

8/86

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العلي
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Tex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

INGENIORAT D'ETAT EN GENIE MECANIQUE

SUJET :

POMPE A PISTONS AXIAUX ET
A DEBIT VARIABLE COMMANDÉ PAR
SERVO - MECANISME HYDRAULIQUE

Proposé et Dirigé par :
Mr. J. P. PIEROZAK

Etudié par :
Med Lamine MELOUKA

DEDICACES

A la mémoire de ma mère
A l'honneur de mon père
A l'honneur de mes frères et sœurs
A toute ma famille
A tous ceux qui croient en Dieu
l'unique et le Miséricordieux ALLAH
et en son Envoyé Mohammed.

Je dédie ce modeste travail.

Mohammed Lamine

REMERCEMENTS

Je tiens à remercier tous les enseignants de l'École Nationale Polytechnique qui ont contribué à ma formation d'ingénieur et en particulier ceux du département de Génie Mécanique qui m'encouragèrent et m'aiderent de leur mieux.

Je réitère mes remerciements et ma gratitude à Monsieur Jean Pierre Pierozak pour ses conseils et son suivi constant qu'il m'a prodigué tout le long de mon travail.

Que tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin durant mes études trouveront ici l'expression de ma profonde gratitude

Département: MECANIQUE

مصلحة : الميكانيك

Promoteur : J. P. Piérozak

موجه : ج. ب. بيروزاك

Elève Ingénieur : MELOUKA. M^{me}. Lamine. تلميذ مهندس : ملوكه محمد الامين.

الموضوع : مضخة ذات مكابس محورية وتدفق متغير مستيربالية مسخرة هيدروليكية.
الملخص : يتناول هذا المشروع في دراسة وحساب أبعاد المضخة ذات مكابس محورية وتدفق متغير مستيربالية مسخرة هيدروليكية، تحقق المعطيات الاساسية الآتية :
تدفق يتراوح من صفرا إلى 15 لتر في الدقيقة وضغط يساوي 350 بار.

Sujet: Pompe à pistons axiaux et à débit commandé par servo-mécanisme hydraulique.

Résumé: Ce projet consiste à étudier et dimensionner les éléments d'une pompe à pistons axiaux et à débit variable commandé par servo-mécanisme hydraulique, satisfaisant les données de base: $Q = 0$ à 15 l/mn et $p = 350 \text{ bars}$. Des planches de dessin d'ensemble et de définition des principaux éléments de la pompe, complètent cette étude.

Subject: Pump with axle's pistons and variable flow controlled by hydraulic servo-engine.

Abstract: This project consists in studying and dimensioning the elements of pump with axle's pistons and variable flow controlled by hydraulic servo-engine, satisfying the data: $Q = 0$ to 15 l/mn and $p = 350 \text{ bars}$. The study is completed by the drawings of ensemble and main elements.

TABLE DES MATIERES

I	INTRODUCTION	1
II	GENERALITES	2
	1. Définition d'une pompe volumétrique	2
	2. Principales applications	3
	3. Classification	4
	4. Installations	5
III	PRINCIPE ET FONCTIONNEMENT D'UNE POMPE A BARILLET TOURNANT, A PISTONS-DATINS, ARBRE EN LIGNE ET A DEBIT VARIABLE.	8
	1. Description et fonctionnement de la pompe	8
	2. Données de base	10
	3. Paramètres extensifs imposés et recommandations	10
	4. Choix du fluide	12
IV	ETUDE CINEMATIQUE	14
	1. Paramètres cinématiques du piston	14
	2. Etude de l'irrégularité du débit de la pompe	16
V	ETUDE ENERGETIQUE	20
	1. Théorie et principe de la compression dans une pompe à pistons axiaux.	20
	2. Compressibilité de l'huile	20

13. Principe de la compression	24
2. ETUDE DE LA POMPE	26
21. Pompe idéale	26
22. Pompe réelle	27
221. Evaluation des débits réel et de fuites	27
222. Evaluation des couples réel et de frottements	29
223. Evaluation des rendements	31
VI. ETUDE DYNAMIQUE	33
1- Efforts dynamiques	33
2- Equilibre du piston	34
3- Equilibre du barillet	36
4- Equilibre de l'arbre d'entraînement	37
VII. CALCUL CINEMATIQUE	39
1- Diamètre du cylindre (piston)	39
2- Course du piston	39
3- Vitesse du piston	40
4- Accélération du piston	40
VIII. CALCUL ENERGETIQUE	41
1. Calcul de l'aspiration	41
2. Choix et calcul des rendements et des coefficients	41
ζ , C_e et C_{fe}	

3. Calcul des jeux et des températures	44
4. Calcul des débits	49
5. Calcul des couples	51
6. Calcul des puissances	51
7. Calcul des orifices d'aspiration et de refoulement	52
8. Etude de la distribution	53
IX. CALCULS DYNAMIQUE ET DE RESISTANCE	56
1. Calcul de l'arbre d'entraînement	56
2. Calcul du plateau-came	67
3. Calcul des patins	81
4. Calcul des pistons	83
5. Calcul des chemises-pistons	85
X. ETUDE DE LA COMMANDE DU DEBIT	87
1. Description et fonctionnement du SMH	87
2. Calcul du SMH	87
RECAPITULATION - MATERIAUX	99
CONCLUSION	100

CHI. INTRODUCTION

1

Au cours du développement rapide de la commande hydraulique, des pompes de conceptions diverses, répondant aux besoins d'applications à pression et vitesse élevées, sont mises au point par deux grands ingénieurs, JANNEY aux États-Unis Américains et HELE-SHAW en Angleterre entre 1900 et 1914. Lors de ce grand tournant de l'hydraulique moderne, ils réalisèrent les pompes à huile à débit variable.

L'idée géniale était de faire remplir au fluide un double rôle de transmetteur d'énergie et d'élément graissant. Elle a donné un essor considérable à cette technique en réalisant des pompes compactes, puissantes, endurantes et d'un prix de revient beaucoup plus modéré. Ce furent ces pompes qui donnèrent la voie à la grande expansion que connaît l'hydro-mécanique au siècle actuel.

CHII. GENERALITES

1. Definition d'une pompe volumétrique.

Une pompe volumétrique est un appareil transformateur d'énergie dans lequel on rencontre la rotation d'un arbre à l'encontre d'une charge comme première forme d'énergie, et le déplacement d'un fluide hydraulique soumis à de hautes pressions et à faibles vitesses comme deuxième forme d'énergie.

Dans de nombreux exemples, la variation de l'énergie cinétique de l'un ou de l'autre (arbre ou fluide) est faible par rapport à l'énergie à transmettre et même parfaitement négligeable. De la sorte, le processus de transformation de l'énergie ne dépend pratiquement ni de la masse du fluide, ni de sa viscosité volumique ni de l'inertie de l'arbre d'entraînement.

Les réalisations des pompes volumétriques reposent sur trois familles principales de pompes, que l'on peut désigner respectivement sous le nom de pompes à palettes, à engrenages et à pistons.

Pour des considérations de résistance mécanique et d'effets

de pression non compressés, les pompes à engrenages et à palettes ont été essentiellement limitées aux domaines des pressions relativement basses (disons jusqu'à 300 bars avec pointes).

des pompes du type à pistons (axiaux ou radiaux) sont les plus variées parmi les pompes de ces trois familles de base et on les utilise dans la plupart des applications à HP.

les pompes à pistons sont aussi les plus volontiers utilisées actuellement dans les applications à débit variable.

2. Principales applications

- L'industrie: utilise largement les pompes à pistons tant en ce qui concerne les matériels fixes et mobiles.
 - Matériels fixes: Machines-outils, presses, ...
 - Matériels mobiles: Relevages sur tracteurs ou chariots, commande des grands engins de travaux publics.
- Marines: Commande des barres à gouverner, des tourelles, des grues, des treuils, des ascenseurs, etc, ...

- Aviation: L'aviation fait une large utilisation de l'énergie hydraulique pour la commande des accessoires telles que la montée et la descente de l'atterrisseur, la manœuvre par servo-commandes des gouvernes, les freins sur roues, etc,...
- Armée: De même l'énergie hydraulique de l'huile à HP est utilisée pour la commande des tourelles de chars et certains appareils du génie.

3. Classification

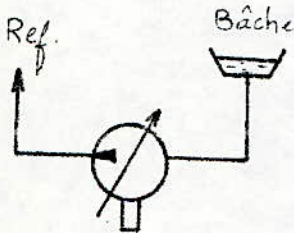
Les pompes à pistons axiaux sont classifiées suivant leur mode de construction.

- Pompes à pistons axiaux à barillet fixe.
- Pompes à pistons axiaux à barillet tournant.
 - Arbre en ligne et à pistons-platins.
 - Axe courbé.
 - Barillet entraîné par carban
 - Barillet entraîné par système bielles-pistons.

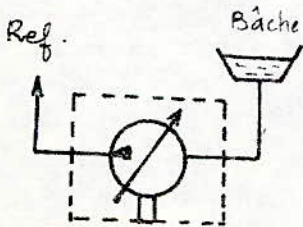
3. Installations

Les pompes à pistons axiaux et à débit variable peuvent être montées sur les différents circuits suivants :

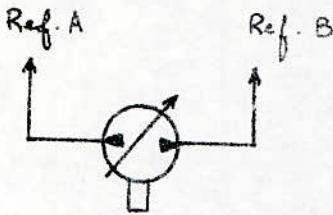
- Circuit ouvert type moyé;
- Circuit fermé type moyé;
- Circuit ouvert type sous carter;
- Circuit fermé type sous carter;
- Circuit semi-fermé type moyé ou sous carter.



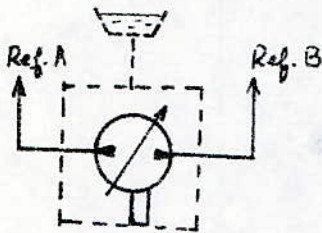
- Circuit ouvert
- Type moyé
- Débit variable
- Un seul sens de débit



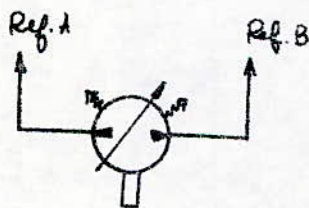
- Circuit ouvert
- Type sous carter étanche
- Débit variable
- Un seul sens de débit



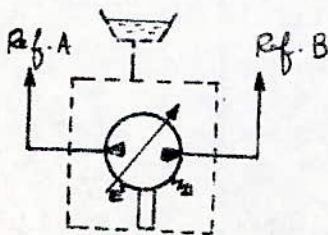
- Circuit fermé.
- Type moyé.
- Débit variable.
- Deux sens de débit A et B.



- Circuit fermé.
- Type sous carter étanche.
- Débit variable.
- Deux sens de débit A et B.



- Circuit semi-fermé
- Type moyé
- Débit variable
- Deux sens de débit A et B



- Circuit semi-fermé.
- Type sous carter étanche.
- Débit variable.
- Deux sens de débit A et B.

Toutefois les pompes à débit variable circuit ouvert,

type sans Carter est le mode de construction qui a un grand succès sur le marché, car il offre des avantages non négligeables par rapport au système moyé dans le réservoir :

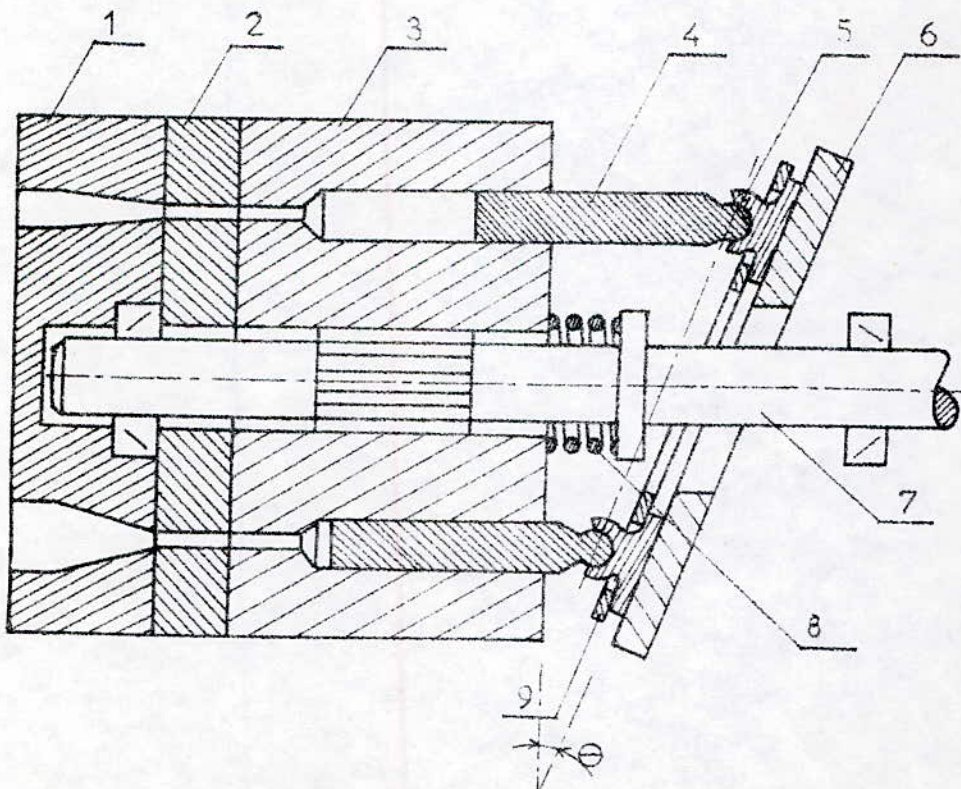
- Possibilité de monter le réservoir principal à distance afin d'obtenir un encombrement minimum du groupe moto-pompe.
- Grande facilité d'accès pour les opérations de maintenance, contrôle, vérification d'étanchéité, etc.

La pompe que nous allons, justement, étudier est du type circuit ouvert, sans Carter étanche.

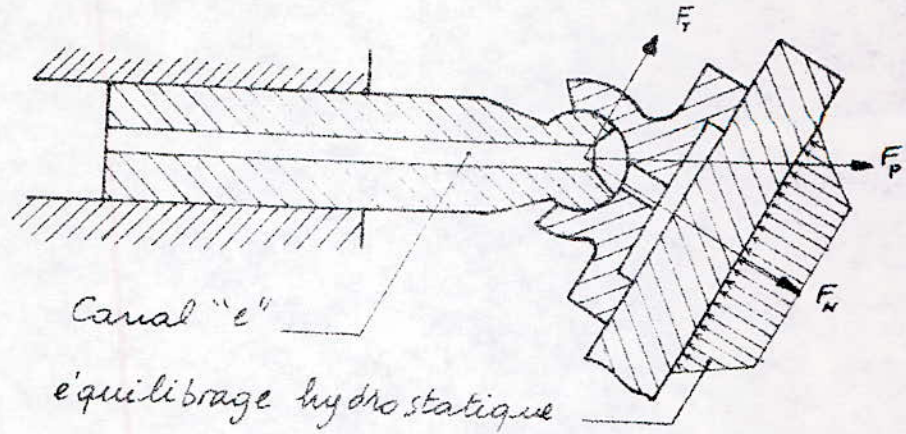
CH III. PRINCIPE ET FONCTIONNEMENT D'UNE POMPE A BARILLET TOURNANT A PISTONS-PATINS ARBRE EN LIGNE ET A DEBIT VARIABLE

1 Description et fonctionnement

la pompe considérée se présente sous la forme de principe
donnée par la figure ci-dessous.



- Détail d'un piston - patin -



L'arbre d'entraînement 7 est lié au barillet 3 et en assure la rotation. Le barillet est muni de n alèzages équidistants recevant un ensemble pistons - patins 4-5 en contact sur le plateau-came 6 inclinable est orienté d'un angle θ par rapport à l'arbre d'entraînement. La face arrière du barillet est en appui sur la glace de distribution 2, équipée de deux lumières en forme de « haricot » assurant l'aspiration et le refoulement du fluide.

Lorsque la pression (relative) est nulle le barillet est maintenu sur la glace à l'aide d'un ressort B. La culasse arrière 1 assure la distribution de l'aspiration et du refoulement.

Dans le piston est exécuté un canal d'amenée "e" du fluide

pour assurer à la fois l'équilibrage hydrostatique de la force de pression normale au plateau-came et le graissage hydrodynamique.

La variation du débit de la pompe est obtenue, en faisant incliner, par un servo-mécanisme hydraulique, le plateau de 0° à 9° .

2 Données de base

- Débit au refoulement: $Q = 0$ à 15 l/mn .
- Pression au refoulement: $p = 350 \text{ bars effectifs}$.

3 Paramètres extensifs imposés et recommandations.

- Vitesse de rotation du moteur:

La pompe est entraînée par un moteur électrique asyn-

- chrone de vitesse $N = 950 \text{ tr/mn}$

- Nombre de pistons:

Lorsque l'on veut un débit régulier, il faut multiplier le nombre de pistons, dont les débits individuels sont décalés les uns par rapport aux autres.

Des vérifications théorique et expérimentale Conformes montrent que les pompes à nombre de pistons impair

sont avantageuses du point de vue régularité du débit.

Pour éviter l'encombrement et augmenter la résistance des éléments de la pompe, un nombre de pistons $n=7$ répond aux données de base et à la résistance de la pompe.

- Angle d'inclinaison maximal :

Dans les pompes à pistons - quatre l'angle d'inclinaison est limité à 15° .

Pour s'assurer de l'engastement et le coulissement des pistons on adopte un $\theta_{\max} = 15^\circ$.

- Concernant les pompes à pistons axiaux travaillant en circuit ouvert, les vitesses d'aspiration et de refoulement sont recommandées pour éviter la cavitation à l'aspiration et les coups de bélier au refoulement.

$$v_{\text{asp.}} = 0,5 \div 0,8 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{ref.}} = 2 \div 5 \text{ m/s}$$

Un simple calcul itératif nous permet de choisir :

$$v_{\text{asp.}} = 0,8 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{ref.}} = 2,2 \text{ m/s}$$

4 Choix du fluide

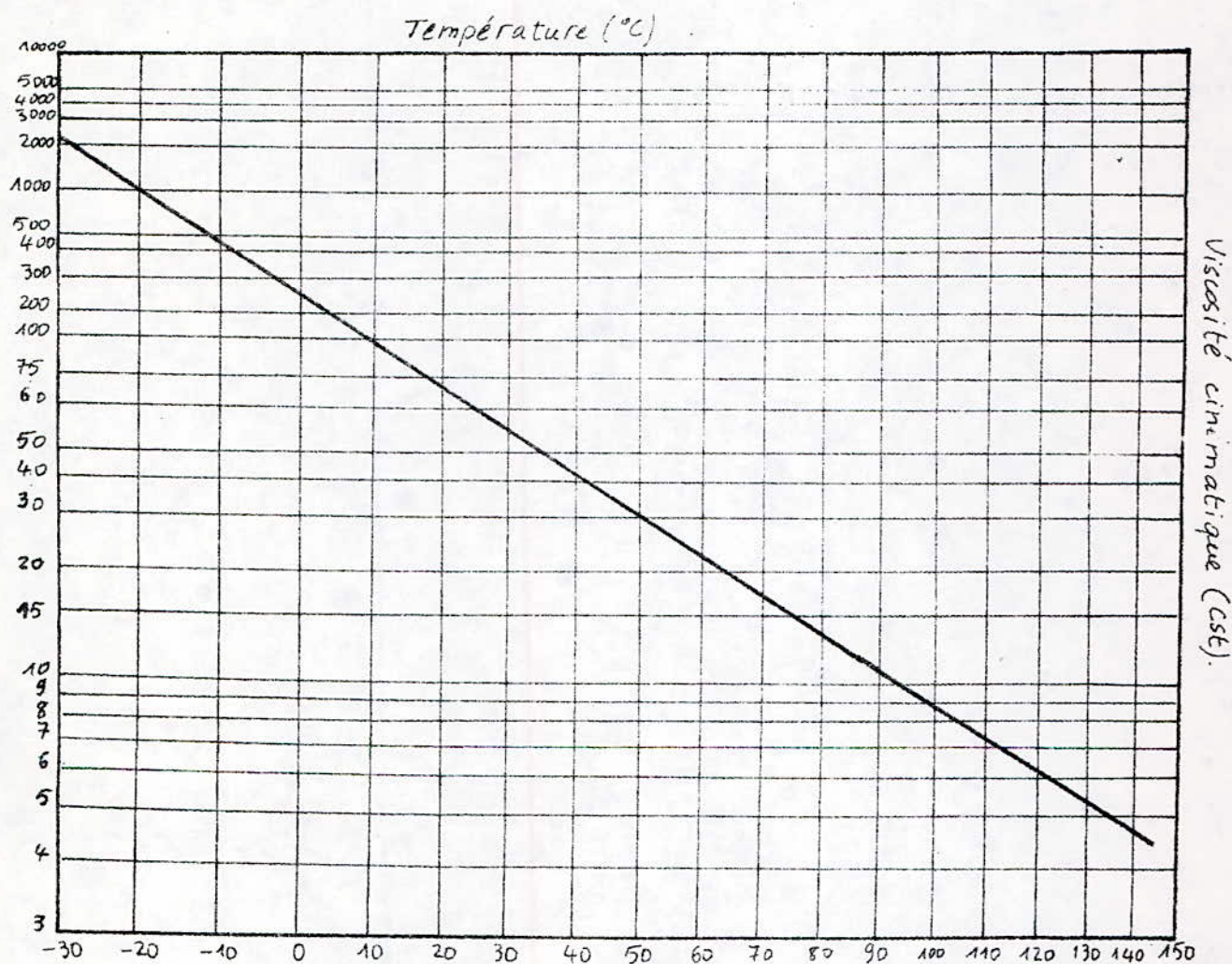
Généralement le choix d'une huile est principalement déterminé en fonction de sa viscosité. Elle doit remplir plus ou moins les conditions suivantes :

- Faciliter l'amorçage et le bon remplissage (absence de la cavitation) de la pompe à l'aspiration.
- Diminuer les pertes par frottement internes des organes de la pompe.
- Assurer un bon graissage.
- Diminuer les pertes par fuites internes
- Faciliter la fabrication en permettant le fonctionnement avec des jeux plus élevés.
- Défavoriser le cisaillement de l'huile.

