

Aex

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

**S U J E T**

**Etude des Contraintes Dynamiques  
du Support de Reservoir d'air**

الخدمة الوطنية  
البيروت  
الوطنية  
POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHEQUE

Proposé par :  
S.N.V.I.-C.V.I.

Etudié par :  
A. YAZID

Dirigé par :  
W. KUROWSKI

PROMOTION : Janvier 1986

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROMOTEUR : W. KUROWSKI

ELEVE INGENIEUR : YAZID AMMAR

مصلحة : ميكانيكا  
موجه : والدمار كيروفسكي  
تلميذ مهندس : يزيد عمار

الموضوع : دراسة الإجهادات الديناميكية لحامل خزان العوادم المضغوط  
الملخص : هذه الدراسة تأتي بعد التفتيشات الملاحظة على مستوى  
حامل الخزان أثناء استغلال الشاحنة من إنتاج الشركة  
الوطنية للألات الميكانيكية بالروبية  
في هذه الدراسة نقتراح طريقة لحساب الإجهادات  
الديناميكية مستعملين التقدم التكنولوجي في هذا  
الميدان ويتعلق الأمر بالأجهزة الآلية ومن ثم بالصناعات  
الميكانيكية المدعمة بالناظمة الآلية.

SUJET : Etude des contraintes dynamiques du support de réservoir d'air

RESUME : Cette étude vient à la suite des fissurations observées au  
niveau du support lors de l'exploitation du véhicule produit  
par S.N.V.I -C.V.I - de Rouiba.

Dans ce sujet de fin d'étude, on va proposer une méthode de  
calcul des contraintes dynamiques en profitant des progrès de  
la technologie à savoir l'ordinateur ; et donc la construction  
mécanique assisté par ordinateur

SUBJECT : Adynamic stress study of an air tank bracket ( stand)

RESUME : This study come after having noticed fracture deteriorations  
in the bracket during the normal exploitation of the lorry  
made by S.N.V.I-C.V.I-of Rouiba.

In this final year project, we put forward a calculation  
method of adynamic stress bared on the new calculation  
technique of the computer - aided design.



# DEDICACES

- A la mémoire de M<sup>r</sup> BRAHIMI ALI
  - A la mémoire de ma grande-mère maternelle.
  - A la mémoire de mon père (décédé le 04-01-1986)
  - A mes frères YUCEF et MUSTAPHA.
  - A mes sœurs.
  - A ma grande sœur et ses enfants.
  - A mes chers enfants SALAH, RAZIK, FERHAT et MOULOUD.
  - A mes oncles paternels et maternels.
  - A mes cousins et cousines.
  - A M<sup>r</sup> BRAHIMI SALEM.
  - Aux familles BRAHIMI, YAZIDI, KAHIL et YAZID.
  - A M<sup>r</sup> BENMEHIDI et mes anciens collègues de travail.
  - A tous mes amis notamment RABAH, YUCEF, MOH-SAÏD, MOH et les AHMED au nombre de quatre.
  - A tous les camarades de la promotion.
  - A tous ceux dont les noms ne figurent pas ici.
- Et plus particulièrement à ma mère et ma femme qui ont tant attendue que ces études aboutissent.

Je dédie ce modeste travail.

# REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes vifs remerciements à M<sup>r</sup> WALDEMAR KUROWSKI qui n'a cessé de me prodiguer ses conseils tout au long de ce travail.

Je tiens également à remercier tous les enseignants qui ont contribué à ma formation et notamment ceux du département génie-mécanique de l'E.N.P.A.

Que tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce projet trouvent ici ma sincère gratitude.

A. YAZID



# TABLE DES MATIERES

Chapitre.1. Introduction.....	1
I.1. Assistance par ordinateur.....	1
I.2. Problème de la résistance du support utilisé.....	2
I.3. But du sujet.....	3
I.4. Présentation du châssis et du support.....	4
I.4.1. Le châssis.....	4
I.4.2. Le support.....	4
I.4.3. Comportement du support durant l'exploitation du véhicule.....	4
Chapitre.2. Modélisation.....	7
II.1. Hypothèses adoptées.....	7
II.1.1. Simplifications.....	7
II.1.2. Degrés de liberté.....	7
II.1.3. Hypothèses.....	7
II.1.4. Considérations.....	7
II.2. Excitation de type cinématique produite par châssis.....	9
II.3. Amortissement adopté au modèle.....	9
II.3.1. Introduction.....	9
II.3.2. Méthode de détermination du coefficient d'amortissement.....	11
II.4. Description du mouvement du support.....	12
II.4.1. Construction du modèle.....	12
II.4.2. Mouvement de translation.....	13
II.4.3. Mouvement de rotation.....	14
Chapitre.3. Méthode de calcul.....	16
III.1. Calcul du centre de gravité.....	16

III.1.1.	Dimensions du support	16
III.1.2	Calcul du centre de gravité de la poutre ①	17
III.1.3.	Calcul du centre de gravité du support plus le réservoir d'air	18
III.2.	Calcul du moment d'inertie quadratique	21
III.2.1.	Poutre ①	21
III.2.2.	Poutre ②	22
III.3.	Calcul des raideurs	23
III.3.1.	Rigidités dues à la force de flexion	23
III.3.2.	Rigidités dues au moment flechissant	24
III.3.3.	Rigidités dues au moment de torsion	24
III.3.4.	Rigidités de la poutre ① fig. 33	25
III.3.5.	Rigidités de la poutre ② fig. 33	25
III.3.6.	Rigidités de l'ensemble	25
III.4.	Calcul du coefficient d'amortissement	28
III.5.	Calcul d'éléments d'inertie	30
III.5.1.	GENERALITÉS	30
III.5.2.	Rappels	30
III.6.	Résolution mathématique	32
III.6.1.	Modèle mathématique du support	33
III.6.2	Fréquences propres du système	35
III.6.2.1.	Mouvement de translation	35
III.6.2.2.	Mouvement de rotation	35
III.6.3.	Coefficients d'amplification	36
III.6.3.1.	Mouvement de translation	36
III.6.3.2.	Mouvement de rotation	36



III.7.1. Déplacement du châssis	37
III.7.2. Rotation du châssis	37
III.7.3. Déplacements totaux	37
III.7.4. Rotations totales	37
Chapitre.4. Détermination des contraintes	39
IV.1. Forces	39
IV.2. Moments	42
IV.3. Contraintes	46
IV.3.1. Généralités	46
Chapitre.5. Programmation	51
V.1. Introduction	51
V.2. Organigramme	51
V.3. Programme et résultats	51
Chapitre.6. Conclusion	64

# 1. INTRODUCTION

## I.1. Assistance par ordinateur.

Pour répondre aux exigences du difficile marché de la construction et de l'industrie, les constructeurs devaient satisfaire les caractéristiques fondamentales de leur produit à savoir:

- La conception simple et efficace, offrant des possibilités d'installation simplifiées pour une large gamme d'applications
- L'économie
- La légèreté de poids
- La fiabilité, la durabilité et la réparabilité imposées.

Pour atteindre ces objectifs de capacité de poids réduit sans négliger la fiabilité, ni la durabilité; il a fallu penser à ces constructions d'une manière tout à fait originale et donc bénéficier des progrès actuels de la technologie qui est l'un des facteurs clé.

Les techniques de conception assistée par ordinateur les plus récentes ont joué un rôle primordial dans ces constructions. Les ingénieurs sont parvenus à optimiser les éléments fonctionnels et structuraux et de déterminer avec précision leurs caractéristiques; par exemple les contraintes.

Les sociétés telles que FORD, GENERAL MOTORS, NISSAN, CUMINS estiment que l'assistance par ordinateur résulte la diminution du temps de préparation de la construction jusqu'à 30%, simultanément la construction devient



simple, le nombre d'éléments y appartenant et la masse totale diminuent.

La réduction du nombre de pièces d'une construction a pour corollaire la diminution des pannes potentielles (fiabilité accrue), de stockage de pièces de rechange ainsi que des temps d'arrêt pour entretien d'un moteur, par conséquent le problème de l'assistance par ordinateur est très important [6].

## 12. Problème de la résistance du support utilisé.

Le réservoir d'air comprimé pour un véhicule industriel est un accessoire indispensable, qui est attaché au châssis. Après une certaine période d'exploitation du véhicule, il a été constaté par les services de qualité du complexe, des fissurations au niveau de ce support pouvant conduire à une rupture totale et donc perte des bouteilles (pas de freinage).

Ces pertes nous amènent inévitablement à des accidents et de ce fait on a créé le danger pour les usagers de la route et les conducteurs de véhicules en particulier.

Afin que de tels accidents ne surviennent, la S.N.V.I. C.V.T de Rouiba a jugé utile de prévenir le danger à l'avance et donc préféré analyser le problème en recherchant les sources de fissurations qui ne sont dues qu'aux charges dynamiques.

### 13. But du sujet.

Dans ce présent projet de fin d'études, on va proposer une procédure numérique de la méthode de calcul des contraintes au niveau de l'encastrement du support de réservoir d'air comprimé, traité d'une manière dynamique en profitant de la technique numérique.

Ce projet permettra de compléter les travaux de recherches qui étaient entrepris dans le département de génie-mécanique de l'E.N.P. au cours de ces deux dernières années.

La méthode permettra de déterminer les contraintes qui se manifestent au niveau de l'encastrement du support de réservoir d'air comprimé et se vulgariser aux autres supports déjà étudiés.

Elle pourra servir de base pour élaborer la méthode numérique de calcul des variantes de support.



## I4. Presentation du chassis et du support.

### I4.1. Le chassis.

Le chassis porte l'ensemble des organes et les équipements mécaniques nécessaires au fonctionnement et à l'exploitation du véhicule ; le chassis est formé de deux longerons en tôles d'aciers embouties en forme de U reliés entre eux par des traverses ; ces liaisons sont obtenues par soudage et boulonnage voir Fig. 1.1.

### I4.2. Le support.

Description : Voir Fig. 1.1.

fixation du support :

Le support est fixé en porte à faux au chassis par l'intermédiaire d'une liaison rigide et démontable de 6 boulons M12.

### I4.3. Comportement du support durant l'exploitation du véhicule.

D'après les informations obtenues de la SNVI, il n'a pas été tenu compte de la manière directe des charges dynamiques principales causes de fissurations lors du dimensionnement du support.

Les supports étant donc sollicités par deux types de charges, statiques et dynamiques.

Les charges statiques sont dues au poids propre de l'ensemble.

Les charges dynamiques proviennent du mouvement accéléré de la masse du réservoir et du support.

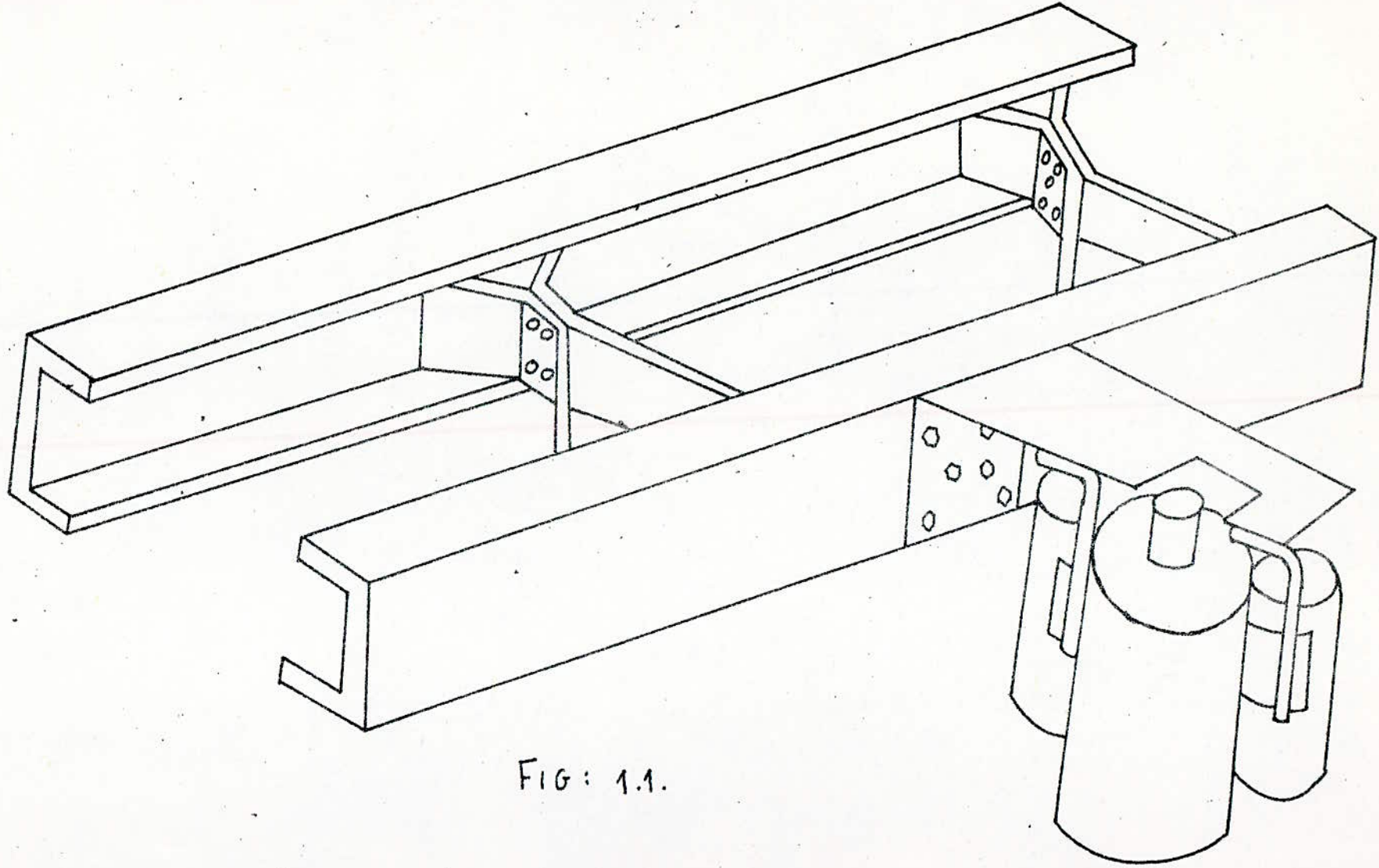


FIG: 1.1.



Les mouvements sont dues à diverses sources.

Lorsque le véhicule est en marche, il subit plusieurs sollicitations extérieures variables qui se repercutent au niveau du châssis et finalement donc sur le support et ce à cause de l'irrégularité de la chaussée (chaussée déformée), donc les roues subissent des mouvements ascendants et descendants, à vive allure, ces mouvements engendrent des forces aussi importantes que la masse ne l'est en mouvement, à cela il faut rajouter les forces d'accélération, forces centrifuges et les forces de freinage brusque.

## II MODELISATION

### II.1. Hypothèses adoptées.

#### II.1.1. Simplifications.

Pour pouvoir simplifier un système réel de la construction, il est nécessaire de connaître la forme géométrique et le fonctionnement des différents éléments le constituant. Fig. 2.1.

#### II.1.2. Degrés de libertés.

Le système d'axe choisi est confondu avec le centre de gravité de l'ensemble support plus le réservoir d'air.

Ainsi notre système peut se mouvoir dans les six degrés de liberté à savoir :

- trois degrés de translations  $\vec{G}_x, \vec{G}_y, \vec{G}_z$ .
- trois degrés de rotation  $\vec{G}_\theta, \vec{G}_\varphi, \vec{G}_\psi$ .

#### II.1.3. Hypothèses.

on admet que les mouvements dans ces degrés de liberté sont mutuellement indépendants.

Le calcul se fera pour les conditions les plus défavorables ; quand le support fonctionnera simultanément dans les résonnances pour tous les degrés de liberté.

#### II.1.4. Considérations.

Le modèle du système se présentera sous forme de la masse réduite au centre, attachée au châssis à l'aide d'un élément possédant :

- La rigidité.



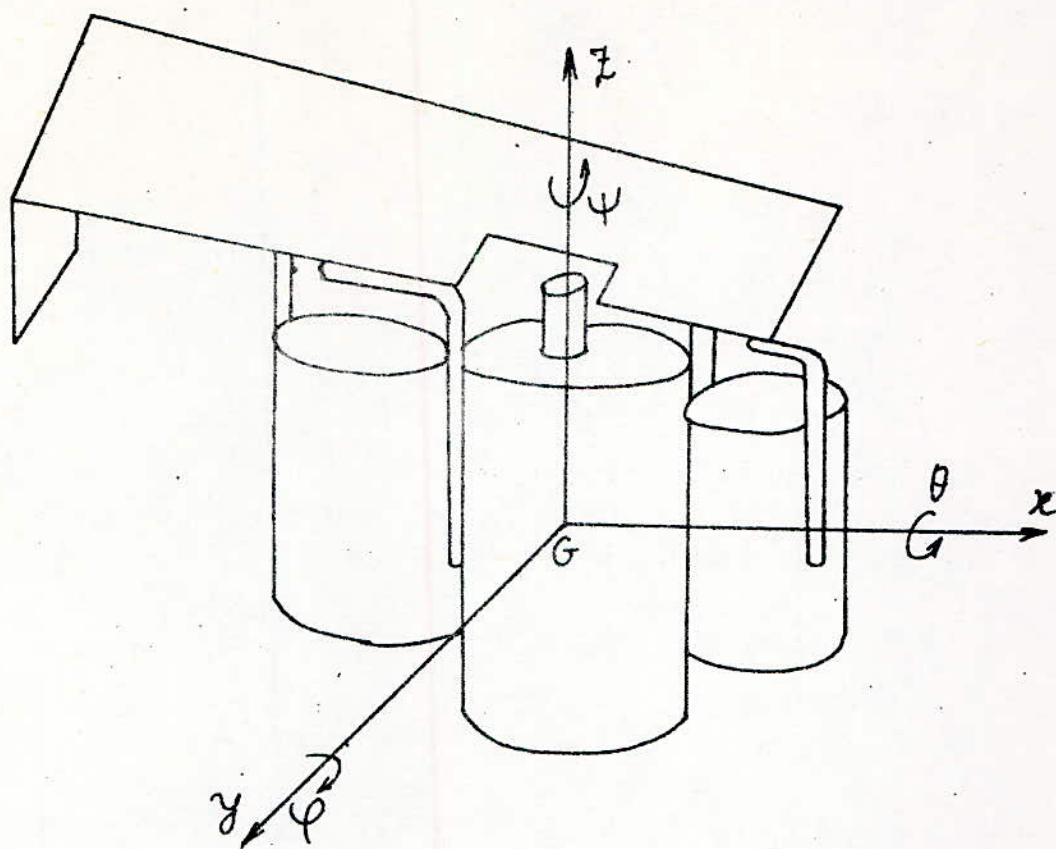


Fig. 2.1.

