

République algérienne démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement supérieure et de la recherche scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Projet de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électronique

Thème

Analyse et performances de la MCT pour les canaux de communication à fading

Proposé et dirigé par :
M. Z. TERRA

Réalisé par :
M. BRAHIMI Djamel
M. DJERRADA Lounas

~ Promotion juin 2001 ~

ENP, 10 avenue Hassen Badi – El-Harrach - Alger

DEDICACES

Je dédie cet humble travail,

A ma très chère mère qui m'a soutenue depuis mon enfance

A mon père

A mes chères sœurs Hasna, Megdoua, Nouara, Malika et Fadila ainsi que leurs maris.

A tous mes neveux et à toutes mes nièces

A ma cousine fahima, son maris, et sa fille

A tous ce qui me sont chers

Je termine mes dédicaces en m'inclinant devant la mémoire de toutes les victimes des événements qui ont endeuillés la Kabylie.

Lounes

Je dédie ce modeste travail,

A mes parents

A mes frères et sœurs

A toute ma famille

A farida et ramdhane

A tous mes amis

A moh et les deux brahim

A toutes les victimes des derniers événements qu'a subie l'Algérie.

Djamel

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire "solaire" du département d'électronique sous la direction de monsieur Z.TERRA docteur- ingénieur et chargé de cours à l'ENP. Nous tenons à lui exprimer un respectueux hommage pour le soutien, le suivi et les valeureux conseils qu'il nous a prodigués.

Nous tenons à remercier également monsieur R. AKSSAS, docteur d'état, et maître de conférence à l'ENP pour l'honneur qu'il nous a fait de présider le jury ainsi que monsieur M.S. AITCHIKH, Ph.d et chargé de cours à l'ENP à en faire partie, afin d'évaluer notre travail.

Nos remerciements s'adressent à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Nous finissons nos remerciements en saluant nos amis ,en particulier, Athmane , Michel Malek, Brahim et Moh pour l'aide qu'ils nous ont apportée dans la finition de notre travail, ainsi que le personnel du CCU.

هذا العمل يستعرض تحليل و تقدير محاسن تقنية "الموائمة المشفرة بالشبكية" في قنوات الاتصال المسماة بـ "قنوات الاتصال المتخامدة". و لأجل ذلك قمنا بحساب (تقدير) الحد الأعلى لاحتمال حدوث خطأ لمختلف الموائمات الاصطلاحية، المتناظرة غير المتناظرة و المضاعفة المشفرة بالشبكية. إن هذه التقنية تتمثل في دمج المشفر مع الموائم لتحسين نوعية أنظمة الاتصال بدون زيادة قيمة استطاعة البث و لا توسيع الحزمة الممررة ، مما يضيف عليها مزايا جيدة مقارنة مع التقنية التي تستعمل المشفر مستقلا عن الموائم. استعرضنا كذلك نتائج التطبيق والتي توضح محاسن "الموائم المشفرة بالشبكية" المذكورة سابقا في نموذج قناة رايس ورايلي ذو تخامد بطيء.

المصطلحات الأساسية : الموائمة المشفرة بالشبكية، التخامد، التخامد البطيء، الحد الأعلى لإحتمال حدوث خطأ، المسافة الحرة (d_{free}) ، الموائمة (M-PSK)، المشفر الشبكي، محلل تشفير فيتربي، نموذج قناة رايس ورايلي ذو تخامد بطيء، قناة متغيرة عبر الزمن.

Résumé :

Ce travail présente l'analyse et l'évaluation des performances de la MCT dans les canaux de communications évanouissants. Pour cela nous avons évalué la borne supérieure de la probabilité d'erreur par bit pour les différentes configurations MCTs conventionnelle, symétrique, asymétrique et multiple.

La modulation codée en treillis « MCT » consiste en la combinaison de la modulation et le codage en une seule entité pour améliorer la qualité d'un système de transmission sans augmenter ni la puissance transmise, ni la bande passante nécessaire du signal, cela produit des performances meilleures par rapport aux modulations non codées.

Les résultats de simulation sont illustrés également ; ils présentent les performances des différentes MCTs citées ci-dessus dans les modèles de canal de Rice et de Rayleigh à évanouissement lent.

Mot-Clés : MCT, évanouissement, évanouissement lent, probabilité d'erreur par bit, distance libre (d_{free}), modulation M-PSK, codage en treillis, décodage de Viterbi, modèle de canal de Rice et de Rayleigh à évanouissement lent, canal variable dans le temps.

Abstract:

This work exposes the analysis and performance of TCM for fading channels.

For this purpose, we have evaluated the upper bound on the bit error probability of conventional, symmetric, asymmetric and multiple TCM schemes.

TCM is a combined coding and modulation in one entity for improving reliability of a digital transmission system without increasing the transmitted power or the required band with, this yields best performance relative to uncoded transmission.

The simulation results are also presented; they show the performances of TCM schemes cited above for both slow fading Ricean and Rayleigh channels.

Key-Words: TCM, fading, slow fading, bit error probability, free distance (d_{free}), M-PSK modulation, trellis coding, Viterbi decoder, slow fading Ricean channel, slow fading Rayleigh channel, time-variant channel.

| | |
|--|-----------|
| INTRODUCTION GENERALE..... | 1 |
| Chapitre1:GENERALITES SUR LES MCTs..... | 3 |
| 1. Généralités sur la MCT conventionnelle..... | 3 |
| 1.1 Introduction..... | 3 |
| 1.2. Besoin de la MCT..... | 3 |
| 1.3. Fondements de la MCT..... | 4 |
| 1.3.1. Transmission non codée..... | 5 |
| 1.4. Le concept de la MCT..... | 6 |
| 1.4.1. Modèle général de la MCT..... | 7 |
| 1.4.2 Représentation en treillis..... | 8 |
| 1.4.3. Exemple d'une configuration MCT..... | 9 |
| 1.5. La partition d'ensemble..... | 10 |
| 1.6. Représentation d'Ungerboeck de la MCT..... | 11 |
| 1.6.1. Codes d'Ungerboeck..... | 12 |
| 1.7. Décodage de la MCT..... | 12 |
| 1.7.1. Définition de la métrique de branche..... | 13 |
| 1.7.2. Evaluation du chemin à métrique minimale par l'algorithme de Viterbi..... | 4 |
| 2. Evaluation des performances..... | 14 |
| 2.1. Introduction..... | 14 |
| 2.2. Notion d'événement d'erreur..... | 14 |
| 2.3. La borne supérieure de la probabilité d'erreur..... | 15 |
| 2.3.1 Matrices d'erreur..... | 17 |
| 2.3.2 Diagramme d'état d'erreur..... | 17 |
| 2.3.3 Fonction de transfert et probabilité d'erreur..... | 17 |
| 2.3.4 Amélioration de la borne supérieure de $P(e)$ | 19 |
| 2.4 Probabilité d'erreur par bit..... | 20 |
| 2.5 Considération pour des canaux différents..... | 20 |
| 3. MCT symétrique et asymétrique..... | 21 |
| 3.1. Introduction..... | 21 |
| 3.2. Analyse et conception..... | 21 |
| 3.3. Procédure de conception..... | 24 |
| 3.4. Analyse d'un codeur en treillis à deux états de rendement 1/2 combiné avec la 4-PSK asymétrique (A4-PSK)..... | 25 |
| 4. MCT multiple..... | 29 |
| 4.1 Introduction..... | 29 |
| 4.2. principe de la MMCT..... | 29 |
| 4.3 MMCT à deux états30 | |
| 5. Conclusion..... | 32 |
| Chapitre2:CARACTERISATION DES CANNAUX DE COMMUNICATION | |
| EVANOUISSANT..... | 33 |
| 1.Introduction..... | 33 |
| 2. Caractérisation des canaux évanouissants multi-trajets..... | 33 |
| 3. Modèles statistiques pour les canaux évanouissants..... | 37 |
| 4. L'effet des caractéristiques du signal dans le choix du modèle du canal..... | 38 |
| 5. Modèle de Rice d'un canal évanouissant..... | 40 |

| | |
|--|-----------|
| 6. Conclusion..... | 42 |
| Chapitre3: ANALYSE DE LA MCT POUR UN CANAL A EVANOUISSEMENT RICIEN ET LENT..... | 43 |
| 1. Introduction..... | 43 |
| 2. Modèle du canal..... | 44 |
| 3. Description en blocs du modèle du système de référence..... | 44 |
| 4. borne supérieure de la probabilité d'erreur jointe..... | 46 |
| 4.1 information idéale sur l'état du canal..... | 47 |
| 4.2 indisponibilité de l'information sur l'état du canal..... | 50 |
| 5. Borne supérieure de la probabilité d'erreur par bit..... | 50 |
| 6. Applications..... | 51 |
| 7. Conclusion..... | 57 |
| Chapitre 4 : SIMULATION..... | 58 |
| 1. Introduction..... | 58 |
| 2. Modèle de simulation..... | 58 |
| 3. Description du model de simulation..... | 59 |
| 4. Modulation QPSK symétrique codée en treillis..... | 61 |
| 5. Modulation QPSK asymétrique codée en treillis..... | 63 |
| 6. Modulation QPSK multiple (k=2) codée en treillis..... | 63 |
| 7. Résultats et interprétations..... | 65 |
| 7.1 Cas d'un canal à évanouissement de Rayleigh | 66 |
| 7.1.1 TCM Symétrique et Asymétrique..... | 66 |
| 7.1.2 MCT symétrique conventionnelle et MCT multiple..... | 67 |
| 7.2 Cas d'un canal à évanouissement de Rice (pour K=10)..... | 68 |
| 7.2.1 TCM Symétrique et Asymétrique..... | 68 |
| 7.2.2 MCT symétrique conventionnelle et MCT multiple..... | 68 |
| 8. Conclusion..... | 75 |
| CONCLUSION GENERALE..... | 76 |
| Bibliographie..... | 77 |
| Glossaire..... | 79 |
| Annexe 1..... | 81 |
| Annexe 2..... | 84 |

INTRODUCTION GENERALE

La communication est le transfert de l'information d'une source à un destinataire. Elle peut prendre plusieurs formes: parler est la façon la plus répandue pour se communiquer entre eux. Cependant, une voix d'une personne ne peut être audible au delà d'une certaine distance. Par conséquent, les gens ont besoin de concevoir d'autres systèmes de communication pour la transmission de l'information. Ces systèmes peuvent être numériques ou analogiques. Ces derniers ont tendance à disparaître de plus en plus pour être remplacés, partiellement à l'heure actuelle, et totalement dans l'avenir!

La transmission de l'information entre la source et le destinataire ne peut s'effectuer sans les risques d'erreurs dues aux perturbations du canal. Ces dernières peuvent être de nature diverse selon le type de canal utilisé. Dans le cas des radiocommunications mobiles le canal est caractérisé essentiellement par trois types d'interférence: la première est le bruit thermique additif omniprésent, la deuxième est l'interférence entre les usagers utilisant le même canal et la troisième qui est la forme la plus importante est l'évanouissement (Ang: fading) ainsi que la propagation par trajets multiples via l'ionosphère et la troposphère dans les gammes HF, UHF et SHF.

Afin de remédier aux interférences citées ci-dessus et donner une grande fiabilité au système de communication, il est impératif de faire usage de certaines techniques appelées *codage de canal* et d'évaluer leurs performances pour mieux protéger l'information. Ces techniques se basent sur le principe d'ajouter une certaine redondance au message original avant la transmission à travers le canal. Mais cela augmente la bande passante nécessaire du signal et diminue ainsi l'efficacité de l'utilisation de la bande de fréquence allouée à la transmission. De plus, ces techniques traitent le codage et la modulation comme deux entités séparées.

Depuis alors, Massey [8] a suggéré d'améliorer les performances d'un système de communication en traitant la modulation et le codage comme une seule entité, cela a poussé un grand nombre de chercheurs à s'investir dans le domaine et voir la manière d'implémenter cette idée dans la réalité. C'est alors G.Ungerboeck qui est arrivé à une solution pratique qui permet de tirer pleinement profit du codage combiné avec des modulations à grand nombre

d'états[2]. Ainsi les fonctions de codage et de modulation ne forment plus qu'une seule entité appelée MCT acronyme de modulation codée en treillis.

C'est dans cette optique orientée vers l'application de cette technique dans les canaux de communication évanouissants que se situent les travaux qui font l'objet de ce projet. Mais ce domaine est encore beaucoup plus vaste pour être pris en charge par un seul projet de fin d'étude. Nous nous sommes donc limités volontairement à l'analyse et l'évaluation des performances des différentes MCTs dans deux modèle de canal à évanouissement lent de Rice et de Rayleigh.

L'organisation pratique de ce mémoire fait apparaître essentiellement quatre chapitres rassemblant une documentation accentuée et récente sur le sujet. Le premier chapitre consiste en des généralités sur la MCT. Nous avons tout d'abord évoqué ses fondements et son concept, puis nous avons mis l'accent sur les différentes MCTs. Le deuxième chapitre sera consacré à la caractérisation des canaux de communication évanouissants, nous citons les différents modèles statistiques du canal qui permettent de caractériser l'évanouissement du signal, nous présenterons également le modèle de Rice à évanouissement lent. Le troisième chapitre aborde la partie *Analyse* de la MCT, nous présenterons les résultats analytiques et le calcul des bornes supérieures des différentes probabilités d'erreur par bit en fonction du rapport signal sur bruit (RSB). Le quatrième chapitre est consacré à la simulation et l'évaluation des performances de la MCT, et ceci en évaluant les bornes supérieures des probabilités d'erreur obtenues dans le troisième chapitre. Pour cela, nous avons exploité l'outil « *Simulink 3.0* » de Matlab sous Windows pour la simulation du modèle donné.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre 1: GENERALITES SUR LES MCTs

1. Généralités sur la MCT conventionnelle [1,2,3,4,9]

1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre nous allons introduire les notions de base et les fondements de la modulation codée en treillis (MCT), une des techniques les plus utilisées dans les communications numériques dont l'objectif primordial est d'optimiser le codage avec des modulations à grand nombre d'état par rapport aux transmissions non codées. La MCT combine donc le codage et la modulation pour améliorer la fiabilité d'un système de communication numérique sans augmenter ni la puissance transmise ni la bande passante nécessaire. Elle est basée sur le principe de partition de l'alphabet qui a été introduit par Ungerboeck [2] de façon à augmenter la distance euclidienne libre appelée d_{free} à l'intérieur des sous-ensembles obtenus.

Fondamentalement, ils existent deux réalisations de la MCT :

- La réalisation d' Ungerboeck qui comprend un codeur convolutif et des bits de contrôle suivi d'un transcodeur.
- La réalisation de Calderbank-Mazo.

Nous nous contenterons de donner le point uniquement sur la première réalisation, la deuxième, étant analytique, elle nécessite de longs développements.

Nous allons évoquer également les différentes techniques MCT dont la symétrique, l'asymétrique et la MCT multiple. Nous terminerons ce chapitre par une conclusion.

1.2. Besoin de la MCT

En général, la sélection de la modulation et les formes de codage pour la transmission à travers un canal à bruits additif, blanc et gaussien (Ang : AWGN channel) est basée sur les paramètres suivants :

- Le débit d'information D (i.e. le nombre de bits d'informations par seconds qu'on veut transmettre à travers le canal).
- La bande passante disponible B [Hertz].

En général, nous pouvons écrire que : $B = \frac{\alpha}{T}$ tel que:

T : désigne la durée de l'une des formes d'ondes utilisées par le modulateur.

α : désigne la valeur qui dépend de la définition d'une bande passante.

➤ La probabilité d'erreur obtenue pour un RSB (rapport signal sur bruit) donné.

Soit le rapport $r = D/B$, en [bits/s/Hz] qui définit le nombre de bits par seconde que nous pouvons transmettre dans une bande passante de 1 Hz.

r est appelé le débit spécifique. Ainsi le nombre de bits par signal est

$$R = T.D = T.B.r$$

Dans le cas d'une bande passante équivalente de bruit, nous avons : $\alpha = 1$, d'où: $R = r$.

A titre d'exemple, considérons un débit $D = 9600$ bits/s ; ce débit peut être transmis à travers un canal de 2400Hz en utilisant 4 bits/signal (i.e. avec une modulation M-aires non codée, $M = 16$).

Soit maintenant un système de radiocommunication numérique dont lequel nous voulons transmettre un signal à enveloppe constante avec les paramètres suivants:

- $B = 4800$ Hz
- $D = 9600$ bits/s.

Dans ce cas $r = \frac{9.6}{4.8} = 2$ bits/s/Hz

Si nous utilisons une modulation PSK, nous aurons besoin d'une bande passante $B=2/T$, ce qui donne $T.D = T.B.r = 4$ bits/signal. Le système 16-PSK alors se présente comme une solution adéquate s'il satisfait une certaine probabilité d'erreur exigée. Pour l'instant, nous prenons $p(e) \leq 10^{-5}$, dans ce cas, la modulation 16-PSK non codée est adéquate si le rapport signal sur bruit E_b/N_0 est supérieur à 18 dB. Mais dès que ce rapport décroît et atteint 15dB, nous devons introduire la représentation MCT qui produit un gain de codage dépassant 3 dB sans modifier la bande occupée par le signal transmis. D'où le besoin de la MCT.

1.3. Fondements de la MCT

Soit une transmission de données à temps discret et à amplitude continue à travers un canal à bruit additif, gaussien et blanc. Les messages délivrés au récepteur sont représentés par des points ou des vecteurs dans un espace euclidien à N dimensions. R^N appelé espace des signaux. Quand le vecteur x est transmis le signal reçu est représenté par le vecteur $z = x + v$.

Où v est le vecteur bruit dont les composantes sont des variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle et de variance égale à $N_0/2$, où N_0 représente la densité spectrale unilatérale, cela signifie qu'excité par ce vecteur bruit un filtre passe bande idéal de largeur de bande égale à 1 Hz

produirait une puissance de sortie égale à 1 Watts. Le vecteur x est choisi d'un ensemble Ω constitué de M' vecteurs signal appelés, la constellation du signal. L'énergie moyenne du signal est donnée par :

$$E' = \frac{1}{M'} \sum_{x \in \Omega'} \|x\|^2$$

Considérons maintenant la transmission d'une séquence $\{x_i\}_{i=0}^{K-1}$ de K signaux, l'indice i représente le temps discret. Le récepteur qui minimise la probabilité d'erreur moyenne opère de la manière suivante: premièrement, il observe la séquence reçue y_0, y_1, \dots, y_{K-1} , puis il décide que c'est la séquence X_0, X_1, \dots, X_K qui a été transmise si la distance euclidienne $d^2 = \|x_k - y_k\|^2$ est minimale pour $x = X_i$, $i=0, \dots, K-1$.

1.3.1. Transmission non codée

Un cas particulier se présente quand les signaux forment une séquence indépendante. Les séquences représentent tous les éléments de Ω^K . Les performances de cette réception faite symbole par symbole va dépendre de la distance minimale :

$$d_{min}^2 = \min_{x' \neq x''} \|x' - x''\|^2 \text{ avec : } x' \text{ et } x'' \in \Omega.$$

En fait, la probabilité d'erreur d'un symbole émis possède une borne supérieure, et pour des rapports signal sur bruits assez élevés, elle est donnée approximativement par la relation:

$$p(e) \leq \frac{M'-1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{N_0}} \right) \quad (1.1)$$

avec $\operatorname{erfc}(\cdot)$ est appelée la fonction d'erreur complémentaire ou la fonction intégrable de Gauss, elle est définie par :

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} du \text{ pour } u \in \mathbb{R}$$

avec ce modèle le problème de la conception d'un bon système de communication consiste à choisir un ensemble de vecteurs signaux tel que la distance minimale " d_{min}^2 " soit maximale entre ces signaux pour M', N et E' données. Il convient ainsi de définir deux quantités essentielles pour la comparaison des différentes constellations:

- Le débit d'information:

$$R = \frac{\log_2 M'}{N} \quad (1.2)$$

- La distance minimale normalisée :

$$\delta^2 = \frac{d_{\min}^2}{E'} \cdot \log_2 M' \quad (1.3)$$

Le premier paramètre indique souvent l'efficacité spectrale de l'ensemble des signaux et le deuxième désigne l'efficacité en énergie.

Définissons maintenant l'énergie moyenne par bit E_b , tel que :

$$E_b = \frac{E'}{\log_2 M'} \quad (1.4)$$

en combinant les relations (1.3) et (1.4), nous pouvons écrire (1.1) de nouveau sous la forme :

$$P(e) \leq \frac{M' - 1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{\delta}{2} \cdot \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (1.5)$$

Ainsi de (1.5) il est clair que la même probabilité d'erreur peut être obtenue pour des petits rapports signal sur bruit à condition d'avoir δ assez grand.

1.4. Le concept de la MCT

Une façon d'améliorer les performances d'un système de communication est de rejeter la supposition que les signaux sont indépendants. Cela peut être fait en limitant les séquences transmises à un ensemble de Ω^k . Pour cela, le débit d'information sera toujours réduit. Afin d'éviter cette réduction indésirable, nous optons pour l'augmentation de la taille de Ω . Soit alors, l'extension de Ω à Ω tel que $M > M'$. Si, par exemple, nous sélectionnons M'^k séquences comme un sous ensemble de Ω^k , nous aurons augmenté la distance minimale entre elles.

En conclusion, nous obtenons une distance minimale libre (d_{free}) entre deux séquences qui sera supérieure à la distance d_{min} entre les signaux de l'ensemble de Ω . Ainsi, en utilisant une détection à maximum de vraisemblance, nous aurons un gain en distance défini par :

$$G = d_{free}^2 / d_{min}^2 .$$

D'un autre côté l'extension de la constellation de Ω' à Ω , va entraîner une augmentation de l'énergie moyenne dépensée de E' à E , et ainsi une perte en énergie E/E' . Ceci nous amène à définir un paramètre important dans les configurations MCT appelé *gain asymptotique de codage* donnée par la relation :

$$\gamma = (d_{free}^2 / E) / (d_{min}^2 / E')$$

où E' et E sont les énergies moyennes dépensées dans une transmission non codée et codée respectivement.

L'introduction de la dépendance entre les signaux et l'extension de leurs ensembles sont les deux principes de base de la MCT, un troisième qui est "la partition d'ensemble" sera décrite ultérieurement.

1.4.1. Modèle général de la MCT

Supposons que le signal x_n transmis à un instant discret n dépend non seulement du symbole de la source a_n transmis au même temps (comme le cas d'une modulation où la source est sans mémoire), mais aussi d'un nombre fini L de symboles de source précédents :

$$x_n = f(a_n, a_{n-1}, \dots, a_{n-L}) \quad (1.6)$$

en définissant

$$\sigma_n = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_{n-L}) \quad (1.7)$$

comme étant l'état du codeur à l'instant n , nous pouvons écrire (1.6) de nouveau comme suit :

$$x_n = f(a_n, \sigma_n) \quad (1.8)$$

$$\sigma_{n+1} = g(a_n, \sigma_n) \quad (1.9)$$

Les équations (1.8) et (1.9) peuvent être interprétées comme suit :

La fonction $f(\dots)$ décrit le fait que chaque symbole de canal dépend non seulement du symbole de source correspondant mais également de l'état du codeur σ_n . En d'autres termes, à chaque instant, le symbole transmis est choisit d'une constellation qui est sélectionnée par la valeur de σ_n . La fonction $g(\dots)$ décrit la partie mémoire du codeur et montre l'évolution des états du modulateur (Fig.1.1).

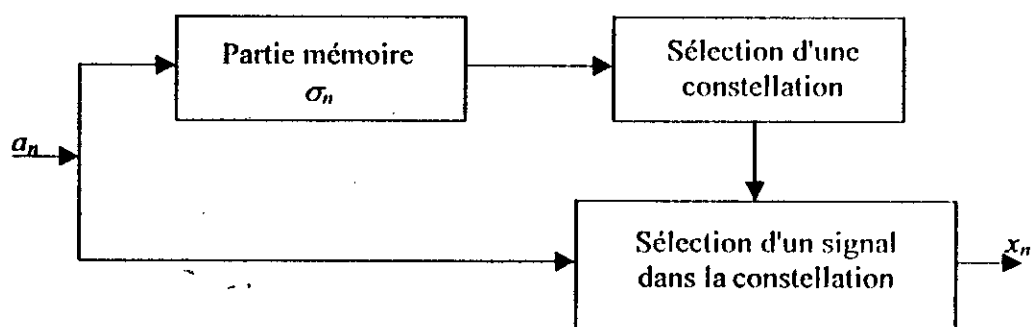


Fig.1.1 Modèle général de la MCT[1]

1.4.2 Représentation en treillis

Pour une représentation graphique des fonctions f et g , il convient d'utiliser un treillis. Les valeurs qui peuvent être prises par σ_n , l'état du codeur à l'instant n , sont les nœuds du treillis. A chaque symbole de source a_n , nous lui associons une branche qui provient de chaque état du modulateur à l'instant n et atteint l'état du codeur à l'instant $n+1$. Chaque branche est étiquetée par la valeur de f correspondante.

Si les symboles de sources sont M' -aires chaque nœud doit avoir M' branches provenant de lui (une pour chaque symbole de source). Ceci implique que dans certains cas deux ou plusieurs branches lient le même couple de nœuds; dans ce cas, nous dirons qu'il s'agit de *transitions parallèles*.

La figure 1.2 illustre un exemple de cette représentation en treillis. Supposons que le codeur possède quatre états, la source émet des symboles binaires, et une constellation qui utilise quatre signaux x_1, x_2, x_3, x_4 . Ainsi, les propriétés de la distance d'une configuration MCT peuvent être étudiées à travers son diagramme en treillis. Observons tout d'abord que le décodage optimum consiste en la recherche du chemin le plus vraisemblable dans le treillis une fois que la séquence reçue soit observé à la sortie du canal. Cette recherche est faite en utilisant l'algorithme de Viterbi [8]. A cause des perturbations, le chemin choisit ne coïncide pas avec le chemin correcte (i. e. celui décrit par la séquence des symboles de sources), mais des fois, il se divergent à un instant n et se convergent à un instant ultérieur $n+L$. Nous dirons, dans ce cas, qu'un événement d'erreur de longueur L a eu lieu. ainsi la distance libre d_{free} d'une configuration MCT est la distance euclidienne minimale entre le couple de chemins qui forment l'évènement d'erreur.

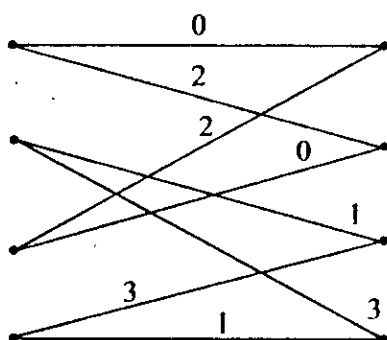


Fig.1.2 Exemple d'un treillis décrivant une configuration MCT avec quatre états et quatre symboles de canal[1]

1.4.3. Exemple d'une configuration MCT

Considérons l'exemple suivant d'une configuration MCT basée sur son diagramme en treillis, et supposons la transmission de symbole de source quaternaires (i.e. 2 bits par symboles). Avec une transmission non codée, un alphabet de canal de taille $M'=4$ sera adéquat . Examinons maintenant les configurations MCT avec $M=2M' =8$ et considérons une transmission PSK cohérente. Avec $M'=4$ nous obtenons :

$$d^2_{min}/ E'=2$$

Cela est utilisé comme référence pour le calcul du gain de codage de la transmission PSK basée sur la MCT. Si nous utilisons des configurations MCT basées sur deux constellations quaternaires $\{0,2,4,6\}$ et $\{1,3,5,7\}$ montrées dans la figure 1.3, nous aurons $E'=d'^2/ 4\sin^2(\pi/8)$

Soit tout d'abords une configuration avec deux états, comme le montre la figure 1.4. si le codeur est à l'état $S1$, l'alphabet $\{0,2,4,6\}$ est utilisé. S'il est à l'état $S2$ c'est l'alphabet $\{1,3,5,7\}$ qui est utilisé.

