

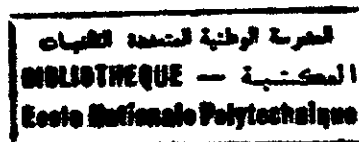
2/99

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
DER DU GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES  
POUR L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN ELECTRONIQUE



Thème :

APPLICATION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE  
SUR UN SYSTEME A SUSPENSION ACTIVE  
D'UN VEHICULE ROULANT

Proposé et dirigé par :  
Professeur N.LOUAM

Effectué par :  
H.ADAMOU

JUIN 1999

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
DER DU GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES  
POUR L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN ELECTRONIQUE

Thème :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

APPLICATION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE  
SUR UN SYSTEME A SUSPENSION ACTIVE  
D'UN VEHICULE ROULANT

Proposé et dirigé par :  
Professeur N.LOUAM

Effectué par :  
H.ADAMOUC

JUIN 1999

ملخص :

في هذا العمل, تم تطبيق تقنية التحكم المتكيف, التي تعتمد على نموذج مرجعي, على نظام تعليق نشط لمركب مدحرج. النتائج المحصل عليها بالمقارنة مع طريقة التحكم LQG جد مشجعة و تسمح لفتح آفاق جديدة لهذا النظام بواسطة بحوث أكثر تعمق .

**RESUME :**

Dans ce travail, une application d'une technique de commande adaptative à modèle de référence a été effectuée dans le cadre de la conception d'un système de suspension active d'un véhicule roulant .

Les résultats, à comparer avec ceux obtenus par le biais de la commande LQG, sont encourageants et permettent d'ouvrir d'autres horizons par des recherches plus approfondies .

**Mots clés :** LQG, suspension active, commande adaptative, MRAS, Lyapounov, hyperstabilité, MCS.

**ABSTRACT :**

In this work, an adaptive control technique with the model reference approach was applied on the design of an active suspension system.

The results, compared to the ones obtained from the LQG control, are encouraging and allowing to open new horizons with deeper researches.

## SOMMAIRE

### Introduction générale

#### Premier Chapitre : La Suspension Active

I.1. Introduction	1
I.2. Le modèle du système	2
I.2.1. Suspension passive	2
I.2.2. Suspension active	3
I.3. Le critère de performance	4
I.4. Résultats de la commande LQG	5

#### Deuxième Chapitre : Généralités sur la Technique de Commande Adaptative

II.1. Historique	7
II.2. Définitions et rappels	7
II.2.1. Définition	7
II.2.2. Différence entre la contre réaction et le contrôle adaptatif	8
II.3. Classification générale	9
II.4. Types de régulateurs adaptatifs	9
II.4.1. Gain programmable	9
II.4.2. Systèmes adaptatif à modèle de référence	11
II.4.3. Régulateurs Auto Ajustables	11
II.5. Commande adaptative directe et indirecte	12

#### Troisième Chapitre : Systèmes Adaptatifs à Modèles de Références

III.1. Introduction	14
III.2. Différentes structures des systèmes de commande adaptative avec modèle de référence	15
III.2.1. Classification dû à d'autres critères	15

III.3. Le problème du MRAS	18
III.4. Les différentes approches utilisées dans les MRAS	19
III.4.1. Approche du Gradient	19
III.4.1.1. Dérivation de la règle MIT	19
III.4.1.2. Inconvénients de la règle du MIT	21
III.4.1.3. Autres méthodes de conception	21
III.4.2. L'approche de Lyapounov	22
III.4.2.1. Stabilité au sens de Lyapounov	22
III.4.2.2. Fonction de Lyapounov	23
III.4.2.3. Algorithme d'adaptation basé sur la théorie de Lyapounov	24
III.4.3. Approche basée sur la théorie de l'hyperstabilité et positivité	26
III.4.3.1. Le problème d'hyperstabilité	26
III.4.3.1. Hyperstabilité	27
III.5. Commande linéaire par poursuite de modèle ( LMFC : Linear Model Following Controller )	29
III.6. Commande adaptative à modèle de référence	30
III.7. Synthèse d'un contrôleur minimal (MCS : Minimum Controller Synthesis)	32

#### Quatrième Chapitre : Simulation et Résultats

VI.1. Simulation et résultats	40
VI.1.1. Adaptation avec variation de la masse $M$ du châssis	40
VI.1.2. Adaptation avec variation de la masse $m$ de la roue	43
VI.1.3. Adaptation avec variation du ressort $h$	45
VI.1.4. Adaptation avec variation de l'amortisseur $d$	47
VI.1.5. Adaptation avec variation du ressort $k$	49
VI.6. Variations des paramètres de la commande	50
VI.2. Conclusion partielle	51

Conclusion générale	52
---------------------	----

#### Annexe A

A.1. Point singulier	53
A.2. Stabilité d'un point singulier	53
A.3. Fonction de LYAPOUNOV	54
A.4. Lemme de Kalman	56

#### Annexe B

Code Source du Programme en MATLAB	57
References bibliographiques	60

Indice	Signification
IP	Indice de performance
U	Signal de contrôle
Ur	Entrée de référence
Y	Sortie du système
Ym	Sortie du modèle de référence
e	Erreur
J	Indice de performance pour la méthode du gradient
B	Gain d'adaptation
b	Vecteur des paramètres ajustables
A, B, C, D	Matrices d'état décrivant le système
Am, Bm, Cm, Dm	Matrices d'état décrivant le modèle de référence
As, Bs	Matrices d'état du système auto-ajustable
X	Vecteur d'état du système
Xm	Vecteur d'état du modèle de référence
Fa, Fb, Ga, Gb, G'a, G'b, F'a, F'b	Matrices définies positives arbitraires
P, D	Solution de l'équation de Lyapounov
W	Sortie du bloc non linéaire, perturbation pour le système à suspension
V	Sortie du bloc linéaire
Um	Signal d'entrée pour le modèle de référence
Km, Kp, Ku	Des gains fixes
Kp(e,t), Ku(e,t)	Matrice variable dans le temps dépendant de l'erreur
U1	Commande linéaire pour la poursuite du modèle
U2	Contribution de la commande adaptative
$\eta$	Valeur de l'intégrale utilisée dans l'inégalité de Popov
LMFC	Linear Model Following Controller
AMFC	Adaptive Model Following Controller
MCS	Minimum Controller Synthesis
MRAS	Model Reference Adaptive System
STR	Self Tuning Regulator

Tableau d'abréviations

In his *Profiles Of The Future*, Arhtur C.Clark offers a rule assessing prophecies : “*When a distinguished but elderly scientist states that something is possible, he is almost certainly right. When he states that something is impossible, he is very probably wrong*”.

We cannot envisage all possibilities, simply because we cannot imagine everything. Technology is fast becoming the art of the ‘impossible’.

*By V. V. Chalam*



## *INTRODUCTION GENERALE*

Jusqu'à récemment, les systèmes de suspension des véhicules roulants ont été toujours conçus à l'aide d'éléments passifs classiques. Les performances de la suspension, dite passive, restent inévitablement limitées.

Durant les deux dernières décades, et avec le développement de la micro-électronique surtout des microprocesseurs, il est aujourd'hui possible de rendre certains éléments des systèmes de la suspension actifs, et même variables en temps réel.

Plusieurs contributions ont été effectuées dans le cadre de répondre aux différentes exigences, essentiellement de sécurité et du confort. A cet effet, diverses techniques de conception ont été essayées ; comme la commande LQG, robuste, logique floue, etc.

Cependant, la commande LQG reste à ce jour la plus utilisée, car elle présente l'avantage de la facilité de son implémentation et de son gain fixe. D'un autre côté, elle nécessite que le système soit linéaire.

Dans le présent travail, on présente une solution alternative à celle de LQG, basée sur la technique adaptative.

Au premier chapitre, on présentera les systèmes de suspension pour véhicules roulants, étayés des résultats fondamentaux générés avec la commande LQG, et développés dans la littérature.

Des généralités sur la commande adaptative seront introduites dans le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre sera consacré aux rappels sur les systèmes adaptatifs à modèle de référence. Une partie de ce chapitre exposera les différentes approches utilisées pour ce type de systèmes. La deuxième partie s'étalera sur les différents types de contrôleurs adaptatifs trouvés dans la littérature.

On terminera ce document avec des conclusions englobant les résultats obtenus des simulations de l'application de cette technique de commande.

---

***PREMIER CHAPITRE :***  
***LA SUSPENSION ACTIVE***

## I.1. Introduction

Les systèmes de suspension pour automobiles et chariots de malades sont requis pour satisfaire différentes fonctions importantes comme le confort du passager (ou du malade) et la bonne tenue de la route .

Ainsi, ils doivent en particulier supporter et isoler le corps du véhicule (ou le lit) des perturbations de la route, et sécuriser le conducteur (ou le malade) par l'assurance d'un bon contact permanent entre la roue et la route.

Dans la plupart des véhicules classiques, les systèmes de suspension sont composés d'un amortisseur et d'un ressort à valeurs ou constante caractéristiques fixées à l'usine. Bien que ces systèmes ont des avantages certains comme la rigidité et la simplicité dans leur réalisation, leurs performances restent limitées. Le problème majeur de l'ingénieur concepteur des systèmes de suspension pour véhicule réside en général dans la recherche du bon compromis entre les caractéristiques qui assurent la fonction du confort et celles qui réalisent la fonction de sécurité. Ces caractéristiques varient en général de manière opposée [35].

Dans le but de dépasser les performances des systèmes classiques passifs (amortisseur et ressort) ; des éléments actifs, pourvoyant l'énergie, sont introduits dans la structure générale des systèmes de suspension pour aboutir à un système actif. . Dans ce dernier, un actionneur génère des forces sous la demande d'une stratégie de commande élaborée par micro-ordinateur, à partir d'informations mesurées sur la réponse du véhicule et les perturbations de la route (figure I.1).

