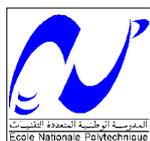


République Algérienne Démocratique et Populaire



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département d'électronique

Option

Signal et Communications

MEMOIRE DE MAGISTER

Thème

Filtrage adaptatif Utilisant les Statistiques d'Ordre Supérieur

Soutenu le 02 Juillet 2008

PRESENTE PAR : MANSEUR ABDELGHANI

Ingénieur d'état en électronique (Université de BEJAIA)

Option : Contrôle

Devant le Jury composé de

Mme GUERTI M'hania, Professeur à L'ENP

Président

Mr BERKANI Daoud, Professeur à L'ENP

Rapporteur

Mme HAMAMI Latifa, Maitre de Conférences à L'ENP

Examineur

Mr AIT-CHEIKH M. Salah, Maitre de Conférences à L'ENP

Examineur

Mr ZERGUI Rachid, Chargé de Cours à L'ENP

Examineur

ENP 10, Avenue Hassen Badi EL-HARRACH ALGER

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

↪ ***A mes chers et formidables parents***

↪ ***A mes frères Djamel et Smail, ainsi qu'à leurs femmes respectives, Naima et Razika***

↪ ***A ma chère sœur Lila, son mari Hafid et ses enfants Meziane, M'siven et la petite Danya***

↪ ***A ma sœur Nassiba***

↪ ***A toute ma famille***

↪ ***A tous mes amis***

A vous tous.

Remerciements

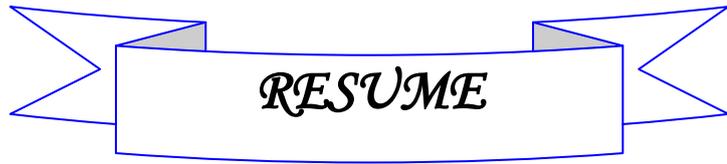
Je tiens à remercier, en premier lieu, M^r Berkani Daoud pour avoir accepté de m'encadrer, et de m'apporter toute son aide précieuse tout au long de ce travail.

Et aux membres de jury d'avoir accepté de juger notre travail.

Je tiens à remercier les étudiants en Post-Graduation, Abdenour, Riad, Azzouz, Nouredine, Yazid, Brahim, Beramtane, Mouhamed, Mabrouk, Lyamine Hamza qui m'ont encouragé.

Sans oublier mes cousins et voisins, Lyes, Yassine, Naim, Bachir, Moussa, et les autres qui se reconnaîtront ici, qui m'ont soutenu.

Je dois montrer mes remerciements à tous les techniciens du centre de calcul de l'université de Bejaia, qui ont mis à ma disposition leurs moyens.



RESUME

خلاصة

المهمة المنجزة ، في هذه المذكرة من الماجستير ، تتكون في دراسة المرشحات التكيفية و الإحصاءات ذات الدرجات العالية، من اجل تحسين أدائها ، بتحويلها من احالة الخطية إلى غير خطية عبر سلسلة فولتيرا.

هذه الدراسة مرتكزة أساسا على:

- إختيار خطوة التكيف وظروف التقارب.
- معدل التقارب.
- التغيير التكيفي لمعامل التقارب ، وفقا لإشارة المدخل.

النتائج المتحصل عليها ، مع إشارات حديت حقيقية ، قد أظهرت بشكل حسابي قدرتها على التبعية، حفاظا على كفاءة وإستقرار عددي للخوارزميات التكيفية، مع إبقاء تعقيد عددي بسيطة نسبيا.

الكلمات المفتاحية : معامل التقارب، الترشيح التكيفي، التعديل، الإحصاءات ذات الدرجات العالية، المرشحات التكيفية، سلسلة فولتيرا.

Résumé

Le travail effectué, dans ce mémoire de magister, consiste à étudier le filtrage adaptatif et les statistiques d'ordre supérieur pour améliorer les performances de ces filtres, par extension du cas linéaire aux filtres non linéaires via les séries de Volterra.

Cette étude s'est, principalement, axée sur :

- Le choix du pas d'adaptation et les conditions de convergence.
- Le taux de convergence.
- L'expression du pas de convergence, d'une manière adaptative, en fonction du signal d'entrée.

L'application de ces filtres adaptatifs à des signaux de parole réels, a démontré leur capacité en poursuite, tout en gardant une complexité de calcul relativement appréciable.

Mots-clés : Facteur de convergence, Filtrage adaptatif, Egalisation, Statistiques d'ordre supérieur, filtres non linéaires, séries de Volterra, Traitement de la parole.

Abstract

The performed job, in this memo of Magister, consists in studying adaptive filters and higher order statistics to ameliorate their performances, by extension of linear case to non linear filters via Volterra series.

This study is, principally, axed on:

- Choice of the adaptation step and convergence conditions.
- Convergence rate.
- Adaptive variation of the convergence factor, according to the entrance signal.

The obtained results, with real signals, have shown computationally efficient and numerically stable algorithms for adaptive nonlinear filtering while keeping relatively simple computational complexity.

Keywords: Convergence factor, Adaptive filtering, Equalization, Higher Order Statistics, non linear filters, Volterra series.



SOMMAIRE

SOMMAIRE

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre 1 : Généralités sur le traitement statistique du signal

Introduction	4
1.1 Statistiques d'ordre supérieur.....	4
1.1.1 Distribution des signaux	4
a. Variable gaussienne	5
b. Variable exponentielle	5
1.1.2 Moment, variance et corrélation	6
1.1.3 Autocorrélation et spectre de puissance.....	9
1.1.4 Moments et cumulants d'ordre supérieur, bispectre et trispectre	10
1.2 Utilisation des statistiques d'ordre supérieur	13
1.3 Conclusion.....	14

Chapitre 2 : Filtrage adaptatif linéaire

Introduction.....	15
2.1 Filtre optimal de Wiener.....	15
2.2 Choix de l'algorithme.....	18
2.3 Applications du filtrage adaptatif	19
2.3.1 Identification de systèmes	19
2.3.2 Prédiction.....	20
2.3.3 Modélisation inverse.....	20
2.3.4 Annulation d'interférences (filtrage adaptatif).....	21
2.4 Algorithme LMS.....	22
2.4.1 Convergence de l'algorithme LMS.....	25
2.4.2 Le LMS à pas d'adaptation variable	28
a. Mise à jour du pas d'adaptation.....	29
b. Résultats de simulation.....	31

2.5 Filtrage adaptatif appliqué à l'électrocardiogramme (ECG) (mère/fœtus)	33
2.5.1 Création de l'ECG de la mère	33
2.5.2 Création de l'ECG du fœtus.....	34
2.5.3 Mesure de l'ECG du fœtus	34
2.5.4 Mesure de l'ECG de la mère.....	35
2.5.5 Application de l'Annulation Adaptative de Bruit (ANC).....	36
2.5.6 Récupération du signal ECG du Fœtus	36
2.6 Conclusion	37

Chapitre 3 : Filtrage adaptatif non linéaire et statistiques d'ordre supérieur

Introduction.....	38
3.1 Modélisation des systèmes non linéaires via les séries de Volterra	38
3.2 Utilisation des statistiques d'ordre supérieur	43
3.2.1 Egalisation via les séries de Volterra.....	43
3.2.2 Modélisation non linéaire d'un canal de transmission	44
3.2.3 Filtrage adaptatif de Volterra à pas d'adaptation variable	46
3.3 Programmation de l'algorithme à pas d'adaptation variable	50
3.3.1 Dispositif de programmation	50
3.3.2 Résultats obtenus.....	51
3.4 Conclusion	54

Chapitre 4 : Application de l'algorithme adaptatif non linéaire à la réduction de bruit et l'annulation d'écho acoustique

Introduction.....	55
4.1 Quelques définitions.....	55
a. Spectrogramme.....	55
b. Formant.....	55
c. Fréquence fondamentale.....	55
4.2 Réduction de bruit adaptative.....	55

4.2.1 Principe de la réduction de bruit adaptative	55
4.2.2 Résultats de programmation	56
4.3 Annulation d'écho acoustique.....	58
4.3.1 Principe de l'annulation d'écho acoustique.....	58
4.3.2 Résultats de programmation	60
4.4 Conclusion	64
Conclusion générale	65
Limites et perspectives	66
Bibliographie	67
Annexes	70
A. Figures et Tableaux	70
B. Nomenclature	72
C. Abréviations	74



*INTRODUCTION
GENERALE*

Introduction Générale

Le thème du filtrage adaptatif a suscité un intérêt considérable au cours de ces dernières décennies avec l'avènement des systèmes de télécommunication modernes.

Le filtrage adaptatif a démontré ses capacités dans les systèmes linéaires où la relation entrée/sortie est définie par une simple relation de convolution; mais cela n'est pas le cas pour les systèmes non linéaires. Dans cet éventail, les filtres non linéaires, et surtout les filtres de Volterra utilisant les statistiques d'ordres supérieurs, trouvent toute leur utilité, et offrent de meilleures performances en poursuite.

Le traitement de la parole est aujourd'hui une composante fondamentale des sciences de l'ingénieur. Cette discipline scientifique a connu depuis les années 60 une expansion fulgurante, liée au développement des moyens et des techniques de télécommunications, et notamment la téléphonie main libre et la téléconférence, le signal de la parole devient sujet à différentes perturbations (bruit additif et écho acoustique) [1], auquel on applique notre filtre afin de minimiser les effets.

Dans ce travail, une étude générale des statistiques d'ordre supérieur et du filtrage adaptatif dans les systèmes linéaires, qu'on étendra aux cas non linéaires, est faite. Puis une application de ces filtres aux signaux réels est donnée. C'est dans cette optique, que se focalise le travail de ce mémoire de magister.

Dans le premier chapitre, une étude des équations caractéristiques et les statistiques d'ordre supérieur a été faite, tout en axant notre étude sur les distributions des signaux et leur statistiques, les moments et cumulant d'ordre supérieur ont été présentés, puis on a donné quelques domaines d'applications des statistiques d'ordre supérieur.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du filtrage adaptatif, en général, tout en démontrant les critères de choix d'un algorithme, sa rapidité de convergence et sa capacité de poursuite des non linéarités des systèmes. Des applications du filtrage adaptatif sont données, puis une étude détaillée de l'algorithme des moindres carrés moyens (MCM ou LMS) est illustrée, tout en mettant en évidence l'influence des différents paramètres, à

savoir l'ordre du filtre et le pas d'adaptation, sur cet algorithme. Une programmation, sous Matlab, de l'algorithme à pas d'adaptation variable, développé dans [2], est réalisée. On termine cette partie par une application de l'algorithme LMS à l'électrocardiogramme (ECG).

Dans le troisième chapitre, une extension aux systèmes non linéaires de l'algorithme LMS à pas d'adaptation variable, utilisant les statistiques d'ordre supérieur, est donnée. Les résultats de la poursuite d'une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA), prouvent l'étude théorique déjà faite.

Dans le quatrième chapitre, l'algorithme LMS à pas d'adaptation variable, développé précédemment, est utilisé à la réduction de bruit et à l'annulation d'écho acoustique dans un signal de parole réel.

Enfin, on termine par une conclusion générale, et nous proposons des perspectives qui restent à développer.

Historique

Vers la fin des années 1950, quand Bernard Widrow et Marcian Hoff de l'Université de Stanford ont introduit la notion de filtrage adaptatif basée sur la méthode des moindres carrés moyens (*Least Mean Square* ou LMS), et que Robert Lucky d'AT&T avait proposé le premier égaliseur adaptatif basé sur des principes similaires, la technologie des circuits intégrés de l'époque n'était pas suffisamment avancée pour permettre une mise en œuvre pratique de ces nouveaux concepts. Ceci avait pour conséquence de retarder l'apparition des premières applications pratiques de ces nouveaux filtres adaptatifs.

Durant les trois dernières décennies, la percée rapide dans la théorie du traitement adaptatif de signal et le développement de la technologie de fabrication des circuits intégrés numériques, ont permis aux algorithmes de traitement adaptatif de signal de jouer des rôles clés dans le traitement numérique associé aux communications téléphoniques, réseaux informatiques, imagerie/vidéo numérique et aux systèmes multimédias. Parmi ces méthodes, on peut citer:

- Le filtre de Kalman : ce type de filtre a été développé dans le contexte de la représentation d'espace d'état principalement pour la description mathématique d'un système linéaire arbitraire (le filtre). Dans sa forme générale, le filtre de Kalman est représenté comme un système à réponse impulsionnelle infinie (RII) associé à l'algorithme adaptatif RLS. Ceci suggère que cette approche soit sujette aux instabilités potentielles du filtre à RII en plus des sensibilités numériques intrinsèques de l'algorithme RLS.
- Le filtre rapide de Quasi-Newton: il représente une solution mieux appropriée aux problèmes qui sont sujets à des perturbations importantes de nature inconnue.
- Le filtre adaptatif à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF), qui est la structure la plus utilisée dans l'implémentation des filtres adaptatifs, mais cette structure ne convient pas aux contrôleurs adaptatifs à cause du problème de retard qui peut mener à des conditions d'instabilité.
- L'égalisation de canal, utilisée pour éliminer les interférences d'entre-symboles (ISI). Beaucoup d'égaliseurs actuellement utilisés se basent sur des structures à RIF appliquées avec une ligne de retard tapée et un algorithme adaptatif relativement simple. Si le canal lui-même est mieux caractérisé par un modèle à RIF, il s'en suivrait que la structure la plus efficace pour un égaliseur serait une structure tout-pôles dont les pôles peuvent être placés de manière adaptative précisément pour annuler les zéros du canal. Il paraît donc qu'un filtre adaptatif tout-pôles à RII, fournirait la meilleure structure pour un égaliseur. Malheureusement, beaucoup de canaux sont des systèmes à non minimum de phase, signifiant que le modèle à RII du canal peut avoir des zéros à l'extérieur du cercle unité. Dans ce cas, un égaliseur à RII deviendra instable.



CHAPITRE I

*Généralités sur le traitement
statistique du signal*

Introduction

Dans le but de mettre en évidence l'intérêt des statistiques d'ordre supérieur (SOS) en traitement de signal, il est important, d'une part, de définir les moments, variance et corrélation, et, d'autre part, de définir les moments et cumulants d'ordre supérieur d'une variable aléatoire, ainsi que les liens existant entre ces derniers, d'autre part.

Les outils statistiques d'ordre supérieur sont étudiés dans différents ouvrages, notamment dans [3].

1.1 Statistiques d'ordre supérieur

1.1.1 Distribution des signaux

On peut définir entièrement une variable aléatoire x , en utilisant sa fonction de densité de probabilité.

Les fonctions les plus usuelles sont données par le tableau suivant [4], [5]:

Tableau 1.1 Distributions de probabilités

continue	Discrète
Beta	Binomiale
Exponentielle	Uniforme discrète
Gaussienne (normale)	Géométrique
Rayleigh	Hyper géométrique
Uniforme	Poisson
Gamma	

Ci-après, on donne les fonctions de densité de puissance de certaines distributions.

a. Variable gaussienne

Soit x une variable gaussienne de moyenne m et de variance σ^2 .

La densité de probabilité $P(x)$ est [6] :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (1.1)$$

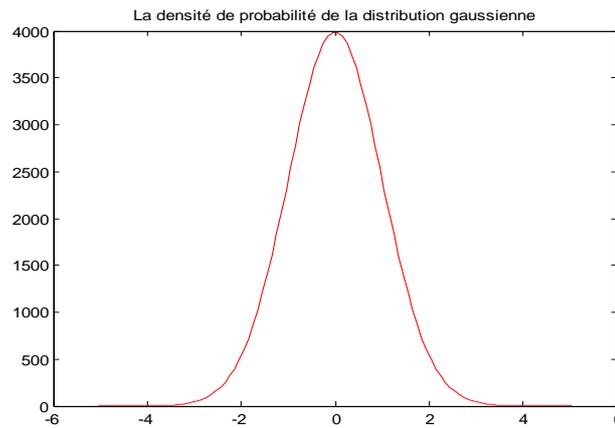


Fig. 1.1 Densité de probabilité d'une distribution gaussienne

b. Variable exponentielle

La densité de probabilité d'une variable exponentielle est [6] :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2}} e^{\left(-\sqrt{2}\frac{|x-m|}{\sigma}\right)} \quad (1.2)$$

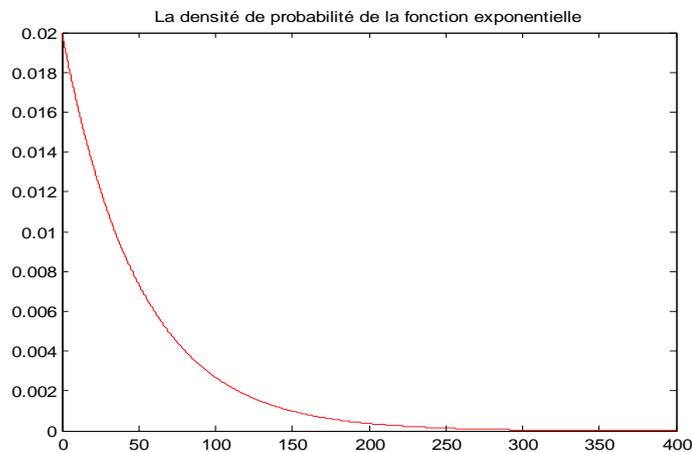


Fig. 1.2 Densité de probabilité d'une distribution exponentielle

1.1.2 Moment, variance et corrélation

Soit $x(t)$ une variable aléatoire.

Sa moyenne temporelle $E[x(t)]$ est :

$$E[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt \quad (1.3)$$

Le signal $x(t)$ est dit stationnaire si sa moyenne temporelle est indépendante du temps.

L'espérance mathématique ou la moyenne statistique de la variable aléatoire x est notée [6] :

$$E[x] = m = \int_{-\infty}^{+\infty} x P(x) dx \quad (1.4)$$

Où $P(x)$ est la densité de probabilité de x .

$E[x]$ peut, encore, être définie comme étant le moment du premier ordre. Le moment d'ordre n est noté par :

$$E[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n P(x) dx \quad (1.5)$$

Le signal $x(t)$ est dit ergodique si ses caractéristiques statistiques sont égales aux propriétés temporelles. Autrement dit si :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^n P(x) dx = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt \quad (1.6)$$

Alors, au lieu d'analyser plusieurs signaux, on peut tirer les caractéristiques d'un seul signal. D'autre part, on peut dire qu'un signal ergodique est stationnaire.

L'outil de base utilisé pour caractériser un signal aléatoire est le moment du deuxième ordre.

Le moment d'ordre deux centré (variance ou carré de l'écart type), qui caractérise la dispersion autour de la valeur moyenne [6], est donné par :

$$\sigma^2 = E [(x - m)^2] = E[x^2] - m^2 = M^2 - m^2 \quad (1.7)$$

L'estimation de la variance à partir de N réalisations est :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) \quad (1.8)$$

La corrélation consiste à déterminer, à partir d'une méthode de comparaison, s'il existe une relation entre deux signaux. Elle est donnée par :

$$E[xy] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x y P(x, y) dx dy \quad (1.9)$$

Si $E[xy] = 0$, on dit que (x, y) sont orthogonaux.

Dans le cas où les deux variables aléatoires sont indépendantes et centrées, la densité de probabilité conjointe $P(x, y)$ peut être donnée par :

$$P(x, y) = P_x(x) P_y(y) \quad (1.10)$$

$$\text{Avec } E[xy] = 0 \quad (1.11)$$

L'intercorrélation entre les variables discrètes x et y est donnée par :

$$E [xy] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) y(n) \quad (1.12)$$

Pour deux variables aléatoires conjointement gaussiennes :

$$P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^H \quad (1.13)$$

Où

$$H = -\frac{1}{2(1-r^2)} \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right) \quad (1.14)$$

$$\sigma_x^2 = E[x^2] \quad (1.15)$$

$$\sigma_y^2 = E[y^2]$$

Et

$$r = \frac{E[xy]}{\sqrt{E[x^2] E[y^2]}}$$

Tel que r est le facteur de corrélation et compris entre +1 et -1.

