

وزارة التعليم و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Alex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE THEORIQUE
ET EXPERIMENTAL DE
LA RESISTANCE D'UN
PROFIL AERODYNAMIQUE

Proposé par :

I. GAD

Etudié par :

A. BOUZEGAG

Dirigé par :

I. GAD

PROMOTION :

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

صدق الله العظيم

الأقسام - ١١٢

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
RÉPUBLIQUE ALGERIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DÉPARTEMENT DE GENIE MÉCANIQUE

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

S U J E T

ÉTUDE THÉORIQUE
ET EXPÉRIMENTALE DE LA
RÉSISTANCE D'UN PROFIL
AÉRODYNAMIQUE

Proposé par :
I.GAD

Étudié par :
A.BOUZEGAG

Dirigé par :
I.GAD

PROMOTION JUIN 1985

DE DICACES

C'est

- A MES cheres Parents.
- A MES freres et SOEURS
- A MES freres de la Mosquée
Surtout : (L. Youcef et M. Kamel)

Que je dédie ce travail

B. abderazak.

REMERCIEMENTS

JE tiens à remercier chaleureusement M^r GAD notre promoteur pour l'aide qu'il nous a apporté et pour les précieux conseils qui m'ont largement aidé à l'élaboration de ce modeste travail.

JE remercie également tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

MES remerciements vont aussi à tous les agents de l'atelier et en particulier MC ABDELKADER.

Nom : BOUZEGAG Abderrazak

Dept: Mécanique

Promoteur : Mr GAD Ibrahim

ملخص

هدف هذه الدراسة هو تعيين قوة الجر الناتجة على أى جسم عند حركته فى الهواء، والحل التجريبي هو أحسن الحلول فى هذه الحالة، ولهذا الغرض أنشأنا جهازاً لقياس توزيع السرعات فى جرة السريان خلف الجسم داخل منفحة الهواء. ومن نتائج القياس يمكن حساب التغير فى كمية حركة الهواء قبل وبعد الجسم ومنه يمكن تعيين قوة الجر، وقد قمنا بتطبيقات عملية على كل من المستوى المسطح والقوس الدائرى والمقطع الإهليلجى، ومقارنة النتائج بالحل النظرى كانت مرضية.

Résumé

Le but de ce projet est de déterminer la force de traînée provoquée par n'importe quel corps en mouvement dans l'air, dans ce cas l'expérience est la meilleure solution. Et pour ce but on a construit un système pour mesurer la distribution des vitesses dans le sillage derrière le corps dans la soufflerie. Les résultats expérimentaux nous permettent de calculer la variation de quantité de mouvement de l'air devant et derrière le corps et d'en déduire la force de traînée. Les expériences ont été menées sur une plaque plane, un arc et un profil aérodynamique (NACA 4409). La comparaison avec la théorie a été acceptable.

Summary

The aim of this study is to determine the boundary layer drag of any body in steady air flow. The experimental solution is the best in this condition. That requires an instrument measuring the velocities across the wake in the wind tunnel. The experimental result enables us to calculate the net defect of momentum flux in flow direction far downstream. This defect must be equal to the drag. We have been applied this study on flat, arc and aerofoil (NACA 4409). The comparison with the theoretical solution of boundary layer theory was acceptable.

TABLE DES MATIERES

PAGE

Introduction

<u>Chapitre I :</u>	<u>Generalité</u>	2
	1.1. Compressibilité de l'air.....	2
	1.2. L'air peut être assimilé à un gaz parfait.....	3
	1.3. Equation de Bernoulli.....	3
	1.4. Theoreme de quantité de mouvement.....	4
	1.5. Resistance Aerodynamique	6
	1.5.1. La Trainée	6
	1.5.1.1. Trainée de pression	7
	1.5.1.2. Trainée de frottement.....	7

<u>Chapitre II :</u>	<u>Ecoulement irrotationnel plan d'un Fluide incompressible non visqueux</u>	9
	2.1. Les fonctions caracteristiques de l'ecoulement	9
	2.2. Ecoulements plans simples.....	13
	2.2.1. Ecoulement de translation	13
	2.2.2. Source plan	14
	2.2.3. Ecoulement plan avec circulation.....	15
	2.2.4. Dipôle (Doublet).....	15
	2.3. Ecoulement autour d'un cylindre.....	17
	2.4. Transformations conformes.....	18
	2.4.1. Ecoulement autour d'une plaque plan.....	21

- 2.4.2. Ecoulement autour d'un arc circulaire.....
- 2.4.3. Ecoulement autour d'un profil aérodynamique...

Chapitre III Ecoulement du fluide visqueux

3.1. Généralité	35
3.2. Equations de Couche Limite	36
3.2.1. Equations Locales	37
3.2.2. Equations Globales	39
3.3. Couche Limite de La plaque plan en incompressible	40
3.3.1. Couche limite laminaire	40
3.3.2. Couche limite turbulent	45
3.3.3. Force de frottement sur un plaque plane chosie	46
3.4. Couche limite sur une Paroi q.c.q.	50
3.5. Couche limite sur l'arc	53

Chapitre IV Etude expérimentale MESURE DE TRINÉE

4.1. La soufflerie	54
4.2. Multimanometre	54
4.3. instrument de mesure de vitesse	55
4.4. tube de pitôt	60
4.5. Resultat expérimentaux	60
4-5-1. L'expérience sur la plaque plane	60
4-5-2. l'expérience sur l'arc	65
4-5-3. L'expérience sur le profil aérodynamique	68

Conclusion	70
------------------	----

Introduction :

Dans la vie humaine tout les corps sont soumis à la résistance de l'air : les avions, les roues de turbo-machine, les voitures les réservoirs de pétrole et les bâtiments sont des exemples existant dans la vie et qui sont soumis à cette contrainte.

Dans le cas bien particulier la théorie est arrivée à déterminer la résistance aérodynamique.

Dans cette étude nous allons utiliser la théorie de quantité de mouvement pour déterminer cette résistance aérodynamique expérimentalement. Dans ce but nous allons étudier dans :

- Le 1^{er} chapitre : Généralités sur la théorie de quantité de mouvement.
- Le 2^{ème} chapitre : Ecoulement parfait autour des obstacles comme les plaques planes et les arcs.
- Le 3^{ème} chapitre : nous allons ajouter l'effet de la viscosité aux écoulements parfaits.
- Le 4^{ème} chapitre : ce chapitre représente l'étude expérimentale de la force de résistance sur trois modèles plaque plane, arc et profil aérodynamique et aussi contient la description de l'instrument qu'on a réalisé pour mesurer le profil de vitesse dans le sillage du corps.

Mais pour mesurer la force de résistance sur un corps réel, il est suffisant de construire un modèle et faire les mesures sur celui-ci en utilisant la méthode de similitude pour déterminer la force demandée autour du corps réel.

CHAPITRE . I. GENERALITE

L'expérience est la base de notre étude de l'écoulement dans notre soufflerie, or la vitesse dans la soufflerie ne dépasse pas 17 m/s, ce qui veut dire que on peut considérer que l'écoulement est incompressible. Et avant de commencer l'étude théorique et expérimentale, on va donner certaines définitions de base utilisables dans le cas d'un écoulement incompressible.

1.1. COMPRESSIBILITE DE L'AIR

L'air est compressible pour les grandes vitesses. C'est-à-dire pour un nombre de Mach élevé ($M > 0.5$). Mais dans notre cas on a des faibles vitesses donc on a des nombres de Mach faibles.

$$M = \frac{V}{C}$$

V : vitesse de l'écoulement
 C : vitesse de son

$$C = \sqrt{\gamma r T}$$

$$r = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

Constante de gaz parfait

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$$

T : Température de l'air en K°

Pour $V = 17 \text{ m/s}$ (valeur maximale) et $T = 318 \text{ K}^\circ$:

$$M_{\text{max}} = 0,047$$

Donc $M_{\max} < 0,3$

Donc on considère que l'effet de compressibilité de l'écoulement dans notre cas est négligeable. d'où on a $\rho = \text{const} \Rightarrow$ l'écoulement est incompressible.

1.2. L'AIR PEUT ÊTRE ASSIMILÉ À UN GAZ PARFAIT

Aux températures usuelles et sous des pressions pas trop élevées l'air peut être assimilé à un gaz parfait, c'est-à-dire obéissant aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac qui se resument à :

$$PV = mRT$$

Cette dernière c'est l'équation d'état du gaz parfait. L'équation d'état est valable en tout point d'un gaz en équilibre ou en mouvement.

1.3. EQUATION DE BERNOULLI

Cette équation est obtenue par intégration de l'équation de mouvement avec la condition que la masse volumique du fluide est constante ce qui est le cas :

L'équation de mouvement est sous la forme :

après intégration on obtient l'équation de Bernoulli

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{const}$$

$P = P_s$: Pression statique

$\frac{1}{2} \rho V^2 = P_d$: pression dynamique
 Const. = P_t : Pression totale

$$P_s + P_d = P_t$$

Cette équation de Bernoulli est applicable pour un fluide incompressible en écoulement permanent. D'où on peut déterminer la vitesse de fluide :

$$V = \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{\rho}}$$

Il suffit maintenant de mesurer $(P_t - P_s)$ en un point pour déterminer la vitesse à ce point.

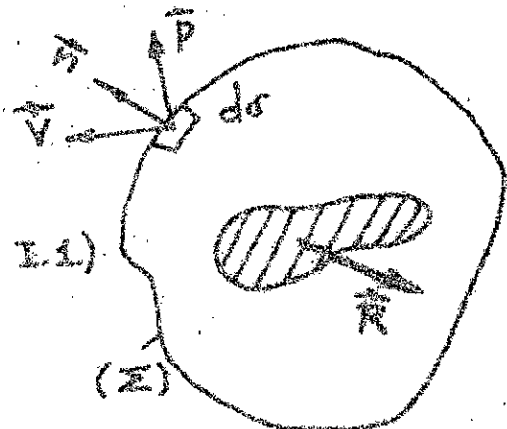
1.4. THEOREME DE QUANTITE DE MOUVEMENT

Le théorème de quantité de mouvement est énoncé de la façon suivante :

« La dérivée de la quantité de mouvement d'un système matériel est égale à la somme des forces s'exerçant sur ce système »

Soit dans un écoulement stationnaire sans force de masse une surface fixe (Σ) fermée (Figure I.1.)

Sur un élément d'aire ds quelconque de (Σ), le fluide intérieur exerce (Figure I.1.) sur le milieu extérieur une tension \vec{P} , donc une



force $\vec{P} d\sigma$, généralement oblique par rapport à la demi-normale extérieure \vec{n} , en raison de la viscosité. La force résultante qu'exerce le fluide intérieur sur le milieu extérieur est donc :

$$\int_{\Sigma} \vec{P} d\sigma$$

En cas de l'existence d'un obstacle à l'intérieur du volume limité par (Σ) , le fluide intérieur exerce sur cet obstacle une force résultante \vec{R} .

En considérant comme système matériel le fluide intérieur limité par (Σ) , la force qui s'exerce sur ce système est :

$$-\vec{R} - \int_{\Sigma} \vec{P} d\sigma$$

A travers $d\sigma$ sort un débit $dq_m = \rho \vec{v} \cdot \vec{n} d\sigma$ et un flux de quantité de mouvement $\vec{v} dq_m$.

Le théorème de quantité de mouvement donne alors l'égalité

$$-\vec{R} - \int_{\Sigma} \vec{P} d\sigma = \int_{\Sigma} \vec{v} dq_m$$

ou bien

$$\vec{R} = - \int_{\Sigma} \vec{P} \cdot d\sigma - \int_{\Sigma} (\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v} d\sigma$$

La surface (Σ) est appelée la surface de contrôle. Elle peut être choisie arbitrairement autour de l'obstacle étudié. Il est suffisant de déterminer la distribution de \vec{P} et \vec{v} sur la

6

surface de contrôle pour calculer la force qui s'exerce sur l'obstacle par le mouvement de fluide.

1.5. RESISTANCE AERODYNAMIQUE

Un corps solide, en mouvement relatif dans le fluide qui l'entour, est soumis à des forces de contact.

Par définition on réduit le système des forces élémentaires de contact en une résultante générale \vec{R} , qu'on appelle résistance aérodynamique, et un moment résultant \vec{M}_G par rapport au centre de gravité.

Il y a lieu de remarquer que les valeurs couplées \vec{R} et M_G dépendent de l'orientation du corps solide par rapport à la vitesse relative U_∞ du fluide.

1.5.1. LA TRAINEE.

La traînée R_x est la composante de \vec{R} parallèlement à la vitesse \vec{V}_∞ , d'où on définit le coefficient de traînée C_x par l'expression suivante:

$$C_x = \frac{R_x}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A}$$

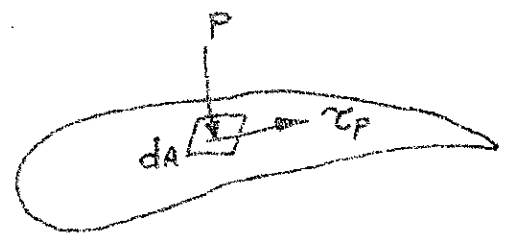
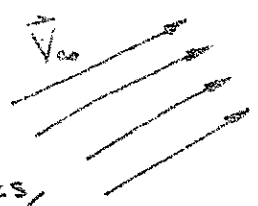
A: La projection de l'aile dans son plan.

Et dans la suite, on va distinguer deux sortes de traînées ; l'une d'origine de pression appelée traînée de pression R_{xp} , l'autre d'origine de frottement appelée traînée de frottement

1.5.1.1. TRAINEE DE PRESSION

La mesure des forces normales élémentaires $P dA$ (Figure I.2) sur la paroi d'un solide permet, en faisant

la somme des projections sur la direction de la vitesse \vec{V}_∞ de toutes ces forces élémentaires,



(Figure I.2)

pour obtenir la traînée de pression R_{xp} .

- P : La pression sur la paroi
- τ_p : force de frottement par unité de surface

1.5.1.2. TRAINEE DE FROTTEMENT

Il est plus difficile de mesurer directement les forces tangentiels élémentaires τdA et d'obtenir, en faisant la somme des projections sur \vec{V}_∞ ces forces élémentaires, la traînée de frottement R_{xf} .

On remarque que la traînée R_x est la somme des deux traînées (de pression et de frottement):

$$R_x = R_{xp} + R_{xf}$$

ce qui permet de déduire R_{xf} des mesures R_x
et R_{xp} .

CHAPITRE II

ÉCOULEMENT IRROTATIONNEL PLAN D'UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE NON VISQUEUX.

2.1 les fonctions caractéristiques de l'écoulement :

Dans ce chapitre nous ne parlerons que de l'écoulement irrotationnel plan d'un fluide incompressible permanent et non visqueux. L'équation de continuité dans ce cas là est :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{--- (II-1)}$$

u : est la composante de vitesse au-direction x .

v : est la composante de vitesse au-direction y .

On appelle mouvement de fluide irrotationnel ce lui où les vitesses angulaires sont nulles.

La vitesse angulaire est un vecteur $\vec{\omega}$

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}$$

Dans l'écoulement plan ω_x et ω_y sont nulles.