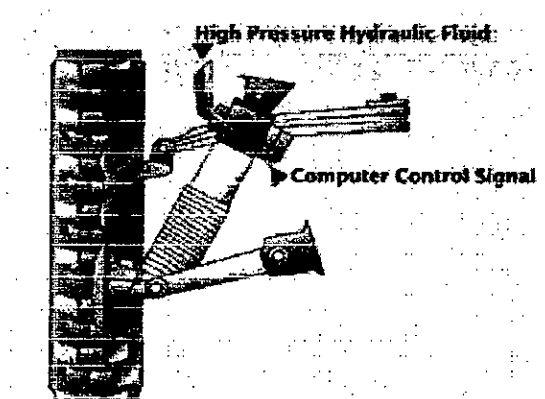


Figure I.1 : La suspension active implantée dans un quart d'un véhicule

## 1.2. Le modèle du système

Les modèles des systèmes de suspension pour véhicules roulants, qui sont retenus dans les études, sont ceux relatifs au quart d'une voiture à quatre roues (figure I.2 : système à deux degrés de libertés) [34,47].

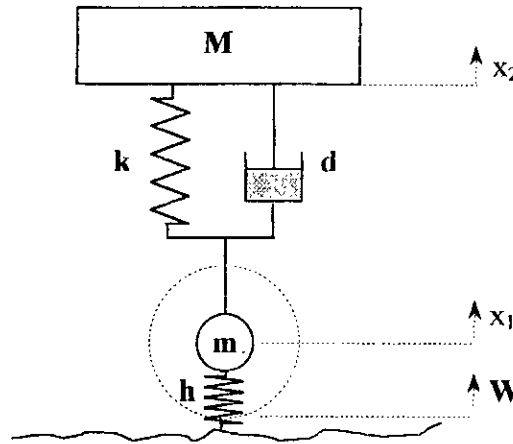


Figure I.2 : Modèle d'un système à suspension passive

### 1.2.1. Suspension passive

La configuration de base d'un système de suspension passive est montrée en figure (I.2), pour le cas d'une seule roue c'est à dire un quart de véhicule. Comme c'est le cas dans la littérature sur l'étude de la suspension des chariots de transport de malades, qui se déplacent à des vitesses relativement petites, seules les perturbations verticales provenant du sol sont retenues.

Si celles ci dues aux irrégularités du sol, sont de faibles intensités, le mouvement dynamique du système peut être décrit par l'équation différentielle linéaire ordinaire [34].

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A_0 X(t) + D_0 W(t) \\ Y(t) &= C_0 X(t) \end{aligned} \quad (I.1)$$

avec :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(h+k)}{m} & \frac{k}{m} & -\frac{d}{m} & \frac{d}{m} \\ \frac{k}{M} & -\frac{k}{M} & \frac{d}{M} & -\frac{d}{M} \end{bmatrix}; \quad D_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h/m \\ 0 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}; \quad C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et :  $x_3 = \dot{x}_1$ ,  $x_4 = \dot{x}_2$ .

**A** représente la matrice de la dynamique du chariot

**D** matrice de perturbations

**X** vecteur d'état du système

**m** représente la masse de la roue du chariot du système plus son axe

**M** celle du corps du chariot plus celle du malade

**h** la raideur radiale du pneumatique de la roue

**W** est un bruit blanc intégré [35,34]

On supposera que les deux masses ( $M$  et  $m$ ) sont des corps rigides et leurs mouvements, décrits par des variations absolues  $x_1$  et  $x_2$  à partir de leurs positions respectives d'équilibre.

Le contact de la roue avec le sol est supposé limité en un point.

Comme le montre la figure (I.2), les systèmes classiques sont formés seulement d'éléments passifs, ressort  $k$  et amortisseur  $d$ .

### 1.2.2. Suspension active

Une représentation très utilisée dans la littérature [34,17] pour un système de suspension active (toujours d'un quart d'un véhicule roulant) est donnée en figure (I.3).

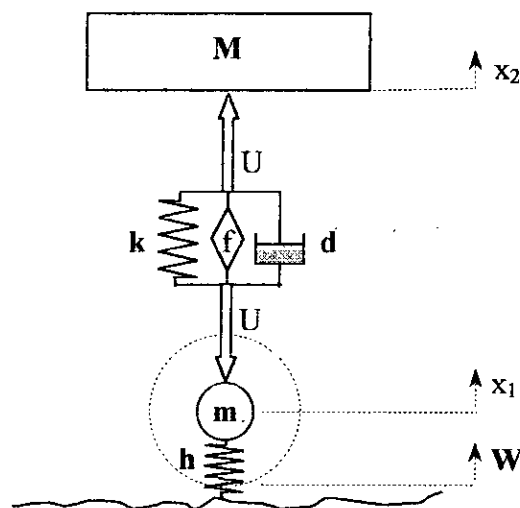


Figure I.3 : Modèle d'un système à suspension active

La force active  $U(t)$  introduite dans ce cas, est supposée développée par un actionneur commandé par un microprocesseur en ligne, sur la base d'informations recueillies sur le relief du sol (sous la roue) et l'état  $X$  du système.

L'équation qui régit le mouvement linéaire du système est donnée dans ce cas par [47,17]

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A_0 X(t) + B_0 f(t) + D_0 W(t) \\ Y(t) &= C_0 X(t) \end{aligned} \quad (I.2)$$

avec :

$$B_0 = [0 \quad 0 \quad -1/m \quad 1/M]^T$$

où T représente l'opérateur de transposition .

$A_0$ ,  $D_0$ ,  $X$  et  $W$  sont les mêmes que ceux dans la relation (I.1) .

Ainsi, avec l'équation (I.2) le problème revient à déterminer la commande  $f$  qui pourrait améliorer les performances dynamiques des systèmes .

### I.3. Le critère de performance

Dans la conception des systèmes à suspension active, deux critères majeurs sont pris en considération : le confort et la sécurité. Le confort, par exemple, pourrait être exprimé par l'absence des vibrations mécaniques dans le véhicule ou les accélérations sur le passager, tandis que la sécurité signifie l'aptitude pour le véhicule de garder les roues en contact permanent avec le sol[35].

En examinant la figure (I.3), l'accélération verticale de la masse  $M$  est proportionnelle à la force de contrôle  $U$ , qui est considérée comme une mesure indirecte du malaise. D'un autre côté, pour la sécurité et le maintien du contact avec le sol, la dynamique de la roue devrait être contrôlée, c'est-à-dire maintenir la quantité  $(X_1 - W)$  relativement faible ou minimale.

D'un point de vue technique, il est évident que le confort et la sécurité ne peuvent être améliorés sans limitations. N'importe quel système de suspension, lors sa conception, est limité par la distance  $(X_1 - X_2)$ , appelée espace d'excursion de la suspension.

Il en résulte, que le but principal du concepteur de la suspension active est d'arriver à la minimisation des grandeurs  $U$ ,  $(X_1 - W)$ ,  $(X_1 - X_2)$ .

Une façon de procéder à cette minimisation (ou optimisation), est de considérer la minimisation d'une seule fonction scalaire, qui est le critère ou l'indice de performance. Ce dernier est souvent choisi sous une forme quadratique pour convenir aux exigences techniques de la commande linéaire optimale quadratique [35,47] :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [q_1 (x_1 - W)^2 + q_2 (x - x)^2 + \rho U^2] dt \quad (I.3)$$

où :  $q_1, q_2, \rho$  sont des facteurs de pondération fixés par le concepteur sur des considérations pratiques [34]. Les valeurs de ces trois facteurs déterminent l'importance relative des trois termes dans la procédure de conception.

D'après la figure 1.3 et l'application de la loi de Newton, on peut exprimer  $U$  tel que :

$$U(t) = [k \quad -k \quad d \quad -d]X(t) + f(t) = G^T X(t) + f(t) \quad (I.4)$$

Le critère de performance de la relation (I.3) pourrait être aussi exprimé sous la forme matricielle suivante [34] :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(X-r)^T Q_1 (X-r) + U^T R_1 U] dt \quad (I.5)$$

avec :

$$R_1 = [\rho]; \quad Q_1 = C_0^T Q_0 C_0; \quad Q_0 = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 \\ -q_2 & q_2 \end{bmatrix}; \quad r = [W \ W \ 0 \ 0]^T$$

En remplaçant la relation (I.4) dans (I.5), on trouve :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(X-r)^T Q_2 (X-r) + 2X^T S_1 f + f^T R_1 f] dt \quad (I.6)$$

avec :

$$Q_2 = [Q_1 + G R_1 G^T]; \quad S_1 = G R_1$$

#### I.4. Résultats de la commande LQG

En considérant que les perturbations  $W$  sont des bruits blanc intégrés, et le système décrit par les équations (I.2) est un système asymptotiquement stable, une solution optimale stochastique au problème exprimé par (I.2) et (I.3), est donnée par [35] :

$$f^* = -R^{-1} [B_0^T P + S_1^T] (X-r) = J(X-r) \quad (I.7)$$

où  $P$  est une matrice définie positive constante symétrique, solution de l'équation algébrique de Riccati suivante :

$$P A_2 + A_2^T P - P B_0 R_0^{-1} B_0^T P + Q_3 = 0 \quad (I.8)$$

avec :

$$A_2 = A_0 - B_0 R_1^{-1} S_1^T \quad \text{et} \quad Q_3 = Q_2 - S_1 R_1^{-1} S_1^T$$

Pour une perturbation  $W$  de type échelon, la simulation numérique effectuée avec les données suivantes :

$$M=35 \text{ kg}, \quad m=3.3 \text{ kg}, \quad h=80000 \text{ N/m}, \quad \rho = 10^{-9}, \quad k=3000 \text{ N/m}, \quad d=250 \text{ N/m}, \quad q_1 = 2, \quad q_2 = 1$$

donne la réponse du système suivante (figure I.4) :



