))+
1 L(8)**2*(ALFA(5)+ALFA(5)))+I(6)*SC**2
NB=11
K3=0
7 IF (NB.GE.13) GOTO 459
DO K1=1,10
MAT1(K1,11)=MAT(K1,NB)
ENDDO
***** RESOLUTION DU SYSTEME *****
CALL-CALCUL(MAT1)
K3=K3+1
DO J3=1,10
H(J3,K3)=MAT1(J3,11)
ENDDO
NB=NB+1
GOTO 888
4 CONTINUE
***** CALCUL DES FONCTIONS DE TRANSFERT *****
DO K1=1,4
WA(K1,1)=H(1,1)+DELTA(K1)*H(2,1)+BETA(K1)*H(3,1)

```

WA(K1,2)=H(1,2)+DELTA(K1)*H(2,2)+BETA(K1)*H(3,2)
ENDDO

WA(5,1)=H(8,1)-L(5)*H(9,1)+L(7)*H(10,1)
WA(5,2)=H(8,2)-L(5)*H(9,2)+L(7)*H(10,2)
WA(6,1)=H(8,1)+L(6)*H(9,1)+L(7)*H(10,1)
WA(6,2)=H(8,2)+L(6)*H(9,2)+L(7)*H(10,2)
WA(7,1)=H(8,1)+L(6)*H(9,1)-L(8)*H(10,1)
WA(7,2)=H(8,2)+L(6)*H(9,2)-L(8)*H(10,2)
WA(8,1)=H(8,1)-L(5)*H(9,1)-L(8)*H(10,1)
WA(8,2)=H(8,2)-L(5)*H(9,2)-L(8)*H(10,2)
DO K1=9,12

K2=K1-8
K3=K1-4
WA(K1,1)=WA(K2,1)-WA(K3,1)
WA(K1,2)=WA(K2,2)-WA(K3,2)
ENDDO

DO 502 K1=1,12
W(K1)=WA(K1,1)+WA(K1,2)
CONTINUE

02 202

A=1
K1=0

03 203

