الـجـمـهـوريـة الـجـزائـريـة الـديـمقراطية الشعبيـة
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

31/85

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

1ex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat

SUJET

Construction Analytique d'un système de vibro-isolation du corps d'un homme opérateur assis

Proposé par :

Etudié par :
Mohamed KERDJOUDJ

Dirigé par :
Mr Marek KSIAZEK

PROMOTION : Juin 1985

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH - ALGER

Biblio

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

Mon pays L'Algerie
Mes parents
toute ma famille
Mes sincéres et fidèles amis.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Monsieur Marek Ksiasek pour son aide et son suivi durant cette étude ainsi que tous les professeurs et assistants qui ont contribuer à ma formation.

NOM : PRENOM : KERDJOUDJ MOHAMED

DEPARTEMENT : GENIE-MECANIQUE

PROMOTEUR : Marek KSIAZEK

ملخص

الموضوع : مشروع تحليلي لإيجاد أفضل نظام عازل للاهتزازات

الملخص : يتطرق هذا المشروع الى دراسة عزل الاهتزازات عن سائق عربة متحركة على طريق به نتوآت عشوائية . بفرض أن هذه التحريضات ذات إتجاه عمودي، وجدنا بواسطة معادلة فينر- هبف، أفضل أنظمة عازلة للاهتزازات من أجل تحريضات ذات كثافة طيفية معروفة من قبل .

Resumé

Sujet : construction analytique d'un systeme optimum de vibro-isolation du corps d'un homme operateur assis.

Resumé : Notre projet consiste en l'etude de vibro-isolation d'un conducteur de véhicule en mouvement sur une chaussé comportant des irrégularités aleatoires. En supposant que ces excitations sont unidimensionnelles (verticales), on a trouvé à l'aide de l'equation de Wiener-Hopf, des systemes de vibro-isolation optima pour des excitations de densités spectrales supposées connues.

Summary

Subject : Analytical design of an optimum vibro-isolation system.

Abstract : the content of the study includes analytical determination of uni-dimensional optimum Vibro-isolation systems based on the Wiener-Hopf equation for a driver body of a vehicle subjected to the stochastic excitations. The power spectral densities of the excitations were considered Known. Some numerical examples have been developed.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

La vibro-isolation est l'ensemble des moyens techniques permettant d'atténuer l'effet des vibrations des systèmes en mouvement dans le but d'économie, de securité ou de comfort. La protection des machines, navires, vêhicules et l'homme, contre les vibrations, constitue un problème essentiel de la vie courante et de l'activité de recherche.

cette protection consistera à isoler :

Soit le corps perturbateur ;

Soit les elements auxquels le systeme perturbateur est susceplible de transmettre ses forces dynamiques d'excitation;

Cette vibro-isolation est assurée :

Soit par des systèmes appellés ; systèmes actifs qui agissent par l'action des servomécanismes, de type pneumatiques ou electro-hydrauliques.

Soit par des systèmes appellés ; systèmes passifs qui agissent par l'action des ressorts et amortisseurs.

Soit par la combinaison des deux systèmes.

Parmis ces vibrations on distingue les vibrations aleatoires qui sont les plus nuisibles est courantes, et se trouvent partout, par exemple le cas d'une roue d'un véhicule et le profil de La piste. cette roue est soumise à ces genres

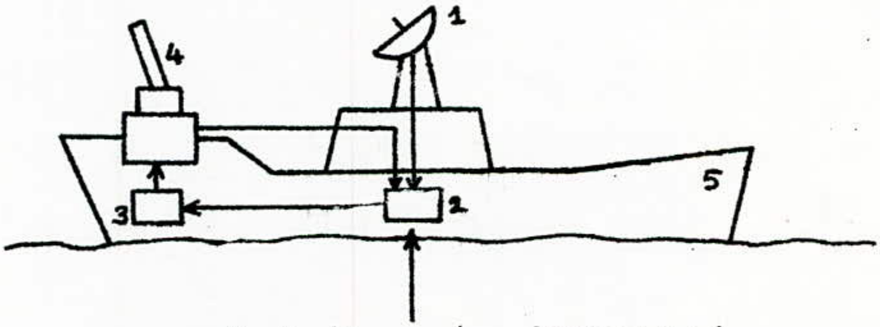
de vibrations.
on trouve egalement dans le cas de l'aerodynamique et des appareils volants, des excitations aleatoires telque les Conditions atmosphériques, les variations des rafales du vent, La turbulance, La densité de l'air et etc...
il ya beaucoup d'autres sources d'excitations aleatoires telque les vibrations sonores en toutes ces genres.
donc on se trouve confronté a ces vibrations qui sont des parasites qu'en doit diminuer leur effets par les systemes de vibro-isolation cités ci-dessus.
l'influence du monde exterieur par ces excitations aleatoires sur l'homme et sur certains machines, en particulier les systemes de commande automatique, s'exerce par leurs organes sensibles qui selectionnent l'information requise dans le milieu environnant. L'information est transformée, transmise, accumulée et ensuite utilisée pour réagir sur le monde exterieur.
Soit par exemple un batiment de guerre doté d'un systeme de tir anti-aerien. ce systeme se compose d'un radar de localisation, d'un calculateur et d'un canon asservi en position (vibro-isolé par un systeme asservi)
le radar a pour rôle de determiner les coordonnées instantanées de l'avion but mobile c-à-d qu'il

fournit l'information primaire sur les conditions exterieurs au systeme de commande, conditions deteminantes de son fonctionnement. le calculateur determine la trajectoire future probable du but à partir de l'information sur son mouvement passé et d'informations supplémentaires sur l'ambiance externe: (vent, excitations des vagues de la mer qui constituent bien des vibrations aleatoires, vitesse initiale du projectile, etc).

et élabore le signal de commande du canon.

le servomécanisme amplifie le signal de commande reçu du calculateur et oriente le canon le plus exactement possible en fonction de ce signal.

autrement dit le canon est vibro-isolé des vagues de la mer de façon qu'il n'y aura pas manque de la cible.



perturbations des vagues de la mer

(tangage, roulis, giration et etc...)

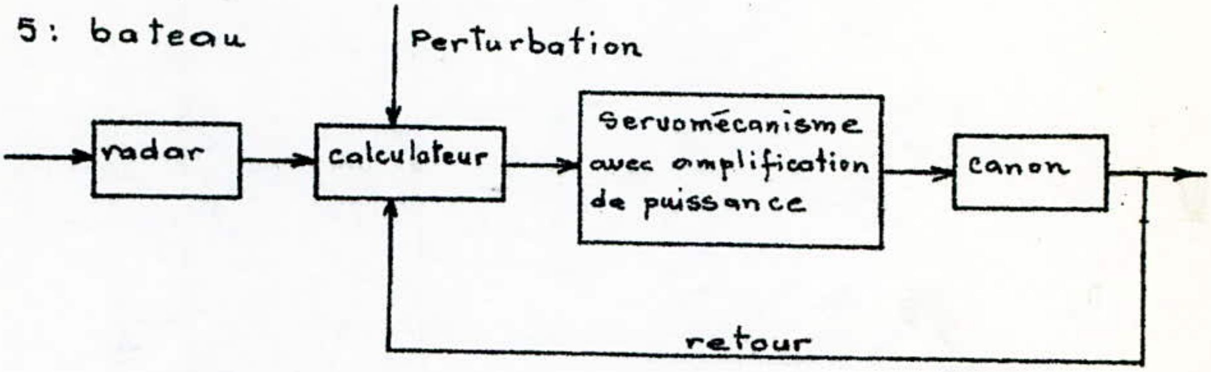
1: radar

2: calculateur

3: servomécanisme

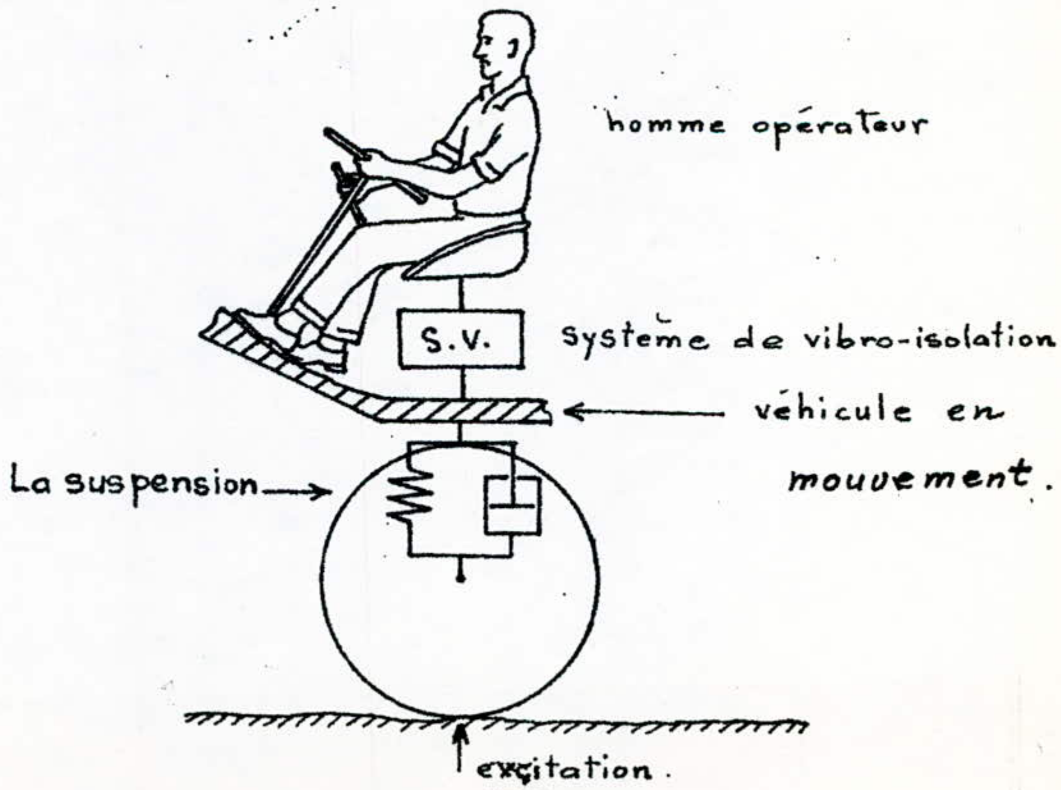
4: canon

5: bateau



BUT DU PROJET

Considerons un vehicule dans lequel il y a un homme assis representé par la figure ci-dessous :-



à cause du profil de la route, la roue est soumise à des vibrations de nature aleatoire qui se transmettent par suite à l'homme. donc on prévoit un systeme de vibro-isolation qui permet d'isoler ces vibrations ou diminuer leur effet.

du fait de la complexité de ce systeme on doit le modeliser par un modele mathématique qui permet d'optimiser cette vibro-isolation à l'aide de l'equation de Wiener-Hopf tout en considerant l'homme operateur assis. premièrement comme un corps rigide et deuxiement comme un systeme dynamique.

I GENERALITES

1.1 Processus stochastiques:-

Le mot stochastiques est utilisé par les mathématiciens et les physiciens pour designer les processus ou les phénomènes où il y a un element du hasard. il est utilisé pour les processus ou les signaux qui ne sont pas purement aleatoires, mais contiennent un certain degré d'alea.
ces processus sont difficile à approximer par des fonctions previsible telque fonctions sinusoïdales. donc ils ne peuvent pas être representé graphiquement de La même façon que ces dernières. pour un signal stochastique on ne peut pas dire qu'il va y avoir une valeur bien specifiée telque celle d'un signal prévisible, tout ce qu'on peut dire c'est qu'il y aura une certaine probabilité qui s'etend sur un domaine specifié de valeurs.
On peut dire donc que l'analyse des signaux stochastiques peut-être exercée en terme de fonctions de densité de probabilité et autre caractéristiques statistiques telque La valeur moyenne, la valeur de La moyenne quadratique et les fonctions de correlations.
le signal stochastiques est souvent traité comme un element d'une famille de signaux, chacun d'eux est produit par un processus identique.

en effet le concept d'ensemble pour les signaux stochastiques correspond au concept de population en statistiques, donc les caractéristiques d'un signal stochastique est généralement rapporté à l'ensemble, non a un signal particulier de l'ensemble

1.2 Caracteristiques des processus stochastiques:-

1.2.1 fonction de densité de probabilité:-

un processus stochastique peutêtre representé par une fonction de deux variables $f(\vec{X},t)$, telque $\vec{X}$ est un vecteur aleatoire définie par $\vec{X}: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^n$, et Ω : un espace échantillon

t : le temps variable sur l'axe reel du temps.

alors la fonction de repartition est definie par:-

$$F_{\tilde{X}}(x_1, t_1, \dots, x_n, t_n) = \int_{-\infty}^{x_1}\int_{-\infty}^{x_2} \cdots \int_{-\infty}^{x_n} f_{\tilde{X}}(y_1, t_1, \dots, y_n, t_n)\, dy_1 \dots dy_n$$

parsuite on peut definir la fonction de densité de probabilité:

- $\forall\ \tilde{x} \in \mathbb{R}^n \quad f_{\tilde{X}}(x_1, t_1, \dots, x_n, t_n) \geqslant 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\tilde{X}}(x_1, t_1, \dots, x_n, t_n)\, dx_1 \dots dx_n = 1$.

cette dernière relation nous montre que nous sommes certain que le signal est quelque part dans le domaine $(-\infty, +\infty)$

- un processus stochastique est definie de plus en plus en detail si l'ordre de la fonction de densité de probabité augmente.
- dans le cas d'une realisation du 1^{er} ordre on a:-

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

c'est une fonction positive dont l'amplitude en chaque point est proportionnelle à la concentration des realisations qu'on peut y observer sur un nombre à la limite infinie d'experiences.

1.2.2. Moyennes statistiques:-

- valeur moyenne

$$\tilde{x}(t_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 f(x_1, t_1)\, dx_1$$

- valeur de la moyenne quadratique:

$$\tilde{x}^2(t_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1^2 f(x_1, t_1)\, dx_1$$

1.2.3 Moyennes temporelles:

- valeur moyenne temporelle

$$\overline{x(t)} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, dt$$

- valeur moyenne quadratique

$$\overline{x^2(t)} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\, dt$$

1.2.4 Variance ou ecart-type:-

$$\delta^2(t) = \vartheta(t) = \overline{\left[x(t) - \overline{x(t)}\right]^2} = \overline{x^2(t)} - \left[\overline{x(t)}\right]^2$$

ou

$$\delta^2(t) = \vartheta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f.(x, t)\, dx - \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x, t)\, dx\right]^2$$

1.3. Processus stationnaire :-

le processus stationnaire est defini par que la fonction de densité de probabilité reste invariable quand il y'aura un changement de l'origine du temps. en fait la fonction de densité de probabilité d'ordre 1 est invariable avec le temps et celle du 2ième ordre depend seulement de la difference entre t_1 et t_2 et ainsi de suite.

pour cela on peut ecrire :-

$$m = \overline{x(t)} = \text{constante} = E(X(t_1)) = E(X(t_2))$$

$$\text{et} \quad \sigma^2 = \vartheta = E(X(t_1)^2) = E(X(t_2)^2) = \text{constante}$$

1.4 Processus ergodique :-

un processus est dit ergodique si on a pour lequel les moyennes temporelles sont égales aux moyennes statistiques.

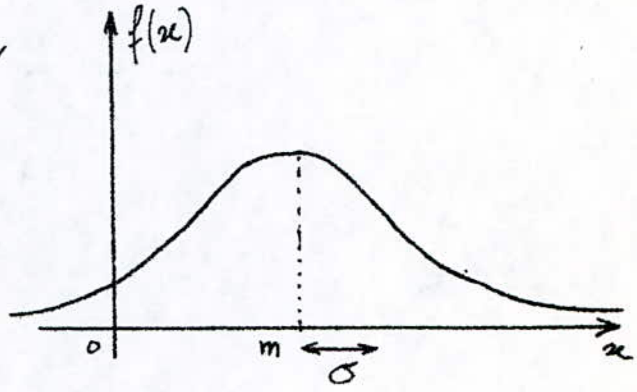
L'ergodicité est une proprieté extrêmement interessante car elle permet d'obtenir les caractéristiques d'un processus aleatoire a partir d'un seul enregistrement, suffisamment long, au lieu d'exiger la connaissance d'un trés grand nombre d'echantillons.

donc pour un processus stationnaire et ergodique il y en a autant d'informations dans un enregistrement de longue durée que dans de multiples réalisations.

1.5. Processus Gaussien :-

le processus Gaussien est rencontré souvent en pratique, par exemple dans le cas des bruits. il est caracterisé tatalement par la fonction de densité de probabilité $f(x)$ qui peut-être décrit analytiquement par les deux paramètres m et σ, la moyenne et l'ecart-type respectivement.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp -\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2$$



1.6 fonctions de correlations:-

d'habitude les fonctions de densité de probabilité d'une excitation stochastique n'entrent pas directement dans l'analyse, mais ce qui est employé c'est des fonctions qui se rapportent de prés à la 2^{ieme} fonction de densité de probabilité. ces fonctions sont appeleés; fonctions de correlations.

La fonction d'auto-correlation est definie en général comme la moyenne statistique du d'un signal à un temps t_1 et de la valeur d'un même signal au temps $t_2 = t_1 + \tau$. soit

$$\rho_{xx}(t_1,\tau) = \widetilde{x(t_1)\cdot x(t_1+\tau)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 \cdot f(x_1,t_1\,;x_2,t_2)\,dx_1\,dx_2$$

si le processus devient stationnaire la fonction d'auto-correlation est simplifiée et sera independante du temps dans lequel la moyenne statistique à été prise et par suite elle depend seulement du parametre du temps τ.
En outre avec l'hypothése d'ergodicité on peut calculer la fonction d'auto-correlation à la moyenne temporelle :

$$\rho_{xx}(\tau) = \overline{x(t)\cdot x(t+\tau)} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} x(t)\cdot x(t+\tau)\,dt.$$

- fonction de correlation mutuelle temporelle :-

de la même façon on peut definir la fonction de correlation mutuelle temporelle, de deux signaux x, y produit par deux sources differentes :

$$\rho_{xy}(\tau) = \overline{x(t)\cdot y(t+\tau)} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} x(t)\cdot y(t+\tau)\,dt.$$

- proprietés de la fonction d'auto-correlation :-

1. on remarque que le changement de signe de τ dans $\rho_{xx}(\tau) = \overline{x(t)\cdot x(t+\tau)}$ ne change pas la valeur moyenne du produit. donc la fonction d'auto-correlation est paire : $\rho_{xx}(\tau) = \rho_{xx}(-\tau)$
2. $\forall\tau$ on a $|\rho_{xx}(\tau)| \leq \rho_{xx}(0)$.

- proprietés de la fonction de correlation mutuelle :-

1. de même on peut ecrire $\rho_{xy}(\tau) = \rho_{yx}(-\tau)$.
2. $\forall\tau$ on a $|\rho_{xy}(\tau)| \leq \sqrt{\rho_{xx}(0)\cdot\rho_{yy}(0)}$

1.7. fonction de densité spectrale :-

la puissance d'un signal aleatoire est par definition :-

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x^2(t)\,dt \,.$$

en outre on a par definition de la transformeé de Fourier :-

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\,dt \qquad \text{ou} \qquad x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty} X(j\omega)\, e^{j\omega t}\,d\omega$$

par definition on a l'energie d'un signal dans l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$ donneé par :-

$$E = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\,dt \,.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) . \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\, e^{j\omega t}\,d\omega\,dt \,.$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\,d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{j\omega t}\,dt \,.$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\, X(-j\omega)\,d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2\,d\omega$$

donc :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2\,d\omega \,. \qquad (1)$$

comme le membre de gauche Constitue l'energie du signal $x(t)$, il en est de même, au coefficient 2π prés, de $\int_{-\infty}^{+\infty}|X(j\omega)|^2 d\omega$, ainsi, la fonction $|X(j\omega)|^2$ est appellée:

densité spectrale d'energie.

la limite des deux integrales (1), definira, au coefficient 2π prés, la densité spectrale de puissance de $X(t)$.

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} x^2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{T\to\infty}\frac{|X(j\omega)|^2}{2T}\,d\omega.$$

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{|X(j\omega)|^2}{2T}$$ densité spectrale de Puissance.

et La Puissance P est :-

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)\,d\omega = \text{Variance}.$$

1.8. Relation entre la densité spectrale de puissance et La fonction de correlation :-

soit $S(\omega)$ la densité spectrale de puissance définie par :

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}|X(j\omega)|^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}X(j\omega)X(-j\omega)$$

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} x(t_1)\cdot e^{-j\omega t_1}dt_1 \cdot \int_{-T}^{+T} x(t_2)\cdot e^{j\omega t_2}dt_2$$

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T} x(t_1)\cdot x(t_2)\, e^{-j\omega(t_1-t_2)}dt_1\cdot dt_2$$

faisant un changement de variables :-

$t = t_1$ et $\tau = t_1 - t_2$

on aura

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T+t}^{T+t} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-T}^{+T} x(t) \cdot x(t-\tau) dt \right) e^{-j\omega\tau} d\tau .$$

mais la fonction de corrélation s'écrit :-

$$\rho(\tau) = \rho(-\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) \cdot x(t-\tau) dt .$$

donc :-

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T+t}^{T+t} \rho(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau .$$

et finalement :-

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau$$

on remarque donc que la densité spectrale de puissance d'un signal aleatoire est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation.

proprietés de la densité spectrale de puissance :-

on demontre que :-

- $S(\omega) = S(-\omega)$
- $\forall \omega$ on a $S(\omega) \geqslant 0$

1.9. Systeme stationnaire lineaire :-

1.9.1 Stationnarité :-

Soit un systeme caracterisé par un operateur fonctionnel Φ qui transforme l'espace des entrées $x(t)$ en l'espace des sorties $y(t)$.

un systeme non stationnaire est un systeme dont le modele mathematique presente des cœfficients variables avec le temps.

- on dit qu'un systeme est stationnaire si pour lequel L'operateur associe Φ est invariant avec le temps.

$$\Phi(x(t+\tau)) = y(t+\tau)$$

1.9.2 Linearité :-

supposans qu'aux signaux d'entrée $x_1(t)$ et $x_2(t)$ le systeme fasse correspondre les signaux de sortie $y_1(t)$ et $y_2(t)$. le systeme est dit lineaire si pour $\forall \alpha, \beta$ on a :-

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)) &= \Phi(\alpha x_1(t)) + \Phi(\beta x_2(t)) \\ &= \alpha \Phi(x_1(t)) + \beta \Phi(x_2(t)) \\ &= \alpha y_1(t) + \beta y_2(t). \end{aligned}$$

1.9.3. Specification des systemes lineaires stationnaires :-

- l'operateur fonctionnel Φ peut être determiné dans le domaine du temps par l'integrale de convolution definie ci-dessus par :-

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau = x(t) * h(t) = (h * x)(t).$$

telque $y(t)$ est la sortie et $x(t)$ est l'entrée.

la fonction $h(t)$ définie par :

$h(t-\tau) = \phi(\tau) \delta(t-\tau)$ est la transformée de l'impulsion de Dirac. pour cela elle s'appelle ; reponse impulsionnelle.

. d'autre part l'operateur Φ peut-être aussi determiné dans le domaine des fréquences, dans ce cas it est caracterisé par la fonction de transfert $H(s)$ definie par :-

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s) \qquad (1)$$

en effet on peut obtenir cette relation de l'integrale de convolution comme suite :-

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau$$

la relation (1) peut-être obtenue de l'integrale ci-dessus en mettant les deux membres de cette dernière au transformé de Fourier :-

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-st} dt \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau .$$

le membre gauche est la transformée de Fourier du signal de sortie $y(t)$ designé par $Y(s)$, donc :-

$$Y(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)\, e^{-st} dt .$$

en changeant la variable d'integration du 2ème integrale de t à $t-\tau$ on obtient :-

$$Y(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau) \cdot e^{s(t-\tau)} d(t-\tau) .$$

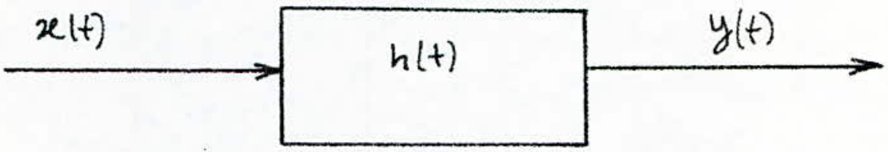
La variable $t-\tau$ est une nouvelle variable du 2^{ieme} integrale et le 1^{er} integrale peut être evalué independement du 2^{ieme}

donc 1^{er} integrale $= H(s)$

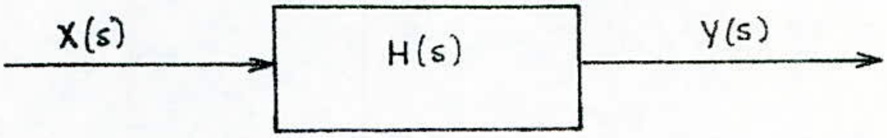
2^{ieme} integrale $= X(s)$

et finalement on aura : $Y(s) = H(s) \cdot X(s)$

- representation dans le domaine du temps



- representation dans le domaine des fréquences :-



1.10 Systeme physiquement realisable :-

1.10.1 Systeme stable :-

un systeme est dit stable si a toute entreé borneé Correspond une sortie borneé. c.à.d :-

$\forall t \quad |x| \leq M_1 < +\infty$ correspond $|y| \leq M_2 < +\infty$

- dans le domaine du temps :

pour une entreé borneé $|x(t)| \leq M$ Correspond une sortie $|y(t)| = \int_{-\infty}^{+\infty} |h(\tau) \cdot x(t-\tau)| \, d\tau$

$$|y(t)| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |h(\tau)| \, |x(t-\tau)| \, d\tau \leq M \int_{-\infty}^{+\infty} |h(\tau)| \, d\tau .$$

donc pourque $|y(t)|$ soit bornée il faut et il suffit que L'integrale : $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(\tau)|\, d\tau$ soit fini

càd soit absolument integrable.

