

وزارة التعليم والبحث العلمي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Alex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT: GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE
DU SUPPORT DE BATTERIE
D'UN VEHICULE C.V.I. ROUIBA

Proposé par :
C.V.I. ROUIBA

Étudié par :
M. RAHMOUNE

Dirigé par :
W. KUROWSKI

PROMOTION : janvier 85.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اللَّهُمَّ مَا طَلَبْنَا عِلْمًا فَرِيضِيهِ
مَعْرِفَةً أَسْرَارِ كَوْنِكَ الْأَلْمِ
وَأَيُّنَا عَظُمَتْ صُنْعَكَ مُتَعَلِّمِيهِ
فِيمَا وَقَصُورِ عَقُولِنَا فِيهِ
الْإِحْطَاةُ بِمَا فِيهِ، فَمَا أَعْلَمُكَ
وَمَا أَجْهَلُنَا، وَمَا أَقْدَرُكَ وَمَا
أَجْزَلُنَا فَسَبِّحْنَاكَ مِنْ خَالِفِ
اللَّهِ تَقَبَّلْ مِنَّا أَعْمَالَنَا وَاجْمَعْ لَنَا
خَالِصَةَ لَوْجِهِكَ الْكَرِيمِ وَوَقِّنَا لِلْعَمَلِ
بِرَّانِي مَرْضَاةً

آمين والحمد لله رب العالمين

المدرسة الوطنية
المكشوفة
NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

—... Dédicace ...—

- A mes parents qui ont beaucoup consenti pour moi.
 - A mes frères et sœurs.
 - A toute ma grande famille.
 - A tous mes amis.
- je dédie ce modeste travail

M. Rahmoune.



— "00 Remerciements 00"—

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes vifs remerciements à Monsieur Waldemar KUROWSKY qui a eu l'aimable sollicitation de me suivre avec une bonne attention dans ce travail, ainsi que tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Que tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce projet trouvent ici ma sincère gratitude

M. Rahmoune.

- ملخص -

يمثل هذا الموضوع في الدراسة الديناميكية لحامل بطاريات لثابتة من صنع المركب الصناعي للشاحنات بالروبية.
وناقى هذه الدراسة بعد الإختناق الذي لوحظ على مستوى ربط هذا الحامل خلال إستعمال هذه الشاحنة.
وتحتوي دراستنا هذه على ثلاثة مراحل رئيسية.
- وضع نموذج رياضي للحامل
- تحليل نظري للحقول الديناميكية للحامل
- تحليل تجريبي لحركة الحامل
- مقارنة بين النتائج النظرية والتجريبية.

- summary -

In this thesis, the dynamic strength research of battery bracket of the C.V.I. Rouiba made lorry have been presented.
Calculated for static charge bracket subject to fracture deterioration during normal exploitation of the lorry. It was the reason to take up this research.

The following questions have been considered in this thesis
- five degrees of freedom dynamic model of the system bracket battery
- Experimental identification of vibration of this system.
- Results due to vibration movement of the system and dynamic stresses in the bracket.

- Résumé -

البحث يهدف إلى دراسة الديناميكية لحامل بطاريات لثابتة من صنع المركب الصناعي لثابتة من صنع المركب الصناعي للشاحنات بالروبية.
هذه الدراسة جاءت في أعقاب الإختناق الذي لوحظ على مستوى ربط هذا الحامل خلال إستعمال هذه الشاحنة.
هذه الدراسة تتكون من ثلاث مراحل رئيسية.

- إعداد نموذج رياضي للحامل.
- تحليل نظري للحقول الديناميكية للحامل.
- تحليل تجريبي لحركة الحامل.
- مقارنة بين النتائج النظرية والتجريبية.

TABLE DES MATIERES

Introduction.....	1.
Chapitre I. Généralités	4.
I.1. But du projet	4.
I.2. Principales étapes de cette étude	4.
I.3. Présentation générale et mode de fixation du support sur le châssis	5.
I.3.1. Le châssis	5.
I.3.2. Fixation du support au châssis	5.
Chapitre II. Modélisation	7.
II.1. Nécessité d'une modélisation	7.
II.2. Etablissement du modèle physique	7.
II.3. Nombre de degré de liberté	9.
II.4. Etablissement du modèle mathématique	11.
II.4.1. Cas d'une translation	12.
II.4.2. Cas d'une rotation	13.
Chapitre III Calcul de raideurs	15.
III.1. Notation	15.
III.2. Caractéristiques géométriques du support	16.
III.3. Calcul du moment d'inertie de la section (A)	16.
III.4. Calcul du moment d'inertie de la section (B)	16.
III.5. Calcul du moment d'inertie total par rapport à l'axe $y'y$	19.

III.6. Calcul du moment d'inertie par rapport à l'axe $x'x$	21.
III.7. Calcul des raideurs K_{tz} et K_{ty}	23
III.8. Calcul des raideurs K_{ty} et K_{tz}	27
III.9. Calcul des la raideurs K_{tx}	30.
Chapitre. IV. Eléments d'inertie.....	32
IV.1. Généralités.....	32
IV.2. Calcul des moments d'inertie massique.....	34
IV.2.1. Moment d'inertie massique : J_x	35
IV.2.2. Moment d'inertie massique : J_y	35
IV.2.3. Moment d'inertie massique : J_z	35
Chapitre V. Amortissement.....	37.
V.1. Généralités.....	37
V.2. Volume du support.....	42
V.3. Détermination du facteur C	42
V.4. Flèche moyenne dynamique.....	44
V.5. Tableau récapitulatif.....	45
Chapitre VI. Résolution mathématique.....	
VI.1. Etablissement des équations mathématiques du support.....	46
VI.2. Modèle mathématique du support.....	48
VI.3. Détermination des fréquences propres du support.....	49
VI.3.1. Mouvement de translation.....	49
VI.3.2. Mouvement de rotation.....	49
VI.4. Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.....	52.

VI.5. Coefficient d'amplification	53
VI.5.1. Mouvement de translation	53
VI.5.2. Mouvement de rotation	54
Chapitre VII. Analyse expérimentale	55
VII.1. But de la mesure	55
VII.2. Conditions de mesure	55
VII.3. Disposition du capteur	56
VII.4. Grandeurs à mesurer	57
VII.5. Schéma de montage	58
Conclusion	59
Bibliographie	60

INTRODUCTION

1.

La batterie d'accumulateurs est l'un des principaux éléments constituant l'équipement électrique nécessaire à la bonne exploitation et à la mise en marche du véhicule. C'est une source d'énergie qui alimente en cas de besoin, notamment lors de l'arrêt du moteur des récepteurs tels que démarreur, feux d'éclairage de signalisation et avertisseurs sonores. C'est pourquoi chaque véhicule doit être nécessairement doté d'une batterie d'accumulateurs d'autre part cette batterie doit être supportée de façon sûre et fiable.

Lors de l'exploitation de certains camions entrants dans la large gamme que produit la division véhicules industriels SONACOME au sein de son complexe à Roubaix, il a été observé des fissurations pouvant conduire à des incidents graves, par conséquent, elles peuvent causer des pannes d'électricité qui sont parfois très dangereuses (extinction brutale de l'éclairage, incendie). Elles peuvent aussi entraîner des dommages pour d'autres usagers de la route.

Afin d'éviter que de tels incidents se produisent une étude exacte et rigoureuse doit être faite en tenant compte de tous les efforts et charges quelque

soit leur nature qui agissent sur ce support.

-2-

Notre étude portera sur le type de camion - C.260 -

Il a été proposé par le bureau d'étude de la SONACOME
vue que c'est un véhicule travaillant dans les condi-
tions les plus défavorables; il est destiné d'ailleurs
au travail de chantiers.

Le support est sollicité par deux types de charges
statiques et dynamiques.

Les charges statiques sont dues principalement au poids
propre; ce support a été bien calculé pour ces charges
statiques et malgré cela les fissurations se produisent:

Les charges dynamiques sont de sources diverses, elles
peuvent être extérieures et intérieures.

Lorsque le véhicule est en marche, il subit plusieurs
solllicitations extérieures variables qui se repercutent
au niveau du châssis et finalement sur le support
ainsi, et à cause de l'irrégularité de la chaussée
surtout en chantier, les roues du camion doivent
effectuer en plus de la rotation des mouvements ascen-
dants et descendants; à vive allure ces mouvements
se répètent à une cadence très rapprochée, par
conséquent le véhicule subit par à coups des forces
très élevées et d'autant plus grandes que la masse

en mouvement est plus importante; à cela s'ajoutent les forces d'accélération, les forces de freinage et les forces centrifuges du camion.

Charges dynamiques intérieurs.

Elles ont pour principale source le groupe moto-propulseur du camion. Le fonctionnement de ce groupe produit les vibrations de tout le camion; les accélérations dues à ces vibrations entraînent des charges dynamiques qui agissent sur tous les éléments du camion et par conséquent le support de batteries.

Comme on l'a souligné auparavant que le support a été calculé pour les charges statiques, mais malgré cette étude il y a des fissurations, nous espérons prouver que la cause de ce phénomène est due aux charges dynamiques car tout système qui oscille peut atteindre sa fréquence de résonance (il y a coïncidence entre sa fréquence propre et celle de l'élément excitateur) de ce fait il est sollicité à de grandes contraintes qui entraînent facilement sa rupture. On connaît des cas où une construction calculée avec un grand coefficient de sécurité pour une charge statique, se rompt sous l'effet de forces périodiques relativement petites.

CHAPITRE I
GENERALITES.

GENERALITES.

I.1. But du projet.

Dans le présent projet, on se propose d'étudier les charges dynamiques causant les fissurations observées dans le support du coffre à batteries lors de l'exploitation du camion ; et sur la base de cette étude on proposera des solutions afin d'apporter des améliorations à la conception et la construction de ce support.

I.2. Principales étapes de l'étude.

Pour l'accomplissement de cette tâche et avec les moyens qui on a à notre disposition, notre travail s'effectuera en trois étapes :

Comme première étape, on entreprendra une étude théorique sur la dynamique du support.

La seconde étape qui la succède sera une analyse expérimentale de la dynamique du support, cette analyse sera basée sur des mesures expérimentales ; les résultats obtenus au moyen du calcul théorique seront comparés à ceux obtenus par les mesures expérimentales ; cette comparaison nous permettra d'informer ou de confirmer la conformité du modèle choisi ; ce qui constituera d'ailleurs la troisième étape de notre travail.

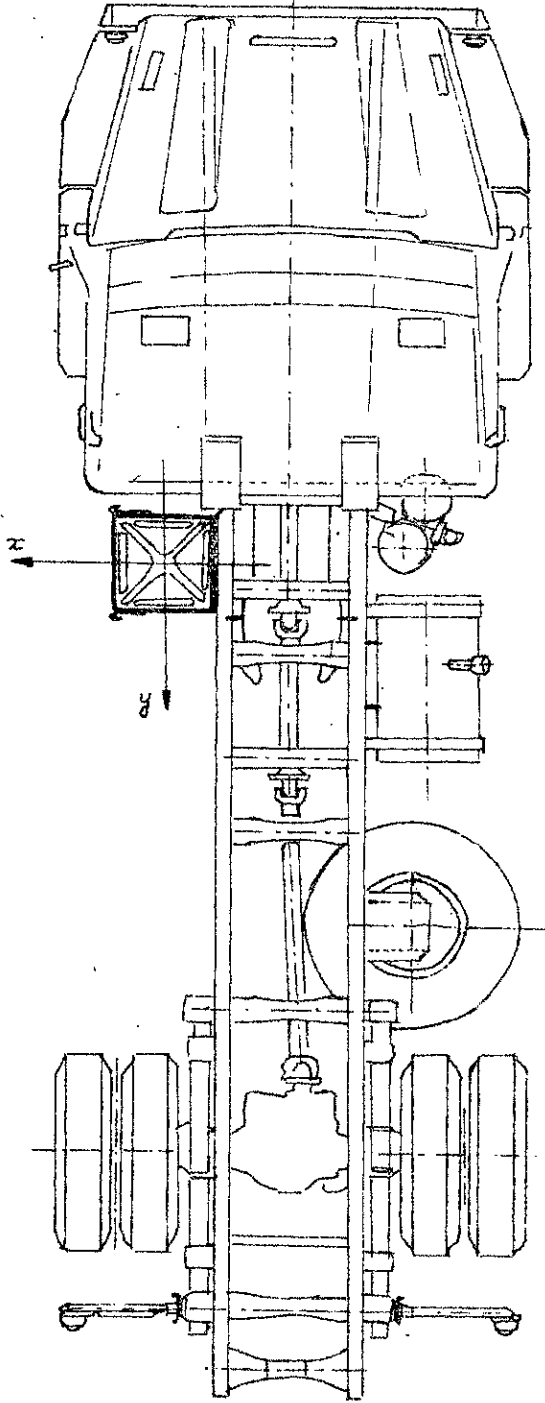
I.3. Présentation générale et mode de fixation du support sur le châssis.

I.3.1. Le châssis.

Le châssis porte l'ensemble des organes et des équipements mécaniques nécessaires au fonctionnement et à l'exploitation du véhicule ; le châssis est formé de deux longerons en tôles d'acier emboutie en forme de U, reliés entre eux par des traverses ; ces liaisons étant obtenues par soudure et boulonnage.

I.3.2. Fixation du support au châssis.

Le coffre à batterie est fixé en porte à faux au châssis par l'intermédiaire d'une liaison démontable, cette liaison est assurée par six boulons M 12 ; l'assemblage est renforcé par l'emploi de rondelles ressort (type rondelle Crower) ; ces dernières assurent un freinage grâce à l'élasticité qu'elles acquièrent après leur écrasement sous l'effort de serrage.
(voir fig I.1)



-fig. 14. — Fixation du support au chassis—

CHAPITRE 2

MODELISATION.

MODELISATION.

II.1. Nécessité d'une modelisation.

Pour l'étude de tout phénomène ou processus naturel il est nécessaire sinon obligatoire de procéder à une succession de schématisations et de simplifications afin de pouvoir traiter le problème par des moyens mathématiques ; il serait impossible de procéder à une analyse détaillée et complète des lois inconnues qui gèrent les phénomènes naturels. Cette modelisation s'effectue en deux étapes, comme le montre la configuration suivante :



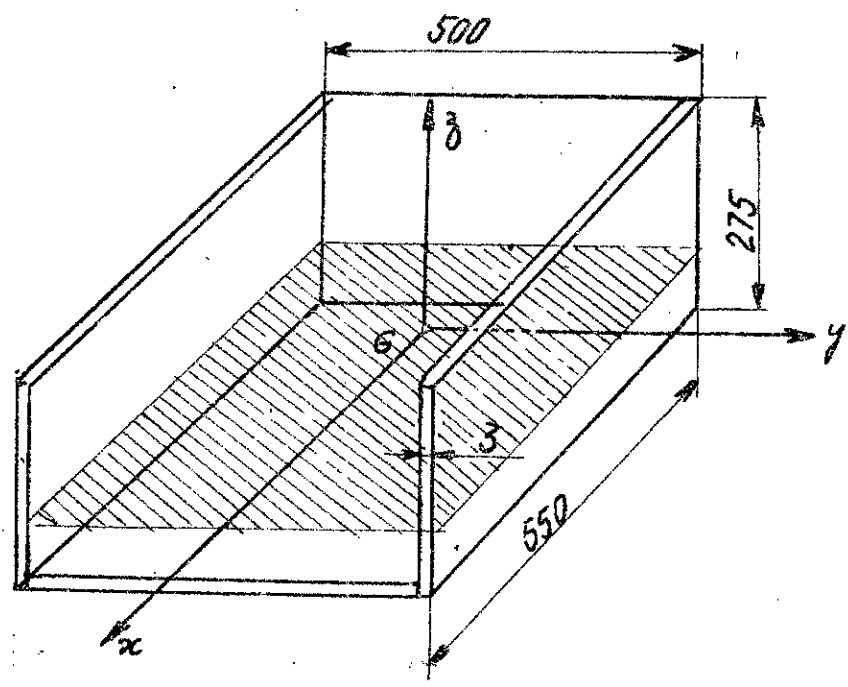
II.2. Construction du modèle physique.

La construction du modèle physique par le biais de certaines simplifications nécessite la connaissance réelle de la structure à étudier son fonctionnement les différents éléments qui la constituent, leurs natures leurs formes géométriques etc...

À la connaissance de tous ces éléments s'ajoute la considération de certaines hypothèses dans l'objectif

est de simplifier la structure; ces simplifications doivent se faire sans toutefois s'éloigner de la réalité de la chose; c'est pourquoi on a jugé nécessaire de donner une description de la position et le mode de fixation du support sur le châssis.