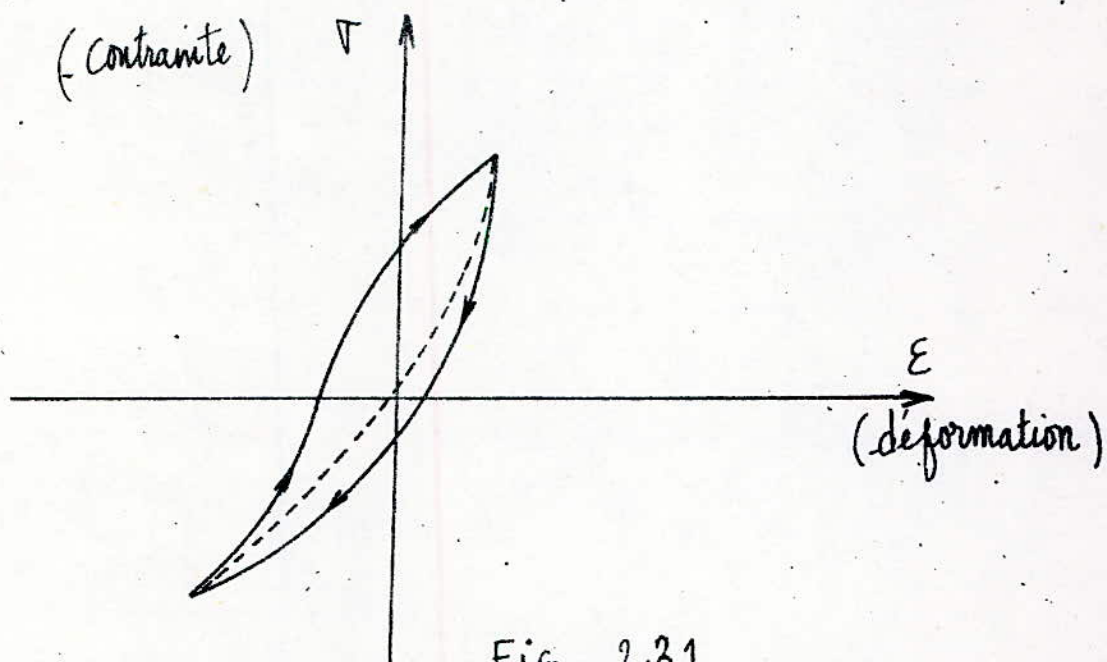


Fig. 2.3.1.

- La possibilité d'amortissement.

## II.2. Excitations de type cinématique produite par chassis.

Le moteur fait vibrer le support quand le vehicule est à l'arrêt; en marche on a superposition des excitations dues aux rugosités de la chaussée.

## II.3. Amortissement adopté au modèle.

### II.3.1. Introduction.

L'amortissement des vibrations pour les corps rigides résulte du frottement interne du matériau, lors des déformations élastiques alternatives. La dépendance entre la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\epsilon$  forme une hysteresis qui explique le retard élastique qui résulte un écart de la loi de Hooke FIG. 2.3.1.

La forme et la grandeur de l'hysteresis résultent des propriétés du matériau déformé et des grandeurs de déformation et aussi les contraintes. [3].

L'aire de l'hysteresis est proportionnelle à la quantité d'énergie perdue par frottement interne du matériau dont elle représente l'amortissement.

Prenons par exemple une poutre encastrée, chargée par une force sinusoïdale  $P \sin \omega t$ . Si la poutre est de section constante, alors la répartition du moment et des contraintes est indiquée dans les figures.

FIG 2.3.2. a ; FIG. 2.3.2. b ; FIG. 2.3.2. c.

On remarque bien pour la même poutre chargée par les forces  $P \sin \omega t$ , on aura l'amortissement



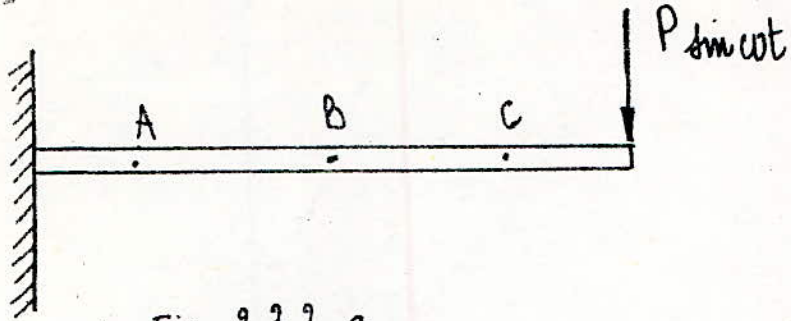


FIG. 2.3.2. a.

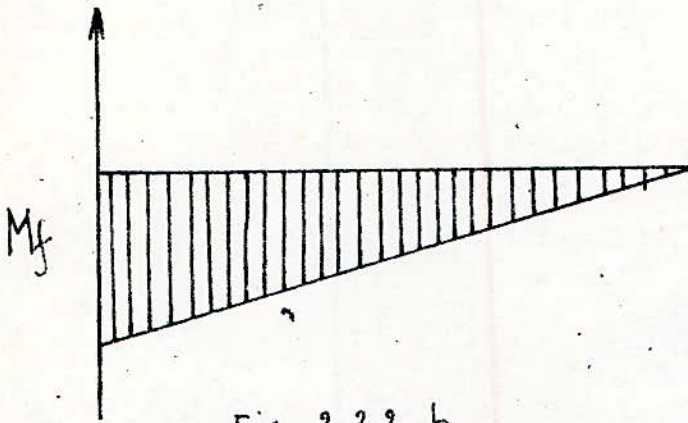


FIG. 2.3.2. b.

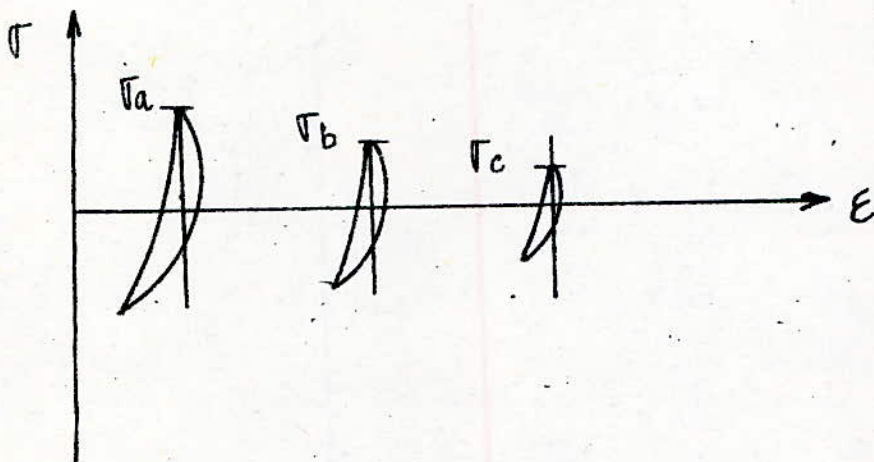


FIG. 2.3.2. c.

variable pour les différents points, les contraintes seront aussi différentes et par conséquent les hysteresis le seront aussi.

### II.3.2. Methode de détermination du coefficient d'amortissement.

Le chercheur BUSEMANN a donné un diagramme présentant les résultats expérimentaux pour le calcul d'amortissement concernant la torsion. [3]

Le phénomène est bien compliqué car le coefficient d'amortissement appelé  $c$  et les contraintes donnent une dépendance non linéaire et en plus elle varie avec les contraintes et le nombre de cycles reçus par l'élément pendant le fonctionnement.

Le diagramme de BUSEMANN présentent les courbes qui expriment l'énergie donnée sous forme de travail exprimé en [dan.cm] perdue par un volume de  $1 \text{ cm}^3$  de la pièce qui dans ce cas de support et cette énergie dépend des contraintes subies  $\tau$  exprimées en [dan/cm<sup>2</sup>]. FIG 2.3.2.d.

La méthode appliquée est une méthode peu précise. on a été obligé à cause du manque d'information de prendre la même quantité d'énergie perdue par frottement interne pour la flexion que pour la torsion.

Pour avoir des valeurs précises, il faut connaître les contraintes dynamiques et ses répartitions.



On aurait pu mesurer expérimentalement ce coefficient d'amortissement interne, mais le problème est vaste et difficile et dépasse le volume de cette thèse.

Le procédé serait de mesurer le décrement logarithmique d'amortissement du support pour chaque degré de liberté. On voit bien que les contraintes dynamiques sont liées directement avec le coefficient d'amortissement interne du matériau du support.

Donc pour une première approximation, on se contentera de la valeur de la contrainte admissible (propriétés mécaniques du matériau) et à partir de cette base, on pourra calculer la valeur du coefficient d'amortissement interne et donc la contrainte dynamique. De cette valeur de la contrainte, on recommence la même procédure et on finira par déterminer un autre coefficient d'amortissement interne, soit une autre approximation de contrainte et ainsi de suite de proche en proche on finira par estimer la valeur de  $C$  et donc la valeur de la contrainte dynamique.

## II.4. Description du mouvement du support.

### II.4.1. Construction du modèle.

Il en sort un modèle très simple qui nous permet la mise en équation de ses paramètres à savoir la rigidité et son amortissement.

## II.42. Mouvement de translation.

Notre système comprend trois mouvements de translation, chacun des mouvements sera illustré comme dans la figure Fig. 2.4.2.

Donc l'ensemble réservoir plus support sera assimilé à une masse suspendue à un ressort et un amortisseur, le ressort de raideur  $K$  sera pour indiquer l'élasticité de l'ensemble et l'amortissement interne  $C$  qui est une caractéristique du matériau avec lequel est fabriqué le support.

La loi fondamentale de la dynamique appliquée au système donne avec les considérations suivantes:

- La masse concentrée au centre de gravité [ II.1.4 ]
- L'amortisseur du support est analogue à un amortisseur visqueux  $F_{\text{amort}} = - C \frac{dx}{dt}$ .
- La force de rappel est  $F_{\text{elast}} = - Kx$
- La force d'excitation est  $F_e = F_0 \sin \omega t$

L'équation générale d'un tel système et pour un mouvement oscillatoire amorti et forcé on a:

Force d'inertie + Force d'amortissement + Force élastique = Force d'excitation.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = F_0 \sin \omega t.$$

en posant  $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$   
 $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ , il vient,

$$m \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t \quad (1)$$



## II.4.3. Mouvement de rotation.

Notre système comprend trois mouvements de rotation  
chaqu'un des mouvements sera illustré par la figure

Fig. 2.4.3.

L'ensemble support et bouteilles d'air possède une raideur  $K_\varphi$  qui explique l'élasticité torsionnelle du support et un amortissement interne défini par un coefficient  $C'_\varphi$  qui est une caractéristique du matériau du support.

Le principe d'inertie appliqué à un corps en rotation donne  $C = I \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ .

ou  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  (accélération angulaire).

- Le couple élastique du ressort est  $C = -K_\varphi \varphi$ .

- Le couple résistant dû à l'amortissement est

$$C = -C'_\varphi \frac{d\varphi}{dt}$$

- Le couple de torsion  $C$ .

L'équation générale d'un tel système et pour un mouvement oscillatoire amorti et forcé est donnée par:

$C_{\text{inertie}} + C_{\text{amortissement}} + C_{\text{élastique}} = C_{\text{de torsion}}$

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + C'_\varphi \frac{d\varphi}{dt} + K_\varphi \varphi = C_{\text{tr}} \sin \omega_0 t$$

si on pose  $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$   
 $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$ , il vient,

$$I \ddot{\varphi} + C'_\varphi \dot{\varphi} + K_\varphi \varphi = C_{\text{tr}} \sin \omega_0 t \quad (2)$$

Tous les paramètres nécessaires pour l'établissement des équations de mouvement seront calculés plus loin [1]

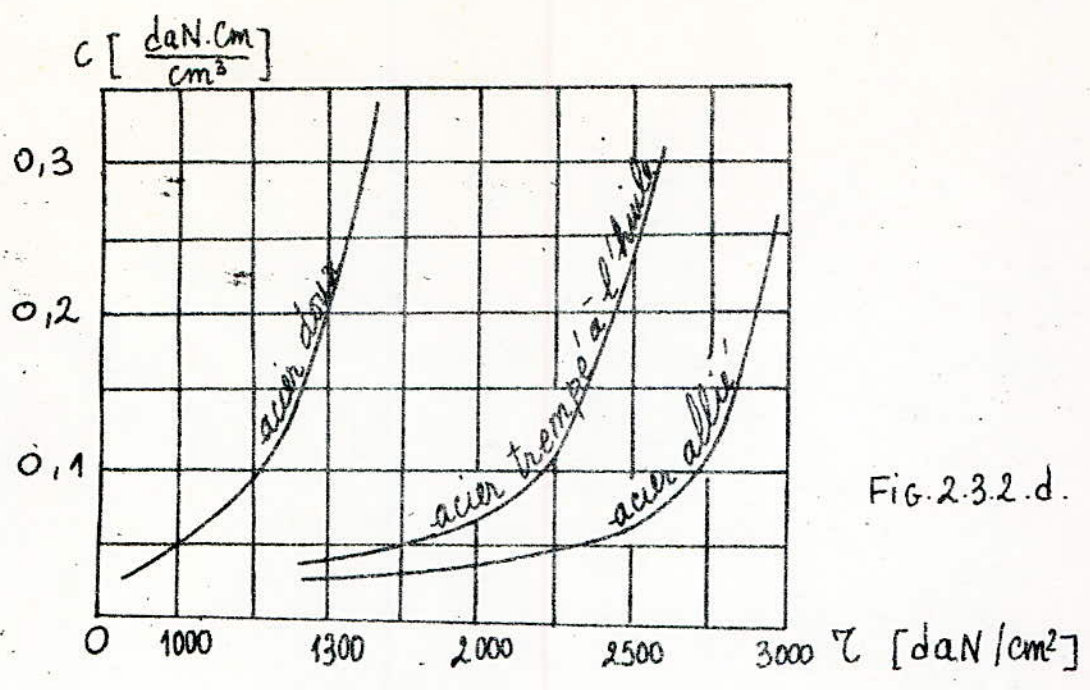


FIG. 2.3.2.d.

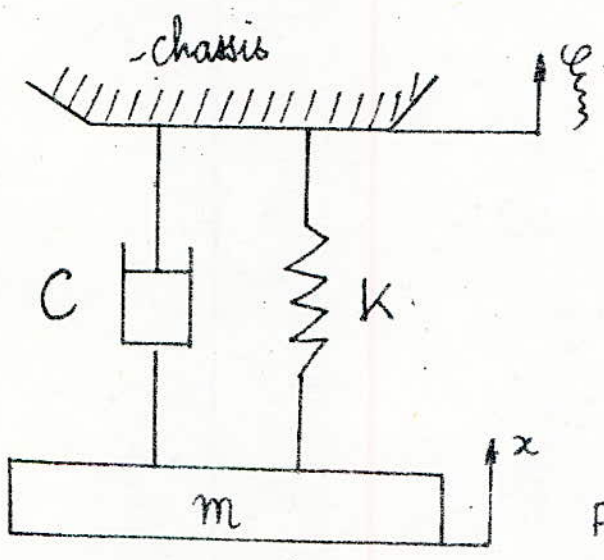


FIG. 2.4.2.