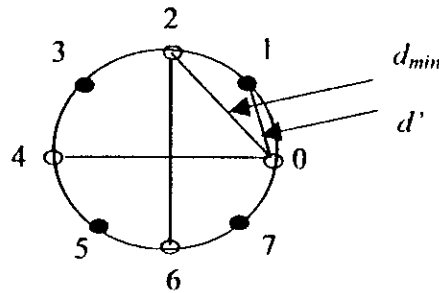


Fig.1.3. : Deux constellations quaternaires utilisées dans une configuration MCT[1]

Calcul de la distance libre d_{free}

Pour calculer la distance libre d_{free} de cette configuration MCT , nous choisissons la plus petite des distances entre les signaux associées aux transitions parallèles et les distances associées à un couple de chemin dans le treillis qui part d'un nœud commun et atteint un seul nœud à un temps ultérieur, le couple de chemins qui donnent la distance libre est illustré dans la figure(1.4) D'où nous obtenons un gain de codage

Ainsi, en notant $d(i,j)$ la distance euclidienne entre les signaux i et j , nous aurons :

$$d^2_{free}/E= 1/E [d^2(0,2)+d^2(0,1)]=2+4\sin^2(\pi/8)=2.586$$

D'où nous obtenos un gain de codage:

$$\delta = 2.586/2 = 1.293 \Rightarrow \delta = 10 \log_{10} 1.293 \approx 1.1 \text{ dB.}$$

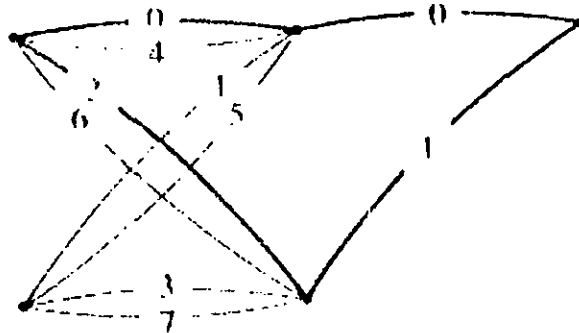


Fig.1.4 Une configuration MCT basée sur un treillis à deux états , $M'=4$ et $M=8$ [1]

Dans le but d'augmenter le gain de codage δ , nous sommes contraint d'utiliser des structures plus complexes. A titre d'exemple, avec la même constellation de la figure(1.3) et un treillis à quatre états nous obtenons un gain de codage d'ordre de 3 dB. En augmentant encore le nombre d'états du treillis à huit, nous aurons un gain $\delta=3.6 \text{ dB}$.

1.5. La partition d'ensemble

Dans le but de résoudre le problème de construction des techniques de modulations codées efficaces pour les canaux à bande limitée, Ungerboeck [2] a suggéré un certain nombre de règles appelées *règles d'Ungerboeck*. Dans ce cas la constellation M-aire est successivement partagée en 2, 4, 8 ... sous ensembles de taille $M/2$, $M/4$, $M/8$... , ayant progressivement les distances minimales croissantes $d_{min}^{(1)}$, $d_{min}^{(2)}$, $d_{min}^{(3)}$... (voir fig. 1.5).

Règle 1: aux transitions parallèles sont attribués des éléments de la même partition (même sous ensemble)

Règle 2: aux transitions adjacentes sont attribués les éléments de la partition la plus grande au sens de la distance libre.

Règle 3: tous les signaux doivent être équiprobables

La figure suivante montre la partition d'ensemble pour la modulation 4-PSK

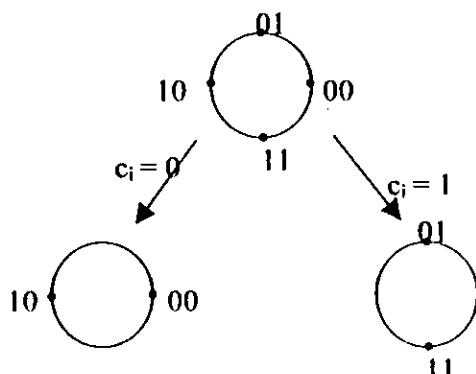


Fig. 1.5 Partition d'ensemble de la 4-PSK[20]

1.6. Représentation d'Ungerboeck de la MCT

Cette représentation consiste en la modélisation de la partie mémoire de la MCT par un codeur convolutif. Si a_i , le symbole de source à l'instant i , peut prendre 2^k valeurs, nous pouvons le représenter comme une séquence de k bits $b_i^{(1)}, b_i^{(2)}, \dots, b_i^{(k)}$ qui se présentent simultanément à l'entrée du codeur. En général, la sortie x_i du codeur à l'instant i , va dépendre des $v_j \geq 0$ précédents bits de la $j^{ième}$ entrée binaire, $j=1, 2, \dots, k$:

$$x_i = f(b_i^{(1)}, b_{i-1}^{(1)}, \dots, b_{i-v_1}^{(1)}, \dots, b_i^{(k)}, \dots, b_{i-v_k}^{(k)}) \tag{1.10}$$

A partir de ce modèle (Fig.1.6), nous pouvons représenter le codeur en treillis comme étant composé de deux parties:

- Un codeur convolutif binaire, ayant k entrées binaires $b_i^{(1)}, \dots, b_i^{(k)}$ et n sorties binaires $c_i^{(1)}, \dots, c_i^{(n)}$. La somme: $v = \sum_{i=1}^k v_i$, est alors la mémoire du codeur qui détermine le nombre d'états, qui est 2^v .
- Un modulateur sans mémoire qui associe aux M -uplets binaires à la sortie du codeur convolutif un signal $x \in \Omega$.

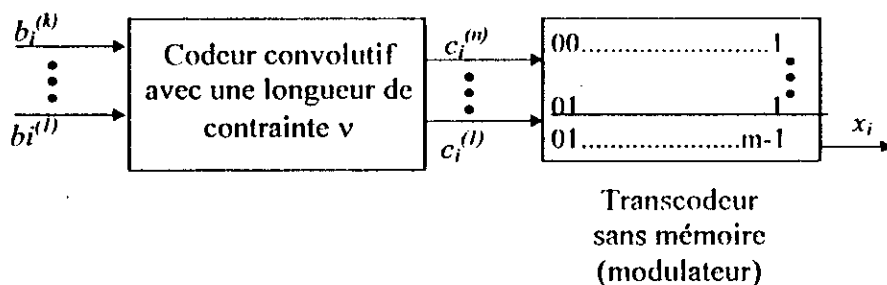


Fig.1.6 Représentation d'Ungerboeck d'un codeur en treillis[1]

1.6.1. Codes d'Ungerboeck

Une famille importante des codes utilisés en MCT appelés *les codes d'Ungerboeck* satisfait les exigences suivantes:

- $M = 2^{m'}$; où M est le nombre de signaux utilisés pour transmettre $\log M - 1$ bits / signal.
- Le code convolutif utilisé est *linéaire*.

Dans le code représenté par la figure 1.7, à chaque instant i , le codeur convolutif de rendement $(m'/m'+1)$ reçoit m' bits à son entrée et génère $m'+1$ bits codés qui sélectionnent un sous-ensemble (une sous-constellation). Les $m-m'$ bits non codés restants, sélectionnent un point dans ce sous-ensemble qui n'est autre que le signal à transmettre. Nous notons que la présence des bits non codés engendre les transitions parallèles, la correspondance entre ces bits non codés et les sous-constellations est illustrée dans la figure 1.7.

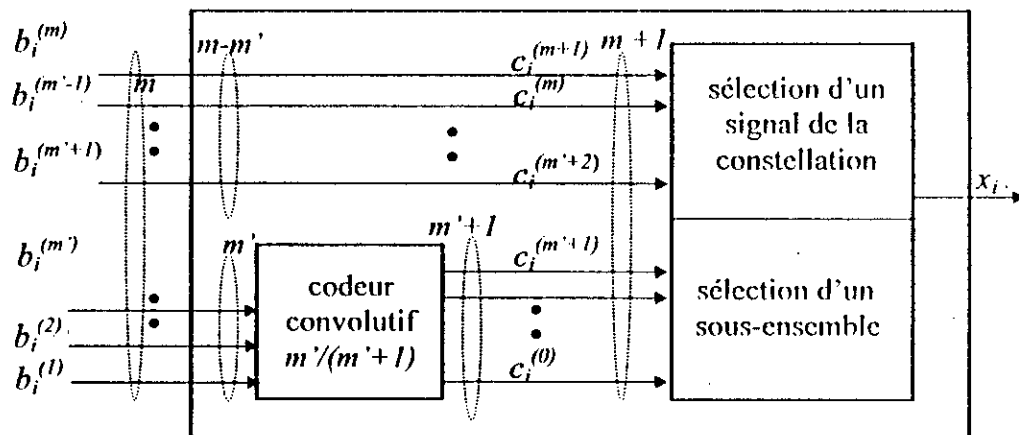


Fig.1.7 Diagramme en bloc d'un code d'Ungerboeck $(m - \log_2 M)$ [22]

1.7. Décodage de la MCT

Dans cette section, nous allons présenter la manière de décoder les signaux MCT. Pour cela, il existe plusieurs algorithmes de décodage, celui de loin le plus utilisé est l'algorithme de Viterbi (voir annexe). Si le signal MCT est décrit en utilisant un treillis pour lequel les branches sont associées avec les transitions entre les états du codeur et avec les signaux transmis à travers le canal, la tâche du décodeur MCT est d'estimer le chemin suivi par la séquence de signaux codés à travers le treillis. Cela peut être fait en associant à chaque branche du treillis un nombre appelé *la métrique de branche* et observer le chemin ayant une métrique minimale. Ainsi, le problème du décodage peut être subdivisé en deux parties:

- Définition la métrique de branche et son calcul;
- Evaluation du chemin à métrique minimale.

Dans ce qui suit, nous allons considérer les deux problèmes séparément.

1.7.1. Définition de la métrique de branche

1.7.1.1. Détection à maximum de vraisemblance

Considérons une séquence de symboles M-aires à transmettre, tel que :

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_k)$$

où chaque x_i peut prendre M valeurs. Ces symboles sont utilisés pour moduler un signal $s(t)$ transmis à travers le canal. Ainsi, le signal transmis $v(t)$ sera donné par:

$$v(t) = \sum_{k=0}^{k-1} x_k s(t - kT) \quad (1.11)$$

où T représente la période du symbole. Si le canal est affecté par l'addition d'un bruit aléatoire $n(t)$ au signal transmis, nous pouvons écrire le signal reçu sous la forme:

$$y(t) = v(t) + n(t)$$

où

$$v(t) = \sum_{k=0}^{k-1} x_k s(t - kT) + n(t)$$

La tâche du démodulateur est d'observer le signal reçu $y(t)$ pour produire un estimateur \hat{x} à la séquence de symboles transmis x , tel que:

$$\hat{x} = (\hat{x}_0, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{k-1})$$

Si nous supposons que les symboles d'informations sont à vraisemblance égale (i.e. ils sont équiprobables), la probabilité de démoduler une séquence erronée est minimisée en traitant $y(t)$ conformément à la procédure appelée *détection à maximum de vraisemblance*. Cette procédure compare les probabilités conditionnelles du signal reçu sur chaque séquence transmise et choisit la séquence la plus vraisemblable. Par conséquent, le décodeur choisit \hat{x} si :

$$P[y(t)|\hat{x}] = \max_{\text{tout } x} P[y(t)|x]$$

Dans le cas d'une démodulation symbole par symbole, nous procédons à la minimisation de la quantité $m = \|y_k - x_k\|^2$ appelée la métrique de branche, où x_k représente le symbole émis et y_k l'échantillon reçu.

1.7.2. Evaluation du chemin à métrique minimale par l'algorithme de Viterbi

Pour trouver le chemin à métrique minimale, nous utilisons l'algorithme de Viterbi avec un passage séquentiel étape par étape à travers le treillis. Dans chaque étape (i.e. dans chaque intervalle de T secondes, soit, de kT à $(k+1)T$), le récepteur observe l'échantillon y_k reçu dans l'intervalle T et calcule la métrique $\|y_k - x_k\|^2$ associée avec toute les branches. Une description détaillé de l'algorithme de Viterbi est donnée dans l'annexe.

2. Evaluation des performances [1,9,11,12,14]

2.1. Introduction

Dans ce qui suit, nous allons considérer la probabilité d'erreur et la distance libre (d_{free}) des configurations MCT. Le paramètre commun le plus utilisé pour l'évaluation de la qualité d'un système de communication numérique est la probabilité d'erreur, ainsi nous allons accentuer notre présentation sur son évaluation. Nous verrons que la probabilité d'erreur est asymptotiquement bornée (i.e. elle possède une borne supérieure et une borne inférieure) par une fonction monotone qui décroît quand la distance (d_{free}) croît. Cela montre que la distance euclidienne libre (d_{free}) est le seul paramètre significatif utile pour la comparaison des systèmes MCT employés dans les transmissions à travers un canal à bruit additif, blanc et gaussien (Ang: AWGN channel) pour des rapport signal sur bruit assez élevés. Ceci explique également que le passage de la distance minimale à la distance libre (d_{free}) causé par l'introduction de la technique MCT est appelé *gain asymptotique de codage*.

2.2. Notion d'événement d'erreur

Un événement d'erreur est formé par un couple de séquences distinctes ayant le même état de départ et le même état d'arrivée dans le treillis après un certain nombre de pas. Un événement d'erreur de longueur L est donné par deux séquences:

$$(x) = (\sigma_t, \dots, \sigma_{t+L-1})$$

$$(x') = (\sigma'_t, \dots, \sigma'_{t+L-1})$$

tel que: $\sigma_t = \sigma'_t$ et $\sigma_{t+L} = \sigma'_{t+L}$

$$\sigma_i \neq \sigma'_j \quad i = t+1, \dots, t+L-1$$

ou σ_t représente l'état du codeur à l'instant t .

Le schéma de la figure 1.9 représente deux chemins qui partent d'un même état (σ_t) et convergent vers le même état (σ_{t+L}).

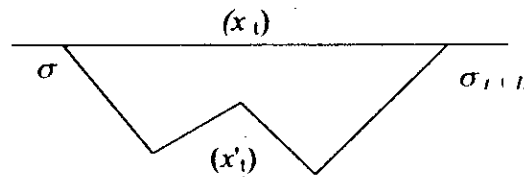


Fig.1.9. Exemple d'un événement d'erreur

2.3. La borne supérieure de la probabilité d'erreur

Considérons de nouveau le modèle d'Ungerboeck de rendement $m/m+1$ comme le montre la figure 1.9. Le codeur convolutif transforme les m symboles binaires en c_i blocs de $(m+1)$ symboles binaires qui sont introduits dans un transcodeur. La sortie de ce dernier est constituée des symboles de canal x_i . les $(m+1)$ -uplets binaires c_i seront désignés le plus souvent comme les étiquettes (Ang : labels) des signaux x_i .

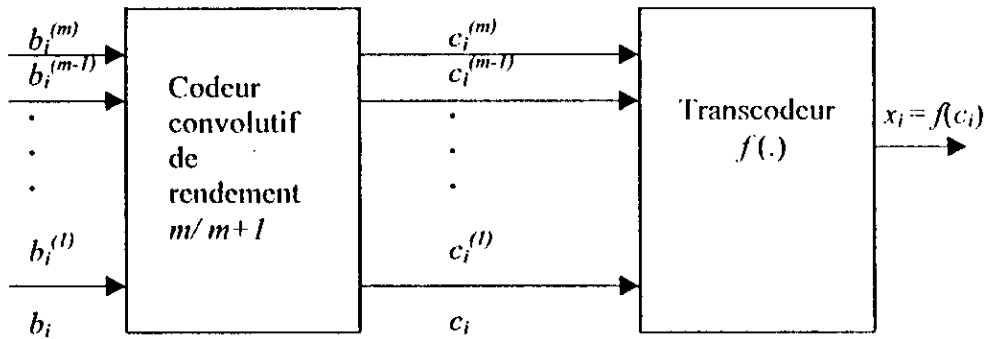


Fig.1.10 Modèle d'un codeur MCT

Soient x_L et x'_L deux séquences de symboles de longueur L . Un événement d'erreur de longueur L se produit quand le démodulateur à maximum de vraisemblance choisit une séquence erronée x'_L au lieu de la séquence transmise x_L . La probabilité d'erreur est obtenue en sommant sur $L, L= 1,2, \dots$, les probabilités d'événements d'erreur de longueur L (i.e., les probabilités jointes quand x_L est transmise et x'_L est reçue).

La probabilité d'un événement d'erreur est donnée par l'inégalité suivante :

$$P(e) \leq \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{X_L} \sum_{X'_L \neq X_L} P[X_L] P[X_L \rightarrow X'_L] \tag{1.11}$$

où $[x_l \rightarrow x'_l]$ est appelée la probabilité d'erreur jointe (i.e. la probabilité que le démodulateur décide en faveur de x'_l quand x_l est transmise). Puisque nous supposons la correspondance entre les symboles de sortie x_l et les étiquettes c_l , en notant que c_l représente une L-séquence d'étiquettes c_i et E_l une L-séquence de vecteurs d'erreurs e_i , on peut écrire (1.11) sous la forme :

$$\begin{aligned} P(e) &\leq \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{C_l} P[C_l] \sum_{C'_l \neq C_l} P[C_l \rightarrow C'_l] \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{C_l} P[C_l] \sum_{E_l \neq 0} P[C_l \rightarrow C_l \oplus E_l] \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{E_l \neq 0} P[E_l] \end{aligned} \tag{1.12}$$

où

$$P[E_l] = \sum_{C_l} P[C_l] P[C_l \rightarrow C_l \oplus E_l] \tag{1.13}$$

L'expression (1.13) exprime la probabilité jointe d'un événement d'erreur de longueur L produit par une séquence d'erreur L .

Soit maintenant une transmission à travers un canal gaussien à bruit blanc, additif et gaussien de densité spectrale de puissance $N_0/2$, la détection est à maximum de vraisemblance. Avec ce modèle, $P[c_l \rightarrow c'_l]$ peut avoir une borne supérieure, en utilisant la borne de Bhattacharyya : nous aurons:

$$\begin{aligned} P[C \rightarrow C'] &\leq \exp\left\{-1/4N_0 \|f(C) - f(C')\|^2\right\} \\ &= \exp\left\{-1/4N_0 \sum_{n=1}^L \|f(c_n) - f(c'_n)\|^2\right\} \end{aligned} \tag{1.14}$$

Soit maintenant

$$W(E_l) = \sum_{C_l} P(C_l) \cdot Z^{\|f(C_l) - f(C_l \oplus E_l)\|^2} \tag{1.15}$$

où $Z = \exp(-1/4N_0)$ désigne la borne de Bhattacharyya de $P[E_l]$.

Sachant que $P[C_l] = P[X_l]$, (1.11) peut s'écrire de nouveau sous la forme :

$$P(e) \leq \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{E_l \neq 0} W[E_l] \tag{1.16}$$

2.3.1 Matrices d'erreur :

Sachant que les symboles de source sont équiprobables (i.e. $(1/M)=2^{-m}$), nous définissons les matrices d'erreur de dimension $(N \times N)$ comme suit :

$$[G(e_i)]_{p,q} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{c_{p \rightarrow q}} D^{[|c_{p \rightarrow q}| - |c_{p \rightarrow q} \oplus e_i|]} \quad (1.17)$$

tels que :

- L'entrée p, q de $G(e_i)$ est zéro si aucune transition de l'état p vers l'état q n'est possible.
- D est un indéterminé et $c_{p \rightarrow q}$ sont les vecteurs étiquettes générés par la transition de p vers q (la somme explique les transitions parallèles possibles entre les états).

Avec cette notation, nous pouvons correspondre à n'importe quelle séquence E_L de vecteurs d'erreur e_i une séquence de L matrices d'erreur $G[e_1], \dots, G[e_L]$ et nous aurons :

$$W(E_L) = \frac{1}{N} \cdot I^T \cdot \prod_{n=1}^L G(e_n) \cdot I \quad (1.18)$$

tel que : I est un vecteur de dimension $(N \times 1)$ ne contenant que des 1.

2.3.2 Diagramme d'état d'erreur :

Nous voyons que les vecteurs d'erreur dans la séquence e_1, \dots, e_L ne sont pas indépendants. Ainsi pour calculer (1.16) , nous avons besoin d'un modèle qui tient compte de leurs dépendances. Cela va être fait par la description des liaisons entre les vecteurs e_n à travers le diagramme d'état. Ainsi, nous allons définir un diagramme appelé « diagramme d'état d'erreur » qui possède une structure qui ne peut être déterminée que par les codes convulsifs linéaires.

2.3.3 Fonction de transfert et probabilité d'erreur :

De (1.16) et (1.18), nous avons :

$$P(e) \leq T(D) \Big|_{D=e^{-\frac{1}{M}}} \quad (1.19)$$

avec
$$T(D) = \frac{1}{N} \cdot I^T \cdot G \cdot I \quad (1.20)$$

et $G = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{E_l \neq 0} \prod_{n=1}^l G(e_n)$ est la matrice de la fonction de transfert du diagramme d'état d'erreur.

$T(D)$ est appelée la fonction de transfert (scalaire) du diagramme d'état d'erreur.

Exemple d'illustration :

Considérons la configuration MCT dont le diagramme en treillis est donné par la figure.1.11. On donne $m=1$ et $M=4$ (source binaire, symboles de canal sont quaternaires).

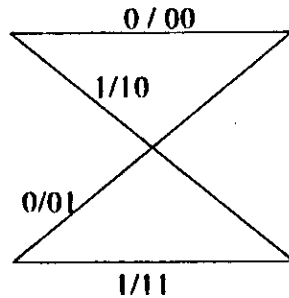


Fig.1.11 Diagramme en treillis à 2 états , $m=1$ configuration MCT.

Le diagramme d'état d'erreur est donné dans la figure 1.12 avec les étiquettes correspondantes. Si nous notons $e=(e_2e_1)$ et $\bar{e} = 1 \oplus e$, la forme générale de la matrice $G(e)$ sera :

$$G(e_2e_1) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} D^{f(00)-f(e_2e_1)} & D^{f(10)-f(e_2e_1)} \\ D^{f(01)-f(e_2\bar{e}_1)} & D^{f(11)-f(e_2\bar{e}_1)} \end{bmatrix} \tag{1.21}$$

La fonction de transfert du diagramme d'état d'erreur est donnée par :

$$G = G(10)[I_2 - G(11)]^{-1}.G(01) \tag{1.22}$$

où I_2 est la matrice identité de dimension 2×2 .

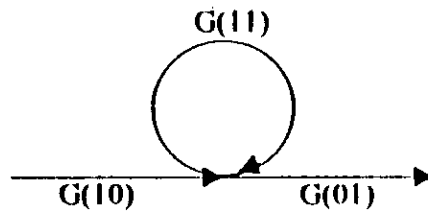


Fig.1.12 Diagramme d'état d'erreur, $m=1$ configuration MCT

Maintenant (1.21) et (1.22) peuvent être écrites sans spécifier les signaux utilisés dans la configuration MCT. A présent, donner la constellation du signal correspond à spécifier les quatre valeurs prises par la fonction $f(\cdot)$. Celle-ci donne les valeurs des entrées $G(e_2e_1)$, avec lesquelles la fonction de transfert $T(D)$ est calculée.

Considérons une constellation 4-PSK (Fig1.13):

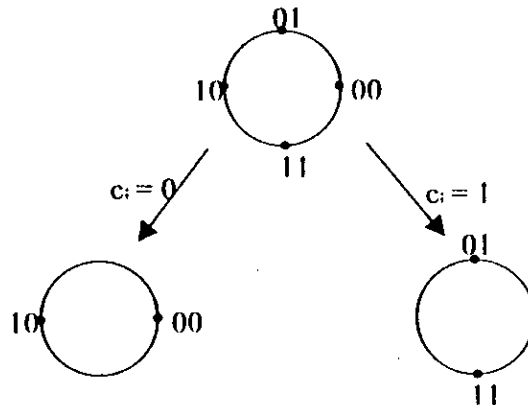


Fig1.13 Constellation du signal et partition d'ensemble de la 4-PSK

Ainsi, nous obtenons :

$$f(00) = 1, \quad f(01) = j, \quad f(10) = -1, \quad f(11) = -j.$$

d'ou la fonction de transfert sera donnée par :

$$T(D) = \frac{D^6}{1 - D^2} \tag{1.23}$$

en posant : $D = \exp(-1/4N_0)$, nous aurons une borne supérieure de la probabilité d'erreur d'un symbole , tel que :

$$P(e) \leq \frac{e^{-\frac{3}{2N_0}}}{1 - e^{-\frac{1}{2N_0}}} \tag{1.25}$$

2.3.4 Amélioration de la borne supérieure de P(e)

Une borne supérieure de $P(e)$ plus étroite que (1.19) peut être obtenue en substituant à la borne de Bhattacharyya dans (1.14) une autre expression [14].

Soit, en particulier :

$$P(C_L \rightarrow C'_L) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\|f(C_L) - f(C'_L)\|}{2\sqrt{N_0}} \right) \tag{1.26}$$

Sachant que la plus petite valeur (valeur minimale) que peut prendre $\|f(C_L) - f(C'_L)\|$ est d_{free} , nous aurons la borne supérieure de la probabilité d'erreur comme suit:

$$P(e) \leq 1/2 \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{free}}{2\sqrt{N_0}}\right) \exp(d_{free}/4N_0) T(D) \Big|_{D=\exp(-1/4N_0)} \quad (1.27)$$

2.4 Probabilité d'erreur par bit

Ce paramètre est considéré comme une mesure importante de la qualité d'un système. Nous pouvons montrer qu'une borne supérieure de $P_b(e)$ peut être obtenue comme suit :

$$P_b(e) \leq \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial I} T(D, I) \Big|_{I=1, D=\exp(-1/4N_0)} \quad (1.21)$$

une autre borne supérieure peut être obtenue comme suit :

$$P_b(e) \leq \frac{1}{2m} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{free}}{2\sqrt{N_0}}\right) \exp\left(\frac{d_{free}^2}{4N_0}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial I} T(D, I) \Big|_{I=1, D=\exp(-1/4N_0)} \quad (1.22)$$

2.5 Considération pour des canaux différents

Dans ce paragraphe nous considérons une généralisation des résultats présentés pour une transmission à travers un canal qui n'est pas gaussien (Ang AWGN Channel). Parmi ces canaux, nous examinerons en détails plus tard quelques modèles pour lesquels ces concepts seront appliqués.

Soit R_L la séquence reçue de longueur L , $R_L = (r_1, \dots, r_L)$, et soit $m(R_L, X_L)$ la distance (métrique) utilisée par le démodulateur. Cela veut dire que X'_L est le choix du démodulateur quand la métrique :

$$m(R_L, X'_L) \geq m(R_L, X_L) \quad (1.23)$$

Pour $X_L \neq X'_L$, nous supposons que la distance est additive, ce qui veut dire que :

$$m(R_L, X_L) = \sum_{n=1}^L m(r_n, x_n) \quad (1.24)$$

Pour tout $\lambda > 0$, nous avons :

$$P[C_L \rightarrow C_L \oplus E_L] \leq E \left\{ \exp(\lambda \sum [m(r_n, f(c_n \oplus e_n)) - m(r_n, f(c_n))] | X_L) \right\} \quad (1.25)$$

$$= \prod_{n=1}^L \left\{ \exp(\lambda [m(r_n, f(c_n \oplus e_n)) - m(r_n, f(c_n))] | x_n) \right\} \quad (1.26)$$

où l'inégalité (1.25) résulte de la borne de Chernoff et l'égalité (1.26) résulte du fait que le canal est sans mémoire.

Définissons la quantité $\Delta_\lambda(f(c_n), f(c_n \oplus e_n))$ comme suit :

$$\exp\{-\Delta_\lambda(f(c_n), f(c_n \oplus e_n))\} = E\{\exp(\lambda[m(r_n, f(c_n \oplus e_n)) - m(r_n, f(c_n))]) | c_n\} \quad (1.27)$$

dans ce cas, le paramètre de Chernoff doit être choisit pour minimiser la borne supérieure (1.26)

Ainsi de (1.11) nous aurons:

$$P(e) \leq \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{E_l \neq 0} \sum_{C_l} P[C_l] \exp(-\Delta_\lambda[f(C_l), f(C_l \oplus E_l)]) \quad (1.28)$$

Dans ce cas Δ_λ est une mesure de distances pour ce type de canal.

