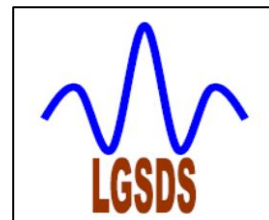


**Ecole Nationale Polytechnique**



Département de Génie Civil

Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structure

Mémoire de Master

Pour l'obtention du diplôme Master en Génie Civil

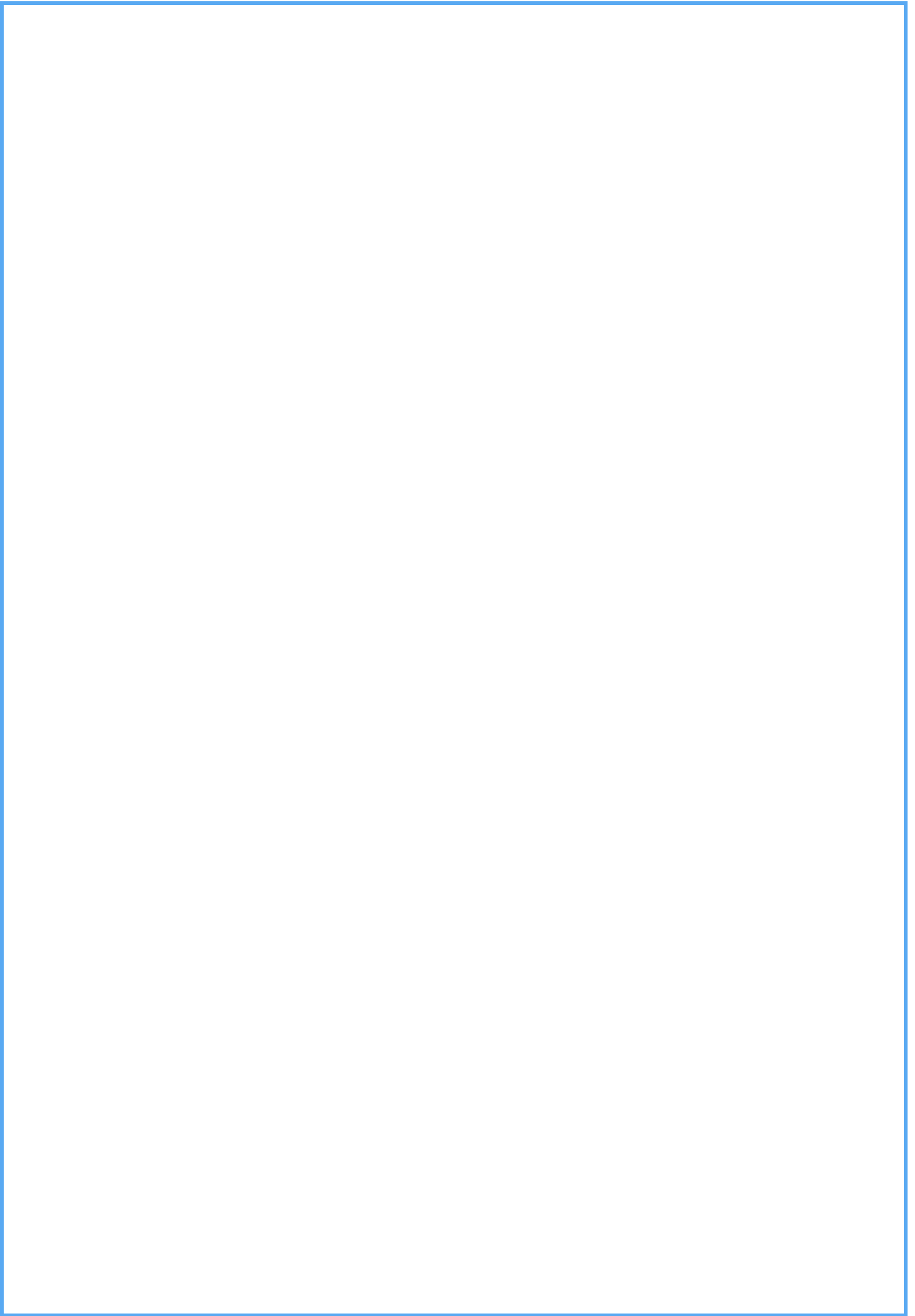
**Etude du phénomène de flambement d'une pile haute selon  
l'Eurocode et le BAEL**

Réalisé par : BRAHMIA Amin  
Sous la direction de : Mme Djamila CHERID MAA  
Mme Hafida MOHABEDDINE MAA

Présenté et soutenu publiquement le (22/06/2016)

**Composition du jury :**

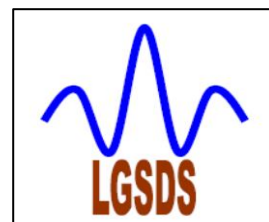
Présidente	Mme. R.KETTAB,	Pr	Ecole Nationale Polytechnique
Promotrice	Mme. D.CHERID	MAA	Ecole Nationale Polytechnique
Promotrice	Mme. H.MOHABEDDINE	MAA	Ecole Nationale Polytechnique
Examineur	M.S.LAKEHAL	MAA	Ecole Nationale Polytechnique
Examineur	M. M.DEMIDEM	MAA	Ecole Nationale Polytechnique



# REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

## Ecole Nationale Polytechnique



Département de Génie Civil

Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structure

Mémoire de Master

Pour l'obtention du diplôme Master en Génie Civil

### Etude du phénomène de flambement d'une pile haute selon l'Eurocode et le BAEL

Réalisé par : BRAHMIA Amin

Sous la direction de : Mme Djamila CHERID MAA

Mme Hafida MOHABEDDINE MAA

Présenté et soutenu publiquement le (22/06/2016)

#### Composition du jury :

Présidente	Mme. R.KETTAB,	Pr	Ecole Nationale Polytechnique
Promotrice	Mme. D.CHERID	MAA	Ecole Nationale Polytechnique
Promotrice	Mme. H.MOHABEDDINE	MAA	Ecole Nationale Polytechnique
Examineur	M.S.LAKEHAL	MAA	Ecole Nationale Polytechnique
Examineur	M. M.DEMIDEM	MAA	Ecole Nationale Polytechnique

## ملخص :

الهدف من هذا العمل هو دراسة ظاهرة الانبعاج لعمود مرتفع حسب Eurocode وBAEL لجسر مبني بالتتابع المتتالي المصمم خلال مشروع نهاية الدراسة بعد معالجة طرق حساب الانبعاج .

**كلمات المفتاح:**،النحافة العمود، الانبعاج،

## Abstract

The aim of this work is the study of the high pile buckling phenomenon of cantilever bridge according to Eurocode and BAEL designed during my final study after addressing calculating methods of buckling.

**Keyword:**buckling,column, slenderness.

## Résumé:

Le but de ce travail est l'étude du phénomène de flambement d'une pile haute selon l' Eurocode et le BAEL pour un viaduc construit par encorbellement successif conçu lors de mon projet fin d'étude après avoir abordé les méthodes de calcul du flambement

**Mots clés :**flambement, poteau, élancement.

# REMERCIEMENTS

Nous remercions avant tout Dieu tout puissant de nous avoir gardés en bonne santé afin de mener à bien ce projet de fin d'études.

Nous souhaitons exprimer, tout particulièrement, nos vifs remerciements et notre profonde reconnaissance à nos promotrices Mme D.CHERID et Mme H.MOHABEDDINE de nous avoir fait confiance et acceptées de diriger ce mémoire et qui, malgré leur multiples obligations, n'ont jamais ménagé aucun effort pour suivre cette étude de près pendant toute la durée du travail.

Nos remerciements vont également aux membres du jury d'avoir honoré notre soutenance et pour l'effort fourni afin de juger ce modeste travail

Nous tenons à remercier également tous les enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique et spécialement qui ont contribué de près ou de loin à notre formation, pour leurs précieux conseils techniques et pour le temps mis à notre disposition.

*Au nom de Dieu le clément et le miséricordieux*

## *Dédicace*

*Avant tout, je tiens à remercier le bon dieu, et l'unique qui m'offre le courage et la volonté nécessaire pour affronter les différentes difficultés de la vie.*

*Je dédie ce mémoire à :*

*Mes chers parents, que nulle dédicace ne puisse exprimer mes sincères sentiments, pour leur patience illimitée, leur encouragement continu, leur aide, en témoignage de mon profond amour et respect pour leurs grands sacrifices.*

*Mes chères sœurs pour leur grand amour et leur soutien qu'elles trouvent ici l'expression de ma haute gratitude.*

*Ma chère fiancée Meriem pour son soutien moral, sa gentillesse sans égal et ses encouragements.*

*A tous mes chers amis pour témoigner de la fraternité qui nous associe*

# Table des matières

Liste des figures

## Introduction générale

Introduction générale..... 11

### CHAPITRE I: PRESENTATION DE LA PROBLIMATIQUE

I.1. INTRODUCTION ..... 13

I.2. Définition ..... 13

I.3. Présentation de l'ouvrage ..... 14

I.3.1. Données fonctionnelles ..... 14

I.3.1.1. Tracé en plan ..... 14

I.3.1.2. Profil en long ..... 15

I.3.2 la pile élancée ..... 15

I.4. les règlements ..... 16

I.4.1. les Eurocodes ..... 16

I.4.2 Béton armé aux état limite ..... 17

I.5. Conclusion ..... 17

### CHAPITRE II : LES METHODES DE CALCUL

II.1. Introduction ..... 19

II.2. Rappels de résistance des matériaux ..... 19

II.2.1. Force critique d'Euler ..... 19

II.2.2 Amplification de la déformée d'une poutre comprimée ..... 21

II.2.3. Excentricités du premier et du second ordre ..... 22

II.2.4. Elancement ..... 23

II.3. Méthodes de calcul selon Eurocode ..... 24

II.3.1. principe de la vérification ..... 24

II.3.1.1. Domaine d'application ..... 26

II.3.1.2. Excentricité externe ..... 27

II.3.1.3. Excentricité interne ..... 28

II.3.1.4 Étude de l'équilibre ..... 30

II.3.2. Méthode général ..... 31

II.3.3. Méthode de la rigidité ..... 32

II.3.3.1. Domaine de validité ..... 32

II.3.3.2. Rigidité nominale ..... 32

II.3.3.3. Moment du premier et second ordre ..... 33

II.3.3.4.Cas des poteaux isolés avec excentricités du premier ordre différentes aux deux extrémités .....	34
II.4. Méthodes de calcul selon BAEL.....	34
II.4.1 Les tables de P.FAESSEL.....	35
II.4.1.1.Arguments d’entrée dans les tables .....	35
II.5. conclusion.....	37

### **CHAPITRE III : ETUDE D’UNE PILE - SECTION CREUSE- EUROCODE ET BAEL**

III.1. Introduction .....	39
III.2. Les efforts appliqués sur la pile .....	39
III.3. Dispense de la vérification du flambement.....	39
III.3.1. Elancement géométrique ( $\lambda$ ) .....	40
III.3.2. Effort normal relatif (n) .....	40
III.3.3. Elancement limite .....	40
III.4. Vérification du flambement par la méthode de rigidité .....	41
III.4.1. Colonne modèle.....	41
III.4.2. Calcul du moment équivalent .....	41
III.4.3. Excentricité due aux imperfections géométriques.....	42
III.4.4. Correction concernant le poids propre .....	42
III.4.5. Actions exercées sur la pile .....	43
III.4.5.1. Moment équivalent .....	43
III.4.5.2. Force de freinage .....	44
III.4.5.3. Effort normal excentré .....	44
III.4.5.4. Action du vent .....	44
III.4.5.5. Efforts totales appliqués sur la pile .....	45
III.4.6. Ferrailage de la pile .....	45
X.4.6.1. Section d’armature initiale .....	45
III.5. Etude de la pile selon BAEL .....	50
III.6.Utilisation des tables de P.FAESSEL.....	51
III.7.Conclusion .....	53