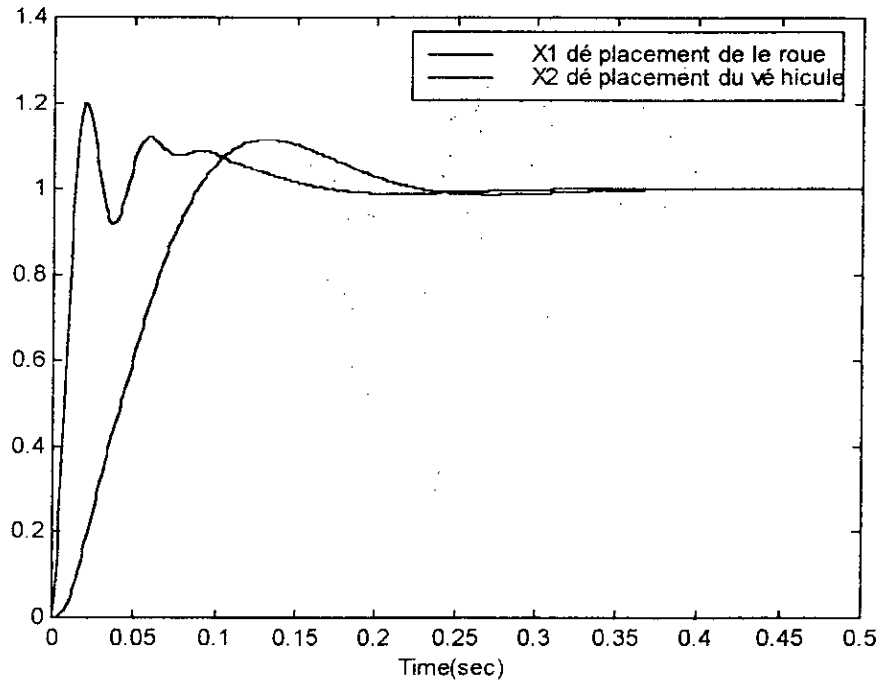


Figure 1.4 : La reponse optimale du systeme

Cette réponse et son système correspondant seront considérés, dans le reste du présent travail, comme les caractéristiques du modèle de référence pour le système adaptatif à modèle de référence (qui seront détaillés par la suite).

Le modèle de référence de la suspension active, dont le comportement est optimal, est celui qui est alors obtenu en remplaçant  $f^*$  de la relation (I.7) dans la relation (I.2), et c'est au mécanisme d'adaptation de générer la loi adaptative correspondante.

Ce modèle est décrit alors par :

$$\begin{aligned} \dot{X}_m &= A_m X_m(t) + D_m W(t) \\ Y(t) &= C_m X_m(t) \end{aligned} \quad (I.9)$$

tel que :

$$A_m = A_0 + B_0 J; B_m = D_0 - B_0 r; C_m = C_0; r = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

***DEUXIEME CHAPITRE :***  
***GENERALITES SUR LA TECHNIQUE***  
***DE COMMANDE ADAPTATIVE***

## II.1. Historique

Au début des années '50, des recherches appréciables ont eu lieu sur le contrôle adaptatif, en particulier dans la conception des systèmes d'autopilotage pour des avions à hautes performances. En général, les avions opèrent sur une large gamme d'altitudes et de vitesses, et nécessitent par conséquent des systèmes de contrôles et de régulations sophistiqués .

Durant les années '60, plusieurs contributions de la théorie de la commande ont permis de développer le contrôle adaptatif ; notamment celles relatives aux notions d'espace d'état et de gouvernabilité .

Ainsi, la programmation dynamique introduite par *Bellman* a renforcé en particulier la compréhension des processus adaptatifs. Les contributions fondamentales faites par Tsytkin ont donné plusieurs plans d'apprentissage et montrent que le contrôle adaptatif pourrait être décrit par une structure dont les équations sont récursives .

Une renaissance de la commande adaptative a eu lieu dans les '70, avec l'élaboration de techniques issues de la combinaison des résultats des diverses méthodes de design. A la fin des années '70, des conditions rigoureuses pour la stabilité des systèmes adaptatifs ont été établies sous des critères très restreints. L'introduction de ces critères a ouvert la voie de nouvelles recherches surtout dans la robustesse de la commande adaptative.

Enfin, le progrès rapide et révolutionnaire dans la micro-électronique a permis d'implanter en particulier plusieurs types de régulateurs adaptatifs d'une manière simple et économique [1].

## II.2. Définitions et rappels

Au sens commun, adapter veut dire changer un comportement pour être en conformité avec des prévalantes circonstances. Toutefois, il est admis [22] que :

### II.2.1. Définition

« La *commande adaptative* est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique, en ligne et en temps réel, des régulateurs de boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances, quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus, soit/et variables dans le temps » .

### II.2.2. Différence entre la contre réaction et le contrôle adaptatif

En général, un régulateur adaptatif est un système qui peut modifier son comportement dynamique pour mieux suivre les changements de la dynamique du procédé et les perturbations.

La contre-réaction est essentiellement utilisée dans les systèmes de régulation conventionnels pour réduire (ou éliminer) l'effet des perturbations agissant sur les variables à réguler.

Dans ce dernier cas, on mesure les variables puis on les compare aux valeurs désirées. Les différences sont appliquées à l'entrée du régulateur qui engendre la commande appropriée.

Une approche conceptuelle similaire peut être considérée pour le problème du maintien des performances désirées d'un système de commande en présence de perturbations paramétriques. Pour cela, on définit d'abord *un indice de performance (IP)* du système, qui est une mesure de la performance du système (ex : facteur d'amortissement pour des systèmes caractérisés par une fonction de transfert du 2<sup>ème</sup> ordre). Après cela, on mesure cet IP et on le compare avec un IP désiré. L'écart entre les deux IP peut être traité par *un mécanisme d'adaptation* [22]. La sortie du mécanisme d'adaptation agira sur les paramètres du régulateur ou directement sur le signal de commande afin de modifier d'une manière appropriée les performances du système :

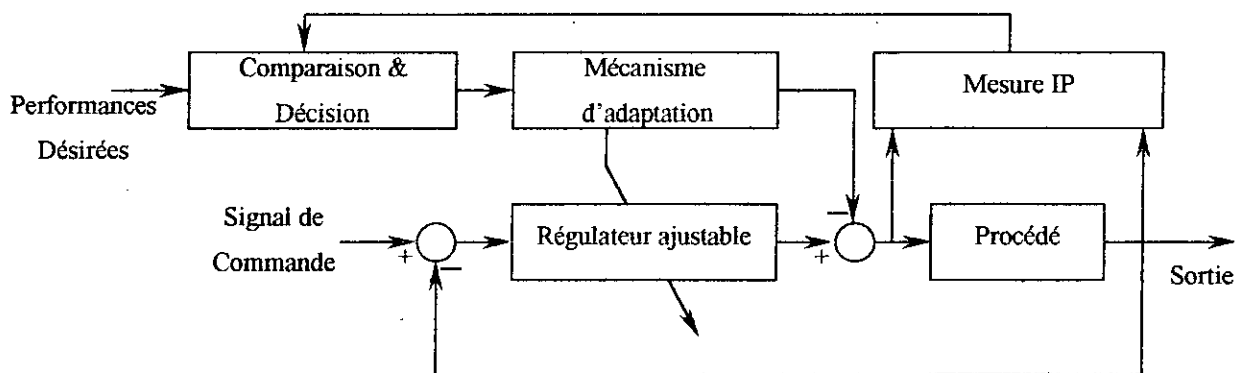


Figure II.1 : Schéma bloc expliquant le principe de fonctionnement d'un système à commande adaptative

Certaines tâches typiques qui peuvent être effectuées par un système de commande adaptatif sont résumées ci-dessous :

- 1- Ajustement automatique des régulateurs à la mise en œuvre (résultat : réduction du temps d'ajustement et amélioration des performances).

- 2- Détermination automatique des paramètres optimaux des régulateurs dans divers points de fonctionnement.
- 3- Maintien des performances du système de commande quand les caractéristiques du procédé changent.
- 4- Détection des variations anormales des caractéristiques des procédés (ces variations se reflètent dans les valeurs des paramètres fournies par des algorithmes d'adaptation).
- 5- Conception de nouveaux procédés technologiques utilisant des systèmes de commandes adaptatives (pour assurer le fonctionnement correct du procédé).

### II.3. Classification générale

Les systèmes de commande adaptative peuvent être classés selon divers critères. Ces derniers conduisent à plusieurs classifications et catégories. Les contrôleurs adaptatifs peuvent être classés [23]:

- 1- Leur mécanisme d'adaptation : adaptation paramétrique ou par synthèse d'un signal de commande.
- 2- La nature du modèle mathématique utilisé : linéaire, à paramètres distribués, continu, discret, hybride.
- 3- Les conditions de fonctionnement : déterministes ou stochastiques.
- 4- Indice de performance : statique (efficacité), dynamique (ex : allure de la réponse temporelle), paramétrique (ex : facteur d'amortissement) ou bien une fonction des variables d'états et des entrées.
- 5- La nature du bloc de comparaison/décision : soustracteur, extrémal (au cas où il s'agit de minimiser l'IP), ou bien test d'appartenance à un certain domaine de valeurs (le cas où l'on désire maintenir un paramètre dans une gamme spécifique).
- 6- La nature des incertitudes : incertitudes des paramètres (structurées) ou non structurées et incertitudes variantes dans le temps ou non.

### II.4. Types de régulateurs adaptatifs

#### II.4.1. Gain programmable

Dans quelques systèmes, il y a des variables auxiliaires reliées aux caractéristiques de la dynamique du procédé. Si ces variables étaient mesurables, elles pourraient être utilisées pour changer les paramètres du régulateurs. Une telle approche est appelée *gain programmable*

(Gain Scheduling), car la mesure est utilisée pour fournir des changements dans le gain du procédé. Le schéma bloc suivant montre son principe de fonctionnement (figure II.2).

