

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

25/86

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Alex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

### SUJET

**Programmation de méthode de  
calcul de l'écoulement autour  
d'une grille d'aubes utilisée dans  
les turbomachines axiales**

Proposé par :

Mr Ibrahim GAD

Dr Ingénieur

Etudié par :

BEN MEDDOUR Ali

Dirigé par :

Mr Ibrahim GAD

Dr Ingénieur

PROMOTION : JUIN 1986



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

### SUJET

**Programmation de méthode de  
calcul de l'écoulement autour  
d'une grille d'aubes utilisée dans  
les turbomachines axiales**

Proposé par :

Mr Ibrahim GAD

Dr Ingénieur

Etudié par :

BEN MEDDOUR Ali

Dirigé par :

Mr Ibrahim GAD

Dr Ingénieur

PROMOTION : JUIN 1986

## DEDICACES

C'est à :

. Mes chers parents

. Mes frères et sœurs, surtout :

Tarek, Farouk et Oualid

. Toute ma famille

Ainsi qu'à tous ceux qui témoignent qu'il n'y a de dieu qu'ALLAH

et que MOHAMED est son envoyé et son prophète. ﷺ

que je dédie ce modeste travail

Ali

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier chaleureusement

MF : GAD, mon promoteur pour l'aide  
qu'il m'a apporté et pour les précieux  
conseils qui m'ont largement aidé à  
l'élaboration de ce modeste travail.

Mes remerciements vont également  
à tous ceux qui ont contribué à ma  
formation, ainsi qu'à tous ceux qui  
ont collaboré, de près ou de loin,  
à la réalisation de ce travail.

Ali

وزارة التعليم العالي

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

فرع: الهندسة الميكانيكية

الموجه: إبراهيم

الطالب المهندس: علي بن مدور

الموضوع: برمجة دراسة الإلتسياب حول رويشات الآلات العنقية المحورية.  
الملخص: إن هدف هذه الدراسة هو إعداد برنامج من شأنه ان يعين الإلتسياب  
المعدية حول جانبيات ديناميكية هوائية تحكيمية ضمن رويشات الآلات  
العنقية المحورية. وقد تم إعداد الهرم البياني للبرنامج لإطلاقا من العلاقات  
الأساسية للديناميك الهوائي، نظرية الإلتسياب الجهدية، نظرية المتغيرات  
المركبة ونظرية التحويلات التوافقية. وقد تم تحقيق البرنامج بمركز الإعلام  
الآلي للمدرسة.

Sujet: Programmation d'une methode de calcul de l'écoulement  
autour d'une grille d'aubes utilisée dans les T.M. axiales.

Résumé: Le but de cette étude est d'établir un programme déter-  
minant l'écoulement potentiel autour des profils aerodynamiques  
arbitraire dans les grilles d'aubes des turbomachines axiales.

L'organigramme a été établi en utilisant les relations  
fondamentales d'aerodynamique, la théorie des écoulements plentiels,  
la théorie des variables complexes, et la théorie des transformations  
conformes.

Subject: How to give a solution of the theoretical flow of an  
ideal fluid past arbitrary airfoils in cascades.

Abstract: The purpose of this study is how to give a solution  
of the theoretical flow of an ideal fluid past arbitrary  
airfoils in cascades. The flow chart was established using basic  
relations of the potentiel theory, complex variables analysis,  
conformal mapping, as well as aerodynamics. The computational work  
was done in the computer centre.

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION

### Chapitre I : GRILLES D'AUBES

1.1	Généralités.....	3
1.2	Definitions relatives aux aubes .....	3
1.2.1	Aubes .....	3
1.2.2	Profil .....	4
1.2.3	Angle d'inci dence .....	5
1.3	Définitions relatives aux grilles d'aubes ..	5
1.3.1	Grille d'aubes .....	5
1.3.2	Différentes formes de grilles .....	5
1.3.3	Triangle des vitesses .....	7

### Chapitre II : RELATIONS FONDAMENTALES D'AERODYNAMIQUE

2.1	Généralités .....	8
2.2	Equation de continuité .....	8
2.3	Equation de la quantité de mouvement.	9
2.4	Notion de circulation .....	12
2.5	Ecoulements irrotationnels .....	13

### Chapitre III : ECOULEMENTS POTENTIELS

3.1	Définition .....	15
3.2	Fonctions caractéristiques des écoulements potentiels .....	15

3.2.1 Fonction potentielle ou potentiel des vitesses . . . . . 15

3.2.2 Fonction de courant . . . . . 15

3.2.3 Fonction potentiel complexe . . . . . 17

3.3 Ecoulements plans simples . . . . . 18

3.3.1 Ecoulement de translation . . . . . 18

3.3.2 Source et puit plan . . . . . 19

3.3.3 Tourbillon (Vortex) . . . . . 20

3.3.4 Dipôle (Doublet) . . . . . 20

3.4 Ecoulement autour d'un cylindre . . . . . 21

3.4.1 Ecoulement sans circulation . . . . . 21

3.4.2 Ecoulement avec circulation . . . . . 23

3.5 Transformations conformes . . . . . 25

3.5.1 Exemples de transformations conformes . . . . . 26

3.5.2 Application aux écoulements des fluides . . . . . 27

3.6 Ecoulement autour d'un profil aérodynamique . . . . . 30

3.7 Condition de Kutta . . . . . 32

3.8 Coefficient de portance . . . . . 32.

Chapitre 4 : ECOULEMENT POTENTIEL  
 AUTOUR D'UNE GRILLE D'AUBES  
 PLANE

4.1 Introduction . . . . . 35



4.2	Theorie de la methode . . . . .	37
4.2.1	Première Transformation . . . . .	38
4.2.2	Deuxième Transformation . . . . .	39
4.2.3	Troisième Transformation . . . . .	43
4.2.4	Quatrième Transformation . . . . .	44
4.2.5	Cinquième Transformation . . . . .	48
4.2.6	Cixième Transformation . . . . .	52
4.2.7	Septième Transformation . . . . .	54
4.2.8	Huitième Transformation . . . . .	57
4.3	Repartition des vitesses . . . . .	65
4.4	Répartition des pression . . . . .	67
Chopitre V	APPLICATION . . . . .	68
	CONCLUSION . . . . .	78
	ANNEXE	

# INTRODUCTION

Dans de nombreuses machines (turbopompes, turbines, etc...), le fluide s'écoule à travers un ensemble d'obstacles régulièrement disposés formant une grille d'aubes à symétrie de révolution.

L'étude de ces machines, leur calcul, et la détermination de leur performances, nécessite à priori l'étude de l'élément principal dont elles sont formées, qui est la grille d'aubes.

Jusqu'à nos jours, la détermination complète de l'écoulement à travers les roues des turbomachines reste un vrai problème scientifique qui n'est pas résolu. Dans ce but plusieurs méthodes ont été élaborées, à titre d'exemple on peut citer:

- La méthode des singularités
- L'analogie rhéoélectrique
- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis

et la méthode des écoulements potentiels qui est la base de l'aérodynamique et en particulier l'hydraulique, la théorie de <sup>cette</sup> méthode et son application à une grille d'aubes utilisée dans les turbomachines axiales fait l'objet de notre étude.

# CH. I GRILLES D'AUBES

## 1.1. Généralités

Le fonctionnement des turbomachines est fondé sur des déviations tangentielles du flux tant par le stator que par le rotor.

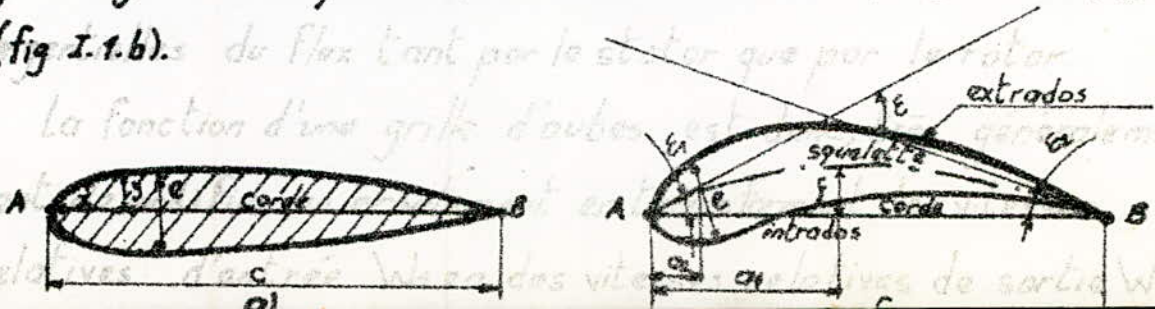
La fonction d'une grille d'aubes est donc, très généralement de modifier un écoulement en transformant les vitesses relatives d'entrée  $W_1$  en des vitesses relatives de sortie  $W_2$  différentes.

## 1.2. Définitions relatives aux aubes

### 1.2.1. Aubes

On appelle aubes des obstacles à profil aérodynamique plongés dans l'écoulement pour en modifier les vitesses et corrélativement faire apparaître des efforts. La plus part de ces profils sont obtenus à partir d'un profil de base symétrique dont la ligne moyenne ou squelette est courbée d'une manière convenable.

(fig. 1.1.b).



### I.2.2 Profil

On appelle profil, la section plane de l'aube par un plan perpendiculaire à sa ligne moyenne (fig I.1).

Sur le profil de base on peut définir les données suivantes qui se retrouveront sur le profil courbé :

A: bord d'attaque

B: bord de fuite

AB: corde de référence.

C: longueur de la corde ou profondeur du profil.

$e$ : épaisseur maximale (valeur maximale de  $2y$ ).

$e/c$ : épaisseur relative exprimée en %, définie par sa position  $a_2/c$  à partir du bord d'attaque.

L'épaisseur  $2y$  en un point est une fonction de l'abscisse  $x$ .

La ligne moyenne AMB (squelette) peut avoir une forme quelconque, elle est habituellement circulaire ou parabolique.

La plus grande ordonnée par rapport à la corde AB est la flèche maximale  $f$ , définie également par sa position  $a_1/c$ .

Le rapport  $f/c$  ou courbure relative caractérise la cambrure du profil.

On définit les angles  $E_1$  et  $E_2$  des tangentes au squelette avec la corde, ainsi que la déviation angulaire du squelette,

égale à leur somme:  $E = E_1 + E_2$  (fig I.1.b).

### I.2.3\_ Angle d'incidence

L'orientation de l'écoulement par rapport au profil est définie par l'angle d'incidence  $i$  que fait la vitesse  $V_\infty$  avec la corde (fig I.1.c).

## I.3 Définitions relatives aux grilles d'aubes

### I.3.1 grille d'aubes

C'est un ensemble fixe ou mobile d'obstacles généralement profilés, déduits les uns des autres par un déplacement géométrique périodique.

### I.3.2 différentes formes de grilles

- Grille plane parallèle : dans lesquelles le déplacement géométrique est une translation  $S$  dite pas de la grille (fig I.2.a).

- Grille cylindrique : où les déplacements sont des rotations égales de pas angulaire  $d\varphi_1 = 2\pi/Z$  ( $Z$  est le nombre d'aubes par tour), et les axes sensiblement parallèles aux génératrices des aubes (fig I.2.b).

- Grille plane radiante : où les déplacements sont des rotations égales, de pas angulaire  $d\varphi_2 = \frac{2\pi}{Z}$  et d'axes sensiblement perpendiculaires aux génératrices des aubes (fig I.2.c).

- Grille torique : qui échappent aux définitions ci-dessus en ce que les aubes sont imbriquées et ne sont pas identiques les unes aux autres (fig I.2.d).

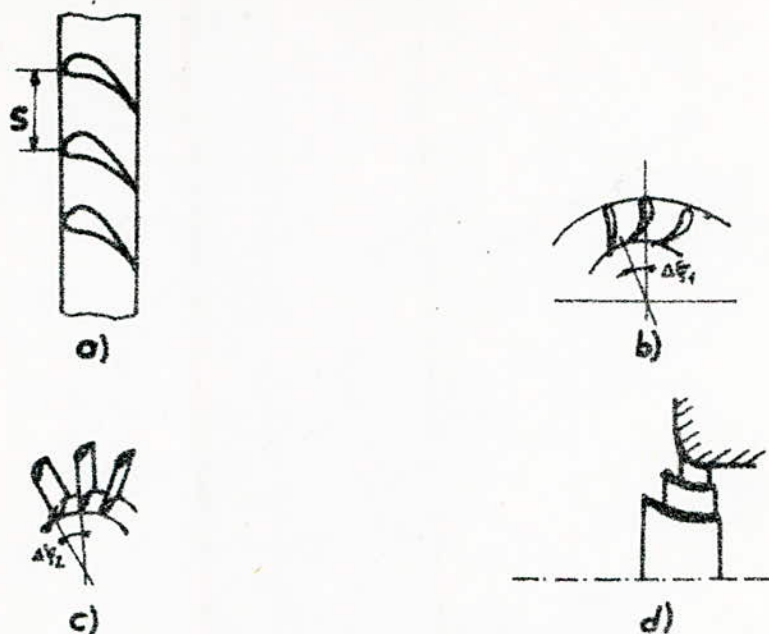


Fig I.2 Divers types de grilles.

On se limitera plus spécialement aux grilles planes parallèles. Les autres formes de grilles peuvent en effet, en première approximation au moins, se ramener à ce cas :

pour des aubes radiales en les considérant comme formées d'une association de tranches d'épaisseur radiale assez faible pour que le profil et le pas tangentiel soient peu variables, et pour les grilles cylindriques à l'aide d'une transformation conforme qui les transforme en grilles planes.

Dans le cas des grilles planes on considère:

$S$ : le pas

$b$ : profondeur

$c$ : la corde

$\gamma$ : angle de calage des aubes.

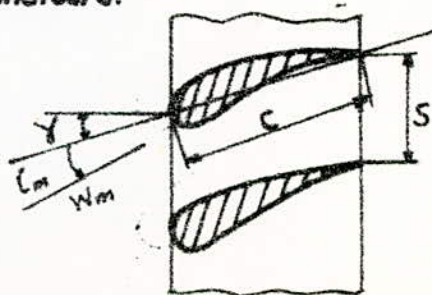


fig. I.3

### I.3.3. Triangle des vitesses

Le tracé des triangles des vitesses d'entrée et de sortie pour une grille d'aubes plane peut prendre la forme suivante (fig I.4):

Où

$W_1$ : vitesse relative d'entrée

$W_2$ : vitesse relative de sortie

$W_a$ : vitesse axiale (constante)

$W_m$ : vitesse relative moyenne

$W_{1u}$ : vitesse tangentielle d'entrée

$W_{2u}$ : vitesse tangentielle de sortie

$W_{mu}$ : vitesse tangentielle moyenne

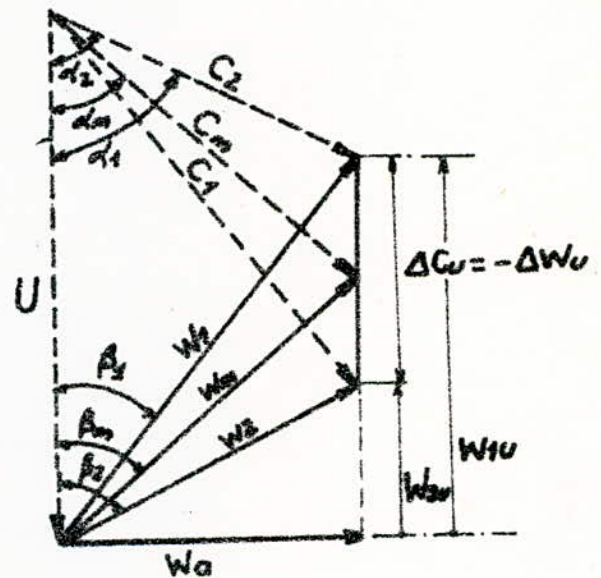


Fig I.4

$$W_{mu} = \frac{W_{1u} + W_{2u}}{2}$$

$\Delta W_u$ : déviation tangentielle

$$\Delta W_u = W_{2u} - W_{1u}$$

$\beta_m$ : angle de la vitesse relative moyenne

$i_m$ : incidence fictive

$$i_m = \beta_m - \gamma$$

## CH. II

## RELATIONS FONDAMENTALES

## D'AÉRODYNAMIQUE

## II.1. Généralités

La détermination d'un écoulement nécessite la connaissance de la vitesse  $V(u, v, w)$ , de la température  $T$ , de la masse volumique (densité)  $\rho$  et de la pression  $P$  en chaque point  $M(x, y, z)$  de celui-ci (fig II.1).

Ces paramètres se déterminent à partir des équations fondamentales de la mécanique des fluides suivantes :-

- Equation de continuité
- Equation de la quantité de mouvement.

- Equation d'état
- Equation d'énergie.

Dans ce chapitre on ne parlera que des deux premières.

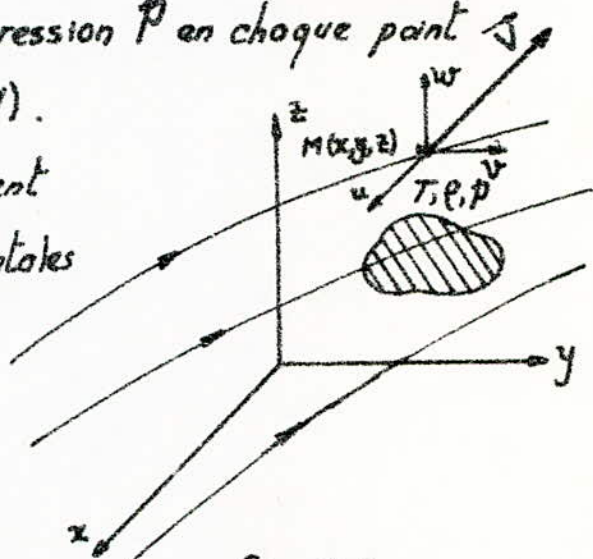


fig II.1

## II.2. Equation de continuité

L'équation de continuité traduit le principe de conservation de la masse.



Dans le cas d'un écoulement conservatif cette équation est régie par la relation suivante:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Pour un écoulement plan ( $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ ) d'un fluide incompressible ( $\rho = \text{cte}$ ) l'équation (II.1) s'écrit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.2})$$

## II.2. Equation de la quantité de mouvement

La loi fondamentale peut s'exprimer sous la forme du théorème des quantités de mouvement énoncé de la façon suivante:

"La dérivée de la quantité de mouvement d'un système matériel est égale à la somme des forces s'exerçant sur ce système."

Dans le cas d'un écoulement irrotationnel d'un fluide non visqueux est non pesant soumis aux forces de pression seulement, l'équation de la quantité de mouvement peut s'exprimer dans la forme suivante:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\text{grad } p \quad (\text{II.3})$$

En coordonnées cartésiennes, cette dernière se traduit

par :

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-4})$$

L'écoulement étant irrotationnel donc :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x}$$

de plus :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial z}$$

on aura donc :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial x} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u^2 + v^2 + w^2) = \frac{1}{2} \frac{\partial V^2}{\partial x} \end{aligned}$$

de même pour les deux autres composantes  $v$  et  $w$ .

Les équations (II-4) s'écrivent donc :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{2} V^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\rho} \right] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{2} V^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\rho} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-5})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{2} V^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\rho} \right] = 0 \quad (\text{II-5})$$

posons :

$$G = \frac{1}{2} V^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\rho} \quad (\text{II-6})$$

Les variations partielles de  $G$  par rapport aux variables  $x, y$  et  $z$  sont nulles, dans le cas d'un écoulement permanent ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ )  $G$  s'écrit :

$$G = \frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} \quad (\text{II-7})$$

or :

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \frac{\partial G}{\partial z} dz = 0$$

d'où :

$$G = \text{cste.}$$

On écrit donc :

$$\frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = \text{cste} \quad (\text{II-8})$$

Cette dernière équation est l'équation de Bernoulli. Pour un fluide incompressible ( $\rho = \text{cste}$ ) on a :

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{cste.} \quad (\text{II-9})$$

### II.3. Notion de circulation

On appelle circulation  $\Gamma$ , d'un vecteur  $\vec{V}(u, v, w)$ , le long d'un contour fermé  $(L)$ , placé dans écoulement fluide, dont l'élément d'arc est  $d\vec{S}$ , l'intégrale du produit scalaire  $\vec{V} \cdot d\vec{S}$ .

$$\Gamma = \oint_L \vec{V} \cdot d\vec{S} = \oint_L V_s \cdot ds \quad (\text{II-10})$$

où  $V_s$  est la composante de la vitesse du fluide selon la tangente au contour (fig II-2).

Remarque: quand la circulation n'est pas nulle sa valeur change de signe quand on parcourt  $(L)$  en sens inverse.

Autour d'une aube dans une grille d'aubes, la circulation a pour valeur:

$$\begin{aligned} \Gamma &= -S \cdot \Delta W_u \\ &= S \cdot (W_{1u} - W_{2u}) \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

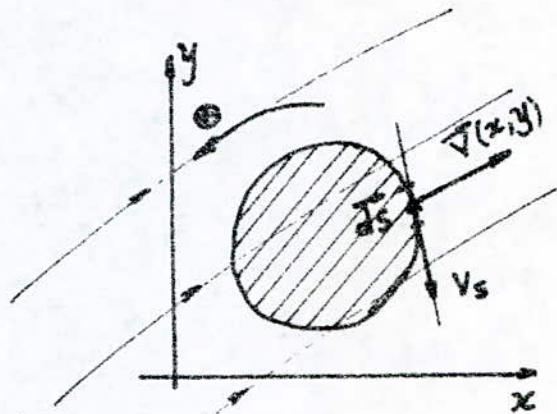


fig II.2

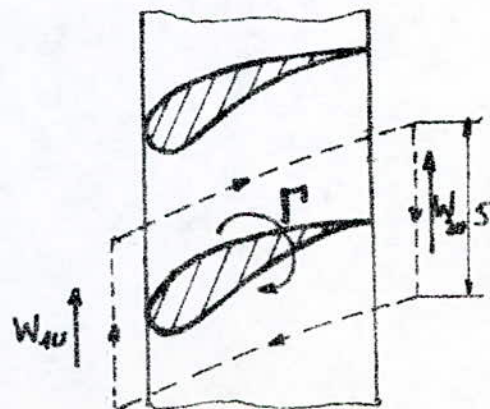


fig. II.3

## II-4 Ecoulements irrotationnels

Dans le cas générale, l'intégrale donnant  $\Gamma$  varie avec la ligne choisie. Pour qu'elle ne dépende que des points initial et final donc ne dépende plus du chemin choisi il suffit que:

$d\Gamma = \nabla \cdot \vec{S} = u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz$   
soit une différentielle totale exacte.

Où ce qui revient en même que:

$$\overline{\text{ROT}} \vec{V} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Les écoulements qui satisfont à cette propriété sont appelés irrotationnels. En tout point leur vecteur tourbillon  $\vec{\Omega}$  est nul :

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \overline{\text{rot}} \vec{V} = 0 \quad (\text{II.13})$$

Où :

$$\vec{\Omega} = \Omega_x \vec{i} + \Omega_y \vec{j} + \Omega_z \vec{k}$$

est la vitesse angulaire.

Pour un écoulement plan,  $\Omega_x$  et  $\Omega_y$  sont nulles, d'où:

$$\vec{\Omega} = -\Omega_z \vec{k} \quad (\text{II.14})$$

de (II.13) ; (II.14) on a:

$$\Omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{II.15})$$

Si donc il en est ainsi, il existe une fonction  $\phi(x, y)$  liée aux composantes des vitesses par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

C'est à dire :

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}} \phi \quad (2.17)$$

## CH. III

## ÉCOULEMENTS POTENTIELS

## III.1. Définition

On appelle écoulement potentiel, tout écoulement plan, irrotationnel d'un fluide incompressible et non visqueux.

## III.2. Fonctions caractéristiques des écoulements potentiels

## III.2.1. Fonction potentielle ou potentiel des vitesses

D'après les propriétés de l'écoulement et en particulier l'irrotationnalité, on peut écrire :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} ; v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{III-1})$$

Où :  $u$  et  $v$  sont les composantes des vitesses suivant les directions  $x$  et  $y$  respectivement.

$\phi$  est appelée la fonction potentielle ou potentiel des vitesses. Chaque valeur  $\phi = \text{cte}$  caractérise une ligne équipotentielle.

## III.2.2. Fonction de courant

De même en tout écoulement potentiel il existe une fonction  $\psi$  dite fonction de courant liée aux composantes des vitesses par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-2})$$

Chaque valeur  $\psi = \text{cste}$  caractérise une ligne de courant.

de (II-2) et (III-1) on a :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{III-3})$$

et d'après (II-15) et (III-2) on a :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{III-4})$$

donc  $\phi$  et  $\psi$  satisfont à l'équation de Laplace ( $\Delta = 0$ ),  
d'où elles sont des fonctions harmoniques.

De plus en comparant les égalités (III-1) et (III-2) on  
trouve que les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  pour un écoulement plan  
sont liées entre elles de la façon suivante :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-5})$$

Ces dernières égalités et les propriétés d'harmonicités  
représentent les conditions de Cauchy-Riemann connues  
dans la théorie de deux variables réelles.

Suivant ces conditions, les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  peuvent



être examinées non pas séparément dans le plan des variables réelles  $x$  et  $y$ , mais comme une combinaison complexe dans le plan de la variable complexe  $Z = x + iy$ .

$$i^2 = -1.$$

### III.2.3. Fonction potentiel complexe

La fonction:  $W(Z) = \phi(x, y) + i \psi(x, y)$  (III-6)

dont la partie réelle représente le potentiel des vitesses et le coefficient de la partie imaginaire la fonction de courant, se nomme fonction caractéristique d'un écoulement potentiel;  $W(Z)$  est appelée parfois potentiel complexe.

$W(Z)$  est une fonction analytique, donc:

$$\lim_{\Delta Z \rightarrow 0} \frac{W(Z + \Delta Z) - W(Z)}{\Delta Z} \text{ est une valeur finie}$$

indépendamment de la façon dont  $\Delta Z$  tend vers zéro.

Cela se traduit par:

$$\frac{dW(Z)}{dz} = \frac{\partial W(Z)}{\partial x} - i \frac{\partial W(Z)}{\partial y}$$

de ce qui précède on conclut que:

$$\frac{dW(Z)}{dz} = u - i v \quad (\text{III-7})$$

Comme  $\phi$  et  $\psi$  satisfont à l'équation de Laplace

pour les déterminer, on peut partir du principe de superposition des écoulements. La fonction caractéristique  $W = \phi + i\psi$ , est une combinaison linéaire des fonctions  $\phi$  et  $\psi$  à chacune d'elles on peut appliquer le principe de superposition, par conséquent, on peut additionner les fonctions caractéristiques ainsi que les vitesses complexes des écoulements potentiels des fluides.

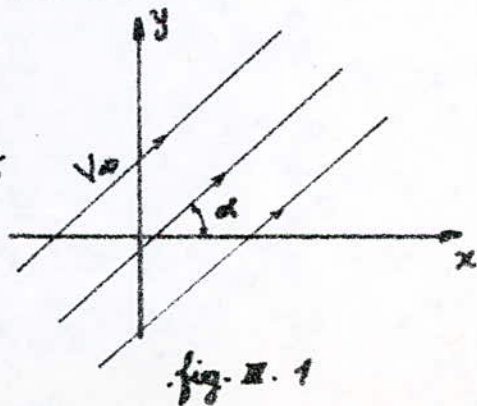
### III.3. Ecoulements plans simples

De la formule (II-6), il suit que toute fonction analytique  $W(z)$  d'une variable complexe peut caractériser un certain écoulement potentiel.

En dessous seront examinées certaines fonctions de la variable complexe, caractérisant les écoulements plans simples, qui sont d'un usage très fréquent lors de l'application de la méthode de superposition.

#### III.3.1. Ecoulement de translation

Dans le cas générale les lignes de courant de ce type d'écoulement sont représentées par la (fig. III-1), où on a un écoulement uniforme de vitesse  $V_{\infty}$  (Cste) et faisant



un angle  $\alpha$  avec l'horizontale ( $\vec{Ox}$ ).

Ce type d'écoulement peut être facilement représenté par la fonction caractéristique suivante:

$$W(z) = V_{\infty} \cdot z \cdot e^{i\alpha}$$

d'où on a:

$$\phi = V_{\infty} (x \cos \alpha + y \sin \alpha)$$

$$\psi = V_{\infty} (y \cos \alpha - x \sin \alpha)$$

### III.3.2. Source et puit plans

Le départ d'un écoulement plan radiale répartie uniformément dans toutes les directions du plan ( $xoy$ ) donne la définition d'une source des écoulements bidimensionnels (fig. III.2).

Ce type d'écoulement peut être caractérisé par la fonction caractéristique suivante:

$$W(z) = \frac{q_v}{2\pi} \cdot \ln(z)$$

où:  $q_v$  est le débit volumique de la source.

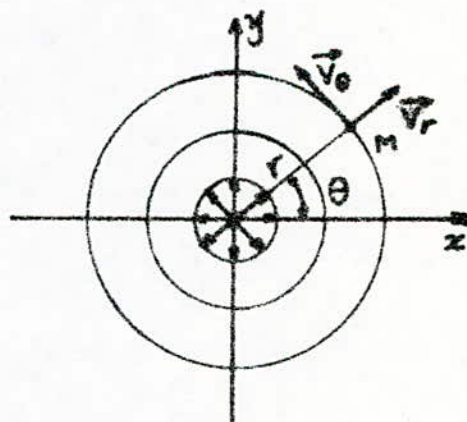


fig. III.2

Nous avons donc:

$$\phi = \frac{q_v}{2\pi} \ln(r) = \frac{q_v}{2\pi} \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$\psi = \frac{q_v}{2\pi} \theta = \frac{q_v}{2\pi} \operatorname{Arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

L'écoulement radial autour d'un puits se caractérise par la fonction:

$$W(z) = -\frac{q_v}{2\pi} \ln(z).$$

### III.3.3. Tourbillon (vortex)

Les lignes de courant autour d'un tourbillon ponctuel à l'origine prennent la forme de la (fig. III.3).

La fonction caractéristique de ce type d'écoulement est de la forme:

$$W(z) = -i \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{Log}(z)$$

d'où on a:

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \operatorname{Log}(r)$$

$\Gamma$ : étant la circulation.