K1=K1+1
IF (K1.GT.N) GOTO 201
IF (TABL(K1,2).EQ.TABL(K1,3)) GOTO 503
A=0

01 201

IF (A.EQ.0) GOTO 504
***** CALCUL DES DENSITES SPECTRALES *****

TAB(K,1)=OMEGA(K)
DO K1=2,13
K3=K1-1
SH1=TABL(K,2)
TAB(K,K1)=W(K3)*CONJG(W(K3))*SH1
ENDDO
GOTO 507

04 204

TAB(K,1)=OMEGA(K)
DO 507 K1=2,13
SH1=TABL(K,2)
SH2=TABL(K,3)
I1=K1-1
VA=WA(I1,1)*CONJG(WA(I1,1))*SH1
TAB(K,K1)=VA+(WA(I1,2)*CONJG(WA(I1,2))*SH2)
CONTINUE

07 207

DO K1=14,25
K2=K1-12
TAB(K,K1)=(OMEGA(K)**4)*TAB(K,K2)
ENDDO
ENDDO

***** CALCUL DES DISPERSIONS *****

DO K2=2,25
SOM1=(TAB(1,K2)+TAB(N,K2))/2
N1=N-1
DO K1=2,N1
SOM1=SOM1+TAB(K1,K2)
ENDDO
K3=K2-1

```

SIGMA(K3)=SOM1*PAS/PI
ENDDO
STOP
END
SUBROUTINE SQUSTR (RES,MAT1)
INTEGER RES
COMPLEX TEMP,MAT1(10,11)
TEMP=1/MAT1(RES,RES)
DO I5=1,11
MAT1(RES,I5)=TEMP*MAT1(RES,I5)
ENDDO
DO 720 I4=1,10
IF (I4.EQ.RES) GOTO 720
TEMP=(-MAT1(I4,RES))
DO K4=1,11
MAT1(I4,K4)=MAT1(I4,K4)+(TEMP*MAT1(RES,K4))
