

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT :

MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
المكننة
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

SUJET

ETUDE D'UNE POMPE
A MEMBRANE A DEBIT
VARIABLE

2 PLANS

Proposé par :

M. BOUKABACHE

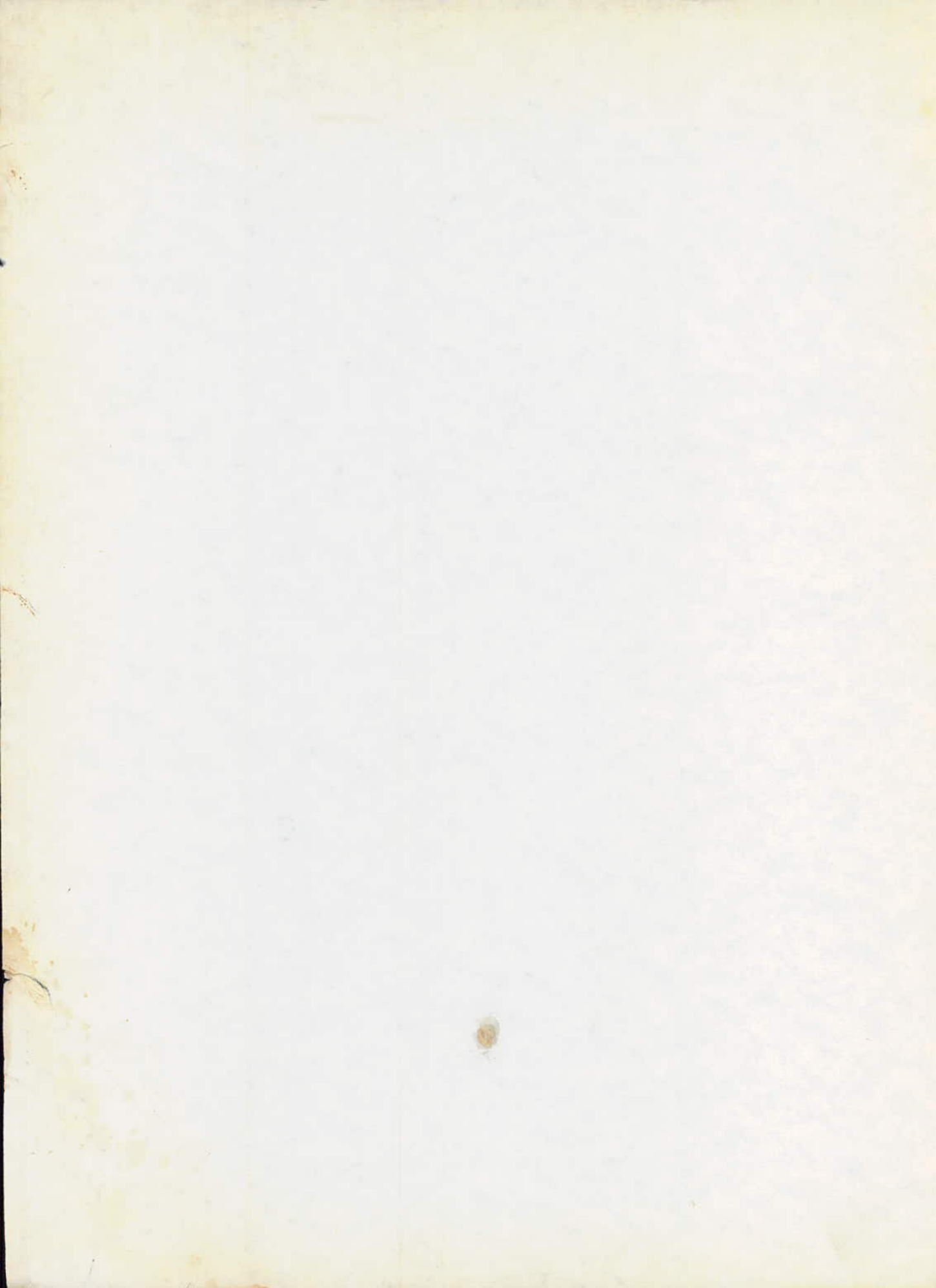
Etudié par :

A. AISSAOUI

Dirigé par :

M. BOUKABACHE

PROMOTION : JUIN 1985



بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب الصلاة
التي هي أركان الإسلام
التي هي أركان الإسلام

صلى الله عليه وسلم

الأقسام - ١١٤ -

Departement : Mecanique

Promoteur : Mohamed Boukhabache

Elève Ingenieur : AISSAOUI AÏSSA

الموضوع : دراسة مضخة غشائية ذات سائل متغير
الخلاص : يتلخص هذا المشروع في دراسة مضخة غشائية ذات
سائل متغير من (0,1 الى 0,5) l/s. تستخدم لنقل مواد هوائية مع
الحفاظ على صفاتها. المجموع مكون من جسم المضخة، حيث شد اليه الحرك
الكهربائي (استطاعته 300 واط، سرعة دوراته 930 دورة/ثانية).
يشتمل الجهاز الميكانيكي على مخفض سرعة لنقل الحركة الدورانية الى
اللامركزية حيث بدوره يؤمن تحويل الحركة.

Sujet : Etude d'une membrane a debit variable

Résumé : - Ce projet consiste à étudier une pompe à membrane
à débit variable (0,1 à 0,5) l/s, utilisée pour transporter des
produits corrosifs, tout en conservant leur pureté. L'ensemble est
constitué d'un corps de pompe sur lequel est fixé le moteur électrique
($P_n = 300\text{ W}$, $N = 930\text{ tr/min}$). Le mécanisme comprend un réducteur de vitesse
qui transmet le mvte de rotation à un excentrique, lequel
assure la transformation du mouvement.

Subject : Study A membrane pump with variable flow.

Abstract: This projet consists in studying a membrane pump
with a variable flow (0,1 to 0,5) l/s, used to transport corrosives
products with. The preserving of their purity. It is constituted of
a pump body, on which the electric motor ($P_n = 300\text{ W}$, rotation speed
930 tr/min) is fixed. The mecanism includes a device of reduction which
transmits the rotation to an excentric assuring the transformation of
the motion

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT :

MECANIQUE

المكتب
PROJET DE FIN D'ETUDES

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

SUJET

ETUDE D'UNE POMPE
A MEMBRANE A DEBIT
VARIABLE

2 PLANS

Proposé par :

M. BOUKABACHE

Etudié par :

A. AISSAOUL

Dirigé par :

M. BOUKABACHE

PROMOTION : JUIN 1985

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قَالَ اللَّهُ تَبَّءُ مَا أَكْفَرُوا
لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمَ

الأنعام - ١٦٢

Departement : Mecanique

Promoteur : Mohamed Boukabache

Elève Ingenieur : AISSAOUI AÏSSA

الموضوع : دراسة مضخة غشائية ذات سائل متغير
الخص : يتلخص هذا المشروع في دراسة مضخة غشائية ذات
سائل متغير من (0,1 الى 0,5) l/s. تستخدم لنقل مواد مؤكسدة مع
الحفاظ على صفاتها. المجموع مكون من جسم المضخة، حيث شد اليه الحرك
الكهربائي (استطاعته 300 واط، سرعة دوراته 930 دورة/ثانية.
يشتمل الجهاز الميكانيكي على مخفض سرعته لنقل الحركة إلكترونية إلى
اللامركزية حيث بدوره يؤمن تحويل الحركة.

Sujet : Etude d'une membrane a debit variable

Résumé : - Ce projet consiste à étudier une pompe à membrane
à débit variable (0,1 à 0,5) l/s, utilisée pour transporter des
produits corrosifs, tout en conservant leur pureté. L'ensemble est
constitué d'un corps de pompe sur lequel est fixé le moteur électrique
($P_n = 300\text{ W}$, $N = 930\text{ tr/min}$). Le mécanisme comprend un réducteur de vitesse
qui transmet le mvte de rotation à un excentrique, lequel
assure la transformation du mouvement.

Subject : Study A membrane pump with variable flow.

Abstract: This projet consists in studying a membrane pump
with a variable flow (0,1 to 0,5) l/s, used to transport corrosives
Products with. The preserving of their purity. It is constituted of
a pump body, on which the electric motor ($P_n = 300\text{ W}$, rotation speed
930tr/min) is fixed. The mecanism includes a device of reduction which
transmits the rotation to an excentric assuring the transformation of
the motion

REMERCIEMENTS

Ma reconnaissance et ma gratitude s'adressent après ALLAH:
A M^r MOHAMED BOUKABACHE pour son suivi rigoureux
et ses conseils benéfiques qu'il n'a cessé de me prodiguer
durant toute la période de préparation de mon projet de
Fin d'études.

A tous les professeurs et en particulier ceux du département
de Genie Mecanique, qui ont contribué à ma formation
d'ingénieur.

Enfin, que tous ceux qui, professeurs, collègues,
Amis, m'ont aidé de près ou de loins matériellement ou
moralement, trouvent ici l'expression de mes sincères
remerciement

AISSAOUI AISSA



DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

- Ma mère morte en janvier dernier que dieu ait son âme.
- Mon père qui a consacré toute sa vie afin que je puisse arriver à ce stade et réaliser mon rêve d'enfance.
- Ma femme.
- Mes fils
- Mon frère MOHAMED, et mes sœurs.
- Mon oncle MEBKHOUT

Tous mes collègues notamment à Monsieur MAZOUZ LAÏD
qui était chargé d'écrire ce polycopée

TABLE DES MATIERES

	Page
I INTRODUCTION	1
II GENERALITES	2
2.1 Notions fondamentales	2
2.2 L'installation d'une pompe	2
2.3 Classification des pompes	3
III DESCRIPTION ET FONCTIONNEMENT	4
3.1 Caractéristique de la pompe	4
3.2 Description de la pompe	4
3.3 Fonctionnement	5
3.4 Principe de variation du débit	5
IV CALCUL DES ELEMENTS DE LA POMPE	7
4.1 La membrane	7
4.1.1 Choix du matériau de la membrane	7
4.1.2 Calcul des dimensions de la membrane	8
4.1.3 Calcul de l'épaisseur de la membrane	11
4.1.4 Calcul des courses maximales et minimale de la membrane	12
4.2 Le coulisseau	13
4.2.1 Calcul du diamètre du coulisseau	13
4.2.2 Vérification au flambement	14
4.2.3 Calcul de la vis de fixation de la tête du coulisseau	14
4.3 Calcul du ressort	15
4.3.1 Diamètre du filet du ressort	15
4.3.2 Nombre de spires	15
4.3.3 Longueur du ressort	16
4.4 Le levier	16
4.4.1 Calcul des efforts appliqués sur le levier	16
4.4.2 Calcul de la course du levier	17

4.4.3	Calcul du levier du point de vie resistance	18
4.4.4	Calcul du diamètre de l'axe du levier	20
4-5	L'excentrique	20
4-6	La boîte à clapets	22
4.6.1	choix des clapets	22
4.6.2	calcul de la levée du clapet	22
4.6.3	Protection contre la corrosion	22
4.6.3.1	causes de la corrosion	22
4.6.3.2	Moyen de protection	23
4.6.4	Calcul des vis de fixation de la boîte à clapets	24
V CALCUL CINEMATIQUE DE LA POMPE		26
5-1	Rendement global de la pompe	26
5.1.1	Rendement Mecanique	26
5.1.2	Rendement Volumetrique	26
5.1.3	Rendement hydraulique	26
5-2	Puissance de la pompe	27
5.2.1	Puissance utile maximale	27
5.2.2	Puissance absorbée	28
5-3	choix du moteur électrique	28
VI CALCUL DU REDUCTEUR		29
6-1	Rapport de transmission	29
6-2	Choix du matériaux	29
6-3	Determination du 1 ^{er} couple d'engrenage	30
6.3.1	Données	30
6.3.2	determination du diamètre du pignon	30
6.3.3	calcul du module reel	31
6.3.4	calcul des dimensions du pignon et de la roue	32
6.3.5	Verification des dimensionnements d'engrenages	32

6.3.5.1	Calcul à la pression superficielle	32
6.3.5.2	Calcul à la rupture d'engrenages	33
6.3.5.3	Puissance admissible correspondante à ce couple	34
6.4	Détermination du 2 ^{ème} couple d'engrenage	34
6.4.1	Données	34
6.4.2	Détermination du diamètre du pignon	35
6.4.3	Calcul du module réel	36
6.4.4	Calcul des dimensions du pignon et de la roue	36
6.4.5	Vérification du dimensionnement d'engrenages	36
6.4.5.1	Calcul à la pression superficielle	36
6.4.5.2	Calcul à la rupture d'engrenages	37
6.4.5.3	Calcul de la puissance admissible de ce couple	38
VII	CALCUL DES ARBRES	39
7.1	Efforts sur les dentures	40
7.2	Efforts sur les arbres et les paliers	41
7.3	Moments flechissants et calcul des diamètres des arbres	46
7.4	Vérification aux vibrations	49
7.4.1	Vibration latérale	49
7.4.2	Vibration de torsion	52
7.5	Calcul des roulements	56
7.6	Calcul des clavettes	57
	Conclusion	58
	Bibliographie	59

I Introduction :

Le transport des fluides nécessite un mécanisme possédant une importance considérable dans la vie moderne.

Pour ce transport on utilise depuis longtemps plusieurs types d'appareils, parmi lesquelles on distingue les pompes à membrane.

La pompe à membrane est une machine largement utilisée dans l'industrie chimique ; en effet la fiabilité de ses caractéristiques ne cesse de s'améliorer.

Parmi ses caractéristiques le pouvoir de :

- Transporter des solvants et des produits corrosifs tout en conservant leurs puretés.
- Fonctionner à des débits variables.

II GENERALITES

2.1. Notions Fondamentales

On appelle "pompe" une machine destinée à faire circuler un liquide d'un niveau inférieur à un niveau supérieur ou à refouler les liquides d'une région à faible pression vers une région à haute pression.

Du point de vue physique la pompe transmet aux liquides qu'elle véhiculent l'énergie mécanique provenant du moteur d'entraînement en conséquence il se produit un accroissement d'énergie du liquide. Cette énergie est utilisée pour surmonter les pertes de charges hydrauliques dans le tuyau de refoulement.

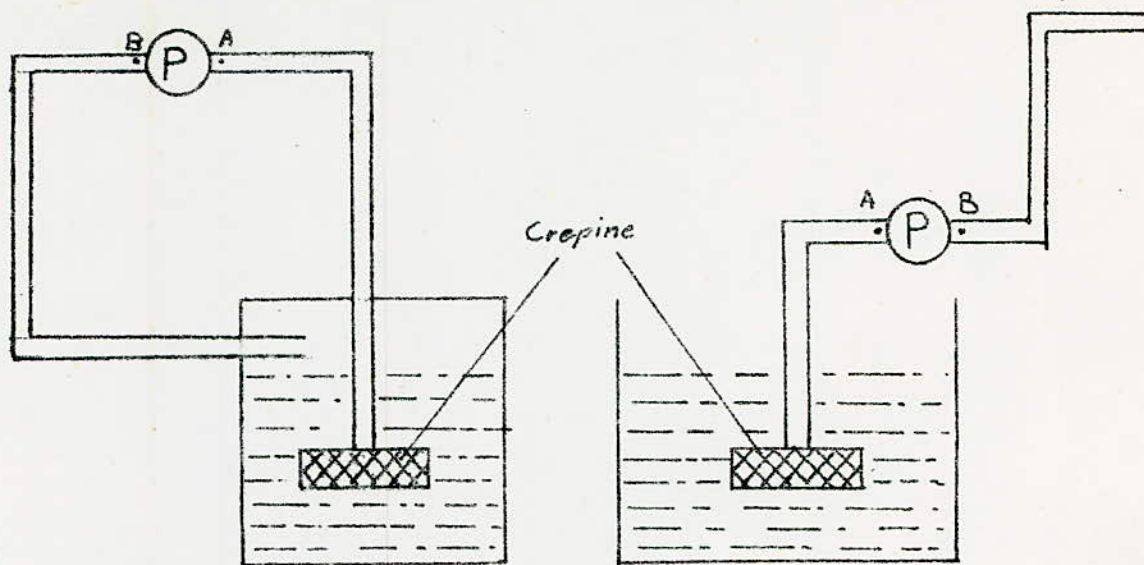
2.2 L'Installation d'une pompe

L'installation d'une pompe comprend généralement : (fig 1)

- Une tuyauterie d'aspiration connectée à une crepine par laquelle la pompe aspire le liquide du reservoir.
- Une pompe
- Une tuyauterie de refoulement par laquelle le liquide collecté à la sortie de la pompe est refoulé à une certaine hauteur.

L'installation peut être à circuit ouvert ou à circuit fermé. Dans le premier cas le liquide est refoulé d'un niveau à un autre, dans le second cas le liquide circule.

à l'intérieur d'une conduite pour revenir au réservoir initial.



2.3 Classification des pompes:

La classification des pompes se fait suivant des critères bien définis :

- Le mode de commande : c'est à dire a commande mécanique ou électrique.
- Le mode de déplacement du liquide entre les régions d'aspiration et de refoulement, dans ce point, on distingue deux sortes de pompes :
 - Pompe volumétrique : Pompe à barillet, pompe à engrenage, pompe à palettes, pompe à bloc cylindrique tournant, pompe à membrane, pompe à piston, etc....
 - turbo-pompes : centrifuge, hélice, hélicocentrifuge

III DESCRIPTION ET FONCTIONNEMENT

3.1 Caractéristiques de la pompe.

Notre pompe est caractérisée par :

- Un débit variable entre $0,1 \div 0,5$ l/s

- Une pression de refoulement estimée à $5 \cdot 10^5$ N/m²

- Une pression d'aspiration estimée à 10^4 N/m²

- Une puissance et un rendement qui seront calculés ultérieurement.

3.2 Description de la pompe :

La pompe que nous étudions sert à transporter les produits corrosifs, tout en conservant leurs puretés.

L'ensemble est constitué d'un corps, sur lequel sont fixés :

- Le moteur électrique.

- La boîte à clapets en acier inoxydable.

Le mécanisme comprend un réducteur à deux pignons et deux roues cylindriques à dentures hélicoïdales permettant de transmettre le mouvement de rotation à un excentrique, porté sur un troisième arbre. Cet excentrique transforme ce dernier mouvement en un mouvement rectiligne alternatif par l'intermédiaire d'un levier qui à son tour communique à la membrane en caoutchouc par le coulisseau.

3.3 Fonctionnement

L'aspiration s'effectue lorsque le coulisseau se déplace vers la gauche sous l'action du ressort (elle est faible car l'effort exercé par ce dernier n'est pas très important).