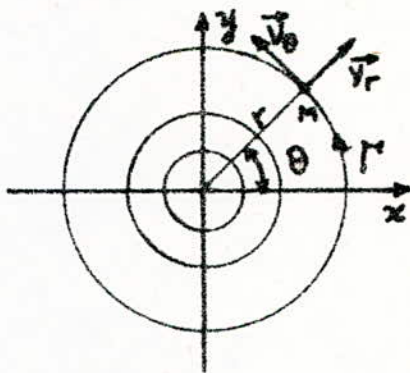


fig. III.3

### III.3.4. Dipôle (doublet)

Les lignes de courant d'un dipôle prennent la forme

de la (fig. III. 4) ci-contre, il est caractérisé par le potentiel complexe suivant :

$$W(z) = \frac{M}{2\pi} \cdot \frac{1}{z}$$

$M$  est le moment du dipôle.

d'où on a :

$$\phi = \frac{M}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}$$

$$\psi = \frac{-M}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}$$

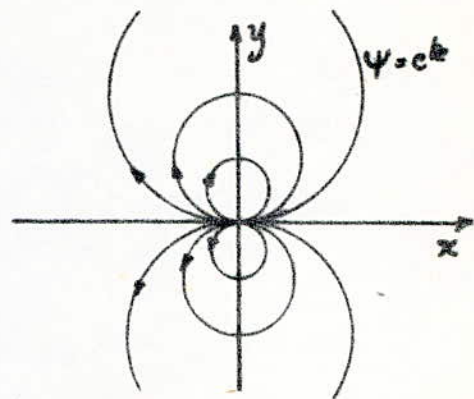


fig. III. 4

## III.4. Écoulement autour d'un cylindre.

### III.4.1. Écoulement sans circulation

L'écoulement sans circulation autour d'un cylindre indéfini de rayon "a" par un courant de translation de vitesse  $V_{\infty}$  peut être représenté par l'écoulement résultant de la superposition d'un écoulement uniforme, parallèle à l'axe des  $x$  ( $V_{\infty} \cdot z$ ), et d'un doublet plan à l'origine ( $\frac{M}{2\pi} \cdot \frac{1}{z}$ ) parallèle à l'axe des  $x$ .

La relation liant le rayon donné "a" du cylindre et le moment inconnue "M" du doublet est :

$$M = 2\pi \cdot a^2 \cdot V_{\infty}$$

Le potentiel complexe résultant a donc pour expression:

$$W(z) = V_{\infty} \left( z + \frac{a^2}{z} \right)$$

Le potentiel des vitesses et la fonction de courant sont respectivement:

$$\phi = V_{\infty} \left( r + \frac{a^2}{r} \right) \cdot \cos \theta$$

$$\psi = V_{\infty} \left( r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta$$

Les lignes de courant prennent donc la forme de la (fig III.5). La ligne de courant particulière définie par  $\psi = 0$  est constituée par l'axe des  $x$  ( $\theta = 0$ ) et par le cercle de rayon " $a$ " ayant son centre à l'origine.

En un point  $z$ , la vitesse complexe est donnée par:

$$V(z) = \frac{dW(z)}{dz} = V_{\infty} \left( 1 - \frac{a^2}{z^2} \right)$$

les projections des vitesses sur le cylindre ( $r = a$ ) auront pour valeurs:

$$V_r = 0$$

$$V_{\theta} = -2 V_{\infty} \sin \theta$$

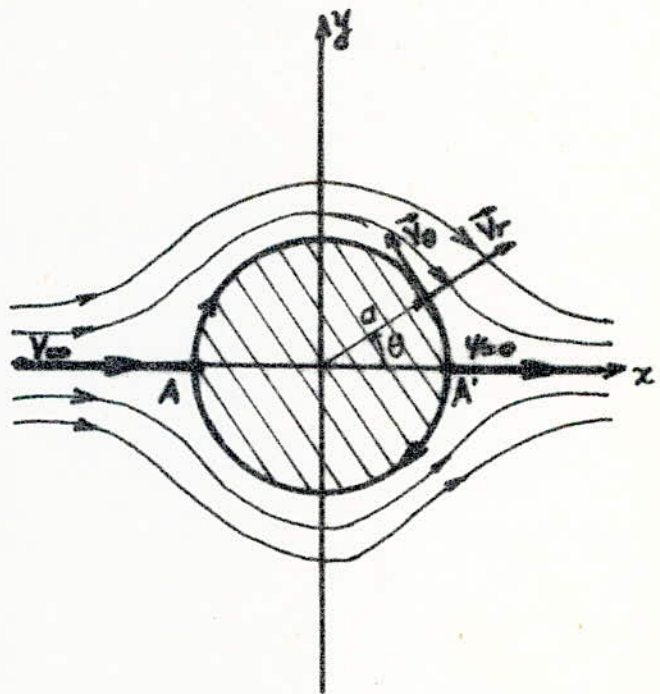


fig III.5

La vitesse résultante pour les points situés sur le cylindre est :

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_\theta^2} = 2 \cdot V_\infty |\sin \theta| \quad (\text{III.8})$$

Pour  $z = \pm a$  ( $\theta = 0$  ou  $\theta = \pi$ ), c'est-à-dire aux points d'intersection A et A' du cercle avec l'axe des x, la vitesse est nulle ; ce sont donc deux points d'arrêt.

Le coefficient de pression pour les points situés sur le cylindre est :

$$\bar{p} = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho \cdot V_\infty^2} = 1 - 4 \cdot \sin^2 \theta \quad (\text{III.9})$$

#### III.4.2 Écoulement avec circulation

Superposons à l'écoulement précédent un vortex de circulation  $\Gamma$ , et ayant même axe que le cylindre.

Le potentiel complexe de l'écoulement résultant est :

$$W(z) = V_\infty \left( z + \frac{a^2}{z} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{z}{a}$$

En posant  $z = r e^{i\theta}$ , le potentiel des vitesses et la fonction de courant seront donc :

$$\phi = V_\infty \left( r + \frac{a^2}{r} \right) \cos \theta + \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

$$\psi = V_\infty \left( r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{r}{a}$$

La ligne de courant particulière  $\psi = 0$  se compose

du cercle de rayon "a" et de la courbe d'équation :

$$\sin \theta = \frac{\Gamma}{2\pi V_{\infty}} \cdot \frac{\ln r/a}{r - a^2/r}$$

Comme :

$$\frac{\ln r/a}{1 - a^2/r^2} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ quand } r \rightarrow a$$

Ces deux courbes se coupent aux points définies par :

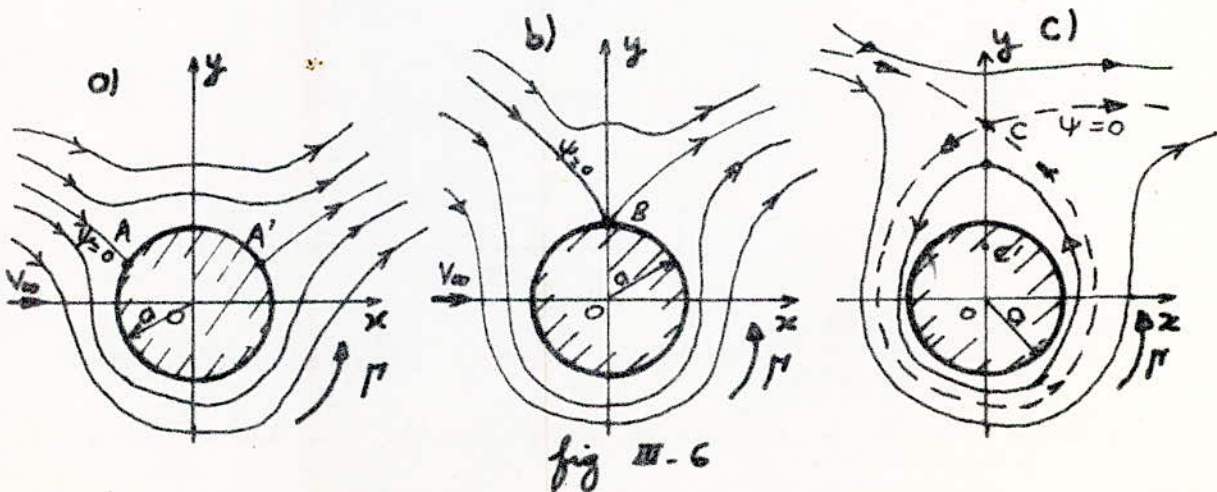
$$\left. \begin{aligned} r &= a \\ \sin \theta &= \frac{\Gamma}{4\pi \cdot V_{\infty} \cdot a} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.10})$$

Ces points ne sont réels que si  $\frac{\Gamma}{4\pi V_{\infty} a} \leq 1$  :

Ce sont alors les deux points d'arrêt A et A' (fig III.6.a) où la vitesse s'annule.

Si  $\frac{\Gamma}{4\pi V_{\infty} a} = 1$ , les deux points d'arrêt se confondent en B, (fig III.6.b).

Si  $\frac{\Gamma}{4\pi V_{\infty} a} > 1$ , il n'y a pas de point d'arrêt. Cependant on trouve deux points de vitesse nulle, les points C et C', conjugués par rapport au cercle (fig III.6.c).





La vitesse complexe, est :

$$V(z) = \frac{dw(z)}{dz} = V_{\infty} \left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) - i \frac{\Gamma}{2\pi z}$$

Sur le cercle la vitesse, est tangentielle et a pour expression :

$$V = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}\right)_{r=a} = \frac{\Gamma}{2\pi a} - 2V_{\infty} \sin \theta \quad (\text{III-11})$$

D'après ce qui précède, on remarque que la circulation a pour effet le déplacement des points d'arrêts.

### III-5. Transformations conformes

L'une des méthodes qui permet considérablement d'obtenir, en principe l'écoulement autour de n'importe quel obstacle, est celle des transformations conformes.

Soient  $z$ , et  $\xi$  deux variables complexes, liées entre elles par la relation  $\xi = f(z)$  appelée fonction de transformation, qui réalise la transformation de l'extérieur du contour quelconque  $L_z$  dans le plan  $z$  sur l'extérieur d'un contour  $L_{\xi}$  dans le plan  $\xi$ , et le contour  $L_z$  lui-même se transforme en  $L_{\xi}$  (fig III-7).

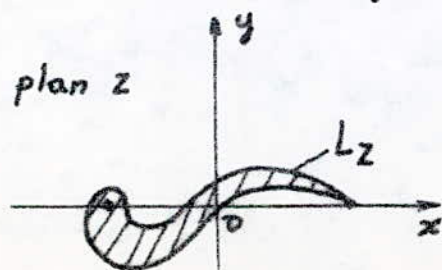
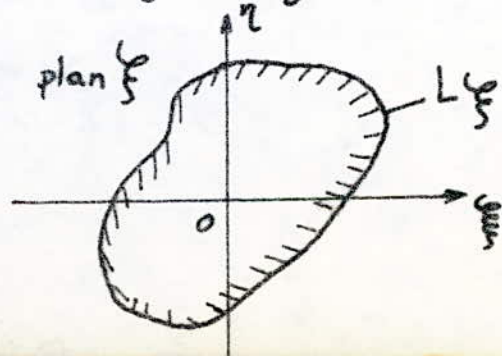


fig III-7



Une telle transformation est dite conforme si elle conserve les angles en grandeurs, et en sens.

**Théorème :** Si  $\zeta = f(z)$  est une fonction analytique dans un domaine  $D$  du plan  $z$  telle que  $\frac{d\zeta}{dz}(z) \neq 0$  en tout point de  $D$ . Alors la transformation réalisée par cette fonction est une transformation conforme.

Les points pour lesquels la transformation n'est pas conforme sont appelés points singuliers.

### III.5.1. Exemples de transformations conformes

a). Transformation de Joukowski

La transformation ordinaire de Joukowski est définie par :

$$\zeta(z) = z + \frac{c^2}{z} \quad (\text{III.42})$$

sa dérivée est donc :

$$\frac{d\zeta}{dz}(z) = 1 - \frac{c^2}{z^2}$$

Elle est donc analytique pour tous les points  $z \neq 0$ , et si  $z \neq \pm c$ , on a  $\frac{d\zeta}{dz}(z) \neq 0$ , c'est-à-dire que la transformation de Joukowski est une transformation conforme du plan  $z$  privé des points  $z = \pm c$ .

$c$  : étant la constante de Joukowski.

b) Transformation tangente hyperbolique (Th)

Elle est définie par :

$$\zeta(z) = \operatorname{th} z = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \quad (\text{II-13})$$

sa dérivée est donc :

$$\frac{d\zeta(z)}{dz} = 1 - \frac{\operatorname{sh}^2 z}{\operatorname{ch}^2 z} = 1 - \operatorname{th}^2 z = 1 - \zeta^2(z)$$

Elle est donc analytique pour tous les points du plan  $z$ , et elle est conforme pour tous les points du plan  $z$  privé des points pour lesquels  $\zeta(z) = \pm 1$ .

De plus cette fonction est périodique, de période purement imaginaire ( $T = i\pi$ ), car on a  $\zeta(z + i\pi) = \zeta(z)$ , donc l'ensemble des points situés sur la même parallèle à l'axe des  $y$  dans le plan  $z$ , et distants l'un de l'autre d'un pas  $i\pi$  se transforment par cette fonction en un seul point dans le plan  $\zeta$ .

### II.5.2. Application aux écoulements des fluides

Soit dans le plan  $\zeta$ , un écoulement autour du contour  $L_\zeta$ , défini par le potentiel complexe :

$$W(\zeta) = \phi(\zeta, \eta) + i\psi(\zeta, \eta) \quad (\text{II-14})$$

Supposons connue la fonction de transformation  $\zeta = f(z)$ , en la substituant dans (II-14) on aura :

$$W(f(z)) = \phi(x, y) + i\psi(x, y) \quad (\text{III-15})$$

Cette fonction définit dans le plan  $z$ , le potentiel

complexe d'un nouvel écoulement, dit écoulement transformé de l'écoulement primitif.

L'équation (III.15) permet d'écrire que, en deux points correspondants de la transformation conforme considérée, on a l'égalité :

$$W(\xi) = W(f(z)) = W(z)$$

Ainsi dans la transformation conforme d'un écoulement fluide, le potentiel complexe a les mêmes valeurs aux points correspondants, il en est évidemment de même du potentiel des vitesses et de la fonction de courant.

Par suite, dans une transformation conforme, les lignes équipotentielles et, les lignes de courant des deux écoulements sont des lignes correspondantes, les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  ayant la même valeur sur deux lignes correspondantes.

La transformation conforme conserve les circulations et les flux; En particulier, si l'écoulement défini par  $W(\xi)$  présente, en un point  $\xi_0$  du plan  $\xi$ , une source (ou un vortex), l'écoulement transformé présente au point  $z_0$  correspondant de  $\xi_0$ , une source (ou un vortex) de même intensité.

La relation (III.15) conduit à :

$$\frac{dw(\xi)}{d\xi} = \frac{dw(z)}{dz} \cdot \frac{dz}{d\xi} = \frac{dw(z)/dz}{d\xi/dz} \quad (\text{III-16})$$

Or:  $\frac{dw(\xi)}{d\xi}$  n'est autre que la vitesse complexe dans l'écoulement transformé:

$$\frac{dw(\xi)}{d\xi} = u' - i v'$$

Tandis que  $\frac{dw(z)}{dz}$  représente la vitesse complexe:

$$\frac{dw(z)}{dz} = u - i v$$

dans l'écoulement primitif.

Ainsi:

$$\frac{dw(z)}{dz} = \frac{dw(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dz} \quad (\text{III-17})$$

donc:

$$u - i v = (u' - i v') \cdot \frac{d\xi}{dz} \quad (\text{III-18})$$

pour les vitesses resultantes resultantes, on a:

$$V_z = V_\xi \cdot \left| \frac{d\xi}{dz} \right| \quad (\text{III-19})$$

Cette dernière relation permet la détermination de la vitesse d'écoulement en tout point du plan z, et en particulier sur le contour, en connaissant seulement la vitesse au point correspondant du plan  $\xi$ , ainsi que la fonction de transformation.

$\left| \frac{d\xi}{dz} \right|$ : est appelé coefficient de vitesse.

### III-6. Ecoulement autour d'un profil aerodynamique

Pour l'écoulement autour des profils utilisés pratiquement comme des ailes d'avions ou comme des aubages des turbomachines axiales (fig III.8), le problème est très compliqué, et nécessite des outils de calcul puissants, tel que les ordinateurs, car pour arriver à réaliser la transformation de l'extérieur du profil sur l'extérieur d'un contour simple, soit le cercle dans notre cas, on doit passer par plusieurs transformations intermédiaires (pratiquement 6 à 8 transformations). (fig III.9).

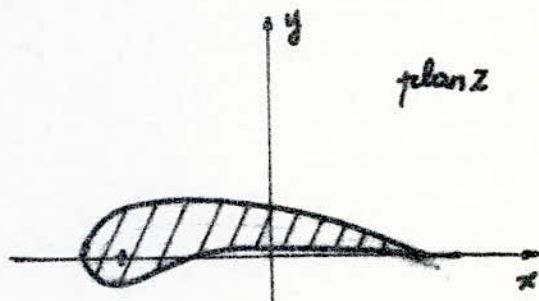


fig. III. 8

Un tel travail fait l'objet de l'étude qu'on vient de réaliser.

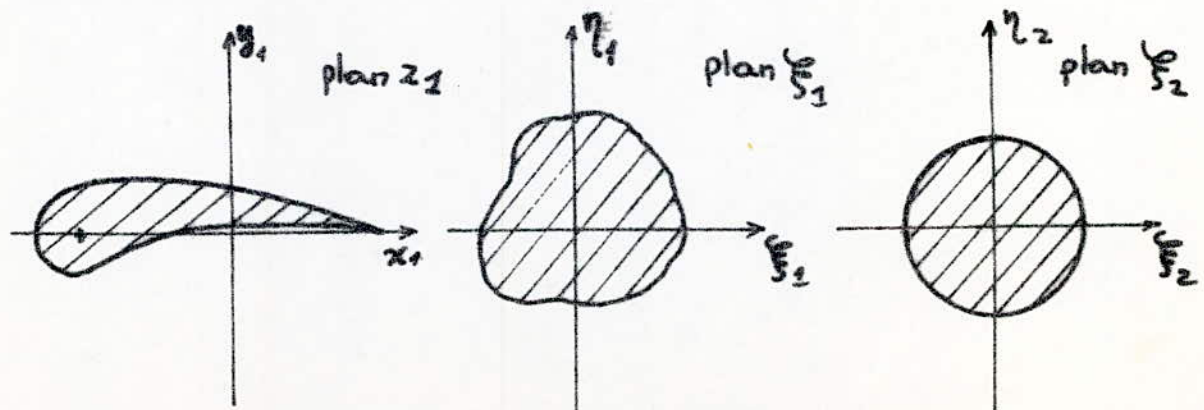
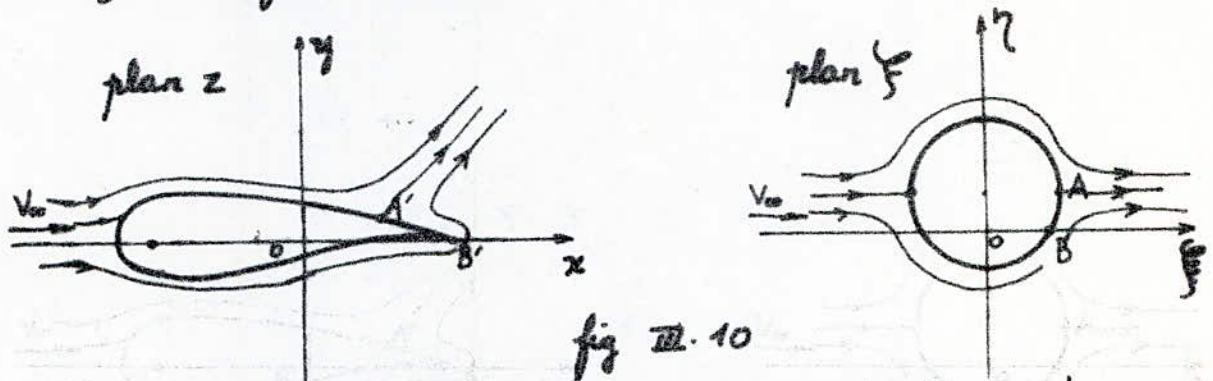


fig. III. 9

### III.7. Condition de Kutta

Théoriquement l'écoulement potentiel qui s'établit autour d'un profil aérodynamique à pointe est celui de la figure (III.10), où les lignes de courant contournent l'angle de fuite saillant.



Au point A sur le cercle correspondant on trouve que:

$$V_A = 0 \text{ et } \left| \frac{dF}{dz} \right| \neq \infty$$

En B, point correspondant au bord de fuite B' on a:

$V_B \neq 0$  et  $\left| \frac{dF}{dz} \right| = \infty$  (car le bord de fuite est un point singulier de la transformation).

Or: 
$$V_z = V_F \cdot \left| \frac{dF}{dz} \right|$$

ce qui donne sur le profil :

$$V_{A'} = 0 \text{ et } V_{B'} \neq \infty$$

cela est impossible de point de vue physique.

Pratiquement, en mesurant la vitesse sur le profil on trouve que  $V_{B'} = 0$ , l'écoulement qui s'établit autour du profil à pointe est donc celui de la figure

si de dessous. (fig III.11).

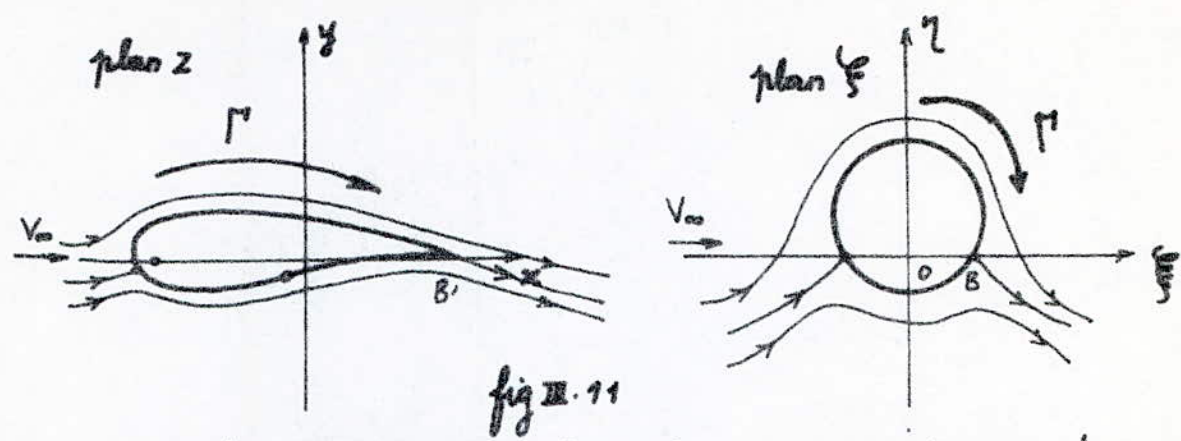


fig III.11

Ainsi dans l'écoulement autour du profil aérodynamique à pointe il s'établit une circulation  $\Gamma$  correspondant à un point d'arrêt placé au bord de fuite.

Tel fut la condition de Kutta.

### III.8 Coefficient de portance

Un corps solide en mouvement relatif dans le fluide qui l'entour, est soumis à des forces de contact.

La résultante  $\vec{F}$  de ces forces se compose d'une composante verticale  $\vec{F}_z$ , dite portance et d'une composante dirigée en sens inverse de l'écoulement  $\vec{F}_x$  dite traînée. Ces deux composantes sont caractérisées par deux coefficients sans dimensions, coefficient de portance  $C_z$  et coefficient de traînée  $C_x$ .

Dans le cas des grilles d'aubes, pour caractériser la charge aérodynamique de l'aube, on peut considérer



un coefficient de portance  $C_z$  rapportant l'effort résultant  $F$  qu'elle subit à sa surface  $A$  projetée sur un plan parallèle à la corde d'une part, et une pression dynamique d'autre part.

On prend ici comme vitesse de référence la moyenne vectorielle  $W_m$  de  $W_1$  et  $W_2$ . Cette vitesse joue, en effet, le même rôle que la vitesse à l'infini amont et aval  $V_{\infty}$  pour une aile isolée.

Cet coefficient est donné par:

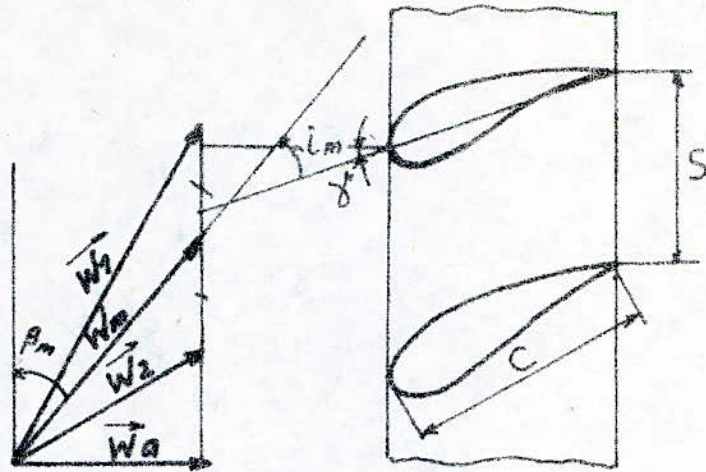
$$C_z = \frac{2 \cdot S}{C} \cdot \frac{\Delta W_{u2}}{W_m} \quad (\text{III.20})$$

Cet coefficient est proportionnel à la déviation tangentielle relative  $\frac{\Delta W_{u2}}{W_m}$  de la grille, et au pas relatif  $S/C$  des aubes: Il est d'autant plus grand que les aubes sont plus écartées et que leur déviation est plus grande.

La valeur de  $C_z$  obtenue pour une grille donnée dépend naturellement de l'incidence  $i_m$  avec laquelle le fluide attaque la grille, comme c'est le cas pour une aile isolée (pas infini).

Pour une grille d'aubes donnée, c'est-à-dire pour des aubes de profil donné, pour un calage  $\gamma$  donné de ces aubes et pour un pas relatif donné, on peut tracer

la courbe  $C_z = f(l_m)$  (fig III-12), cette courbe caractérise complètement le fonctionnement de la grille.



Profil  $N \equiv \dots$

$\dots < \frac{S}{C} < \dots$

$\dots < \gamma^* < \dots$

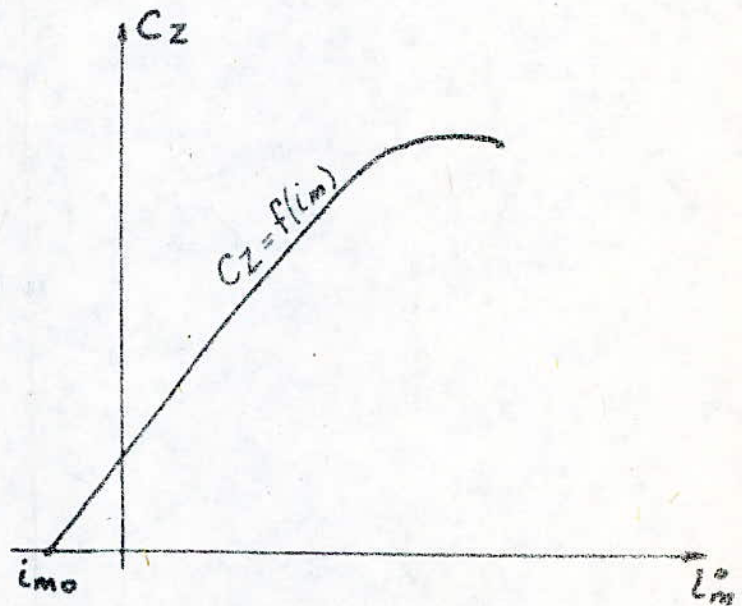


fig. III-12

Dans le domaine d'utilisation pratique cette courbe est voisine d'une droite.

## CH IV

# ÉCOULEMENT POTENTIEL AUTOUR D'UNE GRILLE D'AUBES PLANE

## 1. Introduction

Une grille d'aubes peut servir de schéma pour l'étude de l'écoulement à travers certaines turbomachines. On sait qu'on peut considérer deux types extrêmes de turbomachines, les turbomachines radiales, pour lesquelles on raisonne comme si les trajectoires relatives des particules fluide étaient chacune dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, et les turbomachines axiales, pour lesquelles on raisonne comme si ces trajectoires étaient chacune sur un cylindre circulaire coaxial à la roue.

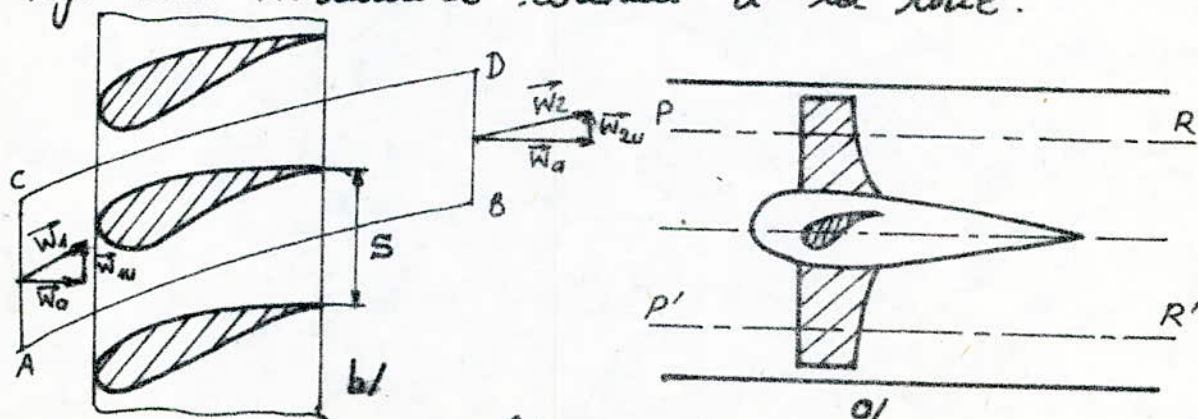


fig. II. 1

Dans le cas des turbomachines axiales, considérons

(fig II.1.a) un cylindre  $PRP'R'$  coaxial à la roue.  
 En développant ce cylindre sur un plan on obtient  
 une répartition analogue à celle de la figure  
 II.1.b. qui représente une grille d'aubes plane.

Pratiquement la distance moyenne d'une aube à  
 l'axe de rotation est assez grande par rapport  
 à la longueur de l'aube, pour que l'on puisse  
 assimiler le rotor à la figure II.1.b, en développant  
 sur un plan le cylindre de rayon moyen.

Donc on peut schématiser l'étude de ces machines,  
 en considérant que l'écoulement s'effectue à travers  
 une grille d'aubes plane, et en admettant que la  
 vitesse a la valeur uniforme  $w_1$  à l'infini en amont  
 et la valeur uniforme  $w_2$  à l'infini à l'aval.

