

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

7/86

وزارة التعليم العلي
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Alex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES
INGENIORAT D'ETAT EN GENIE MECANIQUE

SUJET :

POMPE DOUBLE A PALETTES

$Q = 36 \text{ l/mn}$ $P = 200 \text{ bars}$

Proposé par
J. P. PIEROZAK

Etudié par
B. KORICHI

Dirigé par
J. P. PIEROZAK

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER
BIBLIOTHEQUE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي
Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

INGENIORAT D'ETAT EN GENIE MECANIQUE

SUJET :

POMPE DOUBLE A PALETTES

$Q = 36 \text{ l/mn}$ $P = 200 \text{ bars}$

Proposé par
J. P. PIEROZAK

Etudié par
B. KORICHI

Dirigé par
J. P. PIEROZAK

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

لَقَدْ أَرْسَلْنَا رُسُلَنَا بِالْبَيِّنَاتِ وَأَنْزَلْنَا
مَعَهُمُ الْكِتَابَ وَالْمِيزَانَ لِيَقُومَ النَّاسُ بِالْقِسْطِ
وَأَنْزَلْنَا الْحَدِيدَ فِيهِ بَأْسٌ شَدِيدٌ وَمَنَافِعُ
لِلنَّاسِ وَلِيَعْلَمَ اللَّهُ مَن يَنْصُرُهُ وَرُسُلَهُ بِالْغَيْبِ
إِنَّ اللَّهَ قَوِيٌّ عَزِيزٌ

سورة الحديد

اللَّهُمَّ تَقَبَّلْ مِنَّا زَعْمَانَا وَاجْعَلْهَا خَالِصَةً
لِوَجْهِكَ الْكَرِيمِ وَوَفِّقْنَا لِلْعَمَلِ بِهَا فِي مَرْضَاتِكَ

آيَاتِهِ

REMERCIEMENTS

Je tiens ici à exprimer ma profonde gratitude à monsieur J.p. pierozak, mon promoteur, pour son aide continue et efficace et pour avoir contribué à sa manière à la réalisation de ce modeste travail.

Que Les professeurs et assistants ayant contribué de loin ou de près à ma formation daignent trouver, ici, ma sincère reconnaissance, il en est de même à tous Les amis qui m'ont porté leur sincère aide.

DEDICACES

A La memoire de ma grand -mère dont Le Souvenir restera vivant en moi, elle qui souhaitait me voir finir avec succès cette etape d'études et n'eût pas Le bonheur de vivre son espoir.

NOM: PRENOM : KORICHI BENMOUAZ

DEPARTEMENT : MECANIQUE

PROMOTEUR : M^r PIEROZAK

الموضوع

إن الهدف من هذا المشروع هو دراسة وحساب أبعاد الأجزاء الرئيسية لمضخة مزدوجة ذات صفائح، لتحقيق المعطيات الأساسية: $Q_p = 36 \text{ l/mn}$ ضد $P = 200 \text{ bars}$ ، ويؤدي إلى مخطط إجمالي ذي تنسيق لتجميعي ورسم تعريفي للأجزاء الأساسية.

RESUME

Ce projet a pour but l'étude et le dimensionnement des organes essentiels, d'une pompe double à palettes vérifiant les données de base $Q_p = 36 \text{ l/mn}$; $P = 200 \text{ bars}$ et aboutit sur un plan d'ensemble à agencement modulaire et les dessins de définition des principaux éléments.

SUMMARY

The purpose of this project is to study and to find the dimensions of the main component parts of a double semi-rotary pump, which verify the following basic data $Q_p = 36 \text{ l/mn}$; $P = 200 \text{ bars}$ and ended with the lay-out; and the definition drawings of the main components.

SYMBOLES

cette liste contient les symboles utilisés dans ce projet
on trouvera l'explication des symboles dans les divers
chapitres.

Dimensions fondamentales L (Longueur) M (masse) F (force)
T (temps)

Symbole	Objet	Dimension
r	Rayon	L
ω	vitesse angulaire	T^{-1}
v	vitesse	LT^{-1}
S	surface	L^2
η_g	Rendement global	-
η_v	Rendement volumétrique	-
η_m	Rendement mécanique	-
Q_r	débit réel en volume	$L^3 T^{-1}$
Q_{th}	débit théorique en volume	$L^3 T^{-1}$
Q_f	débit de fuite en volume	$L^3 T^{-1}$
ν	viscosité cinématique	$L^2 F^{-1}$
μ	viscosité dynamique	MLT^{-1}
N	vitesse de rotation, fréquence de rot.	T^{-1}

Symbole	Objet	Dimension
P	puissance	$LF T^{-1}$
d	diamètre	L
g	accélération de la pesanteur	LT^{-2}
ρ	masse volumique	$L^{-3}M$
M	moment, couple de torsion	LF
V_a	vitesse absolue	LT^{-1}
V_r	vitesse relative	LT^{-1}
V_e	vitesse d'entraînement	LT^{-1}
W	énergie	LF
p	pression	$L^{-2}F$
ΔP	différence de pression	$L^{-2}F$
ΔP_e	perte de charge linéaire	$L^{-2}F$
ΔP_s	perte de charge singulière	$L^{-2}F$
z	hauteur	L
L	longueur	L
l	longueur en porte-à-faux	L
Z_b	nombre de boulons	-
R_s	rayon du stator	L
R_r	rayon du rotor	L
ξ	perte de charge	L

Symbole	Objet	Dimension
λ	coefficient de frottement	-
Re	nombre de Reynolds	-
c_g	coefficient de glissement	-
c_t	coefficient de traînée	-
c_f	coefficient	-
R_{pg}	contrainte pratique au glissement	$L^{-2}F$
P	poïds	F
f_0	flèche statique	L
I	moment d'Inertie	L^4
E	module d'élasticite Longitudinal	$L^{-2}F$
G	module d'élasticite transversal	$L^{-2}F$
F	Force	F
F_a	poussée axiale	F
F_r	poussée Radiale	F
E_{max}	contrainte admissible au cisaillement	$L^{-2}F$
L	durée nominale d'un Roulement (en millions de tours)	-
L_h	durée nominale en heures	T
ρ	charge dynamique equivalente	F
c	charge dynamique de base	F
x, v, y	coefficients pour Les Roulements	-

TABLE DES MATIERES

CHAP I GENERALITES

1. notions fondamentales	2
2 Installation d'une pompe	2
3 Classification des pompes	3
4 Choix de la pompe	4
5 pompe double à palettes	5
6 principe de la cylindrée	6

CHAP II ETUDE CINEMATIQUE

1. Formule de la cylindrée	8
2 Calcul de la vitesse	9
3 Calcul de l'accélération	10
4 Caractéristique de la pompe	11
5 choix du moteur	11
6 choix du liquide	11

CHAP III ETUDE ENERGITIQUE

1 pertes de charge	15
2 Calcul de la pression d'aspiration	16
3 Effet de la compressibilité	17
4 compressibilité isotherme	18
5 Etude en régime stationnaire des machines	19
5.1 Calcul du rendement volumétrique	20

5.2	Division du débit	20
5.3	Calcul du débit théorique	21
5.4	calcul de L_a cylindrée	21
5.5	Calcul de C_g	23
5.6	Calcul du débit de fuite pour Le 1 ^{er} rotor	23
5.7	calcul du débit de fuite pour Le 2 ^{em} rotor	23
5.8	calcul du débit Q_{f2}	24
5.9	calcul du débit Q_{f21}	24
5.9.1	calcul du débit Q_{f21}	24
6	Calcul du rendement global	26
7	Calcul du coefficient de traînée	27
8	Calcul du couple de cisaillement pour Le 1 ^{er} rotor	27
8.1	calcul du couple de cisaillement pour Le 2 ^{em} rotor	27
9	Couple mécanique C_{f2}	27
9.1	couple mécanique pour Le 1 ^{er} rotor	28
9.2	couple mécanique pour Le 2 ^{em} rotor	28
1.1	Couple de démarrage C_{f3}	28
1.2	calcul du couple théorique C_{th}	28
1.3	calcul du couple réel	29
4	conclusion	29

CHAP IV CALCUL DES ELEMENTS DE LA POMPE

1.	Rayon du rotor	30
2	Rayon du stator	31

4.3	Calcul de l'épaisseur de la palette	31
4.4	calcul de la flèche	33
4.4.2	conclusion	34
4.5	calcul des conduites	35

CHAP V CALCUL MECANIQUE

5.1	Calcul d'arbre	39
5.2	Calcul de la clavette	41
5.3	Verifications des Cannelures	42
5.4	Determinations des dimensions des roulements	45
5.5	Calcul d'accouplement	49
5.6	Vitesse critique de l'arbre	52

CHA VI CONSTRUCTION

6.1	chaines des cotes	59
CONCLUSION		60

INTRODUCTION

1

Le transport des fluides d'un endroit à un autre, ainsi que leur utilisation sous pression, la conversion de l'énergie mécanique en énergie hydraulique nécessite un mécanisme d'une importance considérable dans la vie moderne, pour ce but on utilise depuis longtemps plusieurs types d'appareils; parmi lesquels les pompes occupent une place prépondérante et on particulier les pompes volumétriques par leur aptitude de générer de fortes pressions.

on peut citer à titre d'exemple; une automobile comporte trois pompes qui assument; chacune d'elles un rôle d'une importance vitale dans son fonctionnement correcte, une machine outil doit avoir une pompe pour circuler son lubrifiant; pour augmenter la durée de vie de son outil de coupe; obtenir des surfaces plus polies, de tels avantages se traduisent sur le plan technique par un gain de temps et temps et sur le plan économique par un gain d'argent.

CHAPITRE 1

CHI GENERALITES

1 notions fondamentales

une pompe est une machine destinée à faire circuler un fluide incompressible d'un niveau inférieur à un niveau supérieur ou à refouler les liquides sous une forte pression pour transmettre aux liquides qu'elles véhiculent l'énergie mécanique provenant d'une source d'énergie extérieure, en une énergie hydraulique pour surmonter les obstacles et les pertes de charge hydrauliques dues à l'élargissement ou au rétrécissement des tuyaux de conduites

2 installation d'une pompe

L'installation d'une pompe peut être à circuit ouvert ou fermé, le premier cas se présente si le liquide refoulé se trouve sous une grande réserve et ne sera pas récupérable, le deuxième cas est utilisé souvent dans les laboratoires.

Dans n'importe quel genre d'installation on trouve

- a) une conduite d'aspiration connectée à une crépine
- b) une pompe
- c) une conduite de refoulement par laquelle le liquide

collecté à la sortie de la pompe, est refoulé à une ³
certaine altitude

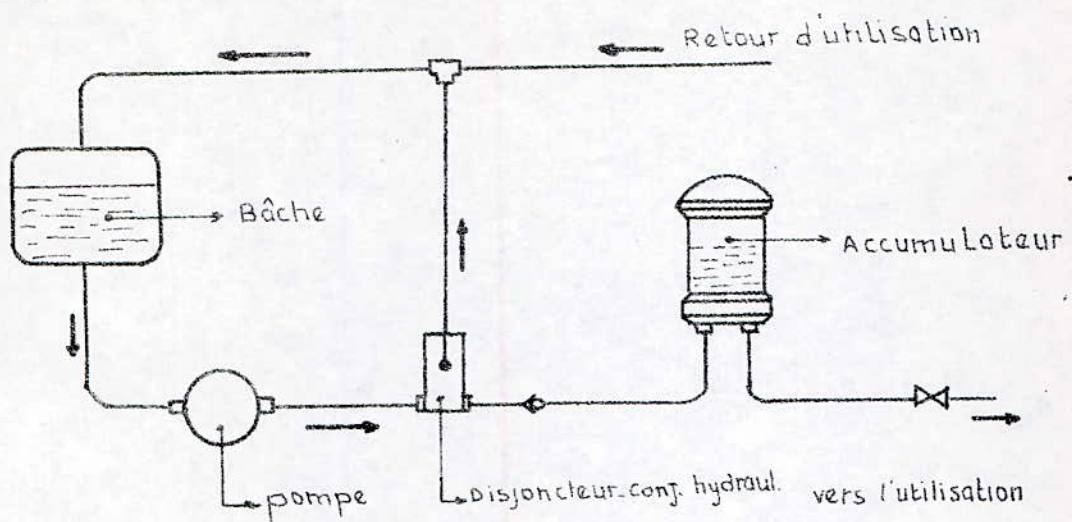


fig 1 circuit d'utilisation d'une pompe

3. Classification des pompes

La classification des pompes se fait :

- suivant le mode de commande ; on peut avoir une pompe à commande mécanique ou électrique
- suivant le mode de déplacement du liquide entre les enceintes d'aspiration et de refoulement.

D'après ce critère on trouve les pompes volumétriques et les turbo-pompes se sont les pompes centrifuge, à hélice et hélicocentrifuge. Leur principe de fonctionnement consiste à augmenter le moment cinétique du liquide à déplacer.

Les pompes volumétriques se composent.

- 1) pompe à engrenage, 2) pompe à bloc cylindre tournant
- 3) pompe à membrane, 4) pompe à borillet,
- 5) pompe à palettes.

Leur principe de fonctionnement consiste à changer le volume de l'enceinte, au cours de l'aspiration le volume augmente puis, il diminue progressivement jusqu'à l'obtention de la pression désirée en se mettant en communication avec le refoulement.

4 choix de la pompe

Le choix d'une pompe en vu d'une application donnée est un problème pratique important.

Il faut d'abord préciser le type de la pompe à adopter en se servant des données de base telles que le débit, la pression de refoulement, la viscosité du fluide utilisé etc...

Parfois ces données essentielles sont insuffisantes pour choisir une pompe, il nous faut aussi des données complémentaires ; la température du liquide pompé, sa nature (s'agit-il d'un liquide corrosif ou non), car dans une pompe se trouvent des

Des organes en contact permanent avec le liquide et en contact avec d'autres organes ce qui impose l'existence d'un jeu interne appelé interstice, dans le cas des liquides visqueux, le meilleur type semble être les pompes rotatives.

5 pompe double à palettes

une pompe à palette est constituée par un rotor tournant à l'intérieur d'un corps cylindrique (au sens large). Le rotor est muni d'un certain nombre de rainures ou fente radiales dans lesquelles sont logées, à frottement doux, les palettes.

Les pompes à palettes peuvent être divisées en deux groupes principaux.

