

30/87

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

« »

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

« »

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

S U J E T

ÉTUDE THÉORIQUE DE L'ÉVOLUTION DE LA FORME  
DE LA FONCTION D'AUTOCORRÉLATION  
POUR DIFFÉRENTS PROFILS OBTENUS PAR  
SIMULATION SUR ORDINATEUR

Proposé par :

M. BALAZINSKI

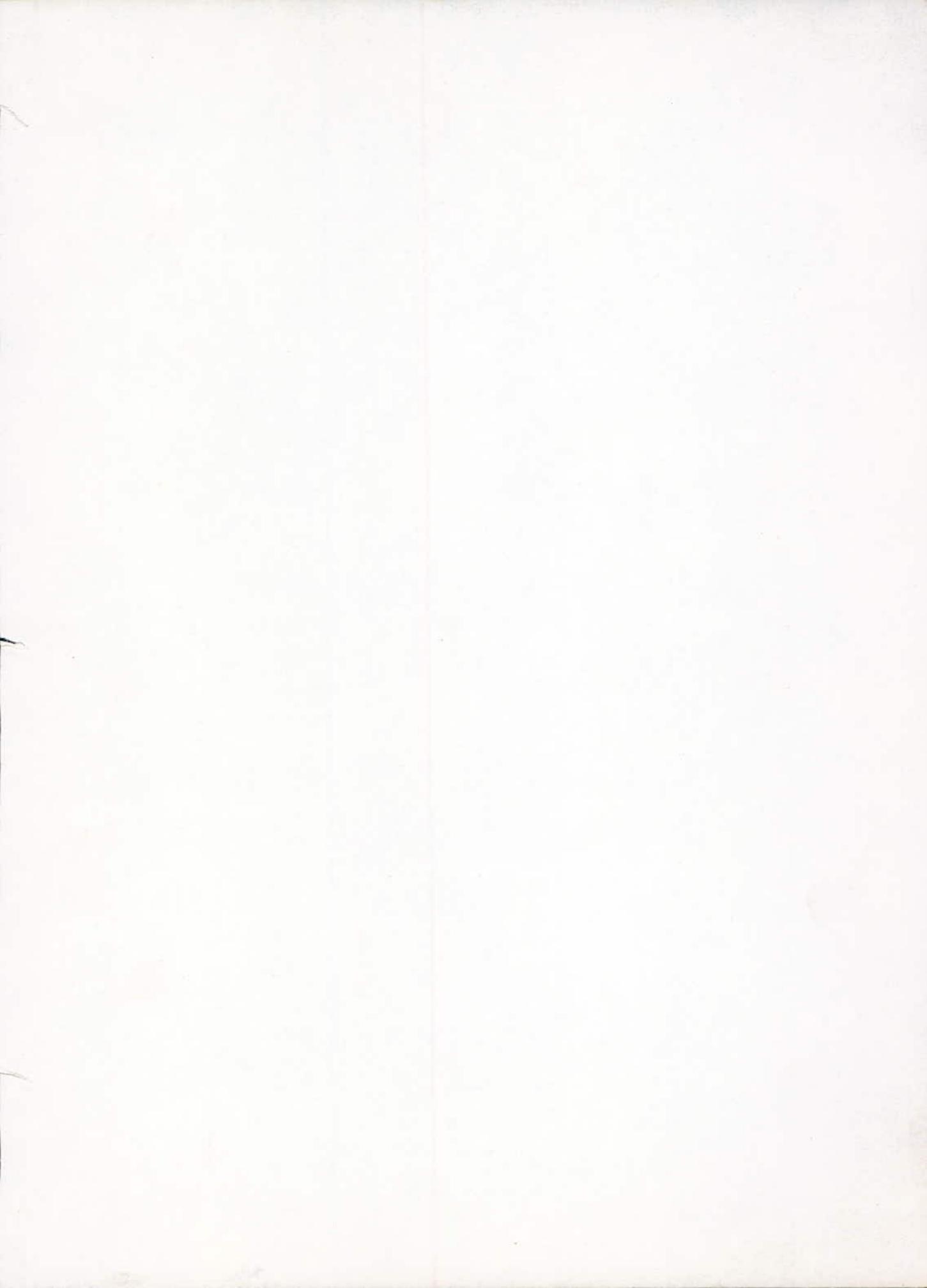
Étudié par :

Z. ABOURA

Dirigé par :

M. BALAZINSKI

PROMOTION : JUIN 1987



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

S U J E T

ETUDE THÉORIQUE DE L'ÉVOLUTION DE LA FORME  
DE LA FONCTION D'AUTOCORRÉLATION  
POUR DIFFÉRENTS PROFILS OBTENUS PAR  
SIMULATION SUR ORDINATEUR

Proposé par :

M. BALAZINSKI

Etudié par :

Z. ABOURA

Dirigé par :

M. BALAZINSKI

PROMOTION : JUIN 1987

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR.

وزارة التعليم العالي

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات .

Département : GENIE MECANIQUE.

Promoteur : MAREK BALAZINSKI.

Elève ingénieur : ZOHEIR ABOURA.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — الميكانيكية  
Ecole Nationale Polytechnique  
مراك بلانزكي

الطالب المهندس : زهير عبورة .

الموضوع :

دراسة نظرية لشكل دالة التشابه الذاتي بواسطة مظاهر حاسوب .

الملخص :

ان الهدف من مشروعنا لنهاية الدراسات هو الدراسة والتأويل لتطور الشكل

دالة التشابه الذاتي حصلنا عليها من حالات سطحية استظهرت على الحاسوب .

Sujet :

Etude théorique de la forme de la fonction d'autocorrélation par simulation sur ordinateur.

Résumé :

Ce projet de fin d'études a pour but l'étude et l'interprétation de l'évolution de la forme de la fonction d'autocorrélation obtenue à partir d'états de surfaces différents simulés sur ordinateur.

Subject :

Theoretical study of the autocorrelation function by simulation on computer.

Summary :

Our project consists in the study and interpretation of the form of the autocorrelation function obtained from the different surface states simulated on computer.

\* // )) E D I C A C E S \*

A ma très chère mère qui a tant souhaité me voir arriver à cette étape.

A mon chère père.

A mes chers frères.

A toutes ma famille et tous mes amis.

Zoheir ABOURA

\* R E M E R C I E M E N T S \*

Je tiens à remercier Monsieur MAREK BALAZINSKI / Docteur en sciences technique et Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique pour l'aide précieuse qu'il m'a prodigué tout au long de mon travail et l'assure de ma profonde reconnaissance.

Je remercie également tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Que toutes les personnes ayant contribué à l'élaboration de cet ouvrage, en particulier mon frère aîné A. Khalid, trouvent ici l'expression de mes remerciements les plus sincères.

Je n'oublierai pas mon père qui a réglé pour moi certain problème.

Zoheir ABOURA.

|  |        |
|--|--------|
| CHAPITRE I : INTRODUCTION.....   | - 1 -  |
| I-1 / But.....   | - 1 -  |
| CHAPITRE II : GENERALITES.....   | - 2 -  |
| II-1 / Etats géométriques des surfaces usinées.....  | - 2 -  |
| II-1-1 / Irrégularité macroscopique.....   | - 2 -  |
| II-1-2 / Ondulations.....  | - 2 -  |
| II-1-3 / Irrégularités microgéométriques ou rugosité.....                                      | - 2 -  |
| II-2 / Paramètres de rugosités.....  | - 3 -  |
| II-3 / Classification des états de surfaces.....   | - 5 -  |
| CHAPITRE III : MECANISME DE FORMATION D'UN PROFIL MICROGEOMETRIQUE.....                        | - 7 -  |
| III-1 / Influence des différents paramètres sur la formation d'un profil microgéométrique..... | - 7 -  |
| III-2 / Détermination théorique de la hauteur d'aspérité $R_c$ .....                           | - 7 -  |
| III-2-1 / Profil engendré avec un outil-couteau sans rayon pratiqué à l'extrémité du bec.....  | - 8 -  |
| III-2-2 / Profil engendré par deux arrêtes tranchantes.....                                    | - 9 -  |
| III-2-3 / Profil engendré avec un bec d'outil dissymétrique.....                               | - 10 - |
| CHAPITRE IV : REPRESENTATION MATHEMATIQUE DES ETATS DE SURFACES.....                           | - 11 - |
| IV-1 / Rappel mathématique les notions de bases sur les fonctions aléatoires.....              | - 11 - |
| IV-1-1 / Processus aléatoire.....  | - 11 - |
| IV-1-2 / Moyennes d'ensembles.....   | - 12 - |
| IV-1-3 / Moyennes temporelles.....   | - 13 - |
| IV-2 / Stationnarité.....  | - 13 - |
| IV-3 / Ergodicité.....   | - 14 - |
| IV-4 / Discrétisation d'un processus continue.....   | - 15 - |

|   |             |
|---|-------------|
| IV-4-1 / Echantillonnage.....   | 15 -        |
| IV-4-2 / Quantifications.....   | 16 -        |
| IV-5 / Caractéristique des fonctions aléatoires.....  | 17 -        |
| IV-5-1 / Détermination des caractéristiques<br>numériques.....  | 18 -        |
| IV-5-2 / Détermination des caractéristiques<br>de bases.....  | 19 -        |
| <b>CHAPITRE V : FONCTION D'AUTOCORRELATION.....</b>   | <b>24 -</b> |
| V-1 / Définition.....   | 24 -        |
| V-1-1 / Fonction d'autocorrélation à travers<br>un processus "stationnarité.....                              | 24 -        |
| V-1-2 / Fonction d'autocorrélation le long d'un<br>processus "temporelle".....                                | 25 -        |
| V-2 / Propriétés de la fonction d'autocorrélation...  | 26 -        |
| V-3 / Estimateur de la fonction d'autocorrélation...  | 27 -        |
| V-4 / Organigramme du calcul de la fonction<br>d'autocorrélation normée.....                                  | 29 -        |
| <b>CHAPITRE VI : FONCTION DE DENSITE SPECTRALE.....</b>   | <b>31 -</b> |
| VI-1/ Méthode de calcul de la fonction de la<br>densité spectrale.....  | 31 -        |
| <b>CHAPITRE VII : SIMULATION ET INTERPRETATION DES<br/>RESULTATS.....</b>                                     | <b>33 -</b> |
| VII-1 / Simulation de la fonction sinus.....  | 33 -        |
| VII-1-1 / Influence des perturbations sur<br>les sommets de l'état de surface<br>considérée.....              | 35 -        |
| VII-1-2 / Simulation de vibrations et études de<br>leurs influences sur la fonction<br>d'autocorrélation..... | 40 -        |
| VII-2 / Simulation d'un cas réel.....   | 45 -        |
| VII-2-1 / Simulation de vibrations.....   | 48 -        |
| VII-3 / Simulation d'une réctification suivie<br>d'un polissage.....  | 55 -        |

|   |        |
|---|--------|
| CHAPITRE IIX : CONCLUSION.....  | - 61 - |
| ANNEXES.....  | - 63 - |
| Annexe 1 / Programme de calculs de la fonction<br>d'autocorrélation.....    | - 64 - |
| Annexe 2 / Programme d'ouverture de fichiers.....                           | - 65 - |
| Annexe 3 / Programme de calculs de la fonction<br>de densité spectrale..... | - 65 - |



## CHAPITRE I :

### INTRODUCTION

De nature l'être humain ne cherche à améliorer un processus que lorsque ce dernier se fait plus pressant et indispensable.

C'est dans ce même concept d'idées que les études sur la précision dimensionnelle des formes géométriques et des états de surfaces ont été négligés et sont donc restés dans l'obscurité jusque au moment où on comprit leur grand intérêt dans le domaine de la pratique. En effet l'expérience montre qu'une pièce qui présente des stries ou des raynures même microscopiques présentait une faible résistance à la fatigue et à l'usure, puisque ces derniers (**stries et raynures**) provoquent des concentrations de contraintes qui sont des sources permanentes de fissures et d'amorces de ruptures.

Le fait est aussi que les pièces travaillant à l'usure, plus communément appelées pièces d'usures, perdent rapidement leurs côtes fonctionnelles si leurs surfaces présentent des aspérités dont les hauteurs, fonction du degré de définition et de propreté, seraient exagérées.

Aujourd'hui on ne saurait imaginé la conception d'une pièce fonctionnelle sans qu'il y ait eu une étude préalable sérieuse sur la qualité de son état de surface.

C'est pour cela qu'on a dû approfondir les études sur la rugosité et propriétés physico-mécanique afin de mieux comprendre le processus de formation d'un profil microgéométrique et par suite mieux cerner ce domaine.

Jusqu'à présent les paramètre de rugosité sont considérés comme caractéristiques déterminant les états de surfaces, mais en contre partie ils ne permettent pas de donner des renseignements sur leurs régularités et leurs évolutions.

#### I-1 / BUT

Par le biais de cette étude, nous allons faire une approche nouvelle en ce qui concerne l'étude d'un profil microgéométrique. En effet nous appliquerons l'analyse mathématique, en particulier la **fonction d'autocorrélation et densité spectrale** - à un degré moindre - à l'étude d'un état de surface qu'on aurait au préalable simulé sur ordinateur.

## CHAPITRE II

### GENERALITES

#### II-1 / Etats géométriques des surfaces usinées :

L'usinage par enlèvement de copeaux entraîne toujours la formation de surface irrégulières et donc l'aspect géométriques de ces dernières présente toujours des écarts dimensionnels plus ou moins grand par rapport au profil théorique, ce qui a permis de le présenter sous forme de trois classes :

##### II-1-1 / Irrégularités Macroscopiques :

Elles sont de faibles hauteur et sont distribuées selon un grand pas. Leurs causes principales sont dûes à l'imprecision de l'appareil technologique : machines-outils, outils de coupe.... En règle générale elles apparaissent isolées sur la surface prospectée. Si elles sont nombreuses on parle alors d'ondulations.

##### II-1-2 / Ondulations :

Ce sont des écarts de faibles hauteurs qui se reproduisent périodiquement avec un pas moyen. Leurs principales sources de formation sont:

Les perturbations dûes aux déformations plastiques de la zone travaillée, vibrations du complexe machine outil, pièces et outils coupants.... Ces irrégularités ont un pas supérieur à l'avance relative pièce-outil.

##### II-1-3 / Irrégularités Microgéométriques ou rugosités :

Ces défauts sont de très faibles hauteurs, leurs causes sont très nombreuses : vibrations machine-outil-pièce, usure de l'outil....

Elles peuvent être considérée dans une section longitudinale (suivant la direction du mouvement principal) ou dans une section transversale (on direction du mouvement d'avance), leurs influences sont considérables sur les organes mécaniques en service, en effet un choix judicieux de la rugosité augmente la longévité d'une pièce vu qu'on a une conservation des côtes d'ajustements et une préservation d'une usure rapide, de la corrosion et de la fatigue.

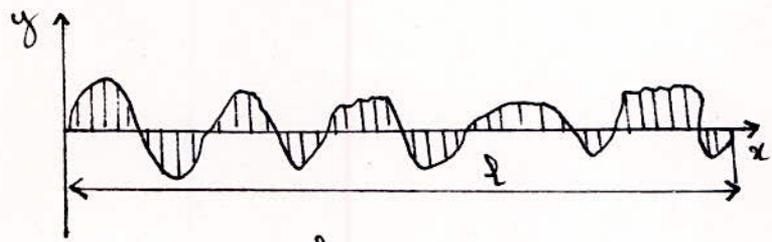
Vu l'importance de la rugosité, sa compréhension devint indispensable et c'est pour cela qu'on fût amené à définir des paramètres de rugosités et classé les états de surfaces selon ces paramètres.

II-2 / Paramètres de rugosités :

L'état d'une surface est déterminé par plusieurs paramètres (Ra, Rz, Rp, Rmax.....) Ces paramètres sont déterminés comme des moyens de longueurs (hauteurs) par rapport à une ligne de référence définit dans le domaine de prospection appelée aussi longueur de base.

Quantitativement la rugosité est définit par certains paramètres qui sont :

\* Ra : Ecart moyen arithmétique (R : rugosité, a : moyenne arithmétique).



$$Ra = 1/l \int_0^l |Y(x)| dx$$

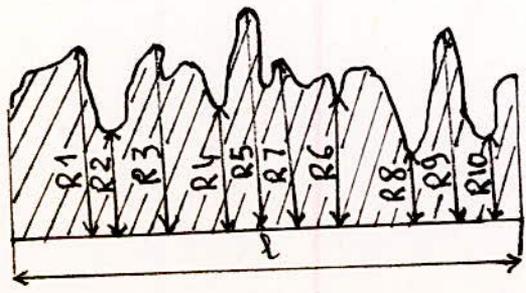
Si on dicrétise on obtient :

$$Ra = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i|}{n} \quad \text{pour } n > 8$$

\* Rz : Hauteur totale moyenne d'après 10 pointes du champs,

5 plus hautes et 5 plus basses.

$$Rz = 1/5 ((R1+R3+R5+R7+R9) - (R2+R4+R6+R8+R10)).$$



\* **Rmax** : Hauteur maximum des aspérités entre deux lignes parallèles à référence établit dont l'une passe par le creux le plus bas et l'autre par le sommet le plus haut.

Ces trois paramètres sont aussi liés par des relations indépendantes des définitions déjà établit, on peut les déduires statistiquement :

$$\text{Log Rz} = 0.67 + 0.97\text{Log Ra}$$

$$\text{Log Rmax} = 1.97 + 0.98\text{Log Ra.}$$

$$\text{Rmax} = (3 \text{ à } 6) \text{Ra.}$$

\* **Rq** : Racine carré de la moyenne des carrés du diagramme a partir de la ligne moyenne MG sur la longueur de la référence l.

$$\text{Rq} = \left( \frac{1}{l} \int_0^l Y(x) dx \right)^{1/2}$$

discrétisé on obtient :

$$\text{Rq} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{n} \right)^{1/2}$$

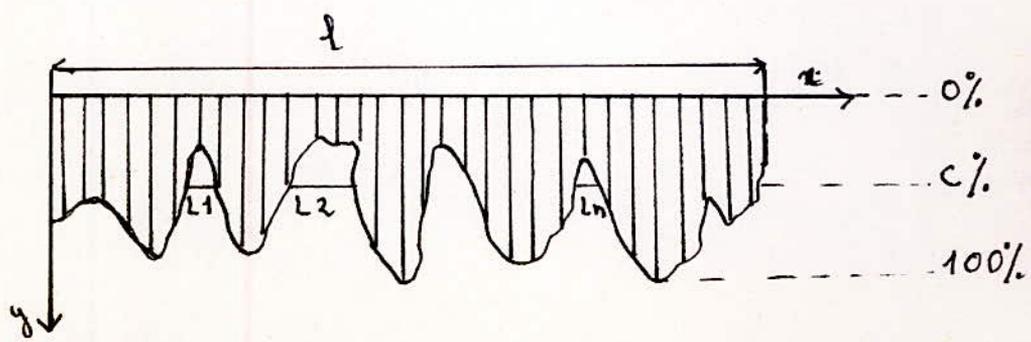
\* **Rp** : profondeur d'aplanissement égale à la moyenne des profondeurs mesurées le long de l'axe x. On obtient en divisant par l l'aire comprise entre le diagramme et l'axe des x.

$$\text{Rp} = \frac{1}{l} \int_0^l Y(x) dx$$

Discrétisé on obtient :

$$\text{Rp} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

\* **Lc** : longueur portante à une profondeur de c%



$$L_c = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

\*  $T_c$  : portance relative à une profondeur donnée.

$$T_c = \frac{L_c}{l}$$

\*  $W$  : Profondeur moyenne d'ondulation.

C'est la moyenne des distances saillie- creux des écarts du deuxième ordre.

$$W = \frac{W_1 + W_2 + \dots + W_n}{n}$$

Tous les paramètres cités sont mesurés sur une longueur de base définie. Bien que leurs définitions semblent théorique, il existe des rugosimètres avec lesquels ces valeurs sont mesurées facilement. Leur utilité est considérable vu qu'ils permettent de classer les états de surfaces.

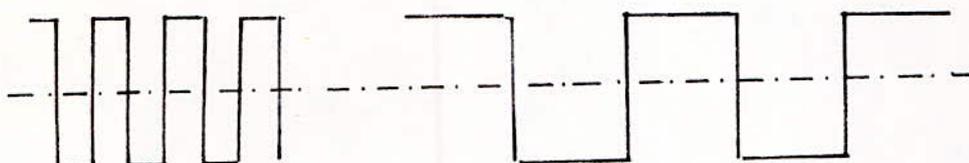
### II - 3 / Classifications des Etats de Surfaces :

La qualité de surface est divisée en quatorze classes établit par la norme soviétique GOST. Le tableau qui suit donne la correspondance entre les classe de la qualité des surfaces et des valeurs  $R_a$ ,  $R_z$ .

| ! Classe de<br>! qualité<br>! suivant<br>! GOST | ! Ecart moyen<br>! arithmétique<br>! $R_a$ , um. | ! Hauteur des<br>! aspérités<br>! $R_z$ , um. |  | ! Longueur de<br>! base $l$ , mm. |
|---|--|---|--|-----------------------------------|
|   |  | ! Maximum                                     |  |                                   |
| 1   | 100  | 400   |  |                                   |
| 2   | 50   | 200   |  | 8                                 |
| 3   | 25   | 100   |  |                                   |
| 4   | 12,5   | 50  |  | 2,5                               |
| 5   | 6,3  | 25  |  |                                   |
| 6   | 3,2  | 12,5  |  |                                   |
| 7   | 1,60   | 8,0   |  | 0,8                               |
| 8   | 0,80   | 4,0   |  |                                   |
| 9   | 0,40   | 2,0   |  |                                   |
| 10  | 0,20   | 1,0   |  | 0,25                              |
| 11  | 0,10   | 0,5   |  |                                   |
| 12  | 0,05   | 0,25  |  |                                   |
| 13  | 0,025  | 0,125   |  |                                   |
| 14  | 0,012  | 0,063   |  | 0,08                              |

### Remarque

D'après ce qu'on vient de dire, on remarque qu'un paramètre de rugosité est loin d'être suffisante pour la détermination d'un profil, en effet il se peut qu'on ait des paramètres de même rugosité pour deux états de surfaces différents.



$$Ra1 = Ra2$$

$$Rz1 = Rz2$$

$$Rmax1 = Rmax2$$

Ainsi pour bien définir un état de surface, il faudrait prendre en considération plusieurs paramètres à la fois et surtout ceux qui donnent des informations relative à l'écartement transversal des aspérités comme  $Lc$ ..... ou alors cherché à développer une autre méthode afin d'avoir une meilleure compréhension quant à l'évolution d'un état de surface. C'est ce qu'on propose de faire au cour de cette étude.

Mais afin d'y mener à bien cette étude, il est indispensable d'avoir une idée sur le mécanisme de formation d'un profil microgéométrique et les paramètres qui interviennent au cour de cette formation.

## CHAPITRE III :

### Mécanisme de formation d'un profil microgéométrique :

#### III-1 / Influence des différents paramètres sur la formation d'un profil microgéométrique :

En étudiant la littérature, on s'aperçoit qu'il y a une multitude de théories et d'hypothèses (certaines même contradictoires) concernant ce domaine. Néanmoins ce que nous devons retenir et que la génération d'une surface usinée fait intervenir autant la forme que les traces laissées par le tranchant au contact de la pièce pendant leurs mouvements relatif.