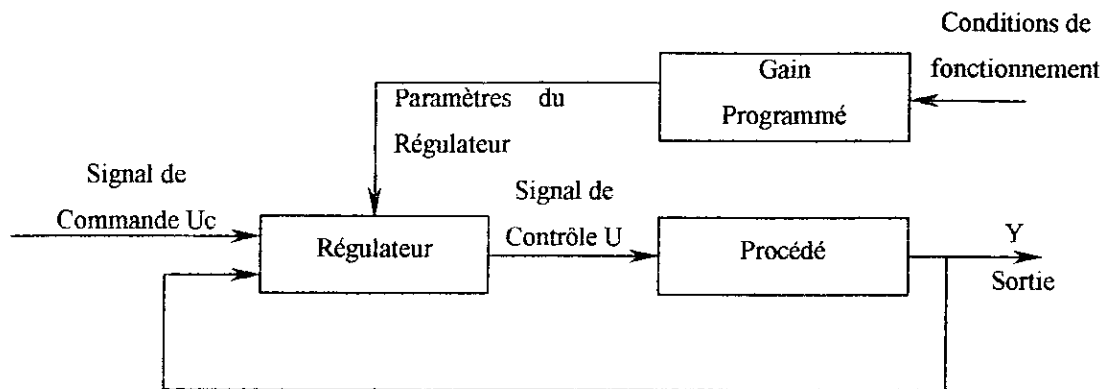


Figure II.2 : Schéma bloc d'un Contrôleur Adaptatif à Gain Programmé

La technique de gain programmable est une compensation en boucle ouverte, et peut être vue comme un système à contre réaction dans lequel son gain est ajusté par des capteurs de l'extérieur. Les performances ne sont pas assurées par la boucle fermée. Le concept du gain programmable fut introduit en premier lieu dans le développement des systèmes de contrôle aérien.

Il faut également souligner que malgré la simplicité de son principe, la mise en œuvre de ce contrôleur peut être coûteuse car elle nécessite l'introduction de capteurs additionnels. Néanmoins, la commande adaptative à gain programmé est utile pour réduire les effets nuisibles des variations paramétriques du système à régler.

Le problème principal dans la conception des systèmes à gain programmé est de trouver les variables convenables à programmer. Normalement, cela peut être effectué sur la base de la connaissance de la physique du système. Après que ces variables aient été choisies, les paramètres du régulateur sont déterminés ou un nombre de conditions d'opérations, en utilisant des méthodes de design bien spécifiques. Le régulateur est alors réglé ou calibré pour chaque condition d'opération. Le nombre d'entrées est augmenté si nécessaire.

Le gain programmable présente l'avantage que le comportement du régulateur soit changé très rapidement pour répondre aux changements du procédé, d'où un système de commande adaptatif à gain programmé requiert uniquement une puissance de calcul supplémentaire.

### II.4.2. Systèmes adaptatif à modèle de référence

Les systèmes MRAS (*Model Reference Adaptive System*) ont été proposés à l'origine pour résoudre un problème, dans lequel les spécifications sont données en termes d'un modèle de référence qui regroupe *idéalement* toutes les caractéristiques du procédé. Cette approche est illustrée dans la figure II.3.

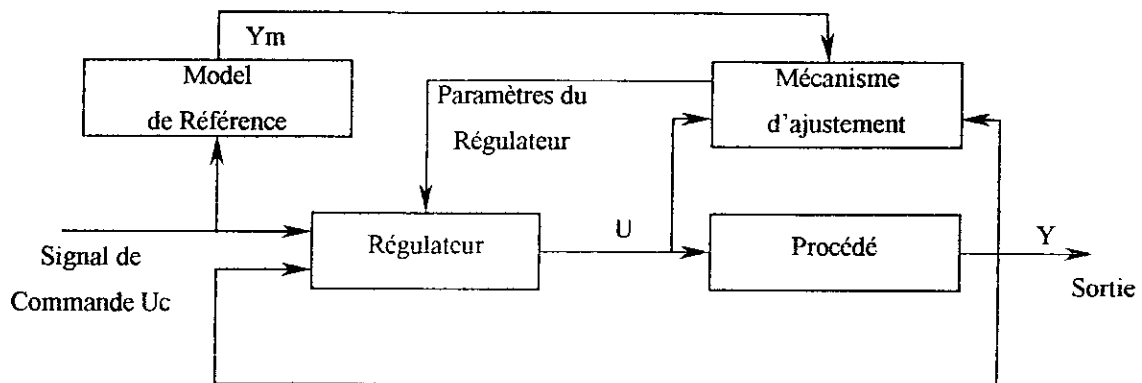


Figure II.3 : Schéma bloc d'un Système Adaptatif à Modèle de Référence (MRAS)

Dans cette figure, le modèle de référence est en parallèle au système au lieu qu'il soit en série. Le régulateur peut être vu comme un ensemble de deux boucles : une boucle interne qui est une boucle ordinaire de contre réaction composée du procédé et de son régulateur. La boucle externe sert à ajuster ces paramètres, dans la mesure où l'erreur entre la sortie du procédé 'Y' et la sortie modèle 'Y<sub>m</sub>' est la plus minimale possible. La clé du problème est de déterminer le mécanisme d'ajustement pour que le système soit stable tout en minimisant l'erreur.

### II.4.3. Régulateurs Auto Ajustables

Les régulateurs déjà vus jusqu'à maintenant sont appelés directs, car la règle d'ajustement donne directement comment les paramètres du régulateur doivent être mis à jour. Une approche différente est obtenue si les paramètres du procédé sont à mettre à jour *et* les paramètres du régulateur sont obtenus à partir de la solution d'un problème de design. Un diagramme d'un tel système est montré dans la figure II.4.

Comme les régulateurs précédents, on pourrait voir que le système composé de deux boucles : une interne qui consiste en un procédé et un régulateur ordinaire. Une boucle externe, pour ajuster les paramètres du système et est composée d'un estimateur de paramètres et un calculateur .

Pour obtenir une bonne estimée, il sera nécessaire d'introduire des signaux de perturbations (cette fonction n'est pas représentée dans le schéma).

L'ensemble est équivalent à un processus de modélisation et de conception dans lequel le modèle du procédé et la conception du contrôleur sont modifiés chaque période d'échantillonnage. Un contrôleur de cette construction est appelé *auto ajustable* (Self Tuning Regulator), pour insister sur le fait que le contrôleur règle ses propres paramètres automatiquement, dans le but d'avoir les propriétés désirées d'un système à boucle fermée .

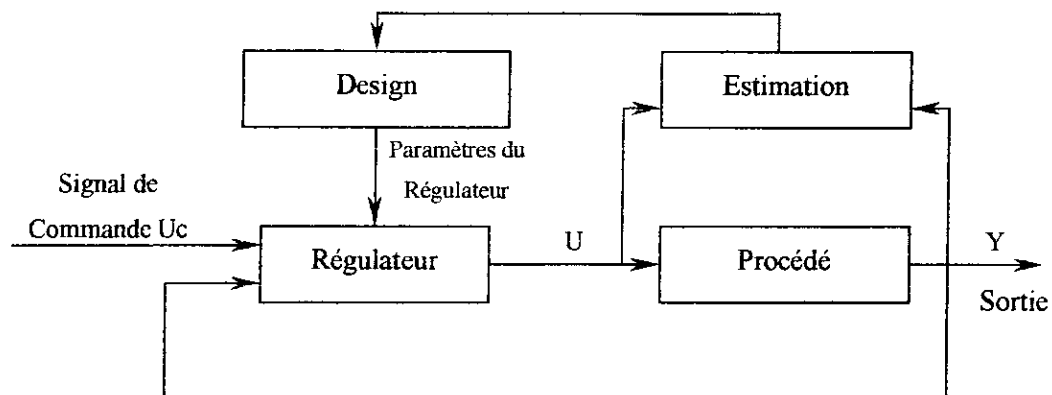


Figure II.4 : Schéma bloc d'un Contrôleur Adaptatif Auto Ajustable

Le bloc nommé *design* dans cette figure représente une solution en ligne à un problème de design pour un système à paramètres connus, c'est ce qui est appelé '*problème de design fondamental*'. Ce problème est associé à la plupart des contrôleurs adaptatifs mais souvent donné indirectement.

La flexibilité d'un STR dépend fortement du choix des méthodes d'estimation et de design.

**Remarque :** Le MRAS prend naissance à partir des problèmes déterministes, tandis que le STR à partir des problèmes de régulation stochastique. Malgré leurs origines différentes, il est clair que leurs schémas blocs sont liés.

## II.5. Commande adaptative directe et indirecte

Une commande adaptative à modèle de référence est une commande adaptative *directe*, les paramètres du régulateurs étant ajustés en une seule ligne. Le schéma de commande auto-ajustable est une commande adaptative *indirecte* car l'adaptation du régulateur se fait en deux étapes :

- Estimation des paramètres du modèle du procédé



- Calculs des paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés

Une confusion dans la nomenclature est que dans le contexte auto-ajustable [1], les méthodes indirectes sont appelées parfois auto-ajustables *explicites*, du fait que les paramètres du procédé ont été estimés. La mise à jour directe du régulateur est appelée alors auto-ajustable *implicite*.

***TROISIEME CHAPITRE :***  
***SYSTEMES ADAPTATIFS A MODELE***  
***DE REFERENCE***

### III.1. Introduction

Quand les caractéristiques d'un système sont connues, on peut améliorer ses performances (amortissement, temps de montée dépassement. ...), en introduisant par exemple des correcteurs du type avance de phase, retard de phase ou P.I.D.

Une autre façon de procéder, consiste à déterminer un système réalisant les performances exigées (répondant au cahier des charges) et, en supposant que le système à compenser est à retour unitaire, d'en tirer la fonction de transfert du réseau correcteur. Cette méthode due à Guillemin et Truxal [47], est la méthode du modèle de référence.

Dans le cas où les paramètres du système ne sont pas connus, on cherche alors à adapter l'organe de commande de façon à ce que le processus se comporte comme le modèle de référence. On obtient alors *la Commande adaptative avec modèle de référence*.