Comment déterminer l'écoulement autour d'un  
 profil arbitraire installé dans une telle grille?  
 tel fut l'objet de ce chapitre, en utilisant la  
 méthode des transformations conformes, appliquées  
 à une tranche de l'écoulement dans le but  
 de le transformer en un écoulement simple  
 autour d'un cercle, qui est facile à étudier.

## III.2 Théorie de la methode

Dans une théorie simplifiée due à Euler, on suppose que la grille possède un nombre infini d'aubes arbitraires. Une grille est déterminée par sa géométrie : forme des profils, pas relatif ( $S/c$ ), angle de calage ( $\alpha$ ) et la corde  $c$ .

### III.2.1. Première transformation

Soit  $Z$  le plan complexe où s'effectue l'écoulement autour de la grille, dans ce plan les aubes sont placées le long de l'axe des  $y$ , (fig III.2) qu'on prend parallèle au front de la grille, l'origine des axes est choisie sur l'un des profils de telle façon qu'il se situe au milieu de la corde et

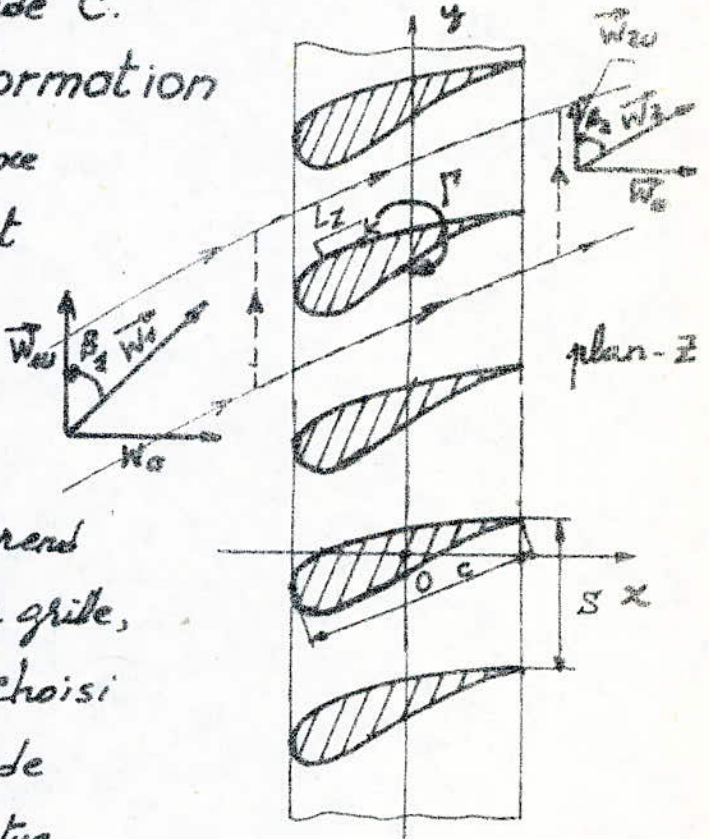


fig III.2

de l'épaisseur de l'aube à la fois (fig III.2).

L'origine de  $w_1$  est une source de débit ( $w_0 \cdot S$ ) superposée d'un vortex ponctuel de circulation ( $S \cdot w_w$ ) à l'infini en amont, auxquels d'après

la théorie des écoulements potentiels correspond un puit de débit ( $W_a \cdot S'$ ) superposé d'un vortex ponctuel de circulation ( $S' \cdot W_{vu}$ ) à l'infini à l'aval. D'après la condition de Kutta, l'écoulement qui s'établit autour d'un profil quelconque dans la grille est défini par  $W_1$  en amont et  $W_2$  à l'aval avec une circulation vérifiant la condition de Kutta; Cette circulation est donnée par:  $\Gamma = S'(W_{vu} - W_{av})$

La première transformation est régie par la fonction:

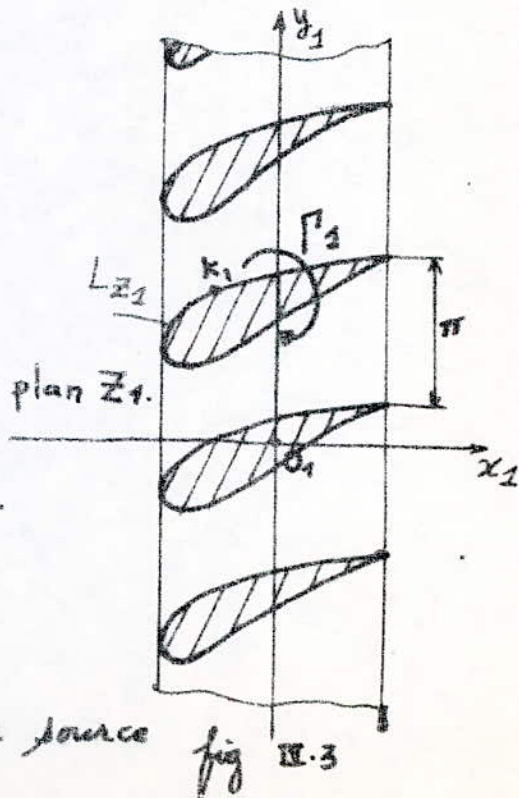
$$Z_1 = Z \cdot \frac{\pi}{S'} \quad (\text{IV.1})$$

donc pour chaque  $K$  sur le profil  $L_Z$ , correspond un point  $K_1$  sur le profil  $L_{Z_1}$  tel que:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x \cdot \frac{\pi}{S'} \\ y_1 &= y \cdot \frac{\pi}{S'} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.1}')$$

ainsi on obtient le plan  $Z_1$  (fig IV.3). Par cette transformation on a une amplification de l'écoulement.

le pas de la grille devient  $S_1 = \pi$ , d'où le débit de la source



et du puit sera donc :  $W_0 \cdot \pi$ , et les circulations des vortex correspondants seront respectivement :  $W_{1U} \cdot \pi$  et  $W_{2U} \cdot \pi$ , d'où on aura :

$$\Gamma_1 = \pi (W_{1U} - W_{2U})$$

• Coefficient de vitesse

Pour chaque point du profil  $LZ_1$ , on a :

$$dZ_1/dz = \pi/s$$

le coefficient de vitesse est donc :

$$\left| \frac{dZ_1}{dz} \right| = \pi/s \quad (\text{IV.2})$$

## IV.2.2 Deuxième transformation

Le plan transformé  $\mathcal{G}_1$  (fig IV.4) est obtenu à partir du plan primitif  $Z_1$  par la fonction de transformation suivante :

$$\mathcal{G}_1 = \text{th } Z_1 = \frac{e^{Z_1} - e^{-Z_1}}{e^{Z_1} + e^{-Z_1}} \quad (\text{IV.3})$$

or :  $Z_1 = x_1 + iy_1$

et  $\mathcal{G}_1 = \xi_1 + i\eta_1$

En développant l'expression (IV.3) et en séparant les parties imaginaire et réelle, on trouve que pour chaque point de  $LZ_1$  correspond un autre sur  $L\mathcal{G}_1$  tel que :

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{e^{4z_1} - 1}{1 + e^{4z_1} + 2e^{2z_1} \cdot \cos(2y_1)} \\ \eta_1 &= \frac{2e^{2z_1} \cdot \sin(2y_1)}{1 + e^{4z_1} + 2e^{2z_1} \cdot \cos(2y_1)} \end{aligned} \right\} \text{(II-3')}$$

D'après la propriété de périodicité de cette fonction, l'ensemble des profils constituant la grille dans le plan  $Z_1$  se transforment en un seul profil ayant la forme (S) dans le plan  $\xi_1$  (fig II-4).

Par cette transformation l'écoulement devient la superposition de la source ( $w_0 \cdot \pi$ ) munie du vortex ( $\pi \cdot W_0 w$ ) avec le puits ( $w_0 \cdot \pi$ ) muni du vortex ( $\pi \cdot W_0 w$ ) et situés tous les deux sur l'axe des  $\xi_1$  et plus exactement aux points  $(-1, 0)$  pour la source et  $(1, 0)$  pour le puits, ainsi qu'avec la même circulation  $\Gamma_1$  autour du profil en (S).

. Coefficient de vitesse :

de (II-3) on a :

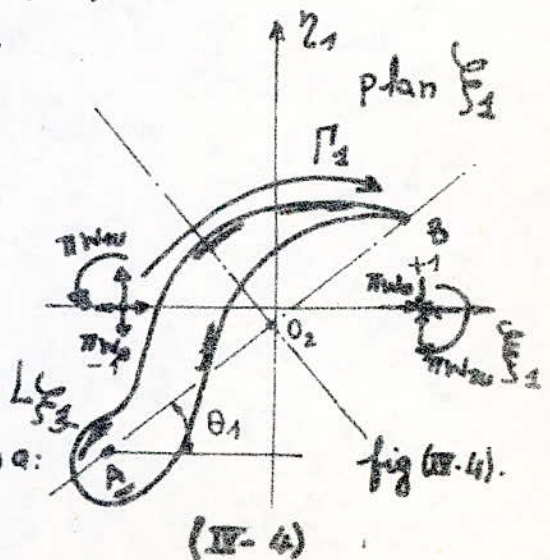
$$\frac{d\xi_1}{dz_1} = 1 - \tanh^2 z_1 = 1 - \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2}$$

d'où

$$\frac{d\xi_1}{dz_1} = 1 - (\frac{\xi_1}{\xi_1} + i\eta_1)^2$$

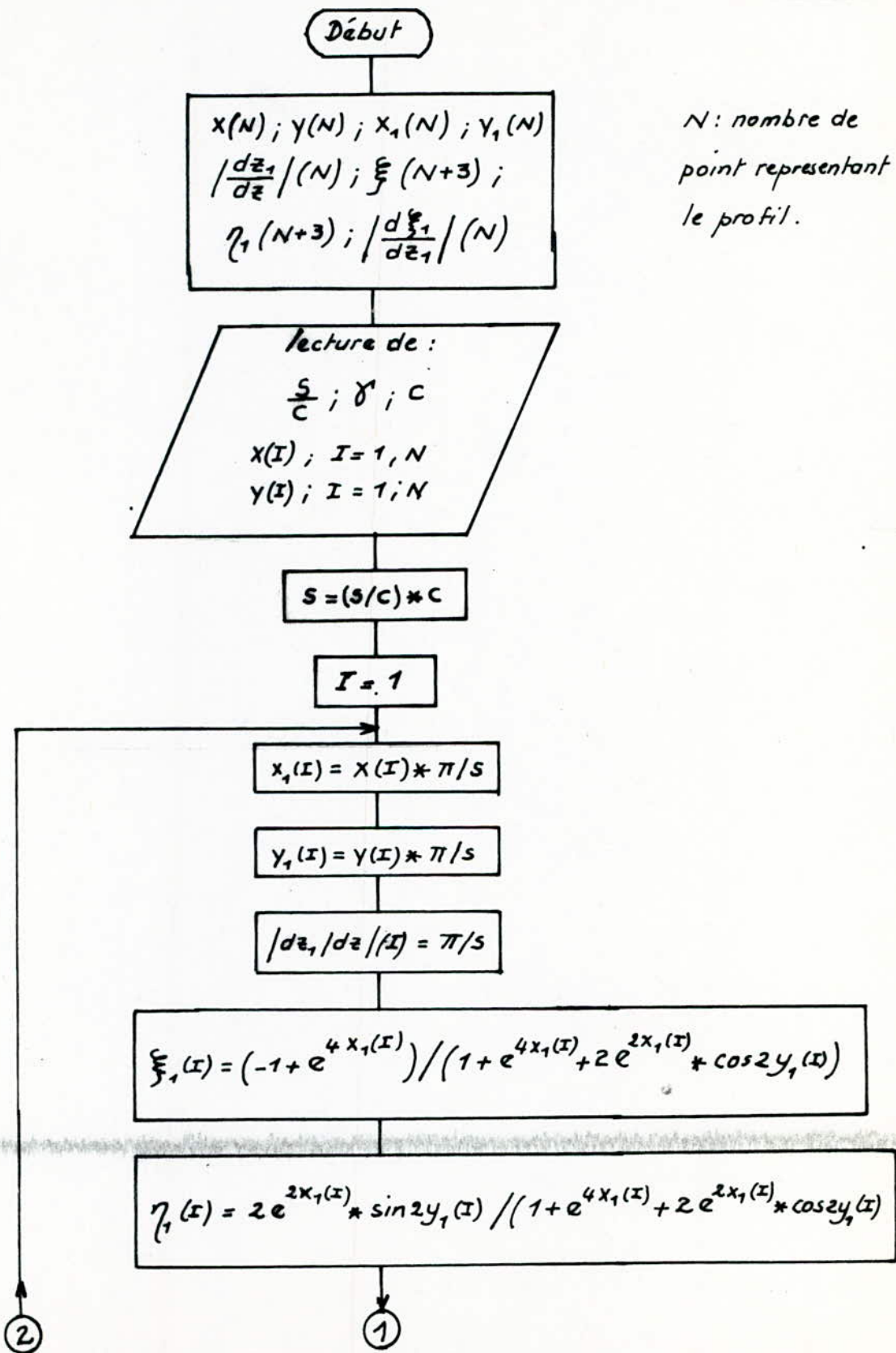
Pour chaque point de  $L_{\xi_1}$  on a :

$$\left| \frac{d\xi_1}{dz_1} \right| = \sqrt{(1 - \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2} - \eta_1^2)^2 + 4 \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2} \eta_1^2}$$

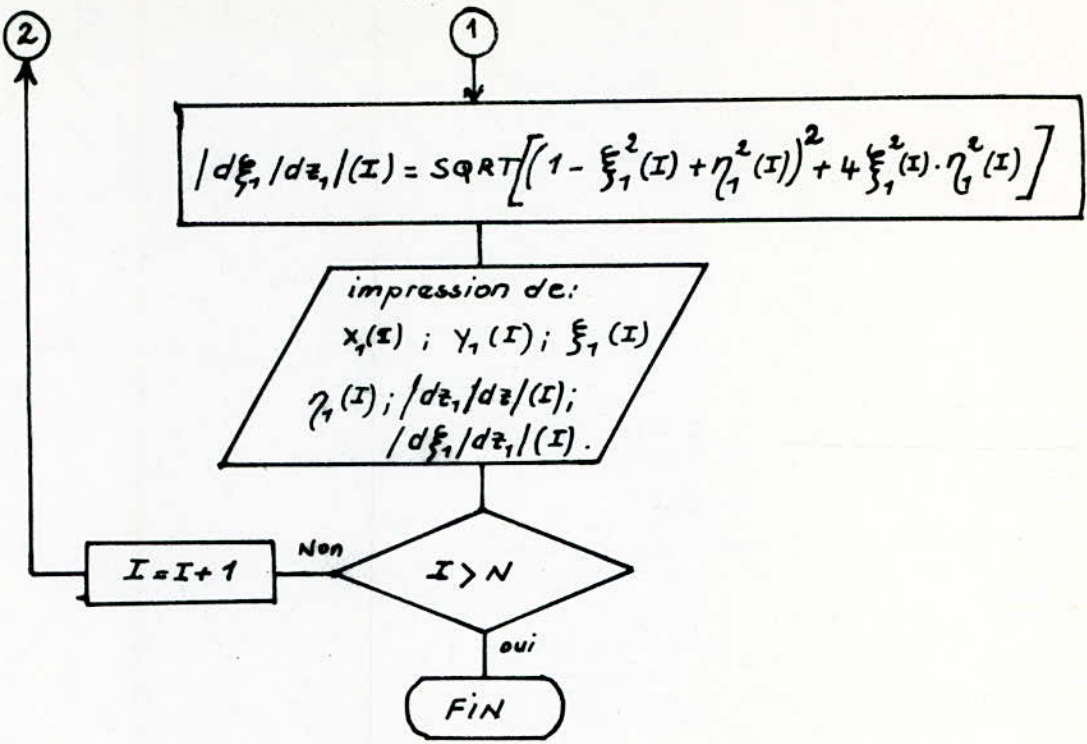




# Organigramme de la 1<sup>ère</sup> et la 2<sup>ème</sup> Transformation.



*N*: nombre de point representant le profil.



### II-2.3. Troisième Transformation

Elle est régie par la fonction de transformation suivante :

$$Z_2 = (\xi_1 - \xi_{102}) \cdot e^{-i\theta_1} \quad (\text{IV-5})$$

d'où on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= (\xi_1 - \xi_{102}) \cos(-\theta_1) - (\eta_1 - \eta_{102}) \sin(-\theta_1) \\ y_2 &= (\eta_1 - \eta_{102}) \cos(-\theta_1) + (\xi_1 - \xi_{102}) \sin(-\theta_1) \end{aligned} \right\} (\text{IV-5})$$

où :  $(\xi_{102}, \eta_{102})$  sont les coordonnées du centre de rotation  $O_2$  tel que :

$$\left. \begin{aligned} \xi_{102} &= \frac{\xi_{1A} + \xi_{1B}}{2} \\ \eta_{102} &= \frac{\eta_{1A} + \eta_{1B}}{2} \end{aligned} \right\} (\text{IV-6})$$

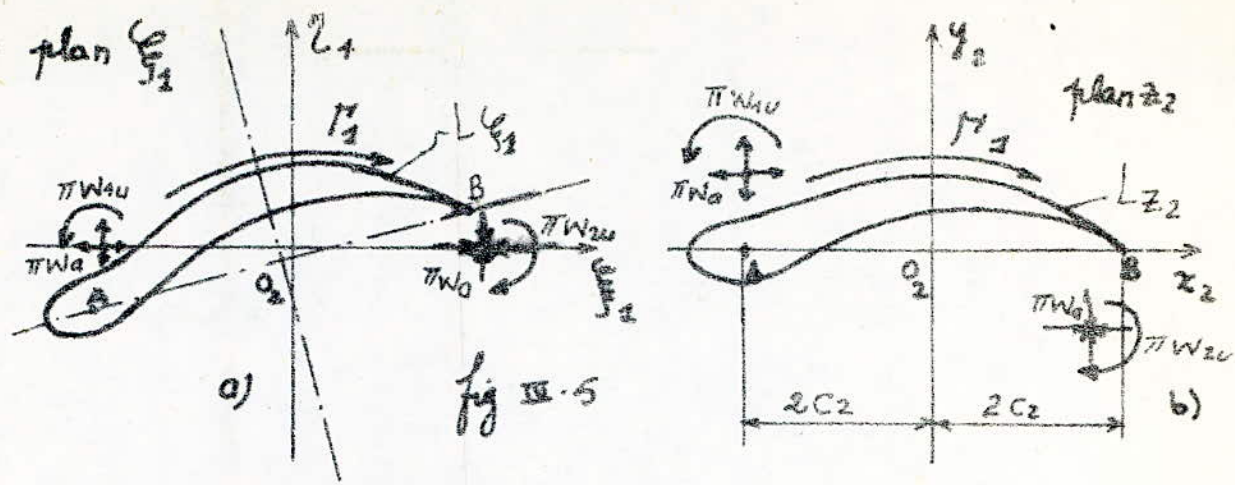
où :  $A(\xi_{1A}, \eta_{1A})$  : est le centre de courbure du bord d'attaque de  $L_{\xi_1}$ , il est déterminé graphiquement à partir du profil en (S) (fig II-5).

$B(\xi_{1B}, \eta_{1B})$  est le bord de fuite.

L'angle de rotation  $\theta_1$  est tel que :

$$\theta_1 = \text{Arctg} \frac{\eta_{1B} - \eta_{1A}}{\xi_{1B} - \xi_{1A}} \quad (\text{IV-7})$$

L'extérieur du profil  $L_{\xi_2}$  est transformé sur sur l'extérieur de  $L_{z_2}$  dans le plan  $Z_2$  (fig II-5).



.Coefficient de vitesse

De (IV-5), on a :

$$\frac{dz_2}{dz_1} = e^{-i\theta_1} = \cos(\theta_1) - i \sin(\theta_1)$$

le coefficient de vitesse est donc :

$$\left| \frac{dz_2}{dz_1} \right| = 1 = \sqrt{\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1} \quad (IV-6)$$

### IV-2.4. Quatrieme transformation

Le plan  $Z_2$  est tel que :  $A(-2c_2, 0)$ , et  $B(2c_2, 0)$  donc on peut appliquer la transformation ordinaire de Joukowski :

$$Z_2 = \zeta_2 + \frac{C_2^2}{\zeta_2} \quad (IV-9)$$

$C_2$  : est la constante de Joukowski :

$$C_2 = \frac{1}{4} \sqrt{(x_{2B} - x_{2A})^2 + (y_{2B} - y_{2A})^2} = \frac{1}{2} x_{2B} \quad (IV-10)$$

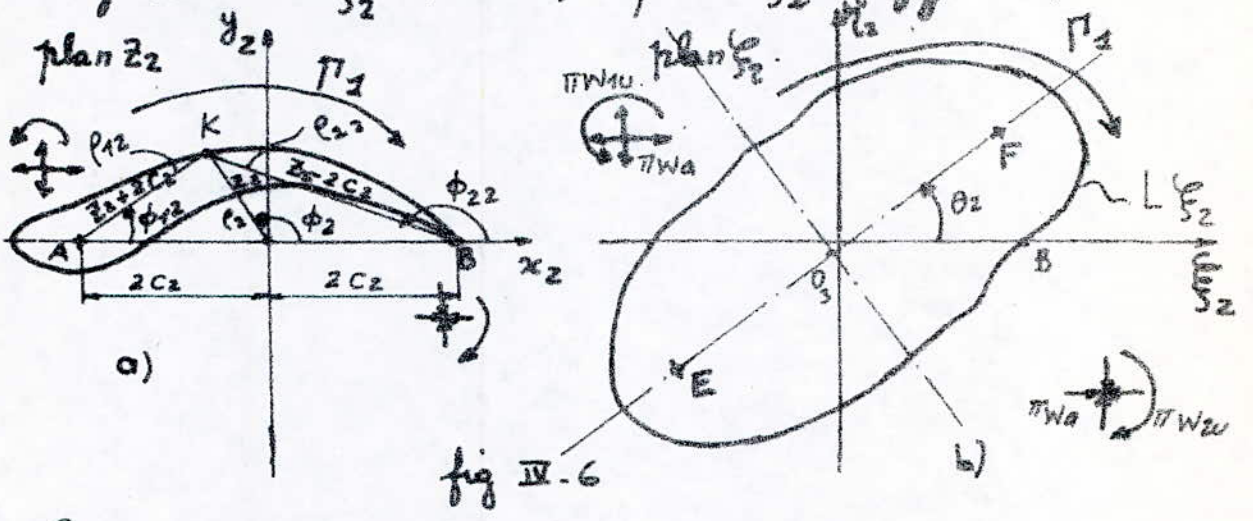
L'expression (IV-9) peut s'écrire :

$$\frac{z_2 - 2c_2}{z_2 + 2c_2} = \left( \frac{\zeta_2 - c_2}{\zeta_2 + c_2} \right)^2 \tag{IV.11}$$

En résolvant cette équation par rapport à  $\zeta_2$  on aura:

$$\frac{\zeta_2}{c_2} = \frac{(z_2 + 2c_2)^{1/2} + (z_2 - 2c_2)^{1/2}}{(z_2 + 2c_2)^{1/2} - (z_2 - 2c_2)^{1/2}} \tag{IV.12}$$

par cette transformation, l'extérieur du profil  $L_{z_2}$  sera transformé sur l'extérieur d'une ellipse irrégulière  $L_{\zeta_2}$  dans le plan  $\zeta_2$  (fig IV.6)



Potons:

$$\left. \begin{aligned} z_2 &= r_2 e^{i\phi_2} \\ z_2 + 2c_2 &= r_{12} e^{i\phi_{12}} \\ z_2 - 2c_2 &= r_{22} e^{i\phi_{22}} \end{aligned} \right\} \tag{IV.12.a}$$

La détermination géométrique de  $r_2, \phi_2, r_{12}, \phi_{12}, r_{22}$  et  $\phi_{22}$  (fig IV.6. a) donne:

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \\ \phi_2 &= \text{Arctg} (y_2/x_2) \end{aligned} \right\} \tag{IV.12.b}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_{12} &= \sqrt{(x_2 + 2c_2)^2 + y_2^2} \\ \phi_{12} &= \text{Arctg} \left( \frac{y_2}{(x_2 + 2c_2)} \right) \\ \rho_{22} &= \sqrt{(x_2 - 2c_2)^2 + y_2^2} \\ \phi_{22} &= \text{Arctg} \left( \frac{y_2}{(x_2 - 2c_2)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-12-b})$$

En substituant les expressions (III-12-a) dans (IV-12) on aura: pour chaque point du contour  $L_{Z_2}$  un point correspondant sur  $L_{\zeta_2}$  tel que:-

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta_2}{c_2} &= \frac{1 - \rho_{22}/\rho_{12}}{1 + \rho_{22}/\rho_{12} - 2 \cdot (\rho_{22}/\rho_{12})^{1/2} \cos \left( \frac{\phi_{22} - \phi_{12}}{2} \right)} \\ \frac{\eta_2}{c_2} &= \frac{2 \cdot (\rho_{22}/\rho_{12}) \cdot \sin \left( \frac{\phi_{22} - \phi_{12}}{2} \right)}{1 + \rho_{22}/\rho_{12} - 2 \cdot (\rho_{22}/\rho_{12})^{1/2} \cos \left( \frac{\phi_{22} - \phi_{12}}{2} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-13})$$

L'une des propriétés de la transformation de Joukowski, est la conservation de l'écalement.

Coefficient de vitesse

On a: d'une part:

$$Z_2 = x_2 + iy_2$$

$$\zeta_2 = \xi_2 + i\eta_2$$

et d'autre part posons:

$$\zeta_2 = c_2 e^{\sigma_2 + i\tau_2} = c_2 \cdot e^{\sigma_2} (\cos \tau_2 + i \sin \tau_2) \quad (\text{IV-14})$$

de (IV-9) et (IV-14) on aura:

$$Z_2 = C_2 e^{\sigma_2 + i\tau_2} + C_2 e^{-\sigma_2 - i\tau_2}$$

d'où:  $Z_2 = C_2 (e^{\sigma_2} + e^{-\sigma_2}) \cos \tau_2 + i C_2 (e^{\sigma_2} - e^{-\sigma_2}) \sin \tau_2$  (IV.15)

En développant cette expression et en séparant la partie imaginaires, et réelles on aura:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= 2 C_2 \cdot \text{ch } \sigma_2 \cdot \cos \tau_2 \\ y_2 &= 2 \cdot C_2 \cdot \text{sh } \sigma_2 \cdot \sin \tau_2 \end{aligned} \right\} \text{(IV.15.a)}$$

d'où on a:

$$\left. \begin{aligned} \text{ch } \sigma_2 &= \frac{x_2}{2 \cdot C_2 \cdot \cos \tau_2} \\ \text{sh } \sigma_2 &= \frac{y_2}{2 \cdot C_2 \cdot \sin \tau_2} \end{aligned} \right\} \text{(IV.15.b)}$$

or on sait que  $\text{ch}^2 \sigma_2 - \text{sh}^2 \sigma_2 = 1$ , on peut écrire

donc:  $\left( \frac{x_2}{2 \cdot C_2 \cdot \cos \tau_2} \right)^2 - \left( \frac{y_2}{2 \cdot C_2 \cdot \sin \tau_2} \right)^2 = 1$  (IV.15.c)

en posant:  $P_2 = 1 - \left( \frac{x_2}{2 \cdot C_2} \right)^2 - \left( \frac{y_2}{2 \cdot C_2} \right)^2$

et en utilisant (IV.15.c) on aura:

$$2 \cdot \sin^2 \tau_2 = P_2 + \sqrt{P_2^2 + \left( \frac{y_2}{C_2} \right)^2}$$
 (IV.15.d)

de (IV.14) on peut écrire:

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 &= C_2 \cdot e^{\sigma_2} \cdot \cos \tau_2 \\ \eta_2 &= C_2 \cdot e^{\sigma_2} \cdot \sin \tau_2 \end{aligned} \right\} \text{(IV.15.e)}$$

d'où:

$$e^{\sigma_2} = \frac{1}{C_2} \cdot \sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}$$
 (IV.16)

de (IV. 9) on a :

$$\frac{dz_2}{d\zeta_2} = 1 - \frac{c_2^2}{\zeta_2^2} = \frac{\zeta_2^2 - c_2^2}{\zeta_2^2}$$

le coefficient de vitesse est donc :

$$\left| \frac{d\zeta_2}{dz_2} \right| = \left| \frac{\zeta_2^2}{\zeta_2^2 - c_2^2} \right| \quad (IV-17)$$

en utilisant les expressions precedentes on trouve que :

$$\left| \frac{d\zeta_2}{dz_2} \right| = \frac{e^{\delta_2}}{2\sqrt{\text{sh}^2 \delta_2 + \sin^2 \tau_2}} \quad (IV-17')$$

### IV.2.5. Cinquieme transformation

Elle realise la transformation de l'exterieur du contour  $L_{\zeta_2}$  sur l'exterieur du contour  $L_{z_3}$  (fig IV.7).