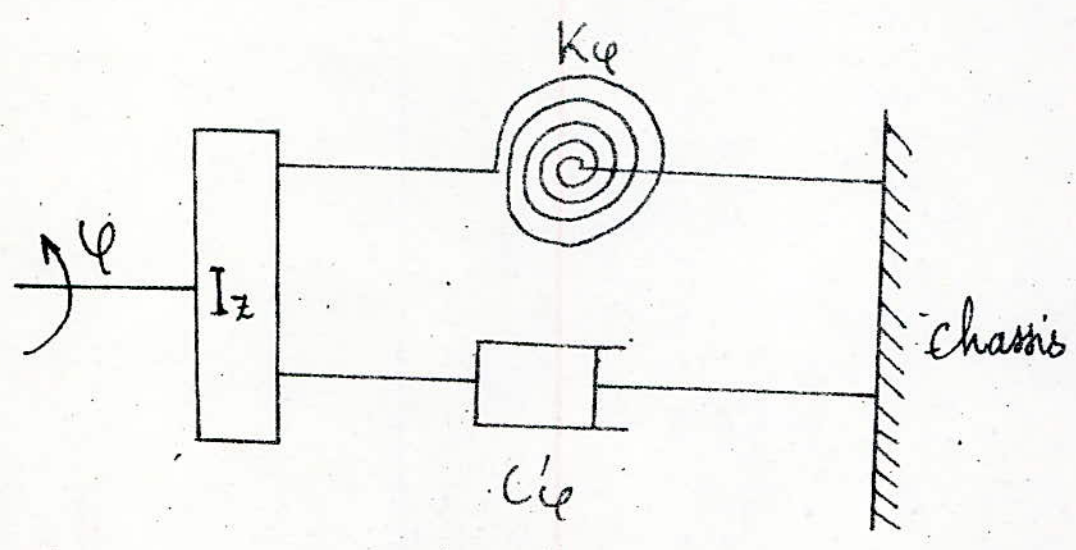


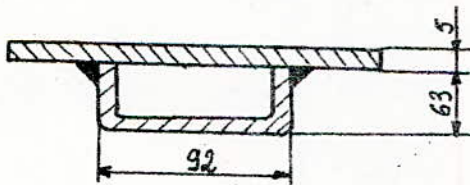
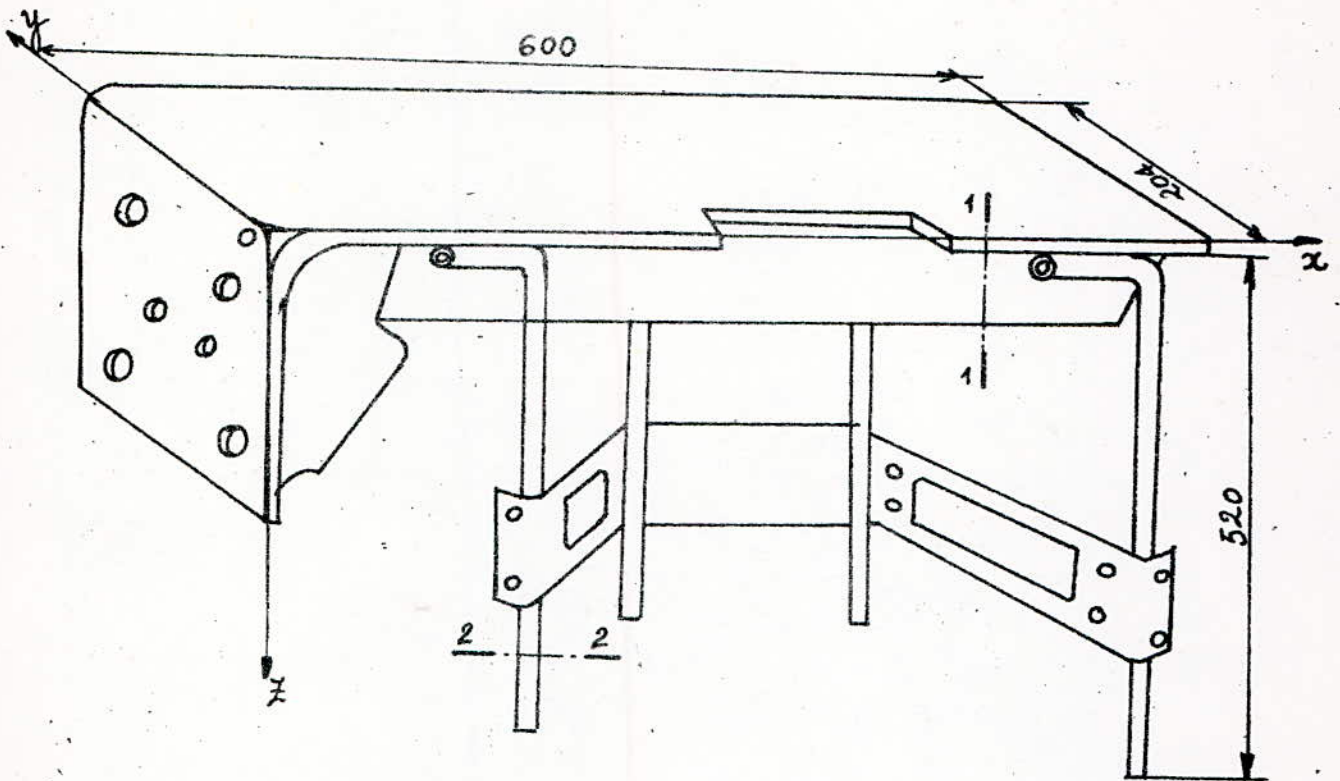
FIG. 2.4.3.



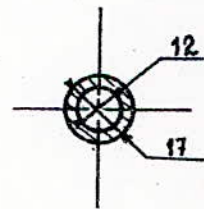
### III METHODE DE CALCUL

#### III.1. Calcul du centre de gravité.

#### III.1.1. Dimension du support.



Coupe 1.1

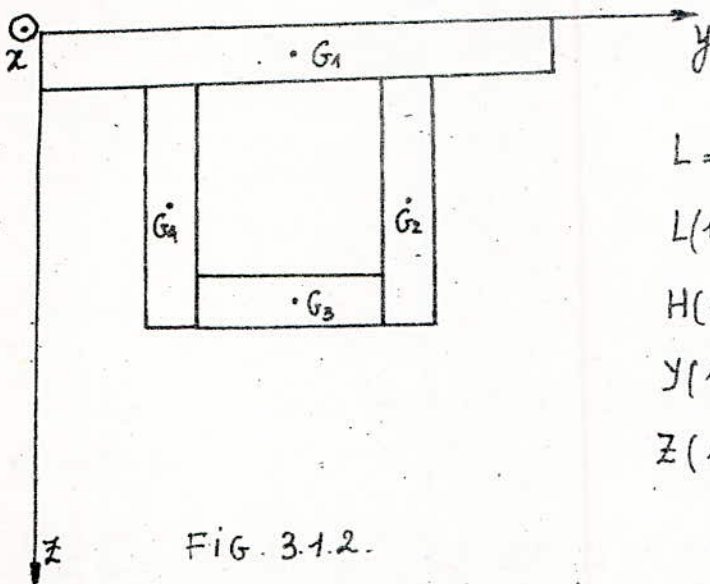


Coupe 2.2

Fig 3.1.1.

### III.1.2. Calcul du centre de gravité de la poutre 1.

La figure ci-dessous représente la vue de face de la poutre 1 dans le plan YOZ. L représente la longueur de celle-ci. La poutre sera divisée en quatre plaques.



$$L = 600 \text{ mm}$$

$$L(1, J_0) = 204, 5, 82, 5$$

$$H(1, J_0) = 5, 63, 5, 63$$

$$Y(1, J_0) = 102, 145, 5, 102, 58, 5$$

$$Z(1, J_0) = 2, 5, 36, 5, 65, 5, 36, 5$$

FIG. 3.1.2.

ou  $G_1, G_2, G_3, G_4$  : représentent les centres de gravités des plaques

$L(1, J_0)$  : " les largeurs " "

$H(1, J_0)$  : " les hauteurs " "

$Y(1, J_0)$  : " les abscisses " "

$Z(1, J_0)$  : " les ordonnées " "

$S(1, J_0)$  : " les surfaces " "

Selon  $y$  le centre de gravité sera donné par la formule suivante :

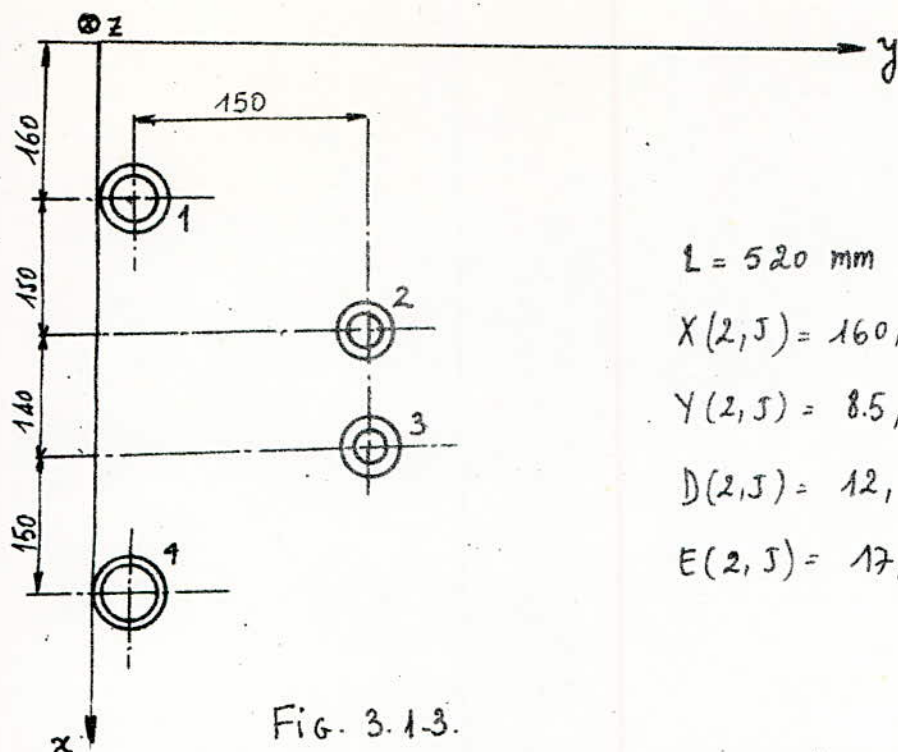
$$y = \frac{\sum Y(1, J_0) \cdot S(1, J_0)}{\sum S(1, J_0)}$$

Selon  $z$  le centre de gravité sera donné par la formule suivante :

$$z = \frac{\sum Z(1, J_0) \cdot S(1, J_0)}{\sum S(1, J_0)}$$

La figure 3.1.3. représentera la poutre 2 dans la vue de dessus ; le plan XOY.





$$L = 520 \text{ mm}$$

$$X(2, J) = 160, 130, 450, 600$$

$$Y(2, J) = 8.5, 158.5, 158.5, 8.5$$

$$D(2, J) = 12, 12, 12, 12$$

$$E(2, J) = 17, 17, 17, 17$$

Fig. 3.1.3.

ou  $D(2, J)$  : représentent les diamètres intérieurs

$E(2, J)$  : " " extérieurs

Dans ce plan  $xoy$ , on opère de la même manière

selon  $x$  : 
$$x' = \frac{\sum x(2, J) \cdot S(2, J)}{\sum S(2, J)}$$

selon  $y$  : 
$$y' = \frac{\sum y(2, J) \cdot S(2, J)}{\sum S(2, J)}$$

$M_0$  et  $M_2$  sont respectivement les masses des parties 1 et 2.

Le centre de gravité' du support a les coordonnées :

$$X_s = x'_s$$

$$Y_s = (y \cdot M_0 + y' \cdot M_2) / (M_0 + M_2)$$

$$Z_s = z$$

### III.3. Calcul du centre de gravité du support plus le réservoir d'air.

Pour cela on n'a qu'à chercher les coordonnées du centre de gravité' des bouteilles et du filtre à air ; qui sont assimilés à des cylindres creux avec leurs fonds et couvercles à des cylindres pleins. Fig. 3.1.4.

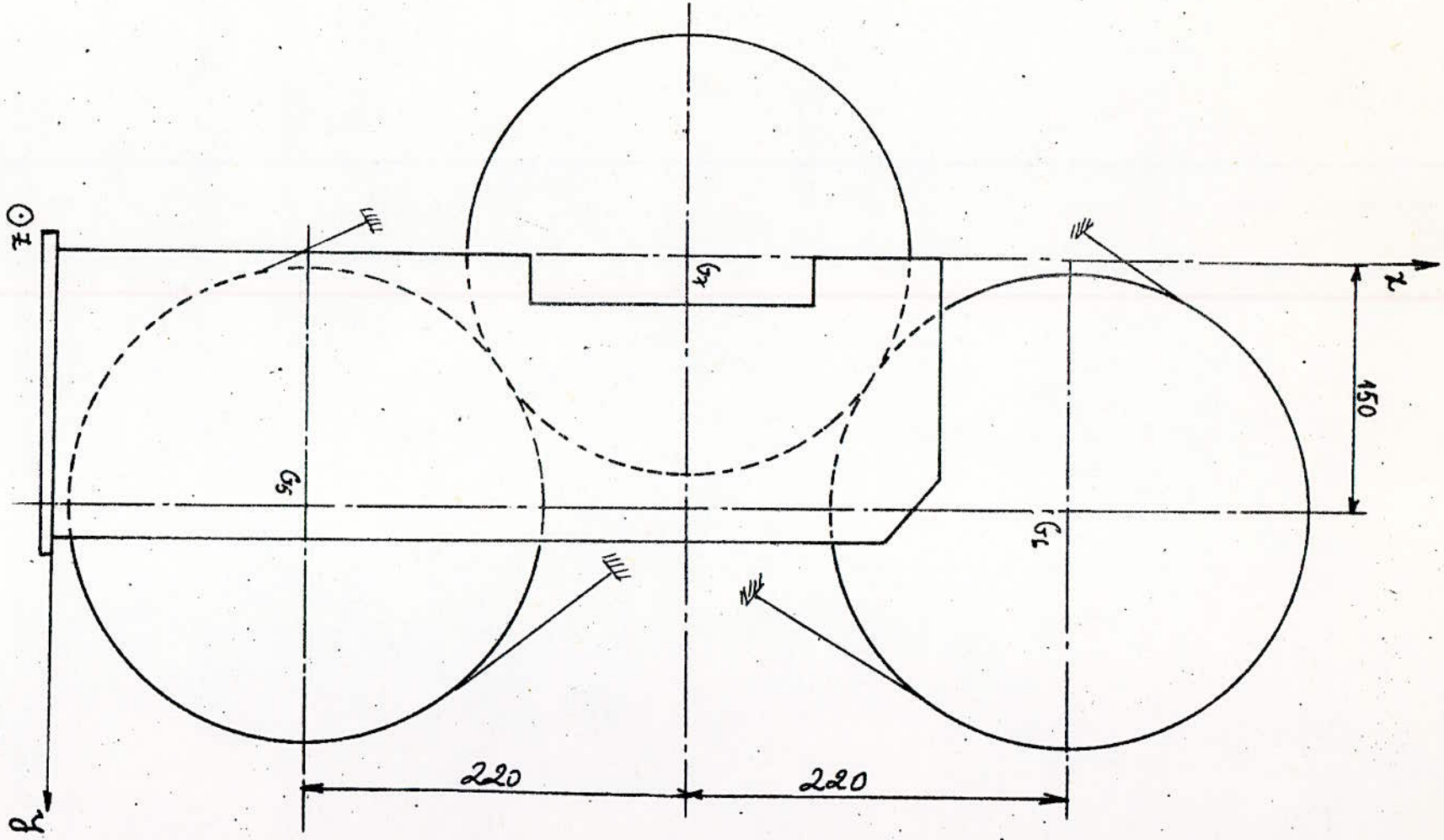


FIG. 3.14.



La figure 3.14. représente la vue de dessus des bouteilles et du filtre à air.

Les abscisses, les ordonnées, le diamètre intérieur, le diamètre extérieur et la hauteur des bouteilles et du filtre à air qui sont assimilés à des cylindres creux sont respectivement :

$$Y(2, j) = 150, 150, 54.$$

$$X(2, j) = 160, 600, 380.$$

$$D(2, j) = 294, 294, 297.$$

$$E(2, j) = 300, 300, 300.$$

$$H(2, j) = 450, 450, 550.$$

Les abscisses, les ordonnées, les diamètres et hauteurs des fonds et couvercles qui sont assimilés à des cylindres pleins sont respectivement :

$$Y(3, j) = 150, 150, 150, 150, 54, 54.$$

$$X(3, j) = 160, 160, 600, 600, 380, 380.$$

$$D(3, j) = 294, 294, 294, 294, 297, 297.$$

$$H(3, j) = 3, 3, 3, 3, 1.5, 1.5.$$

Les centres de gravité sont :

$$A_1 = \frac{\sum X(2, j) \cdot S(2, j)}{\sum S(2, j)}$$

$$B_1 = \frac{\sum Y(2, j) \cdot S(2, j)}{\sum S(2, j)}, \text{ masse } M_1.$$

$$A_3 = \frac{\sum X(3, j) \cdot S(3, j)}{\sum S(3, j)}$$

$$B_3 = \frac{\sum Y(3, j) \cdot S(3, j)}{\sum S(3, j)}, \text{ masse } M_3.$$

Les coordonnées du centre de gravité du support plus le réservoir d'air sont :

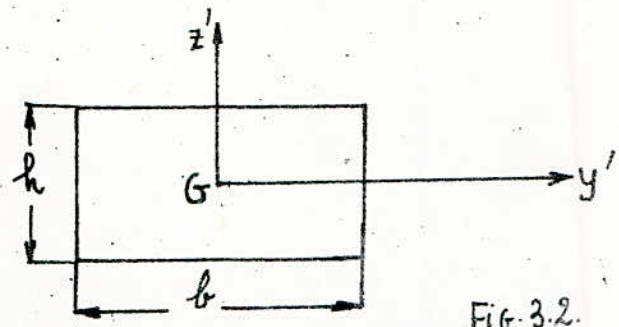
$$X_G = (0,3.M_0 + A_1 M_1 + A_2 M_2 + A_3 M_3) / (M_0 + M_1 + M_2 + M_3).$$

$$Y_G = (A_0 M_0 + B_1 M_1 + B_2 M_2 + B_3 M_3) / (M_0 + M_1 + M_2 + M_3).$$

$$Z_G = (B_0 M_0 + 0,26 (M_1 + M_2 + M_3)) / (M_0 + M_1 + M_2 + M_3).$$

### III.2. Calcul du moment d'inertie quadratique.

À titre d'indication, le moment d'inertie quadratique pour une section rectangulaire est :



$$I_{y'} = \frac{1}{12} b h^3.$$

$$I_{z'} = \frac{1}{12} h b^3.$$

Fig. 3.2.