### **Conclusion générale**

Conclusion générale .....	54
Références bibliographiques .....	56



## LISTE DES FIGURES

<b>Figure I.1.</b> : Positions d'équilibre.....	13
<b>Figure I.2.</b> : Tracé en plan .....	14
<b>Figure I.3.</b> : Profil en long .....	15
<b>Figure I.4.</b> : Section de la pile .....	16
<b>Figure II.1.</b> : Poutre articulée à ses deux extrémités soumise à des forces axiales de compression .....	19
<b>Figure II.2.</b> Le moment fléchissant du premier ordre et deuxième ordre .....	22
<b>Figure II.3</b> : la longueur de flambement. ....	24
<b>Figure II.4.</b> : Organigramme du principe de la vérification. ....	25
<b>Figure II.6.</b> : Mise en évidence de l'excentricité externe.....	27
<b>Figure II.7.</b> : Représentation d'excentricité externe.....	28
<b>Figure II.8.</b> : Diagramme de déformation et de contrainte du béton.....	28
<b>Figure II.9.</b> : Représentation de effort interne dans le plan(e, 1/r).....	29
<b>Figure II.10.</b> : Représentation de l'effort interne et excentricité externe.....	30
<b>Figure II.11</b> : la zone de stabilité .....	31
<b>Figure II.12.</b> : section des tables de P.FAESSEL .....	35
<b>Figure II.13.</b> Table de FASSEL .....	36
<b>Figure III.2</b> : moments fléchissant appliqués sur la pile.....	39
<b>Figure III.1</b> : Effort normal appliqué en tête de pile.....	39
<b>Figure III.3.</b> : Colonne modèle .....	41
<b>Figure III.4.</b> : Actions appliquées sur la colonne modèle .....	42
<b>Figure III.5</b> : Colonne modèle .....	43
<b>Figure III.7</b> : Diagramme du moment fléchissant du moment équivalent .....	43
<b>Figure III.6.</b> : Moment équivalent appliqué sur la pile .....	43
<b>Figure III.9.</b> : Diagramme des moments fléchissant dû a la force de freinage .....	44
<b>Figure III.8.</b> : Force de freinage appliquée sur la pile.....	44
<b>Figure III.11</b> : Diagramme des moments fléchissant dû à la force excentré appliquée sur la pile.....	44
<b>Figure III.10.</b> : Effort normal excentré appliquée sur la pile .....	44
<b>Figure III.13</b> : Diagramme des moments fléchissant due au vent .....	44
<b>Figure III.12</b> : Charge répartie due au vent.....	44
<b>Figure III.15</b> : Effort normal total.....	45
<b>Figure III.14.</b> : Diagramme des moments fléchissant total.....	45
<b>Figure III.17.</b> : Effort normal total.....	45
<b>Figure III.16.</b> : Diagramme des moments fléchissant total.....	45

---

# INTRODUCTION GENERALE

---

## **Introduction générale**

Les éléments structuraux et en particulier les poteaux sont analysés et calculés à l'état limite ultime. En effet, ces poteaux sont généralement sollicités en flexion composée.

Les éléments comprimés d'une structure peuvent être sujets à un phénomène d'instabilité nommé flambement. Le flambement est rencontré sur des structures élancées soumises à un effort de compression excentré, pour lesquelles le déplacement transversal peut être important et ceci même sous de faibles charges.

Le premier chapitre est consacré à la définition du phénomène de flambement ainsi que la présentation de la pile étudiée.

Le deuxième chapitre présente les différentes méthodes de vérification d'état limite ultime de stabilité de forme selon l'Eurocode et le BAEL.

Le troisième chapitre est une application des méthodes de calcul sur une pile haute. Enfin, on termine par une conclusion générale.

---

# PRESENTATION DE LA PROBLIMATIQUE

---

## I.1. INTRODUCTION

On dit qu'il y a flambement ou instabilité élastique d'une construction soumise à un système d'efforts, lorsque pour une valeur particulière de chargement, appelée charge critique, il existe plusieurs états d'équilibre possibles.

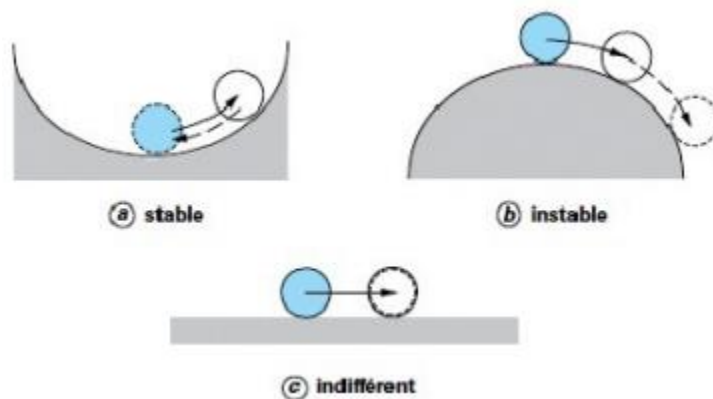
Les déformations ne sont plus proportionnelles aux efforts appliqués et elles peuvent devenir considérables, ce qui entraîne automatiquement l'effondrement de la construction.

Le flambage se produit surtout pour les éléments comprimés soit par compression ou compression-flexion, soit quelquefois même par torsion.

Dans ce chapitre on va définir le phénomène du flambement et présenter l'ouvrage ainsi que l'élément à étudier et les règlements.

## I.2. Définition

Pour un corps élastique, tout comme pour un corps rigide, on peut parler de stabilité ou d'instabilité des positions d'équilibre.



**Figure I.1.** : Positions d'équilibre

Si on déplace un élément de sa position d'équilibre, si cet élément retourne à sa position initiale on parle alors d'une position d'équilibre stable sinon cette position est instable.

Le phénomène de perte de stabilité pour les corps élastiques peut-être observé dans le cas d'une tige comprimée de manière axiale, lorsque la charge de compression augmente la tige se courbe vers l'extérieur. Tous les éléments de structure longue et mince ont un comportement similaire en compression.

Lorsque la charge de compression augmente lentement, on atteint une valeur pour laquelle l'élément mince, au lieu de simplement se raccourcir, s'infléchit et se rompt. Cette valeur critique est appelée : charge de flambement. Elle devient un facteur fondamental de dimensionnement lorsque le matériau possède une résistance à la compression suffisante pour permettre l'emploi d'une faible section, ce qui conduit à utiliser des éléments élancés.

Le phénomène d'instabilité transversale sous un effort de compression porte le nom de flambement

Monsieur Vierendeel attire l'attention sur le danger des pièces comprimées dans les constructions métalliques. Il écrit "On peut dire que sur dix écroulements survenus dans les constructions métalliques, il y en a huit dus au flambage.

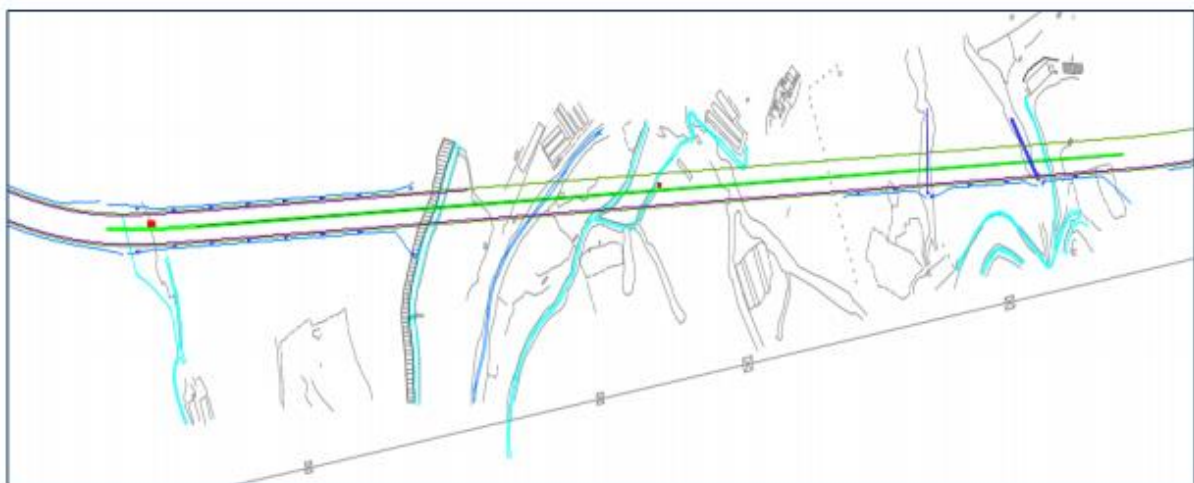
### **I.3. Présentation de l'ouvrage**

L'ouvrage traité dans ce projet est un viaduc qui se situera à Cherrhell dans la wilaya de Tipaza, sa portée totale est de 630m, compris entre le point kilométrique noté PK16+625 et PK17+250.

#### **I.3.1. Données fonctionnelles**

##### **I.3.1.1. Tracé en plan**

Le tracé en plan d'une route est un des éléments qui permet de caractériser la géométrie d'une route. Il est constitué par la projection horizontale sur un repère cartésien topographique de l'ensemble des points définissant le tracé de la route.



**Figure I.2. :** Tracé en plan

### I.3.1.2. Profil en long

Lors d'un avant-projet sommaire de l'étude d'un projet routier, le projeteur a besoin d'une vue en coupe du terrain naturel suivant l'axe du projet qu'il étudie : ce graphique est le profil en long du terrain naturel. Ce dernier permet d'obtenir, après plusieurs études un tracé « idéal » répondant aux impératifs du projet que sont la visibilité, l'emprise sur le terrain, la déclivité maximale, le moindre coût, etc.

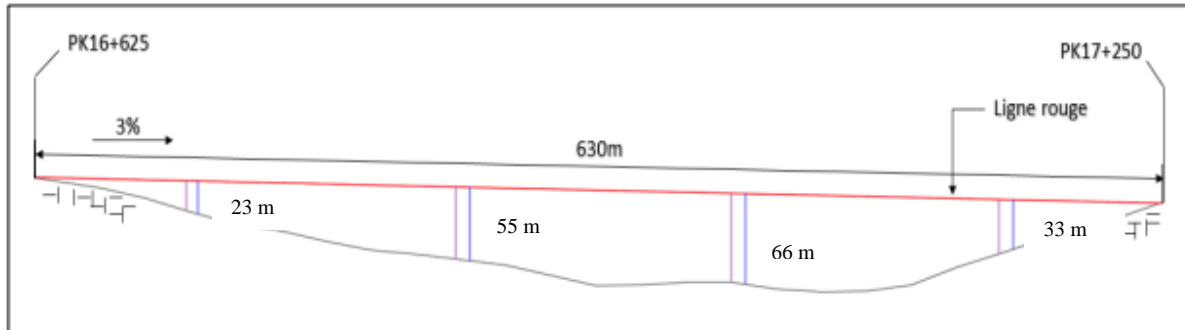
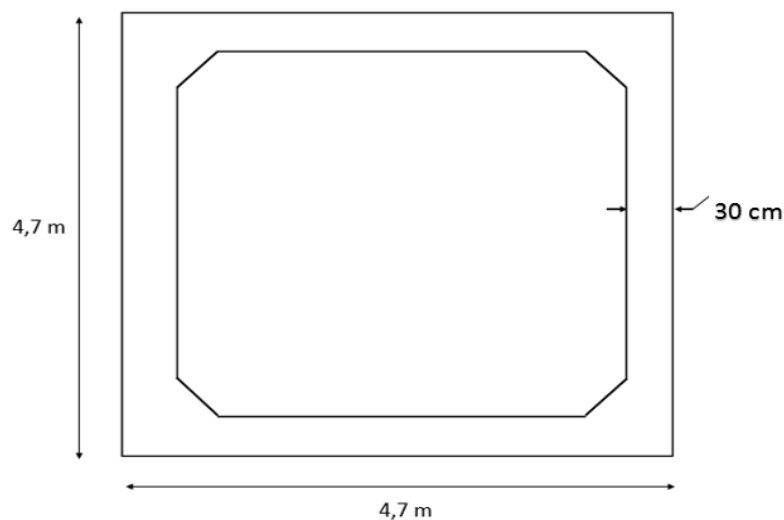


Figure I.3. : Profil en long

### I.3.2 la pile élancée

La conception de ce pont a été faite durant mon projet de fin étude intitulé CONCEPTION ET ETUDE D'UN VIADUC CONSTRUIT PAR ENCORBELLEMENT SUCCESSIF

Dans ce mémoire on va s'intéresser à étude du flambement de la pile en béton de 66 m hauteur dont les caractéristiques sont représentées dans la figure suivante :



**Figure I.4.** : Section de la pile

- Section :  $A_c = 6.4296m^2$
- Rayon de giration :  $i = 1.79$
- Moment inertie :  $I_y = 20.6079m^4$

## **I.4. les règlements**

Dans ce mémoire, l'étude du flambement de la pile va se faire selon les Eurocodes et BAEL.