Le refoulement a eu lieu quand le coulisseau se déplace vers la droite sous l'action de la poussée du levier.

Remarque:

A titre indicatif notre pompe sera calculée à la base d'une pression de refoulement de $5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

2.4 Principe de variation du débit:

Le déplacement de la porte-levier, suivant l'axe vertical conduit à une translation du point d'articulation; en conséquence le levier reposant sur l'excentrique se trouve dans une nouvelle position par rapport au coulisseau (notamment changement du point de contact). Cette nouvelle position se distingue particulièrement par un nouveau bras de levier.

En effet il en résulte qu'une rotation de l'excentrique donne une course plus ou moins grande du coulisseau dans son siège vis à vis du bras de levier.

En conclusion un mouvement de porte-levier vers le bas

traduit une augmentation du bras donc une course importante, résultat, un volume grand.

Le cas contraire peut se produire lorsqu'il y a un mouvement vers le bas de porte - levier.

IV CALCUL DES ELEMENTS DE LA POMPE

4.1 La membrane :

C'est un organe essentiel dans la pompe, grâce à elle on peut refouler le fluide considéré (fluide corrosif). Le choix est basé sur plusieurs critères ; telle que : l'élasticité du matériau, le domaine et les conditions d'utilisation

Les membranes sont généralement fabriquées en caoutchouc synthétique, à cause de ses propriétés élevées.

On distingue plusieurs types de caoutchoucs synthétiques :

Polybutadiène, Butyl caoutchouc, caoutchouc nitril, etc....

4.1.1 Choix du matériau de la membrane :

Comme le fluide transporté est un liquide corrosif et que la pression de refoulement est de l'ordre de $P_{ref} = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, le caoutchouc qui sera utilisé est le caoutchouc nitril en raison de ses caractéristiques qui sont :

- La résistance à la rupture 200 - 250 daN/cm²
- Bon rebondissement à la température ordinaire et à chaud
- Bonne résistance au déchirement
- Bonne résistance aux agents de dégradation
- " " " " au solvant
- faible perméabilité aux gaz
- Le domaine de la température d'utilisation est de : -50°C à 120°C

4.1.2 Calcul des dimensions de la membrane.

Les dimensions de la membrane dépendent, du volume transporté pendant chaque cycle, de la pression de refoulement, ainsi que des pièces de manoeuvre de la membrane.

Comme la membrane doit fonctionner à deux cycles par seconde (1 cycle = 1 aspiration + 1 refoulement) et puisque le volume maximum refoulé pendant chaque seconde est de 0,5 l/s, donc le volume refoulé pour chaque cycle est de $\frac{0,5}{2} = 0,25$ l/cycle. Si nous tenons compte du rendement volumétrique $\eta_v = 0,97$, alors le volume maximum transporté pour chaque cycle sera de $\frac{0,25}{\eta_v} = \frac{0,25}{0,97} = 0,258$ l/cycle.

On doit calculer exactement le volume de liquide emporté par la membrane en fonction des dimensions de cette dernière et en tenant compte des positions extrêmes d'aspiration et de refoulement (fig 4-1)

$$V_{max} = V_1 + V_2 - V_3$$

V_3 = volume de la pièce

V_1, V_2 : Volumes montrés sur la figure (4-1)

- Calcul des différents volumes en fonction de r_1, r_2, r_3

r_4, u_1, u_2 , et W :

$$V_1 = 2\pi r_4^2 u_1$$

$$V_2 = 2 \int_{r_1}^{r_4} \int_0^{u_2} 2\pi r dr ds$$

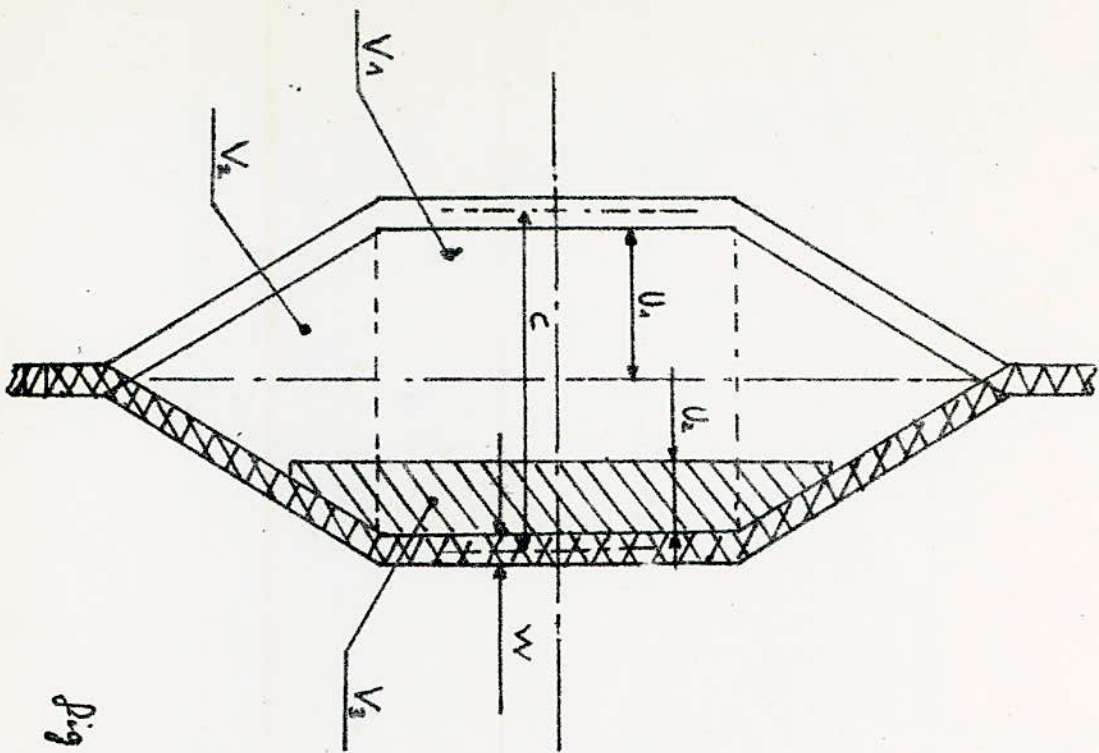
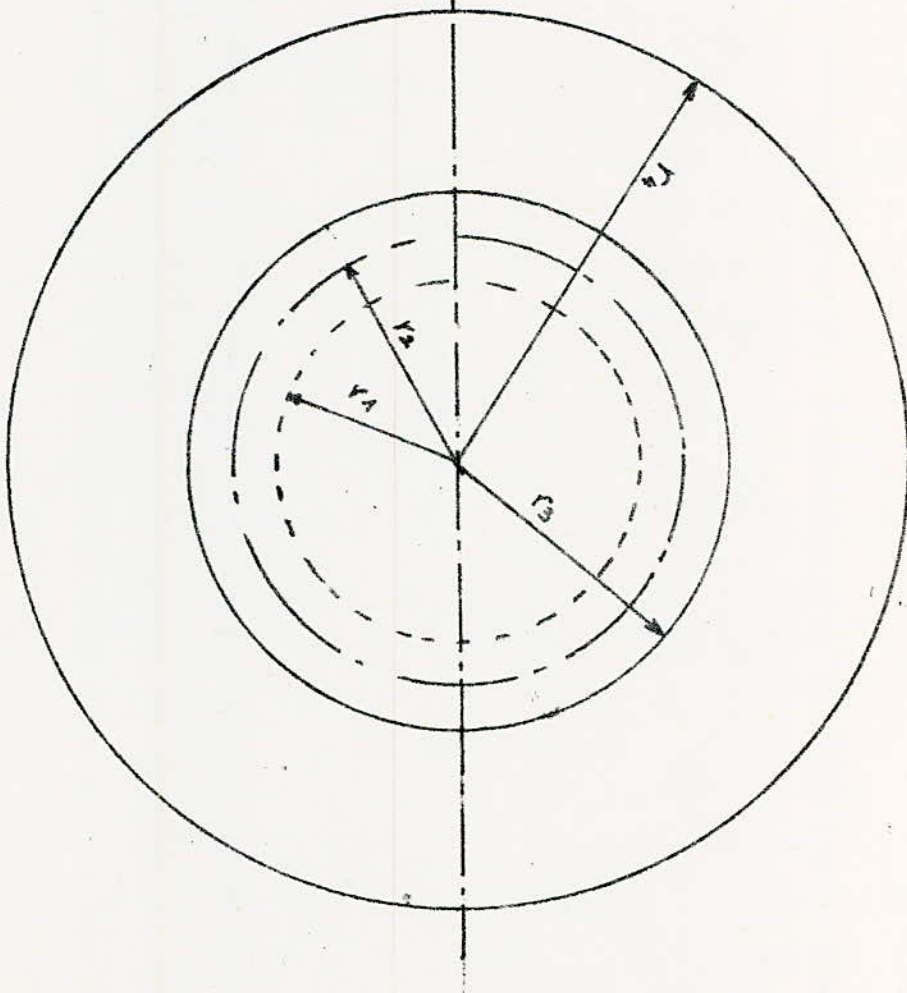


Fig (4-1)



$$\frac{\rho - r_1}{x} = \frac{r_4 - r_1}{U_1} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\rho - r_1}{r_4 - r_1} \cdot U_1$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{4\pi U_1}{r_4 - r_1} \int_{r_1}^{r_4} (\rho - r_1) \rho \, d\rho = \\ &= \frac{4\pi U_1}{r_4 - r_1} \left[\frac{\rho^3}{3} - \frac{r_1 \rho^2}{2} \right]_{r_1}^{r_4} \\ &= \frac{4\pi U_1}{r_4 - r_1} \left[\frac{r_4^3}{3} - \frac{r_1 r_4^2}{2} - \frac{r_1^3}{3} + \frac{r_1^3}{2} \right] \end{aligned}$$

$$V_3 = \pi r_2^2 U_2$$

D'où le volume total est de :

$$V_{\max} = 2\pi r_1^2 U_1 + \frac{4\pi U_1}{r_4 - r_1} \left[\frac{r_4^3}{3} - \frac{r_1 r_4^2}{2} + \frac{r_1^3}{6} \right] - \pi r_2^2 U_2$$

Pour avoir des dimensions convenables on a fait un calcul itératif :

$$r_4 = 2,5 r_1 \quad r_3 = 1,5 r_1 \quad r_2 = 1,25 r_1$$

$$d'où \quad V_{\max} = r_1^2 (25,133 U_1 - 4,909 U_2) \quad \dots [4.1]$$

$$\text{puisque } V_{\max} = 0,258 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{donc } r_1^2 (25,133 U_1 - 4,909 U_2) = 0,258 \cdot 10^{-3}$$

$$r_1^2 = \frac{0,258 \cdot 10^{-3}}{25,133 U_1 - 4,909 U_2}$$

On fixe la course maximum de la membrane ainsi que l'épaisseur de la pièce : soit :

$$U_1 = 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m}$$

$$U_2 = 8 \text{ mm} = 0,008 \text{ m}$$

$$d'où : \quad r_1 = 0,024 \text{ m} = 24 \text{ mm}$$

$$r_3 = 1,5 r_1 = 36 \text{ mm}$$

$$r_4 = 2,5 r_1 = 60 \text{ mm}$$

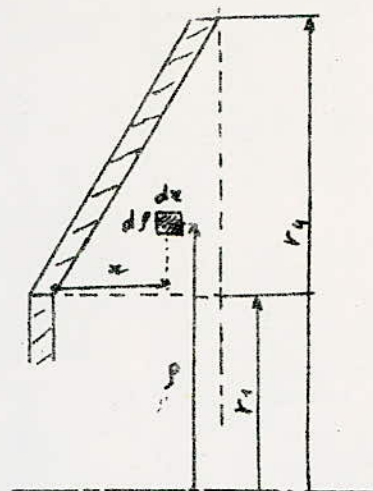


Fig. (4-2)

4.1.3. Calcul de l'épaisseur de la membrane.

Le caoutchouc de la membrane est le caoutchouc nitril caractérisé par $R_{rep} = 200 \text{ DAN/cm}^2$. Soit le coefficient de sécurité : $s = 5$.

$$\text{Donc } \tau_{adm} = \frac{R_{rep}}{s} = \frac{200}{5} = 40 \text{ DAN/cm}^2.$$

La section dangereuse est celle de rayon r_4 qui peut être cisailée.

La force appliquée sur la membrane par le liquide est donnée par :

$$F_m = P_{ref} \cdot S$$

P_{ref} : pression de refoulement.

S : section pratique d'application de la pression du fluide.

$$S = \pi r_1^2 + \frac{\pi r_4^2 - \pi r_1^2}{2} = \frac{\pi}{2} (r_4^2 + r_1^2)$$
$$= \frac{\pi}{2} (0,06^2 + 0,024^2)$$

$$S = 6,56 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{d'où } F_m = 5 \cdot 10^5 \cdot 6,56 \cdot 10^{-3} = 3280 \text{ N.}$$

La force F_m peut être décomposée en deux composantes

F'_m = force de cisaillement

F''_m = force d'attraction

$$\tan \alpha = \frac{U_1}{r_4 - r_1} = \frac{20}{60 - 24} = 0,555$$

$$\alpha = 29^\circ$$

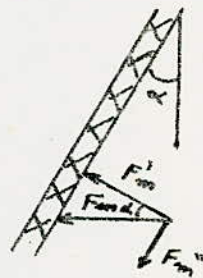


Fig (4-3)

$$\text{Donc: } F'_m = F_m \cos \alpha = 3280 \cos 29 = 2869 \text{ N}$$

$$F_m'' = F_m \sin \alpha = 3280 \sin 29 = 1590$$

D'après le critère de résistance au cisaillement

$$\tau_{adm} \geq \frac{F_m'}{S_d}$$

S_d = section circonférentielle dangereuse

$$S_d = 2\pi r_4 \cdot W$$

W = l'épaisseur de la membrane

$$\tau_{adm} \geq \frac{F_m'}{2\pi r_4 W} \Rightarrow W \geq \frac{F_m'}{2\pi r_4 \tau_{adm}}$$

$$W \geq \frac{2869}{2\pi \cdot 0,06 \cdot 40 \cdot 10^5} = 0,002 \text{ m} = 2 \text{ mm}.$$

On prend $W = 4 \text{ mm}$

4.14 Calcul des courses maximale et minimale de la membrane

a) Course maximale:

$$C_{max} = 2U_{1,max} + \frac{W}{2} + \frac{W}{2} = 2U_1 + W = 2,20 + 4 = 44 \text{ mm}.$$

b) Course minimale

Comme le débit minimal est de 0,1 l/s, le volume emporté pendant chaque cycle est:

$$V = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ l/cycle} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3.$$

D'après l'expression [4.1]

$$V_{min} = r_1^2 (25,133 U_{1,min} - 4,909 U_2)$$

$$U_{1,min} = \left(\frac{V_{min}}{r_1^2} + 4,909 U_2 \right) / 25,133$$

$$= \left(\frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,024^2} + 4,909 \cdot 0,008 \right) / 25,133$$

$$U_{1,min} = 0,003 \text{ m} = 3 \text{ mm}.$$

Donc la course minimale est:

$$C_{min} = 2U_{min} + W = 2 \times 3 + 4 = 10 \text{ mm.}$$

4.2 Le Coulisseau

4.2.1 Calcul du diamètre du Coulisseau:

Le coulisseau est sollicité principalement à la compression.

La contrainte de compression est donnée par l'expression:

$$\sigma = \frac{F_c}{S} \leq \sigma_{adm}$$

F_c = la force de compression appliquée sur le coulisseau

S = section du coulisseau.

$$F_c = F_m + F_{res} = 3280 + 66 = 3346$$

Choix du matériau:

$$\text{XC 38} \quad R_e = 490 \text{ N/mm}^2 \quad \text{pour } d \leq 16 \text{ mm}$$

$$R_m = 690 - 830 \text{ N/mm}^2$$

Trémpé à l'eau E 850

revenu 600°

on prend un coefficient de sécurité $\beta = 5$

$$\text{d'où : } \sigma_{adm} = \frac{R_e}{\beta} = \frac{490}{5} = 98 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_e = \frac{F_c}{S} = \frac{4 F_c}{\pi d^2} \leq \sigma_{adm}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4 F_c}{\sigma_{adm} \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3346}{98 \cdot \pi}} = 6,6 \text{ mm.}$$

on prend $d = 12 \text{ mm.}$

4.2.2 Vérification au Flambement

La contrainte critique du flambage est donnée par l'expression :

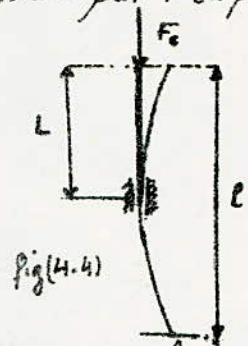
$$n_c = \frac{P_c}{S} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 S} \quad [4.2]$$

où E : module d'élasticité longitudinal

I : moment d'inertie

S = section du coulisseau

l = longueur fictive libre au flambage $l=2L$



Donc :

$$n_c = \frac{\pi^2 E \pi d^4}{64 (2L)^2 \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{\pi^2 d^2 E}{64 L^2}$$

Avec $E = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

$d = 0,012 \text{ m}$

$L = 0,147 \text{ m}$

on aura $n_c = \frac{\pi^2 \cdot 0,012^2 \times 2,4 \cdot 10^{11}}{64 \cdot 0,147^2} = 2,46 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$

mais la contrainte appliquée à ce coulisseau est de :

$$\sigma = \frac{F_c}{S} = \frac{4 F_c}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 3346}{\pi \cdot 0,012^2} = 2,96 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

Le coefficient de sécurité utilisé pour éviter le flambement est de :

$$s = \frac{n_c}{\sigma} = \frac{2,46 \cdot 10^8}{2,96 \cdot 10^7} = 8,3$$

4.2.3 Calcul de vis de fixation de la tête du coulisseau :

Cette vis est utilisée avec serrage, donc elle est sollicitée à la traction et à la torsion.

La formule donnant le diamètre de cette vis est :

$$\sigma = \frac{4 \cdot 1,3 \cdot N_s}{\pi d^2} \leq R_{tr} \quad [4-3]$$

N_s : force pratique de serrage (force de rappel du ressort).

R_{tF} : résistance à la traction.

On choisit le même matériau que celui du coulisseau

d'où $R_{tF} = 98 \text{ N/mm}^2$.

$$\text{Donc: } d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 N_s}{\pi \cdot R_{tF}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 66}{\pi \cdot 98}} = 1,05 \text{ mm}$$

On prend: $d = 6 \text{ mm}$.