### III.2.1. Poutre 1.

Dans le plan  $yoz$ , la poutre est un ensemble de plaques de forme parallélépipédique.

Pour une section dont le C.D.G. n'est pas enfoncé avec l'origine du repère

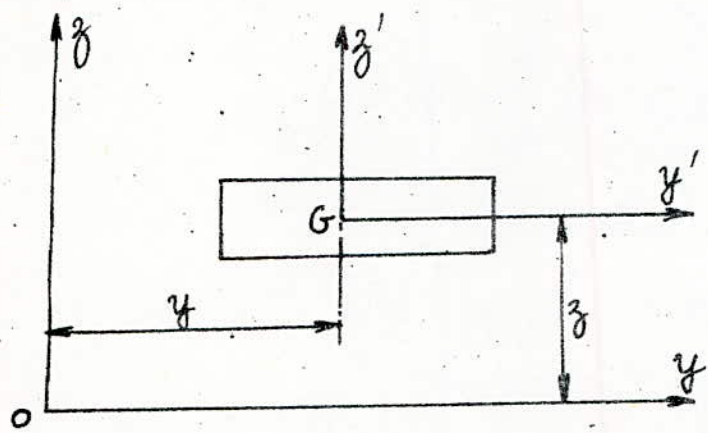


Fig. 3.2.1.



On applique le théorème de Huygens.

$$I_{y_i} = I'_{y_i} + y_i^2 b_i h_i.$$

$$I_{z_i} = I'_{z_i} + z_i^2 b_i h_i.$$

Si on a plusieurs plaques, le moment d'inertie global serait la somme des moments d'inertie partiels.

$$I_y = \sum I_{y_i} \quad ; \quad I_z = \sum I_{z_i}.$$

### III.22. Poutre 2.

Dans le plan  $xoy$ , la poutre est un ensemble de tubes. Pour une section dont le C.D.G. n'est pas confondu avec l'origine du repère.

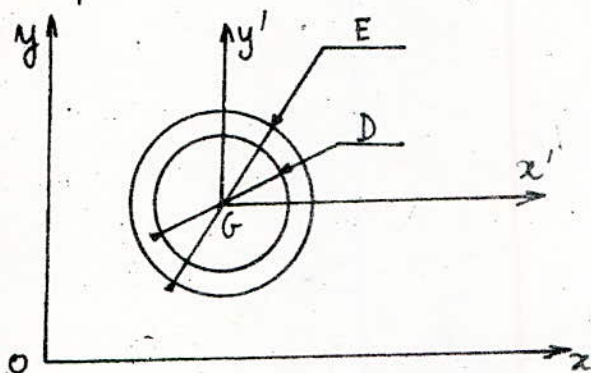


FIG. N° 3.2.2.

Le moment d'inertie quadratique d'une couronne est :

$$I_{x_i} = \frac{D}{64} (E_i^4 - D_i^4) + \frac{D}{4} (E_i^2 - D_i^2) \cdot x_i^2 \quad (3).$$

$$I_{y_i} = \frac{D}{64} (E_i^4 - D_i^4) + \frac{D}{4} (E_i^2 - D_i^2) \cdot y_i^2 \quad (4).$$

Le moment d'inertie global est :

$$I_x = \sum I_{x_i} \quad ; \quad I_y = \sum I_{y_i}.$$

Pour les cylindres pleins, il suffit de remplacer dans les formules (3) et (4)  $D$  par la valeur zéro.

### III.3. Calcul des raideurs.

Le modèle du système se présentera sous forme de la masse réduite attaché au châssis (voir II.1.4).

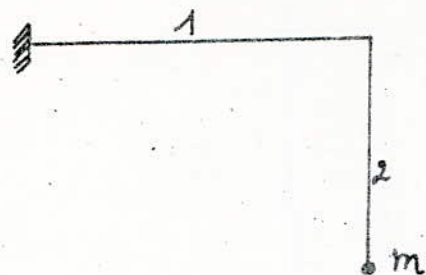


Fig. N° 3.3.

Le mouvement vibratoire de la masse provoque les déformations des poutres 1 et 2, soit par force, soit par moment de flexion ou moment de torsion.

#### III.3.1. Rigidités dues à la force de flexion.

On définit les rigidités de translation ( $K_x, K_y, K_z$ ) comme étant la constante de proportionnalité entre le déplacement et la force.

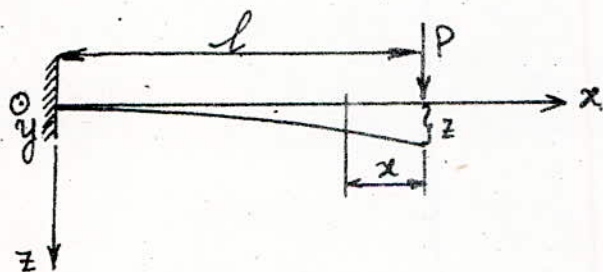


Fig N° 3.3.1.

Le moment de flexion en toute section est :  $M(x) = P(l-x)$ .

La déformée de la poutre est  $\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI_y}$ .

Une première intégration donne :

$$EI_y \frac{dz}{dx} = -\frac{P}{2} (l-x)^2 + C_1 \quad (5)$$

une deuxième intégration

$$EI_y z(x) = \frac{P}{6} (l-x)^3 + C_1 x + C_2$$



Les conditions initiales et les conditions aux limites :

1)  $x=0 \quad y=0 \quad (6) \Rightarrow C_1 = \frac{Pl^2}{2}$

2)  $x=0 \quad y'=0 \quad (5) \Rightarrow C_2 = -\frac{Pl^3}{6}$

en remplaçant  $C_1$  et  $C_2$  par leur valeur dans les expressions (5) et (6) on obtient la flèche.

$f_m = \frac{Pl^3}{8EJ_y}$   
et la rotation  $\theta = \dot{z} = \frac{Pl^2}{2EJ_y}$

### III.3.2. Rigidités dues au moment fléchissant.

La rigidité est la constante de proportionnalité entre le moment fléchissant par l'angle de rotation  $\alpha$ .

$M = K_\alpha \cdot \alpha$

$\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{M(\alpha)}{EJ_y} \quad ; \quad \frac{dz}{dx} = \frac{-M(\alpha) \cdot x}{EJ_y} + C$

avec la condition  $x=0 \quad ; \quad \dot{z}=0$

$\alpha = \dot{z} = \frac{Mx}{EJ_y}$

pour  $x=l \quad ; \quad \alpha = \frac{-Ml}{EJ}$

### III.3.3. Rigidités dues au moment de torsion.

La rigidité est la constante de proportionnalité entre le moment de torsion par l'angle  $\theta$ .

$M_\theta = K_\theta \cdot \theta \quad ; \quad \text{le moment de torsion } M_t = \frac{G I_0 \theta}{l}$

ou  $G = \frac{2}{5} E \quad ; \quad E$ : module d'élasticité de YOUNG.

et  $I_0 = I_x + I_y$  moment polaire.

### III.3.4. Rigidités de la poutre 1. fig. 3.3.

- translation:

$$K_{1x} = 0 \quad (\text{poutre liée suivant la direction } x'x)$$

$$K_{1y} = \frac{3EJ_{1z}}{l_1^3}$$

$$K_{1z} = \frac{3EJ_{1y}}{l_1^3}$$

- Rotation liée au moment de flexion.

$$K_{1\varphi} = \frac{EJ_{1y}}{l_1}$$

$$K_{1\psi} = \frac{EJ_{1z}}{l_1}$$

- Rotation liée au moment de torsion.

$$K_{1\theta} = \frac{2EJ_0}{5l_1}$$

### III.3.5. Rigidités de la poutre 2. fig. 3.3.

- translation

$$K_{2x} = \frac{3EJ_{2y}}{l_2^3}$$

$$K_{2y} = \frac{3EJ_{2z}}{l_2^3}$$

$$K_{2z} = 0 \quad (\text{poutre liée suivant la direction } z'z)$$

- Rotation due au moment de flexion.

$$K_{2\varphi} = \frac{EJ_{2y}}{l_2}$$

$$K_{2\theta} = \frac{EJ_{2z}}{l_2}$$

- Rotation due au moment de torsion.

$$K_{2\psi} = \frac{GI_0}{l_2}$$

### III.3.6. Rigidités de l'ensemble.

a) Déformation dans la direction  $x$ .



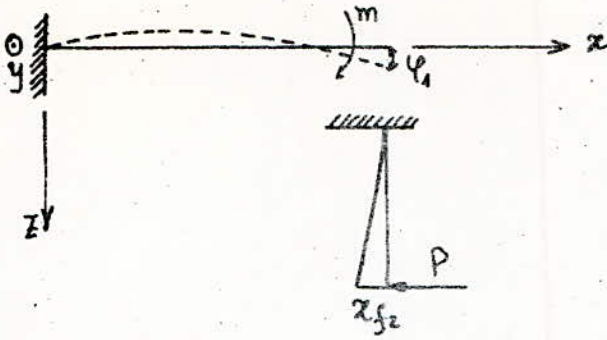


Fig. 3.3.6.

la déformation totale  $x = x_{fp} + x_c + x_{fm}$

- ou  $x_{fp}$ : déformation obtenue par flexion par force ( $x_{fp} = \frac{P}{K}$ )  
 $x_c$ : " " " " compression ( $K_c = 0$ , hypothèse)  
 $x_{fm}$ : " " " " flexion par moment ( $x_f = \frac{M \cdot l}{K}$ )

$$\frac{P}{Kx} = \frac{P}{Kx_2} + \frac{P \cdot l_1 \cdot l_2}{K\varphi_1}$$

b) Déformation dans la direction y.

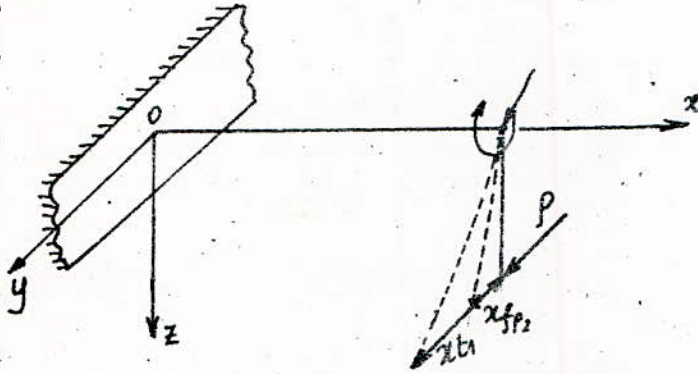


Fig. 3.3.7.

$y = y_{fp} + y_{ft}$  ou  $y_{fp}$ : flexion par force ( $y_f = \frac{P}{K}$ )  
 $y_{ft}$ : " " " " moment ( $y_t = \theta \cdot l_2 = \frac{M \cdot l_2}{K\theta}$ )

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{K_{y2}} + \frac{l_1 \cdot l_2}{K\theta_1}$$

c) déformation dans la direction z.

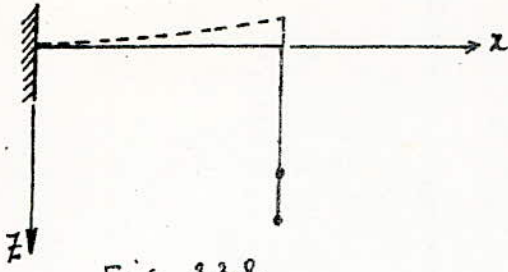


FIG. 3.3.8.

$\xi = \xi_{fp} + \xi_c$  ou  $\xi_{fp}$ : déformation obtenue par flexion par force  
 $\xi_c$ : compression ( $\xi_c = 0$  par hypothèse)

d) Rotation autour de z

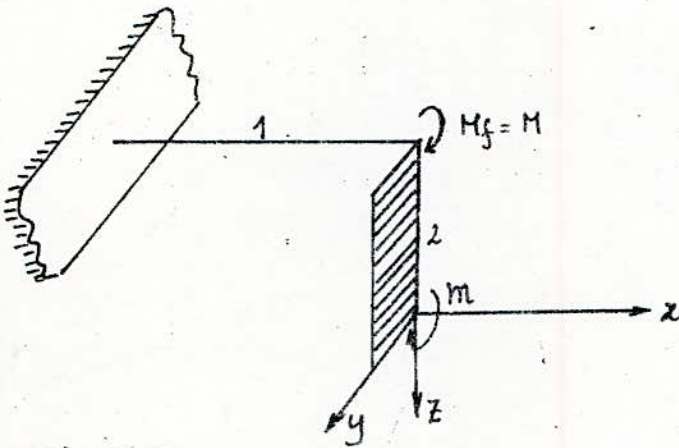


FIG. 3.3.9.

$\theta = \theta_1 + \theta_2$   $\theta_1$ : angle de torsion de la poutre 1.  
 $\theta_2$ : " de flexion par moment de la poutre 2.

$$\frac{1}{K_\theta} = \frac{1}{K\theta_1} + \frac{1}{K\theta_2}$$

e) Rotation autour de y.

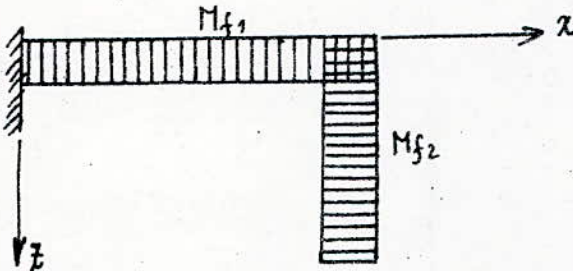


FIG. 3.3.10.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$\varphi_1$ : angle de flexion par moment de la poutre 1.

$\varphi_2$ : " " " " " " " " 2.



$$\frac{1}{K_{\varphi}} = \frac{1}{K_{\varphi_1}} + \frac{1}{K_{\varphi_2}}$$

f) Rotation autour de z.

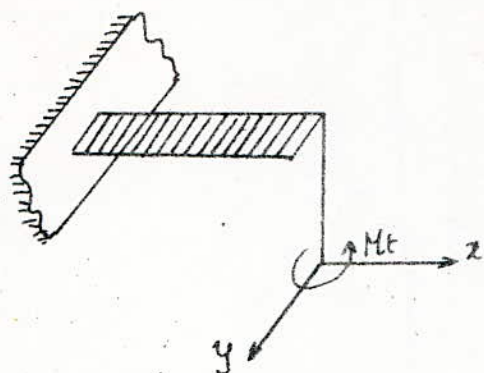


FIG. 3.3.11.

$\varphi_1$ : angle de flexion par  $M_f$  de 1.

$\varphi_2$ : " " torsion "  $M_t$  - 2.

$$\frac{1}{K_{\varphi}} = \frac{1}{K_{\varphi_1}} + \frac{1}{K_{\varphi_2}}$$

### III.4. Calcul du coefficient d'amortissement.

Afin de déterminer le coefficient de frottement interne relatif au déplacement du support, nous admettons les hypothèses suivantes: La même quantité d'énergie sera perdue pour tous les types de contraintes (flexion, torsion). Par ailleurs nous prendrons la même valeur pour la translation et la rotation.

L'expression donnant le coefficient d'amortissement interne

$$C' = CV / 16 f_{md}^2 V \quad [3]$$

C: Valeur lue sur le diagramme.

V: Volume du support.

$f_{md}$ : flèche moyenne dynamique.

V: fréquence du châssis.

- C = 0,15 correspondant sur le diagramme de BUSEMANN à  $1625 \text{ daN/cm}^2$ .

-  $f_{md}$ : D'après les observations faites sur le mouvement du support, nous avons estimé la flèche entre (1 et 3 mm) alors on a pris comme moyenne  $f_{md} = 2 \text{ mm}$

- fréquence d'excitation  $\nu$ .

Nous admettons que seul le groupe moto-propulseur du camion qui excite le support et avec une seule fréquence; la vitesse moyenne de rotation de ce dernier étant de 2000 à 2500 tr/min).

Nous supposons qu'un tour du moteur correspond à un cycle du mouvement vibratoire du support; ainsi la fréquence  $\nu$  est:

$$\nu = \frac{N.m}{60} = \frac{2000}{60} = 33,3 \text{ Hz.}$$

- Volume:

Il serait inutile de poser les formules ici; on verra le calcul dans la partie programmation.



### III.5. Calcul des éléments d'inertie.

#### III.5.1. Généralités.

D'une façon générale, on appelle moment d'inertie massique d'un corps par rapport à un axe une grandeur qui mesure l'inertie de rotation par rapport à cet axe.

Mathématiquement on définit le moment d'inertie autour d'un axe, comme étant la somme des produits des masses élémentaires par les carrés de leur distance à cet axe.