ENDDO
CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE CALCUL(MAT1)
INTEGER RES,COMP,SS
COMPLEX TEMP,MAT1(10,11)
SS=0
RES=1
IF ((RES.GT.10).OR.(SS.EQ.1)) GOTO 840
SS=1
COMP=RES
IF ((COMP.GT.10).OR.(SS.EQ.0)) THEN
    IF (SS.EQ.0) THEN
        DO L3=1,11
            TEMP=MAT1(RES,L3)
            MAT1(RES,L3)=MAT1(COMP,L3)
            MAT1(COMP,L3)=TEMP
        ENDDO
        CALL SQUSTR (RES,MAT1)
    ENDIF
    RES=RES+1
ELSE
    IF ((MAT1(COMP,RES)).EQ.(0.0,0.0)) THEN
        COMP=COMP+1
        GOTO 900
    ELSE
        SS=0
        GOTO 900
    ENDIF
ENDIF
GOTO 800
CONTINUE
RETURN
END

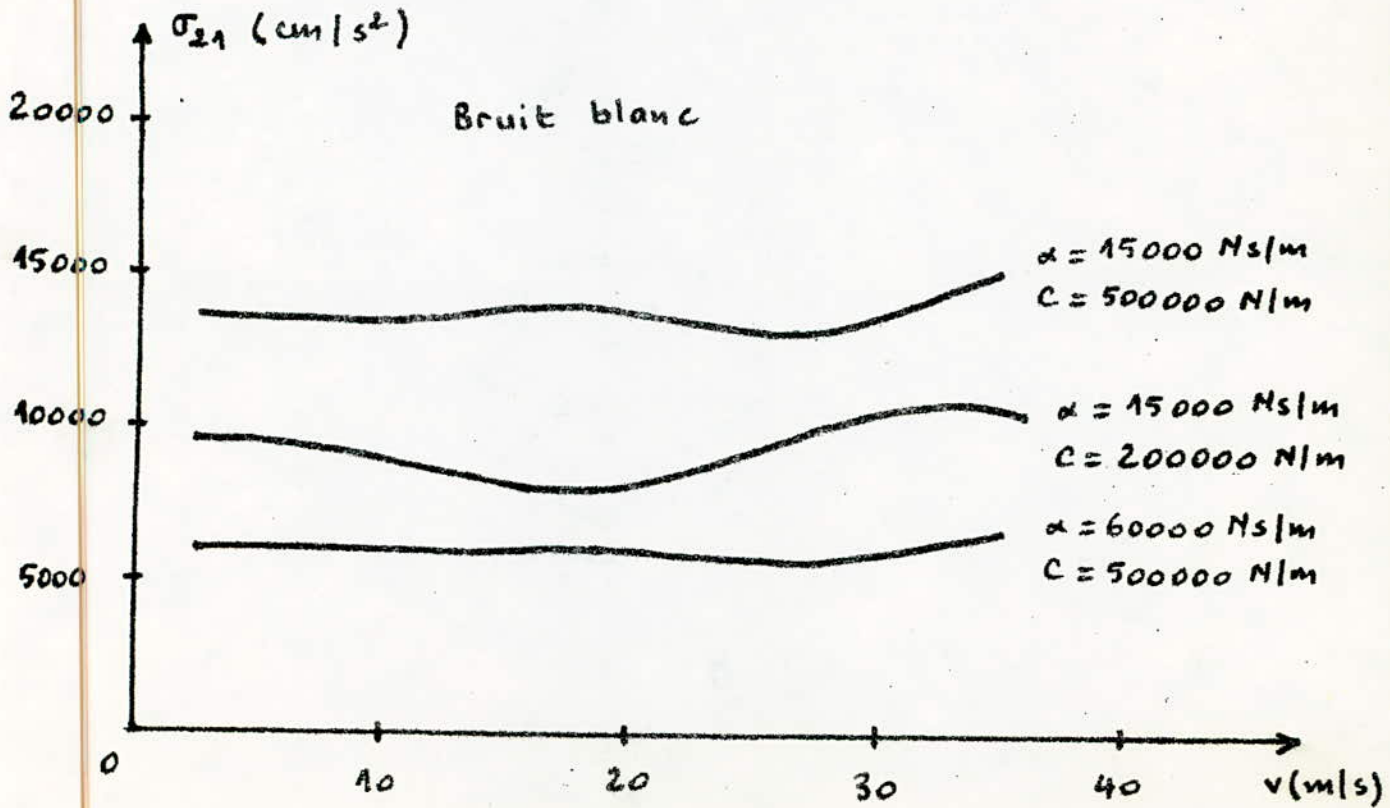
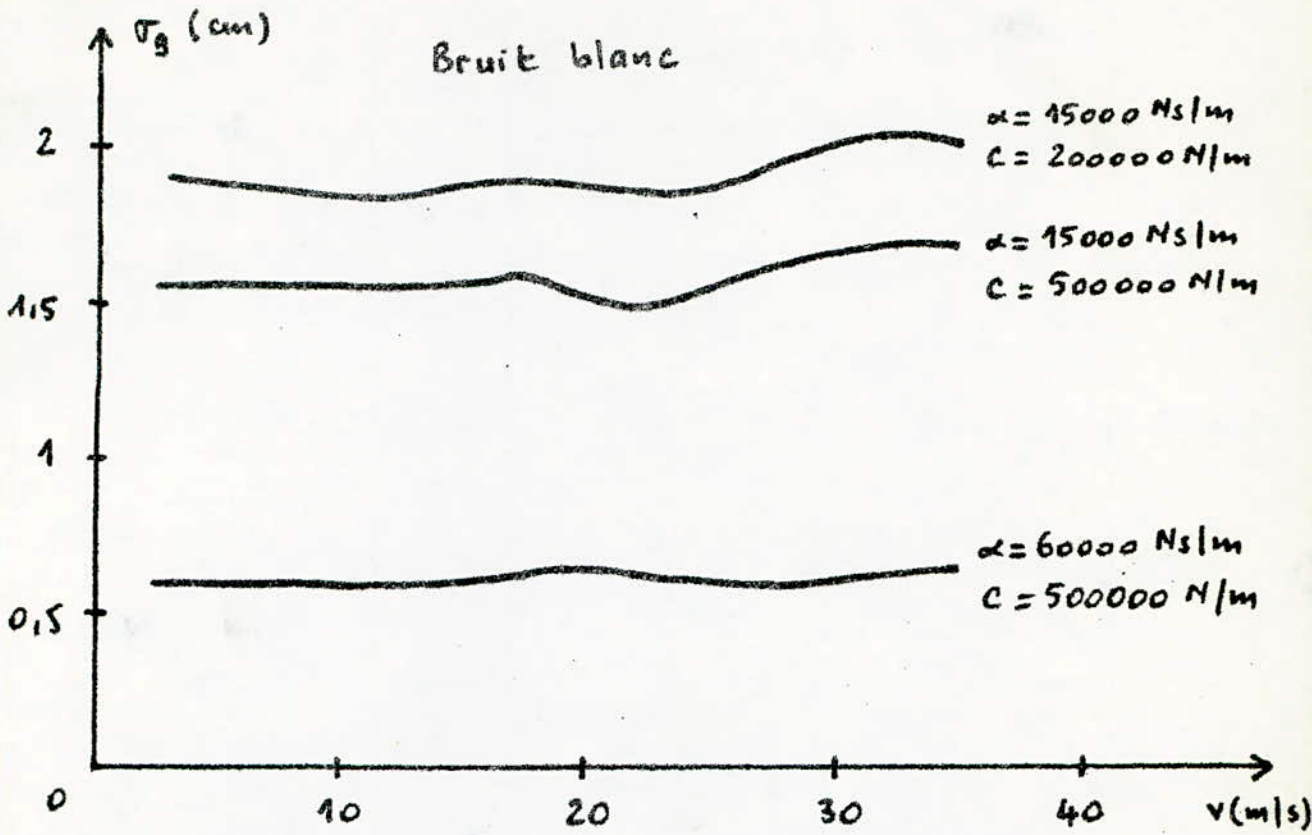
```

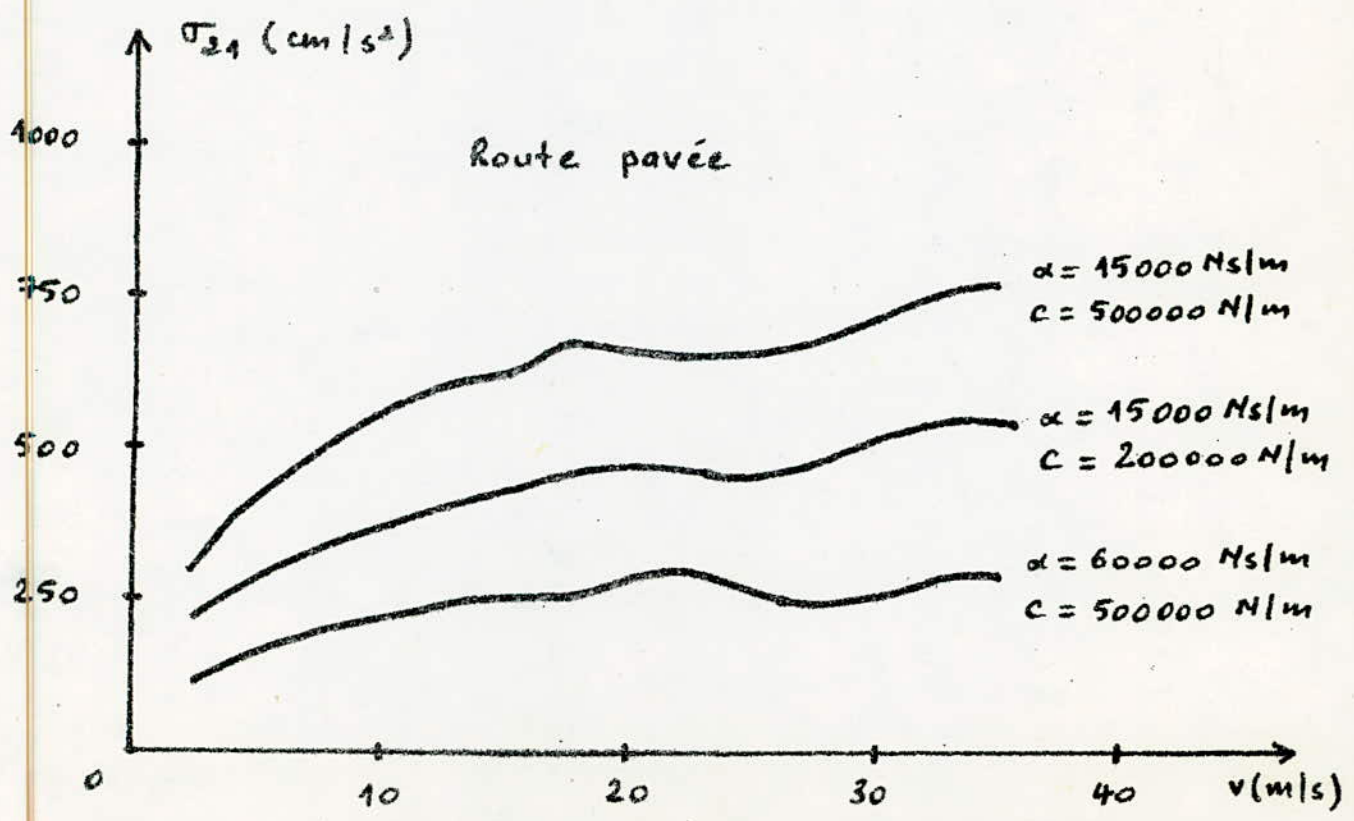
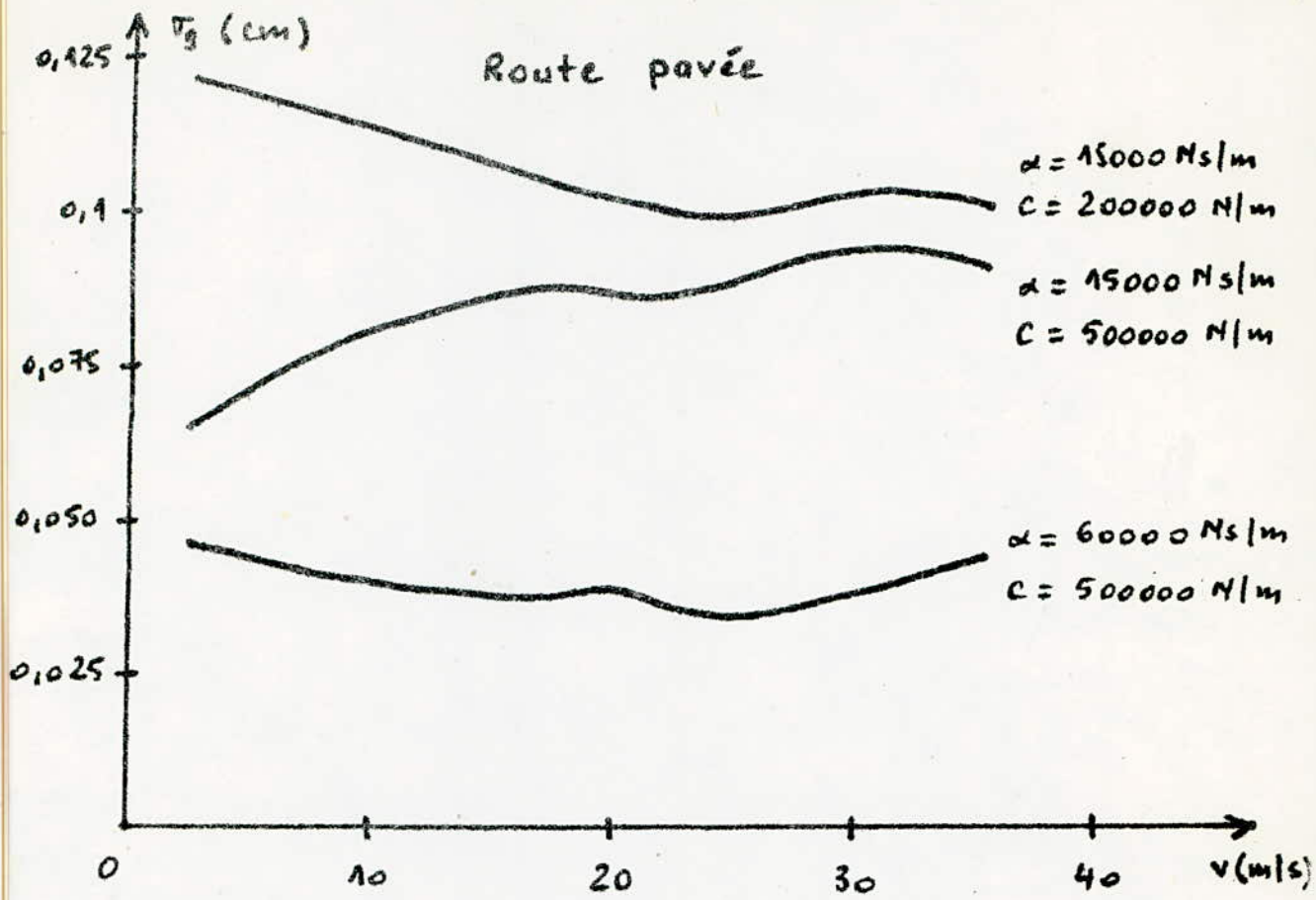
6.4 Résultats:

