

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département Génie Civil



Mémoire de Master
en Génie Civil

Intitulé :

***Modélisation des portiques
autostables et analyse de l'effet de
l'interaction sol-structure sur leur
comportement***

Proposé et dirigé par

Mr. M. DEMIDEM

Présenté par

KAHLERRAS Amina

Soutenu le (14/06/2015) devant le jury composé de :

Président :

Mr. S. BELKACEMI

Professeur à l'ENP

Encadreur :

Mr. M. DEMIDEM

M.A.A à l'ENP

Examineurs :

Mme. M. MORSLI

Professeur à l'ENP

Mr. A. LARIBI

Docteur à ENP

Promotion 2015

ENP : 10, avenue Hacène Badi, El Harrach, Alger

Résumé :

Ce travail de master se divise en deux parties. La première partie est consacrée à l'analyse des effets de l'interaction sol-structure (ISS) sur les portiques auto-stables. Pour cela nous avons étudié des portiques à caractéristiques identiques mais à hauteurs différentes. Les résultats tirés de cette analyse montrent comment varie l'effet de l'ISS sur la période fondamentale avec la variation de la hauteur des portiques.

Dans la deuxième partie, nous avons essayé de modéliser la superstructure des mêmes portiques avec deux modèles : le modèle de WOLF et le modèle à un seul degré de liberté équivalent. Nous avons comparé les périodes propres des modèles avec les périodes exactes.

Mots clés : Interaction sol-structure, portiques autostables, période fondamentale, modélisation, modèle de WOLF.

الملخص:

ينقسم هذا العمل الى قسمين. القسم الأول مخصص ل تحليل أثار التفاعل المتبادل بين التربة والبنية في حالة هياكل ذاتية التوازن. من أجل هذا قمنا بدراسة هياكل بخواص متماثلة لكن ذات ارتفاعات مختلفة. النتائج المتحصل عليها تبين كيف يتغير تأثير التفاعل بين التربة والبنية على الدور الأساسي لهذه الهياكل عندما يتغير ارتفاعها. في القسم الثاني حاولنا نمذجة نفس الهياكل عن طريق نمودجين مختلفين: نمودج ولف و نمودج مقابل بدرجة حرية واحدة. قمنا بمقارنة الدور الأساسي للنماذج مع القيمة الدقيقة للدور الأساسي للهياكل.

الكلمات المفتاحية: التفاعل المتبادل بين التربة والبنية, هياكل ذاتية التوازن, الدور الأساسي, نمذجة, نمودج ولف.

Abstract :

This work includes two parts. The first part is reserved to analyze the effects of the Soil Structure Interaction (SSI) in the case of free-standing gantry. To this end we studied gantries with the same properties but with different heights. The obtained results show the variation of the effects of the SSI on the natural period when the height varies.

In the second part, we tried to model the same structures with two models: WOLF's model and an equivalent one degree of freedom model. We compared the natural periods given by these models with the exact values.

Key words: Soil Structure Interaction, free-standing gantry, natural period, modeling, WOLF's model.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout d'abord **Dieu** le tout puissant qui m'a donné la santé, la force, la patience, le courage et la volonté pour entamer et finir ce travail.

Je remercie vivement mon promoteur Mr DEMIDEM pour ses conseils éclairés et les entretus qu'il a daigné accorder.

Ma gratitude va également aux membres du jury pour honorer ma soutenance et pour l'effort fourni afin d'examiner ce travail.

Toute ma gratitude va aussi à l'ensemble des enseignants qui ont eu l'amabilité de m'accorder leur aide précieuse, ainsi que leurs valeureux conseils.

Je remercie également l'ensemble du personnel du département, qui n'a guère tardé à me soutenir.

A tous ceux qui ont participé de loin ou de près pour aboutir à ce résultat, je leur dis « MERCI ».

DEDICACES

En signe de respect et de reconnaissance

Je dédie ce modeste travail à :

Mes très chers *PARENTS*

A mes frère : *AHMED* et *SALAH ILYES*

A mes sœurs : *LYNDA*, *ZINEB* et *FATIMA ZOHRA*

A la « baraka » de la famille ma *GRAND-MERE* que DIEU la préserve

A mon beau-frère : *ABDELGHANI*

A mes neveux : *ISMAIL* et *IBRAHIM*

A toute ma famille spécialement ma cousine *MERIEM*

A tous (tes) mes amis (es)

AMINA.

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1 : INTERACTION SOL STRUCTURE	2
1.1. NOTION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE (ISS).....	2
1.2. LES COMPOSANTES DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE	2
1.2.1. Interaction cinématique	2
1.2.2. Interaction inertielle	2
1.3. ANALYSE DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE.....	2
1.3.1. Méthodes globales.....	2
1.3.2. Méthode de sous-structure	3
1.3.3. Méthodes hybrides	5
1.4. LES EFFETS DE L'ISS	6
1.5. ANALYSE EN UTILISANT DES ELEMENTS RESSORTS EQUIVALENTS	6
1.5.1. Modélisation du sol par des éléments ressort.....	6
1.5.2. Hypothèses de calculs	7
CHAPITRE 2 : NOTIONS DE LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES	9
2.1. OSCILLATEUR SIMPLE	9
2.1.1. Introduction	9
2.1.2. Formulation de l'équation du mouvement	9
2.1.3. Oscillations libres	10
2.1.4. Oscillations forcées	10
2.1.5. Excitation par déplacement d'appui : (cas du seisme)	12
2.2. OSCILLATEUR A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTES.....	14
2.2.1. Définition	14
2.2.2. Formulation de l'équation du mouvement	17

2.2.3. Oscillations libres	17
2.2.4. Oscillations forcées	18
2.2.5. Excitation par déplacement d'appui (cas de séisme).....	19
CHAPITRE 3: APPLICATION	22
3.1. PARTIE 1 : EFFET DE L'ELEVATION DES BATIMENTS SUR L'ISS	22
3.1.1. Présentation des structures	22
3.1.2. Caracteristiques des structures	23
3.1.3. Modélisation des structures	26
3.1.4. Calcul des structures.....	26
3.2. PARTIE 2 : MODELISATION DES PORTIQUES AUTOSTABLES.....	32
3.2.1. Modèle de WOLF	32
3.2.1. Modèle à un seul degré de liberté.....	34
CHAPITRE 4 : RESULTATS ET INTERPRETATIONS	35
4.1. PARTIE 1 : EFFET DE L'ELEVATION DES BATIMENTS SUR L'ISS	35
4.2. PARTIE 2 : MODELISATION DES PORTIQUES AUTOSTABLES.....	35
4.2.1. Modèle de WOLF.....	35
4.2.2. Modèle à un seul degré de liberté.....	35
CONCLUSION GENERALE	37
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	38
ANNEXE A : FORMULES UTILISEES POUR LE CALCUL DES RAIDEUR DU SOL .	399
ANNEXE B : CALCUL DES FONDATIONS.....	422

Liste des figures

Figure 1.1 :Modélisation de l'ISS par la méthode globale.	3
Figure 1.2 : Méthode de frontières.	4
Figure 1.3 : Théorème de superposition de KAUSEL.	4
Figure 1.4 : Méthode de volume.	5
Figure 1.5 : Méthode hybride.	6
Figure 1.6 : Modèle tenant compte de l'ISS.	7
Figure 2.1 : Oscillateur simple.	9
Figure 2.2 : Oscillations forcées. Cas de l'excitation harmonique.	11
Figure 2.3 : a) Force périodique. b) Impulsion.	11
Figure 2.4 : Oscillations forcées; Cas général.	12
Figure 2.5 : Excitation par déplacement d'appui.	12
Figure 2.6 : Calcul statique à partir de la pseudo-accélération γ	14
Figure 2.7 : Exemples d'oscillateurs multiples. a) Portique plan. b) Console verticale.	15
Figure 2.8 : Modèle d'oscillateur multiple à base rigide.	19
Figure 2.9 : Types de modèles.....	19
Figure 2.10 : Relation entre les déplacements.....	20
Figure 3.1 : Structure R3 sans et avec interaction.....	22
Figure 3.2 : Structure R5 sans et avec interaction.....	22
Figure 3.3 : Structure R7 sans et avec interaction.....	23
Figure 3.4 : Modèle masse-ressort adopté.....	26
Figure 3.5 : Modèle masse ressort de la structure R3.	27
Figure 3.6 : Modèle masse ressort de la structure R5.	28
Figure 3.7 : Modèle masse ressort de la structure R7.	30
Figure 3.8 : Système équivalent d'une structure à 3 ddl.	32
Figure 3.9 : Caractérisiques du système équivalent.	34
Figure B.1: Part de charges revenant au poteau central.	42

Liste des tableaux

Tableau 3.1 : Tableau récapitulatif des caractéristiques des différentes structures.....	25
Tableau 3.2 : Solutions du système $KU = \lambda MU$	28
Tableau 3.3 : Solutions du système $KU = \lambda MU$	30
Tableau 3.4 : Solutions du système $KU = \lambda MU$	32
Tableau 3.5 : Résultat des périodes pour les différentes structures.....	34
Tableau 4.1 : Pourcentage d'augmentation de la période des structures non encastrees.....	35
Tableau 4.2: Pourcentage de différence entre la période des structures réelles et les modèles correspondants.....	36
Tableau A.1: Classification des sols suivant l'RPA 2003	39
Tableau A.2: Fonctions d'impédance de fondations à la surface d'un sol homogène sur substratum rocheux.	40
Tableau A.3 : Fonctions d'impédance de fondations à la surface d'un sol homogène sur substratum rocheux.	41
Tableau B.1: Valeurs des différents coefficients.	43
Tableau B.2: Valeurs typiques des propriétés mécaniques des sols.....	45

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

La construction parasismique consiste à trouver des techniques de génie civil permettant aux habitations de résister au mieux aux tremblements de terre. Pour cela, une bonne connaissance du comportement des structures sous sollicitations sismiques est très importante. Les structures étant fondées sur les sols par lesquels sont transmises des sollicitations sismiques, il s'avère en conséquence essentiel de connaître le fonctionnement de l'ensemble du système sol-structure en cas de séisme. En effet, non seulement la nature des sols a une influence sur le comportement des structures, mais les structures mises en mouvement induisent aussi des chargements supplémentaires dans les sols qui modifieront à leur tour les composantes des sollicitations. Ce phénomène compliqué est appelé l'Interaction Sol-Structure (ISS). [11]

En effet, construire des bâtiments est une action inévitable, mais, aller en élévation dans les bâtiments est une nécessité. Ces dernières années, les villes sont de plus en plus sollicitées et le nombre d'habitants augmente considérablement où les conditions de vie conviennent. Concevoir des habitations réunissant toutes les conditions de vie, donc résistant aux séismes malgré leur élévation, est la responsabilité du concepteur qui doit tenir compte de tous les paramètres nécessaires : dont le phénomène (ISS).

D'autre part, toute conception passe par un modèle, le choix de ce dernier influe directement l'exactitude des résultats obtenus. Le comportement des structures élevées est plus compliqué, donc leur étude est plus longue et leur temps de calcul est plus important. Avoir un modèle simplifié pouvant donner des résultats satisfaisants est recommandé.

Ce travail est constitué de quatre (4) chapitres :

Le chapitre 1 : expose le phénomène de l'interaction sol structure : il inclue sa définition, ces méthodes de calcul et enfin les effets de ce phénomène.

Le chapitre 2 : traite la partie dynamique des structures : commençant par les systèmes à un seul ddl, arrivant aux systèmes à plusieurs ddl et passant par les différentes excitations dites dynamiques.

Le chapitre 3 : qui s'articule sur deux parties. La première, dans laquelle on a essayé d'appliquer les concepts de la dynamique tenant compte de l'ISS. Différentes structures sont traitées afin d'analyser l'effet de l'élévation des portiques sur l'ISS. La deuxième partie, est conservée à différents modèles simples pouvant remplacer les modèles réels de ces structures.

Le chapitre 4 : dans lequel on a regroupé tous les résultats et on a essayé de les interpréter et en tirer des conclusions.

CHAPITRE 1 :
INTERACTION SOL
STRUCTURE

CHAPITRE 1 : INTERACTION SOL STRUCTURE [4] [7]

1.1. NOTION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE (ISS)

Le comportement de la structure sur sol rigide n'est pas la même que si le sol était souple. En réalité, le sol n'est pas parfaitement rigide ; lors d'un séisme, le sol et la superstructure se mettent à vibrer simultanément et interagissent l'un avec l'autre ; la vibration de la superstructure entraîne des forces sur les fondations qui sont transmises au sol et modifient sa réponse, ce phénomène de la modification de la réponse de ces deux éléments s'appelle Interaction Sol-Structure (ISS).

1.2. LES COMPOSANTES DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE

Il existe deux types d'interaction : cinématique et inertielle dont on doit tenir compte dans le dimensionnement de la fondation.

1.2.1. Interaction cinématique

Si on s'intéresse au mouvement de la fondation, les déformations du sol sont transmises à celle-ci et engendrent un mouvement de la superstructure, même en l'absence de superstructure le mouvement de la fondation est différent du mouvement du champ libre du fait des différences de rigidité entre la fondation et le sol encaissant. Ce phénomène est connu sous le nom d'interaction cinématique.

La réponse de la fondation sans superstructure au mouvement sismique incident fournit au concepteur les efforts d'inertie nécessaires au dimensionnement de l'ouvrage.

1.2.2. Interaction inertielle

La définition de l'interaction inertielle réside dans le fait d'inclure la masse de la structure, qui va induire des efforts d'inertie et des mouvements supplémentaires à la base de la structure et donc dans le sol, ce qui aura pour conséquences de modifier, encore une fois, le champ de déplacement.

Par ailleurs, le mouvement induit sur la fondation développe des oscillations de la superstructure et donc donne naissance à des forces d'inertie qui sont retransmises à la fondation sous forme de forces et de moments.

1.3. ANALYSE DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE

Différentes méthodes d'analyse existent pour prendre en compte l'interaction sol-structure.

Parmi lesquelles, nous distinguons les méthodes globales, qui résolvent, comme leur nom l'indique, le problème global. Celles qui s'appuient sur une décomposition du système en sous systèmes qui sont désignées sous le nom de méthodes de sous-structure. Il existe aussi les méthodes hybrides qui consistent à utiliser une combinaison des deux autres méthodes.

1.3.1. Méthodes globales

Ce sont les méthodes les plus directes mais souvent plus complexes, en particulier à cause de leur temps de calcul. On modélise le sol et la structure par des éléments finis. On utilise directement l'accélérogramme à la roche et on obtient l'accélérogramme en champs libre, et l'accélérogramme à la base de la structure, ainsi que la réponse complète de dépôt de sol et de la structure (fig. 1.1).