3. MCT symétrique et asymétrique[1,3,4,20,22]

3.1. Introduction

Dans cette section nous verrons que l'ensemble des signaux symétriques (i.e., ceux dont les points qui les représentent dans l'espace des signaux sont uniformément espacés) qui sont optimaux dans un milieu AWGN non codé ne sont pas nécessairement optimaux pour des systèmes codés. Nous entendons ici par «optimalité» une probabilité d'erreur minimale ou une distance euclidienne libre maximale.

Traditionnellement, les constellations de signaux symétriques ont été utilisés pour les systèmes codés et non codés à la fois. Précédemment, nous avons vu comment optimiser les configurations MCT pour des constellations données. Dans ce cas, nous considérons de nouveau l'optimisation de la constellation. Par conséquent, en concevant des constellations asymétriques pour lesquelles les points messages ne sont pas uniformément espacés, ça nous permet d'obtenir des performances en gain de codage par rapport aux constellations symétriques conventionnelles sans augmenter la puissance transmise ou changer la bande passante imposée au système.

Nous allons nous contenter d'analyser et de concevoir des constellations asymétriques et symétriques pour des signaux M-PSK à un degré de liberté. Ainsi, une constellation asymétrique optimale à 2^{m+1} points avec un codeur en treillis de rendement $m/(m+1)$ n'est qu'une constellation symétrique à 2^m autres points ajoutés aux précédents avec une rotation de phase.

Notons que nous limiterons à des configurations MCTs bidimensionnelles, cependant, l'approche peut être étendue aux MCTs multidimensionnelles

3.2. Analyse et conception

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, l'ensemble des points-sigaux asymétriques $M=2^{m+1}$ est obtenu en ajoutant à $M/2$ points symétriques $M/2$ points mais déphasés d'un angle ϕ par rapport aux $M/2$ premiers points. Une autre manière de construire les M points asymétriques

est d'imaginer la partition de la constellation symétrique à M points en deux constellations de M/2 points chacune avec une séparation maximale entre les signaux et ensuite procéder à faire une rotation d'un sous ensemble par rapport à l'autre.

Un exemple de constellations symétrique et asymétrique est illustré dans la figure ci-dessous:

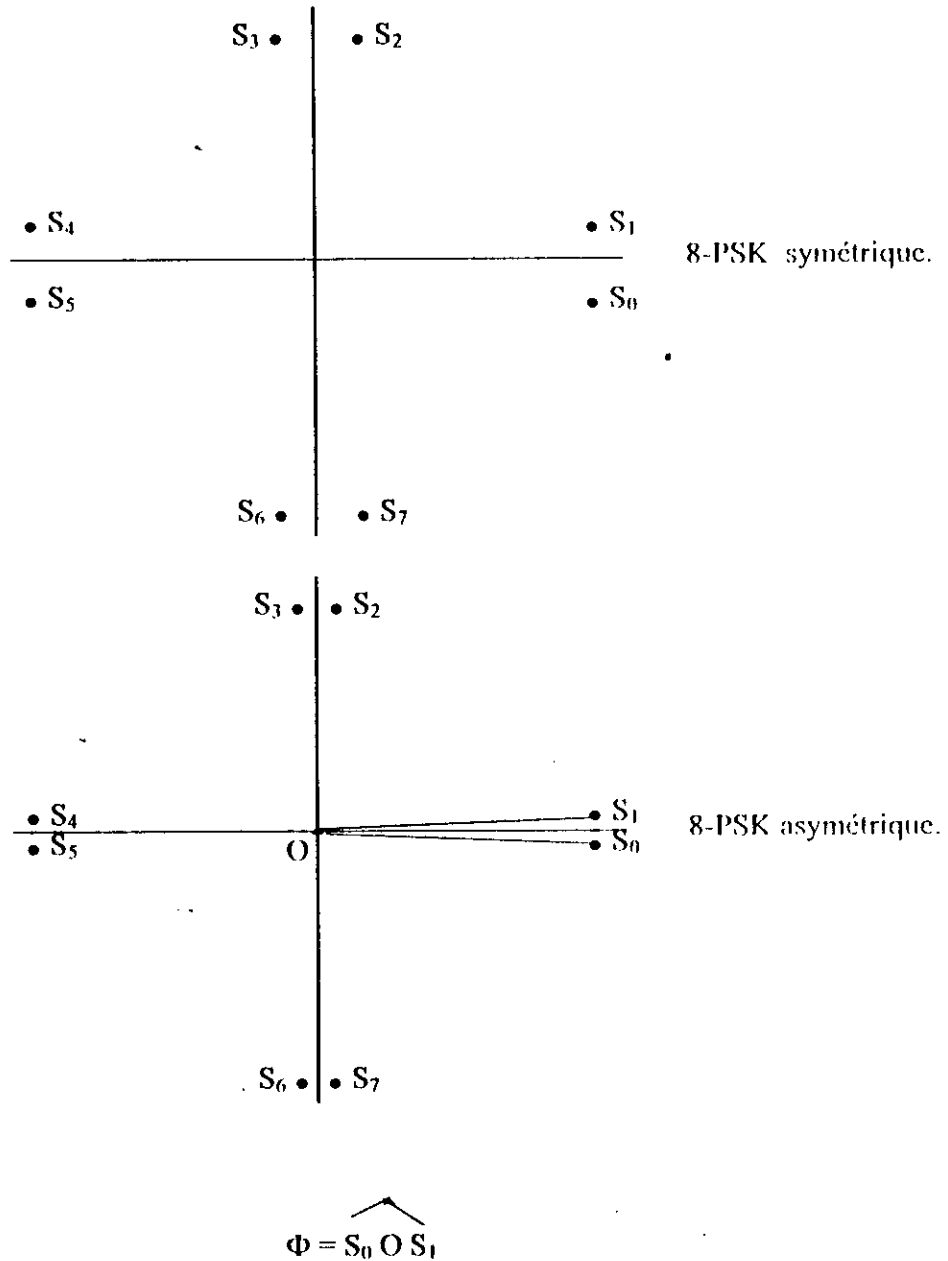


Fig.1.14 Constellations symétriques et asymétriques.

L'approche qui consiste d'assigner les signaux aux transitions dans le code en treillis est basée sur la règle de transcodage par partition d'ensemble. Chaque sous ensemble est partagé en deux sous ensembles avec la plus grande distance entre les signaux à l'extérieur des sous ensembles. La figure 1.15 montre la partition d'ensemble de la 8-PSK. Nous notons que dans la majorité des exemples et pour raison de simplification de l'analyse, le critère d'optimisation reflétera la maximisation de la distance euclidienne ou son carré dans les configurations MCT.

Comme d'habitude, nous supposons que pour chaque m bits d'information, un codeur en treillis de rendement $m/m+1$ produit $m+1$ bits codés à sa sortie. Ces derniers sont assignés à un élément unique de l'ensemble de 2^{m+1} signaux asymétriques conformément à la procédure de transcodage. Ainsi chaque signal x_k transmis à un instant k est une fonction non linéaire $f(\dots)$ de l'état du codeur σ_k et du symbole de source μ_k ,

$$x_k = f(\mu_k, \sigma_k) \quad (1.29)$$

et l'état futur du codeur σ_{k+1} est une fonction non linéaire $g(\dots)$ de l'état présent σ_k et son entrée μ_k . Mathématiquement parlant,

$$\sigma_{k+1} = g(\mu_k, \sigma_k) \quad (1.30)$$

L'échantillon du signal reçu à un instant k sera :

$$r_k = x_k + n_k \quad (1.31)$$

avec n_k , est un échantillon d'un bruit gaussien complexe de moyenne nulle et de variance σ^2 .

Ainsi, la probabilité d'erreur jointe sera:

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq Z \sum_{k=1}^L \delta^2(\mu_k, s_k) \quad (1.32)$$

avec Z , est le paramètre de Bhattacharyya et

$$\delta^2(U_k, S_k) = |f(\mu_k, \sigma_k) - f(\hat{\mu}_k, \hat{\sigma}_k)|^2 \quad (1.33)$$

Ainsi la borne supérieure de la probabilité d'erreur par bit sera donnée par:

$$P_b \leq \frac{1}{2.m} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{m.E_b \cdot d_{free}^2}{N_0 \cdot 4}} \right) \cdot D^{-d_{free}} \cdot \left. \frac{\partial}{\partial D} T(D, I) \right|_{I=1, D=Z} \quad (1.34)$$

avec $T(D, I)$ est la fonction de transfert.

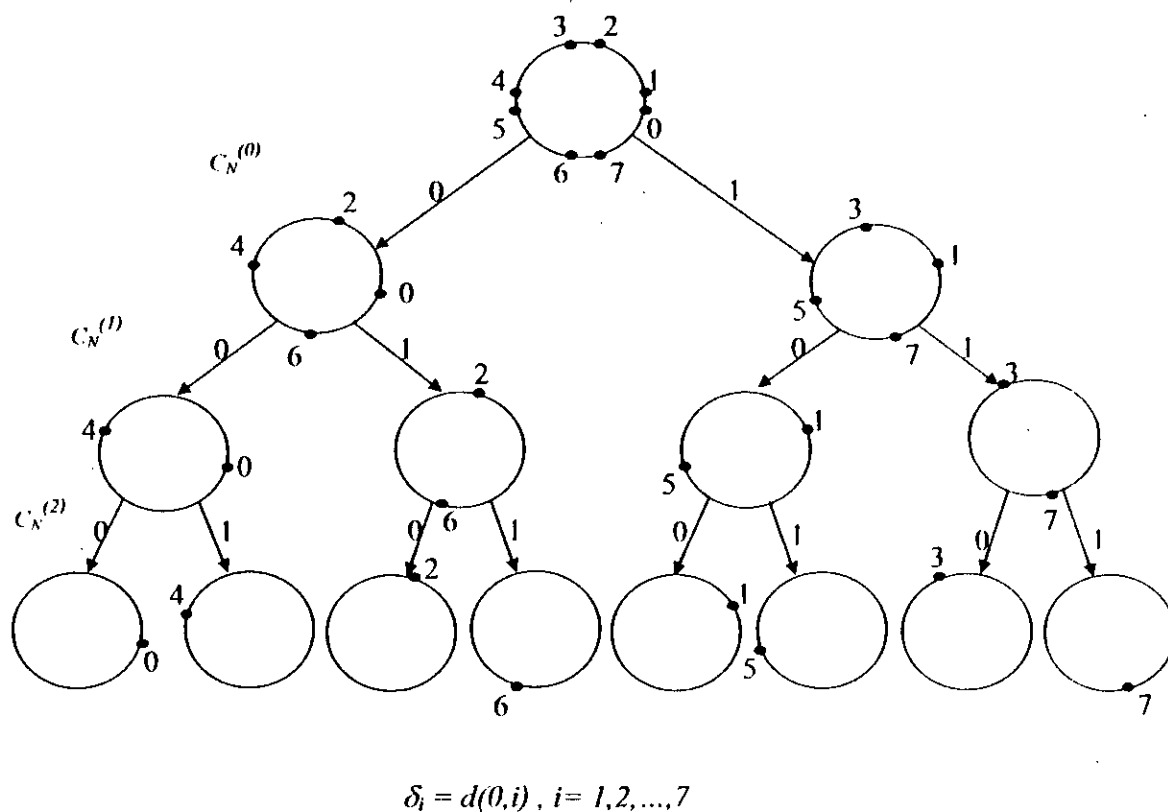


Fig.1.15 Partition d'ensemble de la 8-PSK

3.3. Procédure de conception

La procédure de conception de bons codes en treillis combinés avec des signaux ayant une constellation asymétrique optimale peut être résumée par les étapes suivantes:

Etape 1 : Utilisation de la procédure de transcodage par la partition d'ensemble, l'exemple de la figure 1.16 illustre cette méthode.

Etape 2 : Assigner les signaux de l'une ou de l'autre des deux partitions (chacune contenant 2^m signaux) générés au premier niveau de la partition dans l'étape 1 aux transitions divergeant d'un état donné du codeur. De même, assigner les signaux d'une autre partition aux transitions convergeant à un état donné. Cela doit être fait de façon à ce que la distance minimale entre les transitions divergentes et entre celles qui convergent, soit la plus large possible.

Etape 3 : Calculer la distance euclidienne libre du code ou la probabilité d'erreur par bit en utilisant (1.34).

Etape 4: Maximiser la distance euclidienne libre ou minimiser la probabilité d'erreur par bit par rapport à l'angle de rotation Φ dont la valeur définit la constellation asymétrique optimale du signal.

3.4. Analyse d'un codeur en treillis à deux états de rendement 1/2 combiné avec la 4-PSK asymétrique (A4-PSK):

Dans cet exemple nous considérons uniquement des chemins ayant une distance minimale par rapport aux chemins qui correspondent à des séquences nulles (i.e. ne contenant que des zéros). Cependant les résultats peuvent être obtenus en considérant l'émission de toutes les séquences possibles.

La partition d'ensemble de la A4-PSK est illustrée dans la figure 1.16. Pour un rendement 1/2, il y aura deux transitions qui partent de chaque état

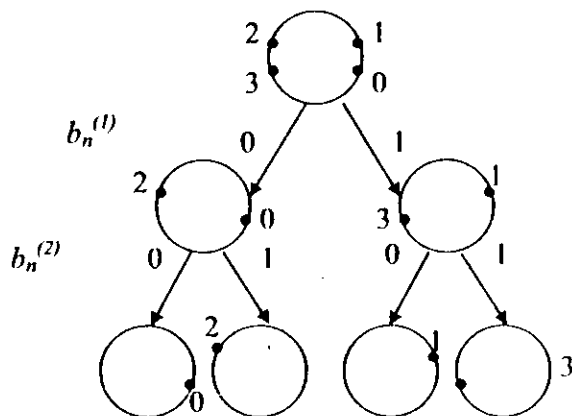


Fig. 1.16 Partition d'ensemble de la A4-PSK.

Le diagramme en treillis est donné par la figure ci-dessous :

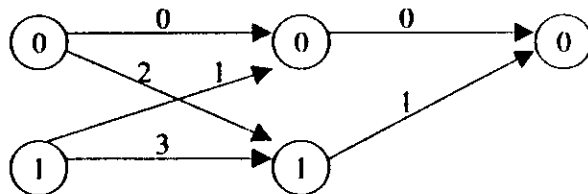


Fig. 1.17 Diagramme en treillis à deux états pour la A4-PSK.

Nous allons définir la matrice de transition d'état T , qui décrit les transitions possibles entre les états qui correspondent aux instants de temps discrets séparés par les symboles de canal

(sorties du démodulateur). L'élément $T(i,j)$ de la matrice T représente le symbole de sortie M-PSK assigné à la transition de l'état i à l'état j . Ainsi pour le treillis de la figure 1.17, nous aurons

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Notons que la constellation A4-PSK peut être vue comme un cas particulier de la UQ-PSK (Ang: Unbalanced Q-PSK) ayant deux voies du canal I et Q.

Le rapport des énergies entre les voies en phase et en quadrature de phase, notées E_p et E_q , respectivement, peut être lié à l'angle Φ définissant l'asymétrie. En particulier, en posant $\alpha = E_p/E_q$, nous aurons

$$\alpha = \tan^2(\Phi/2) \quad (1.36)$$

Le treillis de la figure 1.16 peut être implémenté (voir chapitre IV) en utilisant un codeur convolutif linéaire de rendement 1/2 et de longueur de contrainte égale à 2.

La fonction de transfert de ce dernier est donnée par:

$$T(D,I) = \frac{1 \cdot D^{-4(1+2\alpha)/(1+\alpha)}}{1 - I^{-4/(1+\alpha)}} \quad (1.37)$$

où D est défini par:

$$D = e^{-mE_b/4N_0} \quad (1.38)$$

En utilisant (1.37) et (1.34), nous aurons la borne supérieure de la probabilité d'erreur moyenne par bit qui sera donnée par,

$$P_b \leq \frac{0.5 \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{- \left[\frac{4(1+2\alpha)}{1+\alpha} \right] \ln D} \right\}}{\left[1 - D^{-4/(1+\alpha)} \right]^2} \quad (1.39)$$

La valeur optimale de α ou Φ d'une manière équivalente est celle qui minimise P_b dans (1.39) ainsi nous aurons,

$$\alpha_{opt} \approx 4 (\ln D / \ln 3) - 1 \quad (1.40)$$

où $\alpha_{opt} \approx 2 \cdot \operatorname{Arctg} \sqrt{\alpha_{opt}}$

En substituant (1.40) dans (1.39) nous aurons la borne supérieure optimale de la probabilité moyenne d'erreur par bit,

$$P_b \leq \frac{9}{8} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\left(\frac{2E_b}{N_0} - \ln 3 \right)} \right). \quad (1.41)$$

Dans le cas d'une constellation symétrique ($\Phi = \pi/2$, $\alpha=1$), la borne supérieure dan (1.39) devient,

$$P_b \leq \frac{0.5 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3E_b}{2N_0}} \right)}{\left[1 - \exp \left(-\frac{E_b}{2N_0} \right) \right]^2} \quad (1.42)$$

Finalement, pour une PSK non codée, P_b sera donnée par,

$$P_b \leq 0.5 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (1.43)$$

La figure 1.17 illustre les trois bornes de(1.41), (1.42)et(1.43)en fonction du rapport E_b/N_0 . Pour des valeurs suffisamment grandes du rapport E_b/N_0 , le dénominateur de(1.42) tend vers l'unité. Ainsi asymptotiquement, le gain en (E_b/N_0) de la 4-PSK non codée est de $10 \log_{10} 3/2 = 1.76$ dB. Pour déterminer de combien le gain additionnel dû à l'introduction de l'asymétrie est réalisable dans la même limite asymptotique, nous allons étudier la distance libre du système codé. Pour cela, nous définissons δ_j^2 comme le carré de la distance euclidienne entre le point-signal 0 et les points-signaux $j=1,2,3$ et en supposant que toutes les énergies sont normalisées à l'unité, nous aurons pour la constellation asymétrique de la figure 1.16,

$$\delta_1^2 = 4 \sin^2 \frac{\Phi}{2}, \quad \delta_2^2 = 4, \quad \delta_3^2 = 4 \cos^2 \frac{\Phi}{2} \quad (1.44)$$

De la figure 1.17, l'événement d'erreur produisant la distance minimale est de longueur égale à 2. Ainsi, nous aurons,

$$d_{free}^2 = \delta_2^2 + \delta_1^2 = 4 \left(1 + \sin^2 \frac{\Phi}{2} \right) \quad (1.45)$$

Pour le cas de la constellation asymétrique, nous aurons

$$d_{free}^2 = 4 \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 6 \quad (1.46)$$

En substituant (1.44) dans (1.42), nous obtenons la forme la plus générale pour une constellation asymétrique,

$$d_{free}^2 = 4 \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha + 1} \right) \tag{1.47}$$

Ainsi l'amélioration en d_{free}^2 due à l'introduction de l'asymétrie est,

$$\eta = 10 \log_{10} \frac{d_{free}^2 (assym)}{d_{free}^2 (sym)} = 10 \log_{10} \frac{2(1+2\alpha)}{3(1+\alpha)} \tag{1.48}$$

Quand à la constellation 2-PSK non codée, le carré de la distance minimale est 4 (i.e. deux points signaux diamétralement opposés sur un cercle de diamètre 2), le gain limite de la A4-PSK par rapport à ce système non codé est $10 \log_{10} (8/4) = 3\text{dB}$. De même celui de la 4-PSK symétrique est de 1.25dB moins ou d'une manière équivalente $10 \log_{10} (6/4) = 1.76\text{dB}$.

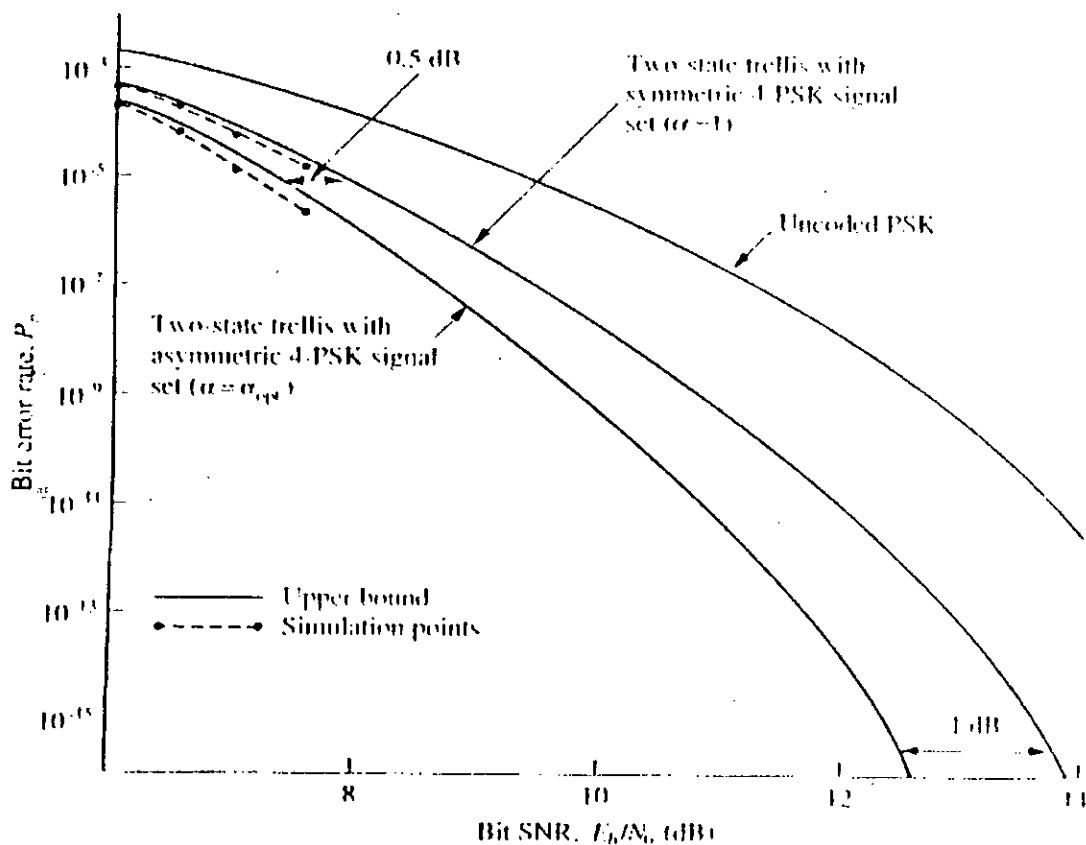


Fig 1.18 Performances idéales de la modulation codée en treillis à 2 états 4-PSK symétrique et A4-PSK optimale.[1]

4. MCT multiple[1,13]

4.1 Introduction

Dans la section «évaluation des performances», nous avons vu qu'une mesure des performances du gain d'un système MCT était la comparaison de la distance euclidienne libre d_{free} du code en treillis par rapport à la distance minimale d_{min} de la modulation non codée. Cette mesure s'avère le plus souvent significative. Ainsi, des techniques pour l'augmentation de d_{free} sont hautement désirables.

Dans la section précédent, nous avons vu que l'introduction la notion de l'asymétrie dans la constellation des signaux était une méthode pour augmenter d_{free} . Mais, malheureusement, dans ce cas le système devient moins robuste en présence des erreurs de synchronisation de la phase de la porteuse (code en treillis à deux état).

La question alors qui s'impose: est il possible de réaliser le même type en gain de performances sans avoir recours à la modulation asymétrique. Une réponse favorable était l'utilisation des constellation multidimensionnelles [1]. une autre est fournie par une technique appelée «MMCT » acronyme de modulation codée en treillis multiple.

4.2. principe de la MMCT

La MMCT est implémentée dans sa forme la plus générale par :

- Un codeur avec « b » bits à l'entrée et « s » bits à la sortie.
- Un transcodeur et un modulateur M -aire qui transforment ces « s » bits en k M -aires symboles binaires. Dans chaque intervalle de transmission comme le montre la figure 1.19.

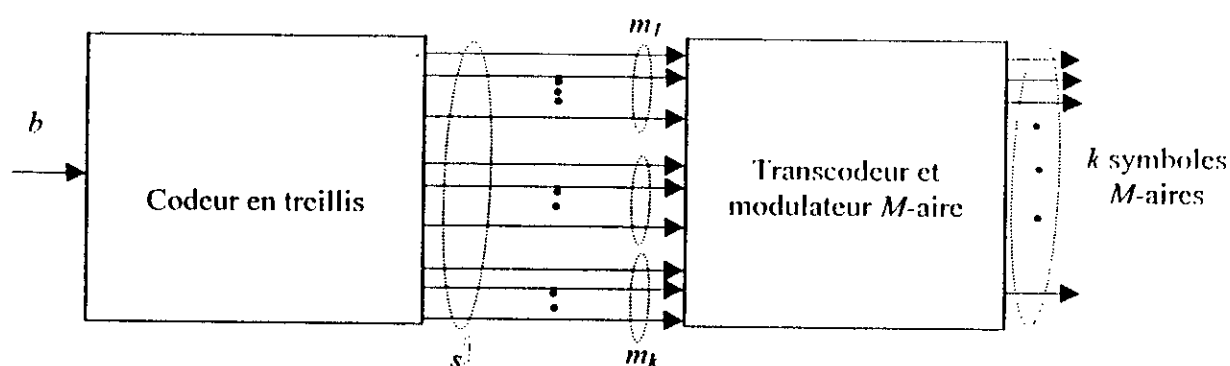


Fig1.18 Emetteur de la MMCT générale.

Le paramètre k est appelé la multiplicité du code puisqu'il représente le nombre de symboles M -aires attribués à chaque branche du diagramme en treillis. Le cas où $k=1$ correspond à la représentation d'Ungerboeck que nous appelons la «MCT conventionnelle». Pour produire un tel résultat, nous partageons les symboles binaires en k groupes contenant m_1, m_2, \dots, m_k symboles. Chacun de ces groupes sera ensuite transcodé et modulé en M_i -aires symboles de sortie où $M_i = 2^{m_i}, i=1, 2, \dots, k$.

Ainsi, les symboles à transmettre seront liés comme suit :

$$s = \sum_{i=1}^k m_i = \sum_{i=1}^k \log_2 M_i = \log_2 \prod_{i=1}^k M_i \quad (1.49)$$

Pour le cas particulier le plus rencontré où toutes les tailles de l'alphabet M -aire sont égales (i.e. $m_1 = m_2 = \dots = m_k$) se simplifie à

$$s = k \log_2 m \quad (1.50)$$

pour l'émetteur de la figure 1.18, le débit spécifique (le rapport du débit par bit sur la bande passante transmise) est $r = (b/k) \text{ bit/s/Hz}$. Ainsi, dans ce cas, une nouvelle mesure de performances est introduite pour caractériser la MMCT indépendamment de sa relation avec les modulations non codées. Il s'agit de calculer le débit de coupure r_0 du canal [23].

Une autre spécification de la MMCT générale est proposée par les deux chercheurs Divsalar et Simon correspond au cas où $b = mk$ et $s = (m+1)k$ avec k groupes de $(m+1)$ symboles chacun est transcodé en un symbole M -aire choisi à partir d'un alphabet de taille $m = 2^{m+1}$. Dans ce cas, dans chaque intervalle de transmission, mk bits entrent dans un codeur et k symboles M -aire sortent du modulateur, ainsi le débit spécifique sera $n \text{ bits/s/Hz}$ dont la valeur est entière et qui résulte d'une extension de la bande passante unité par rapport à la modulation non codée avec 2^m points signal.

Dans cette section nous nous contenterons de décrire la MMCT à deux états appliquée à la M -PSK.