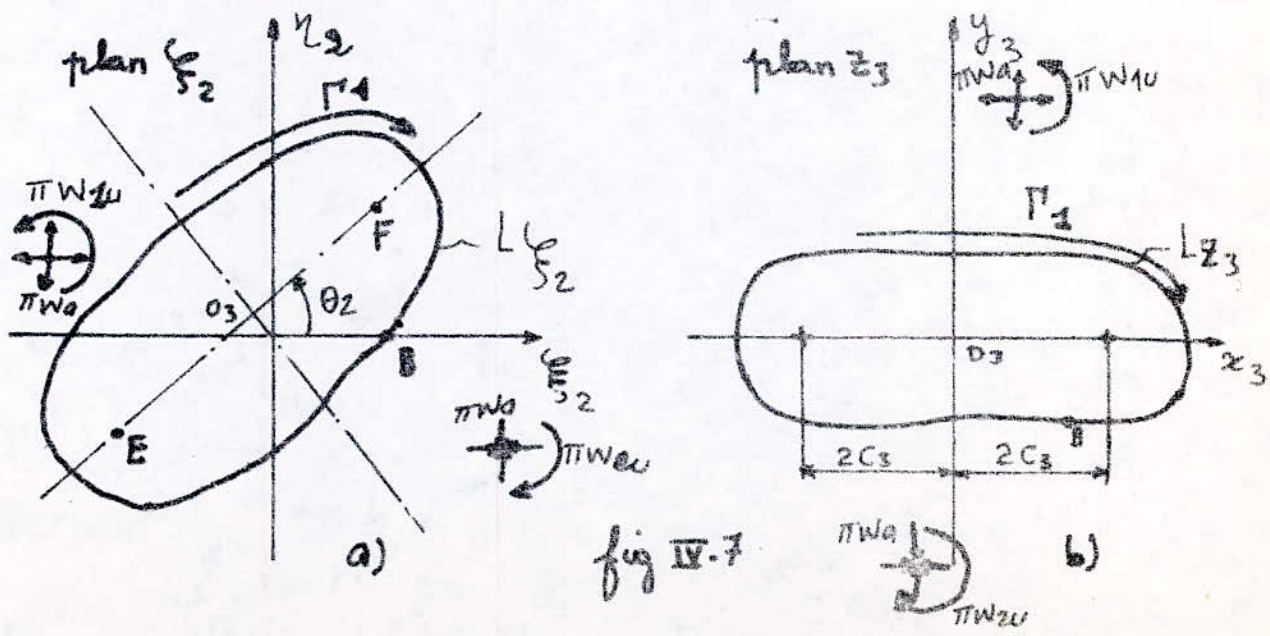
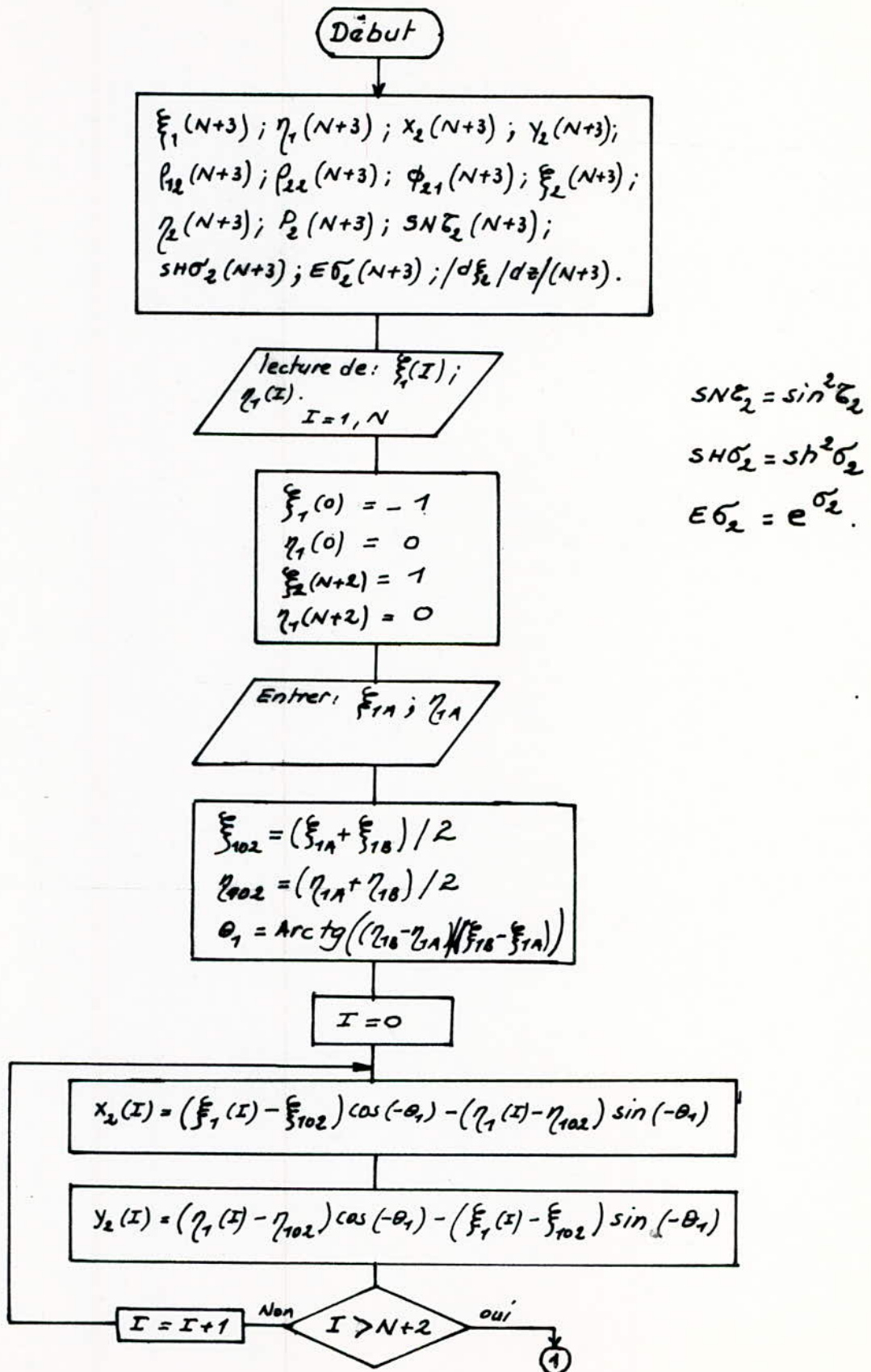
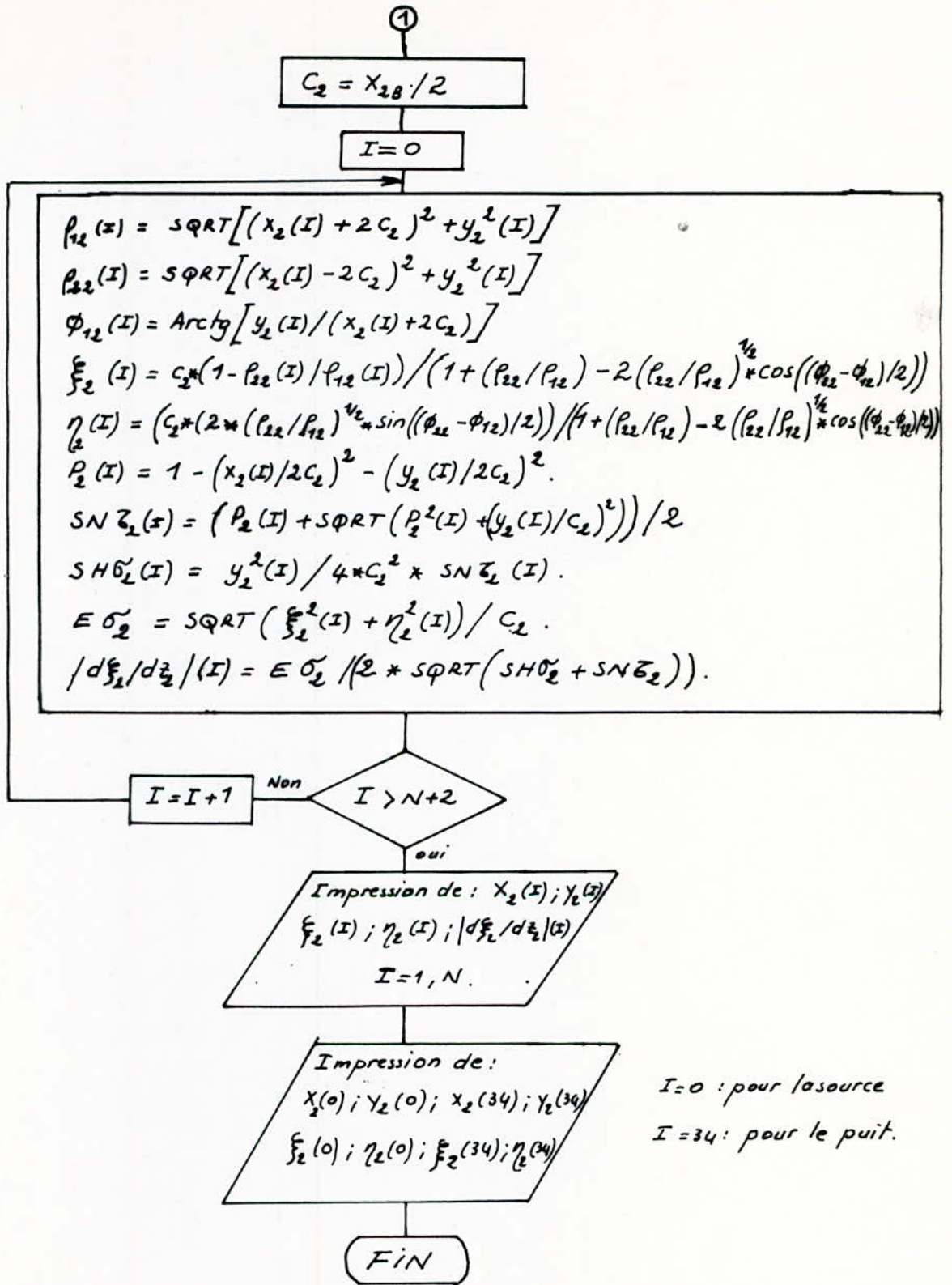


fig IV.7



Organigramme de la 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> Transformation.



Remarque :  $X_{2B} = X_2(I_B)$

$I_B$  : le point correspondant au bord de fuite.

La fonction qui réalise cette transformation est:

$$z_3 = \left( \xi_2 - \xi_{203} \right) e^{-i\theta_2} \quad (\text{IV-18})$$

donc pour chaque point de  $L_{\xi_2}$ , correspond un point de  $L_{z_3}$  tel que:

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= \left( \xi_2 - \xi_{203} \right) \cos(-\theta_2) - \left( \eta_2 - \eta_{203} \right) \sin(-\theta_2) \\ y_3 &= \left( \eta_2 - \eta_{203} \right) \cos(-\theta_2) + \left( \xi_2 - \xi_{203} \right) \sin(-\theta_2) \end{aligned} \right\} (\text{IV-18}')$$

Le point  $O_3(\xi_{203}, \eta_{203})$  (centre de rotation) est déterminé en approximisant le contour  $L_{\xi_2}$  à une ellipse régulière dont on déterminera, graphiquement, les foyers  $E(\xi_{2E}, \eta_{2E})$  et  $F(\xi_{2F}, \eta_{2F})$  qui sont représentés sur la figure (IV-7.9) d'où

$$\left. \begin{aligned} \xi_{203} &= \frac{\xi_{2E} + \xi_{2F}}{2} \\ \eta_{203} &= \frac{\eta_{2E} + \eta_{2F}}{2} \end{aligned} \right\} (\text{IV-19})$$

L'angle de rotation  $\theta_2$  est tel que:

$$\theta_2 = \text{Arctg} \left( \frac{\eta_{2F} - \eta_{2E}}{\xi_{2F} - \xi_{2E}} \right) \quad (\text{IV-20})$$

Coefficient de vitesse

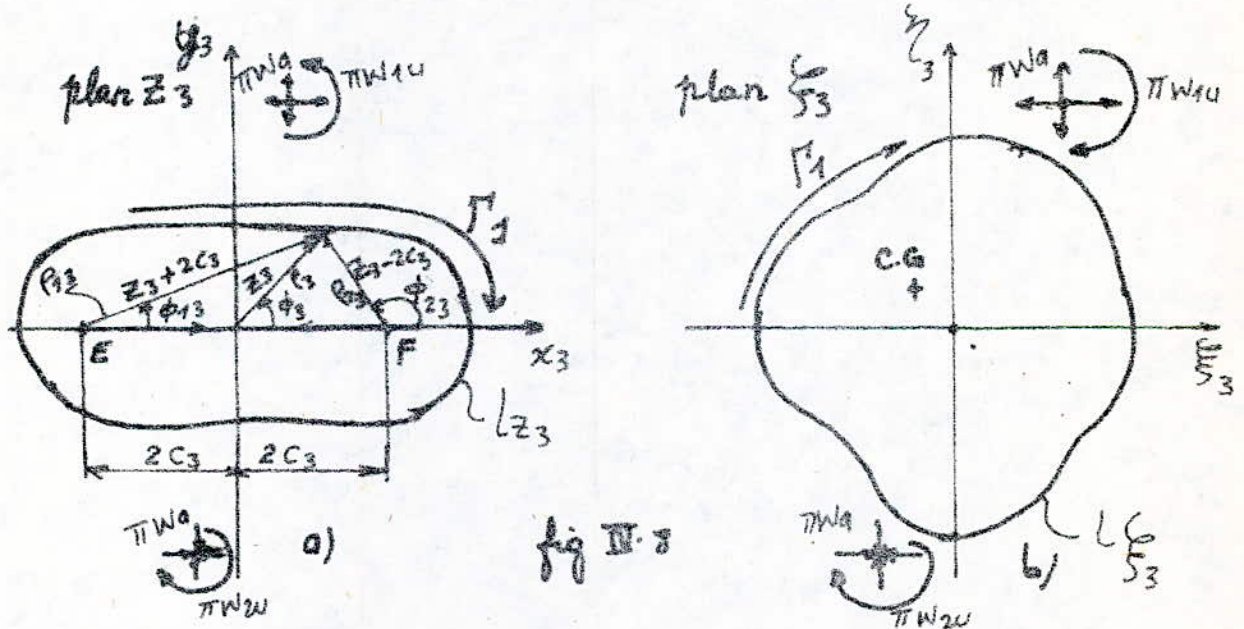
Similairement à la 3ème transformation on trouve que:  $\left| \frac{dz_3}{d\xi_2} \right| = 1$  (IV-21)

### II.2.6 Sixieme transformation

Le plan  $Z_3$  est tel que  $E(-2c_3, 0)$  et  $F(2c_3, 0)$  donc identiquement à la 4ème transformation en remplaçant l'indice (2) par (3) on peut écrire

$$Z_3 = \zeta_3 + \frac{c_3^2}{\zeta_3} \quad (\text{II-22})$$

Par cette fonction l'exterieur du contour  $L_{Z_3}$  sera transformé sur l'exterieur d'un cercle irrégulier  $L_{\zeta_3}$  dans le plan transformé  $L_{\zeta_3}$  (fig. II-6).



En procédant de la manière qu'on 4ème transformation on aura:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta_3}{c_3} &= \frac{1 - \rho_{23}/\rho_{13}}{1 + \rho_{23}/\rho_{13} - 2 \cdot (\rho_{23}/\rho_{13})^{1/2} \cos\left(\frac{\phi_{23} - \phi_{13}}{2}\right)} \\ \eta_3 &= \frac{2 \cdot (\rho_{23}/\rho_{13})^{1/2} \sin\left(\frac{\phi_{23} - \phi_{13}}{2}\right)}{1 + \rho_{23}/\rho_{13} - 2 \cdot (\rho_{23}/\rho_{13})^{1/2} \cos\left(\frac{\phi_{23} - \phi_{13}}{2}\right)} \end{aligned} \right\} (\text{II-22}')$$

## . Coefficient de vitesse

. on a :

$$z_3 = x_3 + i y_3$$

$$\zeta_3 = \xi_3 + i \eta_3$$

. d' autre part on peut écrire :

$$\zeta_3 = C_3 e^{\delta_3 + i \tau_3} = C_3 e^{\delta_3} (\cos \tau_3 + i \sin \tau_3) \quad (\text{IV-23})$$

. d' où :

$$\left. \begin{aligned} \xi_3 &= C_3 e^{\delta_3} \cos \tau_3 \\ \eta_3 &= C_3 e^{\delta_3} \sin \tau_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-23-a})$$

Comme dans la quatrième transformation, en posant

$$P_3 = 1 - (x_3/2 \cdot c_3)^2 - (y_3/2 \cdot c_3)^2 \quad (\text{IV-23-b})$$

. on aura :

$$2 \sin^2 \tau_3 = P_3 + \sqrt{P_3^2 + (y_3/c_3)^2} \quad (\text{IV-23-c})$$

. de plus on a :

$$\text{sh } \delta_3 = \frac{y_3}{2 \cdot c_3 \cdot \sin \tau_3} \quad (\text{IV-23-d})$$

$$\text{et : } e^{\delta_3} = \frac{1}{c_3} \sqrt{\xi_3^2 + \eta_3^2} \quad (\text{IV-23-e})$$

. donc on peut calculer  $\left| \frac{d \zeta_3}{d z_3} \right|$  qui est donné par :

$$\frac{d \zeta_3}{d z_3} = \frac{e^{\delta_3}}{2 \sqrt{\text{sh}^2 \delta_3 + \sin^2 \tau_3}} \quad (\text{IV-24})$$

### IV.2.7. Septieme Transformation

La fonction réalisant cette transformation, est:

$$Z_4 = \zeta_3 - \zeta_{3CG} \quad (\text{IV.25})$$

où:  $CG (\zeta_{3CG}, \eta_{3CG})$ , est le centre de gravité du contour  $L_{\zeta_3}$ .

Par cette fonction l'exterieur du contour  $L_{\zeta_3}$  se transforme sur l'exterieur d'un contour  $L_{Z_4}$  dans un plan  $Z_4$  où l'origine est situé au centre de gravité  $CG$ . (fig IV.9).

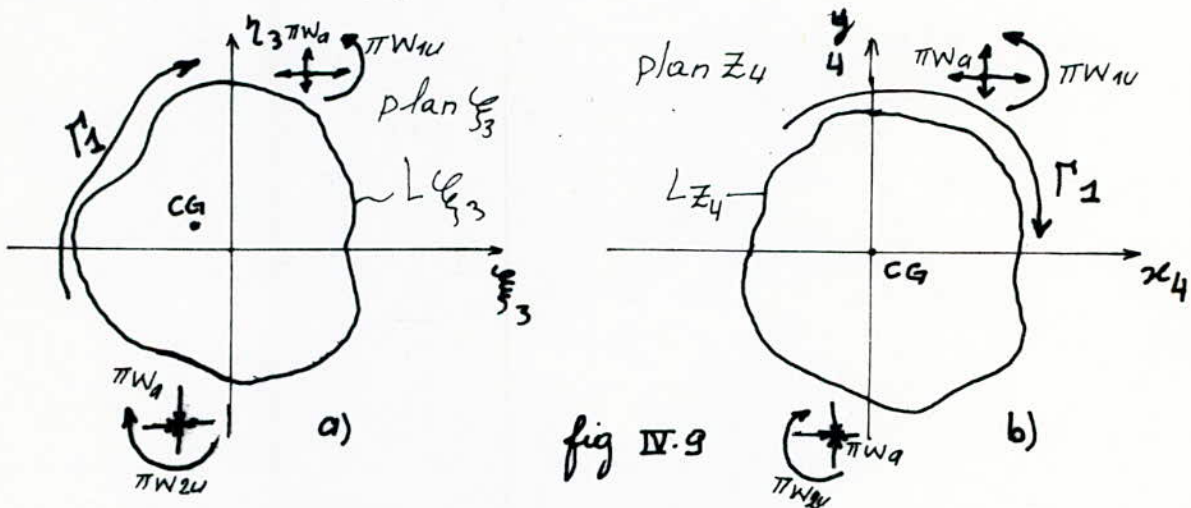


fig IV.9

de (IV.25), on peut écrire:

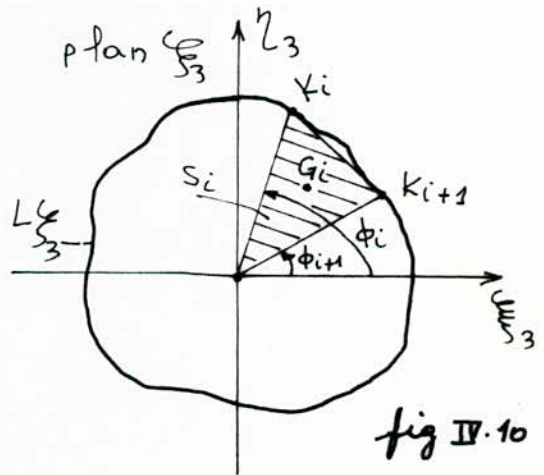
$$\left. \begin{aligned} x_4 &= \zeta_3 - \zeta_{3CG} \\ y_4 &= \eta_3 - \eta_{3CG} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.25})$$

• Détermination du centre de gravité  $CG$ :

L'une des méthodes utilisées est la suivante:

On divise le contour  $L_{\xi_3}$  en  $n$  petits triangles ayant chacun pour sommets deux points  $(\xi_i, \eta_i)$  et  $(\xi_{i+1}, \eta_{i+1})$  sur le contour et l'origine  $(0,0)$ , soient  $S_i$  et  $G_i$  respectivement la surface, et le centre de gravité d'un triangle  $i$ , soient  $\phi_i$  et  $\phi_{i+1}$  les angles repérés les côtés  $OK_i$  et  $OK_{i+1}$  dans le plan  $\xi_3$  (fig IV.10).

Le centre de gravité  $G_i$  d'un triangle dans le plan est barycentre de ces trois sommets affectés des coefficients égaux et égale à l'unité. ( $\alpha = \beta = \gamma = 1$ ).



On a donc:

$$\vec{OG}_i = \frac{\vec{OO} + \vec{OK}_i + \vec{OK}_{i+1}}{3} \quad (IV-26)$$

d'où :

$$\left. \begin{aligned} \xi_{3G_i} &= \frac{\xi_{3i} + \xi_{3(i+1)}}{3} \\ \eta_{3G_i} &= \frac{\eta_{3i} + \eta_{3(i+1)}}{3} \end{aligned} \right\} \quad (IV-26')$$

on a aussi d'après la figure (IV.10)

$$\phi_i = \text{Arctg} \left( \frac{\eta_{3i}}{\xi_{3i}} \right)$$

la surface  $S_i$  sera donc :

$$S_i = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\xi_{3i}^2 + \eta_{3i}^2} \cdot \sqrt{\xi_{3i+1}^2 + \eta_{3i+1}^2} \cdot \sin(\phi_i - \phi_{i+1})$$

Le centre de gravité  $CG$  est le barycentre des  $G_i$  affectés des surfaces  $S_i$ , d'où :

$$\vec{OCG} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{OG}_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

On écrit donc :

$$\left. \begin{aligned} \xi_{3CG} &= \frac{\sum_{i=1}^n S_i \cdot \xi_{3i}}{\sum_{i=1}^n S_i} \\ \eta_{3CG} &= \frac{\sum_{i=1}^n S_i \cdot \eta_{3i}}{\sum_{i=1}^n S_i} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-27})$$

Le contour  $LZ_4$  étant un cercle irrégulier qu'on approxime à un cercle régulier ayant la même surface que le contour  $LZ_4$ , et un rayon "a".

La surface totale de  $LZ_4$  est :

$$ST = \sum_{i=1}^n S_i$$

et on sait que pour un cercle on a :

$$ST = \pi a^2 \quad \text{d'où} : \quad a = \sqrt{ST/\pi} \quad (\text{IV-28})$$

a : étant le rayon du cercle approximatif.

. Coefficient de vitesse :

De (IV-25) on a :

$$\frac{dz_4}{d\xi_3} = 1 \quad \text{d'où} : \quad \left| \frac{dz_4}{d\xi_3} \right| = 1 \quad (\text{IV-29})$$



### IV.2.8 Huitième transformation

Connaissons le rayon "a" du cercle approximatif on peut le tracer en prenant son centre à l'origine du plan  $Z_4$ . Ce qui donne le plan  $\xi_4$ , où le cercle est le contour  $L_{\xi_4}$ .

Cette transformation détermine pour chaque point du contour  $L_{Z_4}$  son correspondant sur  $L_{\xi_4}$ . (fig IV.11).

La forme générale de la fonction d'une telle transformation est:

$$Z_4 = \xi_4 e^{\sum^n (A_n + iB_n) / \xi_4^n} \tag{IV.30}$$

où:  $A_n, B_n$  sont des constantes.

Quand le centre du cercle dans le plan  $\xi_4$  est pris à l'origine des axes, les constantes  $A_n, B_n$  peuvent être déterminées exactement au moyen des séries de Fourier.

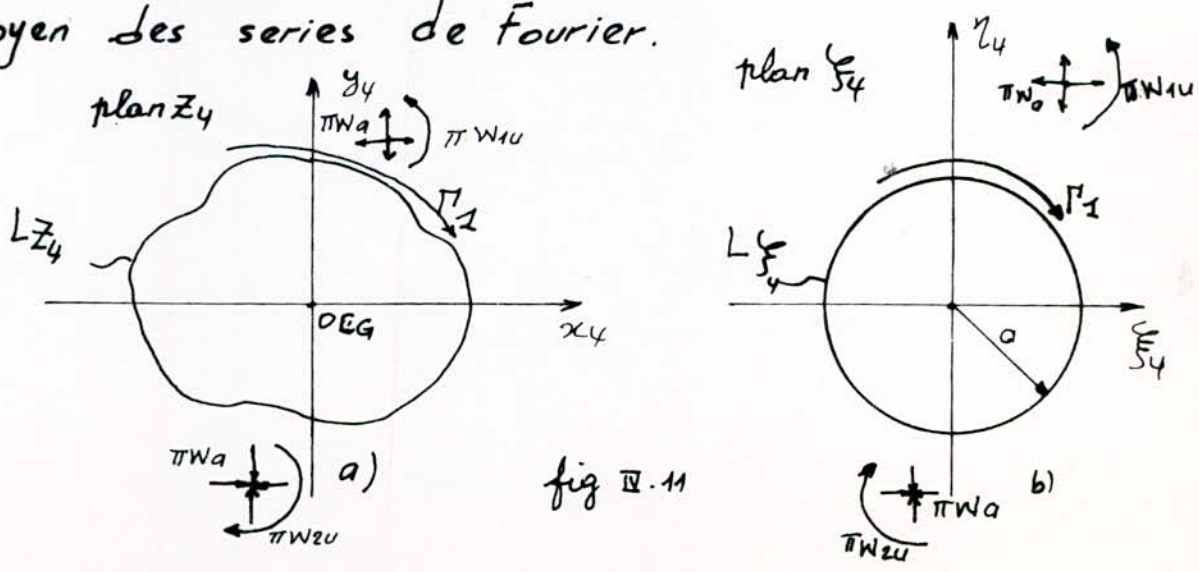


fig IV.11

Tous les points du plan  $Z_4$  peuvent être repérés par:

$$Z_4 = a e^{\lambda + i\phi} = a e^{\lambda} (\cos \phi + i \sin \phi) \quad (\text{IV.31})$$

et ceux du plan  $\zeta_4$  par:

$$\zeta_4 = a e^{\psi + i\theta} = a e^{\psi} (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (\text{IV.32})$$

$a$  étant le rayon du cercle de base.

L'insertion de (IV.31) et (IV.32) dans (IV.30)

donne: après développement:

$$(\lambda - \psi) + i(\phi - \theta) = \sum^n (A_n + iB_n) \frac{1}{(a e^{\psi})^n} (\cos n\theta - i \sin n\theta)$$

En factorisant le second membre et en regroupant les termes des parties imaginaires et réelles on aura:

$$\Delta = \lambda - \psi = \sum^n \left[ \frac{A_n}{(a e^{\psi})^n} \cos(n\theta) + \frac{B_n}{(a e^{\psi})^n} \sin(n\theta) \right] \quad (\text{IV.33})$$

et

$$E = \phi - \theta = \sum^n \left[ \frac{B_n}{(a e^{\psi})^n} \cos(n\theta) - \frac{A_n}{(a e^{\psi})^n} \sin(n\theta) \right] \quad (\text{IV.34})$$

Soient  $\lambda_0, \psi_0, \phi_0$  et  $\theta_0$  représentants  $\lambda, \psi, \phi$  et  $\theta$  sur le cercle  $L\zeta_4$ .

$\lambda_0$  et  $\psi_0$  ayant généralement des petites valeurs,  $\lambda_0$  est généralement fonction de  $\phi_0$ , et  $\psi_0$  sera constante quand  $r = a e^{\psi_0}$  est le rayon du cercle  $L\zeta_4$ .

donc on peut écrire:

$$\Delta_0 = \lambda_0 - \psi_0 = \sum^n \left\{ \frac{A_n}{(a e^{\psi_0})^n} \cos(n\theta_0) + \frac{B_n}{(a e^{\psi_0})^n} \sin(n\theta_0) \right\} \quad (\text{IV.35})$$

$$\text{et: } \varepsilon_0 = \phi_0 - \theta_0 = \sum^n \left[ \frac{B_n}{(ae^{\psi_0})^n} \cos(n\theta_0) - \frac{A_n}{(ae^{\psi_0})^n} \sin(n\theta_0) \right] \quad (\text{IV-36})$$

$\psi_0$ ,  $A_n/(ae^{\psi_0})^n$ , et  $B_n/(e^{\psi_0} \cdot a)^n$  sont les coefficients de Fourier donnés par:

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_0 d\theta_0 \\ A_n/(ae^{\psi_0})^n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_0 \cos n\theta_0 d\theta_0 \\ B_n/(ae^{\psi_0})^n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_0 \cdot \sin n\theta_0 d\theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-37})$$

$\lambda_0$  est généralement connue comme étant une fonction de  $\phi_0$  et non pas de  $\theta_0$ , aussi généralement  $\varepsilon_0 = \phi_0 - \theta_0$  sera petite et  $\phi_0$  doit être utilisée à la place de  $\theta_0$  pour pouvoir évaluer les coefficients de Fourier.

généralement  $n = 1 \text{ à } 6$  est suffisant pour arriver à une approximation convenable entre  $L_{Z_4}$  et le cercle  $L_{\psi_4}$ .

Pour le calcul de ces coefficients on a utilisé la méthode des trapèzes en calculant l'aire comprise entre la courbe  $\lambda_0 = f(\phi_0)$  et l'axe des  $\phi_0$  car elle représente les intégrales ci dessus. par exemple pour  $\psi_0$  on a:

$$\psi_0 = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^N \left[ \lambda_0(\phi_{0i}) + \lambda_0(\phi_{0i+1}) \right] \cdot \left[ \frac{\phi_{0i+1} - \phi_{0i}}{2} \right]$$

$N$ : étant le nombre de points représentant le profil.

Comme  $\psi_0$  a des valeurs très petite, et comme le cercle de base a la même surface que l'approximatif on peut adopter que  $\psi_0 = 0$ , d'où le rayon  $r$  du cercle de base est égale à celui du cercle approximatif; le cercle  $L_{\xi_4}$  est définie par:

$$\xi_4 = a e^{i\phi_0} \quad (\text{IV-38})$$

d'où:

$$\left. \begin{aligned} \xi_4 &= a \cos \phi_0 \\ \eta_4 &= a \sin \phi_0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-38'})$$

Les autres points du plan  $\xi_4$  sont déterminés à partir de (IV-33) et (IV-34) en posant  $\psi = \lambda$  et  $\theta = \phi$ .

. Coefficient de vitesse :

Le coefficient de vitesse de cette transformation est donné par:

$$\left| \frac{d\xi_4}{dz_4} \right| = 1 + \sum^n \left[ (n-1) \frac{A_n}{(ae^{\psi_0})^n} \cos n\theta_0 + (n-1) \frac{B_n}{(ae^{\psi_0})^n} \sin(n\theta_0) \right]$$

et on utilise pour le calcul  $\phi_0$  à la place de  $\theta_0$ .