Si $r = 0$, on dit que les variables aléatoires x et y sont orthogonales, et par conséquent on aura :

$$P(x, y) = P_x(x)P_y(y) \quad (1.16)$$

1.1.3 Autocorrélation et spectre de puissance

L'autocorrélation consiste à comparer un signal $x(k)$ avec lui même durant un intervalle de temps, dont l'un est décalé d'une valeur τ .

Pour un signal à durée finie $x(k)$, l'autocorrélation peut être définie comme suit :

$$\mathfrak{R}(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) x(k \pm \tau) \quad (1.17)$$

Où τ représente le retard.

On remarque que le décalage peut être effectué à gauche ou à droite, car la fonction d'autocorrélation est paire.

Le spectre de puissance est obtenu en calculant la transformée de Fourier rapide (FFT) de la fonction d'autocorrélation.

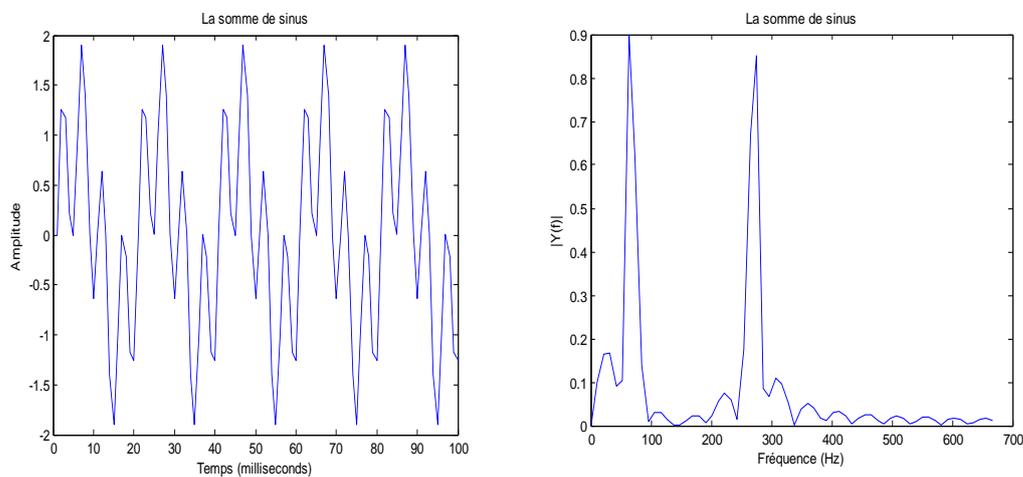


Fig. 1.3 Représentation temporelle et fréquentielle du signal
 $x(t) = \sin 2 \pi 50 t + \sin 2 \pi 200 t$

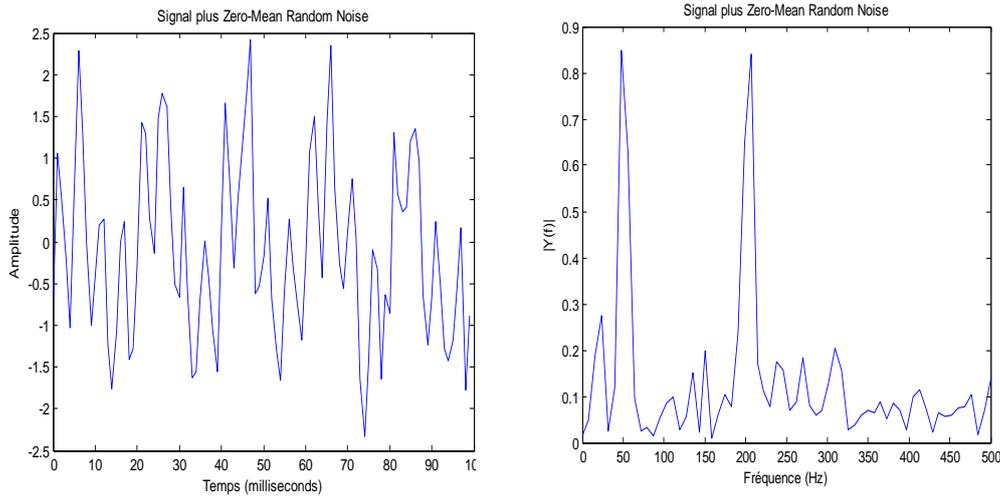


Fig. 1.4 Représentation temporelle et fréquentielle du signal $x(t) + \text{Zero_Mean Random Noise}$

1.1.4 Moments et cumulants d'ordre supérieur, bispectre et trispectre

On désigne par les statistiques d'ordre supérieur, les moments et cumulants strictement supérieurs à l'ordre deux, qui nous permettent d'extraire un maximum d'information d'un signal.

Comme vue précédemment, le moment d'ordre n peut être donné par :

$$E[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n P(x) dx \quad (1.18)$$

Les moments généralisés de x sont définis pour toute application réelle g par [3]:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) P_x(u) du \quad (1.19)$$

On utilise souvent des fonctions polynômiales $g(u)$, conduisant aux moments classiques de différents ordres, tel que la moyenne ou le moment d'ordre deux[3]. Lorsqu'elle est associée à une fonction exponentielle, on obtient les fonctions caractéristiques.

La première fonction caractéristique de x est définie par [3] [7] :

$$\Phi_x(\omega) = E[e^{i\omega x}] \quad (1.20)$$

Où i désigne l'imaginaire pur des complexes.

La densité de probabilité peut être déduite en calculant la transformée de Fourier inverse de la première fonction caractéristique.

Le logarithme népérien de la première fonction caractéristique nous donne la seconde fonction caractéristique [3] [7] :

$$\Psi_x(\omega) = \ln(\Phi_x(\omega)) \quad (1.21)$$

On peut déterminer les moments en fonction des dérivées au voisinage de l'origine de la première fonction caractéristique [3] [7] :

$$m_x^n = (-i)^n \left. \frac{d^n \Phi_x(\omega)}{d \omega^n} \right|_{\omega=0} = E[x^n] \quad (1.22)$$

Les cumulants peuvent être déterminés, en prenant les dérivées prises à l'origine de la deuxième fonction caractéristique [3] [7] :

$$cum_x^n = (-i)^n \left. \frac{d^n \Psi_x(\omega)}{d \omega^n} \right|_{\omega=0} = cum[x, x, \dots, x] \quad (1.23)$$

Qui sont les coefficients du développement en série de Taylor de la seconde fonction caractéristique [3].

On peut noter que pour un ordre inférieur ou égal à trois, les cumulants d'un processus aléatoire sont égaux aux moments centraux du même ordre. Et pour les processus gaussien, tous les cumulants sont nuls pour tout ordre supérieur à deux.

D'une part, le bispectre (Third Order Spectrum TOS) peut être trouvé en utilisant la transformée 2-D de Fourier du cumulant d'ordre trois. Et, d'autre part, en prenant la transformée 3-D de Fourier des statistiques d'ordre quatre, on trouve le trispectre.

La figure suivante, nous résume ces équations caractéristiques :

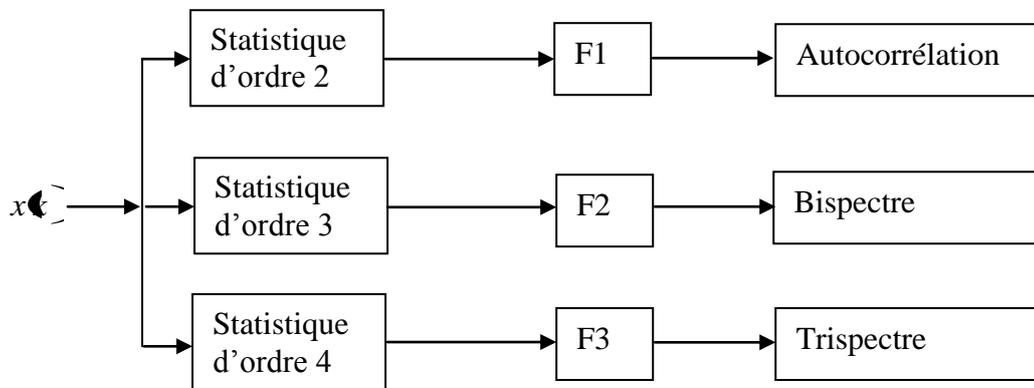


Fig. 1.5 Equations caractéristiques des statistiques d'ordre supérieur

Propriétés

➤ Multilinéarité :

Les moments et les cumulants satisfont la propriété de multilinéarité.

En particulier, quelles que soient les variables aléatoires x, y, z_1, \dots, z_p alors [3]:

$$cum(x + y, z_1, \dots, z_p) = cum(x, z_1, \dots, z_p) + cum(y, z_1, \dots, z_p) \quad (1.24. a)$$

$$cum(\lambda x, z_1, \dots, z_p) = \lambda cum(x, z_1, \dots, z_p) \quad (1.24. b)$$

➤ Nullité en cas d'indépendance des variables :

Si au moins deux variables aléatoires intervenant dans un cumulant sont statistiquement indépendantes, le cumulant est nul.

➤ Additivité :

Le cumulants d'ordre n d'une somme de variables aléatoires réels scalaires indépendantes est égal à la somme des cumulants d'ordre n de chacune des variables [7].

Donc, si $Z = X + Y$, avec X et Y des variable aléatoires indépendantes, alors :

$$cum(Z_1, \dots, Z_n) = cum(X_1, \dots, X_n) + cum(Y_1, \dots, Y_n) \quad (1.25)$$

Il en découle une propriété essentielle : si l'on considère un signal noyé dans un bruit gaussien indépendant de ce signal, alors les cumulants d'ordres supérieurs à deux se réduisent au cumulants du signal seul lorsque le signal est présent et à zéro sinon. Donc il suffit de tester la nullité des cumulants aux ordres supérieurs de l'observation pour décider d'une présence dans le bruit.

➤ Le changement d'origine modifie les moments d'ordre n :

Ainsi, connaissant les moments d'ordre inférieur ou égal à n par rapport à un point α , on peut déduire le moment d'ordre n par rapport à un point β en utilisant la relation :

$$m_n^x|_\beta = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (\alpha - \beta)^i m_{n-i}^x \Big|_\alpha \quad (1.26)$$

➤ Le changement d'origine ne modifie pas les cumulants d'une variable aléatoire réelle, excepté le cumulants d'ordre 1 [7].

1.2 Utilisations des statistiques d'ordre supérieur

Les statistiques d'ordre supérieur sont utilisées dans de nombreux domaines, ici nous présentons brièvement quelques uns d'entre eux :

➤ En filtrage non linéaire [8]:

Il est possible d'utiliser un algorithme adaptatif de type moindre carré basé sur les statistiques d'ordre supérieur.

- Reconnaissance de forme:
Les SOS peuvent être utilisés notamment dans les systèmes de vision par ordinateur (moments invariants).

- Les statistiques d'ordre deux ne peuvent pas identifier certains types de signaux (à non minimum de phase), car ils ne contiennent aucune information de phase, et par conséquent, les SOS ne peuvent être qu'utiles.

- La majorité des perturbations sont de nature gaussienne, or les SOS de tels signaux sont nuls [9]. Par conséquent les SOS sont moins affectés par ce type de signaux que les statistiques d'ordre deux.

1.3 Conclusion

Dans cette partie, on a vu les outils statistiques, d'ordre deux, trois et quatre, qui nous permettront de développer des filtres adaptatifs.

Les statistiques d'ordre deux ne peuvent être utilisées dans le cas de systèmes non linéaires, donc les statistiques d'ordre supérieur ne peuvent être qu'indispensables pour caractériser ce type de systèmes.

Dans le prochain chapitre, nous allons voir le filtrage adaptatif et ses différentes applications, particulièrement l'algorithme des moindres carrés moyens (LMS), avec une mise en évidence de l'influence des différents paramètres. Puis, on verra l'algorithme à pas d'adaptation variable.



CHAPITRE II

Filtrage adaptatif linéaire

Introduction

Le filtrage est dit adaptatif, s'il y a modification de ses paramètres à chaque fois qu'il y a un changement dans le signal d'entrée.

L'algorithme de filtrage adaptatif met à jour, récursivement, les coefficients du filtre, afin de lui permettre de suivre l'évolution du processus. Si celui-ci est stationnaire, l'algorithme doit converger vers la solution optimale de Wiener, sinon il présentera une capacité à suivre les variations des grandeurs statistiques du processus.

2.1 Filtre optimal de Wiener

Considérons la figure suivante, où est représenté un filtre adaptatif transversal H_k [2].

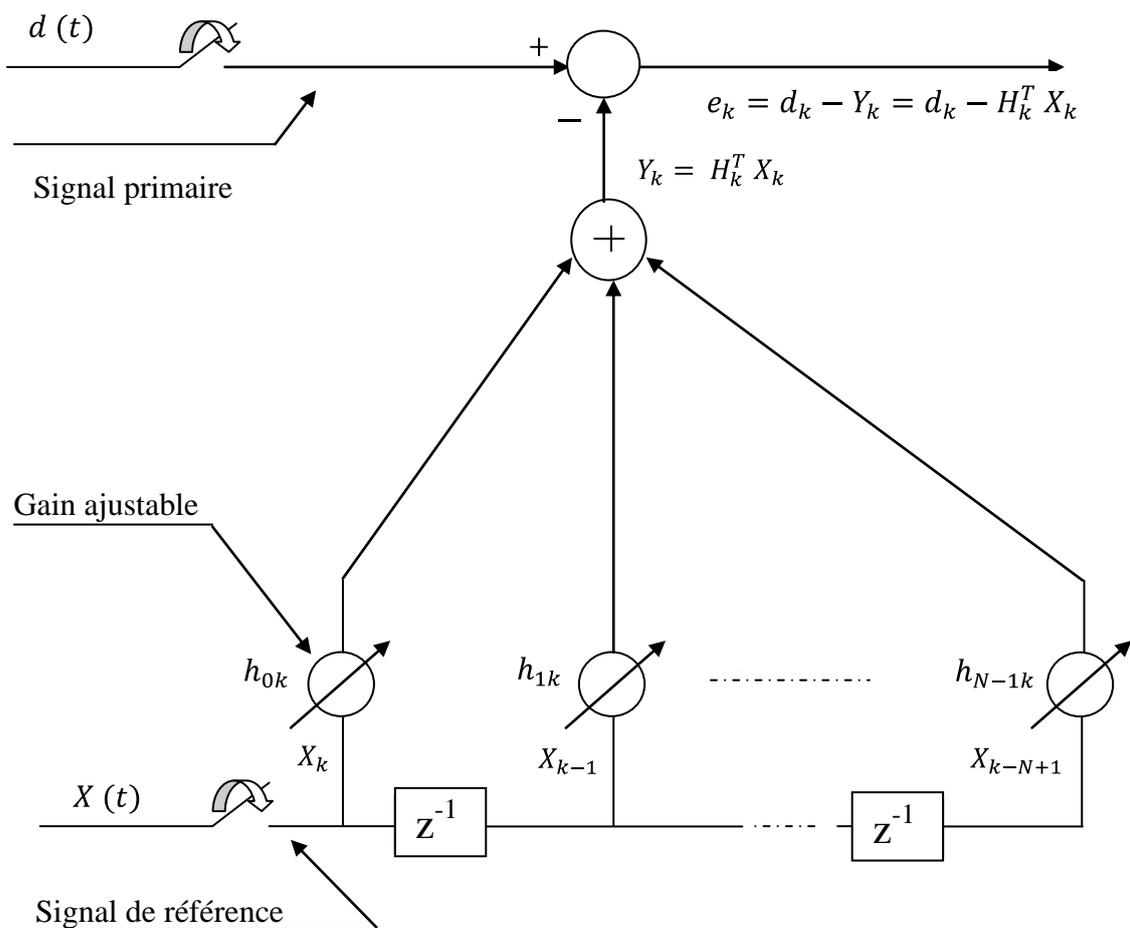


Fig. 2.1 Filtre linéaire adaptatif transversal

Le but du filtre optimal est d'obtenir en sortie une réponse y_k la plus proche possible du signal désiré d_k lorsque l'entrée est une séquence x_k .

La sortie du filtre sera égale à la séquence désirée quand l'erreur d'estimation sera égale à zéro.

Plusieurs fonctions coût permettent d'obtenir une configuration optimale du filtre. Parmi elles, l'erreur quadratique moyenne est la plus usuelle, car elle conduit à des développements mathématiques complets et simples, de plus, elle fournit une solution unique.

D'après la figure 2.1, on a :

La sortie du filtre est donnée par :

$$Y_k = H_k * X_k \quad (2.1)$$

L'erreur de sortie est donnée par :

$$e_k = d_k - y_k \quad (2.2)$$

Le filtre optimal de Wiener minimise l'erreur quadratique moyenne notée J , qui est donnée par :

$$J = E(|e_k|^2) \quad (2.3)$$

Le signal d'erreur sera donné comme suit :

$$e_k = d_k - H_k^T X_k = d_k - X_k^T H_k \quad (2.4)$$

D'où :

$$J = E [(d_k - H_k^T X_k)^2] = E [(d_k - X_k^T H_k)^2] \quad (2.5)$$

Après développement on aura :

$$J = \sigma_d^2 - 2 H_k R_{Xd}^T + H^T R_{XX} H \quad (2.6)$$

Où :

$\sigma_d^2 = E [|d_k|^2]$ est la variance du signal désiré.

$R_{Xd} = E[X_k d_k]$ est le vecteur d'intercorrelation entre le signal d'entrée X_k et le signal désiré d_k .

$R_{XX} = E[X_k X_k^T]$ est la matrice d'autocorrelation du signal d'entrée X_k . Cette matrice est définie positive, de toeplitz.

Le vecteur des coefficients optimum H_* du filtre est obtenu par l'annulation du gradient du critère :

$$\nabla J = \frac{\partial J}{\partial H_k} = 2 E \left(e_k \frac{\partial e_k}{\partial H_k} \right) \quad (2.7)$$

En posons $\nabla J = 0$, on aura :

$$E(X_k X_k^T) H_* = E(X_k d_k) \quad (2.8)$$

Qu'on peut simplifier sous la forme :

$$R_{XX} H_* = R_{Xd} \quad (2.9)$$

Donc :

$$H_* = R_{XX}^{-1} R_{Xd} \quad (2.10)$$

Plus connue sous le nom de l'équation de Wiener-Hopf [6], [9] et [10].

En combinant les équations (2.6) et (2.10), on peut aboutir à l'algorithme du gradient donné comme suit :

$$H_{k+1} = H_k - \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial J}{\partial H_k} \right) \quad (2.11)$$

Où μ représente le facteur de convergence ou pas d'adaptation, qui est une constante positive, qui contrôle le taux de convergence de l'algorithme.

2.2 Choix de l'algorithme

Les filtres adaptatifs peuvent être classés en fonction des choix qui sont faits sur les critères suivants [12], [13]:

- La rapidité de convergence, qui est la vitesse avec laquelle le filtre adaptatif converge vers la solution optimale. Ce critère est très désiré, mais peut induire à une instabilité du système.
- La capacité de poursuivre les non linéarités du système.
- La stabilité et la précision de l'estimation des paramètres du filtre. Un filtre (son algorithme) est dit stable, s'il résiste aux perturbations externes. Les filtres à réponse impulsionnelle finie (RIF) sont stables aussi longtemps si leur facteur de convergence ainsi que les constantes de gains sont bien choisis. Par contre, les filtres à réponse impulsionnelle infinie (RII) peuvent manquer de stabilité. La bonne estimation des paramètres du filtre ne peut être qu'importante car elle conduit à une erreur d'ajustement acceptable.
- L'erreur quadratique moyenne minimale (MMSE), qui est appréciable car elle indique si le filtre adaptatif a précisément convergé vers la solution optimale.
- Ordre du filtre indiqué par N , qui est relié aux autres critères de performance. D'une part si le système est surdimensionné, l'erreur quadratique moyenne convergera vers zéro mais au coût d'une grande charge de calcul. D'autre part, si le système est sous dimensionné, l'erreur quadratique moyenne va converger vers une constante non nulle mais au prix d'une charge de calcul faible [14].