La coupe donne lieu a bon nombre de phénomènes tels que :

- \* Déformations élastiques et plastiques du matériau travaillé
- \* Apparition dans certaines conditions d'arrêtes rapportées
- \* Effets dynamiques qui se manifeste par des vibrations du système mécanique machine-outil-pièce.
- \* Frottement entre le coupeau et la face du dégagement, ainsi qu'au contact entre la facette d'usure sur plan en dépouille et pièces usinées.

Tous cela montre et justifie que les traces (défauts microgéométriques) laissées par l'outil lors de son passage sur la surface qu'il engendre sont complètement différentes de ce qu'on aurait pu attendre d'une analyse se limitante à la seule action des parties tranchantes de l'outil, d'où on conclut que la génération d'un profil microgéométrique est due à la concomitance de tous les facteurs déjà cités et que sa génération peut être considéré comme un phénomène **stochastique (aléatoire)**, cette dernière remarque nous sera très utile lors de la simulation.

#### III-2 / Détermination théorique de la hauteur d'aspérité $R_c$ :

Dans ce paragraphe seront présentées les relations donnant la hauteur théorique (calculé) des aspérités en fonction de l'avance et de la forme géométrique de la partie coupante de l'outil.

Dans le cas du tournage la hauteur d'aspérité relève de considérations géométriques.

III-2-1 / Profil engendré avec un outil couteau sans rayon pratiqué à l'extrémité du bec :

Dans ce cas  $r$ , rayon du bec est égale a zéro.

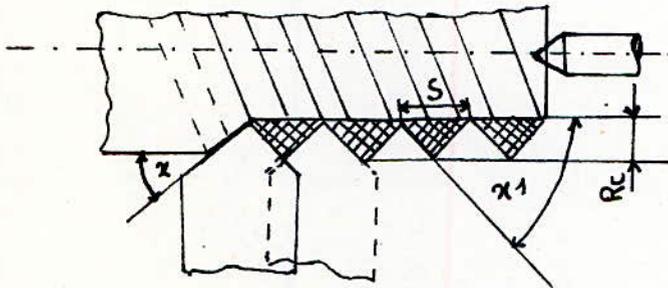
$R_c$  répond donc à la relation (applicable aussi au fraisage en bout) :

$$R_c = \frac{s}{\cot x + \cot x_1}$$

$s$  : avance en mm / tr

$x$  : angle d'attaque latérale ou encore angle d'attaque principal.

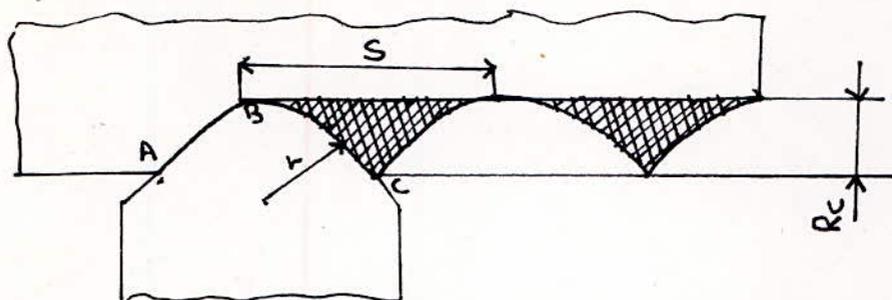
$x_1$  : Angle de dégagement avant ou encore angle d'attaque secondaire.



L'absence de rayon de raccordement sur le bec est intéressant pour l'étude expérimentale et la pratique industrielle car l'angle de dépouille et l'angle d'attaque conservent respectivement une valeur constante en tout point de l'arrête de coupe, ce qui facilite la déformation de la matière et contribue à une usure uniforme sur toute la partie active du tranchant. On remarque, d'après la relation citée plus haut, qu'en réduisant l'angle d'attaque,  $R_c$  diminue. Ce type de couteau serait donc très avantageux avec une machine-outil rigide.

### III-2-2 / Profil engendré par deux arrêtes tranchantes :

C'est le cas le plus courant dans la pratique.



Le profil théorique de la surface usinée est engendré par les deux arrêtes tranchantes limitées au point A et C de la zone courbe de rayon  $r$  marqué par le point B.

La hauteur d'aspérité répond à la relation (valable aussi pour fraisage en roulant) :

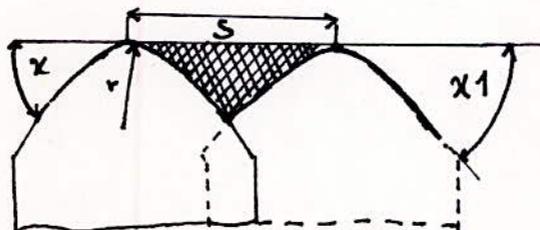
$$R_c = r - \left( r^2 - \frac{s^2}{4} \right)^{1/2}$$

Une formule approchée est aussi utilisée:

$$R_c = \frac{s^2}{8r}$$

Lorsque les deux tranchants participent à la génération de  $R_c$  la hauteur d'aspérité devient :

$$R_c = \frac{1}{\cot x + \cot x_1} \left( s - r \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{tg} \frac{x_1}{2} \right) \right)$$

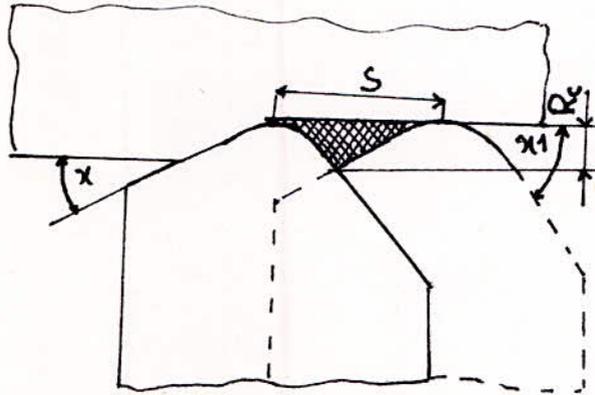


Avec  $x < \operatorname{Arcsin} \frac{s}{2r}$

et  $x_1 < \operatorname{Arcsin} \frac{s}{2r}$

III-2-3 / Profil engendré avec un bec d'outil dissymétrique :

La moitié droite du bec de l'outil est constituée d'un arc de cercle de rayon  $r$  tandis que l'autre moitié gauche comporte une partie courbe de rayon  $r$  raccordée à une partie réctiligne sous l'angle  $x$ .



$$R_c = r(1 - \cos x) + s \sin(x)\cos(x) - \sin x \left( s \sin x(2r - s \sin x) \right)^{1/2}$$

Avec  $x < \text{Arcsin} \frac{s}{2r}$  et  $x_1 > \text{Arcsin} \frac{s}{2r}$

Dans ce chapitre on a vu, en plus du calcul théorique des hauteurs d'aspérités, la forme que pourrait avoir théoriquement un état de surface après sa génération.

## CHAPITRE IV :

### Représentation Mathématique des Etats de Surfaces :

Un profilographe permet d'obtenir des profilogrammes représentants des états géométriques de surfaces à grande échelle.

Vu ce qu'on a dit dans le chapitre précédent, il est donc possible de considérer le profil d'une surface comme un certain processus aléatoire ( le profil régulier est un cas particulier), et par conséquent appliqué pour l'analyse de la surface certaines méthodes mathématiques propre à la théorie du signal et des fonctions aléatoires, mais sous certaines conditions (stationnarité et érgodicité) qu'on explicitera plus loin.

### IV-1 / Rappel mathématique et notion de bases sur les fonctions aléatoires :

#### IV-1-1 / Processus aléatoire :

Un processus aléatoire ou stochastique caractérise l'évolution d'un paramètre  $t$  d'un système dont le comportement est régit par le hasard.

A chaque valeur du paramètre  $t$  correspond un certain état du système.

Un grand nombre de variations peuvent être nécessaire afin de définir un état, mais on se limitera généralement au cas où une seule variable  $x$  suffit. On dit dans ce cas que l'état est déterminé par la variable (fonction)  $x(t)$ . On considerera comme paramètre  $t$  le temps.

Deux classes de processus se distinguent :

- \* **Processus discret**, dans lequel le hasard intervient à des instants dénombrables et connus à priori.

- \* **Processus permanent**, dans lequel le hasard est susceptible de se manifester à tout instants.

Remarque

Un processus aléatoire engendrant une variable x est défini sur un ensemble (S) infini, mais l'observation ne permet de tenir compte que d'un sous ensemble (S<sub>k</sub>) de (S) fini.

Compte tenu de cette remarque nous allons faire intervenir la statistique classique afin d'y remédier; puisque cette dernière a pour objet de définir à partir d'un sous ensemble une loi de probabilité  $\mathcal{L}_k$  qui soit aussi proche de la loi relative à l'ensemble (S) c'est à dire au processus aléatoire considéré.

Dans la pratique les variables aléatoires se présentent souvent sous forme de signaux que l'on enregistre en fonction du temps.

Considérons l'ensemble (E<sub>N</sub>) des valeurs d'une variable aléatoire x(t) défini par n enregistrements (x<sub>1</sub>(t), x<sub>2</sub>(t)...x<sub>n</sub>(t)) en fonction du temps de même durée t. Les caractéristiques statistiques du processus aléatoire duquel relève l'ensemble (E<sub>N</sub>) peuvent être défini en utilisant soit les moyennes d'ensembles (ou moyennes statistiques) soit moyennes temporelles.

IV -1-2 Moyenne d'ensemble :

Ces moyennes portent sur divers sous ensembles de (E<sub>N</sub>) et permettent d'évaluer les caractéristiques statistiques du processus considéré et qui sont :

\* la valeur moyenne V (le moment du 1er ordre) ; à l'instant t<sub>1</sub> on a :

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1(t_1) + x_2(t_1) + \dots + x_n(t_1)}{n}$$

Cette définition est équivalente à celle du moment du premier ordre :

$$V = E(x(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_1) P(x(t_1)) dx(t_1)$$

#### IV-1-3 / Moyenne temporelle :

Au lieu de considérer les moyennes statistiques de  $N$  enregistrements à des instants donnés, on peut considérer qu'un seul échantillon  $x(t)$  du processus pendant une durée  $t$  et définir les moyennes temporelles.

On utilise alors au lieu de la moyenne d'ensemble une moyenne temporelle définie comme suit :

$$\overline{x(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \int_{-t}^t x(t) dt$$

Afin d'utiliser cette propriété très intéressante du fait que dans la pratique les moyennes temporelles sont souvent plus faciles à obtenir que les moyennes d'ensembles, il nous faut formuler deux hypothèses fondamentales sur la nature du processus aléatoire considéré.

#### IV-2 / Stationnarité :

Un processus aléatoire est dit **"stationnaire au sens strict"** lorsque toutes ces caractéristiques statistiques, donc tous ces moments sont indépendants de l'origine des temps. Ceci entraîne notamment les conséquences suivantes :

\* Les caractéristiques du premier ordre ne dépend plus du paramètre  $t$ .

\* La fonction de distribution  $F(x,t)$  est indépendante du temps :

$$F(x,t_1) = F(x,t_2) = F(x)$$

\* La valeur moyenne de  $x$ ,  $E(x(t))$  est une constante  $m_1$ .

\* Les moments du second ordre ne dépendent plus que de la différence  $\tau = t_1 - t_2$

\* En particulier on a alors, quelque soit l'instant  $t$  :

$$F(x_1, x_2, t_1, t_2) = F(x_1, x_2, \tau) \quad (\text{fonction de distribution})$$

$$\mu(t_2, t_1) = \mu(\tau) \quad (\text{covariance})$$

Le processus aléatoire est dit **"stationnaire du second ordre"** lorsque seuls les moments d'ordre 1 et 2 demeurent indépendants de l'origine du temps.

#### IV-3 / Ergodicité :

Un processus est dit Ergodique lorsque toutes ses moyennes temporelles existent et demeurent indépendantes de l'échantillon  $x(t)$  considéré.

En particulier on a alors :

$$\overline{x_1(t)} = \overline{x_2(t)} = \overline{x_n(t)}$$

Remarque :

La stationnarité et l'Ergodicité sont des notions indépendantes.

Résumé :

Dans un processus stationnaire, les moyennes temporelles  $\overline{x(t)}$  existent bien pour tous les échantillons, mais peuvent prendre des valeurs différentes d'un échantillon à l'autre.

Lorsque le processus est à la fois stationnaire et ergodique, la moyenne temporelle prend la même valeur pour tous les échantillons, et cette valeur ne peut alors qu'être égale à la moyenne d'ensemble.

L'hypothèse ergodique appliquée au processus stationnaire se traduit donc par l'égalité :

$$E(g(x)) = \overline{g(x(t))}$$

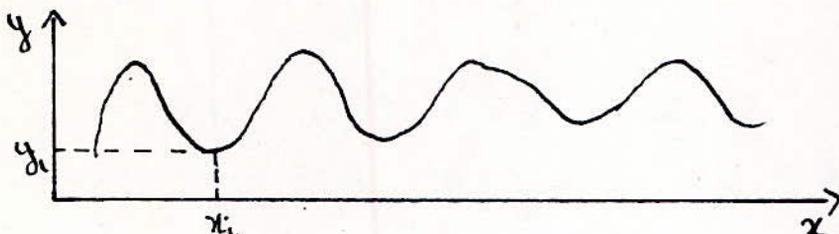
Ce qui est idéal pour le cas expérimentale, puisque ces deux hypothèses permettent d'admettre l'équivalence entre la réalisation simultanée d'un grand nombre d'expériences aléatoires et la répétition d'une même expérience un grand nombre de fois à des instants différents.

En conclusion :

Si on observe un échantillon  $x(t)$  d'une fonction aléatoire pendant un temps suffisamment long, on peut penser intuitivement qu'on aura épuisé toutes les possibilités de variations du processus et que l'on pourra en quelques sortes prévoir les comportements de cette fonctions au cour du temps.

#### IV-4 / Discrétisation d'un processus continu :

Soit un profilogramme représentant un état géométrique d'une surface.



Pour que ce profilogramme puisse être utile il doit être discrétisé, puisque sa discrétisation permet de remplacer ce signal continue dans le temps par une chaîne de valeurs  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . qu'on pourra introduire facilement dans un ordinateur.

Ainsi, la discrétisation permet de simplifier l'analyse des signaux.

L'intérêt sans cesse croissant porté à ce domaine est une conséquence directe du développement des calculateurs digitaux, qui de par leurs natures, ne peuvent travailler que sur des suites de nombres.

Le problème qui se pose lors de la discrétisation est le suivant :

Sommes nous sûr de retrouver toutes les propriétés de la fonction initiales grâce à la seule connaissance de la suite des valeurs obtenues après discrétisation ; en d'autres termes pouvons nous être sûr de ne pas omettre certaines valeurs importantes lors de notre discrétisation.

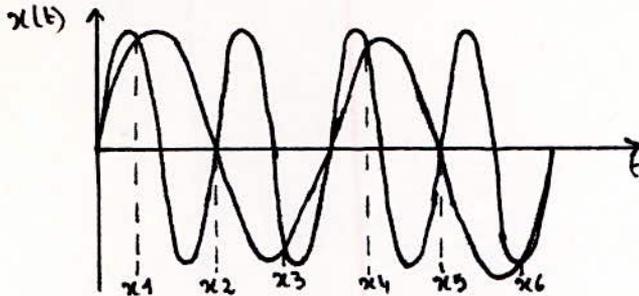
Le processus de discrétisation se compose en deux opérations:

#### Echantillonnage et quantification.

##### IV-4-1 / Echantillonnage :

L'échantillonnage est une opération de recherche du moment dans lequel le processus peut être observé. Il est donc important de faire un choix judicieux du pas de discrétisation, en effet un échantillonnage à un interval de temps trop petit est couteux et prend beaucoup de temps tandis qu'un échantillonnage trop éloigné peut provoquer le mélange de composantes de petites et de grandes fréquences du signal d'origine.

On parle alors d'événements de masquage ou de camouflage qui est origine de sources d'erreurs.



Cet événement est remarqué en regardant, dans un western classique, le sens de rotation des roues d'une diligence lorsque sa vitesse augmente ou diminue. Cette observation est une illustration simple des erreurs dues aux camouflages par traitements discrets qui est fait par la caméra.

Les études faites en ce domaine ont permis à l'aboutissement d'un théorème important en ce qui concerne la discrétisation :

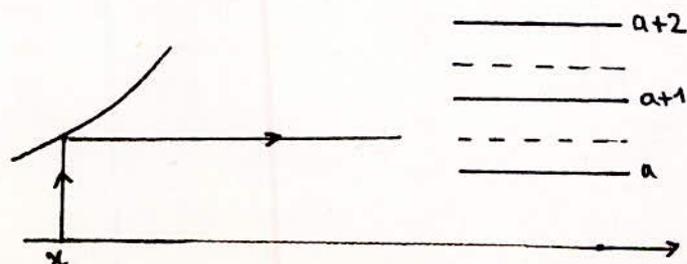
**THEOREME DE SCHANON :**

Il est théoriquement possible de reconstituer une fonction continue dans le temps  $f(t)$  à partir de ses échantillons, si la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 1/T$  est au moins deux fois plus grande que la fréquence maximale  $f_m$  présente dans le signal  $f(t)$ .

**IV-4-2 / Quantifications :**

Les valeurs de chaque échantillon d'un signal doivent être exprimés à l'aide d'un certain nombre de chiffres constants. Or l'approximation d'un signal continu, qui comprend un ensemble infini de niveaux, par un ensemble fini de niveaux engendre des erreurs. En effet on a toujours un problème de choix entre deux valeurs successives (car entre deux valeurs successives existe une infinité de valeurs).

Par exemple, il se peut que pour une abscisse  $x$ , correspond une ordonnée  $y$  qui n'appartient pas à notre ensemble de niveaux fini (voir fig)



Le problème est alors de choisir la valeur la plus convenable.

De nos jours les discrétisateurs donnent à la sortie des valeurs en binaire. Les dispositifs qui permettent le traitement de ces valeurs binaire ont à la sortie 6 à 16 bytes ce qui correspond entre 64 et 65536 niveaux.

Dans le cas d'un traitement idéal, les erreurs dûent à la quantification auront une répartition régulière avec un écart quadratique :

$$\xi = \frac{0.5}{\sqrt{3}} \Delta x = 0.29 \Delta x$$

où  $\Delta x$  est le pas de discrétisation entre deux niveaux.

En pratique les erreurs de quantifications sont dans la plupart des cas négligeables par rapport aux erreurs dûes à l'échantillonnage ou au traitement de données.

Ainsi, grâce à la discrétisation et compte tenu de ce qu'on vient de dire, nous pouvons reconstituer une fonction continue dans le temps à partir d'éléments discrets sans perdre d'informations.

Il a été démontré aussi que la fonction d'autocorrélation de la fonction  $x(t)$  après discrétisation n'est autre que la fonction obtenue en discrétisant la fonction d'autocorrélation de la fonction  $x(t)$ .

#### IV-5- / Caractéristiques des Fonctions Aléatoires :

Au début de ce chapitre nous avons dit qu'un état de surface peut être assimilé à un processus aléatoire. Afin que l'analyse des fonctions aléatoires ( étas de surfaces) soit complète il nous faudrait citer leurs caractéristiques.

Deux types de caractéristiques se distinguent:

- \* Caractéristiques numériques.
- \* Caractéristiques de bases.

IV-5-1 / Détermination des caractéristiques numériques :

1- ligne moyenne de profil :

son équation est de la forme :  $y = Ax + B$

Cette droite est déterminé par la méthode des moindres carré.

Les coefficients A et B sont donnés par :

$$A = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

2- Ecart moyen quadratique Ra :

$$Ra = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - (Ax_i - B))$$

3- Valeur moyenne :

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

4- Variance  $S_y$  ou moment du second ordre :

$$S_y = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$$

5- Ecart type :

$$S_y = (S_y)^{1/2}$$

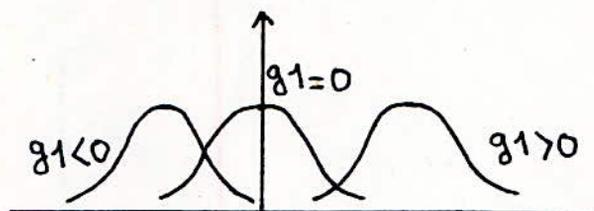
6- Coefficient de varition V :

$$V = \frac{S_y}{\bar{Y}} \cdot 100 \%$$

Si  $V < 15\%$  on a une bonne homogénéité de l'échantillon.

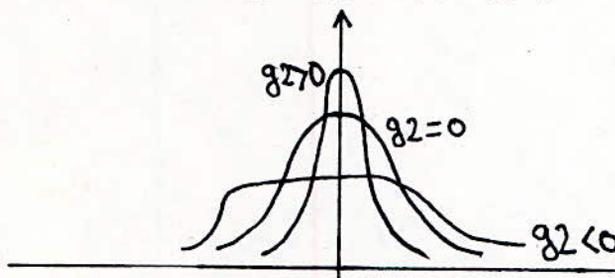
7- Coefficient d'assymétrie :

$$g_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^3}{(n-1)(n-2) S_y^3} = \frac{M_3}{S^3}$$



8- Coefficient d'aplatissement :

$$g_2 = \frac{(n+1)n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^4}{(n-1)(n-2)(n-3) S_y^4} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$



#### IV-5-2 / Détermination des caractéristiques de bases :

Les caractéristiques de bases sont représentées par les fonctions suivantes :

- Valeur moyenne quadratique.
- Fonction de densité de probabilité et fonction de répartition.
- Fonction d'autocorrelation.
- Fonction de densité spectrale.

#### Remarque :

Étant donné l'importance de la fonction d'autocorrelation -but de notre étude - le chapitre suivant sera consacré à son étude ,ainsi qu'un autre petit chapitre qui traitera sur les notions de bases concernant la fonction de densité spectrale.

### 1- Valeur moyenne quadratique et variance :

La valeur moyenne quadratique permet de donner des idées élémentaires sur l'intensité du signal aléatoire et elle est notée par  $\Psi_x^2$

La valeur moyenne quadratique d'un signal  $x(t)$  est donnée par la relation suivante :

$$\Psi_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$$

Il est souvent plus commode d'analyser un signal physique sous la forme de la somme de composantes statiques, c'est à dire indépendantes du temps, et de composantes dynamiques.

La composante statique n'est autre que la valeur moyenne de la fonction observée :

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

La variance d'un signal peut être représentée par sa composante dynamique qui est égale à la moyenne du carré de l'écart entre le signal et la moyenne.

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \mu_x)^2 dt$$

L'écart type est égal à la racine carrée de la variance.