- 1) Les systèmes à cylindrée variable, une course par tour, rotor non équilibré avec pression de 70 à 140 bars.
- 2) Les systèmes à cylindrée fixe deux courses par tour rotor équilibré avec pression de 140 à 210 bars.

Le premier type de pompe est surtout utilisé dans le domaine des installations fixes.

Les pompes à palettes à cylindrée fixe sont très répandues, on les rencontre à la fois dans le secteur des installations fixes ou mobiles.

L'équilibrage radial du rotor permet des performances sensiblement identiques à celles obtenues avec les pompes à engrenages, compensées axialement.

Une pompe double est une pompe constituée par deux rotors entraînés par un même arbre. L'un principal fournit la plus grande partie du débit demandé, l'autre secondaire est utilisé, comme une pompe de gavage pour éviter le phénomène de cavitation. Soit pour augmenter le débit si cela est nécessaire.

6 principe de la cylindrée

on définit la cylindrée par le volume aspiré ou refoulé par tour. Le profil de la came peut-être divisé en huit parties comprenant alternativement des profils de came et des profils concentriques au rotor (voir fig 2)

AB : Concentrique - BC came - CD concentrique - DE came - EF concentrique - FG came - GH concentrique - HA came - AB limitant l'espace cellulaire entre deux palettes, au départ celui-ci est maximum. En actionnant le rotor dans le sens des aiguilles d'une montre il diminue progressivement sur BC ; c'est la phase refoulement ; sur CD il est minimal ; il augmente progressivement sur DE, c'est la phase aspiration et ainsi de suite

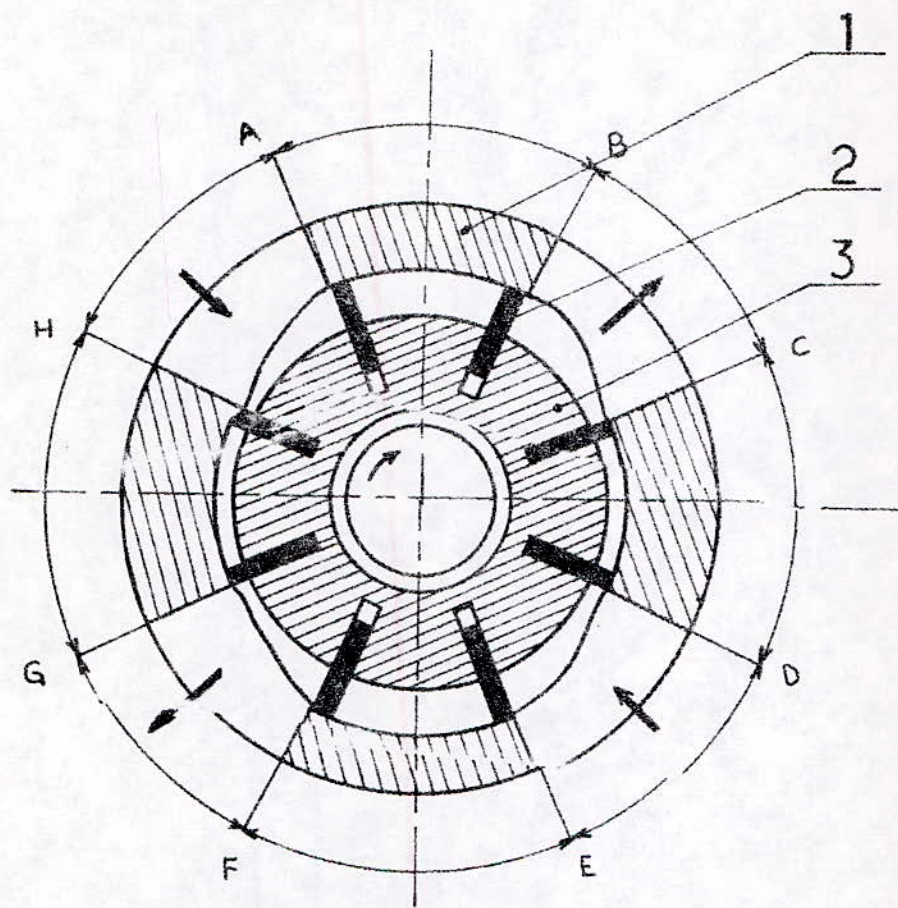


Fig 2

- 1 stator
- 2 palette
- 3 rotor

II ETUDE CINEMATIQUE

1 formule de la cylindrée

La pompe aspire et refoule deux fois par tour, Le rotor est équilibré radialement.

La cylindrée est calculée en fonction du volume compris entre deux palettes, Le nombre de palettes et le nombre de course par tour :

a) calcul du volume : V

Si on désigne par R_s : rayon du stator ; R_r : rayon du rotor et soit z le nombre des palettes on a

$$v = \frac{\pi (R_s^2 - R_r^2) \ell}{z} \quad \text{d'où la cylindrée}$$

$$Cyl = \frac{2\pi z (R_s^2 - R_r^2) \ell}{z} = 2\pi (R_s^2 - R_r^2) \ell$$

b) CHOIX DU PROFIL DE LA CAME

on choisit un profil de façon que la vitesse pendant la sortie ou l'entrée de la palette soit constante. Seul la came dont le profil est un arc de spirale d'ARCHIMEDE satisfait à cette condition.

c) Equation du profil

$$f = f(\theta)$$

$$\theta \in [0, \pi]$$

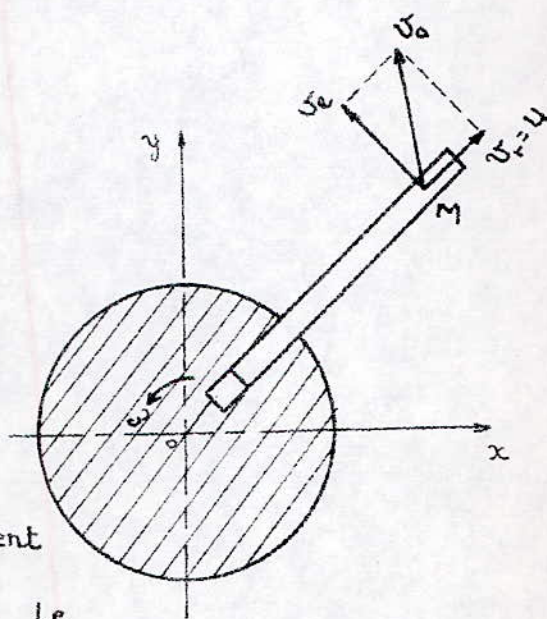
$$f = R_r + x = R_r + \frac{d}{\pi} \theta = c_1 + c_2 \theta$$

2 calcul de la vitesse

$$OM = r$$

$$v_r = u$$

$$v_e = \omega \cdot r$$



Considérant un point M quelconque de la palette qui glisse dans son logement avec la vitesse u tandis que le rotor tourne avec la vitesse angulaire ω dans le plan $\langle xoy \rangle$ autour du point O . On détermine la vitesse la vitesse du point M par rapport aux axes $(O\vec{x}, O\vec{y})$. Examinons le mouvement du point M composé du mouvement relatif le long de OM et du mouvement d'entraînement de cette palette

d'où la vitesse absolue
$$v_a = \sqrt{u^2 + \omega^2 r^2}$$

3 calcul de l'accélération

Le mouvement du Rotor provoque le mouvement de la palette par conséquent, l'accélération d'entraînement a_e de la palette est égale à l'accélération centripète du rotor

$$\vec{a}_e = \vec{a}_e^n \text{ et il est dirigé}$$

le long de MO et son

$$\text{module } a_e = a_e^n = \omega^2 r$$

par contre l'accélération

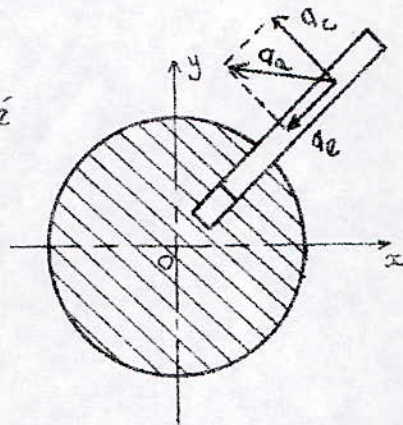
$$\text{de Coriolis } a_c = 2\omega u$$

puisque le mouvement est plan et d'après le théorème de Coriolis

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

dans notre cas on a $a_r = 0$ et $a_c \perp a_e$

$$a = \sqrt{a_e^2 + a_c^2} = \omega \sqrt{\omega^2 r^2 + 4u^2}$$



4 caractéristiques de la pompe

Les caractéristiques de la pompe à étudier sont :

La pression de refoulement est de : 200 bars

La pression d'aspiration est de : 0,9 bars

Un débit : 36 l/mn

La puissance d'entrée et le rendement global seront calculés ultérieurement.

5 choix du moteur

La vitesse de rotation des deux rotors doit correspondre à celle du moteur d'entraînement, en général les pompes volumétriques ne sont pas entraînées par des moto-réducteurs, pour cela on choisit un moteur asynchrone de 2 pôles et on a la vitesse $N = 1450 \text{ trs/mn}$

6 choix du liquide

Les pompes à palettes fonctionnent avec les huiles minérale hydrauliques sans problème (Série HL suivant la norme AFNOR)

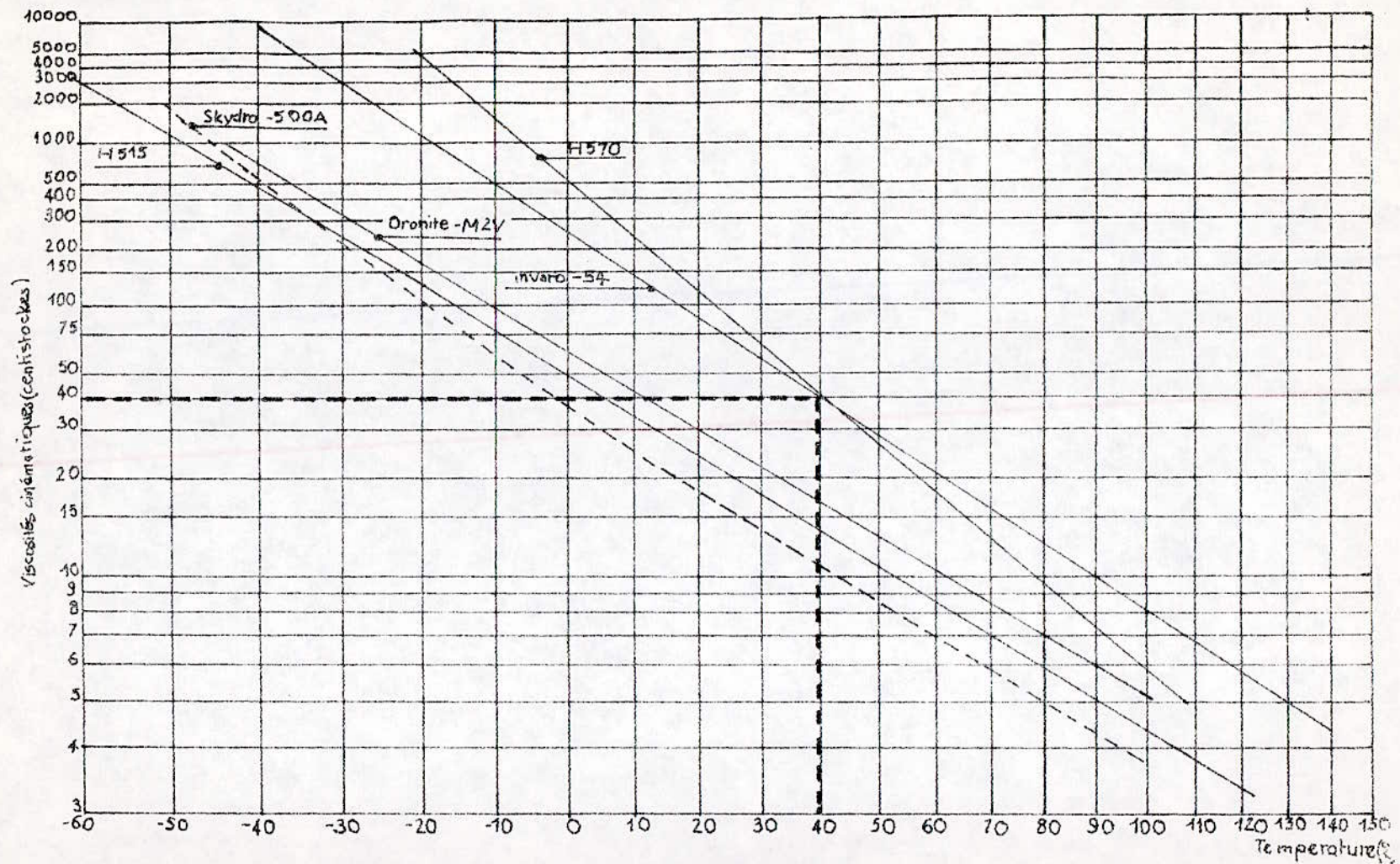
Dans des conditions sévères d'utilisation, pour plus de sécurité, il est déconseillé de faire fonction-

- nner La pompe avec un fluide dont la viscosité est inférieure à 15 cst et cette valeur doit être mesurée au point le plus chaud du circuit c'est à dire sur le Carter de la pompe ou mieux près de son drain externe. Par ailleurs, parmi les paramètres imposant le choix du liquide, on trouve son aptitude à l'inflammation; Le liquide doit être difficilement inflammable. Pour toutes ses raisons on choisit comme liquide permettant la transmission de puissance à des température moyennes et par son aptitude de recouvrir les besoins habituels aux altitudes courants (tel que la marine, Les travaux publics, Les ateliers etc...) C'est l'huile nommée L'INVAROL 54 qui possède les caractéristiques suivantes.

température de congélation $t = -40^{\circ}\text{C}$

viscosité cinématique à $t = 40^{\circ}\text{C}$ $\nu = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

masse volumique $\rho = 846 \text{ kg}/\text{m}^3$



Courbe des viscosités

7 Variation de la viscosité $\mu = f(P)$

Pour une température donnée, les viscosités varient avec la pression suivant une loi pratiquement exponentielle

$$\frac{\mu_{P_2}}{\mu_{P_1}} = \gamma \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

γ : est sensiblement égal à 1,003 pour toutes les huiles minérales

μ : viscosité dynamique

$$\mu_{P_1} = 40 \cdot 10^{-6} \cdot 846 = 0,0338 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\mu_{P_2} = \mu_{P_1} \cdot \gamma \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) = 0,0338 \cdot 1,003 \left(\frac{200}{99} - 1 \right) = 0,0656 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

d'où la viscosité dynamique moyenne

$$\mu = \frac{\mu_{P_1} + \mu_{P_2}}{2} = \frac{0,0338 + 0,0656}{2} = 0,0497 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

CHAPITRE 3

3 ETUDE ENERGITIQUE

1 Pertes de charge

1) On suppose que La conduite d'alimentation a une longueur de 0,5 m, La perte de charge Linéaire dans La Conduite est donnée par:

$$\Delta P_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{2} \quad [\text{Pa}] \quad \text{avec } \lambda = \frac{64}{Re} \text{ represente}$$

Le coefficient de frottement

Re : nombre de Reynolds.