2.3 Applications du filtrage adaptatif

Le filtrage adaptatif trouve ses applications dans divers domaines, comme le traitement de signal, les communications numériques et le contrôle automatique.

Ci-dessous, on présente quatre grands axes d'application [6], [12] et [13].

- L'identification de systèmes.
- La prédiction.
- La modélisation inverse.
- L'annulation d'interférences.

2.3.1 Identification de systèmes

Soit la figure (2.2)

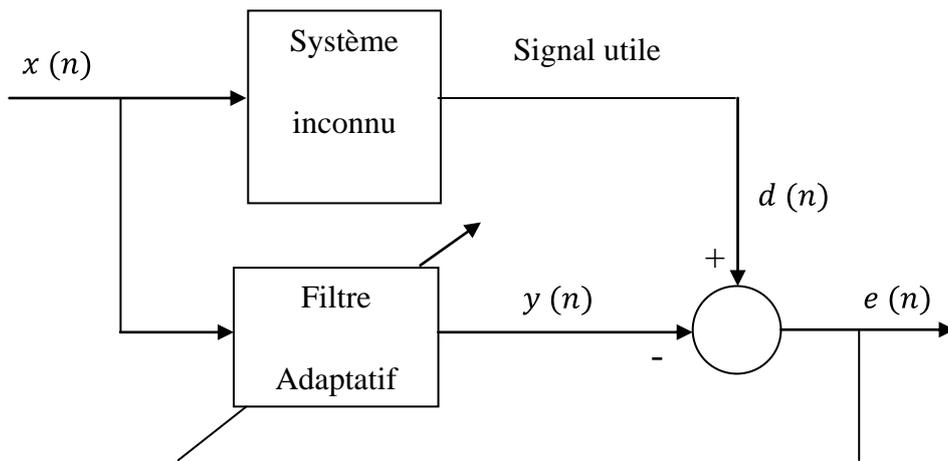


Fig. 2.2 Identification de système

Le but d'une telle configuration, est la détermination d'un modèle du système à identifier. Quand $e(n)$ sera nulle, on aura les paramètres du système qui seront égaux à ceux du filtre adaptatif.

2.3.2 Prédiction

Dans un tel système, on veut prédire la sortie donnée par $y(n)$ en utilisant le vecteur d'entrée $[x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T$, où T désigne l'opérateur de la transposée.

Ce filtre, (figure 2.3), présente deux sorties ; $y(n)$, qui est la valeur prédite et fortement corrélée avec $x(n)$, peut être utilisée dans des applications d'amélioration de lignes. L'erreur de prédiction $e(n)$, qui n'est pas corrélée avec $x(n)$, est utilisée dans différentes applications comme le Codage Prédicatif Linéaire (LPC).

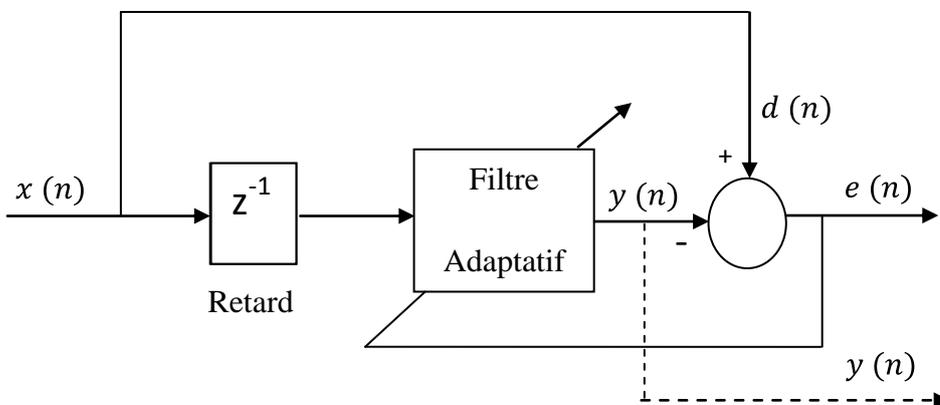


Fig. 2.3 Filtre prédictif direct d'erreur

2.3.3 Modélisation inverse

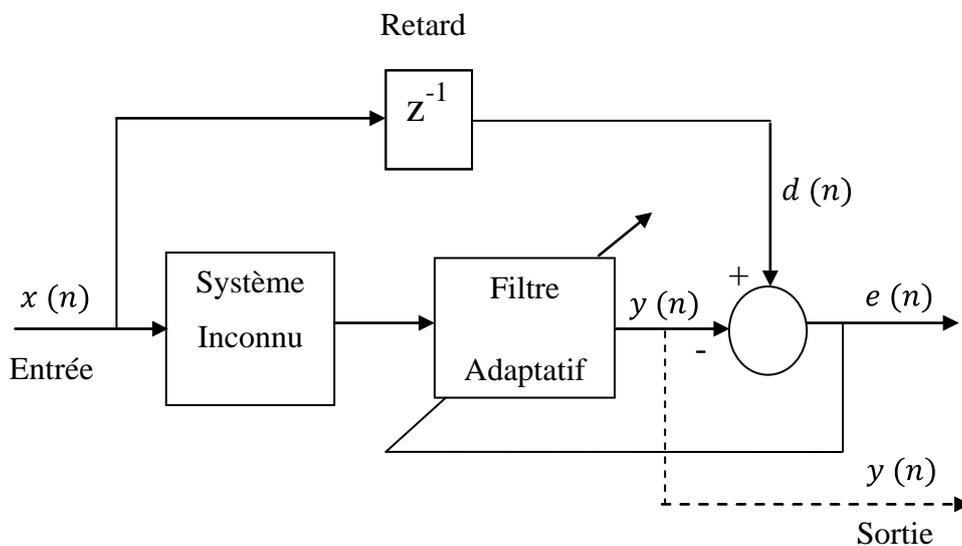


Fig. 2.4 Modélisation inverse

Le schéma ci-dessus représente le principe de base de la modélisation inverse utilisée pour réduire la dispersion et éliminer l'interférence entre symboles dans les systèmes de communications numériques rapides, comme dans les modems.

2.3.4 Annulation d'interférences (filtrage adaptatif)

Dans la figure ci-dessous, on a représenté le principe du filtrage adaptatif.

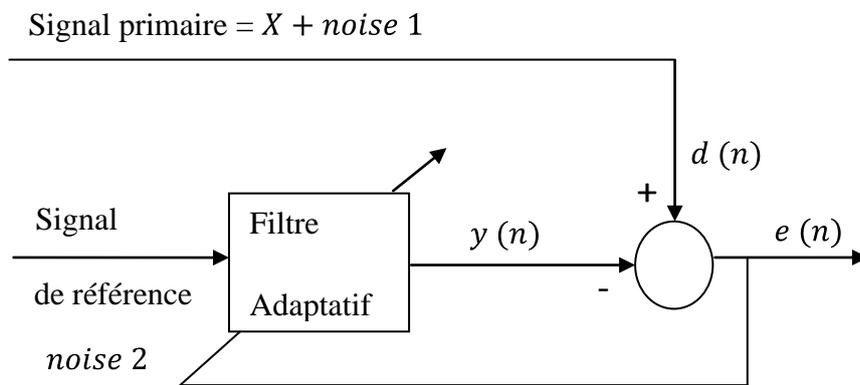


Fig. 2.5 Annulation d'interférences (Filtrage Adaptatif)

Dans cette figure, le signal primaire comporte les interférences à éliminer.

La figure 2.5, montre le schéma bloc d'un filtre adaptatif. Un signal x avec un bruit $noise 1$ (n_1) avec lequel il est décorrélé forment le signal primaire du filtre (signal primaire = $x + noise 1$). Le signal de référence, $noise 2$, est supposé être non corrélé avec le signal $x(n)$, sinon, on aura la dégradation du rapport signal sur bruit (SNR). Le signal $noise 2$ est filtré pour donner une sortie, $y(n)$, qui se rapproche le plus possible du signal $noise 1$. Cette sortie est soustraite du signal primaire $d = x + n_1$ pour donner la sortie du système $e(n) = x + n_1 - y(n)$.

De plus, le signal de référence est dénué d'information et est fourni par un capteur proche de celui de $d(n)$.

2.4 L'algorithme LMS

La notion du filtrage adaptatif basée sur la méthode des moindres carrés moyens (Least Mean Square ou LMS) a été introduite par Bernard Widrow et Marcian Hopf de l'université de Stanford.

La première version de l'algorithme LMS est donnée par [10], [15], elle est obtenue par une solution itérative de l'équation (2.12), en utilisant le concept des moindres carrés.

$$H_* = R^{-1} P \quad (2.12)$$

La version de base de l'algorithme LMS, équation (2.13), est donnée par [10], [11], [14], pour ne citer que ceux là.

$$\begin{cases} y_k = X_k^T H_k \\ e_k = d_k - y_k \\ H_{k+1} = H_k + 2 \mu e_k X_k \end{cases} \quad (2.13)$$

Où

- y_k est la sortie du filtre à l'instant k ,
- X_k est la séquence observée de données d'entrée,
- H_k est le vecteur des coefficients du filtre,
- e_k est le signal d'erreur,
- d_k est le signal désiré,
- μ est le facteur de convergence ou pas d'adaptation.

Donc, on calcule d'abord la sortie du filtre et l'erreur d'estimation, le filtre est, ensuite, mis à jour en ajoutant au coefficient courant H_k , le terme correctif $2 \mu e_k X_k$.

L'algorithme LMS, ainsi que ses différentes variantes illustrées dans le tableau 2.1, qui sont développées dans le but d'améliorer le LMS de base, souffrent de problèmes de convergence et de faibles performances en poursuite (Tracking) [16], [17].

Tableau 2.1 Variantes classiques du LMS.

Algorithme	Mise à jour du vecteur des coefficients
LMS	$H_{k+1} = H_k + 2 \mu e_k * X_k$
Sign-data- LMS	$H_{k+1} = H_k + 2 \mu e_k * \text{sgn}(X_k)$
Sign-error LMS	$H_{k+1} = H_k + 2 \mu \text{sgn}(e_k) * (X_k)$
Sign-Sign LMS	$H_{k+1} = H_k + 2 \mu \text{sgn}(e_k) * \text{sgn}(X_k)$

Les figures ci-après montrent la poursuite des algorithmes LMS et NLMS d'un signal sinusoïdal.

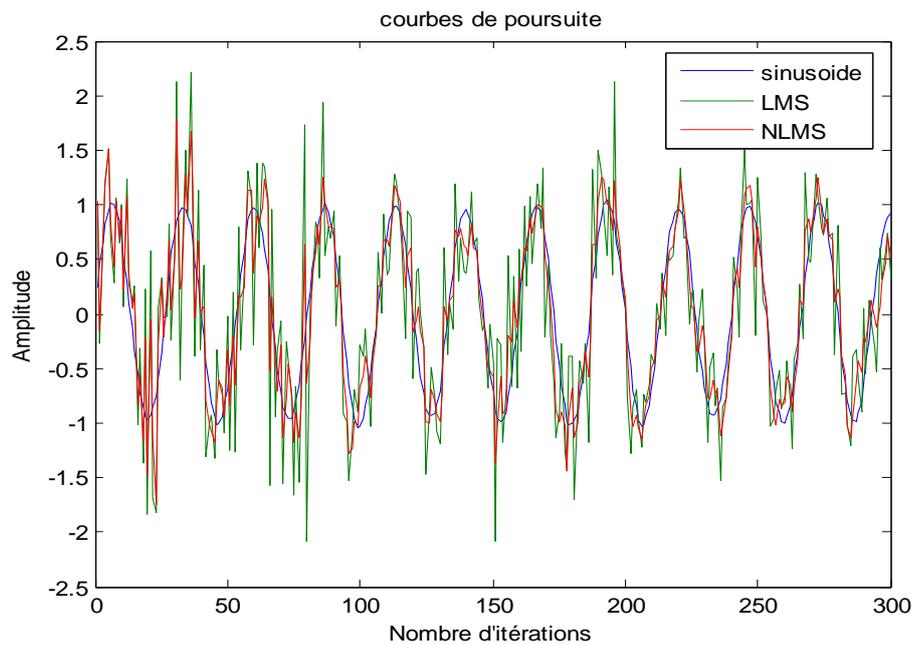


Fig. 2.6-a Poursuite du LMS et du NLMS d'un signal sinusoïdal

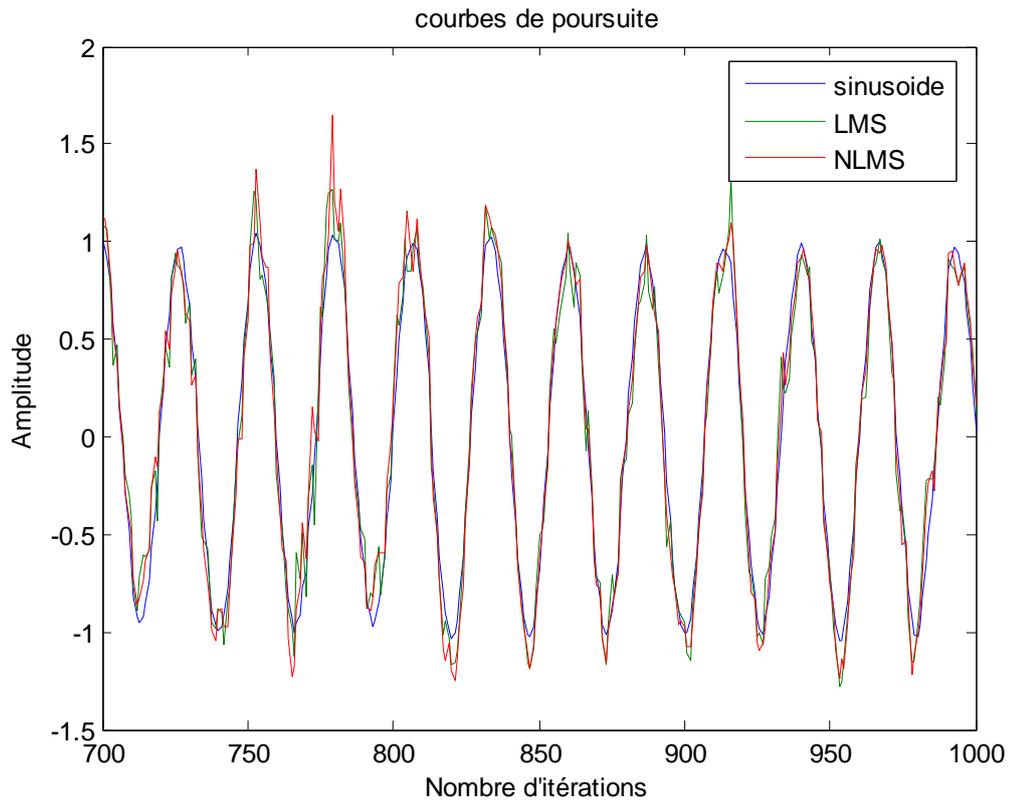


Fig. 2.6-b Poursuite du LMS et du NLMS d'un signal sinusoïdal

Les deux figures précédentes, figure 2.6-a et figure 2.6-b, montrent les limites des algorithmes LMS et NLMS dans la poursuite du signal sinusoïdal d'amplitude unité,

La figure 2.6-a montre qu'au début, les premières centaines d'itérations, les deux algorithmes commettent une erreur très importante dans la poursuite du signal sinusoïdal, il arrive même à ce qu'ils doublent son amplitude. Après quelques itérations d'apprentissage, figure 2.6-b on remarque une nette amélioration dans les performances, mais ça reste toujours insuffisant.

J. Thomas Cilke [16], a étudié l'erreur des magnitudes ainsi que les fluctuations des coefficients du filtre entre les algorithmes LMS et SWIM (Single Weight Iteration Method) où il a démontré les grandes performances du SWIM par rapport à l'algorithme LMS.

2.4.1 Convergence de l'algorithme LMS

La convergence de l'algorithme LMS s'appuie sur l'hypothèse d'indépendance entre X_k et H_k . Dans ce cas, on s'intéresse à la convergence de la trajectoire moyenne $E[H_k]$.

Donc, on aura :

$$E[H_{k+1}] = E[H_k] + 2\mu (E[d_k X_k] - E[X_k^T H_k X_k]) \quad (2.14)$$

Où $E[.]$ représente l'opérateur d'espérance mathématique.

Alors :

$$E[H_{k+1}] = E[H_k] + 2\mu (R_{dX} - R_{XX} E[H_k]) \quad (2.15)$$

On aura la convergence de l'algorithme si $0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}}$ [10]

Où λ_{max} est la valeur propre maximale de la matrice d'autocorrélation R_{XX} .

On définit l'erreur d'ajustement de la convergence, comme étant le rapport d'erreur quadratique moyenne excédante (Excess MSE) par l'erreur quadratique moyenne minimale ξ_{min} [11], [18].

$$M \triangleq \frac{\xi_k - \xi_{min}}{\xi_{min}} \quad (2.16)$$

Pour l'algorithme LMS satisfaisant les conditions de convergence, on aura [11] :

$$M \approx \mu \text{tr} R \quad (2.17)$$

Tel que $\text{tr} R$ est la trace de la matrice d'autocorrélation qui est la somme de ses valeurs propres.

Alors, si $\frac{1}{\text{tr} R} > \mu > 0$ on aura la convergence de l'algorithme [11].

Dans le but d'illustrer l'influence du pas d'adaptation, ainsi que l'ordre du filtre, sur la vitesse de convergence, et l'erreur quadratique moyenne (MSE), de l'algorithme LMS, différents essais sont menés en utilisant Matlab. Pour cela, on a adopté le schéma bloc de la figure suivante.

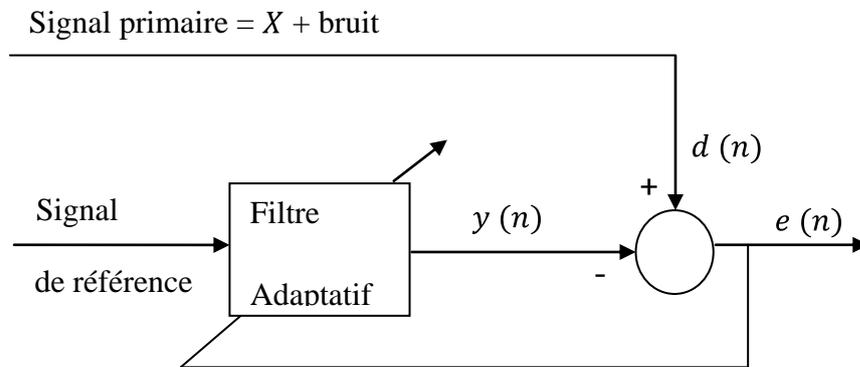


Fig. 2.7 Application de l'algorithme LMS

Les signaux d'entrée du filtre, signal primaire et signal de référence, sont donnés par la figure suivante.