La vitesse de rotation angulaire est donc égale ω_z :

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \text{--- (II-2)}$$

Si l'écoulement est irrotationnel; l'équation

(II-2) devient
$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{--- (III-3)}$$

En écoulement irrotationnel - il existe un potentiel de la vitesse ϕ qui est lié aux projections des vitesses par les relations

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{aligned} \right] \text{----- (II-4)}$$

De même - en tout écoulement plan d'un fluide incompressible ; il existe une fonction de courant ψ qui est liée aux projections des vitesses par les relations :

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= - \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right] \text{----- (II-5)}$$

D'après les équations (II-1) ; (II-4) on a :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \text{----- (II-6)}$$

Donc le potentiel de la vitesse satisfait également à l'équation de "Laplace".

Et d'après les équations (II-3) ; (II-5) on a :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \text{----- (II-7)}$$

c'est l'équation de "Laplace" pour la fonction de courant. En comparant les égalités (II-4) et (II-5) on trouve que les fonctions ϕ et ψ pour un écoulement plan sont liées entre-elles de la manière suivante :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right] \text{----- (II-8)}$$

De plus ϕ et ψ sont des fonctions harmoniques (satisfaisant à l'équation de "Laplace") les égalités (II-8) et les propriétés - harmonicités (II-6) ; (II-7) représentent - les conditions de CAUCHY-RIEMANN - Connues dans la théorie des fonctions d'une variable.

Suivant ces conditions; les fonctions ϕ et ψ peuvent être examinées non pas séparément dans le domaine de la variation des variables réelles x, y mais comme une combinaison - complexe dans le plan de la variable complexe $Z = x + iy$.

$$i^2 = -1.$$

la fonction

$$w(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y) \text{----- (II-9)}$$

dont la partie réelle représente le potentiel et le coefficient de la partie imaginaire de la fonction du courant; se nomme

fonction caractéristique d'un écoulement irrotationnel - plan du fluide ; $w(z)$ est appelée parfois dans la littérature : potentiel complexe. D'après que $w(z)$ est une - fonction dérivable donc :

$$\frac{w(z + \Delta z) - w(z)}{\Delta z} \quad \text{possède une et une seule}$$

limite lorsque $\Delta z \rightarrow 0$ de façon quelconque se traduit

$$\frac{dw(z)}{dz} = \frac{\partial w(z)}{\partial x} = -i \frac{\partial w(z)}{\partial y}$$

De ce qui précède on conclut

$$\frac{dw(z)}{dz} = u - i v \quad \text{--- (II-10)}$$

Comme ϕ et ψ satisfaisant à l'équation de "Laplace"; pour les déterminer, on peut partir du principe de superposition des écoulements. La fonction caractéristique $w = \phi + i\psi$ est une combinaison linéaire des fonctions ϕ et ψ à chacune desquelles, on peut appliquer le principe de superposition des écoulements - par conséquent, on peut additionner les fonctions caractéristiques ainsi les vitesses complexes des écoulements

plan d'un fluide.

2.2. Ecoulements - plan - simples.

De la formula (II-9), il suit que toute fonction analytique $w(z)$ d'une variable complexe peut caractériser un certain écoulement irrotationnel d'un fluide.

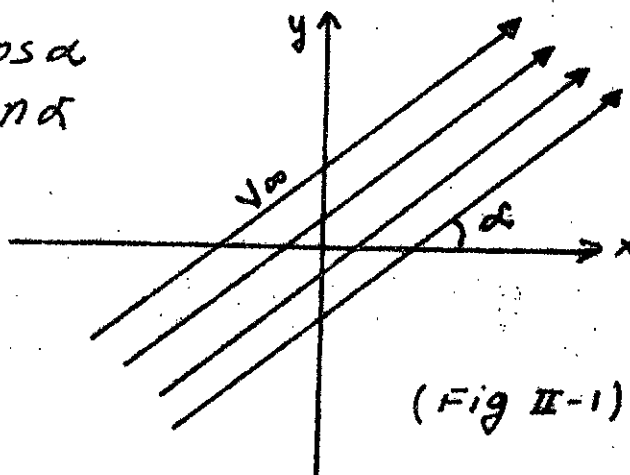
Ci-dessus seront examinées certaines fonctions de la variable complexe; caractérisant les écoulements plans simples; qui sont d'un usage fréquent lors de l'application de la méthode de superposition.

2.2.1. Ecoulement de Translation

Un écoulement uniforme avec vitesse constante et angle d'orientation (α) par rapport à l'axe ox (Fig II-1) la vitesse au point (x, y) est :

$$u = V_{\infty} \cos \alpha$$

$$v = V_{\infty} \sin \alpha$$



Ce type d'écoulement peut être facilement représenté par la fonction caractéristique :

$$W(z) = V_{\infty} z e^{-i\alpha}$$

d'où

$$\phi = V_{\infty} (x \cos \alpha + y \sin \alpha)$$

$$\psi = V_{\infty} (y \cos \alpha - x \sin \alpha)$$

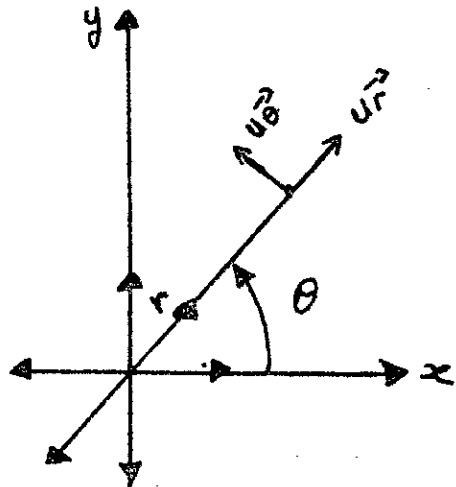
2.2.2 Source - plan.

Le départ d'un écoulement radial reparti uniformément dans toutes les directions du plan (x, y) donne la définition d'une source des écoulements bidimensionnels (Fig II-2) puisque les lignes de courant sont radiales donc la vitesse a une direction r de la source est :

$$u_r = \frac{q}{2\pi r}$$

$$u_{\theta} = 0$$

q est le débit volumique



(Fig II-2)

D'où ce type d'écoulement peut être représenté par la fonction caractéristique.

$$W(z) = \frac{q}{2\pi} \ln z$$

d'où

$$\phi = \frac{q}{2\pi} \ln r$$

$$\psi = \frac{q}{2\pi} \theta$$

or la fonction qui caractérise l'écoulement d'un puit plan de la forme

$$W(z) = -\frac{q}{2\pi} \ln z$$

2.2.3 Ecoulement plan avec circulation.
La fonction caractéristique de ce type d'écoulement est de la forme

$$W(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln z$$

En séparant dans cette expression le potentiel et la fonction de courant.

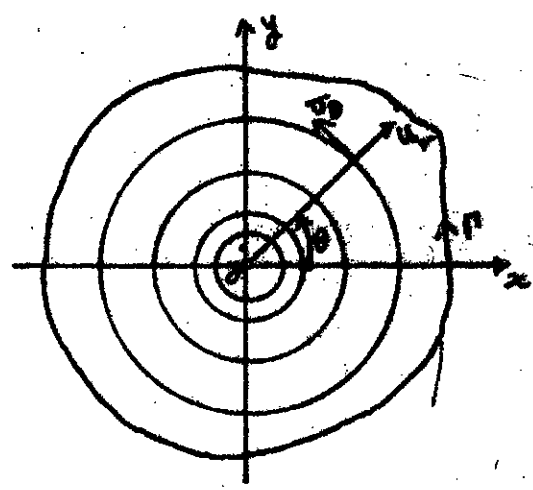
$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

la vitesse en un point quelconque est

$$V = U\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

$$U_r = 0$$



Fig

2-2-4 DIPÔLE : (DOUBLET).

se définit comme la résultante de la superposition d'une source et d'un puit à débits égaux disposés sur l'axe des x symétriquement par rapport à l'axe des y et situé à la distance Δx Fig (II-3)

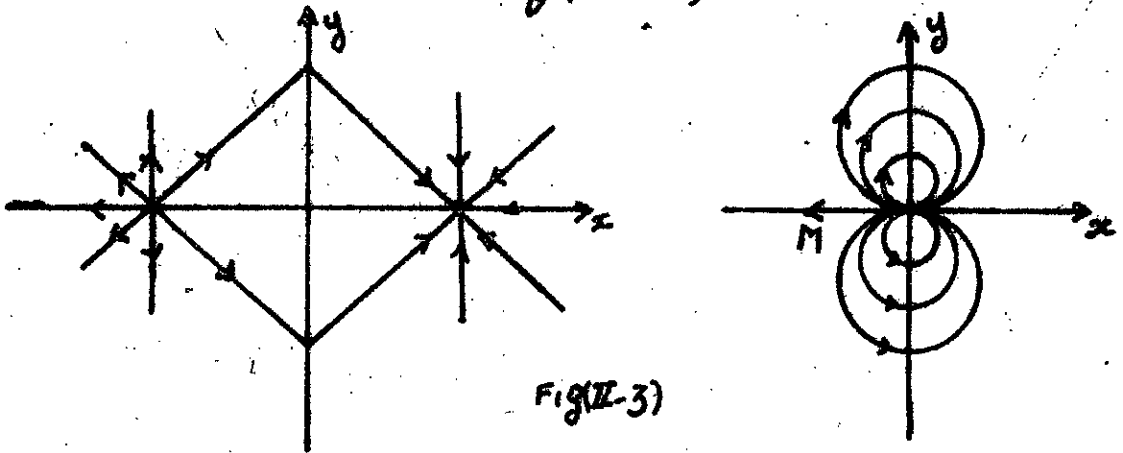


Fig (II-3)

En utilisant la méthode de superposition des écoulements, en tendant $\Delta x \rightarrow 0$ écrivons la fonction caractéristique de l'écoulement résultant sous la forme.

$$W = \frac{M}{2\pi} \cdot \frac{1}{z}$$

M : moment de dipôle

En séparant cette - équation nous obtenons

$$\phi = \frac{M \cdot x}{2\pi(x^2 + y^2)}$$

$$\psi = - \frac{M \cdot y}{2\pi(x^2 + y^2)}$$

En calculant - la vitesse on obtient :

$$u = - \frac{M(x^2 + y^2)}{2\pi(x^2 + y^2)^2}$$

$$v = - \frac{M \cdot y}{\pi(x^2 + y^2)^2}$$

2-3 Ecoulement - Autour d'un cylindre.

L'écoulement autour d'un cylindre de rayon "a" par un courant de translation de vitesse V_{∞} (Fig II-4) peut être représenté par :

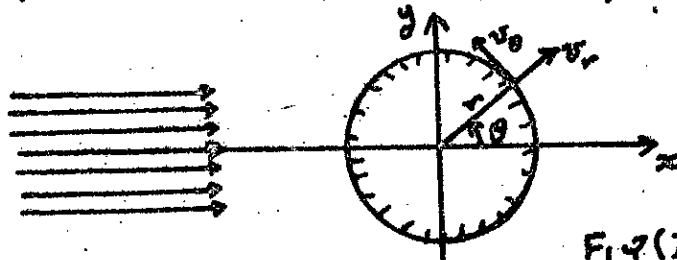


Fig (II-4)

l'addition d'un écoulement de translation ($V_{\infty}z$) et un écoulement d'un dipôle ($\frac{M}{2\pi} \cdot \frac{1}{z}$) Fig (II-5)

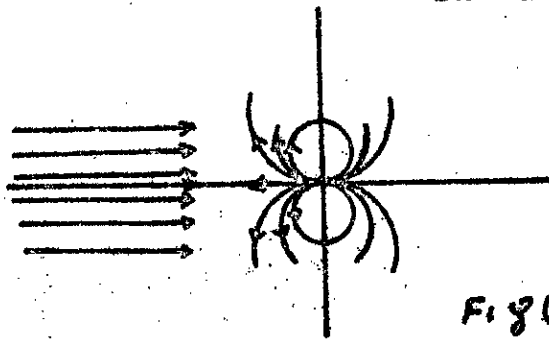


Fig (II-5)

La liaison entre le rayon donné d'un cylindre a et le moment inconnu du dipôle M se détermine par l'expression

$$M = 2\pi a^2 V_{\infty}$$

qui nous permet d'obtenir la fonction caract-

- éristique, le potentiel de l'écoulement et la fonction du courant - autour d'un cylindre de rayon a :

$$W(z) = V_{\infty} \left(z + \frac{a^2}{z} \right) \quad \text{--- (II-11-a)}$$

$$\phi = V_{\infty} \left(r + \frac{a^2}{r} \right) \cos \theta$$

$$\psi = V_{\infty} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta.$$

Déterminant les projections des vitesses dans l'écoulement sur le cylindre ($r = a$)

$$U_r = 0$$

$$U_{\theta} = -2 V_{\infty} \sin \theta$$

La valeur totale de la vitesse au point situé sur le cylindre est :

$$V = \sqrt{U_r^2 + U_{\theta}^2} = 2 V_{\infty} \sin \theta \quad \text{--- (II-11)}$$

le coefficient de pression pour les points situés sur le cylindre est :

$$\bar{p} = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2} = 1 - 4 \sin^2 \theta$$

La projection de la réaction (exercée sur le cylindre) sur l'axe des x (sens de mouvement) R_x appelée résistance, et la projection sur l'axe perpendiculaire au mouvement; R_y ; appelée portance, s'annulent.

2.4 Transformation - conforme.

Il existe une méthode qui permet consid-

- érablement d'obtenir, en principe l'écoulement autour de n'importe quel - contour ; c'est la méthode de transformation conforme
 Soit z et ξ (Fig II-6) deux variables complexes liées entre elles par une relation $\xi = f(z)$ appelée fonction de transformation.

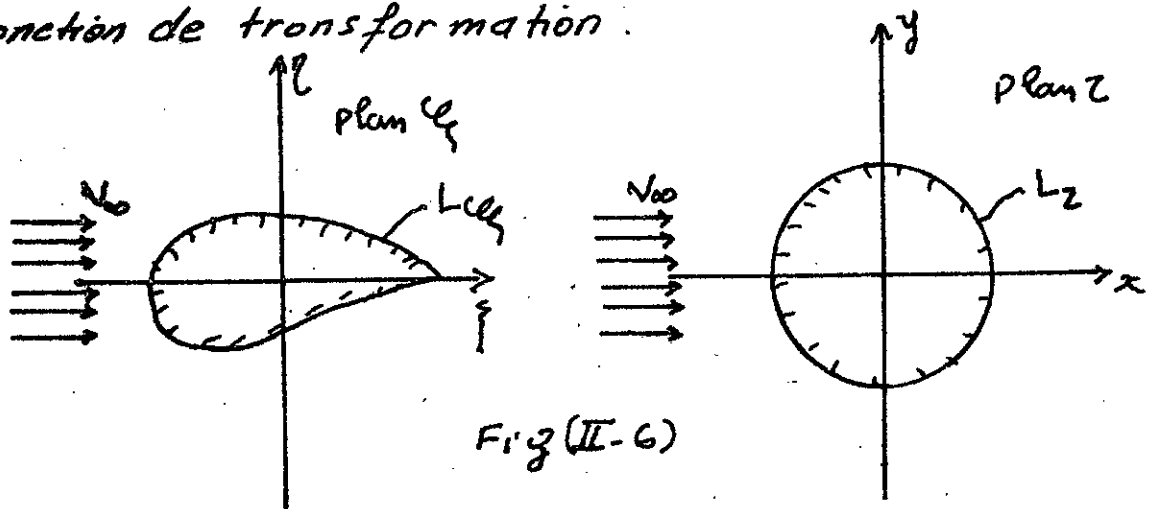


Fig (II-6)

Considérons dans le plan des ξ un contour quelconque L_ξ ; soit la fonction $\xi = f(z)$ réalisant la transformation de l'extérieur du contour L_ξ sur l'extérieur du cercle L_z dans le plan de la variable complexe auxiliaire z .