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 17,5 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-6}} = 1093$$

Remarque: $Re < 2000$ ce qui justifie bien le type d'écoulement laminaire

$$\lambda = \frac{64}{1093} = 0,059$$

$$\Delta P_f = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{2} = \frac{64}{1093} \cdot \frac{0,5}{17,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 846 \cdot \frac{(2,5)^2}{2} =$$

$$\Delta P_f = 9044 \text{ bars}$$

2) Pertes de charge Singulières

se sont les pertes au niveau des connections, ces pertes sont évalués à 0,029 bars.

Les pertes de charge totales seront $\Delta P_t = \Delta P_2 + \Delta P_3$

$$\Delta P_t = 0,044 + 0,029 = 0,073 \text{ bars.}$$

2 Calcul de la pression d'aspiration

La pompe débite en plain charge; puisqu'il s'agit d'un organe fixe, on peut appliquer le théorème de Bernoulli

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum_{12} \quad (1)$$

Dans le cas où le réservoir se trouve au même niveau que la pompe on néglige l'effet de l'énergie potentielle

$$z_1 - z_2 = 0.$$

L'équation (1) devient
$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum_{12}$$

Le premier membre de l'équation représente les grandeurs relatives à un réservoir on a donc.

$$P_1 = 1 \text{ bar} \quad V_1 = 0 \text{ [m/s]}$$

d'où la pression P_2 à la bride d'entrée de la pompe

$$\frac{P_2}{\rho g} = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{V_2^2}{2g} - \sum_{12} \text{ [m]} \Rightarrow P_2 = P_1 - \frac{\rho V_2^2}{2} - \rho g \sum_{12}$$

avec $\rho g \sum_{12} = 0,073 \text{ bars}$

$$P_2 = 1 - 0,026 - 0,073 = 0,900 \text{ bars.}$$

3 Effet de la compressibilité

compressibilité adiabatique.

Lorsque on comprime un liquide d'une façon adiabatique, on constate une augmentation de température. Cette élévation de température est régie par la loi thermodynamique basée sur la conservation de l'énergie.

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_{ad} = \frac{T\alpha}{\rho C_p} = \frac{\Delta T}{\Delta p} \Rightarrow \Delta T = \frac{T\alpha \Delta p}{\rho C_p}$$

ΔT : élévation de température $\Delta T = ?$

Δp : élévation de pression $\Delta p = 200 \text{ bars}$

T : température absolue du liquide $T = 313^\circ \text{K}$

α : coefficient de dilatation du liquide $\alpha = 0,7 \cdot 10^{-3} (\text{C}^\circ)^{-1}$

C_p : chaleur massique à pression constante $C_p = 1815 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}^\circ}$

ρ : masse volumique du liquide $\rho = 846 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

on trouve que

$$\Delta T = \frac{313 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^5}{846 \cdot 1815} = 2,76^\circ \text{C}$$

on définit par K_a : Le module de compressibilité

adiabatique $K_a = \frac{1}{\beta_a} = 19000 \text{ bars.}$

β_a : coefficient de compressibilité adiabatique

4 compressibilité isotherme

sous l'effet d'une augmentation de pression importante le liquide considéré comme un fluide incompressible devient compressible ce qui se traduit par une diminution du volume ; on définit le coefficient de compressibilité par :

$$\beta = -\frac{\frac{\Delta V}{V}}{\Delta p} = -\frac{\frac{dV}{V}}{dp} = -\frac{dV}{dp} \cdot \frac{1}{V}$$

$\frac{\Delta V}{V}$: Variation Relative du volume

Δp : Variation correspondante de pression

$K = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$ module d'élasticité volumique

Généralement $K = 16\,000$ bars pour les huiles minérales

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-\frac{200}{16000}} = 0,9875$$

$V_2 = V_1 \cdot 0,9875$ ce qui justifie l'effet de l'incompressibilité de notre liquide.

5 ETUDE-EN-REGIME-STATIONNAIRE-DES-MACHINES

Dans le fonctionnement des pompes volumétriques Les variables essentielles sont:

- Le couple et la vitesse angulaire d'une part (C et ω)
- Le débit et la pression d'autre part (Q et P)

Pour une pompe volumétrique Les grandeurs d'entrées sont: Le couple et la vitesse angulaire, Le débit et la pression étant Les grandeurs de Sortie.

Dans tout ce qui suit on exprime

- Le couple C en Newton-mètre (N.m)
- La vitesse angulaire ω en radian par seconde (rd/s)
- Le débit Q en mètre-cube par seconde (m^3/s)
- La pression P en pascal ou Newton par mètre carré (Pa)
- V représente le volume théorique du fluide déplacé par la pompe pour une rotation de son arbre de un radian.

Pour une pompe réelle on a:

Le couple réel qui est supérieur au couple théorique

Le débit réel qui est inférieur au débit théorique

$$C > C_{th}$$

$$Q < Q_{th}$$

51 Calcul du rendement volumétrique

Le calcul du rendement volumétrique de la pompe consiste à une mesure indirecte par relevés des températures. Si on considère de l'huile refoulée à 200 bars est à 5°C de plus qu'à l'aspiration (d'après J. Faisandier) or si la pompe est idéale on trouverait une huile plus chaude au refoulement de $2,76^{\circ}\text{C}$ due à la compression adiabatique, on a une élévation complémentaire de $5 - 2,76 = 2,24^{\circ}\text{C}$; La perte d'énergie par unité de masse :

$$W_p = C_p \Delta T = 1875 \cdot 2,24 = 4200 \text{ joules.}$$

Le travail utile est

$$W_u = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{200 \cdot 10^5}{846} = 23640,66 \text{ joules}$$

d'où Le rendement :

$$\eta_v = \frac{W_u}{W_u + W_p} = \frac{23640}{23640 + 4200} = 0,85$$

52 Division du débit

Le débit est divisé comme suit.

Le Rotor principal utilise Les $\frac{2}{3} Q$

$$Q_1 = \frac{2}{3} Q = \frac{2}{3} \cdot 36 = 24 \text{ l/mn}$$

Le Rotor Secondaire consomme le reste.

$$Q_2 = \frac{1}{3} Q = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12 \text{ l/mn}$$

53 Calcul du débit théorique

Pour Le rotor principal Le débit théorique est

$$Q_{th1} = \frac{Q_1}{\eta_v} = \frac{24}{0,85} = 28,235 \text{ l/mn}$$

Pour Le Rotor Secondaire

$$Q_{th2} = \frac{Q_2}{\eta_v} = \frac{12}{0,85} = 14,118 \text{ l/mn}$$

54 Calcul de la cylindrée

pour Le Rotor principal

$$Cyl_1 = \frac{Q_{th1}}{N} = \frac{28,235 \cdot 10^3}{1450} = 19,472 \text{ cm}^3$$

Pour Le Rotor secondaire

$$Cyl_2 = \frac{Q_{th2}}{N} = \frac{14,118 \cdot 10^3}{1450} = 9,737 \text{ cm}^3$$

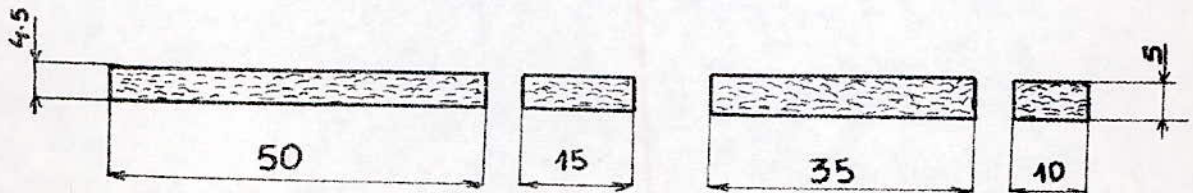


fig 3

Pour une pompe réelle on a

$$\text{Le débit réel : } Q = Q_{th} - \sum Q_f = Q_{th} - (Q_{f1} + Q_{f2})$$

On désigne par :

Q_{f1} : un débit de fuite proportionnel à la différence de pression entre l'entrée et la sortie

Les fuites dans les appareils hydrauliques volumétriques résultent du débit qui s'établit dans les interstices à faible jeu, séparant les zones de haute et basse pressions. Ce sont des passages capillaires. La plupart du temps il s'agit d'interstices entre les plateaux parallèles, un tel cas se trouve entre les flasques avant et arrière et les rotors.

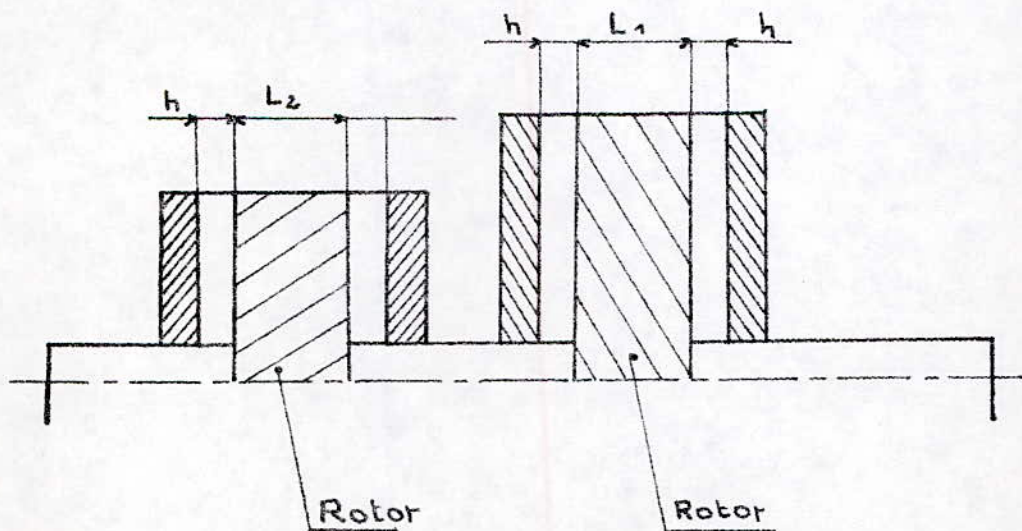


fig:

L'expression de ce débit :

$$Q_{f1} = c_g \frac{\sqrt{(P_2 - P_1)}}{\mu}$$

μ : viscosité dynamique moyenne.

c_g : coefficient de glissement avec $c_g = k_1 \frac{h^3}{V}$
pour une série d'appareils géométriquement semblable

k_1 : étant une constante de toute la série d'appareils

5.5 Calcul de C_g

En utilisant l'expression du Rendement Volumétrique

$$\eta_v = 1 - \frac{c_g}{\mu \omega} \left(\frac{P_2 - P_1}{\mu \omega} \right) \Rightarrow c_g = \frac{1 - \eta_v}{\Delta P} \cdot \mu \cdot \omega$$

$$c_g = \frac{1 - 0,85}{200 \cdot 10^5} \cdot 151,84 \cdot 0,0497 = 5,659836 \cdot 10^{-8}$$

5.6 Calcul du débit de fuite pour le 1^{er} rotor

$$Q_{f11} = c_g \frac{\sqrt{V_1 (P_2 - P_1)}}{\mu} = c_g \frac{c_{yl1} \Delta P}{2\pi \mu}$$

$$Q_{f11} = 5,659836 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{19,472 \cdot 2 \cdot 10^7}{2\pi \cdot 0,0497} = 70,58 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_{f11} = 4,23 \frac{\text{l}}{\text{min}}$$

5.7 Calcul du débit de fuite pour le 2^{er} rotor

$$Q_{f12} = c_g \frac{c_{yl2} \Delta P}{2\pi \mu} = 5,659836 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{9,737 \cdot 2 \cdot 10^7}{2\pi \cdot 0,0497} = 35,296 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_{f12} = 2,117 \text{ l/min}$$

24

58 Calcul du débit Q_{f2}

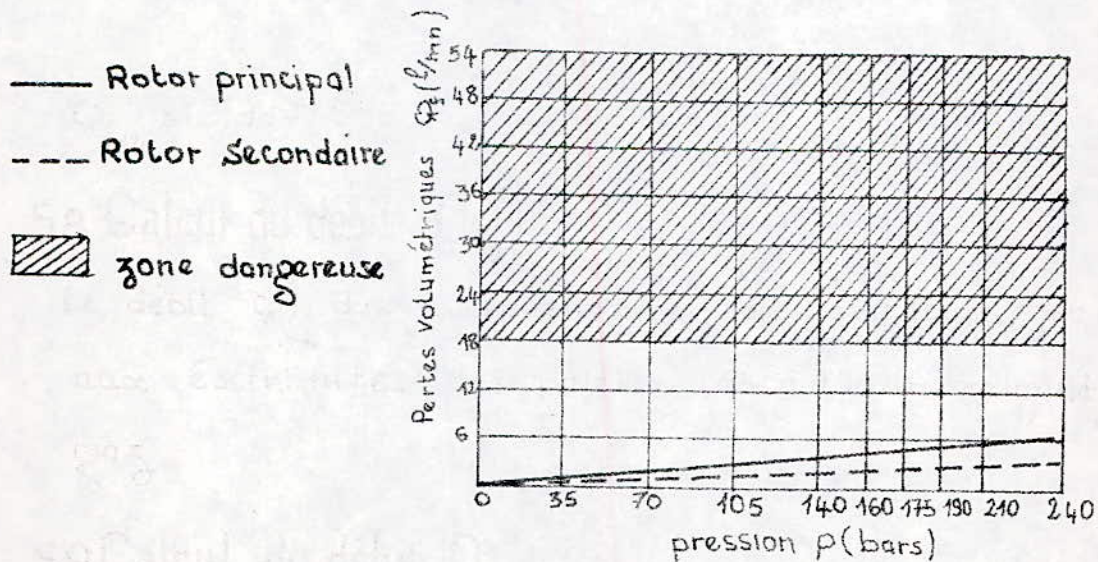
Le débit Q_{f2} due au phénomène de cavitation, perte aux extrémités des palettes et à l'entraînement des gaz.