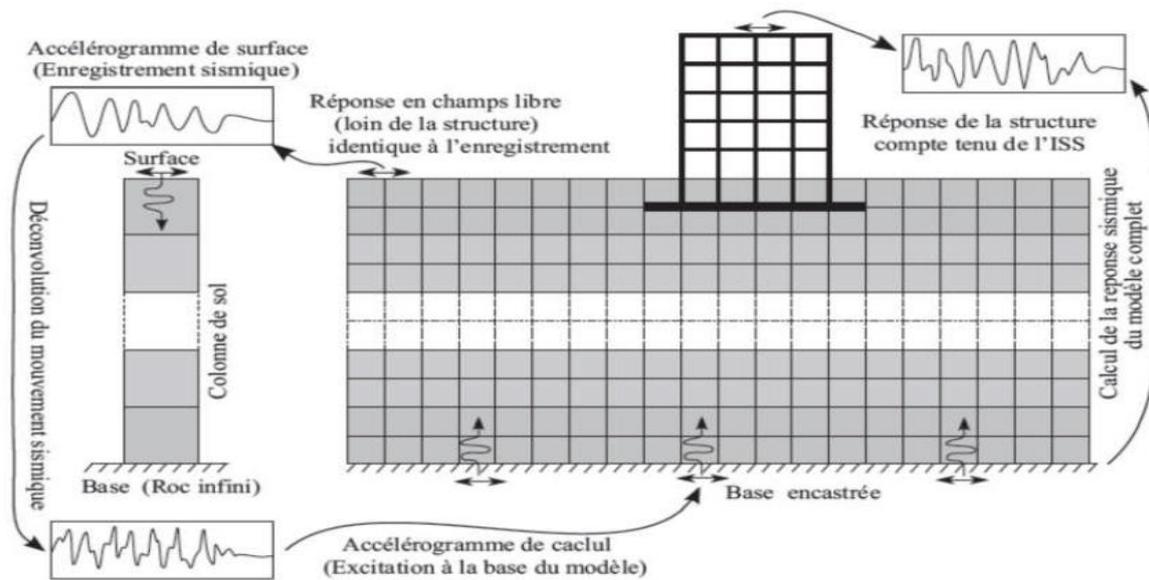


Figure 1.1 :Modélisation de l'ISS par la méthode globale.

Le problème consiste à résoudre directement l'équation de la dynamique régissant le comportement du système (sol+fondation+structure)

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M]\{I\}\{\ddot{U}_g\} \quad (1.1)$$

La résolution directe de ce système d'équation utilise les algorithmes classiques de la méthode des éléments finis (la méthode de Newton-Raphson et algorithme d'intégration temporelle de Newmark).

Si les méthodes globales sont généralement coûteuses du point de vue ordinateur, elles requièrent souvent moins de temps humain que d'autres méthodes approchées exigeant une grande réflexion, ces méthodes globales ne font intervenir aucune notion de superposition et sont donc théoriquement adaptées aux problèmes non linéaires.

Une des difficultés majeures de cette méthode est la différence de dimension qui existe entre la structure et le massif de sol supportant la fondation. La prise en compte de l'ISS nécessite un très grand nombre d'éléments ce qui engendre des temps de calculs contraignants.

1.3.2. Méthode de sous-structure

Les méthodes de sous-structure font appel au principe de superposition. L'idée de base est d'analyser le problème d'interaction sol-structure en plusieurs étapes successives ; chacune de ces étapes est réputé plus facile à résoudre, du point de vue de la modélisation ou du traitement, que le problème global. Ces méthodes ne sont bien entendu applicables qu'aux problèmes linéaires.

Les différentes méthodes de sous de sous-structure se différencient par la décomposition en sous modèles du modèle global : on distingue les méthodes dites de frontière et les méthodes de volume.

1.3.2.1. Méthode de frontière

Le modèle global est décomposé en sous modèles, illustré à la (fig. 1.2), tel que la compatibilité des efforts et des déplacements est écrite le long de la frontière séparant les deux sous structures.

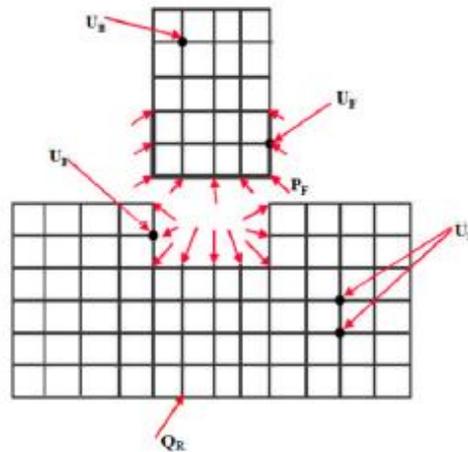


Figure 1.2 : Méthode de frontières.

Dans le cas de fondations rigides cette méthode consiste à utiliser le principe de superposition de Kausel et al 1978. Cette démarche est illustrée par la (fig. 1.3)

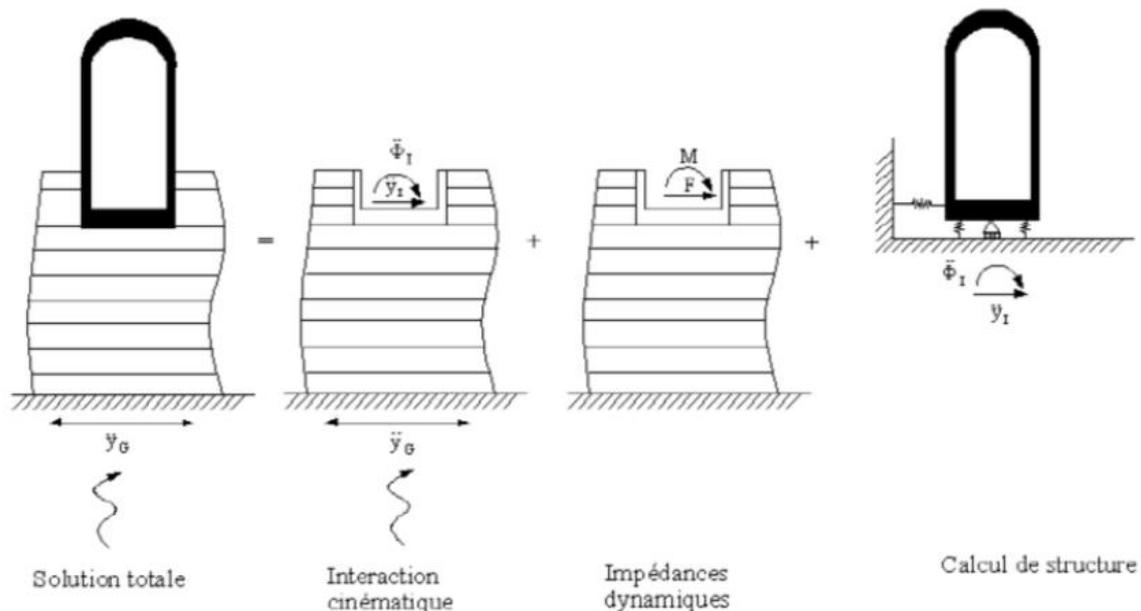


Figure 1.3 : Théorème de superposition de KAUSEL.

D'un point de vue pratique, cette méthode consiste à décomposer la résolution du problème en trois étapes successives :

1. Considérer le milieu (sol+fondation+structure). En appliquant la sollicitation sismique à la base de ce milieu nous déterminons l'accélération à laquelle sera soumise la fondation. c'est le calcul de l'interaction sismique.
2. Calculer la matrice d'impédance de la fondation permettant d'obtenir les raideurs ainsi que les termes d'amortissement dans les différentes directions.
3. Calculer la réponse dynamique de la structure supportées par les ressorts d'impédances trouvées en (2) et soumise à la sollicitation calculée en (1).

De nombreuses méthodes existent pour résoudre la première étape et notamment la méthode des équations intégrales (Aubry, 1986) ou d'éléments frontières (Chebli et al, 2008).

La deuxième étape nécessite le calcul des fonctions d'impédances. L'impédance de la fondation caractérise l'effort résultant sur la fondation sans masse lorsqu'elle est soumise à un déplacement imposé harmonique unitaire. Le mouvement de la fondation est celui d'une masse posée sur un ressort ayant pour raideur la partie réelle de l'impédance et pour amortissement sa partie imaginaire. Des résultats analytiques pour tout type de fondations sont donnés (Gazetas, 1991 ; Pecker, 1984).

La troisième étape est en général résolue avec la méthode des éléments finis permettant de résoudre l'équation de la dynamique d'une structure liée au sol par un système de ressorts et d'amortisseurs.

Ces méthodes sont assez restreintes puisque, comme tout problème de superposition elles ne sont utilisables uniquement que pour des problèmes linéaires.

Cependant de nombreux travaux montrent que cette technique donne de très bons résultats.

Dans le cas général, la fondation n'est pas infiniment rigide, le problème à résoudre est plus complexe. La structure, considérée flexible, est reliée aux impédances de sol, est soumise à un système de sollicitation multiple à chacune de ses liaisons avec le sol.

1.3.2.1. Méthodes de volume

L'interaction entre le sol et la structure est prise en compte, non seulement à l'interface sol-structure, mais à tous les nœuds de la structure sous la surface du sol (fig 1.4)

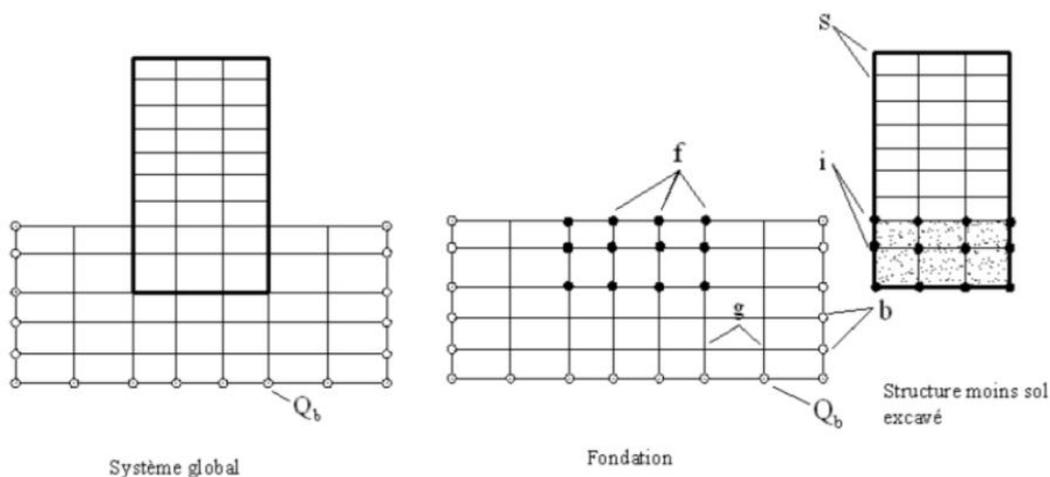


Figure 1.4 : Méthode de volume.

1.3.3. Méthodes hybrides

Les méthodes hybrides consistent à utiliser une combinaison des deux autres méthodes vues plus haut en profitant des avantages de chacune. Ainsi les méthodes hybrides visent à décomposer le système en deux sous domaines (fig. 1.5). Le premier sous domaine : le champ lointain est suffisamment loin de la fondation pour être considéré élastique. Son comportement peut alors être régi par les impédances dynamiques. Le deuxième sous-domaine : le champ proche est quant à lui considéré comme ayant un comportement non-linéaire. Nous allons même jusqu'à considérer qu'il englobe toutes les non linéarités et hétérogénéités du problème. Ce domaine fini par être traité par exemple avec la méthode des éléments finis.

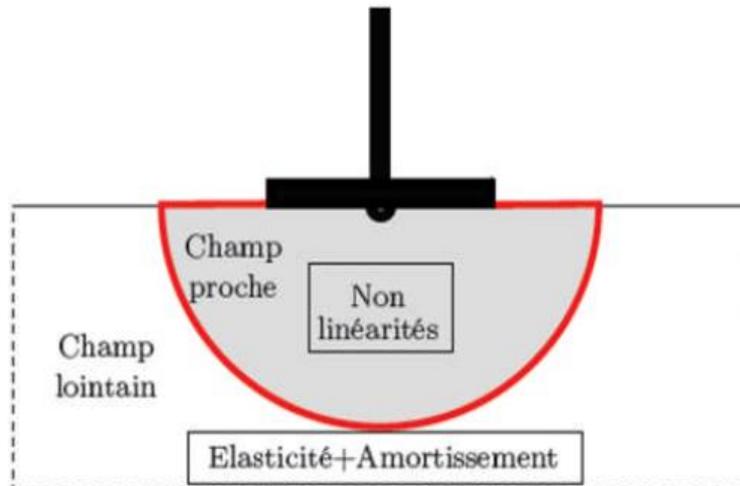


Figure 1.5 : Méthode hybride.

La difficulté de la méthode réside dans l'obtention, le long de la frontière séparant le champ proche du champ lointain.

1.4. LES EFFETS DE L'ISS

En général, l'ISS entraîne :

- Un allongement de la période de vibration du 1er mode notamment, qui peut provoquer une variation en plus ou en moins de la valeur de l'accélération selon la zone où l'on se situe sur le spectre élastique
- Un amortissement non négligeable du sol qui est toujours supérieur à celui des matériaux de la structure. Ne pas le prendre en compte conduit à surestimer la réponse
- Une rotation de la fondation qui peut modifier sensiblement le calcul de la déformée modale et donc la répartition des accélérations sur la hauteur du bâtiment
- Un mouvement du sol à la base du bâtiment supposé identique à celui du champ libre ; dans les cas courants cette approximation est considérée comme acceptable.

Pour la majorité des structures usuelles de bâtiments, les effets de l'ISS ont tendances à être bénéfiques puisqu'ils réduisent les moments fléchissant et les efforts tranchant dans les différents éléments de la structure.

1.5. ANALYSE EN UTILISANT DES ELEMENTS RESSORTS EQUIVALENTS

1.5.1. Modélisation du sol par des éléments ressort

Le comportement du sol a été tout d'abord modélisé par des ressorts de sol définissant les réactions élastiques de ce dernier à l'égard des composantes des déplacements statique de la fondation. Les ressorts de sol ont été déterminés en premier lieu selon l'hypothèse de (Penzien, 1980) de coefficient de ballast représentant une réaction élastique du sol par unité de surface et de déplacement. Ces coefficients expérimentaux ou empiriques ne sont toutefois applicables que dans un domaine très restreint de dimension et de charge de fondation. Une évolution plus précise des ressorts de sol a été faite en considérant le sol comme un semi-

espace élastique homogène (milieu semi-infini élastique). Le problème a été traité pour la fondation circulaire selon la méthode de (Deleuze, 1967) et (Newmark-Resenblueth, 1971), et la méthode simplifiée de (V. Davidovici, 1999).

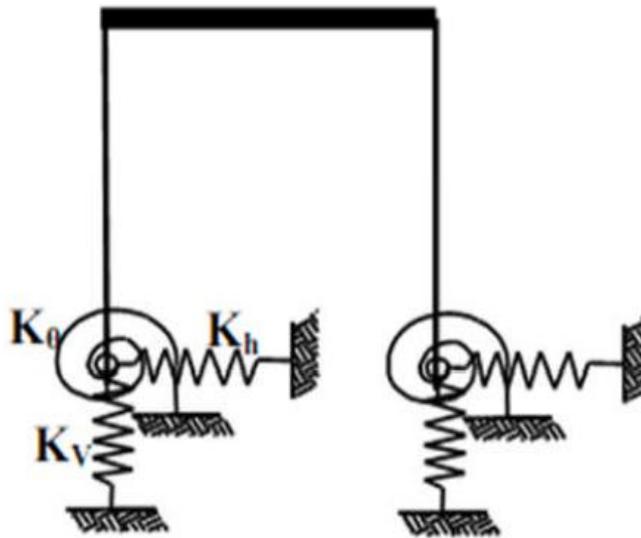


Figure 1.6 : Modèle tenant compte de l'ISS.