4.3 MMCT à deux états

Pour illustrer le principe de la MMCT évoqué ci-dessus, considérons un codeur en treillis à deux états de rendement $\frac{1}{2}$ et une modulation qpsk comme le montre la figure suivante:

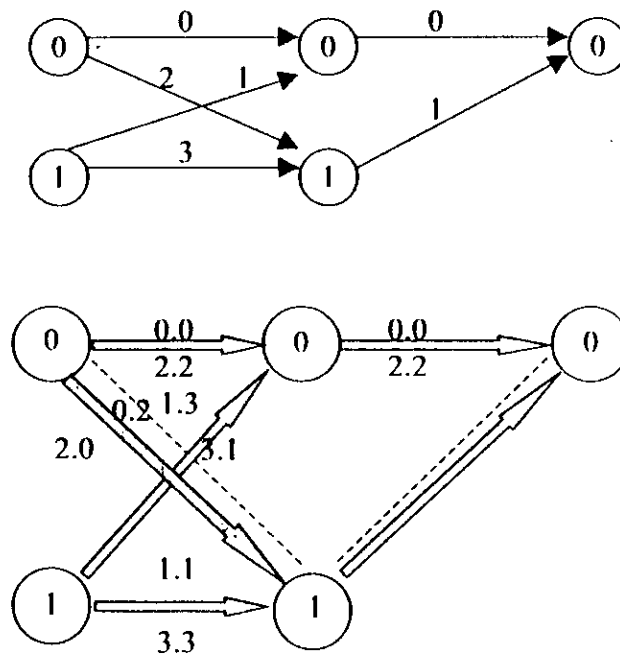


Fig.1.19(a) Diagramme de la QPSK codée en treillis de rendement 1/2($k=1$)
 (b)Diagramme de la QPSK codée en treillis multiple de rendement 2/4($k=2$)

Dans la figure 1.19(b), nous avons $m=1$ et $k=2$ ($b=2$), ainsi, il y a $2^{mk}=4$ branches qui partent de chaque état. Puisque il y a uniquement deux états dans le diagramme, ceci implique qu'entre chaque couple d'états il doit exister deux branches parallèles. De plus, $k = 2$, nous aurons deux symboles qpsk de sortie (par convention, nous notons le symbole qpsk s_j par son indice j dans la branche correspondante du diagramme en treillis l'attribution de ces symboles à chaque branche est fait de façons à maximiser la distance euclidienne minimale entre le chemin qui correspond à la réception correcte des symboles transmis et celui qui correspond à un événement d'erreur dans le treillis. Cette attribution doit être faite de façons à éviter que le code soit catastrophique.

Dans la figure 1.19(b) montre l'attribution appropriée des paires de symboles qpsk pour chaque branche dans la diagramme en treillis.

Sans se perdre dans des généralités, supposons la transmission d'une séquence de «tous zéros» avec les symboles «tous zéros» qpsk correspondants. Le chemin d'événement d'erreur de longueur 1 (i.e. le chemin parallèle entre deux états successifs nuls donne le carré de la distance euclidienne suivant: $d^2 = 2d^2 (0.2) = 2 \cdot (4) = 8$ (1.51)

où $d^2(i,j)$ représente le carré de la distance euclidienne entre les symboles qpsk s_i et s_j . pour l'événement d'erreur de longueur 2 (illustré en ligne pointillée dans la figure 1.19), nous voyons que le carré de la distance euclidienne est:

$$d^2(0,0) + d^2(0,2) + d^2(0,1) + d^2(0,3) = 0 + 4 + 4\sin^2\frac{\Phi}{2} + 4\cos^2\frac{\Phi}{2} = 8.$$

qui est indépendant de l'angle d'asymétrie Φ . ainsi, nous pouvons choisir $\Phi = \pi/2$ (qpsk symétrique) et nous obtenons une modulation qpsk codée e treillis de rendement 2/4 et qui donne une distance libre égale à 8. si nous revenons à la section MCT conventionnelle de la figure (1.19(a)), nous pouvons obtenir une distance libre égale à 6 pour la constellation QPSK symétrique et une distance libre égale à 8 pour celle asymétrique pour laquelle les points signaux adjacents convergent ensemble (i.e. code catastrophique).

5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des généralités et des principes de bases des différentes MCT. Nous avons démontré que la distance d_{free} est le seul paramètre significatif pour la comparaison des différents systèmes MCT employés dans les transmissions à travers un canal à bruit additif, blanc et gaussien. De même, elle indique une mesure asymptotique du gain d'un système MCT relativement à la distance minimale d'un système non codé.

Dans le chapitre suivant, nous passerons à une caractérisation d'un autre type de canaux plus complexes, qui sont ceux affectés par le fading.

Chapitre2: CARACTERISATION DES CANNAUX DE COMMUNICATION EVANOUISSANTS

1.Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit les performances de la TCM pour la transmission à travers un canal à bruit additif, blanc et gaussien. Dans le présent, nous considérons le problème de la communication à travers des canaux plus complexes dont la réponse impulsionnelle varie d'une manière aléatoire dans le temps (Ang : randomly time-variant impulse response). Cette caractérisation sert comme un modèle pour la transmission de signaux à travers plusieurs canaux radio telles que ; les radiocommunications via l'ionosphère dans la gamme 3 – 30 MHz (HF), les radiocommunications via la troposphère dans les gammes 300 – 3000 MHz (UHF), et 3000–30000 MHz (SHF). Les variations de la réponse impulsionnelle de ces canaux dans le temps est la conséquence de la variation de leurs caractéristiques physiques. Par exemple, les ions dans les couches ionosphériques qui réfléchissent le signal transmis aux fréquences HF sont tout le temps en mouvement. Pour l'utilisateur du canal, le mouvement des ions apparaît aléatoire. Par conséquent, si le même signal HF est transmis en deux instants différents, les deux signaux reçus seront différents. Les réponses variables dans le temps qui se présentent alors sont traitées statiquement.

Nous commençons notre étude en développant une caractérisation statistique générale des canaux évanouissants par trajets multiples et nous la finissons par la description du canal à évanouissement rapide et lent qui fera l'objet de l'analyse et de la simulation dans les chapitres suivants

2. Caractérisation des canaux évanouissants multi-trajets [13]

Si nous transmettons une impulsion à travers un canal multi-trajets ayant une réponse variable dans le temps, le signal reçu apparaît comme un train d'impulsions, comme le montre la figure 2.1. D'où, la première caractéristique de ce milieu est la dispersion temporelle subie par le signal transmis à travers le canal.

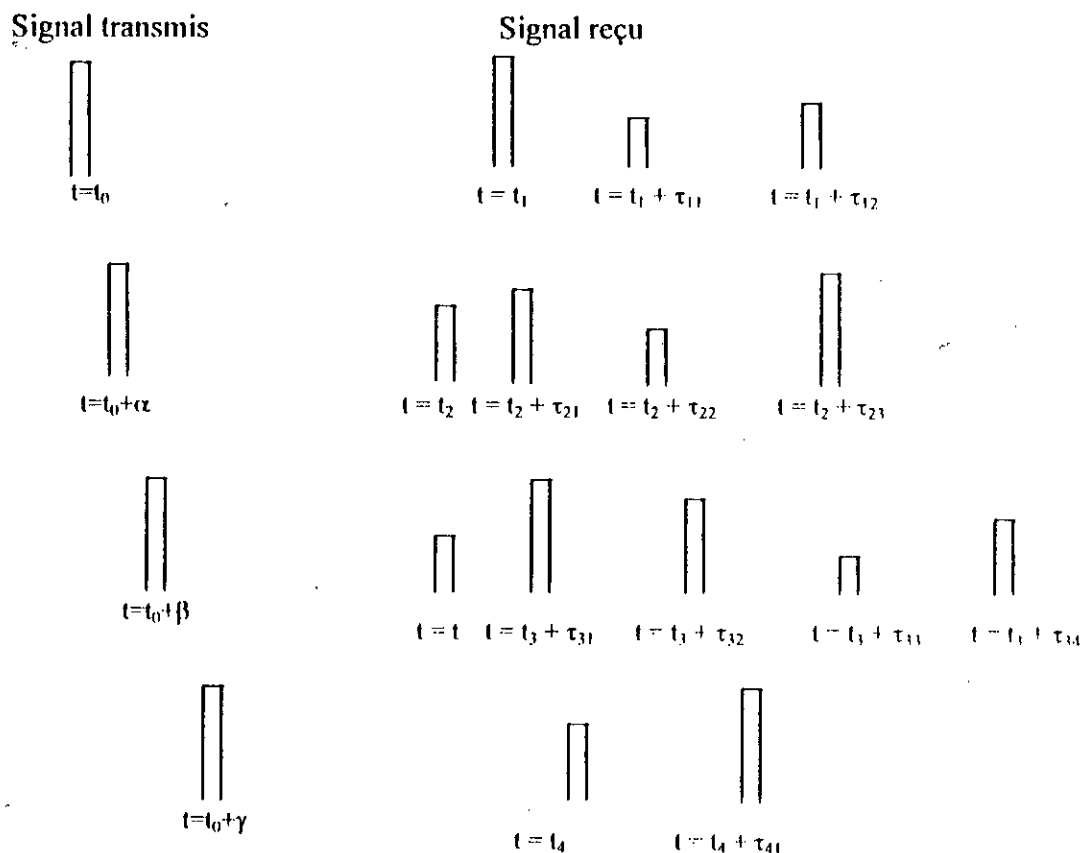


Fig.2.1 Réponse impulsionnelle d'un canal multi-trajets variable dans le temps [13]

Une deuxième caractéristique est due aux variations temporelles dans la structure du milieu de transmission. Comme un résultat de celles-ci la nature de chaque trajet varie dans le temps. De ce fait, si nous répétons l'expression d'émettre une impulsion plusieurs fois, nous observons des changements dans le train d'impulsions reçu comprenant des changements dans la taille (l'amplitude) de chaque impulsion séparément, des changements dans les retards relatifs entre les impulsions, et souvent des changements dans le nombre des impulsions observées dans le train d'impulsions reçu comme illustré dans la figure 2.1. De plus, les variations temporelles sont imprédictibles pour l'utilisateur du canal. Par conséquent, il est nécessaire de caractériser les canaux multi-trajets à variations temporelles d'une manière statistique.

Pour examiner l'effet de ces canaux sur un signal transmis, considérons le signal $s(t)$ ayant la forme générale suivante : $s(t) = \text{Re} [s_L(t) e^{j2\pi f_c t}]$ (2.1)

où $s_L(t)$ désigne l'équivalent passe bas du signal $s(t)$ transmis.

Nous supposons une propagation par trajets multiples et nous associons à chaque trajet un facteur d'atténuation et un retard de propagation qui sont tout les deux variables dans le temps et cela est le résultat des changements dans la structure du milieu. Ainsi, le signal passe bande reçu aura comme expression :

$$x(t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot s(t - \tau_n(t)) \quad (2.2)$$

Avec :

$\alpha_n(t)$: est le facteur d'atténuation du signal reçu au $n^{ième}$ trajet.

$\tau_n(t)$: est le retard de propagation du $n^{ième}$ trajet.

En substituant (2.1) dans (2.2), nous aurons:

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \left[\sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} s_L(t - \tau_n(t)) \right] e^{j2\pi f_c t} \right\} \quad (2.3)$$

De (2.3), l'équivalent passe bas du signal reçu sera :

$$r_L(t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} s_L(t - \tau_n(t)) \quad (2.4)$$

Puisque $r_L(t)$ est la réponse d'un canal équivalent passe bas au signal équivalent passe bas $s_L(t)$, il s'ensuit que le canal équivalent passe bas est décrit par la réponse impulsionnelle variable dans le temps (RIVT) suivante :

$$c(\tau; t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)) \quad (2.5)$$

Pour certains canaux, comme le canal troposphérique dispersif, il convient mieux de représenter le signal reçu comme un ensemble de composantes multi-trajets, continues. Dans un tel cas, le signal reçu $x(t)$ est exprimé dans la forme intégrale suivante :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\tau; t) s(t - \tau) d\tau \quad (2.6)$$

où $\alpha(\tau; t)$ représente l'atténuation des composantes du signal à un retard τ et à l'instant t . En substituant encore une fois $s(t)$ de (2.1) dans (2.6) nous aurons:

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \left[\int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\tau; t) e^{-j2\pi f_c \tau} s_L(t - \tau) d\tau \right] e^{j2\pi f_c t} \right\} \quad (2.7)$$

Puisque l'intégrale donnée dans la relation (2.7) représente la convolution de $s_i(t)$ avec l'équivalent passe bas de la réponse impulsionnelle variable dans le temps $c(\tau; t)$, il vient que:

$$c(\tau; t) = \alpha(\tau; t) e^{-j2\pi f_c \tau} \quad (2.8)$$

où $c(\tau; t)$ représente la réponse du canal à l'instant t excité par l'application d'une impulsion à l'instant $(t-\tau)$. Ainsi (2.8) est la définition appropriée de l'équivalent passe bas de la réponse impulsionnelle lorsque le canal est constitué de trajets multiples, continus et (2.5) est celle d'un canal contenant des composantes discrètes multi-trajets.

Considérons maintenant la transmission d'une porteuse non modulée à une fréquence f_c . Alors $s_i(t) = 1$ quelque soit t , et ainsi, le signal reçu dans le cas d'un canal discret à multi-trajets, donné par (2.4) sera réduit à:

$$\begin{aligned} r_i(t) &= \sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \\ &= \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\theta_n(t)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

où $\theta_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t)$. Ainsi, le signal reçu est constitué par la somme d'un nombre de vecteurs variables dans le temps (phases) ayant pour amplitude $\alpha_n(t)$ et pour phase $\theta_n(t)$.

Le modèle de propagation par trajets multiples dans le canal exprimé par la relation précédente (2.9) explique l'évanouissement du signal reçu. En effet, le phénomène de l'évanouissement est le résultat des variations temporelles des n phases $\theta_n(t)$ et des n amplitudes $\alpha_n(t)$. Quand les vecteurs $\{\alpha_n e^{j\theta_n}\}$ s'additionnent destructivement, le signal reçu $r_i(t)$ sera très faible ou pratiquement nul. Parfois les vecteurs $\{\alpha_n e^{j\theta_n}\}$ s'additionnent constructivement, le signal reçu sera alors grand. Cela conduit à dire que les variations d'amplitude et de phase dans le signal reçu, appelées *évanouissement du signal*, sont dues aux variations temporelles multi-trajets des caractéristiques du canal.

Quand la réponse impulsionnelle $c(\tau; t)$ est modélisée par un processus gaussien complexe à valeur moyenne nulle, l'enveloppe $|c(\tau; t)|$, à tout instant t , suit une distribution de Rayleigh. Dans ce cas, le canal est dit à *Rayleigh fading*. Mais dans le cas où il y a réflexion du signal dans le milieu où sont présents des disperseurs fixes, en plus des disperseurs (Ang : scatterers) en mouvement aléatoire, $c(\tau; t)$ ne peut être modélisée par un processus ayant une moyenne nulle. Dans ce cas, l'enveloppe $|c(\tau; t)|$ suit la distribution de Rice et le canal est dit à évanouissement ricien (Ang Rician fading).

Une autre distribution de probabilité qui est, elle aussi, utilisée pour modéliser l'enveloppe du fading du signal est la distribution de Nakagami-m. Ces modèles de canaux évanouissants sont décrits dans la section qui suit.

3. Modèles statistiques pour les canaux évanouissants [13]

Il existe plusieurs distributions de probabilités qui peuvent modéliser les caractéristiques statistiques des canaux évanouissants. Quand un grand nombre de disperseurs est présent dans le canal, comme le cas de la propagation via l'ionosphère ou la troposphère, l'application du théorème de la limite centrale conduit à modéliser la réponse impulsionnelle du canal par un processus gaussien. Si ce dernier est de moyenne nulle, l'enveloppe de la réponse du canal à chaque instant suit une distribution de probabilité de Rayleigh dont la phase est uniformément distribuée dans l'intervalle $[0, 2\pi]$. Ainsi,

$$p(\rho) = \frac{2\rho}{\Omega} e^{-\rho^2/\Omega}, \rho \geq 0 \quad (2.10)$$

où

$$\Omega = E[\rho^2] \quad (2.11)$$

La distribution de Rice, à la différence de celle de Rayleigh qui possède un seul paramètre, est caractérisée par deux paramètres qui sont S et σ^2 .

Elle est exprimée par la fdp suivante :

$$p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-(\sigma^2 + s^2)/2\sigma^2} I_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (2.12)$$

tel que s^2 est le paramètre non central. Il représente la puissance des composantes du signal (composantes spéculaires et directes).

Il existe plusieurs canaux radio qui se heurtent au phénomène du fading tels que les liaisons en visibilité directe (Ang : LOS, Line Of Sight) avec des composantes multi-trajets. Dans ce cas le nombre de ces composantes est petit, ainsi, le canal peut être modélisé par une forme simple.

A titre d'exemple, soit une liaison de communication entre un avion et une station terrestre (Aéroport) dans laquelle nous avons un trajet direct et une seule composante multi-trajets retardée par t_0 par rapport au chemin direct. La réponse impulsionnelle d'un tel canal est modélisée comme suit:

$$c(\tau; t) = \alpha \delta(\tau) + \beta(t) \delta(\tau - \tau_0(t)) \quad (2.13)$$

avec α est le facteur d'atténuation du trajet direct et $\beta(t)$ représente la composante du signal multi-trajets variable dans le temps résultant des réflexions sur le terrain. Souvent, $\beta(t)$ est caractérisé par un processus gaussien aléatoire de moyenne nulle. La fonction de transfert de ce modèle de canal est donnée par :

$$C(f; t) = \alpha + \beta(t) e^{-j2\pi f \tau_0(t)}$$

Ce canal correspond au modèle de Rice défini précédemment. Le trajet direct avec l'atténuation α représente la composante spéculaire et $\beta(t)$ représente la composante de l'évanouissement de Rayleigh (composante diffusée).

4. L'effet des caractéristiques du signal dans le choix du modèle du canal [13,1]

Nous allons considérer maintenant l'effet des caractéristiques du signal à transmettre dans la sélection d'un modèle de canal convenable. Pour cela soit $s_L(t)$ l'équivalent passe-bas du signal transmis à travers le canal et $S_L(f)$ son spectre. Ainsi l'équivalent passe-bas du signal reçu, peut être exprimé soit en termes des variables temporelles $c(\tau, t)$ et $s_L(t)$, par

$$r_L(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(\tau; t) s_L(t - \tau) d\tau \quad (2.14)$$

ou en termes des fonctions fréquentielles $C(f; t)$ et $S_L(f)$, par

$$r_L(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(f; t) S_L(f) e^{j2\pi f t} df \quad (2.15)$$

où $C(f; t)$ est la fonction de transfert du canal.

Soit la transmission d'une information numérique à travers le canal en modulant (soit en phase, soit en amplitude, ou les deux) l'impulsion de base $s_L(t)$ à un débit $1/T$, avec T désigne l'intervalle de chaque signal. Il est clair que de (2.13) le canal variable dans le temps caractérisé par la fonction de transfert $C(f; t)$ déforme le spectre du signal $S_L(f)$.

l'effet du canal sur le signal transmis $s_L(t)$ est une fonction de notre choix sur la bande passante et la durée du signal. Ainsi, si $S_L(f)$ possède une bande passante B supérieure à la bande passante cohérente du canal $(\Delta f)_c$, $S_L(f)$ est exposé à différents gains et déplacements de fréquences dans la bande B . Dans un tel cas, le canal est appelé *un canal à sélection de fréquence*. Par contre si la bande passante du signal B est suffisamment inférieure à la bande passante cohérente du canal le signal reçu est simplement le signal transmis multiplié par un

processus aléatoire à valeurs complexes $C(0;t)$ qui représente les caractéristiques variables dans le temps, du canal. Dans ce cas le canal est dit à *non sélection de fréquence*. En d'autres termes, toutes les composantes fréquentielles dans $S_i(f)$ subissent la même atténuation et le même déplacement de phase dans la transmission à travers le canal. Puisque $S_i(f)$ a son contenu fréquentiel concentré au voisinage de $f=0$, $C(f;t)=C(0;t)$, alors, (2.13) se réduit à :

$$\begin{aligned} r_L(t) &= C(0;t) \int_{-\infty}^{\infty} S_i(f) e^{j2\pi f t} df \\ &= C(0;t) s_L(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

La fonction de transfert pour un canal à non sélection de fréquence est donnée par :

$$C(0;t) = \alpha(t) e^{-j\Phi(t)} \quad (2.17)$$

où $\alpha(t)$ et $\Phi(t)$ représentent, respectivement, l'enveloppe et la phase de l'équivalent passe-bas du canal.

Lorsque $C(0;t)$ est modélisée par un processus gaussien aléatoire à valeur complexe et à moyenne nulle l'enveloppe $\alpha(t)$ suit une distribution de Rayleigh pour toute valeur fixe de t et $\Phi(t)$ est uniformément distribuée dans $[-\pi, \pi]$. Par exemple, supposons qu'il est possible de choisir la bande passante du signal B à fin de satisfaire la condition $B < (Af)_c$ et l'intervalle du signal pour satisfaire la condition $T < (\Delta T)_c$, où $(\Delta T)_c$ est l'intervalle minimale de temps dans lequel $\alpha(t)$ et $\Phi(t)$ restent constant, appelé le temps cohérent du canal. quand cette condition se réalise le canal est dit *un canal à évanouissement lent*. Autrement dit, la phase et l'amplitude du processus d'évanouissement sont constantes pendant une durée d'un symbole au moins.

Dans la section suivante nous décrirons les caractéristiques du canal dit *canal ricien à évanouissement lent*.

5. Modèle de Rice d'un canal évanouissant [13,1]

Soit la transmission d'un signal RF (radio fréquence) à une fréquence f_c par un satellite à un véhicule en mouvement. Ce signal manifeste des variations extrêmes dans l'amplitude et la fréquence apparente. Les effets du fading sont dus à la distribution aléatoire du champs électromagnétique dans l'espace. dans ce cas le champs électromagnétique sera exprimé par une superposition d'ondes planes à phase aléatoire, chacune de ses fréquences est affectée par un

déplacement Doppler (par effet Doppler) de la fréquence porteuse. Ce déplacement est dû à la vitesse mobile, la fréquence porteuse et l'angle que le vecteur de propagation fait avec le vecteur vitesse. Ainsi la fréquence instantanée du signal reçu et son amplitude auront une distribution aléatoire. Nous pouvons identifier trois composantes du signal évanoui, reçu à l'antenne du véhicule : la composante à visibilité directe, la composante spéculaire, la composante diffusée.

Dans ce modèle nous assumons que seules les composantes directe et spéculaire qui peuvent être atténuées par le processus de masquage (Ang : shadowing) dû à la présence des différents obstacles tels que ; les plantes, les bâtiments sur le terrain. Si les composantes directe et spéculaire sont complètement bloquées, la composante diffusée domine et la variation de l'enveloppe du signal reçu aura une distribution de Rayleigh.

Dans la figure 2.2, la composante diffusée vue par le véhicule peut être représentée sous la forme :

$$e(t) = \sum_{n=1}^N e_n \cos[(w_c - w_n)t + \phi_n] \quad (2.18)$$

$$\text{où} \quad w_n = \frac{2\pi}{\lambda} v \cos \alpha_n \quad (2.19)$$

Dans (2.18) et (2.19), w_c est la pulsation de la porteuse, e_n est l'amplitude la $n^{ième}$ onde du champs, α_n est l'angle entre la direction du mouvement du véhicule et la $n^{ième}$ onde incidente, v la vitesse du véhicule, λ est la longueur d'onde de la porteuse et ϕ_n est une phase uniformément distribuée entre 0 et 2π . Nous notons que le déplacement maximum de la fréquence par effet Doppler est :

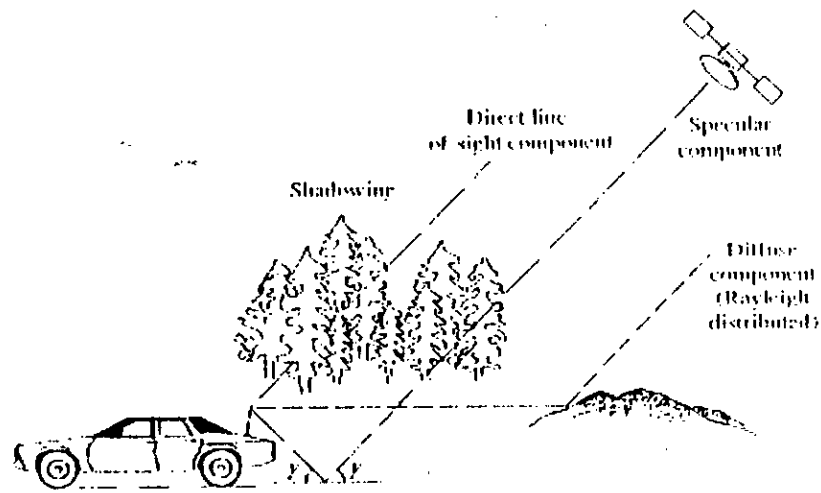
$$f_d = \frac{v}{\lambda} = \frac{vf_c}{c} \quad (2.20)$$

où f_c est la fréquence porteuse, c est la vitesse de la lumière.

pour un N grand, et par application du théorème de la limite centrale, les composantes du champs sont approximativement des processus aléatoires gaussiens, et tant que f_d est suffisamment petit, ces composantes sont à bande étroite. Nous pouvons écrire:

$$e(t) = N_c(t) \cos w_c t - N_s(t) \sin w_c t \quad (2.21)$$

où $N_c(t)$ et $N_s(t)$ sont des processus de bruits gaussiens et indépendants.



Complex received faded signal : $R(t) = m(t) * (R_{d,l}(t) + R_{s,l}(t) + R_{m}(t))$

Fig. 2.2 Représentation du signal évanoui reçu [1]

Nous supposons que la moyenne du signal diffusé est nulle et la variance est donnée par :

$$\text{var}\{N_c(t)\} = \text{var}\{N_s(t)\} = \sigma^2 \tag{2.22}$$

Soit $A \cos[(w_c + w_d)t]$ la composante en visibilité directe, et $B \cos[(w_c + w_d)t + \phi_0]$ la composante spéculaire, où $w_d = 2\pi f_d$ et ϕ_0 est une phase arbitraire. Ainsi la somme des composantes directe et spéculaire reçues sera:

$$u_c \cos w_c t - u_s \sin w_c t \tag{2.23}$$

où $u_c = A \cos w_d t + B \cos(w_d t + \phi)$ (2.24)

$$u_s = A \sin w_d t + B \sin(w_d t + \phi_0) \tag{2.25}$$

Le paramètre de Rice k est défini comme le rapport de la puissance des composante directe et spéculaire sur la puissance diffusée:

$$K = \frac{\mu_c^2 + \mu_s^2}{2\sigma^2} = \frac{A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos \phi_0}{2\sigma^2} \tag{2.26}$$

Le signal évanoui total (qui est le signal reçu) sera donc:

$$x \cdot \cos w_2 t - y \cdot \sin w_2 t$$

Avec

$$\begin{aligned}x &= \mu_c + N_c(t) \\y &= \mu_s + N_s(t)\end{aligned}\quad (2.27)$$

l'amplitude du signal est

$$\rho(t) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.28)$$

sa phase est :

$$\theta(t) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (2.29)$$

Nous supposons que la puissance du signal évanoui est normalisée à l'unité (c'est à dire que $E(\rho^2) = 1$), ainsi à un instant t , les densités de probabilités de ρ et θ sont données comme suit:

$$p(\rho) = 2(K+1)\rho \exp\{-(K+1)\rho^2 - K\} I_0(2\rho\sqrt{K(K+1)}), \rho \geq 0 \quad (2.30)$$

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp\{-K\} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K}{\pi}} \cos \theta \exp\{-K \sin^2 \theta\} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\sqrt{K} \cos \theta\right)\right], |\theta| \leq \pi \quad (2.31)$$

où $I_0(\cdot)$: est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro, de première espèce. Les relations (2.30) et (2.31) représentent la distribution de probabilité ricienne de $\rho(t)$ et $\theta(t)$ respectivement.

Pour la distribution de Rayleigh, $K = 0$ (i.e. les composantes spéculaire et directe sont nulles).

6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une caractérisation statistique des canaux à nature variable dans le temps, en donnant respectivement leurs réponse impulsionnelle ainsi que les distributions de phase et d'amplitude du fading que ces canaux font subir au signal transmis. Nous avons présenté le modèle de Rice qui est plus général que celui de Rayleigh, ce dernier se déduit du premier en égalant K à 0. L'objectif du prochain chapitre est d'analyser les performances de le MCT dans ce type de canaux.

Chapitre3: ANALYSE DE LA MCT POUR UN CANAL A EVANOUISSEMENT RICIEN ET LENT

1. Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté l'évaluation des performances de la MCT dans un canal à bruit additif, blanc et gaussien. Nous avons vu que l'avantage principal de la MCT par rapport aux modulations employant les codes correcteurs d'erreur était son aptitude d'obtenir une augmentation d'efficacité en puissance sans l'extension traditionnelle de la bande passante introduite par le processus du codage. Ainsi tout canal à puissance ou à bande passante limitée sera convenu aux techniques TCM.