4.3 Calcul du ressort

4.3.1 Le diamètre du filet du ressort est donné par:

$$0,2 d^3 \geq \frac{P \cdot r}{R_{ps}} \quad [4.4]$$

d : diamètre du filet du ressort.

R_{ps} : résistance pratique au cisaillement.

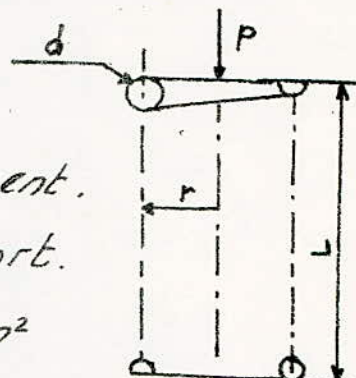
P : force appliquée sur le ressort.

Matériau: 50 CV 4 avec $R_e = 930 \text{ N/mm}^2$

$$R_m = 1130 - 1320 \text{ N/mm}^2$$

H 850 (trempé à l'huile).

revenu 600°



puisque $R_{ps} \leq \frac{2}{3} R_e = 620 \text{ N/mm}^2$

on prend $R_{ps} = 500 \text{ N/mm}^2$

$$\text{donc } d \geq \sqrt[3]{\frac{P \cdot r}{0,2 R_{ps}}} = \sqrt[3]{\frac{66,7}{0,2 \cdot 500}} = 1,74 \text{ mm}$$

$\Rightarrow d = 1,8 \text{ mm}$.

4.3.2 Nombre de spires:

Le nombre de spires est donné par:

$$n \geq \frac{f \cdot G \cdot d^4}{64 P \cdot r^3} \quad [4.5]$$

f : la flèche du ressort $f = 44 \text{ mm}$.

G : module d'élasticité transversal $G = 80400 \text{ N/mm}^2$

$$n \Rightarrow \frac{44 \cdot 80400 (1,8)^4}{64 \cdot 66 \cdot 7^3} = 25,6 \approx 26$$

on prend $n = 26$ spires.

4.3.3 Longueur du ressort:

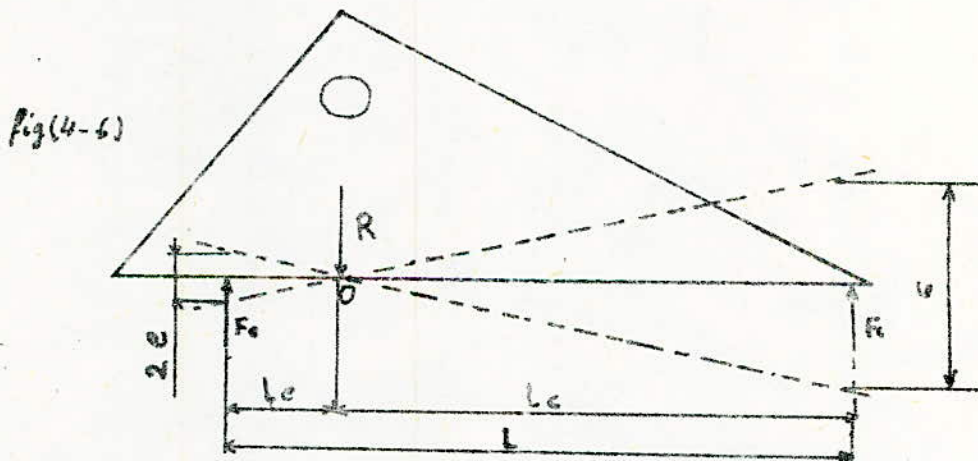
$$L = n \cdot d + f + 1,5d = 18 \cdot 26 + 44 + 1,5 \cdot 1,8$$

$$L = 93,5 \text{ mm}$$

4.4 Le Levier

4.4.1 Calcul des efforts appliqués sur le levier:

Pour calculer les efforts appliqués sur le levier, on désigne les deux positions extrêmes, fig (4-6)



à l'équilibre: $F_e l_c = F_c l_e$ d'où $\frac{F_e}{F_c} = \frac{l_c}{l_e}$ (1)

grâce aux triangles semblables on a:

$$\frac{c}{l_c} = \frac{2e}{l_e} \Rightarrow \frac{l_c}{l_e} = \frac{c}{2e} \quad (2)$$

des équations (1), (2) on aura:

$$\frac{F_e}{F_c} = \frac{c}{2e} = \text{cste} \Rightarrow F_e = \frac{c}{2e} \cdot F_c \quad [4-6]$$

F_c : a deux valeurs extrême F_{cmax} et F_{cmin} en fonction de C_{max} et C_{min} .

Nous avons :

$$C_{max} = 44 \text{ m} \quad F_c = 3346 \text{ N}$$

$$C_{min} = 10 \text{ m} \quad \text{soit l'entre-axe } e = 2,5 \text{ mm}$$

$$\text{d'où : } F_{cmax} = \frac{C_{max} F_c}{2e} = \frac{44 \times 3346}{2 \times 2,5} = 29445 \text{ N} = 2944,5 \text{ dan.}$$

$$F_{cmin} = \frac{C_{min} F_c}{2e} = \frac{10 \times 3346}{2 \times 2,5} = 6692 \text{ N} = 669,2 \text{ dan}$$

donc la réaction de l'axe de levier est de :

$$R_{max} = F_{cmax} + F_c = 2944,5 + 3346 = 3279,1 \text{ dan.}$$

4.4.2 Calcul de la course du levier :

Pour déterminer la course du levier il suffit de fixer la distance normale entre le coulisseau et l'excentrique et déterminer la différence entre l_{max} et l_{min} de l'équation (2) on écrit :

$$l_e = \frac{2e}{c} l$$

$$\text{de plus } l_e + l_c = l = \text{cte} \quad \text{donc } l_e = \frac{2e}{c} (l - l_c)$$

$$\Rightarrow l_c = \frac{\frac{2e}{c} l}{1 + \frac{2e}{c}} \quad [4-7]$$

Pour des raisons de résistance et géométriques on prend

$$l_c = 70 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad l_{cmax} = \frac{\frac{2e}{C_{min}} \cdot l}{1 + \frac{2e}{C_{min}}} = \frac{\frac{2 \times 2,5}{10} \times 70}{1 + \frac{2 \times 2,5}{10}}$$

$$l_{cmax} = 23,3 \text{ mm.}$$

$$l_{cmin} = \frac{\frac{2e}{C_{max}} \cdot l}{1 + \frac{2e}{C_{max}}} = \frac{\frac{2 \times 2,5}{44} \times 70}{1 + \frac{2 \times 2,5}{44}} = 7,2 \text{ mm}$$

d'où la course du levier sera de $C_L = l_{\max} - l_{\min}$

$$C_L = 23,3 - 7,2 = 16 \text{ mm.}$$

4.4.3 Calcul du levier du point de vue résistance

Pour calculer ce levier on prend en considération la position pour laquelle le levier sera plus chargé.

Nous avons:

$$F_0 = 334,6 \text{ daN}$$

$$F_{e \max} = 2944,5 \text{ daN}$$

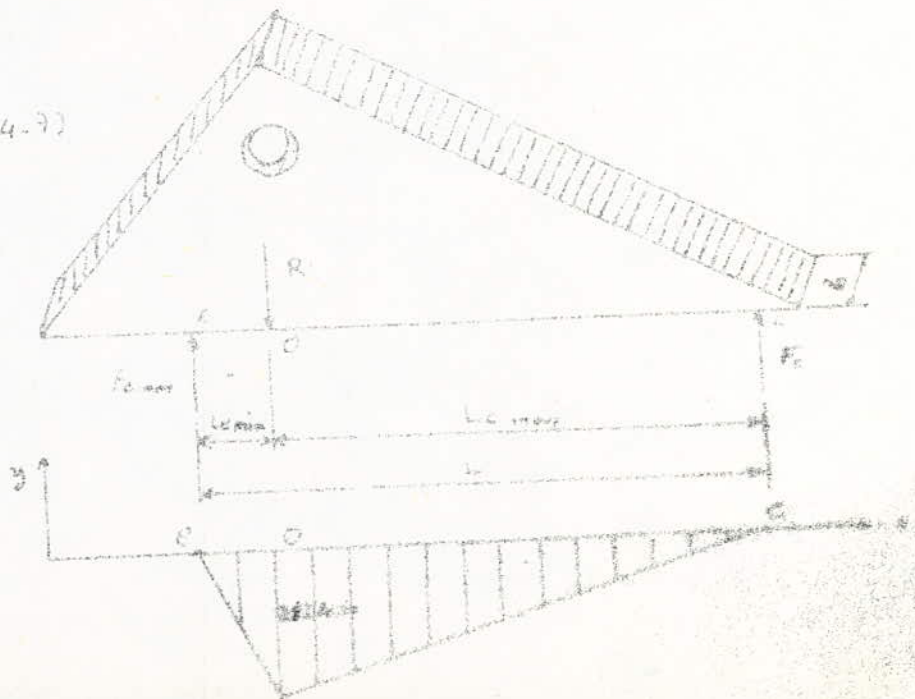
$$l_{\min} = 7,2 \text{ mm}$$

$$L = 70 \text{ mm.}$$

Le moment flechissant maximum est de:

$$M_f \max = F_{e \max} \cdot l_{\min} = 2944,5 \times 0,072 = 212 \text{ Nm.}$$

Fig. 4.73



Le tige doit être considéré comme une poutre d'égale résistance de moment d'inertie $\frac{bh^3}{12}$

b : épaisseur

h : son hauteur

Choix du matériau :

42004

$R_e = 930 \text{ N/mm}^2$

$R_m = 900 - 1070 \text{ N/mm}^2$

Traité à l'huile HB40

revenu : 600°

Soit le coefficient de sécurité $S = 3$

$$\text{d'où } \sigma_{adm} = \frac{R_e}{S} = \frac{930}{3} = 310 \text{ N/mm}^2$$

La condition de résistance de cette poutre d'égale résistance est donnée par l'expression:

$$\frac{b M_{fmax}}{2I} \leq \sigma_{adm} \rightarrow \frac{6 M_{fmax}}{b h^2_{max}} \leq \sigma_{adm} \quad [4-8]$$

$$h_{max} \geq \sqrt{\frac{6 M_{fmax}}{b \sigma_{adm}}} =$$

pour $b = 8 \text{ mm}$

$$M_{fmax} = 212 \text{ N.m}$$

$$\Rightarrow h_{max} \geq \sqrt{\frac{6 \times 212 \cdot 10^3}{8 \cdot 310}} = 22,65 \text{ mm.}$$

on prend $h_{max} = 23 \text{ mm.}$

4.4.4 Calcul du diamètre de l'axe du levier:

L'axe du levier est sollicité seulement au cisaillement provoqué par la réaction R:

La contrainte de cisaillement est donnée par:

$$\tau = \frac{R_{\max}}{2 S_{axe}} \leq \tau_{adm} \quad [4.9]$$

On utilise le ^{même} matériau que celui du levier.

La limite d'élasticité au cisaillement recommandée pour les aciers est la moitié de la limite d'élasticité à la traction: $\tau_e = \frac{R_e}{2} = \frac{930}{2} = 465 \text{ N/mm}^2$

pour $s = 2 \implies \tau_{adm} = \frac{465}{2} = 232,5 \text{ N/mm}^2$

$$\tau = \frac{R_{\max}}{2 S_{axe}} = \frac{2 R_{\max}}{\pi d^2} \leq \tau_{adm}$$

donc $d \geq \sqrt{\frac{2R}{\pi \tau_{adm}}} = \sqrt{\frac{2 \times 3279}{\pi \cdot 232,5}} = 9,5 \text{ mm}$

on prend $d = 10 \text{ mm}$.

4.5 L'Excentrique

L'excentrique est constitué d'un disque circulaire monté ~~sur un arbre~~ excentré sur un arbre, il commande un levier (ou une bielle) pour transformer son mouvement circulaire en mouvement rectiligne, qui permet d'entraîner la membrane.

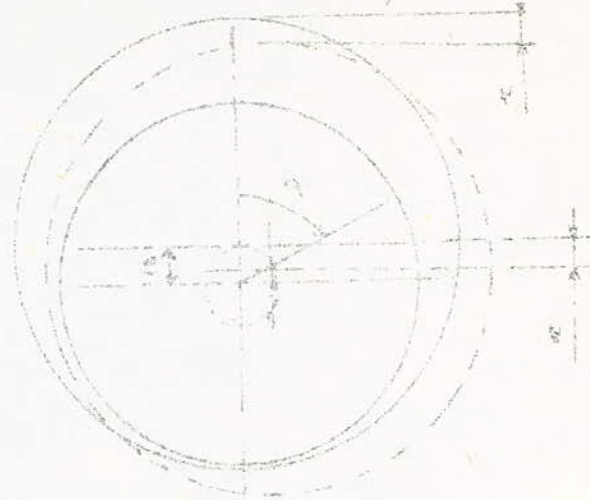
L'équation du mouvement décrit par cet excentrique est: $x(t) = e(1 - \cos \omega t) \quad [4.10]$

e : l'entre-axe.

L'accélération et la vitesse sont données par :

$$\ddot{x} = 2\omega^2 \cos 2\omega t$$

$$\dot{x} = 2\omega \sin 2\omega t$$



Fig(4-8)

Diagramme des espaces :

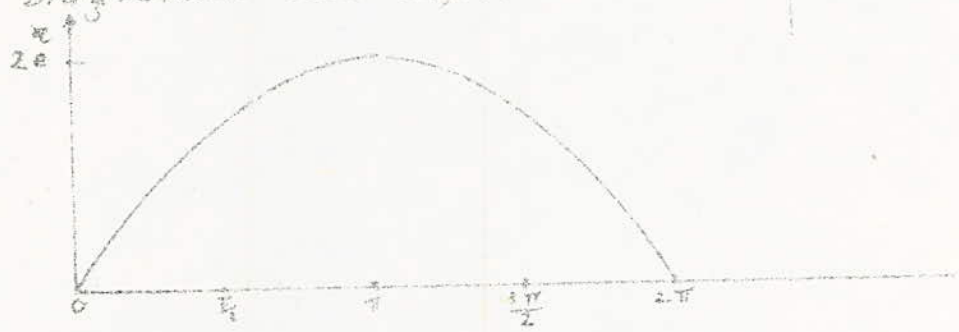


Diagramme des vitesses :

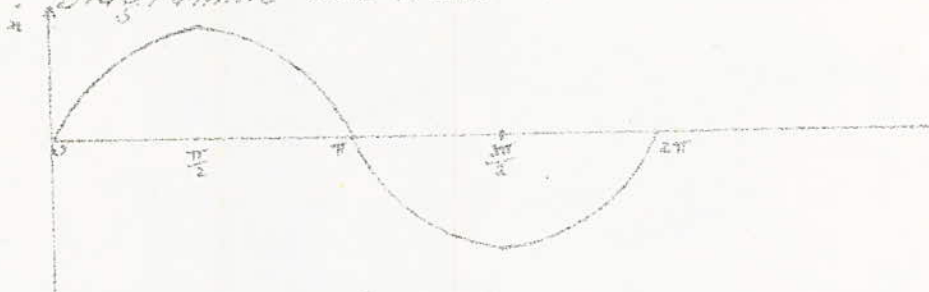
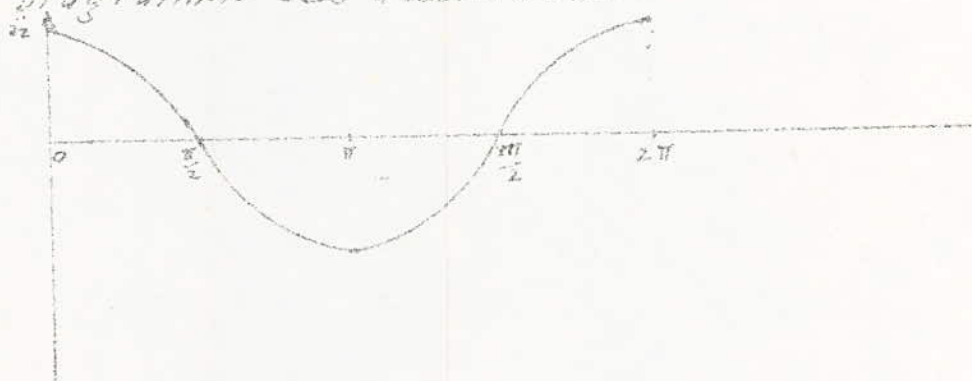


Diagramme des accélérations :



4.6 La boîte à clapets:

4.6.1 Choix des clapets:

D'une façon générale un clapet est un appareil dont l'obturateur est commandé par le fluide lui-même; mais comme on veut que le fluide circule dans un seul sens, les clapets qui seront utilisés sont des clapets de non-retour et parmi cette famille, on choisit des clapets à soupape de surface d'appui conique, pour assurer le centrage et diminuer les pertes volumétriques. Les clapets doivent être munis d'arêtes pour effectuer le guidage.

4.6.2 Calcul de la levée du clapet

La section de passage du fluide est:

$$S = \pi \frac{d^2}{4} \leq \pi d h \quad [4-11]$$

d : diamètre de la section du passage du fluide

h : la levée du clapet

$$\Rightarrow h \geq \frac{d}{4}$$

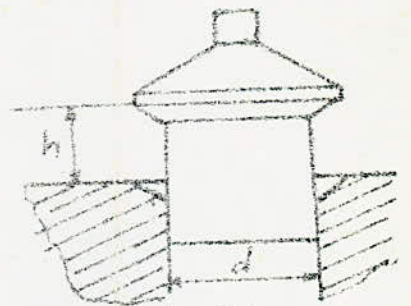
$$d = 12 \text{ mm} \Rightarrow h \geq 3 \text{ mm}$$

4.6.3 Protection contre la corrosion

4.6.3.1 Causes de la corrosion

La corrosion est l'attaque d'un métal provenant de la réaction chimique ou électro-chimique

Il y a deux genres principaux de corrosion



- Par voie humide

a) La corrosion sèche :

Elle est produit par l'attaque d'un métal par seule réaction chimique avec le milieu ambiant, sans intervention de courant électrique

b) La corrosion humide :

Elle est de nature électro-chimique est caractérisée par l'apparition de courant électrique, en dehors de toute source extérieure. Les courants galvaniques qui favorisent la corrosion résultent de l'existence de petites piles élémentaires. Or pour qu'il y ait pile, il faut qu'il y ait en présence deux métaux de nature différente et un électrolyte.

- L'électrolyte est le mélange chimique

- Les deux métaux constituant les pôles des piles résultent de l'hétérogénéité du métal.