1.5.2. Hypothèses de calculs

Lors des tremblements de terre, une instabilité du sol peut apparaître entraînant des déplacements importants de la surface ; il en résulte généralement des dégâts considérables dans les structures. Ainsi, un sol ayant une structure granulaire de faible compacité, comme un remblai récent par exemple, risque de présenter des tassements importants après passage d'un séisme ; il s'agit en quelque sorte d'une consolidation sous l'effet des vibrations. Lorsque le terrain est en pente, ce phénomène peut aussi provoquer des glissements.

Dans les sols saturés d'eau et composés de matériaux à structure granulaire de faible compacité, les vibrations font apparaître des pressions interstitielles supplémentaires dont l'importance est parfois suffisante pour mettre les grains en flottaison. Ce phénomène appelé liquéfaction provoque une instabilité dont la conséquence est parfois le renversement des bâtiments.

Il est évidemment impossible de justifier la stabilité d'une construction lorsque le sol présente un danger de tassement ou de liquéfaction ; on doit, dans ce cas, utiliser certaines hypothèses simplificatrices ne modifiant pas la valeur comparative des résultats :

- Le mouvement du sol à la base du bâtiment est supposé identique à celui du champ libre. Dans le cas courant, on constate, que cette approximation est acceptable.
- On peut assimiler le sol à un milieu semi-infini élastique (demi-espace élastique) caractérisé par un module d'élasticité dynamique E et un coefficient de poisson ν . Le sol de fondation est idéal : horizontal, sain. Cette homogénéité est sur une épaisseur relativement importante.
- La valeur de l'amortissement du sol est sous-estimée puisqu'on ne fait pas intervenir l'amortissement du sol, toujours supérieure à celui des matériaux de construction, il en résulte une surestimation de la réponse.

- Le sol reste toujours dans le domaine élastique sous l'action sismique, et qu'il ne présente pas un risque de liquéfaction.
- Le sol est stable on ne présente pas de déformations permanentes (tassements négligeables, pas de cassure des grains).

CHAPITRE 2 :
NOTIONS DE LA
DYNAMIQUE DES
STRUCTURES

CHAPITRE 2 : NOTIONS DE LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES [1]

2.1. OSCILLATEUR SIMPLE

2.1.1. Introduction

Un oscillateur simple ou à un degré de liberté est constitué d'une masse m reliée à un point fixe par un ressort et un amortisseur (fig. 2.1) et pouvant se déplacer dans une seule direction.

La masse est soumise à une force $p(t)$ variable avec le temps, qui la met en mouvement.

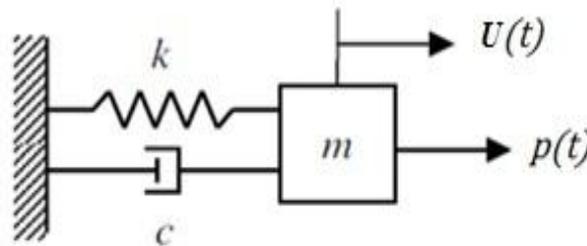


Figure 2.1 : Oscillateur simple.

L'étude de l'oscillateur simple est essentielle car le calcul dynamique d'une structure élastique comportant plusieurs masses se ramène à celui d'un certain nombre d'oscillateurs simples caractérisés chacun par une période de vibration et un coefficient d'amortissement.

2.1.2. Formulation de l'équation du mouvement

Le ressort et l'amortisseur sont définis par les paramètres k et c respectivement. On note

- U le déplacement de la masse par rapport à la position d'équilibre ;
- \dot{U} sa vitesse ;
- \ddot{U} son accélération.

Lors du mouvement, la masse est soumise aux forces suivantes, comptées positivement lorsqu'elles tendent à provoquer un déplacement positif :

- La force de rappel du ressort, supposée proportionnelle au déplacement : $F_1 = -k U$;
- La force due à l'amortisseur, supposée proportionnelle à la vitesse : $F_2 = -c \dot{U}$;
- La force imposée $p(t)$.

La loi fondamentale de la dynamique, reliant les forces aux accélérations s'écrit :

$$F_1 + F_2 + p(t) = m\ddot{U} \quad (2.1)$$

soit
$$m\ddot{U} + c\dot{U} + kU = p(t) \quad (2.2)$$

On en déduit l'équation de mouvement :

$$\ddot{U} + \frac{c}{m}\dot{U} + \omega^2 U = \frac{1}{m}p(t) \quad (2.3)$$

avec :
$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (2.4)$$

Le coefficient ω est appelé pulsation et se mesure en radian par seconde (rad/s).

2.1.3. Oscillations libres

En l'absence de la force extérieure $p(t)$, la masse oscille librement. Ce mouvement peut, par exemple, être obtenu en relâchant l'oscillateur après l'avoir écarté de sa position d'équilibre.

D'après (2.3), l'équation du mouvement s'écrit :

$$\ddot{U} + \frac{c}{m}\dot{U} + \omega^2 U = 0 \quad (2.5)$$

La solution prend une forme différente selon que l'oscillateur est amorti ou non.

2.1.3.1. Oscillateur non amorti

Dans ce cas le coefficient c est nul, l'équation du mouvement devient :

$$\ddot{U} + \omega^2 U = 0 \quad (2.6)$$

qui a une solution de la forme :

$$U(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.7)$$

Les coefficients A et φ sont des constantes que l'on détermine par des conditions aux limites.

Le mouvement est sinusoïdal, de période T mesurée en secondes :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.8)$$

La fréquence f du mouvement a pour valeur :

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.9)$$

2.1.3.2. Oscillateur amorti

La forme de la solution dépend de la valeur du coefficient d'amortissement c .

2.1.4. Oscillations forcées

On considère un oscillateur simple initialement au repos ($U_0 = 0$, $\dot{U}_0 = 0$) et soumis à une force variable $p(t)$ qui peut avoir différentes formes :

2.1.4.1. Cas particulier de l'excitation harmonique

Une excitation est harmonique si la force $p(t)$ est une fonction sinusoïdale du temps :

$$p(t) = p_0 \sin \alpha t \quad (2.10)$$

Une telle force set par exemple, engendrée par une machine tournante avec une vitesse angulaire α .

L'équation du mouvement est déduite de (2.3) :

$$\ddot{U} + 2 \xi \omega \dot{U} + \omega^2 U = \frac{p_0}{m} \sin \alpha t \quad (2.11)$$

Dans le cas d'un oscillateur sous-amorti ($\xi < 1$) la solution est de la forme :

$$U(t) = (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) e^{-\xi \omega t} + \frac{p_0}{k} \lambda \sin (\alpha t - \theta) \quad (2.12)$$

Avec

$$\beta = \frac{\alpha}{\omega} \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad \theta = \arctg \frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}$$

Les coefficients A et B peuvent être calculés en exprimant qu'au temps $t=0$, le déplacement et la vitesse sont nuls.

Après une phase transitoire, le régime permanent s'établit (fig. 2.2 c), défini par la relation :

$$U = \frac{p_0}{k} \lambda \sin(\alpha t - \theta) \tag{2.13}$$

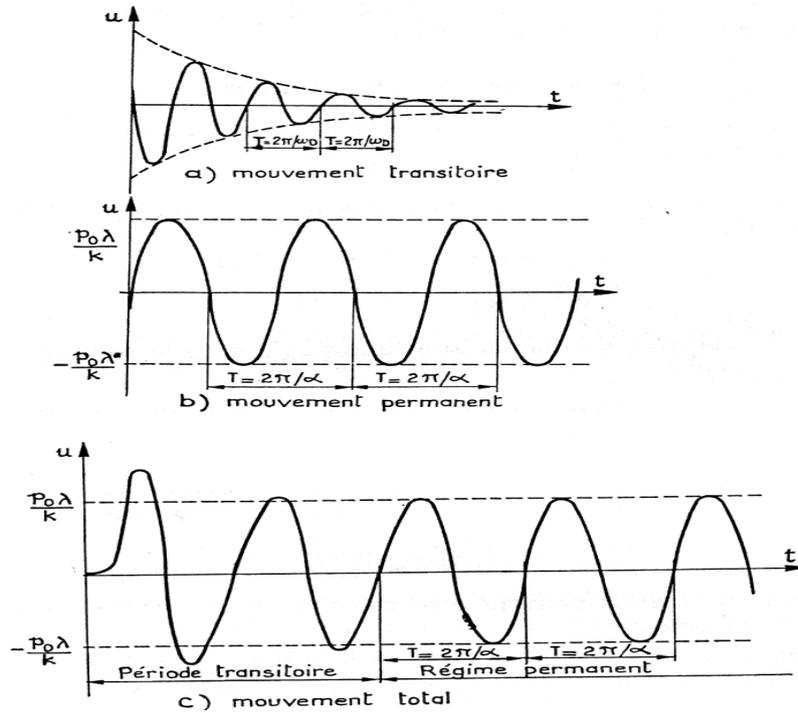


Figure 2.2 : Oscillations forcées. Cas de l'excitation harmonique.

2.1.4.2. Cas général

On considère une force $p(t)$ de forme quelconque. Il peut s'agir d'une force engendrée par une machine (fig. 2.3 a) ou, d'une impulsion due à un choc (fig. 2.3 b)

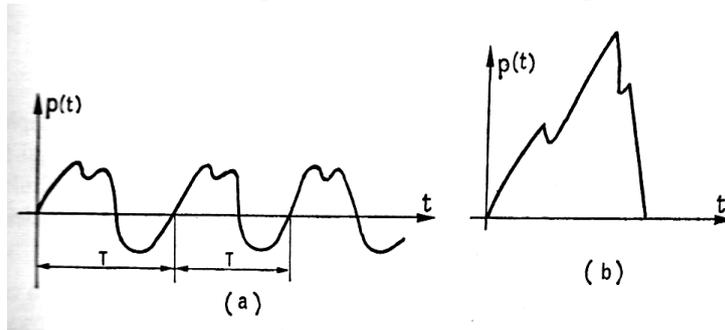


Figure 2.3 : a) Force périodique. b) Impulsion.

La solution de l'équation du mouvement (2.3) est fournie par l'intégrale de Duhamel :

$$U(t) = \frac{1}{m \omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi \omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau \tag{2.14}$$

Pendant le temps d'application de la force $p(t)$ la masse est soumise à des sollicitations forcées, auxquelles succèdent des oscillations libres amorties. (fig. 2.4)

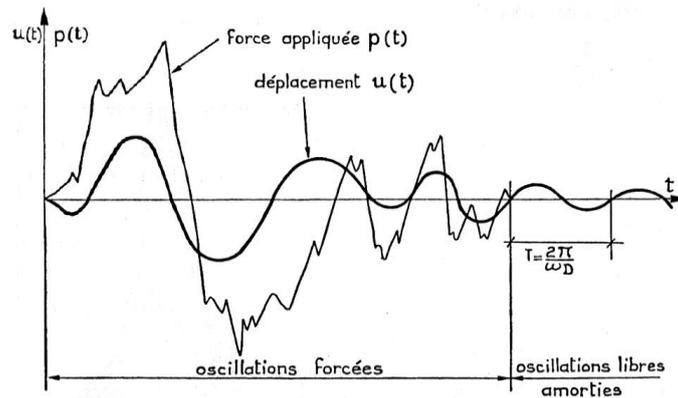


Figure 2.4 : Oscillations forcées; Cas général.

Dans le cas d'un oscillateur non amorti, l'intégrale de Duhamel prend la forme :

$$U(t) = \frac{1}{m \omega} \int_0^t p(\tau) \sin[\omega(t - \tau)] d\tau \quad (2.15)$$

2.1.5. Excitation par déplacement d'appui : (cas du séisme)

On considère une masse m liée à une console verticale encastrée dans le sol en un point A (fig. 2.5).

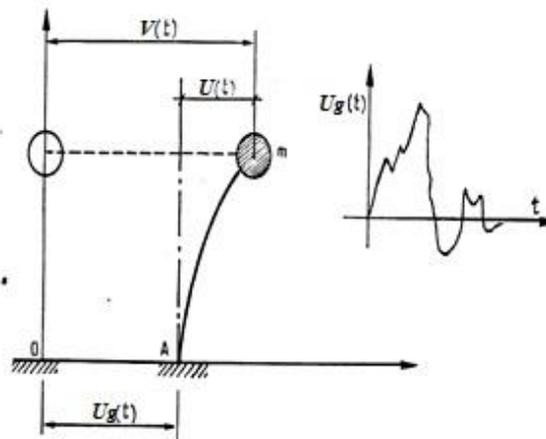


Figure 2.5 : Excitation par déplacement d'appui.

Pour tenir compte du mouvement du sol en cas de séisme, on impose au point A un déplacement horizontal $U_g(t)$ variable avec le temps.

Les déplacements de la masse m sont mesurés, soit dans un repère relatif lié au point A (déplacement $U(t)$) soit dans un repère absolu (déplacement $V(t)$).

Ces déplacements sont liés par la relation :

$$V(t) = U(t) + U_g(t) \quad (2.16)$$

On en déduit par dérivation la relation les accélérations :

$$\dot{V}(t) = \dot{U}(t) + \dot{U}_g(t) \quad (2.17)$$

2.1.5.1. Calcul du déplacement relatif

La masse est soumise aux forces horizontales suivantes :

- Une force de rappel due à la console qui est proportionnelle au déplacement relatif u :

$$F_1 = -K U;$$

- Une force d'amortisseur, supposée proportionnelle à la vitesse \dot{u} :

$$F_2 = -c\dot{U};$$

Ces forces sont liées à l'accélération absolue \ddot{V} par la relation :

$$F_1 + F_2 = m\ddot{V} \quad (2.18)$$

On en déduit l'équation du mouvement

$$\ddot{U} + \frac{c}{m}\dot{U} + \omega^2 U = 0 \quad (2.19)$$

Soit, compte tenu de (2.17) :

$$\ddot{U} + \frac{c}{m}\dot{U} + \omega^2 U = \frac{p(t)}{m} \quad (2.20)$$

avec

$$p(t) = -m\ddot{U}_g(t) \quad (2.21)$$

On voit qu'on se ramène à l'étude d'un oscillateur simple dans le repère relatif en supposant la masse soumise à une force fictive $p(t) = -m\ddot{U}_g(t)$ proportionnelle à l'accélération absolue du point d'appui A .

La solution est donnée par l'intégrale de Duhamel (2.14) qui prend la forme particulière :

$$U(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{U}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau \quad (2.22)$$

avec :

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

On constate que la valeur du déplacement ne dépend que de la pulsation ω , du coefficient d'amortissement ξ et de l'accélération \ddot{U}_g du sol.

2.1.5.2. Pseudo-accélération

Lorsque le déplacement relatif u de la masse a été calculé, on peut en déduire la force de rappel du ressort :

$$F_1 = -k U \quad (2.23)$$

On peut aussi effectuer un calcul indirect en supposant la masse soumise à une accélération fictive dite « pseudo-accélération » ayant pour valeur :

$$\gamma = \omega^2 U \quad (2.24)$$

L'effort dans le ressort est ensuite évalué par un calcul statique sous l'action de la force :

$$F = m \gamma$$

Appliquée à la masse et supposée constante (fig. 2.6)

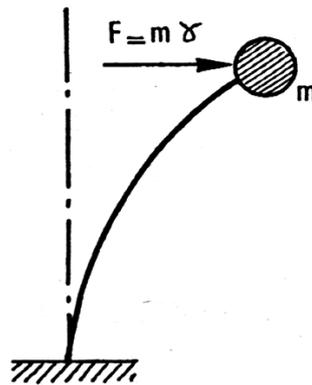


Figure 2.6 : Calcul statique à partir de la pseudo-accelération γ .