- dans le domaine des frequences :-

on sait que $H(s)$ est la transformeé de $h(t)$

$$H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-st}\, h(t)\, dt$$

$$|H(s)| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |e^{-st}| . |h(t)|\, dt \qquad \text{puisque } |e^{-st}| = e^{-\alpha t}$$

on aura $\quad |H(s)| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha t} |h(t)|\, dt.$

pour que le systeme soit stable il faut que la fonction de transfert $H(s)$ ait pour domaine de convergence contenant l'axe imaginaire pour lequel on a $\alpha = 0$

c-à-d $s = j\omega$ donc :

$$H(s) \leq \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\, dt < +\infty$$

1.10.2. Systeme realisable :-

un systeme realisable c-à-d systeme reel est un systeme dont la sortie n'anticipe pas l'entrée.

- dans le domaine du temps il faut que

pour $\forall t < 0 \quad , \; h(t) = 0$

- dans le domaine des fréquences, la condition pour qu'un système soit réalisable est que la fonction de transfert $H(s)$ ait pour domaine de convergence le demi-plan définie par $\Re\{S\} > \alpha_0$ où α_0 est un nombre fini. dans ce cas, on a les singularités de $H(s)$ se trouvant à gauche de la droite $s = \alpha_0 + j\omega$ de telle façon que :-

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha_0 - j\omega}^{\alpha_0 + j\omega} H(s)\cdot e^{st} ds = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

1.10.3. Système physiquement realisable:-

un système est dit physiquement realisable s'il est à la fois stable et realisable.

- dans le domaine du temps :-

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| < +\infty \quad \text{et} \quad h(t) = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

- dans le domaine des frequences :

soit le système dont la fonction de transfert à pour module $|H(j\omega)|$. il est dit physiquement realisable. si l'integrale ci-dessous est définie.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\log|H(j\omega)|\, d\omega}{1+\omega^2} \leqslant M < +\infty$$

1.11. Relation entre la fonction d'auto-correlation d'entrée et celle de sortie :-

si $x(t)$ est une excitation stochastique d'entreé, d'un systeme stationnaire lineaire, on sait que $y(t)$ l'excitation de sortie est de même un signal stochastique. on sait de plus que l'integrale de convolution du signal de sortie est donnée par:-

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1)\, x(t - t_1)\, dt_1$$

de même

$$y(t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) \cdot x(t+\tau-t_2)\, dt_2 .$$

or par definition on a la fonction d'auto-correlation donnée par:

$$\rho_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} y(t) \cdot y(t+\tau)\, dt .$$

substituant les valeurs de $y(t)$ et $y(t+\tau)$ dans $\rho_{yy}(\tau)$, on obtient;

$$\rho_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} dt \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) \cdot x(t-t_1)\, dt_1 \int_{-\infty} h(t_2) \cdot x(t+\tau-t_2)\, dt_2$$

en permutant l'ordre des integrations, on aura :-

$$\rho_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) \cdot dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) \cdot dt_2 \left(\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t-t_1) \cdot y(t+\tau-t_2)\, dt \right)$$

or par definition la fonction d'auto-correlation d'entrée est:-

$$\rho_{xx}(\tau + t_1 - t_2) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t-t_1) \cdot x(t+\tau-t_2)\, dt .$$

et ça nous permit d'ecrire la relation entre ρ_{xx} et ρ_{yy} :-

$$\rho_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1)\, dt_1 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) \cdot \rho_{xx}(\tau + t_1 - t_2)\, dt_2$$

1.12. Relation entre la densité spectrale d'entrée et celle de sortie :-

Soit le système de fonction de transfert $H(j\omega)$ et de reponse impulsionnelle $h(t)$ reliant l'entrée $x(t)$ avec la sortie $y(t)$.

La fonction de correlation est :-

$$\varrho_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t).x(t+\tau)dt.$$

et la sortie est reliée à l'entrée à l'aide de l'integrale de convolution :-

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2).x(t-t_1)\,dt_1$$

et d'aprés la relation établie precedement :-

$$\varrho_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1).dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2).\varrho_{xx}(\tau+t_1-t_2)\,dt_2.$$

on peut ecrire :-

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varrho_{yy}(\tau).e^{-j\omega\tau}d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1)dt_1.\int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2).dt_2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau}\varrho_{xx}(\tau+t_1-t_2)d\tau.$$

puisqu'on a $\varrho_{xx}(\tau+t_1-t_2) = \varrho_{xx}(\tau).e^{-(t_1-t_2)}$

donc :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varrho_{yy}(\tau).e^{-j\omega\tau}d\tau = S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1)e^{-j\omega t_1}dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2).e^{-j\omega t_2}dt_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \varrho_{xx}(\tau).e^{-j\omega\tau}d\tau$$

$$= H(j\omega).H(-j\omega).S_x(\omega)$$

donc $S_y(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_x(\omega)$

1.13. Reponse d'un systeme lineaire stationnaire Soumis à des entrées aleatoires :-

notre systeme à deux entrées aleatoires : une entrée utile $m(t)$ et une entrée perturbatrice $n(t)$. donc la sortie sera :-

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(t-t_1)\, h_1(t_1).dt_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} n(t-t_1).h_2(t_1).dt_1$$

et

$$y(t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(t+\tau-t_2)\, h_1(t_2).dt_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} n(t+\tau-t_2).h_2(t_2).dt_2.$$

d'autre part la fonction de correlation est donnée par:-

$$\varphi_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} y(t+\tau).y(t)dt$$

en portant $y(t+\tau)$ et $y(t)$ dans $\varphi_{yy}(\tau)$ on obtient :-

$$\varphi_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left\{\int_{-T}^{T} dt\left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} m(t+\tau-t_2).h_1(t_2)dt_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} n(t+\tau-t_2).h_2(t_2).dt_2\right).\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\left(\int_{-\infty}^{+\infty} m(t-t_1)h_1(t_1).dt_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} n(t-t_1).h_2(t_1).dt_1\right)\right]\right\}$$

$$\varphi_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty}\Big(h_1(t_1)\varphi_m(\tau+t_1-t_2)h_1(t_2) + h_2(t_1)\varphi_n(\tau+t_1-t_2)h_2(t_2) +$$

$$+ h_2(t_1).\varphi_{mn}(\tau+t_1-t_2).h_1(t_2) + h_1(t_1).\varphi_{nm}(\tau+t_1-t_2).h_2(t_2)\Big)dt_2$$

aprés multiplication des deux membres par $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau}d\tau$ on obtient:-

$$S_y(\omega) = |M(j\omega)|^2 S_m(\omega) + |N(j\omega)|^2 S_n(\omega) + M^*(j\omega)S_{mn}(\omega)N(j\omega) +$$

$$+ M(j\omega)\, S_{nm}(\omega).N^*(j\omega).$$

où $M(j\omega)$ et $N(j\omega)$ sont les fonctions de transfert de m et n respéctivement.

dans le cas où les deux entrées m et n sont independantes c-à-d qu'il n'y a pas de correlation entre elles donc

$$S_{mn}(\omega) = S_{nm}(\omega) = 0 \qquad \text{on obtient :-}$$

$$S_y(\omega) = |M(j\omega)|^2 \cdot S_m(\omega) + |N(j\omega)|^2 \cdot S_n(\omega)$$

1.14 Expression de la dispersion du signal de Sortie d'un systeme lineaire stationnaire :-

Soit un systeme lineaire stationnaire dont le signal d'entrée est $x(t)$ et ce de la sortie $y(t)$. on desire exprimer la dispersion du signal de sortie $y(t)$. pour cela on suppose que la valeur moyenne est nulle. donc :-

$$\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} y(t)^2 dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} y(t)\cdot y(t)\, dt .$$

avec $y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y(-j\omega)\cdot e^{-j\omega t} d\omega .$

on aura : $\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} y(t)\cdot\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y(-j\omega)\, e^{-j\omega t} d\omega\right)\cdot dt$

onpeut écrire : $Y(-j\omega) = H_{y/x}(-j\omega)\cdot X(-j\omega)$

$$\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} y(t)\cdot\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} H_{y/x}(-j\omega)\cdot X(-j\omega)\, e^{-j\omega t} d\omega\right) dt .$$

$$\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} H_{y/x}(-j\omega)\cdot X(-j\omega)\cdot\frac{1}{2\pi}\, d\omega \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)\cdot e^{-j\omega t} dt}_{I} .$$

avec $I = Y(j\omega) = H_{y/x}(j\omega)\cdot X(j\omega)$

$$\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\,\frac{1}{2\pi}\int_{-T}^{T} H_{y/x}(-j\omega)\cdot X(-j\omega)\cdot H_{y/x}(j\omega)\cdot X(j\omega)\,d\omega$$

$$\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-T}^{T} \left|H_{y/x}(j\omega)\right|^2\cdot\left|X(j\omega)\right|^2 d\omega$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|H_{y/x}(j\omega)\right|^2\cdot \underbrace{\lim_{T\to\infty}\frac{\left|X(j\omega)\right|^2}{2T}}_{S_x(\omega)}\,d\omega$$

donc $$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|H_{y/x}(j\omega)\right|^2 S_x(\omega)\,d\omega$$

dans le cas particulier :-

- dispersion de l'écart $(x(t) - x_o(t))$ telque $x(t)$ est la sortie et $x_o(t)$ est l'entrée.

$$\sigma^2_{x-x_o} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left|H_{\frac{x-x_o}{\ddot{x}_o}}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_o}(s)\,ds$$

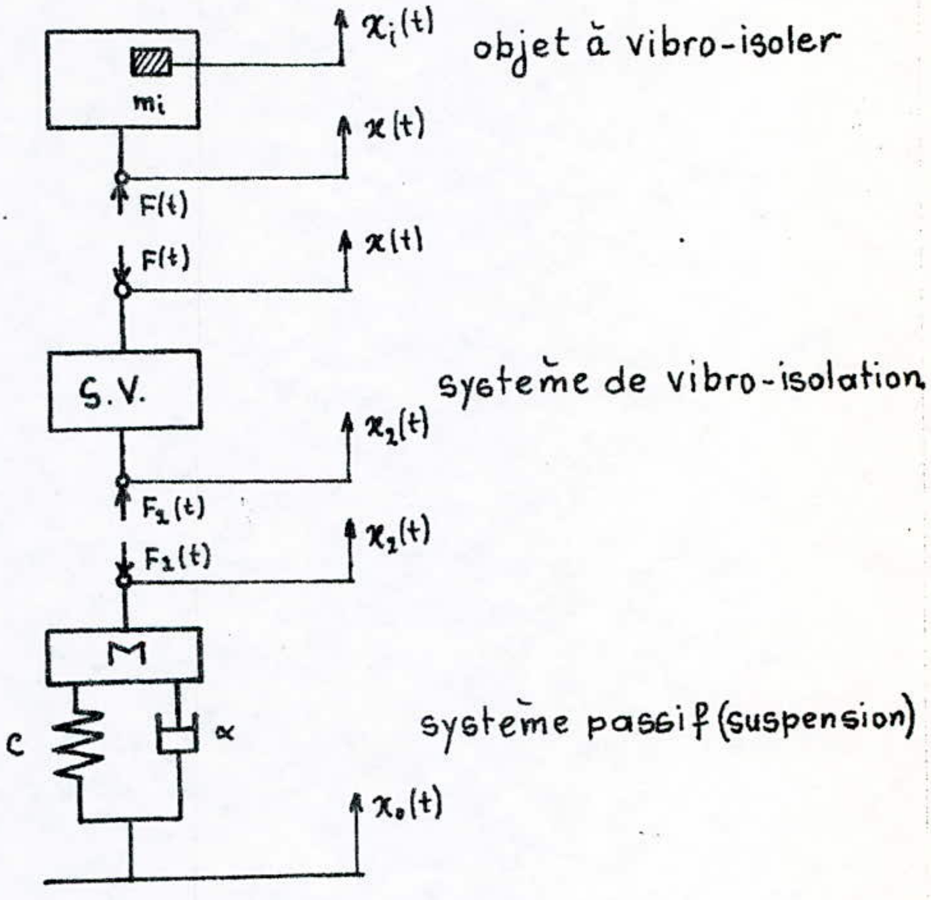
- dispersion de l'accélération de sortie $\ddot{x}(t)$

$$\sigma_{\ddot{x}}^2 = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left|H_{\ddot{x}/\ddot{x}_o}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_o}(s)\,ds$$

avec $s = j\omega$

II CONSTRUCTION ANALYTIQUE DUN S.V. SUPPORTE PAR UN ELEMENT PASSIF

2.1 representation du probleme :-



2.2. Hypotheses :-

pour faire la construction analytique d'un tel systeme de vibro-isolation on a recours aux hypotheses suivantes:

– *le systeme est lineaire et a sturcture inconnue.*

- on suppose qu'il n'existe que des vibrations verticales
- l'excitation $x_0(t)$ est un processus normal, stationnaire et ergodique. sa densité spectrale est une fonction rationnelle de ω^2
- on suppose qu'il n'ya aucune action des systèmes sur l'excitation.

2.3 Problème de critères de la vibro-isolation:-

2.3.1 Critère de déplacement relatif:-

soit un système caracterisé par son entrée $x_2(t)$, sa sortie $x(t)$ et l'ecart entre eux : $\varepsilon(t) = x(t) - x_2(t)$ qui peut être écrit à l'aide de sa valeur quadratique moyenne

$$\langle \overline{\varepsilon(t)}^2 \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \varepsilon^2(t)\, dt$$

notre but est de minimiser cette valeur c-à-d limiter les déplacements relatifs

2.3.2 Critère de l'acceleration minimale:

ce critère à pour objet de minimiser l'acceleration du système de vibro-isolation donc de lui imposer par la suite la souplesse. afin d'avoir du comfort et de sécurité.

la valeur quadratique moyenne de l'accelération est:

$$\langle \ddot{x}_i^2 \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \ddot{x}_i^2(t)\, dt .$$

-Notre système de vibro-isolation prévu doit-être d'une part souple pour avoir une accélération minimale, d'autre part il doit être rigide pour limiter les déplacements relatifs. donc nous sommes en présence de deux critères contradictoires. il faut donc trouver une solution optimale satisfaisant à chacun des deux critères sans avoir une influence entre eux.

soient l'écart : $\varepsilon(t) = x(t) - x_2(t)$

et l'accélération de la ième masse : $\ddot{x}_i(t)$.

en prenant par hypothèses :

$$\varepsilon(t) = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

$$\ddot{x}_i(t) = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

- pour mettre au point un compromis entre les deux critères précédents il faut minimiser la fonctionnelle suivante :

$$C = \langle \varepsilon^2(t) \rangle + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \langle \ddot{x}_i^2(t) \rangle$$

où λ_i sont les multiplicateurs de LAGRANGE

si on considère que les valeurs moyennes de $\varepsilon(t)$ et $\ddot{x}_i(t)$ sont nulles, on aura :-

$$\langle \varepsilon^2(t) \rangle = \sigma^2_{x - x_2} \qquad \text{et} \qquad \langle \ddot{x}_i^2(t) \rangle = \sigma^2_{\ddot{x}_i}$$

et la fonctionnelle sera :-

$$C = \sigma^2_{x - x_2} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma^2_{\ddot{x}_i}$$

2.4. Formulation mathématique du probleme :-

d'aprés le schéma representatif de 2.1 on peut écrire pour le systeme passif :

$$M\ddot{x}_2 = -Cx_2 + Cx_0 - \alpha\dot{x}_2 + \alpha\dot{x}_0 - F_2(t).$$

en passant aux transformeés de Fourier on aura :-

$$\ddot{X}_2(s) = \frac{c+\alpha s}{Ms^2+c+\alpha s}\ddot{X}_0(s) - \left(\frac{s^2}{Ms^2+c+\alpha s}\right)F_2(s).$$

puisque $F_2(s)$ exprime la dependance entre le systeme passif et le systeme de vibro-isolation.

on peut écrire $F_2(s)$ sous la forme suivante :-

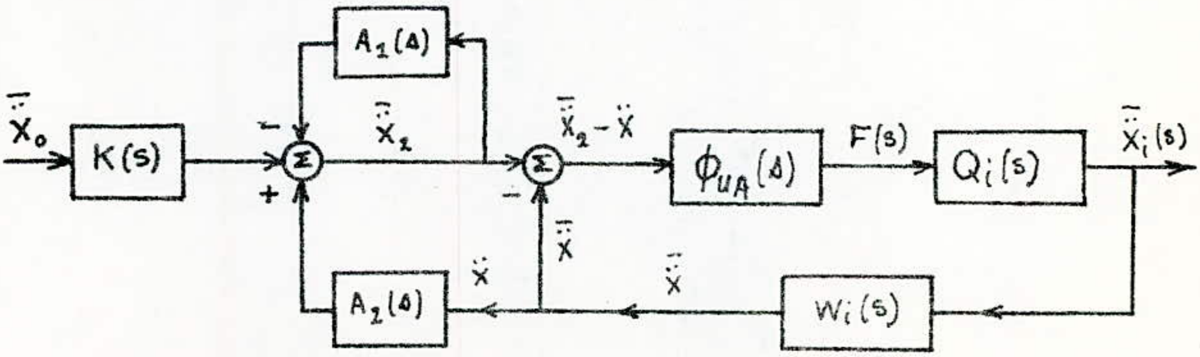
$$F_2(s) = H_1\ddot{X}_2(s) - H_2\ddot{X}(s).$$

donc :
$$\ddot{X}_2(s) = \frac{c+\alpha s}{Ms^2+c+\alpha s}\ddot{X}_0(s) - \frac{s^2 . H_1}{Ms^2+c+\alpha s}\ddot{X}_2(s) + \frac{s^2 . H_2}{Ms^2+c+\alpha s}\ddot{X}(s)$$

posons $K(s) = \dfrac{c+\alpha s}{Ms^2+c+\alpha s}$; $A_1(s) = \dfrac{s^2 . H_1}{Ms^2+c+\alpha s}$ et

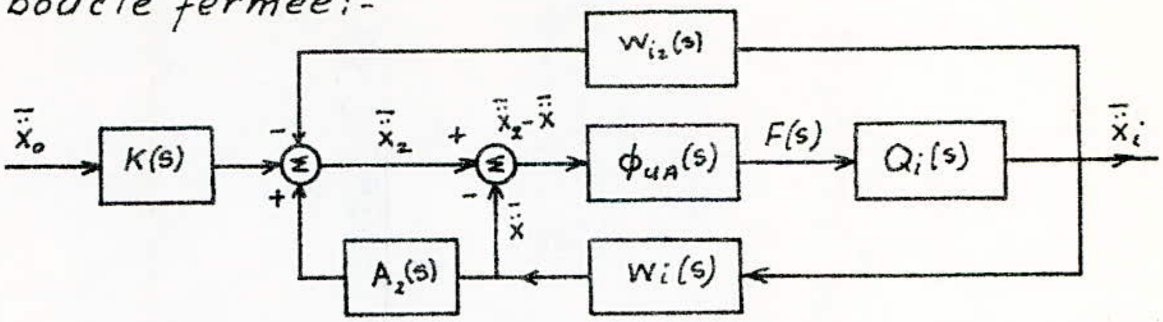
$$A_2(s) = \frac{s^2 . H_2}{Ms^2+c+\alpha s}$$

donc on peut representer le schéma-bloc de notre systeme comme suit :



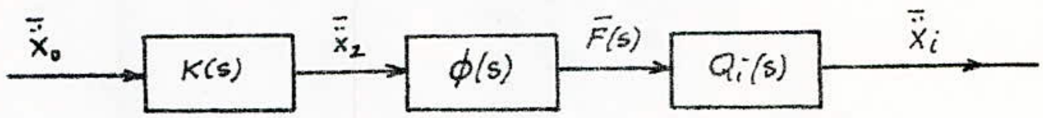
On peut mettre ce schéma-bloc sous la forme:-

boucle fermée:-



avec $W_{i_2}(s) = h(s)\cdot A_1(s)$ et $h(s) = \dfrac{1+\phi_{UA}(s)\cdot W_i(s)\cdot Q_i(s)}{\phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)}$

boucle ouverte:



$$K(s) = \frac{\bar{\ddot{X}}_2}{\bar{\ddot{X}}_0} \quad , \quad \phi(s) = \frac{\bar{F}(s)}{\bar{\ddot{X}}_2} \quad , \quad Q_i(s) = \frac{\bar{\ddot{X}}_i}{F(s)}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte est:

$$\frac{\bar{\ddot{X}}_i}{\bar{\ddot{X}}_0} = K(s)\cdot\phi(s)\cdot Q_i(s)$$

la fonction de transfert en boucle fermée est:

$$\frac{\bar{\ddot{X}}_i}{\ddot{X}_0} = \frac{\phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)\cdot K(s)}{1+\phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)\cdot W_i(s) - \phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)\cdot A_2(s)\cdot W_i(s) + \phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)\cdot W_{i_2}(s)}$$

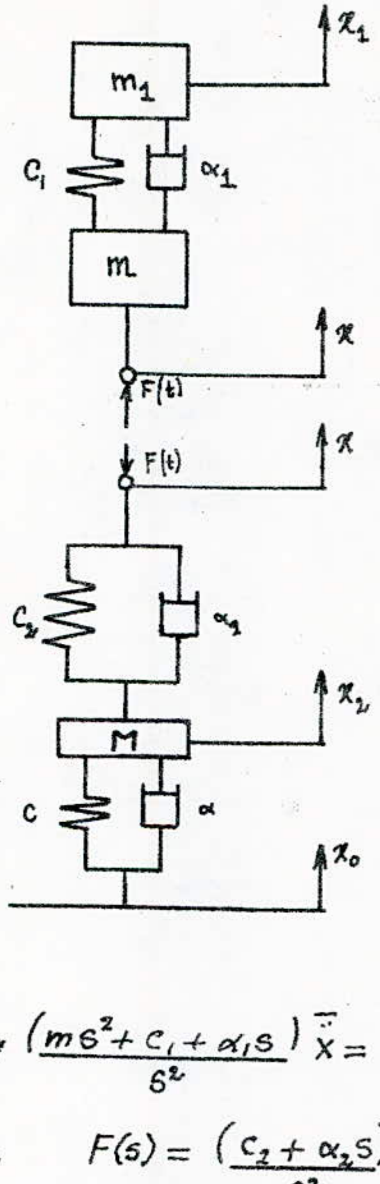
de ces deux fonctions de transfert on tire:

$$\phi_{UA}(s) = \frac{\phi(s)}{1+(A_2(s)-1)\cdot Q_i(s)\cdot W_i(s)\cdot\phi(s) - Q_i(s)\cdot W_{i_2}(s)\cdot\phi(s)}$$

et

$$\phi(s) = \frac{\phi_{UA}(s)}{1+\phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)\cdot W_i(s) - \phi_{UA}(s)\,Q_i(s)\cdot A_2(s)\cdot W_i(s) + \phi_{UA}(s)\cdot Q_i(s)\cdot W_{i_2}(s)}$$

exemple : cas particulier où le systeme de vibro-isolation est un fauteil classique composé d'un ressort et d'un amortisseur.



d'aprés la relation fondamentale de la dynamique on aura le systeme d'equations suivant :

$$m_1 \ddot{x}_1 = -c_1 x_1 - \alpha_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 + \alpha_1 \dot{x}$$

$$m \ddot{x} = -c_1 x - \alpha_1 \dot{x} + c_1 x_1 + \alpha_1 x_1 + F(t)$$

$$0 = -c_2 x - \alpha_2 \dot{x} + c_2 x_2 + \alpha_2 \dot{x}_2 - F(t)$$

$$M \ddot{x}_2 = -c x_2 + c x_0 - \alpha \dot{x}_2 + \alpha \dot{x}_0 - c_2 x_2 - \alpha_2 \dot{x}_2 + c_2 x + \alpha_2 \dot{x}.$$

Or par application de la transformation de Fourier on aura :-

$$* \quad \ddot{\bar{X}}_1(s) = \frac{c_1 + \alpha_1 s}{m_1 s^2 + c + \alpha_1 s}\, \ddot{\bar{X}}(s)$$

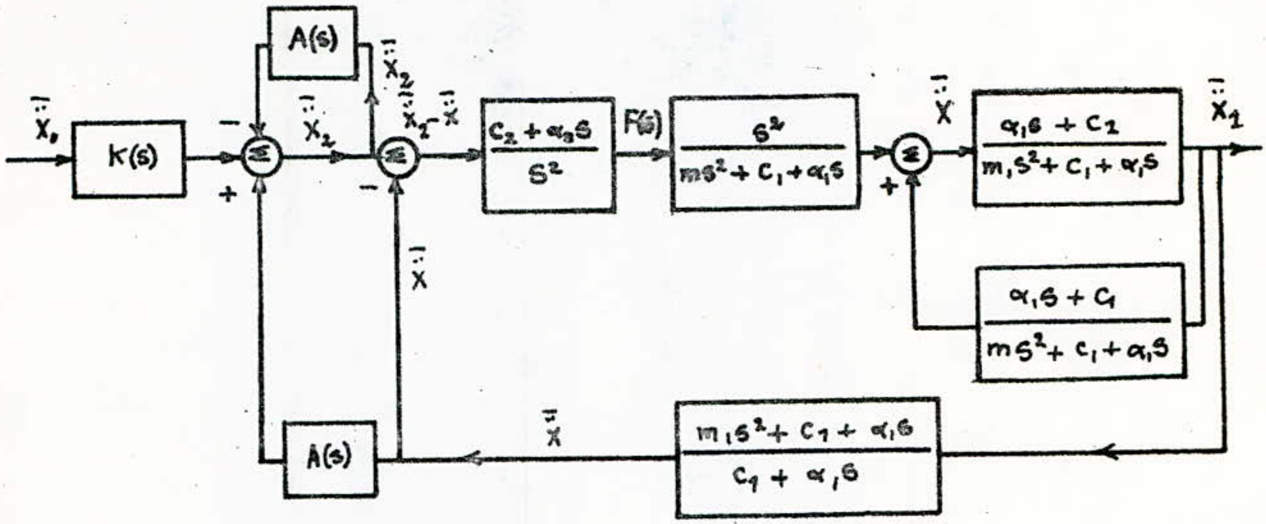
$$* \quad \left(\frac{m s^2 + c_1 + \alpha_1 s}{s^2}\right) \ddot{\bar{X}} = \left(\frac{c_1 + \alpha_1 s}{s^2}\right) \ddot{\bar{X}}_1 + \bar{F}(s)$$

$$* \quad F(s) = \left(\frac{c_2 + \alpha_2 s}{s^2}\right)\left(\ddot{\bar{X}}_2 - \ddot{\bar{X}}\right)$$

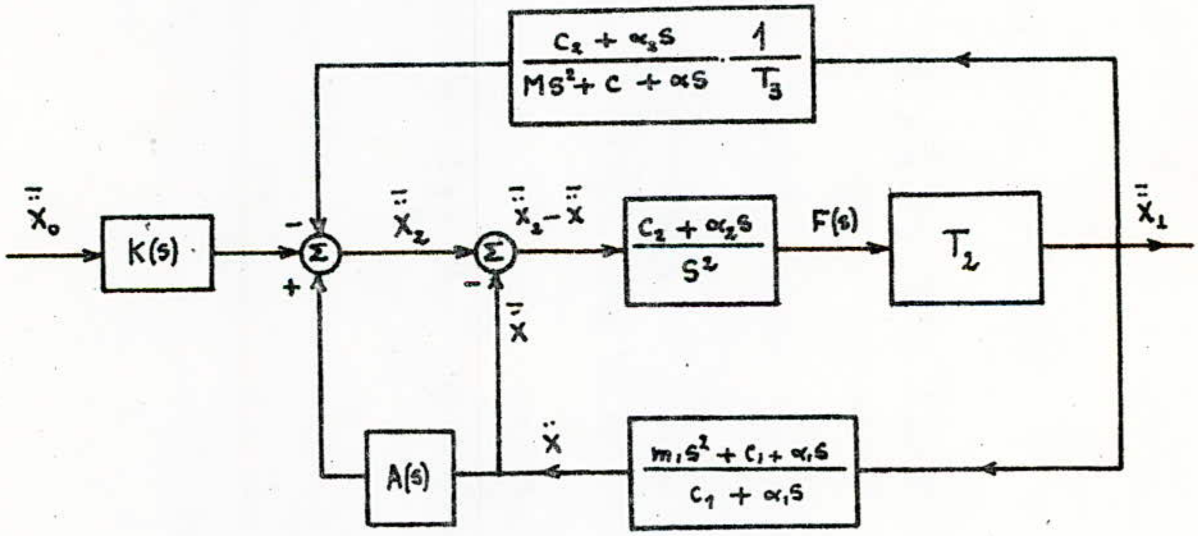
$$* \quad \ddot{\bar{X}}_2 = \left(\frac{c + \alpha s}{M s^2 + c + \alpha s}\right) \ddot{\bar{X}}_0 - \left(\frac{c_2 + \alpha_2 s}{M s^2 + c + \alpha s}\right) \ddot{\bar{X}}_2 + \left(\frac{c_2 + \alpha_2 s}{M s^2 + c + \alpha s}\right) \ddot{\bar{X}}$$

Posons $K(s) = \dfrac{c + \alpha s}{M s^2 + c + \alpha s}$ et $A(s) = \dfrac{c_2 + \alpha_2 s}{M s^2 + c + \alpha s}$

aprés simulation des equations precedentes on obtient le schéma-block suivant :-



ce schema-block peut être reduit comme suit :-



avec

$$T_2 = \frac{s^2(C_1+\alpha_1 S)}{(m_1 S^2 + C_1 + \alpha_1 S)(mS^2 + \alpha_1 S + C_1) - (C_1 + \alpha_1 S)^2}$$

si on pose : $T_1 = \dfrac{C_2 + \alpha_2 S}{S^2}$ et $T_4 = \dfrac{m_1 S^2 + C_1 + \alpha_1 S}{C_1 + \alpha_1 S}$

on aura :

$$T_3 = \frac{T_1 \cdot T_2}{1 + T_1 \cdot T_2 \cdot T_4}$$

donc on peut dire que le schéma-block du 2.4 est verifié par cet exemple.