### Organigramme de la 5<sup>eme</sup>, 6<sup>eme</sup>, 7<sup>eme</sup> et 8<sup>eme</sup> transformation.

Début

$\xi_2(N+2)$  ;  $\eta_2(N+2)$  ;  $x_3(N+2)$  ;  $\eta_3(N+2)$  ;  $\rho_{12}(N+2)$   
 $\rho_{23}(N+2)$  ;  $\phi_{13}(N+2)$  ;  $\phi_{23}(N+2)$  ;  $\xi_3(N+2)$  ;  
 $\eta_3(N+2)$  ;  $SN \bar{z}_3(N+2)$  ;  $\rho_3(N+2)$  ;  $SHO_3(N+2)$  ;  
 $\in O_3(N+2)$  ;  $|d\xi_3/dz_3|(N)$  ;  $\rho_3(N+2)$  ;  $\bar{z}_3(N+2)$  ;  
 $\xi_{3G}(N)$  ;  $\eta_{3G}(N)$  ;  $x_4(N+2)$  ;  $y_4(N+2)$  ,  $\lambda_0(N+2)$  ;  
 $\phi_0(N+2)$  ;  $\xi_4(N+2)$  ;  $\eta_4(N+2)$  ;  $\rho_4(N+2)$  ;  $AN(6)$  ;  
 $BN(6)$  ;  $|d\xi_4/dz_4|(N)$  ;  $S(N)$  .

lecture de:  $\xi_2(I)$  ;  $\eta_2(I)$   
 $I = 0, 34$  .

Introduction de:  
 $\xi_{2E}$  ;  $\eta_{2E}$  ;  $\xi_{2F}$  ;  $\eta_{2F}$  .

$\xi_{203} = (\xi_{2E} + \xi_{2F}) / 2$   
 $\eta_{203} = (\eta_{2E} + \eta_{2F}) / 2$   
 $\theta_2 = \text{Arctg}((\eta_{2F} - \eta_{2E}) / (\xi_{2F} - \xi_{2E}))$

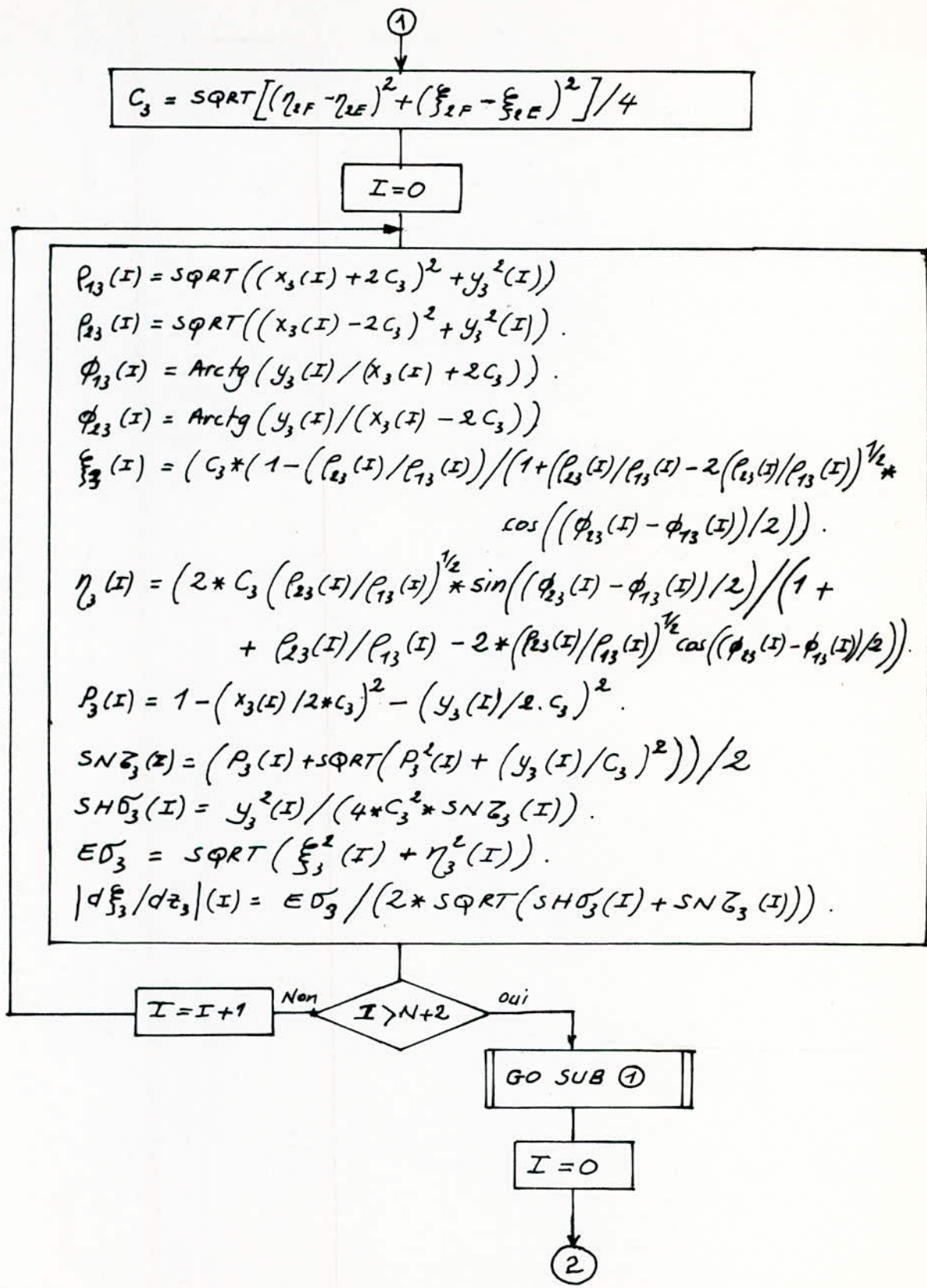
I = 0

$x_3(I) = (\xi_2(I) - \xi_{203}) * \cos(-\theta_2) - (\eta_2(I) - \eta_{203}) * \sin(-\theta_2)$   
 $y_3(I) = (\eta_2(I) - \eta_{203}) * \cos(-\theta_2) + (\xi_2(I) - \xi_{203}) * \sin(-\theta_2)$

I = I + 1

Non  $I > N+2$  oui

1



$$C_3 = \text{SQRT}[(\eta_{2F} - \eta_{2E})^2 + (\xi_{2F} - \xi_{2E})^2] / 4$$

$$I = 0$$

$$\rho_{13}(I) = \text{SQRT}((x_3(I) + 2C_3)^2 + y_3^2(I))$$

$$\rho_{23}(I) = \text{SQRT}((x_3(I) - 2C_3)^2 + y_3^2(I))$$

$$\phi_{13}(I) = \text{Arctg}(y_3(I) / (x_3(I) + 2C_3))$$

$$\phi_{23}(I) = \text{Arctg}(y_3(I) / (x_3(I) - 2C_3))$$

$$\xi_3(I) = (C_3 * (1 - (\rho_{23}(I) / \rho_{13}(I))) / (1 + (\rho_{23}(I) / \rho_{13}(I) - 2 * (\rho_{23}(I) / \rho_{13}(I))^{1/2} * \cos((\phi_{23}(I) - \phi_{13}(I)) / 2))))$$

$$\eta_3(I) = (2 * C_3 * (\rho_{23}(I) / \rho_{13}(I))^{1/2} * \sin((\phi_{23}(I) - \phi_{13}(I)) / 2)) / (1 + \rho_{23}(I) / \rho_{13}(I) - 2 * (\rho_{23}(I) / \rho_{13}(I))^{1/2} * \cos((\phi_{23}(I) - \phi_{13}(I)) / 2))$$

$$P_3(I) = 1 - (x_3(I) / (2 * C_3))^2 - (y_3(I) / (2 * C_3))^2$$

$$\text{SN } z_3(z) = (P_3(I) + \text{SQRT}(P_3^2(I) + (y_3(I) / C_3)^2)) / 2$$

$$\text{SH } \sigma_3(I) = y_3^2(I) / (4 * C_3^2 * \text{SN } z_3(I))$$

$$E \sigma_3 = \text{SQRT}(\xi_3^2(I) + \eta_3^2(I))$$

$$|d\xi_3/dz_3|(I) = E \sigma_3 / (2 * \text{SQRT}(\text{SH } \sigma_3(I) + \text{SN } z_3(I)))$$

$$I = I + 1$$

Non

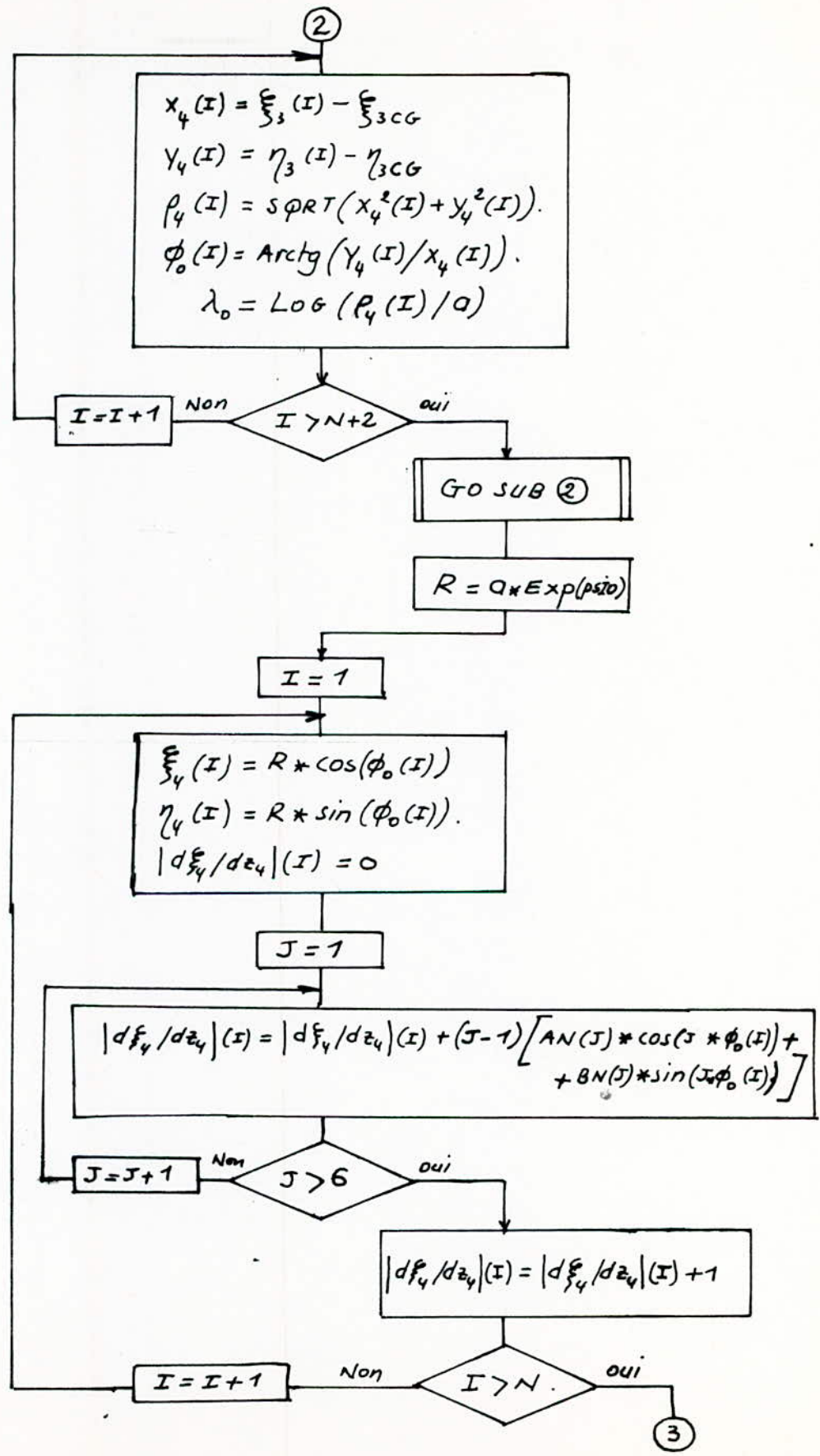
$I > N + 2$

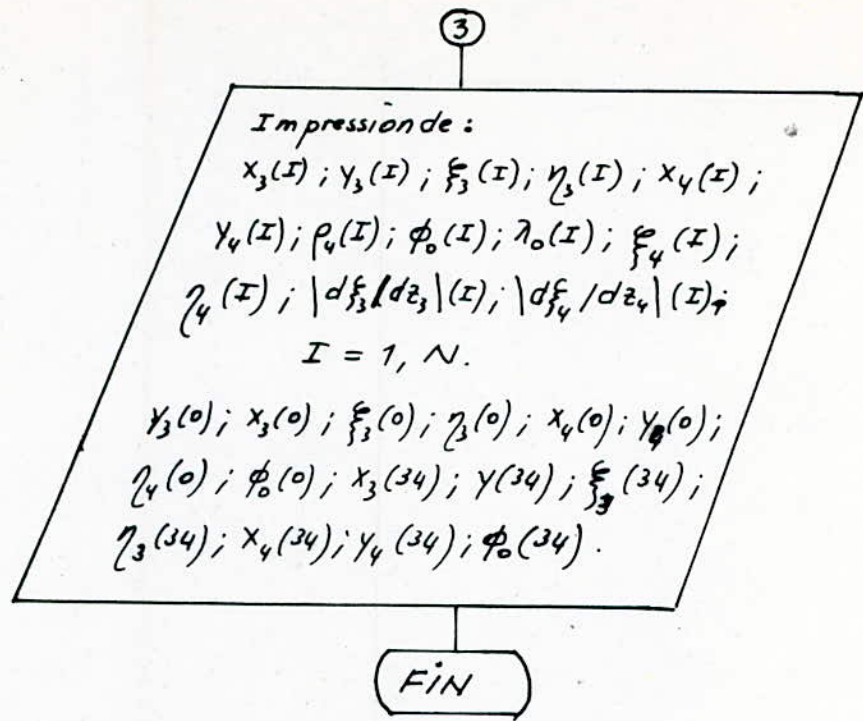
oui

GO SUB 1

$$I = 0$$

2





Remarques:

- le sous programme ① : calcul CG ( $\xi_{3CG}; \eta_{3CG}$ ) et le rayon  $a$ .
- le sous programme ② : calcul les coefficients de la serie de Fourier :  $AN, BN, \psi_0$ .



### IV.3 Répartition des vitesses:

La vitesse en un point P situé sur le cylindre dont l'écoulement est représenté par la figure (IV-12a), et déterminée en étudiant cet écoulement simple pour cela on introduit la notion des images dans laquelle le cylindre est remplacé par les images des écoulements extérieurs par rapport à sa paroi. L'écoulement devient donc celui de la figure (IV-12b).

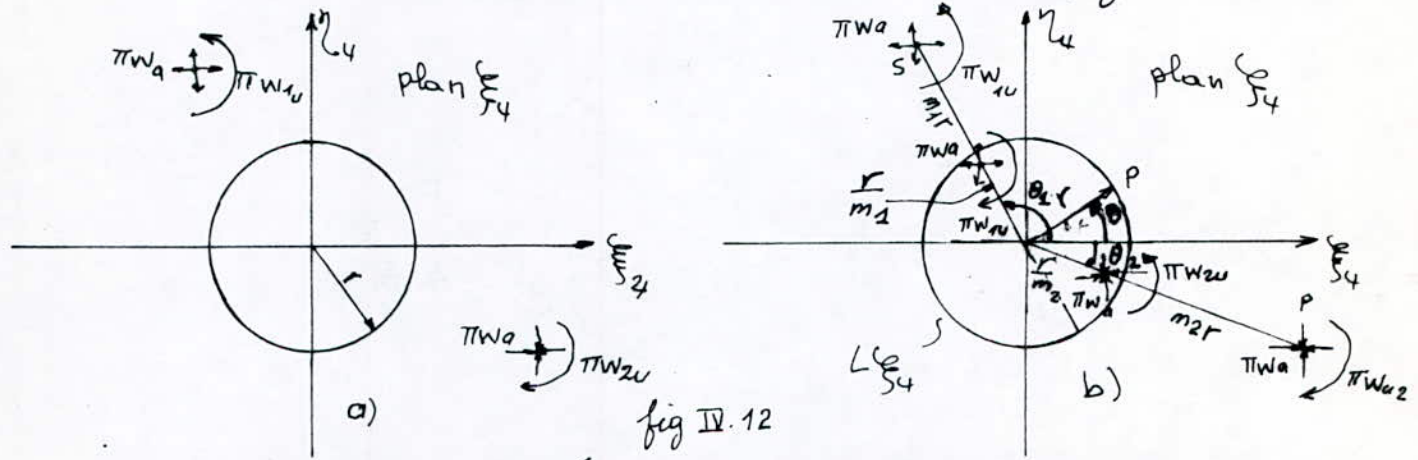


fig IV.12

La superposition de ces écoulements dont les potentiels complexes sont respectivement :

$$\left. \begin{aligned}
 W_1(z) &= -i \frac{w_{1u}}{2} \ln(z - z_s) + \frac{w_a}{2} \ln(z - z_s) \\
 W_2(z) &= i \frac{w_{1u}}{2} \ln(z - z_1) + \frac{w_a}{2} \ln(z - z_1) \\
 W_3(z) &= i \frac{w_{2u}}{2} \ln(z - z_p) - \frac{w_a}{2} \ln(z - z_p) \\
 W_4(z) &= -i \frac{w_{2u}}{2} \ln(z - z_2) - \frac{w_a}{2} \ln(z - z_2) \\
 W_5(z) &= i \frac{\Gamma_1}{2\pi} \ln z = i \frac{(w_{1u} - w_{2u})}{2} \ln z
 \end{aligned} \right\} \quad (IV-40)$$

donne le potentiel complexe de l'écoulement résultant :

$$W(z) = W_1(z) + W_2(z) + W_3(z) + W_4(z) + W_5(z) \quad (IV-41)$$

La vitesse complexe sera donc

$$V(z) = \frac{dW(z)}{dz} = U_{\xi_4} - i V_{\xi_4} \quad (\text{IV-42})$$

or d'après la figure (IV-126) quand le rayon du cylindre est  $r$  on peut écrire donc :

$$\left. \begin{aligned} z &= r e^{i\theta} \\ z_s &= m_1 r e^{i(\theta_1)} \\ z_p &= m_2 r e^{i(\theta_2)} \\ z_1 &= (r/m_1) e^{i(\theta_1)} \\ z_2 &= (r/m_2) e^{i(\theta_2)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV-43})$$

On peut donc calculer les deux composantes de la vitesse.

La vitesse résultante est donc :

$$V_{\xi_4} = \sqrt{U_{\xi_4}^2 + V_{\xi_4}^2} \quad (\text{IV-44})$$

En utilisant (III-19), la vitesse au point  $p'$  correspondant du point  $p$  sur le profil sera donc :

$$V_z = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot \left| \frac{d\xi_1}{dz_1} \right| \cdot \left| \frac{d\xi_2}{dz_2} \right| \cdot \left| \frac{d\xi_3}{dz_3} \right| \cdot \left| \frac{d\xi_4}{dz_4} \right| \cdot V_{\xi_4} \dots (\text{IV-45})$$

d'où on peut déterminer la vitesse en chaque point du profil.

## V.8. Répartition des pressions.

Connaissant la vitesse en chaque point du profil, on peut donc déterminer la pression en ce point, en appliquant l'équation de BERNOULLI entre deux points de l'écoulement, un à l'infini

ament en prenant comme vitesse de référence  $W_m$ , l'autre sur le profil dont la vitesse est  $v_z$  qu'on a déterminée précédemment. Le coefficient de pression dans ce cas sera donc :

$$\bar{p} = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho W_m^2} = 1 - \left( \frac{v_z}{W_m} \right)^2 \dots \dots (\text{IV-46})$$

donc on peut connaître la répartition des pressions autour du profil.

Comme on peut aussi calculer le coefficient de portance  $C_z$  pour la grille en utilisant la relation (III.20

# CH-V

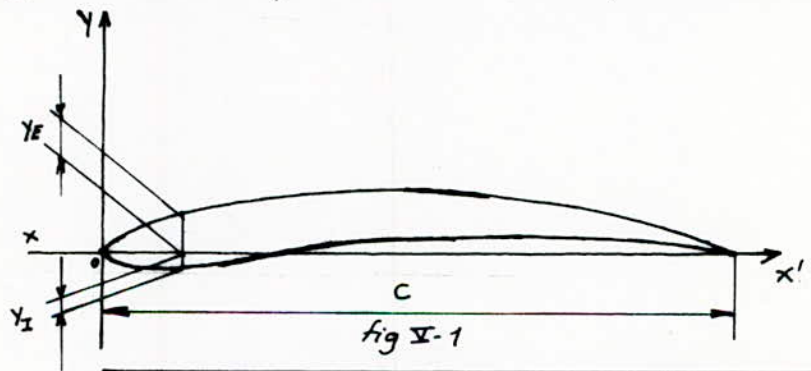
## APPLICATION

Pour illustrer cette méthode on, l'a appliquée à une grille d'aubes ayant les caractéristiques suivantes :

- type du profil : NACA 44-06
- La corde :  $c = 50 \text{ mm}$ .
- L'angle de calage :  $\gamma = -60^\circ$
- Le pas relatifs :  $s/c = 1$

pour  $\gamma = \pm 60^\circ$  on a :  $s/c \gg 0,7$

La géométrie des profils est définie par le tableau suivant :



$(x/c) \%$	$(y_e/c) \%$	$(y_l/c) \%$
0	0	0
1,25	1,25	-0,46
2,50	1,88	-0,79
5	2,79	-0,82
10	4,15	-0,60
15	5,15	-0,25
20	5,90	0,72
25	6,42	0,46
30	6,76	0,74
40	6,90	1,10
50	6,65	1,24
60	5,85	1,27
70	4,85	1,16
80	3,56	0,91
90	1,96	0,49
95	1,05	0,24
100	0	0

V.1. Installation des profils dans la grille :

Comme les profils sont définies pour un angle de colage nul ( $\delta=0$ ) ; il nous a fallut les calés dans la grille sous un angle  $\delta = -60$  , pour cela deux autres transformation ont été nécessaires :

Le profil est définie par :  $N=32$  points .

posons :  $x_p = (x/c) \%$  ;  $y_p = (y/c) \%$  .

1/ Rotation : de centre  $T_0 (x_{T_0}, y_{T_0}) = (c/2, 0)$  , et d'angle  $-\delta$  .

la fonction qui transforme l'exterieur du profil  $L_{z_0}$  dans le plan  $z_0$  par l'exterieur du profil  $L_{z_2}$  . ( Fig V-2 ) est :

$$z_R = (z_0 - z_{T_0}) e^{-i\delta} \quad (V-1)$$

d'où :

$$x_R = (x_0 - x_{T_0}) \cos(-\delta) - (y_0 - y_{T_0}) \sin(-\delta) \quad (V-1')$$

$$y_R = (y_0 - y_{T_0}) \cos(-\delta) + (x_0 - x_{T_0}) \sin(-\delta) .$$

Le plan  $z_0$  ( plan du profil pour  $\delta=0$  ) est tel que :

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= x_0 + iy_0 \\ x_0 &= x_p + c \cdot 10^{-2} \\ y_0 &= y_p + c \cdot 10^{-2} \end{aligned} \right\} (V-2)$$

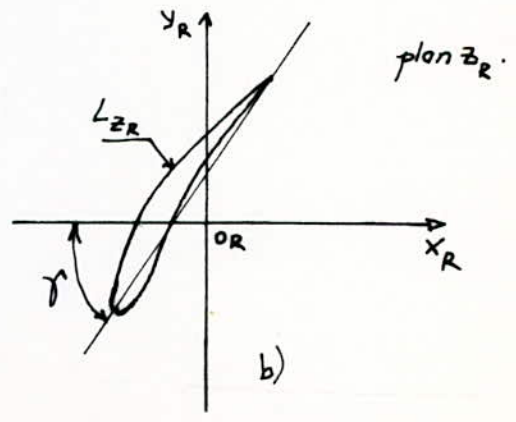
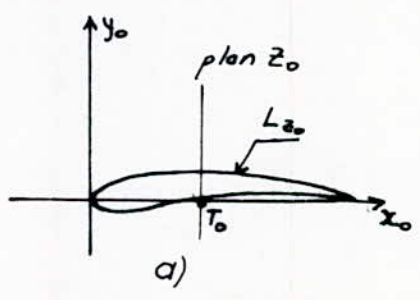


Fig V.2

2.) Translation: de vecteur  $\vec{O_R O} (x_{R_0}, y_{R_0})$  transforme l'extérieur du profil  $L_{zR}$  sur l'extérieur d'un profil correspondant dans la grille  $L_z$  (Fig V-3), par la fonction suivante :

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} &= z_R - z_{R_0} \\ \text{d'où : } x &= x_R - x_{R_0} \\ y &= y_R - y_{R_0} \end{aligned} \right\} \text{V}$$

avec :

$$x_{R_0} = 0$$

$$y_{R_0} = (y_{R_{E0}} + y_{R_{I0}}) / 2.$$

$y_{R_{E0}}, y_{R_{I0}}$  sont les ordonnées des points d'obscures nuls, respectivement sur l'extrados et l'intrados, il sont déterminés graphiquement après avoir tracer  $L_{zR}$ . (Fig V-3-a).

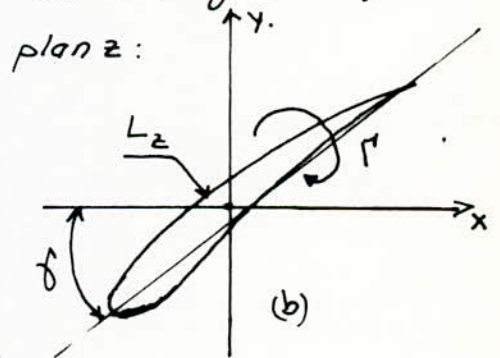
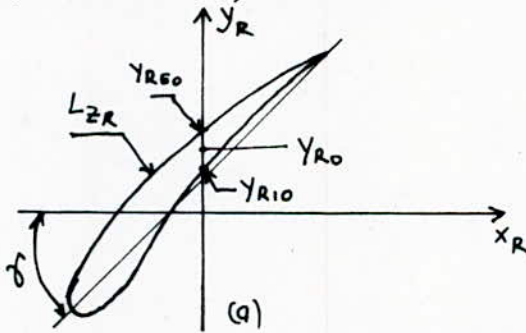
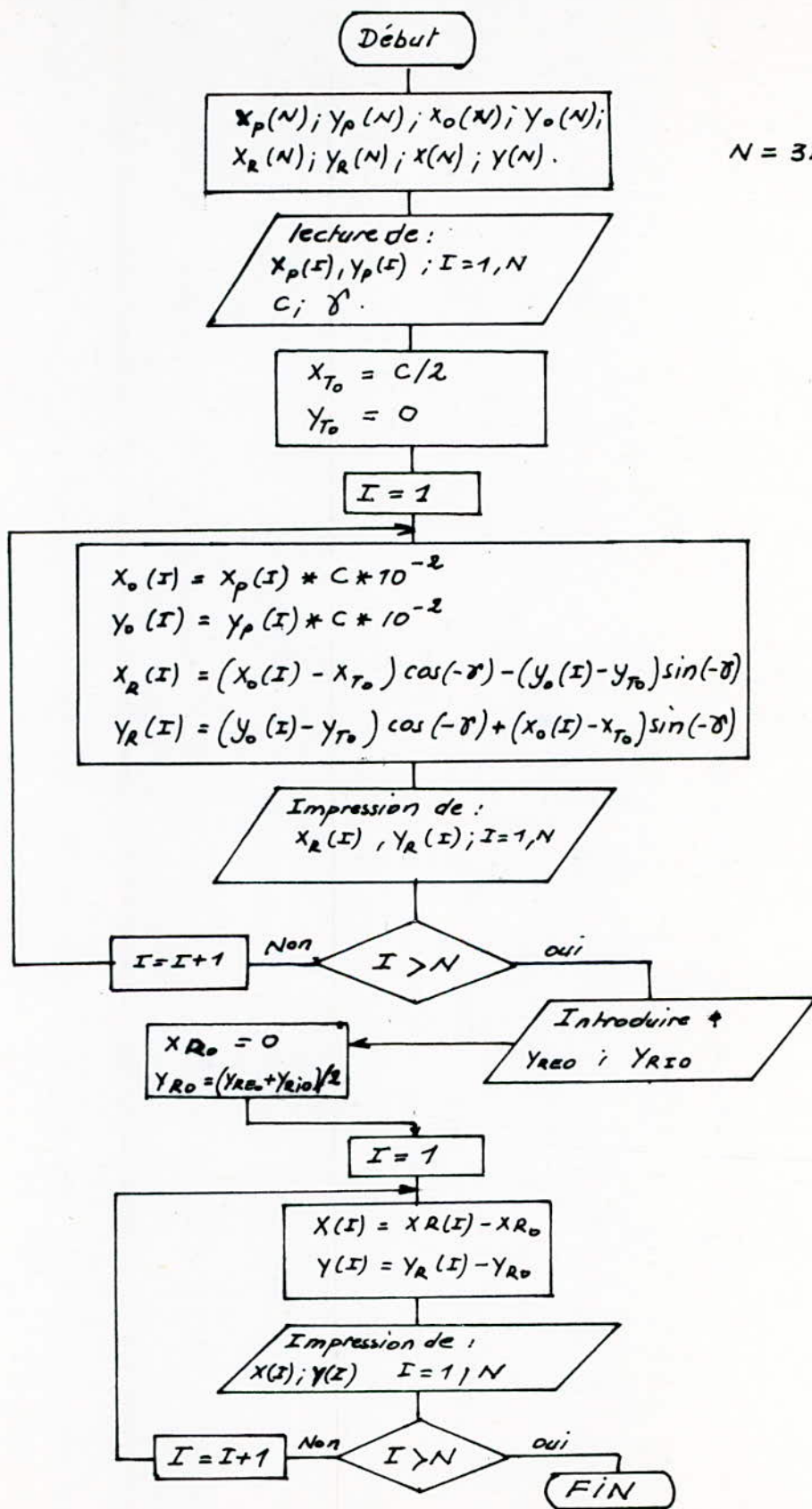


Fig: V.3

après ces transformation on passe aux transformations du chapitre précédent (CHIV). Les résultats sont représentés par les figures ci-après. (à partir de la figure V-4),

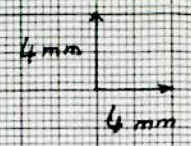
# Organigramme de l'installation des profils dans la grille :



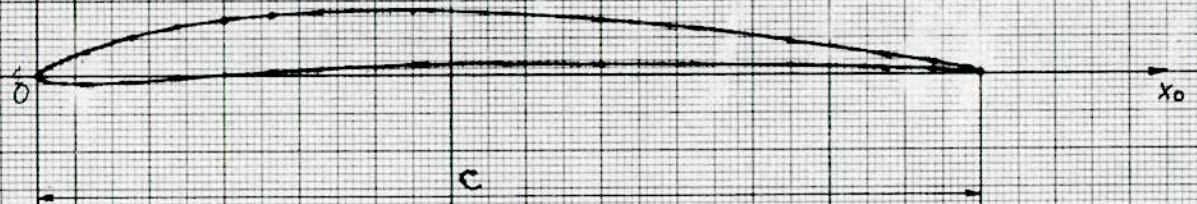
N = 32.