On peut aussi dire que la variance est égale à la différence entre la valeur moyenne quadratique et le carré de la moyenne.

$$\sigma_x^2 = \Psi_x^2 - \mu_x^2$$

### 2- Fonction de répartition et densité de probabilité :

Soit une variable aléatoire  $x$  (discrète ou continue), on définit la fonction de répartition  $F$  de  $x$  par la fonction :

$F$  de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que :  $F(a) = P(x \leq a)$

Si  $x$  est une variable aléatoire discrète ayant une loi de probabilité  $f$ ,  $F$  est la "fonction en escaliers" définie par :

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$$

Par contre si  $x$  est une variable aléatoire continue de loi de probabilité  $f$ ,  $F$  devient alors :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Dans les deux cas,  $F$  est monotone croissante c'est à dire :

$$F(a) \leq F(b) \quad \text{lorsque} \quad a \leq b$$

Ainsi que :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$$

On appelle densité de probabilité toute application positive réelle telle que :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

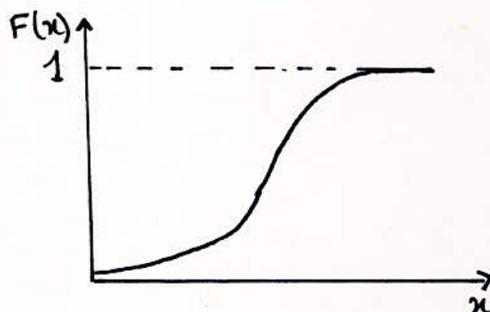
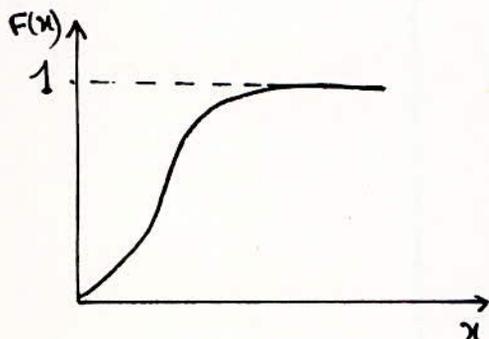
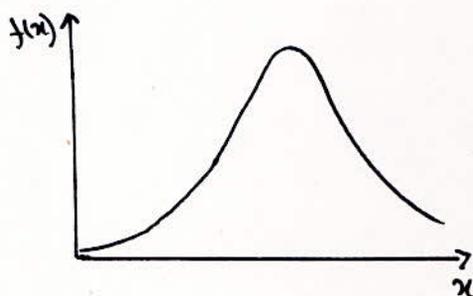
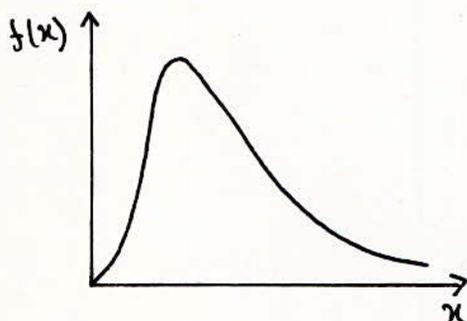
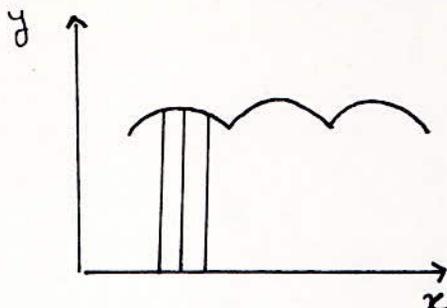
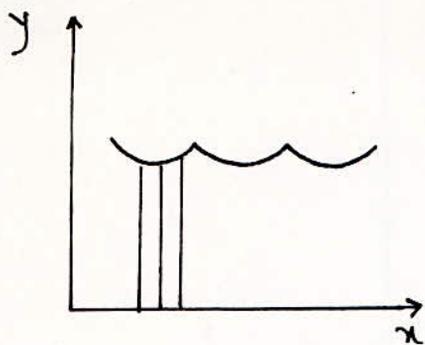
Elle est définie aussi par :

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(X < x + \Delta x) - P(X < x)}{\Delta x}$$

Ces deux fonctions permettent de donner, dans le cas de leurs application à l'étude d'un état de surface, des informations sur le caractère de dispersion des ordonnées.

Les figures qui suivent donnent des exemples sur le caractère de dispersion des ordonnées. En effet la première figure montre un état de surface qui a une probabilité d'avoir de petites ordonnées tandis que la deuxième figure montre un état de surface qui a une grande probabilité d'avoir de grandes ordonnées.

Les fonctions de répartition et de densité de probabilité reflètent bien ce qu'on vient de dire (voir figures) .



Les caractéristiques citées sont d'un apport considérable à l'analyse d'un profil microgéométrique, néanmoins ils demeurent toujours insuffisants en ce qui concerne la connaissance complète d'un état de surface sur le point de vue régularité et différenciation entre deux profils.

Ainsi il y a donc lieu d'introduire la caractéristique suivante et qui est la "fonction d'autocorrelation".

CHAPITRE V :

FONCTION D'AUTOCORRELATION :

V-1 / Définition :

V-1-1 / Fonction d'autocorrélation à travers un processus "stationnarité" :

Soit  $x(t)$  une fonction aléatoire, réelle, stationnaire du second ordre. On s'intéresse aux valeurs prises par cette fonction à deux instants  $t_1$  et  $t_2$  données, ce qui revient à étudier le couple de variable aléatoire :

$$\begin{aligned} x_1 &= x(t_1) \\ x_2 &= x(t_2) = x(t + \tau) \text{ avec } \tau = t_2 - t_1 \end{aligned}$$

La fonction d'autocorrélation de  $x(t)$  est par définition l'espérance mathématique du produit  $x(t_1) x(t_1 + \tau)$ .

En raison de la stationnarité de  $x(t)$ , la fonction d'autocorrélation ne dépend que de l'argument  $\tau$ ; on l'a désignera par  $R(\tau)$ .

Il est important de comprendre le sens physique de cette fonction.

La fonction d'autocorrélation caractérise la dépendance stochastique entre la valeur prise par  $x(t)$  aux instants  $t$  et  $t + \tau$ ; c'est à dire le degré de prévisibilité du signal  $x(t)$  à l'instant  $t + \tau$ . On peut encore considérer cette fonction comme une mesure de la ressemblance entre les grandeurs  $x(t)$  et  $x(t + \tau)$ .

Montrons cela :

Supposons que nous voulons mesurer la ressemblance entre  $x(t_1)$  et  $x(t_2)$ . Considerons la moyenne quadratique de leur différence :

$$\begin{aligned} \xi &= |x(t_1) - x(t_2)| \\ E(\xi^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |x_1 - x_2|^2 P(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \\ E(\xi^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2) P(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

Avec  $P(x_1, x_2)$  densité de probabilité du couple  $(x_1, x_2)$

$$E(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1^2 P(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_2^2 P(x_1, x_2) dx_1 dx_2 - 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 P(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

$$E(\xi^2) = E(x_1^2) + E(x_2^2) - 2E(x_1, x_2)$$

Vu la stationnarité du processus :  $E(x(t_1)) = m_1 x(t_1)$

$$E(x(t_2)) = m_2 x(t_2)$$

Si on suppose qu'ils sont nuls :  $E(x(t_1)) = E(x(t_2)) = 0$

On a alors :

$$E(x_1^2) = E((x_1 - m_1 x(t_1))^2) = \sigma_{x_1}^2$$

$$E(x_2^2) = E((x_2 - m_2 x(t_2))^2) = \sigma_{x_2}^2$$

On obtient en fin de compte :

$$E(\xi^2) = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 - 2 R(t)$$

On remarque que plus la fonction d'autocorrélation "quantité  $R(t)$ " est petite et plus  $E(\xi^2)$  est grand donc moins les variables  $x(t_1)$  et  $x(t_2)$  se ressemblent.

La quantité  $R(t)$  mesure donc bien la dépendance stochastique entre  $x(t_1)$  et  $x(t_2)$ .

### V-1-2 / Fonction d'autocorrélation le long d'un processus "temporelle" :

La fonction d'autocorrélation le long d'un processus temporelle est définie comme suit :

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt$$

Lorsque l'hypothèse d'ergodicité est vérifiée, les moyennes temporelle peuvent être substituées aux moyennes d'ensembles ; on obtient donc :

$$R(\tau) = E(x(t)x(t+\tau)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt$$

C'est à dire que la fonction d'autocorrélation à travers le processus est égale à la fonction d'autocorrélation le long du processus.

**V-2 / Propriétés de la fonction d'autocorrélation :**

1- La fonction d'autocorrélation est une fonction paire de son argument, en effet :

Considérons une fonction aléatoire stationnaire  $x(t)$ ;  $R$  est une fonction de  $\tau$  seulement.

Posons  $t_1 = t + \tau$  on a donc :

$$E(x(t)x(t+\tau)) = E(x(t_1-\tau)x(t_1)) \text{ d'où on déduit que :}$$

$$R(\tau) = R(-\tau)$$

2- La fonction d'autocorrélation à argument nul est égale à la valeur quadratique moyenne du signal, soit encore à la variance de  $x$  lorsque le signal est centré.

3- La valeur de la fonction d'autocorrélation à l'origine est toujours réelle et non négative. Cette valeur est la borne supérieure en module de la fonction d'autocorrélation.

Montrons cela :

Soit deux variables aléatoires  $x$  et  $y$ , les quantités  $E(x^2)$  et  $E(y^2)$  sont positives ou nulles; de même quelques soit  $a$  et  $b$ ,

$$E((ax+b)^2) \text{ est positif ou nul.}$$

On écrit donc :

$$E((ax+b)^2) = a^2 E(x^2) + b^2 E(y^2) + 2ab E(xy)$$

L'inégalité de SCHWARTZ permet d'écrire, afin de conserver la condition que la forme quadratique est définie non négative donne :

$$|E(xy)| < (E(x^2)E(y^2))^{1/2}$$

On voit alors que si  $x$  et  $y$  sont des valeurs d'une même fonction aléatoire supposée stationnaire aux instants  $t$  et  $t+\tau$  cette inégalité provoque :

$$E(x(t)x(t+\tau))^2 < E(x(t)^2)E(x(t+\tau)^2) = (R(0))^2$$

Donc :

$$R(\tau) \leq R(0)$$

4- Si  $x(t)$  contient des composantes périodiques ou une composante continue, la fonction d'autocorrélation  $R(\tau)$  contient des composantes périodiques de même période ou une composante continue.

5- Si le signal  $x(t)$  est purement aléatoire, sans composantes périodiques, la fonction d'autocorrélation tend vers le carré de la valeur moyenne de  $x(t)$  lorsque  $\tau \rightarrow \infty$ .

6- La fonction d'autocorrélation d'un signal à composantes essentiellement périodiques est égale à la somme des fonctions d'autocorrélations relatives à chacune des composantes périodiques.

### V-3 / Estimateur de la fonction d'autocorrélation :

Compte tenu de la définition de la fonction d'autocorrélation,

on a que :

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt = E(x(t)x(t+\tau))$$

La fonction d'autocorrélation centrée est donnée par :

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (x(t) - \bar{X})(x(t+\tau) - \bar{X}) dt$$

Puisque nous ne pouvons utiliser cette relation pour la génération d'un programme informatique, il nous faudra donc la discrétiser; ce qui donne :

$$R(u) = \frac{1}{N-u} \sum_{v=1}^{N-u} (x(v) - \bar{X})(x(v+u) - \bar{X})$$

Avec  $t = v = nk \quad n = 1, 2, \dots, N$

$\tau = u = lk \quad l = 0, 1, \dots, N/2 - 1$

$k$  : pas de discrétisation.

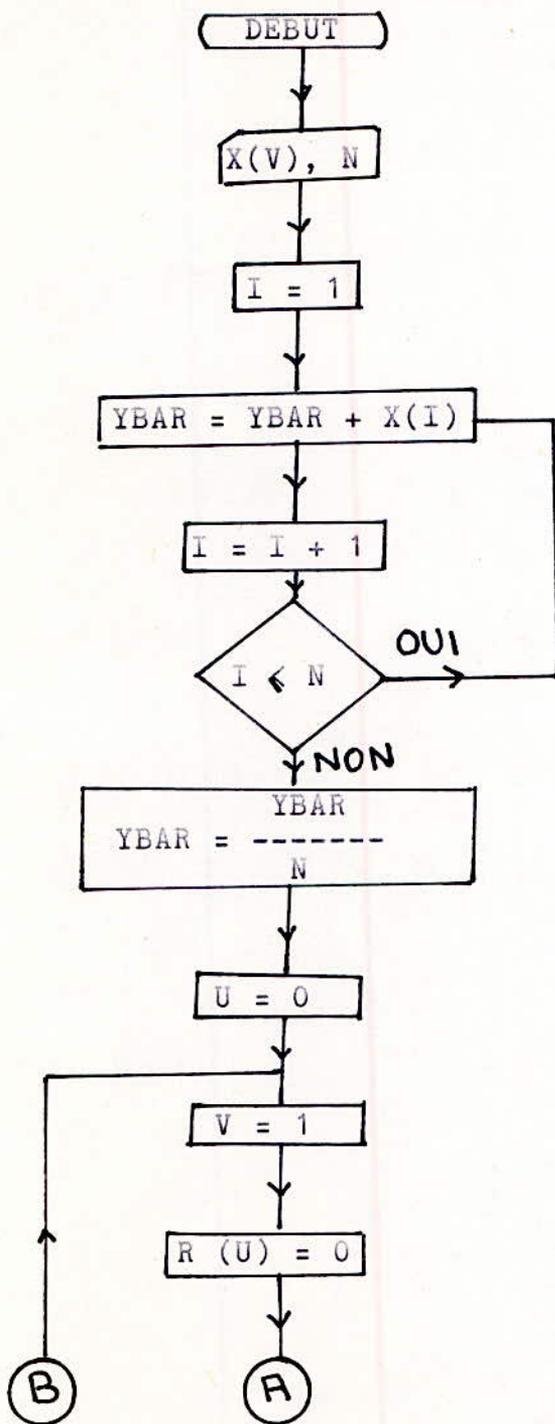
Dans la pratique, on utilise au lieu de la fonction d'autocorrélation  $R(\tau)$ , la fonction d'autocorrélation normée  $R_n(\tau)$ .

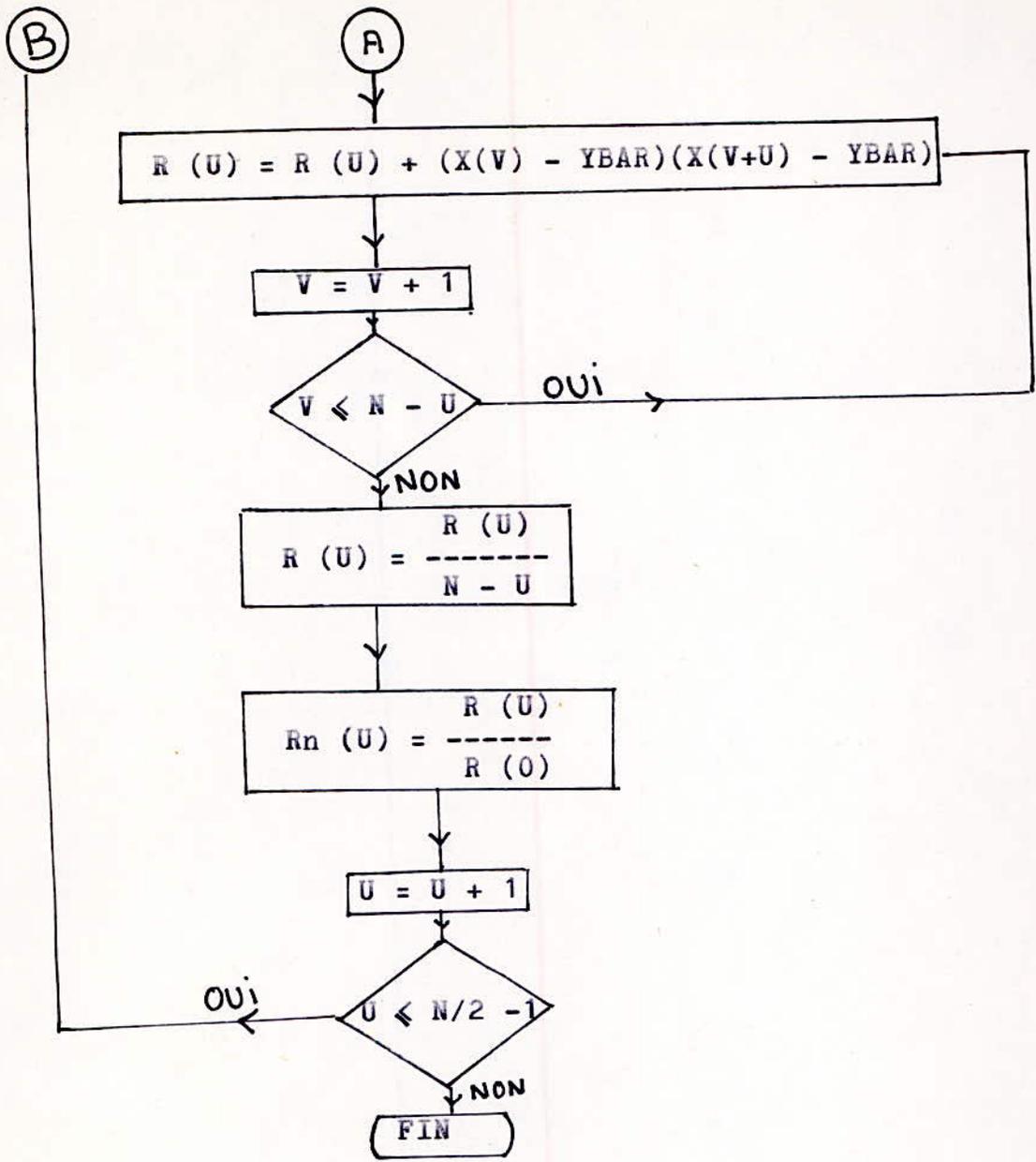
$$R_n(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)}$$

La fonction  $R_n(\tau)$  n'est rien d'autre que le coefficient de corrélation entre les sections de la fonction aléatoire  $x(t)$  séparées par un laps de temps  $\tau$ . Elle est maximum au point 0.

$$R_n(0) = 1$$

V-4 / Organigramme du calcul de la fonction d'autocorrélation normée :





Résumé:

En résumé, ce qu'on peut dire sur la fonction d'autocorrélation, c'est qu'elle permet de donner la corrélation d'un profil avec lui même, et donc mesurer le degré de ressemblance entre la valeur de la fonction aux instants  $t$  et  $t + \tau$ .

Lorsque  $\tau = 0$ , ce degré de ressemblance est maximal et est égal à l'unité. La rapidité avec laquelle ce degré de ressemblance décroît, lorsque  $\tau$  augmente, est une mesure de la rapidité avec laquelle la fonction évolue. Plus la fonction d'autocorrélation décroît rapidement, et plus la fonction  $x(t)$  contient des composantes de fréquences élevées ; en d'autres termes le signal a tendance à devenir aléatoire.

La fonction d'autocorrélation ne permet pas de déterminer les fréquences existantes dans un signal, par contre la dernière caractéristique de base des fonctions aléatoires "la densité spectrale" le permet.

## CHAPITRE VI :

### Fonction de Densité Spectrale :

La fonction d'autocorrélation permet l'analyse temporelle des processus aléatoires stationnaires, les densités spectrales rendent possible l'analyse harmonique de ces mêmes processus. En d'autres termes la fonction de densité spectrale permet retrouver les fréquences existantes dans un signal ainsi que leurs puissances.

C'est une propriété très intéressante, car son application à l'étude d'un état de surface permettra de déceler les fréquences ainsi que les puissances des irrégularités engendrées lors de l'usinage.

Des exemples seront donnés lors de la présentation des résultats de la simulation.

#### VI-1 /Méthode de calcul de la fonction de densité spectrale :

Il existe deux méthodes pour déterminer en pratique les densités spectrales des variables aléatoires stationnaires du second ordre.

La première méthode utilise l'expression analytique du signal  $x(t)$  et consiste à appliquer directement les formules de définitions.

La seconde méthode, la plus courante, consiste à calculer d'abord la fonction d'autocorrélation du signal puis à en prendre la transformée de LAPLACE bilatérale.

Cette seconde méthode est très utile pour l'analyse des surfaces.

La fonction de densité spectrale est donnée par :

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \exp(j\omega\tau) d\tau$$

Comme on ne considère que la partie réelle on obtient donc :

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau$$

Discrétisé, l'estimateur de la densité spectrale donne :

$$G(f) = 2k \left( R_0 + 2 \sum_{r=1}^{M-1} R_r \cos\left(\frac{rf}{f}\right) + R_M \cos\left(\frac{mf}{f}\right) \right)$$

k : pas de discrétisation.

R<sub>r</sub> : estimateur d'ordre r de la fonction d'autocorrélation

f : fréquence limite.

## CHAPITRE VII :

### Simulation et Interprétation des résultats :

Afin de bien comprendre l'évolution de la fonction d'autocorrélation, il serait tout d'abord intéressant de voir son comportement pour des profils théoriques et réguliers ensuite introduire certaines perturbations et étudier leurs influences, et en fin nous essayerons de simuler des cas se rapprochant des profils réels.

En tant que profil théorique et régulière, nous avons choisi la "fonction sinus", du fait de sa périodicité et sa simplicité, elle permet de donner, dans un premier abord, des idées appréciables sur l'évolution de la forme de la fonction d'autocorrélation.

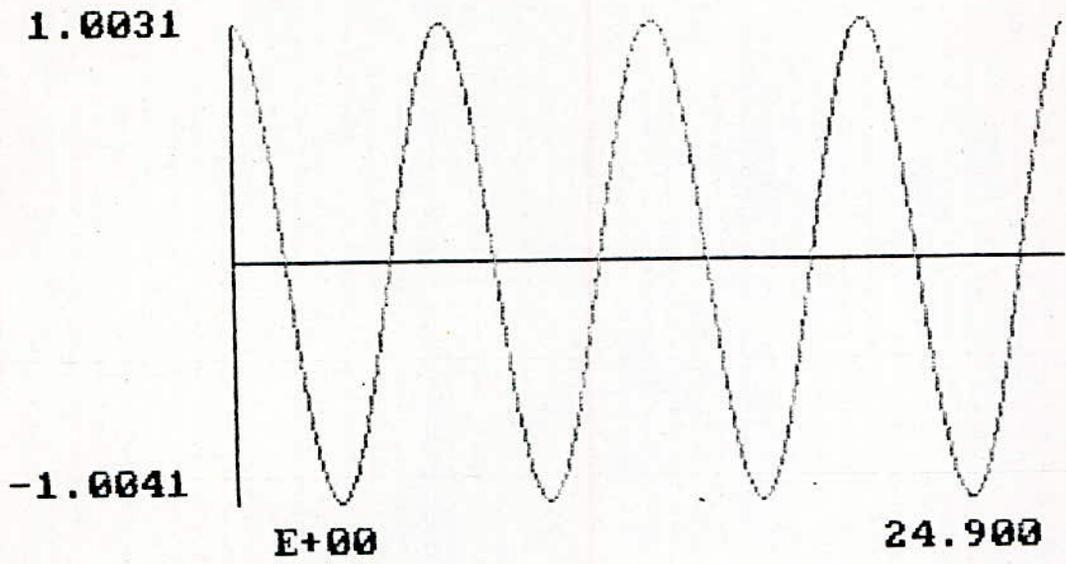
N B :

Les graphes qui seront présentés dans ce chapitre ont été sélectionnés parmi plus de 120 graphes, ceci dans le souci de ne pas encombrer cet ouvrage, et ils sont représentatifs de toutes les conclusions tirées à partir de l'étude de l'ensemble des courbes simulées.