- L'hétérogénéité du constituant.

- L'hétérogénéité de structure et de l'état de surface.

(plus la structure est fine, plus l'aptitude à la corrosion est faible).

4.6.3.2 Moyens de protection :

Il y a deux moyens de protéger la boîte contre la corrosion :

1) Choisir un acier inoxydable.

b) Recouvrir la boîte par une gaine isolante qui peut être obtenue par:

1- Recouvrement de la pièce au moyen d'enduits:

peinture - Vernis - Laques - émaux.

2- Recouvrement de la pièce au moyen d'un métal dont la rouille compacte constitue la couche imperméable protectrice.

Ce métal peut être déposé par:

a) trempage dans un métal en fusion: galvanisation - étamage - plompage.

b) projection d'un métal fondu, métallisation au pistolet.

c) électrolyse: cuivrage - nickelage - chromage - cadmiage

- Par modification superficielle de composition du métal

- création d'un alliage, cimentation au zinc, à l'Aluminium

4.6.4. Calcul des vis de fixation de la boîte à clapets

Comme ces vis seront utilisées avec serrage, elles sont sollicitées à la traction et à la torsion en même temps.

La contrainte appliquée à ces vis est donnée par: [4-3]

$$\sigma = \frac{4 \times 1,3 N_s}{Z \pi d^2} \leq \sigma_{adm}$$

N_s : force pratique de serrage

Z : nombre de vis

d : diamètre de vis

Le matériau choisi peut-être Z30 C13 caractérisé par:

$$R_e = 685 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m = 830 - 1030 \text{ N/mm}^2$$

trempé à l'huile 950 - 1000 °C

revenu 625 - 675 °C

$$\text{NOUS AVONS } N_s = 3346 \text{ N}$$

$$Z = 4$$

$$\sigma_{adm} = \frac{R_e}{5} = \frac{685}{5} = 137 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{donc } d \geq \sqrt{\frac{4 \times 1,3 \times N_s}{Z \pi \sigma_{adm}}} = \sqrt{\frac{4 \times 1,3 \times 3346}{4 \times \pi \times 137}} = 3,2 \text{ mm}$$

on prend $d = 5 \text{ mm}$.

V CALCUL CINEMATIQUE DE LA POMPE

5.1 Rendement global de la pompe

5.1.1 Rendement mécanique :

- La valeur du rendement mécanique pour un couple de réducteur à pignon cylindrique à denture hélicoïdale est de 0.98
On peut admettre aussi que le rendement mécanique de l'excentrique - levier est de l'ordre de 0.98, et que le rendement mécanique pour le contact levier - coulisseau est 0.99
Le rendement mécanique global sera donc de :

$$\eta_m = (0.98)^2 \cdot 0.98 \cdot 0.99 = 0.9318$$

5.1.2 Le rendement volumétrique :

Il y a des pertes de volume dues au retard engendré par la fermeture des clapets, ce rendement peut être estimé à :

$$\eta_v = 0.97$$

5.1.3 Le rendement hydraulique

Le passage de fluide à travers les clapets, et dans les canalisations, entraîne une perte de charge, cette perte peut être estimée à : $\eta_h = 0.95$

Le rendement global de notre pompe sera de :

$$\eta_g = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h = 0.9318 \cdot 0.97 \cdot 0.95$$

$$\eta_g = 0.86$$

5.2 Puissance de la pompe:

5.2.1 La puissance utile maximale:

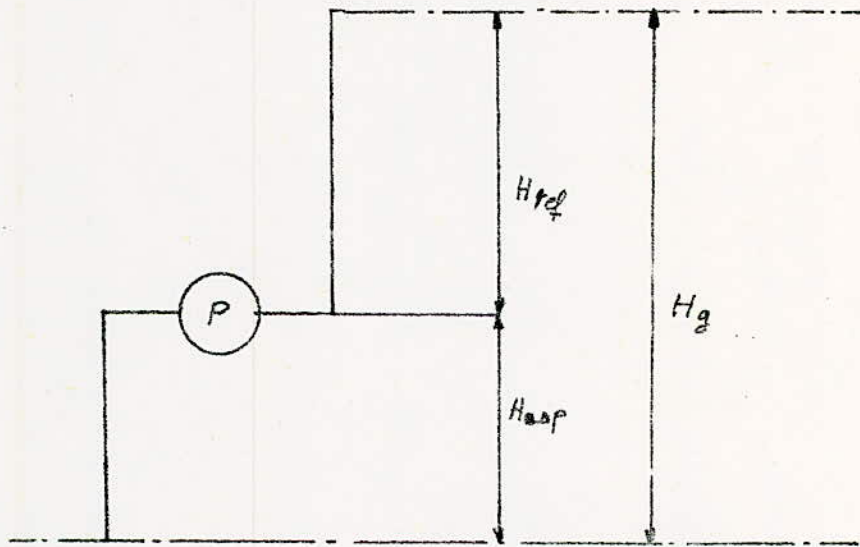
La puissance utile maximale est donnée par la formule:

$$P_{\max} = Q_{\max} \cdot H_g \cdot \rho \cdot g$$

Q_{\max} : débit maximal

H_g : La hauteur d'élevation géométrique

ρ : la masse volumique



Comme $H_g = H_{asp} + H_{ref}$, l'expression de la puissance utile deviendra:

$$\begin{aligned} P_{\max} &= Q_{\max} (H_{asp} + H_{ref}) \rho g \\ &= Q_{\max} \rho g H_{asp} + Q_{\max} \rho g H_{ref} \end{aligned}$$

La pression d'aspiration est estimée à $P_{asp} = 10^4 \text{ N/m}^2$
correspondant à une hauteur d'aspiration de l'ordre de 1m

La pression de refoulement est estimée à $P_{ref} = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

Puisque la hauteur d'élevation est donnée par la formule:

$H = \frac{P}{\rho g}$. L'expression de la puissance utile s'écrit:

$$P_{Umax} = Q_{max} (P_{osp} + P_{ref})$$

$$= 0,0005 (5 \cdot 10^5 + 10^4) = 255 \text{ watt}$$

5.2.2 La puissance absorbée:

La puissance absorbée est donnée par la formule:

$$P_{abs} = \frac{P}{\eta_g} = \frac{255}{0,86} = 296,5 \text{ watt.}$$

5.3 Choix du moteur électrique

Tenant compte de la puissance absorbée et des critères économiques, nous avons choisi un moteur électrique de type

[DK 86-200] fabriqué par la société multinationales BAUER

Ce moteur est caractérisé par:

La puissance nominale $P_n = 300 \text{ watt}$

Nombre de tours/min $n = 930 \text{ tr/min}$

Nombre de paires de pôles $3P = 6$

dephasage $\cos \varphi = 0,75$

Différence de potentiel $U = 320 \text{ volt}$

L'intensité du courant électrique $I = 1,73 \text{ A}$

Moment d'inertie du rotor $J_{rot} = 0,0019 \text{ kg m}^2$

Diamètre de l'arbre de sortie $\phi = 16 \text{ mm.}$

6.1 Rapport de transmission:

On veut une pompe ayant 2 cycles par seconde ;
(1 cycle = 1 aspiration + 1 refoulement) donc l'arbre de sortie aura une vitesse de 2 tr/s c'est à dire 120 tr/min
Comme l'arbre moteur tourne à 930 tr/min, le rapport de transmission pour les 2 couples d'engrenages constituant le reducteur sera $i = \frac{930}{120} = 7,75 = i_1 \cdot i_2$

On veut que le rapport de transmission soit utilisé exactement et que l'encombrement soit minimum.

Si nous prenons $i_1 = 2,5$ nous aurons $i_2 = \frac{i}{i_1} = 3,1$.

On veut aussi que notre pompe travaillera pendant 10 ans environ 25000 heures; en raison de 6 heures par jour

6.2 Choix du matériau

Comme les roues et les pignons ont de faibles dimensions le même matériau peut être utilisé pour leur fabrication :

: Matériau 16 NC 11 (acier de cimentation faiblement allié)

Caractéristiques de ce matériau

- charge de rupture à coeur 110 - 130 k. bars
- dureté BRINELL : 330 - 380 k. bars

D'après ces caractéristiques, la pression superficielle limite peut-être prise égale à: $P_{s\lim} = 120 \text{ h.bars}$ et la contrainte limite de base $\bar{\sigma}_{b\lim} = 37 \text{ h.bars}$

6.3 Détermination du 1^{er} couple d'engrenage:

6.3.1 Données:

$$n_1 = 930 \text{ tr/mn}$$

$$n_2 = \frac{930}{i_1} = 372 \text{ tr/mn}$$

$$\alpha_1 = 2.5$$

$$P_{s\lim} = 120 \text{ h.bars}$$

$$\bar{\sigma}_{b\lim} = 37 \text{ h.bars}$$

$$P = 300 \text{ watts}$$

$$\beta = 25^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$z_1 = 28 \text{ dents}$$

6.3.2 Détermination du diamètre du pignon:

Le diamètre et l'épaisseur du pignon seront calculés à partir des expressions suivantes:

$$bd_1^2 = \frac{1.06}{10^6} \cdot \frac{P}{P_{s\lim}} \cdot \frac{K_m^2 \cdot K_{\alpha}^2 \cdot K_{\beta}^2 \cdot K_{et}}{n_1 \cdot K_{vt} \cdot K_v \cdot K_{dc} \cdot K_p \cdot K_s} \quad [6.1]$$

$$b/d_1 = 0.65 \text{ (selon la classe du matériau IV)} \quad [6.2]$$

Détermination des différents facteurs relatifs au pignon

$$\text{facteur du matériau } K_m = 87.75$$

facteur de longueur de contact $K_{Lc} = \sqrt{\frac{1}{E_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{1}{15}} = 0,816$

facteur géométrique $K_{\beta} = 1,625$ ($\alpha = 20^{\circ}$, $\beta = 25^{\circ}$).

facteur de l'effort tangentiel $K_{\alpha t} = 1$ ($n_1 > 200$ tr/min)

facteur du rapport de transmission $K_{\alpha r} = \frac{i_1}{i_1 + 1} = \frac{2,5}{2,5 + 1} = 0,714$

facteur de vitesse K_v :

Le diamètre du pignon peut être estimé à $d_1 = 30$ mm

d'où $v_t = 1,51$ m/s $\Rightarrow K_v = 0,907$.

facteur de durée $K_{ds-1} = 0,5$ ($n_1 = 930$ tr/min, durée 2500h)

facteur de perte $K_p = 1$ ($b/d_1 = 0,65$).

facteur de service $K_s = 0,8$ (moteur électrique).

$$b d_1^2 = \frac{1,06 \cdot 0,3 \cdot (87,75)^2 \cdot (0,816)^2 \cdot (1,625)^2 \cdot 1}{10^{-6} \cdot (12)^2 \cdot 930 \cdot 0,714 \cdot 0,907 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,8}$$

$$b/d_1 = 0,65$$

$$b d_1^2 = 2294,8 \quad \parallel \quad \implies d_1 \geq 15,23 \text{ mm}$$

$$b/d_1 = 0,65$$

Comme ce pignon est monté directement sur l'arbre moteur de 16 mm de diamètre, nous prenons comme diamètre du pignon $d_1 = 31$ mm et son épaisseur $b = 20$ mm.

6.3.3 Calcul du module réel

le module réel est calculé à partir de l'expression:

$$\frac{F_t}{b m_{\alpha}} \leq K \quad [6-3]$$

avec F_t : la force tangentielle telle que:

$$F_t = \frac{P}{v_t} = \frac{300}{1,51} = 199 \text{ N} = 19,9 \text{ daN.}$$

m_r = module reel

b = épaisseur du pignon

k = facteur qui dépend de la classe du pignon

$k = 10,5$ (classe IV HENRIOT)

$$\Rightarrow m_r \geq \frac{F_t}{k_b} = \frac{10,9}{10,5 \cdot 20} = 0,1.$$

on prendra $m_r = 1$ mm.

6.3.4 Calcul des Dimensions du pignon et de la roue

$$d_1 = \frac{z_1 m_r}{\cos \beta} = \frac{28,1}{\cos 25} = 30,895 \text{ mm}$$

$$z_2 = i_1 z_1 = 28,2,5 = 70 \text{ dents}$$

$$d_2 = \frac{z_2 m_r}{\cos \beta} = \frac{70,1}{\cos 25} = 77,236 \text{ mm}$$

$$m_t = \frac{m_r}{\cos \beta} = \frac{1}{\cos 25} = 1,103 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{d_1 + d_2}{2} = 54,066 \text{ mm.}$$

Pas apparent : $P_t = m_t \cdot \pi = 3,466 \text{ mm}$

Pas reel : $P_r = m_r \cdot \pi = 3,142 \text{ mm}$

Saillie : $h_a = m_r = 1 \text{ mm}$

Creux : $h_f = 1,25 m_r = 1,25 \text{ mm}$

Hauteur de dent : $h = h_a + h_f = 2,25 \text{ mm.}$

6.3.5 Vérification du Dimensionnement des engrenages

6.3.5.1 Calcul à la pression superficielle

a - Capacité de charge du pignon à la pression superficielle

$$F_{t1} = P_{s\text{lim}}^2 = \frac{b d_1 K_r K_v K_{d_{s-1}} K_p K_s}{K_m^2 K_{\beta}^2 K_{\alpha}^2 K_{f_t}} \quad [6-4]$$

$$= (120)^2 \frac{30,695 \times 20 \times 0,714 \times 0,907 \times 0,5 \times 1 \times 0,8}{(87,75)^2 \times (0,846)^2 \times (1,625)^2 \times 1} = 170,2 \text{ DAN}$$

b. Capacité de charge de la roue à la pression superficielle.

$$F_{t2} = \frac{P_{s\text{lim}2}^2 \cdot K_{d_{s-2}}}{P_{s\text{lim}1}^2 \cdot K_{d_{s-1}}} F_{t1} \quad [6-5]$$

Nous avons $P_{s\text{lim}2} = P_{s\text{lim}1}$; $K_{d_{s-1}} = 0,5$; $K_{d_{s-2}} = 0,54$ $n_2 = 372 \text{ tr/min}$

$$\text{Alors } F_{t2} = \frac{0,54}{0,50} \cdot 170,2 = 183,9 \text{ DAN.}$$

6.3.5.2 Calcul à la rupture des engrenages

a) Capacité de charge du pignon à la rupture

$$F_{t3} = \sigma_{blim1} \cdot b \cdot m_r \cdot \frac{K_v K_{d_{b-1}} \cdot K_p \cdot K_m}{K_c \cdot K_i \cdot K_f} \quad [6-6]$$

avec :

$$\sigma_{blim1} = 376 \text{ bars}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

$$m_r = 1 \text{ mm}$$

$$K_v = 0,907$$

$$K_{d_{b-1}} = 0,65 \quad (n_1 = 930 \text{ tr/min})$$

$$K_p = 1$$

$$K_m = 0,8$$

$$K_c = \frac{1}{E_b} = 0,667$$

$$K_i = 0,76 \quad (\beta = 25^\circ)$$

$$K_{f1} = 2,39 \quad (Z_r = \frac{Z_1}{\cos \beta} = 38 \text{ dents}).$$

$$\text{donc } F_{t3} = 37.20.1. \frac{0,907.0,65.1.0,8}{0,667.2,39.0,76} = 288,1 \text{ DAN}$$

b) Capacité de charge de la roue à la rupture

Nous avons:

$$K_{f-2} = 2,21 \quad (Z_{v2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = 94 \text{ dents})$$

$$K_{db-2} = 0,67 \quad (n_2 = 372 \text{ tr/min})$$

$$\sigma_{blim-1} = \sigma_{blim-2} = 37 \text{ kbars}$$

$$F_{t4} = \frac{\sigma_{blim-2}}{\sigma_{blim-1}} \cdot \frac{K_{db-2}}{K_{db-1}} \cdot \frac{K_{f1}}{K_{f2}} F_{t3} \quad [6.7]$$

$$= \frac{0,67}{0,65} \cdot \frac{2,39}{2,21} \cdot 288,1$$

$$F_{t4} = 321,1 \text{ DAN.}$$

6.3.5.3 La puissance admissible correspondante à ce couple:

$$P_{adm} = F_{emin} \cdot v_t$$

$$\text{or } F_{emin} = F_{t1} = 170,2 \text{ DAN}$$

$$v_t = 1,51 \text{ m/s}$$

$$\text{donc } P_{adm} = 170,2 \cdot 1,51 = 2570 \text{ watt}$$

On constate que ce couple d'engrenage est bien vérifié

$$\text{car } P_{adm} > P_{mat}$$

$$\text{coefficient de sécurité} = \frac{P_{adm}}{P_{mat}} = \frac{2570}{300} = 8,56$$

6.4 Détermination du 2^e couple d'engrenage

6.4.1 Données

$$n_2 = 372 \text{ tr/min}$$

$$n_3 = 120 \text{ tr/min}$$

$$l_2 = 3,1$$

$$P_{slim} = 120 \text{ h. bars}$$

$$\beta = 25^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ$$

6.4.2 Détermination du diamètre du pignon : [6.1], [6.2]

$$b d_3^2 = \frac{1,96 P}{10^{-6} P_{slim}} \frac{K_m^2 \cdot K_{\alpha}^2 \cdot K_{\beta}^2 \cdot K_{ct}}{n_2 \cdot K_{rt} \cdot K_v \cdot K_{ds-1} \cdot K_p \cdot K_s}$$

$$b/d_3 = 0,75 \text{ (classe IV, } l=3,1)$$

$$\text{comme } K_m = 87,75$$

$$K_{\alpha} = 0,816$$

$$K_{\beta} = 1,625$$

$$K_{ct} = 1$$

$$K_{rt} = \frac{l_2}{1+l_2} = \frac{3,1}{1+3,1} = 0,756$$

$$K_v = \frac{12}{12 + \sqrt{v_t}} = 0,943 \text{ (on estime le diamètre du pignon à } d_3 = 27,5 \text{ mm).}$$

$$\text{d'où } v_t = \pi d n_2 = 0,536$$

$$K_{ds-1} = 0,54$$

$$K_p = 1 \text{ (} b/d_1 = 0,75)$$

$$K_s = 0,8$$

$$\text{d'où } b d_3^2 = \frac{1,96 \cdot 0,3}{10^{-6} (120)^2} \frac{(87,75)^2 \cdot (0,816)^2 \cdot (1,625)^2 \cdot 1}{0,756 \cdot 0,372 \cdot 0,943 \cdot 0,54 \cdot 1 \cdot 0,8} = 5913,5$$

$$b/d_3 = 0,75 \text{ d'où } d_3 \geq 19,9 \text{ mm.}$$

le diamètre du pignon peut-être pris égal à $d = 27,5 \text{ mm}$

d'où $b = 20 \text{ mm}$.