Grâce à ce programme et comme exemple de calcul, nous avons obtenu les valeurs de $\sigma_{x_A - x_{A'}} = \sigma_g$ (cm) et $\sigma_{\ddot{x}_A - \ddot{x}_{A'}} = \sigma_{a_1}$ (cm/s²) en fonction de la vitesse de déplacement pour deux valeurs de l'amortissement et deux valeurs de la rigidité des plots et pour deux densités spectrales d'entrée différentes, l'une représentant une route pavée et l'autre un bruit blanc. (voir paragraphe 3.3).

Nous avons obtenu ces valeurs avec $\omega_{max} = 150 \text{ rad/s}$

On a représenté tous ces résultats dans les courbes suivantes:





A partir de ces courbes on peut voir en premier lieu que toutes les dispersions varient en fonction de la vitesse et que plus l'amortissement croît, plus les écart-typs de déplacement et d'accélération diminuent pour une valeur constante de la rigidité des plots. Donc on a intérêt à avoir un grand amortissement des plots.

Pour la rigidité, plus celle-ci diminue, plus l'écart-typ d'accélération diminue mais l'écart-typ de déplacement augmente.

En conclusion, la diminution de la rigidité entraîne une diminution de $\sigma_{\ddot{x}_A - \ddot{x}_A'}$, donc des surcharges dynamiques, mais en revanche elle entraîne un accroissement de $\sigma_{x_A - x_A'}$ qui peut conduire à un claquement du plot. Cependant, l'augmentation de l'amortissement entraîne une diminution de $\sigma_{x_A - x_A'}$ et $\sigma_{\ddot{x}_A - \ddot{x}_A'}$. Donc une réduction plus efficace des surcharges peut être obtenue en modifiant l'amortissement et non la rigidité des plots puisque dans ce cas $\sigma_{x_A - x_A'}$ diminue aussi.

Les courbes représentées pour une densité spectrale bruit blanc donnent une idée sur le comportement du système pour une entrée constante, car dans ce

cas, ces courbes représentent le comportement des fonctions de transfert et donc celui des dispersions pour d'autres densités spectrales d'entrée connues.