L'une de ces applications est le canal satellite mobile qui constitue un milieu très hostile de par la propagation par multitrajets, la fréquence Doppler le caractérisant due à la vitesse de déplacement du mobile et l'effet de masquage(Ang : shadowing) qui constitue l'une des affectations les plus perceptibles sur le signal transmis ainsi que le bruit thermique gaussien omniprésent . En plus de tout ce que nous avons cité, il existe des contraintes liées à la bande passante dont il est désirable à contenir un grand nombre d'utilisateurs dans une bande de fréquence donnée et la puissance limitée par le fait que la densité du flux rayonné émise par le satellite est limitée.

Dans la plupart des canaux satellites mobiles, le fading est modélisé par une distribution de probabilité d'amplitude de Rice et pour lequel le problème de rétablissement de la porteuse est très difficile. Mais dans certains cas où l'effet de masquage est très intense le canal satellite ressemble à un canal terrestre caractérisé par un évanouissement de Rayleigh. Ainsi, si la TCM est employée dans l'un des deux canaux mobiles, satellite ou terrestre, il devient impératif d'évaluer ces performances dans un tel environnement

.Dans ce chapitre, nous présenterons l'analyse de la TCM pour une transmission à travers un canal évanouissant (Ang : fading channel). Nous considérons des distributions de probabilité de Rice et de Rayleigh, une détection cohérente, la présence et l'absence de l'information sur l'état du canal (IEC), qui est l'information dérivant du canal et qui peut être utilisée pour concevoir la métrique (distance) calculée dans le décodeur de Viterbi afin d'améliorer les performances. Les résultats obtenus analytiquement seront présentés aussi. Notons que nous ne considérons que le cas où l'interleaving le deinterleaving sont combinés

pour réduire le groupement des erreurs dans le canal. Cela permet une simplification considérable des résultats analytiques et présente un grand intérêt pratique.

2. Modèle du canal [1]

Le modèle utilisé est celui d'un canal ricien à évanouissement lent discuté en détail dans le chapitre deux. Pour notre objectif actuel, il est suffisant de considérer que l'effet du fading sur la phase du signal reçue est entièrement compensée par une forme de boucle à verrouillage de phase ou bien avec un signal séparé de synchronisation (pilote tone). Ainsi les résultats obtenus refléteront uniquement la dégradation due à l'effet du fading sur l'amplitude du signal reçu. Cette dernière est modélisée par la distribution de probabilité de Rice (Ang :Rician statistics) avec le paramètre K qui représente le rapport de la composante des puissances spéculaire et directe sur la puissance diffusée.

Nous pouvons montrer aisément que la fonction de densité de probabilité (fdp) de la variable aléatoire qui représente l'amplitude évanouie, est donnée par :

$$P(\rho) = \begin{cases} 2\rho \exp\{-K - \rho^2(K+1)\} I_0(2\rho\sqrt{k(k+1)}), & \rho \geq 0 \\ \rho < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec : $I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{x \cos t} dt$ est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro et de première espèce.

La relation (3.1) représente la distribution de la probabilité de Rice, pour la distribution de Rayleigh, nous posons $K = 0$ (i.e. les composantes directes et spéculaire sont nulles). Pour un canal AWGN, nous aurons $K \rightarrow \infty$.

3. Description en blocs du modèle du système de référence

La figure (3.1) est le diagramme en blocs du système. Les bits d'entrée représentent des données ou une séquence d'information qui simule mieux le trafic réel. Ils entrent dans un codeur en treillis de rendement b/s (dans ce cas, nous considérons un codeur en treillis multiple, en particulier, pour un codeur conventionnel, nous posons $b = m, s = m + 1$). La sortie de ce dernier est constituée de symboles transcodés qui entrent dans le bloc « interleaving » afin d'éliminer les erreurs par paquets engendrés par l'affaiblissement d'amplitude. Les « s » symboles sont ensuite transcodés en un ensemble de signaux M-PSK suivant la méthode de partition d'ensemble décrite au premier chapitre. Les deux composantes en phase et en quadrature de phase du signal transcodé vont être modulés sur deux porteuses en quadratures pour la transmission à travers le canal. Si les techniques de calibration de

« pilot tone » sont utilisées pour rétablir la porteuse évanouie, le signal de synchronisation « pilot tone » doit être ajouté au signal modulé avant la transmission.

A la réception, les composantes en phase et en quadrature de phase évanouies sont démodulées avec l'extraction du signal de synchronisation « pilot tone ». Elles sont ensuite quantifiées en q niveaux (bits) avant qu'elles soient rentrées dans le bloc « deinterleaving ». Nous notons que la métrique choisie par le décodeur de Viterbi dans la partie du décodage dépend de la disponibilité ou non de l'information sur l'état du canal. Comme l'indique la figure 3.1, une mesure de l'information sur l'état du canal peut être obtenu de la puissance du signal de synchronisation rétabli « pilot tone ».

Notons que tout ce qui suit a été décrit d'une façon originale dans[1].

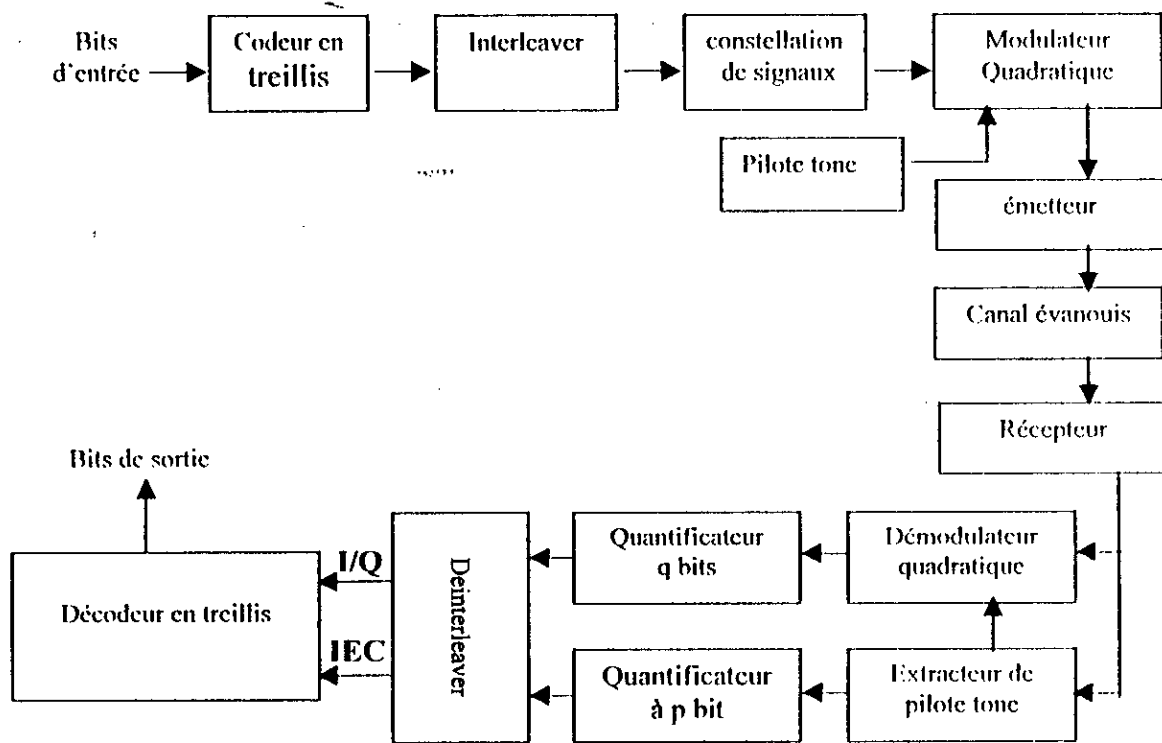


Fig.3.1 Diagramme en blocs du système[1]

4. Borne supérieure de la probabilité d'erreur jointe

Le modèle d'analyse de base du système de la figure(3.1) est illustré en figure(3.2). la séquence d'entrée, u , constituée de données binaires à un débit R_b [bits/s] qui sont codées en treillis et transcodées en une autre séquence x , de symbole M -aires à un débit $R_s = (b/k) R_b$ [symbole/s]. Ces symboles entrent ensuite dans un canal sans mémoire. A la sortie de ce dernier, la séquence reçue, sera notée y , pour laquelle le k^{ieme} élément, y_k , est lié au k^{ieme} élément de x , soit x_k , par la relation :

$$y_k = \rho_k x_k + n_k \tag{3.2}$$

Tel que :

x_k : représente le symbole M -PSK transmis à l'instant k .

y_k : représente le symbole M -PSK reçu et qui correspond à x_k .

ρ_k : l'amplitude aléatoire normalisée dont la fdp est donnée par l'équation (3.1).

n_k : représente un échantillon d'un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance égale à σ^2 .

Si l'information latérale est disponible, la séquence correspondante à elle sera notée z . Ainsi, étant donné que le canal est supposé sans mémoire, les amplitudes ρ_k sont des variables aléatoires indépendantes, par conséquent, les probabilités du canal satisfont à :

$$p_N(y/x,z) = \prod_{n=1}^N p(y_n/x_n, z_n) \tag{3.3}$$

$$q_N(z) = \prod_{n=1}^N q(z_n) \tag{3.4}$$

où N désigne la longueur des séquences x , y , n et z

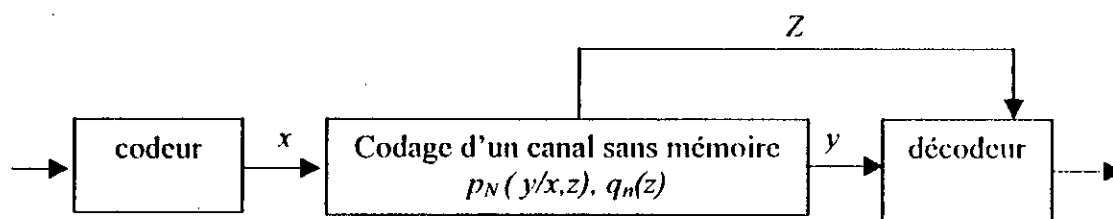


Fig.3.2 Modèle général d'un canal sans mémoire.

Pour n'importe quel système de communication codée, le processus des décodage utilise une métrique de la forme $m(y, x ; z)$ si l'information latérale est disponible et $m(y, x)$ sinon. Quelle que soit la métrique sélectionnée, il est désirable du point de vue de

simplification du décodage qu'elle ait la propriété d'addition (i.e. la métrique totale d'une séquence de symboles est la somme des métriques pour chaque couple constitué d'entrée du canal). Ainsi, nous pouvons écrire que :

$$m(y,x;z) = \sum_{n=1}^N m(y, x_n; z_n) \quad (3.5)$$

La métrique à maximum de vraisemblance sera donc :

$$m(y,x;z) = \ln p_N(y,x;z) \quad (3.6a)$$

si l'information latérale est disponible ou bien,

$$m(y,x) = \ln p_N(y,x) \quad (3.6b)$$

si elle ne satisfait pas les conditions dans (3.5). ainsi nous allons utiliser cette dernière métrique dans ce qui suit. Mais nous utiliserons uniquement la notation (3.6a) pour des raisons de simplification, tout en gardant dans la tête que dans le cas où aucune information latérale n'est disponible est un cas particulier où la métrique $m(y,x;z)$ ne dépend pas de z .

La probabilité d'erreur jointe $P(x \rightarrow \hat{x})$, qui représente la probabilité de choisir la séquence codée $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$ quand la séquence $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ a été transmise, avec x et \hat{x} sont les seuls choix du modulateur, est donnée par :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) = P_r \{m(\hat{x}, \hat{y}; \hat{z}) \geq m(y, x; z) | x\} \quad (3.7)$$

En substituant (3.5) dans (3.7) et en appliquant la borne de Chernoff (Rappelons que, dans sa forme la plus simple la borne de Chernoff est donnée comme suit : si x est une variable aléatoire continue, alors : $Pr(x \geq 0) \leq E(\exp(\lambda x))$ où $\lambda \geq 0$ est un paramètre à optimiser)

nous aurons :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \prod_{n \in \eta} E \{ \exp(\lambda [m(y_n, \hat{x}_n, z_n) - m(y_n, x_n, z_n)]) | x \} \quad (3.8)$$

où η est l'ensemble de tous les n tel que $x_n \neq \hat{x}_n$. Pour simplifier (3.8), nous devons spécifier si l'information latérale est disponible ou non.

4.1 Information idéale sur l'état du canal.

La supposition que l'information sur l'état du canal est idéale est équivalent à dire que la variable aléatoire z_n représentant l'information latérale est égale à l'amplitude évanouie. Ainsi, sachant que, n_n suit une distribution gaussienne et x_n, y_n sont en général des quantités complexes, en utilisant (3.2) et (3.6a) nous aurons :

$$m(y_n, x_n, z_n) = -|y_n - \rho_n x_n|^2 \quad (3.9)$$

En remplaçant (3.9) dans (3.8), et en posant $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_N)$

Nous obtenons :

$$P(x \rightarrow \hat{x} / \rho) \leq \prod_{n \in \eta} \exp\left\{-\lambda \rho 2_n |x_n - \hat{x}_n|^2\right\} E\left\{\exp\left[-2\lambda \rho_n \operatorname{Re}\{n_n (x_n - \hat{x}_n)\}\right]\right\} \quad (3.10)$$

Si nous présentons le bruit complexe n_n en termes de ses parties réelle et imaginaire où $\operatorname{Re}\{n_n\}$ et $\operatorname{Im}\{n_n\}$ sont des variables aléatoires de moyenne nulle et de variance égale à

$\sigma_N^2 = \frac{\sigma^2}{2}$ chacune, il peut être montré que :

$$E\left\{\exp\left[-2\lambda \rho_n \operatorname{Re}\{n_n (x_n - \hat{x}_n)^*\}\right]\right\} = \exp\left[2\lambda^2 \rho_n^2 \delta_n^2 |x_n - \hat{x}_n|^2\right] \quad (3.11)$$

En remplaçant (3.11) dans (3.10) et après quelques simplifications, nous aurons :

$$P(x \rightarrow \hat{x} / \rho) \leq \prod_{n \in \eta} \exp\left\{-\lambda \rho_n^2 |x_n - \hat{x}_n|^2 (1 - 2\lambda \delta_n^2)\right\} \quad (3.12)$$

En optimisant (3.12) sur le paramètre de Chernoff produit :

$$\lambda_{opt} = \frac{1}{4\sigma_N^2} \quad (3.13)$$

En remplaçant (3.13) dans (3.12), nous obtenons le résultat final,

$$P(x \rightarrow \hat{x} / \rho) \leq \exp\left\{-\frac{1}{8\sigma_N^2} d^2(x, \hat{x})\right\} \quad (3.14)$$

où :

$$d^2(x, \hat{x}) = \sum \rho_n^2 |x_n - \hat{x}_n|^2 \quad (3.15)$$

représente le carré de la distance euclidienne mesurée entre les séquence de symboles x et \hat{x} .

En normalisant les éléments de x à la puissance unité, nous trouvons que la variance du bruit σ_N^2 peut être liée au rapport de l'énergie par symbole sur la densité spectrale du bruit, E_s/N_0 ,

du système par la relation :

$$\frac{1}{2\sigma_N^2} = \frac{E_s}{N_0} = \left(\frac{b}{k}\right) \frac{E_b}{N_0} \quad (3.16)$$

Avec E_b/N_0 est le rapport de l'énergie par bit sur la densité spectrale du bruit.

Finalement, en utilisant (3.14) et (3.16), la borne supérieure de la probabilité d'erreur jointe de (3.8) est obtenue en moyennant (3.14) sur la fdp de ρ

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \prod_{n \in \eta} \frac{1+K}{1+K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2} \exp\left\{-\frac{K \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2}{1+K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2}\right\} \quad (3.17)$$

qui peut être écrite sous la forme :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \exp\left(-\frac{\overline{E_s}}{4N_0} d^2\right) \quad (3.18)$$

avec :

$$d^2 = \sum_{n \in \eta} \left\{ \underbrace{\frac{|x_n - \hat{x}_n|^2 K}{1 + K + \frac{\overline{E_s}}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2}}_{d_{1n}^2} + \left(\frac{\overline{E_s}}{4N_0}\right)^{-1} \underbrace{\left(\frac{1 + K + \frac{\overline{E_s}}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2}{1 + K} \right)}_{d_{2n}^2} \right\} \quad (3.19)$$

Remarques

$\frac{\overline{E_s}}{N_0}$ désigne le rapport de l'énergie moyenne par symbole sur la densité spectrale du bruit et cela en moyennant sur les amplitudes aléatoires normalisées et évanouies.

Quand $K \rightarrow \infty$ (pas du processus de fading),

$$d_{1n}^2 = |x_n - \hat{x}_n|^2, \quad d_{2n}^2 = 0 \quad (3.20)$$

Ainsi d^2 est simplement la somme des carrés des distances euclidiennes au long du chemin d'événement d'erreur.

Pour $K = 0$, il s'agit d'un évanouissement de Rayleigh, nous aurons,

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{1n}^2 = 0 \\ d_{2n}^2 = \left(\frac{\overline{E_s}}{4N_0}\right)^{-1} \ln \left(\frac{1 + K + \frac{\overline{E_s}}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2}{1 + K} \right) \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Et ainsi pour des rapports E_s / N_0 assez larges, d^2 est la somme des logarithmes des carrés des distances euclidiennes. D'une façon équivalente, la borne supérieure de la probabilité d'erreur jointe dans ce cas particulier (i.e. E_s / N_0 est large) devient

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \left(\prod_{n \in \eta} \frac{\overline{E_s}}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2 \right)^{-1} \quad (3.22)$$

Et qui est inversement proportionnelle du produit des carrés du distances euclidiennes au long du chemin d'événement d'erreur.

4.2 Indisponibilité de l'information sur l'état du canal

Dans ce cas, la métrique de l'équation (9.6b) devient

$$m(y_n, x_n) = -|y_n - x_n|^2 \quad (3.23)$$

En remplaçant (3.2) dans (3.23) et par analogie avec (3.10) nous aurons,

$$P(x \rightarrow \hat{x} / \rho) \leq \prod_{n \in \eta} \left\{ \exp \left[-\lambda |x_n - \hat{x}_n|^2 - 2\lambda(\rho_n - 1) \operatorname{Re} \{ x_n (x_n - \hat{x}_n) \} \right] \right\} \times E \left\{ \exp \left[-2\lambda \rho_n \operatorname{Re} \{ x_n (x_n - \hat{x}) \} \right] \right\} \quad (3.24)$$

En utilisant de nouveau (3.11), (3.24) se simplifie à :

$$P(x \rightarrow \hat{x} / \rho) \leq \prod_{n \in \eta} \exp \left[-\lambda |x_n - \hat{x}_n|^2 (1 - 2\lambda \delta_N^2) - 2\lambda(\rho_n - 1) \operatorname{Re} \{ x_n (x_n - \hat{x}_n) \} \right] \quad (3.25)$$

Pour des signaux M-PSK qui sont signaux des à enveloppe constante, avec $|x|^2 = |\hat{x}|^2$, (3.25) peut être simplifiée en notant que :

$$|x - \hat{x}|^2 = 2 \operatorname{Re} \{ x (x - \hat{x})^* \} \quad (3.26)$$

Ainsi, en remplaçant (3.26) dans (3.25) et en normalisant le paramètre de Chernoff (i.e. remplacer λ par $2\lambda\sigma_N^2$), nous aurons le résultat désiré analogue à (3.12),

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \rho, \lambda) \leq \exp \left\{ -\frac{1}{8\delta_N^2} c^2(x, \hat{x} | \rho, \lambda) \right\} \quad (3.27)$$

où

$$\begin{aligned} c^2(x, \hat{x} | \rho, \lambda) &= \sum_{n \in \eta} 4\lambda(\rho_n - \lambda) |x_n - \hat{x}_n|^2 \\ &= 4\lambda \sum_{n \in \eta} \rho_n |x_n - \hat{x}_n|^2 - 4\lambda^2 d^2(x, \hat{x}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Notons que dans ce cas et différemment de (3.12), (3.27) ne peut être optimisée sur λ pour produire une valeur de ce paramètre indépendante de la somme d'indice n .

5. Borne supérieure de la probabilité d'erreur par bit

Pour dériver la borne supérieur de la probabilité d'erreur par bit de celle de la probabilité d'erreur jointe, nous procédons par le calcul de la fonction de transfert présenté au premier chapitre pour un canal à bruit additif, gaussien et blanc. En particulier, il faut trouver premièrement la probabilité d'erreur inconditionnelle en moyennant (3.14) ou (3.27) sur la fdp de ρ . Pour le cas d'une IEC idéale, cette moyenne peut être obtenue en une forme bornée

[i.e. (3.17) ou (3.18)], alors que pour le cas où l'information sur l'état du canal n'est pas disponible nous ne pouvons pas l'avoir. Cependant, dans l'un ou l'autre des deux cas précédents, la borne supérieure de la probabilité d'erreur jointe peut être mise sous la forme :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \prod_{n \in \eta} \overline{\exp\left\{-\frac{E_s}{4N_0} \delta_n^2\right\}} = \prod_{n \in \eta} \overline{Z} \delta_n^2 \quad (3.29.a)$$

Avec $Z = \exp\{-E_s/4N_0\}$ est le paramètre de Bhattacharyya et :

$$\begin{aligned} \delta_n^2 &= \rho_n^2 |x_n - \hat{x}_n|^2 && \text{(IEC idéale)} \\ \delta_n^2 &= 4\lambda(\rho_n - \lambda) |x_n - \hat{x}_n|^2 && \text{(sans IEC)} \end{aligned} \quad (3.30)$$

La barre au dessus des expressions dans (3.29) indique que nous avons moyenné sur \mathcal{P}_n . Ainsi dans le cas d'absence du fading la relation (3.29 a) devient :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \prod_{n \in \eta} \exp\left\{-\frac{E_s}{4N_0} \delta_n^2\right\} = \prod_{n \in \eta} Z \delta_n^2 \quad (3.29.b)$$

Avec : $\delta_n^2 = |x_n - \hat{x}_n|^2$

Par analogie aux résultat précédents, la probabilité moyenne d'erreur par bit pour un canal à évanouissement lent possède la borne supérieure suivante :

$$P_b \leq \frac{1}{2b} \frac{\partial}{\partial I} \overline{T}(D, I) \Big|_{I=1, D=Z} \quad (3.31)$$

où $\overline{T}(D, I)$ est la fonction de transfert .

6. Applications

Exemple 1

Considérons une modulation QPSK codée en treillis à deux états et un codeur conventionnel de rendement 1/2. La partition d'ensemble est illustrée dans la figure 3.3, le diagramme en treillis est donné par la figure (3.4) . Les performances de ce système dans l'absence du fading sont traitées dans [20] avec les résultats suivants :

$$T(D, I) = \frac{4ac}{1-2b} \quad a = \frac{1}{2} D^d \quad b = \frac{1}{2} D^{d/(1+\alpha)} \quad c = \frac{1}{2} D^{4\alpha/(1+\alpha)} \quad (3.32.a)$$

$$T(D, I) = \frac{ID^{4(1+2\alpha)/(1+\alpha)}}{1-ID^{4/(1+\alpha)}} \quad (3.32.b)$$

Φ est une constante liée à l'angle Φ qui définit l'asymétrie par :

$$\alpha = \operatorname{tg}^2 \frac{\Phi}{2} \quad (3.33)$$

En dérivant la fonction de transfert dans (3.32b) par rapport à l et en remplaçant le résultat dans (3.31) (en posant $b=l$) nous obtenons

$$P_b \leq \frac{Z \cdot \frac{4(1+2\alpha)}{1+\alpha}}{(1-Z^{\frac{4}{1+\alpha}})} \quad (3.34)$$

L'optimisation de (3.34) sur l'asymétrie donne :

$$\alpha = \frac{E_b/N_0}{\ln 3} - 1 \quad (3.35)$$

Qui, remplacé dans (3.36) donne la borne supérieure désirée

$$P_b \leq \frac{27}{4} \exp\left(-\frac{2E_b}{N_0}\right) \quad (3.36)$$

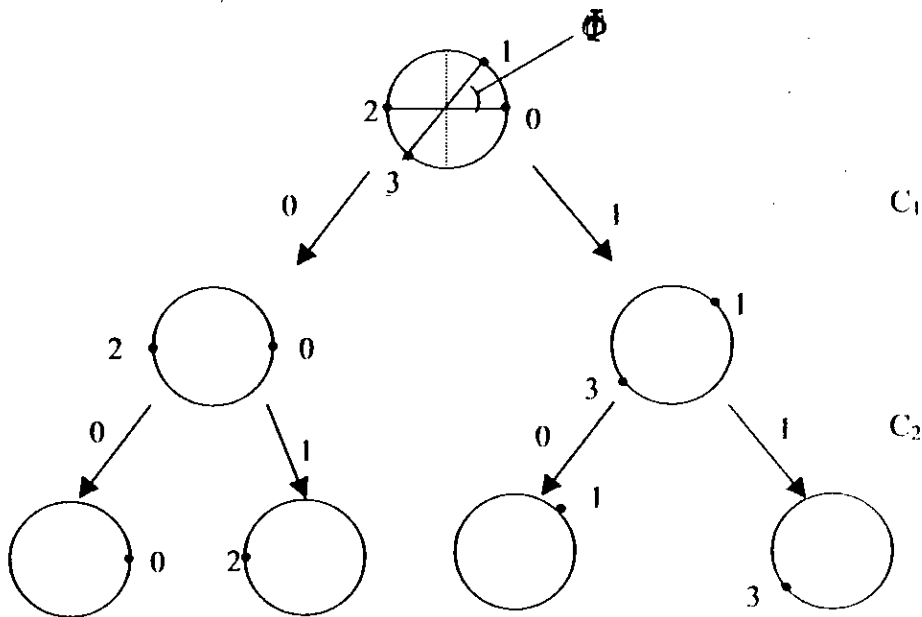


Fig.3.3 Partition d'ensemble de la 4-PSK asymétrique

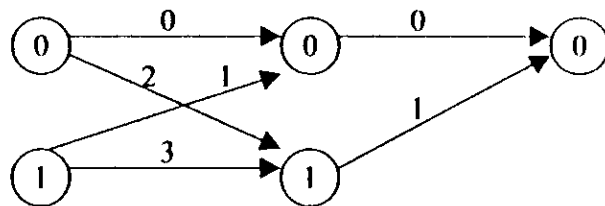


Fig.3.4 Diagramme en treillis à deux états pour la 4-PSK.

Information idéale sur l'état du canal

En remplaçant D^β dans (3.32a) par $\overline{D^{\rho^\beta}}$ avec $\beta = 4.4/(1+\alpha), 4\alpha/(1+\alpha)$ et en substituant le résultat dans (3.34a), nous aurons la bornes supérieure de P_b [1] comme suit :

$$P_b \leq \frac{\xi_1 \cdot \xi_3 Z S_1 + S_3}{(1 - \xi_2 Z S_2)^2} \quad (3.37)$$

avec

$$\begin{aligned} \zeta_i &= \frac{\beta_i K}{1 + K + \beta_i \gamma}, \quad \xi_i = \frac{1 + K}{1 + K + \beta_i \gamma} \quad i = 1, 2, 3. \\ \beta_1 &= 4, \quad \beta_2 = \frac{4}{1 + \alpha}, \quad \beta_3 = \frac{4\alpha}{\alpha + 1} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\gamma = \overline{E_b} / 4N_0$$

Pour obtenir les meilleurs performances dans la présence de l'évanouissement de Rayleigh ($K=0$), nous devons optimiser (3.37) sur le paramètre d'asymétrie α dans le cas de l'asymétrie optimale et remplacer α par 1 dans le cas de la symétrique. Les résultats se simplifient davantage, et nous aurons en particulier pour une constellation symétrique d'un signal QPSK, la borne supérieure de la probabilité d'erreur :

$$P_b \leq \left(\frac{1 + \frac{\overline{E_b}}{2N_0}}{\frac{\overline{E_b}}{2N_0}} \right)^2 \left(\frac{1}{1 + \frac{\overline{E_b}}{N_0}} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{\overline{E_b}}{2N_0}} \right) \quad (3.39)$$

Alors que pour l'asymétrie optimale, nous devons déterminer la condition de l'asymétrie optimale dans une forme bornée. En dérivant (3.37), avec $K=0$ dans (3.38), et en égalant le résultat à zéro, nous aurons la valeur de α qui est :

$$\alpha = \frac{-4 + \overline{E_b}/N_0 \left(\sqrt{17 + 8 \overline{E_b}/N_0} - 1 \right)}{4 \left(1 + \overline{E_b}/N_0 \right)} \quad (3.40)$$

Ainsi la borne supérieure de la probabilité d'erreur sera donnée par :

$$P_b \leq \frac{\left(3 + \sqrt{17 + 8 \left(\overline{E_b}/N_0 \right)} \right) \left[4 \left(\overline{E_b}/N_0 \right)^2 + \left(\overline{E_b}/N_0 \right) \left(7 + \sqrt{17 + 8 \left(\overline{E_b}/N_0 \right)} \right) \right]}{16 \left(17 + 8 \left(\overline{E_b}/N_0 \right) - 1 \right) \left(\overline{E_b}/N_0 \right)^2 \left(1 + \overline{E_b}/N_0 \right)^2} \quad (3.41)$$

Ces résultats avec ceux de la simulation [1] sont présentés dans le quatrième chapitre (figure 4.12).