$y_0$

Echelle:



plan:  $Z_0$



Profil: NACA 44.06

fig. 2.4



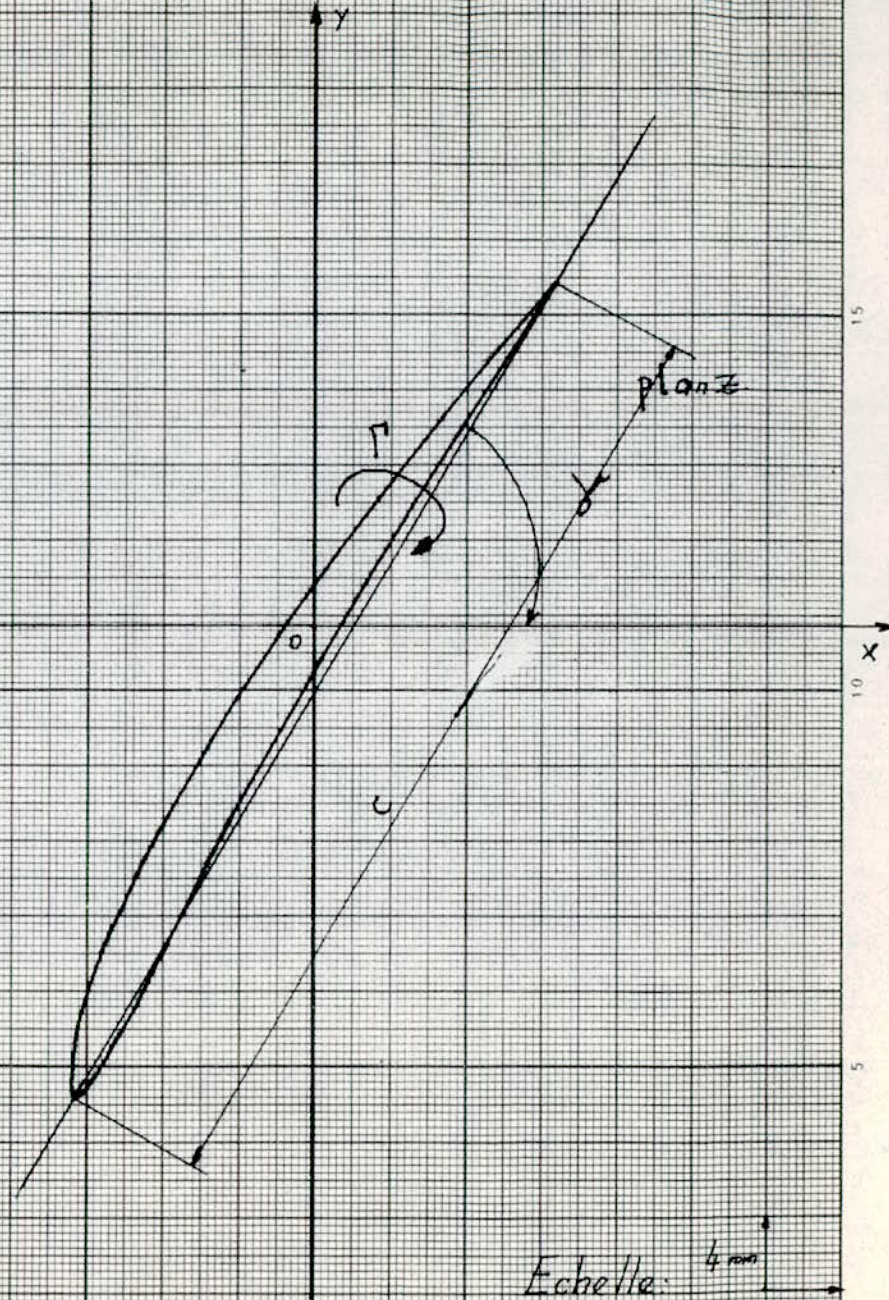
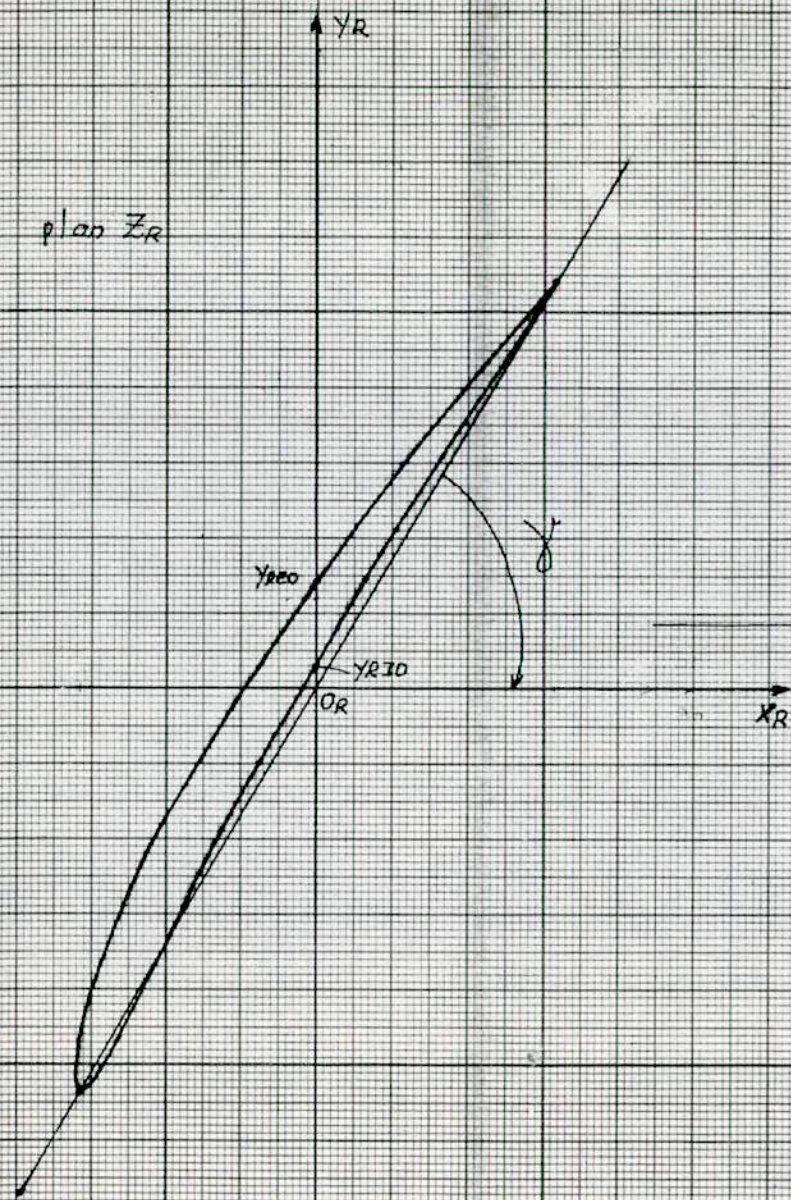
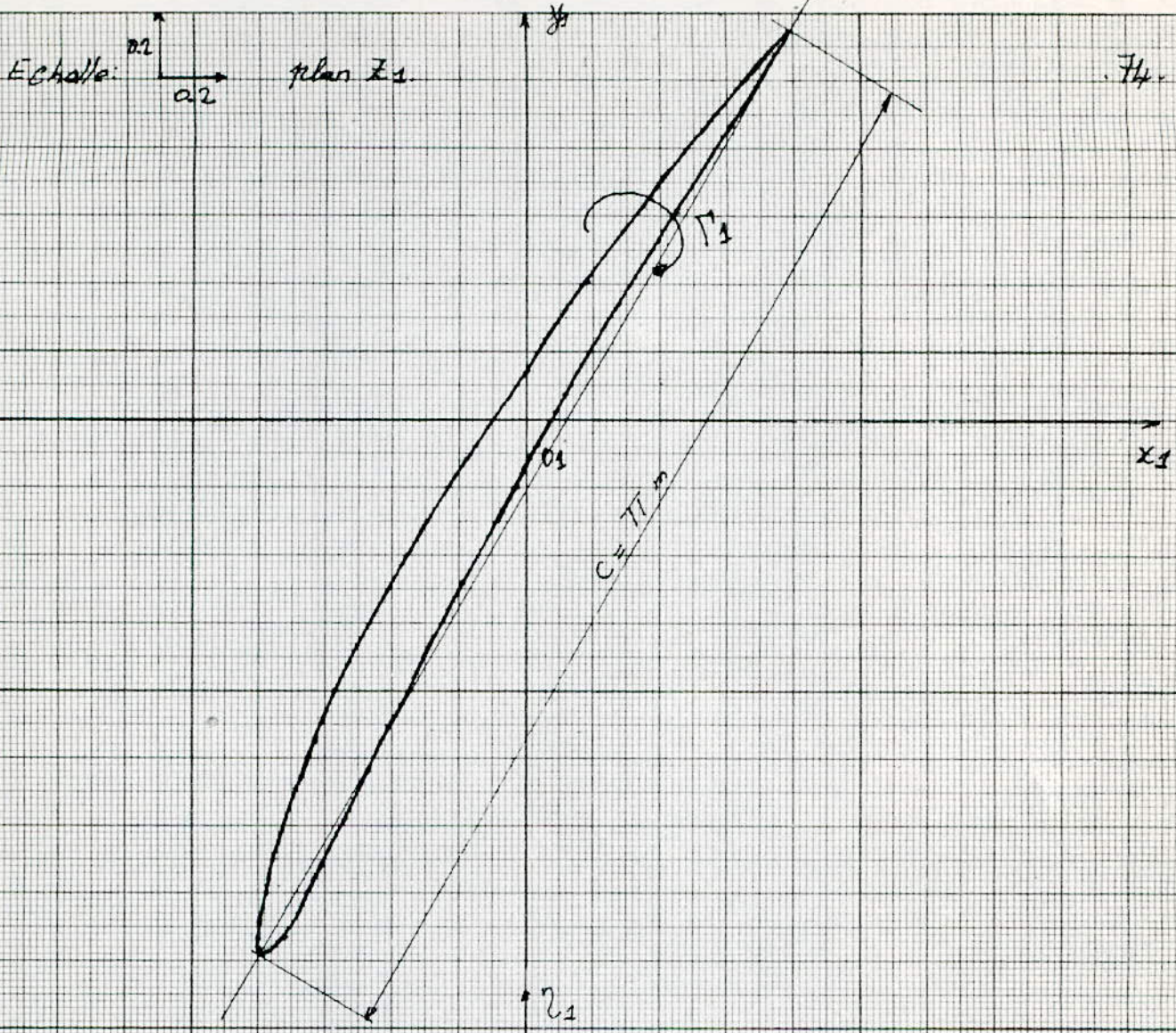


fig V-5

Echelle:  $\frac{4 \text{ mm}}{4 \text{ mm}}$



plan  $\Sigma_2$

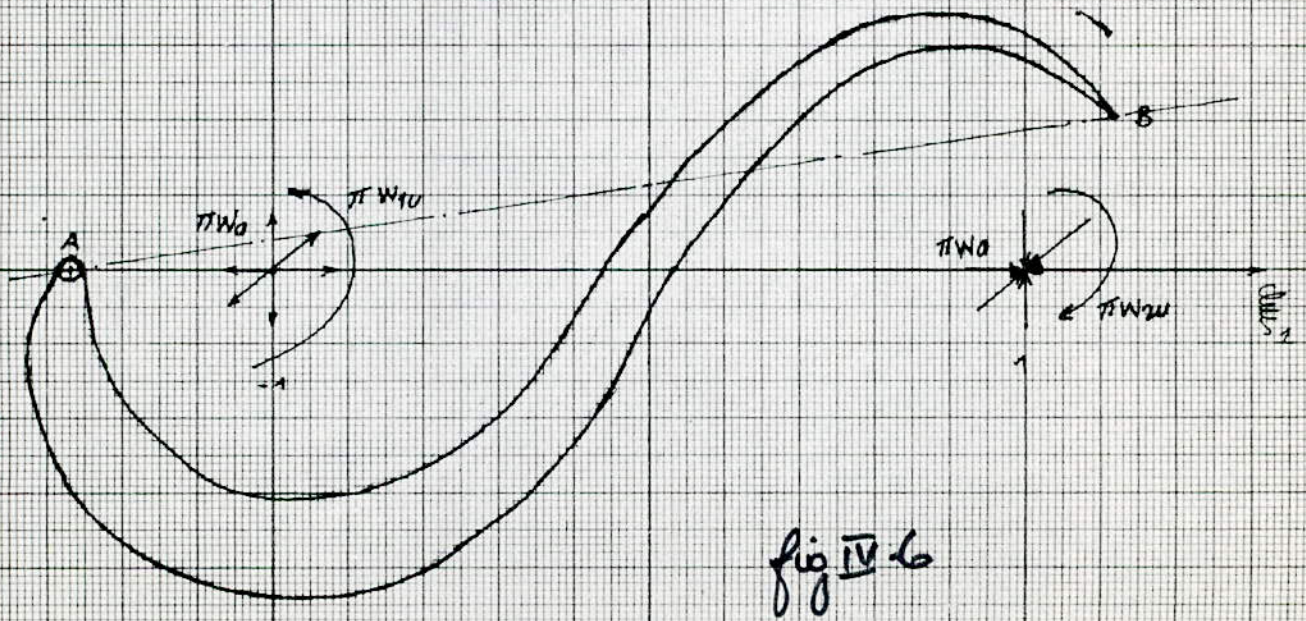
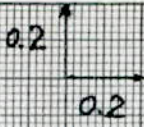


fig IV.6

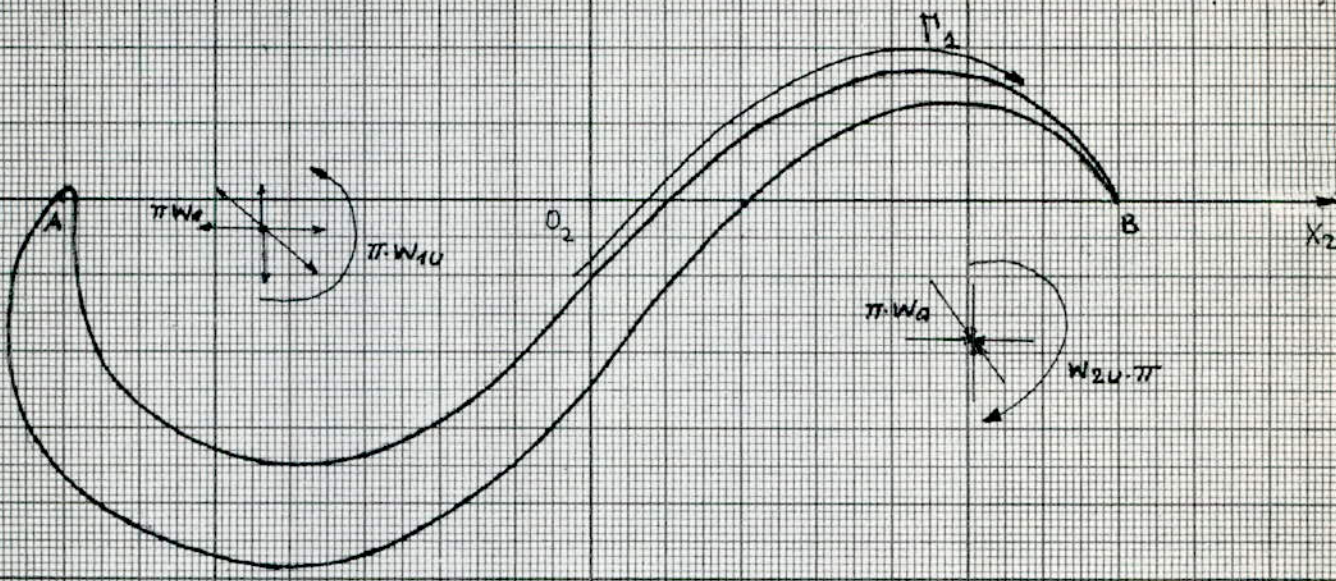
Echelle:



$\gamma_2$

.75.

plan  $Z_2$



$\gamma_2$

plan  $\mathcal{C}_{52}$

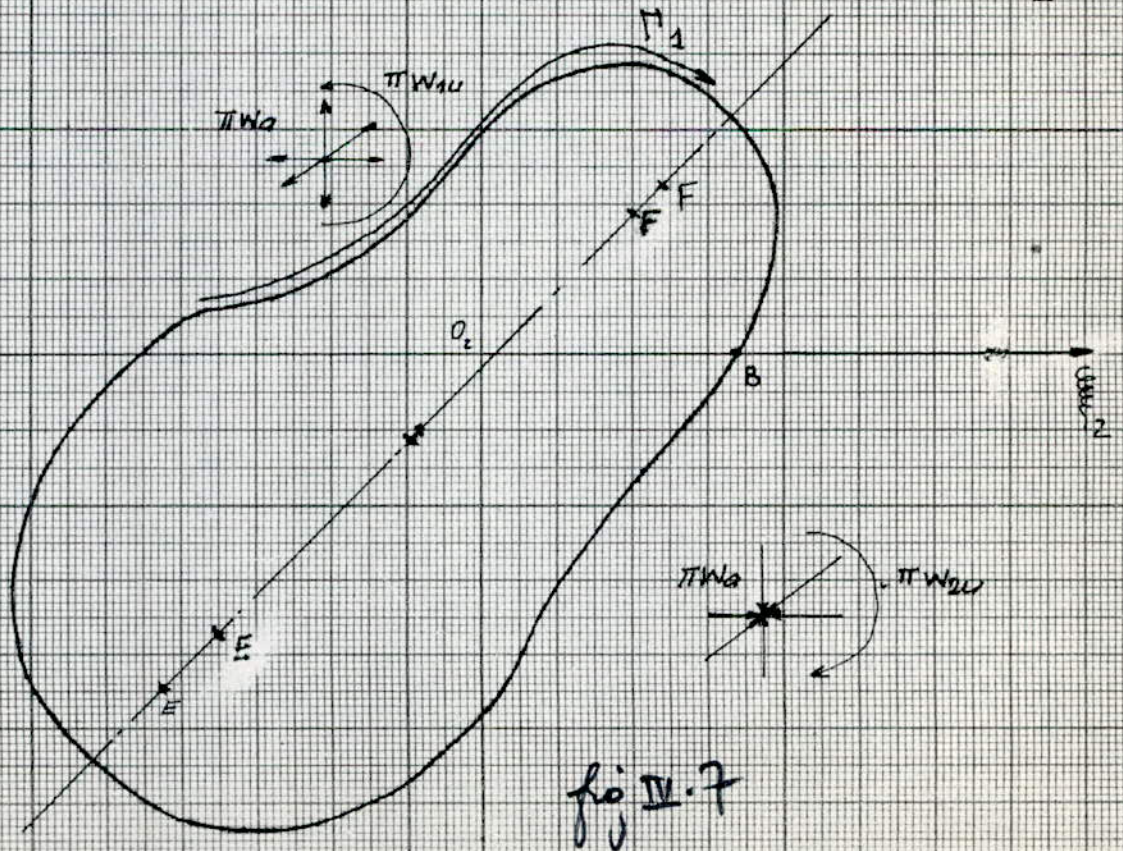


fig IV.7

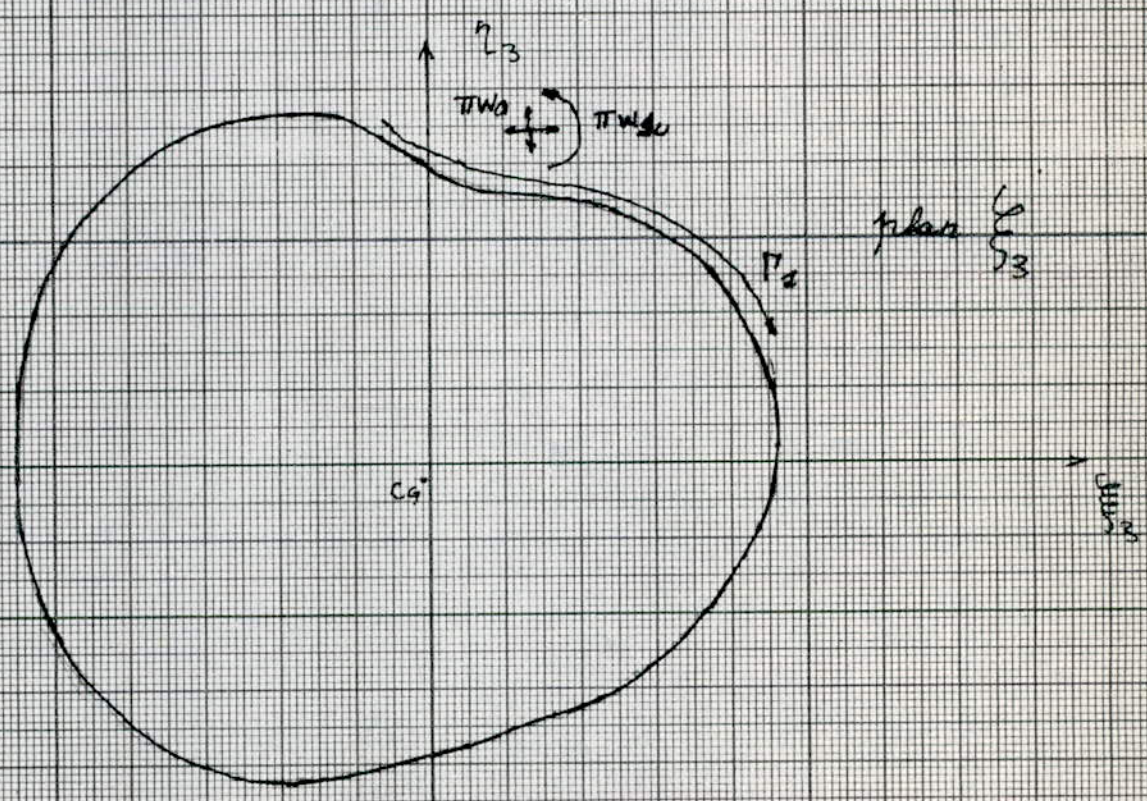
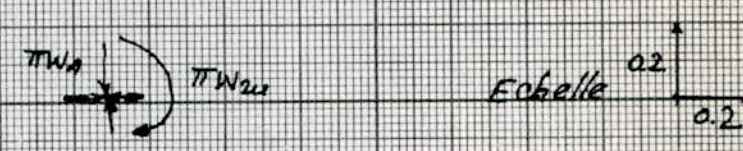
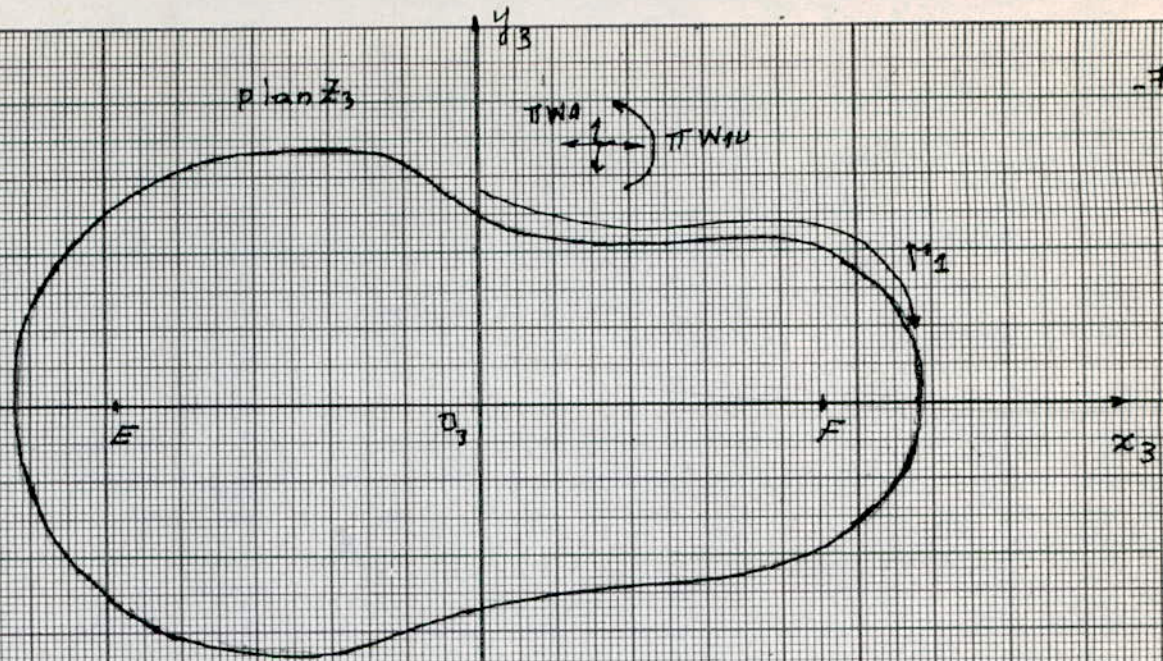
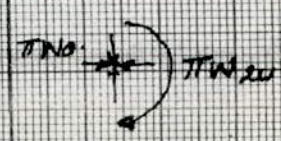


Fig IV.8



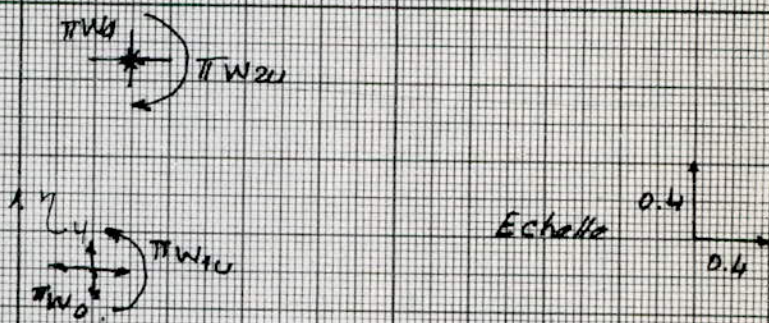
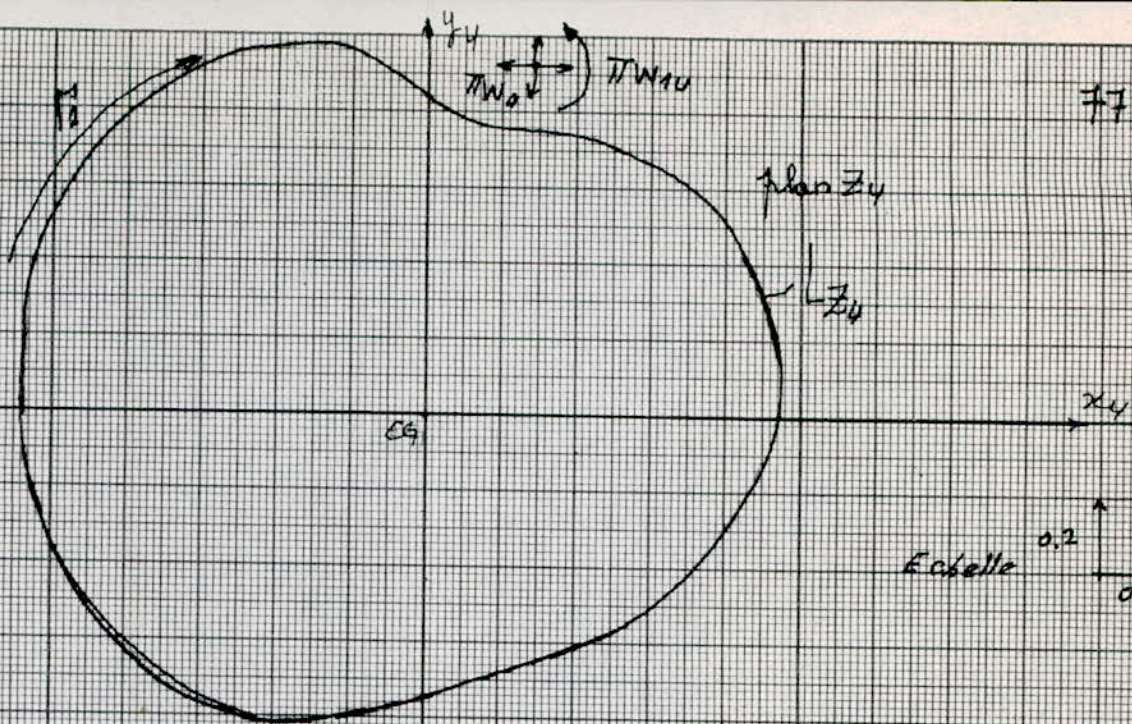
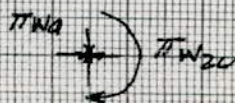


fig. 9



# CONCLUSION

Cette étude était purement théorique d'une part, d'autre part longue, mais malgré ça on est arrivé à résoudre les problèmes principaux, et la quantité de travail réalisée été acceptable vue le temps court destinée à une telle étude.

On a exposé d'une manière convenable dans cinq programmes séparés les huit transformations, et entre chaque deux transformations on a calculé en chaque point des 32 points prises, le coefficient de vitesse, et les points transformés d'où on peut déterminer pour chaque point sur le cercle le point correspondant sur la grille.

Sachant que l'écoulement autour d'un cercle est facile à étudié, donc en se basant sur cette théorie on peut facilement déterminer l'écoulement sur n'importe quelle grille dans une roue axiale, (pression, vitesse et coefficient de portance en chaque point), en connaissant, la géométrie de la grille et la valeur du débit.