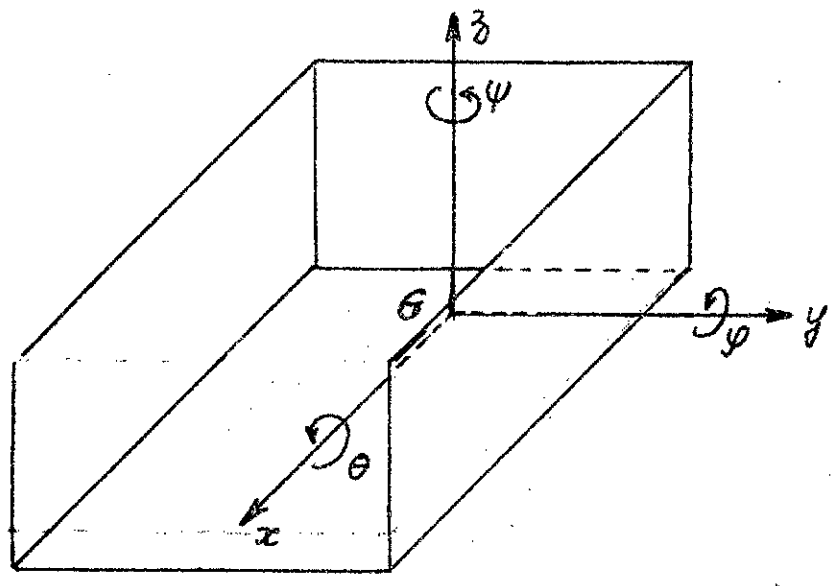
Dans le modèle physique choisi; on considère que l'ensemble du coffre à batterie forme un seul corps rigide fixé rigidement au longeron; les différentes dimensions sont indiquées sur le schéma (figure 2.1)



-fig-2.1-

Le corps rigide possède ainsi six degrés de libertés représentés par les trois déplacements de translation x, y, z suivant les directions des axes $G\vec{x}, G\vec{y}$ et $G\vec{z}$

et par trois rotations autour de ces mêmes axes représentées respectivement par les angles θ , φ et ψ (voir figure 2.2).



-fig. 2.2-

Dans le cas général où l'on considère que le système se déplace suivant ses six degrés de liberté, la détermination à tout moment du mouvement du corps nécessite la résolution d'un système de six équations différentielles.

II.3. Nombre de degrés de liberté.

Le déplacement suivant l'axe \vec{Ox} , peut être négligé vu que le support est attaché au châssis par six boulons bien serrés contre celui-ci.

À la suite de cette simplification, le nombre de degré

de libertés du support dans le système d'axe choisi (origine du système d'axe confondue avec le centre de gravité du support) se trouve réduit à cinq:

- Deux translations suivant les directions des axes $G\vec{y}$ et $G\vec{z}$;

- Trois translations autour des axes $G\vec{x}$, $G\vec{y}$ et $G\vec{z}$

Aux simplifications précédemment soulignées, viennent s'ajouter certaines hypothèses pour permettre la construction du modèle physique.

- Nous admettrons que l'ensemble coffre à batterie et batterie se comporte comme un seul corps rigide et homogène.

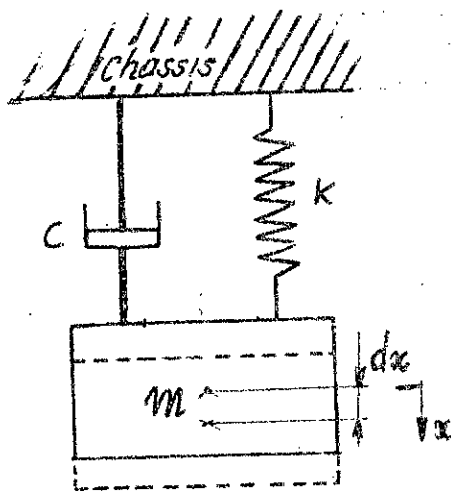
- Nous supposons aussi que le support possède certaines propriétés mécaniques, telles que rigidité ou élasticité et la possibilité d'amortissement.

L'ensemble de ces simplifications et hypothèses nous permet de schématiser ou modéliser physiquement le support suivant chaque degré de liberté comme étant une masse suspendue à un ressort et reliée à un amortisseur (figure 2.3)

La schématisation élastique représentée par le ressort étant due au fait que le support a la faculté de se déformer suivant chaque degré de liberté

21.

Pour l'amortisseur ; il symbolise l'effet de freinage d'un mouvement vibratoire dont l'amplitude est progressivement réduite ; pour le support - ceci existe car en fait il ya dissipation d'énergie par frottement internes (hysteresis internes).



- fig 2.3 -

II.4. Construction du modèle mathématique.

Le passage du modèle physique au modèle mathématique se fait par le biais de certaines symbolisations et relations.

La rigidité est définie comme étant le coefficient de proportionnalité de la charge au déplacement dans la direction où se trouve appliquée cette charge ; c'est pourquoi notre support aura cinq rigidités noté "k_i" ; leur calcul sera établi par la suite.

L'effet d'amortissement sera caractérisé par la lettre "c"; il représente le coefficient d'amortissement interne de l'acier ayant servi à la fabrication du support. Il est à noter que nous aurons à établir le même modèle pour deux types de mouvements: translation et rotation.

1.4.1. Cas d'une translation.

La masse m est suspendue par un ressort dont la raideur est "k". A cette masse est attaché un amortisseur de constante d'amortissement "c" due à l'hysteresis internes. Cet amortissement n'a pas lieu tant que la masse est au repos. Dès que la masse commence à se mouvoir suivant le déplacement x ; une force $-c \frac{dx}{dt}$ dite force d'amortissement intervient; d'autre part la force élastique due au ressort à pour valeur $-kx$ tant que l'on se donne l'hypothèse que le ressort suit la loi de Hooke de proportionnalité entre les forces et les allongements; elle est négative car le ressort tire vers le bas; la force élastique s'exprime par $-kx$. De même la force d'amortissement est dirigée en sens inverse de la vitesse; elle a donc pour expression algébrique $-c \frac{dx}{dt}$.

Finalement la loi fondamentale de la dynamique appliquée à l'ensemble des forces agissantes sur la masse donne ;

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - c \frac{dx}{dt}$$

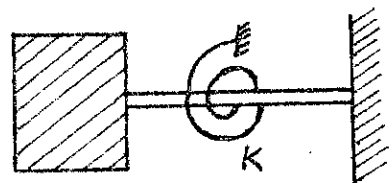
ou encore ; $m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$

En notant $\frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$; $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$

on aura finalement ; $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$ (4)

Cette équation constitue le modèle mathématique représentant le processus dynamique du support relatif au déplacement de translation ; de la même façon nous établirons l'expression mathématique relative à une rotation (figure - 2.4)

II.4.2. Cas d'une rotation.



- fig. 2.4 -

Le ressort considéré aura une raideur K ; elle est définie comme étant le couple en da.N.mm nécessaire pour faire

tourner le corps d'un radian.

En réalité deux couples agissent sur le corps :

- le couple élastique dû au ressort d'expression $-K\varphi$ où φ est mesurée en radian ;
- le couple résistant dû à l'amortissement interne pour la rotation ; il n'est pas représenté sur la figure ; il est égal à $-c \frac{d\varphi}{dt}$, où c est le coefficient d'amortissement interne pour la rotation,

finalement l'ensemble des efforts agissants sur le corps est :

$$-K\varphi + \left(-c \frac{d\varphi}{dt}\right) = -K\varphi - c \frac{d\varphi}{dt}$$

En vertu de la loi de la dynamique relative aux couples

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -K\varphi - c \frac{d\varphi}{dt} ;$$

I : moment d'inertie du corps considéré.

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + K\varphi + c \frac{d\varphi}{dt} = 0 ;$$

en posant $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$ et $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$

cette expression sera :

$$I\ddot{\varphi} + c\dot{\varphi} + K\varphi = 0 \quad (2)$$

Les expressions (1) et (2) symbolisent mathématiquement la nature du modèle physique établi soit donc la nature du support à étudier.

Le modèle mathématique complet sera constitué de cinq équations semblables aux expressions (1) et (2) relatives aux cinq degrés de liberté du support.

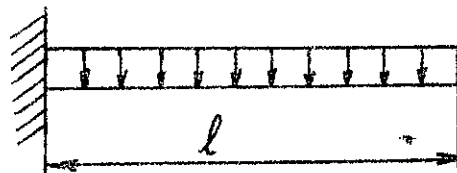
CHAPITRE 3
CALCUL DE RAIDEURS

CALCUL DE RAIDEUR.

III.1. Notation.

- * K_{xy} : Raideur pour la translation suivant la direction de l'axe \vec{Oy}
- * K_z : Raideur pour la translation suivant la direction de l'axe \vec{Oz}
- * K_{yx} : Raideur pour la rotation autour de l'axe \vec{Ox}
- * K_{zy} : Raideur pour la rotation autour de l'axe \vec{Oy}
- * K_{xz} : Raideur pour la rotation autour de l'axe \vec{Oz}

Pour le calcul de ces raideurs K_i nous admettons l'hypothèse principale que le support se comporte comme une poutre encastrée uniformément chargée par les batteries d'accumulateur (figure 3.1)



- fig - 3.1 -

Le calcul des raideurs est basé sur l'utilisation des lois de la résistance des matériaux.

Or l'utilisation de la résistance des matériaux nécessite la connaissance des caractéristiques géométriques du support

c'est pourquoi on procédera à leur calcul avant d'aborder le calcul des raideurs.

Le support à une section en U (figure 3.2), dont les principales dimensions sont :

$$H = 500 \text{ mm}$$

$$h = 494 \text{ mm}$$

$$B = 275 \text{ mm}$$

$$b = 272 \text{ mm}$$

III.2. Caractéristiques géométriques du support.

Décomposons cette section en deux parties (figure 3.3) A et B

La partie A est composée de deux sections verticales (figure 3.4), la partie B est composée par la section horizontale (figure 3.5)

III.3. Calcul du moment d'inertie de la section (A)

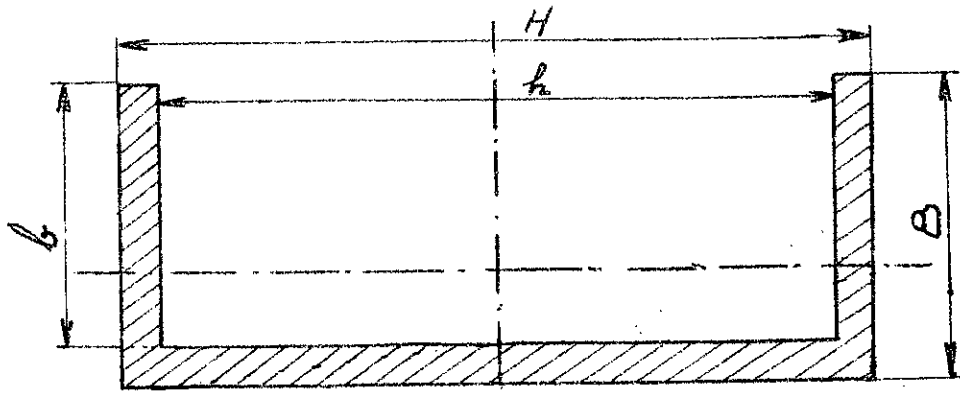
Le moment d'inertie passant par le centre de cette section (figure 3.4) est :

$$I_{c_1} = \frac{(H-h)B^3}{12} = \frac{HB^3 - hB^3}{12}$$

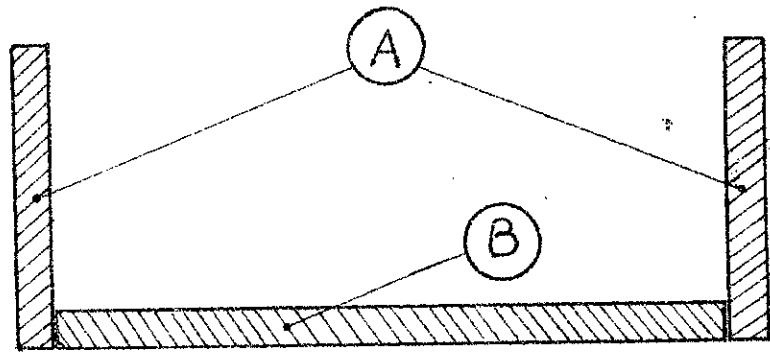
III.4. Calcul du moment d'inertie de la section (B)

Le moment d'inertie passant par le centre de cette section (figure 3.5) est :

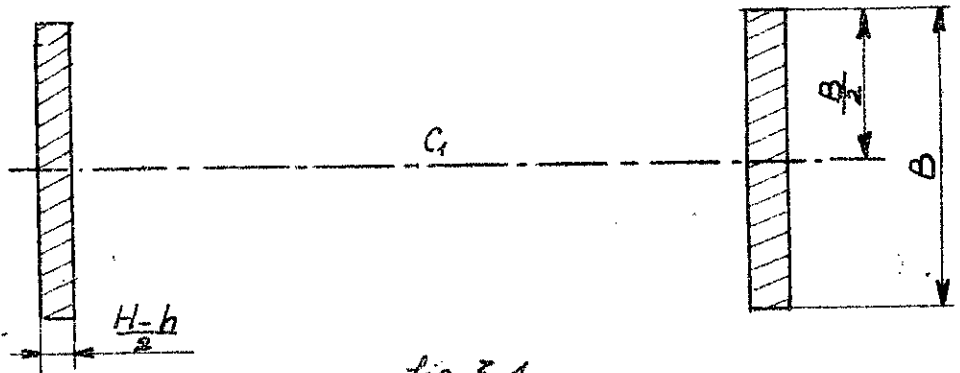
$$I_{c_2} = \frac{h(B-b)^3}{12}$$



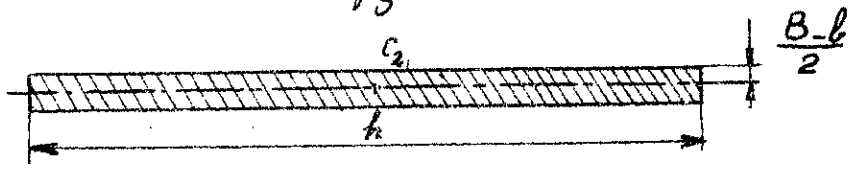
- fig 3.2 -



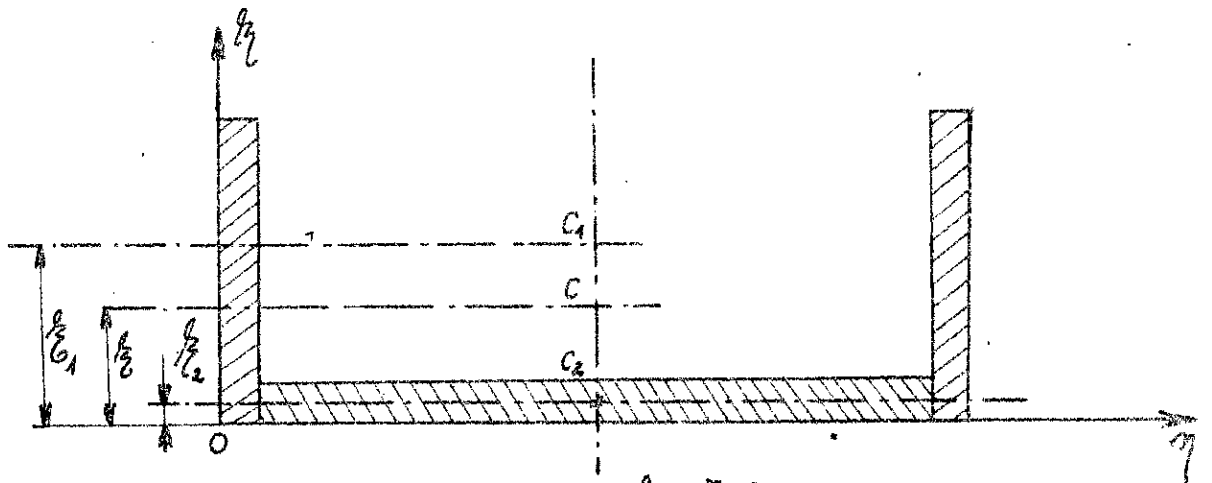
- fig. 3.3 -



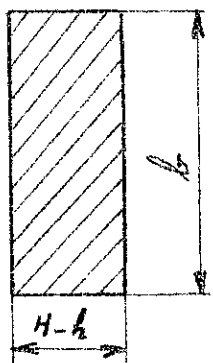
- fig. 3.4 -



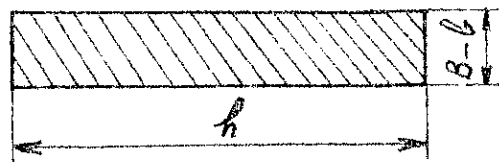
- fig 3.5 -



- fig. 3.6 -



- fig. 3.7 -



- fig. 3.8 -

III.5. Calcul du moment d'inertie total suivant yy .