#### VII-1 / Simulation de la fonction sinus :

Discrétisé avec un nombre de 500 points et un pas de 0.1 , la fonction d'autocorrélation correspondante est évidemment une fonction cosinus de même période que la sinusoïde ( voir fig 1 ) (ce résultat nous a permis de confirmer que notre programme informatique était bon).

autocorrelation



etat de surface

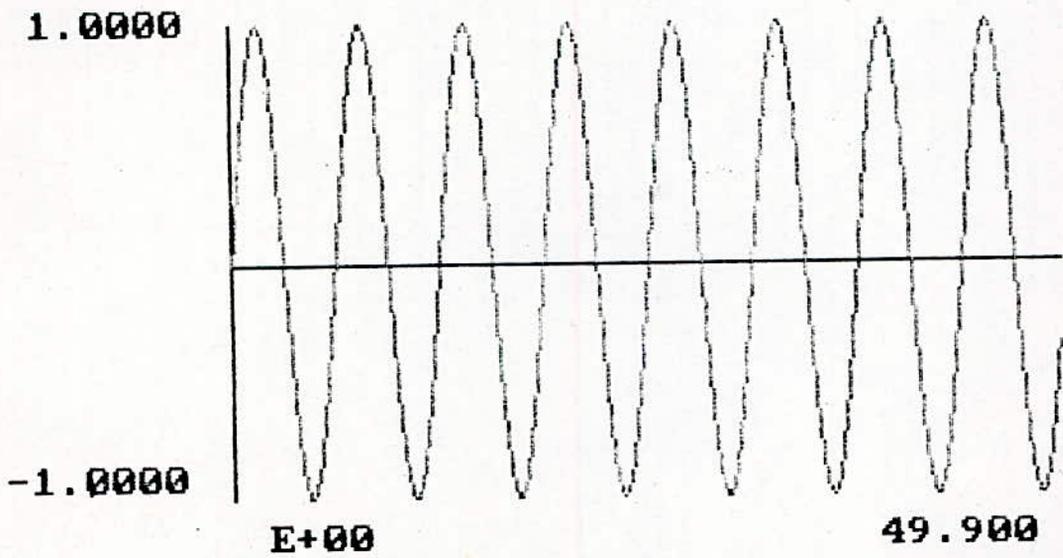


Fig -1-

VII-1-1 / Influence des perturbation sur les sommets de l'état de surface considéré :

Le but de cette seconde simulation est d'observer la répercussion des perturbations, au niveau des sommets de l'état de surface sur la fonction d'autocorrélation.

En premier lieu, nous avons tout simplement coupé la fonction sinus en différents niveaux.

La première constatation est qu'il y a une diminution des minimums, en valeur absolue, de la fonction d'autocorrélation, sans qu'il y ait pour autant diminution des sommets, ce qui revient à dire que le profil est toujours régulier ( fig 2-3).

La deuxième constatation est la suivante, si on coupe la fonction sinus à partir d'un niveau proche de sa moitié, on constate qu'il y a changement de la forme des creux de la fonction d'autocorrélation ( fig 3 ).

Cette seconde remarque est bien mise en évidence lorsque nous introduisons des perturbations au niveau des sommets de l'état de surface considéré, ce qui se simule dans la réalité une rectification (fig 4).

Les irrégularités observées dans les sommets de (la fig 4) ont été simulés à l'aide d'une fonction aléatoire propre à l'ordinateur (fonction RND), cette fonction permet de générer une série discrète de nombres aléatoires compris entre 0 et 1. Pour toutes les simulations de ce genres nous avons procédé de la manière suivante:

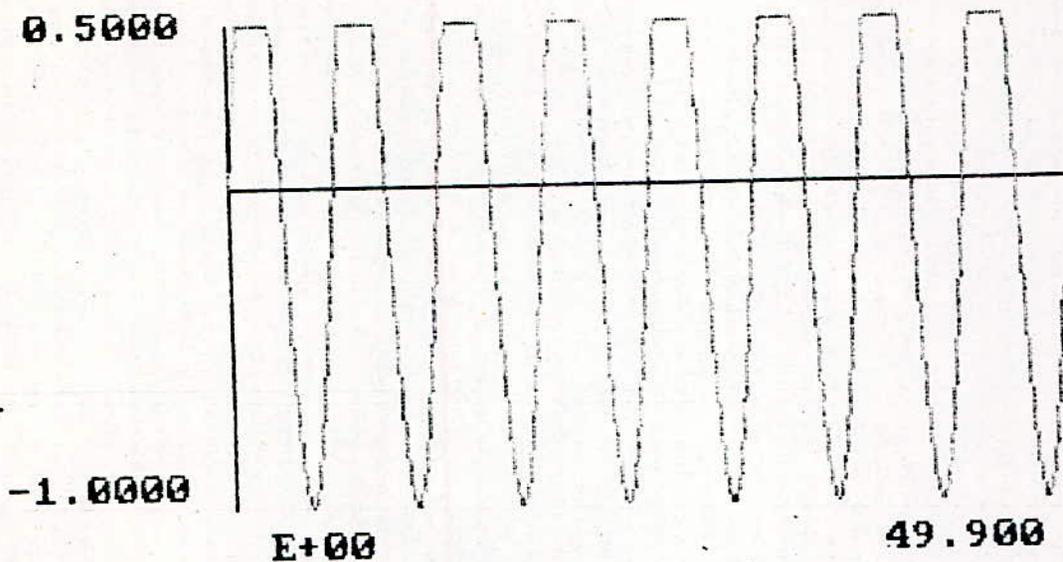
$$y(x)=\sin x \quad \text{si } y(x) > A \quad \text{alors } y(x) = ( B + C * \text{RND}(1))$$

Nous voyons que les paramètres A,B,C permettent de déterminer respectivement le niveau où se fait la coupe et l'amplitude des aspérités simulées.

Dans le cas de la figure 4 :

$$A = -0.25 , B = -0.1 \text{ et } C = -0.3$$

etat de surface



autocorrelation

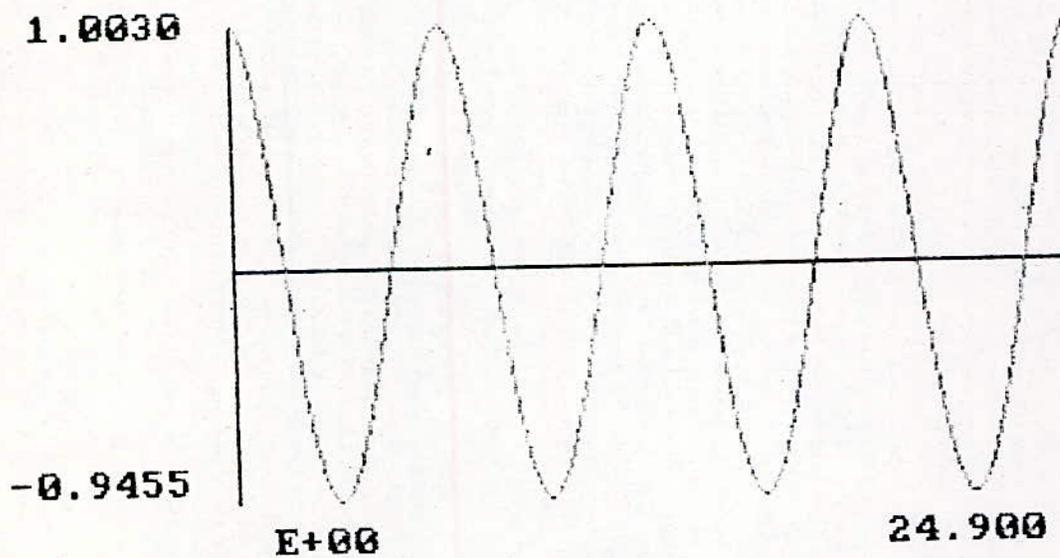
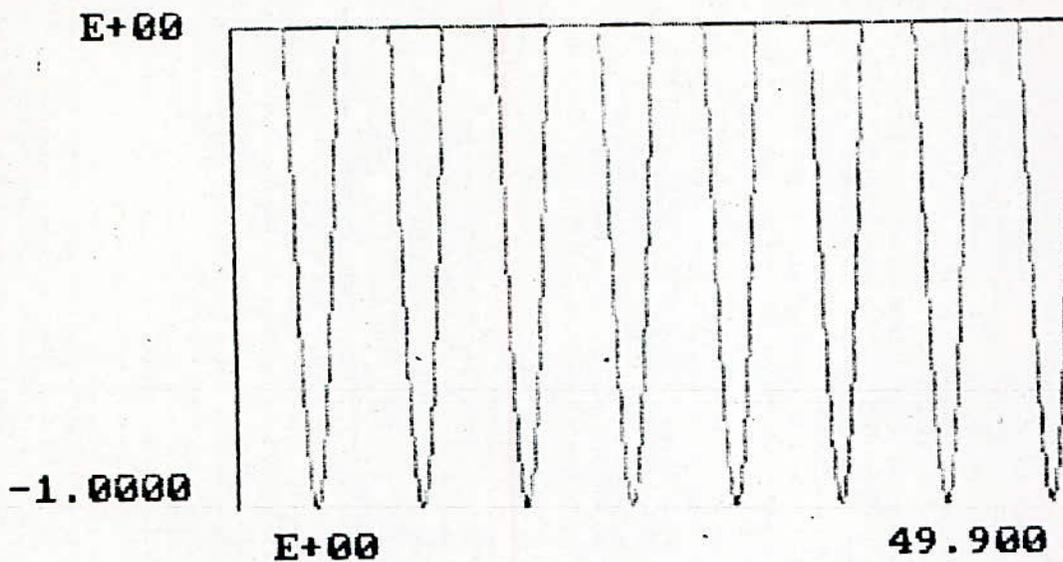


Fig -2-

etat de surface



autocorrelation

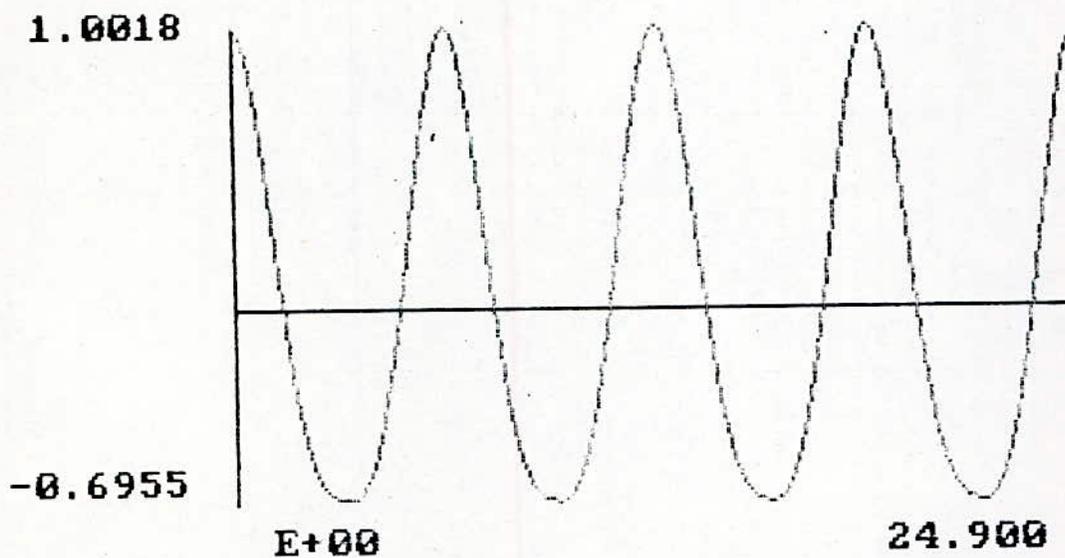
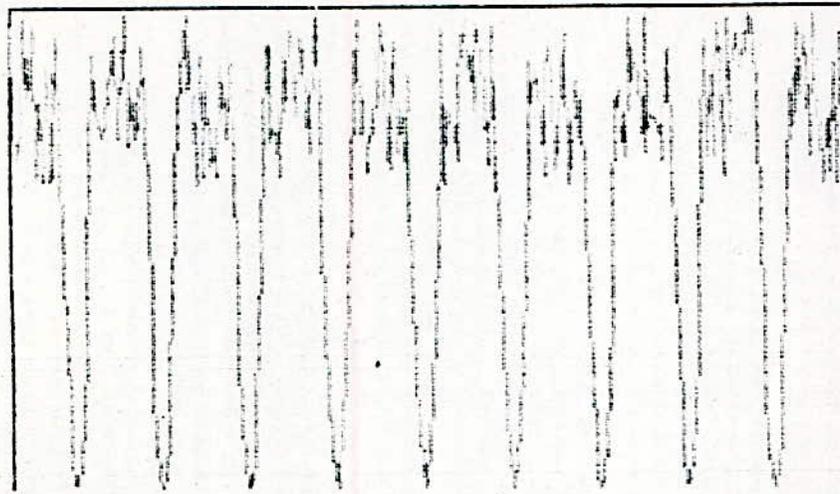


Fig -3-

etat de surface

-0.2027

-1.0000



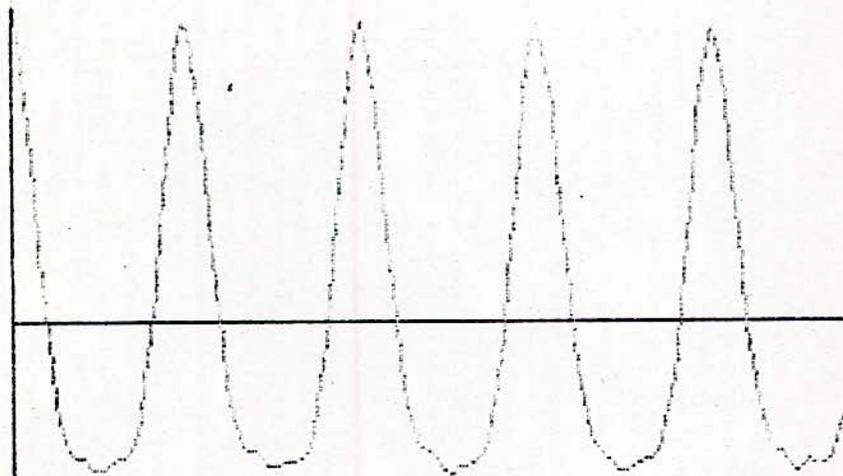
E+00

59.800

autocorrelation

1.0000

-0.4645



E+00

29.800

fig -4-

Remarque :

Lors de la simulation de la fig 4 ,ainsi que d'autres figures qui suivront plus loin, nous avons été amené à réduire le nombre de point à 300 et augmenter le pas à 0.2, car dans les premières simulations ( 500 points et un pas de 0.1 ) le temps d'exécution était de plus de 10 minutes alors que pour le deuxième type de simulation le temps d'exécution était un peu moins de 3 minutes ; nous remarquons que nous avons un gain de temps considérable et en plus de cela la précision des résultats obtenus n'a subi aucune variation sensible qui mériterait d'être citée.

## VII-1-2 Simulation de vibrations et étude de leurs influences sur la fonction d'autocorrélation :

Le but de cette troisième simulation, est de d'étudier l'influence des vibrations sur l'évolution et la régularité de l'état de surface.

Pour cela on supposera d'abord que les vibrations sont périodiques ce qui se traduit, pour notre simulation, par la multiplication de la fonction représentant l'état de surface par la fonction aléatoire générée par l'ordinateur.

La remarque que l'on peut faire: quelques soit l'amplitude des vibrations - toutes proportion gardées - le profil ne perd rien de sa régularité, cela est très visible sur la forme de la fonction d'autocorrélation. Ainsi dans le cas de la **figure 5** l'amplitude est 2.5 fois l'amplitude de la fonction initiale sans que pour autant cela influ la régularité du profil.

La simulation s'est faite de la manière suivante :

$$y(x) = \sin(x)(2.5 * \text{RND}(1))$$

Par contre on remarque que si on simule en plus des vibrations, une réctification (**fig 6**), le profil a tendance à perdre de sa régularité et on constate l'influence du processus aléatoire sur le profil contrairement a ce que on a pu constaté sur la figure 4.

Supposons à présent, qu'en plus des vibrations propre à la machine on a des perturbations produites lors de la coupe (usure de l'outil, arrête rapportée.....) et des conditions d'usinages défavorables.

Pour cela lors de la simulation, au lieu de multiplier la fonction représentant l'état de surface par la fonction aléatoire, on additionnera ces dernières.

Le fait est que pour de faibles valeurs de la fonction aléatoire, le processus ne perd pas sa régularité. Mais si on augmente "les vibrations" le système a tendance a devenir plutôt aléatoire.

Ainsi dans la **figure 7**, si on observe l'état d'une surface simulé avec l'addition de  $3 * \text{RND}(1)$ , nous pouvons toujours dire qu'il est périodique ce qui est bien traduit par la fonction d'autocorrélation. On peut dire alors que le profil est plus périodique qu' aléatoire bien qu'il ait perdu un peu de sa régularité.

L'observation de l'état de surface de la figure 8, simulé avec l'addition de  $4 * \text{RND}(1)$  pourrait a priori nous suggérer de dire que l'état de surface est aléatoire, si on ne tenait pas compte de la fonction d'autocorrélation. En effet cette dernière accuse une chute nette de sa valeur maximum, ce qui signifie bien que ce signal contient des termes aléatoires. Par contre le fait qu'elle prenne une forme périodique montre que l'état de surface est lui aussi périodique. Néanmoins on peut dire que ce profil est plus aléatoire que périodique.

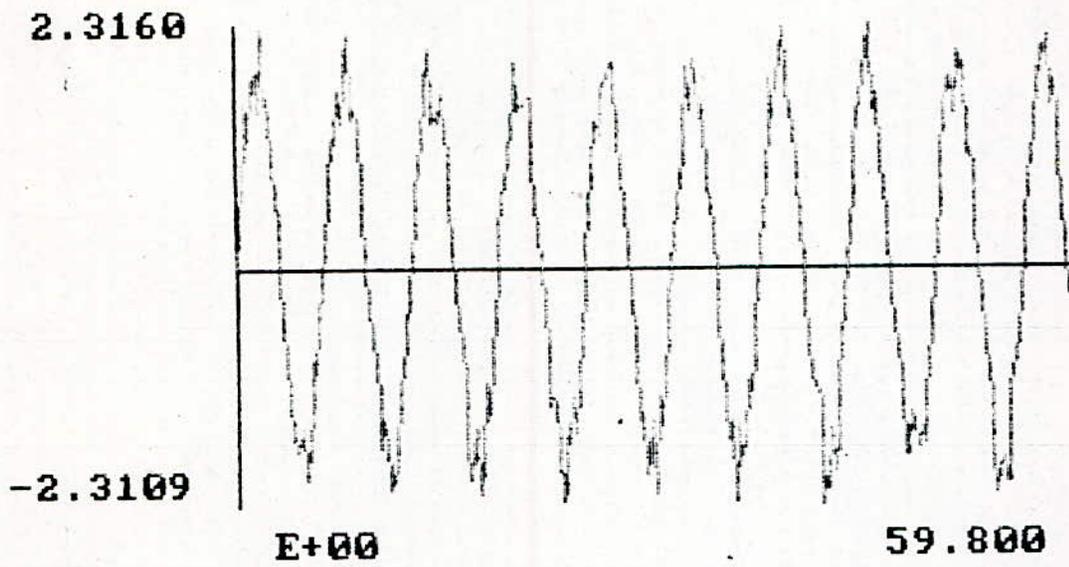
La conclusion tirée de cette troisième simulation est la suivante :

Certains types de vibrations ne permettent pas de faire perdre le caractère régulier d'un profil, tandis que d'autres le permettent.

On a pu confirmer aussi que la fonction d'autocorrélation permettait de déceler le caractère régulier ou aléatoire d'un profil, ainsi qu'elle faisait apparaître la période la plus importante existante dans un signal.

Après avoir simulé des surfaces théorique nous avons voulu simulé des surfaces existantes ou pouvant exister réellement.

etat de surface



autocorrelation

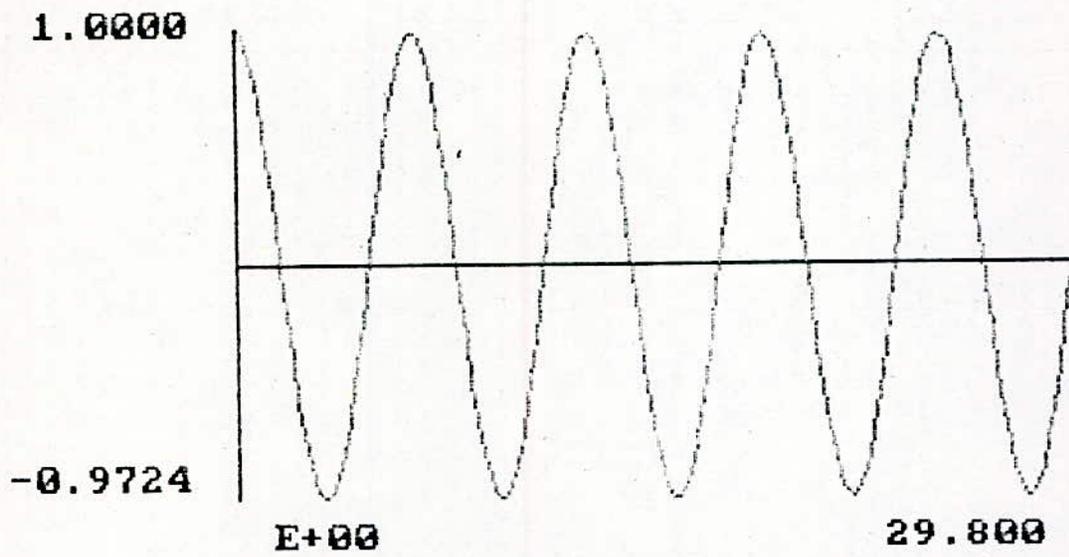
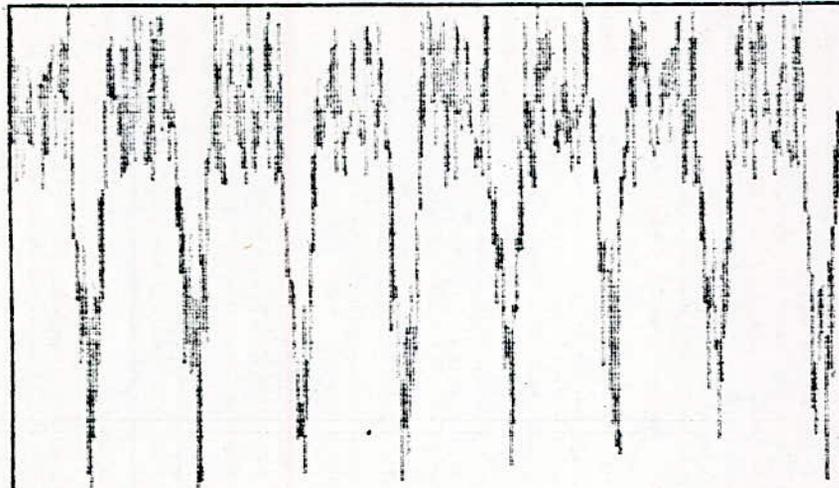