### **I.4.1. les Eurocodes**

Les Eurocodes constituent un ensemble de 58 normes européennes, d'application volontaire, harmonisant les méthodes de calcul utilisables pour vérifier la stabilité et le dimensionnement des différents éléments constituant des bâtiments ou ouvrages de génie civil, quels que soient les types d'ouvrages ou de matériaux (structures en béton, en métal, structures mixtes acier/béton, maçonnerie, bois, aluminium, règles de calcul pour les ouvrages de géotechnique et règles parasismiques).

Les Eurocodes sont des codes européens de conception et de calcul des ouvrages, se substituant aux codes nationaux et permettant aux entreprises de travaux ou bureaux d'études, d'accéder aux marchés des autres pays membre

Les Eurocodes sont au nombre de neuf, chacun subdivisé en parties et sous-parties. Chacun vise un aspect spécifique de la conception, ou un type particulier de construction :

- Eurocode 0: Bases de calcul
- Eurocode 1: actions sur les structures
- Eurocode 2: Calcul des structures en béton
- Eurocode 3: Calcul des structures en acier
- Eurocode 4: Calcul des structures mixtes acier-béton
- Eurocode 5: Calcul des structures en bois
- Eurocode 6: Calcul des ouvrages en maçonnerie
- Eurocode 7: Calcul géotechnique
- Eurocode 8: Conception et dimensionnement des structures pour leur résistance aux séismes
- Eurocode 9: Calcul des structures en alliages d'aluminium



### **I.4.2 Béton armé aux état limite**

Le Béton armé aux états limites (BAEL) est le règlement français concernant l'utilisation du béton armé dans la construction. Il est utilisé aussi bien en travaux publics (pont, tunnel...) qu'en bâtiment.

### **I.5. Conclusion**

Dans ce chapitre on a initié le phénomène de flambement et on a présenté l'ouvrage ainsi que la pile étudié et les règlements utilisés.

---

# LES METHODES DE CALCUL

---

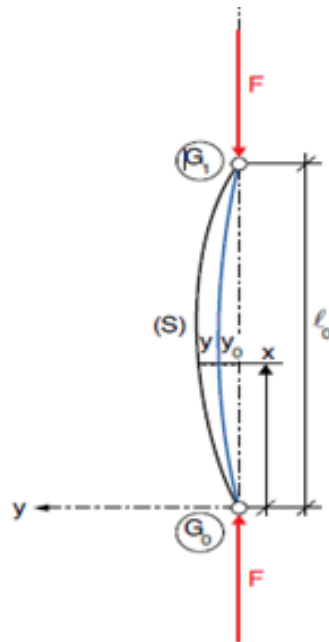
## II.1. Introduction

Ce chapitre traite les notions théoriques du phénomène de flambement et présente les différentes méthodes de calcul pour la vérification de l'Etat Limite Ultime du Stabilité de forme selon les Eurocodes et le BAEL.

## II.2. Rappels de résistance des matériaux

### II.2.1. Force critique d'Euler

Considérons une poutre  $G_0G_1$  articulée à ses deux extrémités.



**Figure II.1.** : Poutre articulée à ses deux extrémités soumise à des forces axiales de compression[1]

- $l_0$  : Longueur de la poutre,
- $S$  : aire de la section droite supposée constante,
- $G_0xy$  : repère associé à la pièce de telle sorte que l'axe  $G_0x$  supporte le segment  $G_0G_1$
- $F$  : forces axiales de compression appliquées à chacune des extrémités de la poutre,
- $y(x)$  : déplacement de la section d'abscisse  $x$  par rapport à la ligne d'action de  $F$ .

Pour que la déformée  $y(x)$  corresponde à une déformée stable, il faut que :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d\omega}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \\ M = -f \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{F}{EI}y = 0$$

F et EI étant constants, posons  $\gamma^2 = \frac{F}{EI}$ . Dans ces conditions, nous obtenons l'équation différentielle :

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} + \gamma^2 \cdot y = 0 \\ \gamma^2 = \frac{F}{EI} \end{cases}$$

dont l'intégrale Générale est :  $y = A \sin \gamma x + B \cos \gamma x$  et les constantes d'intégration A et B s'obtiennent en exprimant les conditions Aux limites

$$\begin{cases} [y]_{x=0} = 0 \\ [y]_{x=l_0} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ A \cdot \sin \gamma l_0 = 0 \end{cases}$$

La seconde relation conduit à :

$$\begin{cases} A = 0 \Rightarrow \text{forme rectiligne stable} \\ \text{ou} \\ \gamma l_0 = n\pi \Rightarrow \text{forme non rectiligne stable} \end{cases}$$

Donc il y a une infinité de déformées non rectilignes stables vérifiant :

$$y = A \cdot \sin \left( n\pi \frac{x}{l_0} \right)$$

Les valeurs correspondantes de la force F sont données

$$F = \gamma^2 EI \Rightarrow F = n^2 \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$$

La forme rectiligne cesse d'être une forme d'équilibre stable lorsque l'intensité de la force F atteint la plus petite de ces valeurs soit :

$$F_c = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$$

- $F_c$  La force critique d'Euler
- $l_0$  est appelée longueur de flambement de la poutre. Sa valeur dépend des liaisons aux deux extrémités de cette dernière

## II.2.2 Amplification de la déformée d'une poutre comprimée

Considérons une poutre  $G_0G_1$  articulée à ses deux extrémités :

- $\ell_0$ : Longueur de la poutre,
- $S$  : section droite constante,
- $F$  : forces axiales de compression appliquées à chacune des extrémités de la poutre,
- $\gamma_0 = a \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{\ell_0}\right)$  : défaut de rectitude initial
- $y(x)$  : déplacement de la section d'abscisse  $x$  par rapport à la ligne déformée initiale de la poutre.

Moment fléchissant dans la section d'abscisse  $x$  :

$$M(x) = -F(y + y_0)$$

Pour que la déformée soit stable, il faut que :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Soit :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F}{EI}(y + y_0)$$

Équation différentielle de la ligne moyenne déformée :

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dX^2} + \gamma^2 \cdot y = -\gamma^2 a \cdot \sin\left(\pi \frac{X}{\ell_0}\right) \\ \gamma^2 = \frac{F}{EI} \end{cases}$$

la solution de l'équation différentielle de la ligne moyenne déformée s'écrit :

$$y = \frac{F}{F_c - F} a \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{\ell_0}\right) = \frac{F}{F_c - F} y_0$$

Donc

$$y + y_0 = \left[ \frac{F}{F_c - F} + 1 \right] y_0 = \frac{F_c}{F_c - F} y_0$$

$$M = -F(y + y_0) = -F \frac{F_c}{F_c - F} y_0$$

D'où en posant  $M_0 = -F_c \cdot y_0$ , moment résultant de la déformée initiale :

$$M = \frac{F_c}{F_c - F} M_0 \geq M_0$$

$$K = \frac{F_c}{F_c - F} \geq 1 \text{ est appelé coefficient d'amplification}$$

Il en résulte qu'une déformation initiale de la ligne moyenne engendre, sous l'effet d'une compression :

- une augmentation du moment fléchissant ;
- une force critique de flambement inchangée.

### II.2.3. Excentricités du premier et du second ordre

Considérons une colonne soumise à l'action :

- d'une force verticale  $P$  d'excentricité structurale  $e_0$  en tête ;
- d'une force horizontale  $H$  en tête

Le moment fléchissant du premier ordre et deuxième ordre sont donnés dans la figure suivante

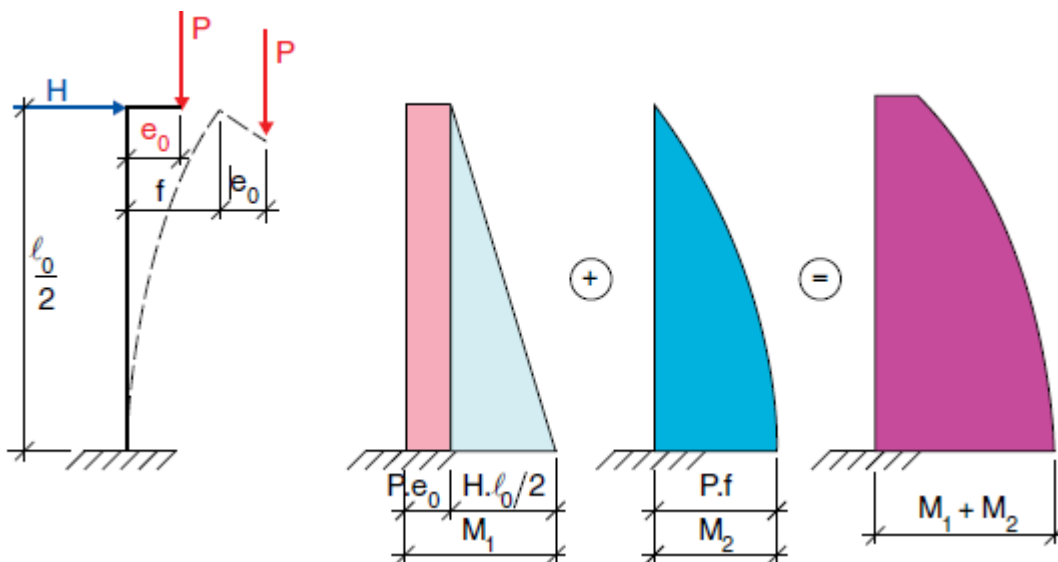


Figure II.2. Le moment fléchissant du premier ordre et deuxième ordre[2]

Le moment du second ordre résulte du supplément d'excentricité provenant de l'apparition de la flèche  $f$ .

Sollicitations en pied de poteau avant déformation :

$$\begin{cases} N = P \\ M_1 = P \cdot e_0 + H \frac{\ell_0}{2} \\ e_1 = \frac{M_1}{N} = e_0 + \frac{H}{P} \cdot \frac{\ell_0}{2} \end{cases}$$

Sollicitations du second ordre dues à la déformation :

$$\begin{cases} N = P \\ M_2 = P \cdot f \\ e_2 = \frac{M_2}{N} = f \end{cases}$$

Sollicitations totales (1er + 2e ordre) :

$$\begin{cases} N = P \\ M = M_1 + M_2 = P[e_0 + f] + H \frac{\ell_0}{2} \\ e = \frac{M}{N} = e_0 + \frac{H}{P} \cdot \frac{\ell_0}{2} + f \end{cases}$$

On appelle :

- excentricité du premier ordre : l'excentricité  $e_1$  évaluée sans tenir compte des déformations (résultat des calculs de RdM).
- excentricité du second ordre : l'excentricité  $e_2$  représentant les déformations de l'élément (influence des déformations sur le moment fléchissant).