6.4.3 Calcul du module réel [6.3]

$$F_t = \frac{P}{v_t} = \frac{300}{0,536} = 560 = 56 \text{ daN}$$

$$m_r \geq \frac{F_t}{K_{t6}} = \frac{56}{10,5 \cdot 20} = 0,3 \text{ mm.}$$

On prend $m_r = 1,25 \text{ mm}$.

6.4.4 Calcul des dimensions du pignon et de la roue:

$$d_3 = \frac{Z_3 m_r}{\cos \beta} = \frac{20 \cdot 1,25}{\cos 25} = 27,584 \text{ mm}$$

$$Z_4 = i_2 Z_3 = 3,1 \cdot 20 = 62 \text{ dents}$$

$$d_4 = \frac{Z_4 m_r}{\cos \beta} = \frac{62 \cdot 1,25}{\cos 25} = 85,512 \text{ mm}$$

$$m_t = \frac{m_r}{\cos \beta} = \frac{1,25}{\cos 25} = 1,379 \text{ mm}$$

$$a = \frac{d_3 + d_4}{2} = 56,548 \text{ mm}$$

$$P_t = m_t \cdot \pi = 4,333 \text{ mm}$$

$$P_n = \pi \cdot m_r = 3,927 \text{ mm}$$

$$h_a = m_r = 1,25 \text{ mm}$$

$$h_f = 1,25 m_r = 1,563 \text{ mm}$$

$$h = h_a + h_f = 2,813 \text{ mm.}$$

6.4.5 Verification des dimensionnements des engrenages

6.4.5.1 Calcul à la pression superficielle

- a) Capacité de charge du pignon à la pression superficielle: [6.4]

$$F_{t1} = \frac{P_{s\text{lim}}^2 \cdot b d \cdot K_H \cdot K_{H\beta} \cdot K_{d\beta} \cdot K_p \cdot K_s}{K_m^2 \cdot K_{Ft} \cdot K_{\alpha}^2 \cdot K_{F\beta}}$$

$$F_{t1} = (120)^2 \cdot \frac{20 \cdot 27,584 \cdot 0,756 \cdot 0,943 \cdot 0,54 \cdot 1 \cdot 0,8}{(87,75)^2 \cdot (0,816)^2 \cdot (1,625)^2 \cdot 1}$$

$$F_{t1} = 180,7 \text{ daN}$$

b) Capacité de charge de la roue à la pression superficielle. [6.5]

$$F_{t2} = \frac{P_{s\text{lim}2}}{P_s^2 \text{Lim}^{-1}} \cdot \frac{K_{ds-2}}{K_{ds-1}} F_{t1}$$

Nous avons :

$$P_{s\text{lim}2} = P_{s\text{lim}1}$$

$$K_{ds-2} = 0,65 \quad (n_3 = 120 \text{ tr/min})$$

$$K_{ds-1} = 0,54 \quad (n_2 = 372 \text{ tr/min})$$

$$\text{d'où } F_{t2} = \frac{0,65}{0,54} \cdot 180,7 = 217,5 \text{ daN}$$

6.4.52 Calcul à la rupture des engrenages:

a) Capacité de charge du pignon à la rupture [6.6]

$$F_3 = \sqrt{\sigma_{blim}} \cdot b \cdot m_r \cdot \frac{K_H \cdot K_{d\beta-1} \cdot K_p \cdot K_m}{K_c \cdot K_i \cdot K_p}$$

$$\text{avec: } \sqrt{\sigma_{blim-1}} = 37 \text{ k. bars}$$

$$K_c = 0,667$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

$$K_i = 0,76$$

$$m_r = 1,25 \text{ mm}$$

$$K_{p-1} = 2,52 \quad (Z_{\beta} = \frac{Z_3}{\cos^3 \beta} = 27 \text{ dents})$$

$$K_H = 0,943$$

$$K_{d\beta-1} = 0,67$$

$$K_p = 1$$

$$\text{d'où } F_3 = 37 \cdot 20 \cdot 1,25 \cdot \frac{0,943 \cdot 0,67 \cdot 1 \cdot 0,8}{0,667 \cdot 2,52 \cdot 0,76}$$

$$F_{t3} = 294,4 \text{ daN}$$

b) Capacité de charge de la roue à la rupture: [6-7]

nous avons:

$$K_{db-2} = 0,75 \quad (n_3 = 120 \text{ tr/min})$$

$$K_{f-2} = 2,23 \quad (Z_{v2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = 83,3 \text{ dents})$$

$$\bar{\sigma}_{blim-1} = \bar{\sigma}_{blim-2}$$

$$\text{donc: } F_{t4} = \frac{K_{db-2}}{K_{db-1}} \cdot \frac{K_{f-1}}{K_{f-2}} \cdot F_{t3}$$

$$F_{t4} = \frac{0,75}{0,67} \cdot \frac{2,52}{2,23} \cdot 366$$

$$F_{t4} = 463 \text{ dAN.}$$

64.53 Calcul de la puissance admissible de ce couple:

$$P_{adm} = F_{tmin} \cdot v_t$$

$$F_{tmin} = F_{t-1} = 180,7 \text{ dAN}$$

$$v_t = 0,536 \text{ m/s}$$

$$P_{adm} = 180,7 \cdot 0,536 = 96,9 \text{ watt}$$

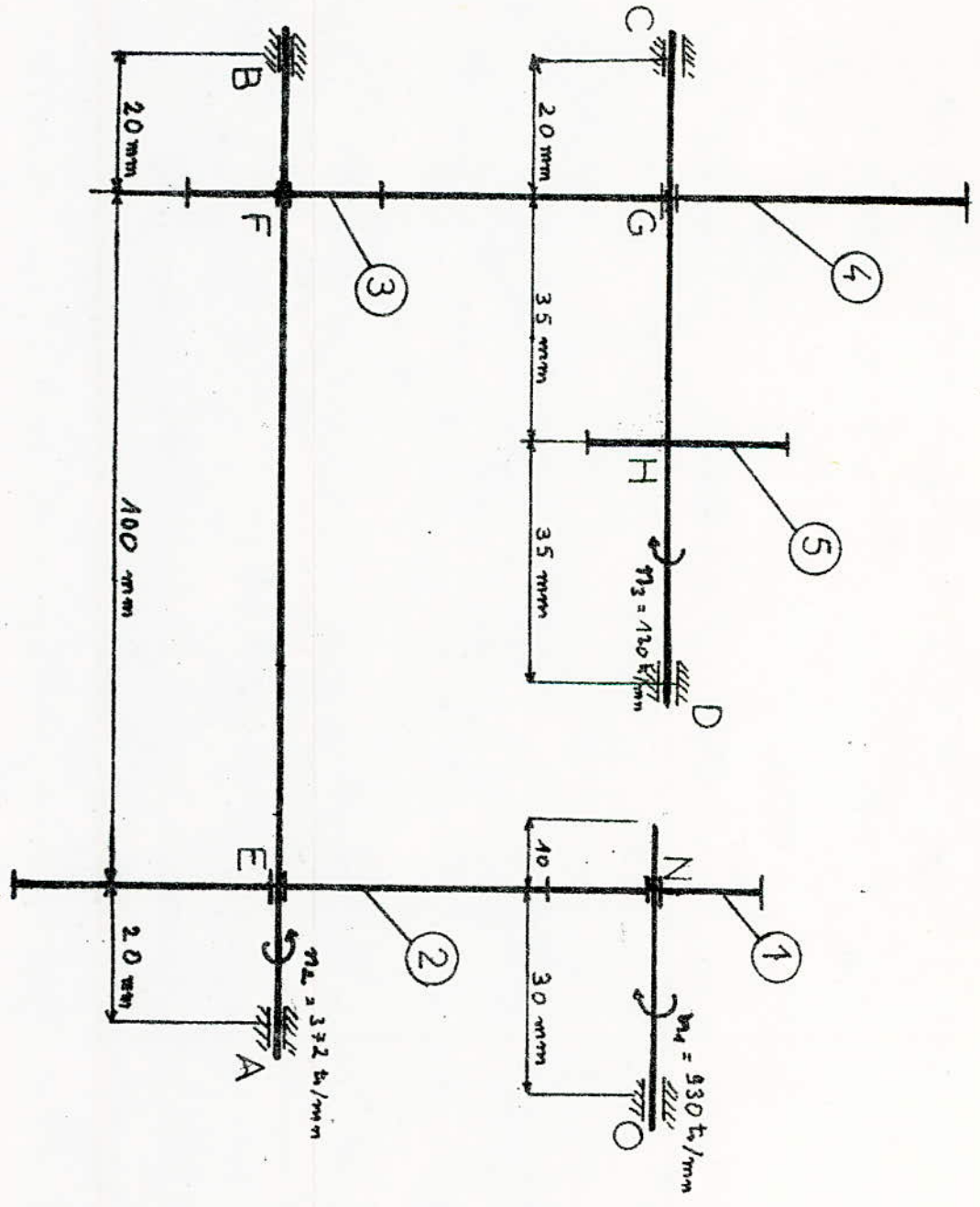
On remarque aussi que ce couple d'engrenage est bien

vérifié car $P_{adm} > P_{mat}$

Le coefficient de sécurité utilisé dans ce couple est:

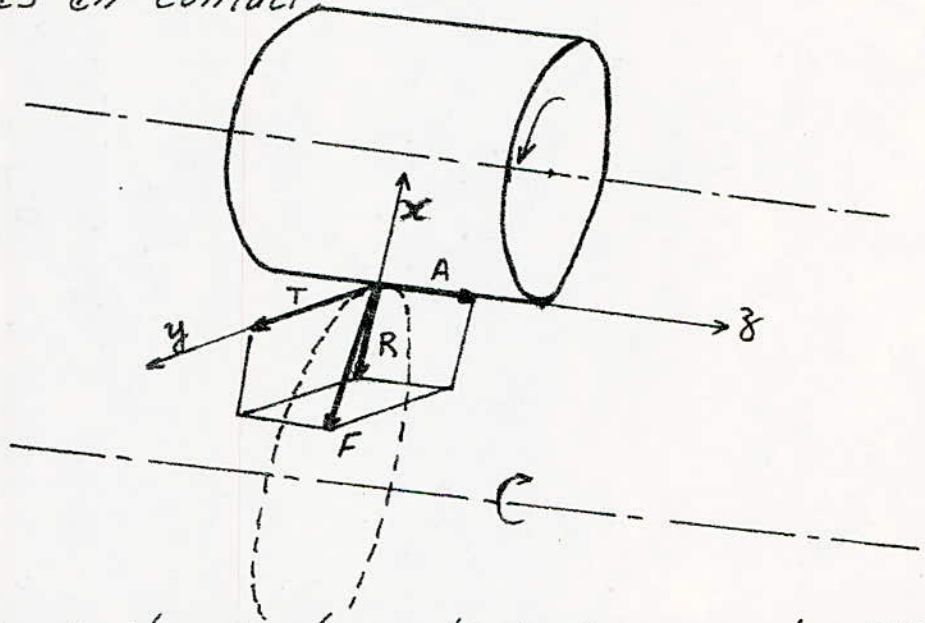
$$\frac{P_{adm}}{P_{mat}} = \frac{96,9}{30} = 3,23$$

VII CALCUL DES ARBRES



7.1 Efforts sur les dentures

La réaction de la roue sur le pignon se traduit par une force F dérivée suivant la normale commune aux dentures en contact.



La force F est décomposée en trois composantes R, T, A respectivement suivant les axes x, y, z .

T : force tangentielle

R : poussée radiale

A : poussée axiale

1^{er} couple d'engrenage

$$T_1 = \frac{2C_1}{d_1} = \frac{P}{v_t}$$

P : puissance du moteur

v_t : vitesse linéaire tangentielle

$$T_1 = \frac{300}{1,51} = 199 \text{ N}$$

$$R_1 = T_1 \frac{\tan \alpha}{\cos \beta} = 199 \frac{\tan 20}{\cos 25} = 80 \text{ N}$$

$$A_1 = T_1 \tan \beta = 199 \tan 25 = 93 \text{ N}$$

$$F_1 = \frac{T_1}{\cos \beta \cos \alpha} = \frac{199}{\cos 25 \cos 20} = 234 \text{ N}$$

2^{ème} couple d'engrenage:

$$T_2 = \frac{P}{v_e} = \frac{300}{0,536} = 560 \text{ N}$$

$$R_2 = \frac{T_2 \tan \alpha}{\cos \beta} = \frac{560 \cdot \tan 20}{\cos 25} = 225 \text{ N}$$

$$A_2 = T_2 \tan \beta = 560 \tan 25 = 261 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{T_2}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{560}{\cos 20 \cos 25} = 658 \text{ N}$$

7.2 Efforts sur les arbres et les paliers

La réaction de la roue sur le pignon admet trois compo-

- composante tangentielle T' (opposée à T)
- composante radiale R' (opposée à R)
- composante axiale A' (opposée à A).

1^{er} arbre : (supportant le pignon)

$$l_0 = 30 \text{ mm}$$

$$d_1 = 31 \text{ mm}$$

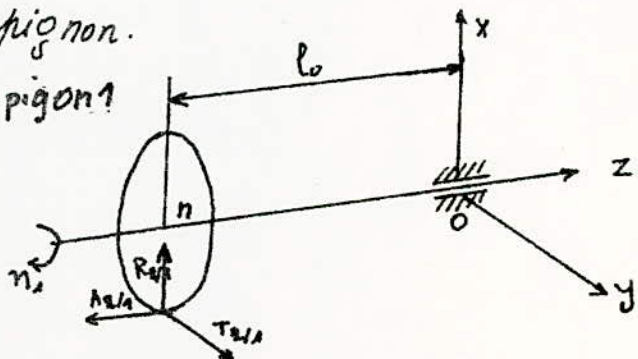
d_1 : diamètre primitif du pignon.

Réaction de la roue sur le pignon:

$$R_{2/A} = 80 \text{ N}$$

$$T_{2/A} = 199 \text{ N}$$

$$A_{2/A} = 93 \text{ N}$$



Réactions sur les paliers A, B

plan horizontal:

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow$$

$$X_B(2l_1 + l_2) - R_2(l_1 + l_2) - R_1 l_1 + A_2 \frac{d_3}{2} - A_1 \frac{d_2}{2} = 0$$

$$X_B = \frac{R_2(l_1 + l_2) + R_1 l_1 + A_1 \frac{d_2}{2} - A_2 \frac{d_3}{2}}{2l_1 + l_2}$$

$$X_B = \frac{225 \times 120 + 80 \times 20 - 93 \times \frac{77}{2} + 261 \cdot \frac{27,5}{2}}{140}$$

$$X_B = 204 \text{ N}$$

$$X_A = R_2 + R_1 - X_B = 225 + 80 - 204 = 101 \text{ N}$$

plan vertical:

$$\sum M/A = 0$$

$$Y_B(2l_1 + l_2) + T_2(l_1 + l_2) - T_1 l_1 = 0$$

$$Y_B = \frac{T_1 l_1 - T_2(l_1 + l_2)}{2l_1 + l_2}$$

$$Y_B = \frac{99 \times 20 - 560 \times 120}{140}$$

$$Y_B = -452 \text{ N}$$

$$Y_A = T_1 + Y_B - T_2 = 91 \text{ N}$$

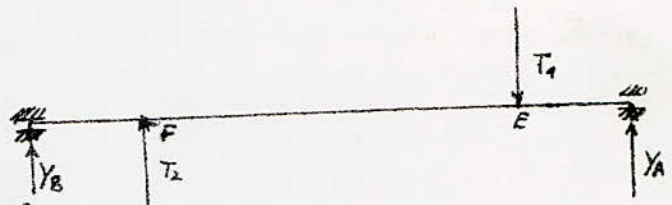
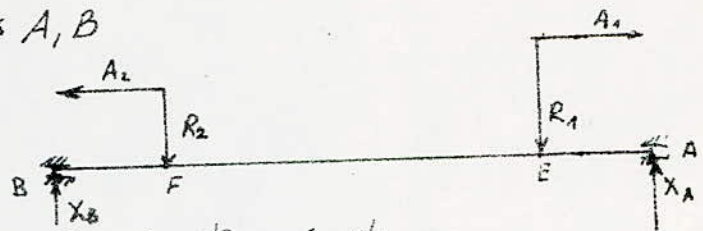
Réactions résultantes en A et B.