Outre ces conditions, l'huile doit être choisie en tenant compte des températures extrêmes de fonctionnement et des conditions d'environnement. Les pompes à pistons axiaux fonctionnent avec des huiles minérales hydrauliques sans problèmes, série HV (suivant norme AFNOR) à haut index de viscosité dopés des additifs anti-cisaillement et anti-usure.

L'huile choisie pour la pompe à étudier est :

L'Invarol 54 qui est une huile minérale à base de pétrole, dopée des additifs anti-cisaillement et anti-usure



- Caractéristique de l'Invarol 54 -

A $t_{amb} = 40^{\circ}\text{C}$ (cas défavorable) ; $\dot{V} = 40 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$ et $\rho = 845 \text{ kg/m}^3$

A $t = 75^{\circ}\text{C}$; $\dot{V}' \approx 15 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$; $\rho' = 842,6 \text{ kg/m}^3$; $\mu = \rho \dot{V}$.

CHIV. ETUDE CINEMATIQUE

- Dans le principe de telle pompe, le piston constitue la pièce maîtresse. Son mouvement peut être considéré comme résultant d'un mouvement d'entraînement : Rotation autour de l'axe xx' avec une vitesse $\frac{d\varphi}{dt} = \omega = c\frac{\pi}{6}$ et d'un mouvement relatif : Translation alternative, suivant l'axe xx' , de vitesse $\frac{dx}{dt} = v_p$ et d'accélération $\frac{d^2x}{dt^2} = \gamma_p$

1 Paramètres cinématiques

Voir figure page suivante.

- Course du piston :

La course du piston est :

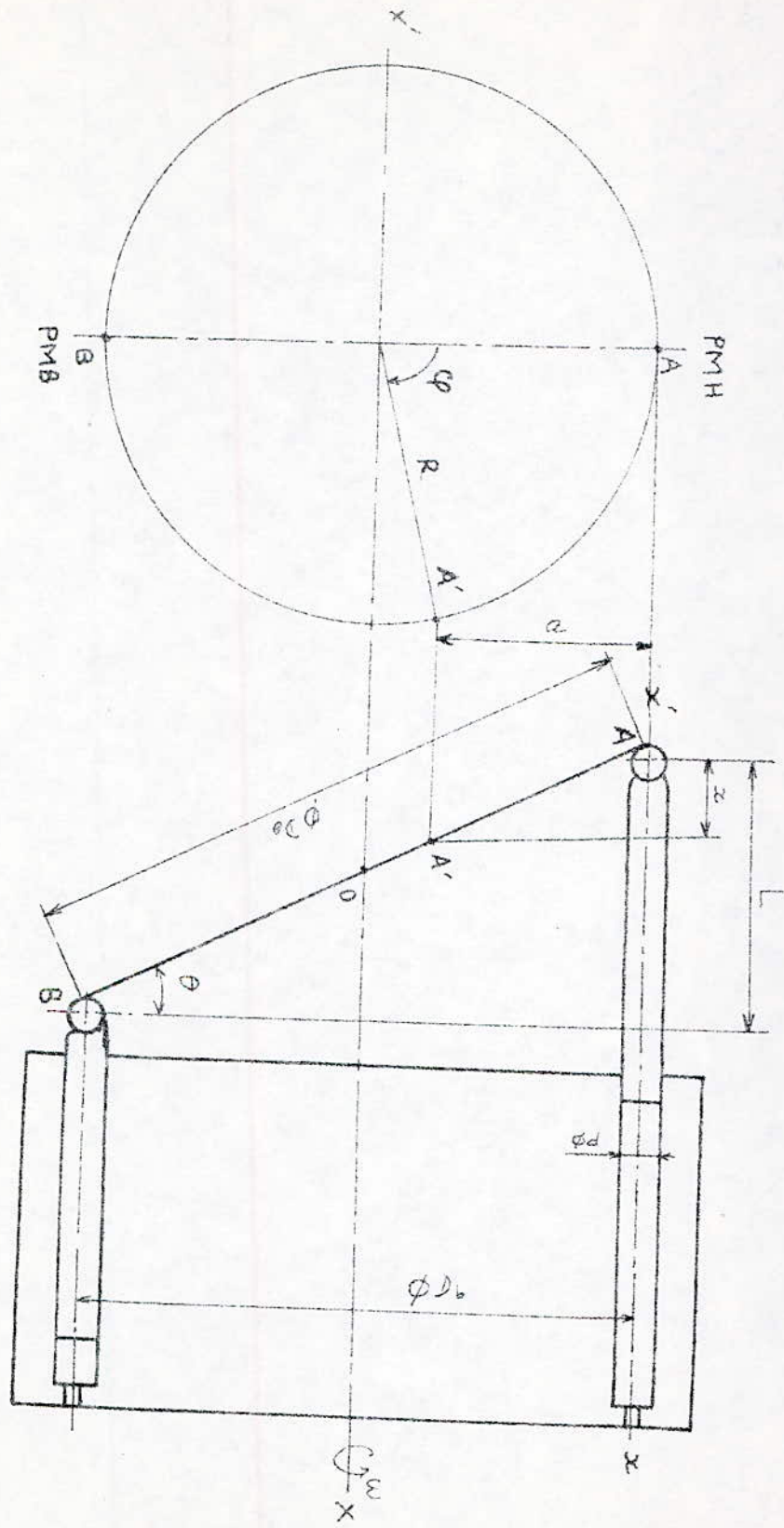
$$x = a \operatorname{tg} \theta \quad \text{avec} \quad a = R(1 - \cos \varphi).$$

x est max. pour $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

D'où la course maximale du piston :

$$x_{\max} = L = 2R \operatorname{tg} \theta \quad \text{où} \quad 2R = D_b$$

$$\text{Enfin :} \quad L = D_b \operatorname{tg} \theta.$$



- Vitesse du piston :

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega R \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \varphi$$

v_p est max. pour $\varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$

D'où $v_{p\max} = \omega R \operatorname{tg} \theta$.

- Accélération du piston :

$$a_p = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) = R \omega^2 \operatorname{tg} \theta \cdot \cos \varphi$$

a_p est max. pour $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

D'où $a_{p\max} = R \omega^2 \operatorname{tg} \theta$.

2 Etude de la régularité du débit

Le nombre de pistons a une influence directe sur la régularité du débit de la pompe.

Chaque piston ne refoule que pendant un demi-tour de l'arbre. Le débit utile n'a donc lieu que pendant le refoulement et est proportionnel à la vitesse du piston.

- La course instantanée du piston est : $x = R \operatorname{tg} \theta \cdot (1 - \cos \varphi)$

- La vitesse instantanée du piston est : $v_p = \omega R \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \varphi$.

D'où le débit instantané :

$$q_i = v_p \cdot S = \omega R S \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \varphi = q_p \cdot \sin \varphi$$

la courbe représentant le débit instantané d'un cylindre est donc une sinusoïde pure "sine" d'amplitude q_0 . Lorsque la pompe comprend n cylindres décalés les uns par rapport aux autres de $\frac{2\pi}{n}$, nous avons à additionner les n courbes. Du fait, que les courbes sont décalées, le débit total de la pompe est irrégulier.

Une méthode graphique nous permet d'analyser l'irrégularité de débit.

- Nombre de pistons : 7
- Décalage : $\frac{2\pi}{7}$
- Débit instantané du 1^{er} cylindre : $q_{i1} = q_0 \sin \varphi$
lorsque $\sin \varphi > 0$; c'est la projection OA du vecteur \vec{r}_1 sur l'axe oy (voir figure page suivante).
- Débit instantané du 2^{es} cylindre, décalé de $\frac{2\pi}{7}$, est : $q_{i2} = q_0 \sin(\varphi - \frac{2\pi}{7})$, lorsque $\sin(\varphi - \frac{2\pi}{7}) > 0$; c'est la projection du vecteur \vec{r}_2 sur l'axe oy.

Donc, chaque cylindre a pour débit :

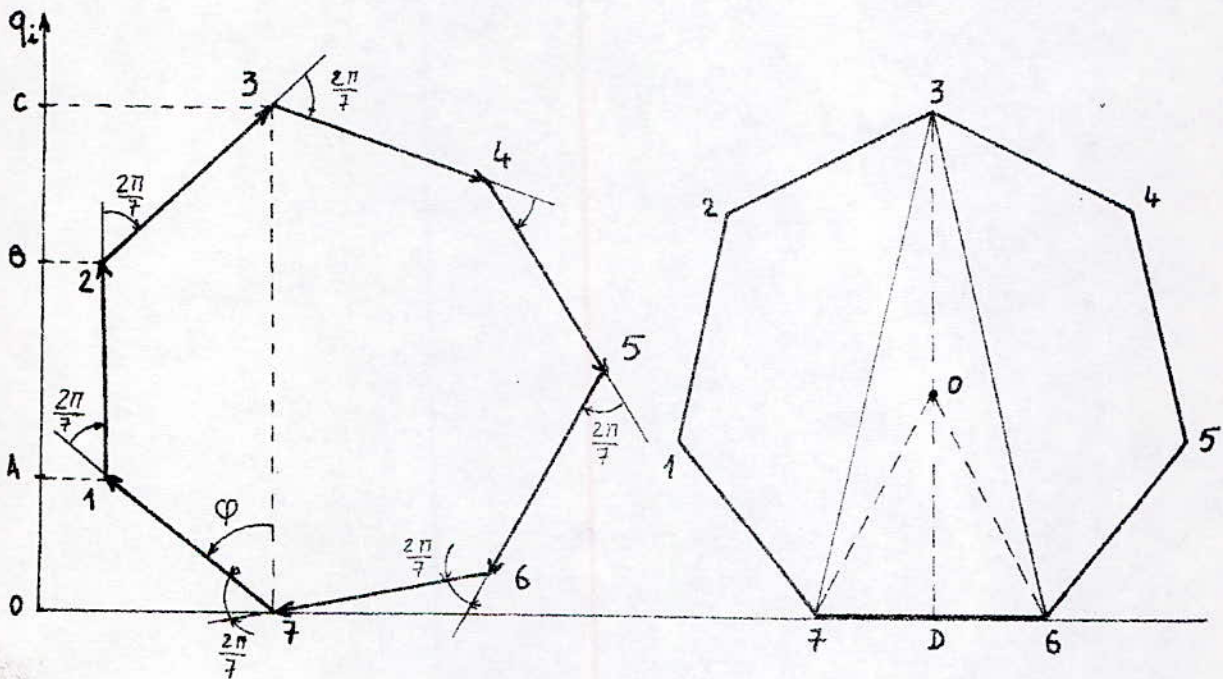
$$q_{i1} = q_0 \sin \varphi \quad ; \quad q_{i2} = q_0 \sin(\varphi - \frac{2\pi}{7})$$

$$q_{i3} = q_0 \sin(\varphi - \frac{4\pi}{7}) \quad ; \quad q_{i4} = q_0 \sin(\varphi - \frac{6\pi}{7})$$

$$q_{i5} = q_0 \sin(\varphi - \frac{8\pi}{7}) \quad ; \quad q_{i6} = q_0 \sin(\varphi - \frac{10\pi}{7}) \quad ; \quad q_{i7} = q_0 \sin(\varphi - \frac{12\pi}{7})$$

Pour la pompe entière le débit instantané est la somme de tous ces débits:

$$q_{te} = 7 q_0 \sin \varphi.$$



- Le débit instantané est donné par le vecteur \vec{OC}
- Le débit max. vaut $\vec{37}$
- Le débit min. vaut $\vec{3D}$.
- L'angle de décalage est: $\widehat{7O6} = \frac{2\pi}{7}$
- L'angle intercepté est: $\widehat{637} = \frac{\pi}{7}$
- L'angle mi-intercepté est: $\widehat{D37} = \frac{\pi}{14}$.

- On définit le coefficient d'irrégularité de débit par :

$$\sigma = 2 \frac{q_{\max} - q_{\min}}{q_{\max} + q_{\min}}$$

où : $q_{\max} \equiv \vec{37}$; $q_{\min} \equiv \vec{3D} = \vec{37} \cdot \cos(\widehat{D37}) = \vec{37} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$

D'où : $\sigma = 2 \cdot \frac{\vec{37} - \vec{37} \cdot \cos \pi/14}{\vec{37} + \vec{37} \cdot \cos \pi/14} = 2 \cdot \frac{1 - 0,975}{1 + 0,975} \approx 0,0253$

Finalement : $\sigma \approx 2,53\%$

Nota: Avec la méthode analytique de Fourier, on trouve un σ très proche à 0,1%.

CHV. ETUDE ENERGETIQUE

1. Théorie et principe de compression dans une pompe volumétrique à pistons

12. Compressibilité de l'huile :

- Bien que l'huile que nous utilisons se comporte pour les calculs de puissance, de travail, etc.,... comme un liquide incompressible, il est, en fait, compressible, c'est-à-dire que, sous l'effet d'une augmentation de pression son volume diminue suivant deux processus, l'un isothermique, l'autre adiabatique.

121. Compressibilité isothermique :

- On définit le coefficient de compressibilité isotherme β_i par le rapport :

$$\beta_i = - \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_{\text{isoth.}} = - \frac{\left(\frac{\Delta V_i}{V} \right)}{\Delta P} ; \quad (1)$$

$\frac{\Delta V_i}{V}$: Etant la variation relative de volume isotherme

Δp : Etant la variation de pression correspondante.

- Loi de compressibilité isotherme :

Par intégration de la formule (1) entre deux états (1) et (2), on trouve :

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-\beta_i(P_2 - P_1)} = e^{-\beta_i \Delta P} ; (2)$$

ou bien :

$$V_1 e^{\beta_i P_1} = V_2 e^{\beta_i P_2} ; (3)$$

Les produits $\beta_i p_1$ et $\beta_i p_2$ étant mathématiquement faibles devant l'unité, on a donc : $e^{\beta_i p} \approx 1 + \beta_i p$

Il vient donc : $V_1 (1 + \beta_i p_1) = V_2 (1 + \beta_i p_2)$;

ou bien : $V_1 \left(\frac{1}{\beta_i} + p_1 \right) = V_2 \left(\frac{1}{\beta_i} + p_2 \right)$;

Pasons alors : $\frac{1}{\beta_i} + p_1 = P_1$ et $\frac{1}{\beta_i} + p_2 = P_2$;

Ceci revient à changer l'origine des pressions, il vient :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = C^{te} ; (4)$$

- Loi de Mariotte transposée pour les liquides -

Comme par ailleurs le volume d'huile varie avec la température, on peut écrire :

$$V_{2t} = V_2 (1 + \alpha t) = V_2 \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t \right) = V_2 \alpha T' ; (5)$$

t : température mesurée par rapport à la température de référence ; $t_0 = \frac{1}{\alpha}$.

α : Coefficient de dilatation volumique de l'huile .

V_2 : volume d'huile à la température de référence .

V_{2t} : volume d'huile à la température t .

T' : nouvelle température fictive $= \frac{1}{\alpha} + t$.

la formule (4) s'écrit: $V_2 P_2 = \frac{V_{2t}}{\alpha T} P_2 = C^{\text{te}}$

ou bien: $V_{2t} P_2 = \alpha \cdot C^{\text{te}} \cdot T = RT$ où $\alpha \cdot C^{\text{te}} = R$; (6)

Cette formule est la loi des gaz parfaits transposée pour les liquides, obtenue en changeant les origines des pressions et des températures.

122. Compressibilité adiabatique:

- Lorsque l'on comprime l'huile en la faisant passer d'une pression p_1 à une pression p_2 , il se produit au sein du liquide une élévation de température. Ce gradient de température est donné par une loi thermodynamique basée sur la conservation de l'énergie.

$$\left(\frac{dT}{dp} \right)_{\text{adia.}} = \frac{T \cdot \alpha}{\rho \cdot C_p} ; \text{ ou bien } \left(\frac{\Delta T}{\Delta p} \right)_{\text{adia.}} = \frac{T \cdot \alpha}{\rho \cdot C_p} ; (7)$$

ΔT : élévation de température;

Δp : élévation de pression;

T : température absolue de l'huile ;

α : son coefficient de dilatation ;

ρ : sa masse volumique ;

c_p : sa chaleur massique à pression constante.

- On définit le coefficient de compressibilité adiabatique

par :
$$\beta_a = - \frac{\Delta V_a}{V} \cdot \frac{1}{\Delta p}$$

- La compression adiabatique s'effectue suivant la loi : $PV^\gamma = \text{cte}$; (8)

$$P = p + \frac{1}{\beta_a}$$

V = volume de l'huile à la température $T = \frac{1}{\alpha} + t$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,15 \text{ pour les huiles minérales.}$$

123. Bilan des variations volumiques :

- Sous l'effet d'une compression Δp , la variation de volume de l'huile peut être décomposée en :

a) une variation de volume isotherme :

$$\Delta V_i = -\beta_i V \Delta p$$

b) un accroissement de volume dû à l'augmentation de température de ΔT : $\Delta V_T = \alpha V \Delta T$.

D'après la formule (7) on a : $\Delta T = \frac{T\alpha}{\rho\beta} \Delta p$

D'où : $\Delta V_T = V \cdot \frac{T\alpha^2}{\rho\beta} \Delta p$

Au total on a : $\Delta V_a = \Delta V_i + \Delta V_T = -\beta_0 V \Delta p + \frac{VT\alpha^2}{\rho\beta} \Delta p$

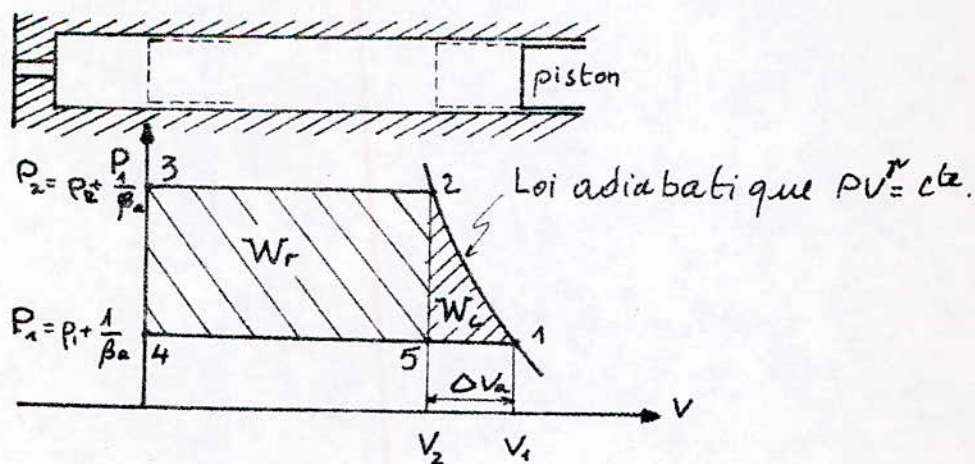
$$\Delta V_a = -\left(\beta_0 - \frac{T\alpha^2}{\rho\beta}\right) \cdot V \Delta p = -\beta_a V \Delta p.$$

13. Principe de la compression.

- Pour fournir de l'huile sous pression, il faut dépenser un certain travail qui est la somme :

- du travail de compression proprement dit : W_c .
- du travail de transvasement (refoulement) : W_r .

- Pour illustrer ce principe, considérons un cylindre d'une pompe représenté avec son piston en position extrême droite.



La compression adiabatique $PV^\gamma = \text{cte}$ est réalisée, en considérant que la pression de référence est $\frac{1}{\beta a}$.