La force de rappel du ressort a donc pour valeur :

$$F_1 = -F = -m \omega^2 U$$

En tenant compte de la relation :

$$\omega^2 = \frac{K}{m}$$

On retrouve bien la valeur calculée plus haut :

$$F_1 = -KU$$

Les deux méthodes sont donc équivalentes. On utilise donc ce modèle simple pour calculer les pseudo-accelérations des masses qui constituent ensuite un cas de charge statique pour une structure modélisée plus finement, ce qui permet d'évaluer les efforts dans tous les éléments.

Dans le cas d'un oscillateur non amorti, l'équation du mouvement (2.19) s'écrit :

$$\ddot{V} = -\omega^2 U = -\gamma$$

On constate donc que, pour l'oscillateur non amorti, la pseudo-accelération est égale à l'accélération absolue, au signe près.

2.2. OSCILLATEUR A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTES

2.2.1. Définition

Un oscillateur multiple est composé de plusieurs masses reliées entre elles et à une base fixe par des ressorts et des amortisseurs.

On peut donc ranger dans cette catégorie toutes structure à comportement élastique linéaire, modélisée à l'aide de barres ou d'éléments finis et comportant une masse associée à chacun des nœuds (fig. 2.7). Les masses réparties sur les barres sont dans ce cas supposées concentrées sur les nœuds les plus voisins.

Où K représente la matrice de rigidité, de dimension $n \times n$:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1j} & \cdots & k_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{i1} & k_{i2} & \cdots & k_{ij} & \cdots & k_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nj} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

2.2.1.2. Matrice des masses

On suppose que toute la masse de la structure est concentrée aux nœuds ; à chaque nœud, on associe donc en général trois masses et trois moments d'inertie massique correspondant aux six degrés de liberté.

On note :

- m_j la masse relative au degré de liberté j .
- \ddot{U}_j l'accélération dans la direction de degré de liberté j .

Les masses étant concentrées, l'accélération d'une seule d'entre elles n'impose de force d'inertie qu'à elle-même, ce qui ne serait pas le cas s'il existait des masses réparties entre deux nœuds.

Lorsque toutes les masses sont accélérées, les forces d'inertie ont pour valeur :

$$\begin{aligned} f_1 &= m_1 \ddot{U}_1 \\ f_2 &= m_2 \ddot{U}_2 \\ &\cdots \cdots \cdots \\ f_j &= m_j \ddot{U}_j \\ &\cdots \cdots \cdots \\ f_n &= m_n \ddot{U}_n \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ces relations s'écrivent :

$$F = M \cdot \ddot{U} \quad (2.30)$$

\ddot{U} représente le vecteur des accélérations et M est la matrice des masses, diagonale, et de dimension $n \times n$:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

2.2.1.3. Matrice d'amortissement

Pour un oscillateur simple, la force d'amortissement est proportionnelle à la vitesse relative \dot{u} :

$$f = -c \cdot \dot{U}$$

Pour un oscillateur multiple, cette relation est généralisée sous la forme :

$$F = -C \cdot \dot{U} \quad (2.32)$$

Où F représente le vecteur force, \dot{U} le vecteur des vitesses relatives ; et C , la matrice d'amortissement de dimension $n \times n$:

Le coefficient c_{ij} a pour valeur celle de la force développée dans la direction du degré de liberté i lorsque la vitesse \dot{U}_j est unitaire, toutes les autres vitesses étant nulles.

2.2.2. Formulation de l'équation du mouvement

On considère un oscillateur multiple pouvant se déformer par rapport à sa base fixe, et caractérisé par des matrices K , M et C de rigidité, de masse et d'amortissement.

On applique aux nœuds des forces $p_j(t)$ variables dans le temps et regroupées sous forme d'un vecteur :

$$P = \begin{pmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_j(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Pour une déformation relative U donnée, les masses sont soumises aux forces suivantes :

- Les forces de rappel que l'on déduit de l'expression (4.27) :

$$F_R = -K \cdot U$$

- Les forces d'amortissement données par (4.32) :

$$F_A = -C \cdot \dot{U}$$

- Les forces extérieures $P(t)$.

L'équation du mouvement s'écrit :

$$F_R + F_A + P(t) = M \cdot \ddot{U}$$

Soit :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \quad (2.34)$$

2.2.3. Oscillations libres

On cherche le mouvement de chacune des masses en l'absence de forces extérieures $P(t)$.

D'après la relation (4.34), l'équation du mouvement s'écrit :

$$M\ddot{U} + KU = 0 \quad (2.35)$$

Une solution particulière est donnée par l'expression :

$$U = a D \sin(\omega t + \theta) \quad (2.36)$$

Où a , ω et θ sont des constantes et D un vecteur constant dont les coordonnées d_j sont les n déplacements des nœuds :

$$D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_j \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$$

Le vecteur des accélérations a pour valeur :

$$\ddot{U} = -\omega^2 a D \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 U \quad (2.37)$$

L'équation (2.35) s'écrit donc :

$$(-\omega^2 M D + K D) a \sin(\omega t + \theta) = 0 \quad (2.38)$$

Cette relation doit être vérifiée quelle que soit la valeur du temps t ; on en déduit donc :

$$(K - M \omega^2) D = 0 \quad (2.39)$$

L'expression (2.39) représente un système de n équations à n inconnues qui sont les composantes du vecteur D ; une solution différente de zéro n'est possible que si le déterminant de la matrice $[K - M \omega^2]$ est nul :

$$|K - M \omega^2| = 0 \quad (2.40)$$

Si on développe ce déterminant, on obtient une équation de degré n en ω^2 . La résolution de cette équation fournit les valeurs des pulsations $\omega_1, \omega_2 \dots, \omega_j \dots, \omega_n$ relatives aux n modes de vibration possibles.

Le vecteur des déformations :

$$D_J = \begin{pmatrix} d_1^J \\ \vdots \\ d_k^J \\ \vdots \\ d_n^J \end{pmatrix}$$

Qui correspond au mode de vibration J , de pulsation ω_J , est donné par la relation (2.39)

$$(K - M \omega_J^2) D_J = 0 \quad (2.41)$$

Dans le cas général, la solution est obtenue en superposant les mouvements selon les n modes de vibration,

$$U(t) = \sum_{J=1}^n a_J D_J \sin(\omega_J t + \theta_J) \quad (2.42)$$

Les coefficients a_J et θ_J sont déterminés par les conditions aux limites.

Les vecteurs modaux D_J possèdent les propriétés suivantes :

$$\left. \begin{aligned} D_J^t K D_J &= 0 & \text{si } I \neq J \\ D_J^t M D_J &= 0 & \text{si } I \neq J \\ \omega_J^2 &= \frac{D_J^t K D_J}{D_J^t M D_J} \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

D_J^t est le vecteur transposé du vecteur modal D_J .

2.2.4. Oscillations forcées

Lorsque les masses sont soumises à des forces extérieures variables $P(t)$, le mouvement est défini par la relation (2.34) :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t)$$

Qui représente un système de n équations différentielles du deuxième ordre reliant les n composantes $u_1, u_2, \dots, u_j, \dots, u_n$ du vecteur déplacement U .

La matrice de rigidité K n'étant pas diagonale, contrairement à celle des masses, chacune de ces équations peut faire intervenir tous les déplacements U_j ; on ne peut donc résoudre directement.

On tourne cette difficulté en décomposant le vecteur U selon les n modes de vibration qui servent donc de base pour les déplacements :

$$U = \sum_{J=1}^n y_J D_J \quad (2.44)$$

Le problème se ramène alors au calcul des coefficients y_l qui sont des fonctions du temps.

Dans ce cas l'étude d'un oscillateur multiple à n degrés de liberté peut se ramener à l'étude de n oscillateurs simples.

2.2.5. Excitation par déplacement d'appui (cas de séisme)

On considère un oscillateur multiple relié à une base rigide (fig. 2.8) à laquelle on impose un mouvement de translation, soit à l'horizontale, soit à la verticale.

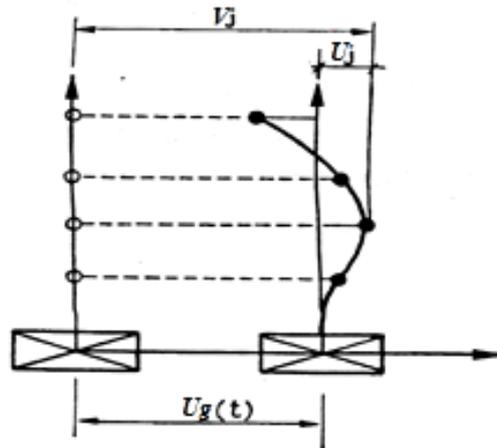


Figure 2.8 : Modèle d'oscillateur multiple à base rigide.

Un tel modèle permet d'étudier l'effet sur une structure du mouvement du sol provoqué par un séisme.

La structure peut être supposée soit encastree sur la base (fig. 2.9 a), soit reliée à celle-ci par des ressorts (fig. 2.9 b) ou des éléments finis (fig. 2.9 c) modélisant le sol.

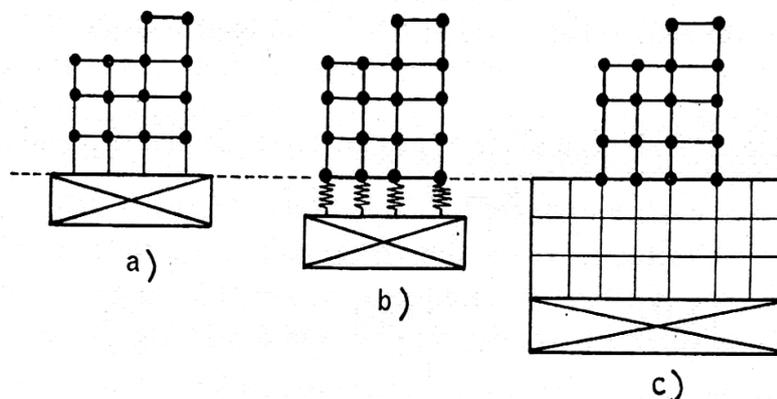


Figure 2.9 : Types de modèles.

La position de la masse m_j lors du mouvement peut être définie par :

- Son déplacement absolu V_j par rapport à un repère fixe ;
- Son déplacement relatif U_j par rapport à un repère lié à la base et se déplaçant avec celle-ci.

On note $U_g(t)$ le déplacement absolu de la base, supposé se produire à l'horizontale.

Le repère relatif, lié à la base, se déduit du repère absolu par une translation d'ensemble d'amplitude $U_g(t)$.

On peut donc écrire la relation entre les déplacements :

$$V_j(t) = U_j(t) + U_g(t) \delta_j \tag{2.45}$$

Le coefficient δ_j prend la valeur :

$\delta_j = 1$ pour les degrés de liberté correspondant à une translation de même direction pour celle de la base (fig. 2.10 a).

$\delta_j = 0$ pour les autres degrés de liberté (fig. 2.10 b) ; dans ce cas, les déplacements relatifs et absolu sont égaux.

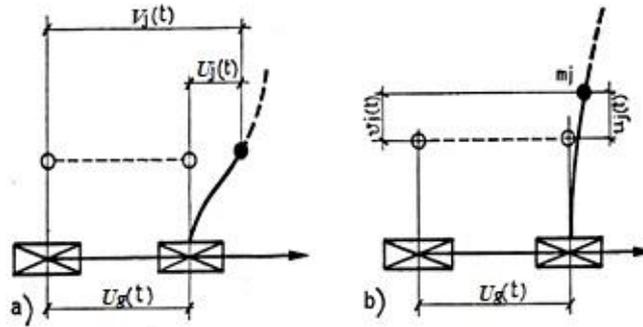


Figure 2.10 : Relation entre les déplacements.

La relation (2.45) généralisée à tous les degrés de liberté prend la forme :

$$V = U + \Delta U_g(t) \tag{2.46}$$

Pour une déformation relative U donnée, les masses sont soumises aux forces suivantes :

- les forces élastiques de rappel : $F_R = -K \cdot U$;
- les forces d'amortissement : $F_A = -C \cdot \dot{U}$;

Si l'on note \dot{V} le vecteur des accélérations absolues, l'équation du mouvement s'écrit :

$$F_R + F_A = M \cdot \dot{V}$$

Soit :

$$M \cdot \dot{V} + C\dot{U} + KU = 0 \tag{2.47}$$

On se ramène à une équation différentielle portant sur les déplacements relatifs en utilisant l'expression (2.46) que l'on dérive deux fois par rapport au temps :

$$\dot{V} = \ddot{U} + \Delta \ddot{U}_g(t) \tag{2.48}$$

$U_g(t)$ représente l'accélération absolue de la base qui est donnée par l'accélérogramme de la secousse sismique considérée. En remplaçant dans (3.47) \dot{V} par sa valeur, on obtient :

$$M \cdot \ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M \Delta \ddot{U}_g(t) \tag{2.49}$$

On voit que l'on retrouve l'équation (2.34), à condition de poser :

$$P(t) = -\ddot{U}_g(t)M\Delta = -\ddot{U}_g(t) \begin{pmatrix} m_1 \delta_1 \\ \vdots \\ m_j \delta_j \\ \vdots \\ m_n \delta_n \end{pmatrix} \tag{2.50}$$

$$\delta_j = 0 \text{ ou } 1.$$

On est donc ramené à l'étude d'un oscillateur multiple soumis à des forces extérieures variables dans le temps.

Ces forces sont les forces d'inertie qui agiraient sur les masses si la structure se déplaçait en bloc avec sa base, sans subir de déformations.

En effet, l'accélération absolue des masses est dans ce cas égale à $\ddot{U}_g(t)$ dans la direction du déplacement, nulle dans les autres directions : la force d'inertie appliquée à la masse m_j est donc soit égale à $-m_j \ddot{U}_g(t)$, soit nulle, ce qui correspond bien à la valeur donnée par l'expression (2.50).

La solution de l'équation du mouvement (2.49) est donnée par les expressions (2.44), prennent la forme :

$$U = \sum_{J=1}^n U_j(t) \Phi_J \quad (2.51)$$

$$U_j(t) = \frac{-1}{\omega_{DJ}} \int_0^t \ddot{U}_g(\tau) e^{-\xi_J \omega_J (t-\tau)} \sin[\omega_{DJ}(t-\tau)] d\tau \quad (2.52)$$

Φ_J est un vecteur proportionnel au vecteur modal D_J ; ses termes sont sans dimension :

$$\Phi_J = a_J D_J \quad (2.53)$$

Avec : $a_J = \frac{D_J^t M \Delta}{D_J^t M D_J}$

L'expression (2.52) est identique à l'expression (2.22) qui donne le déplacement d'un oscillateur simple dont la base est soumise à une accélération $\ddot{v}_s(t)$:

$$U(t) = \frac{-1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{U}_g(\tau) e^{-\xi_J \omega_J (t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau$$

Pour calculer la réponse selon le mode J , on se ramène à l'étude d'un oscillateur simple de pulsation ω_J et de coefficient d'amortissement ξ_J .

Pour un accélérogramme donné, l'intégrale du Duhamel (2.52) permet le calcul du déplacement relatif en fonction du temps. La répartition des déplacements pour les diverses masses s'effectue ensuite à l'aide du vecteur Φ_J .