59 Calcul du débit Q_{f21}

$$Q_{f21} = Q_{th1} - Q_{r1} - Q_{f11} = 28,235 - 24 - 4,23 = 0,005 \text{ l/min}$$

59 Calcul du débit Q_{f22}

$$Q_{f22} = Q_{th2} - Q_{r2} - Q_{f12} = 14,118 - 12 - 2,117 = 0,001 \text{ l/min}$$



Rotor principal $\frac{Q_f}{Q_{th1}} = \frac{4,235}{28,235} = 15\%$

Rotor secondaire $\frac{Q_f}{Q_{th2}} = \frac{2,118}{14,118} = 15\%$

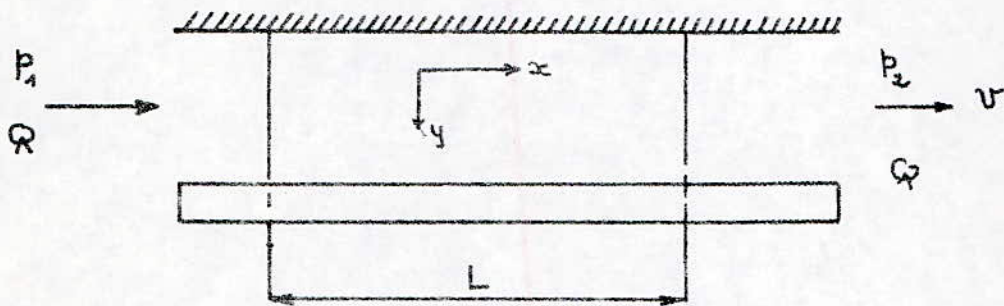
Le couple réel doit être supérieur au couple théorique

$$C = C_{th} + \sum C_f = C_{th} + (C_{f_1} + C_{f_2} + C_{f_3})$$

On désigne par C_{f_1} :

Le couple de frottement visqueux ; il est dû au cisaillement du fluide visqueux dans les interstices entre élément mobiles et éléments fixes de la pompe.

La contrainte de cisaillement dans le fluide entre deux plateaux plans parallèles séparés l'un de l'autre par une faible distance h est:



$$\tau = \frac{\mu v}{h} - \frac{dp}{dx} \left(\frac{h}{2} - y \right)$$

Sur la surface où $y=h$, la contrainte due aux frottements visqueux qui freine le plateau mobile vaut.

$$\tau = \frac{\mu v}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx}$$

La force totale sur le plateau mobile est donc

$$F = \left(\frac{\mu v}{h} - \frac{h}{2} \cdot \frac{P_2 - P_1}{L} \right) L \cdot b$$

D'où Le couple pour un rayon r

$$C_{f_1} = \left(\frac{4v}{h} - \frac{h}{2} \frac{P_2 - P_1}{L} \right) \cdot L \cdot l \cdot r$$

Comme les zones intersticielles où se développe le frottement visqueux soit généralement bien plus importantes que les zones de passage de fuites, et comme la fuite est souvent normale à vitesse dans ces zones, le terme dû au gradient de pression peut être négligé devant le premier terme et on aura.

$$C_{f_1} = \frac{4v L l r}{h} = \frac{\omega \mu r^2 L h}{h} \quad , \quad v = \omega \cdot r$$

Introduisons un coefficient de traînée C_t on obtient

$$C_{f_1} = C_t V \mu \omega$$

si on suppose pour la pompe un rendement mécanique

$$\eta_m = 0,94$$

6 Calcul du rendement global

$$\eta_g = \eta_m \cdot \eta_v = 0,80$$

Soit C_f : un coefficient signifie un contact métal sur métal. Pour les pompes volumétriques $C_f \in [0,04 \div 0,1]$

soit $C_f = 0,07$.

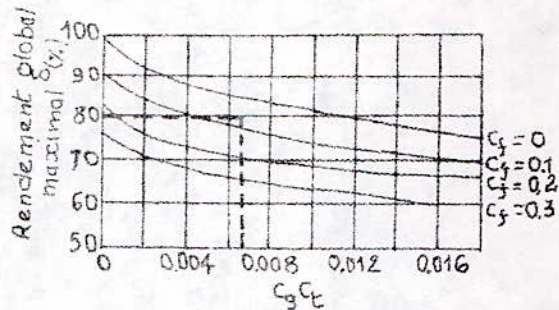
7 Calcul du coefficient de traînée

en utilisant l'abaque $\eta_g = f(c_s, c_g, c_t)$

$$\eta_g = 0,80$$

$$c_s = 0,07 \quad \Rightarrow$$

$$c_g \cdot c_t = 0,0075$$



$$c_t = \frac{0,0075}{c_g} = \frac{0,0075}{5,659836 \cdot 10^{-8}}$$

$$c_t = 1,3251267 \cdot 10^5$$

8 Calcul du couple de cisaillement pour le 1^{er} rotor

$$C_{f_{11}} = C_t V_1 \mu \omega = C_t \frac{C_{yl1}}{2\pi} \cdot \mu \cdot \omega$$

$$C_{f_{11}} = 1,3251267 \cdot 10^5 \cdot \frac{19,472}{2\pi} \cdot 10^{-6} \cdot 0,0497 \cdot 151,84 = 3,099 \text{ N.m}$$

81 Calcul du couple de cisaillement pour le 2^{er} rotor

$$C_{f_{12}} = C_t V_1 \mu \omega = C_t \frac{C_{yl2}}{2\pi} \cdot \mu \cdot \omega$$

$$C_{f_{12}} = 1,3251267 \cdot 10^5 \cdot \frac{9,734}{2\pi} \cdot 10^{-6} \cdot 0,0497 \cdot 151,84 = 1,549 \text{ N.m}$$

9 Couple-mécanique $C_{f_{22}}$

$C_{f_{22}}$: c'est un couple de frottement mécanique proportionnel à la différence de pression p .

Ce couple constant indépendant de la vitesse

$$C_{f_2} = C_f (P_2 - P_1) V$$

91 Pour le 1^{er} rotor

$$C_{f_{21}} = C_f (P_2 - P_1) V_1 = C_f (P_2 - P_1) \frac{C_{yl1}}{2\pi} =$$

$$C_{f_{21}} = 0,07 (200 - 0,9) \cdot 10^5 \frac{19,472 \cdot 10^{-6}}{2\pi} = 4,319 \text{ N.m}$$

92 Pour le 2^{em} rotor

$$C_{f_{22}} = C_f (P_2 - P_1) V_1 = C_f (P_2 - P_1) \frac{C_{yl2}}{2\pi}$$

$$C_{f_{22}} = 0,07 (200 - 0,9) \cdot 10^5 \cdot \frac{9,737 \cdot 10^{-6}}{2\pi} = 2,160 \text{ N.m}$$

11 Couple de démarrage C_{f_3}

Le couple c_{f_3} est un couple de démarrage ; il est supposé négligeable.

12 Calcul du couple théorique C_{th}

Pour Le 1^{er} Rotor

$$Q_r \cdot \Delta p = C_{th} \cdot \omega \Rightarrow C_{th1} = \frac{Q_r \cdot \Delta p}{\omega} = \frac{24 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^5}{60 \cdot 151,84}$$

$$C_{th1} = 52,69 \text{ N.m}$$

Pour Le 2^{em} Rotor

$$C_{th2} = \frac{Q_r \cdot \Delta p}{\omega} = \frac{12 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^5}{60 \cdot 151,84} = 26,34 \text{ N.m}$$

13 Calcul du couple réel

29

Pour Le 1^{er} Rotor:

$$C_1 = C_{th_1} + C_{j_{11}} + C_{j_{2,1}} = 52,69 + 3,099 + 4,319 = 60,108 \text{ N.m}$$

Pour Le 2^{em} Rotor:

$$C_2 = C_{th_2} + C_{j_{12}} + C_{j_{22}} = 26,34 + 1,549 + 2,160 = 30,049 \text{ N.m}$$

14 Conclusion:

Les grandeurs η_v , η_m et η_g dépendent, principalement pour une série de pompes géométriquement semblables des 4 paramètres C_g , C_t , C_f et $\frac{4\omega}{P_2 - P_1}$

CHAPITRE 4

IV CALCUL-DES-ELEMENTS DE LA POMPE

4.1 Calcul du rayon du rotor

En utilisant, l'égalité des deux équations de la cylindrée

$$\text{on a : } c_{yL} = \frac{Q_{th}}{N} = 2\pi(R_s^2 - R_r^2)L$$

4.1.1 Calcul du rayon du 1^{er} rotor

$$c_{yL_1} = 2\pi(R_{s_1}^2 - R_{r_1}^2)L_1 = 19,472 \text{ cm}^3 \Rightarrow (R_{s_1}^2 - R_{r_1}^2)L_1 = 3,099 \text{ cm}^2$$

La longueur de la palette étant choisie $L_1 = 1,5 \text{ cm}$

$$\left. \begin{array}{l} R_{s_1}^2 - R_{r_1}^2 = 2,066 \text{ cm}^2 \\ R_{r_1} > d_1 \end{array} \right\} \text{ d'après ces deux conditions}$$

$$\text{on choisit } R_{r_1} = 3 \text{ cm}$$

4.1.2 Calcul du rayon du 2^{em} rotor

$$c_{yL_2} = 2\pi(R_{s_2}^2 - R_{r_2}^2)L_2 = 9,737 \text{ cm}^3$$

$$(R_{s_2}^2 - R_{r_2}^2)L_2 = 1,550 \text{ cm}^2$$

La longueur de la palette étant choisie $L_2 = 1 \text{ cm}$

$$\left. \begin{array}{l} R_{s_2}^2 - R_{r_2}^2 = 1,550 \text{ cm}^2 \\ R_{r_2} > d_2 \end{array} \right\} \text{ d'après ces deux conditions}$$

$$\text{on choisit } R_{r_2} = 2 \text{ cm}$$

4.2 Calcul du rayon du stator

$$2\pi(R_s^2 - R_r^2)L = \frac{c_{yL}}{N} \Rightarrow R_s^2 = \frac{c_{yL}}{N 2\pi L} + R_r^2$$

4.2.1 Calcul du rayon du 1^{er} stator

31

$$R_{S_1}^2 = \frac{C_{yl_1}}{2\pi L_1 N} + R_{r_1}^2 = \frac{19,472}{2\pi \cdot 15 \cdot 1450} + 3^2 = (3,33 \text{ cm})^2$$

$$R_{S_1} = 3,33 \text{ cm}$$

4.2.2 Calcul du rayon du 2^{em} Stator

$$R_{S_2}^2 = \frac{C_{yl_2}}{2\pi L_2 N} + R_{r_2}^2 = \frac{9,737}{2\pi \cdot 1 \cdot 1450} + 2^2 = 5,570 \text{ cm}^2$$

$$R_{S_2} = 2,36 \text{ cm}$$

Remarque: Les longueurs en porte à faux des palettes ne sont pas définitives on fera une correction après avoir déterminé les épaisseurs

Longueur en porte à faux de la palette

$$l_1 = R_{S_1} - R_{r_1} = 3,33 - 3 = 0,33 \text{ cm} = 3,3 \text{ mm}$$

$$l_2 = R_{S_2} - R_{r_2} = 2,36 - 2 = 0,36 \text{ cm} = 3,6 \text{ mm}$$

4.3 Calcul de l'épaisseur de la palette

La section de la palette étant choisie rectangulaire

$$S = L \cdot l$$

Pour calculer l'épaisseur de la palette on doit calculer une poutre d'égale résistance.

On désigne par $h(x)$ l'épaisseur de la palette

Soit R_p La resistance pratique admissible en toute securite' La condition de resistance à réaliser est

$$\frac{M_f}{\frac{I}{\nu}} = R_p \Rightarrow \left(\frac{I}{\nu} \right)_x = \frac{M_f(x)}{R_p}$$

Pour La section réctangulaire Le module resistant

$$\text{est } \frac{I}{\nu} = \frac{h^2 L}{6} = \frac{F}{R_p} \cdot x$$

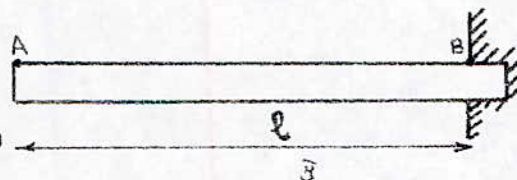
Dans Le cas ou $L = \text{cste}$, h variable on a

$$h^2(x) = \frac{6 F}{L R_p} \cdot x \Rightarrow h(x) = \pm \sqrt{\frac{6 \cdot F}{L R_p} \cdot x}$$

On remarque que La variation de section a L'allure (parabolique) soit en portant h au dessus soit au dessous ou symétrique par rapport à L'axe.

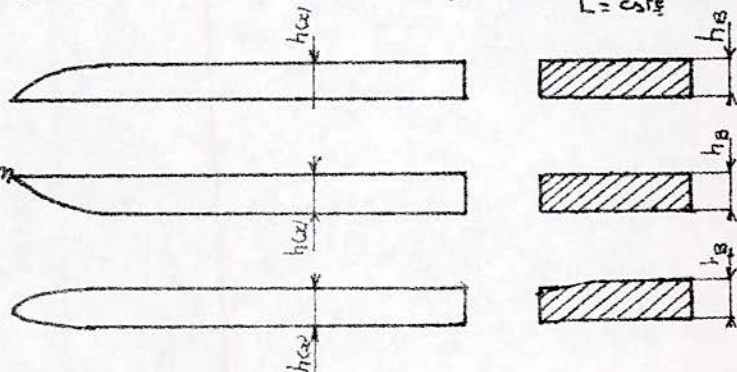
Pour Le 1^{er} rotor

$$h_B = \sqrt{\frac{6 \cdot 990 \cdot 3,3}{15 \cdot 120}} = 3 \text{ mm}$$



Pour Le 2^{em} rotor

$$h_B = \sqrt{\frac{6 \cdot 720 \cdot 3,6}{10 \cdot 120}} = 3,3 \text{ mm}$$



on choisit L'épaisseur de la palette

$$h = 3 \text{ mm.}$$

4.4. Calcul de la flèche

33

Le calcul de la flèche de la palette se fait dans dans le cas le plus défavorable ce qui revient à assimiler notre palette comme étant une poutre encastree dans le rotor, l'autre extrémité étant soumise à la force résultante due à la pression de refoulement $p_2 = 200 \text{ bars}$.