#### II.2.4. Elancement

L'élancement est défini par :

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

Avec :

- $i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} = \text{rayon de giration de la section droite.}$
- $I_c =$  Moment d'inertie de la section transversale (béton seul) dans le plan de flambement
- $A_c =$  Aire de la section transversale.

La longueur efficace  $\ell_0$  d'un poteau est égale à sa longueur de flambement :

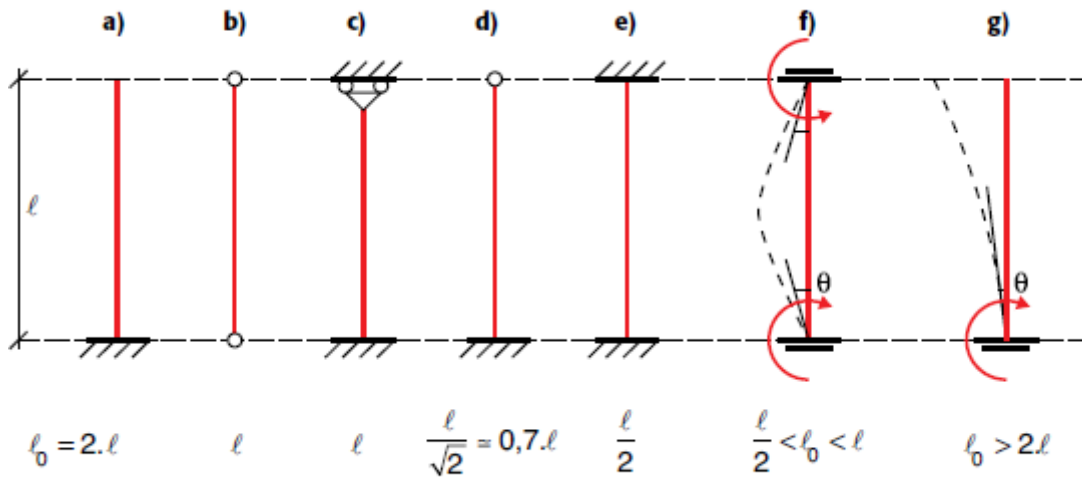


Figure II.3 : la longueur de flambement.[1]

## II.3. Méthodes de calcul selon Eurocode

Les Eurocodes proposent trois méthodes de vérification du flambement :

- La méthode générale
- la méthode de la rigidité
- la méthode de la courbure

### II.3.1. principe de la vérification

Le principe de la vérification est basé sur une analyse non linéaire, incluant:

- la non-linéarité géométrique (effets du second ordre) ;
- la non-linéarité des lois de comportement des matériaux (diagrammes  $\sigma-\epsilon$ ).



La méthode de calcul peut être schématisée par l'organigramme ci-dessous :

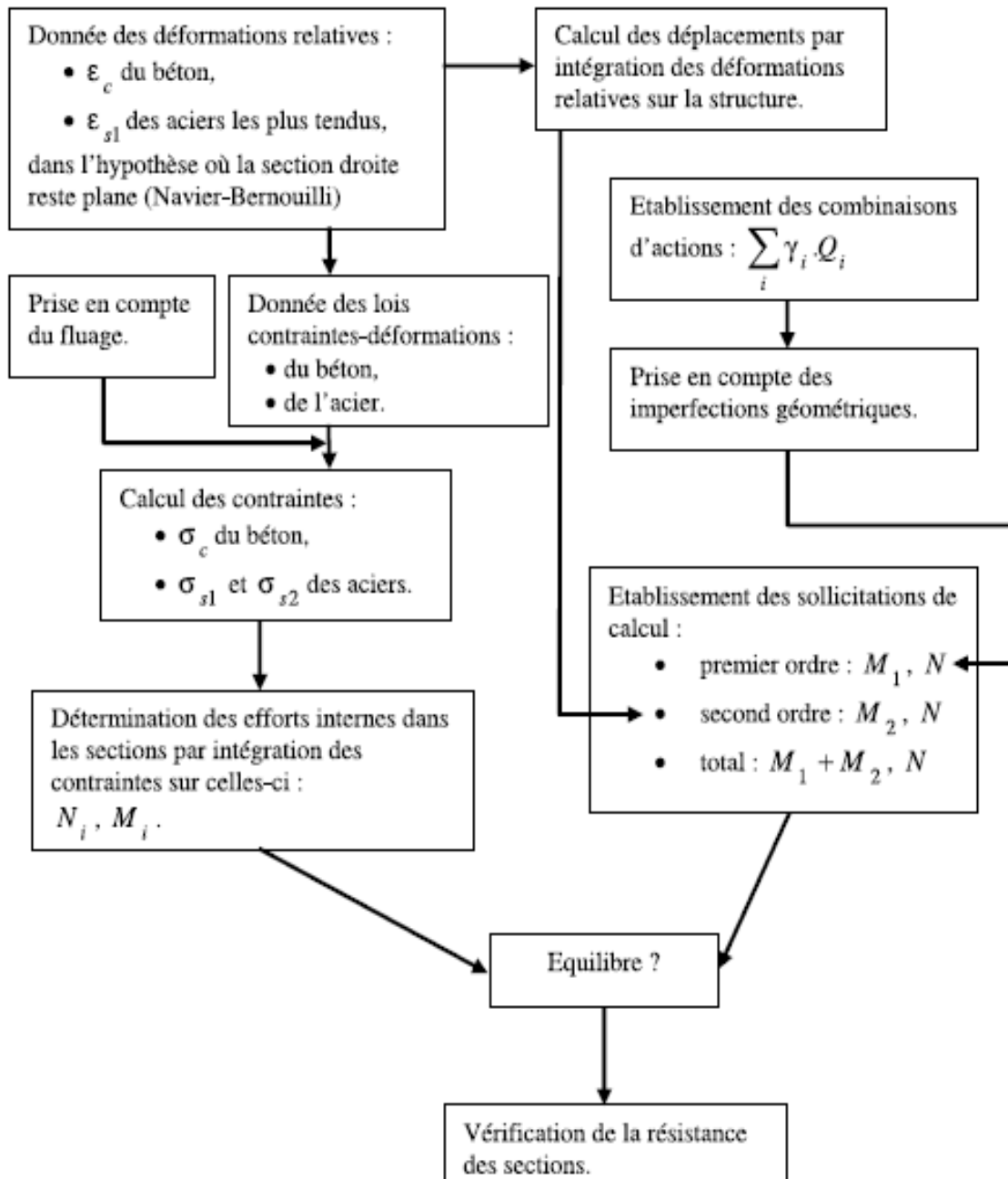


Figure II.4. : Organigramme du principe de la vérification. [1]

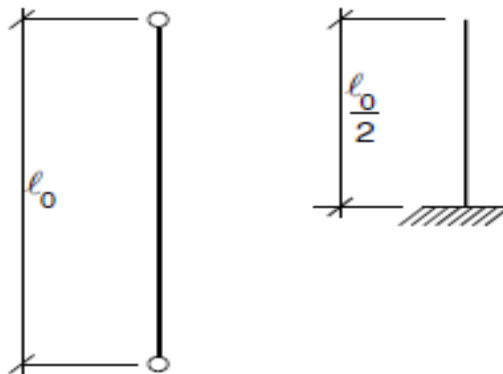
### II.3.1.1. Domaine d'application

Poteaux chargés de façon excentrée et d'élançement géométrique élevé

$$\lambda = \frac{\ell_0}{i} > \lambda_{\text{lim}}$$

avec :

- $\ell_0$  = longueur de flambement
- $i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$  = rayondemigrationdelasectiondroite
- $A_c$  = aire delasectiondroite (beton seul)
- $I_c$  = moment d'inertie delasectiondroitedansleplandeflambement
- $\lambda_{\text{lim}}$  = valeur limitée del'élançement dupoteau
- Poteaux de section constante.
- La ligne moyenne est symétrique par rapport à la section médiane.
- Poteaux articulés à leurs deux extrémités ou en console (mâts).



**Figure II.5.** : Les colonnes modèles. [1]

- Poteaux soumis à un effort normal constant.
- Poteaux soumis à un moment du premier ordre de signe constant dont la valeur maximale se produit dans la section à  $\ell_0/2$  du sommet.

### II.3.1.2. Excentricité externe

Pour un poteau encastré en pied et libre en tête:

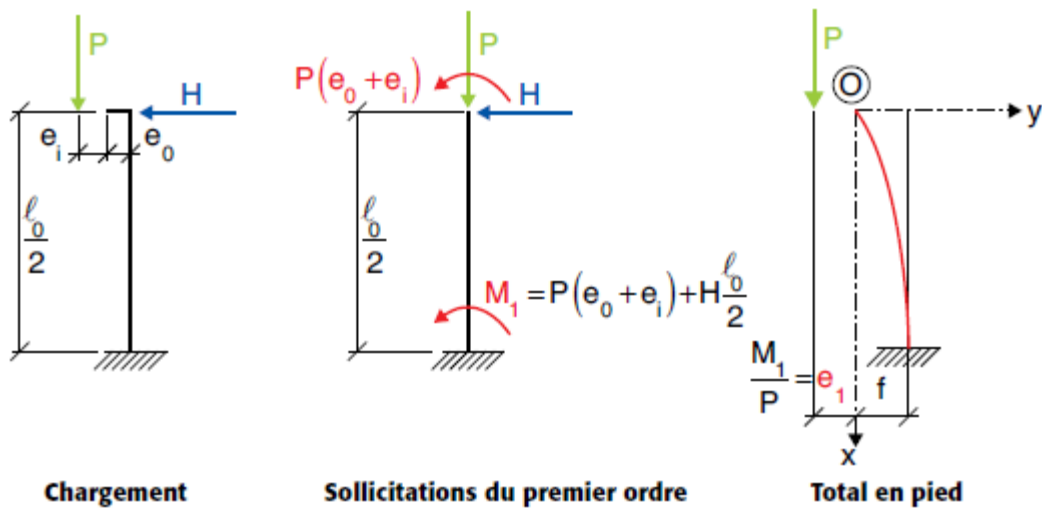


Figure II.6. : Mise en évidence de l'excentricité externe[1]

Dans le repère Oxy lié à l'extrémité libre du poteau, la déformée a pour équation :

$$\begin{cases} y = f \cdot \sin \frac{\pi \cdot X}{l_0} \\ f = \text{fleche maximale en tete} \end{cases}$$

La courbure est donnée par la relation

$$\frac{1}{r} = \frac{\dot{y}}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} \approx y''$$

$$\frac{1}{r} = -f \frac{\pi^2}{\ell_0^2} \sin \frac{\pi \cdot x}{\ell_0}$$

soit, en pied du poteau et en valeur absolue :

$$\frac{1}{r} = f \frac{\pi^2}{\ell_0^2} \Rightarrow f = e_2 = \frac{\ell_0^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{r}$$

L'excentricité « externe » ou excentricité de l'effort normal  $N_{Ed}$  dans la section la plus sollicitée (en pied de poteau) vaut donc :

$$e_{ext} = e_1 + e_2 = e_1 + \frac{\rho_0^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{r}$$

D'où sa représentation dans le repère  $(e, \frac{1}{r})$  :