- Nous partons d'un volume V_1 , nous le comprimons de (1) à (2), puis nous le refoisons de (2) à (3).

- Le travail de compression est représenté par l'aire du triangle $\hat{1}25$ qui vaut:

$$W_c \approx \frac{\Delta P \cdot \Delta V}{2};$$

(nous assimilons la courbe $\hat{1}2$ à une droite, ce qui est justifié étant donné la petitesse de ΔP devant $\frac{1}{\beta a}$).

- La dérivée logarithmique de $PV^\gamma = \text{cte}$ donne:

$$\frac{\Delta P}{P_1} + \gamma \frac{\Delta V}{V_1} = 0 \quad \text{ou bien} \quad |\Delta V| = \frac{V_1}{\gamma P_1} \Delta P$$

$$\text{D'où } W_c = \frac{V_1}{2\gamma P_1} (\Delta P)^2$$

- Le travail de refoisonnement est représenté par l'aire du rectangle $\overline{2345}$:

$$W_r = (V_2 - \Delta V_a) \cdot \Delta P$$

Comme $\Delta V_a \ll V$, alors: $W_r \approx V_2 \cdot \Delta P$.

2. Etude de la pompe

- Dans le fonctionnement des pompes volumétriques, les variables essentielles sont :

- Le couple et la vitesse de rotation d'une part : C et ω

- Le débit et la pression d'autre part : Q et p

L'étude générale qui va suivre est relative aux caractéristiques en régime stationnaire.

Le couple et la vitesse de rotation de l'arbre de la pompe sont des grandeurs d'entrée, le débit et la pression de refoulement sont des grandeurs de sortie.

2.1. Pompe idéale

- Le couple et le débit correspondent à des valeurs théoriques C_{th} et Q_{th} .

Soit V_u le volume unitaire théorique d'huile déplacé par le piston pour une rotation de un radian.

Puisque la pompe est supposée idéale sans perte, alors :

$$Q_{th} = V_u \cdot \omega$$

$$C_{th} = V_u (p_2 - p_1) = V_u \cdot \Delta p$$

où ω : vitesse de rotation.

22. Pompe réelle

- Considérons maintenant une pompe réelle, où :

- Le couple réel C_m est supérieur au couple théo. C_{th}
- Le débit réel Q est inférieur au débit théo. Q_{th} .

221. Evaluation des débits réel et de fuites :

$$Q = Q_{th} - \sum q_f = Q_{th} - (q_{f1} + q_{f2} + q_{f3}) ;$$

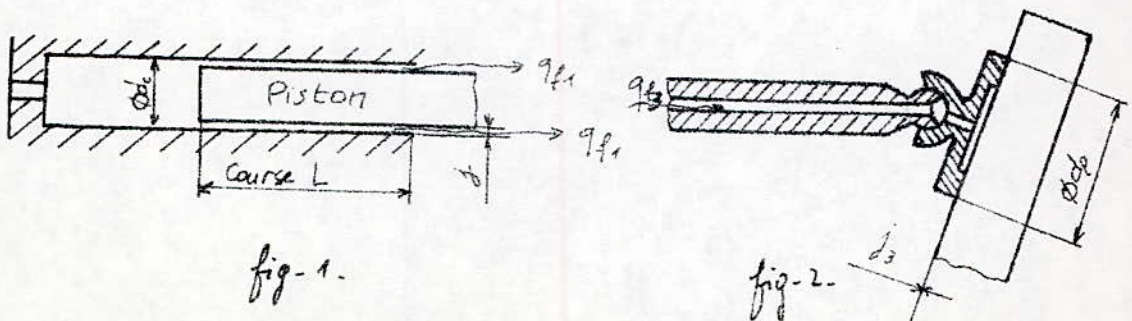
q_{f1} : débit de fuite entre pistons et cylindres ;

q_{f2} : débit de fuite entre barillet et glace ;

q_{f3} : débit de fuite entre patins et plateau.

2211. Débits de fuites :

- Les fuites dans la pompe résultent essentiellement du débit qui s'établit dans les interstices à faibles jeux séparant les zones de HP et BP : le pont des passages entre barillet et glace de distribution (fig-1), pistons et cylindres (fig-2), patins et plateau (fig-3).



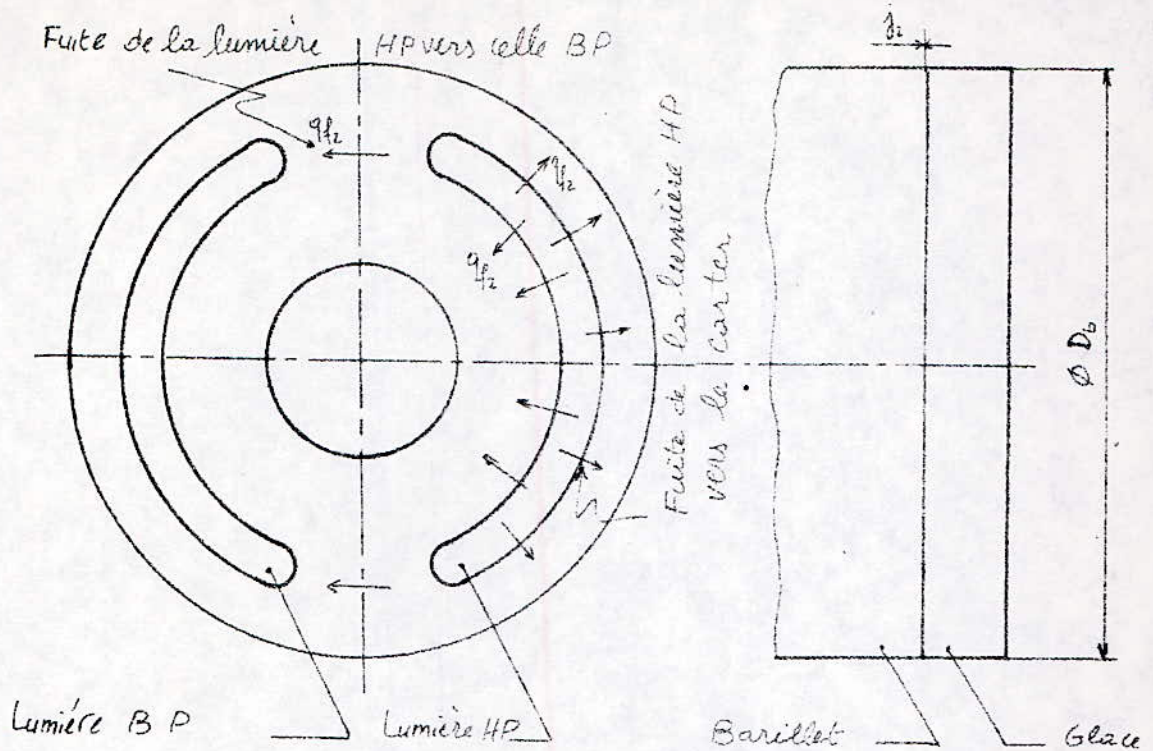


fig - 3 -

- La théorie des écoulements permanents visqueux en régime laminaire permet d'établir l'expression de débit dans les interstices suivant :

a/ Débit de fuite entre pistons et cylindres :

$$q_{f1} = \frac{\pi d d_i^3}{96 \mu L} \Delta p ;$$

b/ Débit de fuite entre barillet et glace :

$$q_{f2} = \frac{d_i^3}{12 \mu} \Delta p ;$$

c/ Débit de fuite entre patins et plateau:

$$q_{f3} = \frac{j_3^3}{12\mu} \Delta p$$

Le débit de fuite total est donc:

$$q_f = \sum q_{fi} = \left(\frac{\pi d j_1^3}{8L} + j_2^3 + j_3^3 \right) \frac{\Delta p}{12\mu}$$

Si on considère une série d'appareils géométriquement semblables, il est commode d'introduire un coefficient dit de "glissement" C_g tel que l'on ait:

$$q_f = C_g \frac{V_u}{\mu} \Delta p$$

2212. Débit réel:

Le débit réel de la pompe est, donc:

$$Q = Q_{th} - \sum q_{fi} = \omega V_u - C_g \frac{V_u}{\mu} \Delta p$$

222. Evaluation des couples réel et de frottements:

- Le couple nécessaire à l'entraînement de la pompe est:

$$C_m = C_{th} + \sum C_f = C_{th} + (C_{f1} + C_{f2} + C_{f3})$$

où C_{fi} : couple de frottement visqueux résultant du cisaillement de l'huile dans les interstices entre pièces fixes et pièces mobiles.

C_{f2} : Couple de frottement mécanique dû à l'existence des éléments d'étanchéité, de paliers et de joints.

C_{f3} : Couple de frottement constant dû à l'immersion.

2221. Couples de frottements :

22211. Couple de frottement visqueux :

a) Frottement entre barillet et glace :

- La contrainte de cisaillement dans l'huile entre barillet et glace de distribution est donnée par la théorie des écoulements laminaires permanents :

$$\tau_2 = \frac{\mu w D_b}{2j_2} + \frac{j_2}{2} \frac{\Delta P}{D_b} ;$$

La force exercée f sur le barillet est donc :

$$F_2 = \tau_2 S_b = \left(\frac{\mu w D_b}{2j_2} + \frac{j_2}{2} \frac{\Delta P}{D_b} \right) \cdot \frac{\pi D_b^2}{4} ;$$

Le couple pour un rayon $R_b = \frac{D_b}{2}$ est donc :

$$C_{f12} = \left(\frac{\mu w}{j_2} + \frac{j_2 \Delta P}{D_b^2} \right) \frac{\pi D_b^4}{16} .$$

b) Frottement entre patins et plateau :

- De la même façon on obtient :

$$C_{f13} = \left(\frac{\mu w}{j_3} + \frac{j_3 \Delta P}{d_p^2} \right) \frac{\pi d_p^3 D_B}{16} .$$

Introduisons un coefficient addimensionnel dit de "traînée" tel que l'on ait : $C_{f1} = C_{f12} + C_{f13} = C_t V_u \mu w$

22212. Couple de frottement mécanique :

- L'expérience montre que ce couple est proportionnel à la différence de pressions entre l'aspiration et le refoulement de la pompe. Introduisons un coefficient addimensionnel dit de "frottement équivalent" liant ce couple au couple théorique de la pompe tel que :

$$C_{f2} = C_{fe} \cdot C_{th} = C_{fe} \cdot V_u D_p$$

2222. Couple réel :

- Le couple d'entraînement réel est donc, en négligeant le couple de frottement dû à l'ancrage C_{f3} :

$$C_m = V_u (D_p + C_t \mu w + C_{fe} D_p)$$

223. Evaluation des rendements de la pompe :

2231. Rendement volumétrique :

- Les pertes volumétriques dans la pompe ont pour origine les jeux fonctionnels et la compressibilité de l'huile.

a) Rendement volumétrique de compressibilité:

$$\eta_{vc} = \frac{V_{cyl} - \Delta V_a}{V_{cyl}} = 1 - \frac{\Delta V_a}{V_{cyl}} = 1 - \frac{\beta_a V_{cyl} \Delta p}{V_{cyl}} = 1 - \beta_a \Delta p;$$

où cyl = cylindric

ΔV_a : variation adiabatique de volume.

b) Rendement volumétrique de fuite:

$$\eta_{vf} = \frac{Q}{Q_{th}} = \frac{Q_{th} - \sum q_{fi}}{Q_{th}} = 1 - C_g \frac{\Delta p}{p_w};$$

2232. Rendement mécanique:

$$\eta_m = \frac{C_{th}}{C_m} = \frac{C_{th}}{C_{th} + \sum C_g} = \frac{1}{1 + C_{fe} + C_t \frac{\mu w}{\Delta p}};$$

2233. Rendement global:

$$\eta_g = \eta_{vc} \cdot \eta_{vf} \cdot \eta_m = \eta_v \cdot \eta_m = (1 - \beta_a \Delta p) \frac{1 - C_g \frac{\Delta p}{p_w}}{1 + C_{fe} + C_t \frac{\mu w}{\Delta p}}.$$

CHVI. ETUDE DYNAMIQUE

- Dans cette étude on se propose de déterminer les efforts qui s'exercent sur chaque élément de la pompe.

L'huile agit sur chaque piston avec une force $F_p = \Delta p \cdot S$, qui admet pour composantes, deux forces F_N et F_T (fig-1).

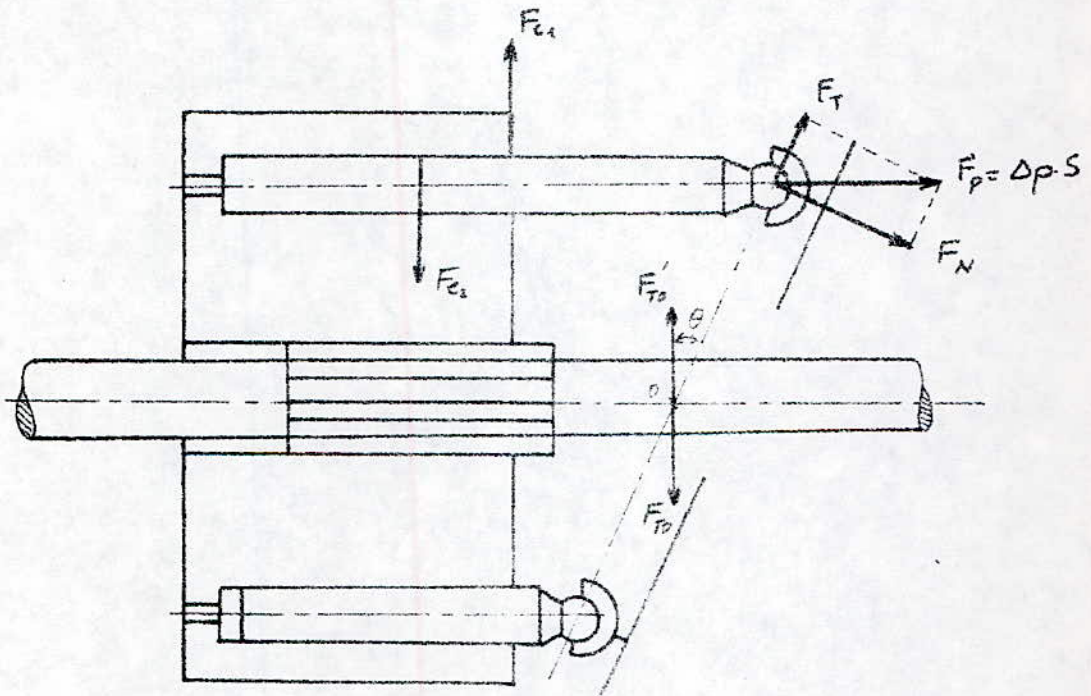


fig-1-

La force normale au plateau F_N est la force de poussée due au patin qui reçoit le fluide sous pression amené par un

petit canal exécuté au centre de chaque piston, jusqu'au plan d'appui de chaque patin sur le plateau. Cette force peut être équilibrée par la pression du fluide sur les patins en assurant à la fois un graissage hydrodynamique du patin sur le plateau et un équilibrage hydrostatique de cette poussée.

- la force tangentielle F_T est équilibrée par les réactions d'encastrement $\Sigma(F_{e1} + F_{e2})$ du barillet sur les pistons. Ces forces s'exercent sur les pistons en pression (phase de refoulement).

La composante de F_T des pistons en pression est une force F_{T0} qui prend appui, par l'intermédiaire des forces d'encastrement $\Sigma(F_{e1} + F_{e2})$, sur l'arbre de la pompe.

Ce dernier exerce une force F_{T0} sur le barillet. Il reçoit donc du barillet, la force F_{T0}' égale et opposée à F_{T0} , qui tend à fléchir l'arbre guide et le fait travailler en flexion alternée.

2. Equilibre du piston.

Le piston reçoit: (fig-2-)

- du fluide une action $F_p = \Delta p \cdot S$ (comme);

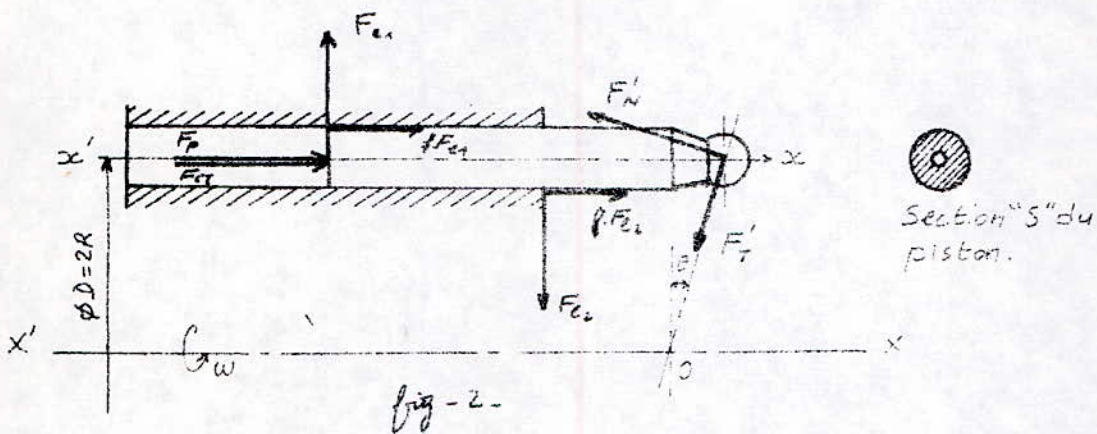
- du barillet deux actions F_{e1} et F_{e2} (inconnues) et deux forces de frottement dues au glissement $f \cdot F_{e1}$ et $f \cdot F_{e2}$, où f est un coefficient de frottement.

- du piston deux actions F'_T et F'_N

- une force d'inertie due à la translation, alternative

$$\vec{F}_{it} = -m_p \vec{\gamma}_{pmax}$$

- une force d'inertie due à la rotation $\vec{F}_{ir} = -m_p \omega^2 \vec{R}$.



- Bilan des forces:

$$\cdot \Sigma F_x = 0 ; F_p + F_{it} + f(F_{e1} + F_{e2}) - F'_N \cos \theta - F'_T \sin \theta = 0$$

$$\cdot \Sigma F_y = 0 ; F_{e1} - F_{e2} + F_{ir} + F'_N \sin \theta - F'_T \cos \theta = 0$$

$$\text{or on a: } F'_T = F_T = F_p \sin \theta = \Delta p \cdot S \cdot \sin \theta ; F_{it} = m_p \gamma_p$$

$$F'_N = F_N = F_p \cos \theta = \Delta p \cdot S \cdot \cos \theta ; F_{ir} = m_p R \omega^2$$

$$\text{D'où: } F_{e1} = -\frac{f \cdot R \omega^2 + \gamma_p}{2f} \cdot m_p ; F_{e2} = \frac{f \cdot R \omega^2 - \gamma_p}{2f} \cdot m_p$$

3. Equilibre du barillet .

- Le barillet reçoit : (fig-3)

- des pistons les actions $\Sigma(F'_{e_1} + F'_{e_2})$;
- de l'arbre une action F_{T_0} (inconnue);
- de l'arbre (au niveau des cannelures) une force F_m due au couple moteur C_m ;
- du ressort une action R (négligeable devant F_{T_0}).

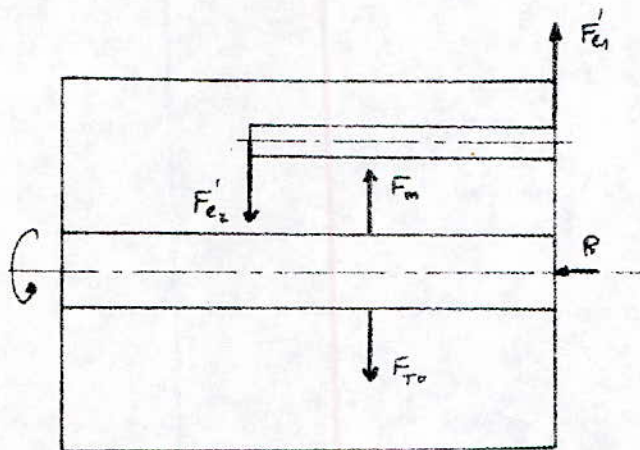


fig-3-

- Bilan des forces :

$$\cdot \Sigma F = 0 ; F'_{e_2} + F_{T_0} - F'_{e_1} - F_m = 0$$

$$\text{D'où } F_{T_0} = F'_{e_1} - F'_{e_2} + F_m$$

$$\text{avec } F'_{e_1} = F_{e_1} = 4 m_p \frac{f R \omega^2 r_p}{2f} \text{ et } F'_{e_2} = F_{e_2} = -4 \frac{f R \omega^2 r_p}{2f}$$

4: étant le nombre max. de pistons en pression.

$$F_m = \frac{2 C_m}{d_{am}} ; d_{am} = \phi \text{ moyen de l'arbre cannelé'}$$

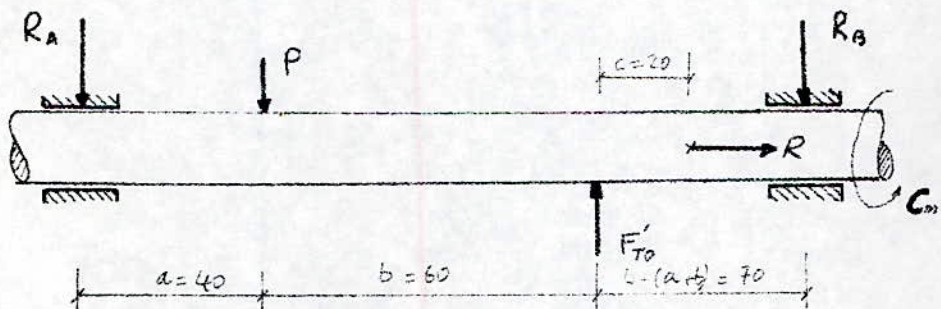
D'où :

$$F_{T0} = \frac{2C_m}{d_{am}} - 4m_p R \omega^2.$$

4. Equilibre de l'arbre.

- L'arbre d'entraînement reçoit : (fig-4)

- du barillet une action $\vec{F}'_{T0} = -\vec{F}_{T0}$;
- un couple moteur C_m ;
- Poids de l'ensemble barillet - pistons $P = (M_b + M_p)g$;
- les réactions des appuis R_A et R_B et l'action R du ressort.