4.4.1 Calcul de la force F

La force F qui derive de la pression $p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = pS$

S: section de la palette : $S = L \cdot e = 15 \cdot 3,3 = 49,5 \text{ mm}^2$

$p_2 = 200 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 20 \text{ N/mm}^2$ d'ou la force

$F = 20 \cdot 49,5 = 990 \text{ N}$.

En utilisant la méthode algébrique on a comme équation de la déformée $EI y'' = -M(x)$

E: module de young

I: moment d'inertie

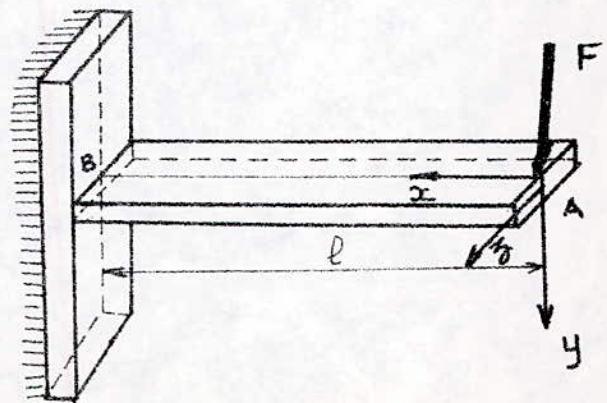
$M(x)$: moment fléchissant

$M(x) = -F \cdot x$

d'ou l'équation de la déformée :

$EI y'' = F \cdot x$

en intégrant une fois on



Oblieut $EI y' = F \cdot \frac{x^2}{2} + K_1$, à l'encastrement. La ligne de la déformée reste horizontale, par suite en B la pente de la déformée est nulle et on a $y' = 0$; pour $x = l$ et $y' = 0 \Rightarrow 0 = \frac{Fl^2}{2} + K_1 \Rightarrow K_1 = -\frac{Fl^2}{2}$

$EI y'(x) = \frac{Fx^2}{2} - \frac{Fl^2}{2}$ intégrons une deuxième fois

$EI y = \frac{Fx^3}{6} - Fl^2 \frac{x}{2} + K_2$, en B la flèche est nulle

par suite $y = 0$ pour $x = l \Rightarrow 0 = \frac{Fl^3}{6} - \frac{Fl^3}{2} + K_2 \Rightarrow$

$$K_2 = \frac{Fl^3}{3}; \quad EI y = \frac{Fx^3}{6} - \frac{Fl^2 x}{2} + \frac{Fl^3}{3} = \frac{F}{6} (l-x)(2l+x)$$

La flèche est maximum en A pour $x = 0 \Rightarrow f = \frac{Fl^3}{3EI}$

4.4.2 Calcul du moment d'inertie de la palette

Puisque la palette est assimilée à une plaque rectangulaire

$$I_{33} = \frac{h^3 L}{12} = \frac{(3)^3 \cdot 15}{12} = 33,75 \text{ mm}^4$$

$$f_1 = \frac{990 \cdot (3,3)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 33,75} = 1,76 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

on procède de la même manière pour le deuxième rotor

on obtient. $F_2 = 720 \text{ N}$ $I_{33} = 22,5 \text{ mm}^4$

$$f_2 = \frac{Fl^3}{3EI_2} = \frac{720 \cdot (3,6)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 22,5} = 2,49 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Conclusion d'après ces valeurs on peut conclure que

Les palettes supportent très bien l'effet

de la pression de refoulement

4.5 Calcul des conduites

4.5.1 conduite d'aspiration: Dans ces tuyauteries l'écoulements

sont presque toujours laminaires; pour l'aspiration

des pompes on admet des vitesses $v \in [1 \div 2,5] (m/s)$

dans notre cas on choisit comme vitesse d'aspira-

tion $v = 2,5 m/s$; Le débit volumique $Q = S \cdot v$

ou S : section de la conduite $S = \frac{\pi d^2}{4}$

$$\text{soit } d^2 = \frac{4S}{\pi} = \frac{4Q}{v \cdot \pi} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v}}$$

$$d = 1,13 \sqrt{\frac{Q}{v}} \text{ si on exprime } Q (l/s); v (m/s) \text{ on a}$$

$$d (cm) = 3,57 \sqrt{\frac{Q}{v}}$$

- Calcul de la conduite d'aspiration pour le 1^{er} rotor

$$d_{a1} = 3,57 \sqrt{\frac{28,366}{60 \cdot 2,5}} = 1,6 \text{ cm} \quad d_{a1} = 16 \text{ mm}$$

Puisque le rotor est équilibré on doit faire une dérivation de cette conduite en deux autres.

$$S_1 = \frac{\pi d_{a1}^2}{4} = 2A_1 = \frac{2\pi d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{d_{a1}^2}{2}} = \frac{d_{a1}}{\sqrt{2}} = 11 \text{ mm}$$

- Calcul de la conduite d'aspiration pour le 2^{em} rotor

$$d_{a2} = 3,57 \sqrt{\frac{14,188}{60 \cdot 2,5}} = 1,10 \text{ cm} \quad d_{a2} = 11 \text{ mm}$$

dérivation de cette conduite en deux autres

$$d = \frac{d_{a2}}{\sqrt{2}} = \frac{11}{\sqrt{2}} = 7,8 \text{ mm} \approx 8 \text{ mm}$$

4.5.2 Calcul des conduites de refoulement

Dans les conduites de refoulement sous pression les vitesses de déplacement du liquide varient entre $v \in [2,5 \div 5] (m/s)$; on choisit $v = 5 m/s$

- Calcul de la conduite de refoulement pour le 1^{er} rotor

$$d_{r_1} = 3,57 \sqrt{\frac{24}{60,5}} = 1,00 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$d_r = \frac{d_{r_1}}{\sqrt{2}} = \frac{11}{\sqrt{2}} = 7,7 \text{ mm}$$

- Calcul de la conduite de refoulement pour le 2^e rotor

$$d_{r_2} = 3,57 \sqrt{\frac{12}{60,5}} = 0,7 \text{ cm} = 7 \text{ mm}$$

$$d_r = \frac{7}{\sqrt{2}} = 5 \text{ mm}$$

4.6. Influence de l'épaisseur, h , des palettes

Sous l'effet de l'épaisseur des palettes, la cylindrée et le débit diminuent pour les maintenir constants on doit augmenter la longueur en porte à faux l

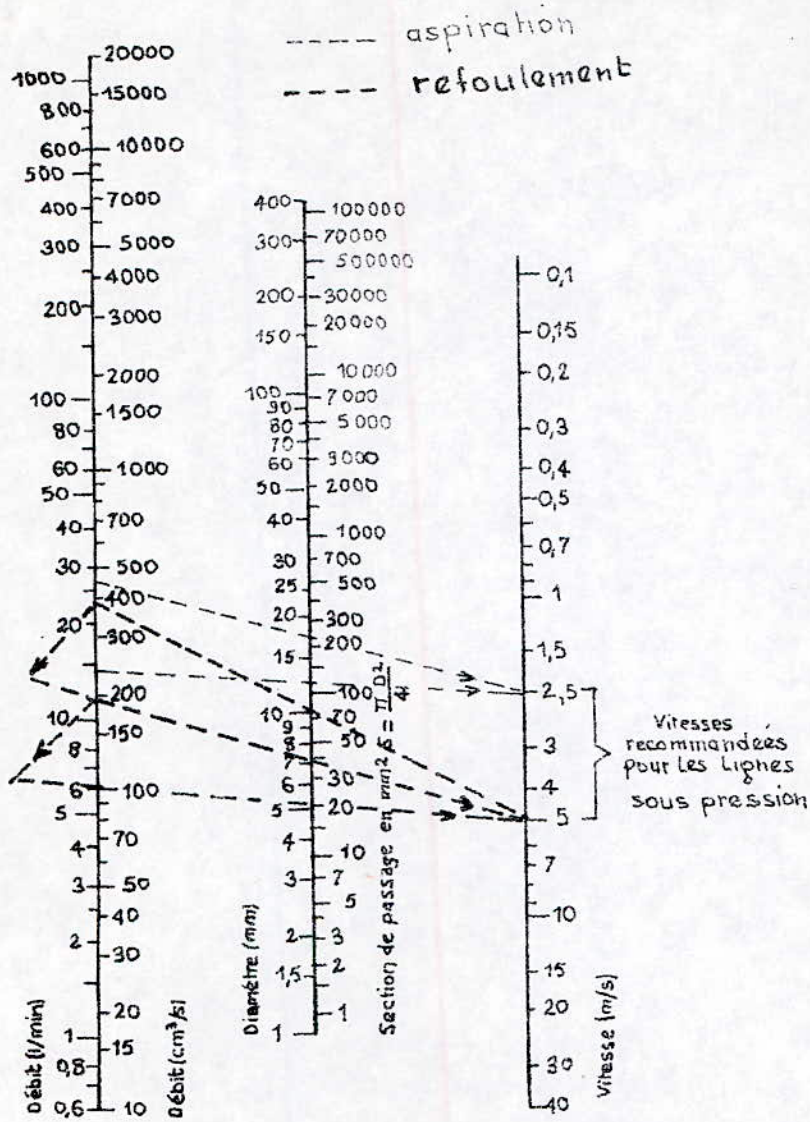
- Volume V'_1 des palettes pour le 1^{er} rotor

$$V'_1 = 153 \cdot 3,3 \cdot 8 = 0,792 \cdot 15 = 1,188 \text{ cm}^3$$

- $cyL'_1 - V'_1 = 19,472 \Rightarrow cyL'_1 = 20,66 \text{ cm}^3$

$$2\pi (R_s^2 - R_r^2) l = 20,66 \Rightarrow R_s^2 - R_r^2 = 2,192 \text{ cm}^2$$

$$R_r = 3 \text{ cm} \Rightarrow R_s = 3,35 \text{ cm} \quad R_r - R_s = 0,35 \text{ cm}$$



Abaque donnant le débit dans les tuyaux en fonction des vitesses moyennes ainsi que les vitesses moyennes recommandées

fig 5

Dans la zone morte Le rotor n'est pas en contact avec le stator souvent Le jeu est évalué à (1mm) un (mm) ce qui permet d'augmenter la longueur de la palette et on a $l_1 = 4,5 \text{ mm}$

On procède de la même façon pour le 2^{es} rotor on obtient $l_2 = 4,8 \text{ mm}$

CHAPITRE 5

V CALCULS-MECANIKUES

5.1 Calcul d'arbre

Dans notre cas, puisqu'il s'agit d'un rotor équilibré on se contente de calculer l'arbre à la torsion seule, l'influence de la flexion est négligeable.

L'expression donnant la contrainte maximale en fonction du moment de torsion M_t est $\tau = \frac{M_t}{W}$

$$\text{avec } M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{30 P}{\pi N} \text{ [N.m]}$$

P: est la puissance du moteur P [w]

N: vitesse de rotation N [tr/mn]

w: $w = \frac{\pi d^3}{16}$ est le moment résistant à la torsion

$$\tau = \frac{480 P}{\pi^2 N d^3} \leq R_{pg}$$

On désigne par R_{pg} : contrainte admissible à la torsion $R_{pg} \text{ [N/m}^2\text{]}$

- Vérification de la condition de résistance

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{480 P}{\pi^2 N R_{pg}}} \text{ [m]}$$

Pour les arbres de pompes, la limite élastique

$$R_e \in [390 \div 590] \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Prenons l'acier non allié (Fer + carbone) de désignation XC18 + Revenu à 200°C

Soit $R_e = 500 \text{ N/mm}^2$, utilisons un coefficient de sécurité $\alpha = 3$; La résistance pratique $R_p = \frac{R_e}{3}$

$R_p = 166,66 \text{ N/mm}^2$ pour le cisaillement on a

$R_{pg} = \frac{R_p}{2} = 83,33 \text{ N/mm}^2$. Tenons compte de l'affaiblissement de l'arbre par la clavette et les cannelures,

nous admettons $R_{pg} = 60 \text{ N/mm}^2$

La puissance étant $P = \frac{P_u}{\eta_g} = \frac{12}{0,8} = 15 \text{ kW}$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{480 \cdot 15 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 1450 \cdot 60 \cdot 10^6}} = 2,031 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

on choisit d d'après la normalisation française Série Renard R10 NF E01 $d = 25 \text{ mm}$

Comme la puissance transmise se répartit comme suit

rotor principal $P_1 = \frac{2}{3} P = 10 \text{ kW}$

rotor secondaire $P_2 = \frac{1}{3} P = 5 \text{ kW}$.

Le diamètre au niveau du 1^{er} rotor est

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{480 \cdot 10 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 1450 \cdot 60 \cdot 10^6}} = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ m} \text{ on choisit}$$

$$d_1 = 20 \text{ mm}$$

Le diamètre au niveau du 2^{em} rotor est:

$$d \geq \sqrt{\frac{480.5 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 1450 \cdot 60 \cdot 10^6}} = 1,40 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \text{soit } d = 16 \text{ mm}$$

5.2 Calcul de la clavette

La clavette choisie étant une clavette parallèle de forme

A on désigne par

d : diamètre de l'arbre

k : hauteur de la partie de la clavette sortant de l'arbre

a : largeur de la clavette. On choisit un clouage libre

Les surfaces actives sont soumises à une force de compression répartie uniformément sur les surfaces latérales

La résultante de cette pression peut être déterminée par la

formule $F_t = \frac{2 M_t}{d}$, cette force F_t provoque la contrainte de compression sur la surface active et la contrainte de cisaillement dans la section longitudinale, donc il faut vérifier la clavette au cisaillement et au matage.