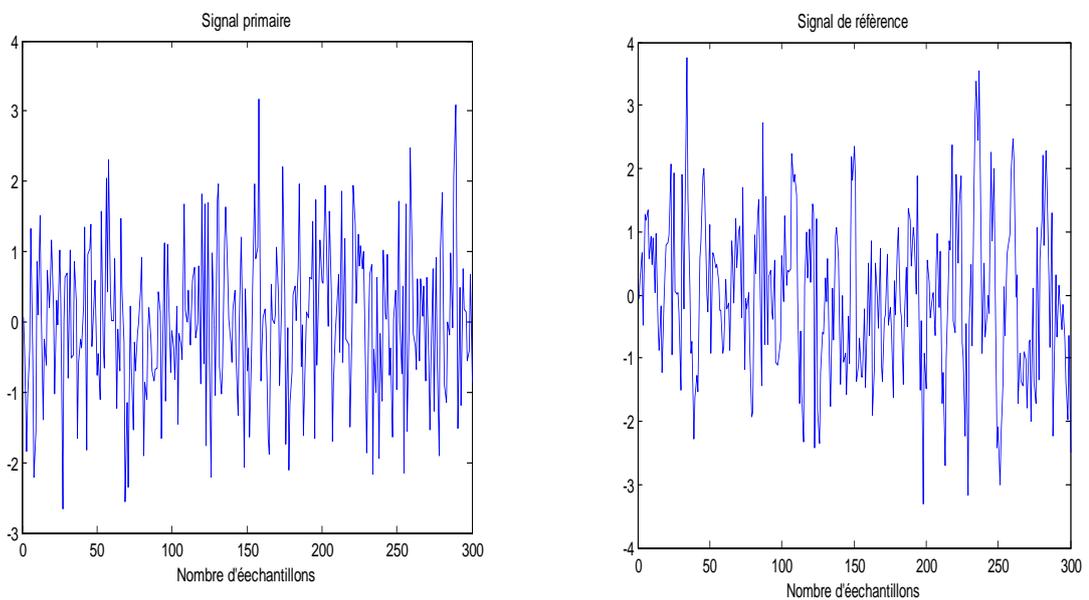
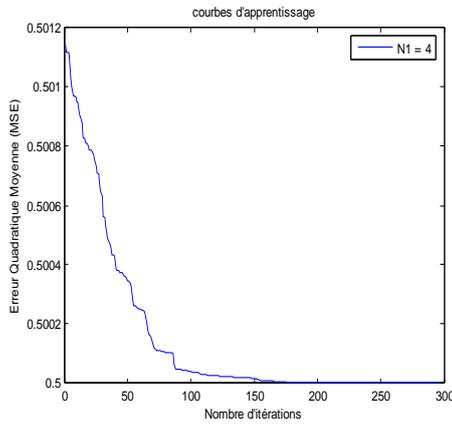
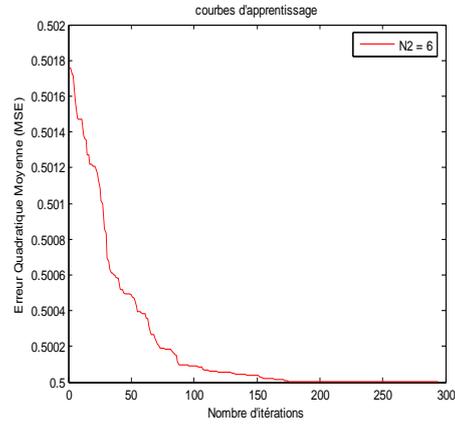


Fig. 2.8 Représentation des signaux d'entrée du filtre

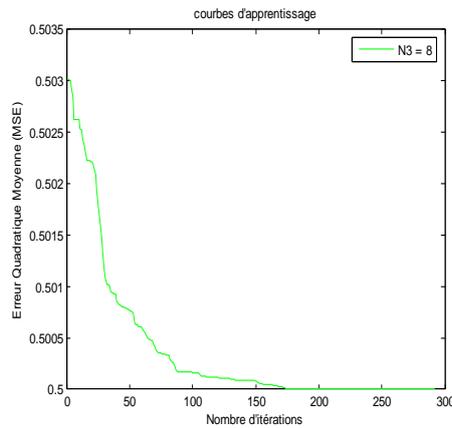
La figure 2.9, montre l'effet du changement de l'ordre du filtre sur la courbe d'apprentissage et l'erreur d'ajustement, moyenne d'ensemble sur 100 réalisations, tout en gardant le pas d'adaptation constant $\mu = 0.01$.



(a) Ordre du filtre $N = 4$



(b) Ordre du filtre $N = 6$



(d) Ordre du filtre $N = 8$

Fig. 2.9 Effet de l'ordre du filtre

La figure 2.9, montre que la vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement sont proportionnelles à l'ordre du filtre, de plus, l'ordre du filtre $N = 8$ donne la meilleure performance du filtre [2].

La figure 2.10, montre l'effet du pas de convergence sur la courbe d'apprentissage, moyenne d'ensemble sur 100 réalisations, tout en gardant le même ordre du filtre $N = 8$.

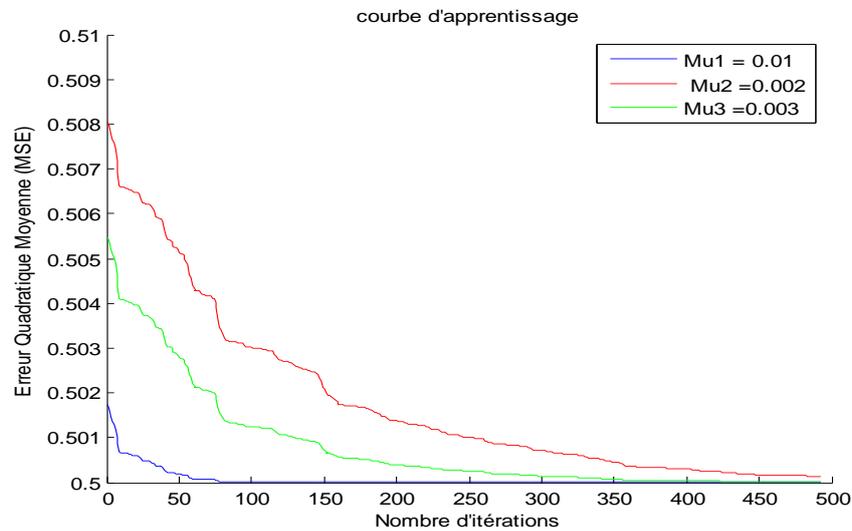


Fig. 2.10 Effet du pas d'adaptation

Le résultat confirme que la vitesse de convergence ainsi que l'erreur d'ajustement sont dépendantes du pas d'adaptation [18].

On remarque que pour $\mu = 0.01$, le filtre converge dans une centaine d'itérations, alors qu'il lui faut un peu plus de cinq cent dans le cas où $\mu = 0.002$.

2.4.2 Le LMS à pas d'adaptation variable

Dans l'algorithme LMS, le pas d'adaptation est fixe (invariant dans le temps). Quelque soit les coefficients du vecteur initial, l'algorithme converge et devient stable si le facteur de convergence, ou le pas d'adaptation, μ satisfait la relation [10].

$$\frac{1}{\lambda_{max}} > \mu > 0 \quad (2.18)$$

Où λ_{max} est la valeur propre maximale de la matrice d'autocorrélation R_{XX} .

a. Mise à jour du pas d'adaptation

Afin d'augmenter les performances de l'algorithme, notamment dans un milieu non stationnaire, une adaptation récursive du facteur de convergence devient nécessaire, mais tout en gardant une complexité de calcul raisonnable.

L'algorithme LMS trouve ses applications depuis son introduction par Widrow et al, dans divers domaines. B. Widrow [10], a étudié l'utilisation du LMS dans le filtrage de signaux ECG. B. Widrow [11], a vu le concept de l'annulation adaptative du bruit. D'autres sont venus élargir ce vaste domaine [18], [19].

Cet intérêt pour le LMS est dû, principalement, à sa simple formulation mathématique et sa facilité d'implémentation.

Plusieurs travaux se sont focalisés sur une nouvelle expression du pas de convergence, mais sans, toutefois, régler les problèmes de convergence ou de poursuite. Neil J. Bershad [20] a donné une nouvelle loi itérative du pas de convergence, dont l'analyse est restreinte à l'algorithme NLMS sur des signaux d'entrée de type gaussien stationnaires à moyenne nulle. Cette étude a démontré qu'en moyenne il n'y a pas une différence significative avec l'algorithme LMS avec un μ correspondant.

D'autres ont étudié l'algorithme LMS afin d'améliorer ses performances comme W.A. Gardner [21] qui a vu ses caractéristiques d'apprentissage des non stationnarités, où il a démontré que spécifiquement, le pas optimum n'est pas en général, une fonction croissante du degré de non stationnarité.

Dans le but de réduire la complexité mathématique (charge de calcul), Kamal Meghriche [2] propose une nouvelle loi itérative de mise à jour du pas de convergence à deux paliers.

$$\mu_k = \frac{1}{\frac{1}{\mu_0} + \sum_{i=1}^N X^2(k-i)} \quad (2.19)$$

Où N représente l'ordre du filtre, et μ_0 le facteur de convergence initial.

Après les N premières itérations d'initialisation, la forme récursive du pas de convergence devient :

$$\mu_k = \mu_{k-1} - \frac{\Delta \mu_k^2}{1 + \Delta \mu_k} \quad (2.20)$$

$$\Delta = X^2(k) - X^2(k - N) \quad (2.21)$$

Pour simplifier l'expression (2.20), on pose

$$\mu'_k = \frac{1}{\mu_k} \quad (2.22)$$

Ce qui nous conduira à la relation suivante :

$$\mu'_k = \mu'_{k-1} + X^2(k) \quad (2.23)$$

Pour les itérations venant après les N premières ($k > N$), μ'_k s'écrit :

$$\mu'_k = \mu'_{k-1} + [X(k) - X(k - N)] [X(k) + X(k + N)] \quad (2.24)$$

Donc, la convergence de l'algorithme est satisfaite si

$$\mu'_k > \lambda_{max} \quad (2.25)$$

De plus, M , qui est l'erreur d'ajustement, devient :

$$M \cong \frac{1}{\mu'_k} \text{tr } R \quad (2.26)$$

L'expression générale de l'algorithme devient :

$$\begin{cases} y_k = X_k^T H_k \\ e_k = d_k - y_k \\ H_{k+1} = H_k + \frac{2}{\mu_k} e_k X_k \end{cases} \quad (2.27)$$

b. Résultats de la programmation sous Matlab

Pour comparer les performances en poursuite de l'algorithme LMS à pas d'adaptation fixe avec le LMS à pas d'adaptation variable, on a procédé aux essais suivants.

Le signal primaire du filtre, qui se compose d'un signal aléatoire bruité, est représenté par la figure 2.11.

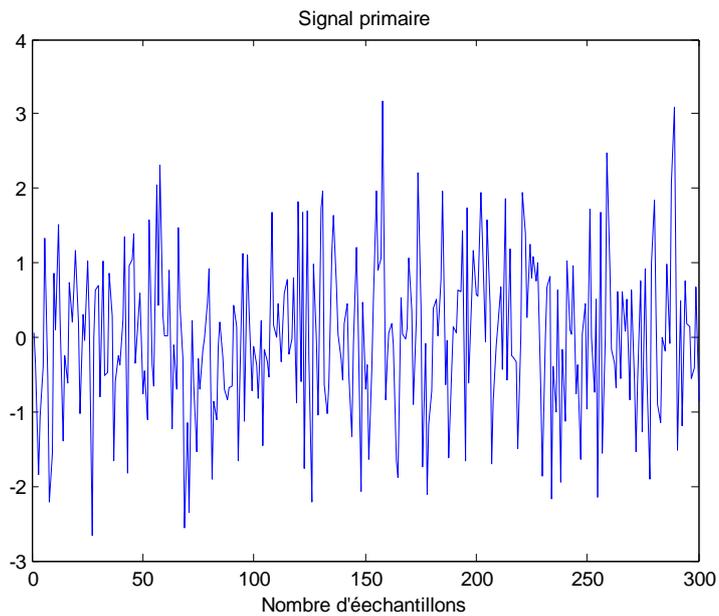


Fig. 2.11 Signal primaire

Etant donné qu'on a appliqué le même type de signaux, primaire et secondaire, ainsi que l'ordre du filtre $N = 8$, afin de ne pas désavantager le LMS à pas d'adaptation fixe, pour les deux algorithmes, les résultats obtenus sont illustrés par la figure 2.12.

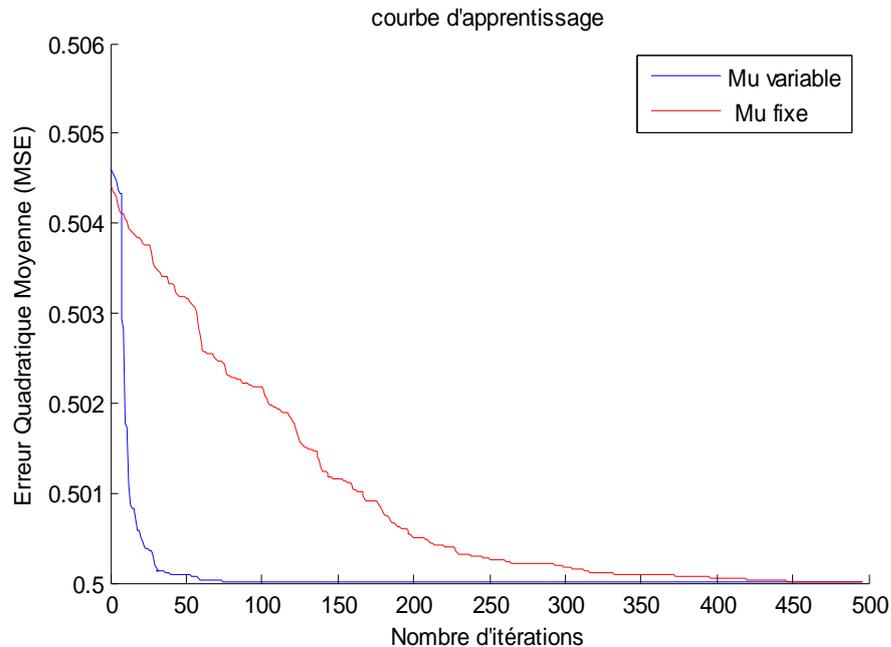


Fig. 2.12 Comparaison des courbes d'apprentissage Mu fixe et Variable

D'après la figure ci-dessus, qui représente les deux courbes d'apprentissage des deux versions d'algorithmes, la vitesse de convergence du LMS à pas d'adaptation variable est beaucoup plus importante que celle à pas d'adaptation fixe.

Le LMS à pas d'adaptation variable converge en seulement 70 itérations tandis que le LMS à pas d'adaptation fixe aura besoin d'environ 450 itérations pour atteindre le même objectif. De plus, l'Erreur Quadratique Moyenne (Mean Square Error - MSE) est minimale dans le cas où le pas d'adaptation est variable par rapport au cas où il est fixe, ce qui démontre les avantages du LMS à pas d'adaptation variable comparativement au LMS à pas d'adaptation fixe dans la poursuite des mêmes signaux.

2.5 Filtrage adaptatif appliqué à l'électrocardiographe (ECG)

Cette démonstration illustre l'application des filtres adaptatifs à l'annulation adaptative de bruit (Adaptive Noise Cancelling) appliqué à l'électrocardiographie fœtal.

Dans l'annulation adaptative de bruit, figure 2.5, un signal mesuré (primaire) contient deux signaux :

- Un signal utile X .
- Un signal d'interférence *bruit 1*.

Le but de ce filtrage est d'éliminer les interférences du signal mesuré par l'utilisation d'un signal de référence *bruit 2*, qui est fortement corrélé avec le signal d'inteférence.

L'exemple considéré ici est une application du filtrage adaptatif pour l'Electrocardiographe (ECG) d'un fœtus, dans lequel le signal ECG de la mère (maternel) est éliminé. Cet exemple est tiré de [10].

2.5.1 Création de l'ECG de la mère

D'abord, on doit donner les formes de l'ECG du fœtus ainsi que de la mère.

L'ECG maternel est supposé avoir une fréquence d'échantillonnage de 4000 Hz. La fréquence du signal cardiaque est approximativement 89 battements par minutes, et son amplitude maximale est de 3.5 millivolts figure2.13.

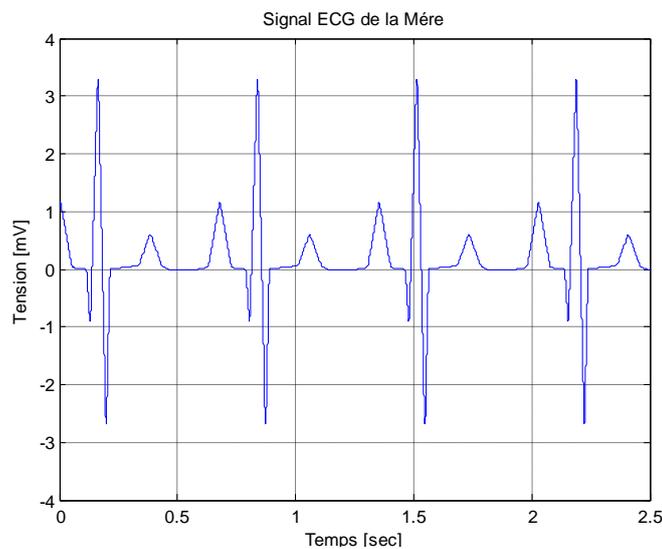


Fig. 2.13 Signal ECG de la mère

2.5.2 Création de l'ECG du fœtus

Le cœur du fœtus est sensiblement plus rapide que celui de sa mère, avec des fréquences entre 120 et 160 battements par minute. Les amplitudes du signal ECG fœtal sont beaucoup plus faibles que les maternels.

Donc, on donne, ici, un ECG fœtal avec une fréquence de 139 battements par minute et une amplitude maximale de 0.25 millivolts figure 2.14.

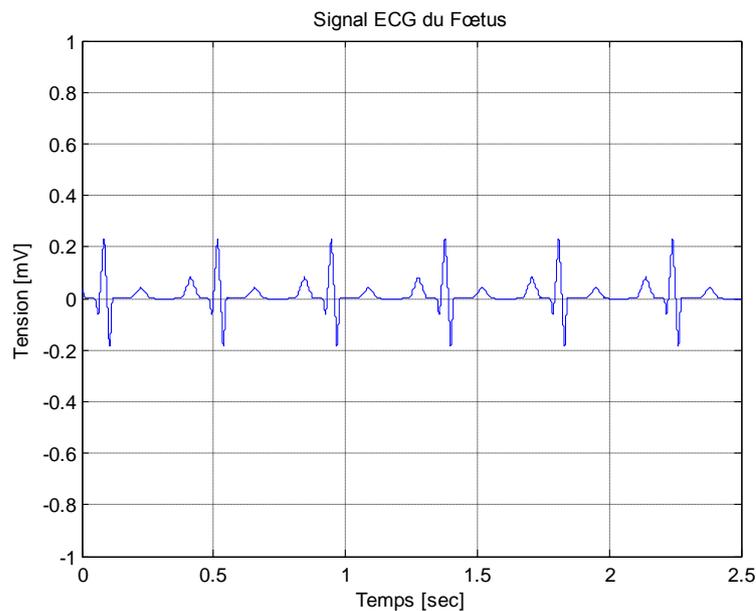


Fig. 2.14 Signal ECG du Fœtus

2.5.3 Mesure de l'ECG du fœtus

La mesure du signal cardiaque du fœtus, figure 2.15, de l'abdomen de sa mère est dominée par le signal des battements du cœur de celle-ci, qui se propage de sa cage thoracique.

De plus, on doit ajouter un bruit gaussien afin de simuler une source de bruit à large bande dans la mesure, car le signal ECG est sujet à différentes sources de perturbations telles les contractions musculaires, les interférences électriques, et déviations de la fréquence de la tension d'alimentation.