Nota : $R \ll F'_{T0}$.

- Bilan des forces :

$$\bullet \Sigma F_v = 0 ; R_A + R_B + P - F'_{T0} = 0$$

$$\bullet \Sigma M_A = 0 ; R_B \cdot L - (a+b) F'_{T0} + P \cdot a = 0$$

$$\text{d'où } F'_{T0} = F_{T0} \text{ et } b = \frac{3}{2}a$$

D'où :

$$R_A = F_{T_0} \left(1 - \frac{5a}{2L} \right) - P \left(1 - \frac{a}{L} \right);$$

$$R_B = F_{T_0} \cdot \frac{5a}{2L} - \frac{Pa}{L}.$$

CHVII. CALCUL CINEMATIQUE

1. Diamètre du cylindre :

- L'équation de débit permet de calculer le ϕ du cylindre ;

$$Q_{ref} = Q = v_{ref} \cdot S = v_{ref} \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\text{D'où : } d = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot v_{ref}}}$$

$$\text{A.N: } Q = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} , v_{ref} = 2,2 \text{ m/s}$$

$$\text{on trouve : } d = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

2. Section du cylindre (ou piston) :

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (12 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 1,1304 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

3. Course du piston :

$$L = \frac{2\pi Q}{\omega \cdot n \cdot S}$$

$$\text{A.N: } Q = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} , \omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \cdot 950}{60} = 99,4837 \text{ rad/s}$$

$$n = 7 \text{ pistons ; } S = 1,1304 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$\text{on trouve : } L = 23 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

4. Diamètre du cercle de répartition des cylindres dans le barillet :

$$D = \frac{L}{\tan \theta_{\max}} = \frac{23 \cdot 10^3}{\tan 16^\circ} \approx 80 \cdot 10^3 \text{ m.}$$

5. Diamètre du cercle de répartition des patins sur le plateau :

$$D_\theta = \frac{D}{\cos \theta_{\max}} = \frac{80 \cdot 10^3}{\cos 16^\circ} \approx 83,2 \cdot 10^3 \text{ m.}$$

6. Vitesse maximale du piston :

$$v_{p\max} = \frac{1}{2} \omega D \tan \theta_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 99,4837 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot \tan 16^\circ = 1,141 \text{ m/s.}$$

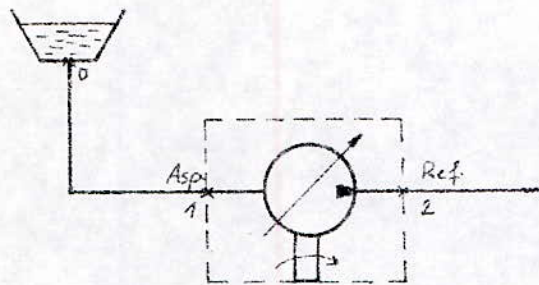
7. Accélération maximale du piston :

$$a_{p\max} = \frac{1}{2} \omega^2 D \tan \theta_{\max} = \frac{1}{2} \cdot (99,4837)^2 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot \tan 16^\circ = 113,5 \text{ m/s}^2.$$

CH VIII CALCUL ENERGETIQUE

1. Pression d'aspiration.

- En appliquant le théorème de Bernoulli entre l'orifice d'aspiration de la pompe et l'orifice d'écoulement de la bache, on obtient :



$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

or on a: $p_0 = p_{bac} = p_{atm} \approx 1 \text{ bar}$

$$v_0 = v_{bac} = 0$$

$$v_1 = v_{asp} = 0,8 \text{ m/s}$$

$$\rho = 845 \text{ kg/m}^3$$

D'où : $p_{asp} = 0,99 \text{ bar} \approx 1 \text{ bar}$; Donc : $p_{asp} \text{ (effective)} = 0$

2 Choix et calcul des rendements et des coefficients C_g, C_t, C_{fe} .

- Rendement volumétrique :

Le rendement volumétrique η_v des pompes à pistons-

ratios est de l'ordre : $\eta_v = 0,875$.

- Rendement volumétrique de compressibilité :

$$\eta_{vc} = 1 - \beta_a \cdot \Delta p = 1 - 5,25 \cdot 10^{10} \cdot 350 \cdot 10^5 = 0,981625$$

- Rendement volumétrique de fuites :

$$\eta_{vf} = \eta_w / \eta_{vc} = 0,875 / 0,981625 = 0,891379$$

- Coefficient de glissement C_g :

$$C_g = \mu_w \left(\frac{1 - \eta_{vf}}{\Delta p} \right) = 0,0338 \cdot 99,4837 \cdot \left(\frac{1 - 0,891379}{350 \cdot 10^5} \right) = 1,04 \cdot 10^{-8}$$

- Coefficient de frottement équivalent C_{fe} :

Pour les pompes à pistons axiaux, $C_{fe} = 0,03 \div 0,1$.

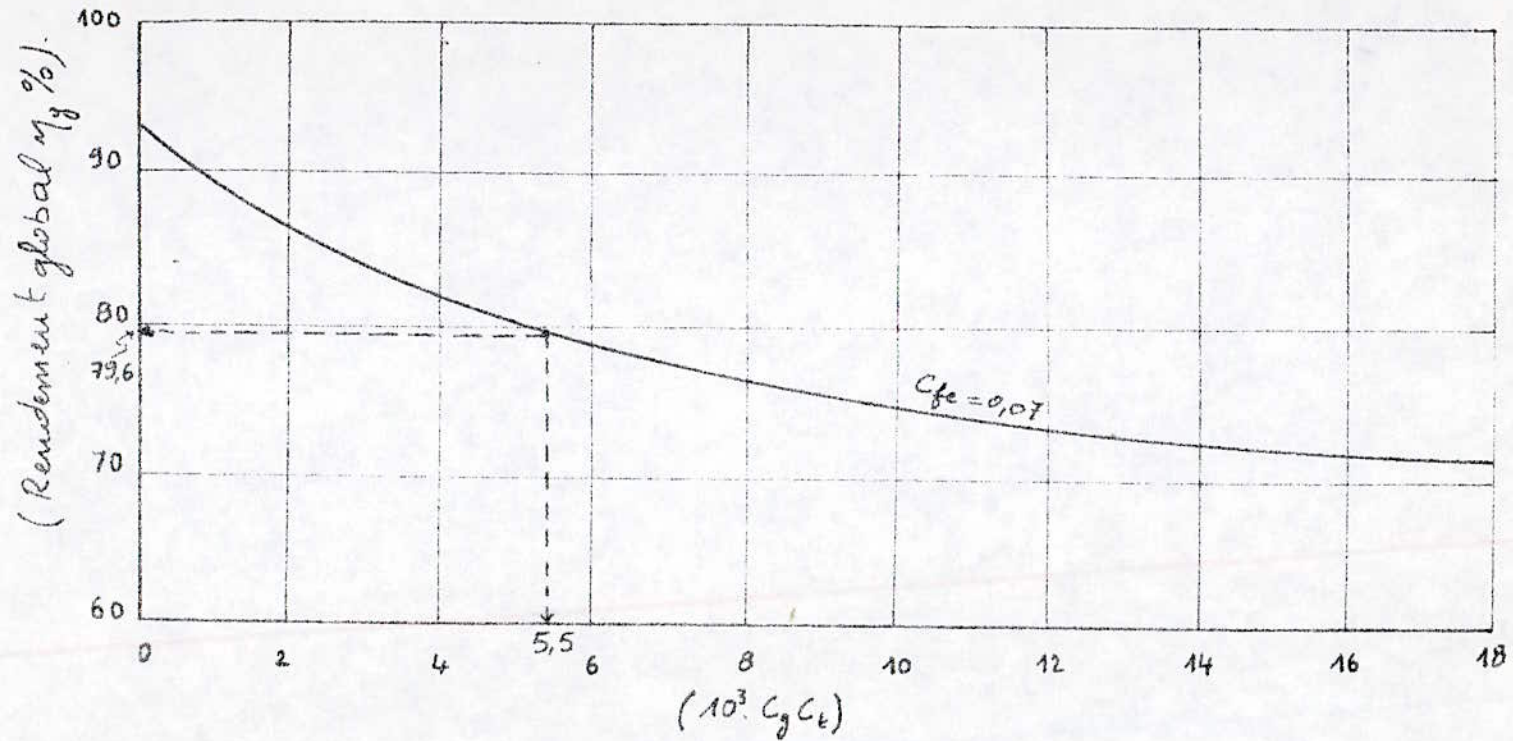
Or les frottements visqueux dans les pompes à pistons-patins qui sont relativement importants par rapport aux pompes à pistons-bielles ; on prend : $C_{fe} = 0,07$.

(selon document "technique de l'ingénieur").

- Coefficient de traînée C_t :

Concernant les pompes à pistons-patins $C_t \in [3 \div 6] \cdot 10^5$.

Les meilleures valeurs de C_t se situent dans $[4 \div 5,5] \cdot 10^5$ (selon document "technique de l'ingénieur").



Courbe extraite de l'ouvrage "Mécanismes et pseudo-mécanismes à fluide sous pression" de Jacques Faisandier. Edition: 1966

Vu la gamme des pressions de ce type de pompe et sa petitesse on choisit : $C_c = 5,3 \cdot 10^5$ (valeur recommandée pour des pressions variant entre 300 et 500 bars).

- Rendement mécanique :

$$\eta_m = \frac{1}{1 + C_{fe} + C_c \frac{\mu \omega}{\Delta P}} = \frac{1}{1 + 0,07 + 5,3 \cdot 10^5 \frac{0,0338 \cdot 99,4837}{350 \cdot 10^5}} \approx 0,91$$

- Rendement global :

$$\eta_g = \eta_v \cdot \eta_m = 0,875 \cdot 0,91 = 0,79625, \text{ (voir graphique)}$$

3. Calcul des jeux et des températures.

Lors du passage de l'huile dans les interstices entre pistons et cylindres, glace et barillet, pistons et plateau, il subira d'une part un laminage (détente adiabatique) accompagné d'un abaissement de température ΔT_a et d'autre part un échauffement ΔT_f dû aux frottements de ces éléments en créant une dilatation à l'intérieur même du liquide entre le moment où il se présente sous l'élément mobile et le moment où le quitte

les théories du coin thermique et des écoulements permanents

Laminaires appliquées aux systèmes pistons-cylindres, barillet-glacé et patins-plateau, permettent d'évaluer les gradients de température dus aux laminages et aux frottements visqueux ainsi que l'épaisseur du film d'huile qui s'établit dans les interstices entre pistons et cylindres, barillet et glacé, patins et plateau.

$$\Delta T_a = 1,4 \cdot 10^7 \cdot \Delta p : \text{Gradient de température adiab. (1)}$$

$$\Delta T_f = 76 \sqrt{\frac{p}{\rho c}} : \text{Gradient de température de frott. (2)}$$

$$j = \frac{\sqrt{\mu' \omega D^2 / 2}}{6 \sqrt{\rho' c p}} : \text{Épaisseur du film d'huile. (3)}$$

Δp : différence de pression entre l'aspiration et le refoulement.

ρ et ρ' : masses volumiques de l'huile respectivement à la température initiale t_i et à la température finale t_f .

μ et μ' : viscosités dynamiques de l'huile respectivement à la température initiale et à la température finale.

p : pression de portance appliquée par l'huile sur la

surface mobile.

31. Système pistons-cylindres:

• Jeu: Pour assurer le coulissement du piston dans le cylindre, on adopte un jeu: $j_1 = 1/100 \text{ mm}$.

• Pression de portance: la relation (3) appliquée au système piston-cylindre donne:

$$p = \frac{(\mu \cdot v_p \cdot L)^2}{1296 \cdot \rho \cdot j_1^4} = \frac{(0,0338 \cdot 1,141 \cdot 0,023)^2}{1296 \cdot 845 \cdot 2090 \cdot 10^{-20}} \approx 0,35 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

• Abaissement de température:

$$\Delta T_a = 1,4 \cdot 10^7 \cdot 350 \cdot 10^5 = 5^\circ \text{C}$$

• Accroissement de température:

$$\Delta T_f = 76 \sqrt{\frac{0,35 \cdot 10^5}{2090 \cdot 845}} \approx 10,5^\circ \text{C}$$

• Température d'huile finale:

$$t_f = t_i + \Delta T = t_i + (\Delta T_f - \Delta T_a)$$

$$t_f = 40 + (10,5 - 5) = 44,5^\circ \text{C}$$

32. Système barillet-glace:

- Pression de portance exercée par l'huile sur le barillet:

Pour assurer, lors de l'immersion, le contact du barillet contre la glace; un ressort assure une pression de 5 bars d'une part sur la glace et d'autre part sur les patins. Cette pression doit être égale à la pression de portance exercée par le film d'huile sur le barillet.

- Abaissement de température:

$$\Delta T_a = 5^\circ\text{C}$$

- Accroissement de température:

$$\Delta T_f = 76 \sqrt{\frac{5 \cdot 10^5}{2090 \cdot 845}} \approx 40^\circ\text{C}$$

- Température d'huile finale:

$$T_f = t_i + (\Delta T_f - \Delta T_a) = 40 + (40 - 5) = 75^\circ\text{C}$$

- Epaisseur du film d'huile:

$$j_2 = \frac{\sqrt{\mu' w D^{3/2}}}{6 \sqrt{\rho' c \cdot p}} = \frac{0,01264 \cdot 99,4837 \cdot 9108^{3/2}}{6 \sqrt{842,6 \cdot 2090 \cdot 5 \cdot 10^5}} ;$$

$$j_2 \approx \frac{1,5}{100} \text{ mm}$$

33. Système patins-plateau:

- Pression de portance exercée par l'huile sur le patin :

Pour assurer le maintient des patins lors de l'aspiration, le même ressort agit d'une pression de 5 bars sur l'ensemble des patins. Cette pression doit être égale à la pression qu'exerce la couche d'huile sur les patins. Donc $p = 5 \text{ bars}$.

- Abaissement de température :

$$\Delta T_a \approx 5^\circ\text{C}$$

- Accroissement de température :

$$\Delta T_f \approx 40^\circ\text{C}$$

- Température finale d'huile :

$$t_f = 75^\circ\text{C}$$

- épaisseur du film d'huile :

$$j_3 = \frac{\sqrt{\mu \omega D_0^3 / 2}}{6 \sqrt[4]{\rho' \cdot c \cdot p}} = \frac{\sqrt{0,01264 \cdot 99,4837 \cdot 0,5 \cdot (0,083)^2}}{6 \sqrt[4]{8426 \cdot 2090 \cdot 5 \cdot 10^5}}$$

$$j_3 \approx \frac{2,6}{100} \text{ mm}$$

. Calcul des débits .

- Débit théorique:

$$Q_{th} = \frac{Q}{\eta_{vf}} = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{0,89} = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 16,8 \text{ l/mn}$$

- Cylindrée totale:

$$Cyl = \frac{2\pi}{\omega} \cdot Q_{th} = \frac{2\pi}{99,4837} \cdot 0,28 \cdot 10^{-3} = 17,6842 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

- Cylindrée unitaire:

$$Cyl_u = \frac{Cyl}{n} = \frac{17,6842 \cdot 10^{-6}}{7} = 2,5263 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

- Débit de fuite entre pistons et cylindres:

$$q_{f1} = 7 \cdot \frac{\pi d^3 \Delta P}{96 \mu' L} = 7 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012 \cdot (10^{-5})^3 \cdot 350 \cdot 10^5}{96 \cdot 0,01264 \cdot 0,023} = 3,31 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$q_{f1} \approx 0,02 \text{ l/mn}$$

- Débit de fuite entre glaise et barillet:

$$q_{f2} = \frac{j_2^3 \cdot \Delta P}{12 \mu'} = \frac{(1,5 \cdot 10^{-5})^3 \cdot 350 \cdot 10^5}{12 \cdot 0,01264} = 7,788 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$q_{f2} = 0,046 \text{ l/mn}$$

- Débit de fuite entre patins et plateau:

$$q_{f3} = \frac{j_3^3 \cdot \Delta P}{12 \mu'} = \frac{(2,62 \cdot 10^{-5})^3 \cdot 350 \cdot 10^5}{12 \cdot 0,01264} = 2,887 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 1,726 \text{ l/mn}$$

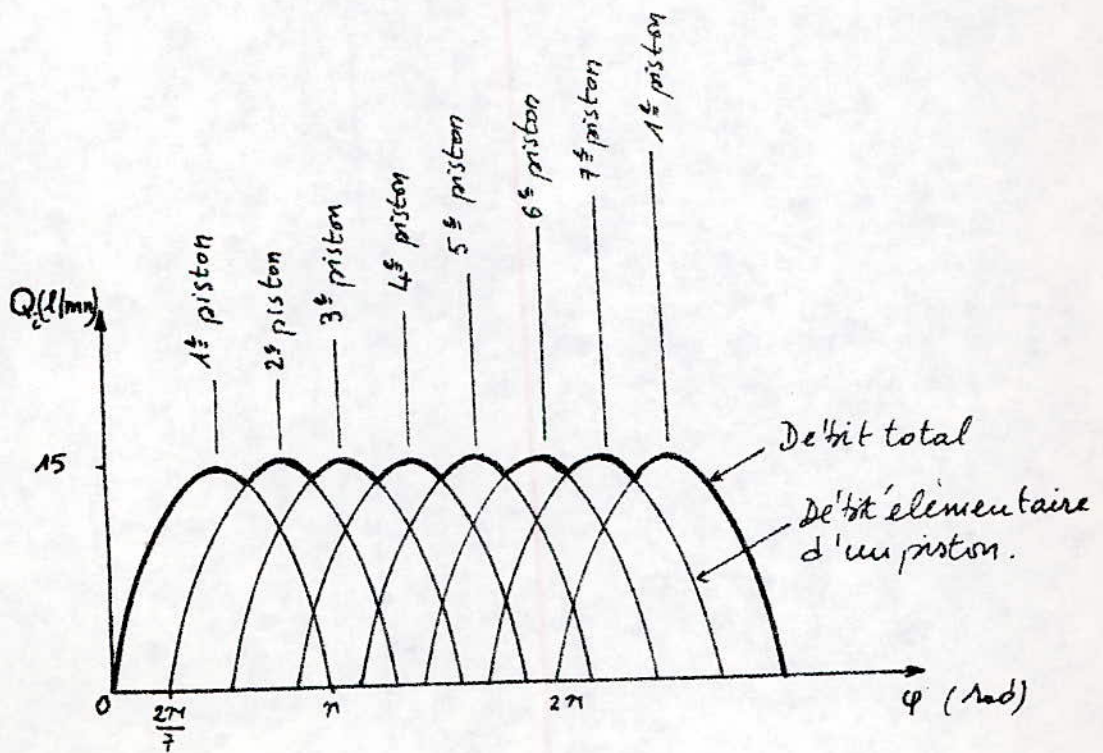
- Graphiques du débit instantané pour $\theta_{\max} = 16^\circ$:

$$Q_i (\text{l/mn}) = 15 \sin \varphi ;$$

$$\text{Décalage entre pistons} : \frac{2\pi}{7} \text{ rad} ;$$

$$\text{Echelle} : 1 \text{ l/mn} \equiv 2 \text{ mm} ;$$

$$\pi \text{ rad} \equiv 30 \text{ mm} .$$



$$q_{f3} = 7 \cdot \frac{d_3^3 \cdot \Delta p}{12 \mu'} = 7 \cdot \frac{(2,6 \cdot 10^{-5})^3 \cdot 350 \cdot 10^5}{12 \cdot 0,01264} \approx 2,887 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$q_{f3} = 1,726 \text{ l/min}$$