Fig-5-

etat de surface

-0.3022

-1.3484



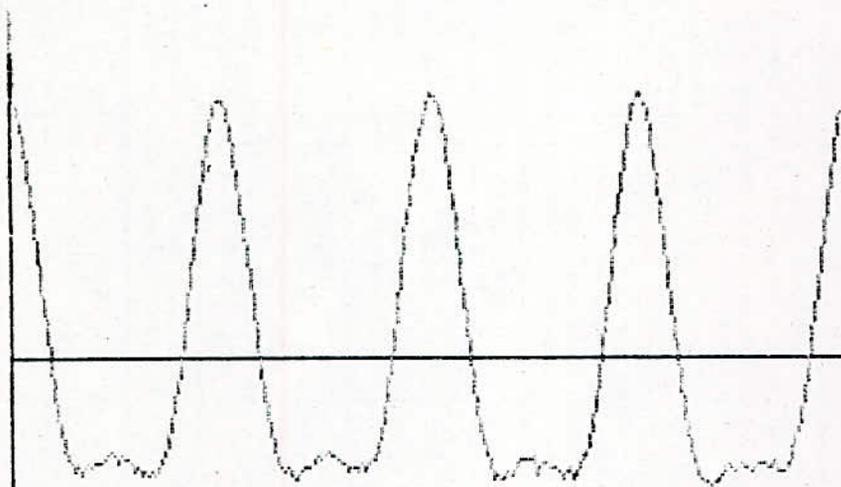
E+00

49.900

autocorrelation

1.0000

-0.3574



E+00

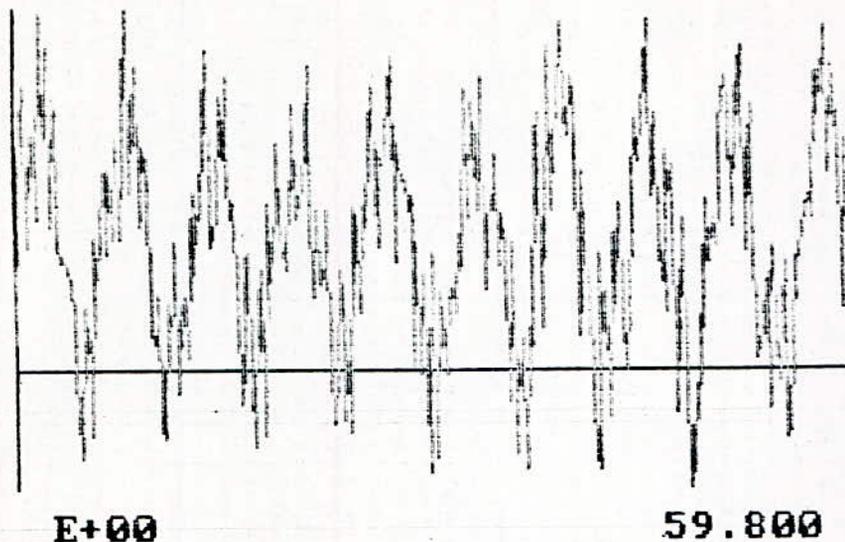
24.900

Fig-6-

etat de surface

2.9209

-0.9448



autocorrelation

1.0000

-0.6332

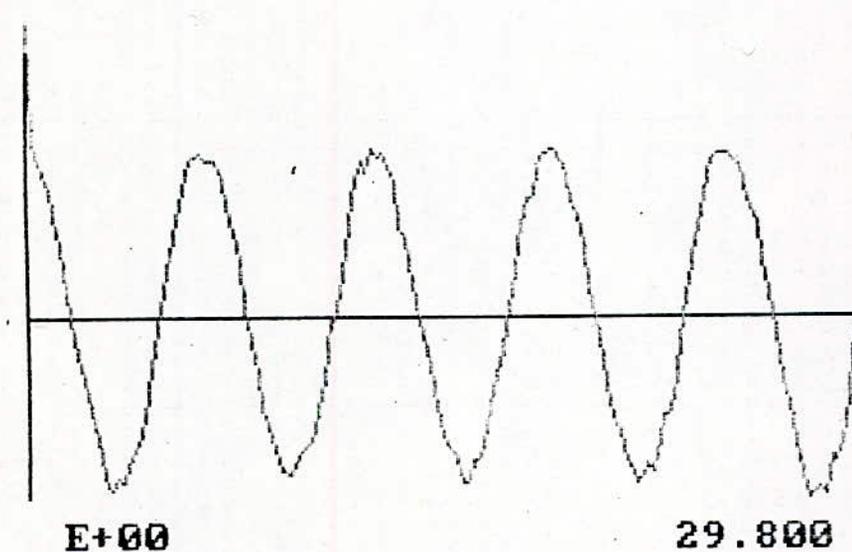
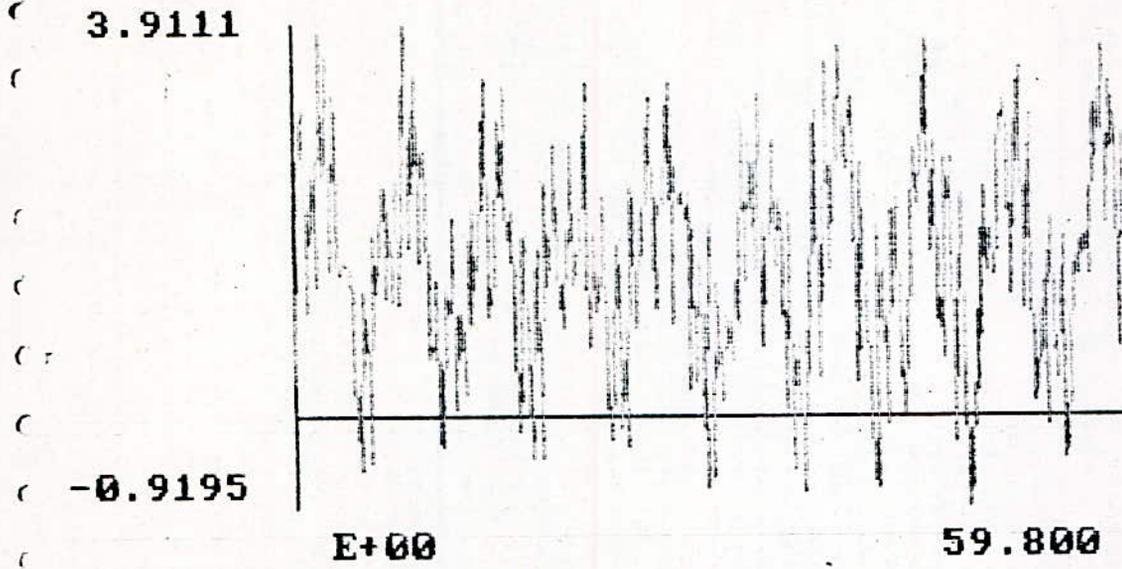


Fig -7-

etat de surface



autocorrelation

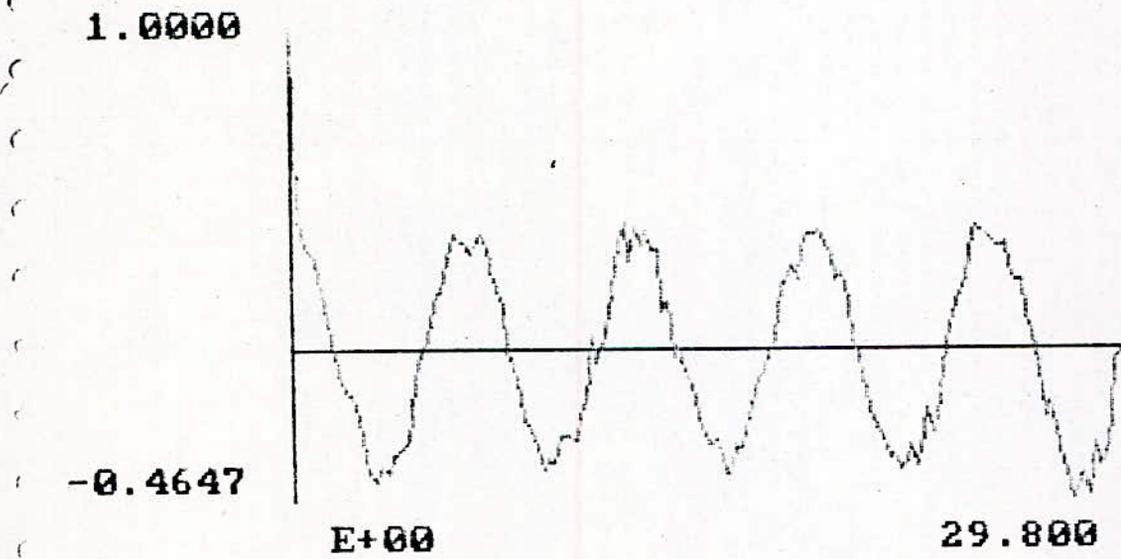


Fig -8-

## VII - 2 / Simulation d'un cas réel :

En se référant au chapitre III, nous avons choisi un état de surface généré par deux arrêtes tranchantes et un bec arrondi. On supposera que le profil obtenu est une série de demi-cercles.



### Avertissement :

Les figures qui suivent devront représenter des demi-cercles, compte tenu de l'équation introduite dans le programme, mais vous pourrez remarquer qu'il en est tout autres. En effet les figures exposées représentent des arcades.

Ce phénomène est dû au fait que l'échelle des abscisses et des ordonnées n'est pas la même, car il existe deux instructions propre à l'ordinateur (**VIEW** et **WINDOW**) qui délimitent un espace dans l'écran et permettent d'introduire le nombre de points donnés (quelques soit ce nombre de points).

Vu qu'en abscisse on a une plus grande valeur qu'en ordonnées, l'ordinateur change alors l'échelle afin de permettre l'introduction de tous les points.

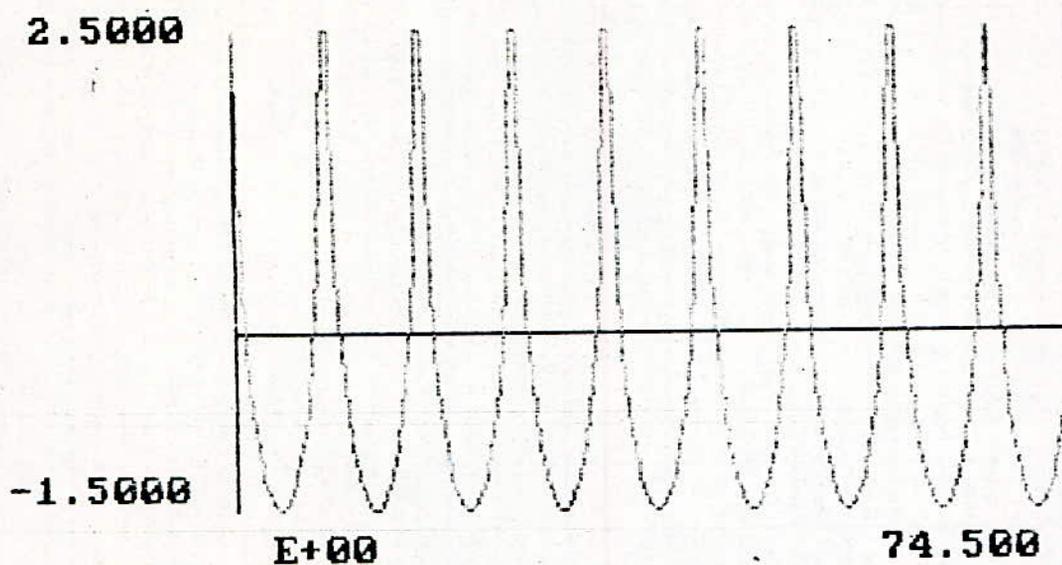
Néanmoins cela n'a aucune influence sur la forme de la fonction d'autocorrélation vu que cette dernière est calculée directement à partir de l'équation du cercle.

La première simulation est donc celle d'une série de demi-cercles de rayons 4. Le nombre de point est de 150 et le pas de 0.5 (fig 9).

La première constatation est que la forme de la fonction d'autocorrélation est différente de celle de la fonction sinus (sommets plus pointus).

Pour confirmer cette constatation, on a alors simulé un autre cas se rapprochant de la réalité.

etat de surface



autocorrelation

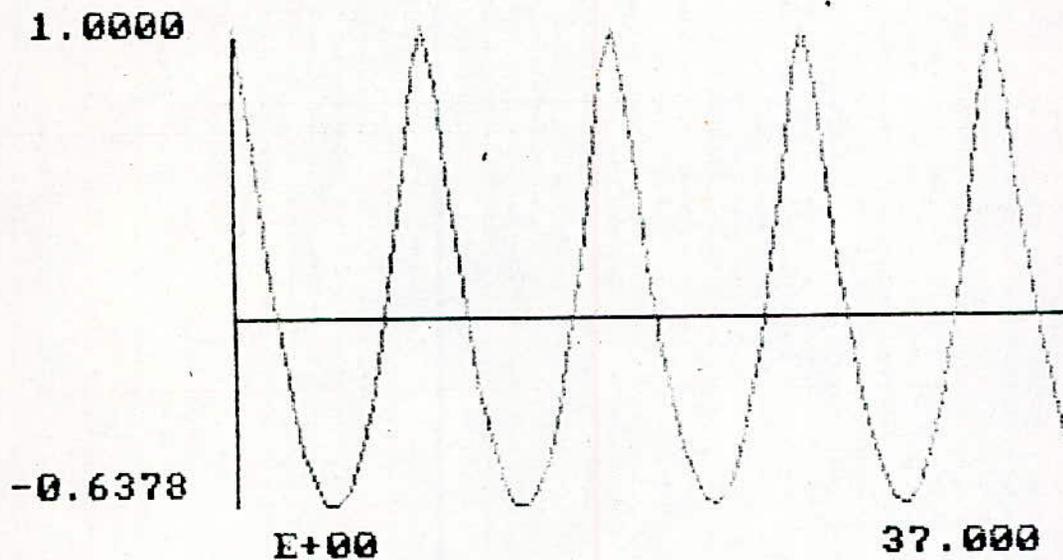
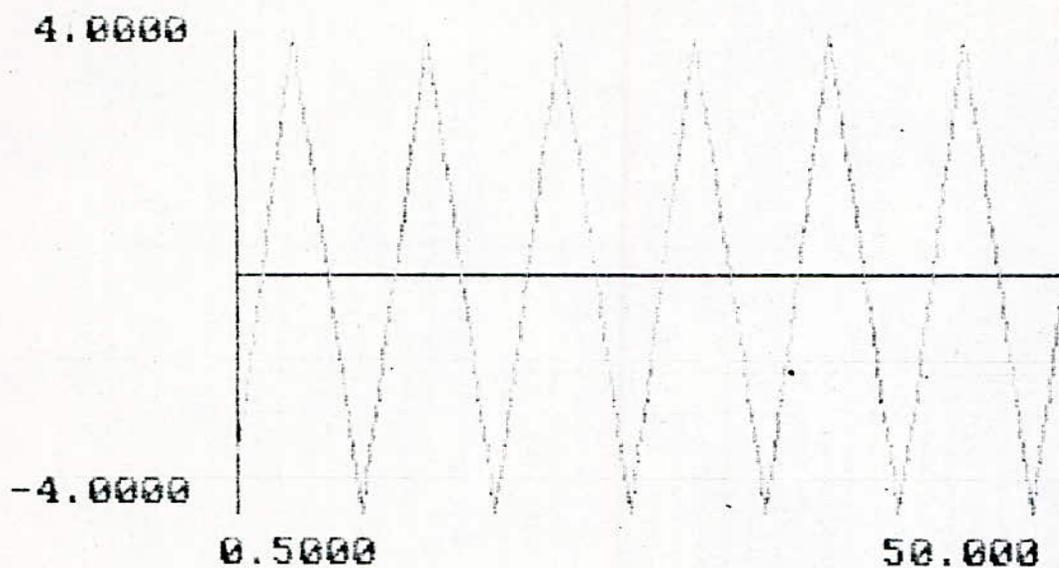


fig -9-

etat de surface



autocorrelation

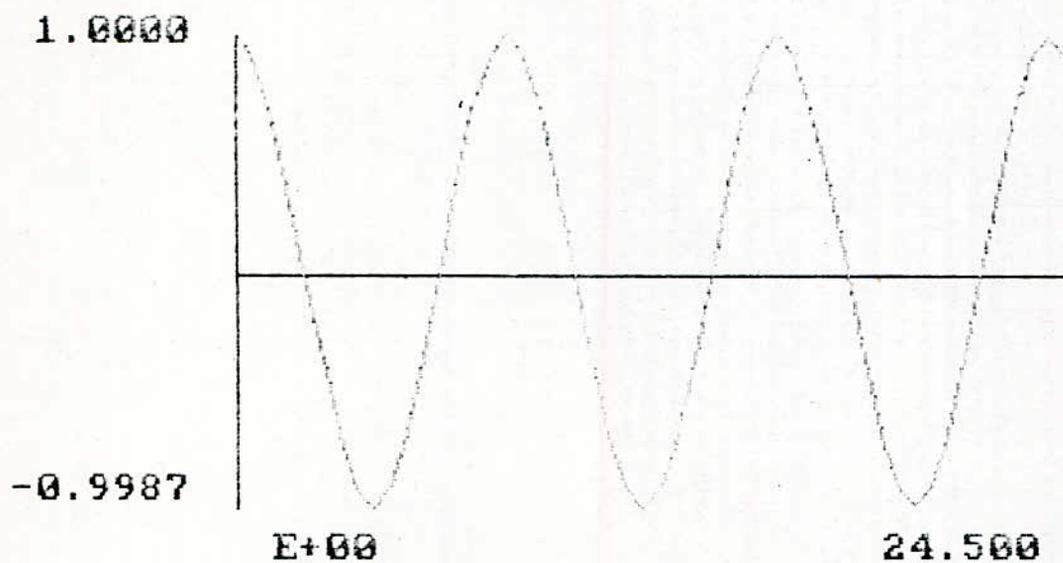


Fig -10-

La génération d'un profil avec un outil-couteau sans rayon pratiqué à l'extrémité du bec (voir chapitre III ) a donner une fonction d'autocorrélation différente des deux autres types de fonctions déjà simulées (voir figure 10) la différence réside au niveau des creux et des sommets.

Ainsi on peut conclure qu'il existe une fonction d'autocorrélation propre à chaque type d'état de surface.

#### VII-2-1 / Simulation de vibrations :

Comme pour le profil théorique, nous simulons des vibrations à l'aide de la fonction RND.

Aucun fait nouveau n'est à signaler concernant ce type de simulation.

Les figures 11 et 12 montrent des profils avec des vibrations dont l'amplitude est différente.

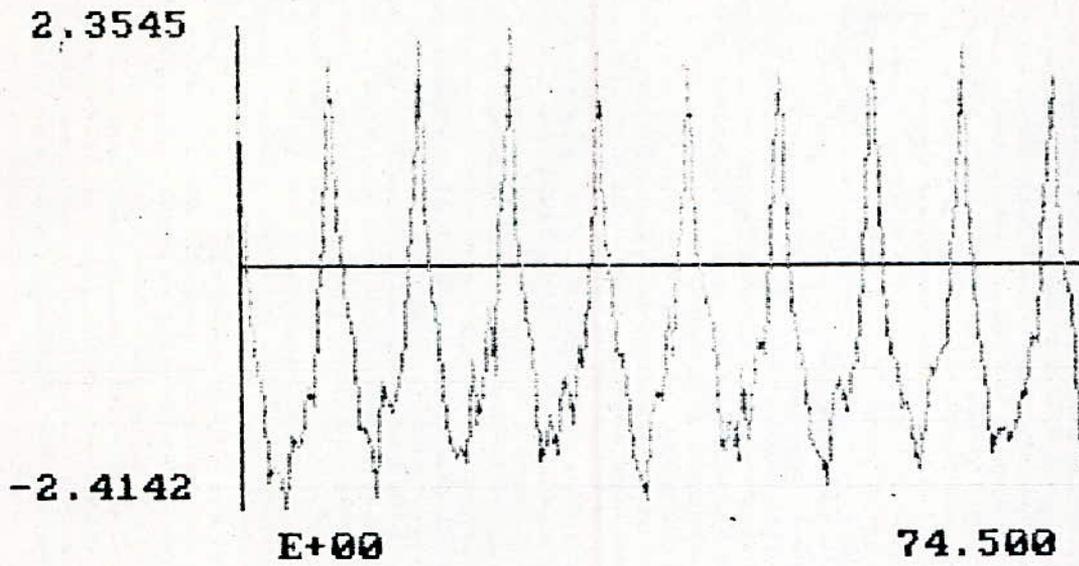
Pour la figure 11, le profil a été additionné avec  $1 \cdot \text{RND}(1)$ , bien que les minimums de la fonction d'autocorrélation aient diminué, ce profil conserve pleinement sa régularité ; ce qui n'est pas le cas de la figure 12 où on remarque que le profil est devenu plutôt aléatoire.

En fin de cette série de simulation nous présentons un profil purement aléatoire ou "bruit blanc" (fig 13).

Nous constatons que la fonction d'autocorrélation tend vers 0 ce qui prouve que le profil est aléatoire.