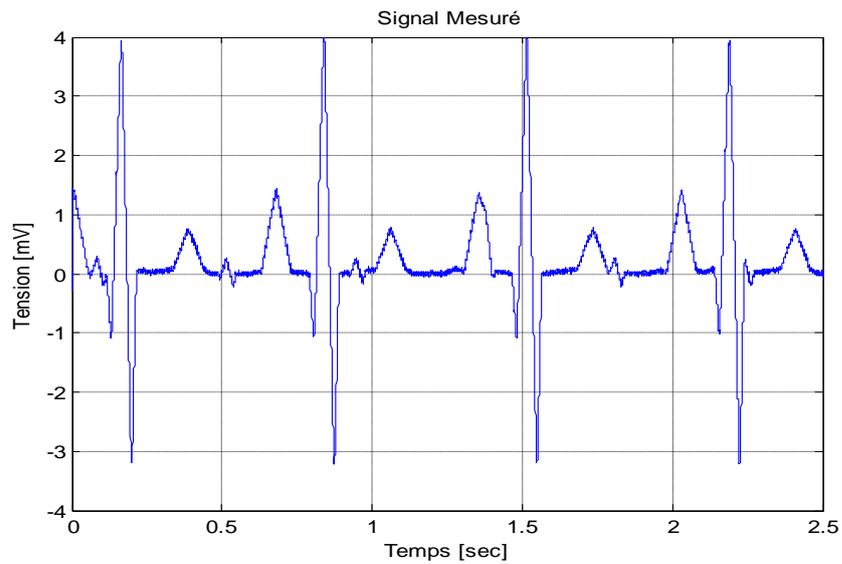


Fig. 2.15 Signal mesuré

2.5.4 Mesure de l'ECG de la mère

Le but de ce filtrage adaptatif, est d'éliminer le signal ECG de la mère du signal ECG du fœtus.

Donc, on doit générer un signal de référence par le signal ECG de la mère, pour aboutir à cette fin. Comme le signal ECG du fœtus, le signal ECG de la mère contient, à son tour, un bruit additif à large bande figure 2.16.

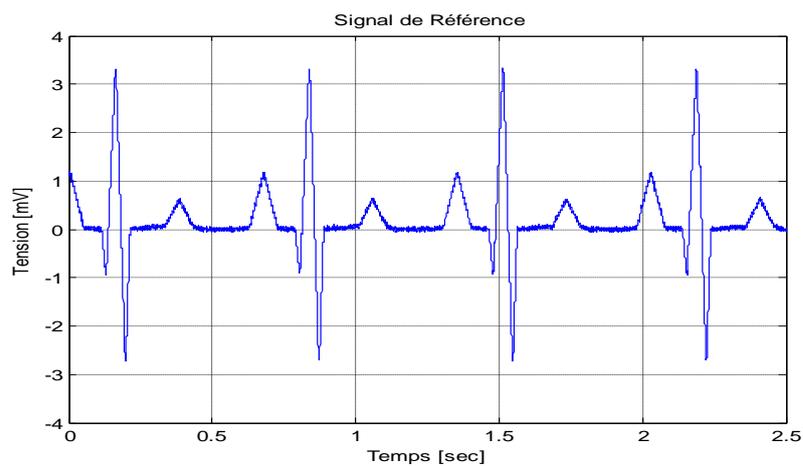


Fig. 2.16 Signal de référence.

2.5.5 Application de l'Annulation Adaptative de Bruit (ANC)

L'annulateur adaptatif de bruit peut utiliser plusieurs procédures adaptatives.

Ici, on utilise l'algorithme LMS d'ordre $N = 5$ et de facteur de convergence $\mu = 7 * 10^{-4}$

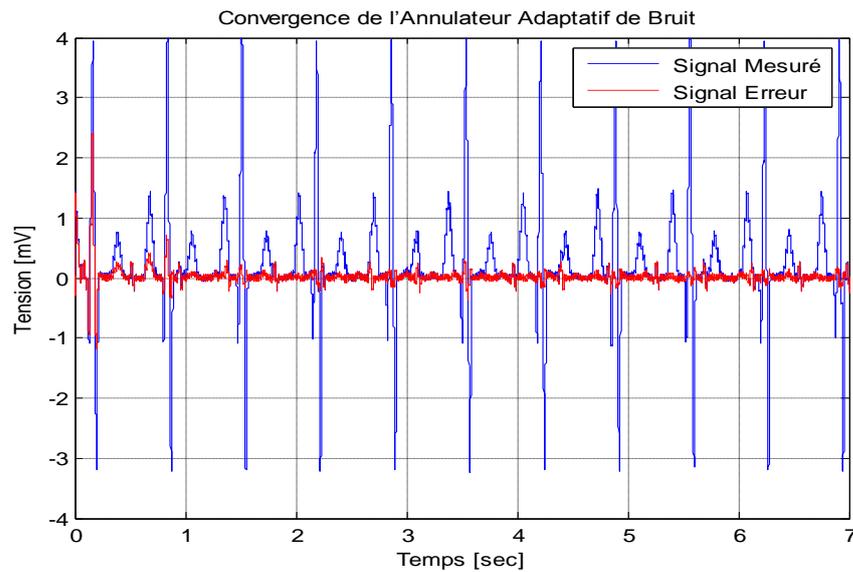


Fig. 2.17 Convergence de l'ANC.

2.5.6 Récupération du signal ECG du Fœtus

Le signal de sortie, $y(n)$, du filtre adaptatif contient le signal ECG estimé de la mère. Ce qui reste dans le signal erreur $e(n)$, après la convergence du système, est une estimation du signal fœtal corrompu par un bruit, figure 2.18.

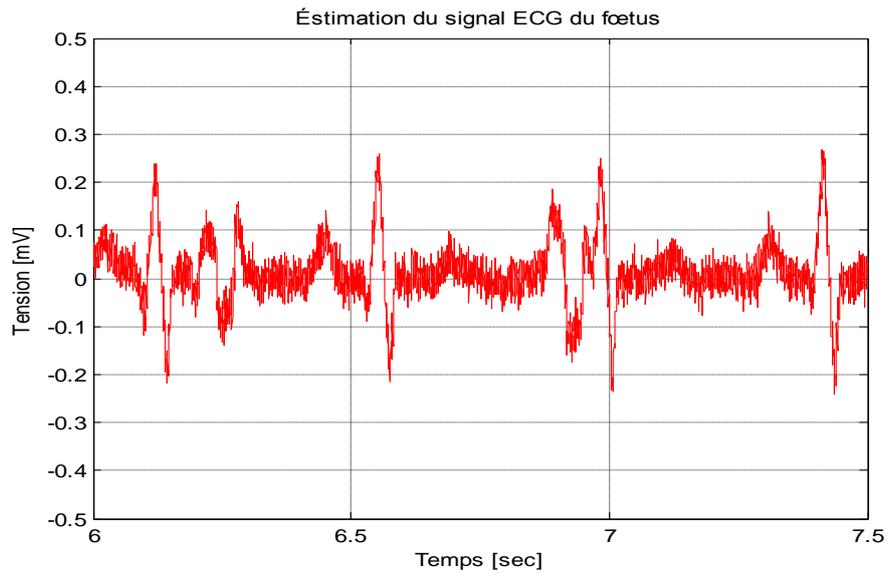


Fig. 2.18 Estimation du signal ECG du Fœtus

2.6 Conclusion

Dans cette partie, nous avons vu un aperçu sur le filtrage adaptatif et les différents critères de choix de l'algorithme ainsi que ses cas d'applications. Puis, une étude de l'algorithme des Moindres Carrés Moyens (LMS) a été faite, tout en donnant une version à pas d'adaptation variable, où on a comparé les courbes d'apprentissages des deux versions. Enfin, une application du filtrage adaptatif à l'électrocardiographe a été réalisée.

Dans la prochaine partie, on va essayer d'étendre cette étude au cas non linéaire via les séries de Volterra.



CHAPITRE III

*Filtrage adaptatif non linéaire
et les statistiques d'ordre supérieur*

Introduction

En dépit de la grande importance des filtres et systèmes de modélisation linéaires dans de larges éventails de situations, il existe de nombreuses applications dans lesquelles ils affichent leurs limites de performance. En présence de bruit multiplicatif, par exemple, les performances des filtres linéaires sont insuffisantes. Pour cette raison, récemment, beaucoup d'attention a été donnée à la modélisation non linéaire des systèmes via les séries de Volterra [22]. Dans la famille des filtres non linéaires on trouve la classe des filtres polynomiaux (de Volterra). Ce type de filtre trouve son application dans de nombreux domaines comme le traitement du signal, l'annulation d'écho et l'identification des systèmes [23].

Dans cette partie, nous allons étendre l'étude du filtrage adaptatif linéaire aux systèmes non linéaires à l'aide des séries de Volterra, en utilisant les statistiques d'ordre supérieur, dans l'égalisation adaptatif des canaux de communication non linéaire, tout en essayant de trouver les résultats de l'étude faite dans [2] et les commenter.

Le point clé des filtres de Volterra est que la sortie du filtre est linéairement dépendante par rapport aux coefficients du filtre [22], [24] et [25].

3.1 Modélisation des systèmes non linéaires via les séries de Volterra

Dans cette section, nous allons essayer d'étendre l'étude des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires via les séries de Volterra.

Rappelons qu'un système linéaire est défini par la convolution d'un signal d'entrée par un filtre.

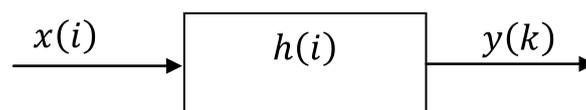


Fig. 3.1 Représentation d'un système de convolution

$$y(k) = x(i) * h(i) \quad (3.1. a)$$

$$y(k) = \sum_{-\infty}^{+\infty} h(i) x(k - i) \quad (3.1. b)$$

Le modèle illustré par (3.1) ne peut donner une représentation satisfaisante de tous les systèmes, pour cela, une extension aux systèmes non linéaires via les séries de Volterra s'avère nécessaire.

La relation entrée/sortie d'un filtre de Volterra, qui peut être décrit sous forme d'une convolution multidimensionnelle [22] et [26], est donnée par [27], [28] et [29], pour ne citer que ceux là.

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_1(i) x(k - i) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h_2(i, j) x(k - i) x(k - j) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_3(i, j, l) x(k - i) x(k - j) x(k - l) + \dots \quad (3.2)$$

Où $h_1(i), h_2(i, j), h_3(i, j, l), \dots$ sont les noyaux de Volterra [22], [23] et [29].

Dans l'équation (3.2), $h_n(i, j, l, \dots)$ est le $n^{\text{ème}}$ ordre du noyau discret de Volterra [29].

Une autre représentation peut être trouvée dans la littérature [14], [22], [24] et [26]. Mais dans notre étude, on se base toujours sur le premier modèle.

$$y(k) = h_0 + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_1(i) x(k - i) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h_2(i, j) x(k - i) x(k - j) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_3(i, j, l) x(k - i) x(k - j) x(k - l) + \dots \quad (3.3)$$

Où h_0 représente un terme de décalage (offset term) [22].

L'un des problèmes des filtres polynomiaux est qu'ils nécessitent un grand nombre de coefficients pour caractériser un processus non linéaire. Ce problème peut être résolu par l'utilisation d'une structure polynomiale récursive qui, comme dans le cas

linéaire, nécessite un nombre réduit [24]. Donc, dans la majorité des cas, on se limite aux deux premiers termes $h_1(i)$ et $h_2(i, j)$.

Dans le cas d'un filtre non linéaire de Volterra, on voudrait trouver les coefficients du filtre qui minimisent l'erreur quadratique moyenne donnée par l'équation (3.4), quand la sortie du filtre de Wiener est donnée par l'équation (3.5).

$$J = E[e^2(k)] = E \left[(d(k) - y(k))^2 \right] \quad (3.4)$$

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_1(i) x(k-i) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h_2(i, j) x(k-i) x(k-j) \quad (3.5)$$

Où J est l'erreur quadratique moyenne minimale menant à la solution optimale de Wiener.

Pour cela, on forme les vecteurs de données (X) et de coefficients (H), en suite on pourra obtenir une représentation vectorielle compacte de (3.5).

Donc on aura [27]:

$$x_1(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-N+1)]^T \quad (3.6.a)$$

$$h_1(n) = [h_1(0) \ h_1(1) \ \dots \ h_1(n-1)]^T \quad (3.6.b)$$

$$x_2(n) = [x^2(n) \ x(n)x(n-1) \ \dots \ x(n)x(n-M-1) \ \dots \ x^2(n-M+1)]^T \quad (3.6.c)$$

$$h_2(n) = [h_2(0,0) \ h_2(0,1) \ \dots \ h_2(1,0) \ \dots \ h_2(M-1, M-1)]^T \quad (3.6.d)$$

Où N : est l'ordre du noyau linéaire du filtre h_1 .

M : est l'ordre du noyau quadratique du filtre h_2 .

En utilisant (3.6), on pourra donner les deux vecteurs (X) et (H)

$$X = [x_1(n)^T \ x_2(n)^T]^T \quad (3.7.a)$$

$$H = [h_1(n)^T \ h_2(n)^T]^T \quad (3.7.b)$$

Les dimensions des vecteurs $x_1(n)$, $h_1(n)$ est $L_1 = N$, et celles de $x_2(n)$, $h_2(n)$ est $L_2 = M(M + 1)/2$. Alors, les dimensions de X et H deviennent $L = L_1 + L_2$ [27]. Cela est dû au fait que le noyau quadratique $h_2(i, j)$ est symétrique [25].

Donc, la forme vectorielle de la sortie du filtre sera donnée par :

$$y(k) = H^T X = X^T H \quad (3.8)$$

Des équations, (3.4) et (3.8), on peut déduire, [2], que :

$$J_Q = E[d^2(k)] - 2E[d(k)X^T] H + H^T E[X X^T] H \quad (3.9)$$

On procède de la même manière que dans le cas linéaire du filtre de Wiener, les coefficients du filtre optimal sont obtenus en annulant le gradient de J_Q par rapport aux coefficients du filtre, ce qui nous conduit, [2], à :

$$\Re H = P \quad (3.10)$$

Avec $\Re = E[X X^T]$ (3.11.a)

Et

$$P = E[d(k) X] \quad (3.11.b)$$

Si on partitionne le vecteur de données X en deux parties, [27], on aura, [2] :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Où X_1 et X_2 représentent, respectivement, la partie linéaire et quadratique du filtre.

Dans ce cas, \mathfrak{R} contient les statistiques d'ordre deux, trois et quatre [2].

Donc

$$\mathfrak{R} = E[X X^T] = E \left\{ \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} [X_1^T \ X_2^T] \right\} \quad (3.13)$$

Alors

$$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} E[X_1 X_1^T] & E[X_1 X_2^T] \\ E[X_2 X_1^T] & E[X_2 X_2^T] \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

De (3.14), on peut déduire que [2] :

- $E[X_1 X_1^T]$ est une matrice de N par N contenant les statistiques d'ordre deux.
- $E[X_1 X_2^T]$ est une matrice de N par $M(M+1)/2$ contenant les statistiques d'ordre trois.
- $E[X_2 X_2^T]$ est une matrice de $M(M+1)/2$ par $M(M+1)/2$ contenant les statistiques d'ordre quatre.

Pour rappel, l'une des propriétés les plus importantes des filtres de Volterra est que la sortie du filtre est linéairement dépendante par rapport aux paramètres des noyaux [22], [24] et [25]. De plus, elles peuvent être interprétées comme étant des convolutions multidimensionnelles [22] et [26].

3.2 Utilisation des statistiques d'ordre supérieur

3.2.1 Egalisation via les séries de Volterra

Par analogie au cas linéaire, un filtre adaptatif non linéaire peut être utilisé pour donner une approximation des coefficients optimums des filtres [22].

Une conséquence importante de la linéarité de la sortie du filtre de Volterra par rapport à ses coefficients, est qu'il est possible de démontrer que tous les algorithmes adaptatifs utilisés dans le cas linéaire, peuvent être étendus au filtre de Volterra [22]. Dans notre cas, on a choisis le LMS.

Pour rappel, l'algorithme des moindres carrés moyens ou LMS est donné par (3.14) [10], [14] :

$$\begin{cases} y_k = X_k^T H_k \\ e_k = d_k - y_k \\ H_{k+1} = H_k + \mu e_k X_k \end{cases} \quad (3.15)$$

Où

- y_k est la sortie du filtre à l'instant k ,
- X_k est la séquence observée de donnée d'entrée, donnée par (307.a),
- H_k est le vecteur des coefficients du filtre,
- e_k est le signal d'erreur,
- d_k est le signal désiré,
- μ est le facteur de convergence ou pas d'adaptation.
- T est l'opérateur de la transposée.

Il est évident que la mise à jour du vecteur des coefficients, H_k , utilise les statistiques d'ordre supérieur [2].

Si on utilise des pas d'adaptation distincts pour la mise à jour des parties linéaire et quadratique du filtre de Volterra, cela permettra de lui donner plus de capacité de poursuite dans un environnement non stationnaire [2].

Dans ce cas, la mise à jour des vecteurs des coefficients du filtre H_k sera donnée par [2] :

$$H_k = H_{k-1} + e_k \begin{bmatrix} \mu_1 X_{1k} \\ \mu_2 X_{2k} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Où μ_1 et μ_2 sont les pas d'adaptation des parties linéaire et quadratique respectivement.

X_{1k} et X_{2k} sont, respectivement, les parties linéaire et quadratique du filtre des données qui sont représentées par [27] :

$$X_{1k} = [x(k) \ x(k-1) \ \dots \ x(k-N+1)]^T \quad (3.17.a)$$

$$X_{2k} = [x^2(k) \ x(k)x(k-1) \ \dots \ x(k)x(k-M-1) \ \dots \ x^2(k-M+1)]^T \quad (3.17.b)$$

Étant donné que μ_1 est le facteur de convergence de la partie linéaire du filtre, donc sa détermination est comparable à celle du LMS utilisé dans les systèmes linéaires, à savoir [10] :

$$0 < \mu_{1k} < \frac{1}{\lambda_{max}} \quad (3.18)$$

λ_{max} étant le maximum des valeurs propres de la partie linéaire.

Alors, il nous reste à déterminer les conditions de convergence sur le choix de μ_{2k} .

3.2.2 Modélisation non linéaire d'un canal de transmission

Plusieurs modélisations linéaires d'un canal de transmission peuvent être trouvées dans la littérature, à savoir le modèle de système à moyenne ajustée (MA ou Moving Average), Autorégressif (AR ou Auto Régressive) ou Autorégressif à Moyenne Mobile (ARMA). La modélisation des systèmes cités ci-dessus est donnée par (3.19).

➤ MA

$$y(k) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i X(k-i) \quad (3.19.a)$$

➤ AR

$$y(k) = b_0 X(k) - \sum_{i=1}^{n-1} a_i y(k-i) \quad (3.19.b)$$

➤ ARMA

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n-1} a_i y(k-i) + \sum_{j=0}^{m-1} b_j y(k-j) \quad (4.19.c)$$

L'extension de ces modèles au cas non linéaire est possible via les séries de Volterra et l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur. En pratique l'ajout d'un terme quadratique à (3.19) est largement suffisant, autrement, le système devient encombrant [2]. Ce qui nous conduit aux systèmes non linéaires suivants :

➤ MA

$$y(k) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i X(k-i) + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} a_{ij} X(k-i) X(k-j) \quad (3.20.a)$$

➤ AR

$$y(k) = b_0 X(k) - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s c_{ij} y(k-i) y(k-j) \quad (3.20.b)$$

➤ ARMA

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s d_{ij} y(k-i) y(k-j) + \sum_{i=0}^m b_i x(k-i) + \sum_{i=0}^u \sum_{j=0}^u c_{ij} x(k-i) x(k-j) \quad (3.20.c)$$

3.2.3 Filtrage adaptatif de Volterra à pas d'adaptation variable

Dans le but d'améliorer les performances du filtre adaptatif de Volterra, Kamal Meghriche [2], a proposé une nouvelle formulation pour la mise à jour des coefficients des noyaux linéaire et quadratique dans laquelle il a développé les conditions de convergence de l'algorithme.

Pour le développement de l'algorithme, Kamal Meghriche [2] s'est basé sur le schéma de la figure 3.2.