5. Calcul des couples.

- Couple théorique :

$$C_{th} = \frac{C_{yl}}{2\pi} \cdot \Delta p = \frac{17,6842 \cdot 10^{-6}}{2\pi} \cdot 350 \cdot 10^5 \approx 98,51 \text{ N.m}$$

- Couple de frottements visqueux :

$$C_{f1} = C_e \cdot \frac{C_{yl}}{2\pi} \cdot \mu' \omega = 5,5 \cdot 10^5 \cdot \frac{17,6842 \cdot 10^{-6}}{2\pi} \cdot 0,01264 \cdot 99,4837$$

$$C_{f1} \approx 5,09 \text{ N.m}$$

- Couple de frottements mécaniques :

$$C_{f2} = C_e \cdot \frac{C_{yl}}{2\pi} \cdot \Delta p = 0,07 \cdot 98,51 = 6,89 \text{ N.m}$$

- Couple réel (nécessaire à l'entraînement) :

$$C_m = C_{th} + \sum C_{fi} \approx 110,5 \text{ N.m}$$

6. Calcul des puissances.

- Puissance hydraulique :

La puissance hydraulique est celle recueillie dans l'huile refoulée.

$$P_h = Q \cdot \Delta p = 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot 350 \cdot 10^5 = 8750 \text{ W}$$

$$P_h = 8,75 \text{ kW.}$$

- Puissance mécanique :

La puissance mécanique est celle nécessaire à l'entraînement de l'arbre de la pompe.

$$P_m = C_m \cdot \omega = 110,5 \cdot 99,4837 = 10994,75 \text{ W}$$

$$P_m \approx 11 \text{ kW.}$$

7. Calcul des orifices d'aspiration et de refoulement.

L'équation de débit permet de calculer les diamètres des orifices d'aspiration et de refoulement.

$$q = v \cdot s = v \cdot \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow d = 1,128 \sqrt{\frac{q}{v}}$$

- Orifice d'aspiration :

$$q_{asp} = Q_{th} = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{asp} = 0,8 \text{ m/s}$$

$$D'ni : \quad d_{asp} = 21 \text{ mm.}$$

- orifice de refoulement:

$$q_{ref} = Q = 9,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{ref} = 2,2 \text{ m/s}$$

$$D'oi : d_{ref} = 12 \text{ mm.}$$

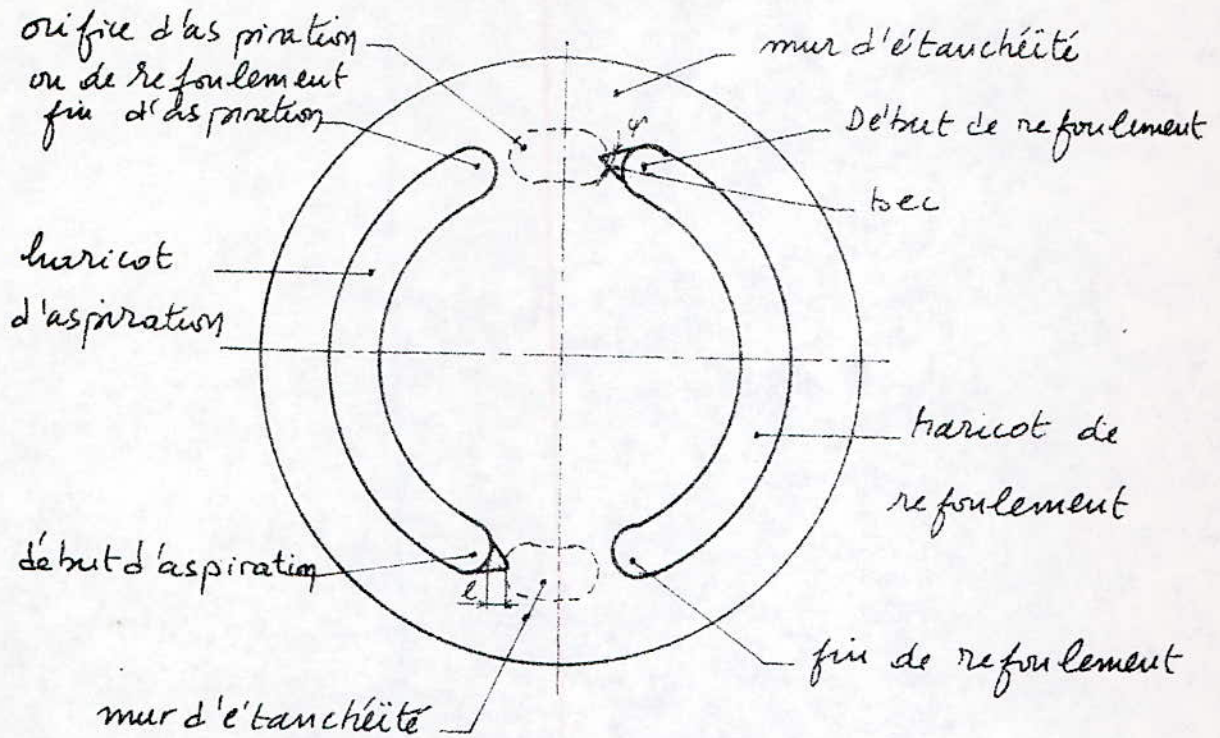
8. Etude de la distribution

- La glace de distribution est un disque équipé de deux lumières en forme d'haricot, destinée à distribuer d'une part l'huile refoulée à l'orifice de refoulement et d'autre part l'huile aspirée, au cylindre en phase d'aspiration.

les deux lumières sont tracées de façon à ne pas faire chevaucher l'aspiration et le refoulement.

Entre les deux lumières, un mur d'étanchéité pouvant acquiescer la section d'un piston en dehors de l'aspiration et du refoulement.

Les pompes à pistons axiaux ont un sens de rotation préférentiel. Celui-ci est dicté par un détail de construction qui se situe sur la glace et que nous le représentons sur la figure suivante.



- Comme on peut le voir deux petits becs sont exécutés sur les bords extrêmes de chaque haricot en début de refoulement et d'aspiration.

En traçant l'orifice de refoulement ou d'aspiration de chaque piston au moment où il franchit le mur d'étanchéité on peut vérifier que la pointe de ces becs pénètre légèrement à l'intérieur de celui-ci.

Cette disposition a les effets suivants :

- elle met la chambre du piston en pré-compression avant qu'elle ne communique brutalement avec le refoulement.

- elle met la chambre du piston en dé-compression avant qu'elle ne communique brutalement avec l'aspiration.

- La plus part des constructeurs de ce type de pompe utilisent cette solution en adoptant généralement :

• $\alpha = 14^\circ$

• $l = 1,5 \text{ mm}$.

CH IX. CALCULS DYNAMIQUE ET DE RESISTANCE

1. Calcul de l'arbre d'entraînement

11. Sollicitation : D'après l'étude dynamique, l'arbre est sollicité à l'action F_{T_0} du barillet, au poids de l'ensemble barillet - pistons et au couple moteur C_m .

Nota: L'action du ressort est négligeable.

12. Calcul de F_{T_0} et P:

D'après le dessin on a:

- Masse du barillet: $M_b = 4,55 \cdot 10^{-4} \cdot 7200 \approx 3,3 \text{ kg}$
- Masse d'un piston: $m_p = 0,679 \cdot 10^{-5} \cdot 7800 \approx 0,053 \text{ kg}$
- Masse des 7 pistons: $M_p = 7 m_p = 0,371 \text{ kg}$

- Action du barillet: F_{T_0} .

$$F_{T_0} = \frac{2C_m}{d_{am}} - 4 m_p R \omega^2 = \frac{2 \cdot 110,5}{35 \cdot 10^{-3}} - 4 \cdot 0,053 \cdot 0,04 \cdot (99,5)^2$$

$$F_{T_0} = 6107,5 \text{ N}$$

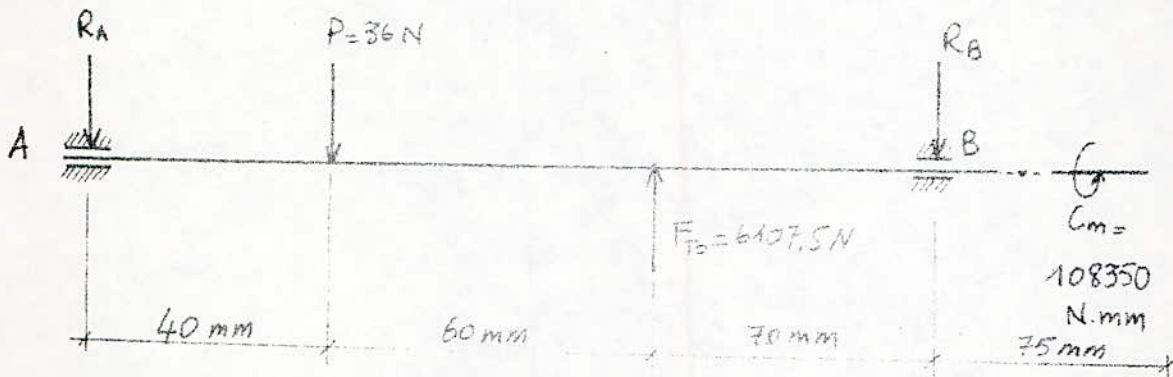
- Poids de l'ensemble barillet - pistons:

12. Calcul de F_{T_0} et P:

D'après le dessin on a:

$$P = (M_b + M_p)g = (3,300 + 0,371) \cdot 9,81 = 36 \text{ N}$$

13. Modélisation de l'arbre :



4. Calcul des réactions aux appuis A et B :

- $\sum F = 0$; $R_A + R_B = F_{T_0} - P$
- $\sum M_{/A} = 0$; $170 \cdot R_B = 100 F_{T_0} - 40 P$

D'où : $R_A = 2487,3 \text{ N}$;
 $R_B = 3584,2 \text{ N}$.

5. Calcul du moment de flexion :

- $0 < x < 40$: $M(x) = 2487,3 x$
 $M(0) = 0$ et $M(40) = 99492 \text{ N}\cdot\text{mm}$

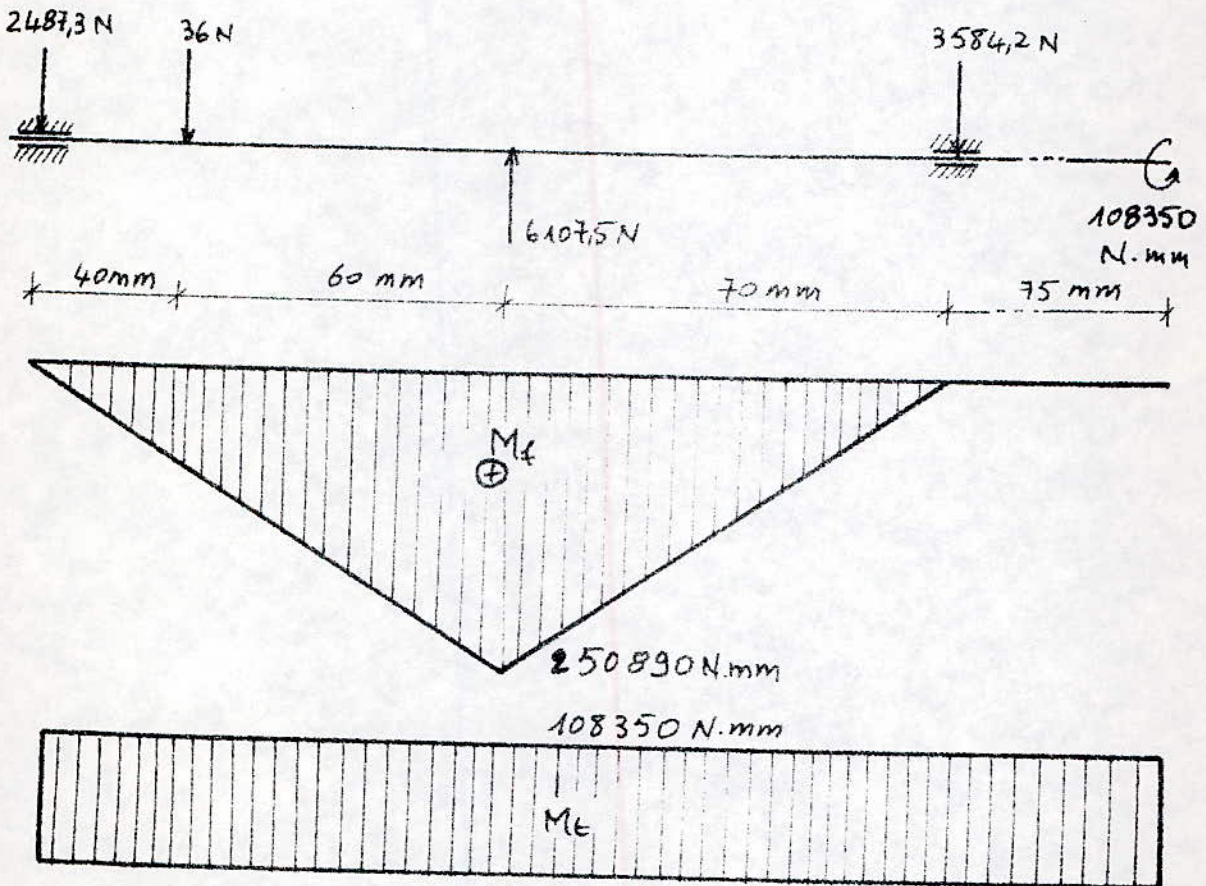
- $40 < x < 100$: $M(x) = 2523,3 x - 1440$
 $M(40) = 99492 \text{ N}\cdot\text{m}$ et $M(100) = 250890 \text{ N}\cdot\text{mm}$

$$\bullet \quad 100 < x < 170: \quad M(x) = -3584,2x + 609310$$

$$M(100) = 250890 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M(170) = 0$$

16. Diagrammes des moments :



17. Calcul des moments idéaux:

- Moment idéal de torsion:

$$M_{it} = \sqrt{M_{fmax}^2 + M_t^2} = \sqrt{250840^2 + 108350^2} = 273286,5 \text{ N.mm}$$

- Moment idéal de flexion:

$$M_{if} = \frac{1}{2} M_{fmax} + \frac{1}{2} M_{it} = 262088,25 \text{ N.mm}$$

18. Calcul du diamètre de l'arbre:

- Condition de flexion: $d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{M_{if}}{0,1 \cdot R_{pt}}}$

- Condition de torsion: $d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{M_{it}}{0,2 \cdot R_{pg}}}$

- Choix du matériau de l'arbre:

Acier de traitement: XC48; dont:

$$R_e = 66,5 \text{ daN/mm}^2$$

$$R_{pt} = \frac{R_e}{\lambda} = \frac{66,5}{2} = 33,25 \text{ daN/mm}^2; \lambda = \text{coefficient de sécurité.}$$

$$R_{pg} \approx \frac{R_p}{2} = \frac{R_e}{2\lambda} = \frac{66,5}{4} = 16,625 \text{ daN/mm}^2$$

Nota:

Pour éviter d'avoir majorer des σ à cause des épaulements et des rainures, on peut tenir compte d'un

Coefficient de sécurité $\lambda = 2$

A.N:

$$d_1 \gg 20 \text{ mm} \quad \text{et} \quad d_2 \gg 20,2 \text{ mm}$$

2. Calcul des cannelures.

Pour des vitesses relativement faibles, la transmission des couples moyens peut être réalisée par des cannelures à flancs parallèles.

- Selon la norme NF. E. 22-131 :

- ϕ intérieur de l'arbre cannelé $d_c = 32 \text{ mm}$
- ϕ extérieur de l'arbre cannelé $D_c = 38 \text{ mm}$
- Epaisseur des cannelures $B = 6 \text{ mm}$
- Montage : Glissant
- Centrage : Intérieur
- Tolérance :

Barillet	Arbre
$D_c: H7$	$D_c: a11$
$d_c: H7$	$d_c: f7$
$B: H9$	$B: d10$

- Vérification des cannelures à la Compression:

Il faut que:
$$\sigma_{\max} = \frac{M_t}{R_m \cdot H \cdot b \cdot z \cdot \psi} \leq R_{pc}$$

R_{pc} : Résistance pratique à la compression de l'XC48

R_m : Rayon moyen = $\frac{D_c + d_c}{4}$

H : Hauteur des cannelures = $\frac{D_c - d_c}{2}$

η : Coefficient de sécurité tenant compte de l'irrégularité de la distribution de la charge entre les surfaces actives des cannelures

b : Longueur des cannelures.

z : nombre des cannelures

A.N: $z = 8$ cannelures ; $b = 60$ mm ; $R_m = 35$ mm

$H = 3$ mm ; $\eta = 0,75$; $M_t = C_m = 108350$ N.mm

On trouve : $\sigma = 2,87$ N/mm² $\ll R_{pc} = 225$ N/mm²

3. Calcul des roulements

- Choix des roulements :

L'arbre d'entraînement est sollicité essentiellement à des charges radiales et à une faible charge axiale (action de ressort). On pourra choisir des roulements à rouleaux coniques.

- Calcul :

- Charge dynamique équivalente P_e :

$$P_e = \text{Sup} (R_A = 248,73 \text{ daN} ; R_B = 358,42 \text{ daN})$$

$$P_e = 358,42 \text{ daN}$$

- Durée de vie nominale L_h :

$$L_h = 25000 \text{ heures}$$

(au moyen 8 heures par jour durant 8 ans et demi)

- Charge dynamique de base C :

$$C = P_e \left(\frac{L_h \cdot N}{16666} \right)^{\frac{10}{3}} = 358,42 \cdot \left(\frac{25000 \cdot 950}{16666} \right)^{\frac{10}{3}} = 3166,23 \text{ daN}$$

La norme et les recommandations SKF fixent dans la série 23 des rouleaux à rouleaux coniques :

$$C = 3900 \text{ daN} ; D = 62 \text{ mm} ; d = 25 \text{ mm} ; T = 25,25 \text{ mm}$$

On adopte donc : une paire de roulement :

25 KB-23

4. Calcul de la clavette d'accouplement .

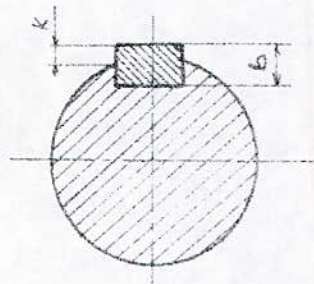
Nous utilisons pour assurer l'accouplement moto-pompe une clavette parallèle de type A.