Dans ce cas les points qui se trouvent en dehors du contour L_z , et le contour L_ξ lui-même se transforme en un cercle.

La transformation est dite conforme parcequ'elle conserve les angles entre les directions tracées dans les plans des ξ et z .

Soit la fonction caractéristique cherchée de l'écoulement du contour L_ξ

$$W(\xi) = \phi(\xi, \eta) + i\psi(\xi, \eta) \quad \text{-- (II-12)}$$

Sur le contour L_ξ ; la valeur $\psi(\xi)$ est constante.

En substituant dans (II-12) la fonction de transformation $\xi = f(z)$ - c'est à dire en effectuant le changement de la variable; nous obtenons l'expression suivante:

$$W(\xi) = W[f(z)] = \phi(x, y) + i\psi(x, y) \dots (II-13)$$

$$W(f(z)) = W(z)$$

Suivant laquelle aux points correspondants des plans des ξ et des z ; les valeurs de $W(z)$ et $W(\xi)$ sont identiques. Le contour L_ξ ; qui est une ligne de courant de l'écoulement; se transforme; après la transformation conforme en un contour de cercle la fonction de courant ψ sur le cercle conservant sa valeur constante; autrement dit le contour du cercle est également une ligne de courant.

De cette façon l'écoulement en dehors du contour L_ξ se transforme en écoulement en dehors du cercle. Déterminant la liaison entre les vitesses des écoulements dans les plans des ξ et des z , en utilisant la règle de différentiation d'une fonction - compliquée, nous obtenons

$$\frac{dW(\xi)}{d\xi} = \frac{dW(z)}{dz} \cdot \frac{dz}{d\xi} = \frac{\frac{dW(z)}{dz}}{\frac{d\xi}{dz}} \dots (II-14)$$

où $\frac{dW(z)}{dz} = u - i v$ est la vitesse

Complexe dans le plan du cylindre

$$\frac{dW(\xi)}{d\xi} = \bar{u} - i\bar{v} \quad \text{est la vitesse complexe dans le plan du contour}$$

$$\text{Donc} \quad \bar{u} - i\bar{v} = \frac{u - iv}{d\xi/dz} \quad \text{--- II-15}$$

L'équation (II-15) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$V = \frac{V}{\left| \frac{d\xi}{dz} \right|} \quad \text{--- (II-16)}$$

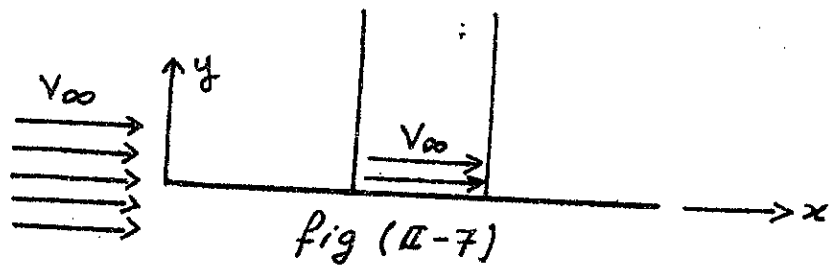
où

L'équation (II-16) est utilisée pour des calculs pratiques la vitesse autour du contour. Ce qui indique qu'on a pas besoin de déterminer la fonction caractéristique $W(\xi)$. Mais il suffit de connaître l'écoulement au plan Z et la fonction de transformation.

2-4-1 Ecoulement Autour D'une Plaque Plane

Dans les mêmes hypothèses de ce chapitre c'est à dire que l'écoulement est plan, incompressible non visqueux et permanent.

Soit un écoulement uniforme de translation autour d'une plaque plane mince sans angle d'incidence (fig II-7)



Au point (x, y) quelconque on a la vitesse constante et égale P_{∞} (d'après Bernoulli)

$$P_{\infty} + \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 = P_x + \frac{1}{2} \rho V_x^2$$

$$\Rightarrow P_{\infty} + \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 = P_x + \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2$$

$$\Rightarrow P_{\infty} = P_x$$

D'où la résistance aérodynamique est nulle dans ce cas là.

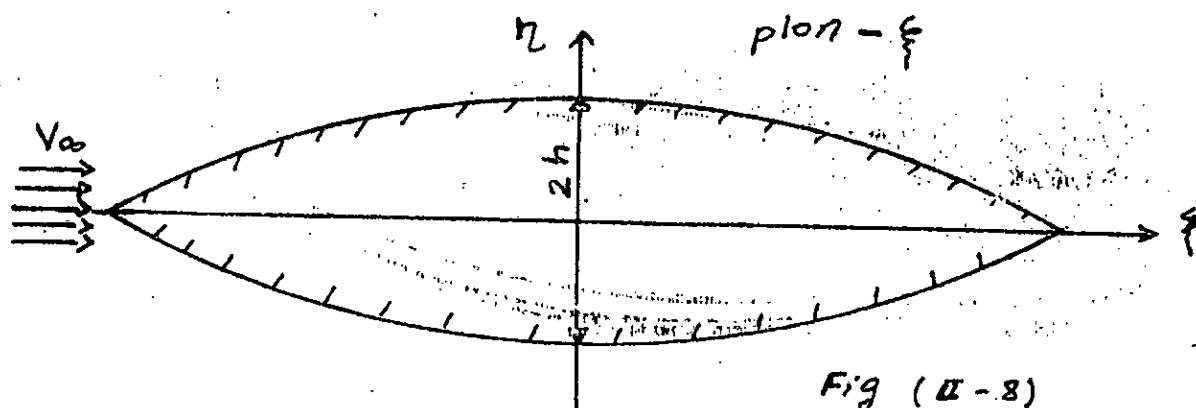
2-4-2 Ecoulement autour d'un arc symétrique :

Passons maintenant à l'étude de l'écoulement autour d'un arc (Fig II-8). Mais ce cas là on va résoudre le problème; on utilisant la transformation conforme. Soit un plan complexe $\zeta(\xi, \eta)$ où s'effectue l'écoulement autour de l'arc.

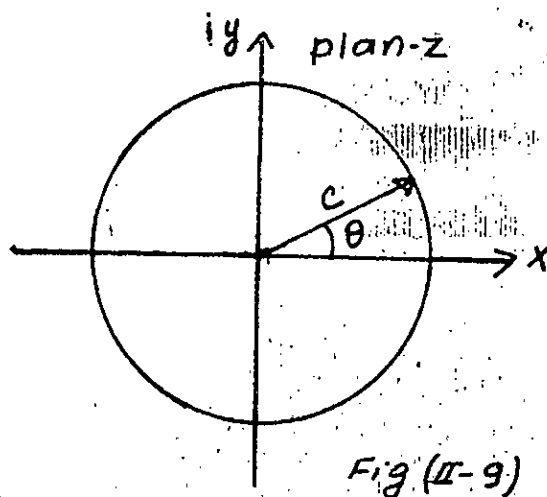
on choisit la fonction de transformation qui est de la forme

$$\frac{\zeta - c}{\zeta + c} = \left(\frac{z - c}{z + c} \right)^p \quad \text{--- (II-17)}$$

où $p = 2 - \frac{\alpha}{\pi}$



D'après la fonction de
Transformation (II-17)
dans le plan ξ la ce
Transforme au
Cercle de rayon
C dans le plan
 $Z(x, y)$.
le centre de ce cercle
est l'origine fig(II-8).



En résolvant l'équation (II-17) par
rapport à la variable ξ on trouve

$$\frac{\xi}{c} = \frac{(z+c)^p + (z-c)^p}{(z+c)^p - (z-c)^p} \quad \text{(II-18)}$$

En dérivant l'équation (II-18) par
rapport à Z on obtient la relation suivante

$$\frac{d\xi}{dZ} = 4c^2 p \frac{(z+c)^{p-1} (z-c)^{p-1}}{(z+c)^{2p} - 2(z+c)^p (z-c)^p + (z-c)^{2p}} \quad \text{(II-19)}$$

Mettons :

$$z = r e^{i\theta}$$

$$z_1 = z + c = r_1 e^{i\theta_1}$$

$$z_2 = z - c = r_2 e^{i\theta_2}$$

on remplaçant dans (II-19) on a :

$$\frac{d\xi}{dz} = \frac{a+ib}{c+id} \quad \text{--- (II-20)}$$

avec :

$$a = 4 c^{2p} (r_1 r_2)^{p-1} \cos \{ (p-1)(\theta_1 + \theta_2) \}.$$

$$b = 4 c^{2p} (r_1 r_2)^{p-1} \sin \{ (p-1)(\theta_1 + \theta_2) \}.$$

$$c = r_1^{2p} \cos 2p\theta_1 + r_2^{2p} \cos 2p\theta_2 - 2(r_1 r_2)^p \cos p(\theta_1 + \theta_2)$$

$$d = r_1^{2p} \sin 2p\theta_1 + r_2^{2p} \sin 2p\theta_2 - 2(r_1 r_2)^p \sin p(\theta_1 + \theta_2).$$

d'où on a :

$$\left| \frac{d\xi}{dz} \right| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{--- (II-21)}$$

avec :

$$A = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}$$

Pour un point k sur le cercle dans le plan z fig (II-9) on peut déterminer graphiquement les facteurs suivants :

θ_1, θ_2, r_1 et r_2 .

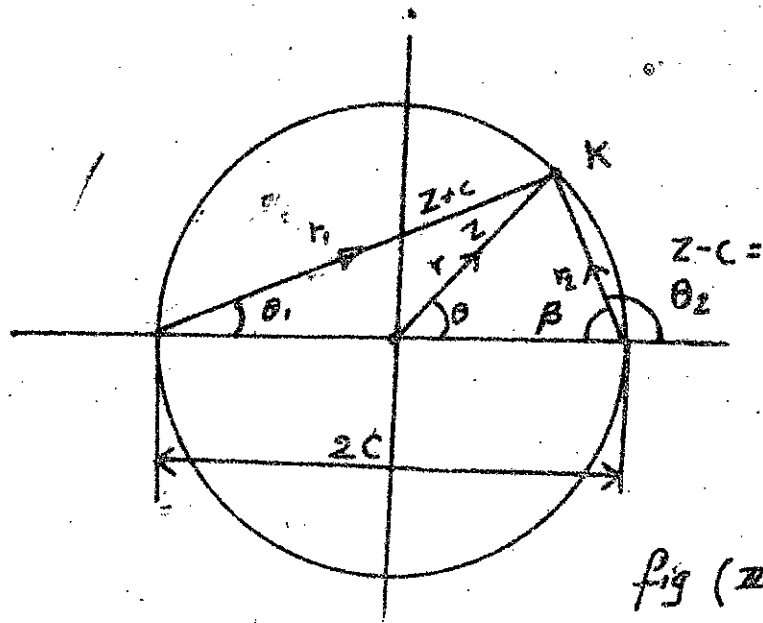


fig (II-10)

D'après la figure (II-10) on peut écrire les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \theta_2 - \theta_1 &= \frac{\pi}{2} \\
 \theta_2 + \theta_1 &= \frac{3\pi}{2} - 2\beta \\
 \beta &= \operatorname{Arctg} \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \\
 r_2 &= 2C \sin \theta/2 \\
 r_1 &= 2C \cos \theta/2 \\
 \theta_2 &= \pi - \beta \\
 \theta_1 &= \frac{\pi}{2} - \beta
 \end{aligned}
 \quad \text{--- (II-22)}$$

D'après les relations (II-22) et (II-17) on peut séparer les parties réelles ; et la partie imaginaire de ξ qui sont de la forme suivante :

- partie réelle : ξ/c

- partie imaginaire : η/c

$$\begin{aligned}
 - \text{partie réelle : } \frac{z}{c} &= \frac{2 - \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2p}}{1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2p} - 2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^p \cos p(\theta_2 - \theta_1)} \\
 \text{partie imaginaire : } \frac{h}{c} &= \frac{2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^p \sin p(\theta_2 - \theta_1)}{1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2p} - 2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^p \cos p(\theta_2 - \theta_1)}
 \end{aligned}
 \quad \text{--- (II-23)}$$

De la même façon, en résolvant l'équation (II-17) par rapport à la variable z on obtient

$$\frac{z}{c} = \frac{(\xi + c)^q + (\xi - c)^q}{(\xi + c)^q - (\xi - c)^q} \quad \text{--- (II-24)}$$

$$\text{avec } q = \frac{1}{p}$$

posons:

$$\xi = \rho e^{i\phi}$$

$$\xi_1 = \xi + c = \rho_1 e^{i\phi_1}$$

$$\xi_2 = \xi - c = \rho_2 e^{i\phi_2}$$

pour la détermination graphique, de ϕ, ϕ_1, ϕ_2
 ρ_1 et ρ_2 Voir figure (II-11)