Dans cette partie, on s'intéressera à développer les techniques adaptatives à modèle de référence. Ces techniques sont des outils efficaces pour l'analyse de la convergence et la synthèse des lois d'adaptation des structures ajustables [24].

Les systèmes adaptatifs à modèle de référence (MRAS) sont utilisés dans de larges domaines, pour résoudre une variété importante de problèmes rencontrés en commande, identification et estimation d'état [33,24].

On distingue deux méthodes pour adapter le système ajustable, afin d'assurer une minimisation de l'erreur généralisée ou de sortie [1,5,24], entre le système ajustable et le modèle de référence. L'adaptation paramétrique se base sur l'ajustement des paramètres de la structure choisie, tandis que le signal de synthèse de signal est une manière de transformer l'ajustement en un signal d'entrée qui attaque le bloc ajustable [23,24].

Le problème majeur dans la synthèse des système MRAS est le *design* du mécanisme d'adaptation. Plusieurs recherches ont été développées pour synthétiser de tels mécanismes, à fin d'assurer une stabilité asymptotique [23].

La méthode MIT(Massachusset Institute of Technology) [1,24] se base sur la minimisation du carré de l'erreur de sortie, dont la méthode d'adaptation nécessite le calcul de la fonction sensibilité. Tandis que d'autres algorithmes [13,21] minimisent le carré de l'erreur ainsi que ses dérivés et aboutissent à une loi 'adaptation nécessitant la disponibilité des dérivés successives de l'erreur.

L'analyse de la stabilité de tels algorithmes est très difficile et n'assure pas en général une convergence de l'erreur [1,24]. Parks [39] montre l'incapacité de la méthode MIT à assurer

---

une convergence asymptotique de l'erreur. Il suggère une méthode de synthèse basée sur la fonction de *Lyapounov*.

Le principal désavantage de cette méthode est dû au fait qu'il n'existe pas une règle générale pour trouver une 'bonne' fonction de *Lyapounov*. Ce qui empêche de résoudre le problème de la stabilité dans beaucoup de cas [1,24].

Le concept d'hyperstabilité introduit par Popov est une généralisation de la notion de stabilité absolue [41]. Landau [24,48] a introduit un concept pour l'analyse et la synthèse des lois d'adaptation. Il présente un théorème qui permet un choix simple des méthodes de synthèse pour les systèmes hyperstables. Pour une loi d'adaptation bien spécifiée, Landau [26] démontre la convergence asymptotique de l'erreur, un tel outil permet l'analyse des systèmes adaptatifs dans le cas de procédé à paramètres fortement ou faiblement variables dans le temps [45].

L'étude du MRAC ,dans le cas stochastique, a été introduite par Goodwin [15]. Scan [36] présente un tel algorithme avec une estimation des paramètres du régulateur en utilisant le filtre de Kalman.

## **III.2. Différentes structures des systèmes de commande adaptative avec modèle de référence**

Du fait des liens existant entre la prédiction et l'estimation d'une part et la commande, d'autre part, on peut considérer deux structures de systèmes adaptatifs.

- 1- Le processus est assimilé au modèle de référence : l'organe d'adaptation réajuste les paramètres du système ajustable de façon à minimiser une distance de structure (carré de l'écart objet modèle...)[44].
- 2- Le processus est inclus dans la partie ajustable par l'organe de commande adaptative. Le modèle de référence sert à traduire le comportement dynamique désiré pour le fonctionnement du processus.

Ces deux structures de systèmes adaptatifs correspondent aux différents diagrammes [23] consignés dans la figure III.1.

### **III.2.1. Classification due à d'autres critères**

- 1- Principe d'adaptation : adaptation paramétrique ,adaptation par signal de synthèse ou combinaison des deux.

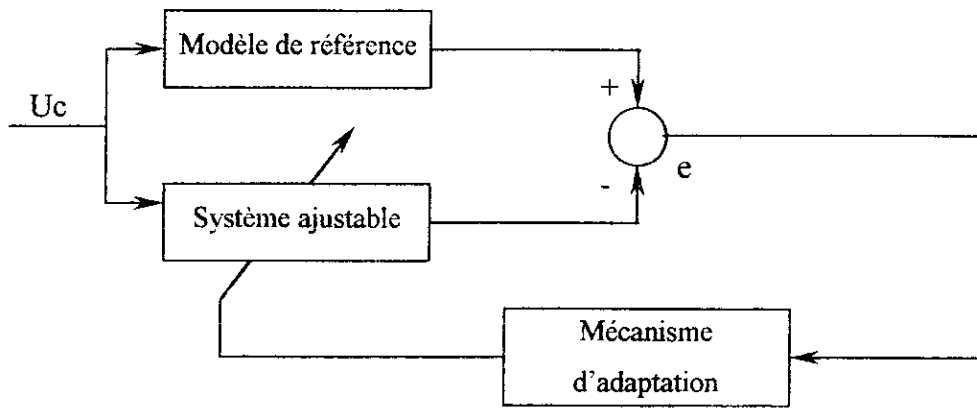


Figure III.1.a : Structure parallèle

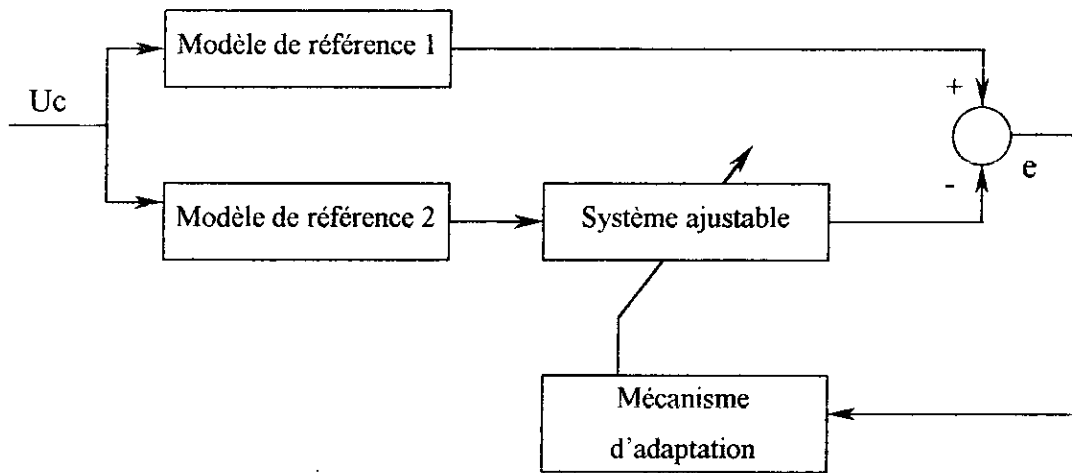


Figure III.1.b : Structure serie-parallèle pour la commande adaptative

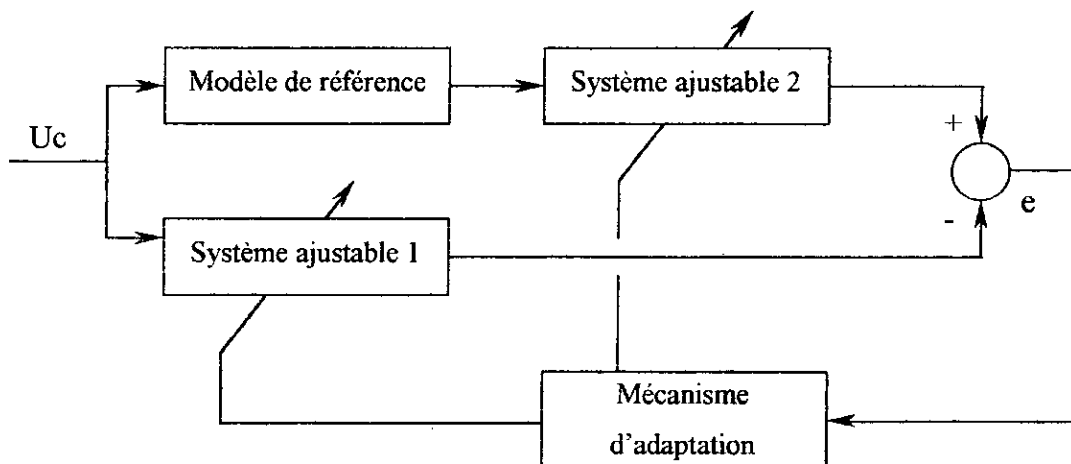


Figure III.1.c : Structure série-parallèle pour l'identification

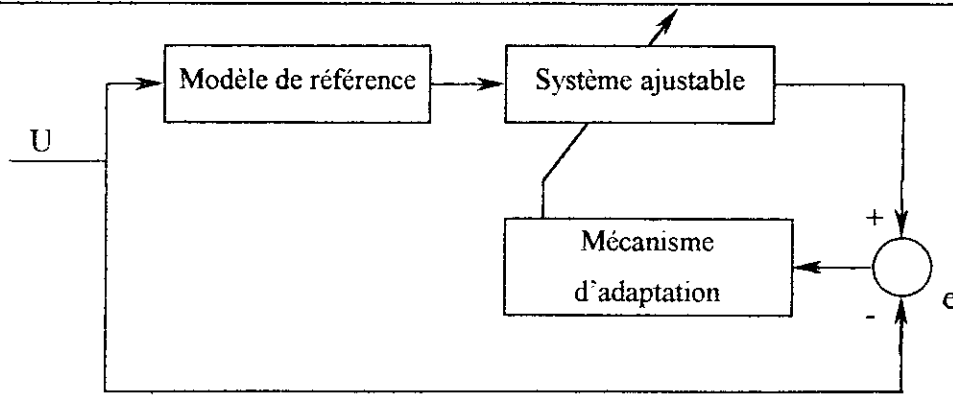


Figure III.1.d : Structure série

Figure III.1 : Différentes structures des systèmes de commande adaptative avec modèle de référence

### 3- Les conditions de fonctionnements :

- Avec un signal de test appliqué à l'entrée du système ou aux paramètres du système ajustable.
- Sans signaux de test, dans le cas où l'adaptation est faite avec des signaux déjà présents dans le système (figure III.2.a et III.2.b).