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{101^2 + 91^2}$$

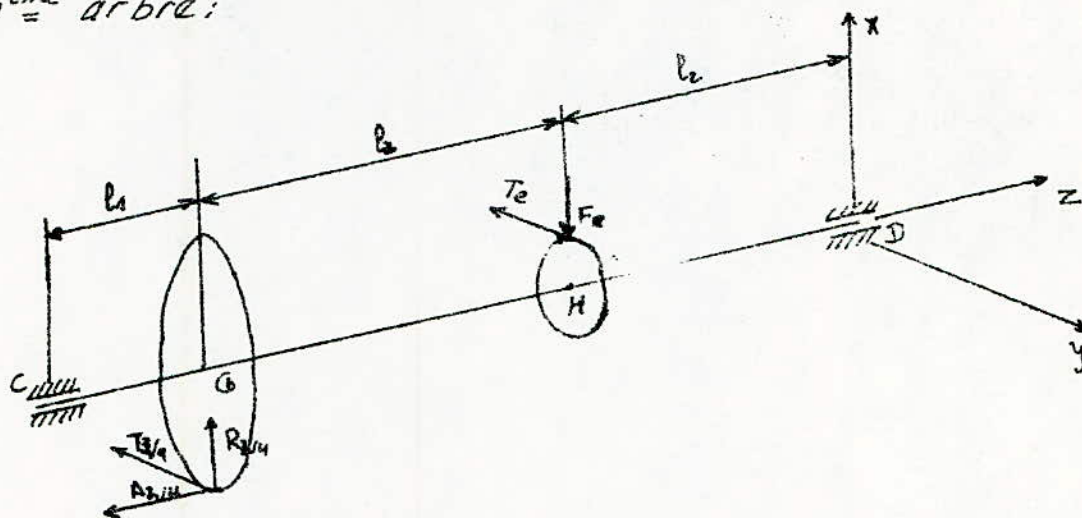
$$R_A = 136 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{204^2 + 452^2}$$

$$R_B = 496 \text{ N}$$



3^{eme} arbre:



$$l_1 = 20 \text{ mm}$$

$$l_2 = 35 \text{ mm}$$

$$d_4 = 85,5 \text{ mm}$$

$$d_e = 30 \text{ mm}$$

$$e = 2,5 \text{ mm}$$

d_e : diamètre de l'excentrique.

d_4 : diamètre primitif de la roue. 3

Réactions sur la roue 4 et l'excentrique 5

$$R_2 = 225 \text{ N}$$

$$T_2 = -560 \text{ N}$$

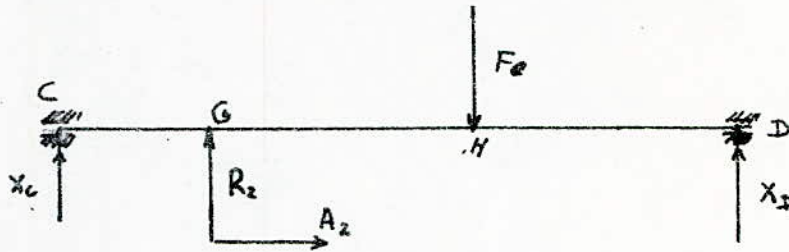
$$A_2 = -261 \text{ N}$$

$$F_e = 29445 \text{ N}$$

$$T_e \left(\frac{d_e}{2} - e \right) = T_2 \cdot \frac{d_4}{2}$$

$$T_e = T_2 \frac{d_4}{d_e - 2e} = 560 \frac{85,5}{30 - 2 \cdot 2,5} = 1915 \text{ N}$$

Réactions sur les appuis c et D
plan horizontal



$$\sum M/O = 0$$

$$\text{d'où } X_c = \frac{F_e \cdot l_2 - R_2 \cdot 2l_2 - A_2 \cdot \frac{d_4}{2}}{l_1 + 2l_2}$$

$$X_c = \frac{29445 \cdot 35 - 225 \cdot 90 + 201 \cdot \frac{85,5}{2}}{90}$$

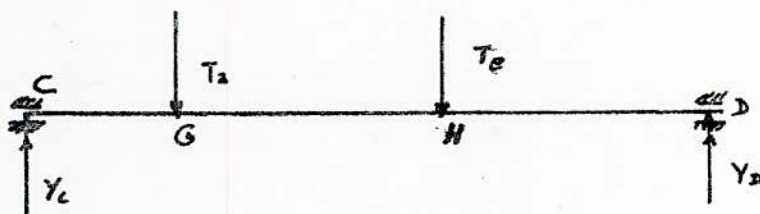
$$X_c = 11399 \text{ N}$$

$$X_c = 1139,9 \text{ dan.}$$

$$X_D = F_e - R_2 - X_c = 29445 - 225 - 11399$$

$$X_D = 17821 \text{ N} = 1782,1 \text{ dan.}$$

plan vertical:



$$\sum M/O = 0$$

$$Y_c = \frac{T_2 \cdot 2 \cdot l_2 + T_e \cdot l_2}{l_1 + 2l_2} = \frac{560 \cdot 70 + 1915 \cdot 35}{90}$$

$$Y_c = 1180 \text{ N}$$

$$Y_D = T_e + T_2 - Y_c = 1915 + 560 - 1180$$

$$Y_D = 1295 \text{ N}$$

Réactions résultantes en O

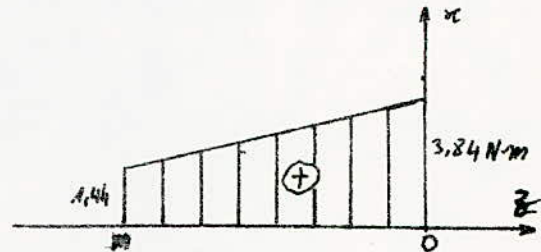
$$R_c = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2} = \sqrt{11399^2 + 1180^2} = 11460 \text{ N} = 1146,0 \text{ dan.}$$

$$R_D = \sqrt{X_D^2 + Y_D^2} = \sqrt{17821^2 + 1295^2} = 17868 \text{ N} = 1786,8 \text{ dan.}$$

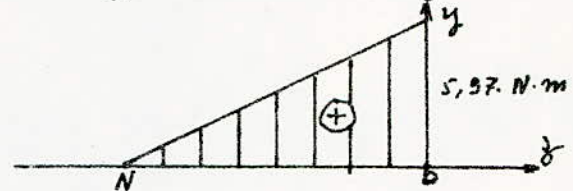
7.3 Moments fléchissants et calcul des diamètres des arbres

$A \equiv$ arbre: ON

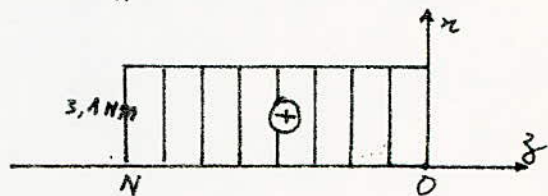
a) plan horizontal :



b) plan vertical.



effort de torsion



Le moment fléchissant maximum (au pt "O") est de:

$$M_{f_0} = \sqrt{M_{f_{0x}}^2 + M_{f_{0y}}^2} = \sqrt{3,84^2 + 5,97^2} = 7,1 \text{ Nm.}$$

Le moment idéal est de:

$$\begin{aligned} M_i &= \frac{1}{2} M_{f_0} + \frac{1}{2} \sqrt{M_{f_0}^2 + M_t^2} \quad [7.1] \\ &= \frac{1}{2} \cdot 7,1 + 0,5 \sqrt{7,1^2 + 3,1^2} \\ &= 7,42 \text{ Nm.} \end{aligned}$$

$$\text{d'où: } \sigma_{adm} = \frac{M_i}{0,1 d_a^3} = \frac{10 M_i}{d_a^3} \quad [7.2]$$

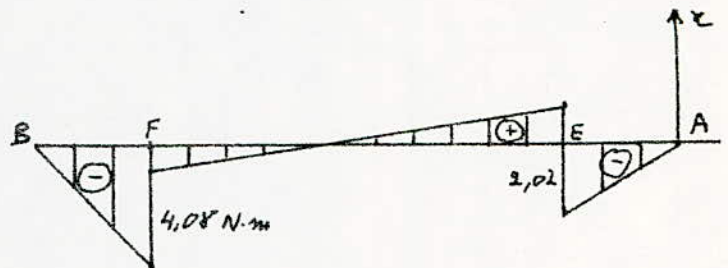
Le diamètre de l'arbre $d_a = 16 \text{ mm}$.

$$\text{Alors } \sigma_{adm} = \frac{10,742 \cdot 10^3}{(16)^3} = 18,1 \text{ N/mm}^2$$

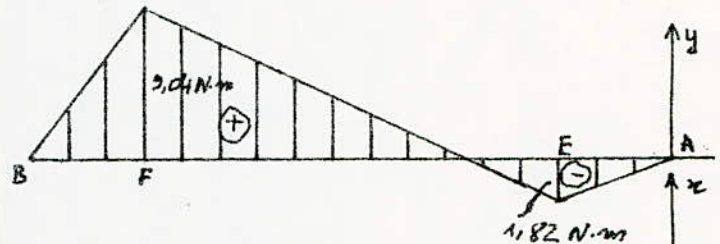
Ce diamètre d'arbre est bien vérifié à la flexion la contrainte admissible de l'acier utilisé est supérieure $18,1 \text{ N/mm}^2$.

2^{ème} arbre: AB

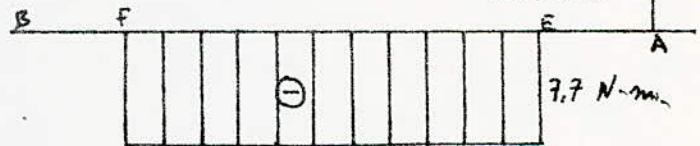
a) plan horizontal



b) plan vertical.



c) Moment de torsion.



$$M_{t2} = T_2 \cdot \frac{d_3}{2} = 7,7 \text{ Nm}$$

Moments fléchissants aux points: F, E

$$M_{FF}^p = \sqrt{4,08^2 + 9,04^2} = 9,92 \text{ Nm}$$

$$M_{FE}^p = \sqrt{2,02^2 + 1,82^2} = 2,7 \text{ Nm}$$

donc la section dangereuse est: F-F

Le moment idéal est donné par l'expression: [7.1]

$$M_i = \frac{1}{2} M_{FF}^p + \frac{1}{2} \sqrt{M_{FF}^p{}^2 + M_t^2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 9,92 + 0,5 \sqrt{9,92^2 + 7,7^2}$$

$$M_i = 11,24 \text{ Nm}$$

Le diamètre de l'arbre sera de: [7.2]

$$d_a \geq \sqrt[3]{\frac{10 M_i}{\sigma_{adm}}}$$

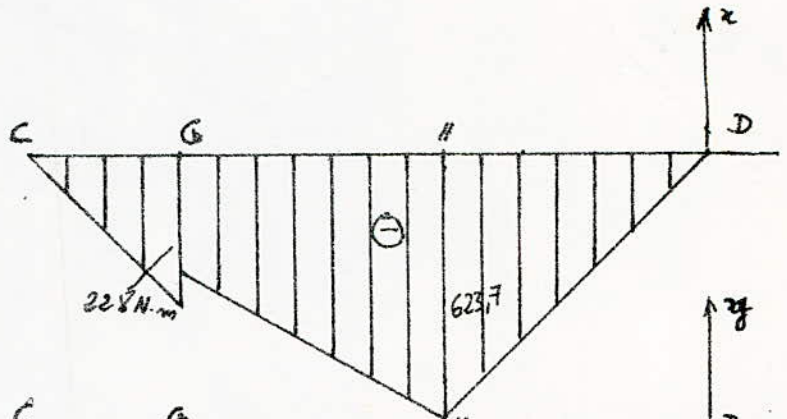
$$\sigma_{adm} = 98 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{voir calcul du coulisseau}).$$

$$\text{donc: } d_a \geq \sqrt[3]{\frac{10 \times 11,24 \cdot 10^3}{98}} = 10,5 \text{ mm}$$

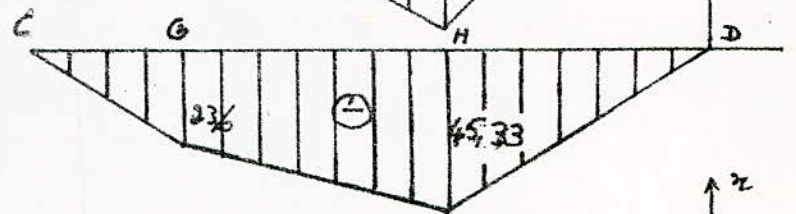
on prend $d = 16 \text{ mm}$.

3^{ème} arbre: CD

plan horizontal



plan vertical

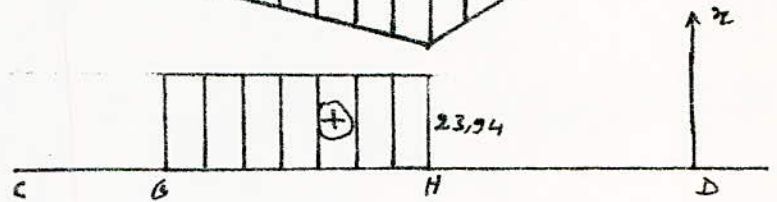


Moment de torsion

$$M_t = T_2 \frac{d_2}{2}$$

$$M_t = 560 \cdot \frac{85,5}{2} \cdot 10^{-3}$$

$$M_t = 23,94 \text{ Nm}$$



Les moments de flexion aux pts G et H

$$M_{f/G} = \sqrt{228^2 + 23,6^2} = 228,4 \text{ Nm.}$$

$$M_{f/H} = \sqrt{623,7^2 + 45,33^2} = 625,3 \text{ Nm.}$$

Les moments idéal aux points G et H: [7.1]

$$M_{iG} = \frac{1}{2} M_{f/G} + \frac{1}{2} \sqrt{M_{f/G}^2 + M_t^2}$$

$$= 228,9 \text{ Nm.}$$

$$M_{iH} = \frac{1}{2} M_{f/H} + \frac{1}{2} \sqrt{M_{f/H}^2 + M_t^2}$$

$$= 625,8 \text{ Nm.}$$

Choix du matériau :

16NC11

$$R_e = 900 \text{ N/mm}^2 \quad 16 \leq d \leq 40 \text{ mm.}$$

$$d'low \quad \sigma_{adm} = \frac{R_e}{3} = \frac{900}{3} = 450 \text{ N/mm}^2$$

- Calcul des diamètres de l'arbre au niveau des sections
au niveau de G: [7.2]

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 M_{Gg}}{\sigma_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 228,9}{450}} = 17,19 \text{ mm.}$$

On prend $d = 20 \text{ mm}$

- au niveau de H: [7.2]

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 M_{Hh}}{\sigma_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 625,5 \cdot 10^3}{450}} = 24 \text{ mm.}$$

On prend $d = 24 \text{ mm}$.

7.4 Vérification aux vibrations

7.4.1 Vibration latérale:

1^{er} arbre

Calcul de la flèche maximale par la méthode des aires

flèche horizontale :

$$f_{oh} = \frac{1}{EI} \left[M_{Tn} \cdot l_0 \cdot \frac{l_0}{2} + (M_{T0} - M_{Tn}) \cdot \frac{l_0}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot l_0 \right]$$

$$= \frac{1}{2,8 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi (24)^4}{64}} \left[1,44 \cdot \frac{30^2}{2} + (3,84 - 1,44) \cdot \frac{30^2}{3} \right] \cdot 10^3$$

$$= 0,0019 \text{ mm.}$$

flèche verticale :

$$f_{ov} = \frac{1}{3EI} M_f \cdot l_0^2 = \frac{5,97 \cdot 10^3 \cdot 30^2}{3 \times 2,8 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi (24)^4}{64}} = 0,0025 \text{ mm.}$$

La flèche maximale est de:

$$f = \sqrt{f_{\text{oh}}^2 + f_{\text{ov}}^2} = \sqrt{19^2 + 25^2} \cdot 10^{-4} = 0,0031 \text{ mm.}$$

Le nombre de tours critique est, donné par l'expressi

$$n_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{f_0}} = \frac{300}{\sqrt{f(\text{cm})}} \quad [7.4]$$

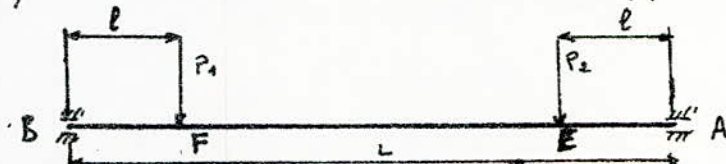
$$n_c = \frac{300}{\sqrt{0,00031}} = 17039 \text{ tr/mn.}$$

$$n_c \gg n_1 = 930 \text{ tr/m.}$$

Conclusion: cet arbre est bien vérifié.

2^{ème} arbre:

Pour simplifier le calcul de la flèche et avec une bonne approximation on prends en considération l'effort maximal en



$$P_{\text{max}} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = 604 \text{ N.}$$

d'où la flèche maximale est de

$$f = \frac{Pl}{84EI} (3L^2 - 4l^2) = \frac{Pl}{24E \cdot \frac{\pi d^4}{64}} (3L^2 - 4l^2) \quad [7.5]$$

$$f = \frac{604 \cdot 20}{24 \cdot 2,8 \cdot 10^5 \pi \frac{(6)^4}{64}} (3 \cdot 140^2 - 4 \cdot 20^2)$$

$$f = 0,031 \text{ mm.}$$

d'où le nombre de tours critique est de: [7.4]

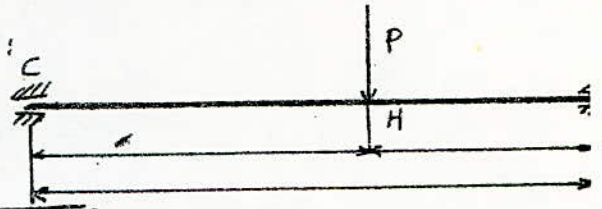
$$n_c = \frac{300}{\sqrt{f(\text{cm})}} = \frac{300}{\sqrt{0,00031}} = 5388 \text{ tr/mn.}$$

l'arbre est bien vérifié car $n_c > n_2 = 372 \text{ tr/mn}$

3^{ème} arbre: CD

La flèche est donnée par :

$$f = \frac{Pl^2 l_e^2}{3EIL} \quad [7.6]$$



$$P = \sqrt{F_e^2 + F_c^2} = \sqrt{29445^2 + 1915^2} = 29507 \text{ N} = 2950,7 \text{ da}$$

$$f = \frac{29507 \cdot 35^2 \cdot 55^2}{3 \times 2,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi (24)^4}{64} \times 90}$$

$$f = 0,088$$

Le nombre de tours critique est de: [7.4]

$$n_c = \frac{300}{\sqrt{f(\text{cm})}} = \frac{300}{\sqrt{0,0088}} = 3198 \text{ tr/mn.}$$

Cet arbre est aussi bien vérifié car $n_c > n_s = 120$

7.4.2 Vibration de Torsion.

K_1, K_2, K_3 raideurs des arbres 1, 2, 3.

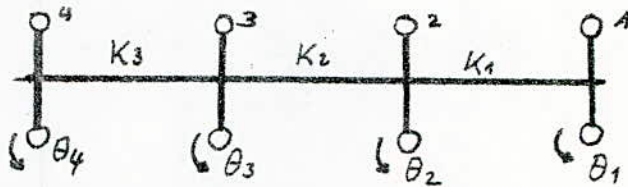
d_1, d_2, d_3 leurs diamètres respectivement.

I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 Moments d'inertie des roues 1, 2, 3, 4, et l'excentrique.

D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 leurs diamètres.

Rapportant tous les arbres au 2^{ème} en assimilant le rotor du moteur et les roues à des disques pleins.

Nous obtenons le système non ramifié suivant:



K_1, K_2, K_3 raideurs des arbres 1, 2, 3 respectivement.

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ déformés des disques 1, 2, 3, 4

I_1, I_2, I_3, I_4 Moments d'inertie des disques 1, 2, 3, 4.