2.5 Solution générale du problème par l'equation de Wiener-Hopf :-

La fonctionnelle qu'on doit optimiser peut être écrite sous la forme suivante :-

$$C = \sigma^2_{x-x_2} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma^2_{\ddot{x}_i}$$

avec

$$\sigma^2_{x-x_2} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) \right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s) \, ds$$

$$\sigma^2_{\ddot{x}_i} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H_{\frac{\ddot{x}_i}{\ddot{x}_0}}(s) \right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s) \, ds$$

pour calculer les deux fonctions de transfert on doit etabir les relations suivantes :-

posons $\quad L(p) = \dfrac{F(s)}{X(s)} \quad ; \quad L_i(s) = \dfrac{\bar{X}_i(s)}{\bar{X}(p)}$

$$Q_i(s) = \frac{\ddot{\bar{X}}_i(s)}{F(s)} = \frac{\ddot{\bar{X}}_i(p)}{\bar{X}(s)} \cdot \frac{\bar{X}(s)}{F(s)} = \frac{s^2 . L_i(s)}{L(s)}$$

$$W_i(s) = \frac{\ddot{\bar{X}}(s)}{\ddot{\bar{X}}_i(s)} = \frac{1}{L_i(s)}$$

don les fonctions de transfert sont :-

- $$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{\bar{X}(s) - \bar{X}_2(s)}{\ddot{\bar{X}}_0(s)} = \frac{\dfrac{\bar{X}(s)}{F(s)} - \dfrac{\bar{X}_2(s)}{F(s)}}{\dfrac{\ddot{\bar{X}}_0(s)}{F(s)}} = \frac{\dfrac{1}{L(s)} - \dfrac{1}{s^2 . \phi(s)}}{\dfrac{1}{K(s) . \phi(s)}}$$

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{\left(\dfrac{s^2 . \phi(s)}{L(s)} - 1 \right) . K(s)}{s^2}$$

- $$H_{\frac{\ddot{x}_i}{\ddot{x}_0}} = \frac{\ddot{\bar{X}}_i(s)}{\ddot{X}_0(s)} = \phi(s) . K(s) . Q_i(s) = \frac{s^2 . L_i(s)}{L(s)} . K(s) . \phi(s)$$

posons $G(s) = \dfrac{s^2}{L(s)}$ on aura :-

$$H_{\frac{x - x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{\left(G(s)\cdot\phi(s) - 1\right)K(s)}{s^2}$$

et

$$H_{\frac{\ddot{x}_i}{\ddot{x}_0}}(s) = G(s)\cdot L_i(s)\cdot K(s)\cdot\phi(s)$$

en tenant comple de la propriete $|H(s)|^2 = H(s)\cdot H(-s)$. La fonctionnelle C s'érit :

$$C = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left\{\frac{\left(G(s)\cdot\phi(s)-1\right)}{s^2}\cdot K(s)\cdot\frac{\left(G(-s)\cdot\phi(-s)-1\right)}{s^2}\cdot K(-s)\right\}S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds +$$

$$+\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left\{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\left(G(s)\cdot L_i(s)\cdot\phi(s)\cdot K(s)\right)\cdot\left(G(-s)\cdot L_i(-s)\cdot\phi(-s)\cdot K(-s)\right)\right\}S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds.$$

or d'aprés l'hypothese on peut écrire :-

$$S_{\ddot{x}_0}(s) = s^4 S_0\,\psi(s)\cdot\psi(-s) \quad \text{avec } S_0 = \text{Constante}$$

on aura donc :-

$$C = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left\{\left(\left(G(s)\phi(s)-1\right)K(s)\right)\left(\left(G(-s)\cdot\phi(-s)-1\right)\cdot K(-s)\right) +\right.$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4\left(G(s)\cdot L_i(s)\cdot\phi(s)\cdot K(s)\right)\cdot\left(G(-s)\cdot L_i(-s)\cdot\phi(-s)\cdot K(-s)\right)\right\}S_0\psi(s)\psi(-s)\,ds$$

soit la fonction définie par
$$\Phi_W(s) = \phi(s) + \Delta\phi(s) = \phi(s) + \varepsilon\,\gamma(s)$$

où $\gamma(s)$: fonction de balance et

ε : parametre constant

$\phi_W(s)$: est une fonction optimale pour laquelle la fonctionnelle est minimale.

soit la fonctionnelle C^* aprés avoir remplacé $\phi(s)$ par $\Phi_w(s)$

$$C^* = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\Big[\Big(\big(\phi(s)+\varepsilon\gamma(s)\big)G(s)-1\Big)K(s)\Big]\Big[\Big(\big(\phi(-s)+\varepsilon\gamma(-s)\big)G(-s)-1\Big)K(-s)\Big] +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4\Big[G(s)L_i(s).K(s)\big(\phi(s)+\varepsilon\gamma(s)\big)\Big]\Big[G(-s)L_i(-s).K(-s)\big(\phi(-s)+\varepsilon\gamma(-s)\big)\Big]\Big\}S_o\psi(s)\psi(-s)\,ds$$

La difference entre c et c^* constitue l'erreur notée par:-

$$\Delta c = c^* - c.$$

$$\Delta C = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\Big[\Big(\phi(s)G(s)+\varepsilon\gamma(s).G(s)-1\Big).K(s)\Big]\Big[\Big(\phi(-s)G(-s)+\varepsilon\gamma(-s)G(-s)-1\Big)K(-s)\Big]+$$

$$-\Big[\Big(\phi(s).G(s)-1\Big).K(s)\Big]\Big[\Big(\phi(-s).G(-s)-1\Big).K(-s)\Big]+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4\Big[\Big(G(s)L_i(s)K(s)\phi(s)+$$

$$+G(s).L_i(s).K(s)\,\gamma(s)\varepsilon\Big)\Big(G(-s).L_i(-s).K(-s).\phi(-s)+G(-s).L_i(-s).K(-s)\varepsilon\,\gamma(-s)\Big)+$$

$$-\Big(G(s)L_i(s)\phi(s)K(s)\Big)\Big(G(-s).L_i(-s).\phi(-s).K(-s)\Big)\Big]\Big\}S_o.\psi(s).\psi(-s)\,ds.$$

$$\Delta C = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\Big[\varepsilon^2\gamma(s)\gamma(-s)G(s)G(-s)+\varepsilon\gamma(s).G(s)G(-s)\phi(-s)+\varepsilon\gamma(-s)G(s)G(-s)\phi(s)+$$

$$-\varepsilon\gamma(s)G(s)-\varepsilon\gamma(-s)G(-s)\Big]K(s)K(-s)+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4\Big[\varepsilon G(s)L_i(s)K(s)\phi(s)\times$$

$$\times G(-s)L_i(-s)K(-s)\gamma(-s)+\varepsilon G(s).L_i(s)K(s)\gamma(s)G(-s)L_i(-s)K(-s)\phi(-s)+$$

$$+\varepsilon^2 G(s).G(-s)L_i(s)L_i(-s)K(s).K(-s)\gamma(s)\gamma(-s)\Big]\Big\}S_o\psi(s).\psi(-s)\,ds.$$

identifier $\phi(s)$ à $\Phi_w(s)$ revient à avoir l'ecart Δc minimum pour $\varepsilon=0$ ce qui se traduit par:

$$\left.\frac{d(\Delta c)}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} = 0 \qquad \text{donc :-}$$

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty}\Big\{\Big[\gamma(s)G(s)G(-s)\phi(s)+\gamma(-s)G(s)G(-s)\phi(s)-\gamma(s)G(s)-\gamma(-s)G(-s)\Big]K(s)K(-s)+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4\Big[G(s)L_i(s)K(s)\phi(s)G(-s)L_i(-s)\cdot K(-s)\gamma(-s)+$$

$$+G(s)L_i(s)K(s)G(-s)L_i(-s)K(-s)\phi(-s)\gamma(s)\Big]\Big]\Big\}S_0\psi(s)\psi(-s)\,ds=0$$

on peut mettre cette integrale sous la forme :-

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty}\Big\{\Big[\Big(G(s)G(-s)+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4 L_i(s)L_i(-s)G(s)G(-s)\Big)K(s)K(-s)\phi(-s)+$$

$$-G(s)K(s)K(-s)\Big]\gamma(s)+\Big[\Big(G(s)G(-s)+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4 L_i(s)\cdot L_i(-s)\cdot G(s)G(-s)\Big)\times$$

$$\times K(s)\cdot K(-s)\phi(s)-G(-s)K(s)K(-s)\Big]\gamma(-s)\Big\}.S_0\psi(s)\psi(-s)\,ds=0$$

Posons $\quad D(s)\cdot D(-s)=1+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4 L_i(s)L_i(-s)G(s)G(-s)$

on aura :- $\displaystyle\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\Big[D(s)\cdot D(-s)\cdot K(s)\cdot K(-s)\phi(-s)\psi(s)\cdot\psi(-s)-G(s)K(s)K(-s)\psi(s)\psi(-s)\Big]\gamma(s)+$

$$+\Big[D(s)D(-s)K(s)K(-s)\phi(s)\psi(s)\psi(-s)-G(-s)K(s)K(-s)\psi(s)\psi(-s)\Big]\gamma(-s)\Big\}ds=0$$

$$\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\Big[D(-s)\psi(-s)K(-s)\phi(-s)-\frac{G(s)K(-s)\cdot\psi(-s)}{D(s)}\Big]D(s)\cdot\psi(s)\cdot K(s)\cdot\gamma(s)+$$

$$+\Big[D(s)\cdot\psi(s)\cdot K(s)\cdot\phi(s)-\frac{G(-s)K(s)\cdot\psi(s)}{D(-s)}\Big]D(-s)\psi(-s)K(-s)\gamma(-s)\Big\}ds=0$$

$D(s)\psi(s)\phi(s)\cdot K(s)$ à des pôles à gauche de l'axe imaginaire.

par conséquent de même pour la fraction $\dfrac{G(-s)\cdot K(s)\cdot\phi(s)}{D(-s)}$.

on prend que la partie ayant des pôles à gauche de L'axe imaginaire pour pouvoir effectuer la difference :

$D(s)\cdot K(s)\cdot\psi(s)\phi(s)-\dfrac{G(-s)K(s)\psi(s)}{D(-s)}$ et cela pour respecter les conditions de stabilité et de realisation.

pour la 1ère integrale on effectue le changement de variables des s par $-s$ on obtient :-

$$-\int_{j\infty}^{-j\infty}\left(D(s)\cdot\psi(s)K(s)\phi(s)-\left\{\frac{G(-s)\cdot\psi(s)K(s)}{D(-s)}\right\}_+\right)D(-s)\psi(-s)K(-s)\gamma(-s)\,ds =$$

$$\int_{-j\infty}^{j\infty}\left(D(s)\psi(s)K(s)\phi(s)-\left\{\frac{G(-s)\psi(s)K(s)}{D(-s)}\right\}_+\right)D(-s)\cdot\psi(-s)K(-s)\gamma(-s)\,ds.$$

donc cette integrale est identique à la 2ième.

la somme des deux integrales donne :-

$$2\int_{-j\infty}^{j\infty}\left[D(s)\psi(s)K(s)\phi(s)-\left\{\frac{G(-s)\cdot\psi(s)\cdot K(s)}{D(-s)}\right\}_+\right]D(-s)\psi(-s)K(-s)\,ds=0$$

on aura donc :-

$$\phi(s)=\frac{1}{D(s)\cdot\psi(s)\cdot K(s)}\left\{\frac{G(-s)\cdot\psi(s)\cdot K(s)}{D(-s)}\right\}_+$$

si on pose $\quad R(s)R(-s)= 1+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i s^4 L_i(s)L_i(-s)$

donc : $\quad D(s)D(-s)= R(s)R(-s)G(s)G(-s) \Rightarrow D(s)=R(s)G(s).$

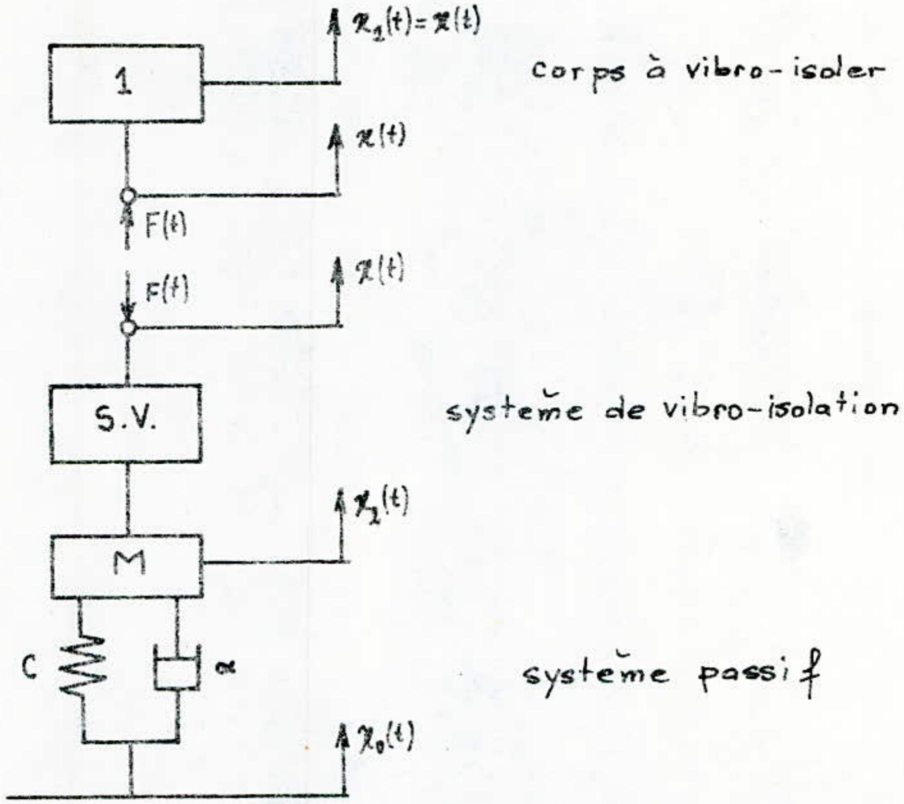
finalement la fonction de transfert optimum du systeme de vibro-isolation en boucle ouverte est donnée par :

$$\phi(s)=\frac{1}{R(s)G(s)\psi(s)K(s)}\left\{\frac{\psi(s)\cdot K(s)}{R(-s)}\right\}_+$$

or en remplaçant $\phi(s)$ dans la relation donnant $\phi_{uA}(s)$ en 2.4 on obtient la fonction de transfert optimum du systeme de vibro-isolation en boucle fermée.

III S.V. POUR VIBRO-ISOLER UN CORPS RIGIDE SUPPORTE PAR UN ELEMENT PASSIF

3.1 Schéma representatif:-



dans ce cas on a un corps rigide :

$$L_1(s) = \frac{\bar{X}_1(s)}{\bar{X}(s)} = 1 \qquad \text{et} \quad R(s)R(-s) = 1 + \lambda s^4$$

$$L(s) = \frac{F(s)}{X(s)} = ms^2 \implies G(s) = \frac{s^2}{L(s)} = \frac{1}{m}$$

avec la fonction de transfert optimum de systeme de vibro-isolation :

$$\phi(s) = \frac{1}{R(s)G(s)\psi(s)K(s)} \left\{ \frac{\psi(s).K(s)}{R(s)} \right\}_+$$

3.2 Excitation par un bruit blanc :-

dans le cas d'un bruit blanc on a la densité spectrale egale a une constante : $S_{\ddot{x}_0}(s) = N^2$

or par hypothese on a : $S_{\ddot{x}_0}(s) = s^4 S_0 \psi(s)\psi(-s)$

par identification on tire : $\frac{N^2}{s^4} = S_0 \psi(s)\psi(-s) \Longrightarrow$

$S_0 = N^2$ et $\psi(s) = \frac{1}{s^2}$

on a $R(s)R(-s) = 1 + \lambda s^4$ qui peut être écrite sous la forme : $R(s)R(-s) = (As^2 + Bs + c)(As^2 - Bs + c)$

par identification on obtient :-

$A = \sqrt{\lambda}$, $B^2 = 2\sqrt{\lambda}$ et $c = 1$

donc $R(s) = \lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1$ et $R(-s) = \lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1$

la fonction de Transfert du systeme passif est :

$K(s) = \frac{c + \alpha s}{Ms^2 + c + \alpha s}$ et $K(-s) = \frac{c - \alpha s}{Ms^2 - \alpha s + c}$

en remplaçant chaque terme par son expression on obtient :-

$$\phi(s) = \frac{1}{(\lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1)\cdot\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{s^2}\cdot\frac{c+\alpha s}{Ms^2 + c + \alpha s}} \left\{ \frac{\frac{1}{s^2}\cdot\frac{c+\alpha s}{Ms^2 + c + \alpha s}}{\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1} \right\}_+$$

soit

$$N_+ = \left\{ \frac{\frac{1}{s^2}\cdot\frac{c+\alpha s}{Ms^2 + \alpha s + c}}{\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1} \right\}_+ = \left\{ \frac{\alpha s + c}{s^2(Ms^2 + \alpha s + c)(\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1)} \right\}_+ \qquad (1)$$

decomposons cette fraction rationnelle :

$$N_+ = \left\{ \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{Ds + E}{Ms^2 + \alpha s + c} + \frac{Fs + E}{\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s + 1} \right\}_+ \qquad (2)$$

-on remarque que l'equation $\lambda^{1/2}s^2-\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s+1=0$ a deux pôles à droite de l'axe imaginaire $s_{1,2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda^{-1/4}(1\pm j)$ donc elle ne verifie pas la condition de stabilité par contre l'equation $Ms^2+\alpha s+C$ a deux pôles relles negatifs : $S_{3,4}=\frac{1}{2M}\left(-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-4MC}\right)$

parconséquent :

$$N_+=\frac{A}{s^2}+\frac{B}{s}+\frac{Ds+E}{Ms^2+\alpha s+C}$$

or par identification entre (1) et (2) on trouve :-

$$A=1 \qquad ; \quad B=\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}$$

$$D=\frac{-\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}M^3-\lambda^{1/2}M^2\alpha}{\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}M\alpha+\sqrt{2}\,\lambda^{3/4}\alpha C+\lambda^{1/2}\alpha^2+\lambda C^2+M^2}$$

$$E=\frac{-\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}M^2\alpha-\lambda^{1/2}M\alpha^2+\lambda^{1/2}CM^2-M^3}{\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}M\alpha+\sqrt{2}\,\lambda^{3/4}\alpha C+\lambda^{1/2}\alpha^2+\lambda C^2+M^2}$$

en reduisant N_+ au même dénominateur on obtient :-

$$N_+=\frac{(Ms^2+\alpha s+C)A+B.(Ms^2+\alpha s+C).s+(Ds+E)s^2}{s^2(Ms^2+\alpha s+C)}$$

$$N_+=\frac{(BM+D)s^3+(MA+B\alpha+E)s^2+(\alpha A+BC)s+CA}{s^2(Ms^2+\alpha s+C)}$$

en remplaçant N_+ dans $\phi(s)$ on obtient :-

$$\phi(s)=\frac{m\left[(BM+D)s^3+(MA+B\alpha+E)s^2+(\alpha A+BC)s+CA\right]}{(\lambda^{1/2}s^2+\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s+1)(C+\alpha s)}$$

a) Dispersion de l'ecart :-

elle est donnée par : $$\sigma^2_{x-x_2}=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds$$

avec $H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s)=\left(\frac{G(s)\cdot\phi(s)-1}{s^2}\right)K(s)$ et $G(s)=\frac{1}{m}$

$$G(s)\phi(s)=\frac{(BM+D-\lambda^{1/2}\alpha)s^3+(MA+B\alpha+E-\lambda^{1/2}c-\sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha)s^2+(\alpha A+Bc-\sqrt{2}\lambda^{1/4}c-\alpha)s+cA-c}{(\lambda^{1/2}s^2+\sqrt{2}\lambda^{1/4}s+1)(\alpha s+c)}$$

on demontre que $\alpha A+Bc-\sqrt{2}\lambda^{1/4}c-\alpha = cA-c=0$

donc $H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s)=\dfrac{(BM+D-\lambda^{1/2}\alpha)s+(MA+B\alpha+E-\lambda^{1/2}c-\sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha)}{(\lambda^{1/2}s^2+\sqrt{2}\lambda^{1/2}s+1)(Ms^2+\alpha s+c)}$

ou

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s)=\frac{(BM+D-\lambda^{1/2}\alpha)s+(MA+B\alpha+E-\lambda^{1/2}c-\sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha)}{\lambda^{1/2}Ms^4+(\lambda^{1/2}\alpha+\sqrt{2}\lambda^{1/4}M)s^3+(\lambda^{1/2}c+\sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha+M)s^2+(\sqrt{2}\lambda^{1/4}c+\alpha)s+c}$$

$$\sigma^2_{x-x_2}=\frac{N^2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{n_3s^3+n_2s^2+n_1s+c_0}{d_4s^4+d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0}\right|^2 ds$$

de la table d'integrale on tire :-

$\sigma^2_{x-x_2}=N_1/D$

avec $N_1= N^2\{n_3^2(-d_0^2d_3+d_0d_1d_2)+(n_2^2-2.n_1n_3)d_0d_1.d_4+$

$+(n_1^2-2.n_0n_2)d_0d_3d_4+n_0^2(-d_1d_4^2+d_2d_3d_4)\}$

et $D= 2.d_0d_4(-d_0d_3^2-d_1^2d_4+d_1d_2d_3)$

où

$n_3=0$	$d_4=\lambda^{1/2}M$
$n_2=0$	$d_3=\lambda^{1/2}\alpha+\sqrt{2}\lambda^{1/4}M$
$n_1=(BM+D-\lambda^{1/2}\alpha)$	$d_2=\lambda^{1/2}c+\sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha+M$
$n_0=(MA+B\alpha+E-\lambda^{1/2}c-\sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha)$	$d_1=\sqrt{2}\lambda^{1/4}c+\alpha$
	$d_0=c$

b) Dispersion de l'acceleration :-

elle est donnée par : $\sigma^2_{\ddot{x}_1}=\dfrac{1}{2\pi j}\displaystyle\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds$

avec $H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s)=G(s).L_1(s).K(s).\phi(s)$

$$H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s)=\frac{(BM+D)s^3+(MA+B\alpha+E)s^2+(\alpha A+BC)s+CA}{\lambda^{1/2}Ms^4+(\lambda^{1/2}\alpha+\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}M)s^3+(\lambda^{1/2}C+\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}\alpha+M)s^2+(\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}C+\alpha)s+C}$$

$$\sigma_{\ddot{x}_1}^2=\frac{N^2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{n_3s^3+n_2s^2+n_1s+n_0}{d_4s^4+d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0}\right|^2 ds$$

de même la table d'integrale nous donne :-

$$\sigma_{\ddot{x}_1}^2=\frac{N_1}{D}$$

avec $N_1=N^2\{n_3^2(-d_0^2d_3+d_0d_1\cdot d_2)+(n_2^2-2\cdot n_1\cdot n_3)d_0d_1d_4+$
$+(n_1^2-2\cdot n_0n_2)d_0d_3d_4+n_0^2(-d_1d_4^2+d_2d_3d_4)\}$.

où $n_3=BM+D$

$n_2=AM+B\alpha+E$

$n_1=\alpha A+BC$

$n_0=CA$.