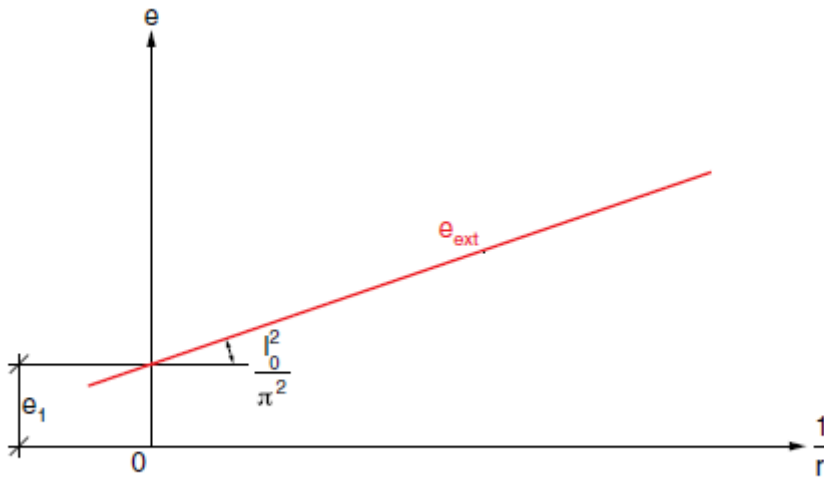


Figure II.7. : Représentation d'excentricité externe. [1]

### II.3.1.3.Excentricitéinterne.

Dans la section la plus sollicitée, tout état de déformation défini par sa courbure  $1/r$  et une déformation relative  $\varepsilon$  en un point particulier de la section, conduit aux équations de compatibilité et d'équilibre (moments rapportés au centre de gravité  $G_0$  du béton seul) :

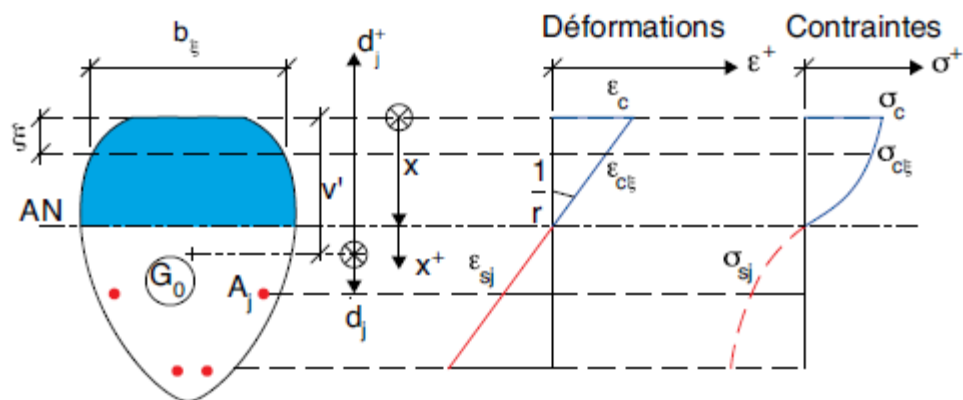


Figure II.8. : Diagramme de déformation et de contrainte du béton. [1]

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{sj}}{x - (v' - d_j)}$$

$$N_i = \int_0^x b_\xi \cdot \sigma_{c\xi} \cdot d\xi + \sum_1^n A_j \cdot \sigma_{sj}$$

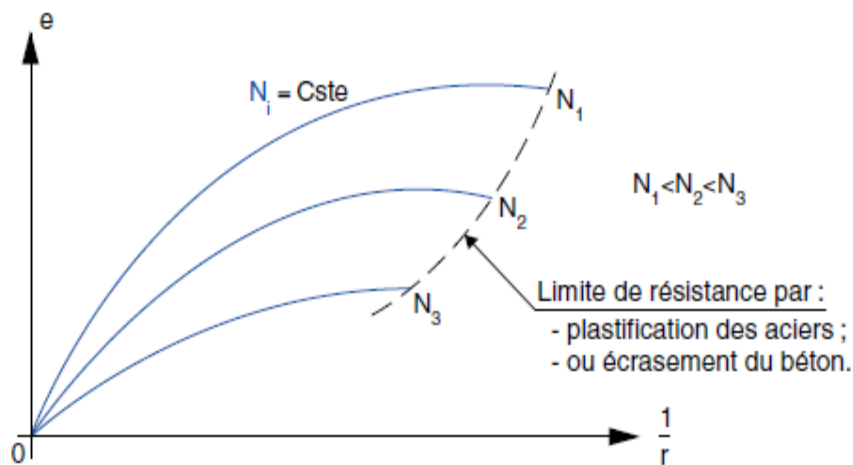
$$M_i = \int_0^x b_\xi \cdot \sigma_{c\xi} \cdot (v' - \xi) \cdot d\xi + \sum_1^n A_j \cdot \sigma_{sj} \cdot d_j = N_i \cdot e_{int}$$

D'après les diagrammes contraintes-déformations de l'acier et du béton, les contraintes sont fonction des déformations relatives, donc de la courbure  $1/r$  d'après les relations de compatibilité.

D'où, en éliminant les contraintes, puis les déformations, on obtient une relation de la forme :

$$\phi\left(N_i, e_{int}, \frac{1}{r}\right) = 0$$

Cette relation se traduit, dans le plan  $(e, 1/r)$  par :



**Figure II.9.** : Représentation de effort interne dans le plan  $(e, 1/r)$ . [1]

### II.3.1.4 Étude de l'équilibre

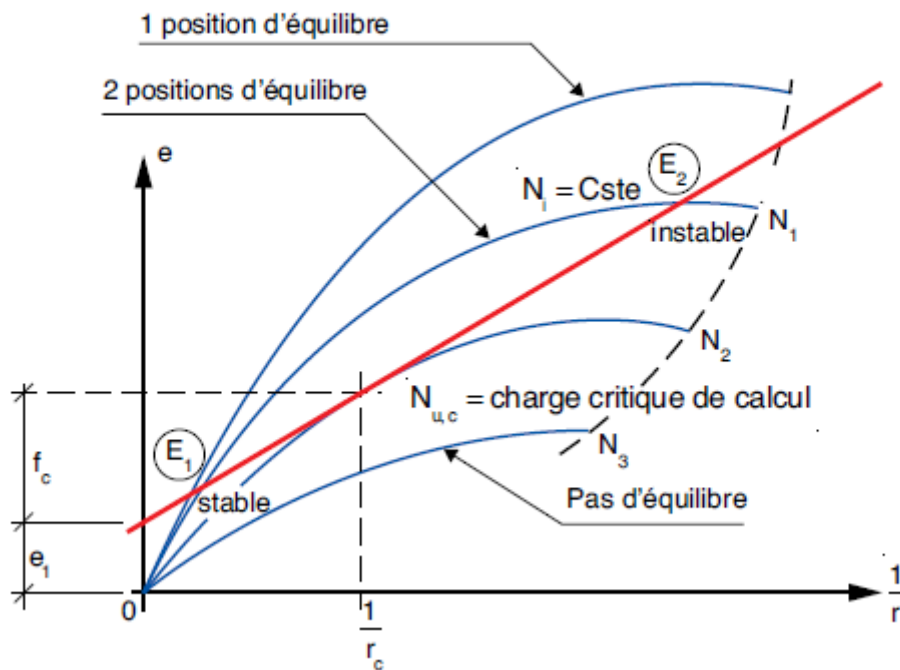


Figure II.10. : Représentation de l'effort interne et excentricité externe. [1]

Ces deux types de courbes peuvent :

- n'avoir aucun point commun → il n'y a pas d'équilibre possible.
- avoir au moins un point commun → il y a une position d'équilibre qui peut être stable ou instable.

La charge critique de calcul  $N_{u,c}$  correspond à celle des courbes  $N_i$  qui est tangente à la droite

$$e_{ext} = e_1 + f$$

Il suffit de remarquer que si, en  $E_1$ , on écarte le poteau de sa position d'équilibre par augmentation de la courbure  $1/r$

$e_{int}$  croît plus vite que  $e_{ext}$ , d'où la réaction du poteau à la déformation complémentaire tend à le ramener à la position d'équilibre  $E_1$  qui est par conséquent une position d'équilibre stable. C'est l'inverse qui se produit au point  $E_2$  qui caractérise un équilibre instable.

### II.3.2. Méthode générale

Dans le cas des poteaux articulés aux deux extrémités ou des mâts, l'étude de l'équilibre consiste à rechercher un point situé à l'intérieur de la zone colorée dans le plan ( $e, 1/r$ ) pour la section la plus sollicitée (à mi-hauteur du poteau bi-articulé ou à l'encastrement du mât), c'est-à-dire, à vérifier simultanément :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_i \left( \varepsilon, \frac{1}{r} \right) \geq N_{ext} \\ e_{int} \left( \varepsilon, \frac{1}{r} \right) = \frac{M_i \left( \varepsilon, \frac{1}{r} \right)}{N_i \left( \varepsilon, \frac{1}{r} \right)} \geq e_{ext} = e_1 + \frac{\ell_0^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{r} \end{array} \right.$$

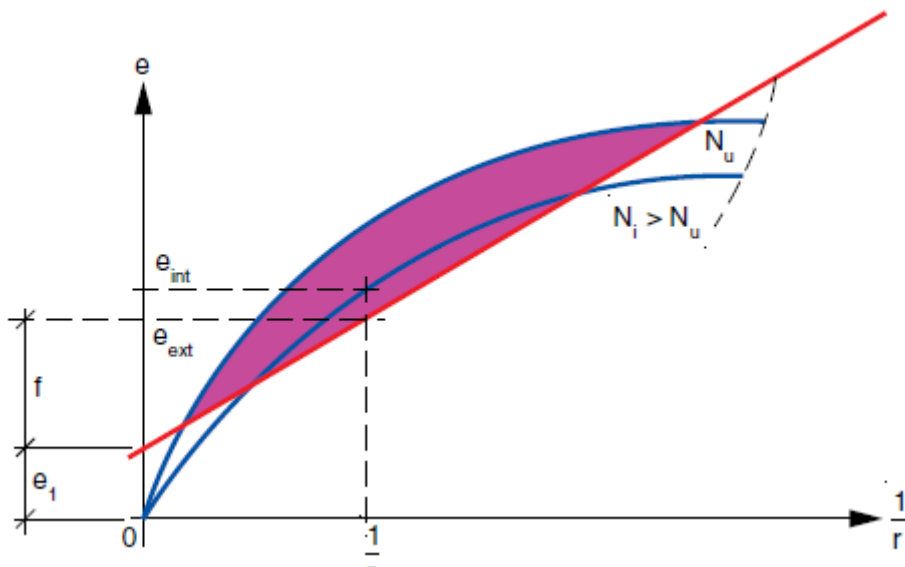


Figure II.11 : la zone de stabilité[1]

#### Avantages :

Elle est valable quelle que soit la forme de la section.

Elle ne nécessite pas l'utilisation de tables.

#### Inconvénients :

Le calcul est long car itératif, en particulier dans le cas où l'effort normal de calcul est proche de l'effort normal critique

### II.3.3. Méthode de la rigidité

#### II.3.3.1. Domaine de validité

La méthode de la rigidité consiste à tenir compte des effets du second ordre par amplification du moment du premier ordre.

Cette méthode s'applique aux ossatures et aux poteaux isolés à condition que leur rigidité soit estimée d'une façon appropriée.