Equations du mouvement:

L'énergie cinétique de ce système est donnée par

$$T = \frac{1}{2} (I_1 \dot{\theta}_1^2 + I_2 \dot{\theta}_2^2 + I_3 \dot{\theta}_3^2 + I_4 \dot{\theta}_4^2).$$

L'énergie potentielle est donnée par:

$$U = \frac{K_1}{2} (\theta_1 - \theta_2)^2 + \frac{K_2}{2} (\theta_2 - \theta_3)^2 + \frac{K_3}{2} (\theta_3 - \theta_4)^2 + \text{cste}$$

en utilisant l'équation de Lagrange: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_i} = \frac{\partial U}{\partial \theta}$

on aura les équations suivantes:

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 - k_1 \theta_2 = 0 \quad \dots (1)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 - k_1 \theta_1 + (k_1 + k_2) \theta_2 - k_2 \theta_3 = 0 \quad \dots (2)$$

$$I_3 \ddot{\theta}_3 - k_2 \theta_2 + (k_2 + k_3) \theta_3 - k_3 \theta_4 = 0 \quad \dots (3)$$

$$I_4 \ddot{\theta}_4 - k_3 \theta_3 + k_3 \theta_4 = 0 \quad \dots (4)$$

posant $\theta_i = A_i \sin(\omega t + \varphi)$ d'où les équations précédentes s'écrivent :

$$-I_1 \theta_1 \omega^2 + k_1 \theta_1 - k_1 \theta_2 = 0 \quad \dots (1)'$$

$$-I_2 \theta_2 \omega^2 - k_1 \theta_1 + (k_1 + k_2) \theta_2 = 0 \quad \dots (2)'$$

$$-I_3 \theta_3 \omega^2 - k_2 \theta_2 + (k_2 + k_3) \theta_3 = 0 \quad \dots (3)'$$

$$-I_4 \theta_4 \omega^2 - k_3 \theta_3 + k_3 \theta_4 = 0 \quad \dots (4)'$$

où encore : $-[M] \omega^2 A + [L] A = 0$

telle que :

$$[M] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

ou simplement

$$-[M] \omega^2 + [L] = 0 \Rightarrow -[M]^{-1} [M] \omega^2 + [M]^{-1} [L] = 0$$

$$[A] \omega^2 + [M]^{-1} [L] = 0 \quad \dots (7-6)$$

$[M]^{-1}$ matrice inverse de $[M]$

$[1]$ matrice unitaire

Calcul des moments d'inertie:

Le moment d'inertie d'un disque est donné par :

$$I = \frac{M D^2}{8} = \frac{\rho \pi D^4 b}{32}$$

ρ : masse volumique de l'acier $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
 b : épaisseur de la roue.

avec $D_1 = 31 \text{ mm}$ $D_2 = 77 \text{ mm}$ $D_3 = 27,5 \text{ mm}$ $D_4 = 85 \text{ mm}$
 $D_5 = 30 \text{ mm}$ $b = 20 \text{ mm}$

On obtient : $I_0' = 4,75 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ $I_1' = 1,414 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$
 $I_2' = 5,384 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ $I_3' = 8,759 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$
 $I_4' = 8,184 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ $I_5' = 6,547 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$

donc $I_1 = I_0' \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = I_0' l_1^2 = 2,97 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$
 $I_2 = I_1' \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 + I_2' = I_1' l_1^2 + I_2' = 6,268 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$
 $I_3 = I_3' + I_4' \left(\frac{N_3}{N_2} \right)^2 = I_3' + I_4' \left(\frac{1}{l_3} \right)^2 = 9,392 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$
 $I_4 = I_5' \left(\frac{N_3}{N_2} \right)^2 = I_5' \left(\frac{1}{l_2} \right)^2 = 6,813 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$

Calcul des raideurs des arbres :

Nous avons $d_1 = d_2 = 16 \text{ mm}$; $d_3 = 24 \text{ mm}$, $G = 80400 \text{ N/m}$
 $l_1 = 120 \text{ mm}$; $l_2 = 100 \text{ mm}$; $l_3 = 35 \text{ mm}$.

Donc :

$$K_1' = \frac{\pi d_1^4 G}{32 l_1} = 4310,8 \text{ Nm/rad}$$

$$K_2' = \frac{\pi d_2^4 G}{32 l_2} = 5172,9 \text{ Nm/rad}$$

$$K_3' = \frac{\pi d_3^4 G}{32 l_3} = 74822,6 \text{ Nm/rad}$$

Donc : $K_1 = K_1' l_1^2 = 26942,5 \text{ Nm/rad}$

$$K_2 = K_2' = 5172,9 \text{ Nm/rad}$$

$$K_3 = K_3' \left(\frac{1}{l_2} \right)^2 = 7785,9 \text{ Nm/rad}$$

La solution du système (7-6) donne. Les vitesses critiques dangereuses suivantes :

$$\omega_1 = 4919,346 \text{ rad/s} \quad \rightarrow \quad n_1 = 46976,28 \text{ tr/mn}$$

$$\omega_2 = 7918,411 \text{ rad/s} \quad \rightarrow \quad n_2 = 75615,23 \text{ tr/mn}$$

$$\omega_3 = 15022,13 \text{ rad/s} \rightarrow n_3 = 143450,8 \text{ tr/min.}$$

Deformé modale:

1 ^{er} mode:	1	-1,66767	-10,67185	-13,53883
2 ^{ème} mode	1	-0,45870	-4,571203	-3,84607
3 ^{ème} mode	1	0,21334	-9,71755	10,13709.

Conclusion: Les vitesses critiques obtenues sont plus grandes que celles des vitesses réelles des arbres, donc on craint pas la rupture des arbres par vibration de torsion.

7.5 Calcul des roulements

On admet que l'arbre est monté sur le même type de roulement et on prend en considération les efforts maximums

a) charges axiales et radiales

	Palier	effort axial Z	effort radial R
2 ^{ème} arbre	B	$Z_B = 16,8 \text{ DAN}$	$R_B = 46,3 \text{ DAN}$
3 ^{ème} arbre	D	$Z_D = 26,1 \text{ DAN}$	$R_D = 1782,1 \text{ DAN}$

b) - Calcul des charges dynamiques réelles

La charge dynamique réelle est donnée par la formule:

$$C = P \sqrt[3]{\frac{L_h \cdot n}{16666}} \quad \text{avec } P = XVR + YZ$$

P: charge dynamique de base

n: vitesse de rotation

X: facteur radial

Y: facteur axial

L_h : durée de vie en heures $L_h \neq 25000$ heures

v: facteur de rotation $v=1$ (pour roulement à bille)

	Palier	X	Y	P	n	C
2 ^{ème} arbre	B	0,56	1,7	54,5	372	417,5
3 ^{ème} arbre	D	1	0	1789,1	120	1813,6

choix des roulements

	d	D	B	r	C_0	C	DESIGNATION
2 ^{ème} arbre	12	32	10	1	290	530	12BC02
3 ^{ème} arbre	17	47	14	1,5	1260	1880	17BC03

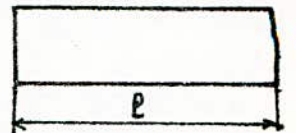
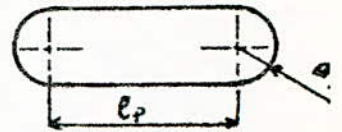
7.6 Calcul des clavettes :

Nous utilisons pour assurer l'accouplement arbre-pignon des clavettes parallèles libres de type A

Matériau XC38

$$\sigma_{adm} = 98 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{adm} = 49 \text{ N/mm}^2$$



Les conditions de résistance à la compression et au cisaillement sont données par :

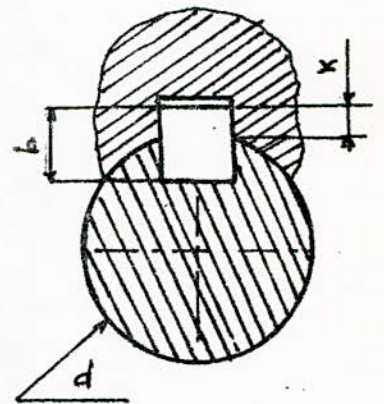
$$\sigma_{comp} = \frac{2M_t}{d l_p k} < \sigma_{adm}$$

$$\tau = \frac{2M_t}{d l_p a} < \tau_{adm}$$

M_t : moment de torsion

l_p : longueur pratique de clavette

d : diamètre de l'arbre



Enfin, nous obtenons le tableau suivant :

	d (mm)	M_t (Nm)	a (mm)	k (mm)	l_p (mm)	σ_{comp} (N/mm ²)	τ
Pignon 1	16	3,1	5	2,3	25	6,7	3,
roue 2	16	7,7	5	2,3	11	38,04	17,
Pignon 3	14	7,7	5	2,3	11	43,48	20
roue 4	20	23,9	6	2,8	11	77,6	36,

Conclusion : Ces clavettes sont bien vérifiées

ii. Conclusion :

L'étude qui est faite ici peut être élargie à toute une série de pompes en modifiant les données de départ Comme la pression de refoulement, l'intervalle du débit, la nature du fluide considéré.

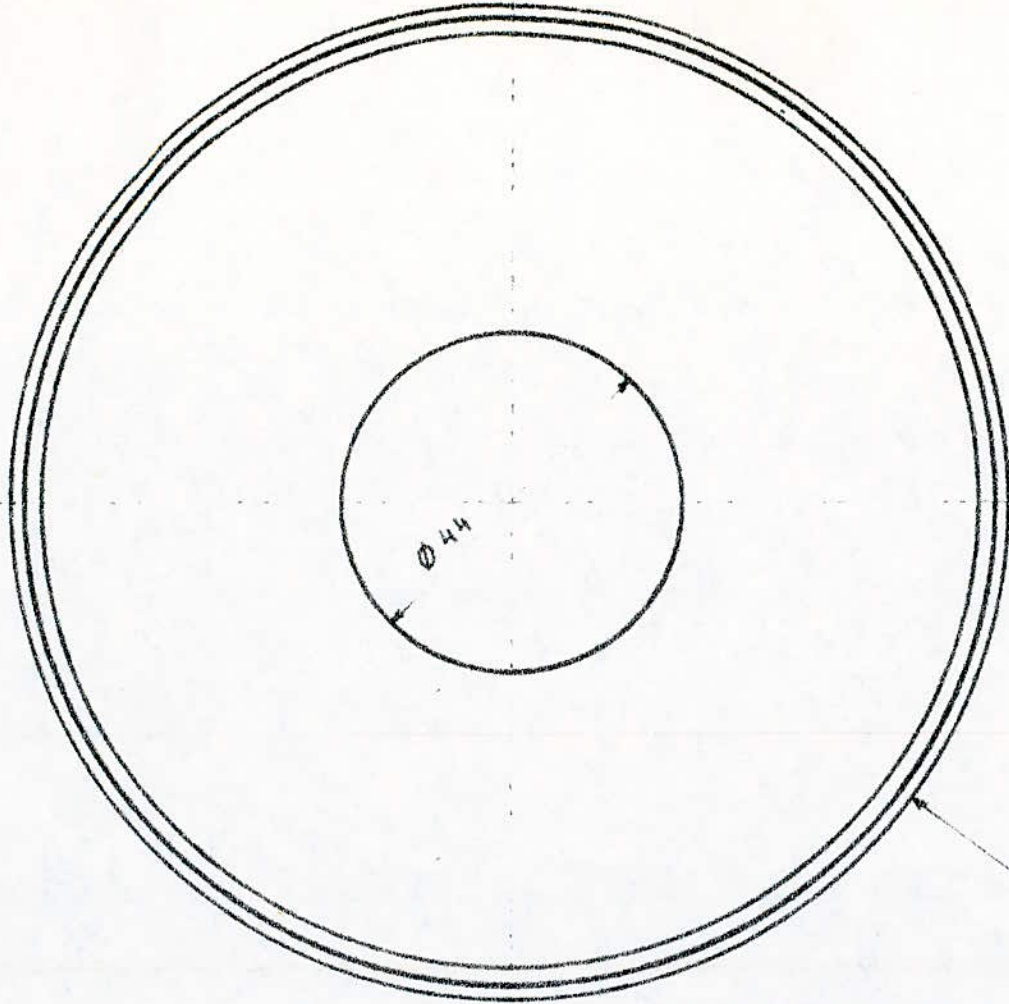
L'inconvénient majeur des pompes à membrane résulte du fait que le débit est faible ainsi que la pression.

L'Avantage c'est qu'elles permettent de transporter des produits corrosifs avec un débit variable

Vu le manque de la documentation concernant ce type de pompes et qui est pratiquement inexistante on n'est pas arrivé à faire une étude plus approfondue.

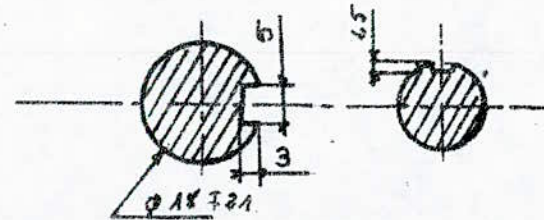
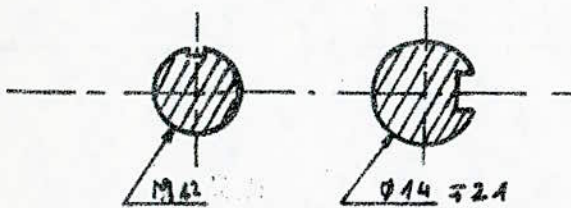
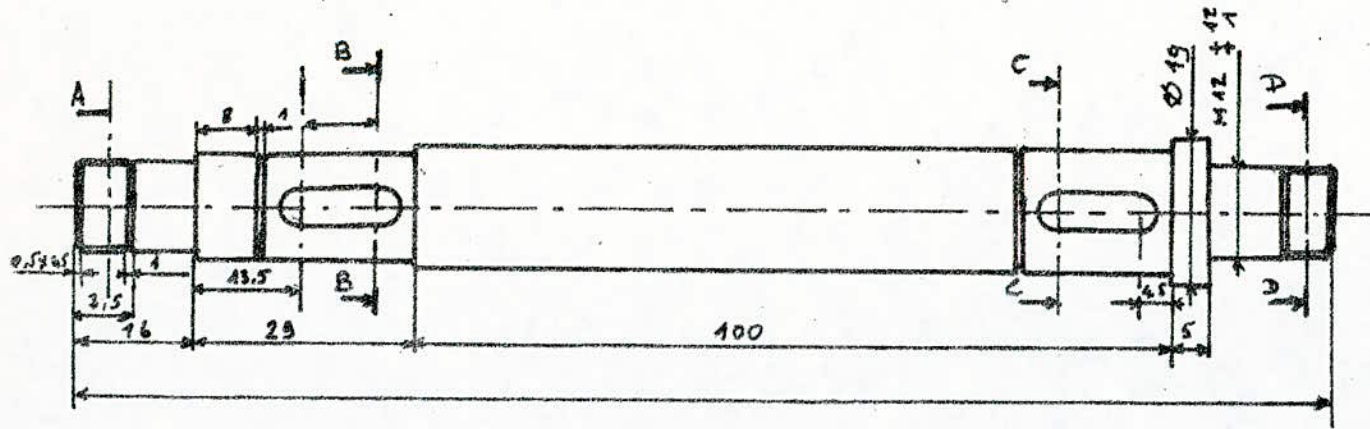
BIBLIOGRAPHIE

- Traité théorique et pratique des engrenages - G. HENRIOT
- Technologie de Construction mécanique TOME II : M. NORBERT,
R. PHILIPPE, H. BOYER.
- Elements de machines : F. DOBROVOSKI
- Résistance des matériaux : R. BASQUIN - G. LEMASSON
- Guide de dessinateur industriel : A. CHEVALIER.
- Memento de Dessin industriel, Tome II. LENDORMAND et TINEL
- Précis de Construction mécanique Tome 2: R. QUOTERMEY, J-P TRDTIGNON
- Aide mémoire, calcul en construction mécanique : CHRISTIAN ELOY
- Encyclopedie des sciences industrielles : mécanique, généralités
application. Librairie aristide Quillet
- Technique de l'ingénieur TOME B6.
- Formulaire Technique de mécanique générale - Jacques Muller
- Cours de CM I, CM II, CM III
- Cours MHP
- Cours de RDM II