Les moments d'inertie du support par rapport aux axes  $Ox, Oy, Oz$  sont :

$$I_x = \int_m (y^2 + z^2) dm = \iiint \rho (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

$$I_y = \int_m (x^2 + z^2) dm = \iiint \rho (x^2 + z^2) dx dy dz.$$

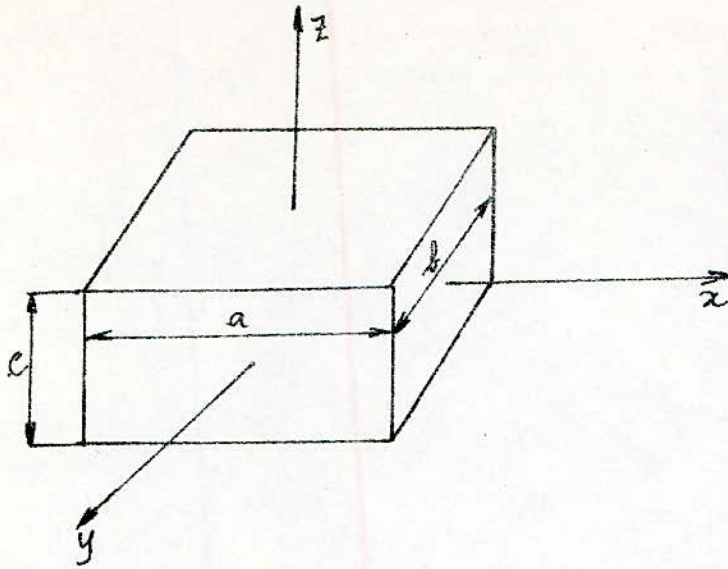
$$I_z = \int_m (x^2 + y^2) dm = \iiint \rho (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

ou  $m, \rho, v = (dx dy dz)$  sont respectivement la masse, la densité et le volume du corps (ensemble support réservoir d'air et filtre à air) et  $x, y$  et  $z$  les coordonnées des particules élémentaires du volume  $dv$  et de la masse du corps.

#### III.5.2. Rappels.

Il est nécessaire quand même de donner quelques formules du moment d'inertie des formes usuelles ; d'autant plus que le support réel sera présenté sous forme d'un corps composé de ces formes usuelles.

- parallélépipède.

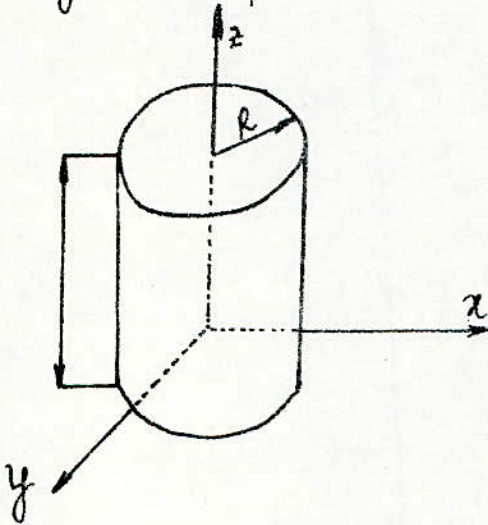


$$I_x = \frac{m}{12} (b^2 + c^2)$$

$$I_y = \frac{m}{12} (a^2 + c^2)$$

$$I_z = \frac{m}{12} (a^2 + b^2)$$

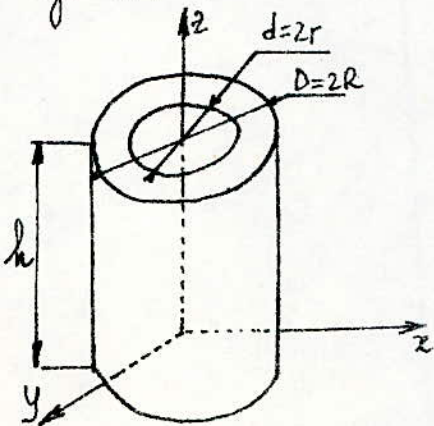
- cylindre plein



$$I_z = \frac{1}{2} m R^2$$

$$I_x = I_y = \frac{m}{16} \left( D^2 + \frac{4}{3} h^2 \right)$$

- cylindre creux.



$$I_z = \frac{m}{2} (R^2 + r^2)$$

$$I_x = I_y = \frac{m}{4} \left( R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3} \right)$$



Pour le calcul, on procède de la même manière que pour le moment d'inertie quadratique.

$$I_x = \sum I_{x_i} + \sum m_i d_{x_i}^2.$$

$$I_y = \sum I_{y_i} + \sum m_i d_{y_i}^2.$$

$$I_z = \sum I_{z_i} + \sum m_i d_{z_i}^2.$$

$I_{x_i}, I_{y_i}, I_{z_i}, m_i, d_{x_i}, d_{y_i}, d_{z_i}$  sont respectivement les moments d'inertie massique des éléments, leurs masses ainsi que les distances de leur centre de gravité au repère choisi  $(0, x, y, z)$

### III.6. Résolution mathématique.

Pour définir le mouvement du support suivant ses degrés de liberté, il suffit de résoudre les équations différentielles déjà établies.

En réalité le mouvement du support est bien compliqué, car pour être en conformité avec la réalité, il faudrait tenir compte du couplage existant entre les degrés de liberté.

Prenons l'exemple du support.

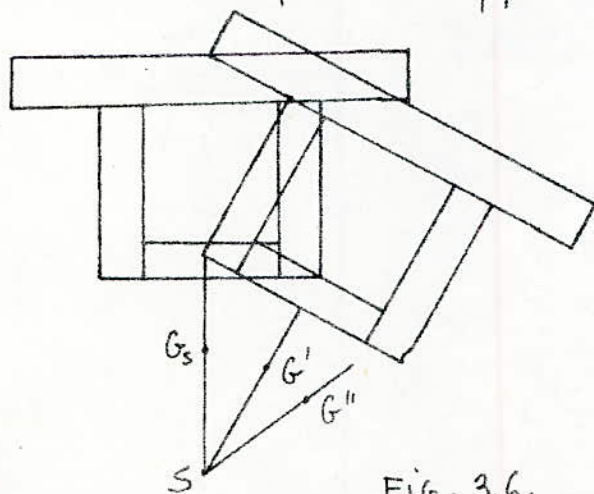


FIG. 3.6.

On remarque que pour une translation du centre de gravité de  $G_s$  en  $G'$  suivant le déplacement  $\overline{G_s G'}$ . La rotation autour de  $G_x$  le fait déplacer en  $G''$  suivant l'arc  $G'G''$  d'angle  $\theta$ . L'action du mouvement  $M_1$  fait déplacer le centre de gravité de  $G''$  à  $G'''$  suivant l'arc  $\overline{G''G'''}$  d'angle  $\psi$ .

Le même phénomène se produit pour les autres plans ; - alors si on prend en considération tous ces couplages, le système d'équation devient très compliqué (il sera non linéaire). Pour éviter ces complexités nous admettons que le mouvement suivant les degrés de liberté est mutuellement indépendant.

À la suite de cette simplification, nous aurons à résoudre six équations indépendantes ; pour déterminer le mouvement résultant, il faut faire une superposition de ces mouvements.

### III.6.1. Modèle mathématique du support.

En connaissant les paramètres caractéristiques du support (inertie, rigidité, amortissement...) et en sachant que les excitations du support sont dues au mouvement du châssis auquel il est attaché. Voir fig. 2.4.2.

La masse  $m$  qui représente l'ensemble du support plus le réservoir d'air et filtre à air est attaché au châssis par un ressort et un amortisseur (représentant la rigidité et l'amortissement interne du matériau)

Ceci étant décrit par l'équation suivante.



$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = m\ddot{\xi}$$

L'excitation du chassis est supposé harmonique, son mouvement vibratoire aussi; son déplacement est caractérisé par:

$$\xi = a \cos Vt.$$

où  $V$ : fréquence de vibration du chassis.

en posant  $\frac{C}{m} = 2h$ .

$$\frac{K}{m} = \omega^2.$$

on obtient:  $\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega^2 x = aV^2 \cos Vt.$

où  $\omega^2$ : fréquence propre angulaire des vibrations libres de période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

Le modèle est établi pour une translation (voir paragraphe 2.4.2. figure 2.4.2.).

Pour une rotation (voir paragraphe 2.4.3. figure 2.4.3), on aura le même module avec un autre facteur d'inertie, le modèle est de la forme:

$$\ddot{\theta} + 2h\dot{\theta} + \omega^2 \theta = aV^2 \cos Vt.$$

avec dans ce cas  $\frac{C}{I} = 2h$ ;  $\omega^2 = \frac{K}{I}$

La résolution de cette équation différentielle admet pour solution:

$$x = D e^{-ht} \cos(\lambda t + \alpha) + \frac{a \frac{V^2}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{\omega^2}\right)^2 + 4 \frac{h^2}{\omega^2} \frac{V^2}{\omega^2}}} \cos(Vt - \varphi).$$

avec  $\lambda$ : fréquence propre angulaire des vibrations amorties

De  $e^{-ht} \cos(\omega t + \phi)$  : expression représentant les vibrations libres, on voit bien que ce terme disparaît pour  $t$  grand, cela signifie que ces vibrations disparaissent après ce temps  $t$ .

Il reste finalement le terme :

$$a \frac{V^2}{\omega^2} \cos(\omega t - \phi)$$

$$\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{\omega^2}\right) + \frac{4h^2}{\omega^2} \frac{V^2}{\omega^2}}$$

Ce terme donne l'expression des vibrations dues au châssis, leur amplitude est :

$$x_0 = a \frac{V^2/\omega^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{\omega^2}\right) + \frac{4h^2}{\omega^2} \frac{V^2}{\omega^2}}}$$

### III.6.2. Fréquences propres du système.

#### III.6.2.1. Mouvement de translation.

$$\omega^2 = \frac{K_x}{m} ; \quad \omega = \sqrt{\frac{K_x}{m}} = 2\pi f ;$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{m}}$$

#### III.6.2.2. Mouvement de rotation.

$$\omega_x^2 = \frac{K_\theta}{I} , \quad \omega = \sqrt{\frac{K_\theta}{I}} = 2\pi f ;$$

$$f^* = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_\theta}{I}}$$



### III 6.3. Coefficients d'amplifications.

#### III 6.3.1. Mouvement de translation.

Le coefficient d'amplification c'est le rapport des amplitudes de l'élément excité par l'élément excitant.

$$\mu = \frac{z}{a}$$

Pour le calcul de ce coefficient, nous nous placerons dans le cas critique, c'est à dire à la résonance  $\nu \equiv \omega$ .

Si  $\mu > 1$  signifie que les déformations excitées sont supérieures à celle de l'excitation et par conséquent les contraintes seront aussi plus grandes.

$$\text{soit donc } \mu = \frac{1}{\frac{2h}{\omega}} = \frac{\omega}{2h}$$

$$2h = \frac{c}{m} ; \quad \omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\mu = \frac{\sqrt{m k}}{c}$$

#### III 6.3.2. Mouvement de rotation.

Pour la rotation au lieu de la masse on fait intervenir le moment d'inertie.

$$\mu^* = \frac{\omega}{2h} \quad \text{et donc } \mu^* = \frac{\sqrt{k \cdot I}}{c}$$

### III.7.1. Déplacement du châssis.

Le déplacement du châssis a été estimé pour les trois translations  $\tilde{x}$ ,

$$x_{\text{chassis}} = y_{\text{chassis}} = z_{\text{chassis}} = 0,1 \text{ mm.}$$

### III.7.2. Rotation du châssis.

La rotation du châssis a été estimée pour les trois mouvements de rotation  $\tilde{\alpha}$ ,

$$\theta_{\text{chassis}} = \varphi_{\text{chassis}} = \psi_{\text{chassis}} = 0,02 \text{ radian.}$$

soit  $(1,15^\circ)$ .

### III.7.3. Déplacements totaux.

La masse réduite  $\tilde{x}$  son centre de gravité peud au bout de la 2<sup>e</sup> poutre (voir fig. 3.3.) qui est soudée verticalement par rapport à la première fixée au châssis.

Une force ou un moment agissant sur cette masse la fait déplacer dans l'un des sens de translation.

$$X_{\text{total}} = X_{\text{chassis}} \times \mu_x.$$

$$Y_{\text{total}} = Y_{\text{chassis}} \times \mu_y.$$

$$Z_{\text{total}} = Z_{\text{chassis}} \times \mu_z.$$

Donc le déplacement total est égal au produit du déplacement du châssis par l'amplification.

### III.7.4. Rotations totales.

Une force ou un moment agissant sur cette masse (voir fig. 3.3.) la fait tourner dans l'un des trois sens de rotation.



$$\varphi_{\text{totale}} = \varphi_{\text{chassis}} \times \mu_{\varphi}$$

$$\dot{\varphi}_{\text{totale}} = \dot{\varphi}_{\text{chassis}} \times \mu_{\dot{\varphi}}$$

$$\theta_{\text{totale}} = \theta_{\text{chassis}} \times \mu_{\theta}$$

La rotation totale est égale au produit de la rotation du chassis par l'amplification du support.

## IV DETERMINATION DES CONTRAINTES

### IV.1. Forces.

L'excitation par mouvement du chassis se manifeste sous forme de mouvement de la masse du reservoir d'air.

Le déplacement de la masse est due à une force agissant en son centre se caracterisant par le déplacement ou par la flexion de la deuxième poutre dans tous les cas ; mais la même force agirait avec la longueur de la deuxième poutre comme bras de levier en moment de flexion, si la force agit dans l'axe de la première poutre et en une flexion par force ou un moment de torsion en agissant diamétralement sur celle-ci.

- Force agissant dans la direction  $x$ .

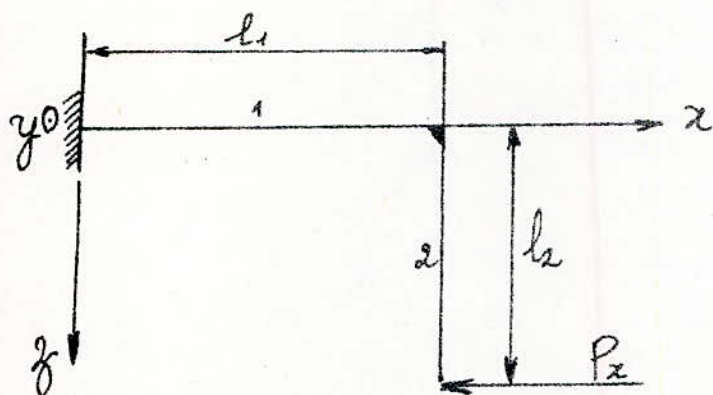


Fig. 4.1. a)



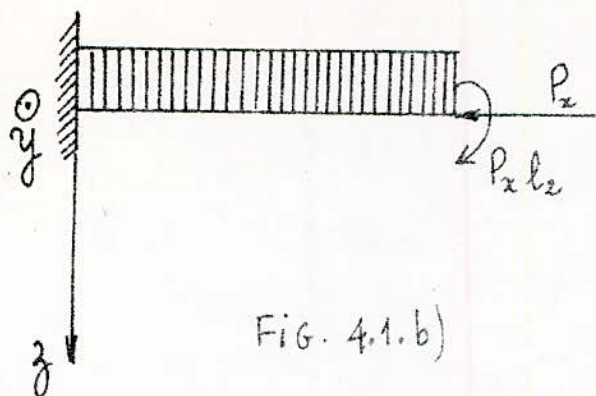


FIG. 4.1.b)

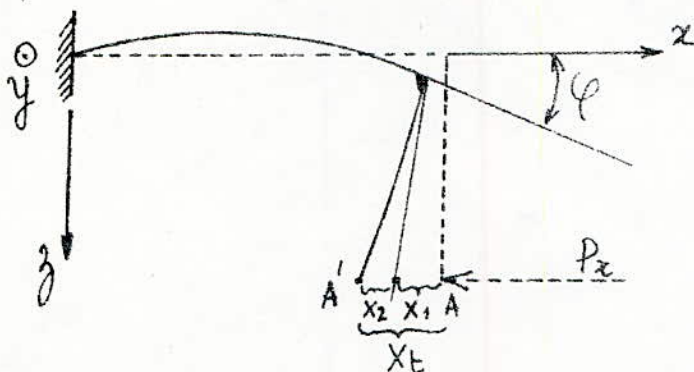


FIG. 4.1c)

La poutre 1 subit par la force  $P_x$  une compression (négligée par hypothèse) et une flexion par moment de flexion se traduisant par une rotation  $\varphi$ .

$$\varphi = \frac{M_f \cdot l_1}{E J_{1y}} ; \quad x_1 = \varphi l_2 = \frac{M_f \cdot l_1 \cdot l_2}{E J_{1y}} \text{ avec } M_f = P_x l_2.$$

La poutre 2 subit une flexion par force dynamique  $P_x = P_{0x} \sin Vt$  avec  $V$  fréquence d'excitation du châssis ; se traduisant par une flèche  $x_2 = \frac{P_x l_2^3}{3E J_{2y}}$ .

La déformation totale  $x_t$  est la somme des déformations partielles alors :

$$x_t = x_1 + x_2 = P_x \left( \frac{l_2^3}{3E J_{2y}} + \frac{l_1 l_2}{E J_{1y}} \right) ; \text{ la force dynamique } P_x \text{ agissant selon } x \text{ est :}$$

$$P_x = \frac{x_t}{\left( \frac{l_2^3}{3E J_{2y}} + \frac{l_1 l_2}{E J_{1y}} \right)}$$

- Force agissant dans la direction y.