Pour calculer le moment d'inertie total de la section considérée (figure 3.3), on applique les lois de Steiner.

Soit la (figure 5.5), on a d'après la loi de Steiner

$$S_1 \bar{e}_1^2 + S_2 \bar{e}_2^2 = S \bar{e}^2 \quad (3)$$

où S_1 , S_2 et S sont respectivement les surfaces des sections 1, 2 et la surface totale;

\bar{e}_1 , \bar{e}_2 et \bar{e} , les distances représentées sur la figure (3.6) donnant les ordonnées des centres de ces sections dans le système d'axes choisi : $(O\vec{\eta}, O\vec{\xi})$

De (3) on a:
$$\bar{e} = \frac{S_1 \bar{e}_1 + S_2 \bar{e}_2}{S} \quad (3.a)$$

D'après la figure (5.7) on a :

$$S_1 = (H-h)B$$

et d'après la figure (5.8) on a :

$$S_2 = (B-b)h$$

$$S = S_1 + S_2 = (H-h)B + (B-b)h =$$

$$S = HB - bh$$

$$\bar{e}_2 = \frac{B-b}{2}$$

$$\bar{e}_1 = \frac{B}{2}$$

En remplaçant ces valeurs dans l'expression (3.a) on aura :

$$e_c = \frac{S_1 e_1 + S_2 e_2}{S} = \frac{(H-h)B \cdot \frac{B}{2} + (B-b) \cdot h \cdot \frac{B-b}{2}}{HB - bh}$$

$$e_c = \frac{HB^2 - 2hBb + hb^2}{2(HB - bh)}$$

numériquement on trouve :

$$e_c = \frac{500 \cdot (275)^2 - 2 \cdot 494 \cdot 275 \cdot 272 + 494 \cdot (272)^2}{2(500 \cdot 275 - 272 \cdot 494)}$$

$$e_c = 73,15 \text{ mm}$$

Pour déterminer le moment d'inertie total de la section passant par le centre C, appliquons la loi de Steiner et on aura,

$$I_{Cy} = I_{C_1} + S_1 (e_1 - e_c)^2 + I_{C_2} + S_2 (e_2 - e_c)^2$$

$$e_1 = \frac{B}{2} = \frac{275}{2} = 137,5 \text{ mm}$$

$$e_2 = \frac{B-b}{2} = \frac{275-272}{2} = 1,5 \text{ mm}$$

$$S_1 = (H-h)B = (500-494) \cdot 275 = 1650 \text{ mm}^2$$

$$S_2 = (B-b)h = (275-272) \cdot 494 = 1482 \text{ mm}^2$$

$$I_{C_1} = \frac{(H-h)B^3}{12} = \frac{(500-494)(275)^3}{12} = 10,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

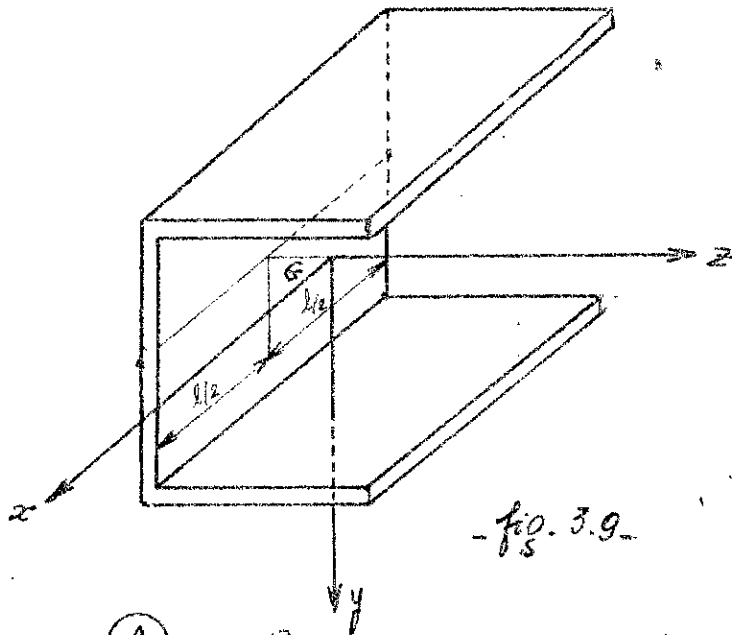
$$I_{C_2} = \frac{h(B-b)^3}{12} = \frac{494(275-272)^3}{12} = 1111,5 \text{ mm}^4$$

$$I_{C_2} = 1111,5 \text{ mm}^4$$

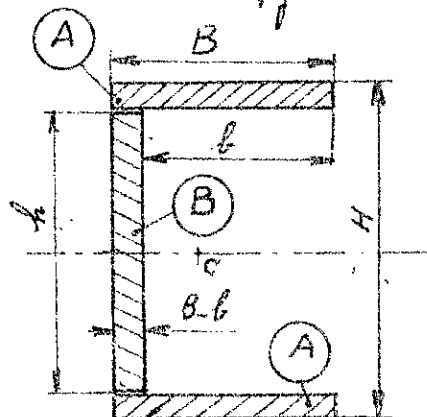
$$\begin{aligned}
 I_{Cy} &= I_{1c_1} + S_1 \left(\bar{y}_1 - \frac{h}{2} \right)^2 + I_{2c_2} + S_2 \left(\frac{h}{2} - \bar{y}_2 \right)^2 \\
 &= 10,4 \cdot 10^6 + 1650 (137,5 - 73,15)^2 + 1111,5 + 1482 (73,15 - 1,5)^2 \\
 \underline{I_{Cy} &= 25 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}
 \end{aligned}$$

III.6. Calcul du moment d'inertie total suivant $x'x$.

Raisonnons de la même façon que précédemment avec la supposition que la position de C , suivant l'axe \vec{Oz} ne joue aucun rôle.



- fig. 3.9 -



- fig. 3.10 -

Soit I_1 , le moment d'inertie de la section A (voir figure 3.10), composée de deux sections horizontales

$$I_1 = \frac{B(H-h)^3}{12};$$

et soit I_2 , le moment d'inertie de la section B verticale

$$I_2 = \frac{(B-b)h^3}{12};$$

alors le moment d'inertie de la section par rapport à la surface xz sera :

$$I = \frac{I_1 + I_2}{12} = \frac{B(H-h)^3 + (B-b)h^3}{12}$$

$$I = \frac{275(500-494)^3 + (275-272)(494)^3}{12} = 30 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 30 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

I_x : est le moment d'inertie total de la section par rapport à l'axe $x'x$

finallement les principales caractéristiques géométriques sont :

$$I_x = 30 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 25 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

III.7. Calcul des raideurs : k_{kz} ; k_{ky} .

Soit la représentation du support (figure 3.11) à laquelle on a fixé un système d'axes $(G; x; y; z)$, le mouvement de la batterie dans le plan (z, x) peut être schématisé comme le montre la figure (3.12.).

La batterie s'est inclinée, de ce fait son centre se trouve déplacé de la position C_B à la position C'_B , celle-ci ne peut être que la position C du centre du support avec une approximation assez raisonnable. $C_B \equiv C$.
Le mouvement de la batterie peut être décomposé en deux mouvements :

- un mouvement de translation (voir fig 3.12)
- et un mouvement de rotation. (voir fig 3.13)

Le support étant considéré comme une poutre encastree uniformément chargée par la batterie. (voir § III.1).

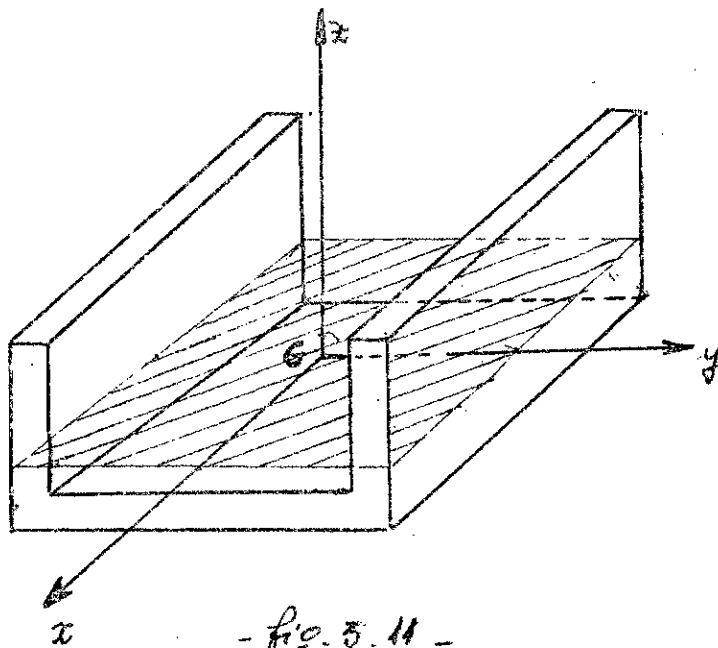
La figure (3.13) montre le déplacement de translation suivant l'axe \vec{z} (fleche f) et celui de rotation autour de l'axe \vec{y} (angle φ), (voir figure 3.16)

La détermination de la fleche et de l'angle de rotation permet l'évaluation des raideurs k_{kz} et k_{ky} .

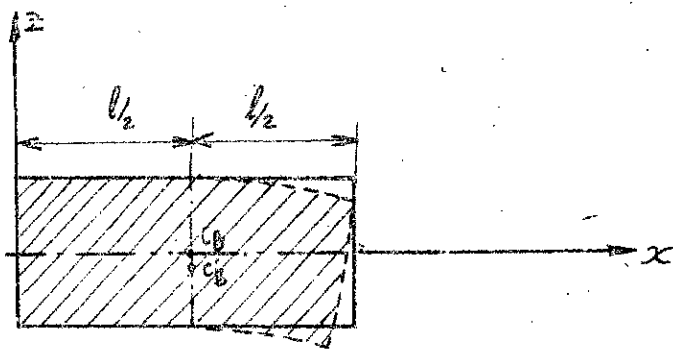
Soit p : la valeur de la charge par unité de longueur

$$[p] = \left[\frac{dN}{m} \right].$$

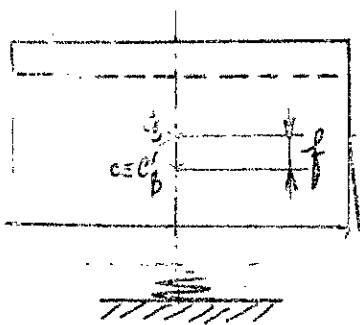
La charge totale sollicitant le support est $P = p.l$



- fig. 3.11 -



- fig. 3.12 -



- fig. 3.13 -

En un point quelconque et à une distance x de l'extrémité libre (voir fig. 3.16) on a ;

$$M_f = -\frac{Px^2}{2} = M(x) ; \text{ moment fléchissant ;}$$

à l'extrémité libre $x=0$, $M_f=0$

Le moment fléchissant étant maximum à l'encastrement à $x=l$; $M_{f_{max}} = M(x)_{x=l} = -\frac{pl^2}{2} = \frac{Pl}{2}$

D'autre part des lois de la résistance des matériaux relatives aux déformations des poutres on a ;

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \ddot{z} = \frac{M(x)}{EI_y}$$

$$\ddot{z} = \frac{-px^2}{2EI_y} \quad (4)$$

E : module d'élasticité longitudinal, pour l'acier

$$E = 2.10^4 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

I_y : moment d'inertie de la section du support par rapport à la surface xz

Intégrons l'équation (4) on aura ;

$$\frac{dz}{dx} = \dot{z} = \frac{-px^3}{6EI_y} + C_1$$

Les conditions aux limites sont telles que

$$\text{à } x=0 ; \frac{dz}{dx} = 0$$

ce qui implique que $C_1 = 0$

soit donc $\frac{dz}{dx} = \dot{z} = \frac{-px^3}{6EI_y}$

C'est l'expression de l'angle de flexion en tout point d'abscisse x ,

pour $x = \frac{l}{2}$

$$\dot{z} = \varphi = \frac{p \left(\frac{l}{2}\right)^3}{6EI_y} = \frac{pl^3}{48EI_y}$$

$$M_{y_{\max}} = \frac{pl^2}{2} = K_{xy} \cdot \varphi$$

$$K_{xy} = \frac{pl^2}{2\varphi} = \frac{pl^2 \cdot 48EI_y}{2pl^3}$$

$$K_{xy} = \frac{24EI_y}{l} = \frac{24 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 25 \cdot 10^6}{550} = 2,18 \cdot 10^{10} \frac{\text{daN mm}}{\text{rd}}$$

$$\underline{K_{xy} = 2,18 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}}$$

$$z = \frac{px^4}{24EI_y} + C_2$$

aux conditions aux limites on a ;

pour $x=0$; $y=0$

ceci donne $C_2=0$, finalement $z = \frac{px^4}{24EI_y}$ c'est l'expression de la flèche en fonction de x ;

pour $x = \frac{l}{2}$; $z = f = \frac{p \left(\frac{l}{2}\right)^4}{24EI_y} = \frac{pl^4}{384EI_y}$

d'autre part, la flèche étant due à la charge P

elle lui est proportionnelle, avec K_{tz} comme coefficient de proportionnalité

$$P = f \cdot K_{tz} = pl$$

$$K_{tz} = \frac{P}{f} = \frac{pl}{f} = \frac{pl \cdot 48EI_y}{pl^3} = \frac{48EI_y}{l^3}$$

$$K_{tz} = \frac{48EI_y}{l^3} = \frac{48 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 25 \cdot 10^6}{(550)^3} = 1,44 \cdot 10^5 \frac{\text{dan}}{\text{mm}}$$

$$\underline{K_{tz} = 1,44 \cdot 10^9 \text{ N/m}}$$

III.8. Calcul des raideurs: k_{ty} , k_{tz} .