Finalement, pour un but de comparaison, la borne supérieure correspondante des performances de la BPSK non codée (même bande passante que la QPSK en treillis de rendement 1/2) en présence des deux types de fading (i.e. celui de Rayleigh et de Rice) est illustré également dans les figures (4.10) et (4.14) respectivement. Les résultats analytiques pour ces courbes sont connus et donnés par [1] :

$$P_b \leq \frac{1+K}{1+K+\overline{E_b}/N_0} \exp\left(-\frac{K(E_b/N_0)}{1+K+\overline{E_b}/N_0}\right) \quad (3.42)$$

pour un canal ricien et

$$P_b \leq \frac{1}{1+\overline{E_b}/N_0} \quad (3.43)$$

pour un canal Rayleigh.

Pour montrer l'influence du choix de K sur l'asymétrie optimale, nous avons illustré dans la figure (3.5) la valeur optimale de α comme une fonction de $\overline{E_b}/N_0$ pour les différentes valeurs de K .

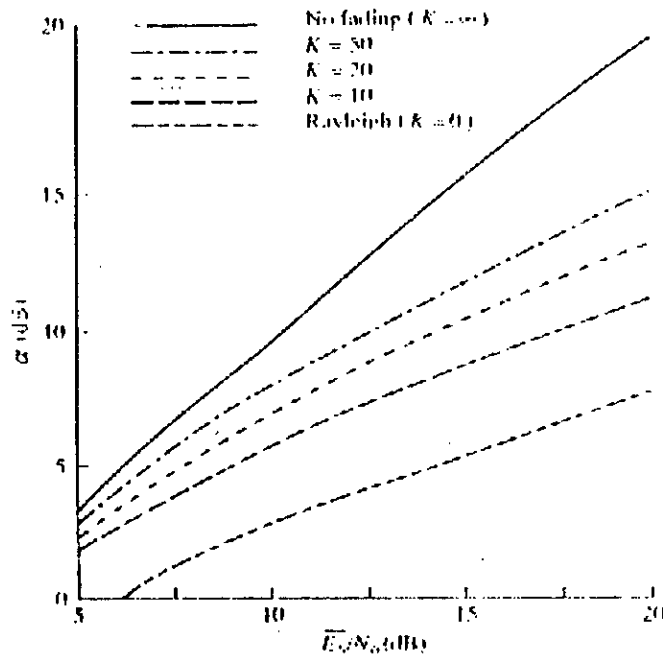


Fig.3.4 Paramètre d'asymétrie optimale en fonction du RSB[1]

Remarque :

Notons que pour, le cas d'un évanouissement de Rayleigh, et pour des RSBs larges, (3.39), (3.41) et (3.43) deviennent approximativement :

$$P_b \leq \frac{1}{\left(\overline{E}_b / \sqrt{2N_0}\right)^2} \quad (3.39')$$

$$P_b \leq \frac{1}{\left(\overline{E}_b / N_0\right)^2} \quad (3.41')$$

$$P_b \leq \frac{1}{\left(\overline{E}_b / N_0\right)} \quad (3.43')$$

A titre d'exemple, en comparant (3.39') avec (3.43'), nous voyons que l'effet de codage est le suivant : dans le cas d'une constellation non codée, la probabilité d'erreur varie linéairement avec l'inverse du RSB alors que pour la constellation symétrique, elle varie linéairement avec l'inverse, du carré du RSB à un facteur près, cela est lié à la notion de diversité.

Enfin si la constellation est conçue avec l'asymétrie optimale, les performances seront améliorées d'un facteur $\sqrt{2} = 1,5$ dB relativement à la symétrique.

Indisponibilité de l'information sur l'état du canal

Dans ce cas, le facteur $\overline{D^{j\lambda\beta\rho}}$ s'écrit sous la forme :

$$\overline{D^{j\lambda\beta\rho}}|_{D=Z} = \exp(-K) \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\pi \eta(\theta) \exp[\eta^2(\theta)] \operatorname{erfc}(\eta(\theta)) d\theta \right]$$

$$\eta(\theta) = \frac{\lambda\beta \left(\overline{E}_b / 2N_0\right)}{\sqrt{1+K}} - \sqrt{K} \cos\theta \quad (3.44)$$

pour la distribution de Rice et

$$\overline{D^{j\lambda\beta\rho}}|_{D=Z} = 1 - \sqrt{\pi} \lambda\beta \frac{\overline{E}_b}{2N_0} \exp\left[\left(\lambda\beta \frac{\overline{E}_b}{2N_0}\right)^2\right] \operatorname{erfc}\left(\lambda\beta \frac{\overline{E}_b}{2N_0}\right) \quad (3.45)$$

pour la distribution de Rayleigh.

En évaluant $\overline{T}(D, I)$ de (3.32a) par l'utilisation de (3.45) et en exécutant la différentiation dans (3.31) nous obtenons :

$$P_b \leq \min_{\lambda \geq 0} \min_{\alpha} \frac{\xi_1 \xi_2 Z^{-16\lambda^2(1+2\alpha)/(1+\alpha)}}{\left(1 - \xi_2 Z^{-16\lambda^2/(1+\alpha)}\right)^2} \quad (3.46)$$

où

$$\xi_i = \exp(-K) \left[1 - \frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\pi} \eta_i(\theta) \exp[\eta_i^2(\theta)] \operatorname{erfc} \eta_i(\theta) d\theta \right]$$

$$\eta_i(\theta) = \frac{\lambda \beta_i (\overline{E}_b / 2N_0)}{\sqrt{1+K}} - \sqrt{K} \cos \theta \quad (3.47)$$

tel que β_i est défini par (3.38), $i=1,2,3$.

Dans le cas d'un canal Rayleigh, ξ_i et $\eta_i(\theta)$ de (3.47) seront remplacés par

$$\xi_i = 1 - \sqrt{\pi} \eta_i \exp(\eta_i^2) \operatorname{erfc} \eta_i$$

$$\eta_i = \lambda \beta_i (\overline{E}_b / 2N_0) \quad (3.48)$$

Dans ce dernier cas, les résultats asymptotiques (pour des RSBs larges) sont donnés par :

$$P_b \leq \frac{9e^2}{16(\overline{E}_b/N_0)^2} \quad (\text{Symétrique}) \quad (3.49)$$

$$P_b \leq \frac{e^2}{4(\overline{E}_b/N_0)^2} \quad (\text{Asymétrique optimale}) \quad (3.50)$$

Le tracé de bornes supérieures de la probabilité d'erreur est illustré dans la figure (4.10).

Exemple 2

Cet exemple illustre l'application de la théorie de la modulation codée en treillis multiple. Nous l'avons introduit afin de comparer ses performances par rapport à la MCT conventionnelle.

Considérons alors une modulation QPSK codée en treillis multiple de rendement 2/4 ($k=2$). Le diagramme en treillis est donné par la figure 3.6

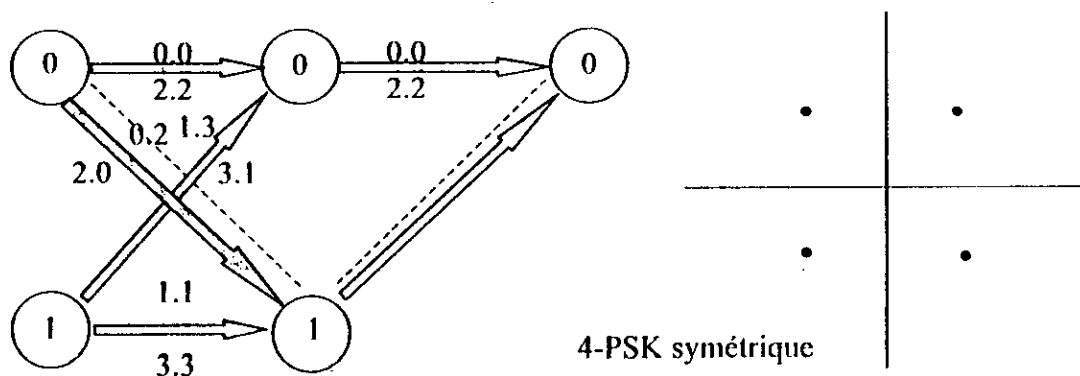


Fig. 3.6 Diagramme en treillis d'une modulation QPSK codée en treillis de rendement 2/4[1]

Information idéale sur l'état de canal

Dans ce cas, avec un calcul analogue à la section précédente, nous aboutissons à la borne supérieure de la probabilité d'erreur pour un canal à évanouissement ricien qui est donnée par :

$$P_b \leq \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \xi_2 Z^{\zeta_2}\right) \xi_2^2 Z^{2\zeta_2} + 4 \left(2 - \xi_2 Z^{\zeta_2}\right) \xi_2 \xi_1^2 Z^{\zeta_2 + 2\zeta_1} - \left(5 - 4 \xi_2 Z^{\zeta_2}\right) \xi_2^3 Z^{3\zeta_2}}{\left(1 - 2 \xi_2 Z^{\zeta_2}\right)^2} \quad (3.51)$$

où ξ_i et ζ_i sont donnés par (3.38) avec $\beta_1 = \beta_2 = 4$, $i = 1, 2$

Dans le cas d'un évanouissement de Rayleigh (3.38) se simplifie à $\xi_i (\beta_i \gamma)^{-1}$ et $\zeta_i = 0$, $i = 1, 2$, par conséquent (3.51) se simplifie à :

$$P_b \leq \frac{\left(2 + \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right) \left(1 + \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right) \left(1 + \frac{\bar{E}_b}{2N_0}\right)^2 + 4 \left(1 + 2 \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right) \left(1 + \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right)^2 - \left(1 + 5 \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right) \left(1 + \frac{\bar{E}_b}{2N_0}\right)^2}{2 \left(-1 + \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\bar{E}_b}{N_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\bar{E}_b}{2N_0}\right)^2} \quad (3.52)$$

Pour des RSBs assez élevés, (3.52) est approximée à :

$$P_b \leq \frac{0.5}{\left(\bar{E}_b / N_0\right)^2} \quad (3.53)$$

Indisponibilité de l'information sur l'état de canal

D'une manière analogue aux sections précédentes, la borne supérieure de la probabilité d'erreur sera donné par :

$$P_b \leq \min_{\lambda \geq 0} \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \xi_2 Z^{-\lambda^2}\right) \xi_2^2 Z^{32\lambda^2} + 4 \left(2 - \xi_2 Z^{-16\lambda^2}\right) \xi_2 \xi_1^2 Z^{32\lambda^2} - \left(5 - 4 \xi_2 Z^{-16\lambda^2}\right) \xi_2^3 Z^{48\lambda^2}}{\left(1 - 2 \xi_2 Z^{-16\lambda^2}\right)^2} \quad (3.54)$$

avec : ξ_i , $i = 1, 2$ est donné par les relations (3.47) et (3.48) respectivement

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculer les différentes bornes supérieures des probabilités d'erreurs des configurations MCT présentées dans le premier chapitre et ceci pour un évanouissement de Rice et de Rayleigh. Elles vont nous servir de référence avec ceux simulés dans [1] pour les résultats de simulation que nous allons présenter dans le prochain chapitre.

Chapitre 4 : SIMULATION ET RESULTATS

1. Introduction

La simulation permet l'évaluation des performances des systèmes de communication numériques, et constitue aussi un outil puissant qui aide à l'étude et la conception de tels systèmes. Nous citons quelques raisons montrant l'importance de cet outil :

➤ Quelques niveaux d'analyse ne sont pas facilement traitables avec les outils mathématiques traditionnels, surtout lorsque nous sommes face à un modèle de canal complexe.

➤ La simulation peut être utilisée pour vérifier les résultats obtenus dans la partie théorique, tenant compte du fait qu'elle indique les performances exactes du système, quand aux expressions des résultats théoriques, elles représentent les bornes supérieures des probabilités d'erreur.

➤ Il est facile de passer d'un modèle de simulation d'un système à son implémentation matérielle, d'où l'intérêt économique de la simulation qui réduit considérablement le temps et le coût de la réalisation d'un système, de plus un modèle de simulation se prête plus facilement à la correction qu'un prototype.

Dans ce chapitre, nous allons exploiter l'outil « Simulink 3.0 » de Matlab 5.3 afin d'évaluer les performances de la MCT dans un canal de communication infecté par le fading.

2. Modèle de simulation

Le modèle que nous avons utilisé pour la simulation est représenté par la figure 4.1, il est composé de :

- Une source d'information binaire.
- Un codeur en treillis (codeur convolutif)
- Un modulateur quadratique.
- Un canal infecté par le fading plus une source de bruit additif, blanc et gaussien.
- Un démodulateur quadratique.
- Un décodeur à maximum de vraisemblance, utilisant l'algorithme de Viterbi.

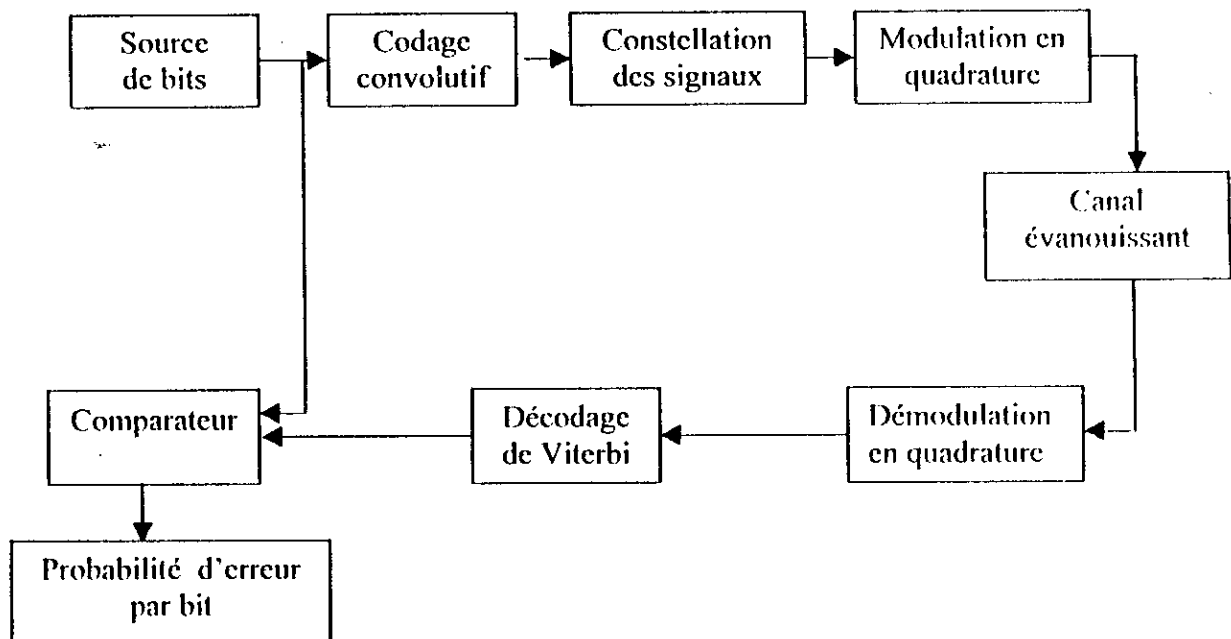


Fig.4.1 Modèle en blocs du système simulé

3. Description du model de simulation

Source: La source utilisée génère des bits (0 et 1) d'une manière aléatoire sous forme d'un vecteur. Au front montant d'un générateur d'impulsion, l'élément suivant de ce vecteur est présent à la sortie de la source.

Codeurs convolutifs : Les codeurs convolutifs utilisés sont des codeurs de rendement 1/2 et 2/4 pour la QPSK conventionnelle et multiple respectivement

Modulateur: Ce modulateur utilise deux porteuses en quadrature de phase avec les coefficients d'amplitudes correspondants à chaque signal, sa sortie est :

$$s(t) = a(t).cos(w_p t) + b(t).sin(w_p t)$$

Son principe est représenté par la figure 4.2

La suite de symboles binaires est convertie en mots de deux symboles (a_p , a_q). Le premier symbole a_p est introduit dans le modulateur de produit p_1 et le second symbole a_q dans le modulateur p_2 . Les signaux de sortie du modulateur sont additionnés et on obtient à la sortie un signal : $s(t) = cos(w_p t + \varphi_n)$ où φ_n prend les valeurs : $0, \pi/2, -\pi/2$ ou π , en fonction des valeurs de a_p et a_q .

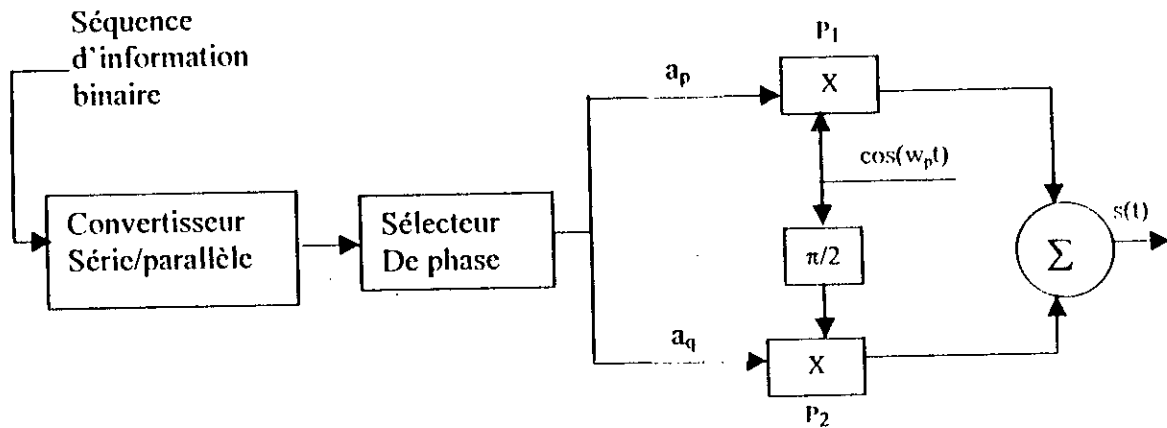


Fig 4.2 Modulateur QPSK[13]

Canal : c'est un canal évanouissant. Sa modélisation est développée dans le deuxième chapitre.

Soit $s(t) = Re \{ A \exp[j(\omega_p t + \Phi(t))] \}$ le signal modulé transmis et $N(t)$ le bruit blanc additif gaussien réel. Le signal reçu sera :

$$R(t) = \rho(t) \{ Re A \exp[j(\omega_p t + \Phi(t))] \} + N(t)$$

ou

$$R(t) = \rho(t) A \cos(\omega_p t + \Phi(t)) + N(t)$$

Démodulateur : Le schéma d'un démodulateur cohérent pour un signal QPSK est représenté sur la figure 4.2:

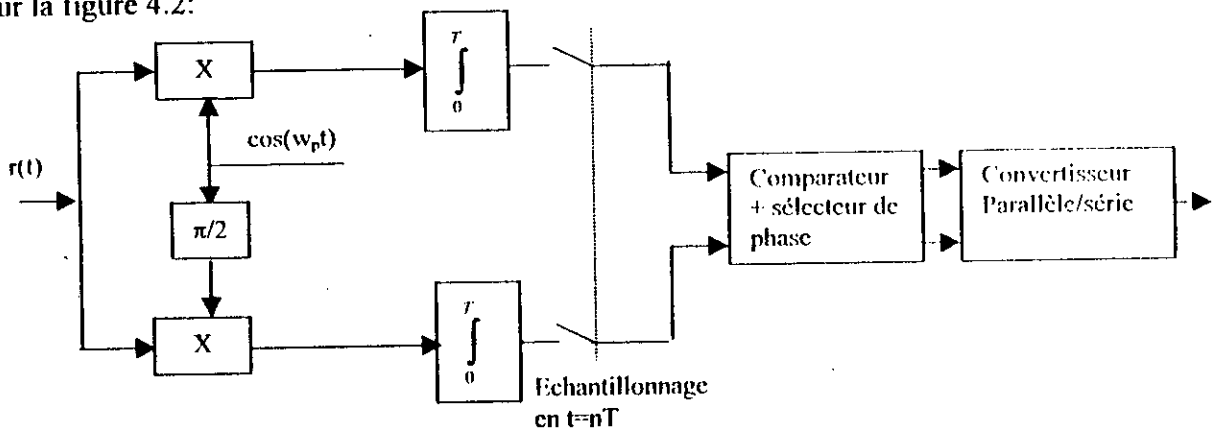


Fig.4.2 Démodulateur QPSK cohérent.[13]

Les opérations de multiplication et d'intégration utilisées sont équivalentes à la projection de $r(t)$ sur les deux fonctions orthogonales $\cos(w_p t)$ et $\sin(w_p t)$. Ensuite le sélecteur de phase sélectionne le mot (a_p, a_q) de la phase la plus proche à la phase reçue, et aura à sa sortie les bits correspondants à cette phase.

Décodage: Le décodeur utilise l'algorithme de Viterbi qui est décrit dans l'annexe B.

4. Modulation QPSK symétrique codée en treillis :

Considérons le treillis de l'exemple traité dans le chapitre précédent (§ 3.6)

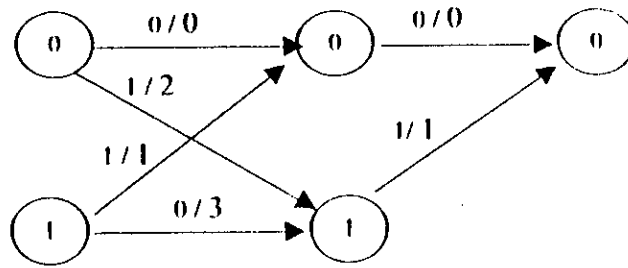


Fig. 4.4 Diagramme en treillis de la MCT pour la QPSK

En associant le codeur convolutif de rendement (1/2) dont le treillis est celui de la figure (4.4) combiné avec les signaux de la constellation 4-PSK codés comme illustrée par la figure suivante:

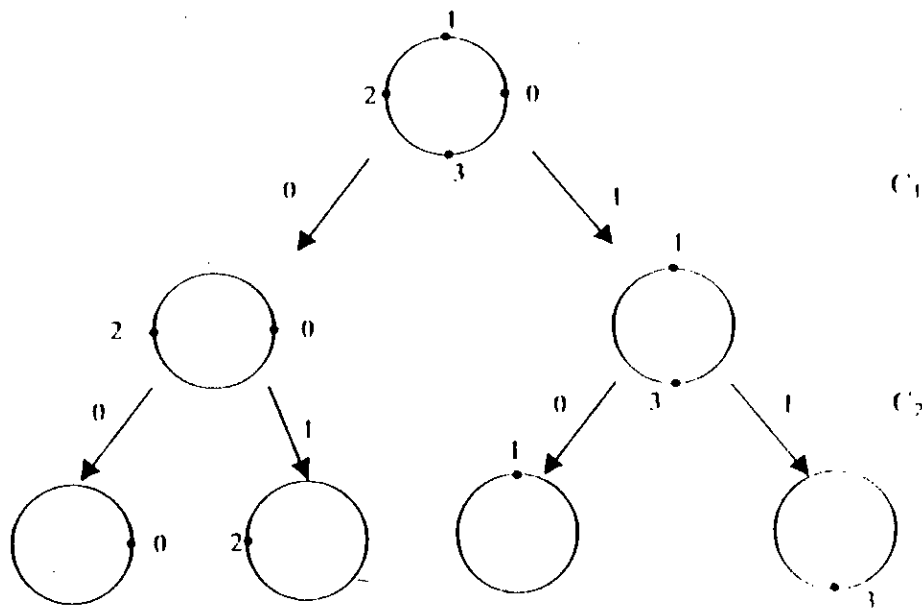


Fig.4.5 Partition d'ensemble de la 4-PSK symétrique

Nous pourrions représenter les transitions du codeur par le tableau suivant :

| Etat présent (W) | Entrée (E) | Etat futur (W') | Code C ₂ C ₁ | Signal correspondant |
|---------------------|---------------|--------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 0 | 2 |
| 1 | 0 | 1 | 1 1 | 3 |
| 1 | 1 | 0 | 0 1 | 1 |

Tableau (4.1) : représentation des transitions du codeur convolutif de rendement 1/2 de la MCT conventionnelle.

Du tableau précédent, nous pouvons déduire les équations qui illustrent la correspondance entre les entrées, les états du codeur et les codes en sorties:

$$\begin{cases} W' = W \oplus E \\ C_1 = W \\ C_2 = W' \end{cases} \quad (4.1)$$

A partir de ces équations on obtient la structure du codeur comme suit:

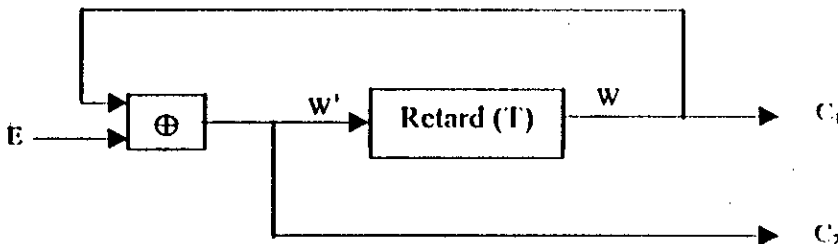


Fig. 4.6 Codeur convolutif du treillis de la fig. 4.4

5. Modulation QPSK asymétrique codée en treillis

Dans cette section nous allons combiner le codeur convolutif précédent avec une constellation 4-PSK asymétrique (A4-PSK) afin d'évaluer les performances de la MCT asymétrique à travers un canal de communication infecté par le fading.

Pour réaliser cette constellation asymétrique avec « Simulink », nous avons utilisé deux constellations symétriques, l'une a une phase initiale nulle et l'autre décalée par rapport à la première d'un angle θ et α , par conséquent, pour phase initiale 0. Par suite, les signaux 0 et 2 seront issus de la constellation à phase initiale nulle et les signaux 1 et 3 de la constellation à phase initiale θ . Rappelons que Φ est le déphasage entre les sous-constellations $\{0,2\}$ et $\{1,3\}$. La partition d'ensemble de cette constellation est illustrée dans la figure (4.7).