- Matériau de la clavette : XC4B d'at :

$$R_{pump} = 17,125 \text{ daN/mm}^2 ; R_{eq} = 8,5625 \text{ daN/mm}^2$$

Selon la norme N.F.E. 27.656 pour un diamètre de l'arbre $d = 25 \text{ mm}$ au niveau des roulements :

$$a = 8 \text{ mm} ; b = 7 \text{ mm} ; L = 40 \text{ mm} ; l_p = L - a = 32 \text{ mm}$$



- Vérification de la clavette à la compression :

$$\sigma_{\text{comp. max}} = \frac{2 M_t}{d l_p k} = \frac{2 \cdot 108350}{25 \cdot 32 \cdot 4} = 67,72 \text{ N/mm}^2 < R_{p\text{comp}}$$

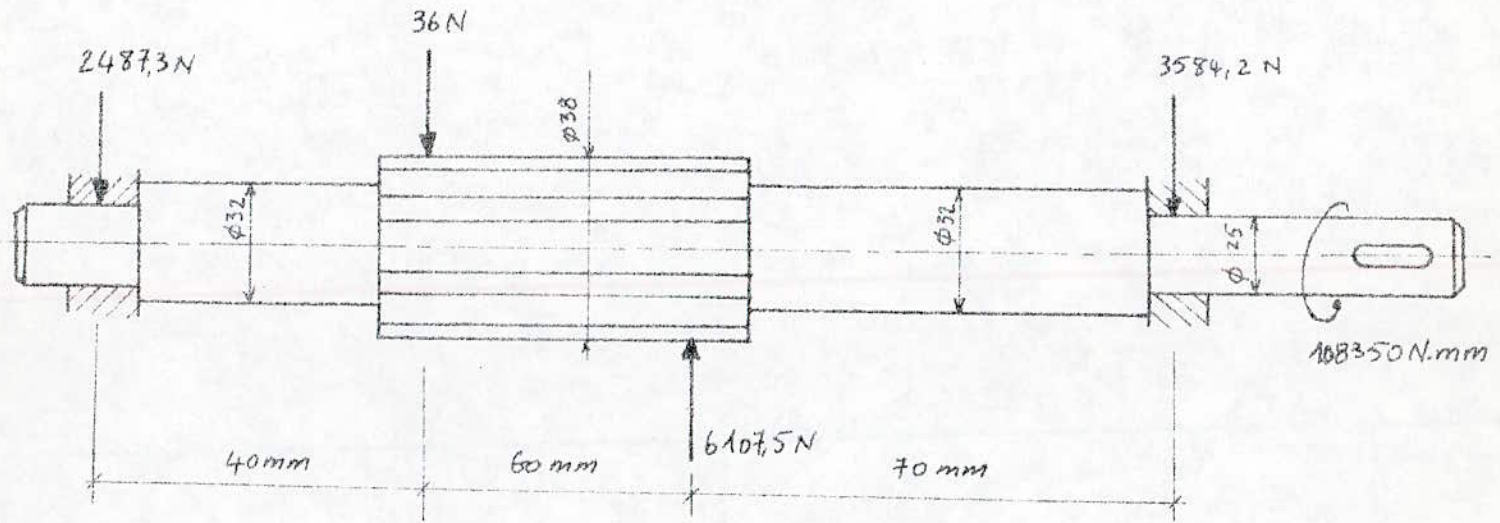
- Vérification de la clavette au cisaillement :

$$\tau_{\text{max}} = \frac{4 M_t}{d \cdot l_p \cdot a} = \frac{4 \cdot 108350}{25 \cdot 32 \cdot 8} = 67,72 \text{ N/mm}^2 < R_{\text{eq}}$$

5. Vérification de l'arbre à la vitesse critique .

51. Calcul de la flèche maximale :

$$\text{Equation de la déformée : } y'' = -\frac{M(x)}{EI} ;$$



- $0 < x < 40$:

$$M_1(x) = 2487,3 x ;$$

$$y_1'' = -\frac{2487,3}{EI_1} x ;$$

$$y_1' = -\frac{2487,3}{EI_1} \left(\frac{x^2}{2} + A_1 \right) ;$$

$$y_1 = -\frac{2487,3}{EI_1} \left(\frac{x^3}{6} + A_1 x + B_1 \right) .$$

- $40 < x < 100$:

$$M_2(x) = 2523,3 x - 1440 ;$$

$$y_2'' = -\frac{2523,3}{EI_2} x + \frac{1440}{EI_2} ;$$

$$y_2' = -\frac{2523,3}{EI_2} \frac{x^2}{2} + \frac{1440}{EI_2} x + A_2 ;$$

$$y_2 = -\frac{2523,3}{EI_2} \frac{x^3}{6} + \frac{1440}{EI_2} \frac{x^2}{2} + A_2 x + B_2 .$$

- $0 < \bar{x} < 70$

$$M_3(\bar{x}) = 3584,2 \cdot \bar{x} ;$$

$$y_3'' = -\frac{3584,2}{EI_3} \cdot \bar{x} ;$$

$$y_3' = -\frac{3584,2}{EI_3} \left(\frac{\bar{x}^2}{2} + A_3 \right) ;$$

$$y_3 = -\frac{3584,2}{EI_3} \left(\frac{\bar{x}^3}{6} + A_3 \bar{x} + B_3 \right) .$$

- Conditions aux limites :

$$y_1(0) = y_3(0) = 0 ; y_1(40) = y_2(40) ; y_1'(40) = -y_2'(40) ;$$

$$y_2(100) = y_3(70) ; y_2'(100) = -y_3'(70) .$$

On trouve:

$$B_1 = B_3 = 0 ; B_2 = 0,0146 ; A_1 = 1510,51 ; A_2 = -3,7 \cdot 10^{-5}$$

et $A_3 = -134,62$.

- Rigidité:

$$I_i = \frac{\pi d_i^4}{64} ; E = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

D'où:

$$EI_1 = EI_3 = 21 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi \cdot 32^4}{64} = 1,081 \cdot 10^{10} \text{ N.mm}^2$$

$$EI_2 = 21 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi \cdot 35^4}{64} = 1,55 \cdot 10^{10} \text{ N.mm}^2$$

Finalement:

$$y_1 = -3,8348 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 3,4756 \cdot 10^{-4} \cdot x ;$$

$$y_2 = -2,7132 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 4,6451 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 - 3,6974 \cdot 10^{-5} \cdot x + 0,0146 ;$$

$$y_3 = -5,5260 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 4,4635 \cdot 10^{-5} \cdot x .$$

On trouve :

$$y_{1 \text{ max}} = 11,5 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

$$y_{2 \text{ max}} = 11,5 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

$$y_{3 \text{ max}} = 15,8 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

Donc : $y_{\text{max}} = 15,8 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$ - c'est la flèche maximale.

52. Vitesse critique de l'arbre:

La vitesse critique de l'arbre est donnée par:

$$N_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\gamma_{max}}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{9810}{15,8 \cdot 10^{-4}}} = 23794,5 \text{ tr/mn}$$

$$N = 950 \text{ tr/mn} \ll N_c = 23794,5 \text{ tr/mn};$$

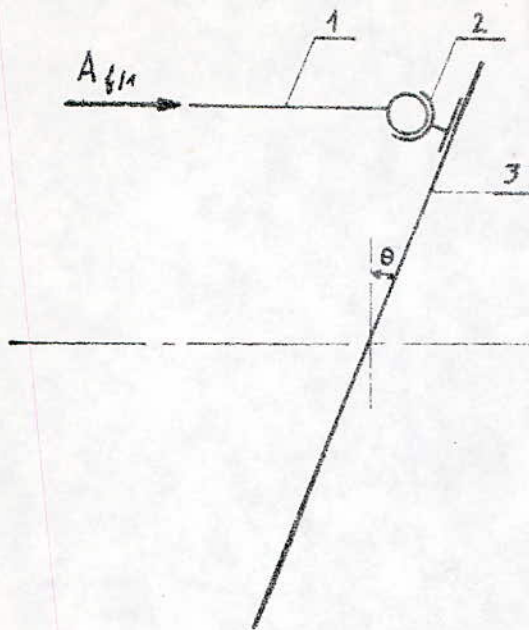
Donc, pas de résonance.

2. Calcul du plateau-came.

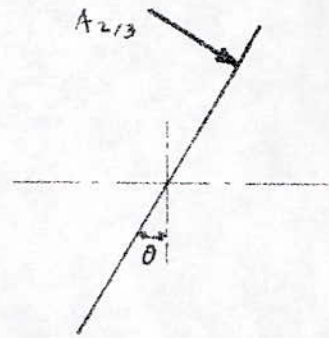
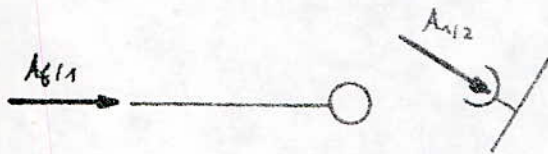
21. Sollicitation:

Le plateau-came est sollicité essentiellement aux efforts dus aux patins des pistons en phase de refoulement. En cette phase quatre pistons au maximum agissent sur leurs patins, qui, à leur tour, exercent les actions sur le plateau. D'autre part le plateau est maintenu par le système de commande.

22. Evaluation et calcul de la résultante des efforts agissant sur le plateau-came:



- 1- Piston;
- 2- Patin;
- 3- Plateau.



Nota:

Dans cette schématisation ne figurent que les effort que l'on veut calculer.

- Action du fluide sur le piston : $A_{f/1} = F_p = \Delta p \cdot S$;
- Action du piston sur le patin : $A_{1/2} = F_N = F_p \cdot \cos \theta = \Delta p \cdot S \cdot \cos \theta$;
- Action du patin sur le plateau : $A_{2/3} = A_{1/2}$.

S = section du piston.

221. Intensité de la résultante des efforts de refoulement R_r :

- Quatre pistons au maximum sont en refoulement, chaque piston exerce une force $A_{1/2} = A_{2/3} = \Delta p S \cos \theta$

$$\text{Donc: } R_r = 4 \cdot \Delta p S \cos \theta = 4 \cdot 352 \cdot 10^5 \cdot 1,131 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 16^\circ = 15221 \text{ N}$$

$$R_r = 15221 \text{ N}$$

222. Point d'application:

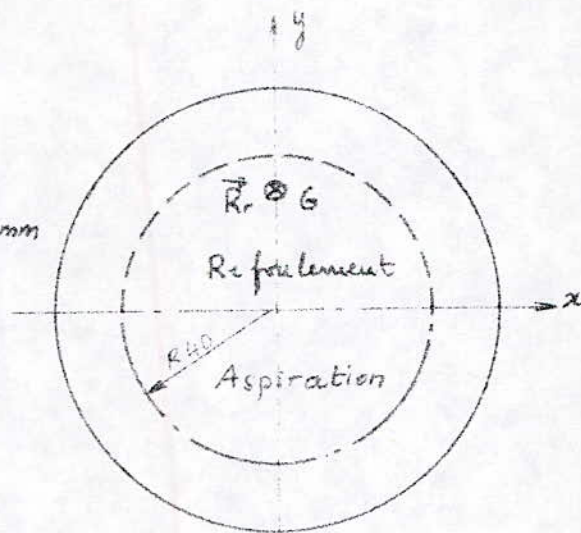
- La résultante R_r s'applique suivant un $\frac{1}{2}$ cercle de rayon $R = 40 \text{ mm}$.

Le point d'application de R_r est représenté par le centre de gravité de ce $\frac{1}{2}$ cercle.

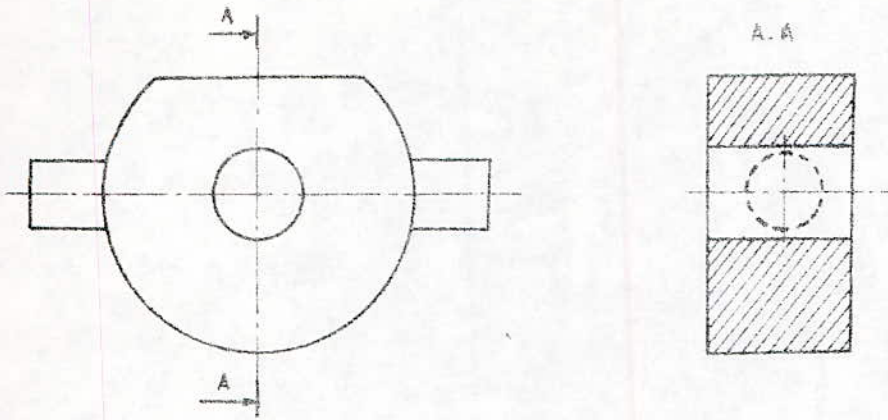
$$x_G = 0$$

$$y_G = \frac{2}{3} \frac{R \sin \varphi}{\frac{\varphi}{2}} = \frac{R \sin \frac{\pi}{2}}{\pi/4} \approx 17 \text{ mm}$$

$$\text{Donc } G(0, 17).$$

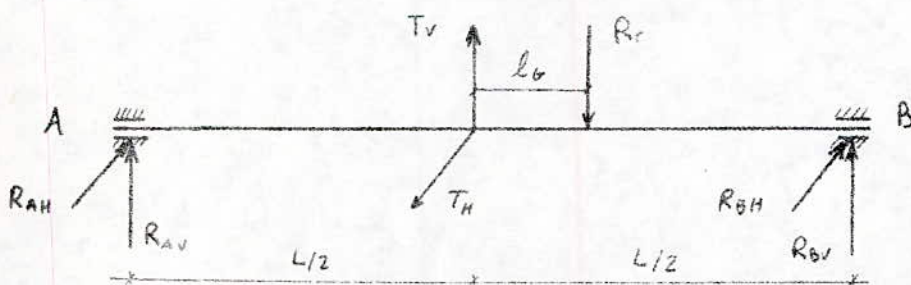


23. Forme réelle et modélisation du plateau



Cette forme peut être modélisée comme suit :

- Une poutre de section quelconque reposant sur deux paliers, sollicitée à la résultante des efforts de renforcement R_r et à la réaction du système de commande T .



- Equilibre du système :

$$\bullet \Sigma F_V = 0 ; R_{AV} + R_{BV} + T_V - R_r = 0 ; \quad (1)$$

$$\bullet \Sigma F_H = 0 ; R_{AH} + R_{BH} - T_H = 0 ; \quad (2)$$

$$\bullet \Sigma M_{F_V/A} = 0 ; R_{BV} \cdot L - R_r \left(\frac{L}{2} + l_G \right) + T_V \cdot \frac{L}{2} = 0 ; \quad (3)$$

$$\cdot \Sigma M_{FH/A} = 0 ; R_{BH} \cdot L - T_H \cdot \frac{L}{2} = 0 ; \quad (4)$$

$$\cdot \text{Equation auxiliaire : } T_H = T_V \cdot \operatorname{tg} \theta_{\max} ; \theta_{\max} = 16^\circ ; \quad (5)$$

On a un système de 5 équations à 6 inconnues: système hyperstatique.

Pour résoudre le système, appliquons le théorème de Castigliano dans le plan vertical.

En une section 1-1 distante de x de l'appui B, le moment de flexion est:

$$M_V(x) = R_{BV} x - R_r (x-a) \quad \text{où } a = \frac{L}{2} - l_0$$

D'après le théorème de Castigliano, le déplacement fictif de l'appui B est:

$$\delta_{BV} = \int_0^L \frac{M_V}{EI} \frac{\partial M_V}{\partial R_{BV}} dx = 0$$

$$\text{Donc : } \delta_{BV} = \frac{R_{BV}}{EI} \int_0^L x^2 dx - \frac{R_r}{EI} \int_0^L x^2 dx + \frac{R_r \cdot a}{EI} \int_0^L x dx$$

$$\text{D'où : } R_{BV} = \frac{R_r}{4} (1+3\lambda) \quad \text{avec } \lambda = \frac{2l_0}{L}$$

En résolvant le système d'équation précédent, on trouve:

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{R_r}{4} (1-\lambda) \operatorname{tg} \theta_{\max} ; \quad T_H = \frac{R_r}{2} (1-\lambda) \operatorname{tg} \theta_{\max}$$

$$R_{AV} = \frac{R_r}{4} (1-\lambda) ; \quad R_{BV} = \frac{R_r}{4} (1+3\lambda) ; \quad T_V = \frac{R_r}{2} (1-\lambda) ;$$

A. N:

$$R_r = 15221 \text{ N} ; L = 178 \text{ mm} ; l_G = 17 \text{ mm} ; \lambda = \frac{2l_G}{L} \approx 0,19$$

on trouve:

$$R_{AV} = 3044,2 \text{ N} ; \quad R_{AH} = 873 \text{ N} ;$$

$$R_{BV} = 6088,4 \text{ N} ; \quad R_{BH} = 873 \text{ N} ;$$

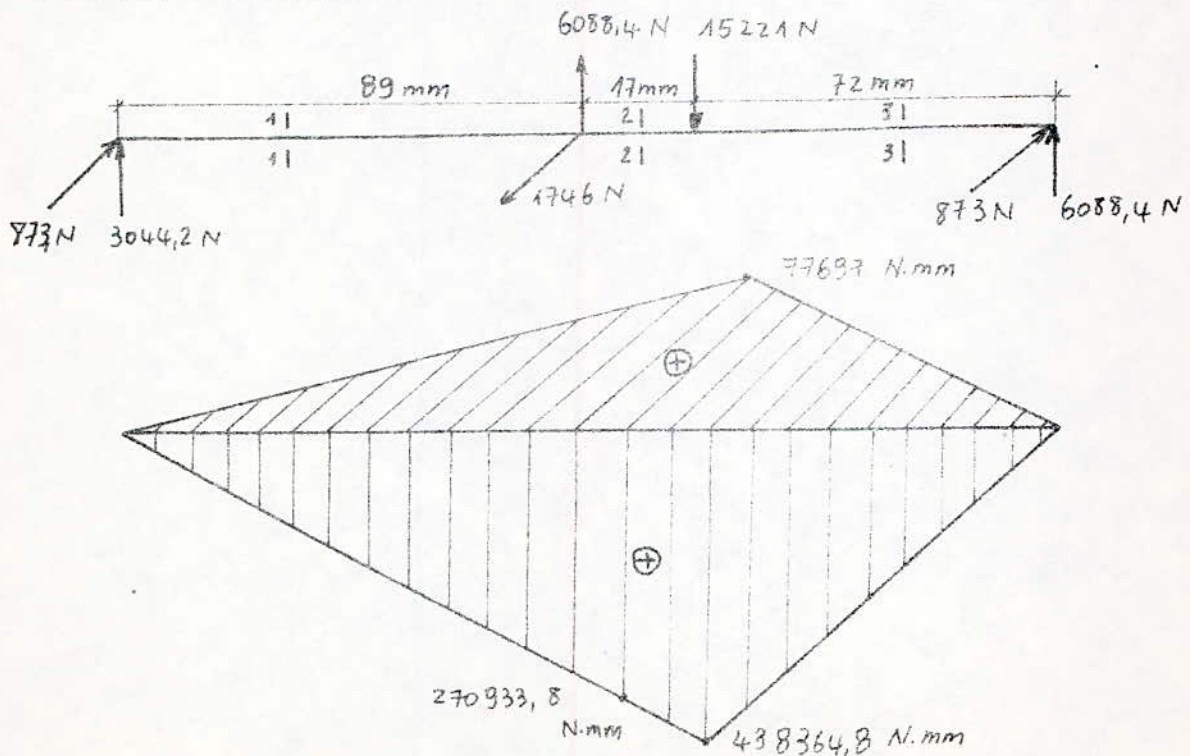
$$T_V = 6088,4 \text{ N} ; \quad T_H = 1746 \text{ N} ;$$

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = 3167 \text{ N} ;$$

$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2} = 6151 \text{ N} ;$$

$$T = \sqrt{T_V^2 + T_H^2} = 6334 \text{ N} .$$

24. Calcul des moments.



25. Calcul de l'épaisseur minimale du plateau et du tourillonnement.

- Flèche maximale:

• Section 1-1:

$$M_{1-1} = \frac{R_r}{4} (1-\lambda)x ; \quad \frac{\partial M_{1-1}}{\partial R_r} = \frac{x}{4} (1-\lambda)$$

• Section 2-2:

$$M_{2-2} = R_A \cdot x + T \left(x - \frac{L}{2}\right) = \frac{3}{4} R_r (1-\lambda) \left(x - \frac{L}{3}\right) ;$$

$$\frac{\partial M_{2-2}}{\partial R_r} = \frac{3}{4} (1-\lambda) \left(x - \frac{L}{3}\right) ;$$

• Section 3-3:

$$M_{3-3} = R_A x + T \left(x - \frac{L}{2}\right) - R_r \left(x - \frac{L}{2} - l_6\right) = \frac{R_r}{4} (1+3\lambda)(L-x)$$

$$\frac{\partial M_{3-3}}{\partial R_r} = \frac{1}{4} (1+3\lambda)(L-x)$$

La déflexion maximale sous le point d'application de R_r est maximale et peut être calculée à l'aide du théorème de Castigliano :

$$y = \int_0^L \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial R_r} dx$$

$$y = \frac{1}{EI} \int_0^{L/2} M_{1-1} \frac{\partial M_{1-1}}{\partial R_r} dx + \frac{1}{EI} \int_{L/2}^{L/2+l_6} M_{2-2} \frac{\partial M_{2-2}}{\partial R_r} dx + \frac{1}{EI} \int_{L/2+l_6}^L M_{3-3} \frac{\partial M_{3-3}}{\partial R_r} dx ;$$

$$y = \frac{R_r}{16EI} (1-\lambda^2) \int_0^{L/2} x^2 dx + \frac{9R_r(1-\lambda^2)}{16EI} \int_{L/2}^{L/2+l_0} \left(x - \frac{l_0}{3}\right)^2 dx + \frac{R_r(1+3\lambda)^2}{16EI} \int_{L/2+l_0}^L (L-x)^2 dx$$

$$y_{\max} = \frac{R_r L^3}{192EI} (4\lambda - 3\lambda^2 + 2\lambda^3 - 6\lambda^4)$$

- Comme le plateau est un organe fixe, on limite sa déflexion maximale à 1/10 mm.