3.3 Excitation par un processus telque la densité spectrale est égale à $S_{\ddot{x}_0}(\Delta) = 2\alpha_2 N^2 \dfrac{\Omega^2 - \Delta^2}{(\Omega^2+\Delta^2)^2 - 4\alpha_2\Delta^2}$

la densité spectrale peut être mis sous la forme suivante:-

$$S_{\ddot{x}_0}(s) = 2\alpha_2 N^2 s^4 \frac{\Omega + s}{s^2(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}s + \Omega^2)} \frac{\Omega - s}{s^2(s^2 - 2\sqrt{\alpha_2}s + \Omega^2)}$$

d'où $$\psi(s) = \frac{\Omega + s}{s^2(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}s + \Omega^2)}$$

on a en outre:-

$$R(s) = \lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1 \ , \quad G(s) = \frac{1}{m} \quad \text{et} \quad K(s) = \frac{\alpha s + C}{Ms^2 + \alpha s + C}$$

la fonction de transfert optimum du systeme de vibro-isolation sera donc:-

$$\phi(s) = \frac{1}{(\lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1)\cdot\frac{1}{m}\cdot\frac{\Omega+s}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)}\cdot\frac{\alpha s + c}{(Ms^2+\alpha s + c)}} \left\{ \frac{\dfrac{(\Omega+s)(\alpha s + c)}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)(Ms^2+\alpha s+C)}}{\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1} \right\}_+$$

Soit

$$N_+ = \left\{ \frac{(\Omega+s)(\alpha s + c)}{s^2(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}s + \Omega^2)(Ms^2+\alpha s + c)(\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1)} \right\}_+$$

$$N = \underbrace{\frac{G}{s^2} + \frac{H}{s} + \frac{Is + J}{s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}s + \Omega^2} + \frac{Ks + L}{Ms^2 + \alpha s + C}}_{N_+} + \underbrace{\frac{Ms + N}{\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1}}_{N_-}$$

$$G = \lim_{s \to 0} \frac{(\Omega+s)(\alpha s + c)}{(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}s + \Omega^2)(Ms^2 + \alpha s + c)(\lambda^{1/2}s^2 - \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1)} = \frac{1}{\Omega}$$

de méme on trouve à l'aide d'une division par puissance croissante:

$$H = \frac{1}{\Omega^3}\left(\sqrt{2}\,\Omega^2\lambda^{1/4} + \Omega - 2\sqrt{\alpha_2}\right)$$

3.3. Excitation par un processus telque la densité spectrale est égale à $S_{\ddot{x}_0}(\Delta) = 2\alpha_2 N^2 \dfrac{\Omega^2-\Delta^2}{(\Omega^2+\Delta^2)^2-4\alpha_2\Delta^2}$

la densité spectrale peut être mis sous la forme suivante:-

$$S_{\ddot{x}_0}(s) = 2\alpha_2 N^2 s^4 \frac{\Omega+s}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)}\frac{\Omega-s}{s^2(s^2-2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)}$$

d'où $\quad \psi(s) = \dfrac{\Omega+s}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)}$

on a en outre:-

$$R(s) = \lambda^{1/2}s^2+\sqrt{2}\,\lambda^{1/4}s+1 \;, \quad G(s) = \frac{1}{m} \quad \text{et} \quad K(s) = \frac{\alpha s+C}{Ms^2+\alpha s+C}$$

la fonction de transfert optimum du systeme de vibro-isolation sera donc:-

$$\phi(s) = \frac{1}{(\lambda^{1/2}s^2+\sqrt{2}\lambda^{1/4}s+1)\cdot\frac{1}{m}\cdot\frac{\Omega+s}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)}\cdot\frac{\alpha s+C}{(Ms^2+\alpha s+C)}}\left\{\frac{\dfrac{(\Omega+s)(\alpha s+C)}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)(Ms^2+\alpha s+C)}}{\lambda^{1/2}s^2-\sqrt{2}\lambda^{1/4}s+1}\right\}_+$$

Soit

$$N_+ = \left\{\frac{(\Omega+s)(\alpha s+C)}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)(Ms^2+\alpha s+C)(\lambda^{1/2}s^2-\sqrt{2}\lambda^{1/4}s+1)}\right\}_+$$

$$N = \underbrace{\frac{G}{s^2}+\frac{H}{s}+\frac{Is+J}{s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2}+\frac{Ks+L}{Ms^2+\alpha s+C}}_{N_+}+\underbrace{\frac{Ms+N}{\lambda^{1/2}s^2-\sqrt{2}\lambda^{1/4}s+1}}_{N_-}$$

$$G = \lim_{s\to 0}\frac{(\Omega+s)(\alpha s+C)}{(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)(Ms^2+\alpha s+C)(\lambda^{1/2}s^2-\sqrt{2}\lambda^{1/4}s+1)} = \frac{1}{\Omega}$$

de même on trouve à l'aide d'une division par puissance Croissante:

$$H = \frac{1}{\Omega^3}\left(\sqrt{2}\,\Omega^2\lambda^{1/4}+\Omega-2\sqrt{\alpha_2}\right)$$

L'expression des fractions N peut être écrite sous la forme :-

$$N = \frac{G}{S^2} + \frac{H}{S} + \frac{I^*}{(S - S_1)} + \frac{J^*}{(S - S_2)} + \frac{K^*}{(S - S_3)} + \frac{L^*}{(S - S_4)} + \frac{MS + N}{\lambda^{1/2} S^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} S + 1}$$

à l'aide des limites on trouve :

$$I^* = \frac{(\Omega + S_1)(c + \alpha S_1)}{S_1^2 (M S_1^2 + \alpha S_1 + c)(\lambda^{1/2} S_1^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} S_1 + 1)(S_1 - S_2)}$$

$$J^* = \frac{(\Omega + S_2)(c + \alpha S_2)}{S_2^2 (M S_2^2 + \alpha S_2 + c)(\lambda^{1/2} S_2^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} S_2 + 1)(S_2 - S_1)}$$

avec $S_1 = -\sqrt{\alpha_2} + j\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2}$ et $S_2 = -\sqrt{\alpha_2} - j\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2}$

on démontre que I^* et J^* sont des nombres complexes conjugés. mais I et J sont des reels pures.

tel que : $I = I^* + J^*$ et

$$J = (I^* + J^*)\sqrt{\alpha_2} + j(I^* - J^*)\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2}.$$

$$K^* = \frac{(\Omega + S_3)(c + \alpha S_3)}{S_3^2 (S_3^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, S_3 + \Omega^2)(\lambda^{1/2} S_3^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} S_3 + 1)(S_3 - S_4)}$$

$$L^* = \frac{(\Omega + S_4)(c + \alpha S_4)}{S_4^2 (S_4^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, S_4 + \Omega^2)(\lambda^{1/2} S_4^2 - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} S_4 + 1)(S_4 - S_3)}$$

avec $S_3 = \frac{1}{2M}\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4Mc}\right)$ et $S_4 = \frac{1}{2M}\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4Mc}\right)$

et $K = K^* + L^*$

$$L = \frac{1}{2M}\left((K^* + L^*) + (K^* - L^*)\sqrt{\alpha^2 - 4Mc}\right)$$

donc :-

$$N_+ = \frac{N_1(s)}{S^2 (S^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, S + \Omega^2)(MS^2 + \alpha S + c)}$$

avec

$$N_1(s) = (HM + IM + K)S^5 + (MG + H(2\sqrt{\alpha_2}\, M + \alpha) + I\alpha + JM + 2K\sqrt{\alpha_2} + L)S^4 + (G(2\sqrt{\alpha_2}\, M + \alpha) + H(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + Ic + J\alpha + K\Omega^2 + 2L\sqrt{\alpha_2})S^3 + (G(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + H(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2) + L\Omega^2 + Jc)S^2 + (G(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2) + H\Omega^2 c)S + G\Omega^2 c.$$

en remplaçant N_1 dans $\phi(s)$ on obtient :-

$$\phi(s) = \frac{m \cdot N_1(s)}{(\lambda^{1/2} s^2 + \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} s + 1)(\Omega + s)(\alpha s + c)}$$

a) Dispersion de l'ecart :

cette dispersion est donneé par :-

$$\sigma^2_{x - x_2} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H_{\frac{x - x_2}{\ddot{x}_0}}(s) \right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\, ds$$

avec $$H_{\frac{x - x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \left(\frac{G(s) \cdot \phi(s) - 1}{s^2} \right) k(s).$$

on trouve $$H_{\frac{x - x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{N_2(s)}{(\lambda^{1/2} s^2 + \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} s + 1)(\Omega + s)(M s^2 + \alpha s + c)}$$

avec

$$\begin{aligned} N_2(s) = {} & (HM + IM + k)s^3 + \left[MG + H(2\sqrt{\alpha_2}\, M + \alpha) + I\alpha + JM + \right. \\ & \left. + 2K\sqrt{\alpha_2} + L - \lambda^{1/2}\alpha \right] s^2 + \left[G(2\sqrt{\alpha_2}\, M + \alpha) + H(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + \right. \\ & \left. Ic + J\alpha + K\Omega^2 + 2L\sqrt{\alpha_2} - \lambda^{1/2}(\Omega\alpha + c) - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}\alpha \right] s + \left[-\alpha + \right. \\ & \left. + G(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + H(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2) + L\Omega^2 + Jc - \lambda^{1/2} c - \sqrt{2}\,\lambda^{1/4}(\Omega\alpha + c) \right] \end{aligned}$$

en remplaçant la densité spectrale par son expression on obtient :

$$\sigma^2_{x - x_2} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H_{\frac{x - x_2}{\ddot{x}_0}}(s) \right|^2 \cdot 2\alpha_2 N^2 \frac{\Omega + s}{(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, s + \Omega^2)} \frac{\Omega - s}{(s^2 - 2\sqrt{\alpha_2}\, s + \Omega^2)}\, ds$$

$$\sigma^2_{x - x_2} = \frac{2\alpha_2 N^2}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \frac{N_2(s)}{(\lambda^{1/2} s^2 + \sqrt{2}\,\lambda^{1/4} s + 1)(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, s + \Omega^2)(M s^2 + \alpha s + c)} \right|^2 ds$$

$$\sigma^2_{x - x_2} = \frac{2\alpha_2 N^2}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \frac{N_2(s)}{D(s)} \right|^2 ds$$

avec $D(s) = \lambda^{1/2} M s^6 + [\sqrt{2}\lambda^{1/4} M + (2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha)\lambda^{1/2}] s^5 +$
$+ [\sqrt{2}(2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha)\lambda^{1/4} + (c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)\lambda^{1/2} + M] s^4 + [(2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha) +$
$+ \sqrt{2}(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)\lambda^{1/4} + (2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2)\lambda^{1/2}] s^3 + [(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) +$
$+ \sqrt{2}(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2)\lambda^{1/4} + \Omega^2 c \lambda^{1/2}] s^2 + [2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2 + \sqrt{2}\,\Omega^2 c \lambda^{1/4}] s +$
$\Omega^2 c$.

$$\sigma^2_{x - x_2} = \frac{2\alpha_2 N^2}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \frac{n_5 s^5 + n_4 s^4 + n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{d_6 s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0} \right|^2 ds$$

où

$$n_5 = n_4 = 0$$

$$n_3 = HM + IM + K$$

$$n_2 = (MG + H(2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha) + I\alpha + JM + 2K\sqrt{\alpha_2} + L - \lambda^{1/2}\alpha)$$

$$n_1 = G(2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha) + H(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + Ic + J\alpha +$$
$$+ K\Omega^2 + 2L\sqrt{\alpha_2} - \lambda^{1/2}(\Omega\alpha + c) - \sqrt{2}\lambda^{1/4}\alpha$$

$$n_0 = G(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + H(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2) + L\Omega^2 + Jc +$$
$$- \lambda^{1/2}\Omega c - \sqrt{2}\lambda^{1/4}(\Omega\alpha + c) - \alpha.$$

$$d_6 = \lambda^{1/2} M$$

$$d_5 = \sqrt{2}\lambda^{1/4} M + (2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha)\lambda^{1/2}$$

$$d_4 = \sqrt{2}(2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha)\lambda^{1/4} + (c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)\lambda^{1/2} + M$$

$$d_3 = 2\sqrt{\alpha_2} M + \alpha + \sqrt{2}(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)\lambda^{1/4} + (2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2)\lambda^{1/2}$$

$$d_2 = c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2 + \sqrt{2}(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2)\lambda^{1/4} + \Omega^2 c \lambda^{1/2}$$

$$d_1 = 2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2 + \sqrt{2}\,\Omega^2 c \lambda^{1/4}$$

$$d_0 = \Omega^2 c.$$

la table d'intégrale donne :

$$\sigma^2_{\dot{x}-x_2} = \frac{2\alpha_2 N^2}{2\Delta_6}\Big[n_5^2 m_0 + (n_4^2 - 2n_3 n_5)m_1 + (n_3^2 - 2n_2 n_4 + 2n_1 n_5)m_2 + $$
$$+ (n_2^2 - 2n_1 n_3 + 2n_0 n_4)m_3 + (n_1^2 - 2n_0 n_2)m_4 + n_0^2 m_5\Big]$$

où

$$m_0 = \frac{1}{d_6}(d_4 m_1 - d_2 m_2 + d_0 m_3)$$
$$m_1 = -d_0 d_1 d_5 + d_0 d_3^2 + d_1^2 d_4 - d_1 d_2 d_3$$
$$m_2 = d_0 d_3 d_5 + d_1^2 d_6 - d_1 d_2 d_5$$
$$m_3 = d_0 d_5^2 + d_1 d_3 d_6 - d_1 d_4 d_5$$
$$m_4 = 1/d_0 (d_2 m_3 - d_4 m_2 + d_6 m_1)$$
$$m_5 = 1/d_0 (d_2 m_4 - d_4 m_3 + d_6 m_2)$$
$$\Delta_6 = d_0 (d_1 m_5 - d_3 m_4 + d_5 m_3)$$

b) dispersion de l'accélération :-

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s) \right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\, ds .$$

avec :

$$H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s) = G(s).L_1(s).K(s).\phi(s).$$

on trouve : $H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s) = \dfrac{N_1(s).}{(\lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1)(\Omega + s)(Ms^2 + as + C)}$

avec $N_1(s)$ determiné precedement .

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \frac{N_1(s)}{(\lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1)(\Omega + s)(Ms^2 + as + C)} \right|^2 2N^2\alpha_2 \frac{(\Omega^2 - s^2)\, ds}{(\Omega^2 + s^2)^2 - 4\alpha_2 s^2}$$

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{2N^2\alpha_2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \frac{N_1(s).}{(\lambda^{1/2}s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4}s + 1)(Ms^2 + as + C)(s^2 + 2\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2)} \right|^2 ds$$

$$\sigma^2_{\ddot{x}_2} = \frac{2N^2\alpha_2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{N_1(s)}{D(s)}\right|^2 ds.$$

$$\sigma_{\ddot{x}_2} = \frac{2N^2\alpha_2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{n_5 s^5 + n_4 s^4 + n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{d_6 s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}\right| ds$$

où $n_5 = HM + IM + K$

$n_4 = MG + H(2\sqrt{\alpha_2}M + \alpha) + I\alpha + JM + 2K\sqrt{\alpha_2} + L$

$n_3 = G(2\sqrt{\alpha_2}M + \alpha) + H(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + Ic + J\alpha +$
$K\Omega^2 + 2L\sqrt{\alpha_2}$

$n_2 = G(c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2) + H(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2) + L\Omega^2 + Jc$

$n_1 = G(2c\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2) + \Omega^2 F$

$n_0 = G\Omega^2 c = \Omega F.$

$D(s)$ est le même que dans le cas précédent.

donc la table d'integrale donne:-

$$\sigma_{\ddot{x}_2} = \frac{2N^2\alpha_2}{2\Delta_6}\Big[n_5^2 \cdot m_0 + (n_4^2 - 2n_3 n_5)m_1 + (n_3^2 - 2n_2 n_4 + 2n_1 n_5)m_2 +$$
$$+ (n_2^2 - 2n_1 n_3 + 2n_0 n_4)m_3 + (n_1^2 - 2n_0 n_2)m_4 + n_0^2 m_5\Big]$$

où $m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$ et Δ_6 sont les mêmes que dans le cas de la dispersion de l'ecart.

3.4. Determination des fonctions de transfert optimum pour les deux formes déxcitations :-

la fonction de transfert optimum du systemē de vibro-isolation est donnée par :

$$H_{\frac{x}{x_2}} = \frac{\bar{X}(s)}{\bar{X}_2(s)} = \frac{\bar{X}(s)}{\bar{F}(s)} \cdot \frac{\bar{F}(s)}{\ddot{X}_2(s)} = \frac{s^2}{L(s)} \cdot \frac{F(s)}{\ddot{X}_2(s)} = G(s) \cdot \phi(s).$$

donc : $H_{\frac{x}{x_2}opt} = G(s) \cdot \phi(s).$

dans le cas d'un corps rigide on a $G(s) = \frac{1}{m}.$

a) excitation par un bruit blanc : $S_{\ddot{x}_0}(s) = N^2$:-

on trouve :

$$H_{\frac{x}{x_2}opt} = \frac{n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{(\lambda^{1/2} s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4} s + 1)(c + \alpha s)}$$

où n_3, n_2, n_1, n_0 sont les mêmes que dans le cas de la dispersion de l'accéleration. ils seront determinés ulterieurement pour chaque valeur de λ.

b) excitation par un processus telque $S_{\ddot{x}_0}(\delta) = 2\alpha_2 N^2 \frac{\Omega^2 - \delta^2}{(\Omega^2+\delta^2)^2 - 4\alpha_2 s^2}$:-

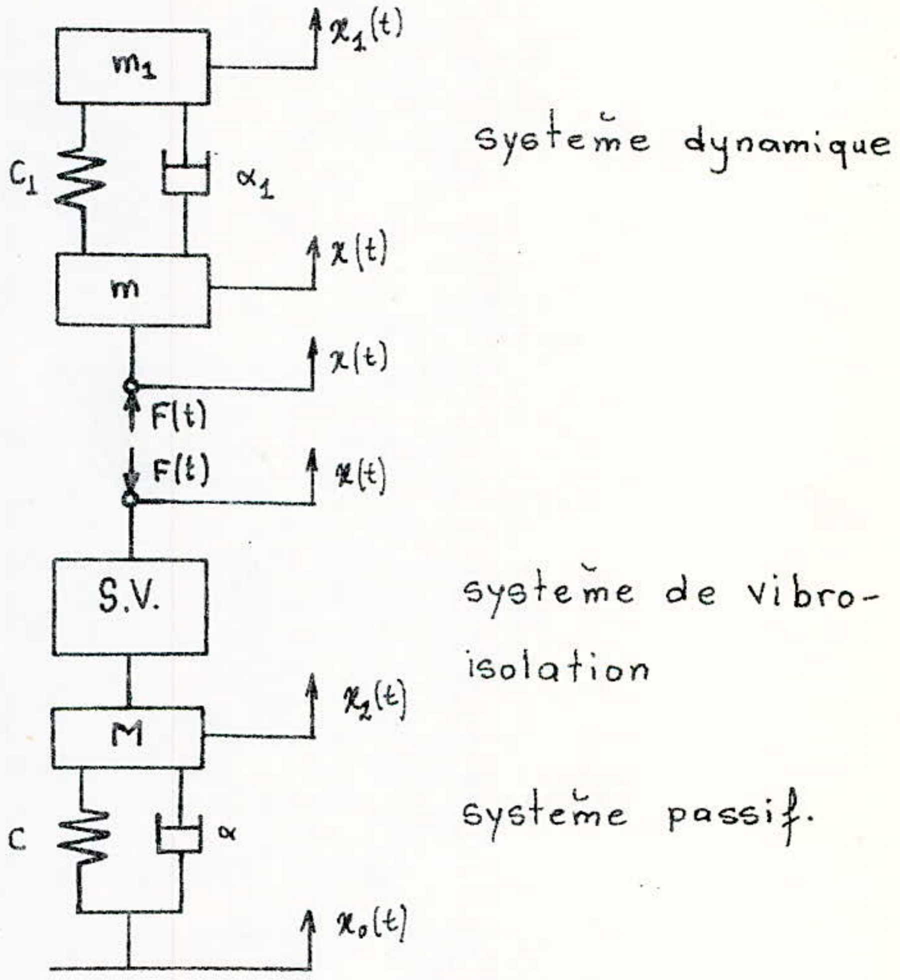
on trouve :-

$$H_{\frac{x}{x_2}opt} = \frac{n_5 s^5 + n_4 s^4 + n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{(\lambda^{1/2} s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/4} s + 1)(\alpha\delta + c)(-\Omega + s)}$$

où $n_5, n_4, n_3, n_2, n_1, n_0$ sont les mêmes que dans le cas de la dispersion de L'acceleration pour cette même excitation. ils sont determinés dans la partie programmation pour chaque valeur de λ.

IV S.V. POUR VIBRO-ISOLER UN SYSTEME DYNAMIQUE SUPPORTE PAR UN ELEMENT PASSIF

4.1 Schéma representatif:-



dans le cas d'un systeme dynamique on a :-

$$R(s).R(-s) = 1 + \lambda s^4 L_1(s).L_1(-s)$$

avec

$$L_1(s) = \frac{\bar{X}_1(s)}{\bar{X}(s)} = \frac{\alpha_1 s + c}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1}$$

donc :

$$R(-s)\,R(-s) = 1 + \lambda s^4 \frac{\alpha_1 s + c_1}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1} \cdot \frac{-\alpha_1 s + c_1}{m_1 s^2 - \alpha s_1 + c_1}$$

$$R(s)\cdot R(-s) = \frac{-\lambda \alpha_1^2 s^6 + (m_1^2 + \lambda c_1^2) s^4 + (2m_1 c_1 - \alpha_1^2) s^2 + c_1^2}{(m_1 s^2 + \alpha_1 s + c)(m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1)}$$

Soit :-

$$R(s)\cdot R(-s) = \frac{As^3 + Bs^2 + Ds + E}{(m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1)} \cdot \frac{-As^3 + Bs^2 - Ds + E}{(m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_2)}$$

or par identification on trouve :

$$\left[\begin{array}{l} A = \alpha_1 \sqrt{\lambda} \\ B^2 - 2\alpha_1 \sqrt{\lambda}\, D = m_1^2 + \lambda c_1^2 \\ 2Bc_1 - D^2 = 2m_1 c_1 - \alpha_1^2 \\ E = c_1 \end{array}\right.$$

la resolution de ce systeme non lineaire en B et D sera faite ulterieurement par programmation FØRTRAN, ce qui nous permet de determiner La forme de $R(s)$:

$$R(s) = \frac{As^3 + Bs^2 + Ds + E}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1}$$

4.2. Calcul de l'impédance de déplacement :-

on a $L(s) = \dfrac{\bar{F}(s)}{\bar{X}(s)}$

soit $Z(s) = L(s)$; L'impédance de déplacement du systeme.

$$Z(s) = \frac{F(s)}{X(s)}$$

en appliquant la relation fondamentale de la dynamique pour la masse m on aura :-

$$m\ddot{x}(t) = -C_1 x - \alpha_1 \dot{x} + C_1 x_1 + \dot{\alpha}_1 \dot{x}_1 + F(t)$$

en passant aux transformées de Fourier on obtient:

$$m s^2 \bar{X}(s) = -C_1 \bar{X}(s) - \alpha_1 s \bar{X}(s) + C_1 \bar{X}_1(s) + \alpha s \bar{X}_1(s) + \bar{F}(s)$$

$$(m s^2 + \alpha_1 s + C_1)\bar{X}(s) = \bar{F}(s) + (C_1 + \alpha_1 s)\bar{X}_1(s) \qquad (1)$$

en outre on a :-

$$\frac{\bar{X}_1(s)}{\bar{X}(s)} = \frac{\alpha_1 s + C_1}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + C_1} \qquad (2)$$

en remplaçant la relation (2) dans (1) on obtient:

$$\left((m s^2 + \alpha_1 s + C_1) - \frac{C_1 + \alpha_1 s}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + C_1}\right)\bar{X}(s) = \bar{F}(s)$$

donc:

$$\frac{\bar{F}(s)}{\bar{X}(s)} = \frac{(m s^2 + \alpha_1 s + C_1)(m_1 s^2 + \alpha_1 s + C_1) - (C_1 + \alpha_1 s)^2}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + C_1}$$

finalement :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{F}(s)}{\bar{X}(s)} = \frac{m_1 m s^4 + (m + m_1)\alpha_1 s^3 + (m_1 + m) C_1 s^2}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + C_1}.$$

4.3 Excitation par un bruit blanc :-

le bruit blanc a pour densité spectrale

$$S_{\ddot{x}_0}(s) = N^2 = \text{constante}.$$

or par hypothese on a :

$$S_{\ddot{x}_0}(s) = s^4 . S_0 \psi(s) \psi(-s).$$

donc on tire par identification :-

$$S_0 = N^2 \quad \text{et} \quad \psi(s) = \frac{1}{s^2}$$

- la fonction de transfert optimum du systeme de vibro-isolation est donnée par :-

$$\phi(s) = \frac{1}{R(s) \cdot G(s) \cdot \psi(s) \cdot K(s)} \left\{ \frac{\psi(s) \cdot K(s)}{R(-s)} \right\}_+$$

où $G(s) = \dfrac{\Delta^2}{L(s)} = \dfrac{\Delta^2}{z(\Delta)}$ et $K(s) = \dfrac{\alpha s + c}{M s^2 + \alpha s + c}$