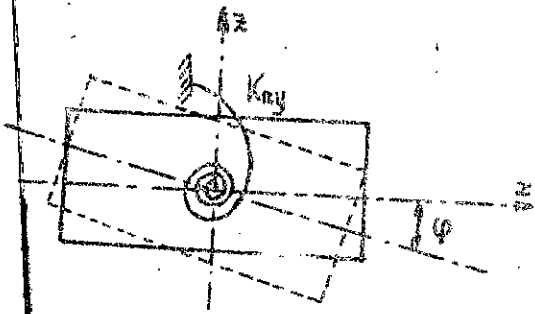
Comme le montre la figure (3.18) et avec le même raisonnement qui vient d'être utilisé pour le calcul de K_{tz} et K_{tx} , la déformation a lieu dans le plan x, y (figure 3.17), cette déformation peut être décomposée en une rotation autour de l'axe \vec{Oz} (figure 3.19) et une translation dans la direction de l'axe \vec{Oy} (figure 3.18)

$$M_f = \frac{Px^2}{2} = M(x)$$

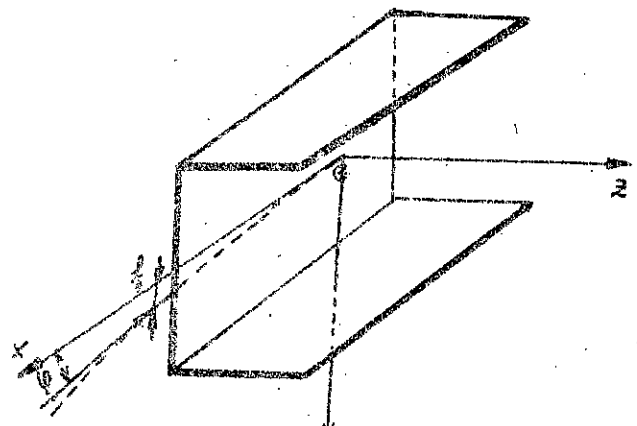
$$M_{f_{\max}} = \frac{pl^2}{2} = \frac{pl}{2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \ddot{y} = \frac{M(x)}{EI_x} \quad (5)$$

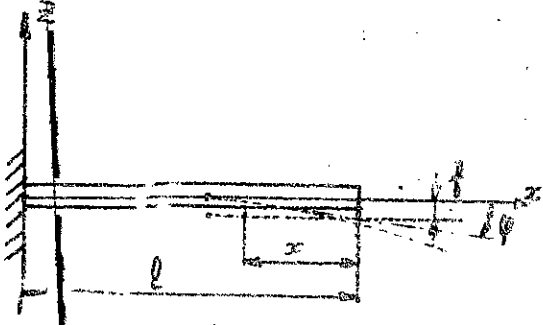
En intégrant cette équation avec les conditions aux limites telles que à $x=0$ $\frac{dy}{dx} = 0$



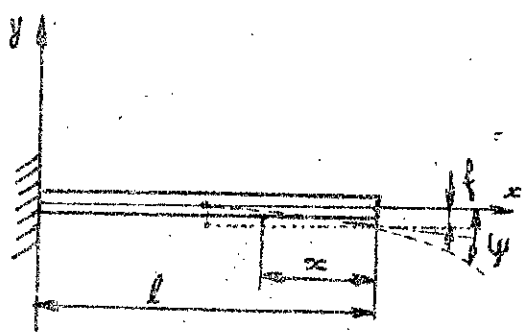
-fig- 3.14



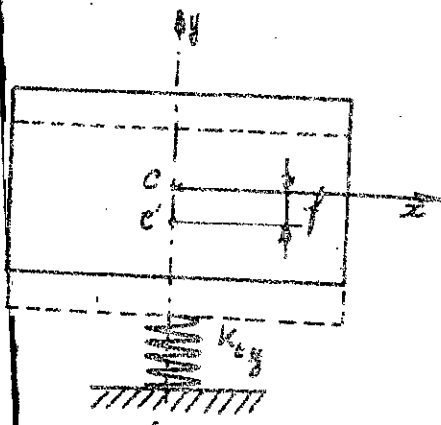
-fig- 3.15-



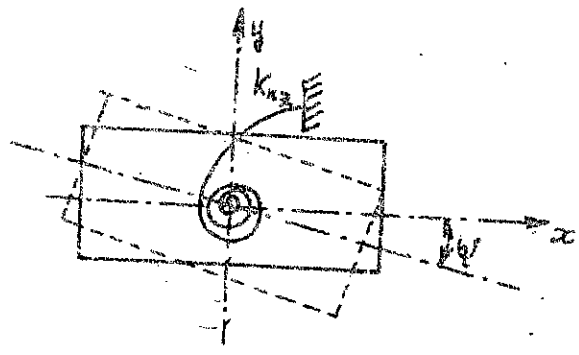
-fig- 3.16-



-fig- 3.17



-fig- 3.18



-fig- 3.19.

on aura $\frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI} = \frac{1}{EI_x} \int \frac{px^2}{2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{px^3}{6EI_x} + C_1$ les conditions aux limites donne $C_1 = 0$

donc $\frac{dy}{dx} = \frac{px^3}{6EI_x}$
pour $x = \frac{l}{2}$; on a $\psi = \frac{p(\frac{l}{2})^3}{6EI_x} = \frac{pl^3}{48EI_x}$ (l'angle de flexion)

Pour obtenir la flèche ou le déplacement du centre du corps (figure 3.17) ; il faut intégrer deux fois l'équation (5) ;

$\int \frac{dy}{dx} = \int \frac{px^3}{6EI_x} = \frac{p}{6EI_x} \int x^3 = \frac{px^4}{24EI_x} + C_2$

$y(x) = \frac{px^4}{24EI_x} + C_2$

avec les conditions aux limites à $x=0$; $y(0) = 0$

ce qui donne $y(x) = \frac{px^4}{24EI_x}$;

la translation du centre est obtenue pour $x = \frac{l}{2}$

$y(\frac{l}{2}) = f = \frac{p(\frac{l}{2})^4}{24EI_x} = \frac{pl^4}{384EI_x}$

$P = pl = f \cdot K_{ty}$

$K_{ty} = \frac{pl}{f} = \frac{pl}{\frac{pl^4}{384EI_x}} = \frac{384EI_x}{l^3}$

$K_{ty} = \frac{384 \cdot 2.10^4 \cdot 30 \cdot 10^6}{(550)^3}$;

$K_{ty} = 1,38 \cdot 10^8 \frac{daN}{mm}$

$K_{ty} = 1,38 \cdot 10^{12} \frac{N}{m}$

Pour le calcul de K_{22} , nous prendrons le moment de flexion maximal.

$$M_{f_{max}} = \frac{Pl^2}{2} = K_{22} \cdot \psi$$

$$K_{22} = \frac{M_{f_{max}}}{\psi} = \frac{Pl^2/2}{Pl^3/48EI_x} = \frac{48EI_x \cdot Pl^2}{2Pl^3} = \frac{24EI_x}{l}$$

$$K_{22} = \frac{24EI_x}{l} = \frac{24 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 30 \cdot 10^5}{550} = 2,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{daN mm}}{\text{rad}}$$

$$K_{22} = 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rad}}$$

III.9. Calcul de la raideur: K_{2x} . (voir figure. 3.20)

Pour calculer cette rigidité, on considère que le support est sollicité par un moment de torsion M_t suivant Gz

$$M_t = \frac{G\theta I_0}{l}$$

où; G : module d'élasticité transversal ou module de torsion;

$$\text{pour les métaux } G = \frac{2}{5} E$$

I_0 : Moment d'inertie polaire de la section considérée de la poutre par rapport au centre de gravité

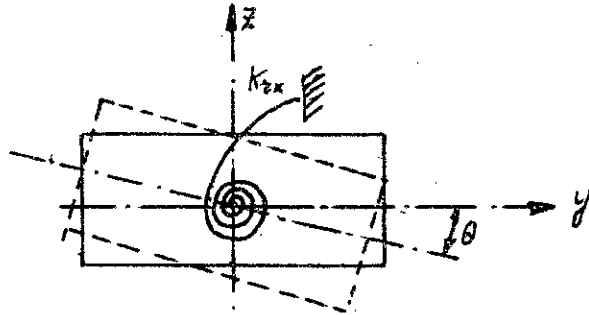
$$I_0 = I_x + I_y$$

θ : angle de torsion.

D'autre part on a la relation liant la rigidité de torsion avec l'angle de torsion correspondant.

$$M_t = K_{2x} \theta$$

$$\frac{G\theta I_0}{l} = K_{2x} \theta$$



- fig. 3.20

$$K_{zx} = \frac{G I_0}{l}$$

$$I_0 = I_x + I_y = (30 + 25) \cdot 10^6 = 55 \cdot 10^6 \text{ mm}^4;$$

$$G = \frac{2}{5} E = \frac{2}{5} \cdot 2 \cdot 10^4 = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2};$$

$$K_{zx} = \frac{G I_0}{l} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 55 \cdot 10^6}{550} = 8 \cdot 10^8 \frac{\text{daN} \cdot \text{mm}}{\text{rd}};$$

$$\underline{K_{zx} = 8 \cdot 10^6 \frac{\text{Nm}}{\text{rd}}};$$

Les raideurs suivant chaque degré de liberté sont:

$$K_{ty} = 1,38 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}};$$

$$K_{tz} = 1,44 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}};$$

$$K_{zx} = 8 \cdot 10^6 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}};$$

$$K_{zy} = 2,18 \cdot 10^8 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}};$$

$$K_{z\beta} = 2,6 \cdot 10^{12} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}};$$

CHAPITRE 4
ELEMENTS D'INERTIE.

ELEMENTS D'INERTIE.

La résolution des équations différentielles décrivant le mouvement du support suivant les degrés de liberté relatifs aux rotations autour des trois axes \vec{Gx} , \vec{Gy} et \vec{Gz} nécessite la connaissance des moments d'inertie massique les équations différentielles sont :

$$I_x \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + K_x \theta = 0$$

$$I_y \ddot{\varphi} + C' \dot{\varphi} + K_{xy} \varphi = 0$$

$$I_z \ddot{\psi} + C' \dot{\psi} + K_z \psi = 0$$

avec I_x , I_y et I_z respectivement les moments d'inertie massique des corps par rapport aux axes \vec{Gx} , \vec{Gy} et \vec{Gz} .

IV.1. Généralités.

D'une façon générale, on appelle moment d'inertie massique d'un corps par rapport à un axe, une grandeur qui mesure l'inertie du corps en rotation autour de cet axe; mathématiquement, on définit le moment d'inertie autour d'un axe, comme étant la somme des produits des masses élémentaires par des carrés de leurs distances à cet axe.

Les moments d'inertie du support par rapport aux axes \vec{Gx} , \vec{Gy} et \vec{Gz} sont :

$$I_x = \int_{(m)} (y^2 + z^2) dm = \int_{(V)} (y^2 + z^2) \rho dv = \iiint_{(V)} (y^2 + z^2) \rho dx dy dz.$$

$$J_y = \int_{(m)} (x^2 + z^2) dm = \int_{(V)} (x^2 + z^2) \rho dv = \iiint_{(V)} (x^2 + z^2) \rho dx dy dz$$

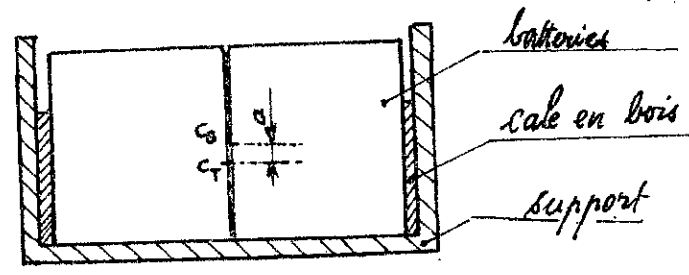
$$J_z = \int_{(m)} (y^2 + x^2) dm = \int_{(V)} (x^2 + y^2) \rho dv = \iiint_{(V)} (x^2 + y^2) \rho dx dy dz$$

où m , ρ et V sont respectivement la masse, la densité et le volume du corps (ensemble support et batterie) et x , y et z les coordonnées des particules élémentaires du volume dv et de masse dm du corps.

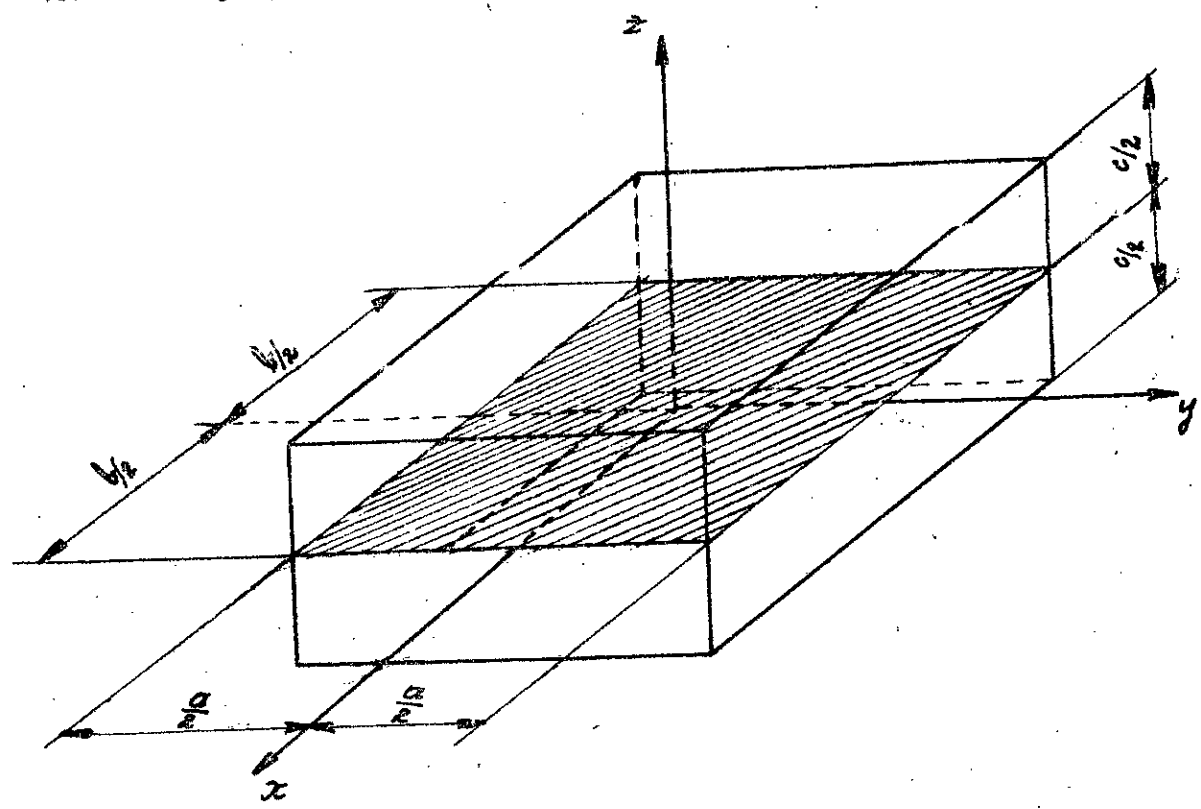
Pour notre calcul on prendra comme centre de gravité de l'ensemble support et batterie, le centre géométrique du support, en réalité le centre d'inertie de l'ensemble (batterie et support) est distinct du centre géométrique du support (voir figure - 4.1.). Mais comme les deux batteries sont disposées de façon équilibrées dans le plan horizontale, d'autre part on a interposé des cales entre les batteries et le support de façon à éviter tout basculement ou mouvement de ces dernières par rapport au support.

De ce fait les deux centres se trouvent sur le même axe Gz à une distance de quelques mm l'un de l'autre.

C_B : centre d'inertie
des deux batteries
 C_T : centre total
de l'ensemble
batteries + support
distance $C_B - C_T = a$



- fig. 4.1 -



- fig. 4.2 -

IV.2. Calcul des moments d'inertie J_x, J_y, J_z .

D'après la figure (4.2) l'ensemble (batteries + support) est supposé comme un corps parallélépipédique de dimensions a, b et c

IV.21. Calcul de J_x ,

$$J_x = \iiint (y^2 + z^2) f dx dy dz = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} (y^2 + z^2) f dx dy dz = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f dx \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} (y^2 + z^2) dy dz$$

$$= f b \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} (y^2 + z^2) dy dz = f b \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \left[\frac{y^3}{3} + z^2 y \right]_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} dz = f b \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \left(\frac{a^3}{12} + z^2 a \right) dz$$

$$= f b \left[\frac{a^3}{12} z + \frac{z^3}{3} a \right]_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} = f b \left(\frac{a^3 c}{12} + \frac{a c^3}{12} \right) = \frac{1}{12} f a b c (a^2 + c^2)$$

$J_x = \frac{1}{12} f a b c [a^2 + c^2];$

IV.22. Calcul de J_y .

$$J_y = \iiint (x^2 + z^2) f dx dy dz = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f dy \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} (x^2 + z^2) dx dz$$

$$= f a \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} (x^2 + z^2) dx dz = f a \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left[\frac{x^3}{3} + z^2 x \right]_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} dz = f a \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left(\frac{b^3}{12} + z^2 b \right) dz$$

$$= f a \left[\frac{b^3}{12} z + z^3 \frac{b}{3} \right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = \frac{1}{12} f a b c [b^2 + c^2];$$

$J_y = \frac{1}{12} f a b c [b^2 + c^2];$

IV.23. Calcul de J_z .

$$J_z = \iiint (x^2 + y^2) f dx dy dz = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f dz \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} (x^2 + y^2) dx dy$$

$$= f c \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} (x^2 + y^2) dx dy = f c \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[\frac{x^3}{3} + y^2 x \right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dy = f c \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(\frac{b^3}{12} + y^2 b \right) dy$$

$$J_z = \rho c \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{b^3}{12} + y^2 b \right) dy = \rho c \left[\frac{b^3}{12} y + \frac{y^3 b}{3} \right]_{-a/2}^{a/2} = \rho c \left(\frac{b^3}{12} a + \frac{a^3 b}{12} \right)$$

$$J_z = \frac{1}{12} \rho a b c [a^2 + b^2]$$

Numériquement on trouve ;

$$a = 500 \text{ mm.}$$

$$b = 550 \text{ mm}$$

$$c = 275 \text{ mm}$$

$\rho a b c = \rho V = m = 84 \text{ kg}$; masse de l'ensemble
batteries et support supprimé comme un seul corps homogène.

$$J_x = \frac{1}{12} m (a^2 + c^2) = \frac{1}{12} \cdot 84 \cdot [(500)^2 + (275)^2] \cdot 10^{-6} = 2,28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\underline{J_x = 2,28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$J_y = \frac{1}{12} m (b^2 + c^2) = \frac{1}{12} \cdot 84 \cdot [(550)^2 + (275)^2] \cdot 10^{-6} = 2,65 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\underline{J_y = 2,65 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$J_z = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \cdot 84 \cdot [(500)^2 + (550)^2] \cdot 10^{-6} = 3,87 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\underline{J_z = 3,87 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

CHAPITRE 5

AMORTISSEMENT.