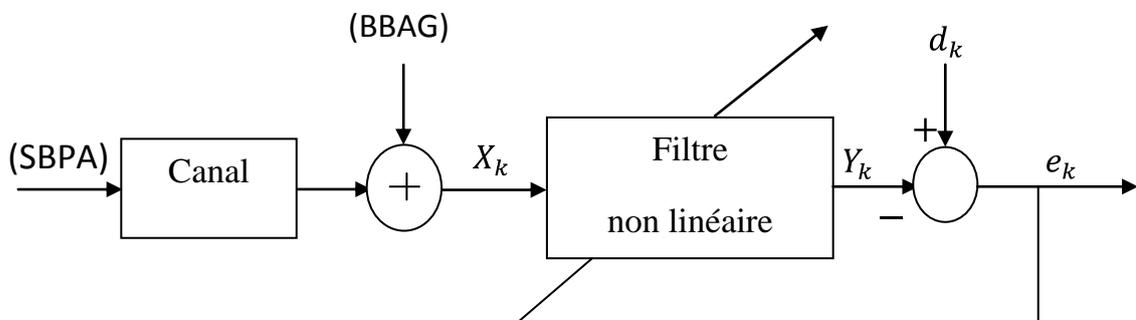


Fig. 3.2 Egalisation d'un canal numérique utilisant les statistiques d'ordre supérieur

D'après la figure 3.2, la mise à jour des coefficients du filtre adaptatif est donnée par :

$$H_k = H_{k-1} + \mu e_k X_k \quad (3.21)$$

Le point de départ pour la détermination des pas d'adaptations des deux parties linéaire et quadratique, qui assurent la convergence de l'algorithme, est donné par [2] :

$$\mu_{i_k} = \mu_{i_{k-1}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{N, M^2} X^2(k-j)} \quad i = 1, 2 \quad (3.22)$$

Où N est l'ordre du noyau linéaire.

M^2 est l'ordre du noyau quadratique.

Après les N et M^2 premières itérations d'initialisation, les pas d'adaptation μ_1 et μ_2 peuvent être donnés, en effectuant le changement de variable, par :

$$\mu'_{i_k} = \mu'_{i_{k-1}} + \Delta_i \quad i = 1, 2 \quad (3.23)$$

Où :

$$\Delta_1 = X^2(k) - X^2(k - N - 1)$$

$$\Delta_2 = X^2(k) - X^2(k - (M - 1)^2)$$

Ce qui nous conduit à la reformulation suivante :

$$H_{k+1} = H_k + e_k \begin{bmatrix} X_{1k} / \mu'_{1k} \\ X_{2k} / \mu'_{2k} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Etant donné que $\mu'_{1_k} = 1/\mu_{1_k}$ est le pas d'adaptation de la partie linéaire du filtre, donc, la détermination des conditions de convergence est la même que celle du LMS à pas d'adaptation fixe [2] :

$$0 < \mu_{1_K} < \frac{1}{\lambda_{1_K}} \quad (3.25)$$

Pour la détermination des conditions de convergence de la partie non linéaire, on procède comme suit :

A partir de l'équation (3.24), il résulte :

$$H_{k+1} - H_k = e_k \begin{bmatrix} X_{1_k} / \mu'_{1_k} \\ X_{2_k} / \mu'_{2_k} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

C e qui peut conduire à l'équation suivante

$$Q_k^T (H_{k+1} - H_k) = e_k Q_k^T Q_k \quad (3.27)$$

Où

T est l'opérateur de la transposée

$$Q_k = \begin{bmatrix} X_{1_k} / \mu'_{1_k} \\ X_{2_k} / \mu'_{2_k} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

En posant $\alpha = Q_k^T Q_k$ et $\beta = Q_{k+1}^T Q_{k+1}$, (3.27) devient :

$$e_k = \frac{Q_k^T (H_k - H_{k-1})}{\alpha} \quad (3.29)$$

Suivant le même raisonnement, on peut obtenir (3.30) :

$$e_{k+1} = \frac{Q_{k+1}^T (H_{k+1} - H_k)}{\beta} \quad (3.30)$$

Etant donné que le signal d'entrée, SBPA, est borné, et en appliquant la condition de convergence de Milosavljević [30] :

$$(S_{k+1} - S_k)S_k < 0 \quad (3.31)$$

En faisant le changement de variable suivant :

$$S_k = e_k^T e_k \quad \text{et} \quad S_{k+1} = e_{k+1}^T e_{k+1}$$

On aura :

$$\left\{ \frac{1}{\beta^2} [(H_{k+1} - H_k)^T Q_{k+1} Q_{k+1}^T (H_{k+1} - H_k)] - \frac{1}{\alpha^2} [(H_k - H_{k-1})^T Q_k Q_k^T (H_k - H_{k-1})] \right\} \\ \left\{ \frac{1}{\alpha^2} [(H_k - H_{k-1})^T Q_k Q_k^T (H_k - H_{k-1})] \right\} < 0 \quad (3.32)$$

En écrivant :

$$\left(\frac{\Gamma_1}{\beta^2} - \frac{\Gamma_2}{\alpha^2} \right) \frac{\Gamma_2}{\alpha^2} < 0 \quad (3.33)$$

Où

$$\Gamma_1 = (H_{k+1} - H_k)^T Q_{k+1} Q_{k+1}^T (H_{k+1} - H_k)$$

$$\Gamma_2 = (H_k - H_{k-1})^T Q_k Q_k^T (H_k - H_{k-1})$$

Alors, pour avoir la convergence de l'algorithme, il suffit de poser $\Gamma_1 < \frac{\beta^2}{\alpha^2} \Gamma_2$, ce qui nous mène à $\mu'_2 > \mu'_1$

Donc :

$$\mu_2 < \mu_1 \quad (3.35)$$

Finalement, pour avoir la convergence de l'algorithme, il suffit d'avoir la valeur initiale du pas d'adaptation de la partie non linéaire inférieure à celle de la partie linéaire.

3.3 Programmation de l'algorithme à pas d'adaptation variable

3.3.1 Dispositif de programmation

Dans le but de démontrer les performances du filtre de Volterra à pas d'adaptation variable, proposé par [2], on se base sur le schéma de la figure 3.3.

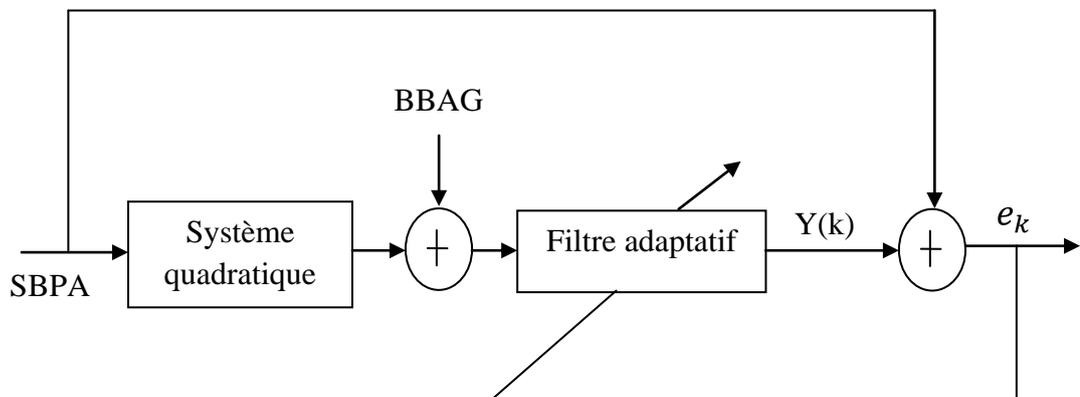


Fig. 3.3 Dispositif de programmation de l'algorithme à pas d'adaptation

On injecte une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) à l'entrée d'un système quadratique de second ordre. Le signal d'entrée du filtre adaptatif est la somme du signal de sortie du système non linéaire, $V(k)$, et d'un bruit blanc additif gaussien, (BBAG), représentant la distorsion du canal de transmission. Le signal d'erreur du procédé est donné par la différence entre le signal transmis (SBPA) et le signal de sortie du filtre adaptatif $Y(k)$.

3.3.2 Résultats obtenus

Après programmation sous Matlab, les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes.

Le signal désiré, (SBPA), qui est de période 14, est illustré par la figure (3.4). Tandis que le signal de sortie du filtre de Volterra est donné par la figure (3.5).

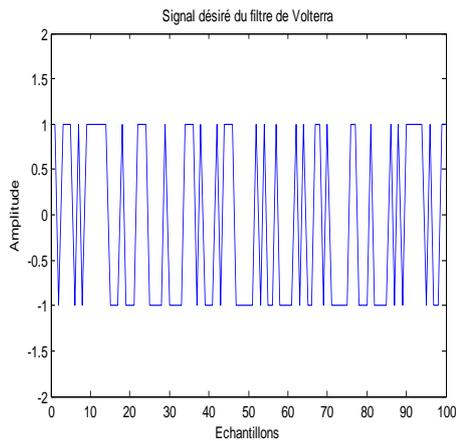


Fig. 3.4 Signal désiré du filtre de Volterra

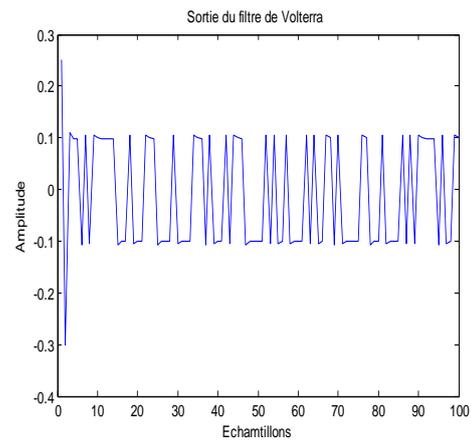


Fig. 3.5 Sortie du filtre de Volterra

Le signal de sortie du filtre adaptatif est représenté par la figure 3.6.

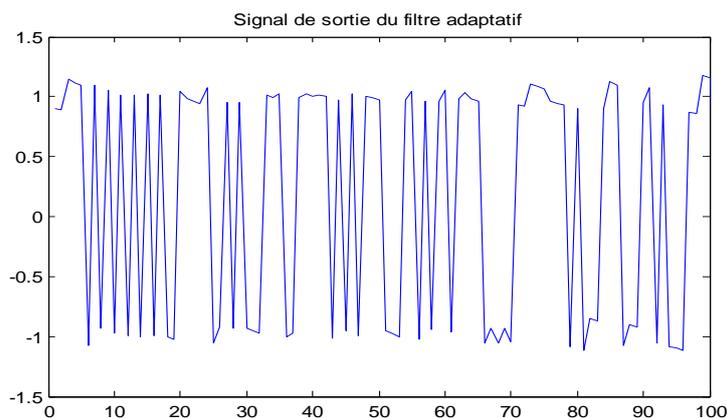


Fig. 3.6 Zoom sur les 100 premières itérations du signal de sortie du filtre

L'évolution de la moyenne d'ensemble de l'erreur sur 100 réalisations est montrée dans la figure 3.7.

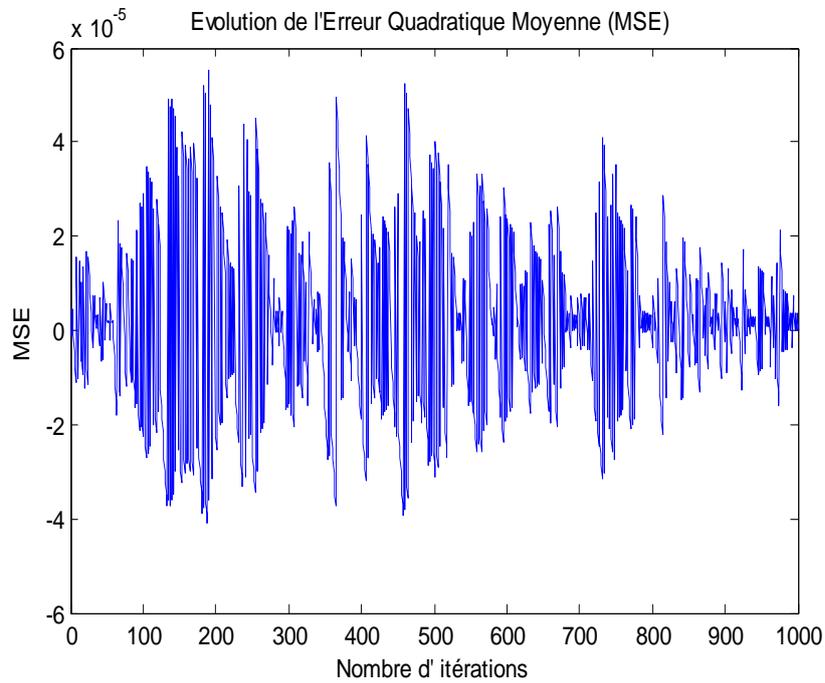


Fig. 3.7 Evolution de la moyenne d'ensemble de l'erreur sur 100 réalisations

Une comparaison entre l'évolution du signal désiré, (SBPA), et le signal de sortie du filtre est illustrée par la figure 3.8. Pour plus de clarté, on a effectué un zoom sur les 100 premières et dernières itérations de ces signaux, figure 3.9. On remarque que, même si au départ il y'a de petits dépassements, à la fin l'algorithme converge mieux.

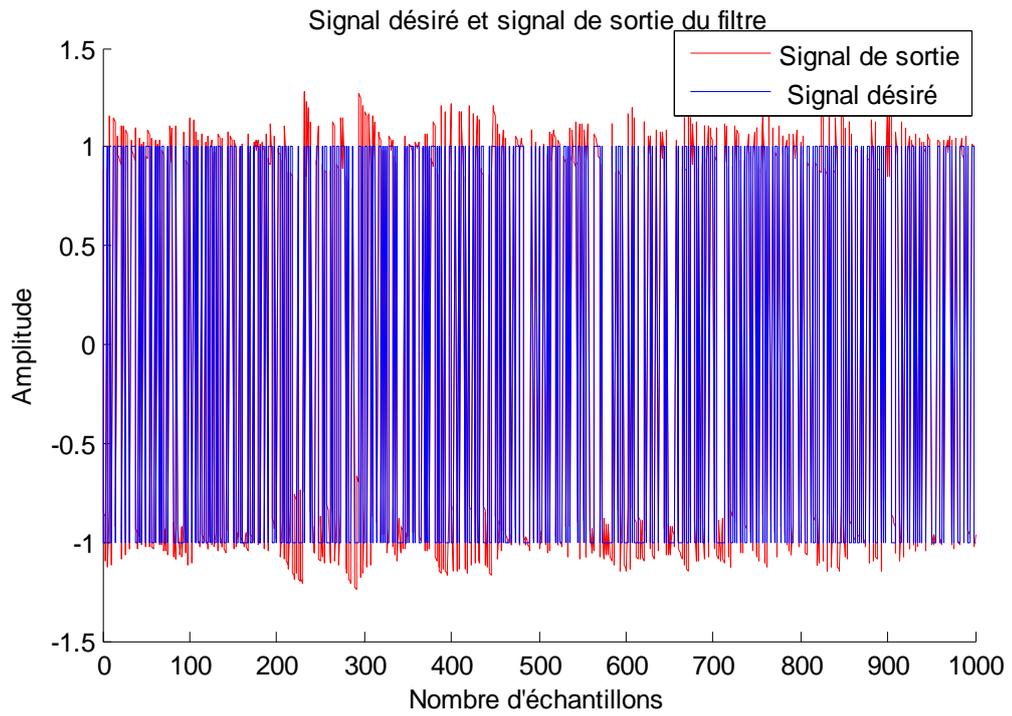


Fig. 3.8 Signal désiré et signal de sortie du filtre

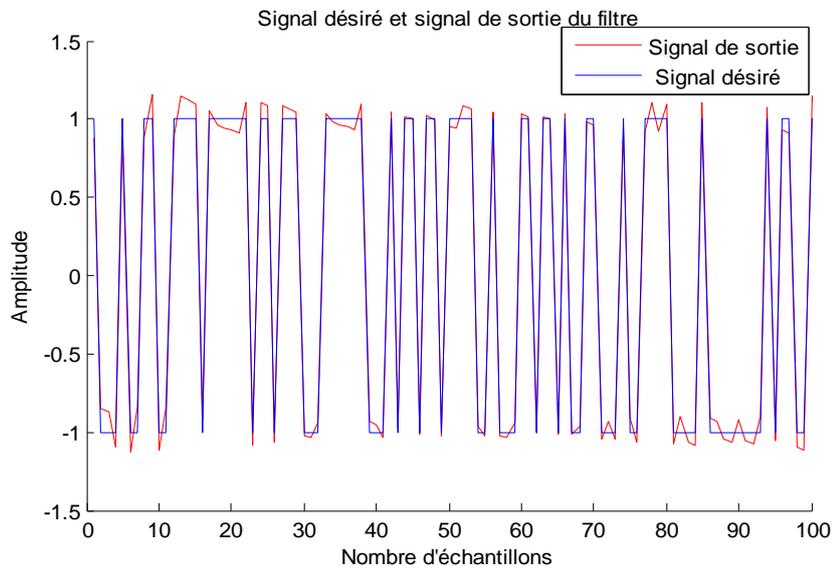


Fig. 3.9.a Zoom sur les 100 premières itérations du signal désiré et signal de sortie du filtre

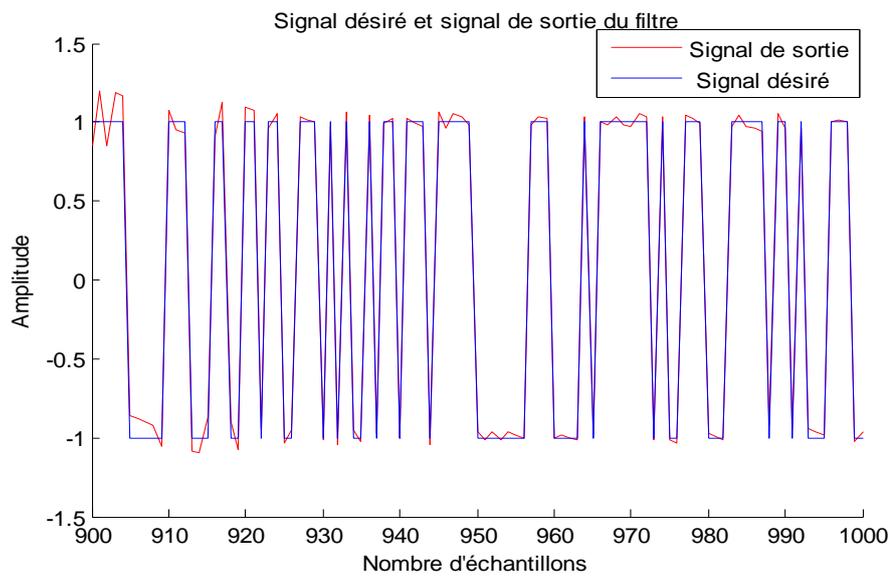


Fig. 3.9.b Zoom sur les 100 dernières itérations du signal désiré et signal de sortie du filtre

3.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté une étude générale du filtre non linéaire de Volterra, qui n'est autre qu'une extension du cas linéaire via les séries de Volterra. Puis, on a étudié les performances de l'algorithme à pas d'adaptation variable proposé par [2].

Dans la prochaine partie, nous allons essayer d'appliquer cet algorithme à des signaux de parole réels, pour la réduction adaptative de bruit et l'annulation d'écho acoustique.



CHAPITRE IV

*Application de l'algorithme
adaptatif non linéaire à la
réduction de bruit et l'annulation
d'écho acoustique*

Introduction

Dans le but de démontrer les performances du filtre de Volterra à pas d'adaptation variable, nous avons choisi de l'appliquer à des signaux de parole réels afin de réduire le bruit, ou d'annuler l'écho acoustique dans un système de téléconférence.

4.1 Quelques définitions

a. Spectrogramme

Le spectrogramme est un outil de visualisation utilisant la technique de la transformée de Fourier et donc du calcul de spectres.

Le spectrogramme permet de mettre en évidence les différentes composantes fréquentielles du signal à un instant donné, une transformée de Fourier rapide étant régulièrement calculée à des intervalles de temps rapprochés.

b. Formant

Un formant est une zone de fréquences plus intense dans le spectrogramme sonore. Dans cette zone temporelle, le spectre est stationnaire. Un formant est déterminé par l'intensité du son à une fréquence donnée.