---

---

ANNEXE

---

---

```

0010 !#####
0020 !##
0025 !##          PROJET DE FIN D'ETUDES          ##
0026 !##          *****          ##
0027 !##
0030 !##          PROGRAMMATION DE METHODE DE CALCUL DE L'ECOULEMENT ##
0040 !##
0050 !##          AUTOUR D'UNE GRILLE D'AUBES UTILISEE DANS LES      ##
0060 !##
0070 !##          TURBO-MACHINES AXIALES          ##
0080 !##
0090 !#####
0091 !
0100 !          *=====*
0105 !          *                                     *
0120 !          * ORIENTATION VERS LES DIFFERENTES ETAPES *
0125 !          *                                     *
0126 !          *=====*
0127 !
0128 PRINT
0129 PRINT , "CE PROGRAMME COMPORTE CINQ ETAPES DE CALCUL : "
0130 PRINT
0131 PRINT , " _ 1ere ETAPE : INTRODUCTION DES DONNEES "
0132 PRINT , " _ 2eme ETAPE : CALAGE DES PROFILS DANS LA GRILLE "
0133 PRINT , " _ 3eme ETAPE : 1ere ET 2eme TRANSFORMATIOS "
0134 PRINT , " _ 4eme ETAPE : 3eme ET 4eme TRANSFORMATIONS "
0135 PRINT , " _ 5eme ETAPE : 5eme,6eme,7eme ET 8eme TRANSFORMATIONS"
0145 PRINT
0150 INPUT "          EN QUELLE ETAPE ETES VOUS ? ";J
0160 PRINT
0165 IF J > 5 THEN 0180
0170 GO TO 0210
0175 PRINT
0180 PRINT , "          ATTENTION AU NOMBRE D'ETAPES IL EST "
0185 PRINT , "          EGALE A CINQ."
0186 PRINT
0187 INPUT "          VOULEZ VOUS REPRENEZ ? (OUI/NON).";CN#
0188 PRINT
0190 IF CN# = "OUI" THEN 0150
0200 GO TO 9888
0210 IF J=1 THEN 1010
0220 IF J=2 THEN 2010
0230 IF J=3 THEN 3010
0250 IF J=4 THEN 4010
0255 IF J=5 THEN 7010
0256 !
1010 !          *=====*
1020 !          *          1ere ETAPE          *
1025 !          *          -----          *
1035 !          * PROGRAMME D'INTRODUCTION DES DONNEES *
1050 !          *=====*
1056 !
1060 DIM XP(32),YE(17),YI(17),YP(32)
1065 PRINT CHR$(27)+"#6"+"1ere ETAPE : INTRODUCTION DES DONNEES "
1066 PRINT
1070 PRINT , "Donner les caracteristiques geometriques de la grille : "
1075 PRINT
1080 INPUT "          1_ Type de profil";TP#
1090 INPUT "          2_ La corde C en [m]";C

```



```

1091 PRINT
1095 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          CHOIX DES PARAMETRES"
1096 PRINT
1097 PRINT , "          Tableau donnant GAMA et S/C correspondant "
1100 PRINT , "-----"
1105 PRINT , "!Angle de calage :!GAMA[0] : 0 ! (+/-)30 ! (+/-)60!"
1110 PRINT , "-----"
1115 PRINT , "!Pas relatif      :!S/C >= : .5 !      .6 !      .7!"
1116 PRINT , "-----"

```

```

1117 PRINT
1118 PRINT "      A partir du tableau si dessus choisissez : "
1119 PRINT
1120 INPUT "      4_ L'angle de calage GAMA en [degres]";GAMA
1121 INPUT "      3_ Le pas relatif correspondant (pas/corde) : S/C";RSC
1122 PRINT
1125 PRINT "      definir la geometrie du profil: "
1126 PRINT
1130 FOR I=1 TO 17
1135 PRINT "Point No: ";I
1136 INPUT "(X/C) %";XP(I)
1140 INPUT "(YE/C) %";YE(I)
1145 INPUT "(YI/C) %";YI(I)
1146 YP(I)=YE(I)
1150 NEXT I
1151 FOR I=18 TO 32
1152 XP(I)=XP(34-I)
1155 YP(I)=YI(34-I)
1160 NEXT I
1165 !
1170 ! _____ OUVERTURE D'UN FICHER FD : CONTENANT LES DONNEES _____
1295 OPEN "FD" FOR OUTPUT AS FILE #1%
1300 PRINT #1,TP#
1310 PRINT #1,C
1320 PRINT #1,GAMA
1325 PRINT #1,RSC
1330 FOR I=1 TO 32
1340 PRINT #1,XP(I)
1345 PRINT #1,YP(I)
1355 NEXT I
1360 CLOSE #1%
1370 GO TO 9888
2010 !
20105! *=====*
2030 ! *                2eme ETAPE                *
2040 ! *                -----                *
2060 ! * INSTALLATION DES PROFILS DANS LA GRILLE *
2080 ! *=====*
2086 !
2087 PRINT CHR$(27)+"#6"+"                2eme ETAPE                "
2090 DIM X0(32),Y0(32),XR(32),YR(32)
2095 !
2100 ! _____ LECTURE DES DONNEES DU FICHER FD _____
2110 OPEN "FD" FOR INPUT AS FILE #1%
2120 INPUT #1,TP#
2130 INPUT #1,C
2140 INPUT #1,GAMA
2150 INPUT #1,RSC
2160 FOR I=1 TO 32
2165 INPUT #1,XP(I)
2170 INPUT #1,YP(I)
2175 NEXT I
2176 CLOSE #1%
2180 !
2400 GAMA=GAMA*PI/180
2410 ! _____ Coordonnees du centre de rotation ZT0(XT0,YT0) _____
2420 XT0=C/2

```

```

2430 YTO=0
2435 ! _____ Calcul des coordonnees des points _____
2440 FOR I=1 TO 32
2450 ! _____ Plan Z0(X0,Y0) _____
2460 X0(I)=XP(I)*C*1E-02
2465 Y0(I)=YP(I)*C*1E-02
2480 ! _____ Rotation de centre ZT0 et d'angle (-GAMA) _____
2485 ! _____ PLAN ZR(XR,YR) _____
2500 XR(I)=(X0(I)-XT0)*COS(-GAMA)-(Y0(I)-YT0)*SIN(-GAMA)
2520 YR(I)=(Y0(I)-YT0)*COS(-GAMA)+(X0(I)-XT0)*SIN(-GAMA)
2529 NEXT I
2530 !
2531 ! _____ IMPRESSION DES DONNEES _____
2532 PRINT
2533 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          DONNEES "
2534 PRINT
2535 PRINT , "1_ TYPE DE PROFIL : ";TP#
2536 PRINT , "2_ LA CORDE : C= ";C;"[m]"
2537 PRINT , "3_ L'ANGLE DE CALAGE : GAMA= ";GAMA*180/PI;"[o]"
2538 PRINT , "4_ LE PAS RELATIF : S/C= ";RSC
2539 PRINT
2541 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          GEOMETRIE DES PROFILS "
2542 PRINT , "(X/C)%", "(Y/C)%"
2543 FOR I=1 TO 32
2544 PRINT ,XP(I),YP(I)
2545 NEXT I
2546 PRINT
2547 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          RESULTATS DE LA 1ere ETAPE"
2548 PRINT
2549 PRINT , "COORDONNEES DES POINTS"
2550 PRINT , "_____"
2551 PRINT
2552 PRINT , "PLAN Z0(X0,Y0)", "PLAN ZR(XR,YR)"
2553 PRINT , "_____"
2554 PRINT
2555 PRINT " I", " X0(I)", " Y0(I)", " XR(I)", " YR(I)"
2556 FOR I=1 TO 32
2557 PRINT I,X0(I),Y0(I),XR(I),YR(I)
2558 NEXT I
2559 PRINT "-----"
2560 PRINT
2565 PRINT , " Tracer le profil dans le plan ZR(XR,YR) et determiner "
2570 PRINT , "graphiquement les ordonnees des points pour lesquels XR=0"
2575 PRINT , "soient YRE0 sur l'extrados et YRI0 sur l'intrados . "
2580 PRINT , " Introduire les ensuite dans le programme de l'etape "
2590 PRINT , "suivante la ou elles vous seront demandees ."
2596 !
2600 ! _____ OUVERTURE D'UN FICHER FR1 CONTENANT XR et YR _____
2610 OPEN "FR1" FOR OUTPUT AS FILE #2%
2620 PRINT #2,C
2630 PRINT #2,GAMA
2640 PRINT #2,RSC
2650 FOR I=1 TO 32
2655 PRINT #2,XR(I)
2656 PRINT #2,YR(I)
2660 NEXT I
2665 CLOSE #2%

```

```

2666 GO TO 9888
3010 !
3012 ! *=====
3015 ! *           3eme ETAPE           *
3020 ! *           -----           *
3025 ! * COMPORTE :                   *
3060 ! * 1ere TRANSFORMATION : Z <--> Z1=PI*Z/S *
3080 ! * 2eme TRANSFORMATION : Z1 <--> ZETA1=TANH(Z1) *
3100 ! * COEFFICIENTS DE VITESSES : *
3120 ! *   1_ dZ1/dZ=PI/S           *
3140 ! *   2_ dZETA1/dZ1=1-ZETA1^2 *
3160 ! *=====
3170 !
3171 PRINT CHR$(27)+"#6"+"           3eme ETAPE :           "
3172 PRINT
3173 PRINT CHR$(27)+"#6"+"           1ere et 2eme TRANSFORMATION "
3175 DIM X(32),Y(32),X1(32),Y1(32),dZ1(32),DINO(35),XSI1(35), &
      ETA1(35),dZETA1(32)
3176 !
3180 ! _____ Lecture du fichier FR1 _____
3190 OPEN "FR1" FOR INPUT AS FILE #2%
3210 INPUT #2,C
3215 INPUT #2,GAMA
3216 INPUT #2,RSC
3220 FOR I=1 TO 32
3225 INPUT #2,XR(I)
3226 INPUT #2,YR(I)
3230 NEXT I
3240 CLOSE #2%
3250 !
3360 ! _____ Composantes du vecteur de translation ZT1(XT1,YT1) _____
3380 XT1=0
3385 !
3390 ! _____ Introduction de YRE0 et YRI0 _____
3400 INPUT "           Donner la valeur de YRE0 ";YRE0
3410 INPUT "           Donner la valeur de YRI0 ";YRI0
3415 !
3440 YT1=(YRE0+YRI0)/2
3444 !
3490 ! _____ Calcul des coordonnees _____
3495 S=RSC*C
3500 FOR I=1 TO 32
3510 ! _____ TRANSLATION _____
3515 ! _____ PLAN DE LA GRILLE Z(X,Y) _____
3520 X(I)=XR(I)-XT1
3525 Y(I)=YR(I)-YT1
3526 !
3527 ! *=====
3528 ! * *
3530 ! * PREMIERE TRANSFORMATION Z <--> Z1=Z*PI/S *
3531 ! * *
3534 ! *=====
3535 !
3535 ! _____ PLAN Z1(X1,Y1) _____
3540 X1(I)=X(I)*PI/S
3550 Y1(I)=Y(I)*PI/S
3551 !

```

```

3560 | _____ COEFFICIENT DE VITESSE _____
3570 dZ1(I)=PI/S
3571 |
3575 | *=====
3576 | *
3580 | * DEUXIEME TRANSFORMATION Z1 <--> ZETA1=TANH(Z1) *
3581 | *
3585 | *=====
3586 |
3590 | _____ PLAN ZETA1(XSI1,ETA1) _____
3591 |
3592 | _____ CALCUL DES COORDONNEES _____
3600 DINO(I)=1+EXP(4*X1(I))+2*EXP(2*X1(I))*COS(2*Y1(I))
3610 XSI1(I)=(EXP(4*X1(I))-1)/DINO(I)
3620 ETA1(I)=2*EXP(2*X1(I))*SIN(2*Y1(I))/DINO(I)
3630 l== COEFFICIENT DE VITESSE dZETA1/dZ1 ==
3640 dZETA1(I)=SQR((1-XSI1(I)^2+ETA1(I)^2)^2+4*XSI1(I)^2*ETA1(I)^2)
3660 NEXT I
3664 |
3665 | _____ IMPRESSION DES RESULTATS _____
3666 PRINT
3667 PRINT CHR$(27)+"#6"+" RESULTATS DE LA 3eme ETAPE"
3668 PRINT
3669 PRINT ",YRE0=";YRE0,"YRI0=";YRI0
3670 PRINT
3671 PRINT ",Composantes du Vecteur de translation : ZT1(XT1,YT1)"
3672 PRINT ",XT1=";XT1,"YT1=";YT1
3673 PRINT
3674 PRINT ",COORDONNEES DES POINTS "
3675 PRINT ",-----"
3676 PRINT
3680 PRINT ",PLAN Z(X,Y)",",PLAN Z1(X1,Y1)"
3681 PRINT ",-----",",-----"
3684 PRINT
3685 PRINT " I"," X"," Y"," X1"," Y1"
3686 FOR I=1 TO 32
3687 PRINT I,X(I),Y(I),X1(I),Y1(I)
3688 NEXT I
3689 PRINT "-----"
3690 PRINT
3691 PRINT ",PLAN ZETA1(XSI1,ETA1)",",COEFFICIENTS DES VITESSES"
3692 PRINT ",-----",",-----"
3693 PRINT
3700 PRINT " I"," XSI1"," ETA1"," dZ1/dZ"," dZETA1/dZ1"
3710 FOR I=1 TO 32
3711 PRINT I,XSI1(I),ETA1(I),dZ1(I),dZETA1(I)
3712 NEXT I
3735 PRINT "-----"
3736 |
3737 PRINT
3740 PRINT ", Tracer le profil dans le plan ZETA1(XSI1,ETA1) et determ"
3750 PRINT ",_iner graphiquement le centre de courbure du Bord d'atta"
3760 PRINT ",_que en traçant au compas un cercle contenant la courbure"
3770 PRINT ",de celui-ci, le centre du cercle sera pris comme centre "
3780 PRINT ",de courbure soit le point A(XSI1A,ETA1A) ,reperer ses co_"
3790 PRINT ",_ordonnees et introduiser les ensuite dans l'etape de ca_"
3800 PRINT ",_lcul suivante la ou elles vous seront demandees."

```

```

3805 !
3810 ! _____ SITUATION DES POINTS DE L'ECOULEMENT _____
3820 ! _____ SOURCE + CIRCULATION _____
3830 XSI1SC=-1
3840 ETA1SC=0
3850 XSI1(0)=XSI1SC
3860 ETA1(0)=ETA1SC
3870 ! _____ PUIT + CIRCULATION _____
3880 XSI1PC=1
3890 ETA1PC=0
3895 XSI1(34)=XSI1PC
3900 ETA1(34)=ETA1PC
3910 !
3920 PRINT
3930 PRINT ,"SOURCE+CIRCULATION",,,"PUIT+CIRCULATION"
3940 PRINT ,"XSI1S= ";XSI1SC,,"XSI1P= ";XSI1PC
3950 PRINT ,"ETA1S= ";ETA1SC,,"ETA1P= ";ETA1PC
3955 !
3960 ! _____ FICHER FR2 : contenant (XSI1,ETA1) _____
3970 OPEN "FR2" FOR OUTPUT AS FILE #3%
3975 FOR I=0 TO 34
3980 PRINT #3,XSI1(I)
3981 PRINT #3,ETA1(I)
3982 NEXT I
3983 CLOSE #3%
3984 !
3985 ! _____ FICHER CV1 : contenant dZ1/dZ,dZETA1/dZ1 _____
3986 OPEN "CV1" FOR OUTPUT AS FILE #4%
3987 FOR I=1 TO 32
3988 PRINT #4,dZ1(I)
3989 PRINT #4,dZETA1(I)
3990 NEXT I
3995 CLOSE #4%
4000 GO TO 9888
4010 !
4020 ! *=====*
5030 ! *                               4eme ETAPE                               *
5040 ! *                               -----                               *
5045 ! * COMPORTE :                                                            *
5060 ! * 3eme TRANSFORMATION : ZETA1 <--> Z2=ZETA1*EXP(-TETA1) *
5080 ! * 4eme TRANSFORMATION : Z2 <--> ZETA2 :                               *
5090 ! *                               Z2=ZETA2+C2^2/ZETA2                    *
5095 ! * C.D.U : dZETA2/dZ2                                                  *
5100 ! *=====*
5110 !
5111 PRINT CHR$(27)+"#6"+"                               4eme ETAPE "
5112 PRINT
5113 PRINT CHR$(27)+"#6"+"                               3eme et 4eme TRANSFORMATION "
5115 DIM X2(35),Y2(35),R01(35),R02(35),PHI1(35),PHI2(35),XSI2(35), &
ETA2(35),P2(35),SNT02(35),SHSIG2(35),DINO2(35),CDPHI(35), &
ESIG2(35),dZETA2(35),SDPHI(35)
5116 !
5120 ! _____ Lecture du fichier FR2 _____
5130 OPEN "FR2" FOR INPUT AS FILE #3%
5140 FOR I=0 TO 34
5145 INPUT #3,XSI1(I)
5150 INPUT #3,ETA1(I)

```

```

5160 NEXT I
5170 CLOSE #3%
5175 |
5190 | _____ Introduction des coordonnees de A _____
5195 |
5200 INPUT "Donner les coordonnees de A : (XSI1A,ETA1A)";XSI1A,ETA1A
5205 |
5210 | *=====
5215 | * *
5230 | * 3eme TRANSFORMATION = R(O2,-TETA1) *
5232 | * *
5235 | *=====
5236 |
5240 | _____ Calcul des coordonnees de O2 centre de rotation _____
5250 XSI102=(XSI1(17)+XSI1A)/2
5255 ETA102=(ETA1(17)+ETA1A)/2
5256 |
5270 | _____ Calcul de l'angle de rotation TETA1 _____
5280 TETA1=ATN((ETA1(17)-ETA1A)/(XSI1(17)-XSI1A))
5290 | _____ TETA1 en [Degres] _____
5300 TETA1D=TETA1*180/PI
5304 |
5340 | _____ Plan Z2(X2,Y2) _____
5341 |
5350 | _____ Calcul des coordonnees _____
5360 FOR I=0 TO 34
5370 X2(I)=(XSI1(I)-XSI102)*COS(-TETA1)-(ETA1(I)-ETA102)*SIN(-TETA1)
5380 Y2(I)=(ETA1(I)-ETA102)*COS(-TETA1)+(XSI1(I)-XSI102)*SIN(-TETA1)
5390 NEXT I
5391 |
5392 | *=====
5393 | * *
5400 | * 4eme Transformation = JOUKOWSKI ORDINAIRE *
5401 | * *
5402 | *=====
5403 |
5410 | _____ Calcul de la cste de Joukowski C2 _____
5420 C2=X2(17)/2
5421 |
5440 | _____ Plan ZETA2(XSI2,ETA2) _____
5441 |
5450 | _____ Calcul des coordonnees _____
5460 FOR I=0 TO 34
5470 R01(I)=SQR((X2(I)+2*C2)^2+Y2(I)^2)
5480 R02(I)=SQR((X2(I)-2*C2)^2+Y2(I)^2)
5490 IF I<=17 AND (X2(I)+2*C2)=0 THEN 5520
5500 IF I<=17 AND (X2(I)-2*C2)=0 THEN 5660
5510 IF I>17 AND (X2(I)+2*C2)=0 THEN 5540
5515 GO TO 5570
5520 PHI1(I)=PI/2
5530 GO TO 5635
5540 PHI1(I)=PI+PI/2
5560 GO TO 5635
5570 PHI1(I)=ATN(Y2(I)/(X2(I)+2*C2))
5590 IF I<17 THEN 5635
5600 IF X2(I)+2*C2<0 THEN 5630
5610 PHI1(I)=PHI1(I)+2*PI

```

```

5620 GO TO 5635
5630 PHI1(I)=PHI1(I)+PI
5635 PHI2(I)=ATN(Y2(I)/(X2(I)-2*C2))
5640 PHI2(I)=PHI2(I)+PI
5650 GO TO 5680
5660 PHI1(I)=0
5670 PHI2(I)=0
5680 CDPHI(I)=COS((PHI2(I)-PHI1(I))/2)
5690 DIND2(I)=1+(R02(I)/R01(I))-2*(SQR(R02(I)/R01(I)))*CDPHI(I)
5700 XSI2(I)=C2*(1-(R02(I)/R01(I)))/DIND2(I)
5710 SDPHI(I)=SIN((PHI2(I)-PHI1(I))/2)
5720 ETA2(I)=2*C2*SQR(R02(I)/R01(I))*SDPHI(I)/DIND2(I)
5730 P2(I)=1-(X2(I)/(2*C2))^2-(Y2(I)/(2*C2))^2
5740 SNT02(I)=(P2(I)+SQR(P2(I)^2+(Y2(I)/C2)^2))/2
5750 IF SNT02(I)=0 THEN 5770
5760 SHSIG2(I)=Y2(I)^2/(4*C2^2*SNT02(I))
5765 GO TO 5780
5770 SHSIG2(I)=0
5780 ESIG2(I)=SQR(XSI2(I)^2+ETA2(I)^2)/C2
5781 !
5790 ! _____ CALCUL DU COEFFICIENT DE VITESSE : dZETA2/dZ2 _____
5800 dZETA2(I)=ESIG2(I)/(2*SQR(SHSIG2(I)+SNT02(I)))
5810 NEXT I
5811 !
5820 ! _____ IMPRESSION DES RESULTATS _____
5821 PRINT
5822 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          RESULTATS DE LA 4eme ETAPE"
5823 PRINT
5824 PRINT ,"POINT A","CENTRE DE ROT ","ANGLE DE ROT"
5825 PRINT ,"XSI1A=";XSI1A,"XSI102=";XSI102,"TETA1=";TETA1;"[Rd]"
5826 PRINT ,"ETA1A=";ETA1A,"ETA102=";ETA102,"TETA1=";TETA10;"[o]"
5827 PRINT
5828 PRINT ,"Cste de JOUKOWSKI :C2=" ;C2
5830 PRINT
5835 PRINT ,,"COORDONNEES DES POINTS"
5836 PRINT ,," _____"
5837 PRINT
5840 PRINT ,"PLAN Z2(X2,Y2)","PLAN ZETA2(XSI2,ETA2)"
5841 PRINT ,," _____"," _____"
5850 PRINT
5860 PRINT " I"," X2"," Y2"," XSI2"," ETA2","dZEAT2/dZ2"
5870 FOR I= 1 TO 32
5880 PRINT I,X2(I),Y2(I),XSI2(I),ETA2(I),dZETA2(I)
5890 NEXT I
5891 PRINT " _____"
6005 PRINT
5910 PRINT ,"Tracer le profil dans le plan ZETA2 assimiler le a une "
5920 PRINT ,"ellipse dont vous devez determiner les foyers E et F"
5930 PRINT ,"graphiquement . Introduiser leurs coordonnees dans "
5940 PRINT ,"l'etape suivante la ou elles vous seront demandees ."
5945 PRINT
5950 PRINT ,"SOURCE+CIRCULATION : "
5955 PRINT ,,"          X2(S+C)=";X2(0),"XSI2(S+C)=";XSI2(0)
5960 PRINT ,,"          Y2(S+C)=";Y2(0),"ETA2(S+C)=";ETA2(0)
5965 PRINT ,"PUIT+CIRCULATION : "
5970 PRINT ,,"          X2(P+C)=";X2(34),"XSI2(P+C)=";XSI2(34)
6000 PRINT ,,"          Y2(P+C)=";Y2(34),"ETA2(P+C)=";ETA2(34)

```



```

6005 !
6010 ! _____ Ouverture d'un fichier FR3 : Contenant XSI2 et ETA2 _____
6020 OPEN "FR3" FOR OUTPUT AS FILE #5%
6030 FOR I=0 TO 34
6040 PRINT #5,XSI2(I)
6050 PRINT #5,ETA2(I)
6060 NEXT I
6070 CLOSE #5%
6075 !
6080 ! _____ FICHER CV2 : Contenant dZETA2/dZ2 _____
6090 OPEN "CV2" FOR OUTPUT AS FILE #6%
6100 FOR I=1 TO 32
6110 PRINT #6,dZETA2(I)
6120 NEXT I
6130 CLOSE #6%
6140 GO TO 9888
7010 !
7020 ! *=====*
```

5eme ETAPE

```

7030 ! *
7030 ! *
7040 ! *
7050 ! * COMPORTE :
7060 ! * 5eme TRANSFORMATION : ZETA2 <--> Z3=ZETA2*EXP(-JD*TETA2)
7070 ! * 6eme TRANSFORMATION : Z3 <--> ZETA3 :
7080 ! * Z3=ZETA3+C3^2/ZETA3
7090 ! * ZETA3CG : AFFIXE DU CENTRE DE GRAVITE (XSI3CG,ETA3CG)
7100 ! * CALCUL DU RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF a
7110 ! * 7eme TRANSFORMATION : ZETA3 <--> Z4=ZETA-ZETA3CG
7120 ! * 8eme TRANSFORMATION : Z4 <--> ZETA4 :
7130 ! * Z4=ZETA4*EXP(>)(An+Bn)/ZETA4^n)
7140 ! * CALCUL DES COEFFICIENTS DE FOURIER PSI0,AN,BN
7150 ! * CALCUL DES C.D.V : dZETA3/dZ3 ; dZEAT4/dZ4
7160 ! *
7170 ! *=====*
```

DIMENSIONNEMENT

```

7173 DIM X3(35),Y3(35),R013(35),R023(35),ETA3(35),
      PHI13(35),PHI23(35),CDPHI3(35),DIN03(35),XSI3(35),
      SDPHI3(35),P3(35),SNT032(35),SHSIG32(35),ESIG3(35),
      dZETA3(35),R03(35),T03(35),XSI3G(35),ETA3G(35),X4(35),
      Y4(35),LAM0(35),PHI0(35),XSI4(35),ETA4(35),LAMA(35,7),
      LAMB(35,7),AN(7),BN(7),dZETA4(35),R04(35),S(35),CPS(6)
7174 !
7175 ! _____ LECTURE DU FICHER FR3 _____
7176 OPEN "FR3" FOR INPUT AS FILE #5%
7177 FOR I=0 TO 34
7178 INPUT #5,XSI2(I)
7179 INPUT #5,ETA2(I)
7180 NEXT I
7185 CLOSE #5%
7186 !
7187 ! _____ INTRODUCTION DES COORDONNEES DES FOYERS E ETF DE L'ELLIPSE _____
7188 PRINT
7190 INPUT "Donner les coordonnees de E(XSI2E,ETA2E)";XSI2E,ETA2E
7195 INPUT "Donner les coordonnees de F(XSI2F,ETA2F)";XSI2F,ETA2F
7196 !
```

```

7197 ! *=====*
```

7198 ! \*

7199 ! \* 5eme TRANSFORMATION = R(O3,-TETA2) \*

7200 ! \*

7201 ! \*=====\*

7202 !

7203 ! \_\_\_\_\_ Calcul des coordonnees de O3 centre derotation \_\_\_\_\_

7205 XSI203=(XSI2E+XSI2F)/2

7210 ETA203=(ETA2E+ETA2F)/2

7211 !

7212 ! \_\_\_\_\_ Calcul de l'angle de rotation TETA2 \_\_\_\_\_

7215 TETA2=ATN((ETA2F-ETA2E)/(XSI2F-XSI2E))

7216 ! \_\_\_\_\_ TETA2 en [o] \_\_\_\_\_

7220 TETA2D=TETA2\*180/PI

7221 !

7222 ! \_\_\_\_\_ PLAN Z3(X3,Y3) \_\_\_\_\_

7223 !

7224 ! \_\_\_\_\_ Calcul des coordonnees \_\_\_\_\_

7225 FOR I=0 TO 34

7230 X3(I)=(XSI2(I)-XSI203)\*COS(-TETA2)-(ETA2(I)-ETA203)\*SIN(-TETA2)

7235 Y3(I)=(ETA2(I)-ETA203)\*COS(-TETA2)+(XSI2(I)-XSI203)\*SIN(-TETA2)

7236 NEXT I

7237 !

7238 ! \*=====\*

7239 ! \*

7240 ! \* 6eme TRANSFORMATION = JOUKOWSKI ORDINAIRE \*

7241 ! \*

7242 ! \*=====\*

7243 !

7244 ! \_\_\_\_\_ Calcul de la cste de Joukowski C3 \_\_\_\_\_

7245 C3=SQR((XSI2F-XSI2E)^2+(ETA2F-ETA2E)^2)/4

7246 !

7247 ! \_\_\_\_\_ PLAN ZETA3(XSI3,ETA3) \_\_\_\_\_

7248 !