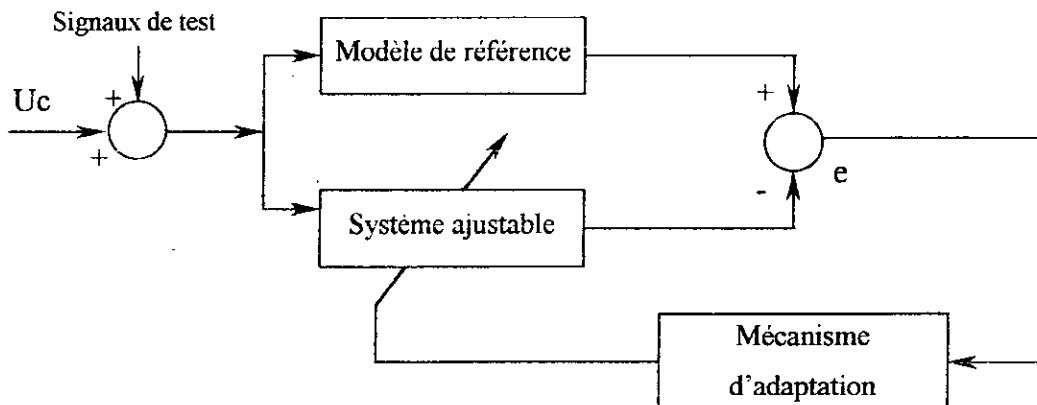


Figure III.2.a : Signaux de test appliqués à l'entrée du système

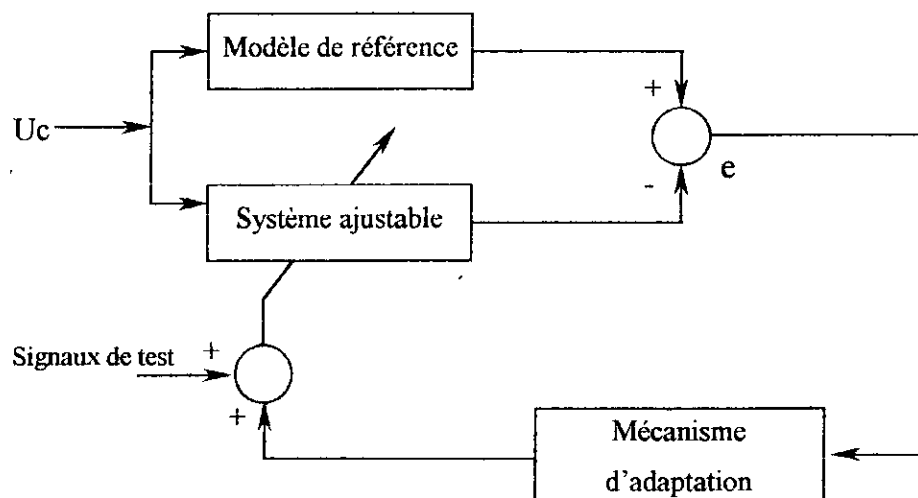


Figure III.2.b : Signaux de test déjà présents dans le système

- 4- L'indice de performance : par exemple minimisation de la norme de l'erreur et ses dérivées.
- 5- Le type d'application : AMFC (Adaptive Model Following Controller), identification, observation (estimation), régulation auto-ajustable (le choix de l'indice de performance utilisé pour la conception du mécanisme d'adaptation ci-dessus en 3 dépendra du type de l'application).
- 6- Le type des paramètres de perturbations : les paramètres peuvent être connus mais constants ou peuvent avoir des changements fréquents non mesurables (les deux cas sont valables soit pour le modèle, soit pour le système).
- 7- La nature des équations : en temps continu ,temps discret ou MRAS hybride.

### III.3. Le problème du MRAS

Pour un système avec des paramètres ajustables ,la méthode adaptative à modèle de référence donne une approche d'ajustement des paramètres pour que la fonction de transfert en boucle fermée soit proche du modèle. Cela s'appelle le *problème de poursuite du modèle*.

Une question importante est : jusqu'à quel ordre pouvons nous minimiser l'erreur. Ceci dépendra du modèle, du système et le signal de commande. S'il était possible de mettre l'erreur égale à zéro, la *poursuite parfaite* du modèle serait alors atteinte .

Avant de synthétiser les lois d'adaptation, certaines hypothèses de base doivent être posées [24] :

- 1- Le modèle de référence doit être un système linéaire invariant dans le temps.
- 2- Le modèle de référence et le système ajustable ont la même dimension.
- 3- Tous les paramètres du système ajustable sont accessibles pour l'adaptation (dans le cas de l'adaptation paramétrique).
- 4- Durant le processus d'adaptation ,les paramètres du système ajustable dépendent seulement du mécanisme d'adaptation.
- 5- Aucun signal, autre que le vecteur d'entrée, n'agit sur le système.
- 6- Le vecteur erreur d'état et de sortie est mesurable.

Cet ensemble d'hypothèses constitue le cas idéal et permet un traitement analytique direct du MRAS. Mais dans les situations réelles, certaines de ces hypothèses ne sont pas toujours satisfaites.

### III.4. Les différentes approches utilisées dans les MRAS

Il y a essentiellement trois approches de bases dans l'analyse et le design d'un MRAS [1] :

- L'approche du gradient
- L'approche de Lyapounov
- L'approche d'hyperstabilité et de positivité

#### III.4.1. Approche du Gradient

Le contrôle adaptatif à modèle de référence était suggéré par Whitaker et son collègue au MIT [49] à la fin de l'année 1958, dans le but de développer un autopilote adaptatif. Ce travail était basé sur la minimisation d'un indice de performance et menait à la conception d'une règle appelée MIT Rule. Ce travail était plus expérimental que théorique. Depuis, il a été développé sur une base plus théorique par Donalson [7], Dressler [9] et Price [42].

Il faut noter que la conception à la base de la règle de MIT ne mène pas nécessairement à des systèmes globalement stables, et un bon compromis entre la stabilité et le temps de réponse est à trouver après simulation.

##### III.4.1.1. Dérivation de la règle MIT

La règle MIT est basée sur la minimisation de la moyenne du carré de l'erreur entre la sortie désirée générée du modèle de référence  $Y_m$  et celle du procédé  $Y$ . On considère le schéma bloc de la figure III.3 .

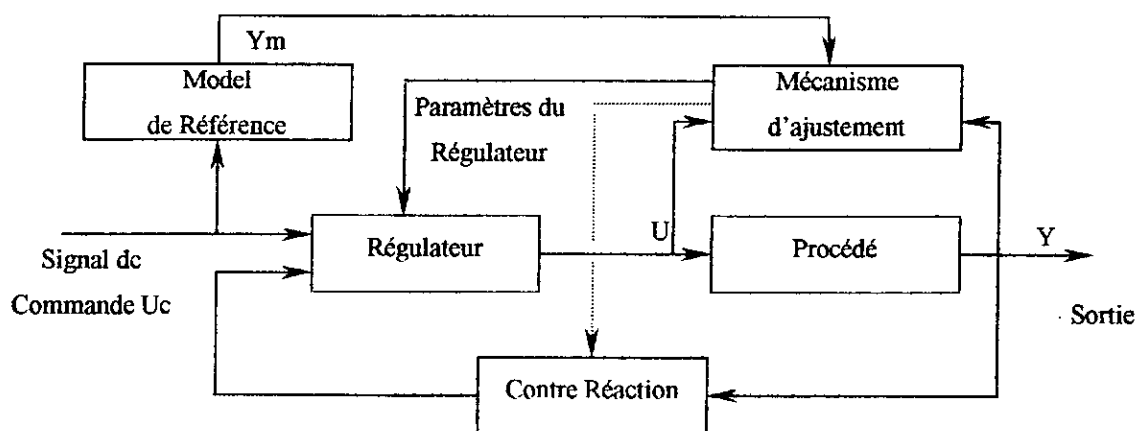


Figure III.3 : Schéma Général d'un MRAS

$$J = \int_0^T \|y_m(t) - y(t)\|^2 dt \quad (\text{III.1})$$

Les deux suppositions suivantes sont faites :



- La vitesse d'adaptation est lente
- On commence au voisinage des valeurs des paramètres du modèle .

Pour un ajustement exact, l'ordre du modèle doit être le même que celui du système. Mais il était conjecturé que si l'ordre du modèle était plus petit que celui du système, alors le modèle de référence réagirait de la meilleure façon qui convienne à la réponse du système [1].

La minimisation de l'indice de performance doit être accomplie en temps réel. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir une évaluation des performances durant un intervalle de temps entier. Un critère 'par intervalle' pourra être spécifié pour un temps  $\Delta t$  suffisamment petit.

Les méthodes suivantes, sont les techniques de recherche pour générer les algorithmes d'adaptation :

- La méthode du gradient
- The steepest descendant method
- La méthode du gradient conjuguée

L'implantation de ces méthodes requiert des *fonctions de sensibilité*.

L'algorithme standard du gradient pourra être utilisé pour générer les estimées des paramètres :

$$\dot{b}(t) = -B \frac{\partial J}{\partial b} = +B \frac{\partial y}{\partial b} e(t) \quad (\text{III.2})$$

où  $B$  est une constante arbitraire positive appelée *gain d'adaptation*,  $b$  est un vecteur de paramètres ajustables, et l'erreur  $e$  définie par :

$$e(t) = y_m(t) - y(t) \quad (\text{III.3})$$

l'équation (III.2) donne la règle MIT.

La règle MIT peut être aussi écrite sous une autre forme, en utilisant les relations :

$$\frac{\partial e}{\partial b} = \frac{\partial y_m}{\partial b} - \frac{\partial y}{\partial b} = - \frac{\partial y}{\partial b} \quad (\text{III.4})$$

sachant que  $Y_m$  n'est pas une fonction qui dépend du paramètre  $b$  .