Soient : $F_1 = \dfrac{1}{R(s) \cdot G(s) \cdot \psi(s) \cdot K(s)}$

$$F_1 = \frac{1}{\dfrac{As^3 + Bs^2 + Ds + E}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1} \cdot \dfrac{s^2(m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1)}{m m_1 s^4 + (m + m_1)\alpha_1 s^3 + (m + m_1) c_1 s^2} \cdot \dfrac{1}{s^2} \dfrac{\alpha s + c}{M s^2 + \alpha s + c}}$$

$$F_1 = \frac{(m m_1 s^4 + (m + m_1)\alpha_1 s^3 + (m + m_1) c_1 s^2)(M s^2 + \alpha s + c)}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(\alpha s + c)}$$

et $F_2 = \dfrac{\psi(s) \cdot K(s)}{R(-s)} = \dfrac{\dfrac{1}{s^2} \cdot \dfrac{\alpha s + c}{M s^2 + \alpha s + c}}{\dfrac{-As^3 + Bs^2 - Ds + E}{m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1}}$.

$$F_2 = \frac{(\alpha s + c)(m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1)}{s^2 (M s^2 + \alpha s + c)(-As^3 + Bs^2 - Ds + E)}$$

décomposons F_2 sous la forme suivante :-

$$F_2 = \underbrace{\frac{F}{s^2} + \frac{G}{s} + \frac{Hs+I}{Ms^2+\alpha s+\varsigma}}_{F_{2+}} + \underbrace{\frac{Js^2+Ks+L}{-As^3+Bs^2-Ds+E}}_{F_{2-}}$$

$$F = \lim_{s\to 0} \frac{(\alpha s+c)(M_1 s^2 - \alpha_1 s + C_1)}{(Ms^2+\alpha s+C)(-As^3+Bs^2-Ds+E)} = \frac{C\cdot C_1}{C\cdot E} = \frac{C_1}{E}$$

puisque $E = C_1 \Rightarrow F = 1$.

de plus à l'aide d'une division par puissance croissante on trouve : $G = \frac{D}{C_1} - \frac{\alpha_1}{C_1}$

or par application des limites on aura :-

$$H^* = \frac{(\alpha s_3 + C)(M_1 s_3^2 - \alpha_1 s_3 + C_1)}{s_3^2(s_3 - s_4)(-As_3^3 + Bs_3^2 - Ds_3 + E)}$$

$$I^* = \frac{(\alpha s_4 + C)(M_1 s_4^2 - \alpha_1 s_4 + C_1)}{s_4^2(s_4 - s_3)(-As_4^3 + Bs_4^2 - Ds_4 + E)}$$

avec : $s_3 = \frac{1}{2M}\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4M\varsigma}\right)$ et

$$s_4 = \frac{1}{2M}\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4M\varsigma}\right)$$

finalement on aura :-

$$H = H^* + I^*$$

$$I = \left[H + (H^* - I^*)\sqrt{\alpha^2 - 4M\varsigma}\right]\cdot\frac{1}{2M}$$

donc

$$F_{2+} = \frac{F}{s^2} + \frac{G}{s} + \frac{Hs+I}{Ms^2+\alpha s+\varsigma}.$$

$$F_{2+} = \frac{(GM+H)s^3 + (MF+G\alpha+I)s^2 + (F\alpha+G\varsigma)s + F\varsigma}{s^2(Ms^2+\alpha s+\varsigma)}$$

La fonction de transfert $\phi(s)$ est :-

$$\phi(s) = F_1 \cdot F_{2+} .$$

$$\phi(s) = \frac{\left[(GM+H)s^3 + (MF+\alpha G+I)s^2 + (F\alpha + G\varsigma)s + F\varsigma\right]\left[mm_1 s^4 + (m+m_1)\alpha_1 s^3 + (m+m_1)c_1 s^2\right]}{s^2\left(As^3+Bs^2+Ds+E\right)(\alpha s+\varsigma)} .$$

a) Dispersion de l'ecart :-

est donneé par :-

$$\sigma^2_{x-x_2} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\left|H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds .$$

où :

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \left(\frac{G(s)\cdot\phi(s) - 1}{s^2}\right) . K(s) .$$

et $$G(s) = \frac{s^2}{Z(s)} = \frac{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1}{mm_1 s^2 + (m+m_1)\alpha_1 s + (m+m_1)c_1}$$

on aura :

$$G(s)\cdot\phi(s) = \frac{\left[(GM+H)s^3 + (MF+\alpha G+I)s^2 + (F\alpha+G\varsigma)s + F\varsigma\right]\left[m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1\right]}{(As^3+Bs^2+Ds+E)(\alpha s+\varsigma)}$$

donc :-

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{N(s)}{(As^3+Bs^2+Ds+E)(Ms^2+\alpha s+C)}$$

avec :

$$N(s) = (GM+H)m_1 s^3 + \left[(GM+H)\alpha_1 + (MF+\alpha G + I)m_1 - A\alpha\right]s^2 + \left[(GM+H)c_1 + (MF+\alpha G+I)\alpha_1 + (F\alpha + G\varsigma)m_1 - Ac - B\alpha\right]s + \left[(MF+\alpha G+I)c_1 + (F\alpha+G\varsigma)\alpha_1 + FC m_1 - BC - D\alpha\right]$$

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$D(s) = AMs^5 + (A\alpha + BM)s^4 + (A\varsigma + B\alpha + DM)s^3 +$$

$$(D\alpha + EM + B\varsigma)s^2 + (D\varsigma + \alpha E)s + E\varsigma .$$

par conséquent :

$$\sigma^2_{x-x_2} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \frac{N(s)}{D(s)} \right|^2 N^2 \, ds$$

la table d'integrale nous donne :-

$$\sigma^2_{x-x_2} = \frac{N^2}{\Delta_5}\left[n_3^2 \cdot m_1 + (n_2^2 - 2n_1 n_3) \cdot m_2 + (n_1^2 - 2 \cdot n_0 n_2) m_3 + n_0^2 \cdot m_4 \right]$$

où : $m_0 = \frac{1}{d_5}(d_3 m_1 - d_1 m_2)$ $\qquad m_3 = \frac{1}{d_0}(d_2 m_2 - d_4 m_1)$

$m_1 = -d_0 d_3 + d_1 d_2$ $\qquad m_4 = \frac{1}{d_0}(d_2 m_3 - d_4 m_2)$

$m_2 = -d_0 d_5 + d_1 d_4$ $\qquad \Delta_5 = d_0(d_1 m_4 - d_3 m_3 + d_5 m_2)$

avec $d_5 = AM$

$d_4 = A\alpha + BM$

$d_3 = A\varsigma + B\alpha + DM$

$d_2 = D\alpha + EM + B\varsigma$

$d_1 = D\varsigma + \alpha E$

$d_0 = E\varsigma .$

et $n_3 = (GM + H)m_1$

$n_2 = (GM + H)\alpha_1 + (MF + \alpha G + I)m_1 - A\alpha$

$n_1 = (GM + H)G + (MF + \alpha G + I)\alpha_1 + (F\alpha + G\varsigma)m_1 - Ac - B\alpha$

$n_0 = (MF + \alpha G + I)C_1 + (F\alpha + G\varsigma)\alpha_1 + F\varsigma m_1 - Bc - D\alpha .$

où

$$m_0 = \frac{1}{d_5}\left(d_3 m_1 - d_1 m_2 \right) \qquad m_3 = \frac{1}{d_0}\left(d_2 m_2 - d_4 m_1\right)$$

$$m_1 = - d_0 d_3 + d_1 d_2 \qquad m_4 = \frac{1}{d_0}\left(d_2 m_3 - d_4 m_2\right)$$

$$m_2 = - d_0 d_5 + d_1 d_4 \qquad \Delta_5 = d_0\left(d_1 \cdot m_4 - d_3 m_3 + d_5 m_2\right)$$

avec $d_5 = AM$

$$d_4 = BM + \alpha A$$

$$d_3 = DM + \alpha B + A\varsigma$$

$$d_2 = EM + D\alpha + \varsigma B$$

$$d_1 = E\alpha + CD$$

$$d_0 = CE$$

et

$$n_4 = (GM + H)\alpha_1$$

$$n_3 = (GM + H)c_1 + (MF + \alpha G + I)\alpha_1$$

$$n_2 = (MF + \alpha G + I)c_1 + (F\alpha + G\varsigma)\alpha_1$$

$$n_1 = (F\alpha + G\varsigma)c_1 + F\varsigma\alpha_1$$

$$n_0 = F\varsigma c_1 .$$

4.4. Excitation par un processus telque :

$$S_{\ddot{x}_0}(\Delta) = 2\alpha_2 N^2 \frac{\Omega^2 - \Delta^2}{(\Omega^2+\Delta^2)^2 - 4\alpha_2 \Delta^2}$$

on sait que de la densité spectrale $S_{\ddot{x}_0}(s)$, on tire :-

$$\psi(s) = \frac{\Omega + s}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}\,s+\Omega^2)}$$

la fonction de transfert optimum du s.v. est :-

$$\phi(s) = \underbrace{\frac{1}{R(s)\cdot G(s)\cdot \psi(s)\cdot K(s)}}_{F_1} \underbrace{\left\{\frac{\psi(s)\cdot K(s)}{R(-s)}\right\}}_{F_2}$$

avec

$$F_1 = \frac{(mm_1 s^4 + (m+m_1)\alpha_1 s^3 + (m+m_1)c_1 s^2)(s^2+2\sqrt{\alpha_2}\,s+\Omega^2)(Ms^2+\alpha s+c)}{(As^3+Bs^2+Ds+E)(\Omega+s)(\alpha s+c)}.$$

et

$$F_2 = \frac{(m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1)(-\Omega+s)(\alpha s+c)}{s^2(s^2+2\sqrt{\alpha_2}\,s+\Omega^2)(Ms^2+\alpha s+c)(-As^3+Bs^2-Ds+E)}$$

décomposons cette fraction F_2 en :-

$$F_2 = \frac{N}{s^2} + \frac{P}{s} + \frac{Qs+R}{s^2+2\sqrt{\alpha_2}\,s+\Omega^2} + \frac{Ts+U}{Ms^2+\alpha s+C} + \frac{\vartheta s^2+Ws+X}{-As^3+Bs^2-Ds+E}$$

$$F_2 = \frac{N}{s^2} + \frac{P}{s} + \frac{Q^*}{s-s_1} + \frac{R^*}{s-s_2} + \frac{T^*}{s-s_3} + \frac{U^*}{s-s_4}$$
$$+ \frac{\vartheta s^2+Ws+X}{-As^3+Bs^2-Ds+E}.$$

à l'aide des limites on trouve :-

$$N = \frac{1}{\Omega}$$

$$P = \frac{1}{\Omega^2} - \frac{\alpha_1}{\Omega C_1} + \frac{D}{\Omega C_1} - \frac{2\sqrt{\alpha_2}}{\Omega^3} \quad ;$$

$$Q^* = \frac{(m_1 s_1^2 - \alpha_1 s_1 + c_1)(\Omega + s_1)(\alpha s_1 + c)}{s_1^2 (M s_1^2 + \alpha s_1 + C)(-A s_1^3 + B s_1^2 - D s_1 + E)(s_1 - s_2)}$$

$$R^* = \frac{(m_1 s_2^2 - \alpha_1 s_2 + c_1)(\Omega + s_2)(\alpha s_2 + c)}{s_2^2 (M s_2^2 + \alpha s_2 + C)(-A s_2^3 + B s_2^2 - D s_2 + E)(s_2 - s_1)}$$

où $s_1 = -\sqrt{\alpha_2} + j\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2}$ et $s_2 = -\sqrt{\alpha_2} - j\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2}$

on demontre que Q^* et R^* sont des nombres complexes

Conjugés et que Q et R sont des reels pures :

$$Q = Q^* + R^*$$

$$R = (Q^* + R^*)\sqrt{\alpha_2} + (Q^* - R^*)\sqrt{\alpha_2 - \Omega^2}$$

$$T^* = \frac{(m_1 s_3^2 - \alpha_1 s_3 + c_1)(\Omega + s_3)(\alpha s_3 + c)}{s_3^2 (s_3^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, s_3 + \Omega^2)(-A s_3^3 + B s_3^2 - D s_3 + E)(s_3 - s_4)}$$

$$U^* = \frac{(m_1 s_4^2 - \alpha_1 s_4 + c_1)(\Omega + s_4)(\alpha s_4 + c)}{s_4^2 (s_4^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, s_4 + \Omega^2)(-A s_4^3 + B s_4^2 - D s_4 + E)(s_4 - s_3)}$$

où $s_3 = \frac{1}{2M}\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4M\varsigma}\right)$ et $s_4 = \frac{1}{2M}\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4M\varsigma}\right)$

on trouve donc :

$$T = T^* + U^*$$

$$U = \left[T^* + U^* + (T^* - U^*)\sqrt{\alpha^2 - 4M\varsigma}\,\right] \cdot \frac{1}{2M}$$

soit : $F_{2+} = \frac{N}{s^2} + \frac{P}{s} + \frac{Qs + R}{s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, s + \Omega^2} + \frac{Ts + U}{Ms^2 + \alpha s + C}$

en reduisant au même dénominateur, on obtient :-

$$F_{2+} = \frac{N(s)}{s^2 (s^2 + 2\sqrt{\alpha_2}\, s + \Omega^2)(Ms^2 + \alpha s + C)}$$

avec $N(s) = [MP + QM + T]s^5 + [MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha +$
$+ RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U]s^4 + [(\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)N + Q\varsigma + R\alpha +$
$+(\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2}]s^3 + [(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)P +$
$+ (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + R\varsigma + U\Omega^2]s^2 + [\Omega^2\varsigma P +$
$+ (2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)N]s + N\Omega^2\varsigma.$

La fonction de transfert optimum est :-

$$\phi(s) = \frac{[mm_1 s^2 + (m+m_1)\alpha_1 s + (m+m_1)c_1]\cdot N(s)}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(\Omega + s)(\alpha s + c)}$$

a) Dispersion de l'ecart :-

$$\sigma^2_{x-x_2} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left| H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds$$

où

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{\left(G(s)\cdot\phi(s) - 1\right)}{s^2}\cdot K(s).$$

avec $G(s) = \dfrac{s^2}{Z(s)} = \dfrac{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1}{mm_1 s^2 + (m+m_1)\alpha_1 s + (m+m_1)c_1}$

donc

$$\phi(s)\cdot G(s) = \frac{(m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1)\cdot N(s)}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(\Omega + s)(\alpha s + c)}$$

$$H_{\frac{x-x_2}{\ddot{x}_0}}(s) = \frac{N_1(s)}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(\Omega + s)(Ms^2 + \alpha s + c)}$$

avec $N_1(s) = [(MP + QM + T)m_1]s^5 + [(MP + QM + T)\alpha_1 +$
$+ (MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U)m_1]s^4 +$
$+ [(MP + QM + T)c_1 + (MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha + RM +$
$+ 2\sqrt{\alpha_2}T + U)\alpha_1 + ((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)N + (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P +$
$+ Q\varsigma + R\alpha + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2})m_1 - A\alpha)s^3 +$

$$+\Big[\big(MN+(\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)P+Q\alpha+RM+2\sqrt{\alpha_2}\,T+U\big)c_1+$$
$$\big((\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)N+(\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+\Omega^2M)P+Qc+R\alpha+T\Omega^2+$$
$$+2U\sqrt{\alpha_2}\big)\alpha_1+\big((c+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+\Omega^2M)N+(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)P+$$
$$+R\varsigma+U\Omega^2\big)m_1-\alpha B-(\alpha\Omega+c)A\Big]s^2+$$
$$+\Big[\big((\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+\Omega^2M)P+(\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)N+Qc+R\alpha+T\Omega^2+$$
$$+2U\sqrt{\alpha_2}\big)c_1+\big((\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+\Omega^2M)N+(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)P+$$
$$R\varsigma+U\Omega^2\big)\alpha_1+\big((2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)N+\Omega^2\varsigma P\big)m_1-\alpha D-\Omega\varsigma A+$$
$$-(\alpha\Omega+c)B\Big]s+\Big[\big((\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+\Omega^2M)N+(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)P+$$
$$+R\varsigma+U\Omega^2\big)c_1+N\Omega^2\varsigma m_1+\big((2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)N+$$
$$+\Omega^2\varsigma P\big)\alpha_1-\alpha E-(\alpha\Omega+\varsigma)D-\Omega\varsigma B\Big]$$

$$\sigma^2_{x-x_2}=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{N_1(s)}{(As^3+Bs^2+Ds+E)(\Omega+s)(Ms^2+\alpha s+c)}\right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\,ds$$

$$\sigma^2_{x-x_2}=\frac{2\alpha_2N^2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{N_1(s)}{(As^3+Bs^2+Ds+E)(Ms^2+\alpha s+c)(s^2+2\sqrt{\alpha_2}s+\Omega^2)}\right|^2 ds$$

$$\sigma^2_{x-x_2}=\frac{2\alpha_2N^2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{N_1(s)}{D_1(s)}\right|^2 ds\,.$$

avec : $D_1(s)=AMs^7+\big[MB+A(\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)\big]s^6+$
$$+\big[(\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)B+DM+(c+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+M\Omega^2)A\big]s^5+$$
$$+\big[EM+(\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)D+(\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+M\Omega^2)+$$
$$+(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)A\big]s^4+\big[(\alpha+2\sqrt{\alpha_2}M)E+$$
$$+(\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+M\Omega^2)D+(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)B+A\Omega^2\varsigma\big]s^3+$$
$$+\big[(\varsigma+2\alpha\sqrt{\alpha_2}+M\Omega^2)E+(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma+\alpha\Omega^2)D+\Omega^2\varsigma B\big]s^2+$$

$$+ \left[(2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)E + D\Omega^2\varsigma \right] s + \Omega^2 E\varsigma N$$

finalement la table d'integrale nous donne :-

$$\sigma^2_{x-x_2} = \frac{2\alpha_2 N^2}{2\Delta_7}\left[n_5^2 \cdot m_1 + (n_4^2 - 2n_3 n_5)m_2 + (n_3^2 - 2n_2 n_4 + 2n_1 n_5)m_3 + (n_2^2 - 2n_1 n_3 + 2n_0 n_4)m_4 + (n_1^2 - 2n_0 n_2)m_5 + n_0^2 m_6 \right]$$

où

$$m_0 = \frac{1}{d_7}\left[d_5 m_1 - d_3 m_2 + d_1 m_3 \right]$$

$$m_1 = -(d_1 d_4 - d_0 d_5)^2 + (d_0 d_3 - d_1 d_2)(d_0 d_7 - d_1 d_6 + d_2 d_5 - d_3 d_4).$$

$$m_2 = (d_0 d_7 - d_1 d_6)(-d_0 d_5 + d_1 d_4) + (d_0 d_3 - d_1 d_2)(d_2 d_7 - d_3 d_6).$$

$$m_3 = -(d_0 d_7 - d_1 d_6)^2 + (d_0 d_3 - d_1 d_2)(d_4 d_7 - d_5 d_6)$$

$$m_4 = \frac{1}{d_0}\left[d_2 m_3 - d_4 m_2 + d_6 m_1 \right]$$

$$m_5 = \frac{1}{d_0}\left[d_2 m_4 - d_4 m_3 + d_6 m_2 \right]$$

$$m_6 = \frac{1}{d_0}\left[d_2 m_5 - d_4 m_4 + d_6 m_3 \right]$$

$$\Delta_7 = d_0 (d_1 m_6 - d_3 m_5 + d_5 m_4 - d_7 m_3).$$

avec

$$d_7 = AM$$

$$d_6 = MB + A(\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)$$

$$d_5 = (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)B + DM + (C + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)A.$$

$$d_4 = EM + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)D + (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)B + (2\sqrt{\alpha_2}C + \alpha\Omega^2)A.$$

$$d_3 = (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)E + (C + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)D + (2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)B + A\Omega^2\varsigma.$$

$$d_2 = (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + M\Omega^2)E + (2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)D + \Omega^2\varsigma B.$$

$$d_1 = (2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)E + D\Omega^2\varsigma$$

$$d_0 = \Omega^2\varsigma E N.$$

et :

$$n_5 = (MP + QM + T) m_1 .$$

$$n_4 = (MP + QM + T)\alpha_1 + (MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2} M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U) m_1$$

$$n_3 = (MP + QM + T)C_1 + (MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2} M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U)\alpha_1 + ((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2} M)N + (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + QC + R\alpha + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2})m_1 - A\alpha$$

$$n_2 = (MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2} M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U)C_1 + ((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2} M)N + (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + QC + R\alpha + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2})\alpha_1 + (((C + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + (2\sqrt{\alpha_2}\,\varsigma + \alpha\Omega^2)P + R\varsigma + U\Omega^2)m_1 - \alpha B - (\alpha\Omega + C)A .$$

$$n_1 = ((\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2} M)N + QC + R\alpha + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2})C_1 + (((\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + R\varsigma + (2\sqrt{\alpha_2}\,\varsigma + \alpha\Omega^2)P + U\Omega^2)\alpha_1 + ((2\sqrt{\alpha_2}\,\varsigma + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2\varsigma P)m_1 + - \alpha D - (\alpha\Omega + \varsigma)B - \Omega\varsigma A$$

$$n_0 = ((\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + (2\sqrt{\alpha_2}\,\varsigma + \alpha\Omega^2)P + R\varsigma + U\Omega^2)C_1 + N\Omega^2 C m_1 + ((2\sqrt{\alpha_2}\,\varsigma + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2\varsigma P)\alpha_1 - \alpha E + - (\alpha\Omega + C)D - \Omega\varsigma B .$$

b) Dispersion de L'accélération :-

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s)\right|^2 S_{\ddot{x}_0}(s)\, ds .$$

où $\quad H_{\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}}(s) = G(s) . L_1(s) . K(s) . \phi(s) .$

on Trouve :

$$H\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}(s) = \frac{N(s)\cdot(\alpha s + c)}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(Ms^2 + \alpha s + c)(s + \Omega)}$$

par suite :

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \left| H\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_0}(s)\right|^2 2\alpha_1 N^2 \frac{\Omega^2 - s^2}{(\Omega^2+s^2)^2 - 4\alpha_2 s^2}\, ds.$$

on trouve :

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{2\alpha_1 N^2}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{N_2(s)}{D_1(s)}\right|^2 ds.$$

où $N_2(s) = \left[(MP + QM + T)\alpha_1\right]s^6 + \left[(MP + QM + T)c_1 + \right.$
$+ (MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U)\alpha_1\left.\right]s^5 +$
$+ \left[(MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}T + U)c_1 + \right.$
$+ ((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)N + (c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + Qc + R\alpha +$
$T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2})\alpha_1\left.\right]s^4 + \left[((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)N + Qc + R\alpha + \right.$
$+ (c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2})c_1 +$
$+ ((c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + (2\sqrt{\alpha_2}c + \alpha\Omega^2)P + Rc + U\Omega^2)\alpha_1\left.\right]s^3 +$
$+ \left[((c + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + (2\sqrt{\alpha_2}c + \alpha\Omega^2)P + Rc + U\Omega^2)c_1 + \right.$
$((2\sqrt{\alpha_2}c + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2 cP)\alpha_1\left.\right]s^2 +$
$+ \left[((2\sqrt{\alpha_2}c + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2 cP)c_1 + N\Omega^2 c\alpha_1\right]s + N\Omega^2 c c_1.$

finalement la table d'integrale donne :-

$$\sigma^2_{\ddot{x}_1} = \frac{2\alpha_1 N^2}{2\Delta_7}\left[n_6^2 m_0 + (n_5^2 - 2n_4 n_6)m_1 + (n_4^2 - 2n_3 n_5 + \right.$$
$$+ 2n_2 n_6)m_2 + (n_3^2 - 2n_2 n_4 + 2n_1 n_5 - 2n_0 n_6)m_3 +$$
$$\left. + (n_2^2 - 2n_1 n_3 + 2n_0 n_4)m_4 + (n_1^2 - 2n_0 n_2)m_5 + n_0^2 m_6\right]$$

où :

$$n_6 = (MP + QM + T)\alpha_1$$

$$n_5 = (MP + QM + T)C_1 + \left(MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}\,T + U\right)\alpha_1$$

$$n_4 = \left(MN + (\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)P + Q\alpha + RM + 2\sqrt{\alpha_2}\,T + U\right)C_1 + \left((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)N + (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + QC + R\alpha + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2}\right)\alpha_1 .$$

$$n_3 = \left((\alpha + 2\sqrt{\alpha_2}M)N + (\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)P + QC + R\alpha + T\Omega^2 + 2U\sqrt{\alpha_2}\right)C_1 + \left((\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + (2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)P + R\varsigma + U\Omega^2\right)\alpha_1 .$$

$$n_2 = \left((\varsigma + 2\alpha\sqrt{\alpha_2} + \Omega^2 M)N + (2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)P + R\varsigma + U\Omega^2\right)C_1 + \left((2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2\varsigma P\right)\alpha_1$$

$$n_1 = \left((2\sqrt{\alpha_2}\varsigma + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2\varsigma P\right)C_1 + N\Omega^2\varsigma\alpha_1$$

$$n_0 = N\Omega^2\varsigma C_1$$

et $m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$ et Δ_7

$d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7$

sont les mêmes que dans le cas de la dispersion de l'ecart.

4.5. Determination des fonctions de transfert optimum pour les deux formes d'excitations:-

La fonction de transfert optimum du système de vibro-isolation est donnée par: $H_{\frac{x}{x_2}opt} = G(s)\cdot\Phi(s)$

avec

$$G(s) = \frac{s^2}{Z(s)} = \frac{m_1 s^2 + \alpha_1 s + C_1}{m m_1 s^2 + (m + m_1)\alpha_1 s + (m + m_1)C_1}$$

a) excitation par un bruit blanc $S_{\ddot{x}_0}(s) = N^2$:

$$H_{\frac{x}{x_2}\,opt} = \frac{N_5 s^5 + N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(\alpha s + C)}$$

avec $N_5 = n_3$

$N_4 = n_2 + A\alpha$

$N_3 = n_1 + AC + B\alpha$

$N_2 = n_0 + BC + D\alpha$

$N_1 = (F\alpha + G\varsigma)c_1 + F\varsigma\alpha_1$

$N_0 = F\varsigma c_1$

où n_3, n_2, n_1, n_0 sont les coefficients de la dispersion de l'écart avec la même excitation.

b) excitation par un processus tel que $S_{\ddot{x}_0}(s) = \frac{2\alpha_2 N^2(\Omega^2 - s^2)}{(\Omega^2+s^2)^2 - 4\alpha_2 s^2}$

on trouve

$$H_{\frac{x}{x_2}\,opt} = \frac{N_7 s^7 + N_6 s^6 + N_5 s^5 + N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{(As^3 + Bs^2 + Ds + E)(\Omega + s)(\alpha s + \varsigma)}$$

avec $N_7 = n_5$

$N_6 = n_4$

$N_5 = n_3 + A\alpha$

$N_4 = n_2 + A(\alpha\Omega + C) + \alpha B$

$N_3 = n_1 + \alpha D + (\alpha\Omega + c)B + \Omega\varsigma A$.