En effet, appelons $S_0(\omega)$ la réponse du système pour densité d'entrée bruit blanc égale à l'unité et σ_0^2 la dispersion lui correspondante, avec :

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{\max}} S_0(\omega) d\omega$$

Soit maintenant une densité spectrale d'entrée quelconque $S_1(\omega)$. La réponse du système dans ce cas est $S_2(\omega)$ avec :

$$S_2(\omega) = H(\omega) \cdot S_1(\omega)$$

où $H(\omega)$ est la fonction de transfert, or la fonction de transfert est identique à $S_0(\omega)$. Donc :

$$S_2(\omega) = S_0(\omega) \cdot S_1(\omega)$$

Soient :

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{\max}} S_1(\omega) d\omega$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{\max}} S_2(\omega) d\omega$$

Sachant que :

$$\int_0^{w_{\max}} S_0(w) S_1(w) dw \leq \frac{1}{w_{\max}} \int_0^{w_{\max}} S_0(w) dw \cdot \int_0^{w_{\max}} S_1(w) dw$$

on en déduit :

$$\pi \sigma_2^2 \leq \frac{\pi \sigma_0^2 \cdot \pi \sigma_1^2}{w_{\max}}$$

soit :

$$\sigma^2 \leq \frac{\pi}{w_{\max}} \sigma_0^2 \cdot \sigma_1^2$$

Le deuxième membre de cette inégalité est d'autant plus proche de σ_2^2 que w_{\max} est petit.

Probabilité de claquement des plots :

Connaissant la grandeur de la course admissible du plot de fixation X_{0A} , on peut déterminer la probabilité de claquement pour une vitesse de mouvement donnée (En considérant que la loi de répartition de X_A est normale)

$$P(X_A - X_{A'} > X_{0A}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi(\infty) - \Phi(t_1)$$

où $t_1 = \frac{X_{0A}}{\sigma_{X_A - X_{A'}}}$; $m_{X_A - X_{A'}} = 0$

Par exemple pour une vitesse de déplacement du véhicule :

$$v = 20 \text{ m/s} = 72,2 \text{ km/h}$$

et pour les caractéristiques des plots suivantes :

$$\alpha = 15000 \text{ Ns/m}$$

$$c = 200000 \text{ N/m}$$

nous déduisons : (pour une route pavée)

$$\sigma_{XA - XA'} = 0,1 \text{ cm}$$

Avec :

$$x_{0A} = 3,5 \text{ mm} = 0,35 \text{ cm}$$

on trouve :

$$P [XA - XA' \geq x_{0A}] = 0,00024$$

CONCLUSION

Dans cette étude on a déterminé les dispersions de déplacement et d'accélération des points de fixation du moteur en tenant compte uniquement des excitations externes d'origine de la route. Pour que cette étude fût complète, il faudrait tenir compte des autres sources de vibration.

Cette étude permet de calculer les dispersions de déplacement et d'accélération de n'importe quel point du véhicule, il suffit pour cela, de l'exprimer en fonction des coordonnées généralisées choisies et donc peut être utilisée dans l'étude du confort et le transport de marchandises sous l'effet des excitations d'origine du microprofil de la route.

On ne peut pas déterminer les valeurs optimales des paramètres des plots variables pour tous les types de routes possibles; c'est pourquoi on ne peut parler de système d'amortissement optimal que seulement dans le cas d'un type de route bien défini.

La connaissance des densités spectrales d'entrée est indispensable dans cette étude, donc le traitement statistique et mathématique constitue un travail préparatoire dont on ne peut se passer pour pouvoir

appliquer la théorie des vibrations aléatoires.

D'après les résultats obtenus, on voit qu'on peut arriver à une optimisation des paramètres de suspension en choisissant convenablement le matériau des plots de fixation du moteur en fonction de la rigidité et de l'amortissement de celui-ci. Donc la détermination des caractéristiques des plots et plus particulièrement de la rigidité et de l'amortissement des métaux et autres matériaux permet une application efficace de cette étude.

BIBLIOGRAPHIE

1. Vibrations aléatoires des systèmes mécaniques

V.A SVETLICKIJ

Technique et documentation

Paris 1980

2. Théorie spectrale de la suspension à ressort des véhicules de transport

A.A SILAEV

Машиностроение

Moscou 1972

3. Etude des vibrations longitudinales d'un véhicule produit par la SNVI de Rouba

Projet de fin d'études étudié par Y. AMIROUCHE
proposé et dirigé par M. KSIĄZEK

ENF, Juin 1986