7249 ! \_\_\_\_\_ Calcul des coordonnees \_\_\_\_\_

7250 FOR I=0 TO 34

7255 R013(I)=SQR((X3(I)+2\*C3)^2+Y3(I)^2)

7260 R023(I)=SQR((X3(I)-2\*C3)^2+Y3(I)^2)

7265 IF (X3(I)+2\*C3)=0 AND Y3(I)>0 THEN 7295

7270 IF (X3(I)+2\*C3)=0 AND Y3(I)<0 THEN 7305

7275 PHI13(I)=ATN(Y3(I)/(X3(I)+2\*C3))

7280 IF (X3(I)+2\*C3)<0 THEN 7315

7285 IF (X3(I)+2\*C3)>0 AND Y3(I)<0 THEN 7325

7290 IF (X3(I)+2\*C3)>0 AND Y3(I)>=0 THEN 7330

7295 PHI13(I)=PI/2

7300 GO TO 7330

7305 PHI13(I)=3\*PI/2

7310 GO TO 7330

7315 PHI13(I)=PHI13(I)+PI

7320 GO TO 7330

7325 PHI13(I)=PHI13(I)+2\*PI

7330 IF (X3(I)-2\*C3)=0 AND Y3(I)>0 THEN 7360

7335 IF (X3(I)-2\*C3)=0 AND Y3(I)<0 THEN 7370

7340 PHI23(I)=ATN(Y3(I)/(X3(I)-2\*C3))

7345 IF (X3(I)-2\*C3)<0 THEN 7380

7350 IF (X3(I)-2\*C3)>0 AND Y3(I)<0 THEN 7390

7355 IF (X3(I)-2\*C3)>0 AND Y3(I)>=0 THEN 7395

```

7360 PHI23(I)=PI/2
7365 GO TO 7395
7370 PHI23(I)=3*PI/2
7375 GO TO 7395
7380 PHI23(I)=PHI23(I)+PI
7385 GO TO 7395
7390 PHI23(I)=PHI23(I)+2*PI
7395 CDPHI3(I)=COS((PHI23(I)-PHI13(I))/2)
7400 DIN03(I)=1+R023(I)/R013(I)-2*SQR(R023(I)/R013(I))*CDPHI3(I)
7405 XSI3(I)=C3*(1-R023(I)/R013(I))/DIN03(I)
7410 SDPHI3(I)=SIN((PHI23(I)-PHI13(I))/2)
7415 ETA3(I)=2*C3*SQR(R023(I)/R013(I))*SDPHI3(I)/DIN03(I)
7420 P3(I)=1-(X3(I)/2*C3)^2-(Y3(I)/2*C3)^2
7425 SNT032(I)=(P3(I)+SQR(P3(I)^2+(Y3(I)/C3)^2))/2
7430 SHSIG32(I)=Y3(I)^2/(4*C3^2*SNT032(I))
7435 ESIG3(I)=SQR(XSI3(I)^2+ETA3(I)^2)/C3
7436 !
7437 ! _____ CALCUL DU COEFFICIENT DE VITESSE _____
7440 dZETA3(I)=ESIG3(I)/(2*SQR(SHSIG32(I)+SNT032(I)))
7445 NEXT I
7450 GO SUB 9000
7451 !
7452 ! *=====*
7453 ! * * *
7454 ! * 7eme TRANSFORMATION = Translation de vecteur ZETA3CG *
7455 ! * * *
7456 ! *=====*
7457 !
7458 ! _____ PLAN Z4(X4,Y4) _____
7459 !
7460 ! _____ Calcul des coordonnees _____
7465 FOR I=0 TO 34
7466 ! _____ Cartesiennes X4,Y4 _____
7470 X4(I)=XSI3(I)-XSI3CG
7475 Y4(I)=ETA3(I)-ETA3CG
7476 ! _____ Polaires R04,PH0 _____
7480 R04(I)=SQR(X4(I)^2+Y4(I)^2)
7485 IF X4(I)=0 AND Y4(I)>0 THEN 7515
7490 IF X4(I)=0 AND Y4(I)<0 THEN 7525
7495 PHI0(I)=ATN(Y4(I)/X4(I))
7500 IF X4(I)<0 THEN 7535
7505 IF X4(I)>0 AND Y4(I)<0 THEN 7545
7510 IF X4(I)>0 AND Y4(I)>=0 THEN 7550
7515 PHI0(I)=PI/2
7520 GO TO 7550
7525 PHI0(I)=3*PI/2
7530 GO TO 7550
7535 PHI0(I)=PHI0(I)+PI
7540 GO TO 7550
7545 PHI0(I)=PHI0(I)+2*PI
7550 LAM0(I)=LOG(R04(I)/a)
7555 NEXT I
7560 GO SUB 9180
7561 ! _____ Rayon du cercle de base R _____
7565 R=a*EXP(PSI0)
7566 ! _____ PLAN ZETA4(XS14,ETA4) _____
7567 FOR I=1 TO 32

```

```

7568 XSI4(I)=R*COS(PHI0(I))
7569 ETA4(I)=R*SIN(PHI0(I))
7570 NEXT I
7571 ! _____ Calcul du C.D.V dZETA4/dZ4 _____
7573 FOR I=1 TO 32
7575 dZETA4(I)=0
7580 FOR N=1 TO 6
7585 CPS(N)=AN(N)*COS(N*PHI0(I))+BN(N)*SIN(N*PHI0(I))
7590 dZETA4(I)=dZETA4(I)+(N-1)*CPS(N)
7595 NEXT N
7600 dZETA4(I)=dZETA4(I)+1
7604 dZETA4(I)=ABS(dZETA4(I))
7605 NEXT I
7606 !
7607 ! _____ FICHER CONTENANT : dZETA3/dZ3 ; dZETA4/dZ4 _____
7610 OPEN "CV3" FOR OUTPUT AS FILE #7%
7615 FOR I=1 TO 32
7620 PRINT #7,dZETA3(I)
7625 PRINT #7,dZETA4(I)
7630 NEXT I
7635 CLOSE #7%
7636 !
7637 ! _____ IMPRESSION DES RESULTATS _____
7638 PRINT
7639 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          Seme ETAPE "
7640 PRINT
7641 PRINT CHR$(27)+"#6"+" Seme ,6eme,7eme et 8eme TRANSFORMATION"
7642 PRINT
7643 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          RESULTATS DE LA Seme ETAPE "
7644 PRINT
7645 PRINT
7650 PRINT , "POINT E", "POINT F", "CENTRE DE ROTATION"
7655 PRINT , "XSI2E=";XSI2E, "XSI2F=";XSI2F, "XSI203=";XSI203
7660 PRINT , "ETA2E=";ETA2E, "ETA2F=";ETA2F, "ETA203=";ETA203
7665 PRINT
7670 PRINT , "ANGLE DE ROTATION : "; "TETA2=";TETA2;"[Rd]"
7675 PRINT , "          TETA20=";TETA20;"[o]"
7680 PRINT
7685 PRINT , "Cste de JOUKOWSKI : C3=";C3
7690 PRINT
7695 PRINT , " COORDONNEES DES POINTS "
7700 PRINT , "          "
7705 PRINT , "PLAN Z3(X3,Y3)", "PLAN ZETA3(XSI3,ETA3)"
7710 PRINT , "          "
7715 PRINT
7720 PRINT " I", " X3", " Y3", " XSI3", " ETA3"
7725 FOR I=1 TO 32
7730 PRINT I,X3(I),Y3(I),XSI3(I),ETA3(I)
7735 NEXT I
7740 PRINT " _____"
7745 PRINT
7750 PRINT , "SOURCE+CIRCULATION ; "
7755 PRINT , "          X3(S+C)=";X3(0), "XSI3(S+C)=";XSI3(0)
7760 PRINT , "          Y3(S+C)=";Y3(0), "ETA3(S+C)=";ETA3(0)
7765 PRINT , "PUIT+CIRCULATIN ; "
7770 PRINT , "          X3(P+C)=";X3(34), "XSI3(P+C)=";XSI3(34)
7775 PRINT , "          Y3(P+C)=";Y3(34), "ETA3(P+C)=";ETA3(34)
7780 PRINT
7785 PRINT , "COORDONNEES DU C.D.G", "RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF"

```

```

7790 PRINT , "XSI3(CDG)= ";XSI3CG," a= ";a;"[m]"
7795 PRINT , "ETA3(CDG)= ";ETA3CG
7800 PRINT
7805 PRINT , , " COORDONNEES DES POINTS "
7810 PRINT , , " _____ "
7812 PRINT
7815 PRINT , , "      PLANZ4(X4,Y4)"
7820 PRINT , "      CARTESIENNES " , "      POLAIRES "
7825 PRINT , "      _____ " , "      _____ "
7830 PRINT
7835 PRINT " I", " X4", " Y4", " R04[m]", " PHI0[°]", "LAM0"
7840 FOR I=1 TO 32
7845 PRINT I,X4(I),Y4(I),R04(I),PHI0(I)*180/PI,LAM0(I)
7850 NEXT I
7855 PRINT " _____ "
7860 PRINT
7865 PRINT , "SOURCE+CIRCULATION : "
7870 PRINT , "      X4(S+C)=";X4(0),"R(S+C)=";R04(0)
7875 PRINT , "      Y4(S+C)=";Y4(0),"PHI0(S+C)=";PHI0(0)*180/PI
7880 PRINT , "PUIT+CIRCULATION : "
7885 PRINT , "      X4(P+C)=";X4(34),"R(P+C)=";R04(34)
7890 PRINT , "      Y4(P+C)=";Y4(34),"PHI0(P+C)=";PHI0(34)*180/PI
7895 PRINT
7900 PRINT , "      COEFFICIENTS DE FOURIER "
7905 PRINT , "      _____ "
7910 PRINT
7911 PRINT , "PSI0= ";PSI0
7912 PRINT
7915 PRINT , " N", " AN", " BN"
7920 FOR N=1 TO 6
7925 PRINT ,N,AN(N),BN(N)
7930 NEXT N
7935 PRINT , " _____ "
7940 PRINT
7945 PRINT , "Rayon du cercle de base : R= ";R;"[m]"
7950 PRINT
7955 PRINT , "PLAN ZETA4(XSI4,ETA4)", "COEFFICIENT DE VITESSE "
7960 PRINT , " _____ " , " _____ "
7965 PRINT
7970 PRINT " I", " XSI4", " ETA4", " dZETA3/dZ3", " dZETA4/dZ4"
7975 FOR I=1 TO 32
7980 PRINT I,XSI4(I),ETA4(I),dZETA3(I),dZETA4(I)
7985 NEXT I
7986 PRINT
7990 GO TO 9888
9000 !
9001 ! *=====
9002 ! *
9003 ! *      SOUS PROGRAMME CALCULANT
9004 ! *      1_ LES COMPOSANTES DU CENTRE DE GRAVITE DANS LE *
9005 ! *      PLAN ZETA3 SOIENT (XSI3CG,ETA3CG)
9006 ! *      2_ LE RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF a
9007 ! *
9008 ! *=====
9009 !
9010 XSI3(33)=XSI3(1)

```

```

9015 ETA3(33)=ETA3(1)
9020 ! _____ CALCUL DE R03 ET T03 _____
9025 FOR I=1 TO 33
9030 R03(I)=SQR(XSI3(I)^2+ETA3(I)^2)
9035 IF XSI3(I)=0 AND ETA3(I)>0 THEN 9065
9040 IF XSI3(I)=0 AND ETA3(I)<0 THEN 9075
9045 T03(I)=ATN(ETA3(I)/XSI3(I))
9050 IF XSI3(I)<0 THEN 9085
9055 IF XSI3(I)>0 AND ETA3(I)<0 THEN 9095
9060 IF XSI3(I)>0 AND ETA3(I)>=0 THEN 9100
9065 T03(I)=PI/2
9070 GO TO 9100
9075 T03(I)=3*PI/2
9080 GO TO 9100
9085 T03(I)=T03(I)+PI
9090 GO TO 9100
9095 T03(I)=T03(I)+2*PI
9100 NEXT I
9101 ! _____ CALCUL DES COORDONNEES DU C.D.G _____
9105 ST=0
9110 XSI3CG=0
9115 ETA3CG=0
9120 FOR I=1 TO 32
9125 XSI3G(I)=(XSI3(I)+XSI3(I+1))/3
9130 ETA3G(I)=(ETA3(I)+ETA3(I+1))/3
9135 S(I)=R03(I)*R03(I+1)*SIN(T03(I)-T03(I+1))
9140 ST=ST+S(I)
9145 XSI3CG=XSI3CG+XSI3G(I)*S(I)
9150 ETA3CG=ETA3CG+ETA3G(I)*S(I)
9155 NEXT I
9160 XSI3CG=XSI3CG/ST
9165 ETA3CG=ETA3CG/ST
9166 ! _____ Calcul du rayon du cercle approximatif _____
9170 a=SQR(ST/PI)
9175 RETURN
9180 !
9181 ! *=====*
9182 ! * * *
9183 ! * SOUS PROGRAMME CALCULANT LES COEFFICIENTS DE FOURIER : *
9184 ! * PSI0 ; An/(a*EXP(PSI0))^n ; Bn/(a*EXP(PSI0))^n *
9185 ! * * *
9186 ! *=====*
9187 !
9188 ! _____ AN=An/(a*EXP(PSI0))^n _____
9189 !
9190 ! _____ BN=Bn/(a*EXP(PSI0))^n _____
9191 !
9195 PHI0(33)=PHI0(1)
9200 LAM0(33)=LAM0(1)
9205 FOR N=1 TO 6
9210 FOR I=1 TO 33
9215 LAMA(I,N)=LAM0(I)*COS(N*PHI0(I))
9220 LAMB(I,N)=LAM0(I)*SIN(N*PHI0(I))
9225 NEXT I
9230 NEXT N
9235 FOR N=1 TO 6
9240 AN(N)=0

```

```
9245 BN(N)=0
9250 FOR I=1 TO 32
9255 AN(N)=AN(N)+(LAMA(I,N)+LAMA(I+1,N))*(PHI0(I+1)-PHI0(I))/2
9260 BN(N)=BN(N)+(LAMB(I,N)+LAMB(I+1,N))*(PHI0(I+1)-PHI0(I))/2
9265 NEXT I
9270 AN(N)=AN(N)/PI
9275 BN(N)=BN(N)/PI
9280 NEXT N
9285 PSI0=0
9290 RETURN
9888 PRINT
9889 PRINT ,," ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** "
9890 PRINT ,," * * "
9891 PRINT ,," * * * * * * * * * * "
9892 PRINT ,," * * "
9893 PRINT ,," ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** "
9999 END
```

RESULTATS DE LA 1ere ETAPE

COORDONNEES DES POINTS

PLAN Z0(X0,Y0)

PLAN ZR(XR,YR)

I	X0(I)	Y0(I)	XR(I)	YR(I)
1	0	0	-.0125	-.216506E-01
2	.000625	.000625	-.127288E-01	-.207969E-01
3	.00125	.00094	-.126891E-01	-.200981E-01
4	.0025	.001395	-.124581E-01	-.187881E-01
5	.005	.002075	-.011797	-.016283
6	.0075	.002575	-.01098	-.138679E-01
7	.01	.00295	-.100548E-01	-.115154E-01
8	.0125	.00321	-.902994E-02	-.922032E-02
9	.015	.00338	-.792717E-02	-.697026E-02
10	.02	.00345	-.548779E-02	-.260513E-02
11	.025	.003275	-.283623E-02	.16375E-02
12	.03	.002925	-.33125E-04	.579263E-02
13	.035	.002425	.289989E-02	.987275E-02
14	.04	.00178	.595847E-02	.138804E-01
15	.045	.00098	.915129E-02	.178105E-01
16	.0475	.000525	.107953E-01	.197481E-01
17	.05	0	.0125	.216506E-01
18	.0475	.00012	.111461E-01	.195456E-01
19	.045	.000245	.978782E-02	.017443
20	.04	.000455	.710596E-02	.132179E-01
21	.035	.00058	.44977E-02	.895025E-02
22	.03	.000635	.195007E-02	.464763E-02
23	.025	.00062	-.536936E-03	.00031
24	.02	.00055	-.297631E-02	-.405513E-02
25	.015	.00037	-.532043E-02	-.847526E-02
26	.0125	.00023	-.644919E-02	-.107103E-01
27	.01	.00006	-.755196E-02	-.129604E-01
28	.0075	-.000125	-.864175E-02	-.152179E-01
29	.005	-.0003	-.974019E-02	-.174705E-01
30	.0025	-.00041	-.108949E-01	-.196906E-01
31	.00125	-.000395	-.115329E-01	-.207656E-01
32	.000625	-.00032	-.119104E-01	-.212694E-01

Tracer le profil dans le plan ZR(XR,YR) et determiner graphiquement les ordonnees des points pour lesquels XR=0 soient YR0 sur l'extrados et YR10 sur l'intrados .

Intrgduiser les ensuite dans le programme de l'etape suivante la ou elles vous seront demandees .



3eme ETAPE : 1ere et 2eme TRANSFORMATION  
 RESULTATS DE LA 3eme ETAPE

YR00= .579263E-02                    YR10= .0013  
 Composantes du vecteur de translation : ZT1(XT1,YT1)  
 XT1= 0                    YT1= .354632E-02

COORDONNEES DES POINTS

PLAN Z(X,Y)			PLAN Z1(X1,Y1)	
I	X	Y	X1	Y1
1	-.0125	-.251969E-01	-.785398	-1.58317
2	-.127288E-01	-.243432E-01	-.799774	-1.52953
3	-.126891E-01	-.236444E-01	-.79722	-1.48562
4	-.124581E-01	-.233344E-01	-.782766	-1.40331
5	-.011797	-.129993E-01	-.741227	-1.24591
6	-.01098	-.174142E-01	-.689894	-1.09417
7	-.100548E-01	-.150617E-01	-.691762	-.946356
8	-.902994E-02	-.127666E-01	-.567369	-.802151
9	-.792717E-02	-.105166E-01	-.498079	-.660776
10	-.548779E-02	-.615145E-02	-.344806	-.396507
11	-.283623E-02	-.190882E-02	-.178206	-.119934
12	-.23125E-04	.224691E-02	-.208131E-02	.14114
13	.289989E-02	.632644E-02	.182205	.397502
14	.595847E-02	.103341E-01	.374882	.64931
15	.915129E-02	.142642E-01	.574993	.996245
16	.107953E-01	.162018E-01	.678289	1.01739
17	.0125	.181043E-01	.785398	1.13753
18	.111461E-01	.159993E-01	.70033	1.00526
19	.979782E-02	.138967E-01	.614987	.873154
20	.710596E-02	.967158E-02	.446481	.607684
21	.44977E-02	.540394E-02	.282599	.339539
22	.195007E-02	.110131E-02	.122527	.691976E-01
23	-.536936E-03	-.323631E-02	-.337367E-01	-.203344
24	-.297631E-02	-.760145E-02	-.187007	-.477613
25	-.532043E-02	-.120216E-01	-.334292	-.755338
26	-.644919E-02	-.142566E-01	-.405213	-.89577
27	-.755196E-02	-.165067E-01	-.474504	-1.03715
28	-.864175E-02	-.187642E-01	-.542977	-1.17899
29	-.974019E-02	-.210168E-01	-.611394	-1.32053
30	-.108349E-01	-.232369E-01	-.684547	-1.46002
31	-.115329E-01	-.249119E-01	-.724633	-1.52756
32	-.119104E-01	-.248157E-01	-.749353	-1.55922

## PLAN ZETA1(XS11,ETA1)

## COEFFICIENTS DES VITESSES

I	XS11	ETA1	dZ1/dZ	dZETA1/dZ1
1	-1.52456	.163912E-01	62.8319	1.32495
2	-1.50298	-.521842E-01	62.8319	1.26599
3	-1.49557	-.107359	62.8319	1.26658
4	-1.47366	-.211724	62.8319	1.2881
5	-1.37464	-.39824	62.8319	1.31649
6	-1.21345	-.531555	62.8319	1.30394
7	-1.02116	-.595172	62.8319	1.2548
8	-.828815	-.594045	62.8319	1.18876
9	-.654968	-.542837	62.8319	1.12029
10	-.379789	-.355698	62.8319	1.01876
11	-.178823	-.116712	62.8319	.982531
12	-.212332E-02	.142084	62.8319	1.02018
13	.210776	.403903	62.8319	1.13159
14	.52526	.616442	62.8319	1.28
15	.936238	.642846	62.8319	1.31795
16	1.11781	.551138	62.8319	1.23333
17	1.23612	.409351	62.8319	1.07428
18	1.10383	.524117	62.8319	1.15844
19	.930036	.585359	62.8319	1.18898
20	.573009	.528498	62.8319	1.12747
21	.306756	.323388	62.8319	1.02977
22	.122494	.682733E-01	62.8319	.989798
23	-.035156	-.205949	62.8319	1.04128
24	-.232252	-.495359	62.8319	1.21345
25	-.556888	-.772573	62.8319	1.54794
26	-.799867	-.865155	62.8319	1.77334
27	-1.09512	-.873592	62.8319	1.99473
28	-1.39381	-.749657	62.8319	2.12415
29	-1.60127	-.494709	62.8319	2.06171
30	-1.64538	-.196641	62.8319	1.7897
31	-1.60868	-.690267E-01	62.8319	1.59859
32	-1.57656	-.172078E-01	62.8319	1.48624

Tracer le profil dans le plan ZETA1(XS11,ETA1) et déterminer graphiquement le centre de courbure du Bord d'attaque en traçant au compas un cercle contenant la courbure de celui-ci, le centre du cercle sera pris comme centre de courbure soit le point A(XS11A,ETA1A), repérer ses coordonnées et introduiser les ensuite dans l'étape de calcul suivante la ou elles vous seront demandées.

SOURCE+CIRCULATION

XS11(S+C)= -1

ETA1(S+C)= 0

PUIT+CIRCULATION

XS11(P+C)= 1

ETA1(P+C)= 0

## RESULTATS DE LA 4eme ETAPE

POINT A	CENTRE DE ROT	ANGLE DE ROT
XSI1A=-1.53	XSI102=-.14694	TETA1= .146921 [Rd]
ETA1A= 0	ETA102= .204675	TETA1= 8.41796 [o]

Cste de JOUKOWSKI :C2= .699061

## COORDONNEES DES POINTS

PLAN Z2(X2,Y2)			PLAN ZETA2(XSI2,ETA2)		C.O.V
I	X2	Y2	XSI2	ETA2	dZEAT2/dZ2
1	-1.39034	.154193E-01	-.752424	.101313	3.45961
2	-1.37903	-.555775E-01	-.573797	.137791	1.4606
3	-1.37978	-.111243	-.513072	.161396	.960699
4	-1.37338	-.217691	-.438415	.192202	.613367
5	-1.30274	-.416693	-.347859	.238791	.390378
6	-1.1628	-.572169	-.286991	.278877	.314071
7	-.981894	-.663251	-.239919	.316949	.285793
8	-.791456	-.690294	-.200475	.354379	.280307
9	-.611985	-.665087	-.165603	.392266	.288366
10	-.312375	-.520249	-.100644	.471341	.328507
11	-.785884E-01	-.313258	-.306908E-01	.558738	.391086
12	.134094	-.831173E-01	.630496E-01	.655531	.472353
13	.383028	.144714	.211997	.748866	.574965
14	.725238	.308925	.45241	.778254	.714192
15	1.13565	.27488	.736665	.599669	.965133
16	1.30184	.157579	.814726	.391882	1.27928
17	1.39812	-.298023E-07	.699206	0	2422.1
18	1.28406	.132896	.506606	-.248576	.822845
19	1.1211	.21892	.424978	-.343122	.578053
20	.759598	.214938	.311829	-.493038	.482651
21	.466187	.510156E-01	.224079	-.634103	.509746
22	.246563	-.174376	.138774	-.780968	.57151
23	.504671E-01	-.422565	.325379E-01	-.941175	.645088
24	-.186873	-.680004	-.134544	-1.11282	.724195
25	-.548594	-.906707	-.429373	-1.25524	.812154
26	-.802508	-.962721	-.646631	-1.26851	.863434
27	-1.09582	-.927844	-.898239	-1.18948	.924982
28	-1.37314	-.761518	-1.12541	-.976463	1.00689
29	-1.54105	-.478946	-1.22866	-.642234	1.13637
30	-1.54105	-.177632	-1.1345	-.276833	1.42527
31	-1.48606	-.567648E-01	-1.00579	-.108642	1.84106
32	-1.4467	-.102063E-01	-.8102	-.024859	2.42305

Tracer le profil dans le plan ZETA2 assimiler le a une ellipse dont vous devez determiner les foyers E et F graphiquement . Introduire leurs coordonnees dans l'etape suivante la ou elles vous seront demandees .

## SOURCE+CIRCULATION :

X2(S+C)=-.873833	XSI2(S+C)=-.405983
Y2(S+C)=-.775883E-01	ETA2(S+C)= .509159

## PUIT+CIRCULATION :

X2(P+C)= 1.10462	XSI2(P+C)= .753513
Y2(P+C)=-.370375	ETA2(P+C)=-.693535

COEFFICIENTS DE FOURIER

PSI0= 0

N	AN	BN
1	-.428737	-.558803E-01
2	-.50314	-.099548
3	-.416604	-.148934
4	-.245433	-.164412
5	-.159733	-.153275
6	-.934573E-01	-.122698

Rayon du cercle de base : R= 1.31582 [m]

PLAN ZETA4(XS14,ETA4)

COEFFICIENT DE VITESSE

I	XS14	ETA4	dZETA3/dZ3	dZETA4/dZ4
1	-.13977	1.30949	.731189	1.17384
2	.405026E-01	1.3182	.698009	.818531
3	.113706	1.3119	.690609	.710077
4	.206395	1.30054	.688229	.661776
5	.326879	1.2756	.678482	.61344
6	.414157	1.25	.679109	1.10223
7	.485969	1.22387	.682797	1.45069
8	.548969	1.19693	.688713	1.82508
9	.606632	1.16877	.6967	2.20568
10	.714786	1.10594	.718917	2.92345
11	.82362	1.02746	.751743	3.47293
12	.944826	.917235	.802005	3.48648
13	1.08875	.7407	.884437	2.03409
14	1.2448	.429529	1.02664	1.75963
15	1.31313	-.934344E-01	1.11961	1.30297
16	1.2429	-.434991	1.01031	2.25537
17	.942362	-.919786	.808964	2.11029
18	.624599	-1.15926	.73166	.752682
19	.493459	-1.22486	.716229	.896363
20	.260276	-1.29084	.709367	1.41038
21	.613226E-01	-1.31539	.715073	1.60721
22	-.136553	-1.30972	.731994	1.34977
23	-.352754	-1.26969	.76013	.782802
24	-.612813	-1.16554	.806125	.403499
25	-.942026	-.920103	.892124	.934964
26	-1.12626	-.682313	.968561	1.15489
27	-1.28222	-.399858	1.07216	.649977
28	-1.29341	.247185	1.09461	1.13044
29	-1.07333	.755785	.947455	.704144
30	-.722342	1.10102	.828186	.686337
31	-.500699	1.21791	.790669	1.2206
32	-.364255	1.26544	.757126	1.37293

5eme ETAPE : 5eme ,6eme,7eme et 8eme TRANSFORMATION

RESULTATS DE LA 5eme ETAPE

POINT E            POINT F            CENTRE DE ROTATION  
 XSI2E=-.85        XSI2F= .48        XSI203=-.185  
 ETA2E=-.88        ETA2F= .45        ETA203=-.215

ANGLE DE ROTATION : TETA2= .765398 [Rd]  
                           TETA2D= 45 [o]

Cste de JOUKOWSKI : C3= .470226

COORDONNEES DES POINTS

I	PLAN Z3(X3,Y3)		PLAN ZETA3(XS13,ETA3)	
	X3	Y3	XS13	ETA3
1	-.177562	.624895	-.133339	.672189
2	-.254601E-01	.524382	-.189306E-01	.800459
3	.341702E-01	.498134	.250854E-01	.780968
4	.108744	.467127	.786638E-01	.756343
5	.20572	.436037	.14684	.727913
6	.277105	.421342	.196965	.710381
7	.337311	.414978	.239968	.698208
8	.391663	.413554	.279803	.689031
9	.443118	.415686	.318713	.681828
10	.544965	.425668	.389547	.669243
11	.656228	.438002	.493503	.653476
12	.790956	.440161	.612813	.620555
13	.962276	.400837	.768677	.535777
14	1.15305	.25162	.94333	.323553
15	1.32777	-.756576E-01	1.01104	-.963012E-01
16	1.13604	-.277783	.928702	-.357626
17	.777256	-.4732	.608738	-.654343
18	.465297	-.512781	.352639	-.753503
19	.340724	-.521916	.256307	-.778234
20	.154709	-.547914	.11659	-.814068
21	-.708804E-02	-.585613	-.541785E-02	-.846737
22	-.171257	-.629143	-.133619	-.875854
23	-.359661	-.667306	-.28731	-.891909
24	-.599177	-.670532	-.489462	-.864244
25	-.908359	-.562763	-.752781	-.709369
26	-1.07137	-.418522	-.887344	-.525027
27	-1.1934	-.184725	-.980182	-.236878
28	-1.20341	.126535	-.984851	.152623
29	-1.04008	.435879	-.858958	.553239
30	-.71512	.627675	-.534979	.807271
31	-.50518	.655533	-.406735	.864933
32	-.378344	.647244	-.300491	.873576

SOURCE+CIRCULATION :

X3(S+C)= .355799            XS13(S+C)= .284252  
 Y3(S+C)= .668316            ETA3(S+C)= .893118

PUIT+CIRCULATION :

X3(P+C)= .325254            XS13(P+C)= .262744  
 Y3(P+C)=-1.002            ETA3(P+C)=-1.17931

COORDONNEES DU C.D.G  
 XS13(CDG)= -.440912E-01  
 ETAS(CDG)= -.171665E-01

RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF  
 a= 1.31682 [m]

COORDONNEES DES POINTS

PLANZ4(X4,Y4)  
 CARTESIENNES POLAIRES

I	X4	Y4	R04[m]	PHI0[°]	LAM0
1	-.942477E-01	.889356	.894896	96.0492	-.386894
2	.251604E-01	.817626	.818013	88.2374	-.476097
3	.691766E-01	.798135	.801127	85.0464	-.496955
4	.122755	.773509	.783189	80.8824	-.519601
5	.190931	.745096	.76916	75.627	-.537676
6	.241056	.727547	.756442	71.6686	-.541216
7	.284059	.715374	.769708	68.3431	-.536964
8	.323894	.706198	.776931	65.3617	-.527628
9	.362604	.698994	.78754	62.569	-.51406
10	.443632	.68641	.817296	57.1247	-.476978
11	.537594	.670643	.859517	51.284	-.426604
12	.656904	.637721	.915839	44.1511	-.363462
13	.812769	.552944	.983026	34.2389	-.29284
14	.987421	.340719	1.04455	19.0375	-.231631
15	1.05513	-.791347E-01	1.0581	355.711	-.218748
16	.972793	-.34046	1.03065	340.711	-.24503
17	.65283	-.637176	.912239	315.695	-.367073
18	-.396731	-.736837	.836413	298.315	-.453652
19	.300398	-.761068	.819207	291.539	-.475859
20	.160591	-.796902	.81294	281.4	-.482316
21	.986738E-01	-.829571	.830472	272.669	-.466981
22	-.895279E-01	-.855687	.863242	264.048	-.422164
23	-.243218	-.874742	.907926	254.462	-.371812
24	-.445377	-.847077	.957027	242.265	-.319144
25	-.70869	-.692201	.990648	224.326	-.294615
26	-.843263	-.51086	.995929	211.208	-.289392
27	-.936092	-.218912	.961348	193.162	-.314636
28	-.94076	.17979	.957786	169.181	-.318351
29	-.813967	.570405	.993993	144.978	-.281305
30	-.540887	.824433	.986031	123.268	-.269287
31	-.362644	.982105	.95374	112.348	-.323884
32	-.256399	.890742	.92691	106.058	-.351118

SOURCE+CIRCULATION :

X4(S+C)= .328343  
 Y4(S+C)= .910285

R(S+C)= .967692  
 PHI0(S+C)= 70.1655

PUIT+CIRCULATION :

X4(P+C)= .328336  
 Y4(P+C)=-1.16214

R(P+C)= 1.20722  
 PHI0(P+C)= 285.708

## BIBLIOGRAPHIE

*Mécanique des Fluides*

E. Fédiaevski

*Mécanique des Fluides .T2.*

E.A. Brun - A. Martinot-Lagarde

*Mécanique expérimentale des Fluides. (T1.T2)*

R. Comolet 2<sup>ème</sup> Edition.

*Energetique et turbomachines*

R. Bidard - J. Bonin - Edition 1979.

*Variables complexes.*

Serie Schaum.

*Etude théorique et expérimentale de la  
résistance d'un profil aérodynamique.*

Projet de fin d'étude de: A. Bouzegog

Promotion: Juin 1985.