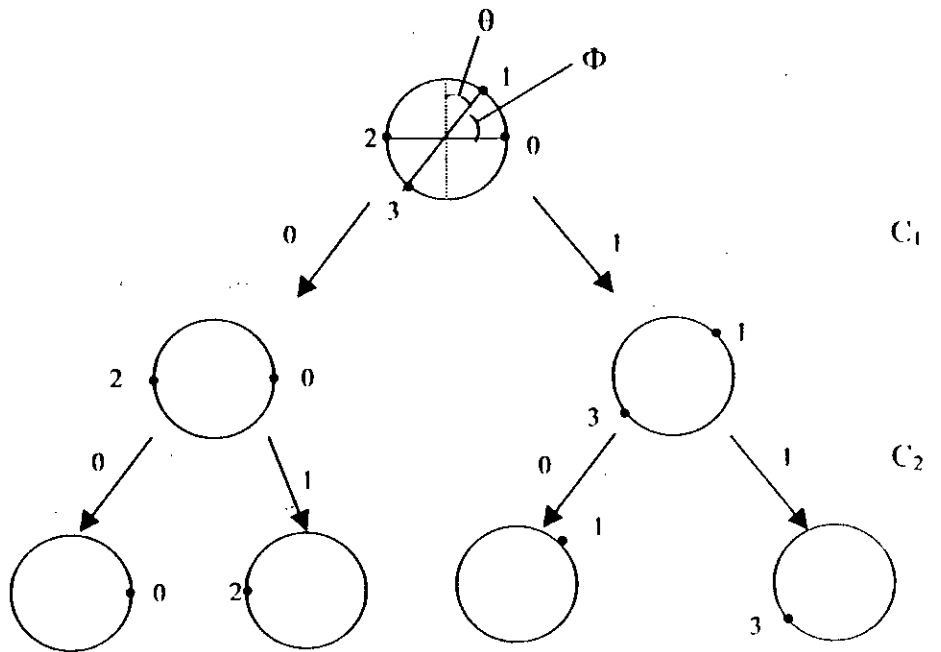


Fig.4.7 Partition d'ensemble de la 4-PSK asymétrique

6. Modulation QPSK multiple (k=2) codée en treillis :

Dans cette section nous allons traiter un exemple identique à celui développé dans le chapitre précédent illustrant l'application de la MTCM dans un canal de communication à fading.

Considérons un système QPSK multiple ($k = 2$) de débit $2/4$, associé à un treillis à deux états présenté dans la figure (4.8). Nous pouvons représenter les transitions du codeur convolutif associé à ce treillis dans le tableau (4.2) (E_1 et E_2 sont les entrées du codeur). A chaque branche du codeur correspond une séquence de deux signaux QPSK.

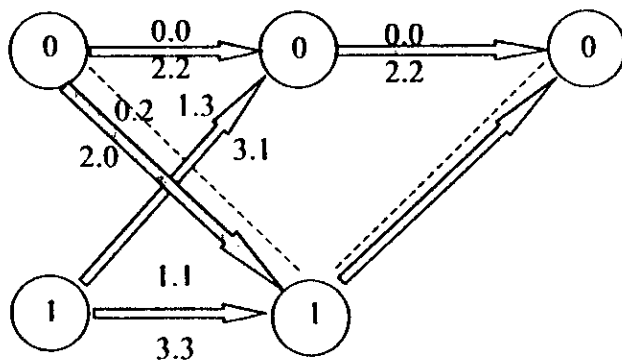


Fig. 4.8 Diagramme en treillis de la MCT multiple ($k = 2$) pour la QPSK

| E_2 | E_1 | Etat présent (W) | Sorties C_3C_2 C_1C_0 | | Etat futur W^+ | Séquence de signaux |
|-------|-------|---------------------|------------------------------|----|---------------------|------------------------|
| 1 | 1 | 0 | 00 | 00 | 0 | (0,0) |
| 1 | 0 | 0 | 10 | 10 | 0 | (2,2) |
| 0 | 1 | 0 | 00 | 10 | 1 | (0,2) |
| 0 | 0 | 0 | 10 | 00 | 1 | (2,0) |
| 0 | 1 | 1 | 01 | 01 | 1 | (1,1) |
| 0 | 0 | 1 | 11 | 11 | 1 | (3,3) |
| 1 | 1 | 1 | 01 | 11 | 0 | (1,3) |
| 1 | 0 | 1 | 11 | 01 | 0 | (3,1) |

Tableau (4.2) : représentation des transitions du codeur convolutif de rendement $2/4$ de la MCT multiple ($k = 2$).

Nous obtenons ainsi la correspondance entre les sorties, les états et les entrées du codeur comme suit :

$$\begin{cases} C_0 = W \\ C_1 = E_1 \oplus E_2 \oplus W \\ C_2 = C_0 = W \\ C_3 = \overline{E_1} \\ W^+ = \overline{E_2} \end{cases} \quad (4.2)$$

A partir de ces équations nous déduisons la structure du codeur qui est présentée ci dessous dans la figure 4.9

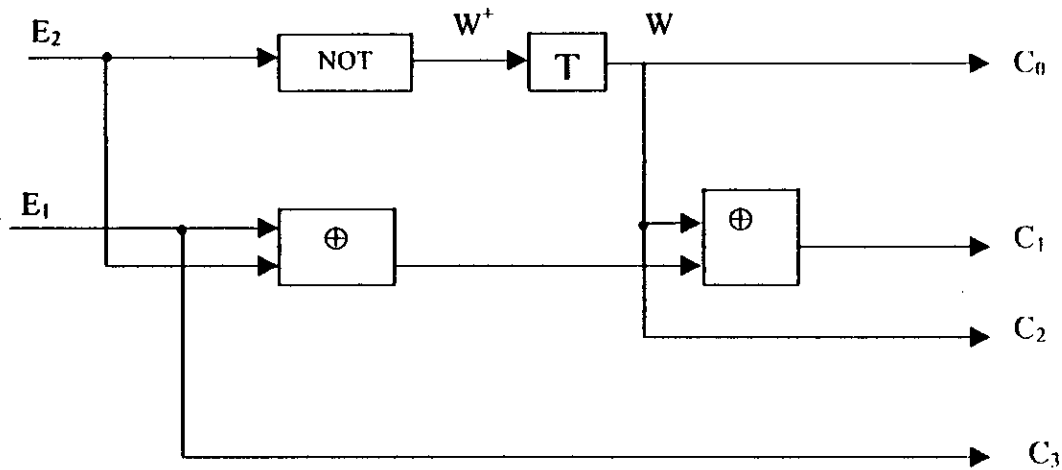


Fig. 4.9 Codeur convolutif du treillis multiple

Les quatre sorties du codeur convolutif correspondent à chaque instant à une séquence de deux signaux de la constellation QPSK qui seront envoyés par l'émetteur.

7. Résultats et interprétations

Dans cette section nous allons comparer les différentes probabilités d'erreurs par bits obtenues par la simulation des exemples étudiés dans la section précédente à savoir la QPSK symétrique, asymétrique et multiple, à travers un canal évanouissant d'abord de Rayleigh ($K=0$) puis de Rice ($0 < K < \infty$) et ceci en l'absence de l'information sur l'état du canal (sans IEC)

7.1 Cas d'un canal à évanouissement de Rayleigh ($K = 0$)

7.1.1 TCM Symétrique et Asymétrique

Les résultats obtenus par la simulation dans le cas de la QPSK symétrique et asymétrique optimale à travers ce canal pour différents rapports signal sur bruit sont présentés dans le tableau (4.3)

| | MCT symétrique | MCT asymétrique optimale |
|-------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| RSB (dB) | Probabilité d'erreur / bit P_b | Probabilité d'erreur / bit P_b |
| 10 | 10^{-2} | $8 \cdot 10^{-3}$ |
| 15 | $1.2 \cdot 10^{-3}$ | $9 \cdot 10^{-4}$ |
| 20 | $1.4 \cdot 10^{-4}$ | $1.1 \cdot 10^{-4}$ |
| 25 | $1.5 \cdot 10^{-5}$ | 10^{-5} |

Tableau (4.3) : probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK symétrique et asymétrique codée en treillis

En comparant les probabilités d'erreur dans le tableau précédent obtenues pour la MCT symétrique et asymétrique optimale, nous constatons que :

- Les résultats obtenus sont bien conformes avec la théorie .
- La MCT asymétrique produit des performances meilleures que celles de la MCT symétrique, ceci s'explique par le fait que la constellation asymétrique permet d'obtenir une distance libre d_{free} plus grande que celle obtenue par la constellation symétrique comme cela est démontré dans la partie théorique.

Ces résultats (ceux de la simulation et de la théorie) sont présentés dans la figure 4.10. A titre de comparaison, nous avons tracé la borne supérieure de la probabilité d'erreur de la BPSK non codée pour montrer l'amélioration en performances apportée par la MCT.

Finalement, Dans les figures (4.11 et 4.12) nous avons situé les résultats précédents (tableau 4.3) relativement à ceux obtenus pour les mêmes exemples mais avec la disponibilité de l'information idéale sur l'état du canal (HEC) [1]. Il est clair que l'absence de l'information sur l'état du canal engendre une dégradation perceptible en performance du système.

7.1.2 MCT symétrique conventionnelle et MCT multiple

Les résultats obtenus par la simulation dans le cas de la TCM multiple ($k=2$) sont représentés dans le tableau 4.3 à côté de ceux obtenus par la TCM conventionnelle symétrique ($k=1$).

| | MCT symétrique conventionnelle | MCT multiple |
|----------|----------------------------------|----------------------------------|
| RSB (dB) | Probabilité d'erreur / bit P_b | Probabilité d'erreur / bit P_b |
| 10 | 10^{-2} | $6.2 \cdot 10^{-3}$ |
| 15 | $1.2 \cdot 10^{-3}$ | $7.1 \cdot 10^{-4}$ |
| 20 | $1.4 \cdot 10^{-4}$ | $0.8 \cdot 10^{-4}$ |
| 25 | $1.5 \cdot 10^{-5}$ | $0.94 \cdot 10^{-5}$ |

Tableau (4.4) : probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK symétrique conventionnelle et multiple codée en treillis

La QPSK multiple que nous avons simulée utilise une constellation symétrique, pour cela nous l'avons comparé à la MCT conventionnelle symétrique. Les résultats sont présentés dans la figure (4.13), nous remarquons que la MCT multiple donne une meilleure probabilité d'erreur relativement à la MCT conventionnelle et cela s'explique par le fait que la QPSK multiple offre une d_{free} supérieure à celle de la QPSK conventionnelle dans les exemples identiques que nous avons traités dans la partie théorique (Chapitre 1)

7.2 Cas d'un canal à évanouissement de Rice (pour $K=10$)

7.2.1 TCM Symétrique et Asymétrique

Les résultats obtenus par la simulation dans le cas de la QPSK symétrique et asymétrique optimale à travers ce canal pour différents rapports signal sur bruit sont présentés dans le tableau (4.5).

| RSB (dB) | MCT symétrique | MCT asymétrique optimale |
|-------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| | Probabilité d'erreur / bit P_b | Probabilité d'erreur / bit P_b |
| 5 | $7 \cdot 10^{-2}$ | $4.5 \cdot 10^{-2}$ |
| 7 | $4 \cdot 10^{-3}$ | $2.5 \cdot 10^{-3}$ |
| 9 | $2.6 \cdot 10^{-4}$ | $1.2 \cdot 10^{-4}$ |
| 11 | 10^{-5} | $3 \cdot 10^{-6}$ |

Tableau (4.5) : probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK symétrique et asymétrique codée en treillis

7.2.2 MCT symétrique conventionnelle et MCT multiple

Les résultats obtenus par la simulation dans le cas de la TCM multiple ($k=2$) sont représentés dans le tableau 4.5 à côté de ceux obtenus par la TCM conventionnelle symétrique ($k=1$).

| RSB (dB) | MCT symétrique Conventionnelle | MCT multiple |
|-------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| | Probabilité d'erreur / bit P_b | Probabilité d'erreur / bit P_b |
| 5 | $7 \cdot 10^{-2}$ | $3 \cdot 10^{-2}$ |
| 7 | $4 \cdot 10^{-3}$ | $1.6 \cdot 10^{-3}$ |
| 9 | $2.6 \cdot 10^{-4}$ | $7 \cdot 10^{-5}$ |
| 11 | 10^{-5} | $1.5 \cdot 10^{-6}$ |

Tableau (4.6) : probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK symétrique conventionnelle et la QPSK multiple codées en treillis

Ces résultats, comparés entre eux sont présentés dans les figures (4.14 et 4.15). Ils se laissent interprétés de la même manière que dans la section (7.1.), (i.e. la MCT asymétrique optimale engendre des performances meilleures que la MCT symétrique et la MCT multiple donne des performances meilleures relativement à la MCT conventionnelle).

Notons que la situation des résultats obtenus pour le canal à évanouissement de Rayleigh est à priori attendue et confirme par conséquent la modélisation du canal de Rice à savoir que de plus en plus que K augmente le canal à évanouissement tend vers un canal gaussien (pas d'évanouissement), ce qui explique que les probabilités d'erreurs par bits pour $K=10$ sont inférieures à celles obtenues pour $K=0$ et ce pour tous les systèmes TCM utilisés. Ainsi pour $K=10$, nous avons choisis une gamme étroite pour les RSB (de 5dB à 11dB).

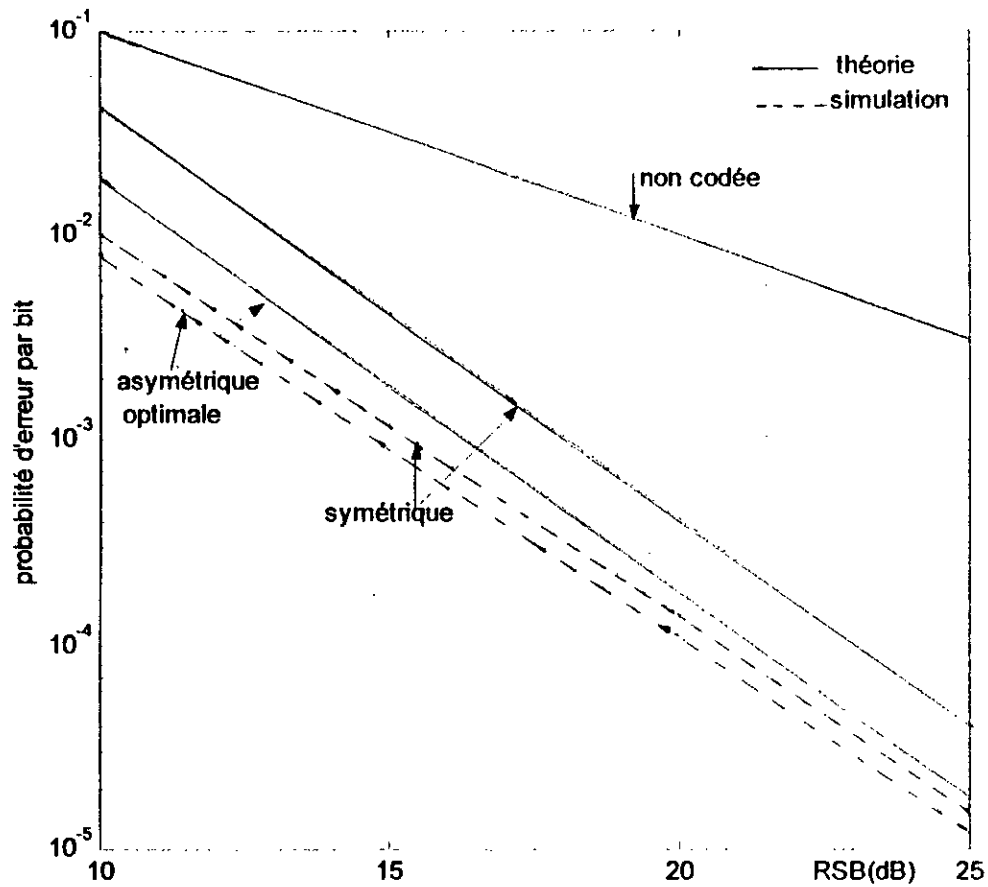


Fig.4.10 Probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK codée en treillis en présence d'un évanouissement de Rayleigh (sans IEC).

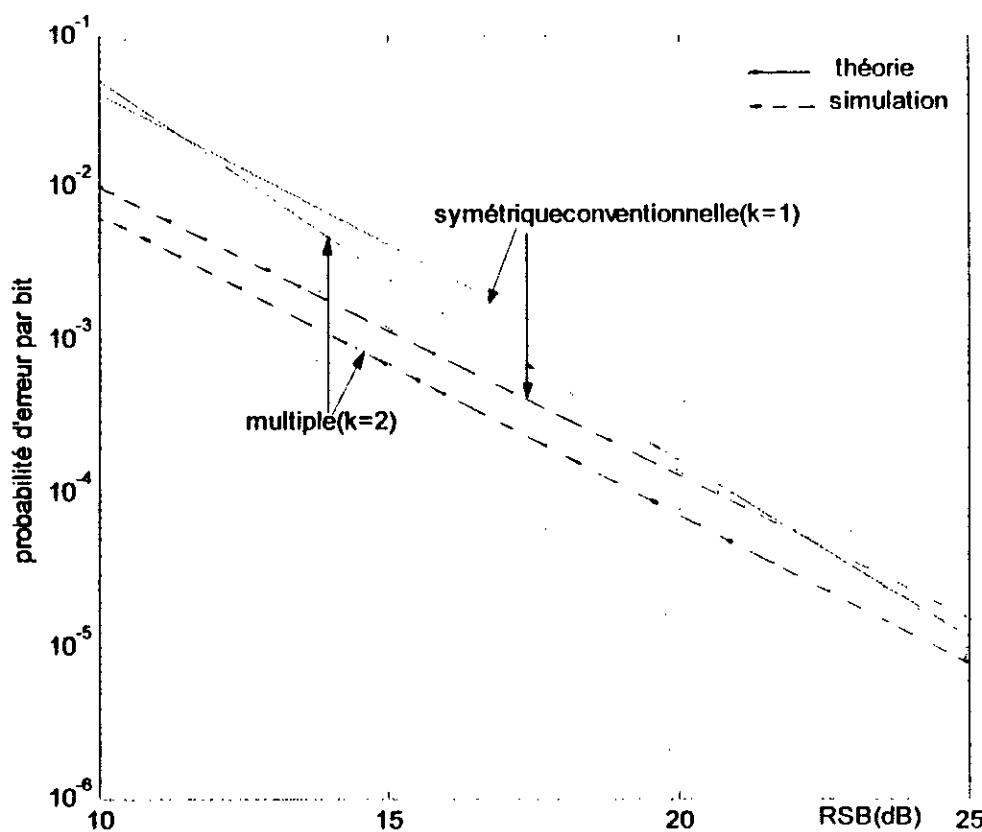


Fig.4.11 Probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK codée en treillis en présence d'un évanouissement de Rayleigh (sans IEC).

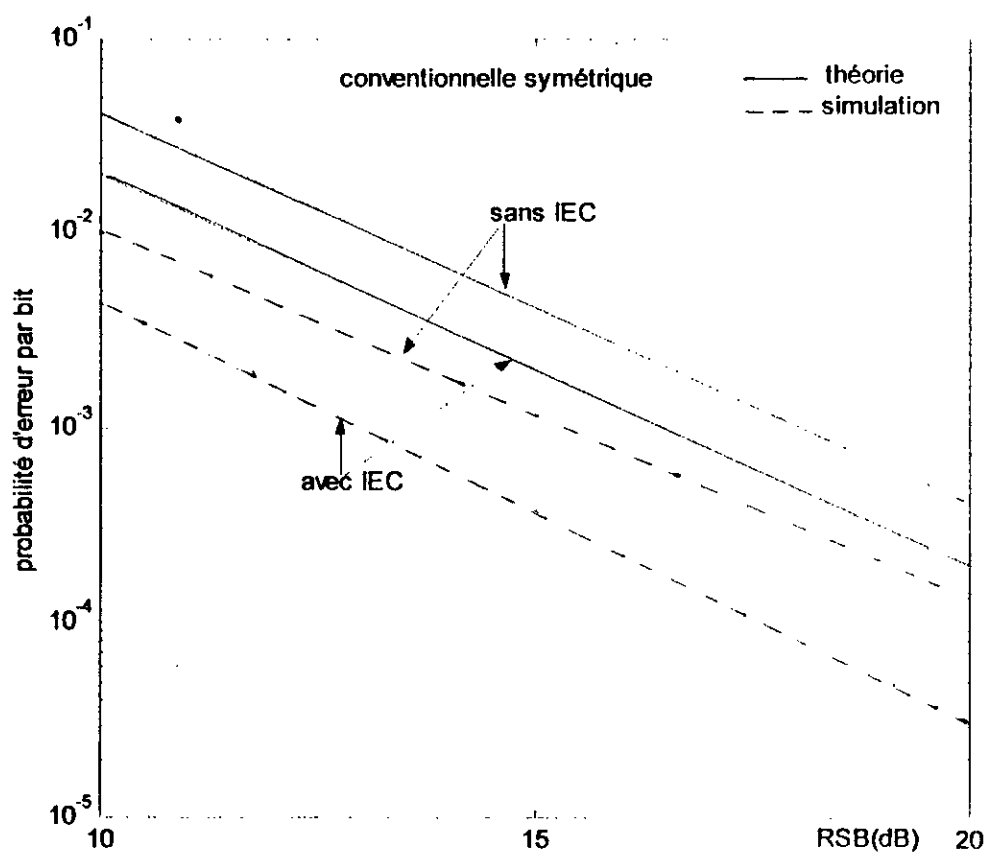


Fig.4.12 Probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK codée en treillis en présence d'un évanouissement de Rayleigh (avec et sans IEC).

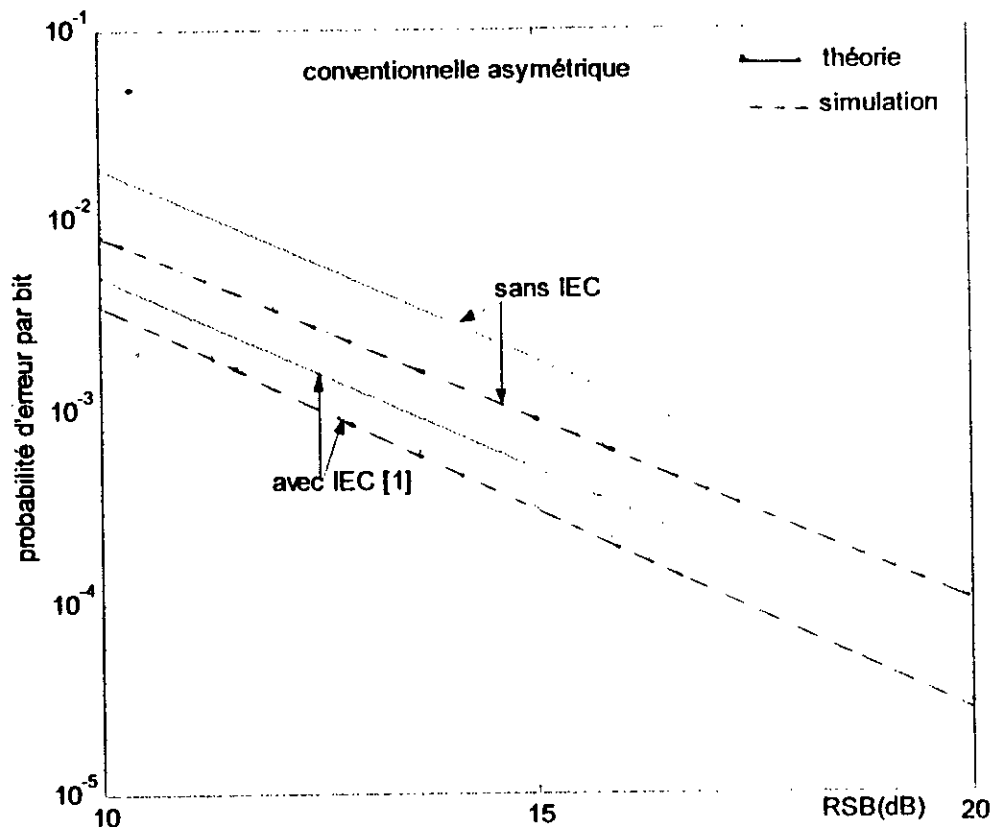


Fig.4.13 Probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK codée en treillis en présence d'un évanouissement de Rayleigh (avec et sans IEC).

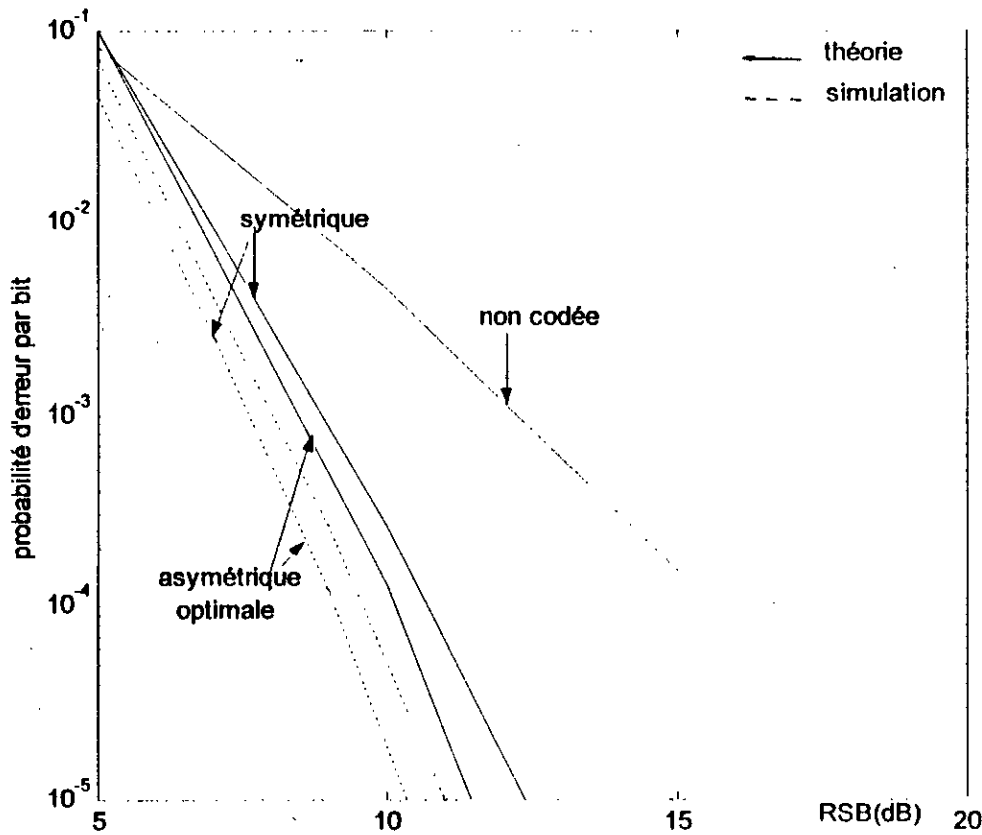


Fig.4.14 Probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK codée en treillis en présence d'un évanouissement de Rice (sans IEC).

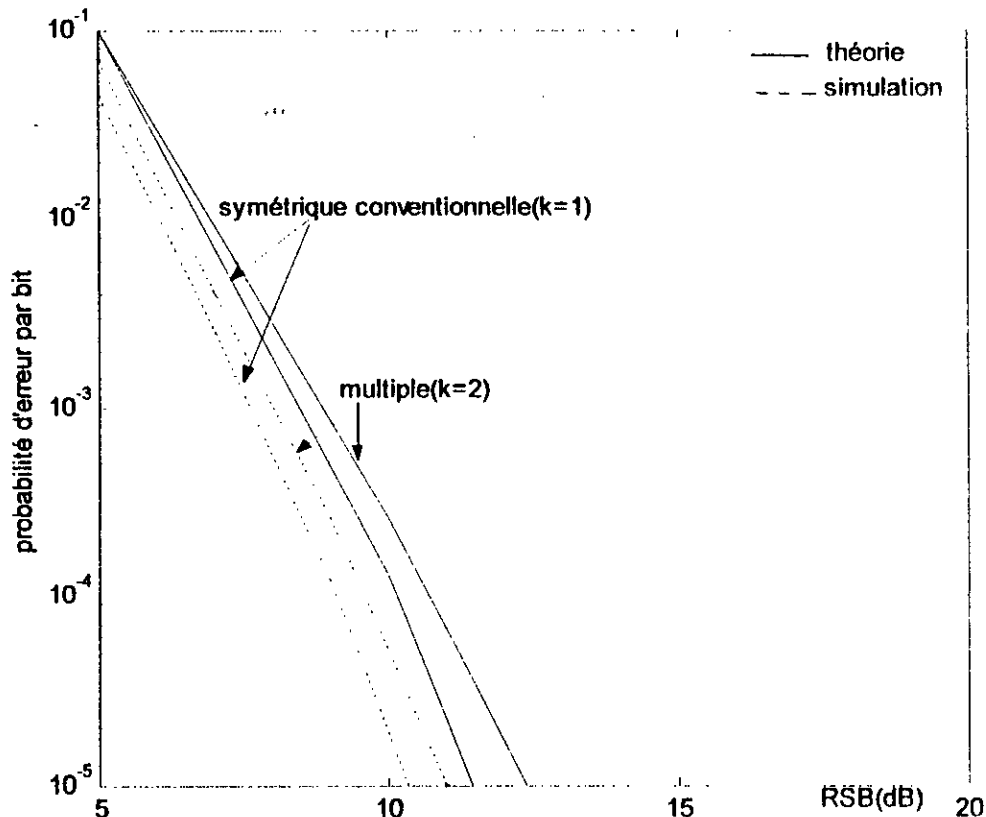


Fig.4.15 Probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB pour la QPSK codée en treillis en présence d'un évanouissement de Rice (sans IEC).