Si, au lieu d'un accélérogramme, on utilise un spectre de déplacement on pourra calculer les déplacements relatifs maxima pour le mode J par la formule :

$$X_J = U_J \Phi_J \quad (2.54)$$

Où u_J représente la valeur lue sur le spectre.

Si on utilise un spectre d'accélération, le vecteur

$$\Gamma_J = \gamma_J \Phi_J \quad (2.55)$$

Où :

$$\gamma_J = \omega_J^2 X_J \quad (2.56)$$

CHAPITRE 3: APPLICATION

CHAPITRE 3 : APPLICATION

3.1. PARTIE 1 : EFFET DE L'ELEVATION DES BATIMENTS SUR L'ISS

Dans cette partie, on analysera l'effet de l'élévation des bâtiments sur l'interaction sol-structure. Pour cela, on prend un bâtiment ayant les mêmes caractéristiques, implanté dans le même site et on fait varier le nombre d'étages.

Afin de quantifier ce phénomène, on comparera la période de ces structures une fois sans considérer l'interaction et une autre fois en considérant l'interaction.

3.1.1. Présentation des structures

L'étude sera faite sur les trois structures autostables à usage d'habitation implantées dans la zone (II.a), la structure R3 ayant 3 niveaux, la structure R5 ayant 5 niveaux et la structure R7 ayant 7 niveaux. Toutes les structures sont supposées avoir des planchers rigides.

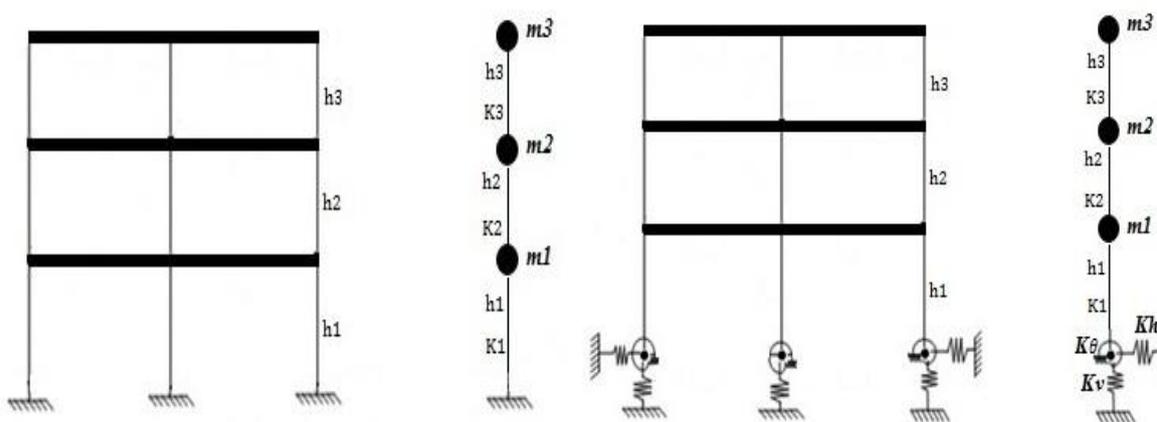


Figure 3.1 : Structure R3 sans et avec interaction.

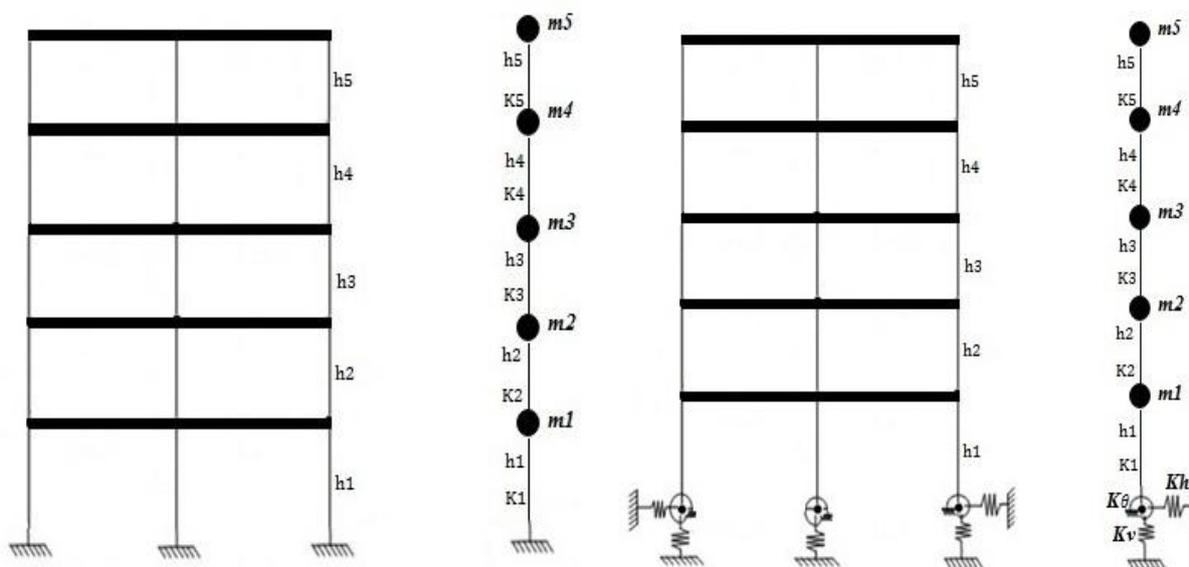


Figure 3.2 : Structure R5 sans et avec interaction.

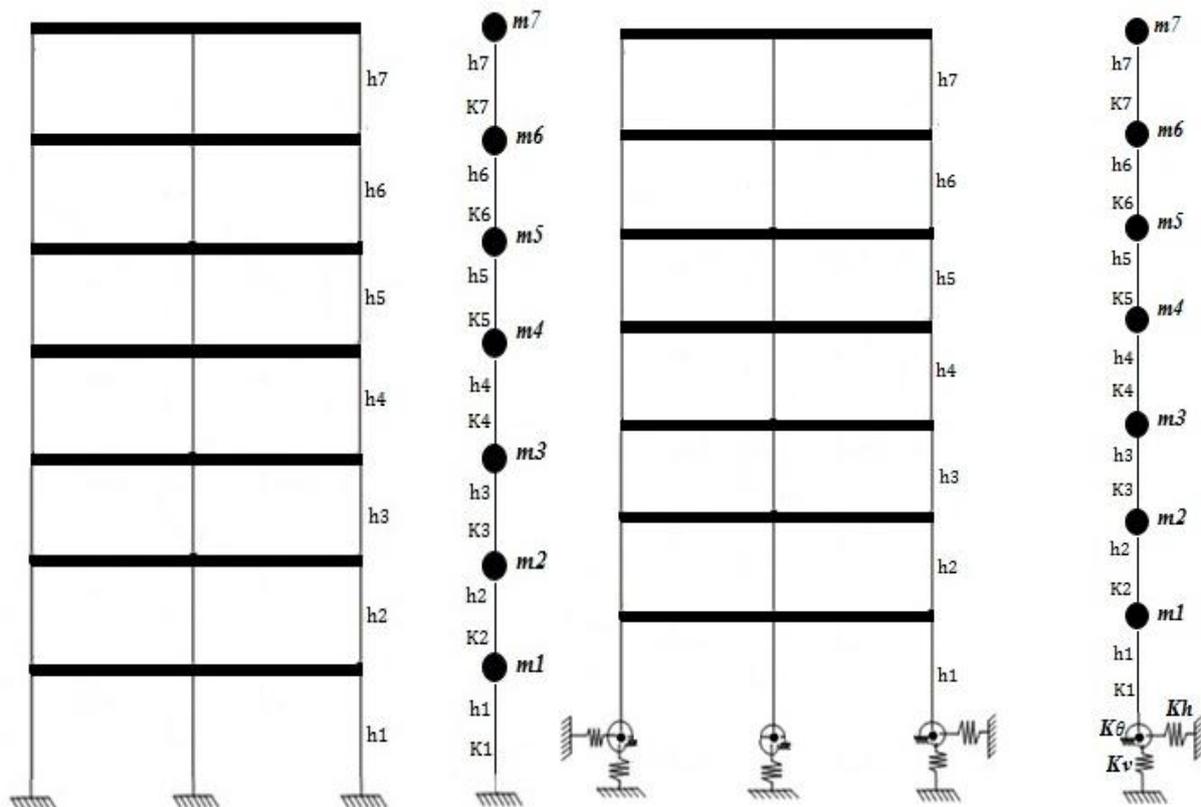


Figure 3.3 : Structure R7 sans et avec interaction.

3.1.2. Caractéristiques des structures

- Les poteaux : 0.3×0.3 (m)
- Les poutres principales : 0.3×0.4 (m)
- La hauteur des étages :
Le rez-de-chaussée : $h_1 = 3.4$ m
Les autres étages : $h = 3$ m
- Poids propre de la dalle : 600 Kg/m^2
- Cloison périphérique : 120 Kg/m^2
- Cloison de séparation : 100 Kg/m^2
- L'acrotère : 100 Kg/ml
- La charge d'exploitation : 250 Kg/m^2
- La résistance caractéristique du béton à la compression : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$
- L'inertie des poteaux :

$$I_x = \frac{a^4}{12}$$

$$I_x = (0.3 \times 0.3^3) / 12 = 0.675 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

- L'inertie des poutres :

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_x = (0.3 \times 0.4^3) / 12 = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

- Module de Young:

$$E = 11000 * \sqrt[3]{f_{c28}}$$

$$E = 32164 \text{ MPa}$$

- Calcul des masses des planchers :

Les masses sont calculées en tenant compte des charges réparties de chaque plancher (poids de la dalle et la charge d'exploitation), le poids des poutres, le poids des poteaux et des surfaces des murs (périphériques et de séparation) revenant à chacun des planchers. Les masses seront supposées concentrées au milieu de chaque plancher.

Les masses seront calculées suivant la formule de l'RPA :

$$m_i = m_G + \beta m_Q$$

Avec : $\beta = 0.2$ (bâtiment à usage d'habitation)

Donc

- Masse du premier niveau :

$$m_1 = (600 * 4 * 8) + (0.3 * 0.4 * 2500 * (4 * 3 + 8)) + 3 * (0.3 * 0.3 * 2500 * 3.2) \\ + (120 * 2 * 4 * 3.2) + (100 * 3.2 * (8 + 4)) + 0.2 * (250 * 4 * 8) \\ m_1 = 36t$$

- Masse des niveaux intermédiaires :

$$m = (600 * 4 * 8) + (0.3 * 0.4 * 2500 * 20) + 3 * (0.3 * 0.3 * 2500 * 2.8) \\ + (120 * 2 * 2.8 * 4) + (100 * 2.8 * 12) + 0.2 * (250 * 4 * 8) \\ m = 35t$$

- Masse du dernier niveau (n) :

$$m_n = (600 * 4 * 8) + (0.3 * 0.4 * 2500 * 20) + 3 * (0.3 * 0.3 * 2500 * 2.8) + (100 * 2 * 4 \\ * 1.5) + (100 * 1.5 * 12) + 0.2 * (250 * 4 * 8) \\ m_n = 32t$$

- Evaluation de l'effort tranchant à la base :

Le calcul de l'effort tranchant se fait suivant le Règlement Parasismique Algérien RPA99.

$$- V = \frac{ADQ}{R} W$$

- Zone II.a:

$$- S_2 \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0.15s \\ T_2 = 0.40s \end{cases}$$

- A = 0.15

- $\xi = 0.05$

- R = 5

- Q = 1.1

$$\begin{cases} D = 2.5\eta \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} \\ \begin{cases} T_1 = 0.15s \\ T_2 = 0.40s \end{cases} \\ \eta \approx 1 \end{cases}$$

$$V = \frac{ADQ}{R} W$$

Tel que :

$$W = g * \sum_{i=1}^n m_i$$

- Fondations

Les structures sont supposées reposer sur des semelles filantes de $2m$ de largeur et encrée à une profondeur $D = 1.5 m$.

(Calculs détaillés en annexe B)

- Raideur du sol

Le calcul du K_h se fait avec la formules de GAZETAS, 1991 pour une semelle filante de largeur $2B$, ancrée à une profondeur D :

$$K_h = \frac{2G}{2 - \nu} \left(1 + 0.5 \frac{D}{B} \right)$$

A.N :

$$E = 15MPa$$

$$\nu = 0.5$$

$$G = \frac{E}{2 * (1 + \nu)} = 5 MPa$$

$$D = 1.5 m$$

$$B = 1m$$

D'où :

$$K_h = 11667kN/m$$

Les résultats pour les différentes structures sont représentées dans le (tableau 3.1) :

Tableau 3.1 : Tableau récapitulatif des caractéristiques des différentes structures.

Structure	Masses des planchers (t)	Raideurs des étages (kN/m)	Effort tranchant à la base (kN)	Largeur de la semelle filante (m)	Raideurs du sol (kN/m)
R3	$m_1 = 36$ $m_2 = 35$ $m_3 = 32$	$K_1 = 19885.64$ $K = K_2 = K_3$ $= 28947.6$	$V_3 = 69.68$	$2B = 2$	$K_h = 11667$
R5	$m_1 = 36$ $m_2 = 35$ $m_3 = 35$ $m_4 = 35$ $m_5 = 32$	$K_1 = 19885.64$ $K = K_2 = K_3 = K_4$ $= K_5 = 28947.6$	$V_5 = 88.66$	$2B = 2$	$K_h = 11667$

R7	$m_1 = 36$ $m_2 = 35$ $m_3 = 35$ $m_4 = 35$ $m_5 = 35$ $m_6 = 35$ $m_7 = 32$	$K_1 = 19885.64$ $K = K_2 = K_3 = K_4$ $= K_5 = K_6 = K_7$ $= 28947.6$	$V_7 = 102.5$	$2B = 2$	$K_h = 11667$
----	--	---	---------------	----------	---------------

3.1.3. Modélisation des structures

La représentation des structures se fera comme suit : la structure est assimilée à une masse et un ressort (K, M), placés en série à une hauteur h au-dessus de la fondation. La flexibilité du sol sera modélisée par un ressort horizontal (K_h), un ressort vertical (K_v), et un ressort en rotation (K_θ). La liaison entre la structure et la fondation est réalisée par une barre rigide.

Dans le cas de fondation filante soumise à un effort sismique horizontal on ne maintient que le ressort horizontal K_h .

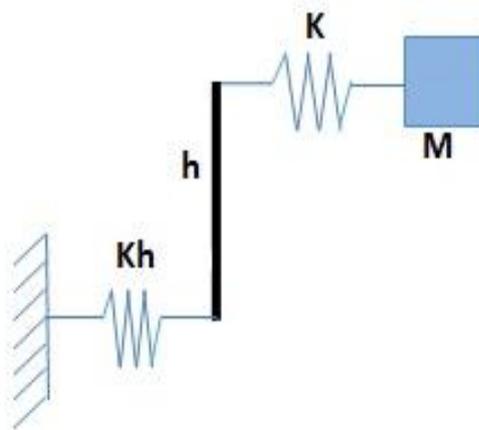


Figure 3.4 : Modèle masse-ressort adopté.