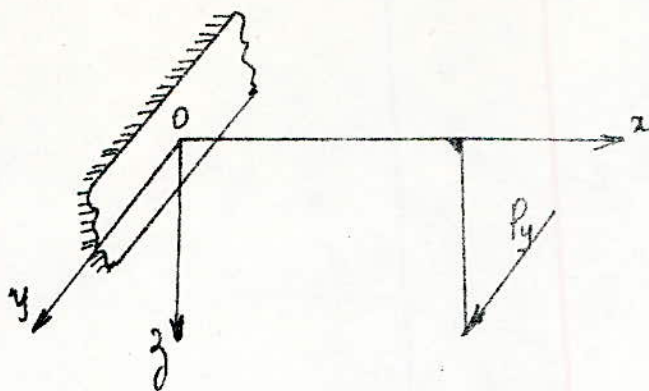


FIG. 4.1.d)

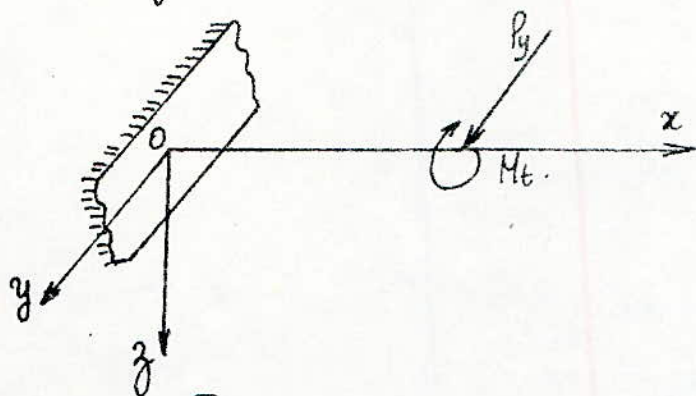


FIG. 4.1.e)

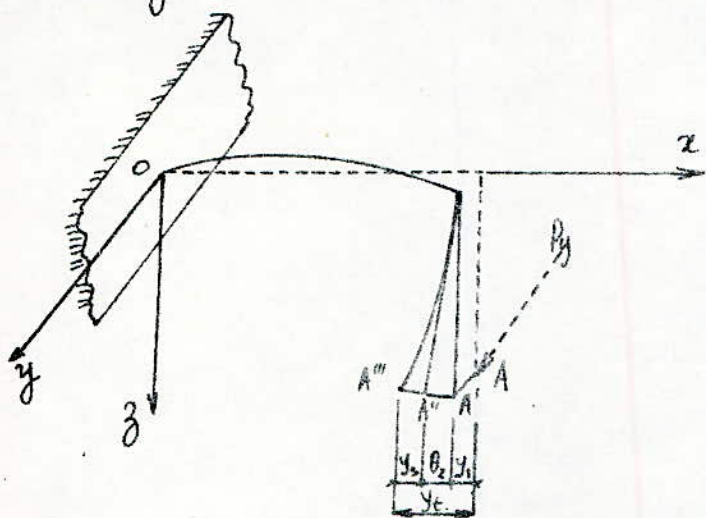


FIG. 4.1.f)

La poutre une subit une flexion et une torsion se traduisant par une flèche et une rotation.

$$y_1 = \frac{P_y l_1^3}{3 E I_{yz}} \quad \text{et} \quad \theta_2 = \frac{M_t l_1}{G (I_{y1} + I_{y2})} \quad \text{avec} \quad \theta_2 = y_2 / l_2.$$

et  $M_t = P_y l_2$ .

La poutre deux subit une flexion par force se traduisant par une flèche :

$$y_3 = \frac{P_y l_2^3}{3 E I_{xx}}$$



La déformation totale sera:

$y_t = y_1 + y_2 + y_3 = P_y \left( \frac{l_1 l_2^2}{G(J_{y1} + J_{y2})} + \frac{l_1^3}{3EJ_{y3}} + \frac{l_2^3}{3EJ_{y2}} \right)$ ; la force dynamique agissant selon  $y$  est:

$$P_y = \frac{y_t}{\left( \frac{l_1 l_2^2}{G(J_{y1} + J_{y2})} + \frac{l_1^3}{3EJ_{y3}} + \frac{l_2^3}{3EJ_{y2}} \right)}$$

- Force agissant dans la direction  $z$ :

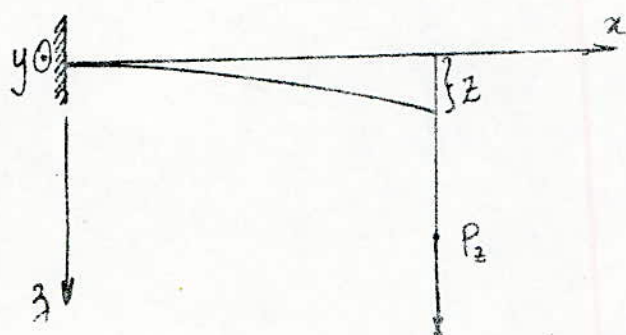


FIG 4.1.g)

La déformation étant obtenue par la flexion de la première poutre, la flèche sera alors:

$$z = \frac{P_z l_1^3}{3EJ_{y1}}$$

la force dynamique  $P_z = z \cdot \frac{3EJ_{y1}}{l_1^3}$ .

## IV.2. Moments.

L'excitation par mouvement du châssis se manifeste sous forme de mouvement de la masse du réservoir d'air. La rotation de la masse est due à un moment se traduisant par une flexion par moment de flexion ou moment de torsion de la deuxième poutre et agirait de la même façon sur la première poutre.

- Rotation autour de l'axe  $x$  :

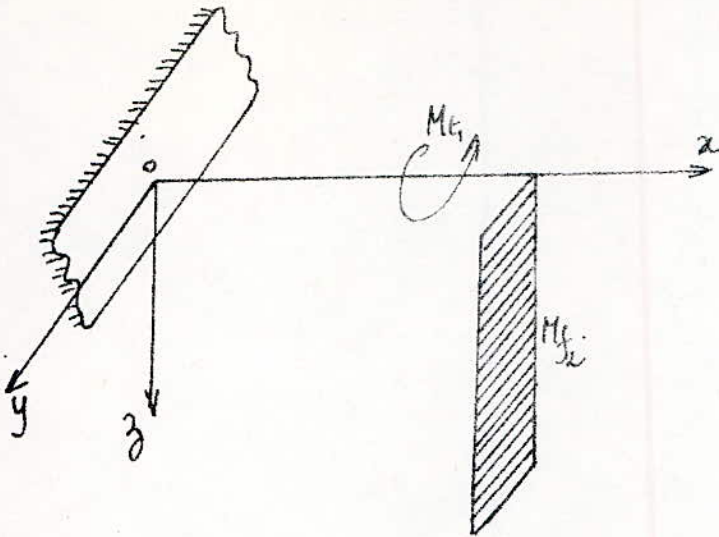


FIG. 4.2. a)

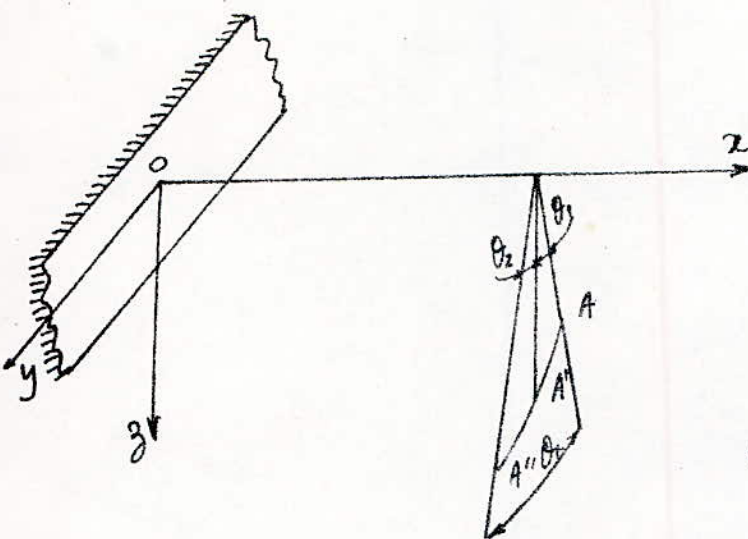


FIG. 4.2. b)

- La poutre ① subit une déformation de torsion, son angle vaut :

$$\theta_1 = \frac{M_0 l_1}{G(J_{y1} + J_{z1})}$$

- La poutre ② subit une déformation de flexion ; son angle vaudra :

$$\theta_2 = \frac{M_0 l_2}{E J_{xx}}$$

La déformation totale  $\theta_t = \theta_1 + \theta_2$ .

$$\theta_t = M_0 \left( \frac{l_1}{G(J_{y1} + J_{z1})} + \frac{l_2}{E J_{xx}} \right)$$

Le moment  $M_0$  selon la rotation autour de  $x$  est :

$$M_0 = \frac{\theta_t}{\left( \frac{l_1}{G(J_{1y} + J_{1z})} + \frac{l_2}{EJ_{2x}} \right)}$$

- Rotation autour de l'axe  $y$  :

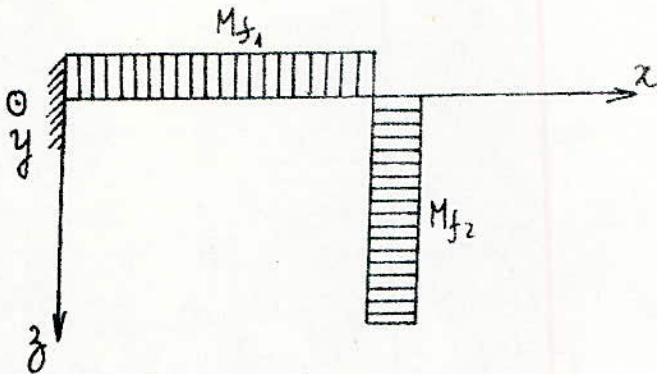


Fig. 4.2.c)

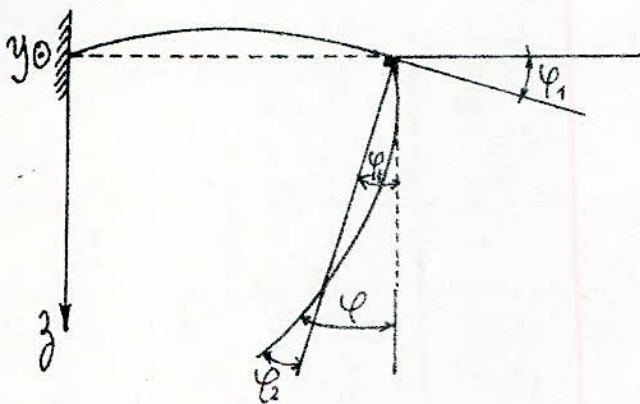


Fig. 4.2.d)

Les déformations des poutres sont dues à la flexion de celles-ci autour de l'axe  $y$ ; leurs angles vaudront :

$$\varphi_1 = \frac{M_0 l_1}{EJ_{1y}} \quad ; \quad \varphi_2 = \frac{M_0 l_2}{EJ_{2y}}$$

La déformation totale sera :  $\varphi_t = \varphi_1 + \varphi_2$

$$\varphi_t = M_0 \left( \frac{l_1}{EJ_{1y}} + \frac{l_2}{EJ_{2y}} \right)$$



Le moment  $M_\varphi$  selon la rotation autour de l'axe  $y$  est:

$$M_\varphi = \frac{\varphi_t}{\left( \frac{l_1}{EJ_{xy}} + \frac{l_2}{EJ_{zy}} \right)}$$

- Rotation autour de l'axe  $z$ :

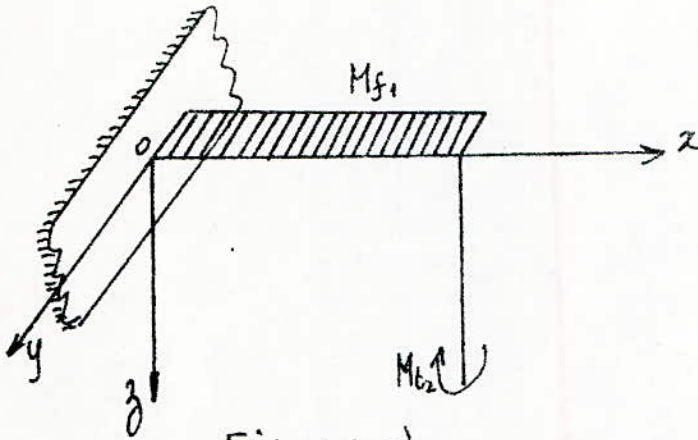


Fig. 4.2.e)

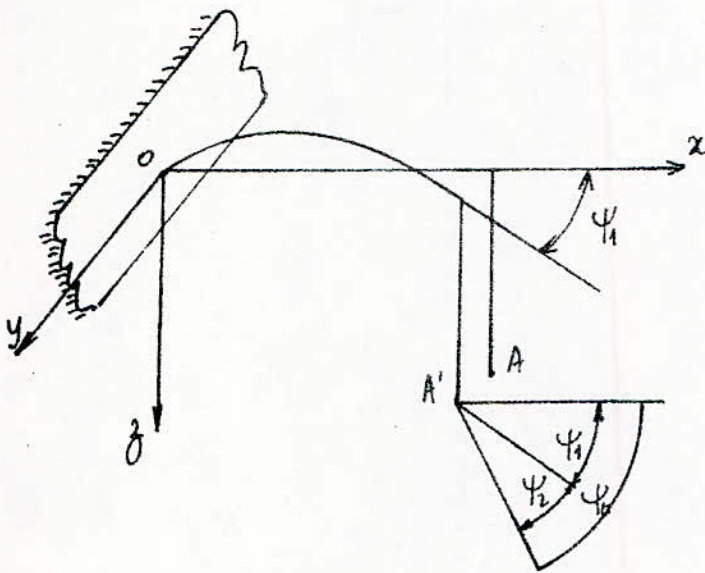


Fig. 4.2.f)

- La poutre ① fléchit sous l'effet du moment en donnant un angle  $\psi_1 = \frac{M_\varphi l_1}{EJ_{xy}}$ .

- La poutre ② est tordue sous l'effet du moment en donnant  $\psi_2 = \frac{M_\varphi l_2}{G(J_{xz} + J_{yz})}$ .

La rotation totale est égale à la somme des rotations partielles.

$$\psi_t = \psi_1 + \psi_2 = M\psi \left( \frac{l_1}{EJ_z} + \frac{l_2}{G(J_{xz} + J_{zy})} \right)$$

Le moment  $M\psi$  selon la rotation autour de l'axe  $z$  est:

$$M\psi = \frac{\psi_t}{\left( \frac{l_1}{EJ_z} + \frac{l_2}{G(J_{xz} + J_{zy})} \right)}$$

### IV.3. Contraintes.

#### IV.3.1. Généralités.

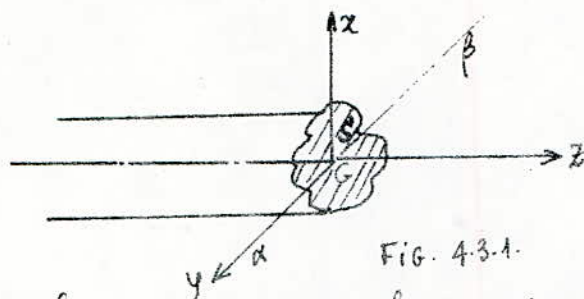


FIG. 4.3.1.

Soit la section  $S$  de la poutre indiquée ci-dessus et soit  $F$  une force; on dit qu'on a une contrainte normale de compression ou de traction, une contrainte tangentielle si la force agit respectivement perpendiculairement et horizontalement sur cette surface et une contrainte de flexion si la poutre est soumise à un moment de flexion.

- Sollicitations composées

a) combinaison de contraintes de même nature.

. contraintes normales  $\sigma$ , agissant sur une même section

exemple: flexion plus traction (ou compression)

Toute fibre de la pièce sollicitée, supporte deux contraintes de même nature; donc deux contraintes qui s'ajoutent algébriquement.

exemple: sous l'action du moment de flexion  $M_f$ , la contrainte normale produite possède une répartition linéaire. La couche des fibres neutres coïncide avec le plan de la section suivant  $\alpha\beta$ , confondu avec  $Oy$ :

$$\sigma_1 = \frac{M_f}{I_{Oy}/U_x} \quad \text{FIG.}$$

sous l'action de l'effort de traction (ou de compression)  $N$  la contrainte normale produite est uniformément répartie, celle-ci vaut:  $\sigma_2 = \frac{N}{S}$  FIG.

Les deux sollicitations ayant lieu simultanément, les contraintes s'ajoutent algébriquement; la répartition est encore linéaire.  $\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_f}{I_{Oy}/U_x} + \frac{N}{S}$ .

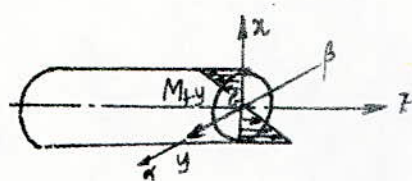


FIG. 4.3.2

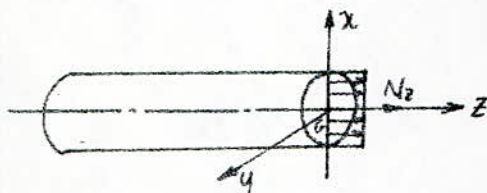


FIG. 4.3.3.