- Il s'agit le moment quadratique de la section la plus faible, par rapport à l'axe neutre. Comme les bouts d'axes (tourillons) doivent être cylindriques, on se contente alors de calculer l'épaisseur de la partie du plateau dont la rigidité est minimale.

$$\text{Donc: } I = \frac{\pi d_t^4}{64} \Rightarrow d_t = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I}{\pi}} ; d_t = \phi \text{ du tourillonnement;}$$

A.N:

$$I = \frac{R_r \cdot L^3 (4\lambda - 3\lambda^2 + 2\lambda^3 - 6\lambda^4)}{192 E y_{\max}}$$

$$\lambda = \frac{2l_0}{L} = 0,19 ; y = 0,01 \text{ mm} ; E = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

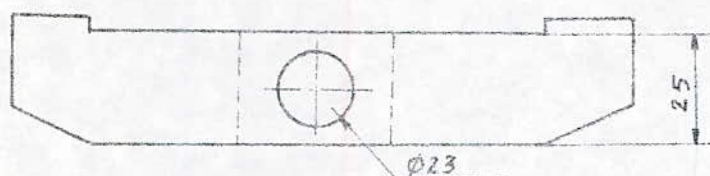
$$R_r = 15221 \text{ N} \quad \text{et } L = 178 \text{ mm}$$

$$\text{d'où : } I = 14000 \text{ mm}^4$$

$$d_t = 23 \text{ mm.}$$

On adopte donc :

- ϕ des tourillons = 23 mm
- Epaisseur du plateau = 25 mm



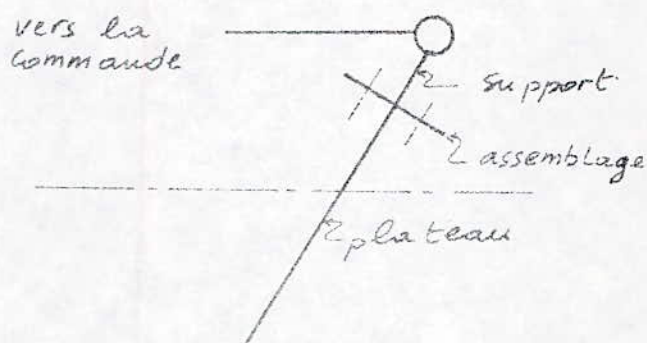
- Longueur du tourillonement:

D'après le dessin d'ensemble de la pompe, on voit que:

$$l = 18 \text{ mm.}$$

26. Calcul de l'assemblage plateau-support.

Vu la facilité du montage et du démontage on préfère assembler le plateau et son support par des vis H.



- Condition de résistance à la traction :

$$\sigma_{\max} = \frac{T_{H \max}}{z \cdot \frac{\pi d_0^2}{4}} \leq R_{pt} ; \text{ d'où } d_0 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot T_H}{z \cdot \pi \cdot R_{pt}}} ; (1)$$

- Condition de résistance au cisaillement :

$$\tau_{\max} = \frac{T_{V \max}}{z \cdot \pi d_0 h} = \frac{T_{V \max}}{0,7 \cdot z \cdot \pi d_0^2} \leq R_{pg} ; \text{ d'où } d_0 \geq \sqrt{\frac{T_V}{0,7 \cdot z \cdot \pi R_{pg}}} ; (2)$$

où $d_0 = \phi$ du moyau de la vis.

$h =$ hauteur de la tête de la vis $\approx 0,7 d_0$

$z =$ nombre de vis $= 2$

$T_H = T \sin \theta$; $T_V = T \cos \theta$

T_H est max pour θ_{\max} (plein débit)

T_V est max pour θ_{\min} (faible débit)

$T_{H \max} = 1746 \text{ N}$; $T_{V \max} = 6334 \text{ N}$

- Choix du matériau des vis :

Acier de Construction Courant: A48 dont :

$R_{pt} = 480 \text{ N/mm}^2$ et $R_e = 250 \text{ N/mm}^2$ et $R_{pg} = \frac{R_e}{4}$

$R_{pg} = 62,5 \text{ N/mm}^2$

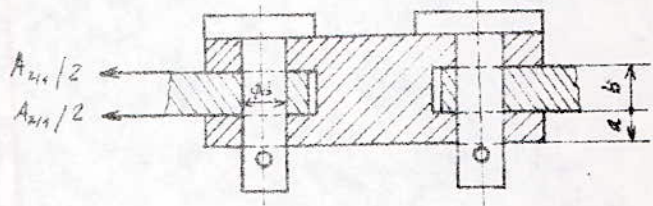
On trouve : $d_0 \geq 6,66 \text{ mm}$ et $d_0 \geq 6,80 \text{ mm}$

Enfin on adopte : 2 vis H, M10 x 1,5 - 6g.

27. Calcul de l'articulation plateau-chape-commande

La liaison entre commande (tige de vérin), support du plateau est réalisée, du fait des pivotement du plateau, par une chape et deux axes.

- Calcul des axes d'articulation.



• Condition de résistance des axes à la flexion :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_f}{W} \leq R_{plump}$$

$$\text{si } M_f = \frac{(A_{211}) \cdot b}{4} \quad \text{et } W = \frac{I}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

$$\text{D'où } \sigma_{\max} = \frac{A_{211} \cdot b}{0,8 d^3} \leq R_{plump} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{A_{211} \cdot b}{0,8 \cdot R_{plump}}}$$

- Pour les chapes de tonnage on a : $b \approx 1,5 d$ et $a \approx 0,8 d$

- Pour les chapes de charges moyennes : $b \approx d$ et $a \approx 0,5 d$

Comme on a $A_{211} = 633,4 \text{ daN}$, on adopte :

$$b = d \quad \text{et} \quad a = \frac{d}{2}$$

$$\text{D'où finalement : } d \geq \sqrt[3]{\frac{A_{211}}{0,8 \cdot R_{plump}}}$$

- Condition de résistance au cisaillement:

$$\tau_{\max} = \frac{A_{211}/2}{\pi db} = \frac{A_{211}}{2\pi d^2} \leq R_{pg}$$

$$\text{D'où } d \geq \sqrt{\frac{A_{211}}{2\pi R_{pg}}}$$

- Matériau de la chape et des axes:

Acier CC 45 de traitement: Trempe à l'eau à 830°C
et revenu à 550°C

$$R_e = 68,5 \text{ daN/mm}^2; \quad R_{pg} \approx \frac{R_p}{2} = \frac{R_e}{2\lambda} = \frac{68,5}{4} = 17,125 \text{ daN/mm}^2$$

où $\lambda = 2$: Coefficient de sécurité.

- A.N: $A_{211} = 633,4 \text{ daN}$

on trouve: $d \geq 4,8 \text{ mm}$ et $d \geq 2,43 \text{ mm}$

Vu le dessin et la construction, on adopte:

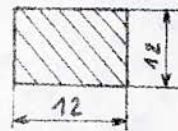
$$d = 6 \text{ mm}; \quad b = d = 6 \text{ mm} \text{ et } a = \frac{d}{2} = 3 \text{ mm}.$$

- Vérification de la chape à la traction:

La section active de la chape est sollicitée à la traction:

$$\sigma_{tr, \max} = \frac{A_{211}}{S_{ch}}, \text{ où } S_{ch} = 144 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{tr, \max} = \frac{633,4}{144} \approx 44 \text{ N/mm}^2 < R_{ptr} \approx R_p = 342,5 \text{ N/mm}^2.$$



28. Calculs vérificatifs

281. Vérification du plateau à la résistance :

• Condition de résistance à la flexion :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f\max}}{\left(\frac{I_{Gz}}{v}\right)_{\min}} \quad \text{où} \quad \left(\frac{I_{Gz}}{v}\right)_{\min} = \left(\frac{I_{Gz}}{v}\right)_{\text{tourillons}}$$

$$M_{f\max} = \sqrt{M_{f\max}^2 + M_{f\max}^2} = \sqrt{(438364,8)^2 + (77697)^2}$$

$$M_{f\max} = 445197,17 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\left(\frac{I_{Gz}}{v}\right)_{\text{tourillons}} = 2 \cdot \frac{I_{Gz}}{d/2} = 2 \cdot \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16}$$

A.N: $R_{pg} (\text{vc48}) = 245 \text{ N/mm}^2$

On trouve :

$$\sigma_{\max} = 186,35 \text{ N/mm}^2 < R_{pg}$$

282. Vérification du tourillonement à la pression de contact :

Il faut que $P_{\max} \leq P_{\text{adm}}$

La formule de Hertz permet de calculer la pression de contact entre tourillon et palier-guide :

$$P_{\max} = 0,42 \sqrt{\frac{R_B \cdot E}{l \cdot r}}$$

où R_B : relatif à l'appui B du tourillonement.

E : module d'élasticité transversal équivalent

r : rayon de contact équivalent.

l : longueur du contact.

A.N:

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) ; \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$$

$$E_1 (\text{Acier du plateau}) = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$E_2 (\text{Fonte du corps}) = 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$r_1 = 11,5 \text{ mm} ; \text{ rayon du tourillonnement}$$

$$r_2 = 11,6 \text{ mm} ; \text{ rayon des paliers}$$

$$E = 135484 \text{ N/mm}^2 ; \frac{1}{r} = 7,496 \cdot 10^{-4} (\text{mm})^{-1}$$

$$R_B = 6151 \text{ N} ; l = 15 \text{ mm}$$

$$p_{\text{adus}} \approx 0,7 R_r = 0,7 \cdot 200 = 140 \text{ N/mm}^2 (\text{corps de la pompe}).$$

$$\text{On trouve } p_{\text{max}} \approx 94 \text{ N/mm}^2 < p_{\text{adus}}$$

283. Vérification du tourillonnement au cisaillement:

$$\text{Il faut que } \tau_{\text{max}} = \frac{T}{S} \leq R_{pg} (\text{tourillon});$$

A.N:

$$T (\text{effort tranchant}) = R_B = 6151 \text{ N}$$

$$S (\text{section du tourillon}) = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 23^2}{4} \approx 415,5 \text{ mm}^2$$

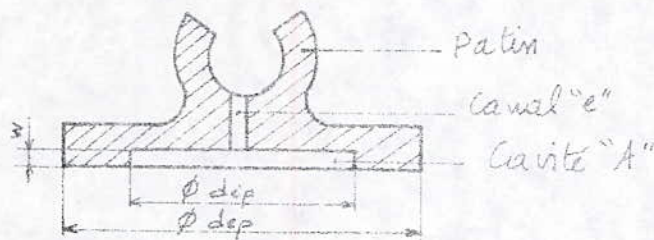
$$R_{pg} (\text{tourillon; XC48}) = 245 \text{ N/mm}^2$$

On trouve:

$$\tau_{\text{max}} = 14,8 \text{ N/mm}^2 \ll R_{pg} (\text{tourillon}).$$

3. Calcul des patins.

Le patin sera dimensionné de façon à assurer à la fois le graissage hydrodynamique et l'équilibrage hydrostatique de la force de pression agissant perpendiculairement au patin.



- Le débit nécessaire au graissage et à l'équilibrage est déjà calculé (§ VIII, 4) : $q'_{f3} = \frac{q_{f3}}{7} = 4,007 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$

- ϕ du Canal "e":

Pour mieux assurer la double fonction, on ne provoque qu'une perte de charge, par rétrécissement, de 10 bars:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \zeta \rho \frac{q'_{f3}{}^2}{S_e^2} \quad \text{où } S_e (\text{section du canal "e"}) = \frac{\pi d_e^2}{4}$$

$$\text{d'où : } d_e \approx 1,128 \sqrt[4]{\frac{\zeta \rho q'_{f3}{}^2}{2 \cdot \Delta p}}$$

A.N: ζ : Coefficient de perte de charge = 5

$$\rho = 845 \text{ kg/m}^3; \quad \Delta p = 10 \text{ bars}$$

On trouve : $d_e \approx 0,5 \text{ mm}$.

- Surface d'appui du patin :

$$A_p = \frac{A_{fIP}}{P}$$

où $A_{fIP} = \text{Action du fluide sur le patin} = \frac{R_f}{4} = \frac{15221}{4} = 3805,15 \text{ N}$

$$P = \Delta p = \Delta p = (350 - 10) \cdot 10^5 = 340 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

D'où : $A_p = 1,12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Cette surface est annulaire, du fait de réaliser une cavité "A" de portance assurant l'équilibrage et le graissage.

$$A_p = \frac{\pi(d_{ep}^2 - d_{ip}^2)}{4};$$

D'après le dessin d_{ep} doit être : $d_{ep} = 30 \text{ mm}$.

D'où $d_{ip} = 27,5 \text{ mm}$

- Surface de la cavité "A" :

$$A_A = \frac{\pi \cdot (27,5)^2}{4} = 593,96 \text{ mm}^2;$$

- Volume de la cavité "A" :

$$V_A = q'_{f0} \cdot t_r$$

où $t_r = \text{temps de refoulement correspondant à } 1/2 \text{ tour de l'arbre d'entraînement.}$

$$t_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{60}{950} = 0,0316 \text{ seconde.}$$

$$D'o\grave{a} : V_A = 4,007 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0316 = 1,265 \cdot 10^{-7} m^3 = 126,5 mm^3.$$

- Profondeur de la cavité "A":

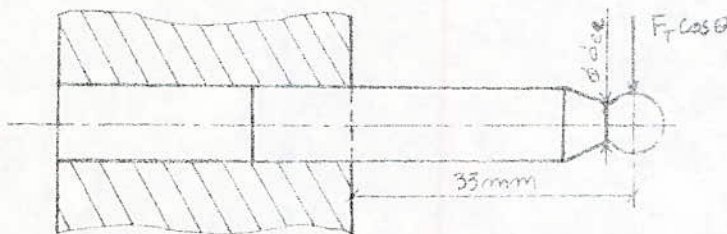
$$w = \frac{V_A}{A_A} = \frac{126,5}{593,96} \approx 0,213 mm.$$

4. Calcul du piston.

41. Sollicitation:

Chaque piston se comporte comme une poutre encastrée à l'extrémité de laquelle agit une force ($F_T \cos \theta_{max}$).

Le piston sera dimensionné dans sa position extrême droite qui représente le cas défavorable.



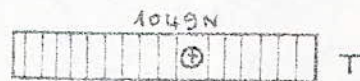
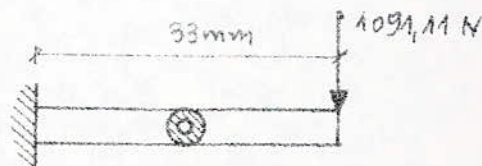
42. Modèle:

• Effort tranchant:

$$T = F_T \cos \theta_{max} = 1091,11 \cdot \cos 16^\circ \approx 1049 N$$

• Moment fléchissant max:

$$M_{f_{max}} = -1049 \cdot 33 = -34617 N \cdot mm$$



43. Vérification du piston à la flexion et au cisaillement:

- Condition de résistance à la flexion:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f\max}}{W} = \frac{M_{f\max}}{0,1 \frac{d_e^3 - d_i^3}{d_e}}$$

- Condition de résistance au cisaillement:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{S} = \frac{T}{\frac{\pi (d_e^2 - d_i^2)}{4}}$$

- Matériau du piston:

Le piston doit résister à l'usure, aux chocs modérés, avoir une limite d'élasticité élevée et apte à la nituration. Pour ces faits on choisit:

Acier 20NC6 dont: $R_e = 98 \text{ daN/mm}^2$; $R_p = \frac{R_e}{\lambda} = \frac{98}{2} = 49 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$

$R_{pg} \approx 0,5 R_p = 24,5 \text{ daN/mm}^2$.

- A.N: $d_{e2} = 10 \text{ mm}$; $d_i = 0,5 \text{ mm}$ (déjà calculé)

$d_{e1} = 12 \text{ mm}$ (déjà calculé)

$$M_{f\max} = 34617 \text{ N/mm}^2$$

On trouve:

$$\sigma_{\max} = 346,2 \text{ N/mm}^2 < R_p$$

$$\tau_{\max} = 9,3 \text{ N/mm}^2 < R_{pg}$$

44. Calcul de la flèche maximale du piston :

$$f_{\max} = \frac{F_r \cos \theta_{\max} l^3}{3EI}$$

$$\text{AN: } I = \frac{\pi(d_{e2}^4 - d_c^4)}{64} = \frac{\pi(10^4 - 0,5^4)}{64} = 490,87 \text{ mm}^4.$$

$$E (20 \text{ NCG}) = 22 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$l = 33 \text{ mm}; \quad F_r \cos \theta_{\max} = 1091,11 \text{ N}$$

On trouve :

$$f_{\max} = 0,06 \text{ mm} < f_{\text{adm}} = 0,1 \text{ mm}$$

$f_{\text{adm}} = 0,1 \text{ mm}$, pour $d_{e2} \in [9 - 18] \text{ mm}$ des systèmes pistons - patins (selon document "Technique de l'ing.").

5. Calcul de la chemise du piston.

51. Pour réduire le coût de maintenance du barillet, on utilise une chemise dans laquelle condense le piston, en acier au chrome-molybdène cementé : 25C.D4, dont la résistance est : $R_e = 78 \text{ daN/mm}^2$

52. Epaisseur nécessaire de la chemise :

La formule de Lamé permet de calculer l'épaisseur e_c de la chemise :

$$e_c = \frac{d}{2} \left[\sqrt{\frac{R_p + \Delta p}{R_p - \Delta p}} - 1 \right]; \quad (\text{mm})$$

$$\text{A.N: } R_p = \frac{R_e}{\lambda} = \frac{78}{4} = 195 \text{ N/mm}^2 ;$$

$$\Delta p = 350 \text{ bars} = 35 \text{ N/mm}^2 .$$

$$d = 12 \text{ mm}$$

On trouve : $e_c \approx 1,2 \text{ mm}$

Pour des raisons de montage et de construction, on adopte une épaisseur $e_c = 4 \text{ mm}$.

53. Longueur de la chemise :

$$L_c = L + L_e$$

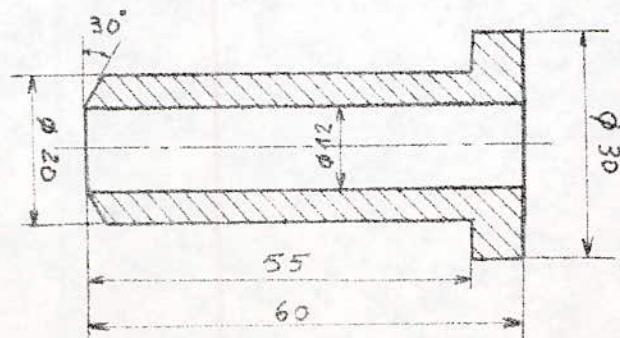
$$L = \text{Course du piston} = 23 \text{ mm}$$

$$L_e = \text{espace d'encastrement du piston} = 32 \text{ mm}$$

$$\text{D'où : } L_c = 55 \text{ mm}$$

54. Montage et dimensions réelles de la chemise :

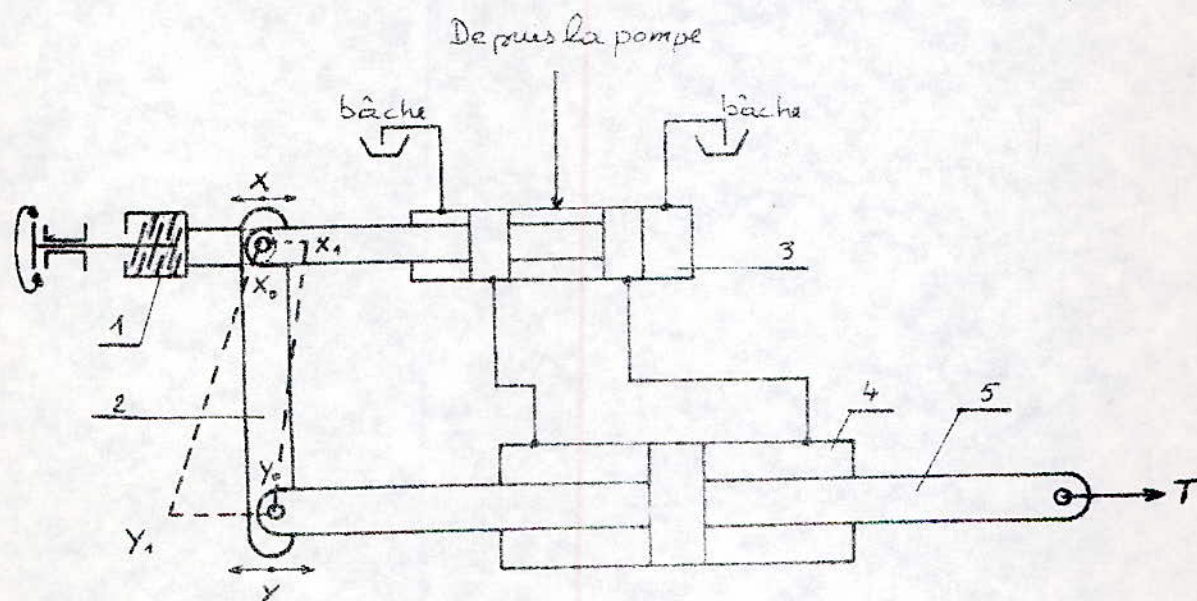
- La chemise est montée par presse .



CH X ETUDE DE LA COMMANDE DU DEBIT

L'inclinaison du plateau - comme est commandée par un servo-mécanisme hydraulique utilisant une source de pression constante.

1. Description et fonctionnement du SMH :



La figure ci-dessus représente un servo-mécanisme hydraulique à levier différentiel au repos.