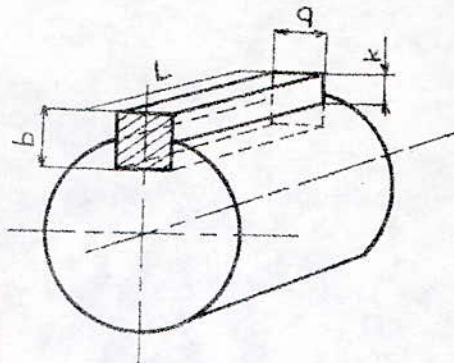
$$\sigma_{\text{comp}} = \frac{2 M_t}{d \cdot k \cdot l_p} \leq R_{\text{comp}} ; \quad \tau = \frac{2 M_t}{d \cdot a \cdot l_p} \leq R'$$

on désigne par l_p : la longueur active de la clavette

(longueur pratique)

$$k l_p \geq \frac{2 M_t}{d \cdot R_{\text{comp}}}$$

$$a l_p \geq \frac{2 M_t}{d \cdot R'}$$



On choisit $R_{comp} = 10^4 \text{ N/cm}^2$ et $R = 0,7 \cdot R_{comp}$

$$l_p = L - 2 \left(\frac{a}{2} \right) = L - a$$

Calcul du moment de torsion $M_t = \frac{P \cdot 60}{2\pi N} = 98,8 \text{ N.m}$

$d = 25 \text{ mm}$ on a :

$$k l_p \geq \frac{2 \cdot 92,2}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^8} = 79,0 \text{ mm}^2 \quad \text{avec } k = \frac{b}{2} \Rightarrow$$

$$a l_p \geq \frac{2 \cdot 98,8}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0,7 \cdot 10^8} = 109 \text{ mm}^2$$

$b l_p \geq 158 \text{ mm}^2$; $a l_p \geq 109 \text{ mm}^2$ on adopte une

clavette parallèle de forme A : $a = 8 \text{ mm}$ $b = 7 \text{ mm}$ $L = 32 \text{ mm}$

vérification $L \leq 1,5 d = 37,5 \text{ mm}$.

5.3 Vérification des cannelures

- Les cannelures sont vérifiées par la condition de résis-

tance à la compression $\sigma_{comp} = \frac{M_t}{R_{moy} s l z \psi} \leq R_{comp}$
ou on désigne par

R_{moy} : Rayon moyen de la circonférence des dents

$R_{moy} = \frac{D+d}{4}$; $s = \frac{D-d}{2}$: projection de l' hauteur de la dent sur son plan diamétral ; l : longueur active de la denture , z : nombre de dents , ψ coefficient de sécurité

- Pour le 1^{er} rotor :

$$R_m = \frac{25+21}{2} = 23 \text{ mm} ; s = \frac{25-21}{2} = 2 \text{ mm} ; \psi = 0,75$$

$$M_{e_1} = \frac{30P_1}{\pi N}, \quad \rho = 6 \text{ mm} \quad R_{com_1} = 0,5 R_e = 0,5 \cdot 500 \text{ N/mm}^2 = 250 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{com_1} = \frac{30 P_1}{\pi N R_{m_1} S \rho z \psi} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1450 \cdot 23 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 0,75 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} = 530 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{com_1} < R_{comp_1}$$

Pour Le 2^{em} rotor

$$R_{moy_2} = \frac{17+13}{2} = 15 \text{ mm}; \quad S = \frac{17 \cdot 13}{2} = 2, \quad \psi = 0,75, \quad \rho = 4$$

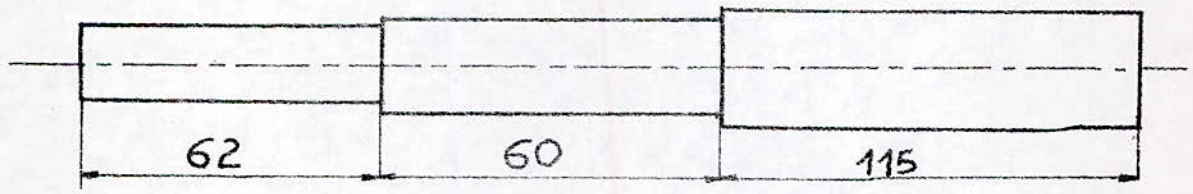
$$z = 6$$

$$\tau_{com_2} = \frac{30 \cdot 5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1450 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,75 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 6} = 60,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{com_2} < R_{comp}$$

Vérification des roulements

Calcul du poids de l'arbre



La densité de l'acier est de 7850 kg/m^3 ; La masse étant $m = \rho V = \rho [V_1 + V_2 + V_3]$, on désigne par V_1, V_2 et V_3 Les volumes des trois parties de l'arbre de droite à gauche

$$V_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \rho_1 = \frac{\pi (25)^2}{4} \cdot 115 = 5,645 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot \rho_2 = \frac{\pi (20)^2}{4} \cdot 60 = 1,885 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V_3 = \frac{\pi d_3^2}{4} \cdot \rho_3 = \frac{\pi (16)^2}{4} \cdot 62 = 1,247 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Calcul des masses

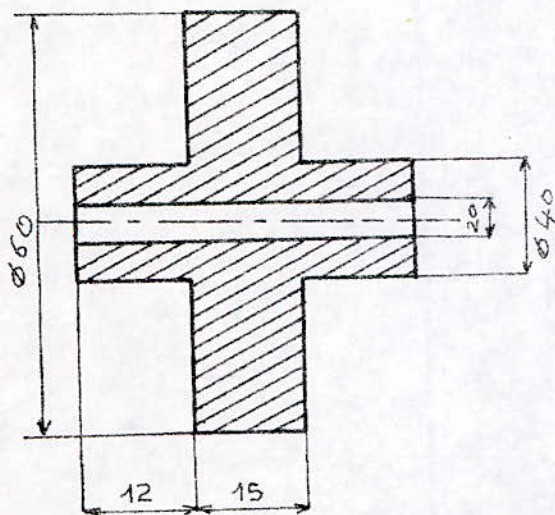
$$m_1 = \rho V_1 = 7850 \cdot 5,645 \cdot 10^{-5} = 0,443 \text{ kg} \Rightarrow P_1 = 0,443 \text{ kgf}$$

$$m_2 = \rho V_2 = 7850 \cdot 1,885 \cdot 10^{-5} = 0,148 \text{ kg} \Rightarrow P_2 = 0,148 \text{ kgf}$$

$$m_3 = \rho V_3 = 7850 \cdot 1,096 \cdot 10^{-5} = 0,086 \text{ kg} \Rightarrow P_3 = 0,086 \text{ kgf}$$

d'où le poids total de l'arbre $P_T = 0,677 \text{ kgf}$

- Calcul de la masse du Rotor principal.

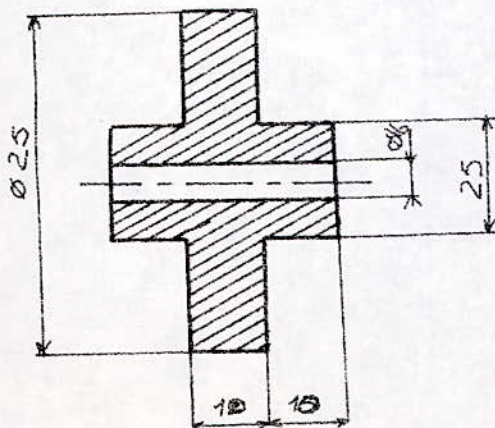


$$m_1 = \rho V = \rho \left[\pi \frac{(60^2 - 20^2)}{4} \cdot 15 \right] + \rho 2\pi \frac{(40^2 - 20^2)}{4} \cdot 12$$

$$m_1 = 0,474 \text{ kg} \Rightarrow$$

$$P_{r1} = 0,474 \text{ kgf}$$

- Calcul de la masse du 2^{em} rotor :



$$m_2 = \rho V$$

$$m_2 = \rho \left[\pi \frac{(25^2 - 16^2)}{4} \cdot 10 + 2\pi \frac{(16^2 - 16^2)}{4} \cdot 10 \right]$$

$$m_2 = 0,128 \text{ kg}$$

$$P_2 = 0,128 \text{ kgf}$$

5.4 Détermination des dimensions des roulements

Les deux roulements ne sont pas montés sur le même diamètre de l'arbre, Les diamètres intérieurs étant fixés à

$d_1 = 17 \text{ mm}$ $d_2 = 25 \text{ mm}$, à partir de ces conditions de montage, on détermine ces dimensions

On procède à partir des éléments suivants.

- 1) vitesse de Rotation $[\text{tr}/\text{mn}]$
- 2) charge dynamique équivalente $P (\text{daN})$
- 3) La durée nominale L_h en heures de fonctionnement
- 4) Les dimensions servant au calcul de la charge dynamique de base sont liées par la relation suivante

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^k ; L_h = \frac{16666}{N} \left(\frac{C}{P} \right)^k \quad \text{avec}$$

L : durée nominale en millions de tours.

L_h : " " " heures de fonctionnement.

N : vitesse de Rotation en (tr/mn)

C : charge dynamique de base en (daN)

P : " " équivalente en (daN)

$k=3$ pour les roulements à bille.

charge dynamique : $P = xV F_r + y F_a$

F_r : charge radiale en daN

F_a : charge axiale en daN .

Poussée radiale

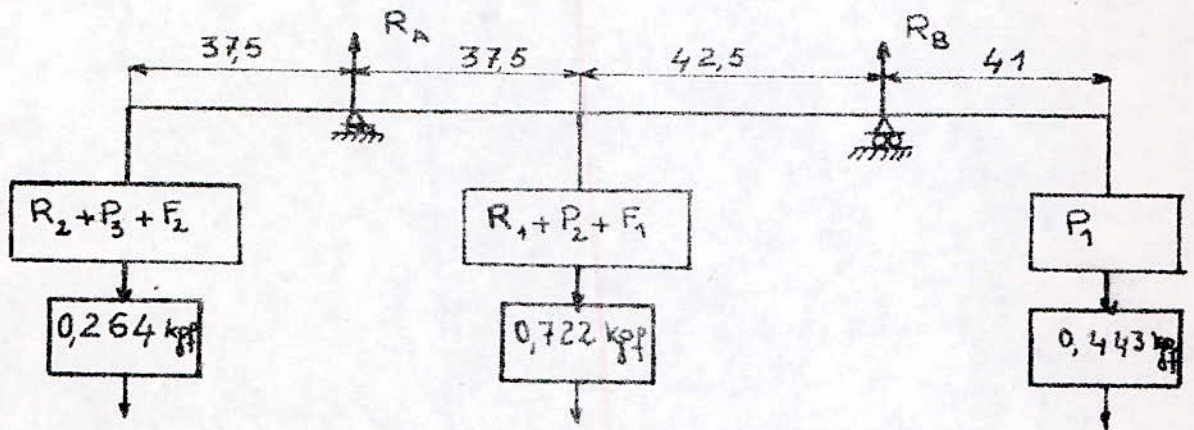
Le Liquide arrive avec une vitesse $v_1 = 2,5 \text{ m/s}$, à l'aspiration cette dernière étant radiale, provoque des réactions F_1 et F_2 : exprimées par la relation $F = \rho \cdot Q_{th} \cdot v$

F_1 et F_2 : exprimées par la relation $F = \rho \cdot Q_{th} \cdot v$

$$F_1 = \rho \cdot Q_{th1} \cdot v_1 = 846 \cdot 4,73 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 = 1 \text{ N}$$

$$F_2 = \rho \cdot Q_{th2} \cdot v_1 = 846 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 = 0,5 \text{ N}$$

Calcul des réactions



$$\sum M_{F/RA} = R_B \cdot 80 - 0,443 \cdot 121 + (0,722 + 0,264) \cdot 37,5 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{1}{80} \cdot 70,778 = 0,885 \text{ kgf}$$

$$\sum M_{F/RB} = -R_A \cdot 80 + 0,264 \cdot 117,5 + 0,722 \cdot 42,5 - 0,443 \cdot 41 = 0$$

$$R_A = \frac{1}{80} \cdot 43,542 = 0,544 \text{ kgf}$$

Choix du type de roulement.

Les deux rotors sont équilibrés, l'aspiration et le refoulement se font diamétralement opposés donc les charges radiales et axiales se compensent exactement pour ces raisons on choisit les deux roulements à une rangée de bille.

- x: facteur radial, un coefficient qui varie suivant que la charge est tournante ou fixe sur la bague intérieure
- y: facteur axial, un coefficient de conversion de la charge axiale en charge radiale.
- v: facteur de rotation.