Ce système possède 2 degrés de liberté :

- Le déplacement horizontal U de la masse m ;
- Le déplacement horizontal U_0 de la fondation ;

3.1.4. Calcul des structures

3.1.4.1. Structure R3

En adoptant le modèle cité ci-dessus pour la structure (R3), on obtient la représentation qui suit. (fig. 3.5)

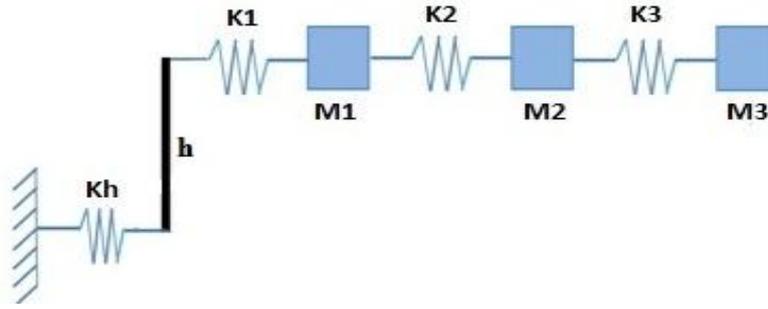


Figure 3.5 : Modèle masse ressort de la structure R3.

Le mouvement des masses est régi par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} m_1(\ddot{U}_1 + \ddot{U}_0) + K_1 U_1 - K_2(U_2 - U_1) = 0 \\ m_2(\ddot{U}_2 + \ddot{U}_0) + K_2(U_2 - U_1) - K_3(U_3 - U_2) = 0 \\ m_3(\ddot{U}_3 + \ddot{U}_0) + K_3(U_3 - U_2) = 0 \end{cases}$$

Ou sous forme simplifiée :

$$M (\ddot{U} + \ddot{U}_0) + K U = 0$$

Telle que :

$$K = \begin{bmatrix} (K_1 + K_2) & -K_2 & 0 \\ -K_2 & (K_2 + K_3) & -K_3 \\ 0 & -K_3 & -K_3 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Pour réduire de nombre d'inconnues on utilise le système suivant qui nous donnera les relations entre les différents U_i est le U_0 : [8] [9]

$$\begin{bmatrix} (K_1 + K_2) & -K_2 & 0 \\ -K_2 & (K_2 + K_3) & -K_3 \\ 0 & -K_3 & -K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} K_h U_0$$

On obtient :

$$U_0 = \alpha_i U_i$$

Tel que :

$$\{\alpha_i\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{K_1}{3K_h} \\ \frac{K_1 K}{K_h(2K_1 + 3K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(3K_1 + 3K)} \end{array} \right\}$$

Ce qui donne :

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \left(1 + \frac{K_1}{3K_h}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_2 \left(1 + \frac{K_1 K}{K_h(2K_1 + 3K)}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \left(1 + \frac{K_1 K}{K_h(3K_1 + 3K)}\right) \end{bmatrix}$$

Au final on obtient les matrices suivantes :

$$K = \begin{bmatrix} 48833.24 & -28947.6 & 0 \\ -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 \\ 0 & -28947.6 & 28947.6 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 56.4480 & 0 & 0 \\ 0 & 48.6150 & 0 \\ 0 & 0 & 42.7840 \end{bmatrix}$$

Les solutions du système $KU = \lambda MU$ sont données dans le (tableau 3.2) :

Tableau 3.2 : Solutions du système $KU = \lambda MU$

	Mode 1	Mode 2	Mode 3
$\lambda \text{ (rad/s)}^2$	97.5	788.7	1846.4
$\omega \text{ (rad/s)}$	9.874	28.084	42.970
$T \text{ (s)}$	0.636	0.224	0.146
D_i	-0.0581 -0.0870 -0.1016	0.1042 0.0155 -0.0937	-0.0590 0.1130 -0.0653

3.1.4.2. Structure R5

En adoptant le modèle cité ci-dessus pour la structure (R5), on obtient la représentation qui suit. (fig. 4.6)

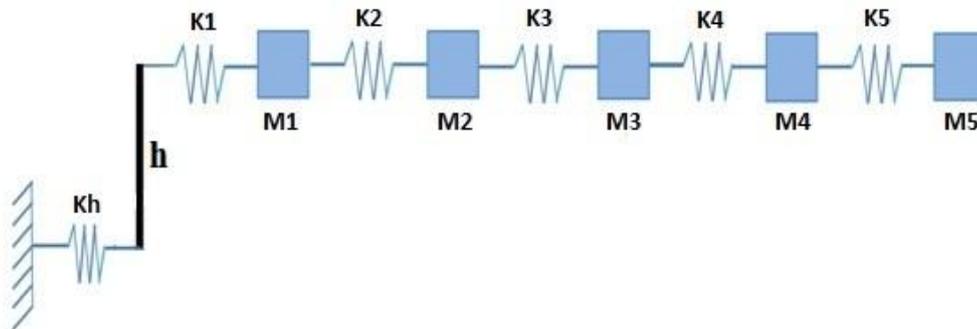


Figure 3.6 : Modèle masse ressort de la structure R5.

Le système des équations du mouvement est le suivant :

$$\begin{cases} m_1(\ddot{U}_1 + \ddot{U}_0) + (K_1 + K_2)U_1 - K_2U_2 = 0 \\ m_2(\ddot{U}_2 + \ddot{U}_0) - K_2U_1 + (K_2 + K_3)U_2 - K_3U_3 = 0 \\ m_3(\ddot{U}_3 + \ddot{U}_0) - K_3U_2 + (K_3 + K_4)U_3 - K_4U_4 = 0 \\ m_4(\ddot{U}_4 + \ddot{U}_0) - K_4U_3 + (K_4 + K_5)U_4 - K_5U_5 = 0 \\ m_5(\ddot{U}_5 + \ddot{U}_0) - K_5U_4 + K_5U_5 = 0 \end{cases}$$

Ou sous forme simplifiée :

$$M (\ddot{U} + \ddot{U}_0) + K U = 0$$

Tel que :

$$K = \begin{bmatrix} (K_1 + K_2) & -K_2 & 0 & 0 & 0 \\ -K_2 & (K_2 + K_3) & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & -K_3 & (K_3 + K_4) & -K_4 & 0 \\ 0 & 0 & -K_4 & (K_4 + K_5) & -K_5 \\ 0 & 0 & 0 & -K_5 & K_5 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix}$$

Pour réduire de nombre d'inconnues on utilise le même système précédent (utilisé pour R3) qui donne les relations entre les différents U_i est le U_0 :

On obtient :

$$U_0 = \alpha_i U_i$$

Tel que :

$$\{\alpha_i\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{K_1}{5K_h} \\ \frac{K_1 K}{K_h(4K_1 + 5K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(7K_1 + 5K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(9K_1 + 5K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(10K_1 + 5K)} \end{array} \right\}$$

Ce qui donne :

$$M = \begin{bmatrix} M_1 \left(1 + \frac{K_1}{5K_h}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 \left(1 + \frac{K_1 K}{K_h(4K_1 + 5K)}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \left(1 + \frac{K_1 K}{K_h(7K_1 + 5K)}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_4 \left(1 + \frac{K_1 K}{K_h(9K_1 + 5K)}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_5 \left(1 + \frac{K_1 K}{K_h(10K_1 + 5K)}\right) \end{bmatrix}$$

Au final on obtient les matrices suivantes :

$$K = \begin{bmatrix} 48833.24 & -28947.6 & 0 & 0 & 0 \\ -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 & 0 & 0 \\ 0 & -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 & 0 \\ 0 & 0 & -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 \\ 0 & 0 & 0 & -28947.6 & 28947.6 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 48.276 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 42.700 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 41.090 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40.320 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 36.608 \end{bmatrix}$$

Les solutions du système $KU = \lambda MU$ sont données dans le (tableau 3.3) :

Tableau 3.3 : Solutions du système $KU = \lambda MU$

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
λ (rad/s) ²	50.4	421.8	1092.1	1884.3	2554.5
ω (rad/s)	7.0993	20.5378	33.0469	43.408	50.542
T (s)	0.8850	0.3059	0.1901	0.1447	0.1243
D_i	-0.0350	-0.0833	0.0883	0.0632	-0.0274
	-0.0560	-0.0820	-0.0119	-0.0920	0.0704
	-0.0730	-0.0296	-0.0929	0.0085	-0.0971
	-0.0847	0.0405	-0.0300	0.0863	0.0875
	-0.0904	0.0868	0.0786	-0.0624	-0.0392

3.1.4.2. Structure R7

En adoptant le modèle cité ci-dessus pour la structure (R7), on obtient la représentation qui suit. (fig. 3.7)

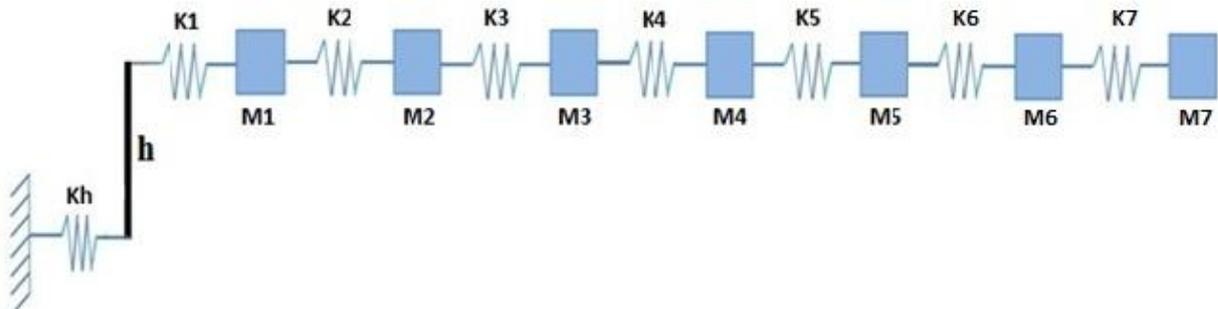


Figure 3.7 : Modèle masse ressort de la structure R7.

Le système des équations du mouvement est le suivant :

$$\begin{cases} m_1(\ddot{U}_1 + \ddot{U}_0) + (K_1 + K_2)U_1 - K_2U_2 = 0 \\ m_2(\ddot{U}_2 + \ddot{U}_0) - K_2U_1 + (K_2 + K_3)U_2 - K_3U_3 = 0 \\ m_3(\ddot{U}_3 + \ddot{U}_0) - K_3U_2 + (K_3 + K_4)U_3 - K_4U_4 = 0 \\ m_4(\ddot{U}_4 + \ddot{U}_0) - K_4U_1 + (K_4 + K_5)U_3 - K_5U_5 = 0 \\ m_5(\ddot{U}_5 + \ddot{U}_0) - K_5U_1 + (K_5 + K_4)U_5 - K_6U_6 = 0 \\ m_6(\ddot{U}_6 + \ddot{U}_0) - K_6U_1 + (K_6 + K_6)U_6 - K_7U_7 = 0 \\ m_7(\ddot{U}_7 + \ddot{U}_0) - K_7U_6 + K_7U_7 = 0 \end{cases}$$

Ou sous forme simplifiée :

$$M (\ddot{U} + \ddot{U}_0) + K U = 0$$

Tel que :

$$K = \begin{bmatrix} (K_1 + K_2) & -K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_2 & (K_2 + K_3) & -K_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_3 & (K_3 + K_4) & -K_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_4 & (K_4 + K_5) & -K_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_5 & (K_5 + K_6) & -K_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_6 & (K_6 + K_7) & -K_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_7 & K_7 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 \end{bmatrix}$$

Pour réduire de nombre d'inconnues on utilise le même système précédent (utilisé pour R3) qui donne les relations entre les différents U_i est le U_0 :

On obtient :

$$U_0 = \alpha_i U_i$$

Tel que :

$$\{\alpha_i\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{K_1}{7K_h} \\ \frac{K_1 K}{K_h(6K_1 + 7K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(11K_1 + 7K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(15K_1 + 7K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(18K_1 + 7K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(20K_1 + 7K)} \\ \frac{K_1 K}{K_h(21K_1 + 7K)} \end{array} \right\}$$

Ce qui donne :

Au final on obtient les matrices suivantes :

$$K = \begin{bmatrix} 48833.24 & -28947.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -28947.6 & 57895.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -28947.6 & 57895.2 & -28947.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28947.6 & 28947.6 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 44.748 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40.355 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 39.095 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 38.448 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 38.080 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 37.877 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 34.544 \end{bmatrix}$$

Les solutions du système $KU = \lambda MU$ sont données dans le (tableau 3.4) :

Tableau 3.4 : Solutions du système $KU = \lambda MU$

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7
λ (rad/s) ²	30	257.1	683.6	1254.1	1875.8	2439.9	2859
ω (rad/s)	5.477	16.034	26.146	35.413	43.311	49.395	53.470
T (s)	1.147	0.392	0.240	0.177	0.145	0.127	0.118
D_i	0.0235	-0.0622	0.0800	-0.0774	0.0616	0.0389	-0.0155
	0.0385	-0.0802	0.0504	0.0195	-0.0747	-0.0811	0.0424
	0.0520	-0.0694	-0.0272	0.0823	-0.0156	0.0748	-0.0686
	0.0633	-0.0346	-0.0797	0.0057	0.0830	-0.0157	0.0853
	0.0721	0.0121	-0.0598	-0.0804	-0.0252	-0.0553	-0.0848
	0.0781	0.0546	0.0138	-0.0339	-0.0713	0.0826	0.0639
	0.0810	0.0788	0.0751	0.0682	0.0575	-0.0432	-0.0265

3.2. PARTIE 2 : MODELISATION DES PORTIQUES AUTOSTABLES

Dans cette partie on essayera de modéliser les structures traitées précédemment par différentes méthodes trouvées dans la littérature. Puis essayer de comparer les résultats obtenus et choisir les bons modèles.

3.2.1. Modèle de WOLF [6]

Toute structure à plusieurs degrés de liberté peut être modélisée par un système à un seul degré de liberté équivalent (fig. 3.8). Ce système possède une masse, une hauteur, une rigidité équivalents à ceux de la structure initiale et ils sont en fonction de ces derniers.

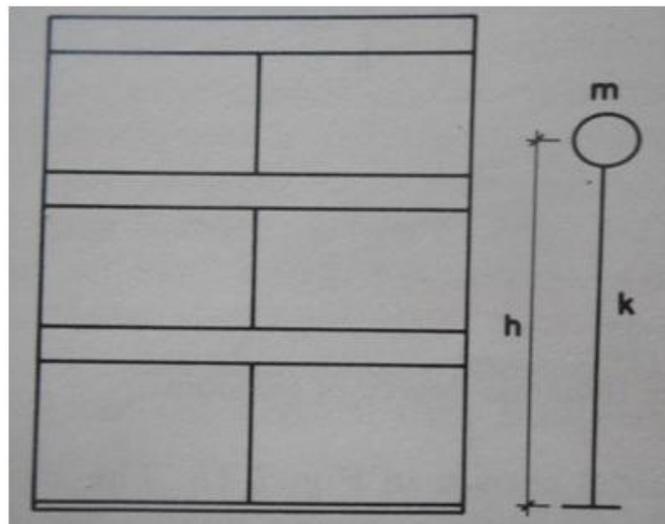


Figure 3.8 : Système équivalent d'une structure à 3 ddl. [6]

Les propriétés équivalentes sont données par :

$$m = \frac{(\sum_j m_j D_j)^2}{\sum_j m_j D_j^2} \quad (3.2)$$

$$k = \frac{(\sum_j k_j D_j)^2}{\sum_j k_j D_j^2} \quad (3.3)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Où D_j est le vecteur modal du mode j .

m_j et k_j sont la masse et la raideur du niveau j .