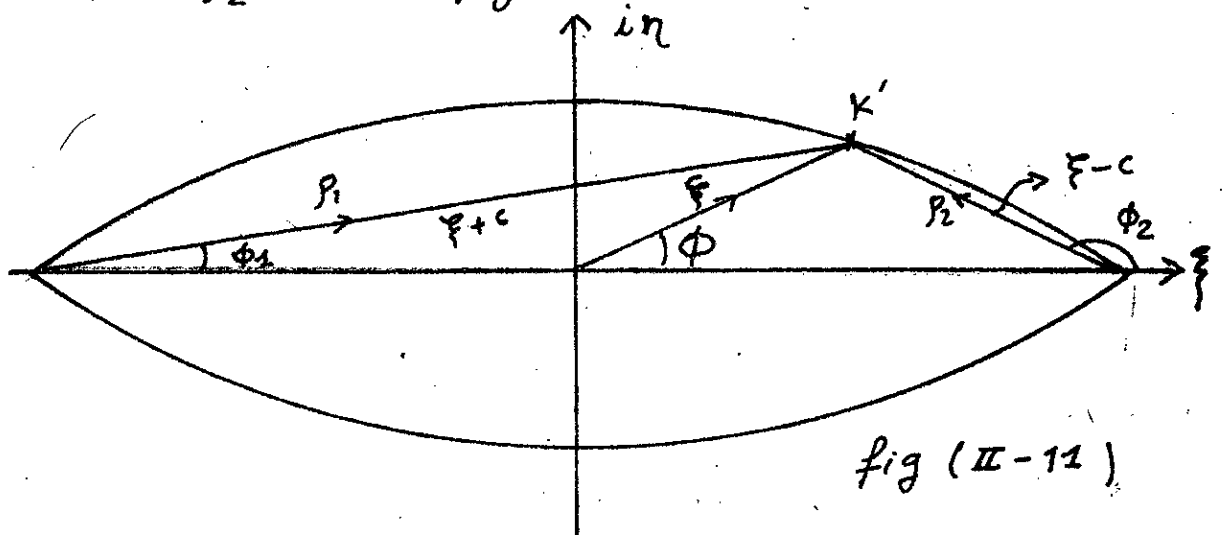
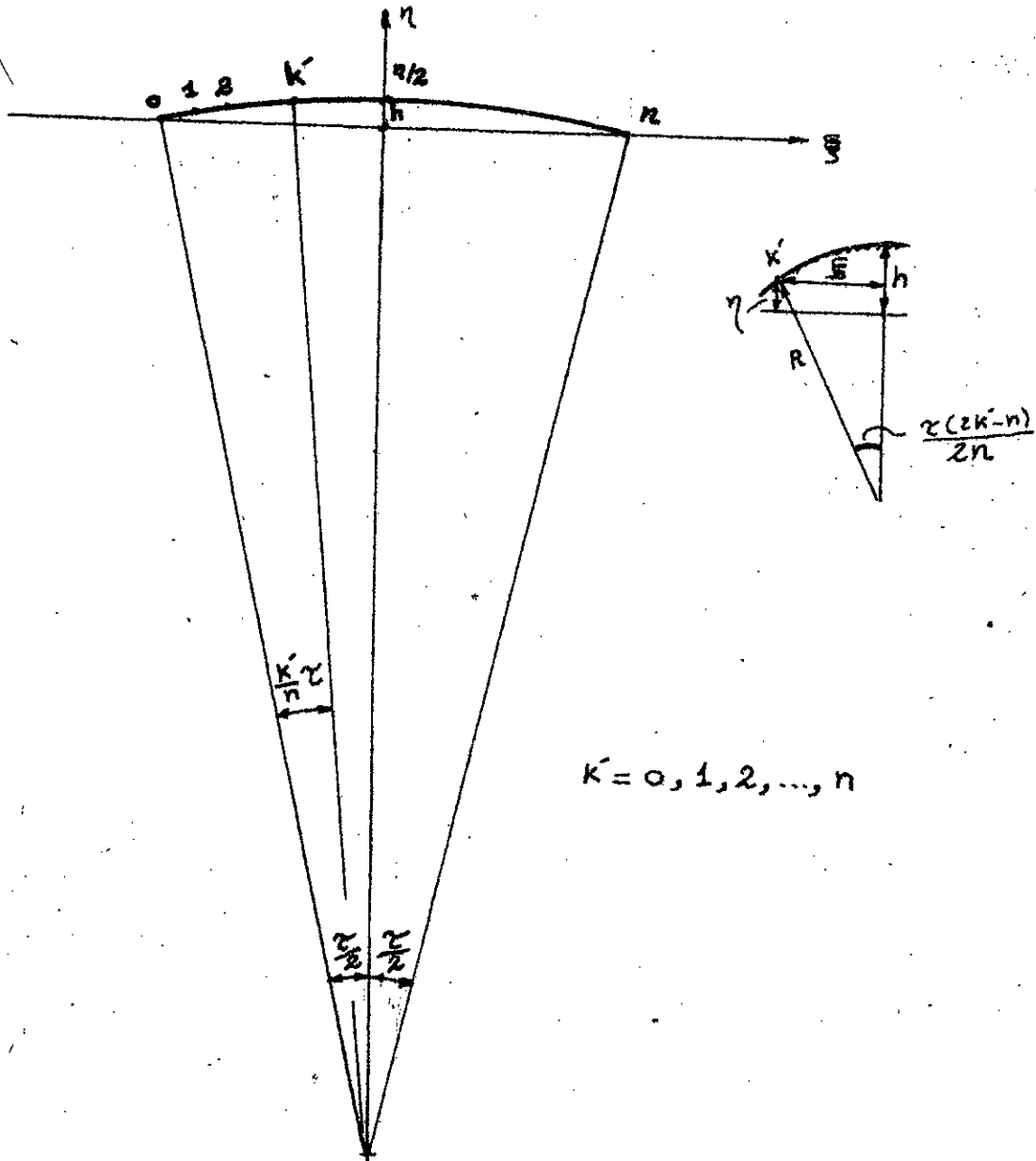


fig (II-11)

suivante) nous permet de calculer ξ et η pour chaque point k' .

$$\left. \begin{aligned} \xi_{k'} &= R \sin \left\{ \frac{\alpha(2k'-n)}{2n} \right\} \dots\dots\dots \\ \eta_{k'} &= R \left[\cos \left\{ \frac{\alpha(2k'-n)}{2n} \right\} - 1 \right] + h \dots \end{aligned} \right\} \text{(I-25-a)}$$



$$\phi_1 = \text{Arctg} \frac{R}{c + \xi}$$

$$\phi_2 = \text{Arctg} \frac{r}{\xi - c}$$

$$\phi = \text{Arctg} \frac{r}{\xi}$$

$$P_1 = \sqrt{r^2 + (c + \xi)^2}$$

$$P_2 = \sqrt{r^2 + (\xi - c)^2}$$

----- (II-25)

Soit le point k' dans le plan ξ est le point correspondant au point k dans le plan Z .

D'après ce qui précède on peut écrire :

$$\frac{x}{c} = \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2P}}{1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2P} - 2\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^P \cos q(\phi_2 - \phi_1)}$$

$$\frac{y}{c} = \frac{2\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^P \sin q(\phi_2 - \phi_1)}{1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2P} - 2\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^P \cos q(\phi_2 - \phi_1)}$$

----- (II-26)

les relations précédentes de ce chapitre mise en évidence la détermination de la distribution des vitesses sur la surface de l'arc dans le plan ξ .

en un point k' quelconque, sur la surface de l'arc dans le plan ξ est comme suit :

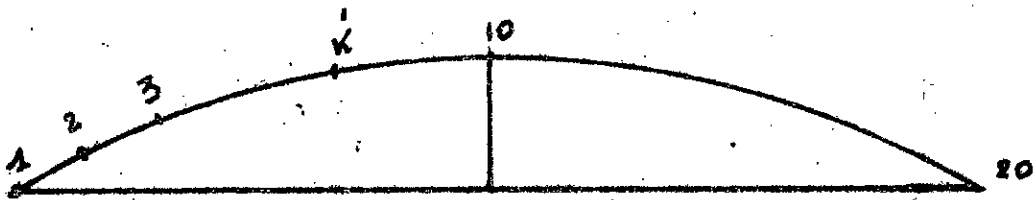
- calcul de $\xi, \eta, \rho_1, \rho_2, \phi, \phi_1, \phi_2$ du point k' en utilisant les relations (II-25-a) et (II-25-b)
- calcul de x et y au point k correspondant dans le plan Z d'après la relation (II-26) et calcul de $\theta = \text{Arc tg } \frac{y}{x}$.
- à θ donnée on calcule v , vitesse sur le cylindre à partir de la relation (II-11-b)
- à partir des relations (II-20) et (II-21) on calcule $\left| \frac{d\xi}{dz} \right|$
- v' la vitesse au point k' sur l'arc dans le plan ξ est calculée par (II-16)
- p' la pression est calculée par la relation de Bernoulli.

Pour ce la on a fait des calculs numériques sur un arc des dimensions suivantes :
de longueur $2c = 30 \text{ cm}$; d'épaisseur maximum $2h = 3 \text{ cm}$; de rayon de courbure calculer par l'expression :

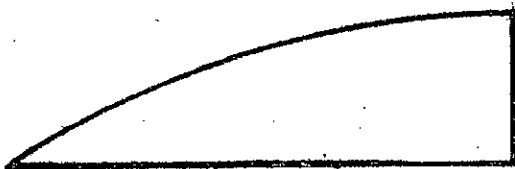
$$R = \frac{c^2}{2h} + \frac{h}{2} = 75 \text{ cm.}$$

et angle d'attaque :

$$\alpha = 2 \text{ Arc sin } \frac{c}{R} = 22,84^\circ$$



L'arc symétrique par rapport à l'axe des ξ et des η donc il est suffisant de faire les calculs sur $\frac{1}{4}$ de l'arc



Les tableaux qui suivent ci dessous indiquent les valeurs numériques

k	f	η	Φ	Φ_1	Φ_2	P_1	P_2	α
0	-0,15	0	180	11,42	179,999	0,3	0	-0,15
1	-0,135	0,0028	178,812	10,849	179,428	0,285	0,015	-0,137
2	-0,12	0,0054	177,427	10,286	178,857	0,27	0,0302	-0,1236
3	-0,1053	0,0076	175,873	9,707	178,286	0,255	0,0453	-0,1091
4	-0,0904	0,0096	173,931	9,136	177,715	0,2406	0,0604	-0,0942
5	-0,0754	0,0112	171,539	8,565	177,144	0,2256	0,0755	-0,0789
6	-0,0603	0,0126	168,197	7,994	176,573	0,2107	0,0906	-0,0634
7	-0,0453	0,0136	163,189	7,4236	176,002	0,1957	0,1056	-0,0477
8	-0,0302	0,0144	154,507	6,8526	175,43	0,1808	0,1207	-0,0319
9	-0,0151	0,0148	135,574	6,2816	174,46	0,1658	0,1357	-0,016
10	0	0,015	80	5,71	174,289	0,1507	0,1507	0

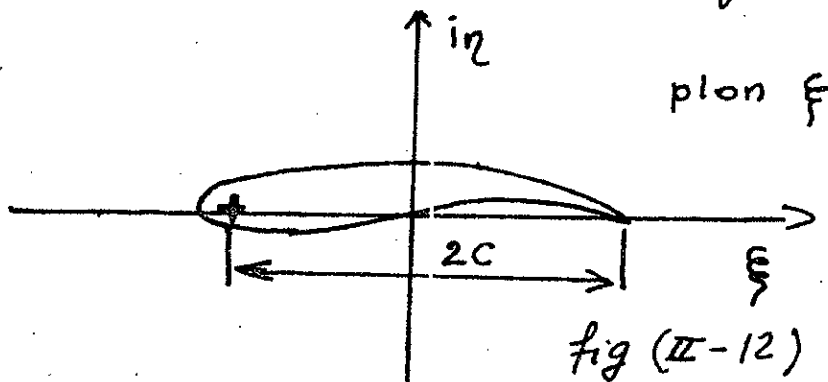
y	θ	β	θ_1	θ_2	r_1	r_2	a	b
0,100	180	0	90	180	0	0,3	0	0
0,059	159,7	11,649	78,35	168,35	0,06	0,293	-0,00408	-0,0029
0,0849	145,515	17,242	72,757	162,757	0,0889	0,286	-0,00617	-0,00296
0,129	136,675	21,662	68,337	158,337	0,11	0,2788	-0,0077	-0,0049
0,167	128,91	25,544	64,455	154,455	0,1293	0,27	-0,00887	-0,00174
0,1276	121,79	29,1349	60,865	150,865	0,146	0,262	-0,00973	-0,00082
0,1276	116,421	31,789	58,21	148,21	0,158	0,255	-0,0102	-0,00004
0,1422	108,54	35,728	54,271	144,271	0,175	0,243	-0,0166	0,00125
0,1466	102,276	38,861	51,138	141,138	0,1882	0,2336	-0,0178	0,00232
0,1491	96,125	41,9375	48,0625	138,0625	0,2005	0,223	-0,01067	0,00337
0,15	90	45,000	45	135	0,2121	0,2141	-0,0105	0,0045

c	d	A	B	$ \frac{df}{dz} $	V	V'	$P \frac{1}{m}$
0,00768	-0,00787	0	0	0	0	0	$1,014 \times 10^5$
0,00035	-0,01123	0,246	-0,371	0,445	5,5	12,5	$1,013 \times 10^5$
-0,00353	-0,01084	0,414	-0,434	0,6	9,09	15,14	$1,0128 \times 10^5$
-0,00635	-0,00962	0,548	-0,438	0,702	10,87	15,69	$1,0126 \times 10^5$
-0,00848	-0,00796	0,658	-0,412	0,777	12,5	16,07	$1,0126 \times 10^5$
-0,01006	-0,00601	0,748	-0,365	0,833	13,63	16,385	$1,01258 \times 10^5$
-0,01192	-0,00437	0,806	-0,319	0,867	14,73	16,57	$1,0125 \times 10^5$
-0,0117	-0,00174	0,875	-0,257	0,907	15,2	16,77	$1,01248 \times 10^5$
-0,01185	0,00045	0,915	-0,161	0,929	15,67	16,87	$1,01246 \times 10^5$
-0,0116	0,00258	0,938	-0,081	0,941	15,96	16,95	$1,01244 \times 10^5$
0,0109	0,0046	-0,943	0,0036	0,943	16	17	$1,01243 \times 10^5$

2-4-5. Ecoulement autour d'un profil aerodynamique

33

Passons maintenant à l'aide de l'écoulement
autour des profils utilisés pratiquement
comme des ailes d'avion ou comme des aubages
des turbomachines axiales (Figure II-12)



le problème est très compliqué.

pour avoir la transformation qui réalise la
représentation conforme de l'extérieur de
profil aerodynamique dans le plan ξ sur
l'extérieur d'un cercle, on doit suivre
plusieurs transformations (pratiquement
(6 à 8) transformations) voir figure (II-13)
suivante :

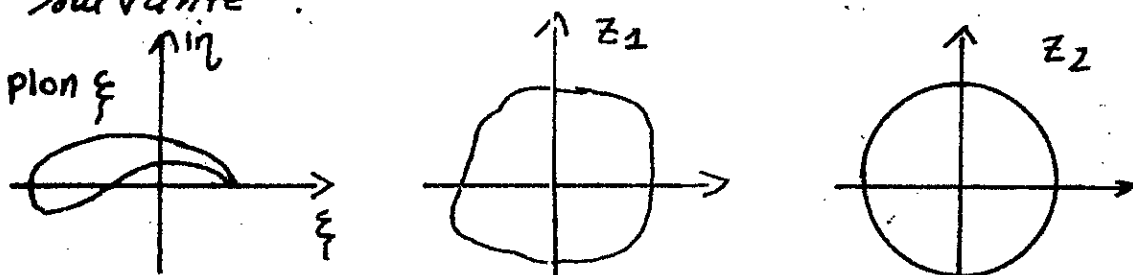
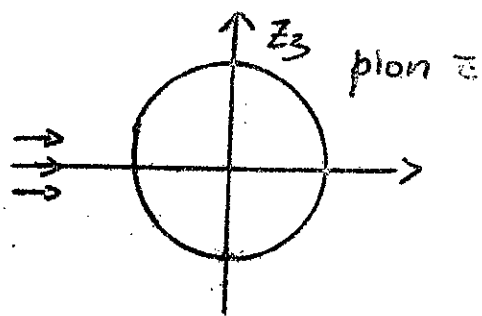


fig (II-13)



suite du fig (II-13)

Les calculs sont très longs, ils demandent un ordinateur qui utilise les variables complexes - la solution expérimentale est le chemin le plus court dans ce cas là.