D'après les simulations faites, on peut dire que la fonction d'autocorrélation apportent des renseignements appréciables quant à la régularité d'un profil microgéométrique ainsi que d'autres informations, comme la période dominante dans un signal. Pourtant il se peut qu'il y ait d'autres périodes cachées. Pour pouvoir déceler toutes les périodes existante dans un signal, il est nécessaire d'utiliser la dernière caractéristique d'un état de surface (fonction aléatoire) et qui est "la densité spectrale".

etat de surface



autocorrelation

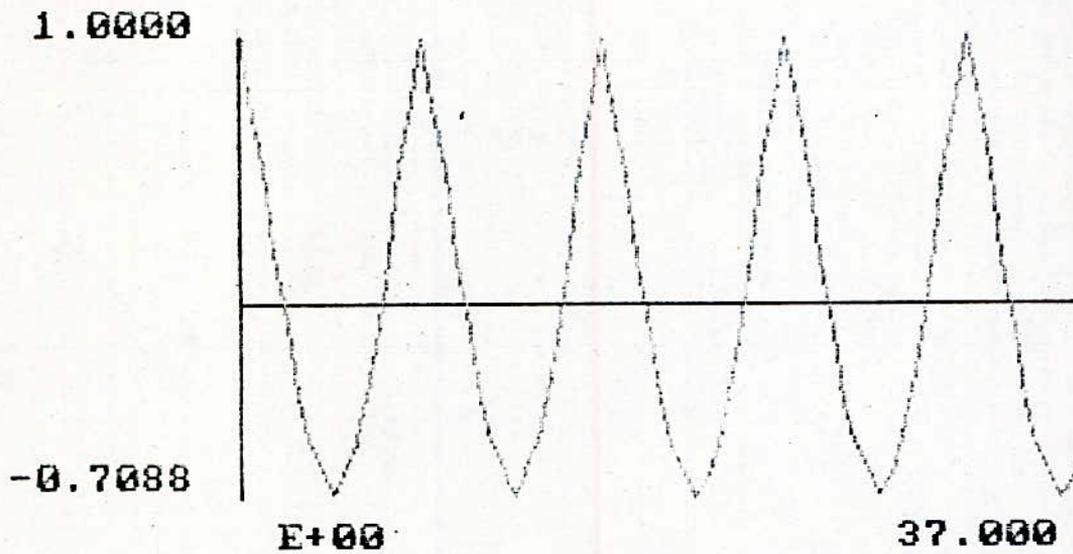
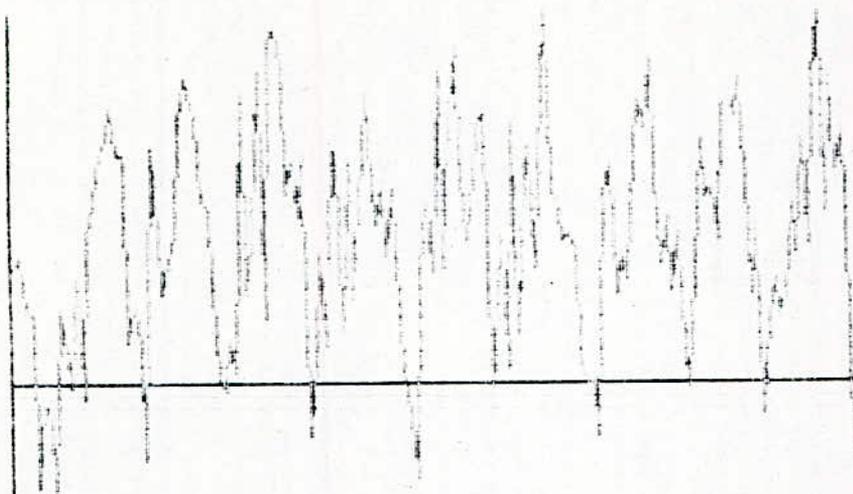


Fig - 11 -

etat de surface

6.7423

-2.0710



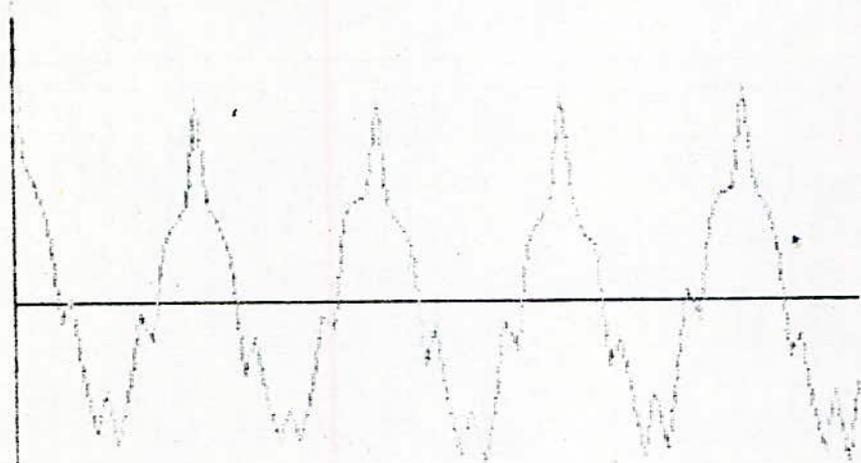
E+00

74.500

autocorrelation

1.0000

-0.5228



E+00

37.000

Fig - 12-

autocorrelation

1.0000

-0.1337

E+00

24.900



etat de surface

-0.0011

-0.1992

E+00

49.900

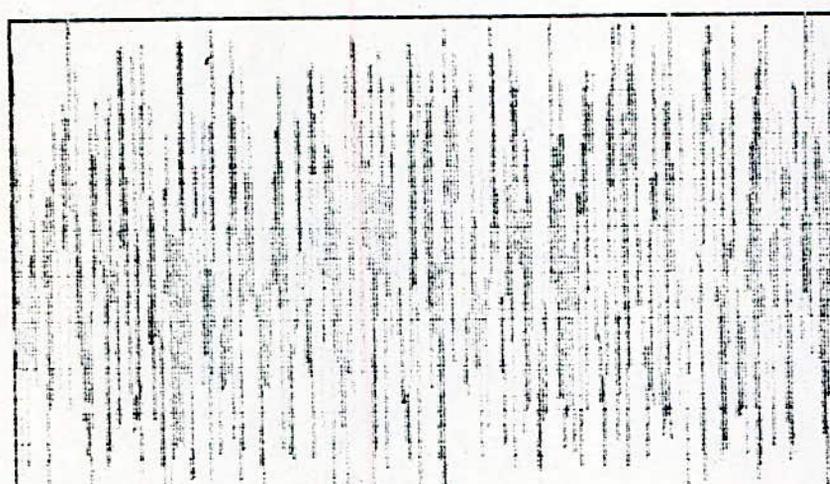


Fig -13-

Le programme informatique a été réalisé par mon camarade "HAMDAN Saad".

Pour le cas de fonction régulière la densité spectrale donne, comme le montre la figure 14, la fréquence et la puissance du profil considéré.

La figure 15 montre un signal contenant des vibrations. La densité spectrale détermine alors en plus de la fréquence dominante d'autres fréquences de faible amplitudes ce qui démontre que le signal contient plusieurs périodes.

En fin, nous avons simulé un profil aléatoire, la densité spectrale est caractérisé par un pic à la fréquence de 1 Hz ce qui est en accord avec la théorie. Pourtant, théoriquement si le signal était purement aléatoire on ne devrait déceler aucune autre fréquence, ce qui n'est pas le cas de la figure 16 en effet cette dernière montre qu'il existe d'autres fréquences bien que de faibles amplitudes. On conclut donc que l'ordinateur ne génère pas vraiment une série de nombres aléatoires, mais qu'il y a une certaine périodicité dans cette série de nombre.

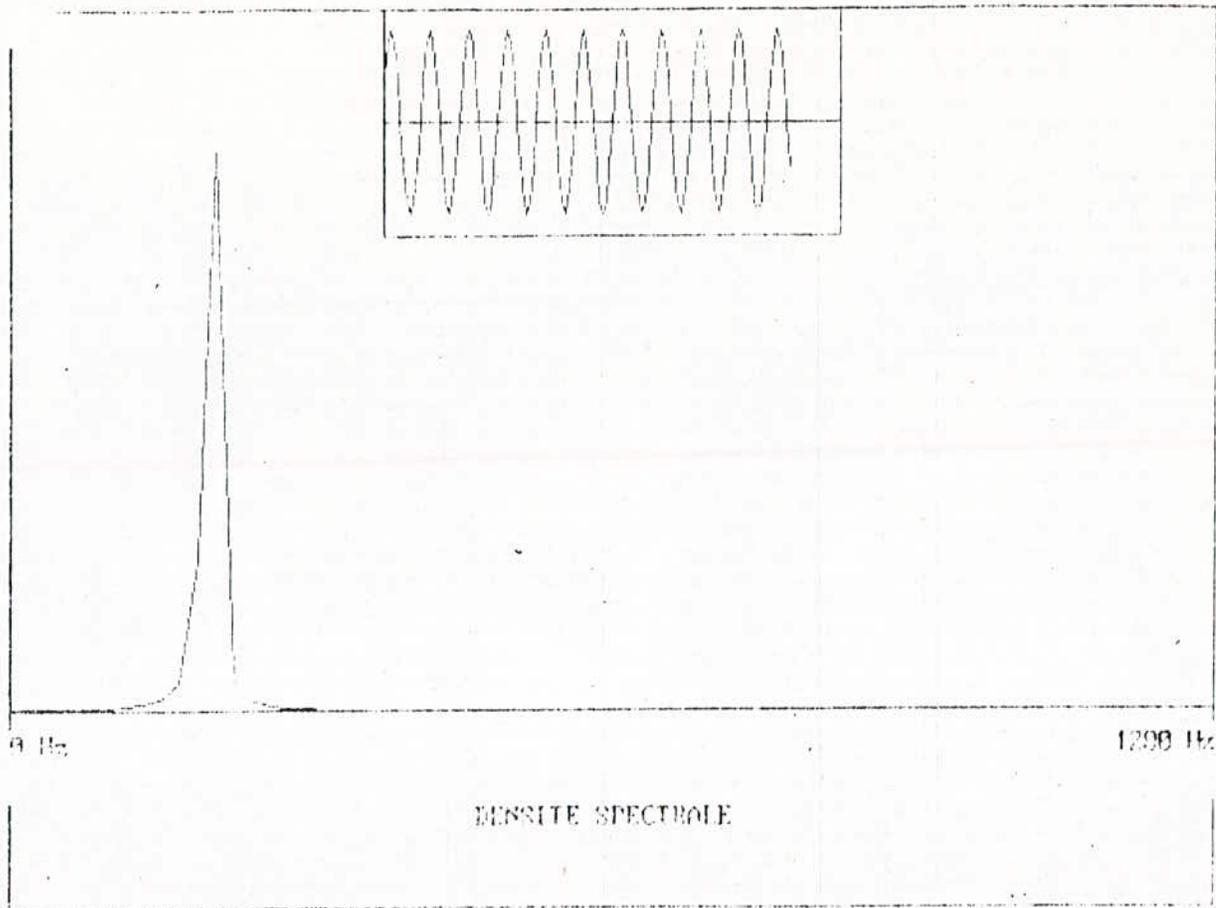
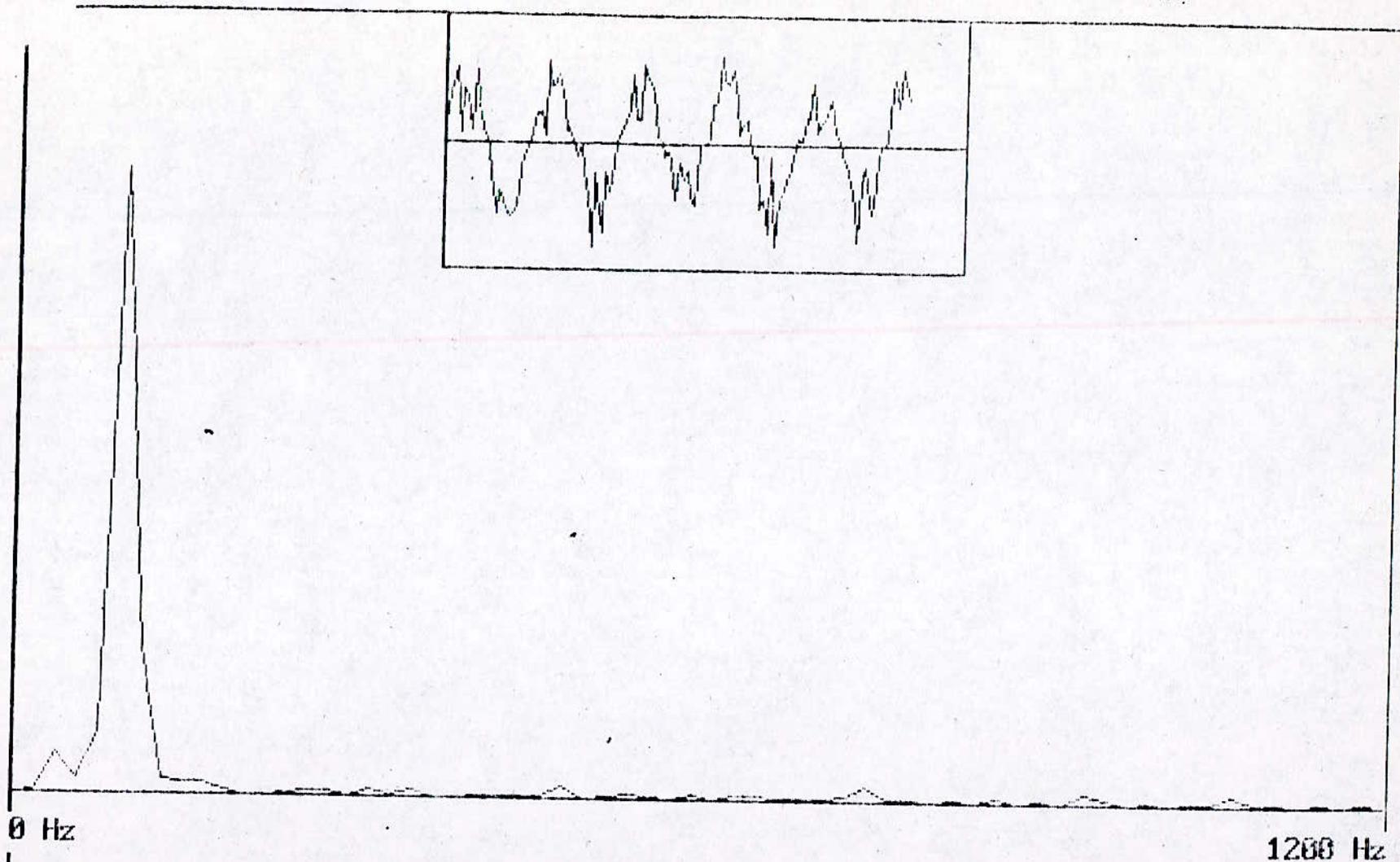


Fig -14-



DENSITE SOECTRALE

Fig -15-

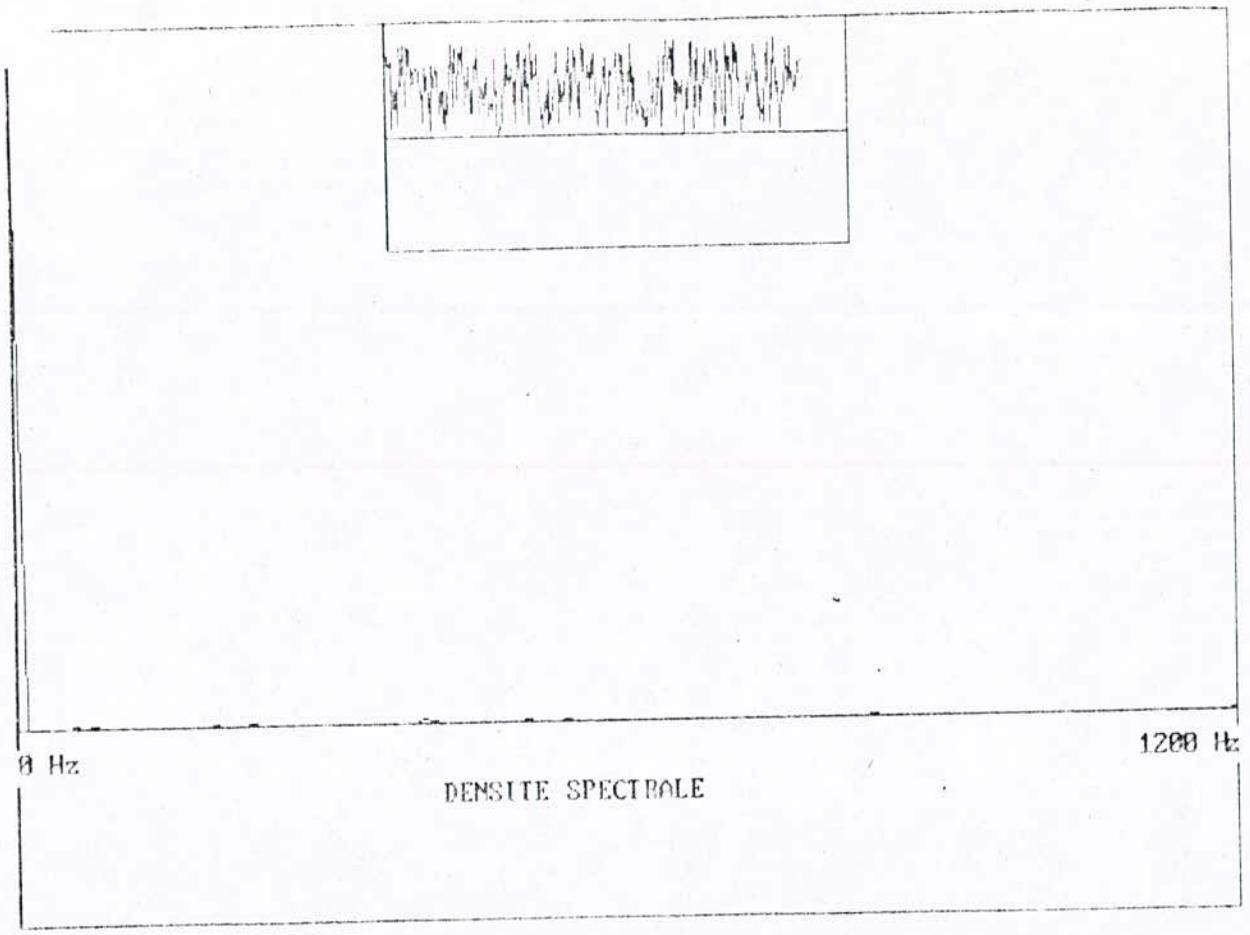


Fig. 16.

### VII-3 / Simulation d'une rectification suivie d'un polissage :

La rectification et le polissage sont deux opérations de finition qui permettent de diminuer les hauteurs d'aspérités et d'éliminer toute période existante dans le profil. Dans ce dernier sous chapitre, nous allons simuler ces deux opérations.

Considérons le profil généré par deux arrêtes tranchantes et un bec arrondi (fig 9).

Nous allons donc faire plusieurs passes de rectification, et utiliser la fonction d'autocorrélation pour le contrôle de l'évolution du profil.

Dans la figure 17, l'état de surface a subi une première rectification qui n'a eu aucune influence sur la régularité du profil.

La simulation a été faite de la manière suivante :

$$\text{si } y(x) > -1.5 \text{ alors } y(x) = -1.2 - 0.5 * \text{RND}(1)$$

Avec  $y(x)$  équation du cercle.

Nous avons pousser plus loin la rectification, figure 18, et nous constatons, d'après la forme de la fonction d'autocorrélation, que le profil commence à perdre sa régularité bien qu'il conserve toujours une période.

La simulation a été la suivante :

$$\text{si } y(x) > -2 \text{ alors } y(x) = -1.7 - 0.7 * \text{RND}(1)$$

La dernière passe nous permettra d'éliminer complètement toutes traces laissées par la forme de l'outil. L'état de surface est représenté par la figure 19.

Il a été obtenu de la manière suivante :

$$\text{si } y(x) > -2.5 \text{ alors } y(x) = -2.4 - 0.2 * \text{RND}(1)$$

En premier abord, l'état de surface semble complètement aléatoire, et si on disposait seulement du profilogramme de cet état de surface on pourrait dire qu'il est convenable, pourtant l'observation de la forme de la fonction d'autocorrélation indique clairement que le profil contient toujours au moins une période.

Compte tenu de ce qu'on vient de dire, le polissage, opération couteuse, devra diminuer la hauteur d'aspérité ainsi que l'élimination de toutes périodes existantes dans le système vu que les traces qu'ils engendrent sont considérées comme aléatoires ( ceci est dû aux différences de formes et à la finesses de ses grains ).

Pour la simulation nous avons alors penser à superposer deux fonctions aléatoires. La première aura pour but de simuler la rectification et donc aura une amplitude élevée et la seconde, simulera le polissage et aura donc une faible amplitude.

Cela se traduit par :

si  $y(x) > -2.5$  alors  $y(x) = -2.4 - 0.2 * \text{RND}(1)$  et

si  $y(x) > -2.6$  alors  $y(x) = -2.7 - 0.1 * \text{RND}(1)$

La figure 20 représente cette simulation.

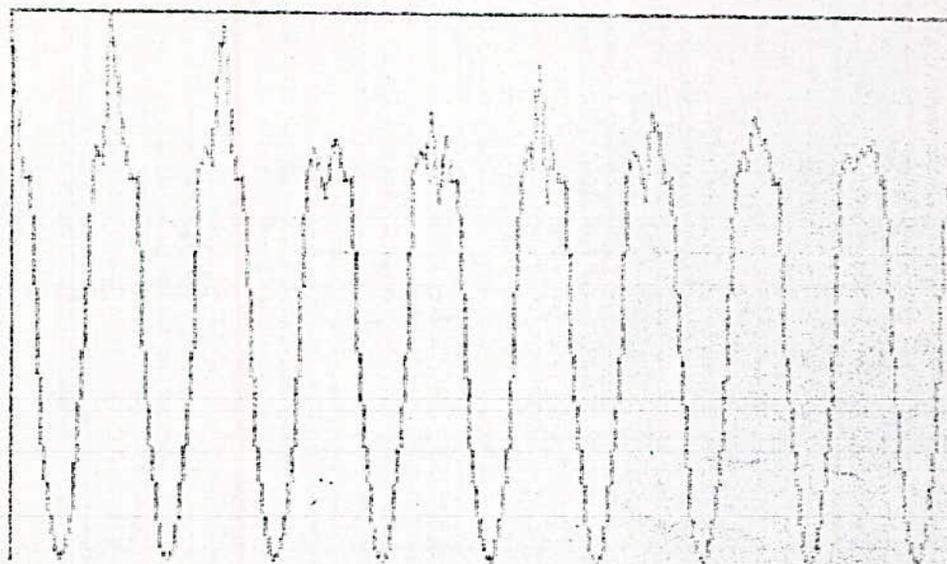
On constate dans ce cas là, que la fonction d'autocorrélation tend vers zéro et qu'elle ne présente pas de périodes apparentes. On peut alors penser que notre état de surface est acceptable.

Cette dernière simulation montre que lors d'opérations couteuses comme la rectification et le polissage, l'utilisation de la fonction d'autocorrélation est d'un apport considérable; en effet elle permet de juger si l'état de surface est acceptable ou non, et cela non seulement du point de vue rugosité mais aussi du point de vue régularité. Ainsi on peut éviter d'autres passes, comme dans le cas de notre simulation, ce qui permet une économie d'argent et de temps.