#### II.3.3.2. Rigidité nominale

La rigidité nominale d'un poteau ou d'un élément d'ossature est donnée par la formule :

$$EI = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s$$

avec :

- $E_{ce} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}}$  = valeur de calcul du module de déformation du béton, Où  $\gamma_{CE} = 1,2$  Valeur recommandée et à utiliser pour l'Annexe nationale française 39
- $I_c$  = moment d'inertie de la section de béton,
- $E_s$  = valeur de calcul du module d'élasticité de l'acier,
- $I_s$  = moment d'inertie de la section des armatures par rapport au centre de gravité de la section de béton seul,
- $K_s$  = coefficient tenant compte de la contribution des armatures
- $K_c$  = coefficient tenant compte de la fissuration et du fluage

Pour le cas où  $0,002 \leq \rho = \frac{A_s}{A_c} < 0,01$

- $K_s = 1$
- $k_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + \varphi_{ef}}$

avec :

- $k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}}$  (MPa) = coefficient dépendant de la classe du béton,
- $k_2 = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} n \frac{\lambda}{170} \\ 0,02 \end{array} \right.$  = coefficient dépendant de l'effort normal et de l'élancement,

Où :

- $n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}$  = effort normal relatif,
- $\lambda = \frac{l_0}{i}$  = élancement géométrique



Cas où  $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0,01$

Pour une première itération, on peut partir de :

- $K_s = 0$
- $K_c = \frac{0,3}{1+0,5 \cdot \varphi_{ef}}$

Les itérations suivantes sont conduites avec les coefficients correspondant au cas où  $0,002 \leq \rho < 0,01$

### II.3.3.3. Moment du premier et second ordre

Le moment du premier et seconde ordre est donné par [1] :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left( 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right)$$

avec :

- $M_{0Ed}$  = moment du premier ordre (à l'ELU) tenant compte des imperfections géométriques
- $N_{Ed}$  = effort normal agissant à l'ELU,
- $N_B = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$  = charge de flambement évaluée sur la base de la méthode de la rigidité nominale,
- Pour des poteaux isolés, de section constante et soumis à un effort normal constant sur leur hauteur, l'allure de la déformée peut être assimilée à une sinusoïde et  $\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$  où :

$$c_0 = \begin{cases} 8: \text{moment du premier ordre constant,} \\ 9,6: \text{moment du premier ordre parabolique,} \\ 12: \text{moment du premier ordre triangulaire systemiques,} \\ \text{etc.} \end{cases}$$

On calcule les armatures nécessaire pour reprendre l'effort normal avec le moment de premier et second ordre, si cette section d'armature est supérieur à la section du départ on refait une autre itération sinon état limite ultime de stabilité de forme est vérifié

### II.3.3.4. Cas des poteaux isolés avec excentricités du premier ordre différentes aux deux extrémités

Pour des poteaux soumis à des moments du premier ordre différents à leurs extrémités,  $M_{01}$  et  $M_{02}$ , on peut considérer un moment du premier ordre équivalent constant défini par [2]

$$M_{0e} = \text{Max} \begin{cases} 0,6.M_{02} + 0,4.M_{01} \\ 0,4.M_{02} \end{cases}$$

Avec :

$$|M_{02}| \geq |M_{01}|.$$

## II.4. Méthodes de calcul selon BAEL

Le principe de vérification selon BAEL, est le même que dans les Eurocodes, il consiste à démontrer qu'il existe un état de contrainte qui équilibre les sollicitations de calcul y compris celles du second ordre

La différence se trouve dans les lois de comportement des matériaux (diagrammes  $\sigma-\varepsilon$ ), ainsi que dans l'hypothèse de la limite de l'élanement géométrique tel que :

$$\frac{l_f}{h} > \max \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ 20 \frac{e_1}{h} \end{array} \right.$$

Avec :

- $h$  = hauteur de la section droite dans le plan de flambement
- $l_f$  longueur de flambement
- $e_1$  excentricité du premier ordre

Le BAEL propose :

- Méthode générale similaire à celle proposée par l'Eurocode
- Utilisation des tables de P.FAESSEL

## II.4.1 Les tables de P.FAESSEL

Les tables s'appliquent aux poteaux bi-articulés ou aux mats dont les sections sont de la forme :

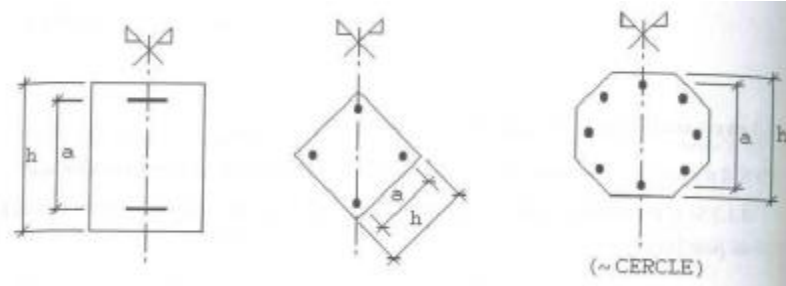


Figure II.12. : section des tables de P.FAESSEL[3]

### II.4.1.1. Arguments d'entrée dans les tables

$E_0$  = excentricité relative du premier ordre  $\rightarrow E_0 = \frac{e_1}{h}$

ELG = élancement géométrique  $\rightarrow ELG = \frac{l_f}{h}$

ALPHA = distance relatif entre nappes d'acier  $\rightarrow ALPHA = \frac{a}{h}$

EPSU = raccourcissement du béton  $\rightarrow EPSU = \frac{2}{1000}$  courte durée,  $\frac{6}{1000}$  longue durée.

SIGE = résistance de calcul de l'acier en bars  $\rightarrow SIGE = \frac{f_e}{\gamma_s}$

PIMEC = pourcentage mécanique d'armatures  $\rightarrow PIMEC = \frac{AF_{ed}}{Bf_{bu}}$

$1000V_U = \frac{1000 N_u}{BSIGJ} \rightarrow 1000V_U = \frac{1000 N_u}{Bf_{bu}}$

Voici un extrait des tables

SECTION RECTANGULAIRE - FLAMBEMENT DANS UN PLAN MEDIAN											EO	ELG	
VALEURS DE $(1000 \cdot NU) / (B \cdot SIGJ)$ ET DE $100 \cdot (E - EO) / EO$											0.30	15	
ALPHA		0.60		0.60		0.75		0.75		0.90		0.90	
EPSU		0.002		0.006		0.002		0.006		0.002		0.006	
SIGE	PIMEC												
1800	0.0	186	19	75	22	186	19	75	22	186	19	75	22
1800	0.025	251	21	144	27	265	20	157	27	277	20	168	28
1800	0.050	298	23	190	29	319	21	209	29	338	20	227	30
1800	0.075	334	25	226	33	362	22	251	31	386	21	274	32
1800	0.100	363	26	258	35	397	24	288	33	426	22	315	33
1800	0.150	410	29	310	41	452	27	350	38	489	25	385	36
1800	0.200	447	32	353	46	494	30	401	43	537	28	443	41
1800	0.300	506	30	422	55	561	28	480	53	611	27	533	50
1800	0.600	658	27	559	59	735	25	637	57	802	23	708	56
1800	1.000	847	25	723	53	949	23	826	50	1038	21	918	48
2000	0.0	186	19	75	22	186	19	75	22	186	19	75	22
2000	0.025	250	22	144	26	265	21	157	27	277	20	168	28
2000	0.050	295	24	189	31	318	22	209	30	338	20	227	30
2000	0.075	331	26	226	34	360	24	251	31	385	22	274	31
2000	0.100	360	28	257	37	394	26	288	34	424	23	315	32
2000	0.150	406	31	308	43	448	29	349	40	486	27	385	37
2000	0.200	442	33	351	47	489	31	399	45	532	28	442	42
2000	0.300	501	31	418	57	557	29	477	54	607	27	530	52
2000	0.600	655	28	556	60	731	25	634	57	799	24	705	55
2000	1.000	844	25	721	53	947	23	824	50	1036	21	916	49
3000	0.0	186	19	75	22	186	19	75	22	186	19	75	22
3000	0.025	236	27	140	33	255	26	156	30	272	24	168	28
3000	0.050	276	31	184	37	305	28	207	34	331	26	226	32
3000	0.075	308	33	219	41	346	30	248	38	375	28	273	35
3000	0.100	335	35	248	44	377	32	282	41	410	30	312	38
3000	0.150	383	37	298	50	426	33	340	47	466	32	379	44
3000	0.200	419	34	339	55	467	32	388	52	510	30	432	49
3000	0.300	481	32	403	64	537	30	462	61	588	28	516	58
3000	0.600	638	29	541	62	717	26	620	58	786	24	692	55
3000	1.000	829	26	708	54	935	24	813	51	1027	22	907	49
4000	0.0	186	19	75	22	186	19	75	22	186	19	75	22
4000	0.025	225	25	133	39	240	27	149	36	259	29	165	33
4000	0.050	258	31	174	44	285	34	201	40	314	31	223	38
4000	0.075	285	35	208	47	321	36	240	44	358	33	268	41
4000	0.100	309	38	238	50	353	38	274	47	393	35	306	44
4000	0.150	350	42	286	56	406	38	330	53	448	32	370	50
4000	0.200	386	46	326	61	449	35	376	58	494	31	421	55
4000	0.300	452	45	388	71	522	32	447	65	573	29	501	65
4000	0.600	614	38	527	64	704	28	608	60	775	25	681	56
4000	1.000	804	35	696	55	925	25	803	51	1020	22	898	49
5000	0.0	186	19	75	22	186	19	75	22	186	19	75	22
5000	0.025	217	24	124	42	230	26	141	41	246	28	158	38
5000	0.050	245	28	164	50	268	32	190	46	295	35	217	43
5000	0.075	269	33	196	54	300	37	231	50	335	39	260	46
5000	0.100	290	36	224	57	328	40	264	53	371	41	298	50
5000	0.150	326	40	273	62	377	45	319	59	430	39	359	55
5000	0.200	357	43	313	67	421	48	363	64	478	36	409	61
5000	0.300	414	49	374	76	496	43	433	71	559	33	487	67
5000	0.600	572	51	515	65	681	37	596	60	764	28	670	57
5000	1.000	759	46	685	56	900	33	794	51	1009	25	891	49

Figure II.13. Table de FASSEL[5]

## **II.5. conclusion**

Dans ce chapitre on a traité les méthodes de la vérification de l'état limite ultime de stabilité de forme selon Eurocode et BAEL.

La méthode générale est une méthode itérative très longue elle est utilisable généralement sur ordinateur.

---

ETUDE D'UNE PILE  
-SECTION CREUSE-  
EUROCODE ET BAEL

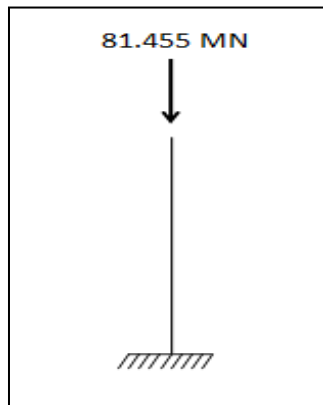
---

### III.1. Introduction

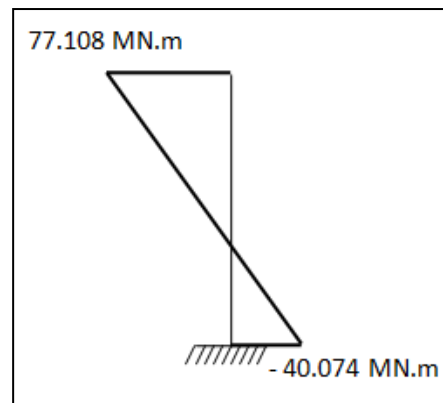
Cette partie traite étude de la pile selon l'Eurocode et le BAEL du viaduc de mon projet de fin d'étude donc tous les efforts sont tirés de ce dernier

### III.2. Les efforts appliqués sur la pile

Les figures suivantes montrent les sollicitations appliquées sur la pile (effort normal et moment fléchissant) données par le logiciel *Autodesk robot* sous la combinaison à l'état limite ultime la plus défavorable [ $1.35 G + 1.6(A_t + S_t)$ ].