V.1 Généralités.

Pour chaque matériau la propriété d'amortissement interne est caractérisé par un coefficient d'amortissement interne, il dépend de plusieurs facteurs tels que : composition chimique, structure cristalline, homogénéité, contraintes, température, état de contraintes dues à la valeur et à la fréquence des sollicitations.

Le coefficient d'amortissement interne est déterminé expérimentalement par l'enregistrement du cycle d'hystérésis, défini couramment par le rapport entre l'énergie dissipée au cours d'un cycle et de l'énergie totale du système durant ce même cycle.

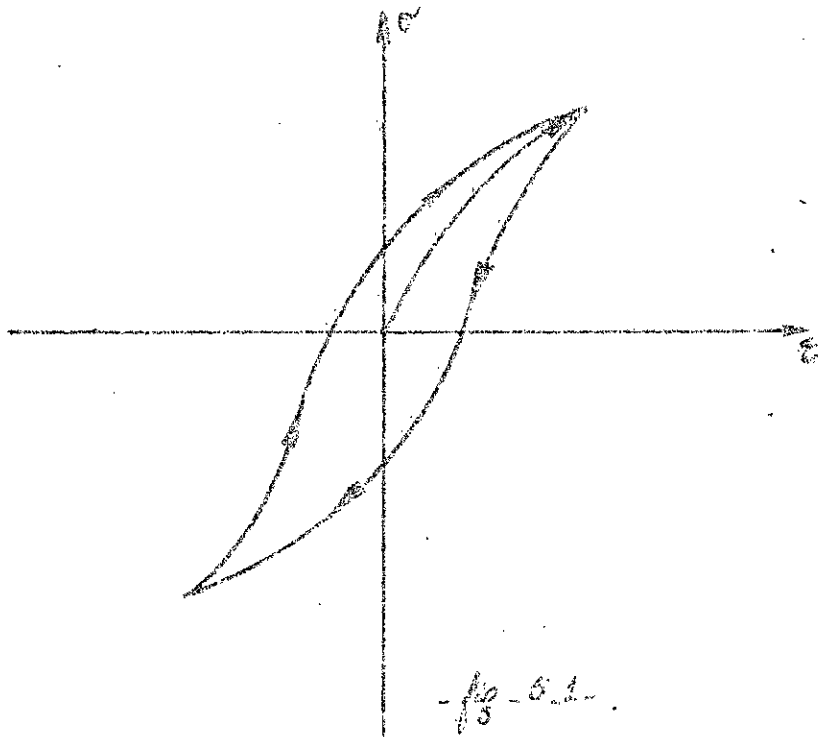
Puis les facteurs dont il dépend, le coefficient d'amortissement interne est difficilement mesurable.

Contrairement à la constante élastique que peut être estimée directement par l'application statique d'une force et la mesure de la déformation correspondante, le coefficient d'amortissement interne ne peut être mesuré que par l'étude de la vibration du corps (figure 5.1).

L'aire de l'hystérésis est proportionnelle à la quantité de l'énergie perdue par frottement interne, elle représente donc l'amortissement.

L'amortissement des vibrations par les corps rigides consiste en la transformation d'une partie de l'énergie du système en chaleur, par suite des frottements internes des matériaux. Il est caractérisé par le phénomène d'hystérésis, de ce fait, il n'y a plus de proportionnalité entre les contraintes et les déformations comme le prévoyait la loi de Hooke. []

Cet hystérésis représente la nouvelle dépendance entre la contrainte " σ " et la déformation " ϵ " à cause des retards élastiques qui apparaissent lors des déformations alternatives et élastiques (voir figure 5.1.)



- fig - 5.1 -

Soit une poutre encastrée chargée par la force périodique $\vec{F} = \vec{P} \sin \omega t$, si la poutre est de section constante la répartition du moments et des contraintes sera comme sur la figure (5.2).

On remarque que pour les différents points A, B et C on aura les valeurs de contraintes différentes donc les aires d'hystérésis seront différentes aussi. On voit que pour la même poutre chargée par la même force $P \sin \omega t$ on aura un amortissement variables pour différents points.

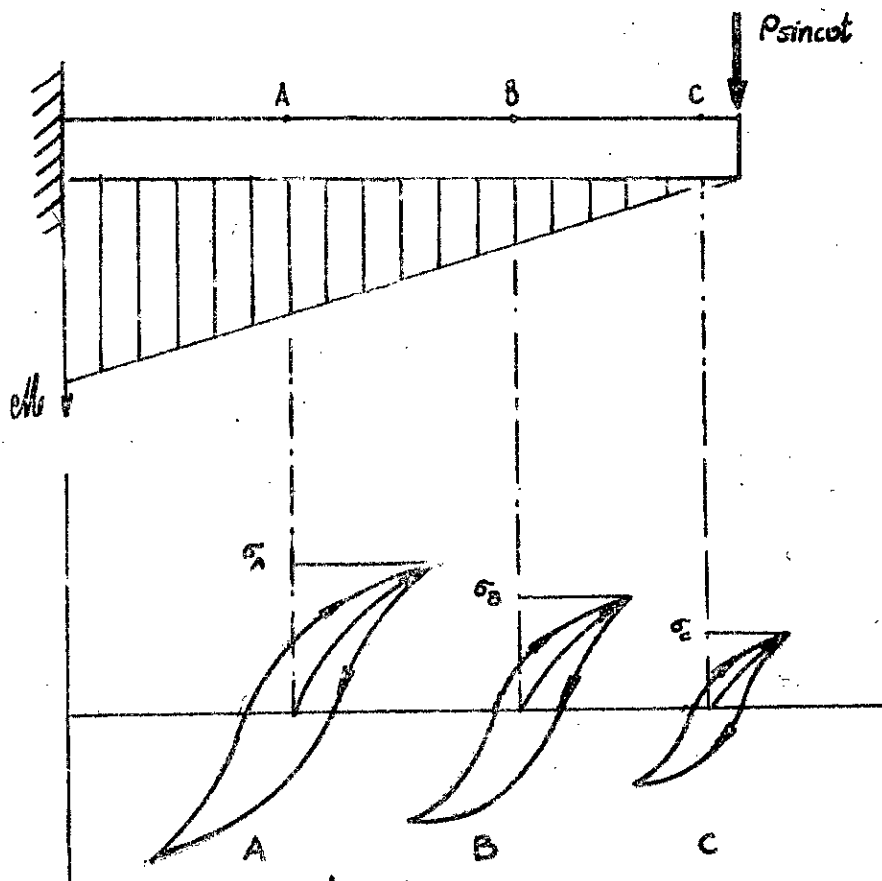
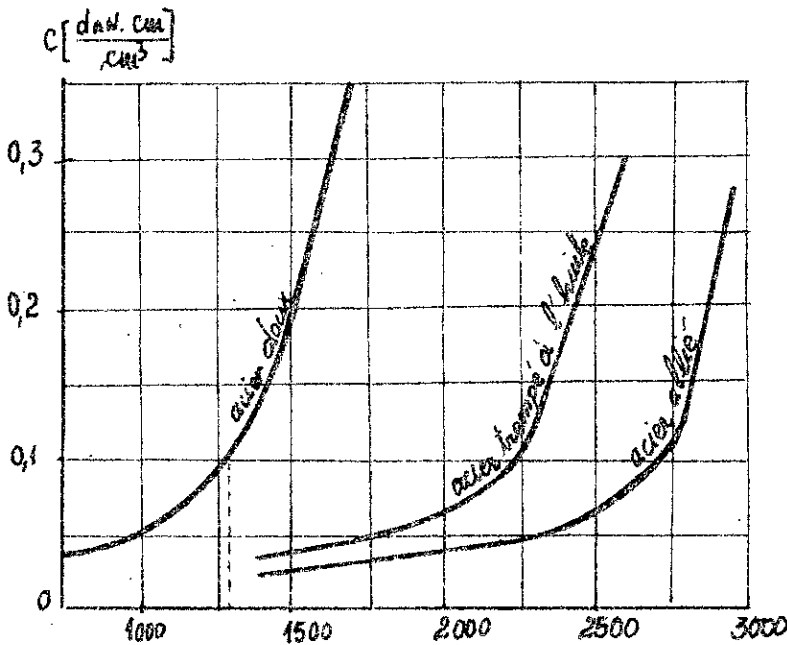


fig. 5.2

Les travaux du savant Buseman [5.] dans ce domaine ⁴⁰ ont permis de tracer les diagrammes présentant les résultats expérimentaux pour la torsion.

En réalité le phénomène est beaucoup plus compliqué parce que la dépendance entre le coefficient d'amortissement "C" et les contraintes appliquées n'est pas linéaire, de plus, elle varie avec le nombre total de cycles que subit le corps pendant le fonctionnement.

Les courbes (voir figure 5.3) représentent l'énergie exprimée sous forme de travail en [dan.cm] perdue dans 1 cm³ de volume du corps; pour notre étude ce sera le support. Cette énergie est représentée en fonction des contraintes de torsion τ_0 en [dan/cm²].



- fig 5.3 -

τ_0 [$\frac{\text{dan}}{\text{cm}^2}$]

4.

Afin de pouvoir utiliser les diagrammes de Buseman et dans le souci de déterminer le coefficient de frottements internes relatif au mouvement du support faisant l'objet de notre étude, nous admettrons certaines hypothèses.

Nous admettrons que la même quantité d'énergie sera perdue pour tous les types de contraintes (flexion, torsion...). Par ailleurs nous prendrons la même valeur pour les mouvements de translation et de rotation.

L'expression donnant la valeur du coefficient d'amortissement interne :

$$c' = \frac{c \cdot V}{16 \cdot \frac{f_{\text{ind}}^2}{D}} ; (6)$$

où :

c : est une grandeur donnée par le diagramme de Buseman; elle représente le travail de résistance par frottement interne d'un volume de 1 cm^3 du matériau considéré.

V : volume total du support.

f_{ind} : flèche moyenne dynamique du support, c'est à dire lors de la marche du camion.

D : fréquence du chassis (élément excitant).

V.2. Volume du support.

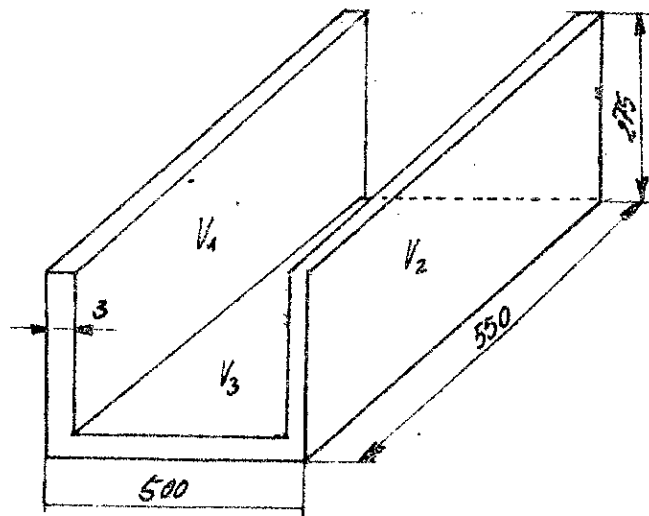
Le support est constitué de trois plaques (voir figure 5.4) de volumes respectifs V_1 , V_2 et V_3

$$V_1 = V_2 = 3 \times 275 \times 550 = 453,75 \text{ cm}^3$$

$$V_3 = 494 \times 550 \times 3 = 815,1 \text{ cm}^3$$

$$V = \sum_{i=1}^3 V_i = V_1 + V_2 + V_3 ; \text{ volume total du support.}$$

$$V = 453,75 + 453,75 + 815,1 = 1722,6 \text{ cm}^3$$



- fig. 5.4.

V.3. Détermination du facteur C.

D'après les diagrammes de Buseman et pour le matériau utilisé pour la construction du support $\sigma = (1300 \div 1900) \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$

$$\text{on trouve } C = 0,1 \left[\frac{\text{daN.cm}}{\text{cm}^3} \right]$$

Pour déterminer C' , coefficient d'amortissement interne, il faut d'abord déterminer les contraintes dynamiques; or ces dernières dépendent des vibrations (Elles sont dues aux déformations dynamiques et vibratoires). Pour les déterminer il faut donc connaître les vibrations. Mais la détermination des vibrations nécessite la connaissance de l'amortissement du système soit pour notre cas, l'amortissement interne du matériau utilisé.

On voit donc que seule la méthode d'itération par approximations successives peut nous permettre de trouver une solution à ce problème.

Il faut estimer une certaine valeur des contraintes (propriétés mécaniques du matériau), sur la base de cette valeur on détermine $-C-$ (diagrammes de Buseman) connaissant $-C-$ on peut calculer à l'aide de l'expression (6) le coefficient d'amortissement interne. A partir de cette première approximation de $-C'_1-$ on détermine les modes de vibrations et finalement on détermine les valeurs de contraintes. De cette valeur des contraintes on recommence la même procédure et on finira par déterminer un autre coefficient d'amortissement interne $-C'_2-$ soit une autre approximation des contraintes et ainsi de suite, de proche en proche, on finira par estimer la valeur de C' avec

une bonne approximation.
 On remarque ensuite que nos recherches ont pour caractère
 essentiellement d'une méthode d'analyse de l'état

dynamique, nous nous limiterons à une première approxi-
 mation en déterminant les valeurs de toutes les
 grandeurs inconnues (constantes et flexions dynamiques)
 si cause des manques d'informations on admet que
 c'est pour la torsion (comme par les diagrammes de Bresse)

est ainsi valable pour la flexion.
 Admettons d'autre part que seul le groupe porte-people
 du carreau qui exerce le support et avec une seule poutre
 - ce, la valeur moyenne de rotation de la dernière
 (le valeur) était de 2500 à 3500 tr/m, nous

supposons d'autre part qu'un tour du moteur correspond
 à un cycle du mouvement vibratoire du support.
 Ainsi la fréquence d'excitation est en prenant
 $n_m = 2100 \text{ tr/m comme valeur de rotation du moteur}$

$$D = \frac{60}{n_m} = \frac{60}{2100} = 35 \frac{1}{5} = 35 \text{ Hz}$$

IV. Flèche moyenne dynamique.

On la flèche moyenne dynamique nous adopterons
 $f = 0,5 \text{ à } 1 \text{ mm}$ car en réalité et d'après des
 observations faites sur le mouvement du support nous avons

estimé sa flèche de (1 à 2)mm;

Preons comme moyenne : $f_{ind} = 0,85 \text{ mm}$.

Avec tous les paramètres ainsi défini nous pouvons estimer la valeur pour le coefficient d'amortissement interne ; en vertu de l'expression (6) on a :

$$C' = \frac{C \cdot V}{16 f_{ind}^2 \cdot v} = \frac{0,1 \times 1722,6}{16 (0,85)^2 \cdot 10^2 \cdot 35} = 42,5 \frac{\text{daN} \cdot \text{s}}{\text{cm}}$$

$$C' = 42500 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

V5. Tableau récapitulatif des différents paramètres déterminés.

degré de liberté \ facteurs	facteurs d'inertie	facteurs de rigidité	facteurs d'amortissement
Translation suivant \vec{G}_y	$m = 64 \text{ Kg}$	$k_{zy} = 1,38 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}}$	$C' = 42500 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$
Translation suivant \vec{G}_z	$m = 64 \text{ Kg}$	$k_{yz} = 1,44 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	$C' = 42500 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$
Rotation autour de \vec{G}_x	$J_x = 2,28 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$	$k_{rx} = 8 \cdot 10^6 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}}$	$C'' = 42500 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rd}}$
Rotation autour de \vec{G}_y	$J_y = 2,55 \cdot \text{Kg} \cdot \text{m}^2$	$k_{ry} = 2,18 \cdot 10^8 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}}$	$C'' = 42500 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rd}}$
Rotation autour de \vec{G}_z	$J_z = 3,87 \cdot \text{Kg} \cdot \text{m}^2$	$k_{rz} = 2,6 \cdot 10^{12} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}}$	$C'' = 42500 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rd}}$

CHAPITRE 6
RESOLUTION
MATHEMATIQUE.