Par rapport à cette position, déplaçons l'entrée x d'une quantité finie $\delta x = x_0 x_1$, par un système vis-à-vis réversible, vers la droite. Pendant ce temps très court, la

sortie Y, liée à l'inertie du plateau, n'a pu se déplacer; le levier 2 occupe la position Y_0X_1 . Le distributeur 3 met en communication la chambre du vérin C_1 avec la pression et C_2 avec la bâche, créant un effort sur le vérin vers la gauche. Ce dernier se déplace entraînant dans le même sens la partie Y et le levier différentielle. Le mouvement ne s'arrête que lorsque le distributeur sera fermé, c'est-à-dire, lorsque le point X_1 sera revenu en X_0 .

2. Calcul du S.M.H.

On veut alimenter la servo-commande directement de la pompe en faisant réaliser une perte de charge de 150 bars dans les conduites et les orifices du distributeur.

La pression amenée à la servo-commande hydraulique est employée à surmonter l'effort T qui agit le long de la tige du vérin ainsi que les résistances hydrauliques:

$$\Delta p = \Delta p_v + \Delta p_{cd} ;$$

$$\Delta p = 350 \text{ bars} ;$$

$$\Delta p_v = \text{Chute de pression dans le vérin} ;$$

$$\Delta p_{cd} = \text{Chute de pression dans les conduites et le distributeur} = \Delta p_c + \Delta p_D .$$

$\Delta p = 350 \text{ bars};$

$\Delta p_c = 50 \text{ bars (pertes dans les conduites)};$

$\Delta p_D = 100 \text{ bars (pertes dans le distributeur)};$

$\Delta p_V = 200 \text{ bars (chute de pression dans le vérin)}.$

$\Delta p_V = \text{Pression d'alimentation du vérin}.$

21. Données:

- Pression d'alimentation du vérin : $\Delta p_V = p_0 = 200 \text{ bars}.$
- Force à vaincre $T = 6334 \text{ N}.$
- Course utile du piston : $y = 22 \text{ mm}$, valeur déduite du dessin et qui correspond à $\theta_{max} = 16^\circ.$
- Vitesse moyenne du piston : $\frac{dy}{dt} = 100 \text{ mm/s}$
- Temps de réponse du servomécanisme $\tau = 0,05 \text{ s}$

Nota: $\frac{dy}{dt}$ et τ sont choisis de façon à obtenir la stabilité du SMH.

22. Calcul du vérin :

- Section utile du piston :

$$S = \frac{T}{p_0} = \frac{6334}{200 \cdot 10^5} = 317 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

• Demi-volume du vérin :

$$V_{d/2} = 1,2 \frac{Y \cdot S}{2} = 1,2 \cdot \frac{22 \cdot 10^{-3} \cdot 317 \cdot 10^{-6}}{2} = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

• Ecart entre l'entrée et la sortie :

$$X - Y = E = \tau \frac{dy}{dt} = 0,05 \cdot 100 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^3 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

• ϕ de la tige du piston :

Le matériau du piston doit résister à l'usure et à l'attaque chimique de l'huile : 20 NCG dont $R_e = 98 \text{ daN/mm}^2$

La tige du piston est soumise à la traction.

La condition de résistance à la traction est :

$$\sigma_{t \max} = \frac{T}{S_{\text{tige}}} \leq R_{pt} \quad \text{ou} \quad S_{\text{tige}} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\text{D'où} \quad d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot T}{\pi R_{pt}}}$$

A.N :

$$\lambda (\text{coefficient de sécurité}); R_{pt} \approx R_p = \frac{R_e}{\lambda} = \frac{98}{4} = 24,5 \text{ daN/mm}^2$$

$$T = 633,4 \text{ daN}$$

$$\text{On trouve : } d \geq 5,7 \text{ mm}$$

$$\text{On adopte : } d = 8 \text{ mm}$$

• ϕ du piston :

$$S(\text{section utile du piston}) = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$\text{D'où : } D = \sqrt{\left(S + \frac{\pi d^2}{4}\right) \cdot \frac{4}{\pi}} \approx 22 \text{ mm.}$$

• Epaisseur du piston :

$$h = (0,5 \div 0,7) D$$

Vu l'encombrement, on adopte $h = 0,5D = 11 \text{ mm}$.

• Epaisseur de la chemise du verin :

Le matériau de la chemise est un acier : 25 CD 4, dont

$$R_e = 78,5 \text{ daN/mm}^2$$

La formule de Lamé donne :

$$e \geq \frac{D}{2} \left[\sqrt{\frac{R_p + p_0}{R_p - p_0}} - 1 \right]$$

$$\text{A.N. : } R_p = \frac{R_e}{\lambda} = \frac{78,5}{4} = 19,625 \text{ N/mm}^2$$

$$p_0 = 200 \text{ bars} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$D = 22 \text{ mm}$$

On trouve : $e \geq 1,2 \text{ mm}$

On adopte : $e = 2 \text{ mm}$

23. Calcul du distributeur :

- Section de passage des orifices: S

$$\text{On a: } q_{\max} = S \cdot \frac{dY}{dt}$$

$$\text{où } S = \text{section utile du piston-vérin} = 317 \text{ mm}^2$$

$$\frac{dY}{dt} = \text{vitesse du piston} = 100 \text{ mm/s}$$

$$\text{D'où } q_{\max} = 3,17 \cdot 10^5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{On a aussi: } q_{\max} = 0,6 \cdot v_m \cdot \sigma_{\max}$$

où 0,6: Coefficient tenant compte de la veine contractée

v_m : vitesse d'écoulement moyenne à travers les lumières du tiroir.

σ_{\max} : ouverture max. d'une lumière.

L'abaque de la page suivante donne pour $\Delta p_D = 100 \text{ bars}$

$$\rho = 845 \text{ kg/m}^3 \text{ et } \xi = 3 : v_m = 35 \text{ m/s}$$

$$\text{D'où: } \sigma_{\max} = \frac{q_{\max}}{0,6 v_m} = 0,56 \text{ mm}^2$$

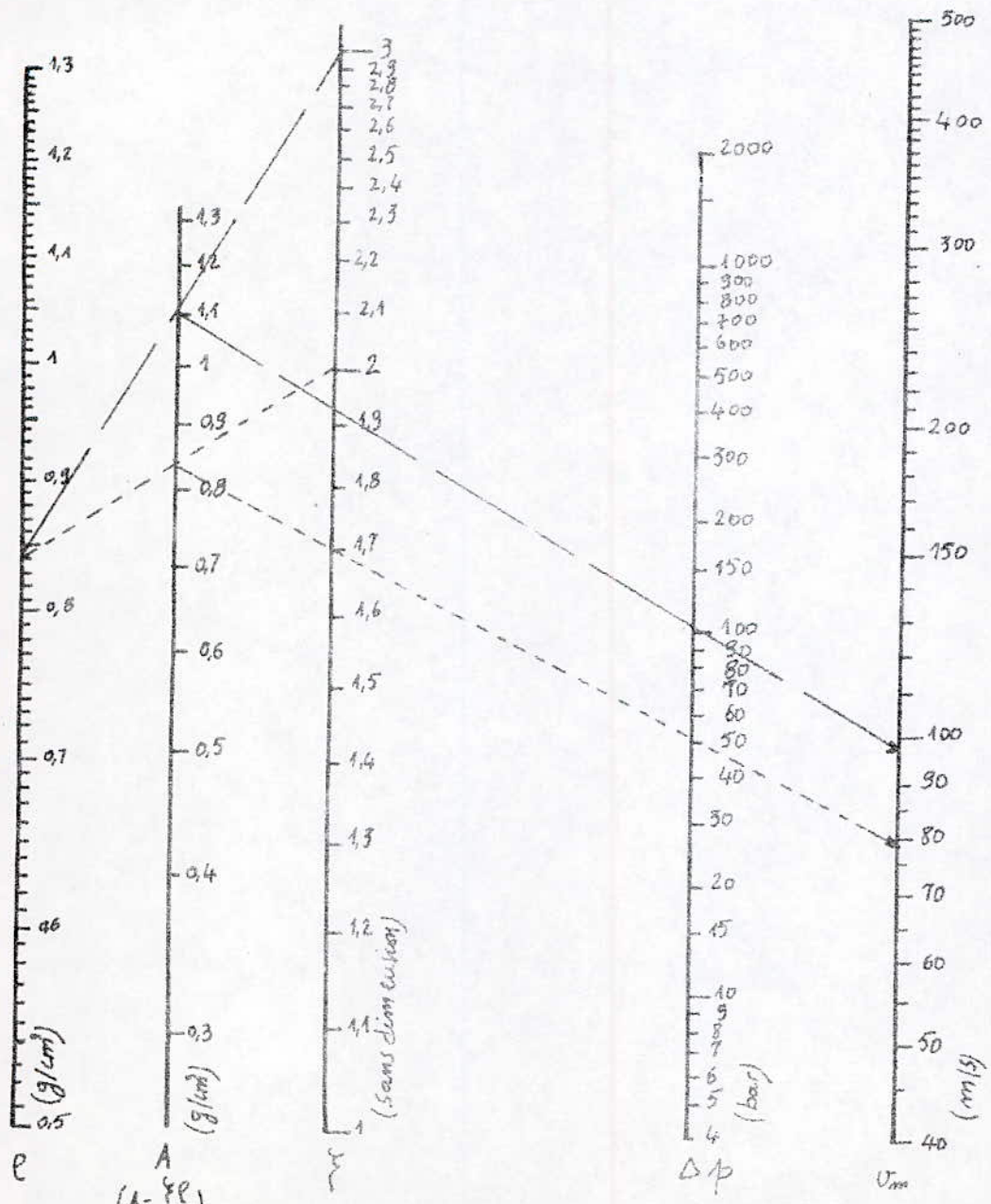
- Prenons un tiroir dans lequel on exécute deux sections rectangulaires de longueur $b = 1 \text{ mm}$ et de largeur e .

- Pour obtenir une ouverture de $0,56 \text{ mm}^2$, il faut un déplacement e tel que: $\sigma = 2be$

$$\text{D'où: } e_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{2b} = \frac{0,56}{2 \cdot 1} = 0,28 \text{ mm}$$

- Pertes de charges localisées en écoulement turbulent :

Relation : $\Delta p = \frac{\rho}{2} \xi \frac{q^2}{S^2}$ mise sous la forme : $\Delta p = A \cdot v_m^2$.



$A = \frac{\xi \rho}{2}$

- Abaque extraite de "L'asservissement

hydraulique et électrohydraulique" de Marcel Guillon -

• Conduites:

Le système de conduites comprend:

- Une Conduite: pompe - Distributeur;
- Deux Conduites: Distributeur - Véhic.

On veut provoquer une perte de charge $\Delta p_c = 50 \text{ bars}$ dans la conduite, par rétrécissement, liant la pompe et le distributeur.

$\Delta p = 50 \text{ bars}$, $\rho = 845 \text{ kg/m}^3$, $\xi = 2$ (du fait des raccords)

L'abaque précédente donne: $v_m = 78 \text{ m/s}$

Donc: $q_{max} = S_c \cdot v_m$ où S_c (section vide d'une conduite) = $\frac{\pi d_c^2}{4}$

$$D'où \quad d_c = \sqrt{\frac{4 \cdot q_{max}}{\pi v_m}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 317 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot 78}} = 0,72 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_c (\phi \text{ de la conduite}) = 0,72 \text{ mm.}$$

• Dimensions du distributeur:

a/- Corps: En alliage d'aluminium (Duralumin) AL-46

(Cu: 4%; Mg: 0,5 à 1%)

- épaisseur: $e = 2 \text{ mm}$

b/- Chemise: en acier 25CD45 dont $R_p = 196,25 \text{ N/mm}^2$.

- ϕ intérieur: $d_{chi} = 8 \text{ mm}$;

- épaisseur: la formule de Lamé permet de calculer e_{ch} .

$$e_{ch} \geq \frac{d_{ch}}{2} \left[\sqrt{\frac{R_p + p_0}{R_p - p_0}} - 1 \right] = \frac{8}{2} \left[\sqrt{\frac{196,25 + 20}{196,25 - 20}} - 1 \right] \approx 0,98 \text{ mm}$$

On adopte $e = 1 \text{ mm}$.

- ϕ extérieur: $d_{che} = d_{chi} + 2e = 8 + 2 \cdot 1 = 10 \text{ mm}$.

c/-Tiroir: en acier 25CD45

- jeu entre chemise et tiroir: $j = \frac{5}{1000} \text{ mm}$.

Nota:

Le choix des matériaux des éléments du distributeur est basé sur les principaux matériaux utilisés pour les vérins et les distributeurs donnés par les servo-mécanismes hydraulique et électrohydrauliques, l'asservissement hydraulique et électrohydrauliques de J.C. Prudot et M. Guillou.

d/ Force exercée par l'huile sur le distributeur (tiroir):

- c'est une force dynamique qui tend à faire revenir le tiroir en position neutre (annulation du débit).

$$F_D = \rho q v_m \cos \theta = 845 \cdot 3,17 \cdot 10^{-5} \cdot 75 \cdot \cos 69^\circ = 0,72 \text{ N}$$

23. Système de manœuvre:

- Nous nous proposons un manœuvre efficace et de précision par un système de vis-écrou réversible.

• Calcul du système vis-écrou:

- Pour obtenir une course totale de 22 mm du piston (valeur correspondante à $\theta_{max} = 16^\circ$), le tiroir du distributeur doit se déplacer d'un écart $E/2 = 5/2 = 2,5$ mm vers la droite et de 2,5 mm vers la gauche.

Ce déplacement est effectué par translation de l'écrou de 2,5 mm, qui est traduit par la rotation de la vis de manœuvre d'un tour complet.

Vu le dessin, on adopte à la vis un ϕ nominal: $d_v = 8$ mm dont le pas normal est $p = 1,25$ et le pas hélicoïdal $p_h = 2,5$ (2 filets triangulaires).

Donc, d'après N.F.E. 03-001:

- ϕ nominal de la vis: $d_v = 8$ mm
- pas normal: $p = 1,25$
- pas hélicoïdal: $p_h = 2,5$
- nombre de filets: $z = 2$
- Tolérance: vis: 4h

Taraudage: 4H.

• Vérification de la réversibilité du système :

- Comme le piston du vérin ne cesse de s'arrêter que si le distributeur se ferme, c'est-à-dire, le tiroir doit revenir à sa position initiale ; le système vis-écrou doit donc être réversible.

- Condition de réversibilité :

$$\alpha < 90^\circ - \varphi$$

α : angle d'hélice ;

φ : angle de frottement.

On a : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{\pi d'}$

p : pas normal = 1,25

d' : ϕ sur flancs = 7,2 mm (d'après N.F.E. 03.001)

D'où $\alpha = 3,16^\circ$.

et on a : $\operatorname{tg} \varphi = f$ (coefficient de frottement vis-écrou) = 0,2

D'où $\varphi = 11,31^\circ$

Donc : $\alpha = 3,16^\circ < 90^\circ - \varphi = 90 - 11,31 = 78,69^\circ$

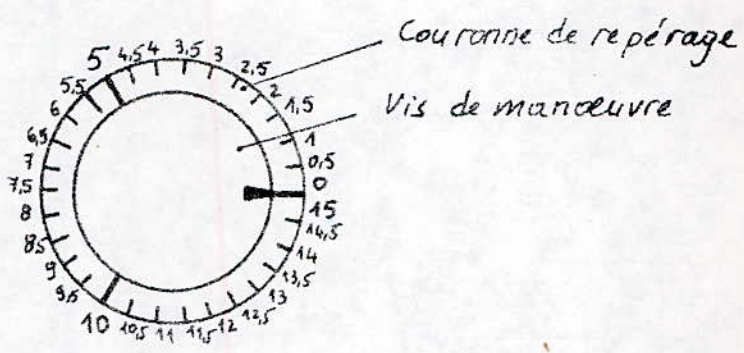
Le système est donc réversible.

• Graduation de la vis de manœuvre et de l'index de repérage:

On a : $Q = 52,315 \cdot \text{tg} \theta$; (l/mn)

θ°	0	0,55	1,1	1,6	2,2	2,7	3,3	3,8	4,4	4,9	5,5	6	6,5	7,1	7,6
Q (l/mn)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7

8,2	8,7	9,2	9,8	10,3	10,8	11,3	11,9	12,4	12,9	13,4	13,9	14,5	15	15,5	16
7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15



RECAPITULATION - MATERIAUX -

Eléments	Matériaux	Caractéristiques	Traitements	Procédés
Arbre	XC 48	$R_e = 66,5 \text{ daN/mm}^2$	TH: 830°C R _y : 550°C	Usinage
Plateau		$R_r = 76 \text{ daN/mm}^2$	R: 845°C	Forgeage
Barillet	FGS 800-2	$R_e = 48 \text{ daN/mm}^2$ $R_r = 25 \text{ daN/mm}^2$		Usinage
corps	FE 25	$R_e = 20 \text{ daN/mm}^2$		Moulage
Flasques		$R_r = 25 \text{ daN/mm}^2$		
Piston	ZONCG	$R_e = 98 \text{ daN/mm}^2$	Cémentés	Matricage
Chemise		$R_r = 140 \text{ daN/mm}^2$		Usinage
Patin				matricage
Piston du Vérin	25CD4	$R_e = 78,5 \text{ daN/mm}^2$	TH: 850°C (Rodé)	Usinage
Chemise du Vérin		$R_r = 93 \text{ daN/mm}^2$		Estampage
Couvercle-Vérin	Cu-Sn 14		(Rodé)	Moulage
Corps du distrib.	ALU-4G			Estampage
Couvercle dudit.				
Tiroir	16NCD	$R_e = 78,5 \text{ daN/mm}^2$	TH: 850°C	Usinage
Chemise du dist.		$R_r = 108 \text{ daN/mm}^2$		Estampage
Glace	XC 55	$R_e = 70,5 \text{ daN/mm}^2$ $R_r = 93 \text{ daN/mm}^2$	TH: 830°C R _y : 550°C	Usiné

R: Recuit - R_y: Revenu - TE: Trempe à l'eau - TH: Trempe à l'huile.

CONCLUSION

L'étude complète d'une pompe à barillet et à débit variable est loin d'être facile, elle est en réalité beaucoup plus complexe surtout au niveau de l'étude énergétique qui nécessite vraiment la maîtrise des théories d'écoulement et du coin thermique.

Malgré tous les problèmes que j'ai rencontrés lors de mon travail et surtout le manque de documentation (chaque constructeur se réserve du secret de sa propre recherche), j'ai essayé à travers le présent travail de toucher aux principaux points et conceptions des éléments de la pompe, qu'on puisse les considérer comme base de départ pour lancer un projet industriel pour la fabrication d'une telle pompe.

Pour terminer, j'espère qu'une telle étude pourra être poursuivie pour d'éventuelles améliorations.

BIBLIOGRAPHIE

1. Mécanismes hydrauliques et électrohydrauliques (Dunod).
- Jacques Faisandier - Ed. Paris 1983.
2. Hydrauliques et électrohydrauliques (Dunod).
- Jacques Faisandier - Ed. Paris 1981.
3. Mécanismes et servo-mécanismes à fluide sous pression
(Dunod) - J.F. Blackburn - Ed. Paris 1966.
4. Les mécanismes hydrauliques et électrohydrauliques.
(Dunod) - Jacques Faisandier - Ed. Paris 1970.
5. L'asservissements hydraulique et électrohydraulique.
(Dunod) - Marcel Guillou - Ed. Paris 1972.
6. Eléments de mécanique pour l'ingénieur. (BT)
- GUY Walter - Ed. Bruxelles 1979.
7. Aide mémoire - Fabrication en construction mécanique
- Calcul en construction mécanique.
(Dunod) - Christain Eloy - Ed. Paris 1950.
8. Projets et construction industriels (Mc. Graw Hill)
- TH. KRIST - Ed. Londre 1985.
9. Eléments de projets t1 et 2. (Dunod)
- L. Geminard - Ed. Paris 1974.

10. Les servo-mécanismes hydrauliques et électrohydraulique (Dunod) - Jean Claude Proust -
Ed. Paris 1978.
11. Résistance des matériaux (Mir)
Ed. Moscou 19
12. Résistance des matériaux (Dunod)
- L. Giet - Ed. Paris 19
13. Guide du dessinateur industriel (E.T.)
- A. Chevalier - Ed. Paris 1984-85.
14. Aide mémoire du dessinateur (La capitelle - Uzès)
- M. Norbert et R. Philippe - Ed. Paris 1978.
15. Eléments de machines (Dunod)
- M. SZWARCMAN - Ed. Paris 1984.
16. Théorie des mécanismes et machines (MIR)
- I. ARTOBOLVSKI - Ed. Moscou.
17. Eléments de machines (MIR)
- F. DOBROVSKI - Ed. Moscou.
18. Construction mécanique. Eléments de technologie
- G. LENORMAN -