**Figure III.1** : Effort normal appliqué en tête de pile



**Figure III.2** : moments fléchissant appliqués sur la pile

Les efforts d'accompagnement :

- Effort de freinage : 1.630 MN
- Le vent selon RCPR : 1KN/m<sup>2</sup>

**On premier lieu on va étudier la pile selon Eurocode**

### III.3. Dispense de la vérification du flambement

Afin que la stabilité de la pile vis-à-vis du flambement soit assurée, la condition suivante doit être vérifiée

$$\lambda = \frac{l_0}{i} < \lambda_{lim} = \frac{20 A B C}{\sqrt{n}}$$

Avec :

- $l_0$  la longueur de flambement
- $i$  rayon de giration

- $A = \frac{1}{1+0.2 \varphi_{ef}} = 0.7$  pour  $\varphi_{ef}$  coefficient de fluage effectif est inconnu
- $B = \sqrt{1 + 2 \omega} = 1.1$  avec  $\omega = \frac{A_s F_{yd}}{A_c f_{cd}}$  le pourcentage mécanique d'armature inconnu
- $C = 1.7 - r_m$  avec  $r_m = 1$  pour un élément non contreventé
- $n = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}}$  effort normal relatif

### III.3.1. Elancement géométrique ( $\lambda$ )

La longueur de flambement  $l_0 = l$  car la pile est bi encasté nœud déplaçable

$$\lambda = \frac{66}{1.79} = 36.87$$

### III.3.2. Effort normal relatif (n)

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Avec :

- $f_{ck}$  : résistance à la compression à 28 jours
- $\alpha_{cc} = 1$  : valeur recommandée et à utiliser pour l'Annexe nationale française
- $\gamma_c = 1.5$  : coefficient de pondération

$$f_{cd} = 1 \times \frac{40}{1.5} = 26.66 \text{ Mpa}$$

$$n = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{81.455}{6.4296 \cdot 26.66}$$

$$n = 0.47$$

### III.3.3. Elancement limite

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot 0.7 \cdot 1.1 \cdot 0.7}{\sqrt{0.47}} = 15.72$$

$\lambda > \lambda_{lim} \rightarrow$  La condition de non stabilité de forme n'est pas vérifiée, il y'a risque de flambement.

Pour la vérification du flambement on utilise la méthode de la rigidité.



### III.4. Vérification du flambement par la méthode de rigidité

La méthode de la rigidité consiste à tenir compte des effets du second ordre par amplification du moment de second ordre.

Cette méthode s'applique aux ossatures et aux poteaux isolés à condition que leurs rigidités soient estimées de façon appropriée.

#### III.4.1. Colonne modèle

Dans la méthode de rigidité on assimile la pile à une colonne modèle de hauteur  $h = \frac{l_0}{2}$ , où  $l_0$  représente la longueur de flambement.

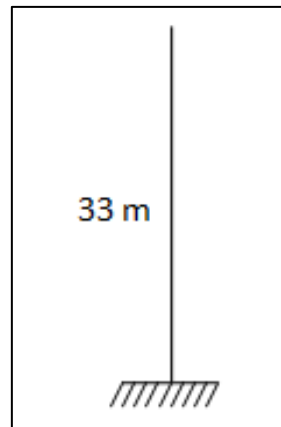


Figure III.3. : Colonne modèle

#### III.4.2. Calcul du moment équivalent

On applique sur la colonne modèle un moment équivalent donné par la formule suivante :

$$M_e = \max \begin{cases} 0.6M_2 + 0.4M_1 \\ 0.4M_2 \end{cases}$$

$M_1, M_2$  : Moment fléchissant aux extrémités de la pile avec  $M_2 > M_1$

$$M_e = \max \begin{cases} 30.235 \text{ MN.m} \\ 30.843 \text{ MN.m} \end{cases} \rightarrow M_e = 30,843$$

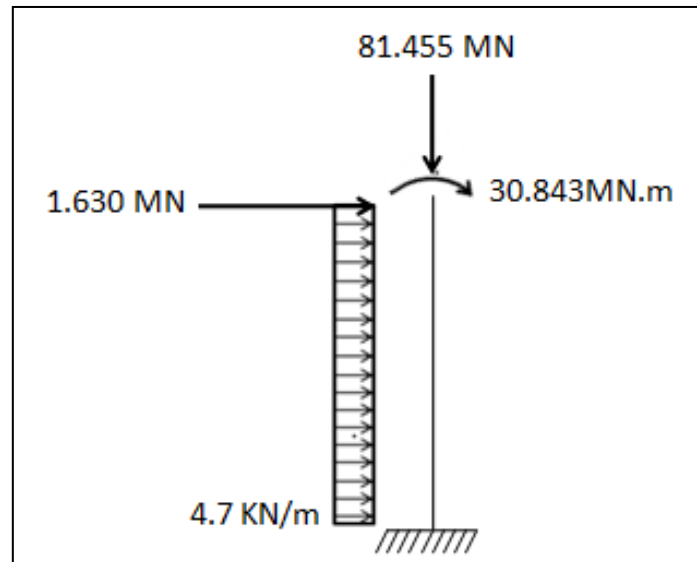


Figure III.4. : Actions appliquées sur la colonne modèle

### III.4.3. Excentricité due aux imperfections géométriques

Pour les ponts, les imperfections sont représentées par une inclinaison globale d'un angle  $\theta_i$ , [6] ; définie par

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h$$

Avec :

- $\theta_0 = \frac{1}{200}$
- $\alpha_h = \min \left\{ \frac{2}{\sqrt{l}}, 1 \right\} = 0.25 \rightarrow \alpha_h = 0.25$

L'excentricité due aux imperfections géométrique est donnée par

$$e_i = \theta_i \frac{l_0}{2} \rightarrow e_i = 0.04 \text{ m}$$

### III.4.4. Correction concernant le poids propre

L'effort normal est déterminé en tête de pile, on doit rajouter le moment dû au poids propre de la pile et apporter les rectifications nécessaires à la colonne modèle par les formules suivantes [2]

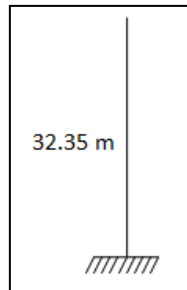
$$\begin{cases} P' = P + g \frac{l_0}{2} \\ M' = M_1 \end{cases} \quad l'_0 = l_0 \sqrt{1 - \frac{g l_0}{\pi(P + \frac{g l_0}{2})}}$$

$g$  : Poids propre de la pile

$$\begin{cases} P' = 81.768 + 0.161 \frac{66}{2} = 86.768 \text{ MN} \\ M' = M_1 = 30.843 \text{ MN.m} \end{cases}$$

$$l'_0 = 66 \sqrt{1 - \frac{0.161 \cdot 66}{3.14 (86.768)}} \rightarrow l'_0 = 64.70 \text{ m}$$

La colonne modèle devient



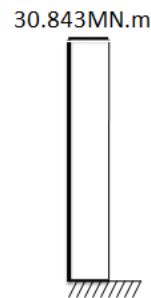
**Figure III.5 :** Colonne modèle

### III.4.5. Actions exercées sur la pile

#### III.4.5.1. Moment équivalent

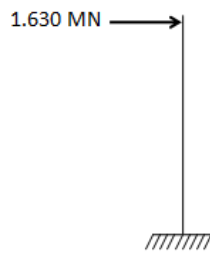


**Figure III.6. :** Moment équivalent appliqué sur la pile

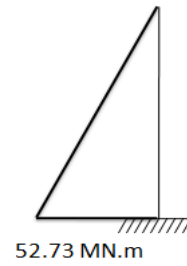


**Figure III.7 :** Diagramme du moment fléchissant du moment

### III.4.5.2. Force de freinage



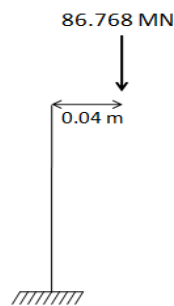
**Figure III.8.** : Force de freinage appliquée sur la pile



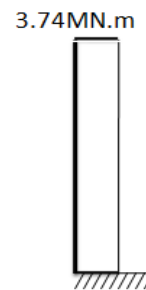
**Figure III.9.** : Diagramme des moments fléchissant dû à la force de freinage

### III.4.5.3. Effort normal excentré

L'excentricité est due aux imperfections géométriques de la pile.

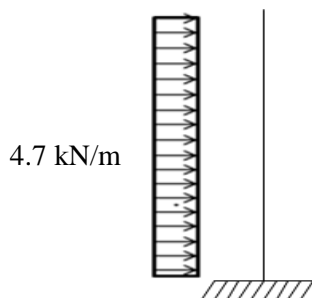


**Figure III.10.** : Effort normal excentré appliquée sur la pile

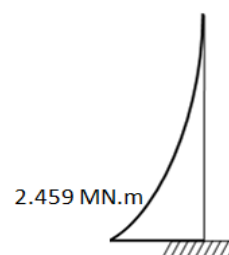


**Figure III.11.** : Diagramme des moments fléchissant dû à la force excentré appliquée sur la pile

### III.4.5.4. Action du vent



**Figure III.12.** : Charge répartie due au vent



**Figure III.13.** : Diagramme des moments fléchissant due au vent

### III.4.5.5. Efforts totaux appliqués sur la pile

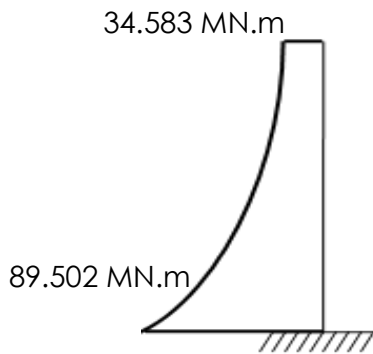


Figure III.14. : Diagramme des moments

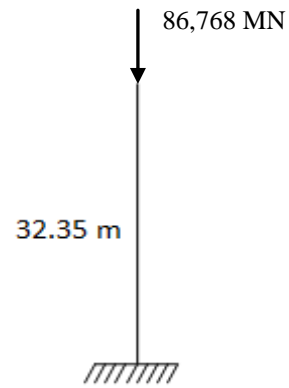


Figure III.15 : Effort normal total

### III.4.6. Ferrailage de la pile

#### X.4.6.1. Section d'armature initiale

La section d'armature étant inconnue à ce stade de l'étude, on prend une section de départ obtenue en négligeant les effets du second ordre à partir des diagrammes d'interaction

Le supplément d'excentricité :

$$\Delta e_0 = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 20 \text{ mm} \\ \frac{h}{30} \end{array} \right. \rightarrow \Delta e_0 = 0.156 \text{ m}$$

Les efforts pris en compte pour le ferrailage de la pile deviennent :

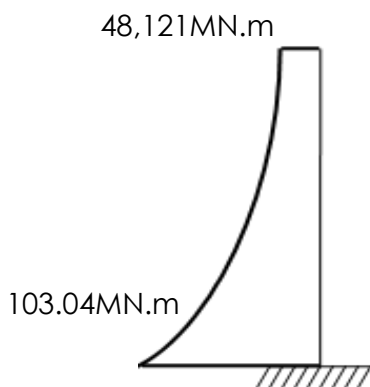


Figure III.16. : Diagramme des moments fléchissant total

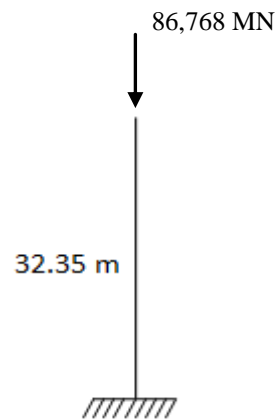


Figure III.17. : Effort normal total

Pour la détermination du ferrailage d'une section creuse, on utilise les abaques de Walter [].