En remplaçant (III.4) dans (III.2) on obtient :

$$\dot{b}(t) = -B \frac{\partial e}{\partial b} e(t) \quad (\text{III.5})$$

cette formule de la règle MIT est fréquemment utilisée .

Dans cette équation 'e' représente l'erreur du model. Les composantes du vecteurs  $\frac{\partial e}{\partial b}$  sont les dérivées de l'erreur par rapport aux paramètres ajustables b.

La méthode du MIT peut être expliquée comme suit : en supposant que les paramètres b changent plus lentement que les autres variables du système, pour diminuer le carré de l'erreur, il semble raisonnable de changer les paramètres dans la direction du gradient négatif de  $e^2$ .

Le mécanisme d'ajustement des paramètres décrit par l'équation (III.5) pourrait être vu comme étant composé d'un filtre linéaire pour calculer les dérivées des entrées / sortie du procédé, un multiplieur et un intégrateur.

Les paramètres sont introduits dans la loi de contrôle en utilisant un second multiplieur. La figure (III.4) est un schéma explicatif de cette structure, qui est appelée *erreur du modèle* [1]. On remarque que le MRAS tente d'ajuster les paramètres pour que la corrélation entre l'erreur 'e' et les dérivées tende vers zéro.

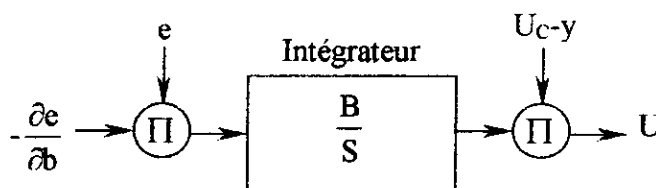


Figure III.4 : Erreur du model

#### III.4.1.2. Inconvénients de la règle du MIT

Comme Hang et Parks [18] l'ont mentionné, la règle du MIT et d'autres méthodes de Gradient préférées par plusieurs designers doivent être manipulées avec prudence du point de vue stabilité. D'autres inconvénients peuvent apparaître par la suite [24] :

- La différence initiale entre les paramètres du modèle de référence et ceux du système ajustable est supposée petite .
- Le procédé d'adaptation est supposé être lent .
- Pas d'indications données en ce qui concerne les gains d'adaptation afin de supposer la convergence du procédé d'adaptation et la stabilité des systèmes MRAC.

#### III.4.1.3. Autres méthodes de conception

Donalson [7,8] a utilisé un indice de performance plus général que celui de Whitaker et a obtenu une règle de design améliorée du point de vue du temps de réponse ,mais des filtres de mesures additionnels des vecteurs d'état sont requis .

Price [42] a appliqué une méthode de gradient accélérée qui est plus facile à implanter et aussi capable d'atteindre des adaptations comparées aux autres techniques de gradient .

### III.4.2. L'approche de Lyapounov

La stabilité est un facteur extrêmement important qui doit être pris en considération dans le design d'un MRAC, spécialement quand les systèmes se comportent comme non-linéaires ou variants dans le temps. Pour atteindre un bon design, l'aspect de stabilité doit être inclus et pourra être réalisé par l'approche de Lyapounov ou d'hyperstabilité [5].

Dans l'approche de Lyapounov, on obtient en premier lieu une équation différentielle qui décrit l'erreur entre la sortie du modèle de référence et celle du procédé. L'objectif est d'obtenir des équations d'ajustement des paramètres qui assure que l'équation différentielle décrivant l'erreur est asymptotiquement stable.

Pour cela, une fonction de Lyapounov définie positive est formulée par l'équation de l'erreur. Les équations du mécanisme d'adaptation seront alors sélectionnées dans le but que les dérivées par rapport au temps de la fonction de Lyapounov soient *définies positives*.

Le théorème de stabilité de Lyapounov permet de stabiliser les lois de contrôles, pour garantir la stabilité du design d'un système. Le type de solution dépend de la forme de la fonction de Lyapounov sélectionnée. Le système sera dit stable si l'erreur tend vers zéro ou reste bornée.

Butchert et Shackloth [4] sont les premiers à avoir proposé l'utilisation d'une fonction de Lyapounov quadratique. Ceci était repris par Parks [7] afin de reconcevoir les systèmes qui étaient autrefois conçus par la MIT Rule. La difficulté principale de l'approche de Lyapounov est que le vecteur d'état entier doit être accessible à la mesure, ce qui n'est pas toujours possible. La première tentative était accomplie par Parks[39] utilisant le lemme de Kalman [19] (Annexe A), pour l'obtention d'une loi adaptative qui ajuste le gain d'où la disparition de l'erreur. Il en résulte que l'ajustement du gain utilisant l'erreur est possible, si et seulement si, les fonctions de transfert du procédé et le modèle sont des fonctions réelles positives.

#### III.4.2.1. Stabilité au sens de Lyapounov

Considérons un système décrit par l'équation différentielle ordinaire vectorielle suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{x} &= \frac{d\mathbf{x}}{dt} \end{aligned} \tag{III.6}$$

avec une condition initiale  $x = x_{e0}$  à  $t = t_0$ .

Les vecteurs  $x$  et  $f(x,t)$  étant de même dimension  $n$ .

Soit  $x = x_e(t)$  une solution de l'équation (III.6) définie pour  $t > 0$ .

Nous appellerons mouvement (ou solution) non perturbée cette solution, toute autre solution  $x(t)$  sera appelée mouvement perturbé [38].

### • Définition 1

La solution non perturbée  $x = x_e(t)$  est dite stable au sens de Lyapounov si, quels que soient  $t_0 > 0$  et  $\varepsilon > 0$ , on trouve un nombre  $\delta(\varepsilon, t) > 0$  tel que, quand  $\|x_0 - x_{e0}\| < \delta(\varepsilon, t_0)$  on a  $\|x(t, x_0, t_0) - x_e(t)\| < \varepsilon$  pour  $t \geq t_0$ , avec  $x(t, x_0, t_0)$ , la solution perturbée qui passe par  $x_0$  au temps  $t = t_0$ , c'est à dire :

$$x(t, x_0, t_0) = x_0 \quad \text{et} \quad x_e(t_0) = x_{e0}$$

### • Définition 2

La solution non perturbée du système autonome (équation (III.6)) est dite asymptotiquement stable au sens de Lyapounov si :

- Elle est stable au sens de Lyapounov
- Toute solution correspondant à une condition initiale voisine de  $x_{e0}$  converge vers  $x_e(t)$  quand  $t$  tend vers l'infini.

Nous allons énoncer un théorème dû à Lyapounov et qui permet de tester la stabilité du système décrit par l'équation (2.6) sans avoir à en calculer l'ensemble des trajectoires [20].

#### III.4.2.2. Fonction de Lyapounov

Une fonction scalaire dérivable  $V(t,x)$  est dite fonction de Lyapounov si elle est positive au sens précis suivant :

$$V(0,t) = 0 \tag{III.7}$$

$$\alpha(\|x\|) < V(t, x) < \beta(\|x\|) \text{ pour tout } t, \text{ tout } x \neq 0$$

où  $\alpha(\cdot)$  et  $\beta(\cdot)$  sont des fonctions de classe K, c'est-à-dire continues, monotones non décroissantes, nulle à l'origine et positive ailleurs, augmentant avec l'argument.

$\|x\|$  représente le module de  $x$ .

La dérivée de  $V(x,t)$  sera notée :

$$W(x, t) = \frac{d}{dt} V(x, t) \quad (\text{III.8})$$

• **Théorème 1**

Considérons le système autonome décrit par l'équation (III.6) :

$$\dot{x} = f(x, t)$$

avec :

$$f(0, t) = 0 \text{ pour } t \text{ positif ou nul} \quad (\text{III.9})$$

S'il existe une fonction de Lyapounov  $V$  dont la dérivée est non positive pour tout  $(x, t)$  alors la solution d'équilibre nulle est stable (voir Annexe A pour plus de détails sur la fonction de Lyapounov).

**Remarque :** l'idée principale de la méthode de la fonction de Lyapounov vient du concept d'énergie totale. En effet, la variation de l'énergie d'un système isolé est négative pour tout état sauf pour l'état d'équilibre où elle prend sa valeur minimale.

### III.4.2.3. Algorithme d'adaptation basé sur la théorie de Lyapounov

On va appliquer maintenant la fonction de Lyapounov dans un MRAS décrit par les équations d'état suivantes :

- Pour le modèle de référence

$$\dot{x} = A_m X_m + B_m U \quad (\text{III.10})$$

- Pour le système auto-ajustable

$$\dot{X} = A_s(e, t)X + B_s(e, t)U \quad (\text{III.11})$$

l'erreur d'état est donnée par :

$$e = X_m - X \quad (\text{III.12})$$

l'équation de l'erreur d'état est alors :

$$\dot{e} = A_m e + [A_m - A_s(e, t)]X + [B_m - B_s(e, t)]U \quad (\text{III.13})$$

La méthode de synthèse d'algorithme de commande adaptative basée sur la notion de stabilité au sens Lyapounov, consiste à choisir une forme quadratique des paramètres variables [43,24]. Soit :

$$V = e^T P e + \text{tr} \left\{ [A_m - A_s(e, t)]^T F_A^{-1} [A_m - A_s(e, t)] \right\} + \text{tr} \left\{ [B_m - B_s(e, t)]^T F_B^{-1} [B_m - B_s(e, t)] \right\} \quad (\text{III.14})$$

où  $P$ ,  $F_A^{-1}$  et  $F_B^{-1}$  sont des matrices définies positives et seront définies ci-après.

$\text{tr}\{\cdot\}$  représente la trace de la matrice appropriée, et  $T$  l'opérateur de transposition.