Le premier formant se situe entre 250Hz et 750Hz, le second entre 750Hz et 2500Hz.

c. Fréquence fondamentale

La fréquence fondamentale correspond à la fréquence de vibration des cordes vocales.

4.2 Réduction de bruit adaptative

Avec l'essor des radiocommunications mobiles et le développement des terminaux mains-libres, les techniques de réduction de bruit trouvent aujourd'hui de plus en plus leur place.

4.2.1 Principe de la réduction de bruit adaptative

L'extraction de l'information contenue dans un signal additivement bruité est un problème très classique en traitement du signal.

L'opérateur dispose d'un signal bruité. La réduction de bruit adaptative est une technique utilisée lorsqu'en plus de $y(n)$, un signal $x(n)$, linéairement corrélé au bruit perturbateur $v(n)$ et indépendant du signal utile $s(n)$ est également accessible.

La réduction adaptative de bruit revient alors à un problème d'identification de filtre. Donc, il suffit d'estimer le filtre réel qui engendre le bruit $v(n)$ à partir du signal $x(n)$, appelé signal de référence (figure 4.1) [31].

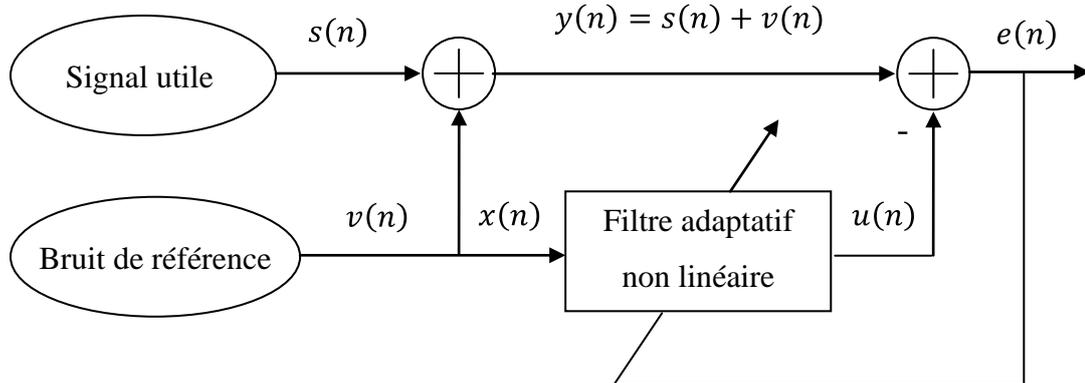


Fig. 4.1 Schéma de réduction de bruit adaptative

Excité par $x(n)$, le filtre reconstruit fournit alors une estimation du bruit, $v(n)$, qu'on retranche de l'observation $y(n)$ pour avoir le signal utile $s(n)$.

4.2.2 Résultats de la programmation

Pour évaluer les capacités du filtre de Volterra à pas d'adaptation variable, le modèle de la figure 4.2 est utilisé [31].

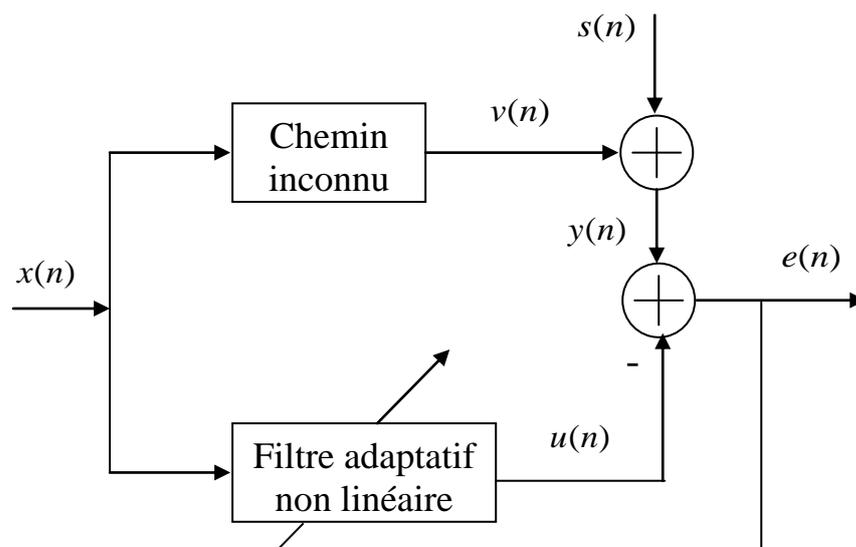


Fig. 4.2 Modélisation de la réduction de bruit adaptative

Dans la figure 4.3, est représenté l'évolution temporelle du signal d'entrée du filtre, ainsi que le signal contaminé par le bruit. On constate que le signal de parole utile est complètement noyé dans le bruit perturbateur.

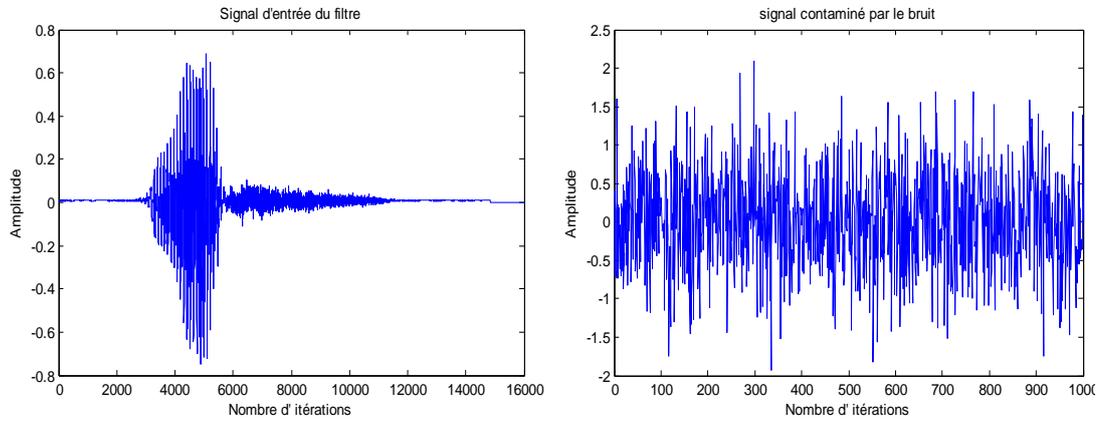


Fig. 4.3 Représentation du signal utile et du signal bruité

La figure 4.4, démontre que notre filtre arrive à modéliser le bruit perturbateur, et par conséquent, à poursuivre le signal désiré.

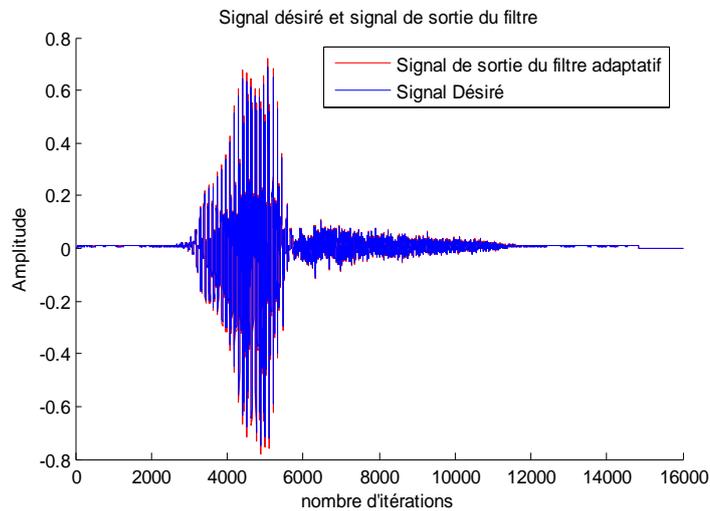


Fig. 4.4 Représentation du signal désiré et du signal de sortie du filtre

acoustique recueillie par le micro devant lequel parle le locuteur B. Ce signal perturbateur est appelé écho car s'il est retourné via le canal de communication, le locuteur B s'entendra effectivement en écho.

On note $y(n)$ l'observation globale captée par le microphone et qui est modélisée par :

$$y(n) = d(n) + z(n) = (x * h_0)(n) + z(n) \quad (4.1)$$

Dans la relation $d(n) = (x * h_0)(n)$, $x(n)$ et h_0 sont respectivement le signal émis par le haut parleur de réception et la réponse impulsionnelle du couplage, supposé de nature linéaire, entre le haut-parleur et le microphone.

Le but du module d'annulation d'écho, marqué en gris sur la figure 4.1, où l'on s'impose de réaliser h sous forme RIF (Réponse Impulsionnelle Finie), est de supprimer au mieux la composante d'écho $d(n) = (x * h_0)(n)$ dans le signal d'émission $e(n)$. Pour comprendre l'idée mise en œuvre pour cette suppression d'écho, la sortie du filtre RIF $\hat{d}(n) = (x * h_0)(n)$ doit être interprétée comme une estimation du signal d'écho $d(n)$. En effet, dans le cas idéal où les filtres h et h_0 sont identiques, les égalités $d(n) = (x * h_0)(n) = (x * h)(n) = \hat{d}(n)$ mènent à $e(n) = z(n)$.

Le canal de propagation acoustique étant amené à varier dans le temps, il en sera de même pour la réponse impulsionnelle h_0 qui modélise son comportement en temps discret. C'est ce qui amène à utiliser des algorithmes adaptatifs dont le rôle est de mettre, continuellement, à jour les coefficients du filtre RIF h pour conserver une compensation optimale de l'écho malgré ces variations.

4.3.2 Résultats de la programmation

Le but de cette partie est de mettre en exergue les performances de notre filtre dans l'annulation d'écho acoustique. Pour cela, le schéma de la figure 4.6 est retenu [31].

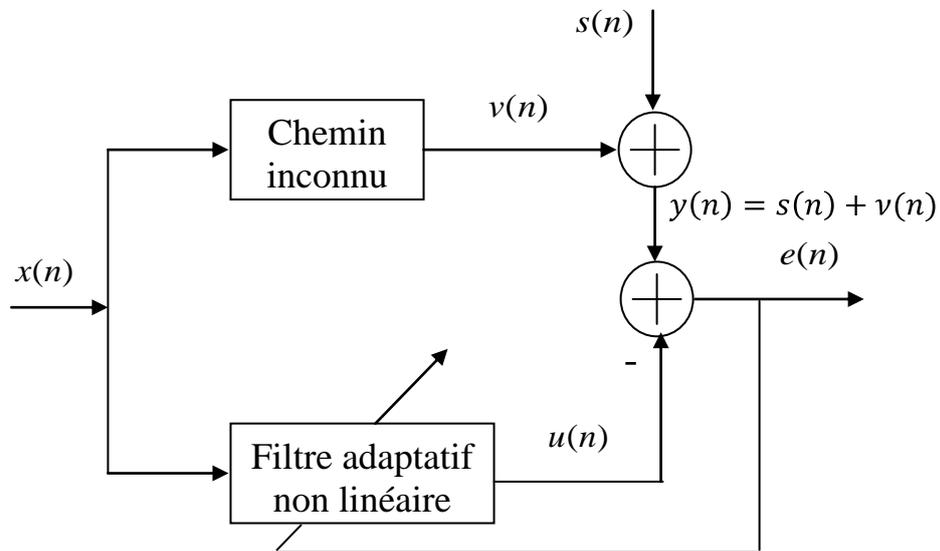


Fig. 4.6 Modélisation de l'annulation d'écho adaptative

Dans la figure 4.6, on trouve le signal de parole utile $s(n)$, ainsi que le signal d'écho $v(n)$, qui est la version filtrée du signal parole du locuteur lointain $x(n)$ par le chemin inconnu, qui sont additionnés pour former le signal $y(n)$. Le signal $x(n)$ forme, aussi, l'excitation de la voie principale. Donc, pour éliminer le bruit $v(n)$, le filtre non linéaire de Volterra, doit identifier au mieux le chemin inconnu pour retrouver en sortie de notre système un signal de parole le plus proche possible du signal utile $s(n)$.

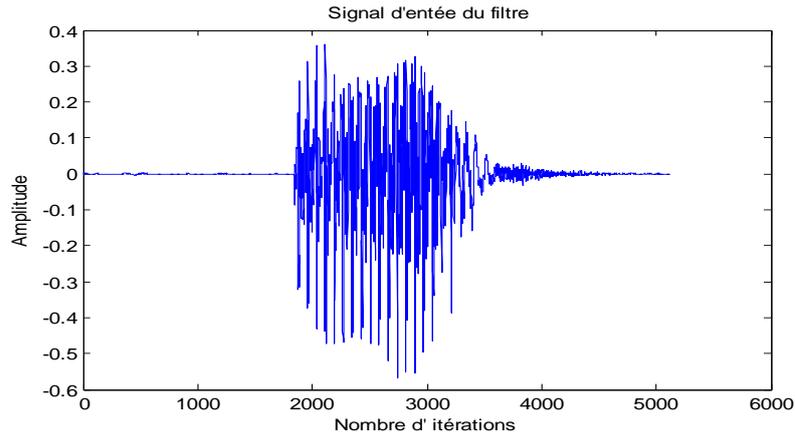


Fig. 4.7 Représentation du signal utile

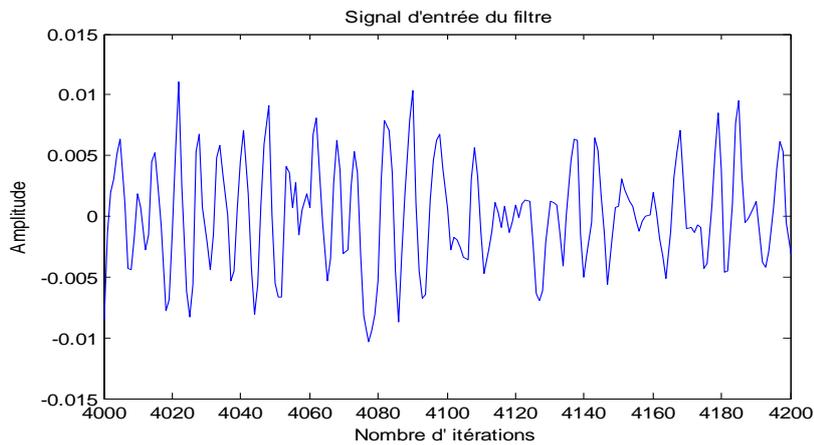


Fig. 4.8 Représentation des zones voisée et non voisée

La figure 4.7 représente l'évolution temporelle, ou *audiogramme*, du signal vocal pour la lettre française 'a'. On y constate une alternance de zones assez périodiques et de zones bruitées, appelées zones *voisées* et *non voisées*. La figure 4.8 donne une représentation plus fine de tranches de signaux voisés et non voisés. L'évolution temporelle ne fournit cependant pas directement les traits acoustiques du signal. Il est nécessaire, pour les obtenir, de mener à bien un ensemble de calculs.

Spectrogramme

Il est souvent intéressant de représenter l'évolution temporelle du spectre à court terme d'un signal, sous la forme d'un *spectrogramme*. L'amplitude du spectre y apparaît sous la forme de niveaux de gris dans un diagramme en deux dimensions temps-fréquence.

On parle de spectrogramme à *large bande* ou à *bande étroite* selon la durée de la fenêtre de pondération, figure 4.9. Les spectrogrammes à bande large sont obtenus avec des fenêtres de pondération de faible durée (typiquement 10 ms); ils mettent en évidence l'enveloppe spectrale du signal, et permettent par conséquent de visualiser l'évolution temporelle des formants. Les périodes voisées y apparaissent sous la forme de bandes verticales plus sombres.

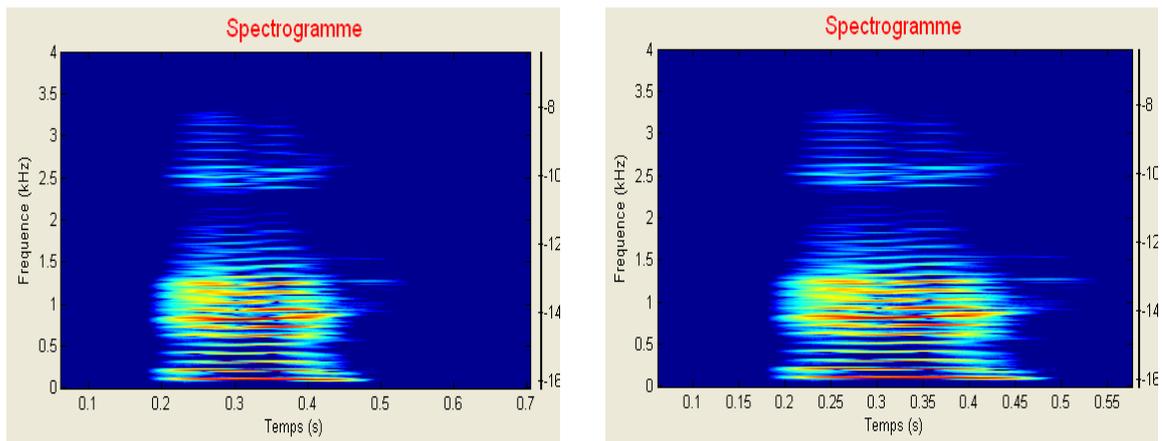


Fig. 4.9 Représentation des spectrogrammes des signaux de parole, à gauche le signal original, à droite le signal après annulation d'écho

Formant

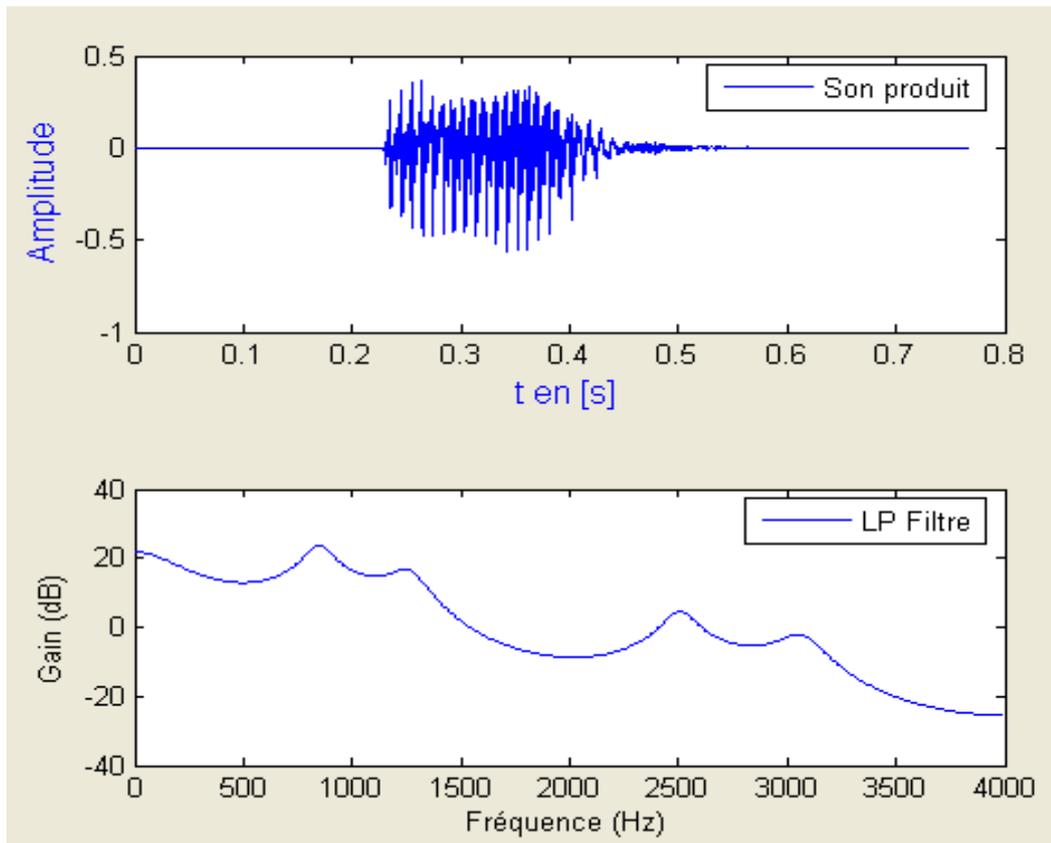


Fig. 4.10 Représentation du signal de parole utile et de son enveloppe spectrale

La figure 4.10 illustre la transformée de Fourier du signal de parole. Les parties voisées du signal apparaissant sous la forme de successions de pics spectraux marqués, dont les fréquences centrales sont multiples de la fréquence fondamentale. Par contre, la tranche du spectre de la partie du signal non voisée ne présente aucune structure particulière. La forme générale de ce spectre, appelée *enveloppe spectrale*, présente elle-même des pics et des creux qui correspondent aux résonances et aux anti-résonances du conduit vocal et sont appelés *formants* et *anti-formants*. L'évolution temporelle de leur fréquence centrale et de leur largeur de bande détermine le timbre du son.