Arguments d'entrées dans les abaques de Walther :

$$M_{0ed} = 103.04 \text{ MN.m}$$

$$N_{ed} = 86.768 \text{ MN}$$

$$\mu = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} = \frac{103.04}{4.7^3 \cdot 26.66} = 0.037$$

$$\nu = \frac{N_d}{bh f_{cd}} = \frac{86.768}{4.7^2 \cdot 26.66} = 0.147$$

- $M_{0ed}$  : Moment ultime calculé
- $N_{ed}$  : Effort ultime de calcul
- $\mu, \nu$  : paramètres pour les abaques
- $f_{cd}$  : résistance de calcul en compression

Le pourcentage mécanique des armatures tiré des abaques est

$$\omega = 0.22$$

La section d'armature est donnée par la formule suivante :

$$A_{s \text{ total1}} = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s \text{ total1}} = 0.298 \cdot 4.7^2 \cdot \frac{26.66}{434.78} = 0.298 \text{ m}^2$$

Calcul de la rigidité nominale correspondante

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

Avec :

- $f_{cm}$  : Résistance moyenne en compression à 28 jours

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 40 + 8 = 48 \text{ MPa}$$

- $E_{cm}$  : Module délasticité instantané

$$E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 35220 \text{ MPa}$$

- $E_{cd}$  : valeur de calcul du module de déformation du béton

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{ce}} = \frac{35220}{1.2} = 29333.33$$

- $E_s$  : Module d'élasticité des armatures

$$E_S = 200\,000 \text{ MPa}$$

Le pourcentage des armatures :

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{0.298}{6.4296} = 0.046$$

$$\rho > 0.01 \rightarrow \begin{cases} K_s = 0 \\ K_c = \frac{0.3}{1+0.5\rho_{ef}} = \frac{0.3}{1+0.5 \cdot 2.14} = 0,144 \end{cases}$$

La rigidité nominale est :

$$EI = 0.144 \cdot 29333.33 \cdot 20.6079$$

$$EI = 87047,75 \text{ MN.m}^2$$

Le Moment ultime du 1<sup>er</sup> ordre + 2<sup>eme</sup> ordre  $M_{ed}$  est :

$$M_{ed} = M_{0ed} \left( 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{ed}} - 1} \right)$$

Avec :

- $N_B = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2} = 3.14^2 \frac{87047.75}{64.70^2} = 205.02$
- $\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$  avec  $c_0 = 9.6$  car le diagramme du 1<sup>er</sup> ordre est parabolique

$$M_{ed} = 103.04 \left( 1 + \frac{1.02}{\frac{205.02}{86.768} - 1} \right)$$

$$M_{ed} = 180.32 \text{ MN.m}$$

Arguments d'entrés dans les abaques :

$$M_{ed} = 180.32 \text{ MN.m}$$

$$N_{ed} = 86.768 \text{ MN}$$

$$\mu = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} = \frac{180.32}{4.7^3 \cdot 26.66} = 0.065$$

$$\nu = \frac{N_d}{bh f_{cd}} = \frac{86.768}{4.7^2 \cdot 26.66} = 0.147$$

Le pourcentage sorti des abaques est  $\omega = 0.28$

$$A_{s\ total\ 2} = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s\ total\ 2} = 0.28 \cdot 4.7^2 \frac{26.66}{434.78}$$

$$A_{s\ total\ 2} = 0.379\ m^2$$

Il faut faire une 2<sup>eme</sup> itération car  $A_{s\ total\ 2} > A_{s\ total\ 1}$  en prenant cette fois une section de départ égale  $A_{s\ total\ 2}$

### 2<sup>eme</sup> itération

Dispense de la vérification de l'état limite ultime de stabilité de forme

$$\lambda = \frac{l_0}{i} < \lambda_{lim} = \frac{20 A B C}{\sqrt{n}}$$

Avec :

- $A = \frac{1}{1+0.2 \varphi_{ef}} = 0.7$
- $B = \sqrt{1 + 2 \omega} = \sqrt{1 + 2 \cdot 0.28} = 1.24$
- $C = 1.7 - r_m = 0.7$
- $n = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{86.768}{6.4296 \cdot 26.66} = 0.5$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{64.70}{1.79} = 36.14$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot 0.7 \cdot 1.24 \cdot 0.7}{\sqrt{0.5}} = 17.18$$

$\lambda > \lambda_{lim} \rightarrow$  Il faut vérifier le flambement

Calcul de la rigidité nominale correspondante :

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

Avec

- $E_{cd} = 29333.33\ MPa$
- $E_s = 200\ 000\ Mpa$
- $I_c = 20.6079\ m^4$



Dans la 2<sup>eme</sup> itération on prend :

$$\bullet K_c = \frac{K_1 K_2}{1 + \varphi_{ef}} \text{ avec } \begin{cases} K_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}} = 1.41 \\ K_2 = \min \left\{ \frac{n \lambda}{180} = 0.1 \right. \\ \left. 0.2 \right\} \end{cases} \rightarrow K_c = \frac{1.41 \cdot 0.1}{1 + 2.14} = 0.044$$

$$\bullet I_s = A_s \left( \frac{h}{2} - c \right)^2 = 0.379 \left( \frac{4.7}{2} - 0.05 \right)^2 = 0.871 \text{ m}^4$$

$$EI = 0.044 \cdot 29333.33 \cdot 20.6079 + 200000 \cdot 0.871$$

$$EI = 200797.92 \text{ MNm}^2$$

Le Moment ultime du 1<sup>er</sup> ordre + 2<sup>eme</sup> ordre

$$M_{ed} = M_{0ed} \left( 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{ed}} - 1} \right)$$

Avec :

- $N_B = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2} = 3.14^2 \frac{200797.92}{64.70^2} = 472.94$
- $\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$  avec  $c_0 = 9.6$  car le diagramme du 1<sup>er</sup> ordre est parabolique

$$M_{ed} = 103.04 \left( 1 + \frac{1.02}{\frac{472.94}{86.768} - 1} \right)$$

$$M_{ed} = 126.73 \text{ MN.m}$$

Arguments d'entrés dans les abaques :

$$M_{ed} = 126.73 \text{ MN.m}$$

$$N_{ed} = 86.768 \text{ MN}$$

$$\mu = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} = \frac{126.73}{4.7^3 \cdot 26.66} = 0.047$$

$$\nu = \frac{N_d}{bh f_{cd}} = \frac{86.768}{4.7^2 \cdot 26.66} = 0.147$$

Le pourcentage sorti des abaques est  $\omega = 0.24$

$$A'_{s\ total\ 2} = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A'_{s\ total\ 2} = 0.24 \cdot 4.7^2 \frac{26.66}{434.78}$$

$$A'_{s\ total\ 2} = 0.325\ m^2$$

$$A'_{s\ total\ 1} > A'_{s\ total\ 2}$$

**Remarque :** dans cette deuxième itération la section d'armature de départ  $A'_{s\ total\ 1}$  est prise égale à  $A_{s\ total\ 2}$  déterminée dans la première itération

La stabilité de la pile par rapport au flambement est vérifiée avec la section d'armature  $A'_{s\ total\ 1}$

### III.5. Etude de la pile selon BAEL

De la même manière on calcule le moment du premier ordre, la seule différence est dans le calcul de l'excentricité accidentelle

$$e_a = \max \left\{ \begin{array}{l} 2\ cm \\ \frac{l}{250} \end{array} \right.$$

$$e_a = 26.4\ cm$$

Le moment du premier ordre obtenu est 115.9 MN

L'excentricité du premier ordre  $e_1$  est donnée par

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{115.9}{81.455} = 1.42$$

$$\frac{l_f}{h} > \max \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ 20 \frac{e_1}{h} \end{array} \right.$$

$$14.04 > 15$$

La condition n'est pas vérifiée donc il n'y a pas de risque de flambement

### III.6.Utilisation des tables de P.FAESSEL

Pour pouvoir illustré l'utilisation des tables de P.FAESSEL on va changer la section de caisson et on va utiliser une pile voile de section pleine

Pour cela on va opter pour la section suivante :

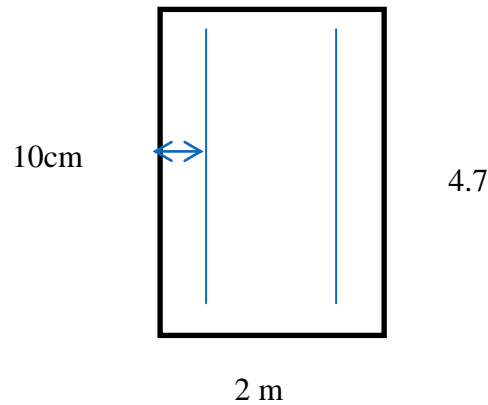


Figure III.18.:Section pile pleine

Vérification du flambement :

$$\frac{l_f}{h} = \frac{66}{2} = 33$$

$$\text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ 20 \frac{e_1}{h} \end{array} \right. \rightarrow \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ 14.2 \end{array} \right.$$

$$\frac{l_f}{h} > \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ 14.2 \end{array} \right.$$

Donc il faut vérifier le flambement.

15

On utilise la méthode de P.FAESSEL

- $E_0 = \frac{e_1}{h} = \frac{1.42}{4.8} = 0.3$
- $ELG = \frac{e_1}{h} = 14$
- $ALPHA = \frac{e_1}{h} = \frac{1.9}{2} = 0.9$
- $EPSU = \frac{6}{1000} = 0.006$
- $SIGE = \frac{e_1}{\lambda_s} = \frac{500}{1.5} = 4.35 = 4350 \text{ bars}$
- $PIMEC = \frac{A f c d}{B f v}$
- $f b v = \frac{0.85 f c 28}{1.5}$
- $f b v = 22.6$
- $1000 V_u = 1000 \frac{N u}{B f b v}$
- $1000 V_u = 1000 \frac{81.455}{9.4 \times 22.6}$
- $1000 V_u = 328.41$

ALPHA 0.9

EPSU 6/1000

SIGE PIMEC

4000	0.15	370
4000	0.20	421
5000	0.15	359
5000	0.2	409

- Par interpolation linéaire sur 1000 Vu

4000	0.168	382.41
5000	0.163	382.41

- Par interpolation sur SIGE

4350	0.166	381.41
------	-------	--------

PIMEC = 0.166

$$A = PIMEC = \frac{B f b v}{f s v}$$

$$A = \frac{0.166 \times 4.77 \times 22.66}{434.78}$$

$$A = 0.0813 \text{ m}^2$$

$$A = 813 \text{ cm}^2$$

### **III.7. Conclusion**

Pour la même pile sous un même chargement il y'a lieu de vérifier état limite ultime de stabilité de forme lorsqu'on utilise l'Eurocode contrairement au BAEL où il n'y a pas risque de flambement.

---

# CONCLUSION GENERALE

---

## Conclusion générale

Dans le cadre de l'obtention du diplôme de Master en Génie Civil, on s'est intéressé à l'instabilité des structures. Ce master consiste en l'étude du phénomène de flambement d'une pile haute selon l'Eurocode et le BAEL.

A travers ce mémoire j'ai traité les différentes méthodes permettant de faire la vérification de l'état limite ultime de stabilité de forme selon les deux règlements Eurocode et BAEL où j'ai pu appliquer ces méthodes pour la vérification du flambement d'une pile haute.

Ce travail a permis de constater que dans le BAEL on détermine la section d'armatures contrairement à l'Eurocode où il ya lieu de faire une vérification avec une section de départ.

Enfin, ce mémoire est une première expérience qui s'est avérée très enrichissante, tant du point de vue informations et connaissances acquises que sur l'aspect d'organisation et de gestion du temps.

## Références bibliographiques

[1] ROUX, Jean. Maitrise de l'Eurocode 2 – Editions EYROLLES, 2009.331p.ISBN 978-2-212-12160-5.

[2] PAILLE, Jean Marie. Calcul des structures en béton - Editions EYROLLES, 2009.331p.ISBN 978-2-12-273111-6.

[3]PERCHAT. Jean , ROUX ,Jean, Pratique du BAEL 91 ,Editions EYROLLES.2002 ,ISBN :2-212-11049-9

[4] WALTHER.R, HOURIET.B. Abaques pour le dimensionnement des sections en béton armé (Sections creuses) – Presse polytechniques romandes de Lausanne, 1977.212p.

[5]FAESSEL, ROBINSON, MORISSET, Tables d'états limites ultimes des poteaux en béton armé, Société de diffusion des techniques du Bâtiment et des travaux publics ,1971,194p.

[6] Cours de techniques de recherche et communication de l'Ecole Nationale Polytechnique, Pr.KETTAB