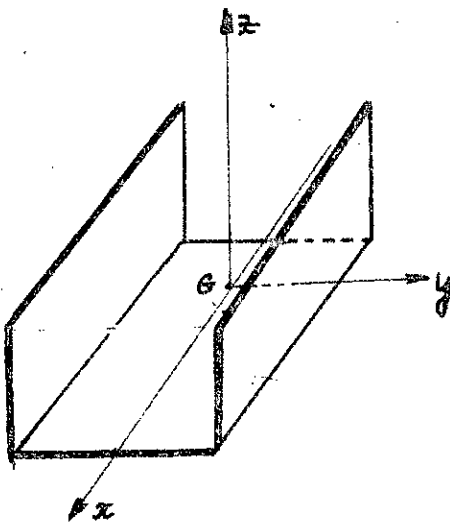
VI.1 Etablissement des équations du mouvement.

Après avoir calculé les facteurs de rigidités, d'inerties et d'amortissement nécessaires à résoudre numériquement le système d'équation du mouvement du support suivant les cinq degrés de liberté adoptés.

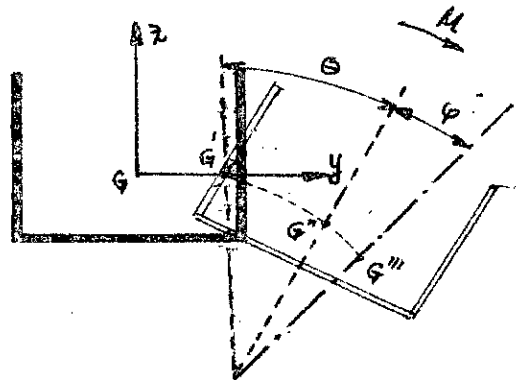
En réalité le mouvement du support et des batteries est bien compliqué; car pour être en conformité avec la réalité, il faudrait tenir compte du couplage existant entre les différents degrés de liberté.

Preons par exemple le mouvement du support dans le plan (z, y) (figure 6.1) et (figure 6.2).

Considérons la section qui contient le centre de gravité; pour le mouvement de translation suivant $G\bar{y}$.



-fig. 6.1.



-fig- 6.2.

G devient en G' suivant le déplacement GG' . La rotation autour de \vec{Gx} le fait déplacer en G'' suivant l'arc $\widehat{GG''}$ d'angle θ . L'action du mouvement M , fait déplacer le centre de gravité de G'' à G''' suivant l'arc $\widehat{G''G'''}$ d'angle ψ .

Le même phénomène se produit pour les autres plans.

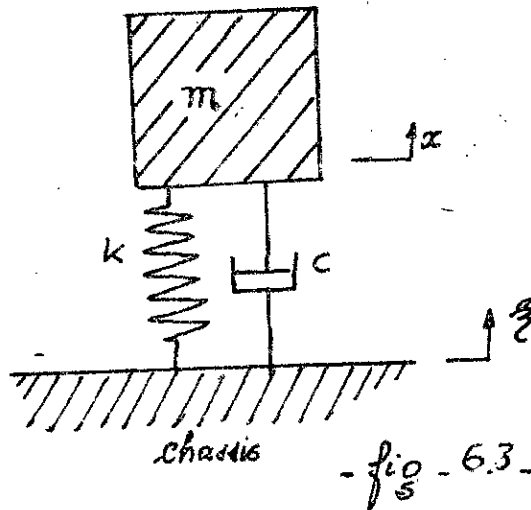
Alors si on prend en considération tous ces couplages, le système d'équations devient très compliqué, (il peut même être non linéaire). C'est pourquoi nous admettrons que les mouvements suivant les degrés de liberté du support sont mutuellement indépendants.

A la suite de cette simplification, nous aurons à résoudre cinq équations indépendantes. Pour déterminer le mouvement résultant, il faudrait faire une superposition de ces mouvements.

VI.2. Modèle mathématique du support.

L'établissement du modèle mathématique nécessite d'une part la connaissance de tous les paramètres caractéristiques du support (inertie, rigidité, amortissement...) et d'autre part les modes des vibrations excitatrices.

Les excitations du support sont dues au mouvement du châssis auquel il est attaché; la schématisation de la figure (6.3) représente la situation étudiée.



La masse m qui représente les batteries d'accumulateurs, étant attachée au châssis par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k (représentant l'élasticité du support) et d'un amortisseur de coefficient d'amortissement c (représentant l'amortissement interne du matériau du support) les valeurs de ces paramètres ont été regroupés dans le

-tableau de la page 45 -

Le mouvement vibratoire de la masse noté par x .
Le modèle mathématique associé à cette excitation ciné-
-matique est décrit par l'équation (voir §.II.4)

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = m\ddot{\xi}$$

Les excitations extérieures du châssis étant supposées
-comme harmoniques, de ce fait son mouvement vibra-
-toire l'est aussi, son déplacement est caractérisé par ξ

$$\xi = a \cos \nu t ;$$

où ν : fréquence de vibration du châssis, par consé-
-quent on a ;

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = m a \cos \nu t$$

on peut mettre cette expression sous la forme suivante :

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega^2 x = a\nu^2 \cos \nu t, (7)$$

$$\text{où : } \frac{C}{m} = 2h \text{ [s}^{-1}\text{]} ; \quad \omega^2 = \frac{K}{m} \text{ [s}^{-2}\text{]}$$

ω^2 : fréquence propre angulaire des vibrations libres de
-periode : $T = \frac{2\pi}{\omega}$;

Le modèle est établi pour une translation, mais pour
une rotation, on aura le même modèle avec un autre
facteur d'inertie, le modèle est de la forme

$$\ddot{\theta} + 2h\dot{\theta} + \omega^2 \theta = a\nu^2 \cos \nu t$$

avec dans ce cas ;

$$\frac{C}{I} = 2h \quad , \quad \omega^2 = \frac{K}{I}$$

L'équation différentielle (7) du second ordre avec second membre admet comme solution;

$$x = D e^{-ht} \cos(\lambda t + \alpha) + \frac{a \frac{\nu^2}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\nu^2}{\omega^2}\right)^2 + 4 \frac{h^2}{\omega^2} \frac{\nu^2}{\omega^2}}} \cos(\nu t - \varphi);$$

avec: $\lambda = \sqrt{\omega^2 - h^2}$;

$$\varphi = \arctan \frac{2h\nu}{\omega^2 - \nu^2};$$

λ : fréquence propre angulaire des vibrations amorties
 $D e^{-ht} \cos(\lambda t + \alpha)$: expression représentant les vibrations libres
 on voit bien que ce terme disparaît pour t grand
 c'est à dire que les vibrations disparaissent après un certain temps.

Il reste finalement le terme:

$$\frac{a \frac{\nu^2}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\nu^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4h^2}{\omega^2} \frac{\nu^2}{\omega^2}}} \cos(\nu t - \varphi);$$

Ce terme donne l'expression des vibrations dues au choc, leur amplitude est:

$$x_0 = a \frac{\nu^2 / \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{\nu^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4h^2}{\omega^2} \frac{\nu^2}{\omega^2}}} \quad (8)$$

VI.3. Détermination des fréquences propres du support.

VI.3.1. Mouvements de translation.

$$\omega^2 = \frac{K_f}{m},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 2\pi f,$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}};$$

Pour les translations suivant \vec{e}_y et \vec{e}_z .

$$f_4 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{10}}{64}} = 2338 \text{ s}^{-1};$$

$$\underline{f_4 = 2338 \text{ s}^{-1};}$$

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1,44 \cdot 10^9}{64}} = 755 \text{ s}^{-1};$$

$$\underline{f_3 = 755 \text{ s}^{-1};}$$

VI.3.2. Mouvement de rotation.

$$\omega^{*2} = \frac{K_2}{I};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K_2}{I}} = 2\pi f^*;$$

$$f^* = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{I}};$$

Pour les rotations autour des axes \vec{e}_x , \vec{e}_y et \vec{e}_z .

$$f_{\theta}^* = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8 \cdot 10^6}{2,20}} = 298 \text{ s}^{-1};$$

$$\underline{f_{\theta}^* = 276 \text{ s}^{-1};}$$

$$f_{\varphi}^* = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2,18 \cdot 10^8}{2,65}} = 1444 \text{ s}^{-1};$$

$$\underline{f_{\varphi}^* = 1557 \text{ s}^{-1};}$$

$$f_{\psi}^* = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2,6 \cdot 10^{10}}{3,87}} = 13052 \text{ s}^{-1};$$

$$\underline{f_{\psi}^* = 13051,8 \text{ s}^{-1};}$$

Remarque :

Les valeurs des fréquences correspondants aux maximums locaux déterminés sur les enregistrements (pour deux vitesses différentes du moteur). Pour première approximation on peut dire que les fréquences qui se répètent pour les deux vitesses peuvent représenter les fréquences propres du support. D'autre part d'après les calculs théoriques des fréquences propres qu'on vient d'établir il y a quatre parmi cinq (qui correspondent au cinq degrés de liberté) qui concordent avec celles déterminées par expérience. La valeur qui ne correspondait pas en l'occurrence f_{ψ}^* peut bien correspondre à une fréquence propre, mais on ne peut le confirmer car c'est une valeur qui se trouve à l'extérieur de l'intervalle pour lequel on a fait nos enregistrements, c'est à dire $20 \frac{1}{2}$ à 2 KHz .

VI.5. Coefficient d'amplification, μ .

VI.5.1. Mouvement de translation.

D'après l'équation (8), on peut définir le coefficient d'amplification, il mesure le rapport d'amplitude des vibrations de l'élément excitant (chassis) à l'élément excité (support), $\mu = \frac{x_0}{a}$

Pour le calcul de ce coefficient, nous nous placerons dans le cas critique, qui est le cas de résonance où $\gamma = \omega$. Pour ce cas les vibrations seront les plus grandes et par conséquent, les contraintes seront aussi les plus grandes.

$$\text{soit donc } \mu = \frac{1}{\frac{2h}{\omega}} = \frac{\omega}{2h}$$

$$2h = \frac{c}{m} ; \quad \omega = \sqrt{\frac{m}{k}} ;$$

$$\mu = \frac{\sqrt{mk}}{c} ;$$

VI.5.2. Mouvement de rotation.

L'analyse qui vient être établie est vraie pour un mouvement de translation, mais pour l'autre type de mouvement, c'est à dire le mouvement de rotation, on aura le même procédé d'analyse, au lieu de masse on fait intervenir le moment d'inertie.

L'équation du mouvement de rotation est :

$$I_i \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + K \theta = I_i \ddot{\alpha} \quad (9)$$

De même que pour le mouvement de translation, on considère que les vibrations de rotation, sont harmoniques

$\alpha = \alpha^* \cos v^* t$; par conséquent l'équation (9) devient;

$$I_i \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + K \theta = I_i \alpha^* (v^*)^2 \cos v^* t$$

avec $\frac{C}{I} = 2h^* [s^{-1}]$ et $\omega^{*2} = \frac{K}{I} [s^{-2}]$

Selon le même procédé de résolution que pour le mouvement de translation on trouve le coefficient pour les mouvements vibratoires de rotation.

$$\mu^* = \frac{\omega}{2h}$$

soit ; $\mu^* = \frac{\sqrt{IK}}{C}$

suivant chaque degré de liberté ou α ;

$$\mu_1 = \frac{\sqrt{64 \cdot 1,38 \cdot 10^{10}}}{42500} = 22,11$$

$\mu_1 = 22,11 ;$

$$\mu_2 = \frac{\sqrt{64 \cdot 1,44 \cdot 10^9}}{42500} = 7,14$$

$\mu_2 = 7,14 ;$

$$\mu_3^* = \frac{\sqrt{J_x \cdot K_{rx}}}{C} = \frac{\sqrt{2,28 \times 8 \cdot 10^6}}{42500} = 0,10$$

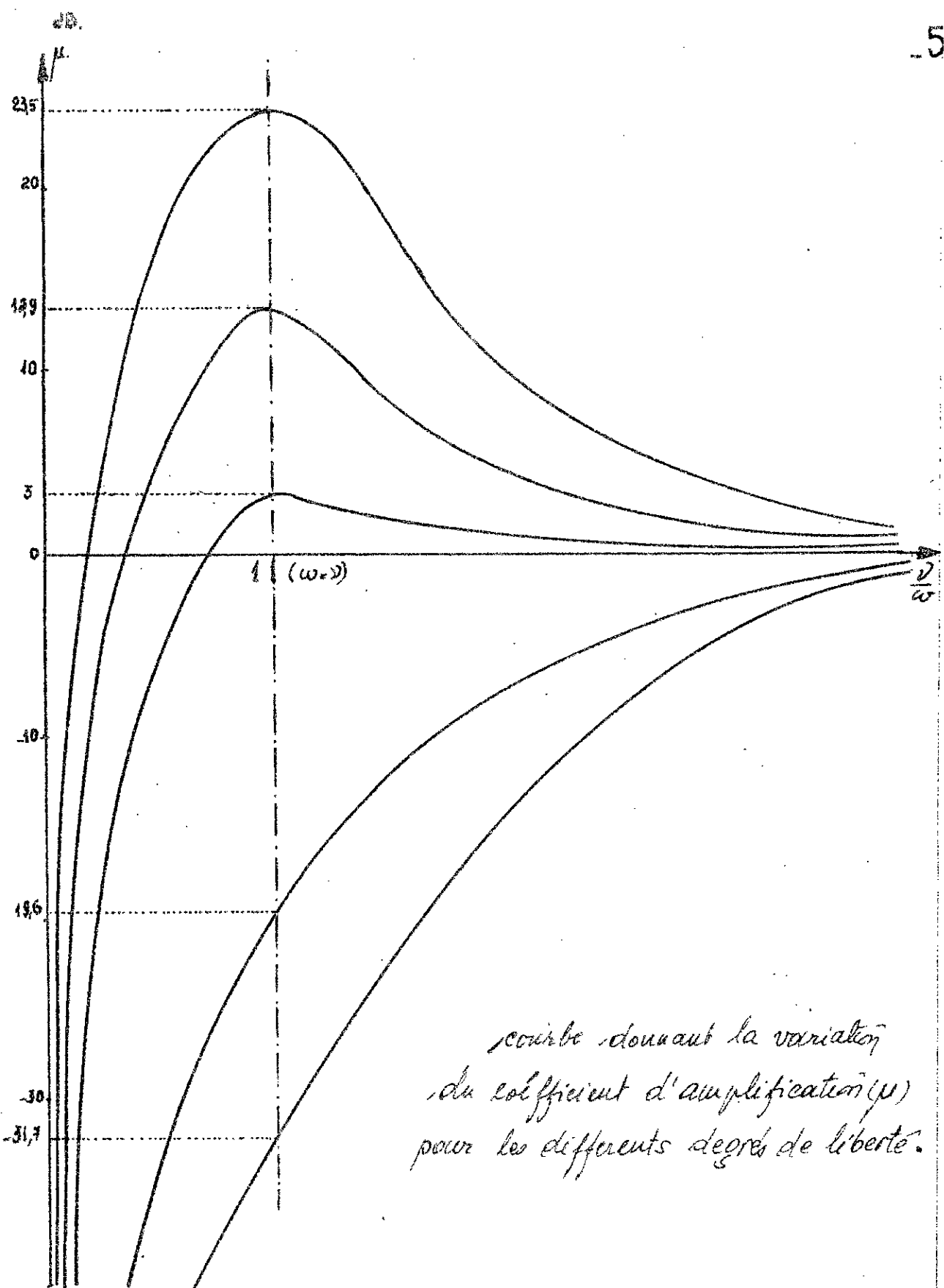
$\mu_3 = 0,10 ;$

$$\mu_4^* = \frac{\sqrt{J_y \cdot K_{ry}}}{C} = \frac{\sqrt{2,65 \times 2,18 \cdot 10^8}}{42500} = 0,56$$

$\mu_4 = 0,56 ;$

$$\mu_5^* = \frac{\sqrt{J_z \cdot K_{rz}}}{C} = \frac{\sqrt{3,87 \times 2,61 \cdot 10^{12}}}{42500} = 74,6$$

$\mu_5 = 74,6 ;$



courbe donnant la variation
du coefficient d'amplification (μ)
pour les différents degrés de liberté.

CHAPITRE 7
ANALYSE
EXPERIMENTALE.

ANALYSE EXPERIMENTALE.