8. Conclusion

Notre simulation nous a permis d'évaluer les performances de la MCT symétrique, asymétrique et multiple pour un modèle de canal de Rayleigh ($K=0$) et pour un modèle de Rice avec $K=10$, et ceci en l'absence de l'information sur l'état du canal.

Notre travail s'est limité à une modulation QPSK et des codeurs à deux états. Cependant il existe d'autres types de modulations qui peuvent donner des performances meilleures surtout lorsque le nombre des points message est grand. L'augmentation du nombre d'états du codeur peut également produire une amélioration en performances du système, en effet ceci est montré dans le premier chapitre.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail s'insère dans le cadre général de l'étude des systèmes de communication. Il avait pour objectif principal d'analyser et d'évaluer les performances de la modulation codée en treillis «MCT» dans les canaux de communication affectés par le fading.

La partie théorique présentée par les deux premiers chapitres nous a permis de placer notre travail dans un contexte général. Dans le premier chapitre, nous avons tout d'abord dégagé le besoin, les fondements et le concept de la MCT, ensuite, nous avons cité les différentes modulations codées en treillis qui permettent de mieux améliorer les performances d'un système de communication. Le deuxième chapitre a été consacré à une caractérisation statistique des canaux affectés par le fading, nous avons évoqué leurs différents modèles, puis nous avons présenté en détail le modèle de Rice affecté par un fading lent.

La partie «Simulation» est subdivisée en deux chapitres; le troisième chapitre est consacré à l'analyse de la MCT, nous avons calculés les différentes bornes supérieures de la probabilité d'erreur par bit en fonction du RSB. Le quatrième chapitre a été consacré à l'exécution des résultats analytiques du chapitre trois. Pour cela, nous avons utilisé l'outil « Simulink 3.0 » de « Matlab 5.3 » pour la simulation des systèmes MCT donnés. Nous avons tracés les courbes donnant les différentes bornes supérieures de la probabilités d'erreur par bit et les courbes des résultats simulés en fonction du RSB. Cela pour les différents systèmes MCT.

Nous avons pu constater que l'allure de ces dernières correspond bien avec la théorie car P_b diminue avec l'augmentation du RSB. Notons également que les probabilités d'erreur théoriques et simulées sont inférieures relativement à la probabilité d'erreur du système non codé, d'où l'amélioration en performance produite par l'introduction de la MCT. Finalement, les courbes théoriques et simulées donnant la probabilité d'erreur en fonction du RSB en présence de l'information sur l'état du canal (IEC) se situent au dessus de celles en absence de l'information sur l'état du canal. Cette absence de l'information produit une dégradation en performance du système.

Malgré les résultats obtenus, ce travail est loin d'être affiné et par conséquent, il peut être poursuivi dans les directions suivantes :

- L'introduction de l'information sur l'état du canal dans le modèle de simulation.
- L'utilisation d'une détection non cohérente avec une modulation M-PSK différentielle, recommandée pour certaines applications.
- L'évaluation des performances de la MCT dans un canal affecté par un fading rapide.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. Biglieri, D. Divsalar, P.J. Mc Lane et M.K. Simon, *Introduction to Treillis Coded Modulation with Application*, Macmillan, New York 1991
- [2] G. Ungerboeck, *Channel Coding with multilevel / phase signals*, IEEE Trans, Inf. Theory. Vol.IT28, pp. 55 – 67, January 1982
- [3] G. Ungerboeck, *Trellis Coded Modulation with redundant signal sets, Part I: Introduction*, IEEE Comm. Mag. ,Vol.25, pp.5 – 12, February 1987
- [4] G. Ungerboeck, *Trellis Coded Modulation with redundant signal sets. Part II : State of the art*, IEEE Comm. Mag.,Vol.25, pp.12 – 22, February 1987
- [5] Huan Bang Li et Tetsushi Ikegami, *A two – symbols / branch MBCM based on 8 – PSK Constellation Under Fading Channels*, Wireless Networks 5, pp.3 – 9, 1999
- [6] F. Davarian, *Mobile digital communication via tone calibration*, IEEE Trans. Veh. Technology, Vol.VT-36, N°2, pp. 55 – 62, May 1987
- [7] J. Mc Geehan et A. Batiman, *Phase – lock transparent tone-in- band (TTIB) A new spectrum configuration particularly suited to the transmission of data over SSB mobile radio network*, IEEE Trans. Comm.,Vol COM 32, N°1, pp. 81 – 87, January 1984
- [8] J.L. Massey, *Coding and modulation in digital communication International Zurich on digital communication*, pp. E2(1) – E2(4), Switzerland, March 1974
- [9] S. Benedetto, M.A. Marsan, Albertengo et E. Giachin, *Combined Coding and modulation : Theory and application*, IEEE. Trans. on inf. Theory, Vol.IT-34 pp.223-236, March 1988
- [10] G.D. Forney, *The Viterbi Algorithm*, Proceeding of the IEEE Vol.IT-61, pp. 268 – 278, March 1973
- [11] H. Sari, *Transmission des signaux numériques*, Techniques de l'ingénieur, Traité Electronique, E7100 et E7110 1996
- [12] E. Zehavi, et J.K. Wolf, *On the performance evaluation of trellis codes*, IEEE. on inf. Theory, Vol.IT-33 pp. 196 – 202, March 1987
- [13] G. Proakis, *Digital communication*, Mc Graw Hill, New York, 1989, 1995, 2001
- [14] A.J. Viterbi et J.K. Omura, *Digital communication and coding*, Mc Graw Hill, New York 1979
- [15] A.J. Viterbi, *Principles of coherent communication*, Mc Graw Hill, New York, 1979
- [16] S. Haykin, *Digital communication*, Jhon Willy and Sons, New York, 1988

- [17] K.S. Shanmugam, *Digital and analog communication systems*, Jhon Willy and Sons, New York, 1985
- [18] A. Spâtaru, *Fondements de la théorie de la transmission de l'information*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1987
- [19] M. Mokhtari, *Matlab 5.2 & Simulink 5.3*, France, 1997
- [20] D. Divasalar, M.K.Simon et J.H. Yuen, *trellis condng whith asymmetric modulation*, IEEE transa. Commun., Vol. COM-35, N°2, 1987.
- [21] A. Chems K. Ghrissi, *Etude et évaluation des systèmes de communication numérique utilisant la TCM*, PFE, ENP, Dpt d'électronique, Octobre 1997
- [22] A.K.Bounoughaz M. Kahlouche, *Conception des codeurs optimaux pour la TCM à deux dimensions et évaluation des performances de la TCM asymétrique*, PFE, ENP, Dpt d'électronique, PFE, Juin 1998

GLOSSAIRE

- **Throughput** : débit spécifique.
- **Statistics** : le mot équivalent dans la langue française courante est statistique (substantif) qui est rarement le mot propre. Dans d'autres contextes, « statistics » se réfère à la description probabiliste d'un système (par exemple un canal) et nous l'avons traduit par distribution de probabilité. Il s'agit encore parfois d'un ensemble de réalisations d'une variable ou d'un processus aléatoire, que l'on peut traduire par échantillon.
 - **Rician statistics** : distribution de probabilité de Rice.
 - **Rayleigh statistic** : distribution de probabilité de Rayleigh.
 - **Fading** : nous avons traduit ce mot par évanouissement, ou parfois nous utilisons le mot lui-même, et « fading channel » par canal évanouissant.
 - **Free distance** : nous proposons la traduction mot à mot « distance libre ». Ce terme s'applique à un codage en treillis (ou les codes convolutifs) ; il désigne la distance euclidienne minimum entre le couple de chemins qui forment un événement d'erreur dans le treillis.
 - **ERROR event** : nous l'avons traduit par, EVENEMENT d'erreur qui désigne le cas où, dans le digramme en treillis, le décodage de Viterbi conduit à choisir un chemin distinct du chemin correct.
 - **Burst errors** : nous avons traduit cette expression ; suivant l'usage technique, par « paquet d'erreurs ».
 - **Bound** : nous l'avons traduit par borne, « upper bound » et « light bound » respectivement par borne supérieure et borne fine ou approchée.
 - **Mapping** : l'usage technique nous exige de traduire ce mot par transcodage et parfois on garde la même appellation ANGLO-SAXONNE .
 - **Maximum - Likelihood** : VRAISEMBLANCE maximale .
 - **Memoryless channel** : canal sans mémoire .
 - **Metric** : Appliqué à un mot de code ,ou un chemin dans un treillis , ce terme désigne la mesure d'une distance particulière (entre ce mot et le mot reçu ou bien ce

chemin et la suite reçue), et non la règle qui associe une distance à deux éléments d'un espace. Cependant, nous l'avons traduit par « métrique ».

- **Bandwith efficiency** : efficacité spectrale.
- **Energy efficiency** : efficacité en énergie.
- **High order modulation** : modulation à grand nombre d'états.
- **Slow fading** : évanouissement lent, qui veut dire que la phase du signal subissant l'effet du fading est constante durant un ou deux intervalles de symbole. Ainsi, nous modélisons l'enveloppe du fading comme une fdp ricienne de premier ordre avec le paramètre K . (voir l'équation III-1).

• **PILOTE tone calibration technique** : technique de synchronisation qui constitue en la transmission d'un signal séparé de synchronisation de fréquence connue avec le signal modulé en forme d'onde. Cette fréquence est choisie de façon pour qu'elle coïncide avec les instants nuls de la "dsp" du signal modulé.

- **Channel State Information « CSI »** : nous avons traduit cette expression par « Information sur l'état du canal » qui reflète une mesure d'une quantité d'information sur l'état canal.

- **Pairwise error probability** : nous l'avons traduite par « probabilité d'erreur jointe » (i.e c'est la probabilité que le démodulateur décide en faveur d'une séquence X^L au lieu de la séquence transmise X_L , où L est la longueur de l'événement d'erreur.

- **Side information** : information latérale qui dérive du canal.
 - **Interleaving** : Ce mot désigne une modification de l'ordre d'émission de symboles codés, en général, pour se prémunir contre le groupement des erreurs dans un canal (ayant une mémoire), il est décrit par une matrice et lit une séquence de symboles de données en lignes et il l'écrit en colonnes
 - **Deint erleaving** : dispositif qui effectue l'opération inverse de l'interleaving.
 - **MCT: Modulation Codée en treillis**

Codes convolutifs

1. Définition

Un codeur convolutif est défini comme étant un circuit linéaire séquentiellement constant. Un codeur convolutif binaire est un système à mémoire finie qui génère n bits binaires chaque fois que l'on présente m bits d'informations à son entrée. Contrairement aux codes en bloc, les n bits de sorties ne dépendent pas seulement du bloc de m bits d'informations à l'entrée du codeur mais aussi des D blocs précédents.

Les codes convolutifs introduisent ainsi un effet mémoire d'ordre D , ($D+1$) étant la longueur de contrainte. le schéma général du codeur convolutif est illustré à la figure 1.1 :

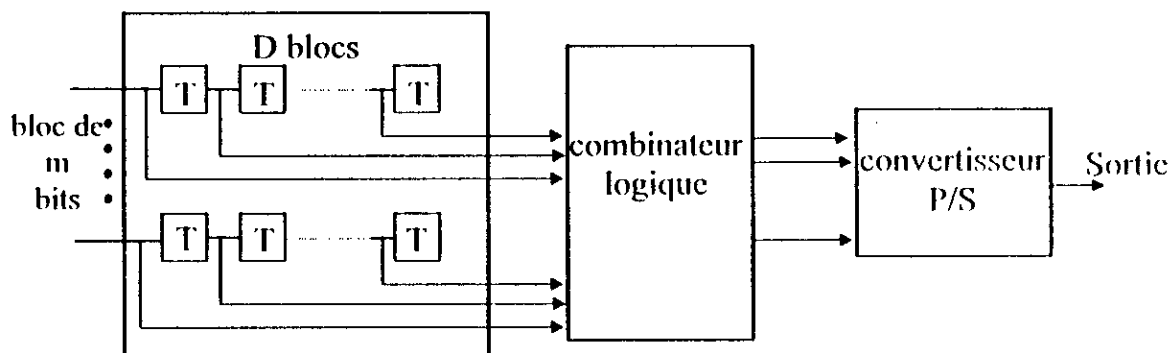


Fig.1.1 : Schéma général d'un codeur convolutif

Une séquence de longueur L bits produit à la sortie une séquence codée de longueur $n \cdot [(L/m) + D]$. Le rendement du codeur convolutif est :

$$re = \frac{L}{n \cdot [(L/m) + D]} \text{ bits/symbole}$$

pour $L \gg D$, $re \approx \frac{m}{n} \text{ bits/symbole}$

Soit le codeur convolutif de rendement 2/3 qui est représenté dans la figure 1.2 :

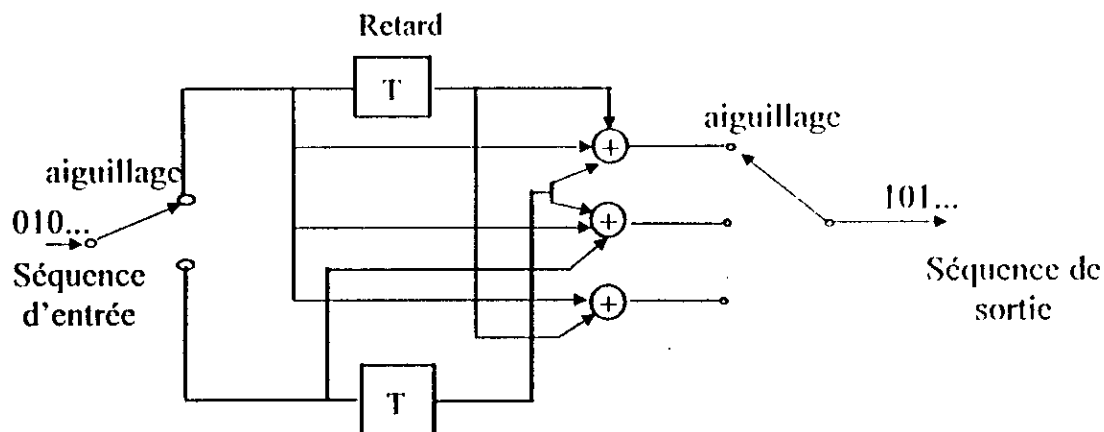


Fig. 1.2 : Codeur convolutif de rendement 2/3

\oplus : additionneur modulo-2.

2. Représentation

Un codeur convolutif peut être décrit de trois façons :

- La description par diagramme en arbre.
- La description par diagramme d'état.
- La description par un diagramme en treillis.

Nous nous contenterons d'utiliser la représentation en treillis car elle fait explicitement apparaître la dimension temporelle et permette de mieux comprendre les algorithmes de décodage.

2.1 Matrice de parité

La matrice de parité H est une spécification compacte du code. Soit la structure générale d'un codeur convolutif ayant K bits d'entrée et N bits de sortie illustrée dans la figure 1.3 :

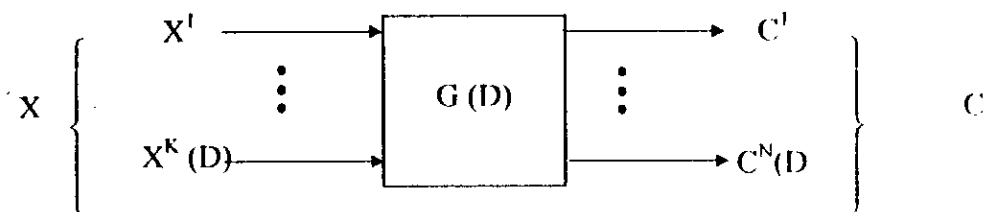


Fig. 1.3 : Entrées /Sorties d'un codeur convolutif

$X(D)$: représente la séquence d'entrée sous forme polynomiale.

$G(D)$: représente la fonction de transfert.

$C(D)$: représente la séquence de sortie sous forme polynomiale.

Où D est le retard unité.

La relation entrée / sortie est donnée par la relation :

$$C(D) = G(D) \cdot X(D)$$

La matrice de parité $H(D)$ vérifie les conditions :

$$C(D) \cdot H^T(D) = 0$$

$$G(D) \cdot H^T(D) = 0$$

T : représente la transposée.

Si le code est systématique, la matrice génératrice est simplement déduite de la matrice de parité et vice versa. La longueur de contrainte d'un codeur convolutif est définie comme étant le degré maximum du polynôme générateur $G(D)$.

Pour un codeur à 4 états illustré dans la figure 1.4 :

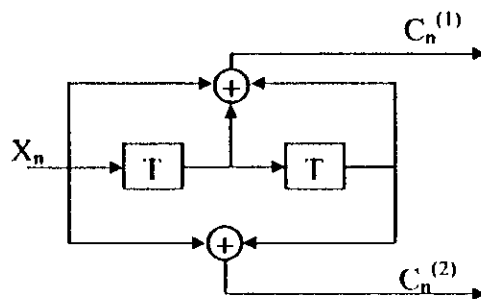


Figure 1.4 : Codeur à 4 états

Les sorties de ce codeur à l'instant n sont données par :

$$C_n^{(1)} = X_{n-2} \oplus X_{n-1} \oplus X_n$$

$$C_n^{(2)} = X_n \oplus X_{n-2}$$

En utilisant le retard unité D :

$$C^{(1)}(D) = D^2 \cdot X(D) \oplus D \cdot X(D) \oplus X(D)$$

$$C^{(2)}(D) = X(D) \oplus D^2 \cdot X(D)$$

Les matrices génératrice et parité sont :

$$G(D) = [1 \oplus D^2, 1 \oplus D \oplus D^2]$$

$$H(D) = [1 \oplus D \oplus D^2, 1 \oplus D^2]$$

Algorithme de Viterbi

Pour la présentation de l'algorithme de Viterbi, nous considérons la modulation 4-PSK avec un codeur à 4 états où la représentation en treillis est à la figure 2.1

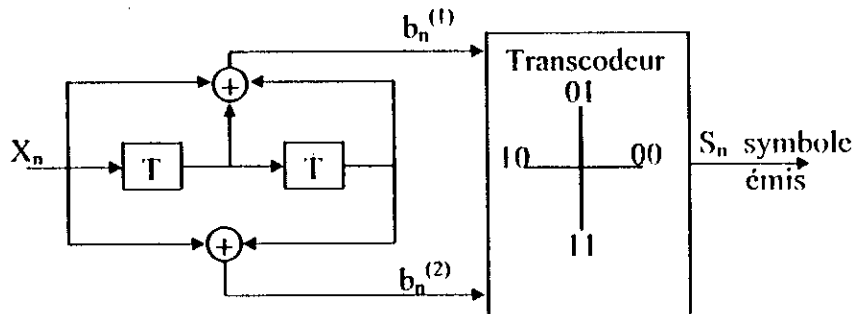


Fig. 2.1 Codeur en treillis d'une modulation 4-PSK

Le décodage à maximum de vraisemblance consiste à choisir le chemin correspondant à la séquence des symboles qui diffère de la séquence reçue en une distance euclidienne minimale.

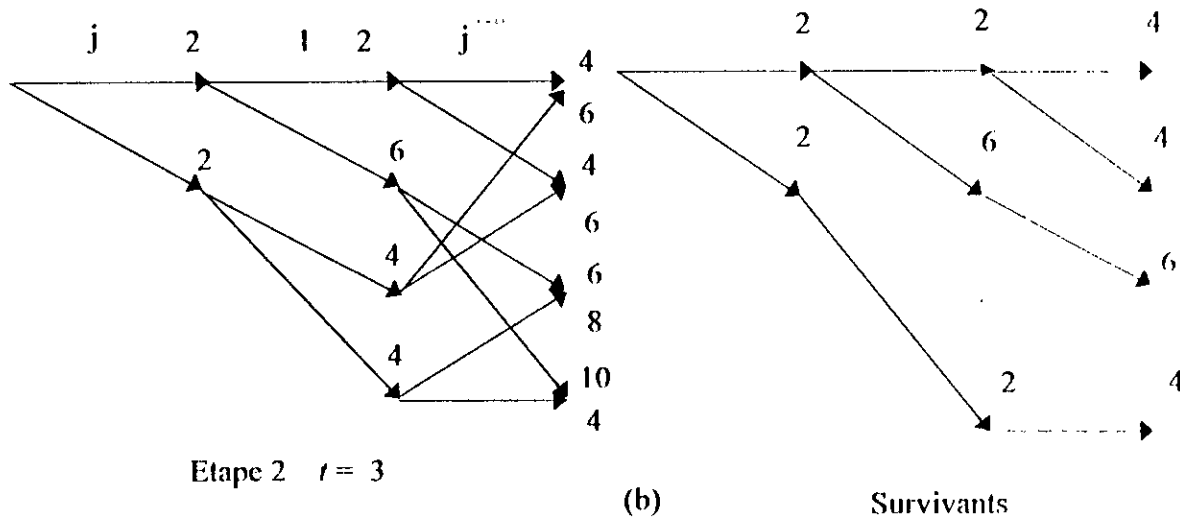
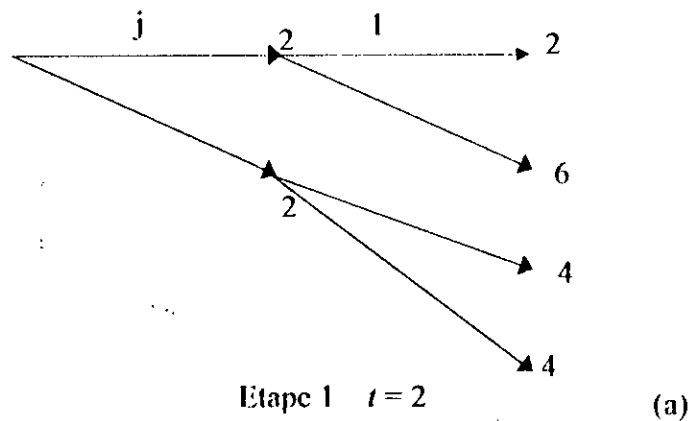
L'algorithme peut être divisé en deux parties :

- la première s'étend du début du treillis jusqu'au niveau $t = K - 1$, où K est la longueur de contrainte. Le décodage consiste à attribuer une distance nulle à l'état initial, et à chaque autre état σ , atteint par la transition d'un état σ' , un carré de distance, qui est la somme des carrés de la distance à l'état σ' et la distance de transition. La distance de transition à un niveau t du treillis entre deux états σ et σ' , est la distance euclidienne entre le symbole correspondant à cette transition du codeur et le symbole de la séquence reçue.
- La deuxième partie s'étend du niveau $t = K$ jusqu'au niveau $t = \lfloor L/m \rfloor + K - 1$ où L est la largeur du message et de m le nombre des entrées du codeur.

Le décodage consiste à choisir la branche pour laquelle la distance au noeud σ sera minimale et éliminer toutes les autres. La branche choisie est appelée *survivant*. Si le choix de plusieurs branches donnera la même distance minimale au noeud σ , alors peu importe, on choisira une de ces branches. Cette opération est répétée avec tous les 2^v états, et cela pour tous les niveaux de cette partie. A la fin de cette partie nous obtiendrons 2^v chemins, desquels le décodeur choisira celui qui a la distance la plus proche, au sens d'Euclid de la séquence émise.

En résumé, l'algorithme de Viterbi peut être mis en œuvre de façon commode à partir de diagramme en treillis en appliquant les règles suivantes :

1. A partir du $K^{\text{ème}}$ étape (niveau) du diagramme où 2^m branches arrivent à chaque état, calculer pour chacun des états, la distance euclidienne de chacun des 2^m chemins qui arrivent à l'état. Pour chaque état, conserver le chemin dont la distance euclidienne est la plus faible, (le survivant) et éliminer les autres.
2. Répéter l'opération pour chaque étape t du treillis tant que $t \leq \lfloor l/m \rfloor + K - 1$.
3. Choisir le chemin dont la distance euclidienne est la plus petite et éliminer tous les autres.



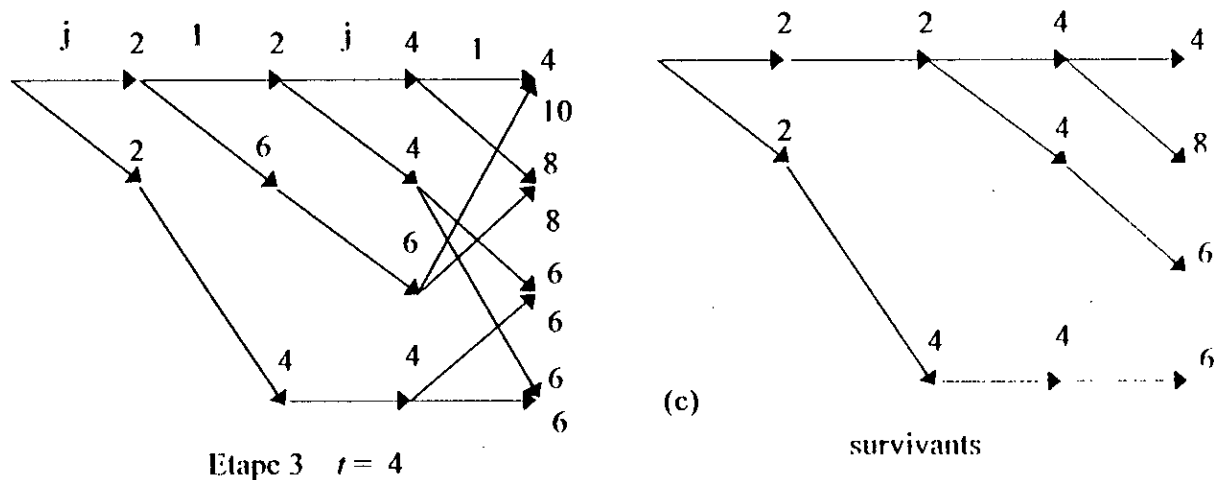


Fig 2.1: Exemple de décodage utilisant l'algorithme de Viterbi

En notant, qu'il est nécessaire de stocker 2^y chemins jusqu'à la fin, où la décision sera prise, on se rend compte que le décodeur devient très complexe et nécessite une capacité mémoire importante pour une longueur de contrainte importante.

Toutefois, lorsqu'on examine les différents survivants à une étape t , on remarque qu'avec une grande probabilité, ils ont tous le même passé entre les étapes 0 et $t-dp$ où dp est la profondeur de décision.

On peut par conséquent décider définitivement à l'étape t toutes les données émises jusqu'à l'étape $t-dp$. Comme règle empirique, on peut fixer le paramètre dp égal à 5 ou 6 fois le nombre d'états du décodeur. Avec ces valeurs les performances du décodeur sont quasiment les mêmes que lorsque la décision se fait en fin de la séquence. Cette stratégie permet de réduire la complexité du décodeur et le retard de décision. La complexité d'un décodeur de Viterbi est proportionnelle au nombre d'états de treillis. Celui-ci croît exponentiellement avec la longueur de contrainte. Pour cette raison les codes utilisés en pratique ont une longueur de contrainte inférieure à 10.

Exemple

Soit le codeur de la figure (1.4), ce codeur génère une séquence de n symboles égaux à 1, laquelle après transmission à travers le canal donne la séquence reçue (j 1 j 1) comprenant deux erreurs. La figure 1.23 a montre la première partie de décodage. La distance euclidienne à chaque état y est indiquée.

Les figures 1.23 b et 1.23 c montrent la deuxième partie, chacune de ces figures compte deux treillis, dans celui de gauche où à conserver tous les chemins aboutissant à chaque noeud, tandis que dans celui de droite on a gardé que les survivants.

Le chemin conservé après la décision finale est celui dont l'erreur cumulée est la plus petite , c'est à dire le chemin (a a a a) (a : c'est l'état 00) correspondant à la séquence des 1.