* Dans la soufflerie on mesure la force de portance par une balance aérodynamique (comme la Balance aérodynamique réalisée par Mr Werner)

* Et nous avons réalisé un système qui sert à mesurer la résistance aérodynamique - et nous l'avons appliqué sur (NACA-44-09).

REMARQUE : si on fait l'intégration sur la résistance aérodynamique dans le cas d'une plaque plane est d'un arc symétrique pour un écoulement parfait, on la trouve nulle.

Mais dans la pratique (écoulement réel) la résistance aérodynamique a une valeur non nulle. cela est dû à la viscosité de l'écoulement et surtout sur une paroi ce qui est le cas de notre étude dans le chapitre qui suit.

CHAPITRE III

ÉCOULEMENT DU
FLUIDE VISQUEUX

3.1. GÉNÉRALITÉ

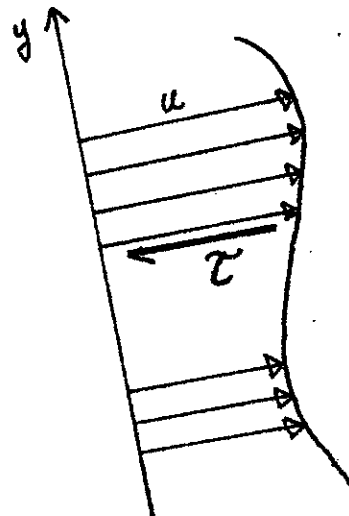
En fluide visqueux l'existence de la force tangentielle impose que le fluide adhère à la paroi et que sa vitesse y soit nulle; c'est la condition de non glissement.

la vitesse du fluide, nulle à la paroi d'après la condition de non glissement augmente très rapidement avec la distance normale pour tendre vers un état "extérieur" où sa variation devient beaucoup plus lente.

Selon la loi de Newton, la force tangentielle entre filets de l'écoulement (fig III-1) est égale au produit du coefficient de viscosité et du gradient normale de la vitesse.

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

τ : est la force de frottement par unité de surface.



(fig III-1)

d'après les raisons précédentes tout écoulement de fluide réel peut être approximativement décrit en deux zones :

- zone de très faible épaisseur (d'après l'expérience) dite couche limite où l'influence des forces de viscosité est importante :

- zone où le fluide est libre dite zone extérieure où l'influence de la viscosité est négligeable, et le fluide peut être considéré parfait.

La couche limite prend naissance au bord d'attaque d'un obstacle, croissant suivant le déplacement sur la paroi.

La présence d'une couche limite se traduit sur un plan pratique par deux effets essentiels :

- frottement à la paroi :

on désigne par τ_p la valeur de la force de frottement exercée par le fluide sur la paroi et l'on s'efforcera dans ce chapitre de déterminer la force de frottement exercée sur les trois exemples qu'on a étudiés (plaque plane, arc, profil NACA...) dans le chapitre II

- flux de chaleur à la paroi : dans nos cas étudiés, l'existence de cet effet est négligeable car nous n'avons étudié que les écoulements incompressibles.

3.2 EQUATIONS GÉNÉRALES DES COUCHES

LIMITES :

3-2-1 EQUATIONS LOCALES

Sur la fig (III-2) on définit les coordonnées utilisées dans l'étude des couches limites.

x : distance le long de la paroi à partir d'un point A fixe; en général: Le point de stagnation

y : distance sur la normale à la paroi comptée à partir de celle-ci

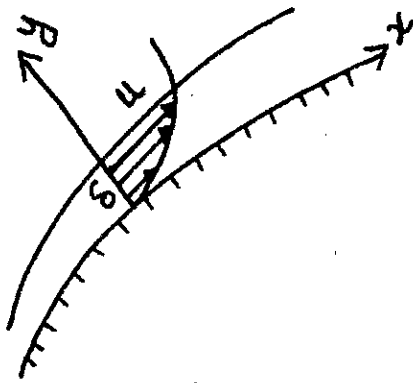


fig (III-2)

δ : l'épaisseur de la couche limite, c'est-à-dire la distance de la paroi à laquelle est rejointe la vitesse extérieure.

pour déterminer τ_p à un point x quelconque sur la paroi il faut déterminer u en fonction de y à ce point.

d'où on peut trouver $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$

mais on n'arrive pas à déterminer cette fonction

$u(y)$ qu'après avoir résolu les équations différentielles qui contrôlent la couche limite.

Les six équations nécessaires sont :

- L'équation d'état du fluide,
- " de conservation de la masse (équation de continuité).
- Les trois équations obtenues en projetant sur les trois axes, la relation fondamentale de la dynamique, ou équation de quantité de mouvement.
- L'équation de conservation de l'énergie

D'après les approximations pratiquement acceptables et notre cas particulier d'un écoulement plan permanent incompressible, ces équations deviennent :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{(III-1)}$$

Ces équations sont appelées équations de PRANDTL avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \text{pour } y=0 & \quad u = v = 0 \\ \text{pour } y \rightarrow \infty & \quad u \rightarrow V_e. \end{aligned}$$

Ce problème de la couche limite ne peut être en principe résolu complètement qu'à partir des équations locales définies précédemment (III-1); les conditions aux limites étant données, on doit déterminer en tout point (x, y) les valeurs locales des caractéristiques u, v en résolvant l'équation de PRANDTL on peut ensuite utiliser ces résultats détaillés pour obtenir le frottement. Compte tenu de la complexité des équations, ces solutions détaillées ne peuvent être obtenues que dans un nombre de cas très limité, et qui sont strictement relatifs à la couche limite laminaire.

Dans le cas général des résultats très utiles peuvent être obtenus ce pendant en examinant le problème d'un point de vue global et en recherchant seulement des caractéristiques destinées à représenter des effets de la couche limite.

Ces "méthodes intégrales" seront le sujet de la paragraphe suivante.

3-2-2 Equations globales de la couche limite.

on intègre les équations de PRANDTL suivant y , de la paroi jusqu'à la frontière de la couche limite on obtient l'équation globale de la couche limite. (Equation de VAN-KARMAN).

$$\frac{\tau_p}{\rho V_e^2} = \frac{d\delta_2}{dx} + \delta_2 \left[\frac{H+2}{V_e} \right] \frac{dV_e}{dx} \quad \text{--- [II-2]}$$

$$\text{ou } \delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{u}{V_e} \left(1 - \frac{u}{V_e} \right) dy.$$

épaisseur de quantité de mouvement ;

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} \text{ paramètre de forme ;}$$

$$\text{et } \delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{V_e} \right) dy \text{ épaisseur de}$$

déplacement de la couche limite.

3.3 Couche Limite de la plaque plane en incompressible.

3.3.1. Couche limite laminaire

Les équations de base pour l'écoulement incompressible sont l'équation de continuité et l'équation locale de quantité de mouvement ; elles s'écrivent pour la plaque plane :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{--- [III-3]}$$

L'équation globale est l'équation de KARMAN.

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_F}{2} &= \frac{d\delta_2}{dx} \\ \text{et } \frac{C_F}{2} &= \frac{\zeta_P}{\rho_e V_e^2} \end{aligned} \right] \text{----- (III-4)}$$

Une solution aux équations (III-3) a été proposée par BLASIUS. Les calculs correspondants repris notamment par HOWARTH ont conduit à des résultats numériques dont l'exactitude est universellement reconnue. L'équation de continuité et l'équation locale de quantité de mouvement aux dérivées partielles pour les inconnues u et v en fonction de x et y . La principale de résolution consiste à remplacer ces deux équations par une équation différentielle ordinaire; moyennant l'introduction d'une variable dépendante qui résulte de u et v ou de leurs dérivées et d'une variable indépendante combinée de x et de y .

BLASUIS introduit comme combinaison de x et de y la variable sans dimension:

$$\eta = \frac{y}{2} \sqrt{\frac{V_e}{\nu x}} = \frac{y}{2x} \sqrt{R_x}$$

R_x : nombre de Reynolds

$$R_x = \frac{V_e x}{\nu} \quad ; \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Il a remplacé u et v par ψ la fonction de courant. ψ est rendue sans dimension par la transformation $f = \frac{1}{2} \frac{\psi}{\sqrt{y} \times v_e} = \frac{1}{2} \frac{\psi}{v_e x} \sqrt{R_x}$.

Avec ces nouvelles variables l'équation locale de quantité de mouvement devient:

$$f''' + ff'' = 0 \quad \text{--- (III-5)}$$

équation différentielle ordinaire dans laquelle la dérivée est effectuée par rapport à la nouvelle variable η ; le problème est ramené à son intégration.

on remarque que :

$$\left. \begin{aligned} - f' &= \frac{u}{v_e} \text{ et } f' = f = 0 \text{ en } \eta = 0 \\ f' &= 1 \text{ en } \eta = \infty \end{aligned} \right\} \text{--- (III-6)}$$

$$- f'' = \frac{\tau}{\frac{\rho_e}{2} v_e^2} \sqrt{R_x} \quad \text{--- (III-7)}$$

L'intégration de l'équation (III-5) effectuée avec une grande précision par HOWARTH conduit aux résultats numériques du Tableau ci-dessous.

$\frac{y}{x} \sqrt{R_x}$	$f' = \frac{u}{V_\infty}$	$f'' = \frac{\tau}{\frac{\rho}{2} V_\infty^2} \sqrt{R_x}$
0	0	0,6641
0,2	0,0664	0,664
0,4	0,1328	0,6629
0,6	0,1989	0,6602
0,8	0,2647	0,6548
1,0	0,3298	0,6460
1,2	0,3938	0,6332
1,4	0,4563	0,6157
1,6	0,5168	0,5933
1,8	0,5748	0,5659
2,0	0,6298	0,5335
2,2	0,6813	0,4967
2,4	0,7290	0,4562
2,6	0,7725	0,4129
2,8	0,8115	0,3680
3,0	0,8460	0,3227
3,2	0,8761	0,2783
3,4	0,9018	0,2358

$\frac{y}{x} \sqrt{R_x}$	f'	f''
3,6	0,9233	0,1962
3,8	0,9411	0,1603
4,0	0,9555	0,1285
4,2	0,9670	0,1010
4,4	0,9759	0,0779
4,6	0,9827	0,0590
4,8	0,9878	0,0437
5,0	0,9916	0,0318
5,2	0,9949	0,0227
5,4	0,9962	0,0159
5,6	0,9975	0,0109
5,8	0,9984	0,0073
6,0	0,9990	0,0048
6,2	0,9994	0,0031
6,4	0,9996	0,0020
6,6	0,9998	0,0012
6,8	0,9999	0,0007
7,0	0,9999	0,0004

Pour calculer ζ_p il est suffisant de mettre $y=0$ à la relation (III-7).

d'après le tableau précédent à $y=0$ $f''=0,6641$
donc

$$0,6641 = \frac{\zeta_p}{\rho/2 V_e^2} \sqrt{R_x}$$

$$C_f = \frac{\zeta_p}{\frac{\rho}{2} V_e^2} = \frac{0,6641}{\sqrt{R_x}} \quad \text{--- (III-8)}$$

$$C_F = 2 C_f \quad \text{--- (III-9)}$$

$$\text{où } C_F = \frac{1}{x} \int_0^x C_f dx \quad \text{--- (III-10)}$$

- On calcule R_x au bord de fuite :

$$R_L = \frac{V_{\infty} L}{\nu} \quad \text{avec } V_{\infty} = 15,034 \text{ m/s}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad ; \quad \mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{273}} + \frac{1 + \frac{S}{273}}{1 + \frac{S}{T}}$$

$$\mu_0 = 1,711 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$$

$$S = 110,4 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$\Rightarrow \mu = 1,831 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$$

$$\nu = 1,551 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

donc

$$R_L = 5,234 \times 10^5$$

d'où

$$C_f = \frac{0,6641}{\sqrt{R_L}}$$

$$C_f = 0,9179 \times 10^{-3}$$

$$C_f = 2c_f = 1,8358 \times 10^{-3}$$

3.3.2 Couche limite turbulente

Sur une plaque plane la couche limite turbulente à pour $Re \geq 3 \times 10^6$

$$R_t = \frac{x_t V_\infty}{\nu}$$

où x_t est le point de transition utile de la couche limite.

Dans la pratique on désignera par profil des vitesses, la courbe

$$\frac{u}{V_\infty} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

L'expérience montre effectivement qu'un profil de la forme

$$\frac{u}{V_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/n}$$

peut fournir dans bien des cas une représentation approchée très acceptable de la distribution des vitesses d'une couche limite turbulente.

La forme $\frac{u}{V_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/n}$ est appelée « profil en puissance ».

D'après cette forme on peut écrire.

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{\delta_2}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

$$H = \frac{n+2}{n}$$

$$n = \frac{2}{H-1}$$

$n = 7$ d'après la loi de Blasius le coefficient de frottement local de la plaque plane est donné par

R. Michel

$$C_f = \frac{0,0368}{R_x^{1/2}}$$

$$\text{et } \frac{\delta_2}{x} = \frac{0,0221}{R_x^{1/2}}$$

3.3.3. force de frottement sur une plaque plane choisie.

Pratiquement nous avons choisi une plaque plane mince de longueur $L = 540$ mm et de largeur $b = 480$ mm. Cette plaque plane est placée dans la section de mesure de la soufflerie. L'angle d'incidence avec l'écoulement de la soufflerie est $V_\infty = 17$ m/s. Premièrement nous allons calculer x_t le point de transition utile.

$$R_t = 3 \cdot 10^6 = \frac{x_t \cdot V_{max}}{\nu}$$

$$x_t = \frac{3 \times 10^6 \nu}{V_{max}}$$

$$x_t = 2,737 \text{ m}$$

$$x_t > L$$

Donc la couche limite sur la plaque plane est toujours laminaire pour les calculs de frottement nous allons utiliser les relations de paragraphe (3.3.1).