VII.1. But de la mesure.

Ces mesures ont pour but principal de dire si le modèle mathématique établi est conforme avec la réalité, et ceci grâce au spectre d'énergie enregistré pour l'étendue de fréquences choisie.

De ces enregistrements on déterminera les plus grandes amplitudes (maximums locaux) auxquels pourraient correspondre les fréquences propres du support.

VII.2. Conditions de mesure.

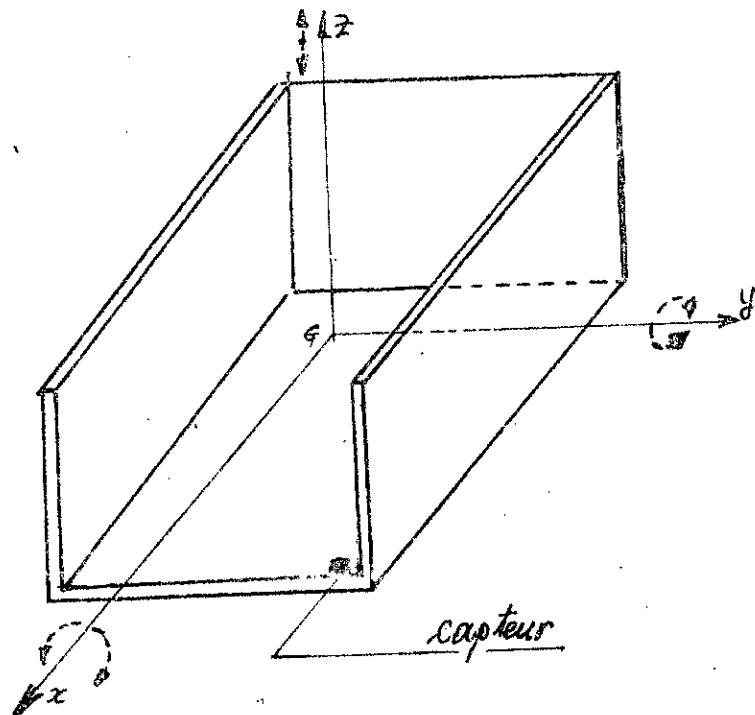
Les vibrations propres du support sont indépendantes des vibrations de l'élément excitant (chassis). Ainsi, pour les déterminer on a fait deux essais correspondants à deux vitesses qui ont été choisies de façon que l'une ne soit multiple de l'autre.

On souhaitait faire les essais pour plusieurs régimes du moteur mais les conditions technologiques de ce dernier ne le permettent pas.

VII.3. Disposition du capteur.

Le capteur a été fixé à l'aide d'une mince couche de cire ; il a été positionné (voir figure - 7.1) de façon à permettre la mesure des vibrations suivant le plus grand nombre de degré de liberté possible, tout

en évitant d'être sur un axe de symétrie. Avec cette position ^{5°}
 on pourrait capter les vibrations suivant trois degrés de
 liberté parmi cinq.

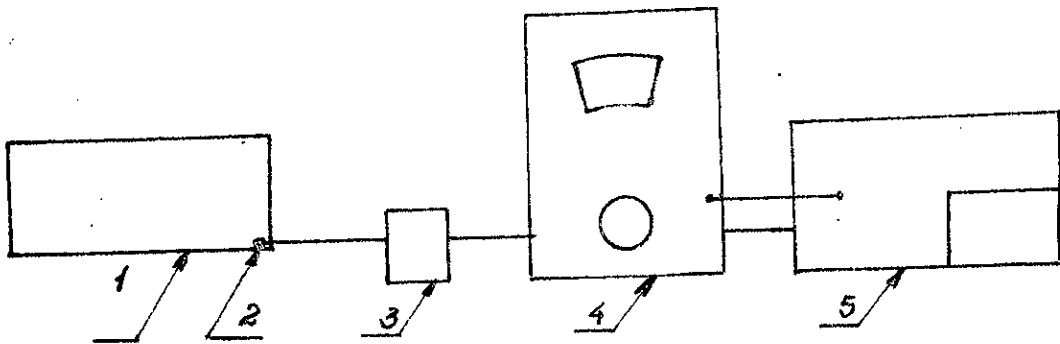


- fig. 7.1 -

VII.4. Grandeurs à mesurer.

Trois paramètres principaux peuvent décrire une vibration
 ce sont : l'amplitude, la période et l'accélération. L'accélération
 est proportionnelle à la force appliquée sur l'objet.
 Dans notre cas, c'est ce qu'on se propose d'enregistrer
 car on étudie des phénomènes de fissuration liés aux
 charges dynamiques. Les enregistrements seront faits
 pour une étendue de fréquences allant de 20 Hz à 20 kHz .

VII.5. Chaîne de montage.



- 1: support
- 2: capteur
- 3: préamplificateur
- 4: analyseur de fréquence
- 5: enregistreur de niveau.

L'appareillage utilisé est du type Brüel et Kjaer [4]
 Plus de détail à ce propos ont été souligné dans
 cette référence.

CONCLUSION.

Dans le souci principal de améliorer la construction du support et dans l'objectif de résoudre un certain nombre de problèmes soulevés au cours de cette étude, nous nous sommes arrivés à des résultats concluants, elles sont classées en deux groupes à savoir :

1/ Conclusions générales, obtenues à la suite des études dynamiques du support.

a) Le problème n'est aussi facile comme on le prétendait auparavant

b) Pour arriver à des résultats d'utilité pratique, il est nécessaire d'accomplir et avec précision satisfaisante les deux tâches suivantes :

* Déterminer l'amortissement interne du matériau.

* Déterminer les vibrations du châssis qui excitent le support

(Représentées par ξ dans les formules).

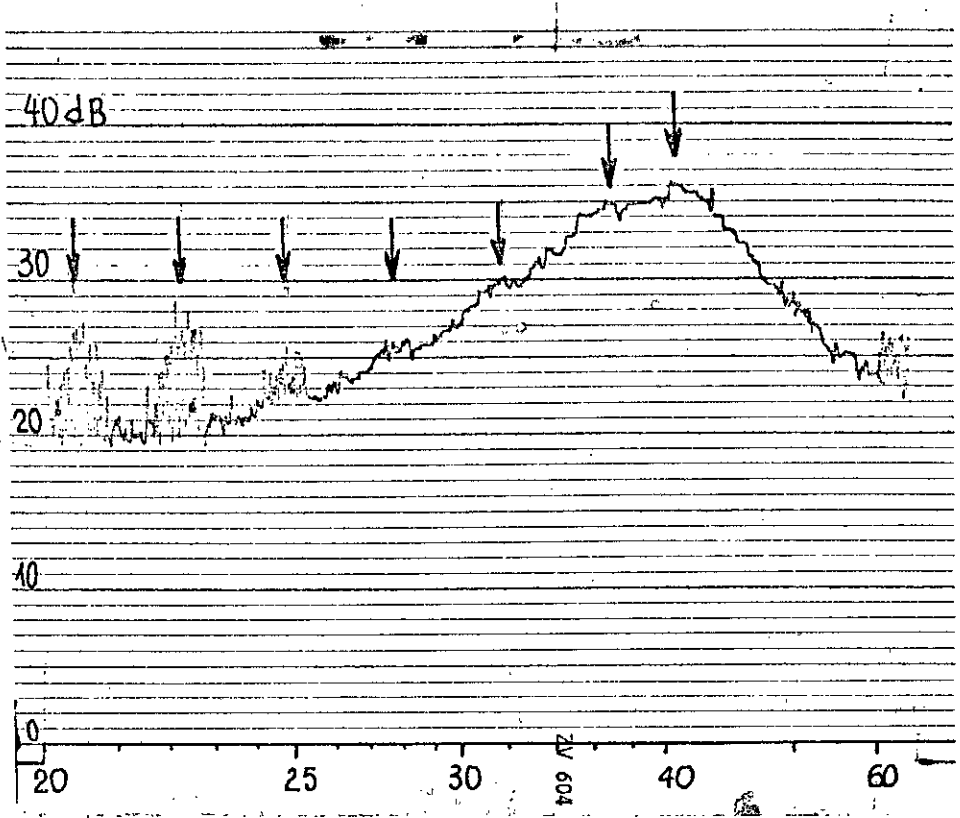
2/ Le second type de conclusions, obtenues à la suite des études cinématiques du support à savoir :

* Les calculs et les essais montrent que les fréquences propres du support se situent dans la plus part des cas dans des intervalles inclus par le spectre des vibrations importantes du camion (du châssis en particulier) d'où forte probabilité que des conditions de résonance puissent avoir lieu.

* Les cas de résonance du support entraînent un accroissement important des amplitudes de la masse de la batterie

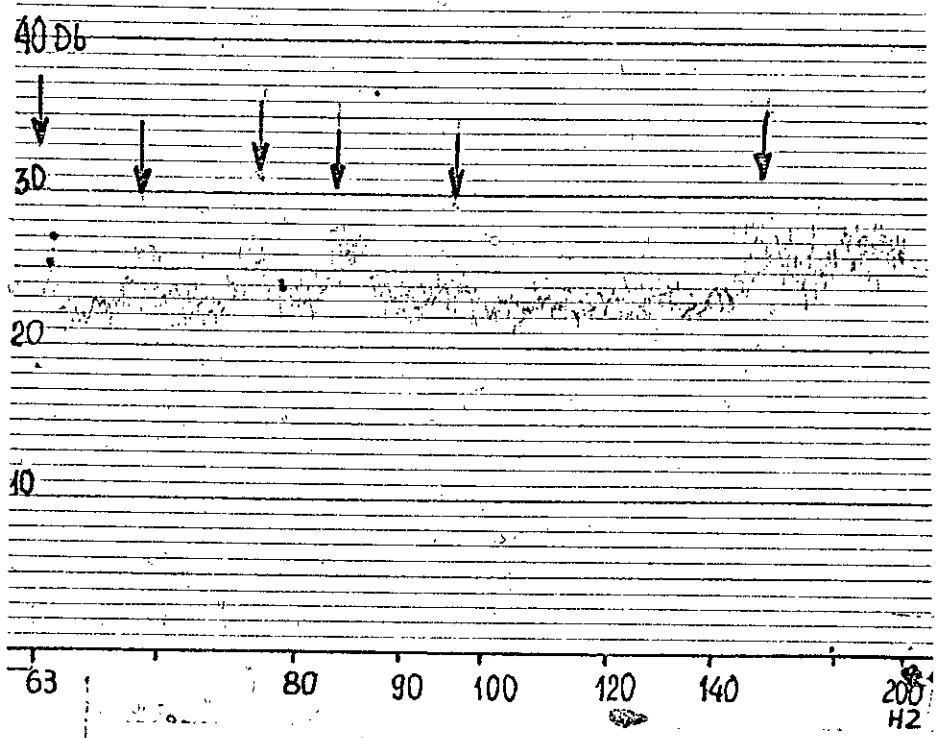
c'est pourquoi, on remarque que le coefficient d'amplification " μ " prend des valeurs maximums assez importantes, allant jusqu'à quelques dizaines, ce qui entraînent alors un accroissement important des contraintes, qui conduira finalement à une fatigue très accélérée du matériau et une longévité très réduite du support.

En conclusion finale, il est à souligné que l'objectif visé a été atteint c'est à dire que notre étude a bien confirmé que les fissurations du support résultent des forces dynamiques. D'autre part le modèle établi peut bien servir, comme première approximation, il ne pourra être d'une utilité pratique qu'après avoir déterminé les valeurs exactes de l'amortissement et des excitations du châssis.

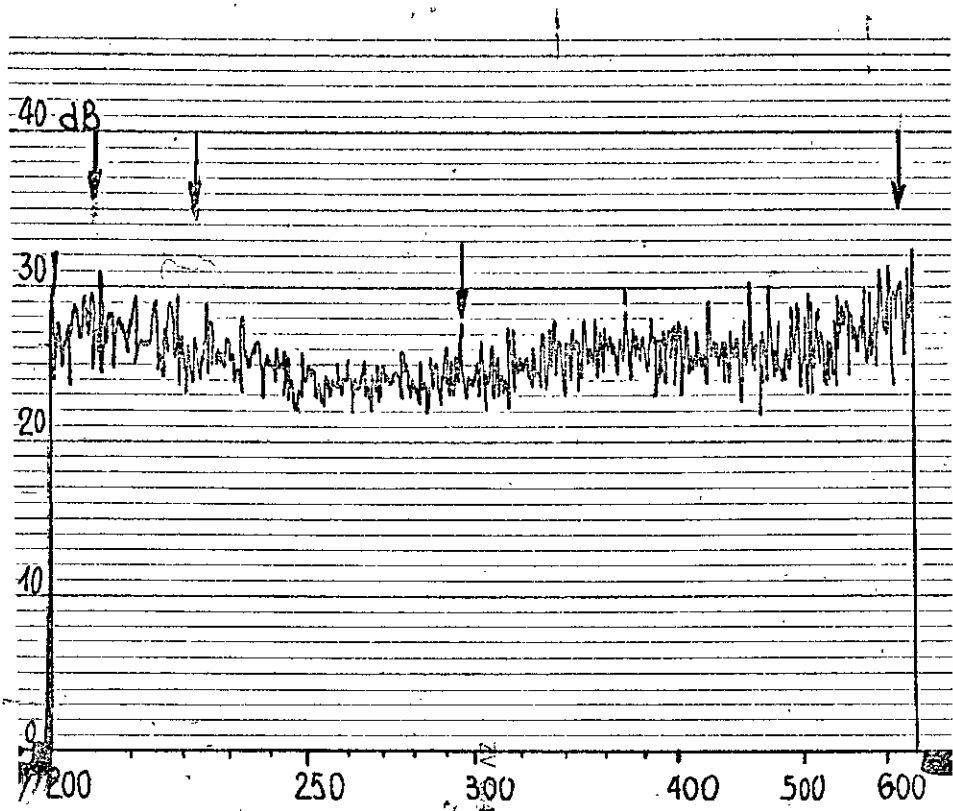


1^{er} essai ($v = 600 \text{ tr/min}$)
(fig. 1.a)

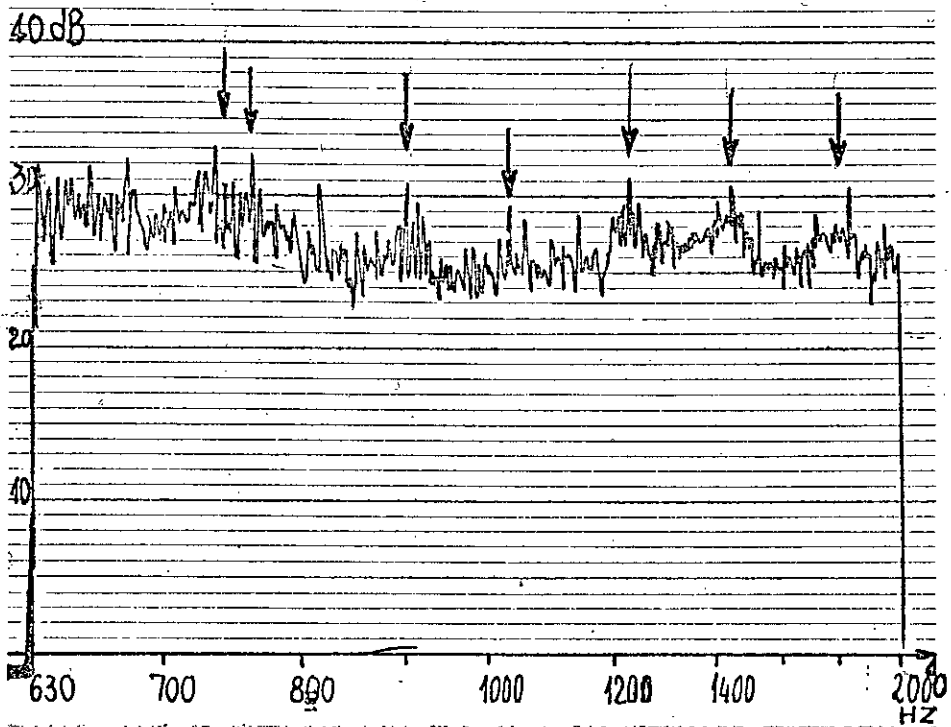
Enregistrement des Amplitudes
de vibrations de 20 à 63 Hz



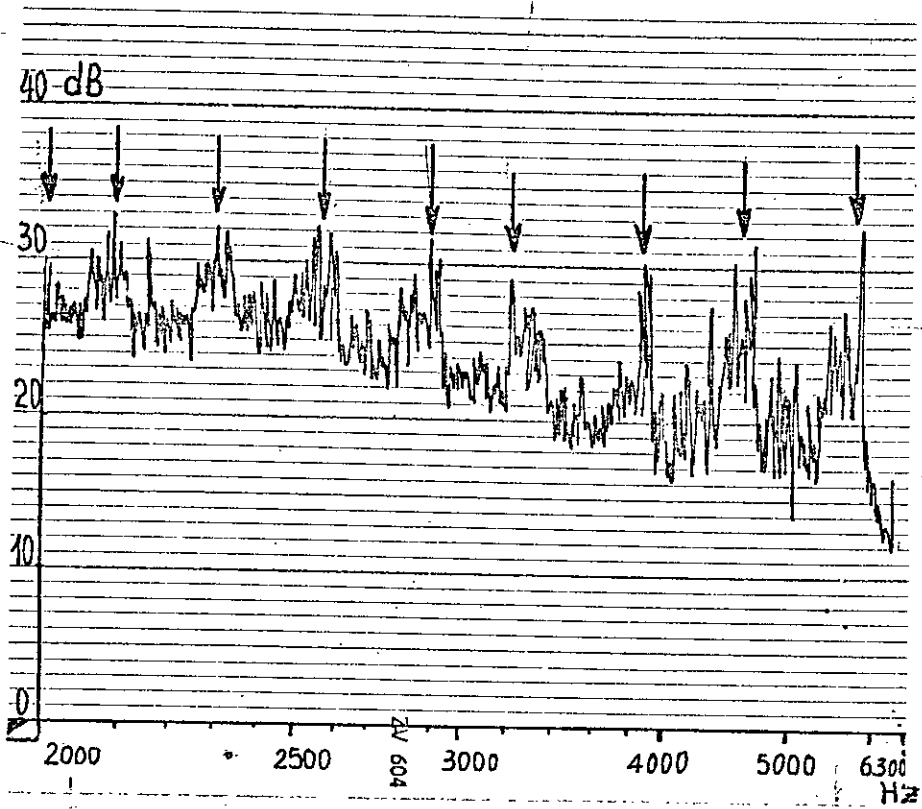
(fig. 1.b)
vibrations de 63 à 200 Hz.