Dans notre cas il s'agit d'un montage à arbre tournant ce qui permet un serrage des bagues intérieures avec l'arbre d'où on a $v=1$; on définit par

e: La valeur $\frac{F_a}{C_0} = e$; C_0 : charge statique

$$\frac{F_a}{\sqrt{F}} = \frac{F_a}{C_0} = e = 0 \quad \text{ce qui implique } x=1 \text{ et } y=0$$

- Charge équivalente:

a) charge équivalente pour le 1^{er} roulement

$$P_1 = x F_{r1} = F_{r1} = R_B = 0,885 \text{ daN}$$

b) charge équivalente pour le 2^{em} roulement

$$P_2 = x F_{r2} = F_{r2} = R_A = 0,544 \text{ daN}$$

- Charge dynamique de base:

on suppose que la durée de fonctionnement des roulements est de 20 000 heures \approx 8 années

a) charge dynamique pour le 1^{er} roulement.

$$C_1 = P_1 \sqrt[3]{\frac{L_h \cdot N}{16.666}} = 0,885 \sqrt[3]{\frac{20.000 \cdot 1450}{16.666}} =$$

$$C_1 = 10,6 \text{ daN.}$$

b) charge dynamique pour le deuxième roulement

$$C_2 = P_1 \sqrt[3]{\frac{L_h \cdot N}{16.666}} = 0,544 \sqrt[3]{\frac{20.000 \cdot 1450}{16.666}} = 6,5 \text{ daN}$$

on choisit les roulements de désignation

17BC02X et 25BC02X

Les deux roulements choisis à une rangée de bille à contact radial sans encoche de remplissage. Pour ces deux roulements la charge dynamique de base :

$$C_1 = 1080 \text{ daN}; \quad C_2 = 735 \text{ daN.}$$

Rémarque

D'après le résultat obtenu on peut conclure que les paliers ne reçoivent donc que les charges axiales et radiales imposées par le mode d'entraînement de la pompe

5.5 Calcul d'accouplement

$$D_1 = 115 \text{ mm}$$

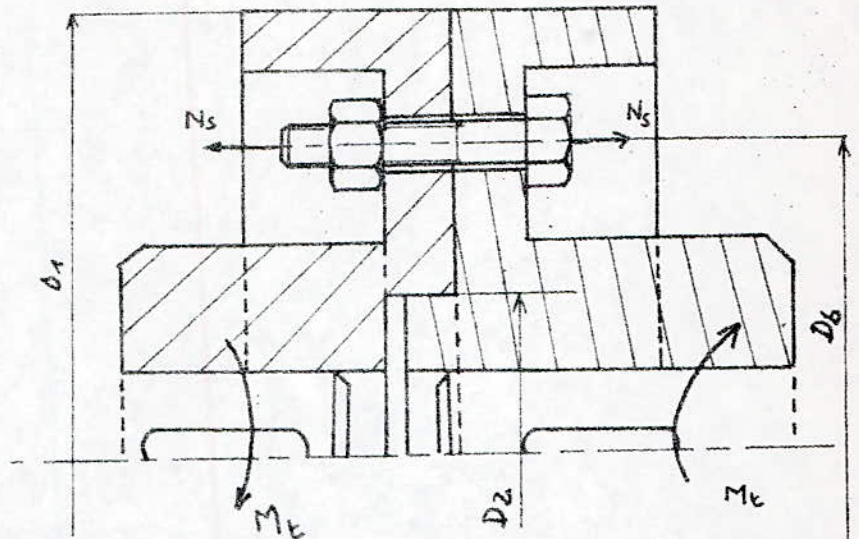
$$D_b = 87 \text{ mm}$$

$$D_2 = 40 \text{ mm}$$

$$M_t = 81,81 \text{ N.m}$$

$$d = 6 \text{ mm}$$

$$R_{tr} = 80 \text{ N/mm}^2$$



Dans le calcul de l'accouplement les boulons d'assemblage sont posés avec un jeu. Pour ce type de montage le moment de torsion est équilibré par le moment de frottement M_f :

$$M_{fr} = k M_t$$

k : coefficient de sécurité $k \in [1,5 \div 2]$

La force de serrage est donnée par
$$N_s = \frac{3 k M_t}{f \cdot z} \cdot \frac{D_1^2 - D_2^2}{D_1^3 - D_2^3}$$

z : nombre de boulons

f : coefficient de frottement

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 30}{\pi \cdot 1450} = 98,78 \text{ N.m}$$

- Calcul du moment de frottement : $M_{fr} = k M_t = 1,6 \cdot 98,78 = 158,07 \text{ N.m}$

- Calcul de N_s pour chaque boulons.

En utilisant la condition de résistance :
$$\frac{1,3 \cdot 4 \cdot N_s}{\pi d_s^2} \leq R_{tr}$$

$$N_s \leq \frac{R_{tr} \pi d_s^2}{1,3 \cdot 4} = \frac{80 \cdot \pi \cdot 100}{1,3 \cdot 4} = 4833,219 \text{ N}$$

Calcul du nombre de boulons z :

$$z = \frac{3 M_t}{\sigma \cdot f} \cdot \frac{D_1^2 - D_2^2}{D_1^3 - D_2^3} = \frac{3 \cdot 158,07 \cdot 10^3}{4833,219 \cdot 0,3} \cdot \frac{(115)^2 - 40^2}{(115)^3 - (40)^3} = 2,60$$

$$z = 2,60 \quad \text{on choisit} \quad z = 3$$

- vérification $\pi D_b > \pi d \times z$

$$\pi D_b = \pi \cdot 87 = 273,31 \text{ mm} ; \quad \pi \cdot 3 \cdot 10 = 94,247 \text{ mm}$$

Calcul des filets

Le moment de frottement M_{f_t}

engendre un effet de compression

N_s : La condition de résistance

à la compression est donnée

par $1,2 \frac{2N_s}{k S_f} \leq \sigma_{adm}$ ou

1,2: coefficient de sécurité

$2N_s$: L'effort de compression théorique

k : nombre de filets.

Le nombre de filets est $k \geq \frac{1,2 \cdot 2N_s}{\sigma_{adm} \cdot S_f}$ avec

$$S_f = \frac{\pi}{4} [(d_1 + h_1)^2 - d_1^2] \Rightarrow$$

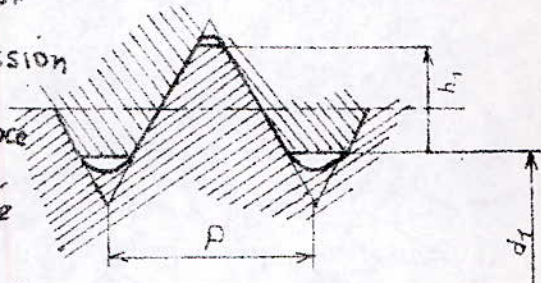
$$k \geq \frac{4 \cdot 1,2 \cdot 2N_s}{\pi \sigma_{adm} [(d_1 + h_1)^2 - d_1^2]}$$

$$N_s = 4833,219 \text{ N}$$

$$d_1 = 8,37625 \text{ mm}$$

$$h_1 = 0,8118 \text{ mm}$$

$$k \geq \frac{4 \cdot 1,2 \cdot 2 \cdot 4833,219}{\pi \cdot 80 [(8,37625 + 0,8118)^2 - (8,37625)^2]} = 12,9 \quad \sigma_{adm} = R_{tr} = 80 \text{ N/mm}^2$$



On prendra $k = 13$ filets, soit une longueur filetée de

$$L_p = k \cdot p = 13 \cdot 1,5 = 19,5 \text{ mm}$$

Vérification du filet au cisaillement

On suppose que la section du filet soumise au cisaillement se situe sur le diamètre intérieur d_1 :

La section pouvant être cisailée est donc: $S_c = \pi d_1 \cdot p \cdot k$

La condition de résistance au cisaillement donne:

$$\frac{1,2 \cdot 2 \text{ Ns}}{S_c} \leq \tau_g \Rightarrow \frac{1,2 \cdot 2 \text{ Ns}}{\pi d_1 \cdot p \cdot k} = \frac{1,2 \cdot 2 \cdot 4833,219}{\pi \cdot 8,37625 \cdot 1,5 \cdot 13} = 22,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

or $\tau_g = \frac{\tau_{adm}}{2} = \frac{R_{tr}}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ N/mm}^2$, représente la contrainte admissible au cisaillement qui est largement vérifiée puisque $\frac{1,2 \cdot 2 \text{ Ns}}{S_c} < 40 \text{ N/mm}^2$

CHAPITRE 6

5.6 VITESSE CRITIQUE DE L'ARBRE

Quelque soit l'équilibrage des deux rotors, l'arbre fléchit sous l'action de son propre poids cette flexion statique provoque un déplacement du centre du centre de gravité, de telle sorte que la rotation de l'arbre engendre une force centrifuge, provoquant une flexion dynamique, s'ajoute à la flexion statique de l'arbre; la vitesse de rotation notée n_{cr} à laquelle la flexion théorique serait infiniment grande est appelée vitesse de rotation critique.

f_0 : flexion statique engendrée par le poids propre de l'arbre. La flèche dynamique $f = \alpha F$.

La force d'inertie centrifuge est donnée par la relation $F = m\omega^2(f + f_0) = \frac{f}{\alpha} \Rightarrow f = \frac{m\omega^2 f_0}{\frac{1}{\alpha} - \omega^2 m}$
cette flèche devient infinie si.

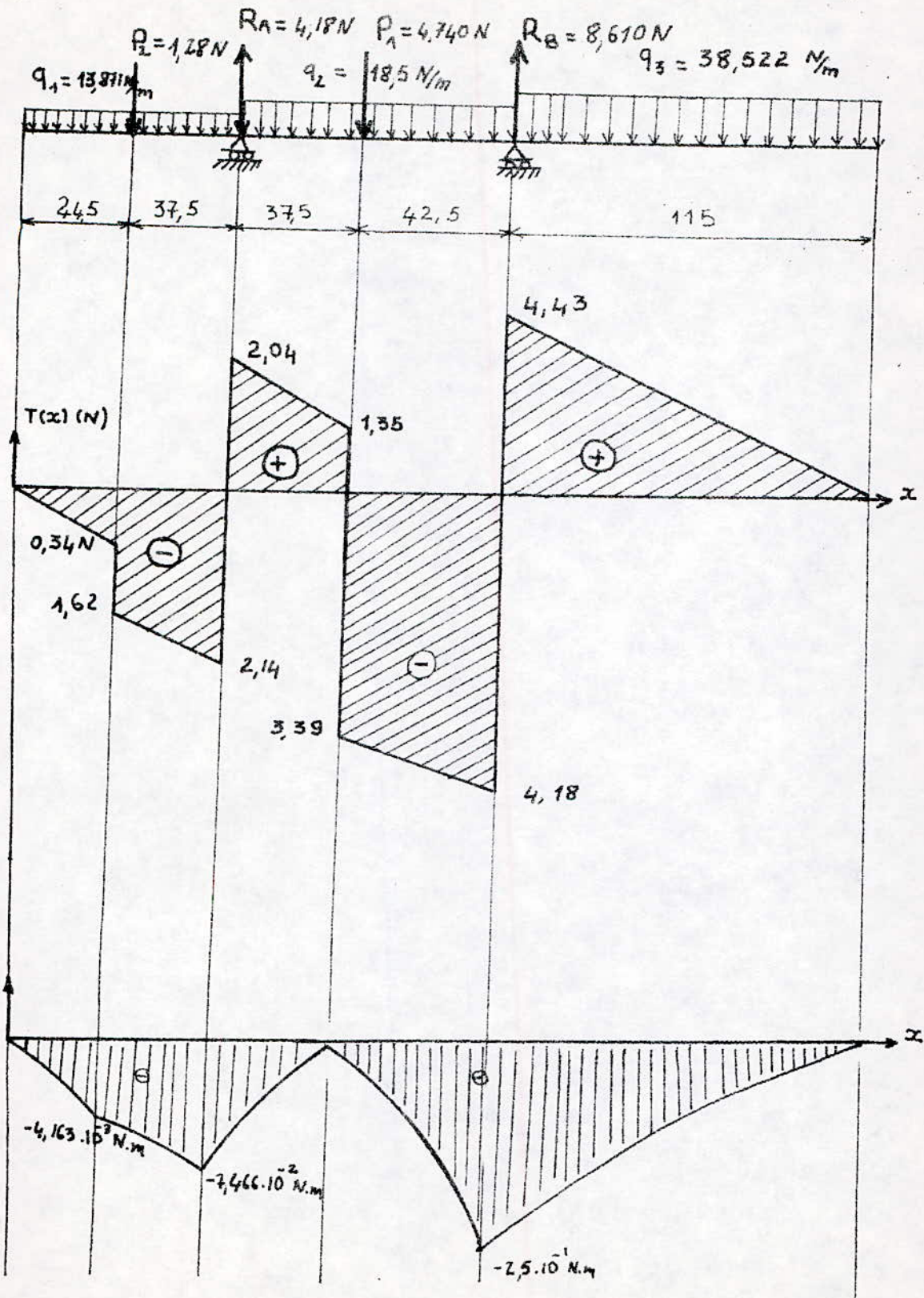
$$\frac{1}{\alpha} - \omega^2 m = 0 \Rightarrow \text{soit la vitesse critique } \omega_c^2 = \frac{1}{m\alpha}$$

Dire que la flèche devient infinie c'est admettre la rupture de l'arbre

6.1 vitesse critique ω_c en fonction de la flèche statique

$$f_0 = \alpha P, \quad P = mg \Rightarrow m = \frac{f_0}{\alpha g} \quad \text{d'où } \omega_c = \sqrt{\frac{g}{f_0}} \quad (\text{rd/s})$$

$$\omega_c = \frac{\pi n_c}{30}; \quad n_c \text{ étant la vitesse critique exprimée en trs/mn}$$



Calcul du moment fléchissant

$$0 \leq x \leq 0,0245$$

$$M_1(x) + q_1 \frac{x^2}{2} = 0 \Rightarrow M_1(x) = -6,935 x^2 \quad \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow M_1(x)=0 \\ x=0,0245 \Rightarrow M(x)= \end{array}$$

$$M_1(x) = -4,163 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}$$

$$0,0245 \leq x \leq 0,062$$

$$M_2(x) + \frac{q_1}{2} x^2 + P_2(x - 0,0245) = 0 \Rightarrow M_2(x) = -6,935 x^2 - 1,28 x + 3,136 \cdot 10^{-2}$$

$$M_2(x) = -6,935 x^2 - 1,28 x + 3,136 \cdot 10^{-2}$$

$$x = 0,0245 \Rightarrow M_2(x) = -4,163 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}$$

$$x = 0,0620 \Rightarrow M_2(x) = -7,466 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

$$0,0620 \leq x \leq 0,0995$$

$$M(x) + q_1 \cdot 0,062 \cdot \left(x - \frac{0,062}{2}\right) + P_2(x - 0,0245) + q_2 \frac{(x - 0,062)^2}{2} - R_A(x - 0,062) = 0 \Rightarrow M_3(x) = -9,250 x^2 + 3,187 x - 0,238$$

$$M_3(0,0620) = -7,466 \cdot 10^{-2} \text{ N.m} ; M_3(0,0995) = -1,247 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

$$0,0995 \leq x \leq 0,142$$

$$M_4(x) + q_1(0,0620)(x - 0,031) + \frac{q_2}{2}(x - 0,062)^2 + P_1(x - 0,0995) + P_2(x - 0,0245) - R_A(x - 0,062) = 0 \Rightarrow M_4(x) = -9,24 x^2 - 1,553 x + 0,234$$

$$M_4(0,0995) = -1,21 \cdot 10^{-1} \text{ N.m} ; M_4(0,142) = -2,513 \cdot 10^{-1} \text{ N.m}$$

$$0,142 \leq x \leq 0,257$$

$$M(x) + \frac{q_3}{2}(x - 0,257)^2 \Rightarrow M_5(x) = -19,261 x^2 + 9,9 x - 1,272$$

$$M(0,142) = -2,546 \cdot 10^{-1} ; M(0,257) = 0 \text{ N.m.}$$

Equation de la déformée

$$0 \leq x \leq 0,0245 \Rightarrow EI_1 y''_{11} = 6,935 x^2 \Rightarrow EI_1 y'_{11} = 2,312 x^3 + A_{11}$$