- Pour $V_{\infty} = 15,034 \text{ m/s}$
- $T = 298^\circ \text{ K}$
- $\rho = 1,1804 \text{ kg/m}^3$

on a trouver la valeur de la force de frottement par unité de longueur

$$R_{xf} = 2 C_f L \frac{\rho V_{\infty}^2}{2}$$

Le chiffre 2 c'est la force de frottement pour les 2 faces de la plaque

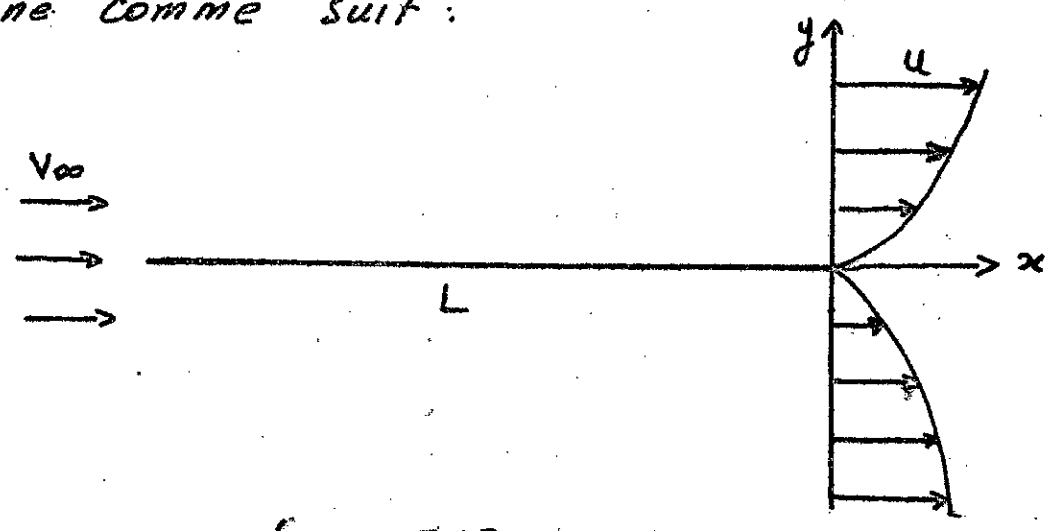
$$R_{xf} = 0,2636 \text{ N}$$

Or pour une plaque parallèle à l'écoulement la force de pression est nulle $R_{xp} = 0$. la force aerodynamique R_x est la somme des forces, de frottement et de pression

$$R_x = R_{xp} + R_{xf}$$

$$R_x = 0,26636 \text{ N}$$

et le profil de vitesse au bord de fuite est donné comme suit :



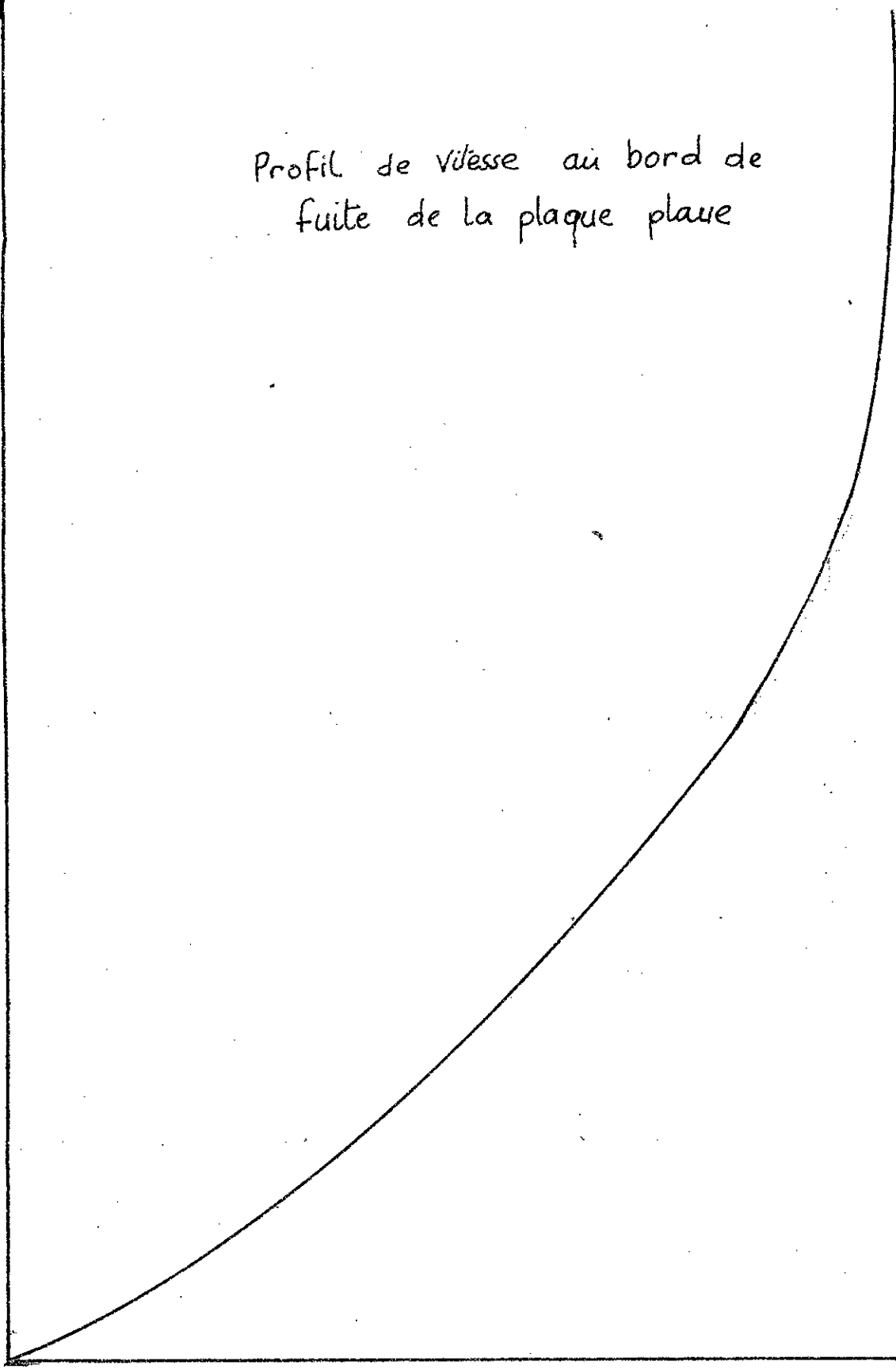
Pour $\left\{ \begin{array}{l} x = L = 540 \text{ mm} \\ R_x = R_L = 5,234 \cdot 10^5 \end{array} \right.$

$\frac{y}{x} \sqrt{R_x}$	y	$\frac{u}{V_\infty}$	u
0	0	0	0
1,00481	0,75	0,3298	4,1958
2,00962	1,5	0,6298	9,468
3,01	2,25	0,8460	12,718
4,019	3,00	0,9555	14,363
5,024	3,75	0,9916	14,907
6,028	4,5	0,9990	15,1019

la représentation du profil de vitesse au bord de fuite de la plaque plane; représentée par fig (III-3)

y

Profil de vitesse au bord de fuite de la plaque plane



u/V_{∞}

3.4 Couches limites sur une Paroi quelconque

L'étude d'une couche limite sur une paroi quelconque peut être résumée dans les étapes suivantes

- après avoir un écoulement parfait sur la paroi, on calcule x_t , le point de transition utile de la couche limite, $Re_t = \frac{Ve x_t}{\nu}$ est donnée pratiquement.

- Pour $x \leq x_t$ l'écoulement est laminaire. C'est la méthode d'approximation de Pohlhausen que l'on va utiliser. le profil de vitesse est.

$$\frac{u}{V_\infty} = 2 \frac{y}{\delta} - 2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^4 + \frac{\Lambda}{6} \frac{y}{\delta} \left[1 - \frac{y}{\delta}\right]^3 \dots \text{(III-11)}$$

les rapport $\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{3}{10} - \frac{\Lambda}{120}$; $\frac{\delta_2}{\delta} = \frac{37}{315} - \frac{\Lambda}{945} - \frac{\Lambda^2}{9072}$;

$$\frac{C_f}{2} = \frac{2 + \frac{\Lambda}{6}}{\left(\frac{Ve \delta}{\nu}\right)} \dots \dots \dots \text{(III-12)}$$

$$\text{et } \Lambda = \frac{\delta^2}{\nu} \frac{dVe}{dx} \dots \dots \dots \text{(III-13)}$$

si on définit :

$$\lambda = \frac{\delta^2}{\nu} \frac{dVe}{dx} \dots \dots \dots \text{(III-14)}$$

on peut écrire

$$\frac{\lambda}{\Lambda} = \left(\frac{37}{315} - \frac{\Lambda}{945} - \frac{\Lambda^2}{9072} \right)^2 \dots \dots \dots \text{(III-15)}$$

finalement on ajoute à ces relations, la formule approximée de THwaites:

$$\frac{\delta_2^2}{\nu} = \frac{0,45}{\nu e^6} \int_0^x \nu e^5 dx \quad \text{--- (III-16)}$$

Comme νe , $\frac{d\nu e}{dx}$ donne d'après l'écoulement parfait; on calcule $\frac{\delta_2^2}{\nu}$ de la formule (III-16) ensuite λ de l'équation (III-14); A de l'équation (III-13); C_f , δ_1 , δ_2 , δ de l'équation (III-12) et $\frac{u}{\nu e}(y)$ de l'équation (III-11)

- Pour $x > x_t$, l'écoulement est turbulent. Dans ce cas le calcul de la couche limite ne peut pratiquement se faire qu'au moyen des méthodes intégrales. L'équation de Karmen pour un écoulement plan incompressible est:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{d\delta_2}{dx} + \delta_2 \left[\frac{H+2}{\nu e} \frac{d\nu e}{dx} \right] \quad \text{--- (III-17)}$$

$$\text{et } \frac{C_f}{2} = \frac{0,0086}{(R\delta_2)^{1/5}} \quad \text{--- (III-18)}$$

Pour les gradients de pression modérés on admet que H ne varie pas et l'on choisit une valeur moyenne qui est le plus souvent

$$H = 1,4 \quad \text{--- (III-19)}$$

d'après (III-18) et (III-19) l'équation de Karmen devient une équation différent-

-ielle linéaire de premier ordre.

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad \text{--- (III-20)}$$

avec $\gamma = \delta_2^{4/5}$

$$P = \frac{6}{5} \left[\frac{H+2}{Ve} \frac{dVe}{dx} \right]$$

$$Q = \frac{6}{5} \frac{0,0086}{(Ve/\gamma)^{1/5}}$$

Son integration est effectuée entre un point x_1 initial où δ_2 est connu et le point courant x demande. On obtient immédiatement la formule

$$\delta_2^{6/5} Ve^{4,08} = \underbrace{\delta_2^{5/6} Ve^{4,08}}_{\text{en } x_1} + 0,0103 \int_{x_1}^x \frac{Ve^{4,08}}{(Ve/\gamma)^{1/5}} dx$$

--- (III - 21)

En ce qui concerne le profil de vitesse, la forme utilisée c'est la forme en puissance Pour le point de décollement (il existe en cas de $\frac{dP}{dx} > 0$)

on utilise la formule imperique

$$\frac{Ve_{\text{décollement}}}{Ve_{\text{amont}}} \# \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3-5. couche limite sur l'arc.

53

De la méthode: expliquer dans le paragraphe (3-4) on peut calculer C_{xf} de l'arc et avec la méthode expérimentale pour la mesure de pression on peut aussi calculer C_{xp} .

d'où on peut calculer C_x :

$$C_x = C_{xp} + C_{xf}.$$

Ce qui montre que la théorie ne peut pas seule déterminer la valeur de C_x dans l'expérience, et cette méthode (théorique) est long et très difficile.

De cela on voit la nécessité de la solution expérimentale ce qui est le cas du Chapitre suivant où on va montrer la solution expérimentale.

CHAPITRE IV ETUDE EXPERIMENTAL

MESURE DE TRINÉE

4.1 La soufflerie :

Pour l'étude de l'action sur un corps fixe ou semi-fixe d'un écoulement d'air en mouvement de vitesse et de caractéristiques connues la soufflerie aérodynamique est prise comme installation d'essai utilisée en aérodynamique :

Notre soufflerie qui se trouve au laboratoire énergétique a les caractéristiques suivantes :

- deux parties utiles l'une inférieure et l'autre supérieure de forme rectangulaire dont les surfaces : $S_1 = 0,35 \text{ m}^2$; $S_2 = 0,63 \text{ m}^2$
- un ventilateur dont le nombre de tours par minute est $n = 1146 \text{ tour/min}$
- sa vitesse ne dépasse pas 17 m/s
- est une soufflerie à circuit fermé pour cela on a placé un thermomètre.

4.2 Multimètre :

C'est un ensemble de manomètres reliés entre eux par un tube, son rôle c'est pour mesurer la pression en plusieurs points, mais dans notre cas on avait utilisé pour mesurer la pression en différent point dans le sillage et les comparer avec les pressions totales et statiques qui sont mesurées

à l'aide d'un tube de pitot qui est placé en dehors de la couche limite. fig (IV-1)

- Notre multimanomètre contient deux ensembles de tubes constitués chacun de 8 éléments fixés sur une plaque.
- à l'aide des règles graduées qui sont placées à côté des tubes, on peut lire les mesures des Δh .
- deux réservoirs cylindriques fixés des deux côtés de la plaque chaque un d'eux est relié à l'aide d'un tube en plastique à un ensemble des deux éléments.
- une base pour supporter le système et lui permettre de pivoter autour d'un axe relié au milieu du système cette base est reliée par une balance et deux disques frottés pour garder la position horizontale.
- deux barres en U fixées à la plaque qui porte l'ensemble de multimanomètre ; afin de maintenir l'angle.

Mais dans notre expérience on a éliminé l'un des deux réservoirs et on a branché les deux ensembles de tube à un seul réservoir Voir fig (IV-2)

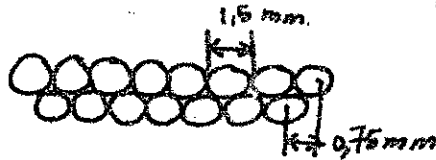
4.3 instrument de mesure de vitesses :

on a réalisé cet instrument dans notre atelier et qui sert à mesurer les vitesses en différents points. Mais dans notre expérience pour mesurer les vitesses au bord de fuite et dans les vitesses

dans le sillage pour calculer la force aérodynamique.

Notre instrument est constitué de :-

- Un ensemble de tubes de rayon intérieur 1,5 mm et de rayon extérieur 2 mm, collés entre deux règles, en deux rangées et l'un sur l'autre. On a besoin d'utiliser des tubes de ϕ inférieur 1,5 mm à cause de la faible épaisseur de la couche limite. Mais on a pas pu le réaliser ... Donc nous sommes obligés d'utiliser cette méthode. Les tubes sont numérotés, et ils sont disposés de la forme suivante



- Deux règles de longueur 760 mm et de largeur 50 mm l'une en plexi glace d'épaisseur 8 mm où on a fait une rainure sur toute la longueur et de profondeur 4 mm où les deux rangées de tube sont collés l'une sur l'autre.

L'autre règle est une règle normale de mesure graduée de longueur 500 mm de même longueur que l'autre et d'épaisseur 4 mm est collée sur l'autre règle pour couvrir les tubes.

- Deux bras gradués de longueur 300 mm sont fixés ^{aux} extrémités de la règle creusée.