Cette contrainte normale maximale doit être au plus égale à la contrainte normale d'utilisation à la traction ou à la compression du matériau suivant qu'il s'agit de flexion + traction ou de flexion + compression.

• contraintes tangentielles, agissant sur une même section  
exemples: torsion + cisaillement

cisaillement + cisaillement

b) combinaisons de contraintes différentes.



Les contraintes principales pour l'état de contrainte sont données par la relation  $\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \tau_{12}^2}$ ;  $\sigma_3 = 0$ .

exemples: - traction (ou compression) plus cisaillement (dû à l'effort tranchant).

- traction (ou compression) plus cisaillement dû à la torsion.

- flexion plus cisaillement dû à l'effort tranchant.

- flexion plus torsion.

Cette combinaison est la plus couramment rencontrée dans l'industrie mécanique.

Dans une section déterminée, en un point quelconque, les contraintes  $\sigma$  due à  $M_f$  et  $\tau$  due à  $M_t$  pouvant être calculées séparément, on utilise souvent une formule, en fonction de  $M_f$  et de  $M_t$ .

En appelant  $M_{if}$ : moment idéal de flexion, la quantité:

$$M_{if} = \frac{1}{2} M_f + \frac{1}{2} \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \quad [5].$$

- Contrainte due à la force  $P_x$ :

Voir FIG. 4.1.a et FIG. 4.1.b

On voit dans ces deux figures que la poutre subit une contrainte normale de compression de la force  $P_x$  et une flexion due au moment de flexion

La contrainte à l'encastrement vaudra:

$$\sigma_{x \max} = \frac{M_{f2} \cdot z_1}{I_{yy}} - \frac{P_x}{S} \quad \text{avec } M_{f2} = P_x l_2$$

l'expression devient:  $\sigma_{x \max} = P_x \left( \frac{l_2 z_1}{I_{yy}} - \frac{1}{S} \right)$

avec  $Z_1$  : distance de l'axe neutre à la fibre la plus éloignée

$S$  : section à l'encastrement.

- Contrainte due à la force  $P_y$  :

Voir Fig. 4.1.d) et Fig. 4.1.e)

On voit là aussi que la poutre  $\textcircled{a}$  subit une flexion due au moment de flexion et une torsion due au moment de torsion.

Les contraintes obtenues séparément sont :

$$\sigma = \frac{M_f \cdot y_1}{I_{yz}} \quad ; \quad \tau = \frac{M_t \cdot y_2}{(I_{yz} + I_{xy})}$$

avec  $M_f = P_y l_1$  ;  $M_t = P_y l_2$

$y_1$  : distance de l'axe neutre à la fibre la plus éloignée

$y_2$  : distance moyenne de l'axe neutre à la fibre la plus éloignée.

La contrainte maximale à l'encastrement vaudra :

$$\sigma_{y \max} = \frac{1}{2} \sigma + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

- Contrainte due à la force  $P_z$ .

voir Fig. 4.1.g)

La contrainte maximale agissant à l'encastrement :

$$\tau_{z \max} = \frac{M_f \cdot Z_1}{I_{xy}}$$

avec  $M_f = P_z l_1$ .

- Contrainte due au moment  $M_\theta$ :

Voir FIG. 4.2.b.

La contrainte  $y$  agissant est une contrainte de torsion.  
à l'encastrement elle vaut:

$$\tau_{\max \theta} = \frac{2 \cdot M_\theta \cdot y_z}{(J_{1z} + J_{1y})}$$

- Contrainte due au moment  $M_\varphi$ :

Voir FIG. 4.2.c

La contrainte  $y$  agissant est une contrainte de flexion.  
à l'encastrement elle vaut:

$$\tau_{\max \varphi} = \frac{2 \cdot M_\varphi \cdot z_1}{J_{1y}}$$

- Contrainte due au moment  $M_\psi$ .

Voir FIG. 4.2.f.

La contrainte  $y$  agissant est une contrainte de flexion.  
à l'encastrement elle vaut:

$$\tau_{\max \psi} = \frac{2 \cdot M_\psi \cdot y_1}{J_{1z}}$$

- La contrainte totale réduite à l'encastrement est la somme des contraintes maximales pour les six degrés de liberté'. Toutes les contraintes agissent défavorablement.

$$\tau_{\max t} = \tau_{\max x} + \tau_{\max y} + \tau_{\max z} + \tau_{\max \theta} + \tau_{\max \varphi} + \tau_{\max \psi}$$

$$\tau_{\max t} = \sum_{i=1}^6 \tau_{\max i}$$



## V PROGRAMMATION

### V1. Introduction.

" L'objet de mon étude est de présenter une méthode de calcul du support assisté par ordinateur. À partir de la forme du support qui est un ensemble de plaques constituant la première poutre, au bout de laquelle est soudé verticalement un autre ensemble de tubes constituant la deuxième poutre, des dimensions de ses différents éléments et de la vitesse de rotation  $N$  du moteur que l'ordinateur nous imprime au bout de quelques secondes après l'instruction; la contrainte maximale à l'encastrement.

Ce programme reste valable pour tous les supports existants au niveau de la SNVI-CVI de Rouiba.

### V2. Organigramme.

À partir de la forme, des dimensions et de la densité de la matière constituant le support se trouvant préalablement dans un repère choisi  $(O, x, y, z)$ ; on cherche son centre de gravité nécessaire pour le calcul de ses moments d'inerties quadratiques qui sont aussi nécessaires pour les rigidités.

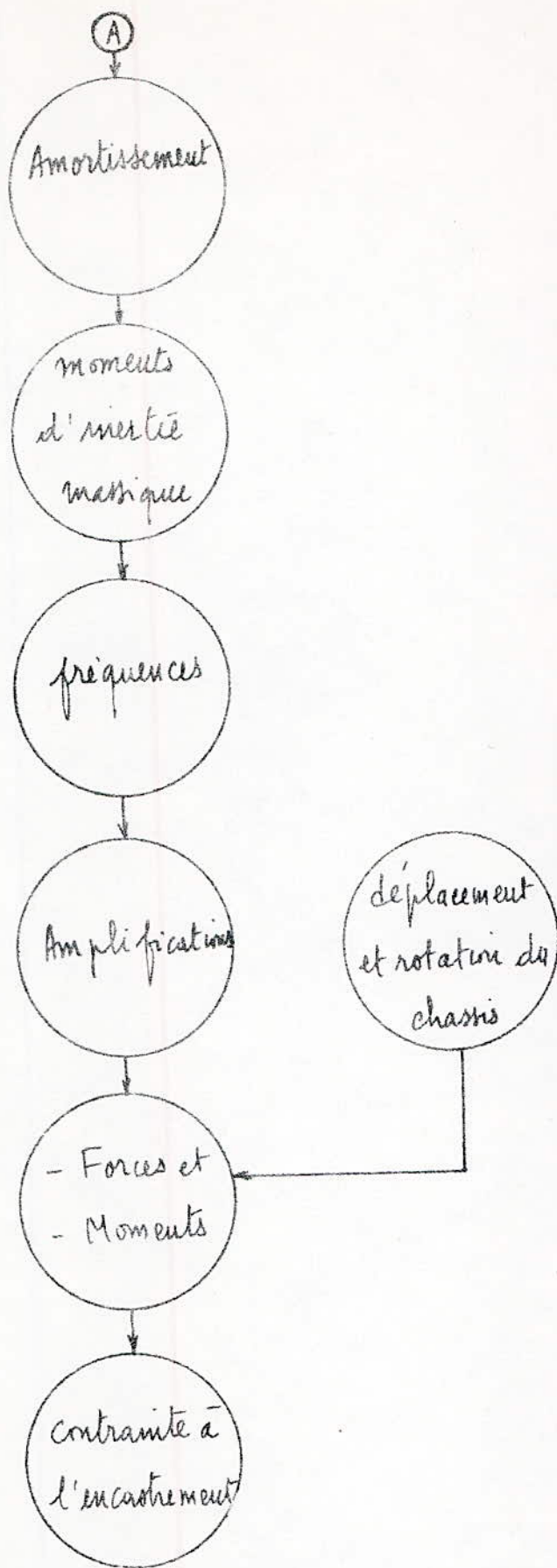
L'amortissement interne du matériau, s'obtient par lecture de l'énergie donnée sous forme de travail par unité de volume, sur le diagramme du savant BUSEMAN de la vitesse de rotation  $N$  du moteur et de la flèche moyenne dynamique.

Les moments d'inertie massique s'obtiennent de la même façon.

À l'aide de tous ces paramètres calculés, on peut maintenant résoudre les équations différentielles régissant le mouvement du support, lesquelles donnent les fréquences et les amplifications.

La recherche des forces et moments, ainsi que du déplacement et la rotation du châssis permettent le calcul final de la contrainte.







Je tiendrais tout simplement a dire dans ce paragraphe que le programme a ete etabli sur un ordinateur de type VAX/VMS 750, du constructeur D.E.C.

```

5 PRINT "Calcul des coordonnees du centre de gravite "
10 print "du support de reservoir d'air "
11 PRINT
14 PRINT "Dans le plan YOZ "
15 PRINT
16 LET S0=0
20 LET T0=0
25 LET M0=0
30 LET U0=0
35 FOR J0=1 TO 4 STEP 1
40 READ L(1,J0),H(1,J0),Y(1,J0),Z(1,J0)
45 LET S0=S0+H(1,J0)*L(1,J0)
50 LET M0=M0+H(1,J0)*L(1,J0)*.6*7800
55 LET T0=T0+Y(1,J0)*H(1,J0)*L(1,J0)
60 LET U0=U0+Z(1,J0)*H(1,J0)*L(1,J0)
65 LET A0=T0/S0
70 LET B0=U0/S0
75 NEXT J0
80 DATA .204,.005,.102,.0025,.005,.063,.1455,.0365,.082
85 DATA .005,.102,.0655,.005,.063,.0585,.0365
90 PRINT "X=0.3 m"
95 PRINT "A0=";A0 ;"m"
100 PRINT "B0=";B0 ;"m"
101 PRINT
105 PRINT "M0=";M0 ;"Kg"
110 X6=.3*M0
115 Y6=A0*M0
120 Z6=B0*M0
125 PRINT
130 PRINT "Dans le plan XOY"
135 PRINT
245 LET S2=0
250 LET T2=0
255 LET M2=0
260 LET U2=0
265 FOR J4=1 TO 4
270 READ X(2,J4),Y(2,J4),D(2,J4),E(2,J4),H(2,J4)
275 LET S2=S2+3.14*(E(2,J4)*E(2,J4)-D(2,J4)*D(2,J4))/4
280 LET M2=M2+3.14*(E(2,J4)*E(2,J4)-D(2,J4)*D(2,J4))*H(2,J4)*7800/4
285 LET T2=T2+X(2,J4)*3.14*(E(2,J4)*E(2,J4)-D(2,J4)*D(2,J4))/4
290 LET U2=U2+Y(2,J4)*3.14*(E(2,J4)*E(2,J4)-D(2,J4)*D(2,J4))/4
295 LET A2=T2/S2
300 LET B2=U2/S2
305 NEXT J4
306 DATA .16,.017,.012,.017,.52,.31,.157,.012,.017,.52

```

```

307 DATA .45,.157,.012,.017,.52,.6,.017,.012,.017,.52
308 LET S1=0
309 LET T1=0
310 LET M1=0
311 LET U1=0
312 FOR J1=5 TO 7
313 READ X(2,J1),Y(2,J1),D(2,J1),E(2,J1),H(2,J1)
314 LET S1=S1+3.14*(E(2,J1)^2-D(2,J1)^2)/4
315 LET M1=M1+3.14*(E(2,J1)^2-D(2,J1)^2)*H(2,J1)*7800/4
316 LET T1=T1+X(2,J1)*3.14*(E(2,J1)^2-D(2,J1)^2)/4
317 LET U1=U1+Y(2,J1)*3.14*(E(2,J1)^2-D(2,J1)^2)/4
318 LET A1=T1/S1
319 LET B1=U1/S1
320 NEXT J1
321 DATA .16,.19,.294,.3,.45,.6,.19,.294,.3,.45,.38,.0,.297
322 DATA .3,.55
323 PRINT "A1=";A1 ;"m"
324 PRINT "B1=";B1 ;"m"
325 PRINT "A2=";A2 ;"m"
326 PRINT "B2=";B2 ;"m"
327 PRINT
328 PRINT "M1=";M1 ;"Kg"
329 PRINT "M2=";M2 ;"Kg"
330 Y0=(A0*M0+B2*M2)/(M0+M2)
331 PRINT
332 PRINT "Les coordonnees du centre de gravite du support"
333 PRINT
334 PRINT "Xs=";A2 ;"m"
335 PRINT "Ys=";Y0 ;"m"
336 PRINT "Zs=";B2 ;"m"
337 PRINT
340 LET S3=0
345 LET T3=0
350 LET M3=0
355 LET U3=0
360 FOR J5=1 TO 6
365 READ X(3,J5),Y(3,J5),D(3,J5),H(3,J5)
370 LET S3=S3+3.14*D(3,J5)*D(3,J5)/4
375 LET M3=M3+3.14*D(3,J5)*D(3,J5)*H(3,J5)*7800/4
380 LET T3=T3+X(3,J5)*3.14*D(3,J5)*D(3,J5)/4
385 LET U3=U3+Y(3,J5)*3.14*D(3,J5)*D(3,J5)/4
390 LET A3=T3/S3
395 LET B3=U3/S3
400 NEXT J5
405 DATA .16,.19,.294,.003,.16,.19,.294,.003
410 DATA .6,.19,.294,.003,.6,.19,.294,.003
415 DATA .38,.0,.297,.0015,.38,.0,.297,.0015
420 PRINT "A3=";A3 ;"m"
425 PRINT "B3=";B3 ;"m"
430 PRINT
435 PRINT "M3=";M3 ;"Kg"
440 PRINT
445 M6=M0+M1+M2+M3
450 X=(X6+A1*M1+A2*M2+A3*M3)/M6
455 Y=(Y6+B1*M1+B2*M2+B3*M3)/M6
460 Z=(Z6+.26*M1+.26*M2+.26*M3)/M6
465 PRINT "La masse totale du support plus le reservoir d'air est"

```



```

470 print
475 PRINT "M6=";M6           ;"Kg"
480 PRINT
485 PRINT "Les coordonnees du centre de gravite du support plus le "
490 print "reservoir d'air sont "
495 PRINT
500 PRINT "XG=";X           ;"m"
505 PRINT "YG=";Y           ;"m"
510 PRINT "ZG=";Z           ;"m"
515 PRINT
520 PRINT "CALCUL DU MOMENT D'INERTIE QUADRATIQUE "
525 PRINT
530 PRINT "DANS LE PLAN YOZ "
535 PRINT
540 LET M4=0
545 LET N3=0
546 LET V1=0
547 LET D1=0
548 LET E1=0
549 LET F1=0
550 LET M5=0
551 FOR J3=1 TO 4
553 LET Y9=Y-Y(1,J3)
554 LET Z9=Z-Z(1,J3)
555 LET Y3=Y0-Y(1,J3)
556 LET Z3=B2-Z(1,J3)
557 LET M4=M4+L(1,J3)*(H(1,J3)^3)/12+L(1,J3)*H(1,J3)*(Y0^2)
558 LET N3=N3+H(1,J3)*(L(1,J3)^3)/12+L(1,J3)*H(1,J3)*(B2^2)
559 LET V1=V1+.6*L(1,J3)*H(1,J3)
560 LET M8=.6*7800*L(1,J3)*H(1,J3)
561 LET D1=D1+M8*(L(1,J3)^2+H(1,J3)^2)/12
562 LET E1=E1+M8*(.36+H(1,J3)^2)/12+M8*(Y9^2)
563 LET F1=F1+M8*(.36+L(1,J3)^2)/12+M8*(Z9^2)
564 LET M5=M5+M8
565 NEXT J3
585 PRINT "I1y=";M4           ;"m4"
590 PRINT "I1z=";N3           ;"m4"
595 PRINT
600 PRINT"DANS LE PLAN XOY "
605 PRINT
610 LET M7=0
615 LET N7=0
620 FOR J7=1 TO 4
621 LET X5=A2-X(2,J7)
622 LET Y5=Y0-Y(2,J7)
630 LET M7=M7+3E-9+1.1388273E-4*(X5^2)
635 LET N7=N7+3E-9+1.1388273E-4*(Y5^2)
640 NEXT J7
650 PRINT "I2y=";N7           ;"m4"
655 PRINT "I2x=";M7           ;"m4"
660 PRINT
665 PRINT"CALCUL DES DIFFERENTES RAIDEURS "
670 PRINT
675 READ E
680 K2=3*E*N3/(X^3)
685 K3=3*E*M4/(X^3)
690 K5=E*M4/X
695 K6=E*N3/X
700 K4=(2*E*(M4+N3))/(5*X)