$$EI_1 y_{11} = 0,578 x^4 + A_{11} x + B_{11}$$

$$0,0245 \leq x \leq 0,0620 \Rightarrow EI_1 y''_{12} = 6,935 x^2 + 1,28 x + 3,136 \cdot 10^{-2}$$

$$EI_1 y'_{12} = 2,312 x^3 + 0,640 x^2 + 3,136 \cdot 10^{-2} x + A_{12}$$

$$EI_1 y_{12} = 0,578 x^4 + 0,213 x^3 + 0,016 x^2 + A_{12} x + B_{12}$$

$$0,062 \leq x \leq 0,0995 \Rightarrow EI_2 y''_{21} = 9,25 x^2 - 3,187 x + 0,238$$

$$EI_2 y'_{21} = 3,083 x^3 - 1,594 x^2 + 0,238 x + A_{21}$$

$$EI_2 y_{21} = 0,578 x^4 + 0,213 x^3 + 0,016 x^2 + A_{21} x + B_{21}$$

$$0,0995 \leq x \leq 0,142 \Rightarrow EI_2 y''_{22} = 9,25 x^2 + 1,553 x - 0,234$$

$$EI_2 y'_{22} = 3,083 x^3 + 0,777 x^2 - 0,234 x + A_{22}$$

$$EI_2 y_{22} = 0,771 x^4 + 0,259 x^3 - 0,117 x^2 + A_{22} x + B_{22}$$

$$0,142 \leq x \leq 0,257$$

$$EI_3 y''_3 = 19,261 x^2 - 9,9 x + 1,272$$

$$EI_3 y'_3 = 6,420 x^3 - 4,950 x^2 + 1,272 x + A_3$$

$$EI_3 y_3 = 1,605 x^4 - 1,650 x^3 + 0,636 x^2 + A_3 x + B_3$$

Conditions aux limites et de liaison

$$x = 0,0245 \Rightarrow y_{11} = y_{12} \text{ et } y'_{11} = y'_{12}$$

$$x = 0,062 \Rightarrow y_{12} = y_{21} = 0 \text{ et } y'_{12} = y'_{21}$$

$$x = 0,0995 \Rightarrow y_{21} = y_{22} \text{ et } y'_{21} = y'_{22}$$

$$x = 0,142 \Rightarrow y_{22} = 0 ; y_3 = 0 \text{ et } y'_{22} = y'_3$$

On obtient le système suivant:

$$0,0245 A_{12} - 0,0245 A_{11} + B_{12} - B_{11} + 1,274 \cdot 10^{-5} = 0 \quad (1)$$

$$A_{12} - A_{11} + 1,152 \cdot 10^{-3} = 0 \quad (2)$$

$$0,062 A_{21} + B_{21} + 3,423 \cdot 10^{-4} = 0 \quad (3)$$

$$0,062 A_{12} + B_{12} + 1,208 \cdot 10^{-4} = 0 \quad (4)$$

$$A_{21} - A_{12} + 4,408 \cdot 10^{-3} = 0 \quad (5)$$

$$0,0995 A_{21} - 0,0995 A_{22} + B_{21} - B_{22} = 0 \quad (6)$$

$$A_{22} - A_{21} + 2,349 \cdot 10^{-2} = 0 \quad (7)$$

$$0,142 A_{22} + B_{22} + 1,304 \cdot 10^{-3} = 0 \quad (8)$$

$$0,142 A_3 + B_3 + 8,752 \cdot 10^{-3} = 0 \quad (9)$$

$$A_3 - A_{22} + 1,079 \cdot 10^{-1} = 0 \quad (10)$$

Après résolution du système on obtient :

$$\text{de } (6) + (8) - (3) \text{ et } (7) \Rightarrow A_{22} = 3,984 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{de } (3) \Rightarrow B_{21} = -1,913 \cdot 10^{-3}; \text{ de } (10) \Rightarrow A_3 = -1,039 \cdot 10^{-1}$$

$$\text{de } (9) \Rightarrow B_3 = 6,004 \cdot 10^{-3}; \text{ de } (8) \Rightarrow B_{22} = -7,382 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{de } (5) \Rightarrow A_{12} = 2,974 \cdot 10^{-2}; \text{ de } (2) \Rightarrow A_{11} = 3,089 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{de } (4) \Rightarrow B_{12} = -1,965 \cdot 10^{-3} \text{ de } (1) \Rightarrow B_{11} = -1,980 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la flèche

$$I_3 = 1,917 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4; \quad I_2 = 7,854 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4; \quad I_1 = 3,217 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

Après résolution du système on obtient les équations

de la déformée relativement à chaque intervalle

$$0 \leq x \leq 0,0245 \Rightarrow EI_1 y_{11} = 0,578 x^4 + 3,089 \cdot 10^{-2} x - 1,980 \cdot 10^{-3}$$

$$0,0245 \leq x \leq 0,062 \Rightarrow EI_1 y_{12} = 0,578 x^4 - 0,213 x^3 + 0,016 x^2 + 2,974 \cdot 10^{-2} x - 1,965 \cdot 10^{-3}$$

$$0,062 \leq x \leq 0,0995$$

$$EI_2 y_{21} = 0,771 x^4 - 0,531 x^3 + 0,119 x^2 + 2,5332 \cdot 10^{-2} x - 1,913 \cdot 10^{-3}$$

$$0,0995 \leq x \leq 0,142$$

$$EI_2 y_{22} = 0,771 x^4 + 0,259 x^3 - 0,117 x^2 + 3,984 \cdot 10^{-3} x - 7,382 \cdot 10^{-4}$$

$$0,142 \leq x \leq 0,257$$

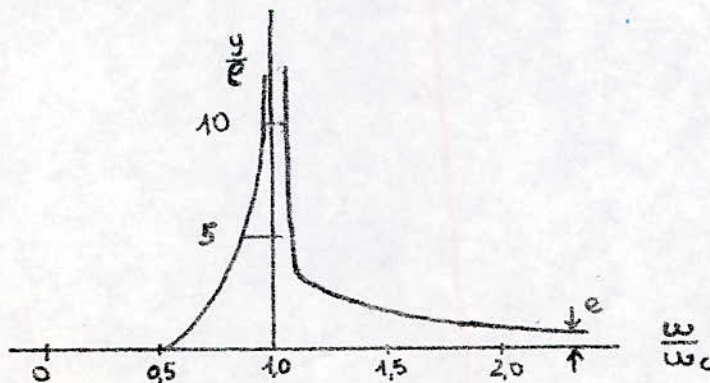
$$EI_3 y_3 = 1,605 x^4 - 1,650 x^3 + 0,636 x^2 - 1,039 \cdot 10^{-1} x + 6,004 \cdot 10^{-3}$$

Après une succession de calcul on trouve que la fleche est

maximum pour $\left\{ \begin{array}{l} y_{11 \max} = \frac{y_{11}(0)}{E \cdot I_1} = 3,077 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \end{array} \right.$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{9810}{3,077 \cdot 10^{-3}}} = 1785,54 \text{ rad/s} ; N_c = \frac{60 \cdot \omega_c}{2\pi} = \frac{60 \cdot 1785,54}{2\pi}$$

$N_c = 17050 \text{ tr/mn}$; on remarque que cette valeur est largement au dessus de la vitesse de marche 1450 tr/mn



Déformation de l'arbre à différentes vitesses

6 CONSTRUCTION

- Les palettes placées dans des rainures radiales, dans leur rotation suivent le profil de la came annulaire, le contact est assuré en plus de la force centrifuge par la force due à la pression qui règne dans les chambres destinées à cet effet, les pressions agissant sur les surfaces supérieures et inférieures de la palette, sont égalisées par des trous radiaux et axiaux traversant la palette

- Le rotor est séparé des deux flasques, par le film d'huile dont l'épaisseur est donnée par la relation

$$h^3 = \frac{12 \mu \omega_f \mu}{\Delta p}$$

- Pour le 1^{er} rotor on a $J_1 \quad h_1^3 = \frac{12 \mu \omega_{f1}}{\Delta p} = \frac{12 \cdot 0,0497 \cdot 7,05 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^7}$

$$h_1 = 1,281 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 128,1 \mu\text{m}$$

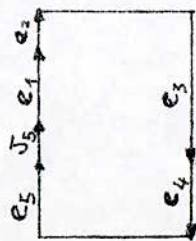
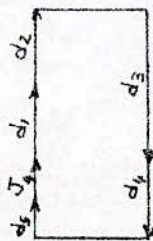
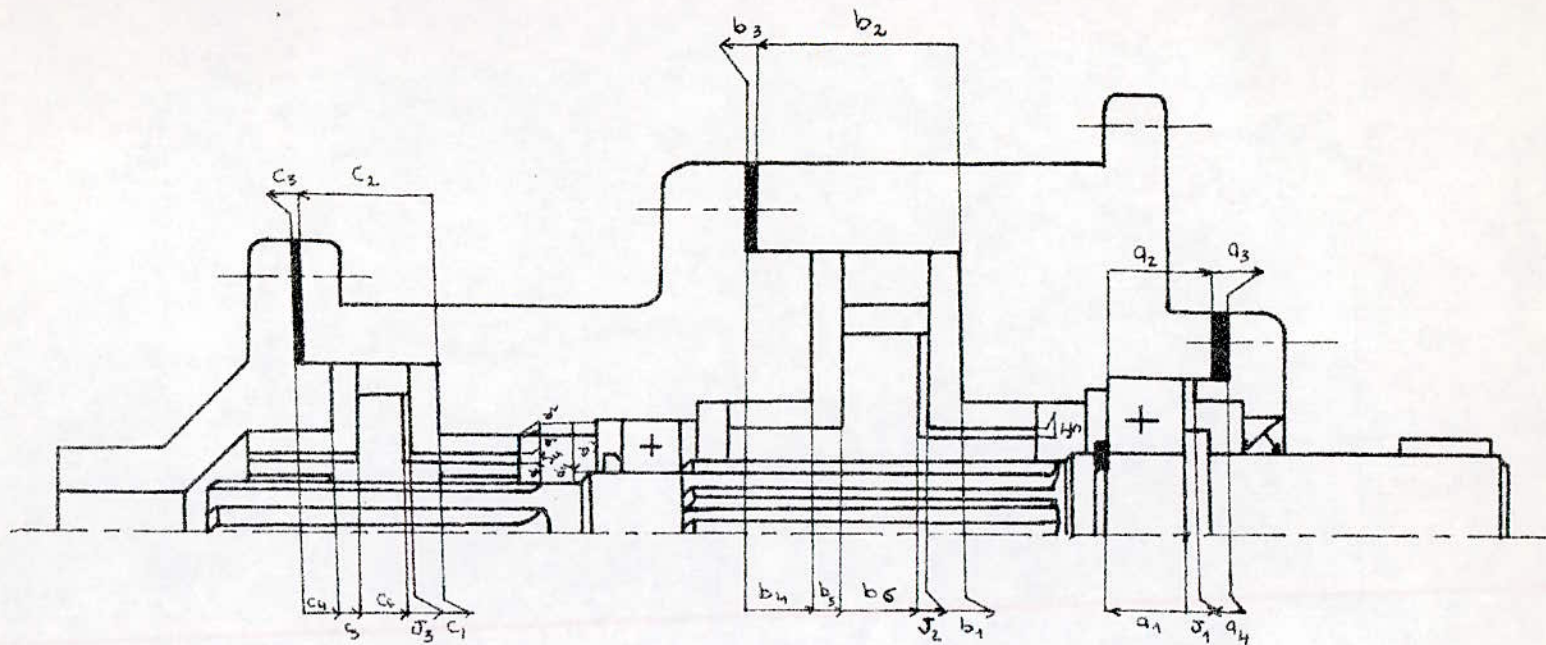
- Pour le 2^{em} rotor on a : $h_2^3 = \frac{12 \cdot \mu \cdot \omega_{f2}}{\Delta p} = \frac{12 \cdot 0,0497 \cdot 3,52 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^7}$

$$h_2 = 101,59 \mu\text{m}$$

Le rotor ne supporte qu'un couple pur.

- L'étanchéité est assurée par des joints circulaire plat, en métaloplastiques

6.1 CHAÎNE DE COTES



chaines des cotes de la pompe

CONCLUSION

60

D'après notre étude relative à une pompe double à palettes on s'aperçoit que cette dernière possède des avantages et des inconvénients, Dans le bilan des avantages on remarque l'utilité de ces pompes qui, sous de faibles dimensions, sont susceptibles de fournir un gros débit à des pressions très élevées, de même que chacun des deux rotors peut recevoir et refouler avec une pression propre à lui.

- Les paliers ne reçoivent que les charges axiales et radiales imposées par le mode d'entraînement.
- Leur assemblage rapide grâce à des cartouches ce qui permet le changement de sens de rotation ou la capacité. Par contre -leur inconvénient majeur résulte du fait que ces pompes exigent une technologie de pointe pour leur réalisation, tel que les courbes et les différents ajustements.

En fin vu le manque de documentation dans ce domaine, notre étude constitue une approche assez précise et je souhaite que ce projet soit poursuivi pour contribuer l'amélioration de notre documentation.

BIBLIOGRAPHIE

- JACQUES F. mécanisme hydrauliques. Dunod . 83
- J. FAISANDIER Hydraulique et electro hydraulique Dunod. 81
- J.L. SHEARER mécanismes et servo-mécanismes à fluide
sous pression Dunod . 66
- A. GIET Résistance des matériaux T1 et 2 Dunod. 82
- A. CAMPA La mécanique par Les problèmes. Foucher
- G. LEMASSON Resistance des matériaux Delagrave . 79
- AIDE. M. calcul- Conception- Fabrication en cons-
truction. mécanique Dunod 80
- S.P. TIMOSHENKO Résistance des matériaux T1 Dunod . 68
- J.C. PRUVOST Les servo-mécanismes hydrauliques
Technique et documentation . 78
- R. MOLLE Les composants hydrauliques et pneu-
matiques de L'automatique Dunod 67
- M. NORBERT Technologie de construction mécanique
Editions de la Capitelle
- G. LENORMAND construction mécanique Foucher . 81

A .CHEVALIER . Guide du dessinateur industriel Hachette 80

TINEL . J . Convention de representation cotation et
Documentation dimensionnelle

COURS MHP-CM2-CM3-CM4