3.2.1.1. Structure R3

Les vecteurs modaux de la structure sont les suivants :

$$D_1 = \begin{pmatrix} -0.0581 \\ -0.0870 \\ -0.1016 \end{pmatrix} \quad D_2 = \begin{pmatrix} 0.1042 \\ 0.0155 \\ -0.0937 \end{pmatrix} \quad D_3 = \begin{pmatrix} -0.0590 \\ 0.1130 \\ -0.0653 \end{pmatrix}$$

D'après les relations (3.2) et (3.3) on obtient :

$$\omega^2 = \frac{28278.7265}{36.733} = 769.872 \left(\frac{rad}{s}\right)^2$$

D'où :

$$\boxed{T = 0.226 \text{ s}}$$

3.2.1.2. Structure R5

Les vecteurs modaux de la structure sont les suivants :

$$D_1 = \begin{pmatrix} -0.0350 \\ -0.0560 \\ -0.0730 \\ -0.0847 \\ -0.0904 \end{pmatrix}; D_2 = \begin{pmatrix} -0.0833 \\ -0.0820 \\ -0.0296 \\ 0.0405 \\ 0.0868 \end{pmatrix}; D_3 = \begin{pmatrix} 0.0883 \\ -0.0119 \\ -0.0929 \\ -0.0300 \\ 0.0786 \end{pmatrix}; D_4 = \begin{pmatrix} 0.0632 \\ -0.0920 \\ 0.0085 \\ 0.0863 \\ -0.0624 \end{pmatrix}; D_5 = \begin{pmatrix} -0.0274 \\ 0.0704 \\ -0.0971 \\ 0.0875 \\ -0.0392 \end{pmatrix}$$

Et :

$$\omega^2 = \frac{27763.24}{34.657} = 801.086 \left(\frac{rad}{s}\right)^2$$

D'où :

$$\boxed{T = 0.222 \text{ s}}$$

3.2.1.3. Structure R7

Les vecteurs modaux de la structure sont les suivants :

$$D_1 = \begin{pmatrix} 0.0235 \\ 0.0385 \\ 0.0520 \\ 0.0633 \\ 0.0721 \\ 0.0781 \\ 0.0810 \end{pmatrix}; D_2 = \begin{pmatrix} -0.0622 \\ -0.0802 \\ -0.0694 \\ -0.0346 \\ 0.0121 \\ 0.0546 \\ 0.0788 \end{pmatrix}; D_3 = \begin{pmatrix} 0.0800 \\ 0.0504 \\ -0.0272 \\ -0.0797 \\ -0.0598 \\ 0.0138 \\ 0.0751 \end{pmatrix}; D_4 = \begin{pmatrix} -0.0774 \\ 0.0195 \\ 0.0823 \\ 0.0057 \\ -0.0804 \\ -0.0339 \\ 0.0682 \end{pmatrix};$$

$$D_5 = \begin{pmatrix} 0.0616 \\ -0.0747 \\ -0.0156 \\ 0.0830 \\ -0.0252 \\ -0.0713 \\ 0.0575 \end{pmatrix}; D_6 = \begin{pmatrix} 0.0389 \\ -0.0811 \\ 0.0748 \\ -0.0157 \\ -0.0553 \\ 0.0826 \\ -0.0432 \end{pmatrix}; D_7 = \begin{pmatrix} -0.0155 \\ 0.0424 \\ -0.0686 \\ 0.0853 \\ -0.0848 \\ 0.0639 \\ -0.0265 \end{pmatrix}$$

$$\omega^2 = \frac{29559.786}{36.738} = 804.61 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2$$

D'où :

$$T = 0.221 \text{ s}$$

3.2.2. Modèle à un seul degré de liberté

Dans cette partie la structure sera modélisée par un système à un degré de liberté représenté sur la figure 3.9.

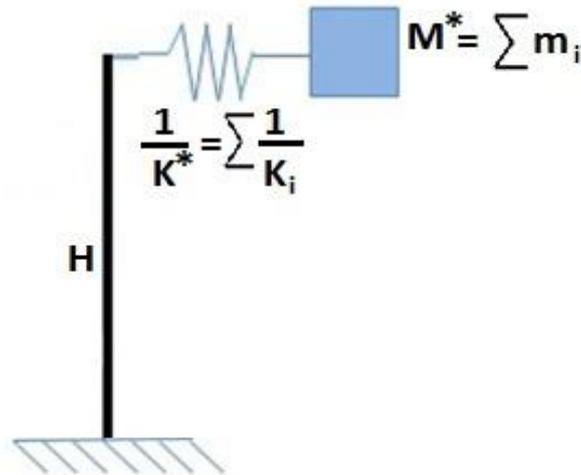


Figure 3.9 : Caractéristiques du système équivalent.

Ce système possède une masse concentrée

$$M^* = \sum m_i$$

Et une raideur équivalente

$$\frac{1}{K^*} = \sum \frac{1}{K_i}$$

Le tableau 3.5 représente les résultats obtenus pour le calcul des périodes pour des modèles et pour les structures réelles.

Tableau 3.5 : Résultat des périodes pour les différentes structures.

Structure	H (m)	M^* (t)	K^* (KN/m)	ω_1 (rad/s)	T (s)	T_{enc} (s)
R3	9.4	103	8376.76	9.02	0.697	0.541
R5	15.4	173	5305.93	5.54	1.13	0.818
R7	21.4	243	3882.61	3.997	1.57	1.095

CHAPITRE 4 :
RESULTATS ET
INTERPRETATIONS

CHAPITRE 4 : RESULTATS ET INTERPRETATIONS

4.1. PARTIE 1 : EFFET DE L'ELEVATION DES BATIMENTS SUR L'ISS

Pour analyser l'effet de la hauteur des bâtiments sur l'interaction sol-structure, on comparera dans cette partie la période fondamentale des structures encastrees à celles des structures tenant compte de ce phénomène.

Le tableau 4.1 représente le pourcentage d'augmentation de la période fondamentale des structures non encastrees par rapport à celle des structures encastrees.

Tableau 4.1 : Pourcentage d'augmentation de la période des structures non encastrees.

Structure	$T_{avec\ ISS}$ (s)	$T_{sans\ ISS}$ (s)	$\frac{T_{avec\ ISS} - T_{sans\ ISS}}{T_{enc}} * 100$
R3	0.636	0.541	17.6
R5	0.885	0.818	8.2
R7	1.147	1.095	4.7

Ces résultats montrent que l'augmentation de la hauteur de la structure induit une diminution de l'effet de l'interaction sol-structure.

Cette diminution s'explique par : le fait d'augmenter les étages, l'effet de l'encastrement devient négligeable sur le portique le plus élevé de la structure, ainsi, les structures hautes se comportent de manière analogue à celle des structures non encastrees.

4.2. PARTIE 2 : MODELISATION DES PORTIQUES AUTOSTABLES

4.2.1. Modèle de WOLF

On remarque que les résultats des périodes obtenus pour les différentes structures ont le même ordre de grandeur :

$$T_{modèle}^{R3} = 0.226s, T_{modèle}^{R5} = 0.222s, T_{modèle}^{R7} = 0.221s$$

Tandis que les périodes sont :

$$T^{R3} = 0.541s, T^{R5} = 0.818s, T^{R7} = 1.095s$$

Ces résultats s'expliquent par l'hypothèse faite par WOLF qui stipule que ce modèle est applicable pour les structures qui répondent essentiellement dans le premier mode (les structures les moins élevées en général).

4.2.2. Modèle à un seul degré de liberté

La modélisation d'une structure à plusieurs degrés de liberté par un système à un seul degré de liberté a donné les résultats du tableau 3.5.

Le tableau 4.2 représente le pourcentage d'augmentation de la période propre du modèle utilisé par rapport à celle de la structure réelle.

Tableau 4.2: Pourcentage de différence entre la période des structures réelles et les modèles correspondants.

Structure	$T_{\text{modèle}}$ (s)	T (s)	$\frac{T_{\text{modèle}} - T}{T} * 100$
R3	0.697	0.541	28.8
R5	1.13	0.818	38.14
R7	1.57	1.095	63.70

Ces résultats permettent de constater que ce modèle conserve la variation de la période en fonction de la hauteur (la période augmente quand la hauteur augmente). On constate aussi que la différence est la plus petite pour la structure R3, ce qui est expliqué par le fait qu'en augmentant le nombre de niveaux le nombre de degrés de liberté augmente et cause une augmentation du nombre de modes de vibration. Cette augmentation de modes de vibration fait éloigner le comportement de la structure de celui d'un système à un seul degré de liberté et cause une erreur importante.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté est une contribution à la compréhension des effets de l'interaction sol-structure, indispensable pour la conception parasismique dans le domaine de génie civil. Nous nous sommes ainsi attachés à améliorer la connaissance du comportement des portiques autostables sous chargement dynamique.

Dans le premier volet du travail, nous avons analysé plusieurs portiques et nous avons trouvé que l'augmentation du nombre de niveaux d'un portique, et donc sa hauteur, implique une diminution de l'effet de l'interaction sol-structure sur ce dernier. En effet nous avons remarqué que la différence entre la période propre d'un même portique considéré, une fois, encasté et une autre fois reposant sur des ressorts modélisant la raideur du sol, diminue en augmentant la hauteur du portique. Cette diminution est due au fait d'augmenter le nombre étages, l'effet de l'encastrement devient négligeable sur le portique le plus élevé de la structure.

Dans le deuxième volet, nous nous sommes intéressés à la modélisation des portiques autostables. Deux modèles sont utilisés :

La première modélisation est basée sur le modèle de WOLF. Ce modèle remplace toute les structures par un système à un seul degré de liberté équivalent. Les résultats obtenus pour ce cas ne varient pas en modifiant la hauteur des portiques. Ces résultats sont dus à l'hypothèse de WOLF qui stipule que ce modèle est applicable pour les structures qui répondent essentiellement dans le premier mode (les structures les moins élevées en général).

Le deuxième modèle représente la structure par des masses et des rigidités équivalentes (modèle en séries). Les résultats de ce modèle permettent de constater que ce dernier conserve la variation de la période en fonction de la hauteur (la période augmente quand la hauteur augmente). Nous avons aussi constaté aussi que la différence est la plus petite pour la structure la moins élevée, ce qui est expliqué par le fait qu'en augmentant le nombre de niveaux le nombre de degrés de liberté augmente et cause une augmentation du nombre de modes de vibration. Cette augmentation de modes de vibration fait éloigner le comportement de la structure de celui d'un système à un seul degré de liberté et cause une erreur importante.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]-**A.CAPRA, V. DAVIDOVICI** ; Calcul dynamique des structures en zone sismique ; Collection U.T.I. ; Editions Eyrolles ; PARIS; 1982.
- [2]-Document technique règlementaire DTRBC-2.331 : calcul des fondations superficielles.
- [3] **D. DIF** ; Influence des conditions de sol sur l'analyse sismique des structures ; Mémoire de magister en génie civil ; Université Hadj lakhdar –Batna.
- [4]-**E.BUCHI** ; Interaction Sol-Structure : calcul des impédances et effets sur les fondations ; Projet de fin d'études ; INSA de Strasbourg; Juin 2013.
- [5]-**G.GAZETAS**; Foundation engineering handbook, chapter 15:“foundation vibrations”; 2nd; Edited by HSAI-YANG FANG ; Edition Chapman & Hall; New York; 1991.
- [6]-**J.P.WOLF**; Dynamic soil-structure interaction ; Edited by Prentice Hall ; 466pp ; USA; 1985.
- [7]-**M.MILOUDI, F.REMDANI** ; Etude dynamique non linéaire de l'interaction sol structure ; Mémoire pour l'obtention du diplôme de master ; Université de TELEMEN; Juin 2014.
- [8]-**M. PAZE**; Structural dynamics ; Second edition ; Edited by Von Reinhold Company Inc ; USA; 1980.
- [9]-**S. KRAMER**; Geotechnical earthquake engineering; Edited by Prentice Hall, USA; 1996.
- [10]-Règlement Parasismique Algérien, V2003 RPA2003.
- [11]- **X. ZHANG** ; Modélisation physique et numérique des interactions sol-structure sous sollicitations dynamiques transverses ; HAL Id ;19 Dec 2012.

ANNEXE A : FORMULES UTILISEES POUR LE CALCUL DES RAIDEUR DU SOL [5]

La raideur du sol peut être calculée par différentes formules. Dans ce travail on a choisit de travailler avec les formules de GAZETAS, 1991.

Pour calculer les raideurs du sol, GAZETAS a pris en compte 3 paramètres :

- La forme de la fondation : circulaire, filante, rectangulaire ou de forme arbitraire.
- Le type de sol : couche profonde, sol multicouche profond, couche de sol sur un substratum rocheux.
- L'encrage des fondations : fondation superficielle, fondation encrée à petite profondeur D, fondation profonde (pieux).

GAZETAS a résumé ces travaux dans six (6) tableaux :

- 1- Les fondations de forme arbitraire reposant à la surface d'un demi-espace élastique et homogène.
- 2- Les fondations partiellement ou totalement enterrées dans un demi-espace élastique et homogène.
- 3- Fondations circulaires et filantes reposant à la surface d'un sol homogène sur un substratum rocheux.
- 4- Fondations circulaires et filantes partiellement ou totalement enterrées dans un sol homogène sur un substratum rocheux.
- 5- Fondations carrées à la surface d'un sol non-homogène.
- 6- Pieux traversant deux sols non homogènes et un sol homogène ou un demi-espace élastique.

Dans cette étude on a travaillé avec des fondations filantes du groupe 4 dont les formules sont données par les tableaux A.2 et A.3 ;

Pour les valeurs de E et ν présentées sont dépendants de la classification des sites qui est donnée dans le (tableau 1.3) (classification RPA 2003).

Tableau 4.1: Classification des sols suivant l'RPA 2003 [10]

Catégorie	Description	q(MPA) (c)	N (d)	pl.(MPA) (e)	E_p (MPA) (e)	q_u (MPA) (f)	V_s (m/s) (g)
S ₁	Rocheux (a)	-	-	>5	>100-	>10	≥800
S ₂	Ferme	>15	>50	>2	>20	>0.4	≥400 - < 800
S ₃	Meuble	1.5 ~ 15	10 ~ 50	1 ~ 2	5 ~ 20	01 ~ 0.4	≥200 - < 400
S ₄	Très Meuble ou Présence de 3m au moins d'argile molle (b)	<1.5	<10	<1	<5	< 0.1	≥100 <200

Tableau 4.2: Fonctions d'impédance de fondations à la surface d'un sol homogène sur substratum rocheux.