état de surface

-1.2368

-2.5000



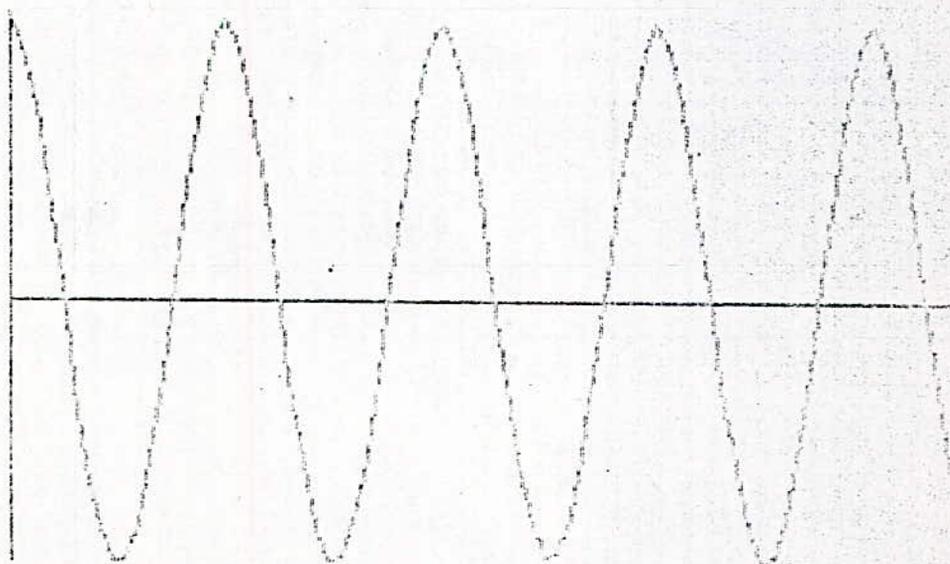
E+00

74.500

autocorre. normee

1.0000

-0.9181



E+00

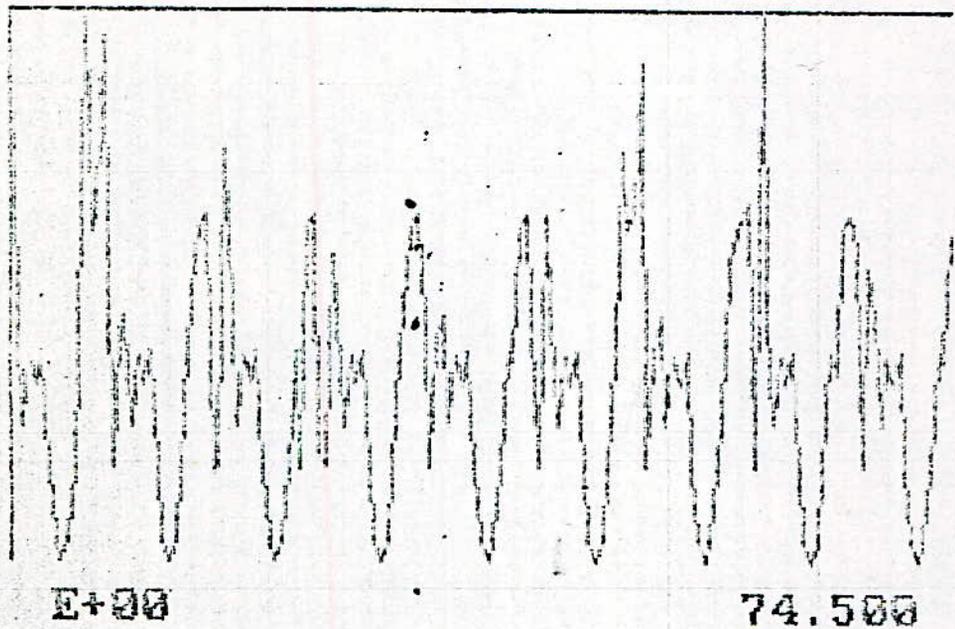
37.000

Fig-17-

etat de surface

-1.7300

-2.5000



autocorre. normee

1.0000

-0.3525

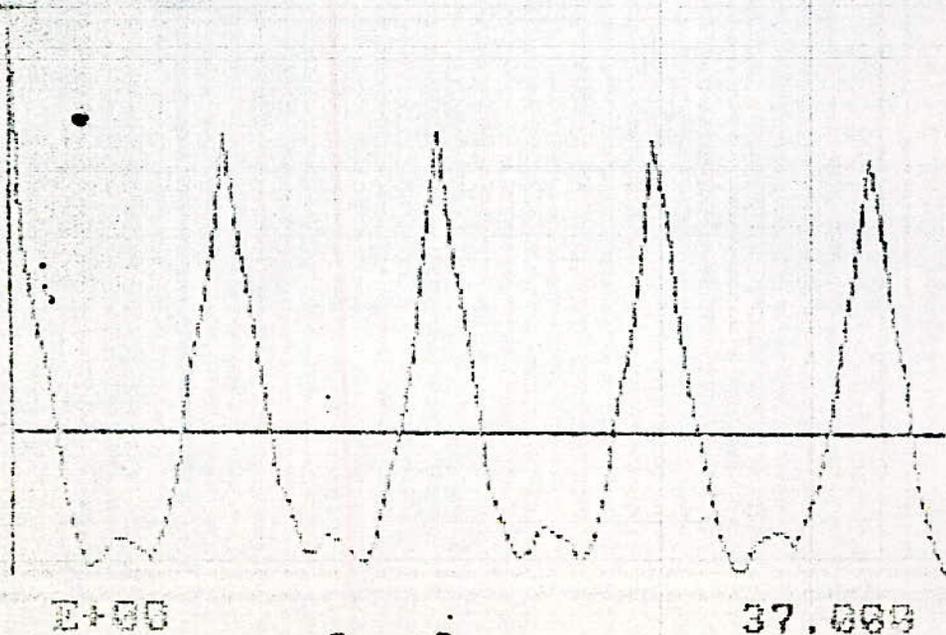


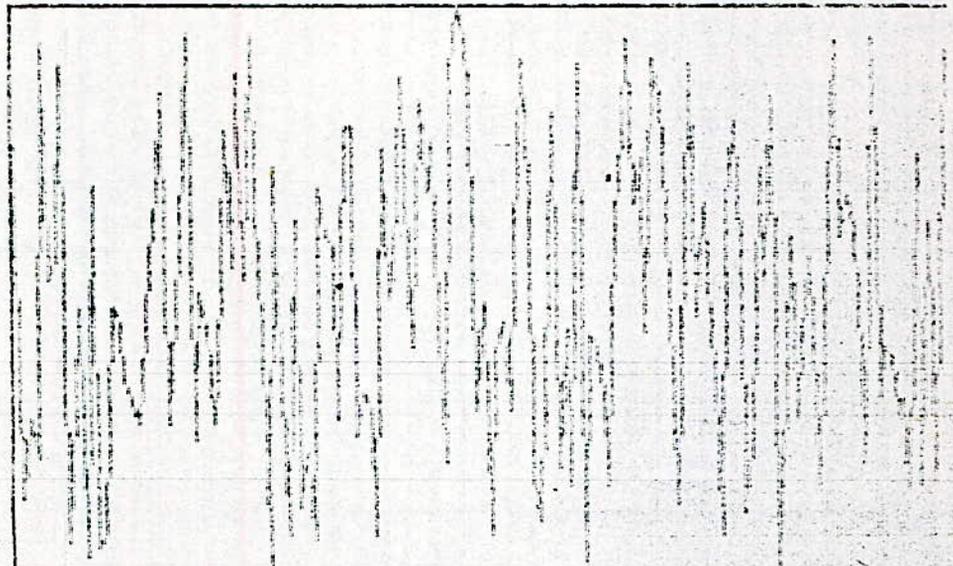
Fig -18-

37.000



etat de surface

-2.7669

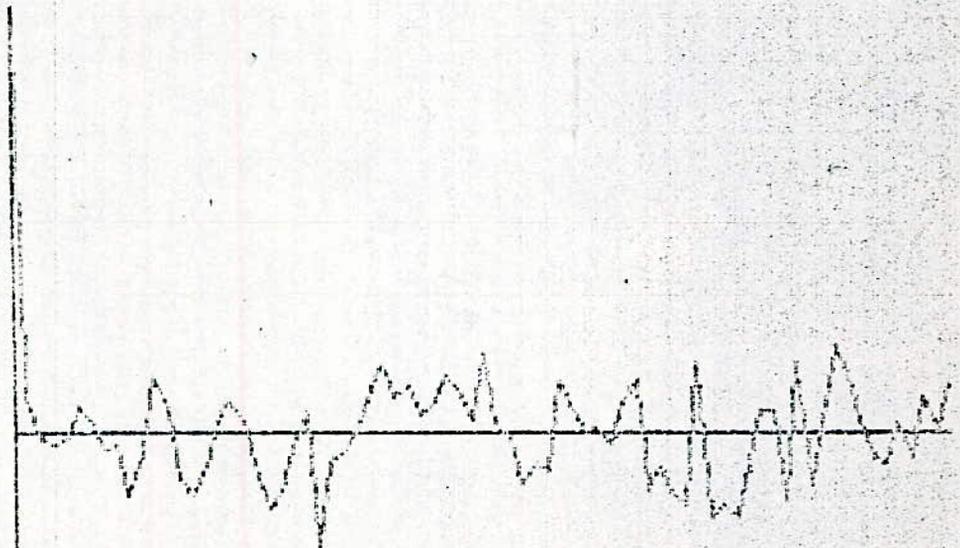


E+00

74.500

autocorre. normee

1.0000



E+00

37.000

fig-20-

## CHAPITRE IIX :

### Conclusion :

Nous avons constaté au cour de cette étude que les paramètres classiques déterminant un état de surface ( $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_p$ ....) ne permettaient pas de donner des renseignements et des indications suffisants quant à l'évolution de la forme du profil microgéométrique.

Par contre l'analyse mathématique de l'état géométrique d'une surface contribue à l'apport d'indications, et ceci dans des proportions bien appréciées, sur le caractère régulier ou aléatoire du profil considéré.

Nous avons pu tirer des conclusions assez intéressantes de notre série de simulation :

- \* En premier lieu la fonction d'autocorrélation permet de déceler tous caractères aléatoires d'un profil.

- \* En deuxième lieu, toutes perturbations aux sommets se répercutent automatiquement sur les creux de la fonction d'autocorrélation.

- \* En troisième lieu, le profil peut rester régulier même avec l'existence de vibrations (cas où les vibrations sont périodiques).

- \* En quatrième lieu, le profil perd sa régularité si il y'a concomitance de plusieurs paramètres engendrant des perturbations importantes; dans le cas où l'on a de faibles perturbations, le profil garde son allure régulière.

- \* En cinquième lieu, pour chaque état de surface, engendré différemment, correspond une fonction aléatoire différente.

C'étaient les conclusions principales qui ont pu être déduites au cour de cette étude qui a concerné qu'un certain type de simulation, mais je suis persuadé que l'on pourrait déduire d'autres conclusions toutes aussi intéressantes, sinon plus, si on simule d'autres profils de type différents.

Il serait aussi intéressant d'appliquer la fonction de densité spectrale à l'étude d'un état de surface, ce que je n'ai malheureusement pas pu faire vu le manque de temps, j'espère que cela se fera au cour d'autres études.

Dans la pratique, ces deux fonctions peuvent être appliquées par exemple au contrôle des pièces en plus des paramètres classiques. En effet dans un lot de pièces, on pourra utiliser la fonction d'autocorrélation pour le choix des pièces ayant un état de surface acceptable et les pièces à rejeter. Pour cela on se fixera au préalable, une pièce de référence ou pièce étalon, où toutes les autres pièces lui seront comparées à l'aide d'un ordinateur. On se fixera évidemment un certain coefficient de corrélation minimum admissible.

Plus encore, si on dispose d'un profilographe permettant de digitaliser le profilogramme obtenu représentant l'état de surface, il sera monté sur une machine outil et relié à un ordinateur.

Ainsi, au cours d'usinage d'une pièce - si cela est possible - ou juste après, l'état de surface est pris puis digitalisé pour permettre le calcul de la fonction d'autocorrélation et de densité spectrale qui seront représentées sur l'ordinateur.

Un modèle étalon sera au préalable fixé et enregistré sur l'ordinateur. Ainsi à partir de l'état de surface seulement, on pourra diagnostiquer directement ce dernier ainsi que l'outil et la machine ; puisque toutes les perturbations (usure d'outils, arrêtes rapportées, vibrations dues à la machine ou au complexe machine-outil....) se répercutent directement sur l'état de surface.

La fonction d'autocorrélation permettra de juger si l'état de surface est acceptable, et la fonction de densité spectrale décelera toutes les fréquences intruses.

Il sera donné alors au contrôleur de juger si la pièce est acceptable ou non, s'il faut changer l'outil, réparer la machine, selon ce qu'il aura eu comme informations.

Cette méthode permet de gagner un temps considérable, d'être sûr que toutes les pièces sont acceptables et maximiser le rendement de l'outil et la machine.

Pour conclure, j'espère que ce modeste ouvrage sera la base d'une série d'études concernant l'application de l'analyse mathématique à l'étude des états de surfaces et qu'elles ne se limiteront pas seulement à des études théoriques, mais qu'il y ait aussi des essais pratiques afin de confirmer la théorie, car je pense sincèrement que ce domaine est très prometteur.

ANNEXES :

PROGRAMME N°1.

Ce programme permet le calcul de la fonction d'autocorrélation.

Le menu principal propose quatre options :

- 1- Introduire des valeurs discrètes qui seront au préalable enregistrées sur le disque de l'ordinateur à l'aide du programme N°2.
- 2- Introduire des valeurs discrètes lors de l'exécution du programme N°1.
- 3- Introduire une fonction continue représentant l'état de surface.
- 4- Quitter le programme.

Selon l'option choisi, des instructions propres à chaque option seront affichées. Après que l'ordinateur ait effectué les calculs, trois courbes, tracées en moyenne résolution, apparaiteront sur l'écran et ils représentent respectivement :

- 1- L'état de surface.
- 2- La fonction d'autocorrélation.
- 3- La fonction d'autocorrélation normée.

Les touches "c" et "p" permettent de changer les couleurs des courbes si on dispose d'un moniteur en couleur.

Les touches "1", "2" et "3" permettent de sélectionner une des trois figures déjà citée, et de l'avoir avec une plus grande échelle ainsi que son maximum et minimum.

La touche "r" permet de revenir au tracé des trois courbes, en moyenne résolution, sur le même écran.

Si on desire obtenir un tracé en haute résolution, il suffit d'actionner la touche "h". Les touches "1", "2" et "3" gardent leurs fonctions.

Afin de retourner au menu principal, il suffit d'actionner la touche "f".

PRPGRAMME N°2.

Ce programme permet l'ouverture d'un fichier où seront stockées des valeurs discrètes de la fonction représentant l'état de surface.

Par l'intermédiaire du programme N°1, ces valeurs seront appelées et introduites dans l'ordinateur afin d'être traitées.

PROGARMME N°3.

Ce programme permet le calcul de la fonction de densité spectrale. On rappelle qu'il a été réalisé par mon camarade "HAMDAN SAAD" pour la préparation de son projet de fin d'études.

Ces trois programmes sont disponibles sur disquette au niveau du département.

```

10 '-----
20 '      Etude de la fonction d'autocorrelation
30 '      par simulation sur ordinateur
40 '
50 '
60 '
70 '
80 '
90 '                                     (ABOURA ZOHEIR)
100 '-----
110 '      Initialisation du programme
120 '
130 '
140 CLS :KEY OFF:SCREEN 0:WIDTH 80
150 DIM X1(1500),Y1(1500),X2(1500),Y2(1500),X3(1500),Y3(1500)
160 DIM T$(5)
170 '
180 '
190 '
200 T$(1)="etat de surface":T$(2)="autocorrelation":T$(3)="autbcorre.normee"
210 '-----
220 '-----
230 '
240 COLOR 7,0:CLS:COLOR 0,11
250 LOCATE 3,15:PRINT " Etude theorique de la fonction d'autocorrelation "
260 LOCATE 4,15:PRINT "      par simulation sur "
270 LOCATE 5,15:PRINT "      ordinateur "
280 FOR I=8 TO 18:LOCATE I,10:PRINT SPACE$(60):NEXT I
290 LOCATE 10,11:PRINT " 1 - Lire des donnees deja "
300 LOCATE 11,11:PRINT "      enregistrees sur disque "
310 LOCATE 12,11:PRINT " "
320 LOCATE 10,41:PRINT " 2 - Introduire les donnees "
330 LOCATE 11,41:PRINT "      maintenant "
340 LOCATE 12,41:PRINT " "
350 LOCATE 14,11:PRINT " 3 -Choisir une fonction "
360 LOCATE 15,11:PRINT "      theorique "
370 LOCATE 16,11:PRINT " "
380 LOCATE 14,41:PRINT " 4 - Fin du programme "
390 LOCATE 15,41:PRINT " "
400 LOCATE 16,41:PRINT " "
410 COLOR 0,7:LOCATE 19,10:PRINT SPACE$(60)
420 LOCATE 19,12:PRINT "Choix d'une option : "
430 '
440 'clavier
450 X$=INKEY$
460 IF X$="1" THEN 510
470 IF X$="2" THEN 690
480 IF X$="3" THEN 810
490 IF X$="4" THEN END
500 GOTO 450
510 '-----
520 ' lire les donnees deja enregistrees sur disque
530 '
540 COLOR 7,0:CLS
550 COLOR 0,11

```

```

560 LOCATE 7,10:PRINT SPACE$(60)
570 LOCATE 7,10:PRINT " Option # 1 : "
580 COLOR 7,1
590 FOR I=8 TO 18 :LOCATE I,10:PRINT SPACE$(60):NEXT I
600 LOCATE 10,12:PRINT "Nom des donnees : "
610 LOCATE 10,30:INPUT " ",FILE$
620 COLOR 31,4:LOCATE 15,20:PRINT "Programme en cours d'execution "
630 OPEN FILE$ FOR INPUT AS #1
640 INPUT #1,N1
650 FOR I=1 TO N1
660 INPUT #1,X1(I),Y1(I)
670 NEXT I
680 GOTO 1770
690 '-----
700 ' introduire les donnees maintenant
710 '
720 COLOR 7,0:CLS
730 INPUT " le nombre de point = ";N1:PRINT
740 INPUT " le pas =",TINT
750 FOR I=0 TO N1
760 PRINT "point # ";I
770 X1(I)=I*TINT:INPUT " valeur de la fonction = ",Y1(I)
780 NEXT I
790 COLOR 31,4:LOCATE 16,20:PRINT "Programme en cours d'execution "
800 GOTO 1770
810 '-----
820 '
830 'choisir une fonction theorique
840 COLOR 7,0:CLS
850 COLOR 0,11
860 LOCATE 7,2:PRINT SPACE$(78)
870 LOCATE 7,2:PRINT " Option #3 : "
880 COLOR 7,1
890 FOR I=8 TO 18:LOCATE I,2:PRINT SPACE$(78):NEXT I
900 LOCATE 10,3:PRINT " 1 - x(t)= sin(t)      "
910 LOCATE 12,3:PRINT " 2 - x(t)= sin(t) coupé      "
920 LOCATE 14,3:PRINT " 3 - x(t)= sin(t)+vibrations "
930 LOCATE 16,3:PRINT " 4 - x(t)= sin(t)coupé +vibra"
940 LOCATE 10,40:PRINT " 5 - x(t)= sin(t)^2      "
950 LOCATE 12,40:PRINT " 6 - x(t)= cos(t)      "
960 LOCATE 14,40:PRINT " 7 - x(t)= cos(t)^2      "
970 LOCATE 16,40:PRINT " 8 - x(t)= bruit blanc  "
980 COLOR 0,7
990 LOCATE 19,2:PRINT SPACE$(78)
1000 LOCATE 19,3:PRINT " Choix d'une fonction : "
1010 X$=INKEY$
1020 IF X$="1" THEN GOSUB 1110:GOTO 1210
1030 IF X$="2" THEN GOSUB 1110:GOTO 1280
1040 IF X$="3" THEN GOSUB 1110:GOTO 1350
1050 IF X$="4" THEN GOSUB 1110:GOTO 1420
1060 IF X$="5" THEN GOSUB 1110:GOTO 1490
1070 IF X$="6" THEN GOSUB 1110:GOTO 1560
1080 IF X$="7" THEN GOSUB 1110:GOTO 1630
1090 IF X$="8" THEN GOSUB 1110:GOTO 1700
1100 GOTO 1010
1110 '-----

```

```

1110 '-----
1120 '  subroutine pour introduire le # de point, le pas et x(0)
1130 '
1140 COLOR 7,1
1150 FOR I=8 TO 19:LOCATE I,2:PRINT SPACE$(78):NEXT I
1160 LOCATE 10,10:INPUT " X(0) = ",T1
1170 LOCATE 12,10:INPUT " Le pas = ",TINT
1180 LOCATE 14,10:INPUT " le nombre de point N = ",N1
1190 COLOR 18,5:LOCATE 16,20:PRINT " Programme en cours d'execution "
1200 RETURN
1210 '-----
1220 '  calcul des valeurs de la fonction sin(t)
1230 '
1240 FOR I=1 TO N1
1250 X1(I)=T1+(I-1)*TINT:Y1(I)= SIN(X1(I))
1260 NEXT I
1270 GOTO 1770
1280 '  calcul des valeurs de sin(t) coupée
1290 FOR I=1 TO N1
1300 X1(I)=T1+(I-1)*TINT: Y1(I)=SIN(X1(I)) : IF Y1(I)>0 THEN Y1(I)=0
1310 NEXT I
1320 GOTO 1770
1330 '
1340 '
1350 '-----
1360 '  calcul des valeurs de la fonction sin(t)+vibrations
1370 '
1380 FOR I=1 TO N1
1390 X1(I)=T1+(I-1)*TINT:Y1(I)=SIN(X1(I))+ (RND(1)*.8)*(-1^N1)
1400 NEXT I
1410 GOTO 1770
1420 '-----
1430 '  calcul des valeurs de la fonction sin(t) coupée +vibrations
1440 '
1450 FOR I=1 TO N1
1460 X1(I)=T1+(I-1)*TINT:Y1(I)=SIN(X1(I)): IF Y1(I) > .5 THEN Y1(I)=.3+.4*RND(1)
)
1470 NEXT I
1480 GOTO 1770
1490 '-----
1500 '  calcul des valeurs de la fonction sin(t)^2
1510 '
1520 FOR I=1 TO N1
1530 X1(I) =T1+(I-1)*TINT:Y1(I)=SIN(X1(I)) + (1.5*RND(1))*(-1^N1)
1540 NEXT I
1550 GOTO 1770
1560 '-----
1570 '  calcul des valeurs de la fonction cos(t)
1580 '
1590 FOR I=1 TO N1
1600 X1(I)=T1+(I-1)*TINT:Y1(I)=COS(X1(I))
1610 NEXT I
1620 GOTO 1770
1630 '-----
1640 '  calcul des valeurs de la fonction cos(t)^2
1650 '
1660 FOR I=1 TO N1

```

```

1660 FOR I=1 TO N1
1670 X1(I)=T1+(I-1)*TINT:Y1(I)=COS(X1(I))^2
1680 NEXT I
1690 GOTO 1770
1700 '-----
1710 ' calcul des valeurs du bruit blanc
1720 '
1730 FOR I=1 TO N1
1740 X1(I)=T1+(I-1)*TINT:Y1(I)=RND(I)
1750 NEXT I
1760 GOTO 1770
1770 '-----
1780 ' calcul de la fonction d'autocorrelation
1790 '
1800 ' calcul de l'esperance mathematique
1810 YBAR=0
1820 FOR I=1 TO N1:YBAR= YBAR+Y1(I):NEXT I
1830 YBAR=YBAR/N1
1840 'ybar=0      'introduire cette ligne si on veut ybar=0
1850 '
1860 ' calcul de la fonction d'autocorrelation pour 0,.....n1/2-1
1870 N2= N1/2 -1
1880 FOR I=0 TO N2
1890 X2(I)=I*TINT
1900 Y2(I)=0
1910 FOR J=1 TO N1-I
1920 Y2(I)=Y2(I)+(Y1(J)-YBAR)*(Y1(J+I)-YBAR)
1930 NEXT J
1940 Y2(I)=Y2(I)/(N1-I)
1950 NEXT I
1960 'normalisation
1970 Y0 =Y2(0)
1980 '
1990 GOTO 2000
2000 '-----
2010 ' normalisation      e
2020 '
2030 N3=N2
2040 FOR I=0 TO N3
2050 X3(I)=X2(I) :Y3(I)=Y2(I)/Y0
2060 NEXT I
2070 GOTO 2080
2080 '=====
2090 '=====
2100 '=====
2110 '=====
2120 '
2130 ' Calcul du max &min des coordonnees, fonction # 1
2140 '
2150 X1MIN=X1(1):X1MAX=X1(N1)
2160 Y1MIN=Y1(1):Y1MAX=Y1(1)
2170 FOR I=2 TO N1
2180 IF Y1(I)<Y1MIN THEN Y1MIN=Y1(I)
2190 IF Y1(I)>Y1MAX THEN Y1MAX=Y1(I)
2200 NEXT I
2210 '