Voir Fig (IV-3)

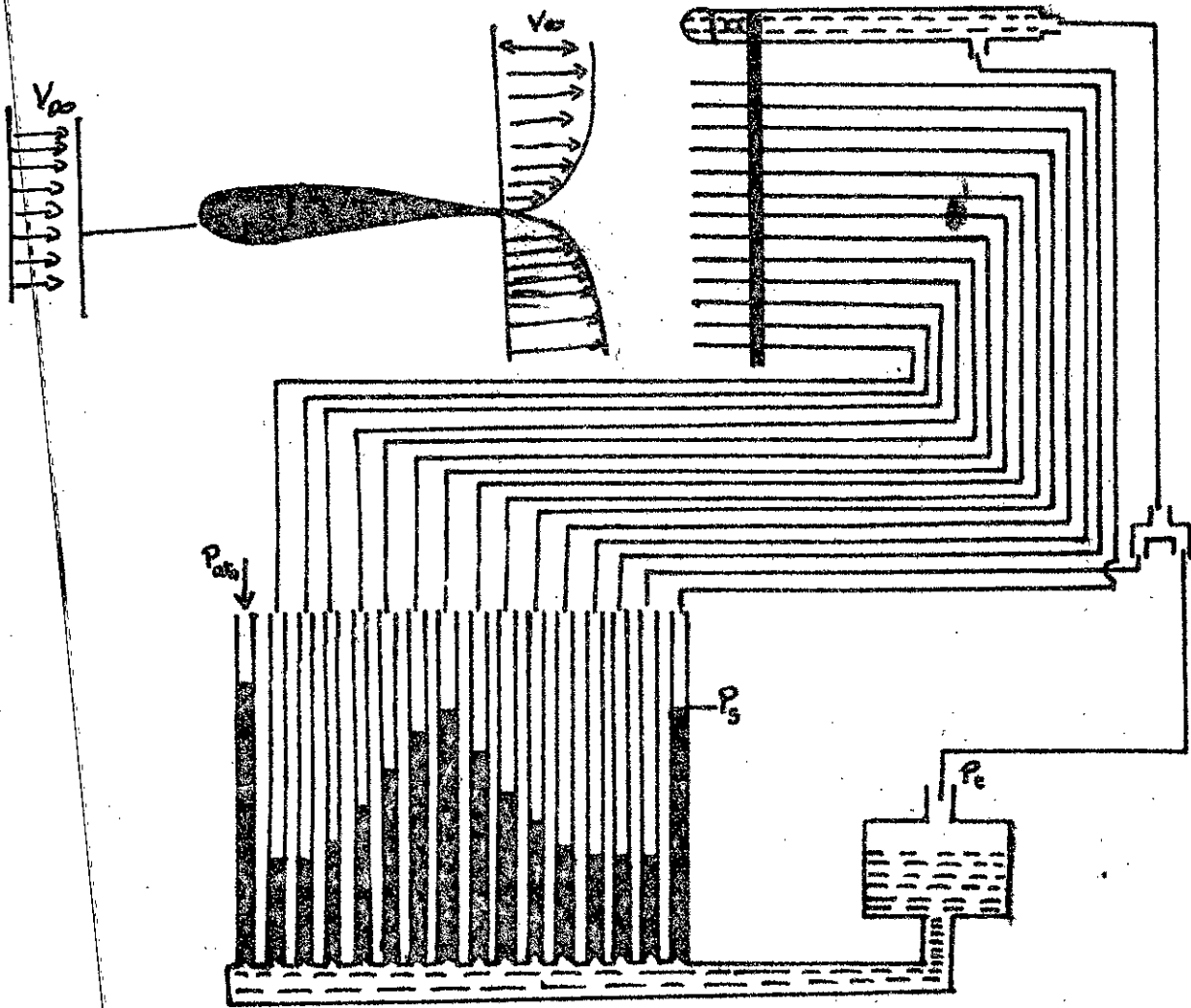


fig (IV-1)

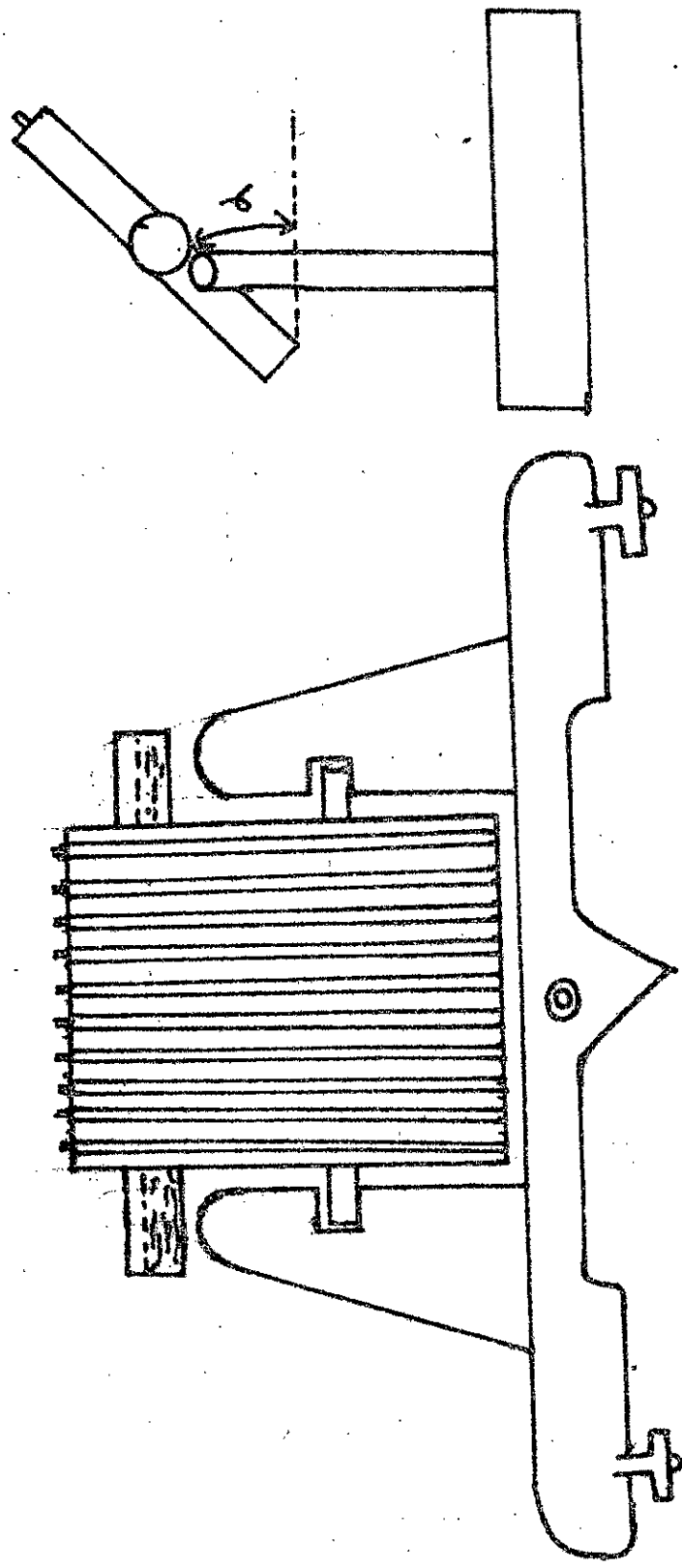


Fig (IV-2)

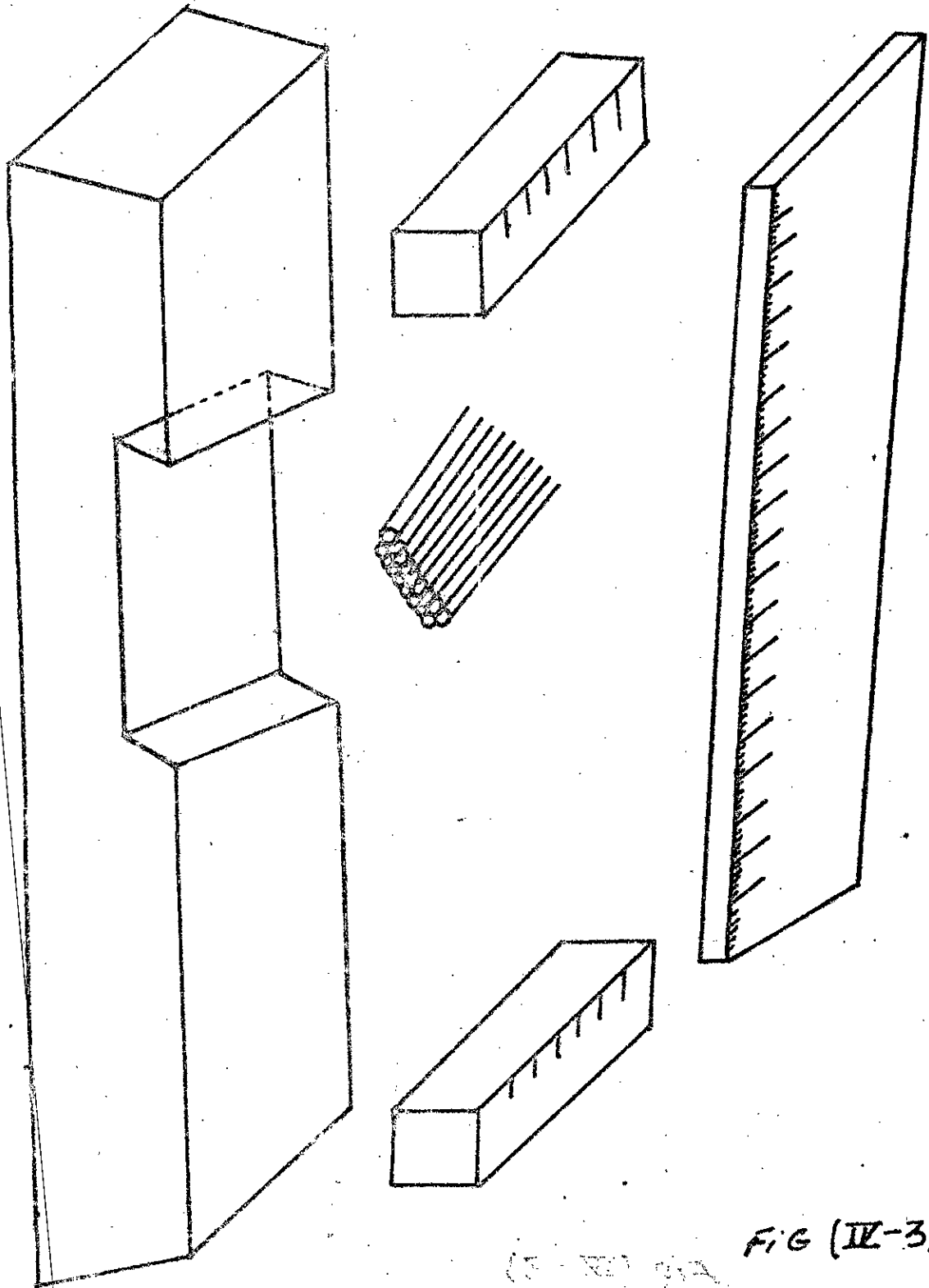


FIG (IV-3)

Notre système de mesure est porté par un support qui est fixé dans la soufflerie à l'aide d'un assemblage de deux plaques et de quatre boulons et quatre écrous qui sont soudés sur l'une des deux plaques.

Notre système se place derrière l'obstacle pour mesurer la distribution vitesse au bord de fuite et dans le sillage, il est relié aux multimanomètres par l'intermédiaire des tubes en plastiques.

Pour le schéma de notre système. Voir fig (IX-4) pour cela on peut utiliser un Pitôt de tube qui joue le même rôle que notre instrument ; mais les systèmes de déplacement du tube pitôt d'un point à l'autre est très difficile à réaliser donc nous sommes obligés de réaliser cet instrument.

4-4. tube de pitot.

C'est un tube qui se compose à l'intérieur de deux tubes. Comme indique la Fig (IX-5). il sert à mesurer la différence de pression ΔP entre les pressions totale et statique de l'écoulement.

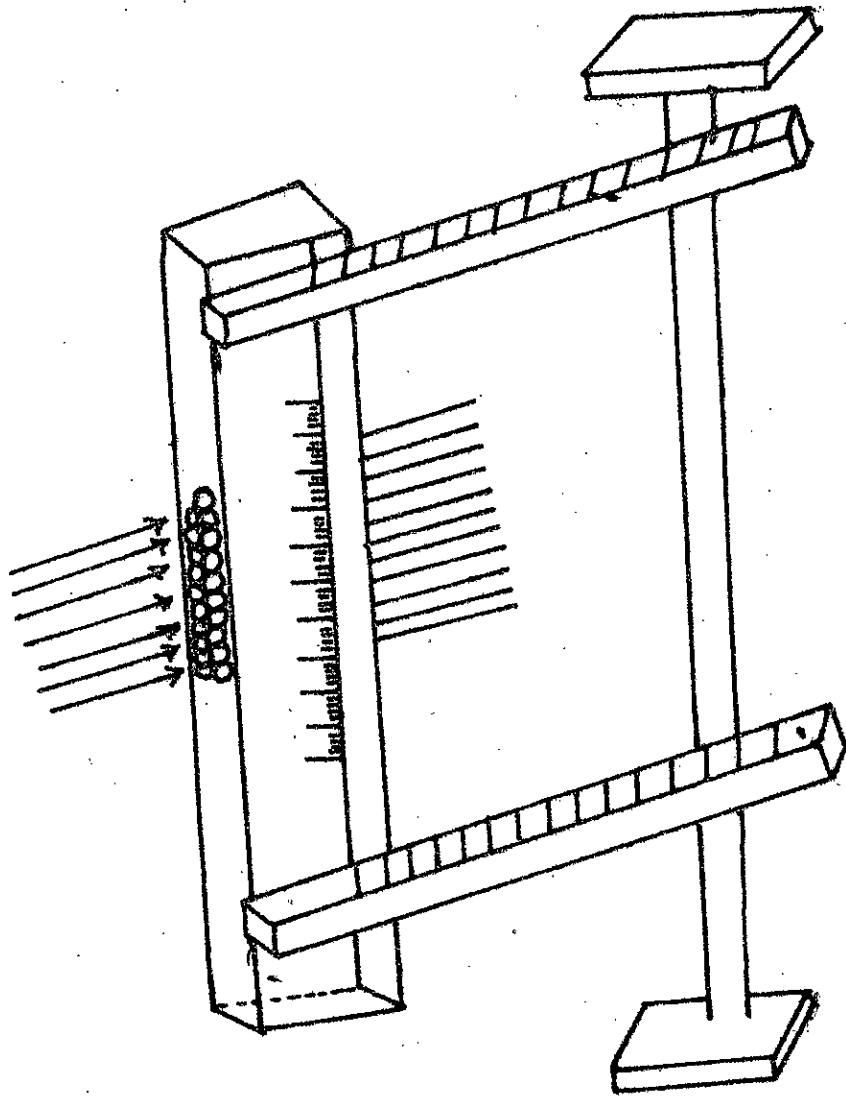
$$\Delta P = P_t - P_s = \frac{\rho_0 V_0^2}{2}$$

on connaissant ρ_0 on pourra déterminer V_0

4-5 Résultats expérimentaux

on a fait les essais suivants :

4-5-1 L'expérience sur la plaque plane :



Fig(IX-4)