$N_2 = n_0 + \alpha E + (\alpha\Omega + c)D + \Omega\varsigma B$.

$N_1 = (2\varsigma\sqrt{\alpha_2} + \alpha\Omega^2)N + \Omega^2\varsigma P)c_1 + N\Omega^2\varsigma\alpha_1$

$N_0 = N\Omega^2\varsigma c_1$

où n_5, n_4, n_3, n_2, n_1 et n_0 sont les mêmes que dans le cas de la dispersion de l'écart avec la même excitation.

V CALCUL DES DISPERSIONS ET DETERMINATION DES FONCTIONS DE TRANSFERT OPTIMUM DU S.V.

5.1 caracteristiques du systeme passif :-

dans cette etude de vibro-isolation on a pris comme exemple de vehicule un camion du type C230 SONACOME dont les caracteristiques sont :-

La masse supporté par la suspension : $M = 3192{,}5$ Kg.

La suspension est composée :

d'un amortisseur Amortex dont le coef. d'amortissem^t : $\alpha = 67781{,}31$ Kg/A

d'un ressort à lames de coef. de raideur : $C = 339627$ Kg/A².

module de la fonction de transfert du systeme passif :-

Soient $S_{\ddot{x}_0}(\omega)$ la densité spectrale de la route c-à-d de l'excitation et $S_{\ddot{x}_2}(\omega)$ la densité spectrale de l'excitation agissant sur la carrosserie. on demontre que $S_{\ddot{x}_0}(\omega)$ est liée à $S_{\ddot{x}_2}(\omega)$ par la relation :

$$S_{\ddot{x}_2}(\omega) = \left| H_{\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_0}}(j\omega) \right|^2 S_{\ddot{x}_0}(\omega).$$

où

$$\left| H_{\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_0}}(j\omega) \right|^2 = \frac{C^2 + (\alpha\omega)^2}{(C - M\omega^2)^2 + (\alpha\omega)^2}$$

5.2 Caracteristiques du systeme dynamique :-

le modele dynamique d'un homme operateur avec son fauteuil a pour caracteristiques :-

La masse $m_1 = 80{,}862$ Kg.

La raideur $c_1 = 7961,05\ Kg/s^2$

La constante d'amortissement $\alpha_1 = 141,688\ kg/s$

pour systeme dynamique on a eu un systeme de deux equations non-lineaires parametrés au paragraphe 4.1.

$$B^2 - 2\alpha_1\sqrt{\lambda}\,D - (m_1^2 + \lambda c_1^2) = 0$$

$$2Bc_1 - D^2 - (2m_1 c_1 - \alpha_1^2) = 0$$

en remplaçant m_1, c_1 et α_1 par ses valeurs on obtient :-

$$B^2 - 2\cdot 141,688\sqrt{\lambda}\,D - \left((80,862)^2 + \lambda\,(7961,05)^2\right) = 0 \qquad (1)$$

$$2\cdot 7961,05\,B - D^2 - \left(2\cdot 80,862\cdot 7961,05 - (141,688)^2\right) = 0 \qquad (2)$$

de (2) on obtient :-

$$B = \frac{D^2 + 1267417,4}{15922,1} \qquad (3)$$

en remplaçant (3) dans (1) on obtient :-

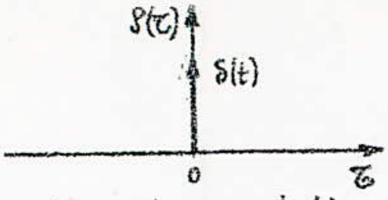
$$D^4 + 2534834,8\,D^2 - 7,18395\cdot 10^{10}\sqrt{\lambda}\,D - 1,60672\cdot 10^{16}\lambda - 5,129\cdot 10^{10} = 0.$$

un sous-programme sera élabore ulterieurement pour la résolution de cette équation non-Lineaire parametré. par conséquent on obtient d'aprés (3) les valeurs de B pour differentes valeurs de λ.

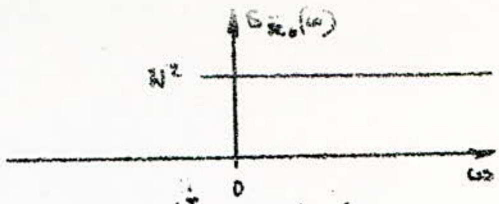
5.3. formes d'excitations :-

a) bruit blanc :-

le bruit blanc dont la fonction de correlation est une impulsion de Dirac $\rho(\tau) = N^2\,\delta(\tau)$ et la densité spectrale $S_{\tilde{x}_0}(\omega) = N^2 =$ constante, et appliqué à notre systeme dans le but de le tester, de découvrir ces caracteristiques.



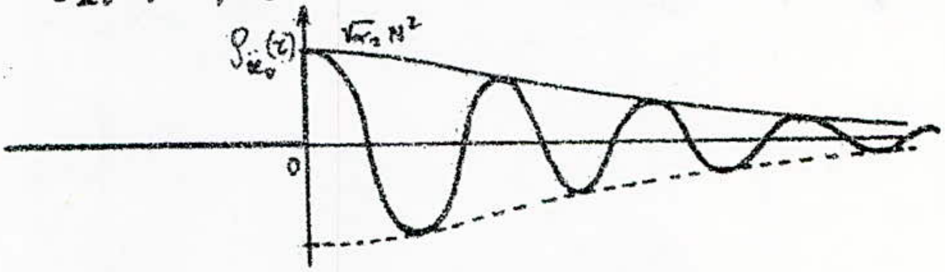
fonction de correlation.



densité spectrale.

.b) la deuxieme excitation qu'on a appliqué a notre systeme provient de l'influence des routes sur les corps, qui peut être approcheé avec un degré de precision suffisante par des fonctions de correlation de la forme :-

$$\rho_{\ddot{x}_0}(\tau) = \sqrt{\alpha_2}\, N^2 e^{-\sqrt{\alpha_2}\,|\tau|} \cos \beta\tau .$$



graphe de la fonction de correlation.

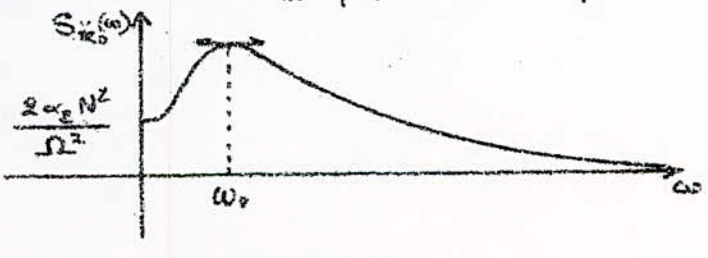
où $\sqrt{\alpha_2}$ et β sont des parametres d'excitations dependant du type de route et de la vitesse du mouvement.

la densité spectrale correspondante est :-

$$S_{\ddot{x}_0}(s) = 2\alpha_2 N^2 \frac{\Omega^2 - s^2}{(\Omega^2 + s^2)^2 - 4\alpha_2 s^2}$$

avec $\Omega^2 = \alpha_2 + \beta^2$.

$$S_{\ddot{x}_0}(\omega) = \frac{2\alpha_2 N^2 (\alpha_2 + \beta^2 + \omega^2)}{\omega^4 + 2(\alpha_2 - \beta^2)\omega^2 + (\alpha_2 + \beta)^2}$$



où $\omega_0^2 = -\Omega^2 + 2\Omega\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2}$ avec $\Omega^2 > \alpha_2$

- d'aprés graphe de la densité spectrale de l'excitation sur la carrosserie en fonction de la pulsation mensionné en [5] page 208 élaboré aprés traitement statistique des resultats de mesures des micro-profils d'une route en pavé sur laquelle se deplaçant un véhicule à une vitesse de 70 Km/h. on tire les caracteristiques suivantes:-

$$S_{\ddot{x}_2}(\omega) = (0,17)^2 \qquad \text{pour } \omega = 0$$

$$S_{\ddot{x}_2}(\omega) = (0,65)^2 \qquad \text{pour } \omega = \omega_0 = 1,5 \text{ Hz}.$$

de plus on a :-
$$S_{\ddot{x}_0}(\omega) = S_{\ddot{x}_2}(\omega) \Big/ \left| H_{\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_0}}(j\omega) \right|^2$$

donc

$$S_{\ddot{x}_0}(0) = \frac{(0,17)^2}{1} = 0,0289 = \frac{2\alpha_2 N^2}{\Omega^2}$$

$$S_{\ddot{x}_0}(1,5) = \frac{(0,65)^2}{1,04} = 0,40625 = 2\alpha_2 N^2 \frac{\Omega^2 + 2,25}{(2,25)^2 - 2,25(2\Omega^2 - 4\alpha_2) + \Omega^2}$$

et

$$-\Omega^2 + 2\Omega\sqrt{\Omega^2 - \alpha_2} = (1,5)^2 = 2,25$$

de ces 3 equations a 3 inconnues on trouve aprés un calul :

$$\alpha_2 = 0,083774 \ [Hz]^2 \qquad \Omega = 1,52792 \ [Hz]$$

et $$N^2 = 0,40267 \ [m^2/s^3]$$

5.4 Calcul des dispersions de l'ecart et de l'acceleration :-

pour le calcul des dispersions de l'ecart et de l'acceleration et la determination des fonctions de transfert optimum, on établie quatre programmes FØRTRAN dans lesquelles on utilise les notations suivantes :-

W = M	A = α	X1 = A
W1 = m1	A1 = α_1	X2 = B
C = C	A2 = α_2	X3 = D
C1 = C_1		X4 = E

pour le mutiplicateur de Lagrange on pose :-

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\rho}{1-\rho} \qquad \text{avec } \lambda_0 = 1\,[s^4]$$

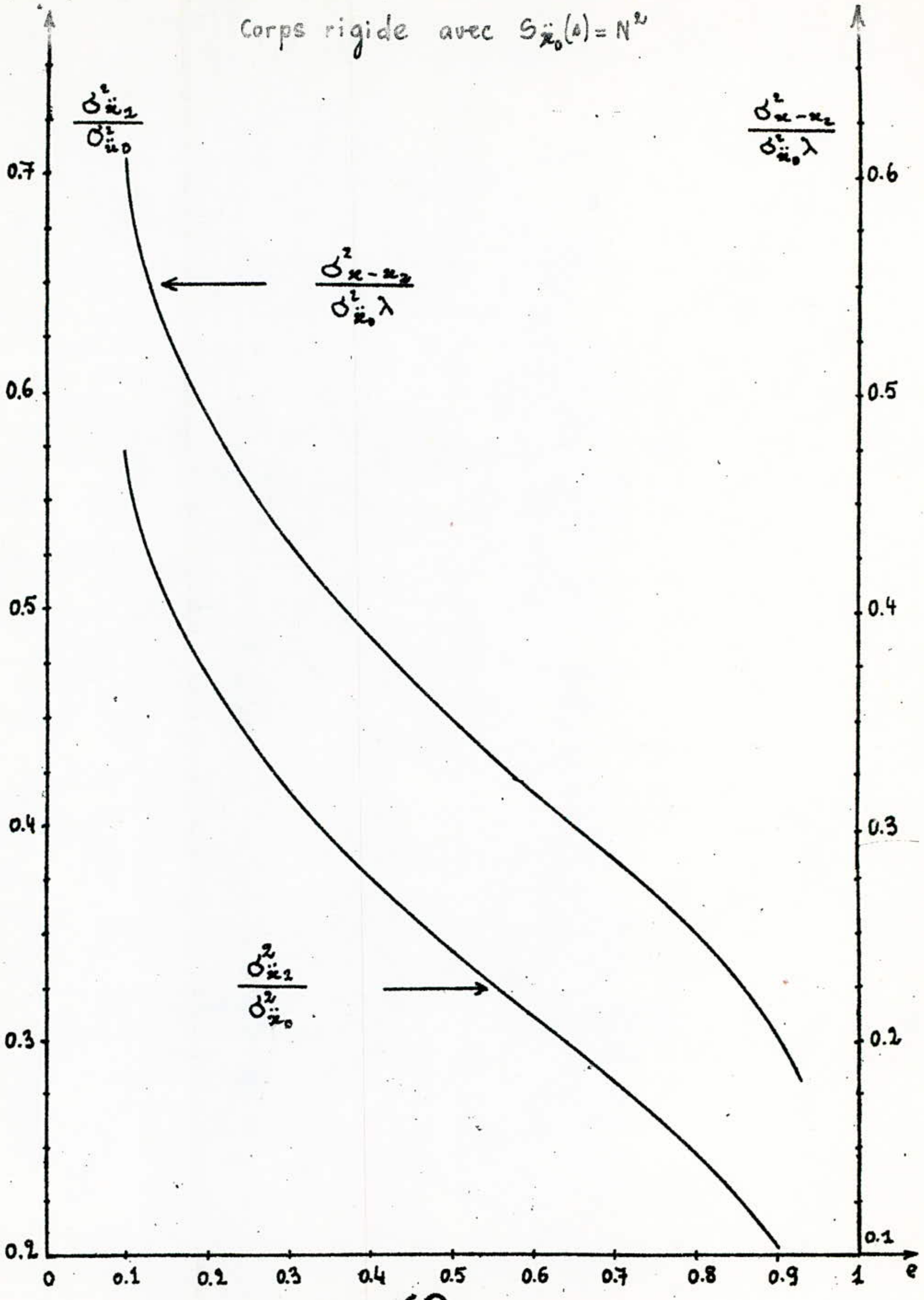
où $\rho \in [0, 1]$; $\lambda \in]-\infty, +\infty[$

P = λ R ou r = ρ Z = σ

```
***** programme pour le calcul des dispersions de
      l'ecart et de l' acceleration d'un corps
      rigide avec excitation bruit blanc de
      densite spectrale : S(s)=N**2
   REAL N3,N2,N1,N0
   READ *,W,A,C
   WRITE(6,10) W,A,C
10 FORMAT(2X,F6.1,1X,F8.2,1X,F8.1)
   WRITE(1,*),'r , dispersions de l ecart et de l acceleration '
   WRITE(1,*),'valeurs de N3 , N2 , N1 , N0  '
   DO 40 R=0.1,0.9,0.1
   P=R/(1-R)
   K=2
   X1=1
   X2=(SQRT(2.))*(P**(0.25))
   T1=(SQRT(2.))*(P**(0.25))*A*W+(SQRT(2.))*(P**(0.75))*A*C
   T2=T1+(SQRT(P))*(A**2)+P*(C**2)+W**2
   T3=-(SQRT(2.))*(P**(0.25))*(W**3)-(P**(0.25))*(W**2)*A
   T4=-(SQRT(2.))*(P**(0.25))*(W**2)*A-(P**(0.25))*W*(A**2)
   T5=T4+(SQRT(P))*C*(W**2)-(W**3)
   X3=T3/T2
   X4=T5/T2
   D0=C
   D1=K**(0.5)*P**(0.25)*C+A
   D2=P**(0.5)*C+K**(0.5)*P**(0.25)*A+W
   D3=P**(0.5)*A+K**(0.5)*P**(0.25)*W
   D4=P**(0.5)*W
   D=2.*D0*D4*(-D0*D3**2-D1**2*D4+D1*D2*D3)
   C1=X2*W+X3-P**(0.5)*A
   C0=W*X1+X2*A+X4-P**(0.5)*C-K**(0.5)*P**(0.25)*A
   H1=C1**2*D0*D3*D4
   H2=H1+C0**2*(-D1*D4**2+D2*D3*D4)
   Z1=H2/(D*P)
   C2=X1*W+X2*A+X4
   C3=X2*W+X3
   C4=A*X1+X2*C
   C5=C*X1
   H3=C3**2*(-D0**2*D3+D0*D1*D2)
   H4=H3+D0*D1*D4*(C2**2-2.*C4*C3)
   H5=H4+D0*D3*D4*(C2**2-2.*C5*C2)
   H6=H5+C5**2*(-D1*D4**2+D2*D3*D4)
   Z2=H6/D
   WRITE(1,*),'*************************************************************'
   WRITE(1,*),R,Z1,Z2
   WRITE(1,*),'_____________________________________________________________'
   WRITE(1,*),C3,C2,C4,C5
40 CONTINUE
   STOP
   END
```

```
** F ; dispersions de l ecart et de l acceleration **
*********** valeurs de N3 , N2 , N1 , N0 **************
******************************************************
 0.1000000        0.5950597        0.5667470
______________________________________________________
  2586.212         58155.37         345085.6         339627.0
******************************************************
 0.2000000        0.4910805        0.4716001
______________________________________________________
  3180.346         70755.38         407408.3         339627.0
******************************************************
 0.3000000        0.4313571        0.4170318
______________________________________________________
  3644.493         80602.20         456399.4         339627.0
******************************************************
 0.4000000        0.3874742        0.3768953
______________________________________________________
  4073.308         89701.23         501785.9         339627.0
******************************************************
 0.5000000        0.3509175        0.3433596
______________________________________________________
  4510.055         98969.81         548086.4         339627.0
******************************************************
 0.6000000        0.3176517        0.3127032
______________________________________________________
  4992.878         109217.2         599326.3         339627.0
******************************************************
 0.7000000        0.2848533        0.2822887
______________________________________________________
  5577.382         121623.8         661405.3         339627.0
******************************************************
 0.8000001        0.2492703        0.2490074
______________________________________________________
  6383.150         138728.1         747035.4         339627.0
******************************************************
 0.9000001        0.2037862        0.2059022
______________________________________________________
  7818.953         169208.5         899694.4         339627.0
```

[EOB]


Corps rigide avec $S_{\ddot{x}_0}(\omega) = N^2$
$\frac{\sigma^2_{\ddot{x}_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}}$
$\frac{\sigma^2_{x-x_2}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}\lambda}$
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
$\frac{\sigma^2_{x-x_2}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}\lambda}$
$\frac{\sigma^2_{\ddot{x}_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}}$
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
e

```
 ****programme pour le calcul des dispersions de l'ecart
      et de l'acceleration d'un corps rigide avec
      excitation de densite spectrale :
      S(s)=2.A2.N**2.(Q**2-s**2)/((Q**2+s**2)**2-4.A2.s**2)

READ*,W,A,C,Q,A2
WRITE(1,*),W,A,C,Q,A2
S3=(-A+SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
S4=(-A-SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
WRITE(1,*),'__ r __ valeurs des dispersions de l ecart ___'
WRITE(1,*),'________________et de l acceleration __________'
WRITE(2,*),'____________ valeurs de N5,N4,N3,N2,N1,N0 _____________'
DO 40 R=0.1,0.9,0.05
      P=R/(1-R)
G=1/Q
H=(SQRT(2.)*Q*Q*(P**(0.25))+Q-2.*SQRT(A2))/(Q**3)
U1=(Q-SQRT(A2))*(C-A*SQRT(A2))-A*(Q*Q-A2)
U11=(Q-SQRT(A2))*A*SQRT(Q*Q-A2)+(C-A*SQRT(A2))*SQRT(Q*Q-A2)
U2=W*(2.*A2-Q*Q)-A*SQRT(A2)+C
U22=A*SQRT(Q*Q-A2)-2.*W*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2)
U3=SQRT(P)*(2.*A2-Q*Q)+(P**(0.25))*SQRT(2.*A2)+1
U33=2.*SQRT(P)*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2)+(P**(0.25))*SQRT(2.*Q*Q-2.*A2)
U4=U2*U3+U33*U22
U44=-U2*U33+U22*U3
UZ1=-2.*U44*SQRT(Q*Q-A2)
UZ2=2.*U4*SQRT(Q*Q-A2)
UZ3=UZ1*(2.*A2-Q*Q)+UZ2*(2.*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2))
UZ4=UZ2*(2.*A2-Q*Q)-UZ1*(2.*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2))
U5=2.*(U1*UZ3+U11*UZ4)/(UZ3**2+UZ4**2)
U6=2.*SQRT(Q*Q-A2)*(UZ3*U11-UZ4*U1)/(UZ3**2+UZ4**2)
U7=U5*SQRT(A2)-U6
F1=(Q+S3)*(C+A*S3)
F2=S3*S3*(S3*S3+2.0*SQRT(A2)*S3+Q*Q)
F22=P**(0.25)
F3=F2*(SQRT(P)*S3*S3-SQRT(2.0)*F22*S3+1)
F4=F3*(S3-S4)
F5=F1/F4
F6=(Q+S4)*(C+A*S4)
F7=S4*S4*(S4*S4+2.0*SQRT(A2)*S4+Q*Q)
F8=F7*(SQRT(P)*S4*S4-SQRT(2.0)*F22*S4+1)
F9=F8*(S4-S3)
F10=F6/F9
E3=F5+F10
E4=(E3+(F5-F10)*SQRT(A*A-4.0*W*C))/(2.*W)
```

```
 D0=Q*Q*C
 D1=2.*C*SQRT(A2)+A*Q*Q+SQRT(2.)*Q*Q*C*F22
 D2=C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q+SQRT(2.)*(2.*C*SQRT(A2)+A*Q*Q)*F22+
*Q*Q*C*SQRT(P)
 D3=2.*SQRT(A2)*W+A+SQRT(2.)*F22*(C+2.*A*SQRT(A2)+
*W*Q*Q)+(2.*C*SQRT(A2)+A*Q*Q)*SQRT(P)
 D4=SQRT(2.)*F22*(2.*SQRT(A2)*W+A)+
*(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)*SQRT(P)+W
 D5=SQRT(2.)*W*F22+SQRT(P)*(2.0*SQRT(A2)*W+A)
 D6=W*SQRT(P)
 Y1=-D0*D1*D5+D0*D3*D3+D1*D1*D4-D1*D2*D3
 Y2=D0*D3*D5+D1*D1*D6-D1*D2*D5
 Y3=D0*D5*D5+D1*D3*D6-D1*D4*D5
 Y4=(D2*Y3-D4*Y2+D6*Y1)/D0
 Y5=(D2*Y4-D4*Y3+D6*Y2)/D0
 Y0=(D4*Y1-D2*Y2+D0*Y3)/D6
 DELTA=D0*(D1*Y5-D3*Y4+D5*Y3)
 T3=H*W+U5*W+E3
 TT5=E4-A*SQRT(P)
 T2=W*G+H*(2.*SQRT(A2)*W+A)+U5*A+U7*W+2.*E3*SQRT(A2)+TT5
 T1=G*(2.*SQRT(A2)*W+A)+H*(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)+U5*C+U7*A+
*E3*Q*Q+2.*E4*SQRT(A2)-SQRT(P)*(Q*A+C)-SQRT(2.)*F22*A
 T0=G*(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)+H*(2.*C*SQRT(A2)+A*Q*Q)+
*E4*Q*Q+U7*C-SQRT(P)*Q*C-SQRT(2.)*F22*(Q*A+C)-A
  WW=DELTA
 Z11=(T3*T3)*(Y2/WW)+(T2*T2-2.*T1*T3)*(Y3/WW)
 Z22=(T1*T1)*(Y4/WW)-(2.*T0*T2)*(Y4/WW)
 Z23=(T0*T0)*(Y5/WW)
 Z2=SQRT(A2)*(Z11+Z22+Z23)
 T4=H*W+U5*W+E3
 T5=W*G+H*(2.*SQRT(A2)*W+A)+U5*A+U7*W+2.*E3*SQRT(A2)+E4
 T6=G*(2.*SQRT(A2)*W+A)+H*(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)+U5*C+U7*A+
1E3*Q*Q+2.0*E4*SQRT(A2)
 T7=G*(C+2.0*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)+H*(2.*C*SQRT(A2)+A*Q*Q)+E4*Q*Q+U7*C
 T8=G*(2.*C*SQRT(A2)+A*Q*Q)+C*Q*Q
 T9=Q*C
 T39=2.0*T9*T5
 T38=2.0*T8*T6
 T37=T7*T7
 T73=Y3/DELTA
 TE=Y0/DELTA
 TS=Y1/DELTA
 Z33=T4*T4*TE+(T5*T5-(2.*T6)*T4)*TS
 TF=Y2/DELTA
```

```
      Z34=T6*T6*TF-((2.*T7)*T5-(2.*T8)*T4)*TF
      Z44=(T37*T73-T38*T73+T39*T73)+(T9*T9*Y5)/DELTA
      Z55=((T8*T8-(2.*T9)*T7)*Y4)/DELTA
      Z4=SQRT(A2)*(Z33+Z34+Z44+Z55)
      WRITE(1,*),'*************************************************
      WRITE(1,*),'r=',R , Z2 , Z4 ***********************************'
      WRITE(2,*),'*************************************************
      WRITE(2,*),  'r=',R ********************************************'
      WRITE(2,*),'_____________________________________________________
      WRITE(2,*), 'N5=',T4,'N4=',T5,'N3=',T6 ________________________'
      WRITE(2,*),'_____________________________________________________
      WRITE(2,*), 'N2=',T7,'N2=',T8,'N0=',T9 ________________________'
   40 CONTINUE
      STOP
      END
```