```

```

2210 '
2220 calcul des coordonnees min & max de la fonction 2
2230 '
2240 X2MIN=X2(0):X2MAX=X2(N2)
2250 Y2MIN=Y2(0):Y2MAX=Y2(0 )
2260 FOR I=1 TO N2
2270 IF Y2(I)<Y2MIN THEN Y2MIN=Y2(I)
2280 IF Y2(I)>Y2MAX THEN Y2MAX=Y2(I)
2290 NEXT I
2300 ' calcul du min & max de la fonction # 3
2310 '
2320 '
2330 X3MIN =X3(0):X3MAX=X3(N3)
2340 Y3MIN=Y3(0): Y3MAX=Y3(0)
2350 FOR I=1 TO N3
2360 IF Y3(I)< Y3MIN THEN Y3MIN=Y3(I)
2370 IF Y3(I)> Y3MAX THEN Y3MAX=Y3(I)
2380 NEXT I
2390 '-----
2400 ' Tracé des courbes en moyenne resolution
2410 '
2420 SCREEN 1:WINDOW:VIEW (0,0)-(319,199):CLS
2430 CX=17:PX=1:COLOR CX,PX:LINE (0,0)-(319,99),,B
2440 LINE (0,100)-(159,199),,B:LINE (159,100)-(319,199),,B
2450 LOCATE 2,13:PRINT T$(1)
2460 LOCATE 14,3:PRINT T$(2)
2470 LOCATE 14,22:PRINT T$(3)
2480 '
2490 ' fonction # 1
2500 V1X=10:V2X=19:W1X=309:W2X=95
2510 CTX=1
2520 GOSUB 3680
2530 '
2540 ' fonction #2
2550 V1X=5:V2X=140:W1X=154:W2X=177
2560 CTX=2
2570 GOSUB 3810
2580 '
2590 ' fonction #3
2600 V1X=165:V2X=140:W1X=314:W2X=177
2610 CTX=2
2620 GOSUB 3940
2630 '
2640 'clavier # 1
2650 X$=INKEY$
2660 IF X$="c" OR X$="C" THEN CX=CX+1:CX=CX MOD(31):COLOR CX,PX
2670 IF X$="p" OR X$="P" THEN PX=1-PX:COLOR CX,PX
2680 IF X$="f" OR X$="F" THEN CLEAR:GOTO 10
2690 IF X$="h" OR X$="H" THEN 2740
2700 IF X$="1" THEN F$="1":GOTO 3070
2710 IF X$="2" THEN F$="2":GOTO 3070
2720 IF X$="3" THEN F$="3":GOTO 3070
2730 GOTO 2650
2740 '-----
2750 ' Tracé des courbes en haute resolution
2760 '

```

```

2760 '
2770 SCREEN 2:WINDOW:VIEW (0,0)-(619,199):CLS
2780 LINE (160,4)-(460,97),,B
2790 LINE (6,102)-(305,195),,B:LINE (314,102)-(613,195),,B
2800 LOCATE 2,32:PRINT T$(1)
2810 LOCATE 14,12:PRINT T$(2)
2820 LOCATE 14,52:PRINT T$(3)
2830 '
2840 ' fonction #1
2850 V1X=170:V2X=20:W1X=450:W2X=95
2860 CTX=1
2870 GOSUB 3680
2880 '
2890 ' fonction #2
2900 V1X=16:V2X=118:W1X=295:W2X=193
2910 CTX=1
2920 GOSUB 3810
2930 '
2940 ' fonction #3
2950 V1X=324:V2X=118:W1X=603:W2X=193
2960 CTX=1
2970 GOSUB 3940
2980 '
2990 ' clavier # 3
3000 X$=INKEY$
3010 IF X$="f" OR X$="F" THEN CLEAR:GOTO 10
3020 IF X$="r" OR X$="R" THEN 2390
3030 IF X$="1" THEN F$="1":GOTO 3400
3040 IF X$="2" THEN F$="2":GOTO 3400
3050 IF X$="3" THEN F$="3":GOTO 3400
3060 GOTO 3000
3070 '-----
3080 ' tracé d'une seule courbe en moyenne resolution
3090 '
3100 SCREEN 1:WINDOW:VIEW (0,0)-(319,199):CLS
3110 CX=17:PX=1:COLOR CX,PX
3120 IF F$="1" THEN LOCATE 2,15:PRINT T$(1)
3130 IF F$="2" THEN LOCATE 2,15:PRINT T$(2)
3140 IF F$="3" THEN LOCATE 2,15:PRINT T$(3)
3150 '
3160 '
3170 V1X=69:V2X=44:W1X=319:W2X=169
3180 CTX=2
3190 IF F$="1" THEN GOSUB 3680:GOTO 3230
3200 IF F$="2" THEN GOSUB 3810:GOTO 3230
3210 IF F$="3" THEN GOSUB 3940:GOTO 3230
3220 '
3230 ' imprimé les coordonnees
3240 LOCATE 6,1:PRINT USING FYMAX$;YMAX
3250 LOCATE 21,1:PRINT USING FYMIN$;YMIN
3260 LOCATE 23,8:PRINT USING FXMIN$;XMIN
3270 LOCATE 23,33:PRINT USING FXMAX$;XMAX
3280 ' clavier #2
3290 X$=INKEY$
3300 IF X$="c" OR X$="C" THEN CX=CCX+1:CX=CX MOD (31):COLOR CX,PX
3310 IF X$="p" OR X$="P" THEN PX=1-PX:COLOR CX,PX

```

```

3320 IF X$="f" OR X$="F" THEN CLEAR :GOTO 10
3330 IF X$="h" OR X$="H" THEN 3390
3340 IF X$="1" THEN F$="1":GOTO 3070
3350 IF X$="2" THEN F$="2":GOTO 3070
3360 IF X$="3" THEN F$="3":GOTO 3070
3370 IF X$="r" OR X$="R" THEN 2390
3380 GOTO 3650
3390 '-----
3400 ' tracé d'une seule courbe en haute resolution
3410 '
3420 SCREEN 2:WINDOW:VIEW (0,0)-(619,199):CLS
3430 LINE (101,46)-(550,159),,8
3440 IF F$="1" THEN LOCATE 2,30:PRINT T$(1)
3450 IF F$="2" THEN LOCATE 2,30:PRINT T$(2)
3460 IF F$="3" THEN LOCATE 2,3:PRINT T$(3)
3470 '
3480 '
3490 V1X=101:V2X=46:W1X=550:W2X=159
3500 CTX=1
3510 IF F$="1" THEN GOSUB 3680:GOTO 3550
3520 IF F$="2" THEN GOSUB 3810:GOTO 3550
3530 IF F$="3" THEN GOSUB 3940:GOTO 3550
3540 '
3550 'imprimé les coordonnees
3560 LOCATE 7,2:PRINT USING FYMAX$;YMAX
3570 LOCATE 20,2:PRINT USING FYMIN$;YMIN
3580 LOCATE 22,10:PRINT USING FXMIN$;XMIN
3590 LOCATE 22,66:PRINT USING FXMAX$;XMAX
3600 ' clavier #4
3610 X$=INKEY$
3620 IF X$="f" OR X$="F" THEN CLEAR:GOTO 10
3630 IF X$="1" THEN F$="1":GOTO 3070
3640 IF X$="2" THEN F$="2" :GOTO 3070
3650 IF X$="3" THEN F$="3":GOTO 3070
3660 IF X$="r" OR X$="R" THEN 2390

```

```

3670 GOTO 3610
3680 '-----
3690 ' subroutine : tracé de la fonctin # 1
3700 '
3710 WINDOW ( X1MIN ,Y1MIN ) - ( X1MAX ,Y1MAX )
3720 VIEW (V1X,V2X)-(W1X,W2X)
3730 XMIN=X1MIN:XMAX=X1MAX:YMIN=Y1MIN:YMAX=Y1MAX
3740 GOSUB 4070
3750 '
3760 PSET (X1(1),Y1(1)),CTX
3770 FOR I=2 TO N1
3780 LINE -(X1(I),Y1(I)),CTX
3790 NEXT I
3800 RETURN
3810 '-----
3820 ' subroutine :tracé de la courbe #2
3830 '
3840 WINDOW (X2MIN,Y2MIN)-(X2MAX,Y2MAX)
3850 VIEW (V1X,V2X)-(W1X,W2X)
3860 XMIN=X2MIN:XMAX=X2MAX:YMIN=Y2MIN:YMAX=Y2MAX

```

```

3860 XMIN=X2MIN: XMAX=X2MAX: YMIN=Y2MIN: YMAX=Y2MAX
3870 GOSUB 4070
3880 '
3890 PSET (X2(0),Y2(0)),CTX
3900 FOR I=1 TO N2
3910 LINE -(X2(I),Y2(I)),CTX
3920 NEXT I
3930 RETURN
3940 '-----
3950 ' subroutine: tracé de la courbe #3
3960 '
3970 WINDOW (X3MIN,Y3MIN)-(X3MAX,Y3MAX)
3980 VIEW (V1X,V2X)-(W1X,W2X)
3990 XMIN=X3MIN: XMAX=X3MAX: YMIN=Y3MIN: YMAX=Y3MAX
4000 GOSUB 4070
4010 '
4020 PSET (X3(0),Y3(0)),CTX
4030 FOR I=1 TO N3
4040 LINE -(X3(I),Y3(I)),CTX
4050 NEXT I
4060 RETURN
4070 '-----
4080 ' subroutine pour tracer les axes et déterminer les formats des coord.
4090 '
4100 'tracé les axes
4110 '
4120 IF YMIN<0 AND YMAX>0 THEN AA=0 ELSE IF YMIN >0 THEN AA=YMIN ELSE AA=YMAX
4130 IF XMIN<0 AND XMAX >= 0 THEN BB=0 ELSE IF XMIN >0 THEN BB=XMIN ELSE BB=XM
AX
4140 LINE (XMIN,AA)-(XMAX,AA): LINE (BB,YMIN)-(BB,YMAX)
4150 '
4160 ' déterminé le format pour xmin
4170 XX=ABS(XMIN)
4180 IF XX)=1000 OR XX<.001 THEN FXMIN$="###^"
4190 IF XX)=100 AND XX<1000 THEN FXMIN$="###.##"
4200 IF XX)=10 AND XX<100 THEN FXMIN$="###.###"
4210 IF XX)=.001 AND XX<10 THEN FXMIN$="##.####"
4220 ' déterminé le format pour xmax
4230 XX=ABS(XMAX)
4240 IF XX)=1000 OR XX<.001 THEN FXMAX$="###^"
4250 IF XX)=100 AND XX<1000 THEN FXMAX$="###.##"
4260 IF XX)=10 AND XX<100 THEN FXMAX$="###.###"
4270 IF XX)=.001 AND XX<10 THEN FXMAX$="##.####"
4280 ' déterminé le for pour ymin
4290 XX=ABS(YMIN)
4300 IF XX)=1000 OR XX<.001 THEN FYMIN$="###^"
4310 IF XX)=100 AND XX<1000 THEN FYMIN$="###.##"
4320 IF XX)=10 AND XX<100 THEN FYMIN$="###.###"
4330 IF XX)=.001 AND XX<10 THEN FYMIN$="##.####"
4340 'déterminé le for pour ymax
4350 XX=ABS(YMAX)
4360 IF XX)=1000 OR XX<.001 THEN FYMAX$="###^"
4370 IF XX)=100 AND XX<1000 THEN FYMAX$="###.##"
4380 IF XX)=10 AND XX<100 THEN FYMAX$="###.###"
4390 IF XX)=.001 AND XX<10 THEN FYMAX$="##.####"
4400 RETURN

```

```
10 programme d'ouverture de fichiers
20 ' (ZOHEIR ABOURA)
30 CLS:KEY OFF:SCREEN 0,0,0
40 INPUT "Nom des donnees : ",FILE$
50 OPEN FILE$ FOR OUTPUT AS #1
60 INPUT " Nombre de points : ",N
70 INPUT "Le pas:",TINT
80 PRINT #1,N
90 FOR I=0 TO N
100 PRINT "point # ",I
110 INPUT "valeur de la fonction : ",Y
120 PRINT #1,I,Y
130 PRINT
140 NEXT I
150 CLOSE
160 PRINT "Voulez vous ouvrir un autre fichier O/n "
170 X$=INKEY$
180 IF X$="o" OR X$="O" THEN GOTO 30
190 IF X$="n" OR X$="N" THEN STOP
```

```

10 CLS
20 KEY OFF
30 INPUT "DONNER LA VALEUR DE R: R=",R
40 PI=3.14159
50 N=2^R
60 PRINT N
70 F1=1200 :T1=1/F1
80 INPUT "NBR DE SINUS DS LE SIGNAL: K=",K
90 DIM B(K),XR(2*N),XI(N),G(N),V(N),IOX(R),WK(2,2),A(2,2),Q(2,2),F(K)
100 FOR I=1 TO K
110 PRINT "F("I")=";:INPUT F(I)
120 PRINT "B("I")=";:INPUT B(I)
130 NEXT I
140 FOR I=0 TO N-1
150 S=0
160 FOR II=1 TO K
170 S=S+COS(2*PI*F(II)*I*T1)*B(II)
180 NEXT II
190 XR(I)=S
200 XI(I)=0
210 NEXT I
220 TIME$="00:00:00"
230 PRINT "QUELLE FENETRE TEMPORELLE VOULEZ-VOUS UTILISER ?"
240 PRINT "FENETRE RECTANGULAIRE ... 1"
250 PRINT "FENETRE DE HAMMING ... 2"
260 PRINT "FENETRE MIXTE ... 3"
270 INPUT "VOTRE REPONSE EST: ";J :CLS
280 IF J= 0 THEN 270
290 IF J=1 THEN 350
300 IF J= 2 THEN 320
310 IF J= 3 THEN 340 ELSE 270
320 GOSUB 1570
330 GOTO 350
340 GOSUB 1420
350 INPUT "FILTRE O/N: ",A$
360 IF A$=" " THEN 360
370 IF A$="N" THEN 390
380 IF A$="O" THEN GOSUB 1610 ELSE 350
390 FOR I=0 TO N-1
400 IF MF < ABS (XR(I)) THEN MF = ABS(XR(I))
410 NEXT I
420 KEY OFF
430 CHOIX=-1
440 SCREEN 3
450 VIEW (400,1)-(638,100),,1
460 WINDOW (0 , -1.2*MF)-(1.1*N, 1.2*MF)
470 LINE (0,-1.2*MF)-(0,1.2 *MF)
480 LINE (0 ,0)-(1.1*N,0)
490 FOR I=0 TO N-3
500 LINE (I,XR(I+1))-(I+1,XR(I+2))
510 LINE (-I,XR(I+1))-(-I-1,XR(I+2))
520 NEXT I
530 GOSUB 640
540 VIEW (1,1)-(638,398), ,1
550 WINDOW ( 0,-.35*MF )-(N *1.1, 1.25*MF )

```

```

550 WINDOW ( 0,-.35*FM )-(N *1.1, 1.25*FM )
560 LINE (0,-.35*FM )-(0,1.25*FM )
570 LINE ( 0 ,0)-(N *1.1,0)
580 PRINT FM
590 FOR I=0 TO N -2
600 LINE (I,G(I) )-(I+1,G(I+1) )
610 'LINE (-I,XR(I+1))-(-I-1,XR(I+2))
620 NEXT I
630 PRINT TIME$ :END
640 '..... PROGRAMME FFT .....
650 '
660 FOR I=1 TO R
670 IOX(I)=2^(R-I)
680 NEXT I
690 FOR MP1=1 TO R
700 MEX2=2^(MP1-1)
710 NMEX2=N/MEX2
720 MOIT=NMEX2/2
730 L=0
740 FOR JOO=1 TO MEX2
750 FL=L
760 NNP=N
770 V=CH0IX*2*3.1415 *FL/NNP
780 AC=C05(V)
790 AS=SIN(V)
800 WK(1,1)=AC
810 WK(1,2)=AS
820 WK(2,1)=-AS
830 WK(2,2)=AC
840 JO=NMEX2*(JOO-1)
850 FOR I=1 TO MOIT
860 J1=JOO+I
870 J2=J1+MOIT
880 A(1,1)=XR(J2)
890 A(1,2)=XI(J2)
900 A(2,1)=-XI(J2)
910 A(2,2)=XR(J2)
920 Q(1,1)=A(1,1)*WK(1,1)+A(1,2)*WK(2,1)
930 Q(1,2)=A(1,1)*WK(1,2)+A(1,2)*WK(2,2)
940 Q(2,2)=Q(1,1)
950 Q(2,1)=-Q(1,2)
960 XR(J2)=XR(J1)-Q(1,1)
970 XI(J2)=XI(J1)-Q(1,2)
980 XR(J1)=XR(J1)+Q(1,1)
990 XI(J1)=XI(J1)+Q(1,2)
1000 NEXT I
1010 FOR I=2 TO R
1020 II=I
1030 IF L-IOX(I)<0 THEN 1060
1040 L=L-IOX(I)
1050 NEXT I
1060 L=L+IOX(II)
1070 NEXT JOO
1080 NEXT MP1
1090 L=0
1100 FOR J= 1 TO N
1110 IF L-J<0 THEN 1180

```

```

1110 IF L-J<0 THEN 1180
1120 RES1=XR(J)
1130 RES2=XI(J)
1140 XR(J)=XR(L+1)
1150 XI(J)=XI(L+1)
1160 XR(L+1)=RES1
1170 XI(L+1)=RES2
1180 FOR I=1 TO R
1190 II=I
1200 IF L-IOX(I)<0 THEN 1230
1210 L=L-IOX(I)
1220 NEXT I
1230 L=L+IOX(II)
1240 NEXT J
1250 IF CHOIX)=0 THEN 1300
1260 FOR I=1 TO N
1270 XR(I)=XR(I)/NMP
1280 XI(I)=XI(I)/NMP
1290 NEXT I
1300 FOR I=N TO 1 STEP -1
1310 G(I-1)=(XR(I)^2+XI(I)^2)*2*T1/N
1320 IF FM ( ABS(G(I-1)) THEN FM =ABS(G(I-1))
1330 'XR(0)=FM(K)
1340 NEXT I
1350 RETURN
1360 '
1370 '*****
1380 '***** FENETRES TEMPORELLES DE TRONCATURE *****
1390 '*****
1400 '
1410 '*** FENETRE MIXTE :
1420 FOR I=1 TO N/4
1430 V(I)=.54+.46*COS(PI*(4* I -N)/N)
1440 NEXT I
1450 FOR I=N/4 TO 3*N/4
1460 V(I)= 1
1470 NEXT I
1480 FOR I= 3*N/4 TO N
1490 V(I)=.54+.46*COS(PI*(4* I -3*N)/N)
1500 NEXT I
1510 FOR I=1 TO N
1520 XR(I)=XR(I)*V(I)
1530 NEXT I
1540 RETURN
1550 '
1560 '*** FENETRE DE HAMMING :
1570 FOR I=1 TO N
1580 XR(I)=XR(I)*(.54+.46*COS(PI*(2* I -N)/N))
1590 NEXT I
1600 RETURN
1610 '*****
1620 '***** FILTRE NUMERIQUE *****
1630 '*****
1640 CLS:LOCATE 3,10
1650 INPUT "ORDRE DU FILTRE NF:",NF
1660 INPUT "FREQUENCE DE COUPURE FC=",FC

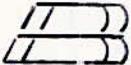
```

```

1660 INPUT "FREQUENCE DE COUPURE FC=",FC
1670 PI=6.28318307179586#2:DET=.01
1680 DIM H(N ),P(8,N ),Y(N+NF)
1690 FG =NF*FC /F1
1700 GOSUB 1950
1710 GOSUB 1780
1720 FOR K=(NF-1)/2 TO NF-2
1730     H(K)=H(K-(NF-1)/2)
1740 NEXT K
1750 FOR K=0 TO (NF-1)/2
1760     H(K)=H(NF-1-K)
1770 NEXT K
1780 FOR K=0 TO (NF-1)/2
1790 H(K)=1/NF
1800     FOR I=1 TO (NF-1)/2+1
1810     IF I<FG -1 THEN G = 1:GOTO 1850
1820     IF I<FG     THEN G =R1:GOTO 1850
1830     IF I<FG +1 THEN G =R2:GOTO 1850
1840     G =0
1850 '*****
1860 '***** CALCUL DES H(K) *****
1870 '*****
1880     X=2*G*COS(2*PI*K*I/NF)
1890     H(K)=H(K)+X/NF
1900     NEXT I
1910 PRINT USING "H(##);K;
1920 PRINT USING ")=+H.#####";H(K)
1930 NEXT K
1940 GOSUB 2140
1950 IB=INT(FG)
1960 DIM P1(IB+1),P2(IB+2),P3(IB+3),P4(IB+4)
1970 F1=(2*IB-1)/(2*NF):F2=(2*IB+3)/(2*NF)
1980 FOR J=0 TO IB+1
1990 P1(J)=SIN (NF*PI*(F1-J/NF))/(NF*SIN (PI*(F1-J/NF)))
2000 P2(J)=SIN (NF*PI*(F1+J/NF))/(NF*SIN (PI*(F1+J/NF)))
2010 P3(J)=SIN (NF*PI*(F2-J/NF))/(NF*SIN (PI*(F2-J/NF)))
2020 P4(J)=SIN (NF*PI*(F2+J/NF))/(NF*SIN (PI*(F2+J/NF)))
2030 NEXT J
2040 A1=P1(0):A2=P3(0)
2050 FOR J=1 TO IB-1
2060 A1=A1 +P1(J)+P2(J):A2=A2+P3(J)+P4(J)
2070 NEXT J
2080 B1=P1(IB)+P2(IB):B2=P3(IB)+P4(IB)
2090 C1=P1(IB+1)+P2(IB+1):C2=P3(IB+1)+P4(IB+1)
2100 D=B1*C2-B2*C1:D1=C2*(1+DET -A1)+C1*( DET+A2)
2110     D2=B1*( -DET -A2)-B2*(1+DET-A1)
2120 R1=D1/D:R2=D2/D
2130 RETURN
2140 NC=N+((NF-1)/2)
2150 FOR I=(NF-1)/2 TO NC
2160 Y(I)=0
2170 FOR K=0 TO NF-1
2180 IF I< K THEN 2210
2190 Y(I)=Y(I)+H(K)*XR(I-K)
2200 GOTO 2220
2210 Y(I)=Y(I)+H(K)*XR(I-K+(N-1))

```

```
2210 Y(I)=Y(I)+H(K)*XR(I-K+(N-1))
2220 NEXT K
2230 J=I-((NF-1)/2)
2240 XR(J)=Y(I)
2250 NEXT I:CLS
2260 GOTO 390
```

\*  I B L I O G R A P H I E \*

- 1- Cours de Monsieur MAREK BALAZANSKI.
- 2- Méthodes Pratiques d'Etudes des Fonctions Aléatoires.  
J. STERN, J. BARBEYRAC, R. POGGI.
- 3- La Qualité des Surfaces Usinées.  
ST. ENACHE.
- 4- Méthody Analizy i Pomiaru Synalow Losowych.  
JULIUS S. BENDAT et ALLAN G. PIERSOL.
- 5- Application de la Fonction d'Autocorrélation pour les  
Diagnostics des Machines.  
R. BOULAHIA, W KUROWSKI.
- 6- Analyse Mathématique de l'Etat Géométrique des Surfaces.  
A. SAMET, M. BALAZINSKI.
- 7- Cours de Probalité.  
SEYMOUR LIPSCHUTZ.
- 8- Praca Dyplomowa (Thèse d'Ingéniorat). KARKOWIE 1979 Pologne  
Z. GADEK, M. BALAZINSKI.
- 9- Praca Dyplomowa (Thèse d'Ingéniorat). KAKOWIE 1981 Pologne.  
J. KREHEL, A. BALAZINSKI.