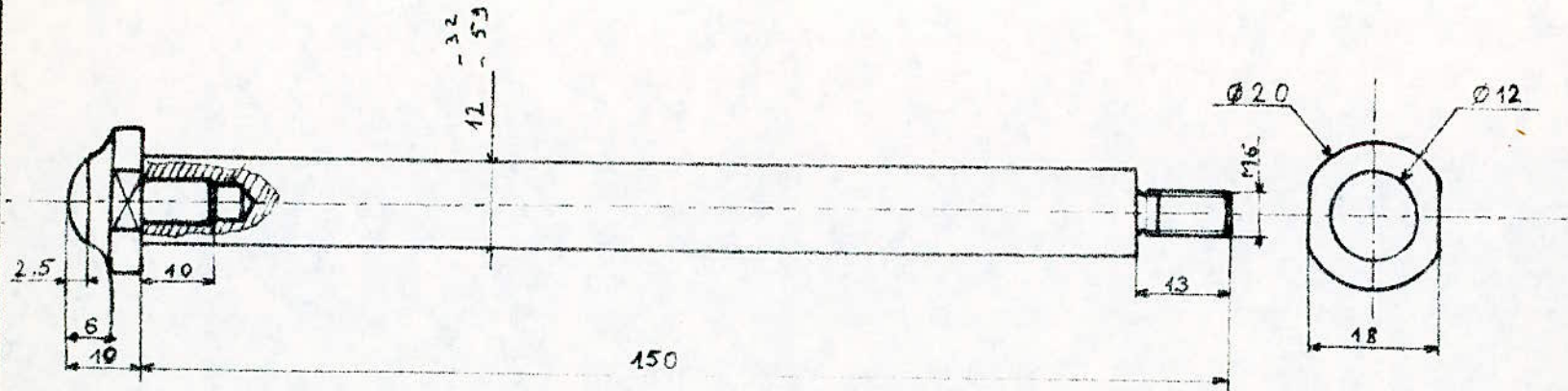


$\varnothing 132$

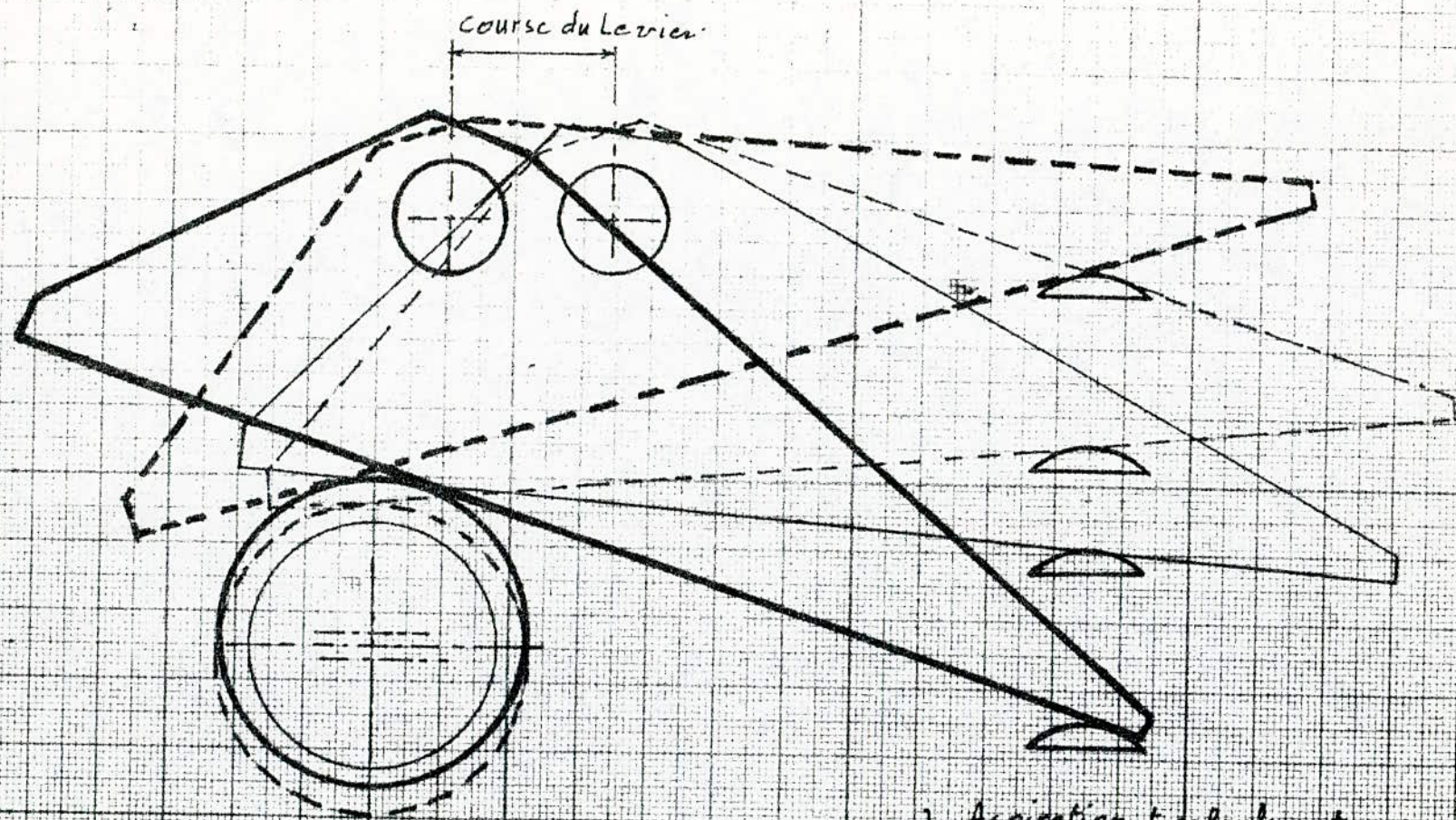
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE				LA	ENPA
Echelle	Masse				
1				MEMBRANE	Dep : MECANIQUE
Etudiant	Aissaoui	66.75			
Pratueur	Boukabach				



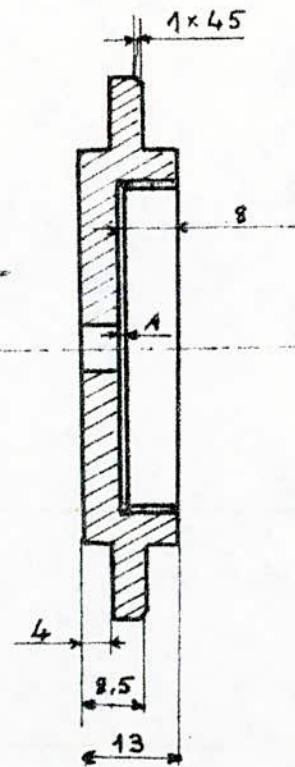
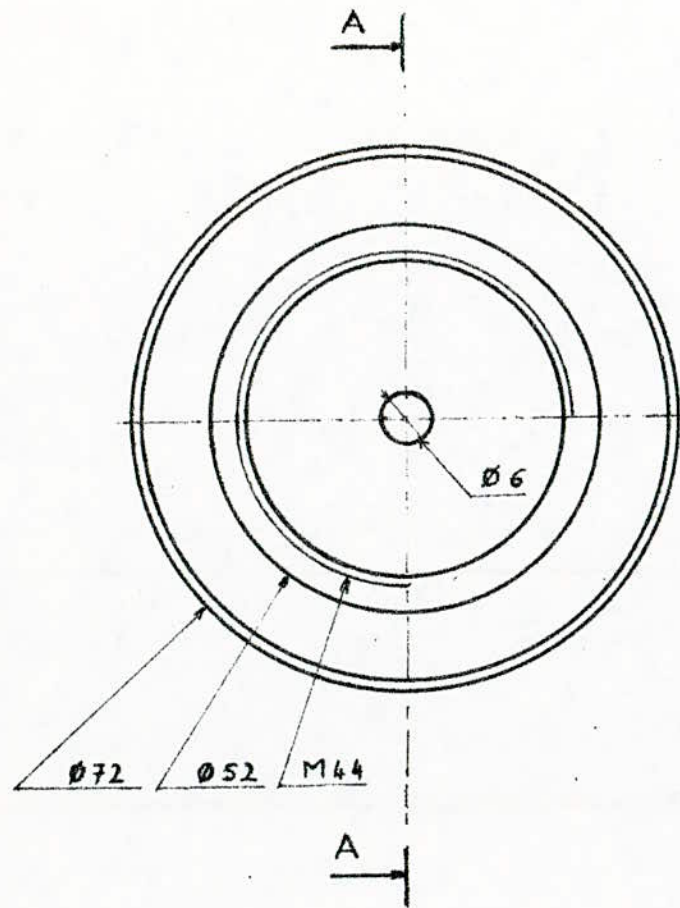
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE			
Echelle	Masse		
1			
Etudiant	Aissaoui	14620	ENPA Dep: MECANIQUE
Promoteur	Boukabeche		



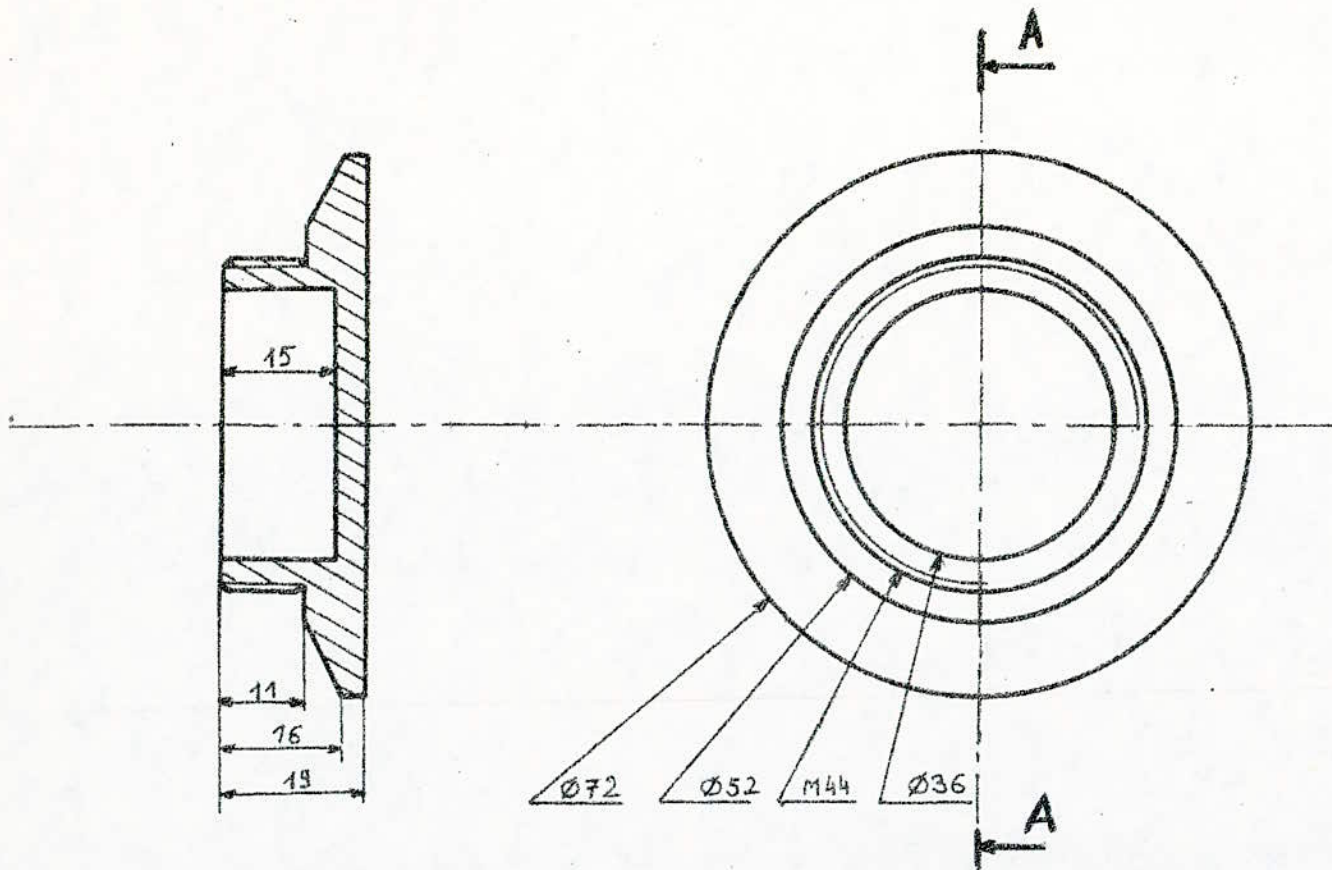
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE			
Echelle	1	1	1
Massé			
Étudiant	Aissou	5.6.87	LE COULISSEAU E.N.P.A
Pr. ou leur	habitude		
			DepMECANIC



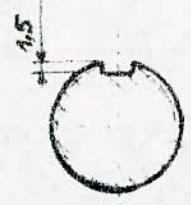
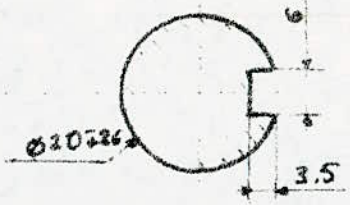
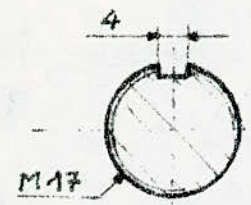
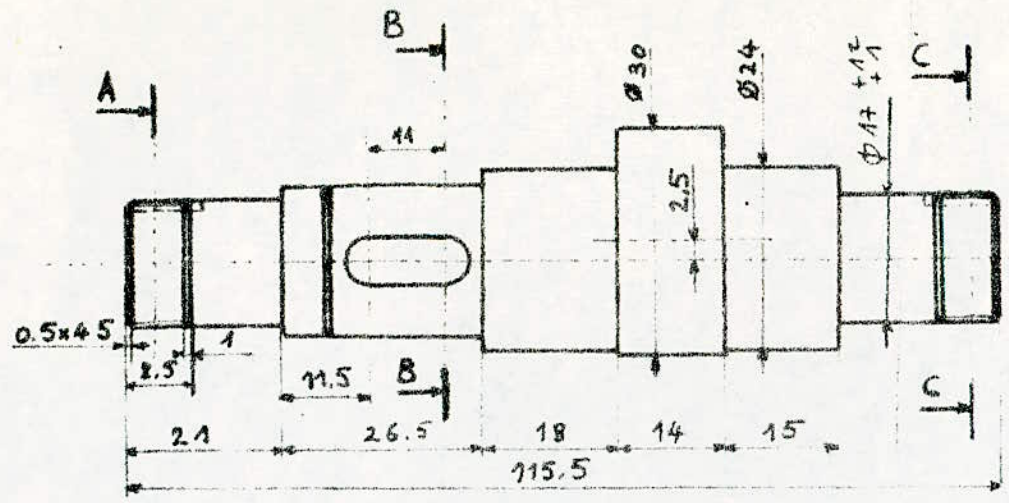
- - - } Aspiration et refoulement pour
 le débit maximal.
 ——— } Aspiration et refoulement pour
 le débit minimal.
 Echelle: 1,5



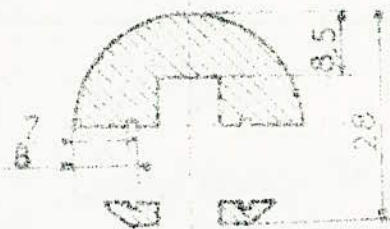
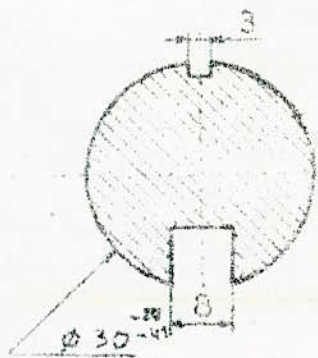
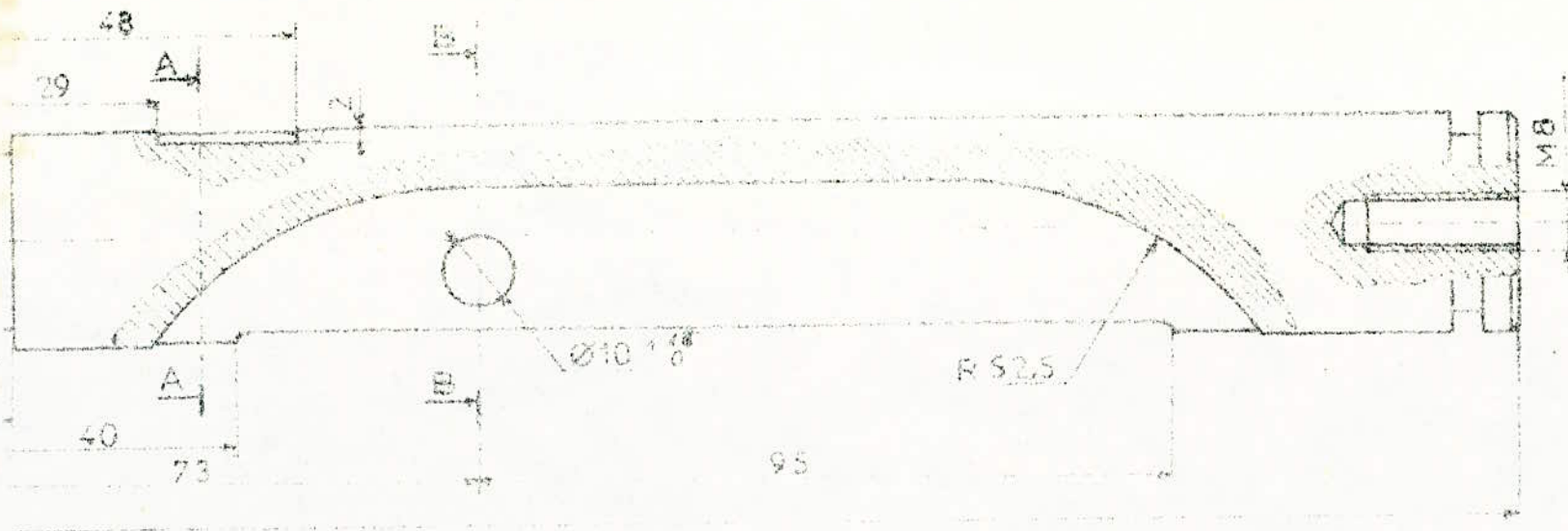
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE				ECROU DE MAINTIEN	E.N.P.A
Echelle	Masse				
1					
Etudiant	AISSAOUI	2	4/6/85	Dep MECANIQUE	
Promoteur	Boukebati				



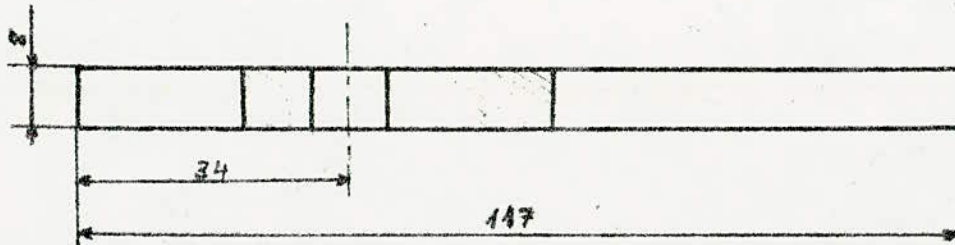
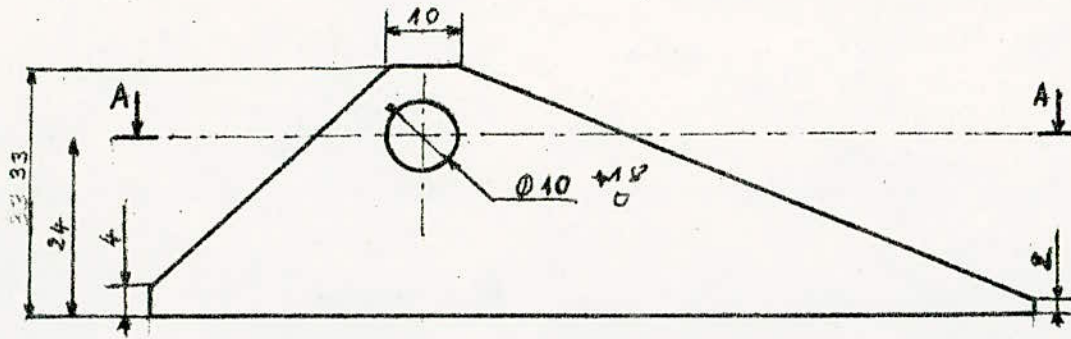
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE			
Echelle	Masse		SERRE MEMBRANE
1			
Etudiant	Aisseau	3.625	E.N.P.A Dep : MECANIQUE
Pronteur	Borkbach		



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE			
Echelle	Masse	ARBRE A	ENPA
1			
Etudiant	Aissaoui <i>[Signature]</i>	EXCENTRIQUE	Dep : MECANIQUE
Promoteur	Bouksbech		



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE				PORTE- LE VIER	ENPA Dept MECANIQUE
Echelle	Masse				
1					
Etudiant	Aissou	\varnothing	5470		
Promoteur	Boukhab				



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE			
Echelle	Masse		LE LEVIER
1			
Étudiant	AISSAOUL	27.635	ENPA Dep: MECANIQUE
Promoteur	Boukhabaz		