[EOB] .

```
3192.500  67781.31  339627.0  1.527920  8.3769999E-02
   __ r __ valeurs des dispersions de l ecart ___
    _______________et de l acceleration _________
*****************************************************
      r=  5.0000001E-02  3.8507641E-03   1.380735
*****************************************************
      r=  0.1000000      1.1330590E-02  0.9921904
*****************************************************
      r=  0.1500000      2.1257341E-02  0.7962932
*****************************************************
      r=  0.2000000      3.3259433E-02  0.6737968
*****************************************************
      r=  0.2500000      4.7189333E-02  0.5878294
*****************************************************
      r=  0.3000000      6.3040383E-02  0.5228215
*****************************************************
      r=  0.3500000      8.0921002E-02  0.4709766
*****************************************************
      r=  0.4000000      0.1010539      0.4279251
*****************************************************
      r=  0.4500000      0.1237913      0.3910007
*****************************************************
      r=  0.5000001      0.1496532      0.3584630
*****************************************************
      r=  0.5500001      0.1793951      0.3291052
*****************************************************
      r=  0.6000001      0.2141289      0.3020390
*****************************************************
      r=  0.6500001      0.2555405      0.2765595
*****************************************************
      r=  0.7000001      0.3063089      0.2520553
*****************************************************
      r=  0.7500001      0.3709865      0.2279294
*****************************************************
      r=  0.8000001      0.4580654      0.2034931
*****************************************************
      r=  0.8500001      0.5857518      0.1777805
*****************************************************
      r=  0.9000002      0.8030205      0.1490570
*****************************************************
      r=  0.9500002       1.317845      0.1128202
*****************************************************

[EOB]
```

```
___________ valeurs de N5,N4,N3,N2,N1,N0 ___________
****************************************************
r=  0.1000000
____________________________________________________
N5=    1440.268    N4=    34093.12    N3=    285391.4
____________________________________________________
N2=    533827.9    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
r=  0.1500000
____________________________________________________
N5=    1790.346    N4=    41850.39    N3=    279946.9
____________________________________________________
N2=    578246.1    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
r=  0.2000000
____________________________________________________
N5=    2079.674    N4=    48216.03    N3=    315820.1
____________________________________________________
N2=    610272.4    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
r=  0.2500000
____________________________________________________
N5=    2332.125    N4=    53743.96    N3=    346575.9
____________________________________________________
N2=    635642.0    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
r=  0.3000000
____________________________________________________
N5=    2560.798    N4=    58734.12    N3=    374085.9
____________________________________________________
N2=    657050.5    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
r=  0.3500000
____________________________________________________
N5=    2774.009    N4=    63374.98    N3=    399497.6
____________________________________________________
N2=    676000.4    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
r=  0.4000000
____________________________________________________
N5=    2977.673    N4=    67799.52    N3=    423603.1
____________________________________________________
N2=    693441.0    N2=    1025107.    N0=    518922.9
****************************************************
```

r= 0.4500000

N5=	3176.474	N4=	72112.10	N3=	447012.3
N2=	710044.0	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.5000001

N5=	3374.547	N4=	76404.28	N3=	470250.2
N2=	726343.4	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.5500001

N5=	3575.984	N4=	80766.02	N3=	493825.0
N2=	742822.3	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.6000001

N5=	3785.320	N4=	85296.55	N3=	518290.8
N2=	742822.3	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.6000001

N5=	3785:320	N4=	85296.55	N3=	518290.8
N2=	759981.2	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.6500001

N5=	4008.149	N4=	90118.00	N3=	544323.8
N2=	778411.8	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.7000001

N5=	4252.126	N4=	95397.02	N3=	572843.0
N2=	798907.0	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r= 0.7500001

:

N5=	4528.816	N4=	101385.2	N3=	605233.1
N2=	822657.5	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

r=, 0.8000001

N5=	4857.699	N4=	108506.3	N3=	643824.9
N2=	851675.8	N2=	1025107.	N0=	518922.9

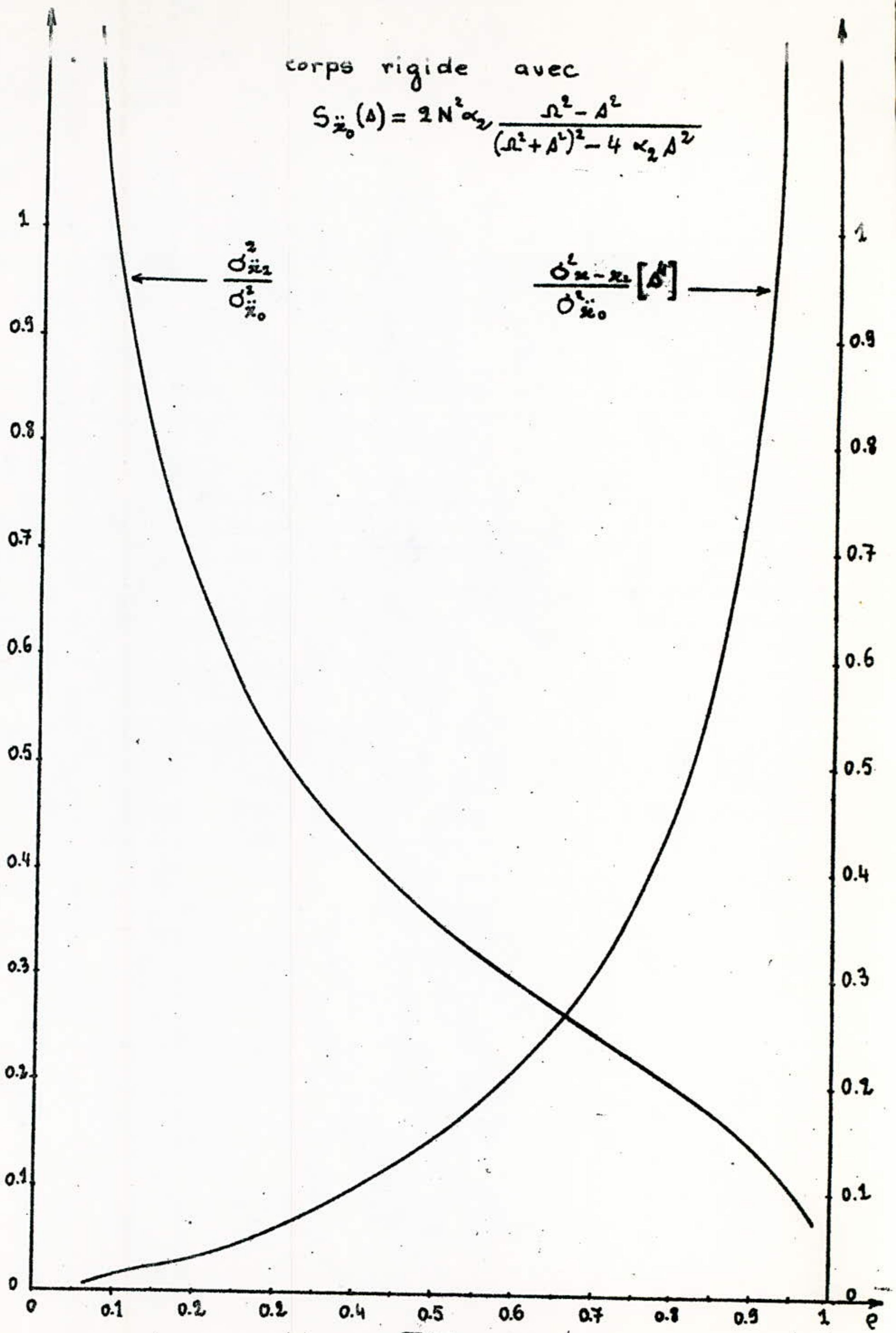
****

r= 0.8500001

N5=	5276.444	N4=	117579.7	N3=	693129.9
N2=	889886.7	N2=	1025107.	N0=	518922.9

****

[EOB]


corps rigide avec
$S_{\ddot{x}_0}(\Delta) = 2N^2\alpha_2 \frac{\Omega^2 - \Delta^2}{(\Omega^2+\Delta^2)^2 - 4\alpha_2\Delta^2}$
$\frac{\sigma^2_{\ddot{x}_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}}$
$\frac{\sigma^2_{x-x_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}}[\Delta^4]$
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
ρ

```
*** programme pour le calcul des dispersions de l'ecart
     et de l'acceleration d'un systeme dynamique avec
      excitation bruit blanc ***

   REAL K1,K2,K3
   REAL N5,N4,N3,N2,N1,N0
   READ*,W,A,C,W1,A1,C1
   WRITE(6,20)W,A,C,W1,A1,C1
20 FORMAT(2X,F6.1,1X,F8.2,1X,F8.1/2X,F7.4,1X,F7.3,1X,F7.2)
   PRINT*,'******** valeurs de A , B , D , E ********'
   PRINT*,' dispersions de l ecart et l acceleration '
   PRINT*,'***valeus de N5 , N4 , N3 , N2 , N1 , N0***'
   DO 50 R=0.1,0.9,0.1
   P=R/(1-R)
   X1=A1*SQRT(P)
   XN=1.0
10 AN=2534834.8
   BN=7.18395E10*SQRT(P)
   CN=1.60672E16*P+5.129E10
   XP=-AN*(XN**2)+BN*XN+CN
   X3=XP**(0.25)
   Y=ABS(X3-XN)

   IF(Y.LT.0.00000000001) GO TO 85
   XN=X3
   GO TO 10
85 RS=1267417.4
   RT=15922.1
   X2=((X3**2)+RS)/RT
   X4=C1
   PRINT*,'*************************************************************
   PRINT*,X1,X2,X3,X4
30 FORMAT(2X,4(F12.5))
   F=1.0
   G=(X3-A1)/C1
   S3=(-A+SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
   S4=(-A-SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
   H1=(A*S3+C)*(W1*S3**2-A1*S3+C1)
   H2=S3**2*(S3-S4)
   H3=H2*(-X1*S3**3+X2*S3**2-X3*S3+X4)
   H4=H1/H3
   U1=(A*S4+C)*(W1*S4**2-A1*S4+C1)
   U2=S4**2*(S4-S3)
   U3=U2*(-X1*S4**3+X2*S4**2-X3*S4+X4)
   U4=U1/U3
```

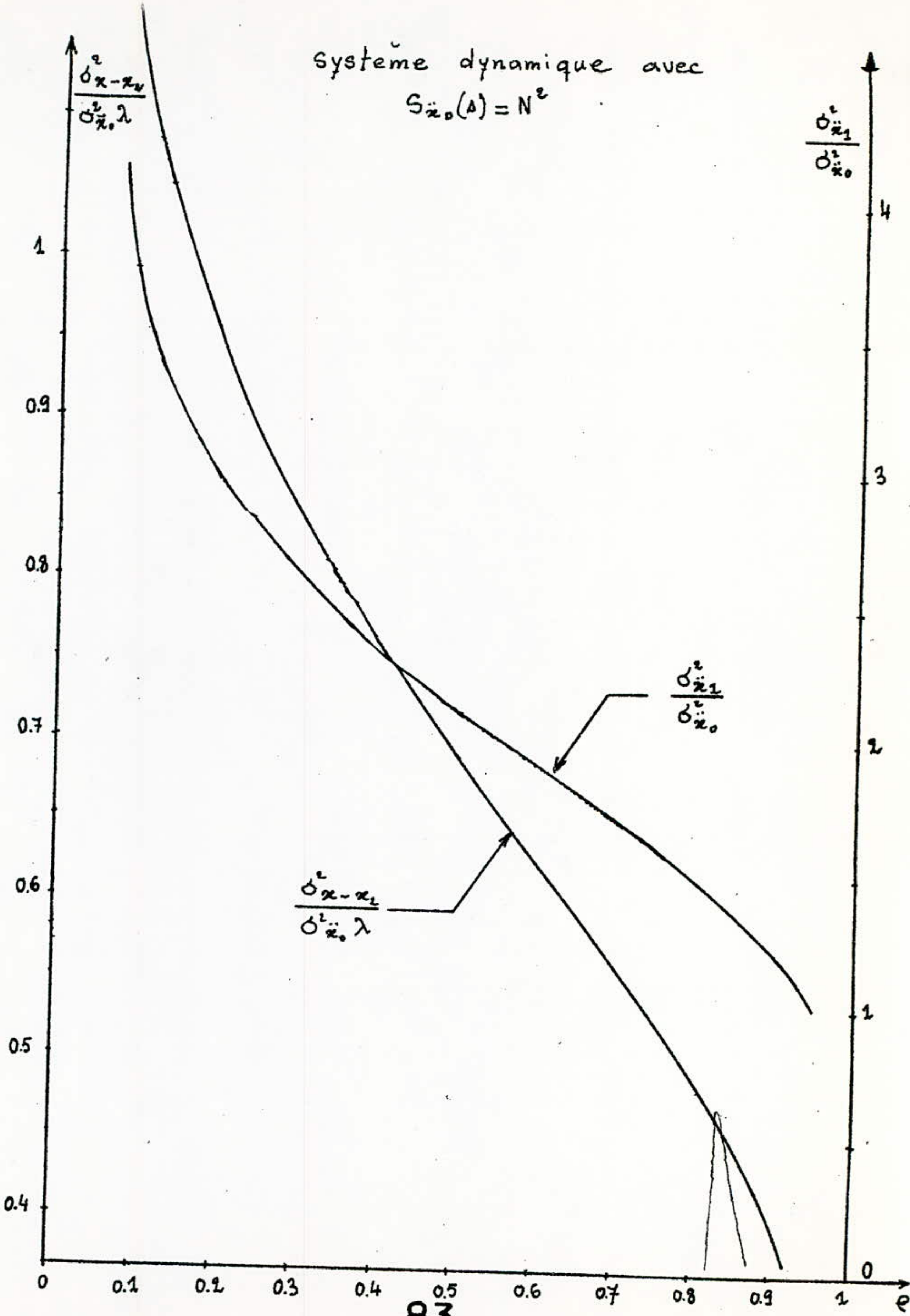
```
H5=H4+U4
U5=(H5+(H4-U4)*SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
D5=X1*W
D4=X1*A+X2*W
D3=X1*C+X2*A+X3*W
D2=X3*A+X4*W+X2*C
D1=X3*C+X4*A
D0=X4*C
Y1=-D0*D3+D1*D2
YT=-((D0*D3)/D5)*1E-28+((D1*D2)/D5)*1E-28
Y2=-D0*D5+D1*D4
YZ=(-D0*1E-28)+((D1*D4)/D5)*1E-28
Y0=D3*YT
Y10=-(D1*YZ)
Y3=D2*(-D5+(D1*D4)/D0)-D4*(-D3+(D1*D2)/D0)
Y4=D2*(Y3/D0)-D4*(Y2/D0)
DELTA=D0*(D1*(Y4*1E-28)-D3*(Y3*1E-28)+D5*(Y2*1E-28))
T0=(W*F+A*G+U5)*C1
T1=T0+(F*A+G*C)*A1
T2=T1+F*C*W1-X2*C-X3*A
T3=(G*W+H5)*C1+(W*F+A*G+U5)*A1
T4=T3+(F*A+G*C)*W1-X1*C-X2*A

T5=(G*W+H5)*A1-X1*A
T6=T5+(W*F+A*G+U5)*W1
T7=(G*W+H5)*W1
Z1=T7**2*(Y1*1E-28)+(T6**2-2.0*T4*T7)*(Y2*1E-28)
Z2=T4*(Y3*1E-28)*T4
ZT=(-2.0*T2*T6)*(Y3*1E-28)
ZR=T2*T2*(Y4*1E-28)
Z3=Z1+Z2+ZT+ZR
Z4=(Z3/(DELTA*P))
T8=(G*W+H5)*A1
T9=(G*W+H5)*C1+(W*F+A*G+U5)*A1
T10=(W*F+A*G+U5)*C1+(F*A+G*C)*A1
T11=(F*A+G*C)*C1+F*C*A1
T12=C*C1
Z55=T8**2*(Y0/DELTA)+T8**2*(Y10/DELTA)
Z5=((T9**2-2.*T10*T8)*(Y1/DELTA))*1E-28+Z55
Z6=(T10**2-2.*T11*T9+2.*T12*T8)*((Y2*1E-28)/DELTA)
Z7=Z6+(T11**2-2.*T12*T10)*((Y3*1E-28)/DELTA)
Z8=(T12*T12)*((Y4*1E-28)/DELTA)
Z9=Z7+Z8+Z5
PRINT*,'______________________________________________________________
PRINT*,R,Z4,Z9
```

```
      K1=G*W+H5
      K2=F*W+A*G+U5
      K3=F*A+G*C
      N5=K1*W1
      N4=K1*A1+K2*W1
      N3=K2*A1+K3*W1+K1*C1
      N2=K2*C1+K3*A1+F*C*W1
      N1=K3*C1+F*C*A1
      N0=F*C*C1
      PRINT*,'________________________________________________________'
      PRINT*,N5,N4,N3,N2
      PRINT*,N1,N0
   50 CONTINUE
      STOP
      END
```

```
*********** valeurs de A , B , D , E *****************
*        dispersions de l ecart et l acceleration      *
*          valeus de N5 , N4 , N3 , N2 , N1 , N0       *
*******************************************************
 47.22934        2768.872        6543.611       7961.050
_______________________________________________________
 r=  0.1000000        1.135711         3.652020
_______________________________________________________
 206629.9        5016266.        5.6063772E+07
 5.3398074E+08  2.7619973E+09  2.7037875E+09
*******************************************************
 70.84400        4121.622        8022.310       7961.050
_______________________________________________________
 r=  0.2000000        0.9525698        2.988475
_______________________________________________________
 254841.7        6122253.        6.7701248E+07
 6.4348877E+08  3.2642033E+09  2.7037875E+09
*******************************************************
 92.75657        5373.245        9180.736       7961.050
_______________________________________________________
 r=  0.3000000        0.8429071        2.614307
_______________________________________________________
 292544.5        6987589.        7.6809856E+07
 7.2918106E+08  3.6576361E+09  2.7037875E+09
*******************************************************
 115.6878        6680.615        10251.93       7961.050
_______________________________________________________
 r=  0.4000000        0.7606809        2.342338
_______________________________________________________
 327375.1        7787247.        8.5228488E+07
 8.0837555E+08  4.0214413E+09  2.7037875E+09
*******************************************************
 141.6880        8160.825        11343.28       7961.050
_______________________________________________________
 r=  0.5000000        0.6912743        2.117471
_______________________________________________________
 362838.8        8601625.        9.3802872E+07
 8.8903194E+08  4.3920952E+09  2.7037875E+09
*******************************************************
 173.5317        9971.429        12549.85       7961.050
_______________________________________________________
 r=  0.6000000        0.6274861        1.914021
_______________________________________________________
 402027.5        9501705.        1.0328014E+08
```

```
 9.7817946E[illegible]08  4.8018765E+09  2.7037875E+09
******************************************************
 216.4320        1240[illegible].90        14010.38        7961.050
------------------------------------------------------
 r=  0.7000000       0.5640[illegible]         1.714380
------------------------------------------------------
 449446.6        1.0590984E+07  1.1475009E+08
 1.0860696E+09   5.2979149E+09  2.7037875E+09
******************************************************
 283.3761        16204.95        16023.40        7961.050
------------------------------------------------------
 [illegible]  [illegible]0001       0.4947668         1.498683
------------------------------------------------------
 514780.8        1.2092007E+07  1.3055614E+08
 1.234745[illegible]   5.9815900E+09  2.7037875E+09
******************************************************
 [illegible]        24[illegible]29.76        19609.21        7961.050
------------------------------------------------------
 r=  0.9000001       0.[illegible]055088         1.224036
------------------------------------------------------
 631123.4        1.47652[illegible]1E+07  1.5870715E+08
 1.4995411E+09   7.1994281E+09  2.7037875E+09
******************************************************
```

:OB]



systeme dynamique avec
$S_{\ddot{x}_0}(\omega) = N^2$
$\frac{\sigma^2_{x-x_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}\lambda}$
$\frac{\sigma^2_{\ddot{x}_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}}$
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
4
3
2
1
0
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
e

```
 ***programme pour le calcule des dispersions de l'ecart
    et de l'accelerations d'un systeme dynamique avec
    l'excitation de densite spectrale :
   S(s)=2.A2.N**2(Q**2-s**2)/((Q*Q+s*s)**2-4*A2*s**2)  ***
  REAL N7,N6,N5,N4,N3,N2,N1,N0
  READ*,W,A,C,W1,A1,C1,Q,A2
  WRITE(1,*),'********* valeurs de A , B , D , E *********'
  WRITE(1,*),' dispersions de l ecart et de l acceleration '
  PRINT*,' *** valeurs de N7,N6,N5,N4,N3,N2,N1,N0 ***'
  DO 50 R=0.05,0.95,0.05
        P=R/(1-R)
  S3=(-A+SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
  S4=(-A-SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
  X1=A1*SQRT(P)
  XN=1
10 AN=2534834.8
  BN=7.18395E10*SQRT(P)
  CN=1.60672E16*P+5.129E10
  XP=-AN*(XN**2)+BN*XN+CN
  X3=XP**(0.25)
   Y=ABS(X3-XN)
  IF(Y.LT.0.0000000001) GO TO 75
  XN=X3
  GO TO 10
75 RS=1267417.4
  RT=15922.1
  X2=((X3**2)+RS)/RT
  X4=C1
  WRITE(1,*),'*******************************************************
  WRITE(1,*),X1,X2,X3,X4
  WRITE(1,*),'____________________________________________________
  G=1/Q
  H=1[illegible]Q)-A1/(Q*C1)+X3/(Q*C1)-2.*SQRT(A2)/(Q**3)
  H1=(Q-SQRT(A2))*(C-A*SQRT(A2))-A*(Q*Q-A2)
  H11=(Q-SQRT(A2))*A*SQRT(Q*Q-A2)+(C-A*SQRT(A2))*SQRT(Q*Q-A2)
  H2=W1*(2.*A2-Q*Q)+A1*SQRT(A2)+C1
  H22=2.*W1*SQRT(A2*Q*Q-A2**2)-A1*SQRT(Q*Q-A2)
  H3=H1*H2+H11*H22
  H33=H2*H11-H1*H22
  H4=W*(2.*A2-Q*Q)-A*SQRT(A2)+C
  H44=A*SQRT(Q*Q-A2)-2.*W*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2)
  H5=-(2.*A-Q*Q)*SQRT(A2)+2.*SQRT((Q*Q-A2)*(A2*Q*Q-A2*A2))
  H55=2.*SQRT((A2*Q)**2-A2**3)+(2.*A-Q*Q)*SQRT(Q*Q-A2)
  H6=-X1*H5+X2*(2.*A-Q*Q)+X3*SQRT(A2)+X4
```

```
 H66=X1*H55+X2*2.*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2)+X3*SQRT(Q*Q-A2)
 H7=H4*H6+H44*H66
 H77=H6*H44-H4*H66
 H8=-2.*H77*SQRT(Q*Q-A2)
 H88=2.*H7*SQRT(Q*Q-A2)
 H9=(2.*A-Q*Q)*H8+2.*H88*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2)
 H99=H88*(2.*A-Q*Q)-H8*2.*SQRT(A2*Q*Q-A2*A2)
 TT=(H9*1E-20)*H9+(H99*1E-20)*H99
 B1=2.*(((H9*H3)/TT)*1E-20+((H33*H99)/TT)*1E-20)
 B12=2.*(((H33*H9)/TT)*1E-20-((H3*H99)/TT)*1E-20)*SQRT(Q*Q-A2)
 B2=B1*SQRT(A2)-B12
 U1=(W1*S3*S3-A1*S3+C1)*(Q+S3)*(A*S3+C)
 U2=S3*S3*(S3*S3+2.*SQRT(A2)+Q*Q)
 U3=U2*(-X1*(S3**3)+X2*S3*S3-X3*S3+X4)*(S3-S4)
 U4=U1/U3
 U5=(W1*S4*S4-A1*S4+C1)*(Q+S4)*(A*S4+C)
 U6=S4*S4*(S4*S4+2.*SQRT(A2)+Q*Q)
 U7=U6*(-X1*(S4**3)+X2*S4*S4-X3*S4+X4)*(S4-S3)
 U8=U5/U7
 U9=U4+U8
 U10=(U9+(U4-U8)*SQRT(A*A-4.*W*C))/(2.*W)
 D0=Q*Q*C*X4*G
 D1=(2.*SQRT(A2)*C+A*Q*Q)*X4+X3*Q*Q*C
 D2=(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)*X4+(2.*SQRT(A2)*C+
*A*Q*Q)*X3+Q*Q*C*X2
 D3=(A+2.0*SQRT(A2)*W)*X4+(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)*X3+
*(2.*SQRT(A2)*C+A*Q*Q)*X2+X1*Q*Q*C
 D4=W*X4+(A+2.*SQRT(A2)*W)*X3+(C+2.*A*SQRT(A2)+
*W*Q*Q)*X2+(2.*SQRT(A2)*C+A*Q*Q)*X1
 D5=(A+2.*SQRT(A2)*W)*X2+X3*W+(C+2.*A*SQRT(A2)+W*Q*Q)*X1
 D6=W*X2+X1*(A+2.*SQRT(A2)*W)
 D7=X1*W
 Y1=(-(D1*D4-D0*D5)*1E-30)*(D1*D4-D0*D5)+
*((D0*D7-D1*D6+D2*D5-D3*D4)*1E-30)*(D0*D3-D1*D2)
 Y2=(D0*D7-D1*D6)*((-D0*D5+D1*D4)*1E-30)+
*(D0*D3-D1*D2)*((D2*D7-D3*D6)*1E-30)
 Y3=(-(D0*D7-D1*D6)*1E-30)*(D0*D7-D1*D6)+
* (D0*D3-D1*D2)*((D4*D7-D5*D6)*1E-30)
 Y4=D2*(Y3/D0)-D4*(Y2/D0)+D6*(Y1/D0)
 Y5=D2*(Y4/D0)-D4*(Y3/D0)+D6*(Y2/D0)
 Y6=D2*(Y5/D0)-D4*(Y4/D0)+D6*(Y3/D0)
 Y0=D5*(Y1/D7)-D3*(Y2/D7)+D1*(Y3/D7)
 DEL=D0*(D1*Y6-D3*Y5+D5*Y4-D7*Y3)
 T11=W*H+B1*W+U9
```

```
  T12=A+2.*(SQRT(A2)*W)
  T13=C+2.*A*SQRT(A2)+Q*Q*W
  T14=2.*SQRT(A2)*C+A*Q*Q
  T15=A*Q+C
  T0=(T13*G+T14*H+B2*C+U10*Q*Q)*C1+G*Q*Q*C*W1+
 *(T14*G+Q*Q*C*H)*A1-A*X4-T15*X3-Q*C*X2
  T1=(T13*H+T12*G+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*C1+
 *(T13*G+T14*H+B2*C+U10*Q*Q)*A1+(T14*G+Q*Q*C*H)*W1-
 * A*X3-T15*X2-Q*C*X1
  BS=B2*C+U10*Q*Q+T14*H+T13*G
  T2=(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*C1+
 * (T12*G+T13*H+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*A1+
 * BS*W1-A*X2-T15*X1
  T3=T11*C1+(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*A1+
 * (T12*G+T13*H+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*W1-X1*A
  T4=T11*A1+(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*W1
  T5=T11*W1
  ZG=DEL*P
  Z1=T5*(T5*(Y1/ZG))+T4*(T4*(Y2/ZG))-2.*T3*(T5*(Y2/ZG))
  Z2=Z1+T3*(T3*(Y3/ZG))-2.*T2*(T4*(Y3/ZG))+2.*T1*(T5*(Y3/ZG))
  Z3=Z2+T2*(T2*(Y4/ZG))-2.*T1*(T3*(Y4/ZG))+2.*T0*(T4*(Y4/ZG))
  Z4=Z3+T1*(T1*(Y5/ZG))-2.*T0*(T2*(Y5/ZG))+T0*(T0*(Y6/ZG))
```


```
  T12=A+2.*(SQRT(A2)*W)
  T13=C+2.*A*SQRT(A2)+Q*Q*W
  T14=2.*SQRT(A2)*C+A*Q*Q
  T15=A*Q+C
  T0=(T13*G+T14*H+B2*C+U10*Q*Q)*C1+G*Q*Q*C*W1+
 *(T14*G+Q*Q*C*H)*A1-A*X4-T15*X3-Q*C*X2
  T1=(T13*H+T12*G+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*C1+
 *(T13*G+T14*H+B2*C+U10*Q*Q)*A1+(T14*G+Q*Q*C*H)*W1-
 * A*X3-T15*X2-Q*C*X1
  BS=B2*C+U10*Q*Q+T14*H+T13*G
  T2=(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*C1+
 * (T12*G+T13*H+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*A1+
 * BS*W1-A*X2-T15*X1
  T3=T11*C1+(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*A1+
 * (T12*G+T13*H+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*W1-X1*A
  T4=T11*A1+(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*W1
  T5=T11*W1
  ZG=DEL*P
  Z1=T5*(T5*(Y1/ZG))+T4*(T4*(Y2/ZG))-2.*T3*(T5*(Y2/ZG))
  Z2=Z1+T3*(T3*(Y3/ZG))-2.*T2*(T4*(Y3/ZG))+2.*T1*(T5*(Y3/ZG))
  Z3=Z2+T2*(T2*(Y4/ZG))-2.*T1*(T3*(Y4/ZG))+2.*T0*(T4*(Y4/ZG))
  Z4=Z3+T1*(T1*(Y5/ZG))-2.*T0*(T2*(Y5/ZG))+T0*(T0*(Y6/ZG))
```

```
      Z5=SQRT(A2)*Z4
      T61=T11*A1
      T51=T11*C1+(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U9+U10)*A1
      T41=(W*G+T12*H+B1*A+B2*W+2.*SQRT(A2)*U10)*C1+
     * (T12*G+T13*H+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*A1
      T31=(T12*G+T13*H+B1*C+B2*A+U9*Q*Q+2.*U10*SQRT(A2))*C1+
     * (T13*G+T14*H+B2*C+U10*Q*Q)*A1
      T21=(T13*G+T14*H+B2*C+U10*Q*Q)*C1+(T14*G+Q*Q*C*H)*A1
      T22=(T14*G+Q*Q*C*H)*C1+G*Q*Q*A1*C
      T33=G*Q*Q*C*C1
      Z6=T61*T61*(Y0/DEL)+(T51*T51-2.*T41*T61)*(Y1/DEL)
      Z7=(T41*T41-2.*T31*T51+2.*T21*T61)*(Y2/DEL)
      ZH=-2.*T33*(T61*(Y3/DEL))+2.*T22*(T51*(Y3/DEL))
      Z8=T31*(T31*(Y3/DEL))-2.*T21*(T41*(Y3/DEL))+ZH
      ZI=2.*T33*(T41*(Y4/DEL))
      Z9=T21*(T21*(Y4/DEL))-2.*T22*(T31*(Y4/DEL))+ZI
      ZU=T33*(T33*(Y6/DEL))
      Z10=T22*(T22*(Y5/DEL))-2.*T33*(T21*(Y5/DEL))+ZU
      Z11=SQRT(A2)*(Z6+Z7+Z8+Z9+Z10)
      WRITE(1,*),R,Z5,Z11
      N7=T5
      N6=T4
      N5=T3+X1*A
      N4=T2+A*X2+T15*X1
      N3=T1+A*X3+T15*X2+Q*C*X1
      N2=T0+A*X4+T15*X3+Q*C*X2
      N1=(T14*G+Q*Q*C*H)*C1+G*Q*Q*C*A1
      N0=G*Q*Q*C*C1
      PRINT*,'**********************************************************'
      PRINT*,N7,N6,N5,N4
      PRINT*,N4,N2,N1,N0
   50 CONTINUE
      STOP
      END
```