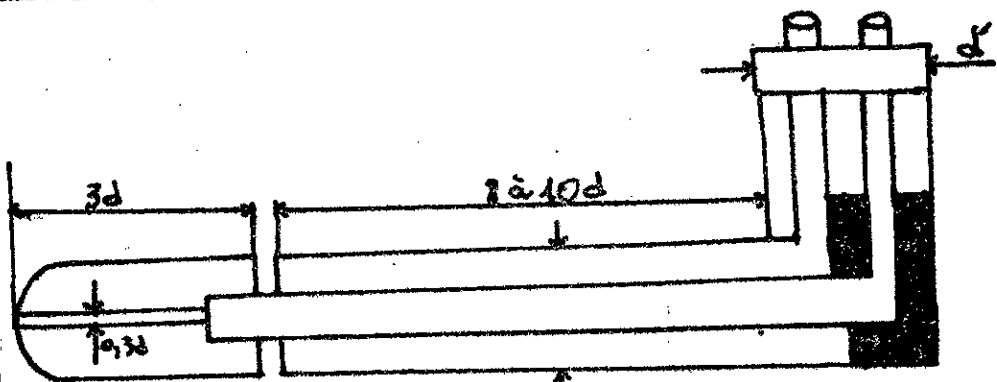
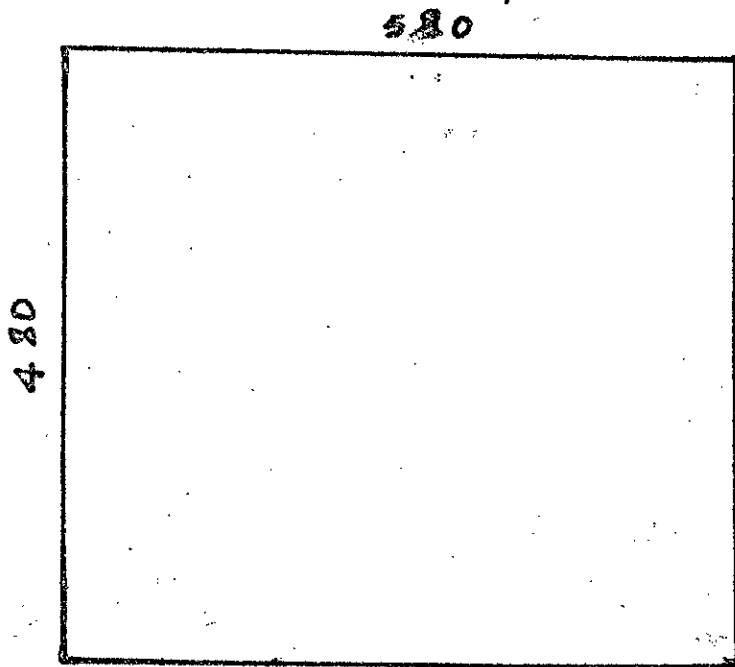


Fig (IX-5)

On a placé notre plaque plane dans notre soufflerie, elle est portée par quatre supports qui sont fixés dans la soufflerie par vis. la plaque est parallèle à V_{∞} .

notre instrument de mesure de vitesse est placé une fois au bord de fuite et une fois à 20 cm ou à 10 cm du bord de fuite (dans le sillage)



Lors de l'expérience à l'aide du tube de pitôt du manomètre du thermomètre on a :

$$\Delta h \sin \alpha = P_t - P_s = 32 \text{ mm}$$

$$\Delta h' \sin \alpha = P_t - P_{atm} = 40 \text{ mm}$$

$$T = 298 \text{ K}$$

$$\alpha = 25,15^\circ \quad \text{inclinaison du multimanomètre}$$

$P_{atm} = 100795,78 \text{ [Pas]}$ (mesure dans notre laboratoire de chimie)

$$\begin{aligned} \text{or } P_s - P_{atm} &= \rho_{eau} g \Delta h' \sin \alpha \\ P_s &= P_{atm} + \rho_{eau} g \Delta h' \sin \alpha \dots \text{(IV-1)} \\ g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$\rho_{eau} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ (le liquide utilisé dans le manomètre est l'eau).

donc

$$P_s = 100962,55 \text{ [Pas]}.$$

$$\rho_{air} = \frac{P_s}{rT}$$

$r = 287$ (constante des gaz parfait)

$$\rho_{air} = 1,1804 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{or } P_t - P_s = \frac{\rho_{air} V_{\infty}^2}{2} = \rho_{eau} g \Delta h' \sin \alpha$$

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{2 \rho_{eau} g \Delta h' \sin \alpha}{\rho_{air}}}$$

$$V_{\infty} = 15,034 \text{ m/s}$$

au bord de fuite on a obtenu les résultats suivants:

y [mm]	Δh (mm)	u_{exp} [m/s]	u_{theo} [m/s]
0	0	0	0
0,75	7	7,031	4,294
1,50	16	10,631	9,468
2,25	25	13,289	12,718
3,00	32	15,035	14,365
3,75	32	15,035	14,907
4,5	32	15,035	15,019

Voir sur le paragraphe qui suit la représentation du graphe du profil de vitesse comparée avec le profil de vitesse théorique. ^à 20 cm du bord de fuite c'est à dire dans le sillage on a eu les résultats suivant.

	Δh (mm)	u (m/s)	u^2 (m ² /s ²)
0	4	5,5	30,25
0,75	14	9,95	99
1,50	17	10,96	120,12
2,25	24	13,08	171,08
3,00	31	14,8	219,04
3,75	31,5	14,19	201,36
4,5	32	15,034	226,02

en appliquant le théorème de quantité de mouvement (vu au chapitre I) on a

$$R_x = \rho_m e^{-\rho_m s} \rho_m s = 2 \left[\rho_{\infty} U_{\infty} \int_0^{4,15} u \, dy - \rho_{\infty} \int_0^{4,15} u^2 \, dy \right]$$

on utilise l'intégration SIMPSON

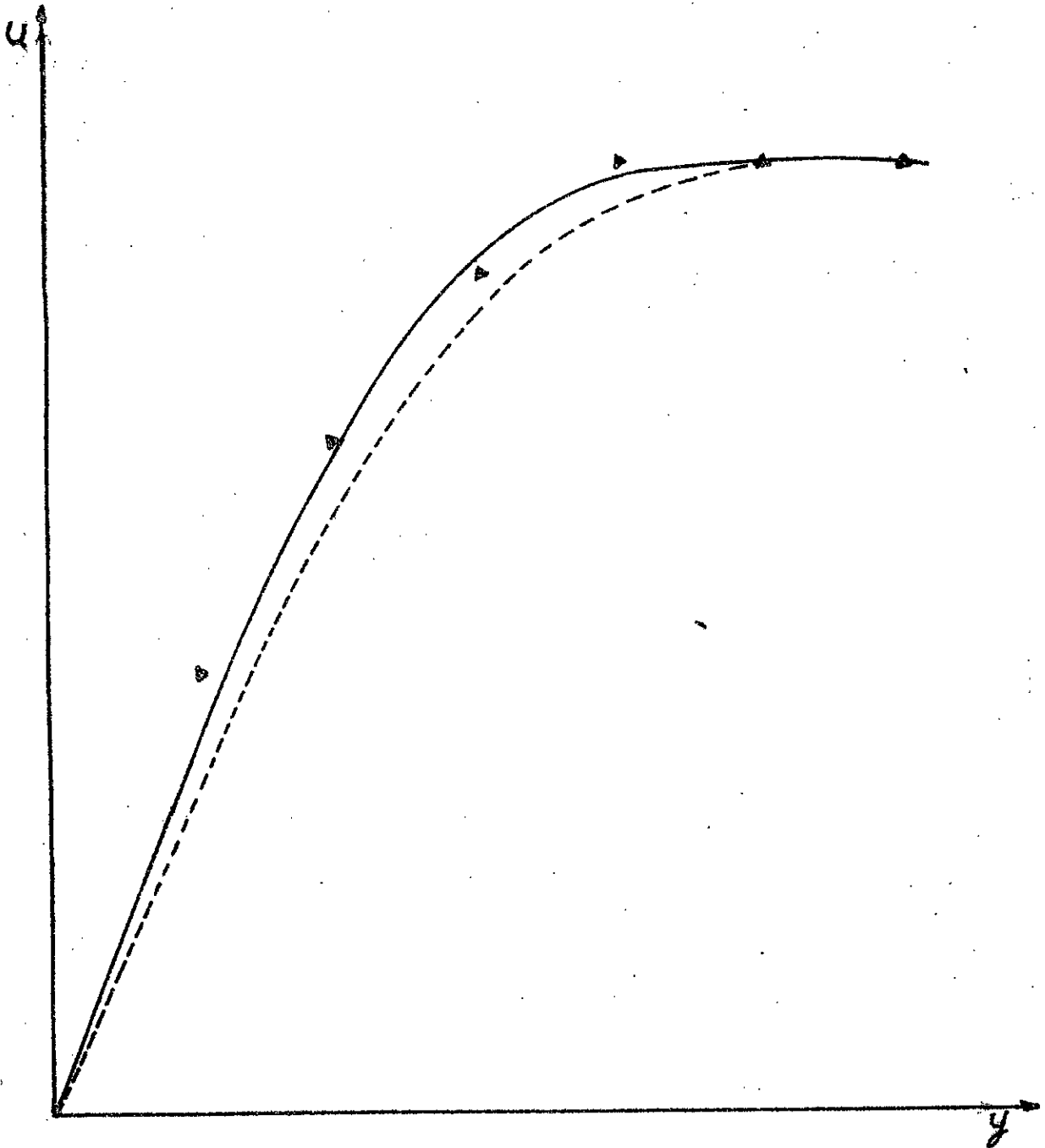
on calcule $\int_0^{4,15} u \, dy$ et $\int_0^{4,15} u^2 \, dy$.

d'où on obtient $R_x = 0,267 \text{ [N]}$.

- De la FIG -- (II-6) comparons la courbe expérimentale avec la courbe théorique ; on conclut que notre instrument nous a donné de bons résultats.
- Lors qu'on a comparé les mesures de notre instrument avec celles du tube de Pitot on les a trouvées les mêmes.

4-5-2 L'expérience sur l'arc :

un tube de $\phi = 14 \text{ mm}$ est soudé au milieu de l'un des côtés de l'arc et qui sert à la fixation de l'arc à la soufflerie (de même on a effectué l'expérience l'instrument de mesure est placé dans la zone du sillage)



— Courbe de Blasius
- - - Courbe théorique exacte
▲ Courbe expérimentale

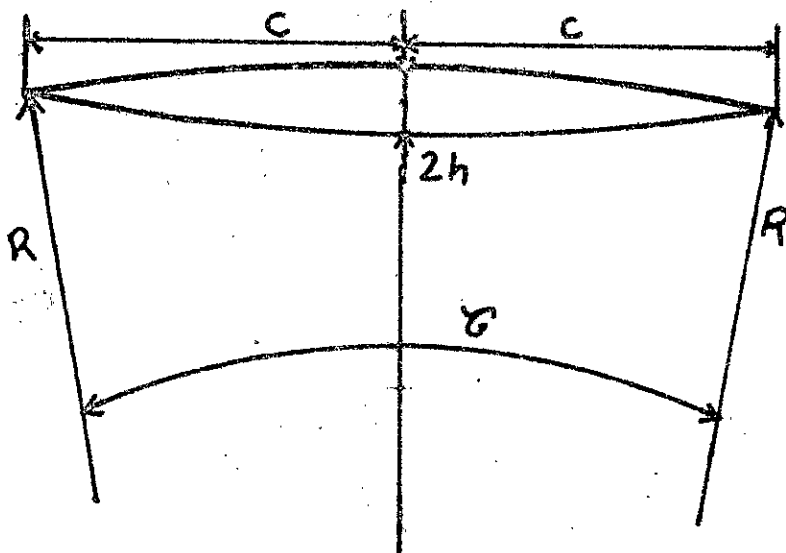
L'Arc que nous l'avons réalisé sur la figure ci dessous a l'échelle $1/3$; il a les mesures suivantes :

$$c = 0,15 \text{ m}$$

$$L = 22,85 \text{ m}$$

$$R = 0,7575 \text{ m}$$

$$h = 0,015 \text{ m}$$



L'ord de l'expérience on a trouvé :

$$\Delta h = 35 \text{ mm}$$

$$\Delta h' = 31 \text{ mm}$$

$$T = 314 \text{ } ^\circ\text{K}$$

De la même méthode précédente dans le paragraphe (4-5-1) on trouve

$$P_s = 101338,62 \text{ N/m}^2$$

$$\rho_{\text{air}} = 1,12 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow v_{\infty} = 16,14 \text{ m/s}$$

à 2a cm on trouve les résultats suivants.

y	Δh	U	U^2
0	13	9,81	96,78
0,75	16	10,91	119,12
1,5	21	12,5	156,34
2,25	22	12,79	163,79
3	22	12,79	163,79
3,75	30	14,94	223,35
4,5	31	15,19	230,79
5,25	35	16,14	260,49
6	35	16,14	260,49

De même méthode on a :

$$R_x = \rho m e - \rho m s$$

$$R_x = 1,64 \text{ N} \quad \text{La force de frottement par unité de longueur de largeur}$$

$$\Rightarrow C_x = 0,03.$$

4-5-3 L'expérience sur le profil aérodynamique :

Le profil que nous l'avons utilisé est un profil [NACA 4409] et il est représenté sur la figure qui suit à l'échelle 1.



Les Resultats experimentaux sont:

$$\Delta h = 31 \text{ mm}$$

$$P_{\text{atm}} = 101325,394 \text{ N/m}^2$$

$$\Delta h' = 39 \text{ mm}$$

$$T = 317 \text{ K}$$

d'où on peut calculer

$$P_s = 101275,995 \text{ N/m}^2, \rho_{\text{air}} = 1,13 \text{ kg/m}^3$$

$$V_{\infty} = 15,238 \text{ m/s}$$

y	Δh	U	U ²
0	18	11,612	134,854
0,75	20	12,24	149,838
1,5	20	12,24	149,838
2,25	22	12,838	164,822
3	22	12,838	164,822
3,75	24	13,409	179,805
4,5	27	14,222	202,281
5,25	27	14,222	202,281
6	31	15,23	232,24

on peut trouver R_x qui a comme valeur

$$R_x = 0,64 \text{ N par unite de largeur}$$

$$\Rightarrow C_x = 0,04.$$

Conclusion:

Pour déterminer la résistance aérodynamique d'un corps quelconque; la solution théorique est long et trop difficile même si la géométrie du corps est régulière. Cette remarque est devenue claire après le traitement de l'arc que nous avons considéré au Chapitre (II) et (III).

Tandis que la solution expérimental est courte, et applicable pour tout les corps géométriquement régulières et irrégulières. Donc la solution expérimental est nécessaire. Une comparaison entre des profils de vitesse au bord de fuite d'une plaque plan théorique et expérimentaux a affirmé l'exactitude de l'instrument qu'on a réalisé. Finalement on peut dire que cette étude représente une méthode expérimental pour déterminer la résistance aérodynamique d'un corps.

BIBLIOGRAPHIE

- MÉCANIQUE DES FLUIDES
C. FÉDIAEVSKI
- MÉCANIQUE DES FLUIDES (T. 2 et T. 3).
E.A. BRUN - A. MARTINOT
- LAGARDE
- MÉCANIQUE EXPERIMENTALE DES
FLUIDES (T. 2)
R. COMOLET 2^{ème} édition
- AÉRODYNAMIQUE
COUCHES LIMITES FROTTEMENT
ET TRANSFERT DE CHALEUR.
Ecole Nationale Supérieure de l'Aéro-
nautique et de l'espace
R. MICHEL.