```



```

705 PRINT "K1X=0 POUTRE LIEE SUIVANT L'AXE X'X"
710 PRINT "K1Y=";K2 ;"N/m"
715 PRINT "K1Z=";K3 ;"N/m"
720 PRINT "K1TETA=";K4 ;"Nm/Rd"
725 PRINT "K1PHI=";K5 ;"Nm/Rd"
730 PRINT "K1PSI=";K6 ;"Nm/Rd"
735 PRINT
740 PRINT"POUR LA POUTRE 2 "
745 PRINT
750 O2=(3*E*M7)/(Z^3)
755 O1=(3*E*N7)/(Z^3)
760 O5=E*N7/Z
765 O4=E*M7/Z
770 O6=(2*E*(M7+N7))/(Z*5)
775 PRINT"K2Z=0 POUTRE LIEE SUIVANT L'AXE Z'Z"
780 PRINT"K2Y=";O2 ;"N/m"
785 PRINT"K2X=";O1 ;"N/m"
790 PRINT"K2PHI=";O5 ;"Nm/Rd"
795 print"K2TETA=";O4 ;"Nm/Rd"
800 PRINT"K2PSI=";O6 ;"Nm/Rd"
805 PRINT
810 PRINT "RIGIDITES DE L'ENSEMBLE "
815 PRINT
820 K7=((O1*K5)/(O1*X*Z+K5))
825 K8=((O2*K4)/(O2*X*Z+K4))
830 K9=K3
835 O7=(K4*O4)/(O4+K4)
840 O8=(K5*O5)/(O5+K5)
845 O9=(K6*O6)/(O6+K6)
850 PRINT"KX=";K7 ;"N/m"
855 PRINT"KY=";K8 ;"N/m"
860 PRINT"KZ=";K9 ;"N/m"
865 PRINT"KTETA=";O7 ;"Nm/Rd"
870 PRINT"KPHI=";O8 ;"Nm/Rd"
875 PRINT"KPSI=";O9 ;"Nm/Rd"
880 DATA 2E11
885 PRINT
890 PRINT "CALCUL DU COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT INTERNE DU MATERIAU "
895 PRINT
930 LET V2=3.14*(.017*.017-.012*.012)*.52
935 LET V=V1+V2
940 READ C1,F,N
945 LET C=C1*V/(16*F*F*N)
950 DATA 1E04,.002,33.3
955 PRINT "C=";C ;"Ns/m"
960 PRINT
965 PRINT "Calcul du moment d'inertie massique "
970 PRINT
975 PRINT"Calcul du moment d'inertie massique du corps du support"
980 print
985 PRINT "Dans le plan YOZ "
990 PRINT
1065 PRINT "I1X=";D1 ;"Kg.m2"
1070 PRINT "I1Y=";E1 ;"Kg.m2"
1075 PRINT "I1Z=";F1 ;"Kg.m2"
1080 PRINT
1085 PRINT "La masse du corps du support "
1090 print
1095 PRINT "M5=";M5 ;"Kg"

```

```

1100 PRINT
1105 PRINT "Dans le plan XOY"
  1110 PRINT
1115 PRINT "Calcul du moment d'inertie massique des tubes et des surfa-"
1120 print "ces laterales du reservoir d'air "
1125 print
1131 LET D2=0
1135 LET E2=0
1140 LET F2=0
1145 LET M9=0
1150 FOR J6=1 TO 7 STEP 1
1151 LET X7=X-X(2,J6)
1152 LET Y7=Y-Y(2,J6)
1160 LET N4=3.14*7800*H(2,J6)*(E(2,J6)^2-D(2,J6)^2)/4
1161 A=N4*(X7^2)
1162 B=N4*(Y7^2)
1165 LET D2=D2+N4*((E(2,J6)/2)^2+(D(2,J6)/2)^2+(H(2,J6)^2)/3)/4+A
  1170 LET E2=E2+N4*((E(2,J6)/2)^2+(D(2,J6)/2)^2+(H(2,J6)^2)/3)/4+B
1175 LET F2=F2+N4*((E(2,J6)/2)^2+(D(2,J6)/2)^2)/2
1180 LET M9=M9+N4
  1200 NEXT J6
1205 PRINT "ItX=";D2 ;"Kg.m2"
1210 print "ItY=";E2 ;"Kg.m2"
1215 print "Itz=";F2 ;"Kg.m2"
1220 PRINT
1225 PRINT "Masse des tubes et des surfaces laterales du reservoir "
1230 print
1235 PRINT "M9=";M9 ;"Kg"
1240 PRINT
1245 PRINT "Calcul du moment d'inertie massique des fonds et couvercles "
1250 print
1255 LET D3=0
1260 LET E3=0
1265 LET F3=0
1270 LET N6=0
1275 FOR J8=1 TO 6
1276 LET X4=X-X(3,J8)
1277 LET Y4=Y-Y(3,J8)
1278 LET Z4=Z-Z(3,J8)
1279 Q1=N8*(X4^2)
1280 Q2=N8*(Y4^2)
1285 LET N8=3.14*7800*H(3,J8)*(D(3,J8)^2)/4
1290 LET D3=D3+N8*(D(3,J8)^2+(4*H(3,J8)^2)/3+4*H(3,J8)^2)/16+Q1
1295 LET E3=E3+N8*(D(3,J8)^2+(4*H(3,J8)^2)/3+4*H(3,J8)^2)/16+Q2
  1300 LET F3=F3+N8*((D(3,J8)/2)^2)/2+N8*(Z4^2)
1305 LET N6=N8+N6
1325 NEXT J8
1330 PRINT "IcX=";D3 ;"Kg.m2"
1335 PRINT "IcY=";E3 ;"Kg.m2"
1340 PRINT "IcZ=";F3 ;"Kg.m2"
1345 PRINT
1350 PRINT " Masse des fonds et couvercles "
1355 print
1360 PRINT "N6=";N6 ;"Kg"
1365 PRINT
1370 D=D1+D2+D3
1375 E0=E1+E2+E3
1380 F0=F1+F2+F3
1385 M=M5+M9+N6

```



```

1390 PRINT "Moments d'inertie massique totaux"
1395 print
1400 PRINT "IX=";D ; "Kg.m2"
1405 PRINT "IY=";E0 ; "Kg.m2"
1410 PRINT "IZ=";F0 ; "Kg.m2"
1415 PRINT
1420 PRINT "Masse totale de tout le systeme "
1425 print
1430 print "M=";M ;"Kg"
1435 PRINT
1440 PRINT"Calcul des frequences propres du systeme "
1445 PRINT
1450 F7=(SQR(K7/M))/2*3.14
1455 F8=(SQR(K8/M))/2*3.14
1460 F9=(SQR(K9/M))/2*3.14
1465 F4=(SQR(D7/D))/6.28
1470 F5=(SQR(O8/E0))/6.28
1475 F6=(SQR(O9/F0))/6.28
1480 PRINT "Fx=";F7 ;"s-1"
1485 PRINT "Fy=";F8 ;"s-1"
1490 PRINT "Fz=";F9 ;"s-1"
1495 PRINT "Fteta=";F4 ;"s-1"
1500 PRINT "Fphi="; F5 ;"s-1"
1505 PRINT "Fpsi="; F6 ;"s-1"
1510 PRINT
1515 PRINT "Calcul des coefficients d'amplification "
1520 print
1526 U7=(SQR(M*K7))/C
1530 U8=(SQR(M*K8))/C
1535 U9=(SQR(M*K9))/C
1540 U4=(SQR(D*O7))/C
1545 U5=(SQR(E0*O8))/C
1550 U6=(SQR(F0*O9))/C
1555 PRINT"Mu1=";U7
1560 PRINT"Mu2=";U8
1565 PRINT"Mu3=";U9
1570 PRINT"Mu4=";U4
1575 PRINT"Mu5=";U5
1580 PRINT"Mu6=";U6
1585 PRINT
1590 READ X1,T
1595 W0=X1*U7
1600 W2=X1*U8
1605 W3=X1*U9
1610 W4=T*U4
1615 W5=T*U5
1620 W7=T*U6
1625 PRINT "Calcul des Forces "
1630 PRINT
1635 P1=(W0/((Z^3)/(3*E*N7)+(Z*(X^2))/(E*M4)))/10
1640 A9=(5*X*Z*Z)/(2*E*(M4+N3))+((X^3)/(3*E*N3))
1645 P2=(W2/(A9+(Z^3)/(3*M7*E)))/10
1650 P3=((W3*E*M4*3)/(X^3))/10
1655 PRINT "Px=";P1 ;"daN"
1660 PRINT "Py=";P2 ;"daN"
1665 PRINT "Pz=";P3 ;"daN"
1670 PRINT
1675 PRINT "Calcul des Moments "

```



```

1680 PRINT
1685 R1=(W4/((5*X)/(2*E*(N3+M4))+Z/(E*M7))))/10
1690 R2=(W5/(X/(E*M4)+Z/(E*N7)))/10
1695 R3=(W7/(X/(E*N3)+(5*Z)/(2*E*(M7+N7))))/10
1700 PRINT "Mteta=";R1 ;"daN.m"
1705 PRINT "Mphi =" ;R2 ;"daN.m"
1710 PRINT "Mpsi =" ;R3 ;"daN.m"
1715 PRINT
1720 PRINT "Calcul des Contraintes Dynamiques "
1730 DATA .0001,.02
1740 T1=2*SQR((L(1,2)+L(1,3)+L(1,4))*(H(1,1)+H(1,2)))/3.14)
1742 T2=(L(1,2)+L(1,3)+L(1,4))/2
1745 R4=((P1*Z*A0)/M4)/1E+05
1750 T5=P2*X*T2/N3
1755 R5=(T5/2+(SQR(T5^2+(2*P2*Z*T1/(M4+N3))^2)/2))/1E+5
1760 R6=((P3*X*A0)/M4)/1E05
1765 R7=(2*R1*T1/(N3+M4))/1E+05
1770 R8=(2*R2*A0/M4)/1E+05
1775 R9=(2*R3*T2/N3)/1E+05
1780 R=R4+R5+R6+R7+R8+R9
1786 PRINT
1790 PRINT "SIGMAtx=";R4 ;"daN/cm2"
1795 PRINT "SIGMAty=";R5 ;"daN/cm2"
1800 PRINT "SIGMAtz=";R6 ;"daN/cm2"
1805 PRINT "SIGMAteta=";R7 ;"daN/cm2"
1810 PRINT "SIGMAphi=";R8 ;"daN/cm2"
1815 PRINT "SIGMApsi=";R9 ;"daN/cm2"
1820 PRINT
1825 PRINT "Contrainte maximale a l'encastrement=";R ;"daN/cm2"
1830 END

```

Calcul des coordonnées du centre de gravité du support de réservoir d'air

Calcul des coordonnées du centre de gravité du support de réservoir d'air

Dans le plan YOZ

X=0.3 m  
A0= .102 m  
B0= .254369E-01 m

M0= 9.6408 Kg

Dans le plan XOY

A1= .38 m  
B1= .151847 m  
A2= .38 m  
B2= .087 m

M1= 25.6716 Kg  
M2= 1.8467 Kg

Les coordonnées du centre de gravité du support

Xs= .38 m  
Ys= .995886E-01 m  
Zs= .087 m

A3= .38 m  
B3= .125806 m

M3= 7.97128 Kg

La masse totale du support plus le réservoir d'air est

M6= 45.1304 Kg

Les coordonnées du centre de gravité du support plus le réservoir d'air sont

XG= .36291 m  
YG= .133946 m  
ZG= .209892 m

CALCUL DU MOMENT D'INERTIE QUADRATIQUE

DANS LE PLAN YOZ

I1y= .206422E-04 m4  
I1z= .193606E-04 m4

DANS LE PLAN XOY

I2y= .231629E-05 m4  
I2x= .121519E-04 m4

CALCUL DES DIFFERENTES RAIDEURS

K1X=0 POUTRE LIEE SUIVANT L'AXE X'X

K1Y= .243036E+09 N/m  
 K1Z= .259125E+09 N/m  
 K1TETA= .881822E+07 Nm/Rd  
 K1PHI= .113759E+08 Nm/Rd  
 K1PSI= .106636E+08 Nm/Rd

POUR LA POUTRE 2

K2Z=0 POUTRE LIEE SUIVANT L'AXE Z'Z  
 K2Y= .788507E+09 N/m  
 K2X= .150298E+09 N/m  
 K2PHI= .220712E+07 Nm/Rd  
 K2TETA= .115792E+08 Nm/Rd  
 K2PSI= .551452E+07 Nm/Rd

RIGIDITES DE L'ENSEMBLE

KX= .749101E+08 N/m  
 KY= .100946E+09 N/m  
 KZ= .259125E+09 N/m  
 KTETA= .500592E+07 Nm/Rd  
 KPHI= .184849E+07 Nm/Rd  
 KPSI= .363552E+07 Nm/Rd

CALCUL DU COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT INTERNE DU MATERIAU

C= 6910.45 Ns/m

Calcul du moment d'inertie massique

Calcul du moment d'inertie massique du corps du support

Dans le plan YOZ

I1X= .186253E-01 Kg.m2  
 I1Y= .305631 Kg.m2  
 I1Z= .640829 Kg.m2

La masse du corps du support

M5= 9.6408 Kg

Dans le plan XOY

Calcul du moment d'inertie massique des tubes et des surfaces laterales du reservoir d'air

ItX= 1.81672 Kg.m2  
 ItY= .991931 Kg.m2  
 Itz= .567611 Kg.m2

Masse des tubes et des surfaces laterales du reservoir

M9= 27.5183 Kg

Calcul du moment d'inertie massique des fonds et couvercles

IcX= .287833 Kg.m2  
 IcY= .101251 Kg.m2



IcZ= 1.37658 Kg.m<sup>2</sup>

63.

Masse des fonds et couvercles

N6= 7.97128 Kg

Moments d'inertie massique totaux

IX= 2.12318 Kg.m<sup>2</sup>

IY= 1.39881 Kg.m<sup>2</sup>

IZ= 1.6461 Kg.m<sup>2</sup>

Masse totale de tout le systeme

M= 45.1304 Kg

Calcul des frequences propres du systeme

Fx= 2022.72 s<sup>-1</sup>

Fy= 2348.07 s<sup>-1</sup>

Fz= 3762.01 s<sup>-1</sup>

Fteta= 244.505 s<sup>-1</sup>

Fphi= 183.05 s<sup>-1</sup>

Fpsi= 236.644 s<sup>-1</sup>

Calcul des coefficients d'amplification

Mu1= 8.41392

Mu2= 9.76727

Mu3= 15.6489

Mu4= .471769

Mu5= .232692

Mu6= .354001

Calcul des Forces

Px= 6302.88 daN

Py= 9410.86 daN

Pz= 40550.2 daN

Calcul des Moments

Mteta= 4723.27 daN.m

Mphi = 860.255 daN.m

Mpsi = 2573.96 daN.m

Calcul des Contraintes Dynamiques

SIGMATx= 65.3701 daN/cm<sup>2</sup>

SIGMATy= 100.484 daN/cm<sup>2</sup>

SIGMATz= 727.17 daN/cm<sup>2</sup>

SIGMATeta= 210.812 daN/cm<sup>2</sup>

SIGMAphi= 85.0161 daN/cm<sup>2</sup>

SIGMApsi= 122.313 daN/cm<sup>2</sup>

Contrainte maximale a l'encastrement= 1311.17 daN/cm<sup>2</sup>

## VI CONCLUSION

On a proposé et présenté pour le cas réel la méthode de calcul des contraintes dynamiques du support de réservoir d'air comprimé. La méthode présentée sous forme d'une procédure numérique permet l'utilisation de l'ordinateur.

Pour généraliser en pratique (rendre possible son application pour le calcul des support) il faut :

- 1) Rédiger la première partie du programme.
- 2) Préciser les données dues à l'amortissement.
- 3) Préciser les données dues à l'excitation.

1. La rédaction du programme doit rendre possible le calcul par ordinateur des moments d'inertie, des surfaces, des masses de support de n'importe quelle forme de la section.

2. Il serait nécessaire d'accomplir avec précision la détermination de l'amortissement interne du matériau par la mesure du décremént logarithmique d'amortissement.

3. Il serait nécessaire aussi de déterminer les excitations par mesure des vibrations du châssis (dans notre cas l'amplitude des vibrations du châssis). L'analyse spectrale de ces vibrations paraît aussi nécessaire; la méthode présentée a été étudiée pour la condition la plus défavorable. Le cas de résonance du support entraînent un accroissement



important des amplitudes de la masse du réservoir d'air. C'est pourquoi le coefficient " $\mu$ " prend des valeurs maximales allant jusqu'à la dizaine, ce qui entraîne alors un accroissement important des contraintes, qui conduira finalement à une fatigue accélérée du matériau et une longévité très réduite du support.

Finalement la contrainte trouvée peut servir comme une première approximation; elle ne pourra être d'une utilité pratique qu'après avoir déterminé les valeurs exactes de l'amortissement et des excitations du châssis.

Un des objectifs de cette étude est de donner un aperçu sur l'aide apportée par l'ordinateur à la résolution des problèmes; et dans ce cas à l'étude des contraintes dynamiques du support de réservoir d'air comprimé.



# BIBLIOGRAPHIE

1. J.P. DEN HARTOG.  
Vibration mécanique  
Ed. EYROLLES 1979.
2. I. MIROLIUBOV S. ENGO LYTCHEV.  
Résistance des matériaux; manuel de résolution des problèmes  
Ed. MOSCOU 1977.
3. STEFAN ZIEMBA  
Analiza organ  
Ed. P.W.N. Warszawa 1957.
4. J.C. LARRÉCHÉ  
Le Basic; une introduction à la programmation  
Ed. EYROLLES 1979.
5. Aide Memoire  
Calcul en construction mécanique  
Ed. Dunod 1981.
6. CATALOGUE CUMINS CORPORATION.  
La technologie dans la simplicité  
Bulletin N° 33881280A Printed in UK JPA 0185