Foundation Shape		Circular Foundation of Radius R	Strip Foundation
Static stiffnesses, K	Vertical	$K_{z,emb} \approx K_{z,sur} \left(1 + 0.55 \frac{d}{R}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R}\right) \frac{D}{H-D}\right]^{\dagger}$	$K_{z,emb} \approx K_{z,sur} \left[1 + 0.2 \left(\frac{d}{B}\right)^{2/3}\right] \left(1 + 3.5 \frac{B}{H-D}\right)$
	Horizontal, y or x	$K_{y,emb} \approx K_{y,sur} \left(1 + \frac{d}{R}\right) \left(1 + 1.25 \frac{D}{H}\right)^{\dagger}$	$K_{y,emb} \approx K_{y,sur} \left(1 + 0.5 \frac{d}{B}\right) \left(1 + 1.5 \frac{D}{H}\right)$
	Rocking, rx or ry	$K_{rx,emb} \approx K_{rx,sur} \left(1 + 2 \frac{d}{R}\right) \left(1 + 0.65 \frac{D}{H}\right)$	$K_{rx,emb} \approx K_{rx,sur} \left(1 + \frac{d}{B}\right) \left(1 + 0.65 \frac{D}{H}\right)$
	Coupled swaying–rocking	$K_{yrx,emb} \approx \frac{1}{3} d K_{y,emb}$	$K_{yrx,emb} \approx \frac{1}{3} d K_{y,emb}$
	Torsional	$K_{t,emb} \approx K_{t,sur} \left(1 + 2.67 \frac{d}{R}\right)$	—
	Dynamic stiffness coefficients, $k(\omega)$	The relationships between k_{emb} and k_{sur} follow approximately the same pattern as those between embedded and surface foundation on a homogeneous halfspace. Therefore, use the results of Table 15.2 as a first approximation.	
Radiation dashpot coefficients, $C(\omega)$	C_{emb} exceeds C_{sur} by an amount that depends on the geometry of the sidewall–soil contact surface and is practically independent of the presence or absence of a rigid base at shallow depths. Therefore, use the results of Table 15.2, but with C_{sur} corresponding to the layered profile and thus obtained according to Table 15.3 (approximate guideline).		

* Sources are listed in the text.

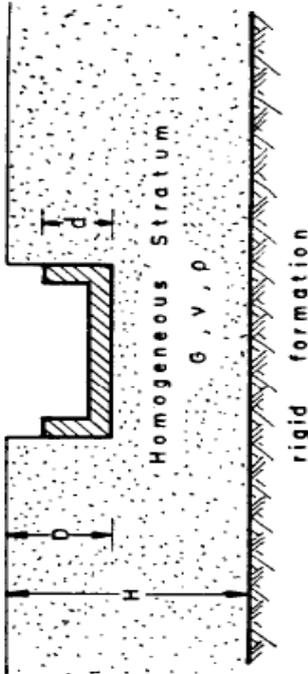
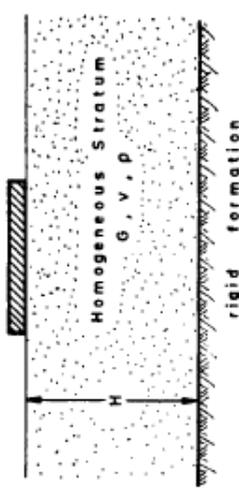
† $K_{z,sur}, K_{y,sur}, \dots$ are the stiffnesses for the corresponding surface foundations, and can be obtained from Table 15.3.

Tableau 4.3 : Fonctions d'impédance de fondations à la surface d'un sol homogène sur substratum rocheux.



Foundation Shape	Circular Foundation of Radius $B = R$	Rectangular Foundation 2B by 2L ($L > B$)	Strip Foundation $2L \rightarrow \infty$
Static stiffnesses, K	<p>Vertical, z $K_z = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.3 \frac{R}{H} \right)$</p> <p>Lateral, y $K_y = \frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + 0.5 \frac{R}{H} \right)$</p> <p>Lateral, x $K_x = K_y$</p> <p>Rocking, rx $K_{rx} = \frac{8GR}{3(1-\nu)} \left(1 + 0.17 \frac{R}{H} \right)$</p> <p>Rocking, ry $K_{ry} = K_{rx}$</p> <p>Torsional, t $K_t = \frac{16}{3} GR^3 \left(1 + 0.10 \frac{R}{H} \right)$</p>	<p>Vertical, z $K_z = \frac{2GL}{1-\nu} \left[0.73 + 1.54 \left(\frac{B}{L} \right)^{3/4} \right] \left(1 + \frac{\frac{B}{H}}{0.5 + \frac{B}{L}} \right)$</p> <p>Lateral, y $K_y = \frac{2G}{2-\nu} \left(1 + 2 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Lateral, x $K_x = \frac{2G}{2-\nu} \left(1 + 2 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Rocking, rx $K_{rx} = \frac{\pi GB^2}{2(1-\nu)} \left(1 + 0.2 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Rocking, ry $K_{ry} = K_{rx}$</p> <p>Torsional, t $K_t = \frac{\pi GB^2}{2(1-\nu)} \left(1 + 0.2 \frac{B}{H} \right)$</p>	<p>Vertical, z $K_z = \frac{0.73G}{1-\nu} \left(1 + 3.5 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Lateral, y $K_y = \frac{2G}{2-\nu} \left(1 + 2 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Lateral, x $K_x = \frac{2G}{2-\nu} \left(1 + 2 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Rocking, rx $K_{rx} = \frac{\pi GB^2}{2(1-\nu)} \left(1 + 0.2 \frac{B}{H} \right)$</p> <p>Rocking, ry $K_{ry} = K_{rx}$</p> <p>Torsional, t $K_t = \frac{\pi GB^2}{2(1-\nu)} \left(1 + 0.2 \frac{B}{H} \right)$</p>
Dynamic stiffness coefficients, $K(\omega)$	<p>Vertical, z $k_z = k_z(H/R, a_0)$ is obtained from Graph III-1</p> <p>Horizontal, y or x $k_y = k_y(H/R, a_0)$ is obtained from Graph III-1</p> <p>Rocking, rx or ry $k_{rx} = k_{rx}(H/R) \approx k_z(\infty)$</p> <p>Torsional $k_t = k_t(H/R, t)$</p>	<p>Vertical, z $k_z = k_z(H/B, L/B, a_0)$ is plotted in Graph III-2 for rectangles and strip</p>	<p>Vertical, z $k_z = k_z(H/B, a_0)$ is obtained from Graph III-3</p> <p>Horizontal, y or x $k_y = k_y(H/R)$</p> <p>Rocking, rx or ry $k_{rx} = k_{rx}(H/R) \approx k_{rx}(\infty)$</p> <p>Torsional $k_t = k_t(H/R)$</p>
Radiation dashpot coefficients, $C(\omega)$	<p>Vertical, z $C_z(H/B) \approx 0$ at frequencies $f < f_c$, regardless of foundation shape $C_z(H/B) \approx 0.8C_z(\infty)$ at $f \geq 1.5f_c$ At intermediate frequencies: interpolate linearly. $V_{Lz} = \frac{V_{Lz}}{4H}$, $V_{Lz} = \frac{3.4V_s}{\pi(1-\nu)}$</p> <p>Lateral, y or x $C_y(H/B) \approx 0$ at $f < \frac{2}{3}f_c$, $C_y(H/B) \approx C_y(\infty)$ at $f > \frac{4}{3}f_c$ At intermediate frequencies: interpolate linearly. $f_c = V_s/4H$. Similarly for C_x</p> <p>Rocking, rx or ry $C_{rx}(H/B) \approx 0$ at $f < f_c$, $C_{rx}(H/B) \approx C_{rx}(\infty)$ at $f > f_c$. Similarly for C_{ry}</p> <p>Torsional, t $C_t(H/B) \approx C_t(\infty)$</p>		

ANNEXE B : CALCUL DES FONDATIONS [2] [10]

Ce calcul est effectué pour la structure R5, il est applicable au autres structures.

Remarque : nous avons gardé les mêmes dimensions des fondations pour toutes les structures.

Les fondations sont soumises aux efforts suivants :

N : l'effort normal ;

V : l'effort tranchant dû au séisme ;

M : le moment de renversement.

Le calcul de ces différentes charges sera fait pour les fondations sous le poteau central, conformément au règlement parasismique algérien RPA 2003 et le dimensionnement des fondations sera fait conformément au document technique règlementaire DTR-BC 2.331 calcul des fondations superficielles.

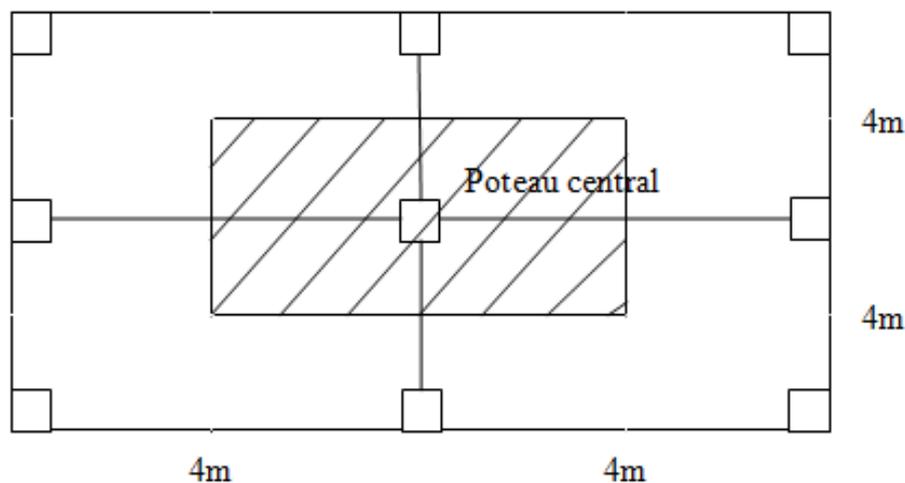


Figure 4.1: Part de charges revenant au poteau central.

B.1. Calcul de l'effort normal

$$N = G + Q + E$$

$$G = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 - 5 * 0.2 * Q * A)$$

$$G = 825 \text{ KN}$$

- Descente des charges d'exploitation

Sous la terrasse : $Q = Q_0 = 250 * 8 * 4 = 8000 \text{ KG} = 80 \text{ KN}$

Sous le 1^{er} niveau : $Q = Q_0 + Q_0 = 2 * Q_0 = 160 \text{ KN}$

Sous le 2^{ème} niveau : $Q = Q_0 * (1 + 0.9 + 0.8) = 216 \text{ KN}$

Sous le 3^{ème} niveau : $Q = Q_0 * (1 + 0.9 + 0.8 + 0.7) = 272 \text{ KN}$

Sous 4^{ème} niveau : $Q = Q_0 * (1 + 0.9 + 0.8 + 0.7 + 0.6) = 320 \text{ KN}$

$$Q = \frac{1}{2} * 320 = 160 \text{ KN}$$

$$N = G + Q + E = 825 + 160 + \frac{(88.66 - 5.06)}{3} = 1012.9 \text{ KN}$$

B.2. Calcul de l'effort tranchant

L'effort tranchant v qui revient au poteau central est le tiers de l'effort horizontal :

$$v = \frac{V}{3} = 27.87 \text{ KN}$$

B.3. Calcul du moment renversant

$$M = \frac{2}{3} * v * H = \frac{2}{3} * 27.87 * 15.4 = 286.1 \text{ KN.m}$$

B.4. Calcul de la capacité portante du sol

La capacité portante du sol est calculée par la formule xxxx du DTR-BC 2.331

$$q_u = i_c * s_c * C * N_c + \frac{1}{2} * i_\gamma * s_\gamma * \gamma * B' * N_\gamma + i_q * s_q * \gamma * D * N_q$$

Tels que :

i_c, i_γ, i_q : Coefficients d'inclinaison de charge.

$$\begin{cases} i_c = i_q = \left(1 - \frac{2\delta}{\pi}\right)^2 \\ i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2 \end{cases}$$

δ : Angle d'inclinaison de la charge verticale (N) par rapport à la verticale.

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \frac{N}{v}$$

φ : Angle de frottement interne du sol.

s_c, s_γ, s_q : Coefficients de forme.

$$\begin{cases} s_c = 1 + 0.2 \frac{B}{L} \\ s_\gamma = 1 - 0.2 \frac{B}{L} \\ s_q = 1 \end{cases}$$

N_c, N_γ, N_q : Paramètres adimensionnels dépendant de φ donnés dans le tableau suivant :

Tableau 4.1: Valeurs des différents coefficients. [10]

φ	N_c	N_γ	N_q
0	5,14	0,00	1,00
5	6,50	0,10	1,60
10	8,40	0,50	2,50
15	11,00	1,40	4,00
20	14,80	3,50	6,40
25	20,70	8,10	10,70
30	30,00	18,10	18,40
35	46,00	41,10	33,30
40	75,30	100,00	64,20
45	134,00	254,00	135,00

C : Coefficient de cohésion du sol.

γ : Poids volumique des terres.

$B' = B - 2 * e$: La largeur réduite de la semelle

$$e = \frac{M}{N}$$

D : Profondeur d'encrage de la semelle.

On en déduit donc la contrainte admissible donnée par la relation suivante :

$$q_a = \frac{\gamma D + q_u}{F}$$

F : Coefficient de sécurité = 2 [9]

Le dimensionnement des fondations est donné suivant les conditions suivantes :

- Limitation des contraintes du sol et des tassements différentiels sous la semelle ;
- Non poinçonnement ;

Dans le cas de semelle carrées sous poteau on a les conditions précédentes se traduisent comme suit :

- a) Pour la condition de tassements on admet qu'elle est satisfaite.
- b) Critère de non poinçonnement du sol :

$$q_a \geq \frac{3\sigma_1 + \sigma_2}{4}$$

Avec :

$$\sigma_1 = \frac{N}{B^2} * \left(1 + \frac{6 * e}{B}\right)$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{B^2} * \left(1 - \frac{6 * e}{B}\right)$$

Nos structures reposent sur une argile ferme à module d'Young $E = 15MPa$, donc d'après le (tableau 3.2) on retire :

$$C = 43KN/m, \quad \varphi = 18^\circ$$

D'ou:

$$\begin{cases} N_c = 13 \\ N_\gamma = 2.6 \\ N_q = 5.5 \end{cases}$$

Tableau B.2: Valeurs typiques des propriétés mécaniques des sols. [3]

Type de sol	Densité (t/m ³)	Module de E (MPa)	Coeff. de Poisson V	Cohésion Cu Apparente (MPa)	Angle de frottement interne φ' degré
Sable limoneux		7 - 70	0,35	0	25
Sable peu compact	1,75	15 - 20	0,35	0	29
Sable dense	2,00	50 - 120	0,35	0	38
Sable dense et gravier	2,07	90 - 200	0,40	0	30
Argile molle	1,75	1 - 15	0,50	0 – 0,025	< 18
Argile ferme	2,00	10 - 20	0,50	0,025 – 0,100	18
Argile très ferme	2,07	25 - 200	0,50	0,100 – 0,200	> 18
Grès		≤ 50.000	0,35	60	
Craie		5000-20000	0,45	5	
Calcaire		25000–100000	0,47	83	
Basalte		15000–100000	0,45		

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = 36.34$$

D'où : $\delta = 1.58^\circ$

$$\begin{cases} i_c = 0.931 \\ i_\gamma = 0.832 \\ i_q = 0.931 \end{cases}$$

Pour une semelle carrée :

$$\begin{cases} s_c = 1.2 \\ s_\gamma = 0.8 \\ s_q = 1 \end{cases}$$

Après itérations on obtient pour $B = 2m$ et $D = 1.5m$:

$$q_u = 801.32 \text{ KN/m}^2$$

Donc :

$$q_a = 415.66 \text{ KN/m}^2$$

- Vérifications :

Poinçonnement du sol :

$$\sigma_1 = 528.68 \text{ KN/m}^2$$

$$\sigma_2 = 32.49 \text{ KN/m}^2$$

$$q_a = 415.66 \text{ KN/m}^2 \geq \frac{3 * \sigma_1 + \sigma_2}{4} = 404.63 \text{ KN/m}^2$$

Donc les structures sont supposées reposer sur des semelles filantes de $2m$ de largeur encreées à une profondeur $D = 1.5 m$