Tableau 4.1 Les formants du signal original et du signal débruité.

N° Formant	1	2	3	4	5
Signal original	34.2459	847.582	1265.6	2504.96	3070.15
Signal débruité	34.2708	847.58	1265.6	2504.96	3070.15

La figure 4.11, représente la courbe de poursuite de la sortie du filtre par rapport au signal désiré. On remarque que l'évolution du signal de sortie du filtre suit parfaitement celle du signal désiré, même s'il y'a un léger dépassement.

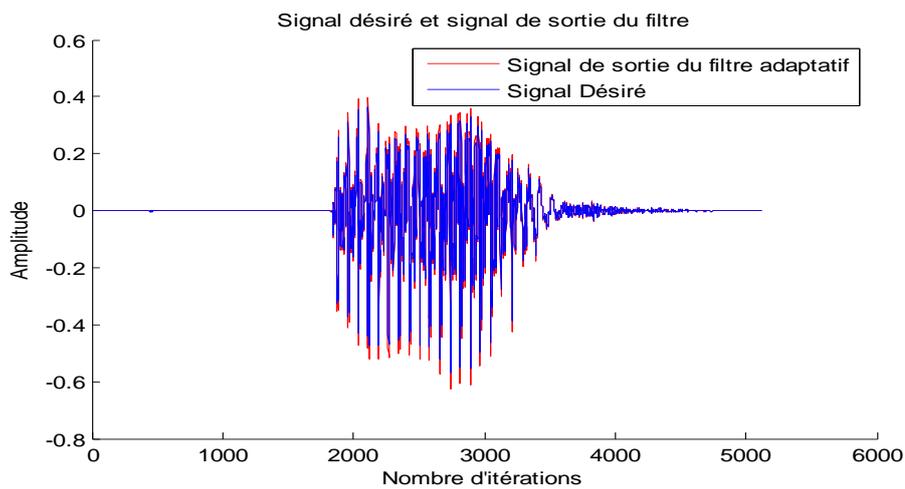
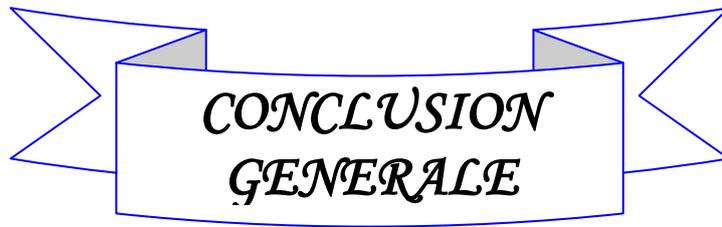


Fig. 4.11 Représentation du signal désiré et du signal de sortie du filtre

4.4 Conclusion

Les différentes applications du filtre non linéaire à pas d'adaptation variable de type Volterra, à des signaux de parole réels, que ce soit à la réduction de bruit adaptative ou à l'annulation d'écho acoustique, ont démontré la capacité de ce dernier à identifier les différentes sources de perturbation.

Même si ce ne sont pas des résultats expérimentaux, dans cette partie, la programmation a démontré les performances en poursuite de notre filtre à travers les différentes courbes.



*CONCLUSION
GENERALE*

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail de mémoire de magister est d'étudier le filtrage adaptatif en général, et les filtres non linéaires combinés aux statistiques d'ordre supérieur pour des applications de type réduction adaptative de bruit d'une part, et de contrôler l'écho acoustique, dans des systèmes main libre ou audio conférence, d'autre part.

Dans ce manuscrit, nous avons donné les outils de base du traitement statistique du signal, tel que les moments et cumulant d'ordre supérieur, puis quelques domaines d'application des statistiques d'ordre supérieur ont été énumérés.

En premier lieu, nous avons essayé de démontrer les mérites du filtrage adaptatif linéaire dans des applications aux systèmes dont la relation entrée/sortie est définie par une simple relation de convolution. Le filtrage adaptatif, dans son ensemble, a été étudié dans des systèmes linéaires, particulièrement l'algorithme des moindres carrés moyens (LMS), avec une mise en exergue de l'influence des différents paramètres. Le signal d'entrée est une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) avec une densité spectrale homogène couvrant l'ensemble de la bande passante du système. Les résultats de la programmation ont démontré la supériorité de l'algorithme à pas d'adaptation variable par rapport au pas fixe dans la poursuite des signaux.

Ensuite, l'algorithme à pas d'adaptation variable a été étendu aux systèmes non linéaires, via les séries de Volterra en utilisant les statistiques d'ordre supérieur. Les résultats obtenus, montrent que ce dernier offre une bonne capacité de poursuite d'une SBPA, en dotant ses parties linéaire et quadratique de lois d'adaptation différentes, ce qui permet d'avoir plus de degrés de liberté dans l'ajustement des coefficients du filtre.

Des applications aux signaux de parole réels du filtre non linéaire à pas d'adaptation variable, pour la réduction de bruit et l'annulation d'écho acoustique, ont démontré ses capacités en poursuite. La réduction de bruit adaptative revient à un problème d'identification de filtre. Donc, il suffit d'estimer le filtre réel qui engendre le bruit à partir du signal de référence, puis de retrancher cette estimation au signal bruité, ce qui donne en sortie du filtre une estimation du signal utile. Pour la partie annulation d'écho, nous avons commencé par une brève explication de ce phénomène dans les systèmes téléconférence, puis une programmation de ce dernier a été faite sous Matlab.



*LIMITES ET
PERSPECTIVES*

Limites et Perspectives

Malgré les performances constatées des filtres non linéaires dans les différentes applications, néanmoins un important travail reste à accomplir dans l'étude de ces filtres, notamment ceux de type Volterra.

Des restrictions ont été faites pour le développement du modèle non linéaire, dans le but de réduire la complexité mathématique des calculs, à savoir la limitation des noyaux de Volterra au deuxième terme, et la négligence des retards des différents signaux.

Il convient de dire que les résultats obtenus ne sont pas négligeables. Mais, il serait souhaitable d'appliquer ces algorithmes dans un environnement réel, tel qu'un habitacle de véhicule ou une salle de téléconférence, en tenant compte des différentes limites déjà signalées, ce qui peut être très intéressant.



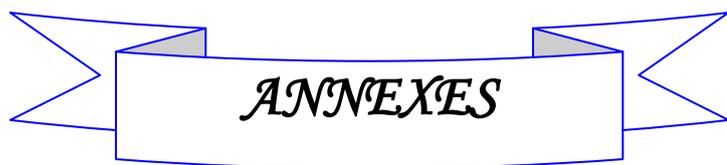
BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1] Thierry Dutoit, Introduction au Traitement Automatique de la Parole, Notes de cours /DEC2, Faculté Polytechnique de Mons, Première édition, le 20 octobre 2000.
- [2] Kamal Meghriche, Filtrage adaptatif utilisant les statistiques d'ordre supérieur, thèse de doctorat d'état en électronique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Mai 2007.
- [3] J.-L. Lacoume, P.- O. Amblard, P. Comon, Statistiques d'Ordre Supérieur pour le Traitement du Signal, Masson, Paris, ISBN :2-225-83118-1, 1997.
- [4] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill Inc., 1991.
- [5] John G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw Hill, 4th edition, ISBN 0-072-32111-3, 2001.
- [6] Freddy Mudry, Signaux et Systèmes, 6^{ème} partie, Filtrage adaptatif Codage de la parole, Ecole d'ingénieurs du Canton de Vaud, 2005.
- [7] Valeriu Vrabie, Statistiques d'ordre Supérieur : Application en Géophysique et électrotechnique, thèse de doctorat de l'INPG et de l'UPB, Laboratoire des Images et des Signaux de Grenoble, Institut National Polytechnique de Grenoble, Octobre 2003.
- [8] Jani Evan, Contribution à la séparation de sources à l'aide de statistiques d'ordre, thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier Grenoble, Université Joseph Fourier Grenoble, Décembre 2003.
- [9] C.L. Nikias and M.R. Raghuveer, "Bispectrum estimation: A digital signal processing framework," *Proceedings of the IEEE*, vol. 75, no. 7, pp. 869–891, July 1987.
- [10] B. Widrow, J.R. Glover, J. McCool, J. Kaunitz, C. Williams, R. Hearn, J. Zeidler, E. Dong, and R. Goodlin, "Adaptive noise cancelling: Principles and applications," *Proc. of the IEEE*, vol. 63, no. 12, pp. 1692–1716, December 1975.

- [11] B. Widrow, J. McCool, M. Larimore, and R. Johnson Jr., “Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter,” *Proc. IEEE*, vol. 64, pp. 1151–1162, August 1976.
- [12] J.F. Bercher, et P. Jardin, Introduction au filtrage adaptatif, ESIEE Paris.
- [13] Jacob Benesty, Traitement des signaux numériques-II, Filtrage adaptatif et analyse spectral, Note de cours, INRS-EMT.
- [14] Abhijit A. Shah, Advisor: Dr. Tufts, *Development and Analysis of Techniques for Order Determination and Signal Enhancement*, PhD dissertation, University of Rhode Islands, 1994.
- [15] Kyongu Lee, Minjong Kim “ Estimating the amplitude of the cubic difference tone using a third-order adaptive Volterra filter,” Proc of the 8th Conference on Digital Audio Effects (DAFx ’05), Madrid, Spain, September 20-22, 2005.
- [16] J. Thomas Cilke, and Delores M. Etter, A new Adaptive Algorithm to Reduce weight Fluctuation Caused by High Variance Data, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, no. 9, September 92.
- [17] J.C.M. Bermudez and N.J. Bershad, “Transient and tracking performance analysis of the quantized LMS algorithm for time-varying system identification,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 8, pp. 1990–1997, August 1996.
- [18] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 4th edition, ISBN 0-130-90126-1, 2001.
- [19] C.F.N. Cowan and P.M. Grant (Editors), *Adaptive Filters*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [20] Neil J. Bershad, “Analysis of the normalized LMS algorithm with Gaussian inputs,” *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-34, no. 4, pp. 793–806, August 1986.
- [21] W.A. Gardner, “Nonstationary learning characteristics of the LMS algorithm,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, no. 10, pp. 1199–1207, October 1987.

- [22] G. L. Sicuranza, "Quadratic filters for signal processing," *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 8, pp. 1263–1285, 1992.
- [23] G. L. Sicuranza, A. Bucconi, P. Mitri, "Adaptive Echo Cancellation with Nonlinear Digital Filters", Proceedings of ICASSP 84, pp. 3.10.1-4, March 1984.
- [24] Enzo Mumolo, Alberto Carini, Recursive Volterra Filters with Stability Monitoring, Dipartimento di Elettrotecnica, Electronica ed Informatica, Universita di Trieste, Via Valerio 10, 34127 Trieste, Italy.
- [25] Robert D. Nowak, Member , IEEE, Penalized Least Squares Estimation of Volterra Filters and Higher Order Statistics, Department of Electrical Engineering, Michigan State University, 206 Engineering Building, East Lansing, MI 48824-1226.
- [26] D. W. Griffith, J. R. Arce, "Partially decoupled Volterra filters: formulation and LMS adaptation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 6, pp. 1485–1494, 1997.
- [27] F. Kuerch, and W. Kellermann, Proportionate NLMS Algorithm for Second-order Volterra Filters and it's Application to Nonlinear Echo Cancellation, Telecommunications Laboratory, University of Eriangen-Nuremberg, Cauerstr. 7 D-91058 Eriangen, Germany.
- [28] Eduardo L. O. Batista, Orlando J. Tobias, and Rui Seara, Fully and Partially Interpolated Adaptive Volterra Filters, LINSE-Circuits and Signal Processing Laboratory, Departement of Electrical Engineering, Federal University of Santa Catarina, 88040-900 – Sc – Brazil.
- [29] A. Asfour, K. Raouf, and J. M. Fournier, Nonlinear Identification of NMR Spin Systems by Adaptive Filtering, *Journal of Magnetic Resonance* 145, 37-51 (2000).
- [30] C. Milosavljevic, "General conditions for the existence of a quasisliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems," *Automation & Remote Control*, no. 46, pp. 307–314, 1985.
- [31] Farid Ykhlef, Réduction de bruit et contrôle d'écho pour les applications radio mobile et audioconférence, thèse de doctorat d'état en électronique, laboratoire signal et communications, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2008.



ANNEXES

A. FIGURES ET TABLEAUX

N°	INTITULÉ DE LA FIGURE	PAGE
1.1	Densité de probabilité d'une distribution gaussienne.....	5
1.2	Densité de probabilité d'une distribution exponentielle.....	5
1.3	Représentation temporelle et fréquentielle du signal $x(t) = \sin 2 \pi 50 t + \sin 2 \pi 200 t$	9
1.4	Représentation temporelle et fréquentielle du signal $x(t)$ + Zero_Mean Random Noise.....	10
1.5	Equations caractéristiques des statistiques d'ordre supérieur.....	12
2.1	Filtre linéaire adaptatif transversal	15
2.2	Identification de système.....	19
2.3	Filtre prédictif direct d'erreur.....	20
2.4	Modélisation inverse	20
2.5	Annulation d'interférences (Filtrage Adaptatif).....	21
2.6-a	Poursuite du LMS et du NLMS d'un signal sinusoïdal.....	23
2.6-b	Poursuite du LMS et du NLMS d'un signal sinusoïdal	24
2.7	Application de l'algorithme LMS.....	26
2.8	Représentation des signaux d'entrée du filtre.....	26
2.9	Effet de l'ordre du filtre.....	27
2.10	Effet du pas d'adaptation.....	28
2.11	Signal primaire	31
2.12	Comparaison des courbes d'apprentissage Mu fixe et Variable.....	32
2.13	Signal ECG de la mère	33
2.14	Signal ECG du Fœtus	34
2.15	Signal mesuré	35
2.16	Signal de référence	35
2.17	Convergence de l'ANC	36
2.18	Estimation du signal ECG du Fœtus	37
3.1	Représentation d'un système de convolution.....	38
3.2	Egalisation d'un canal numérique utilisant les statistiques d'ordre supérieur.....	46

3.3	Dispositif de programmation de l'algorithme à pas d'adaptation variable	50
3.4	Signal désiré du filtre de Volterra.....	51
3.5	Sortie du filtre de Volterra.....	51
3.6	Zoom sur les 100 premières itérations du signal de sortie du filtre.....	51
3.7	Evolution de la moyenne d'ensemble de l'erreur sur 100 réalisations.....	52
3.8	Signal désiré et signal de sortie du filtre	53
3.9.a	Zoom sur les 100 premières itérations du signal désiré et signal de sortie du filtre.....	53
3.9.b	Zoom sur les 100 dernières itérations du signal désiré et signal de sortie du filtre.....	54
4.1	Schéma de réduction de bruit adaptative.....	56
4.2	Modélisation de la réduction de bruit adaptative.....	56
4.3	Représentation du signal utile et du signal bruité.....	57
4.4	Représentation du signal désiré et du signal de sortie du filtre	57
4.5	Schéma du Principe de l'annulation d'écho acoustique	58
4.6	Modélisation de la réduction de bruit adaptative.....	60
4.7	Représentation du signal utile	61
4.8	Représentation des zones voisée et non voisée	61
4.9	Représentation des spectrogrammes des signaux de parole, à gauche le signal original, à droite le signal après annulation d'écho	62
4.10	Représentation du signal de parole utile et de son enveloppe spectrale.....	63
4.11	Représentation du signal désiré et du signal de sortie du filtre	64

N°	INTITULÉ DU TABLEAU	PAGE
1.1	Distributions de probabilités.....	1
2.1	Variantes classiques du LMS	23
4.1	Les formants du signal original et du signal débruité.....	64

B. NOMENCLATURE

cum_x^n	Cumulant d'ordre n de la variable aléatoire x .
d_k	Signal désiré.
e_k	Signal d'erreur.
$E[x]$	Espérance mathématique ou la moyenne statistique de la variable aléatoire x .
$E[x^n]$	Moment d'ordre n de la variable aléatoire x .
$E[xy]$	Intercorrélation entre les variables discrètes x et y .
$E[x(t)]$	Moyenne temporelle de la variable aléatoire x .
H	Vecteur des coefficients du filtre.
H_k	Vecteur des coefficients du filtre.
H_*	Vecteur des coefficients optimum du filtre.
h_0	Terme de décalage (offset term).
$h_1(i), h_2(i, j)$ $h_3(i, j, l), ..$	Noyaux de Volterra.
i	Imaginaire pur des complexes.
J	Erreur quadratique moyenne.
∇J	Gradient de J .
m	Moyenne.
M	Erreur d'ajustement.
M	Ordre du noyau quadratique du filtre h_2
m_x^n	Moment d'ordre n de la variable aléatoire x .
N	Ordre du filtre.
$P(x)$	Densité de probabilité.
r	Facteur de corrélation.
$\Re(\tau)$	Autocorrélation.
R_{Xd}	Vecteur d'intercorrélation entre le signal d'entrée X_k et le signal désiré d_k .
R_{XX}	Matrice d'autocorrélation du signal d'entrée X_k .
$s(n)$	Signal de parole utile.
T	Operateur de la transposée.

$tr R$	Trace de la matrice R .
$v(n)$	Bruit perturbateur.
$x(t)$	Séquence (signal) d'entrée.
X_1	Partie linéaire du filtre.
X_2	Partie quadratique du filtre.
X_k	Séquence observée de donnée d'entrée.
$y(t)$	Signal de sortie.
y_k	Sortie du filtre à l'instant k .
z^{-1}	Opérateur de retard.
ξ_{min}	Erreur quadratique moyenne minimale.
μ	Facteur de convergence ou pas d'adaptation du filtre.
μ_1	Valeur initiale du pas d'adaptation de la partie linéaire.
μ_2	Valeur initiale du pas d'adaptation de la partie non linéaire.
$\Psi_x(\omega)$	Seconde fonction caractéristique.
$\Phi_x(\omega)$	Première fonction caractéristique de x .
σ^2	Variance.
$\hat{\sigma}^2$	Estimation de la variance.
τ	Retard.

C. ABREVIATIONS

AR	Autorégressif (Auto Regressive).
ARMA	Autorégressif à Moyenne Mobile.
ANC	Adaptiv Noise Cancelling (Annulation Adaptative de Bruit).
BBAG	Bruit Blanc Additif Gaussien.
ECG	Electrocardiographe.
FFT	Transformée de Fourier Rapide.
LMS	Least Mean Square (Moindres Carrés Moyens).
MA	Moyenne Ajustée (Moving Average).
MCM	Moindres Carrés Moyens.
MMSE	Minimal Mean Square Error (Erreur Quadratique Moyenne Minimale).
MSE	Mean Square Error (Erreur Quadratique Moyenne).
NLMS	Normalized Least Mean Square (Moindres Carrés Moyens Normalisés).
RIF	Réponse Impulsionnelle Finie.
RII	Réponse Impulsionnelle Infinie.
SBPA	Séquence Binaire Pseudo Aléatoire.
SNR	Signal to Noise Ratio (Rapport signal sur bruit).
SOS	Statistiques d'Ordre Supérieure.
SWIM	Single Weight Iteration Method.
TOS	Third Order Spectrum (Spectre d'ordre trois).