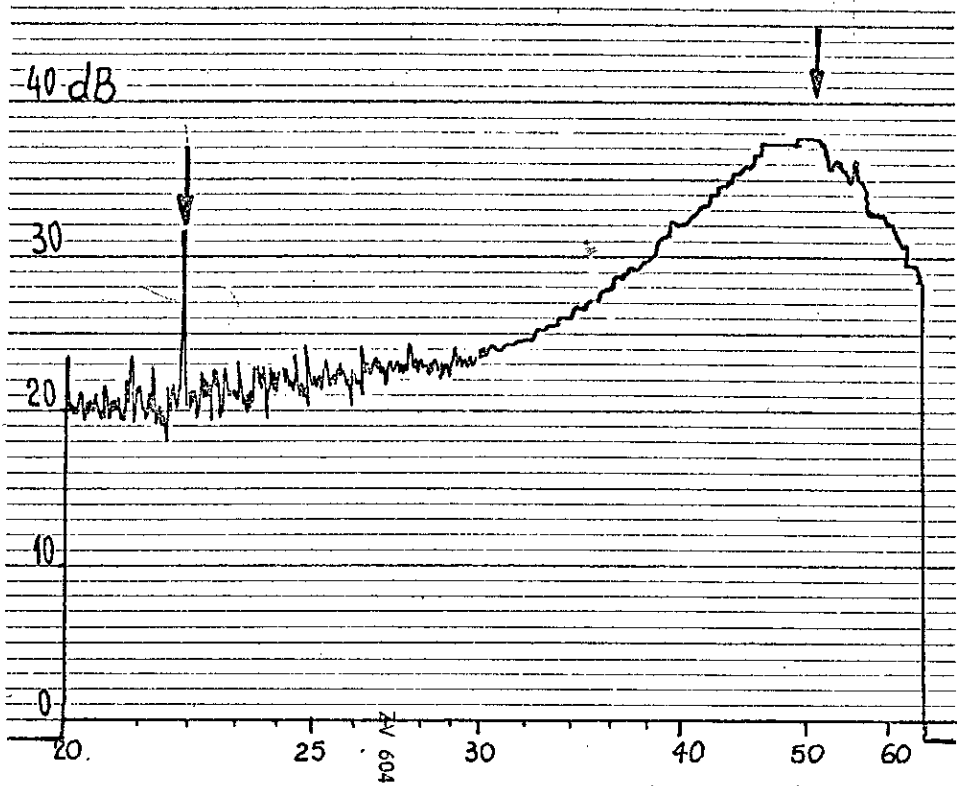
(fig. 1.c) vibrations de 200 à 600 Hz.



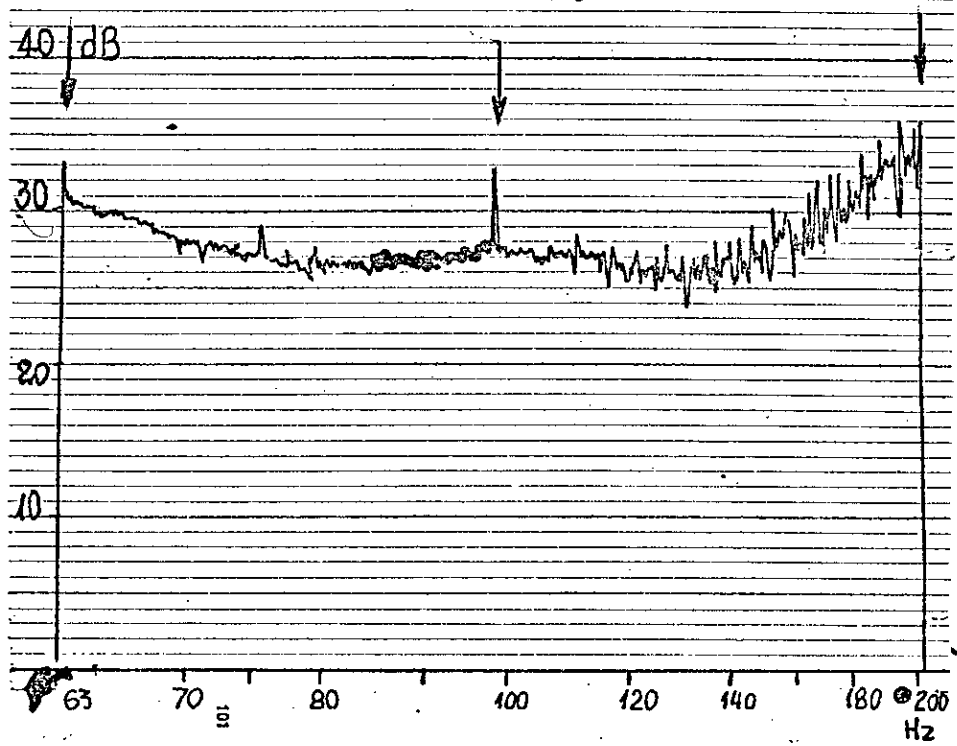
(fig. 1.d) vibrations de 630 à 2000 Hz.



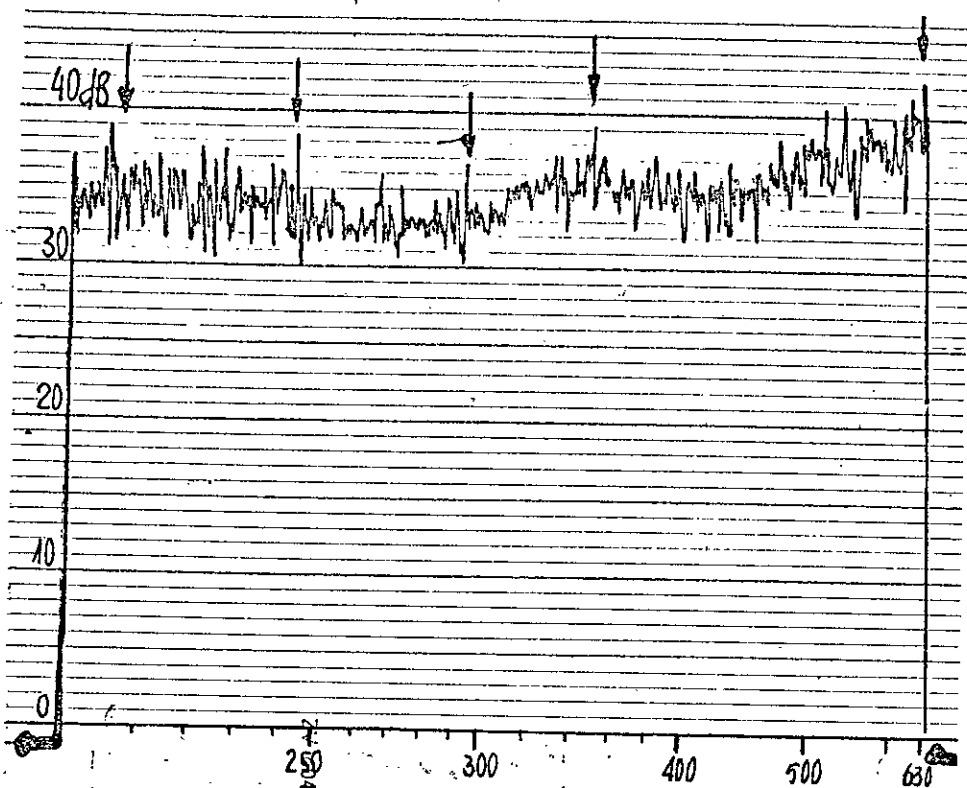
(fig. 1.e) vibrations de 2000 à 6300 Hz



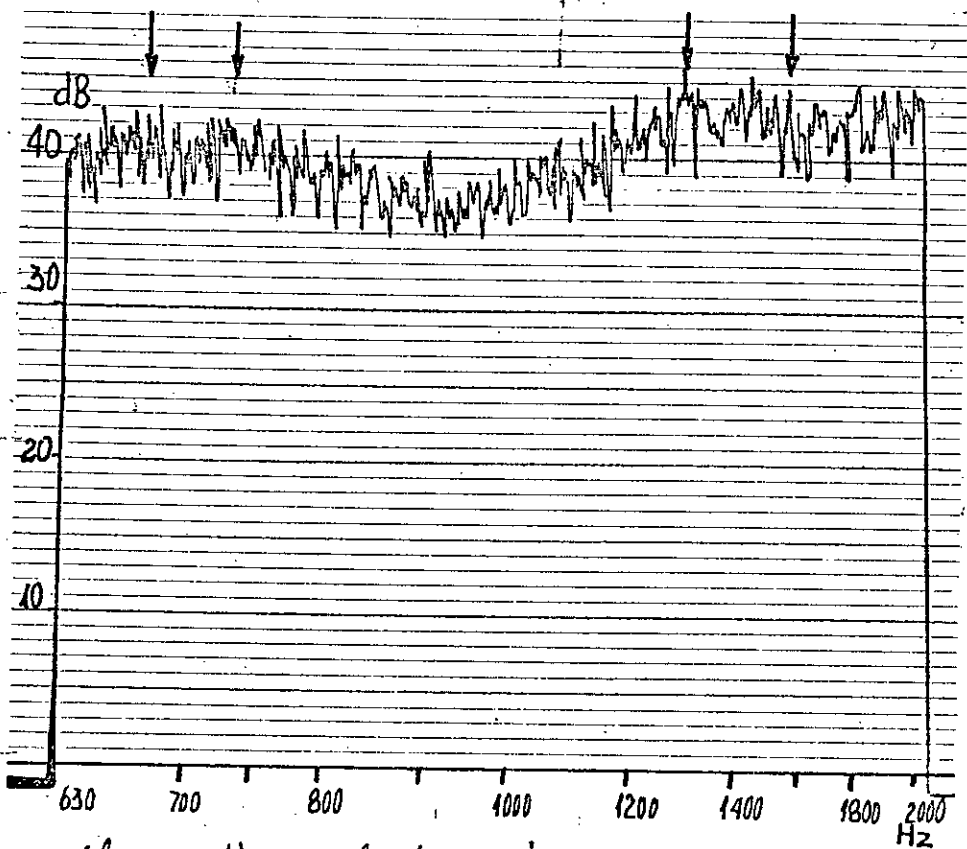
essai ($v = 800 \text{tr/mn}$) - 20 à 63 Hz - Enregistrement des Amplitudes de vibrations de (fig. 2.a)



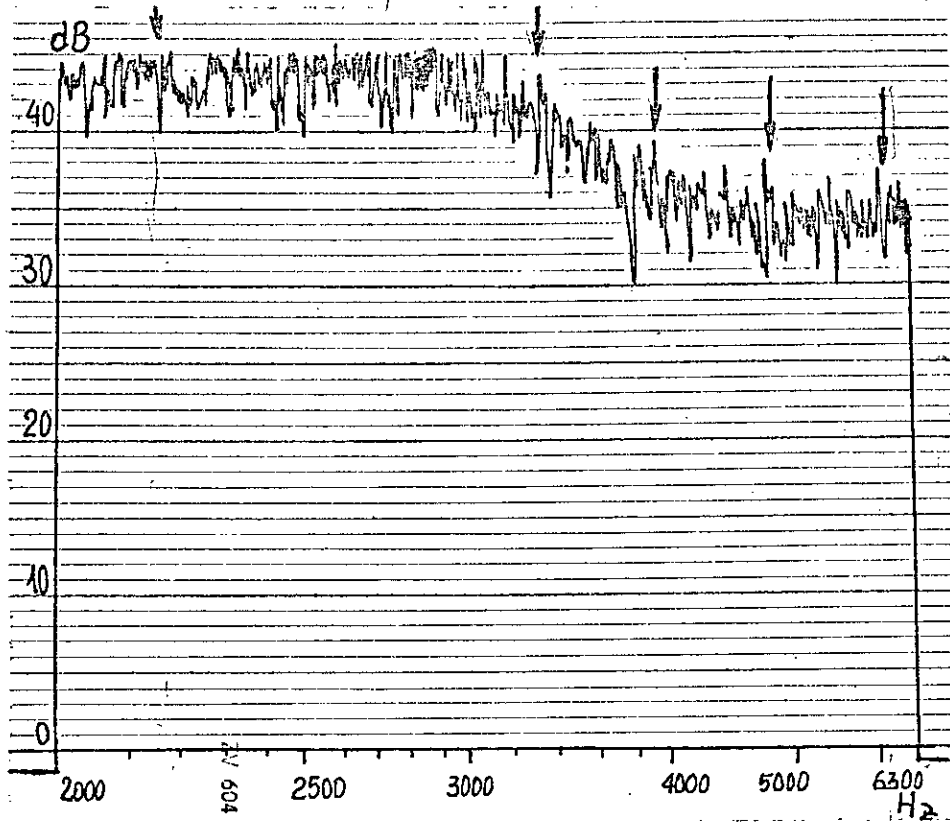
(fig. 2.b) vibrations de 63 à 200 Hz.



(fig. 2.c)
vibrations de 200 à 630 Hz



(fig. 2.d); vibrations de 630 à 2000 Hz



(fig. 2.e) vibrations de 2 à 6,3 kHz.

Bibliographie.

- [1] Cours de M^r KUROWSKI : vibrations acoustiques des machines et mecanismes.
- [2] J. P Den Hartog : vibrations mecaniques
Ed. Eyrolles. 1959.
- [3] G. Buzdugan : La mesure des vibrations mecaniques
ed. Eyrolles. Paris 1964
- [4] M. TAZI. Thèse de fin d'étude : Etude des propriétés Dynamiques d'une fraiseuse universelle (janvier 82)
- [5] Stefan Ziemia - Analiza Drgan
Ed. PWN, Warszawa 1957.
- [6] - N. Piskounov : Calcul différentiel et intégral
édition Mir 1979.
- [7] - I. Miroloubov, S. Engalytchev. Résistance des matériaux
Manuel de résolution des problèmes - édition Mir 1977.
- [8] - S. Strelkov : Mécanique édition de Moscou 1978.
- [9] - G. Chevasson et A. Pezet : Formulaire du dessinateur
et du technicien Ed. Des forges 1977.
- [10] - B. Yavorski & D. DetlaF Aide mémoire de physique
Ed. Mir 1975.
- [11] - Encyclopedies des sciences industrielles (Quillet)
- [12] - Techniques de l'ingénieur (Tomes mécanique et chaleur)