)B]

************** valeurs de A , D , D , E **************

*   dispersion de l ecart et de l acceleration   *

32.50546	1922.069	5416.268	7961.050
5.0000001E-02	0.8118132	1.110275	
47.22934	2768.872	6543.611	7961.050
0.1000000	0.3398282	0.8240372	
59.52087	3473.618	7351.183	7961.050
0.1500000	0.2469267	0.6915152	
70.84400	4121.622	8022.310	7961.050
0.2000000	0.2182534	0.6088711	
81.80360	4747.956	8621.485	7961.050
0.2500000	0.2072047	0.5497848	
92.75657	5373.245	9180.736	7961.050
0.3000000	0.2019076	0.5040385	
103.9706	6012.850	9719.557	7961.050
0.3500000	0.1984410	0.4665986	
115.6878	6680.615	10251.93	7961.050
0.4000000	0.1953324	0.4347486	
128.1616	7391.011	10789.49	7961.050
0.4500000	0.1919474	0.4067274	
141.6880	8160.825	11343.28	7961.050
0.5000001	0.1880239	0.3814983	
156.6420	9011.368	11925.29	7961.050

```
0.5500001        0.1833970        0.3581949
*******************************************************
 173.5317         9971.429         12549.85         7961.050

0.6000001        0.1779733        0.3362449
*******************************************************
 193.0882         11082.43         13235.87         7961.050

0.6500001        0.1716318        0.3150809
*******************************************************
 216.4320         12407.80         14010.38         7961.050

0.7000001        0.1642405        0.2942507
*******************************************************
 245.4109         14052.11         14915.48         7961.050

0.7500001        0.1555866        0.2732357
*******************************************************
 283.3761         16204.95         16023.40         7961.050

0.8000001        0.1453058        0.2513300

0.8000001        0.1453058        0.2513300
*******************************************************
 337.2851         19259.74         17475.36         7961.050

0.8500001        0.1327633        0.2274978
*******************************************************
 425.0644         24229.76         19609.21         7961.050

0.9000002        0.1166517        0.1997504
*******************************************************
 617.6048         35119.35         23620.04         7961.050

0.9500002        9.3347847E-02    0.1625812
*******************************************************
```

EOB]

```
          *** valeurs de N7,N6,N5,N4,N3,N2,N1,N0 ***
****************************************************************
r=  5.0000001E-02
________________________________________________________________
  180824.2          4426785.          5.0547560E+07  4.8991517E+08
 4.8991517E+08  4.1431703E+09  6.3388943E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.1000000
________________________________________________________________
  204699.0          4990043.          5.6706568E+07  5.4898138E+08
 5.4898138E+08  4.4153047E+09  6.9238989E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.1500000
________________________________________________________________
  221812.6          5393645.          6.1119884E+07  5.9130278E+08
 5.9130278E+08  4.6102676E+09  7.3429663E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.2000000
________________________________________________________________
  236039.5          5729099.          6.4788088E+07  6.2647738E+08
 6.2647738E+08  4.7722982E+09  7.6912292E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.2500000
________________________________________________________________
  248743.7          6028616.          6.8063352E+07  6.5788320E+08
 6.5788320E+08  4.9169623E+09  8.0021550E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.3000000
________________________________________________________________
  260603.2          6308193.          7.1120576E+07  6.8719782E+08
 6.8719782E+08  5.0519900E+09  8.2923638E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.3500000
________________________________________________________________
  272030.7          6577567.          7.4066272E+07  7.1544243E+08
 7.1544243E+08  5.1820867E+09  8.5719700E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.4000000
________________________________________________________________
  283322.4          6843726.          7.6976816E+07  7.4334970E+08
 7.4334970E+08  5.3106284E+09  8.8482294E+09  4.1311708E+09
****************************************************************
r=  0.4500000
________________________________________________________________
```

```
 294725.1        7112488.       7.9915848E+07  7.7152973E+08
 7.7152973E+08  5.4404229E+09   9.1271803E+09  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.5000001

 306472.9        7389375.       8.2943728E+07  8.0056147E+08
 8.0056147E+08  5.5741399E+09   9.4145587E+09  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.5500001

 318819.9        7680371.       8.6125928E+07  8.3107245E+08
 8.3107245E+08  5.7146691E+09   9.7165742E+09  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.6000001

 332070.2        7992650.       8.9540872E+07  8.6381485E+08
 8.6381485E+08  5.8654740E+09   1.0040672E+10  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.6500001

 346625.2        8335666.       9.3291944E+07  8.9977978E+08
 8.9977978E+08  6.0311204E+09   1.0396663E+10  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.7000001

 363058.4        8722938.       9.7527008E+07  9.4038477E+08
 9.4038477E+08  6.2181371E+09   1.0798578E+10  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.7500001

 382263.1        9175509.       1.0247617E+08  9.8783616E+08
 9.8783616E+08  6.4366848E+09   1.1268255E+10  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.8000001

 405772.0        9729502.       1.0853446E+08  1.0459215E+09
 1.0459215E+09  6.7042068E+09   1.1843181E+10  4.1311708E+09
************************************************************
r=  0.8500001

 436582.1       1.0455534E+07   1.1647414E+08  1.1220444E+09
 1.1220444E+09  7.0548029E+09   1.2596633E+10  4.1311708E+09
************************************************************
```

****
r=   0.9000002

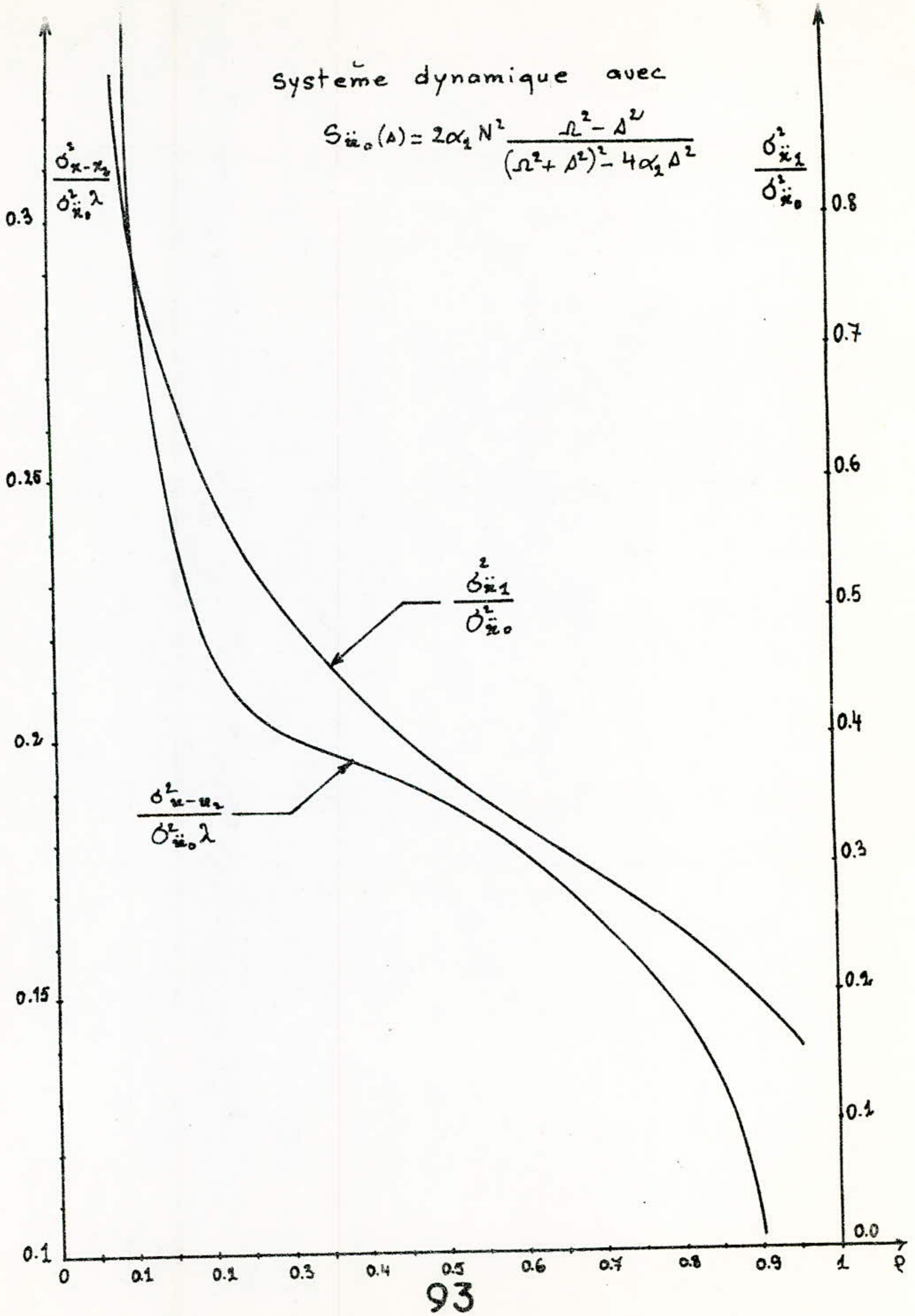
481863.6	1.1522555E+07	1.2814281E+08	1.2339191E+09
1.2339191E+09	7.5700572E+09	1.3703938E+10	4.1311708E+09

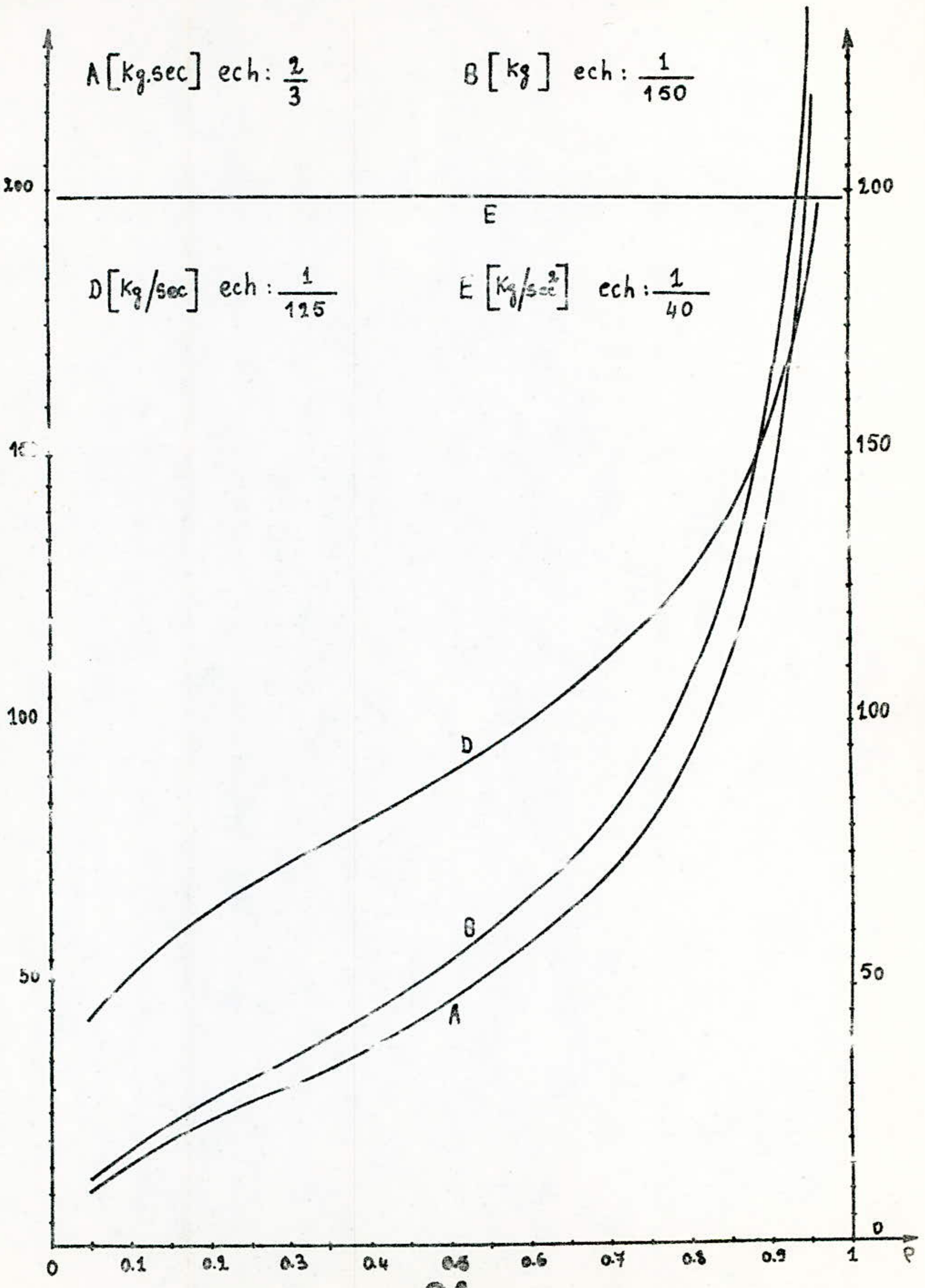
****
r=   0.9500002

566978.8	1.3528176E+07	1.5007586E+08	1.4442030E+09
1.4442030E+09	8.5385421E+09	1.5765250E+10	4.1311708E+09

****

:OB]


Systeme dynamique avec
$S_{\ddot{x}_0}(\Delta) = 2\alpha_1 N^2 \dfrac{\Omega^2 - \Delta^2}{(\Omega^2 + \Delta^2)^2 - 4\alpha_1 \Delta^2}$
$\dfrac{\sigma^2_{x-x_2}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}\lambda}$
$\dfrac{\sigma^2_{\ddot{x}_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}}$
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
ρ


A [Kg.sec] ech : 2/3
B [Kg] ech : 1/150
D [Kg/sec] ech : 1/125
E [Kg/sec²] ech : 1/40
E
D
B
A
200
100
50
150
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
P

5.5. Exemples pour la determination des fonctions de transfert optimum :-

a) Cas du corps rigide avec excitation par un processus telque $S_{\ddot{x}_0}(s) = 2\alpha_2 N^2 \frac{\Omega^2 - s^2}{(\Omega^2+s^2)^2 - 4\alpha_2 s^2}$

- on demontre que le carré de la valeur efficace de la dispersion de l'acceleration de l'excitation est

$$\sigma^2_{\ddot{x}_0} = \frac{2\alpha_2 N^2}{2\sqrt{\alpha_2}} = \sqrt{\alpha_2}\, N^2$$

donc : $\sigma^2_{\ddot{x}_0} = \sqrt{0{,}083774} \cdot 0{,}40267 = 0{,}116547 \ m^2/s^4$.

En partant d'une valeur limite $\sigma^2_{\ddot{x}_1 lim}$, on peut determiner la valeur de ρ correspondante et par conséquent la dispersion de l'ecart et la fonction de transfert optimum.

Or d'apres les Normes hygièniques on prend par exemple $\sigma^2_{\ddot{x}_1 lim} = (0{,}19)^2 = 0{,}0361 \ m^2/s^4$

on aura donc $\frac{\sigma^2_{\ddot{x}_1}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}} = 0{,}309$

d'apres le graphe on tire $\rho = 0{,}6 \Longrightarrow \lambda = 1{,}5$

et $\frac{\sigma^2_{x-x_2}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}} = 0{,}214 [s^4] \Longrightarrow \sigma_{x-x_2} = 0{,}158 [m]$

La fonction de transfert optimum est :-

$$H_{\frac{x}{x_2} opt} = \frac{n_5 s^5 + n_4 s^4 + n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{(\lambda^{1/2} s^2 + \sqrt{2}\lambda^{1/2} s + 1)(\alpha s + c)(-\Omega + s)}$$

d'apres les tables precedentes on tire $n_5, n_4, n_3, n_2, n_1, n_0$.

$$H_{\frac{x}{x_2}opt} = \frac{3785,32\, s^5 + 85296,55\, s^4 + 518290,8\, s^3 + 742822,3\, s^2 + 1025107\, s + 518922,5}{(1,22474\, s^2 + 1,56508\, s + 1)(67781,31\, s + 339627)(s + 1,52792)}$$

b) cas d'un systeme dynamique avec la même excitation :

soit $\sigma^2_{\ddot{x}_1 Lim} = (0,212)^2\ m^2/s^4$ d'aprés les Normes hygiéniques . on aura :

$$\frac{\sigma^2_{\ddot{x}_1 lim}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}} = 0,385 \implies \rho = 0,5 \implies \lambda = 1$$

$$\text{et}\quad \frac{\sigma^2_{x-x_2}}{\sigma^2_{\ddot{x}_0}\lambda} = 0,188 \implies \sigma_{x-x_2} = 0,148[m]$$

La fonction des transfert optimum est :-

$$H_{\frac{x}{x_2}opt} = \frac{N_7 s^7 + N_6 s^6 + N_5 s^5 + N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{(A s^3 + B s^2 + D s + E)(\Omega + s)(\alpha s + C)}.$$

$$H_{\frac{x}{x_2}opt} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

avec : $N(s) = 306472,9\, s^7 + 7389375\, s^6 + 8,294372 \cdot 10^7 s^5 +$
$+ 8,0056 \cdot 10^8 s^4 + 8,0056 \cdot 10^8 s^3 + 5,574139 \cdot 10^9 s^2 +$
$+ 9,4145581 \cdot 10^9 s + 4,1311708 \cdot 10^9.$

et $D(s) = (141,688\, s^3 + 8160,825\, s^2 + 11343,28\, s + 7961,05) \cdot$
$\cdot (67781,31\, s + 339627)(s + 1,52792).$

VI CONCLUSION

1- Cette etude qui a été faite, conserne la vibro-isolation d'un homme operateur à l'interieur d'un vehicule en mouvement, tout en supposant :

- que notre systeme de vibro-isolation est lineaire, realisable et stable.
- qu'on vibro-isole des systemes à parametres discrets.
- que les spectres de frequences d'excitation sont connues.

2- On a consideré aussi qu'il n'ya que des vibrations verticales, mais en realité il ya des mouvements et oscillations dans les trois directions de l'espace qui sont provoqués par les irrégularités de la chaussée et d'autres forces (d'acceleration, de freinage, du vent, centrifuge).

3- En minimisant la fonctionnelle $C = \sigma^2_{x - x_2} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, \sigma^2_{x_i}$ à l'aide de la méthode de Wiener-Hopf, on a trouvé des systemes de vibro-isolation optimum pour deux genres d'excitations.

4- dans le cas du corps rigide on a eu une vibro-isolation meilleur avec l'excitation bruit blanc.

mais dans le cas du systeme dynamique on a eu une vibro-isolation meilleure avec l'excitation de densité spectrale $S_{\ddot{x}_0}(\Delta) = 2\alpha_2 N^2 \dfrac{\Omega^2 - \Delta^2}{(\Omega^2 + \Delta^2)^2 - 4\alpha_2 \Delta^2}$

5- le systeme passif (suspension) joue un rôle important pour une vibro-isolation meilleure, car il est destiné à amortir les secousses et à assurer l'adhérence permanente des roues sur le sol.

6- dans cette étude on a supposé que l'excitation agit directement sur la suspension. alors que reellement avant la suspension il y a le pneumatique caracterisée par une certaine raideur et amortissement qu'en on n'a pas tenu compte. il serait interessant de faire intervenir cet element pour se rapprocher de la realité.

7- On a developpé des programmes sur le mini-ordinateur qui calculent les dispersions de l'ecart et de l'accelcration dans le cas des deux systemes, et on a obtenu des courbes permettant de donner à partir d'une valeur efficace d'acceleration fixée par les Normes hygieniques, la valeur efficace de l'ecart et la fonction de transfert optimum du S.V. correspondantes.

8- il reste donc la partie realisation physique du systeme de vibro-isolation qui est plus difficile, plus longue et constitue une étude plus sérieuse.

9- La forme mathématique des critères de vibro-isolation est invariable, c'est seulement les parametres d'excitation qui changent avec les type de chaussée.

10- pour une meilleure adaption du S.V. aux differents types d'excitation, il est souhaible qu'une etude sera poursuivie afin d'aboutir à la conception d'un S.V. efficace pour n'importe quel type de chaussée.

BIBLIOGRAPHIE

1- G.C. Newton, Jr. Leonard A-Gould-James F-Kaiser.
Analytical Design of linear feed back Controls.
N.Y. John Willey et Sons, Inc London 1957.

2- WILLIAM R. PERKINS JOSÉ B. Cruz, JR.
ENgineering of dynamic systems.
John Wiley & Sons, Inc. N.Y., London, Sydney, Toronto

3- P. de Larinat Y. thomas
Automatique des systèmes linéaires
1. signaux et systèmes.

4- V.A. SVETLICKIJ
Vibrations aléaloires des systèmes mécaniques.
traduit du russe par Albert Coubat.

5- P.B. РОТЕНБЕРГ
ПОДВЕСКА АВТОМОБИЛЯ МОСКВА 1972.

6- Marek Ksiazek et C. Ahrikenchcikh.
Vibro-isolation optimum des excitations stochastiques
Promotion ENPA Juin 83.

7- Marek Ksiazek et Z. Boutaghou.
Vibro-isolation optimum d'une structure mecanique soumise à des excitations stochastiques au voisinage d'un dispositif de localisation.
Promotion ENPA Juin 84.

8. Marek. Ksiak et T. REZOUG.
Certaines formes des criteres et leurs influences sur la vibro-isolation optimum des systèmes mécaniques.
Promotion ENPA Janvier 1985.