Pour  $\dot{V}$  on obtient :

$$\dot{V} = e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2 \text{tr} \left\{ [A_m - A_s(e, t)]^T [P e X^T - F_A^{-1} \dot{A}_m(e, t)] \right\} + 2 \text{tr} \left\{ [B_m - B_s(e, t)]^T [P e u^T - F_B^{-1} \dot{B}_m(e, t)] \right\} \quad (\text{III.15})$$

Si  $A_m$  est une matrice de Hurwitz, on a :

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (\text{III.16})$$

où  $P, Q$  sont des matrices définies positives arbitraires.

Le premier terme dans l'équation (III.15) sera défini négatif pour tout  $e \neq 0$ , et le second et le troisième terme seront nuls si on choisit la loi adaptative :

$$\dot{A}_s(e, t) = F_A (P e) X^T \quad (\text{III.17})$$

$$\dot{B}_s(e, t) = F_B (P e) U^T \quad (\text{III.18})$$

En intégrant les équations (III.17) et (III.18), on obtiendra :

$$A_s(e, t) = \int_0^t F_A (P e) X^T d\tau + A_s(0) \quad (\text{III.19})$$

$$B_s(e, t) = \int_0^t F_B (P e) U^T d\tau + B_s(0) \quad (\text{III.20})$$

Il faut noter que les matrices  $F_A$  et  $F_B$  sont des matrices définies positives arbitraires, cette conception nous assure une stabilité asymptotique globale du MRAS pour n'importe quel gain d'adaptation et n'importe quelle entrée continue  $u$ .

La convergence des paramètres requiert des conditions pour lesquelles on aura  $e(t) \equiv 0$ , ceci implique que  $A_s = A_m$  et  $B_s = B_m$ .

Des équations (III.19) et (III.20) on obtient :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{t \rightarrow +\infty} [A_m - A_s(e, t)] = A \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} [B_m - B_s(e, t)] = B \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

où  $A$  et  $B$  sont des matrices constantes exprimant les paramètres de différence asymptotique.

Alors si  $e(t) \equiv 0$  de (III.13), on obtient :

$$A y + B u = 0 \quad (\text{III.22})$$

Pour la recherche des algorithmes d'adaptations convenables de larges classes, il faut faire appel à l'approche d'hyperstabilité et de positivité utilisée dans la conception des systèmes MRAS globalement stables.

### III.4.3. Approche basée sur la théorie de l'hyperstabilité et positivité

Les fonctions de Lyapounov sont très convenables dans le design des systèmes MRAS stables, mais leur utilisation est limitée à cause du fait qu'on ne connaît pas en général comment élargir la classe de ces fonctions.

C'est un problème important, surtout lorsqu'on s'est intéressé à l'obtention de la famille la plus large possible des lois d'adaptation assurant la stabilité des MRAS, et la sélection de la meilleure fonction pour une application spécifique.

Pour arriver à ce but on fait appel à la *théorie de l'hyperstabilité* et à la *conjonction des propriétés des systèmes dynamiques positifs*.

#### III.4.3.1. Le problème d'hyperstabilité

Le problème d'hyperstabilité était introduit par *Popov* comme une généralisation du problème de stabilité absolue des systèmes [43].

Considérons les systèmes multivariables de la figure III.5. Ce système est formé d'un bloc linéaire invariant dans le temps et d'un autre bloc de contre réaction qui pourra être linéaire ou non linéaire *et* variant ou invariant dans le temps.

Dans le problème de la stabilité absolue, on s'est intéressé à trouver les conditions qui doivent être satisfaites par le bloc de la ligne directe, pour que le système à boucle fermée représenté dans la figure III.5 soit asymptotiquement globalement stable.

Popov a pris en considération la stabilité asymptotique globale d'un tel système, mais pour la classe des blocs de contre réaction, ils doivent satisfaire l'inégalité suivante :

$$\eta(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} V^T W dt \geq -\gamma_0^2 \quad (\text{III.23})$$

Cette inégalité est appelée *inégalité de Popov*.

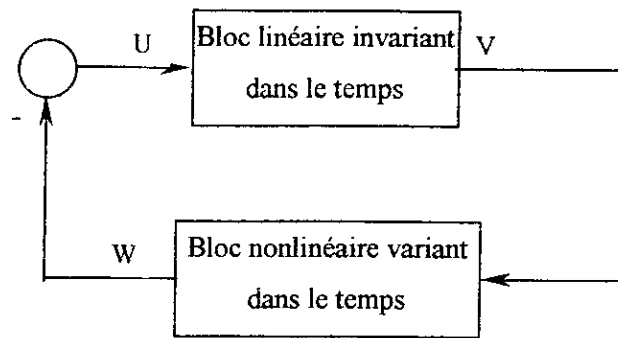


Figure III.5 : Système multivariable nonlinéaire variant dans le temps

Un système comme celui de la figure III.5 est globalement (asymptotiquement) stable, pour tous les blocs satisfaisant l'inégalité (III.23) est dit (asymptotiquement) *hyperstable*.

Puisque le bloc de contre réaction est défini par (III.23), alors les propriétés d'hyperstabilité du système à boucle fermée dépendront seulement de celui-ci. Et le bloc de la ligne directe qui assure l'hyperstabilité de la boucle de retour sera appelé *bloc hyperstable*.

### III.4.3.1. Hyperstabilité

Considérons le système à boucle fermée ayant un bloc de contre réaction :

$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax - Bw \quad (\text{III.24})$$

$$v = Cx + Du = Cx - Dw \quad (\text{III.25})$$

et un bloc de la ligne directe :

$$w = f(v, t, \tau) \text{ avec } \tau \leq t \quad (\text{III.26})$$

où  $x$  est le vecteur d'état du bloc directe (dimension  $n$ ),  $u$  et  $v$  sont les entrée et sortie respectivement de ce bloc (de dimension  $m$ ) ;  $A, B, C$  et  $D$  sont de dimensions appropriées. La paire  $(A, B)$  est complètement contrôlable, et la paire  $(C, D)$  est complètement observable.

#### • Définition 3

Le système à boucle fermée défini par les équations (III.24), (III.25) et (III.26) est *hyperstable* (ou le bloc de la ligne directe est dit *bloc hyperstable*) s'il existait deux constantes positives  $\delta > 0$  et  $\gamma_0 > 0$  pour que toutes les solutions  $x[x(0), t]$  des équations (III.24) et (III.25) satisfassent l'inégalité :

$$\|x(t)\| < \delta [\|x(0)\| + \gamma_0] \text{ pour tout } t \geq 0 \quad (\text{III.27})$$

pour n'importe quel bloc  $w = f(v, t, \tau)$  satisfaisant l'inégalité (III.23).



---

**• Définition 4**

Le système à boucle fermée des équations (III.24),(III.25) et (III.26) est asymptotiquement hyperstable si :

- 1- Il est hyperstable
- 2-  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0$  pour toute fonction de vecteurs  $w = f(v, t, \tau)$  satisfaisant l'inégalité (III.23).

**• Définition 5**

Le système à boucle fermée de la figure III.5 décrit par les équations (III.24),(III.25) et (III.26) est *asymptotiquement hyperstable* , s'il était globalement stable pour tout bloc de réaction donné par (III.26) qui satisfait l'inégalité (III.23).

Il en résulte que les conditions qui permettent d'avoir des systèmes hyperstables sont exprimées en termes de *propriétés de positivité* du bloc dynamique direct .

Par exemple pour un système linéaire simple entrée /simple sortie invariant dans le temps, les conditions d'hyperstabilité sont que le bloc de contre réaction soit *réel positif* pour l'hyperstabilité et *strictement réel positif* pour l'hyperstabilité asymptotique.

Pour qu'une fonction de transfert  $h(s)$  soit *strictement réelle positive*, elle doit vérifier les conditions suivantes :

- 1-  $h(s)$  est réelle pour tout  $s$
- 2- Les pôles de  $h(s)$  doivent être dans le plan négatif de  $s$  (c'est-à-dire  $s < 0$ )
- 3- Pour tout réel  $\omega$  on a :

$$\operatorname{Re}[h(j\omega)] > 0, -\infty < \omega < +\infty \quad (\text{III.28})$$

$\operatorname{Re}[\cdot]$  : représente la partie réelle .

Pour résoudre le problème de stabilité en utilisant l'approche d'hyperstabilité, on doit en premier lieu exprimer le problème original comme problème de stabilité lié à un système de contre-réaction, et on doit être capable d'isoler une partie qui doit vérifier l'inégalité intégrale de Popov, ou les conditions de positivité qui assurent l'hyperstabilité de tout le système .

Il est important de noter que l'approche d'hyperstabilité permet de voir le problème de stabilité de tout le système, comme étant une conséquence des propriétés de ses composants. Dans plusieurs cas, ça pourrait simplifier le problème de stabilité. L'application de l'approche d'hyperstabilité est faite en plusieurs étapes [24] :

- Première étape : transformer le MRAS en un système à boucle fermée équivalent en deux blocs, le premier en ligne directe et le deuxième en boucle fermée .
- Deuxième étape : trouver les solutions de la partie des lois adaptatives qui apparaissent dans le chemin direct du système équivalent pour que l'inégalité de Popov soit satisfaite.
- Troisième étape : trouver les solutions de la partie restante des lois d'adaptation qui apparaissent dans la boucle de retour du système équivalent pour que le bloc soit hyperstable (ce qui impliquera la stabilité globale de tout le système).
- Quatrième étape : retourner au système de départ dans le but de spécifier la loi de commande explicitement (c'est-à-dire la structure du mécanisme d'adaptation).

**Note :** Dans quelques cas ,la quatrième partie est directement connectée avec la première partie pour s'assurer que la configuration du système à boucle fermée désiré soit effectivement obtenue .

### III.5. Commande linéaire par poursuite de modèle ( LMFC : Linear Model Following Controller )

Dans cette partie ,on s'intéresse à développer un contrôleur qui assure une poursuite parfaite d'un modèle de référence. La figure III.6 illustre la structure d'un tel contrôleur .

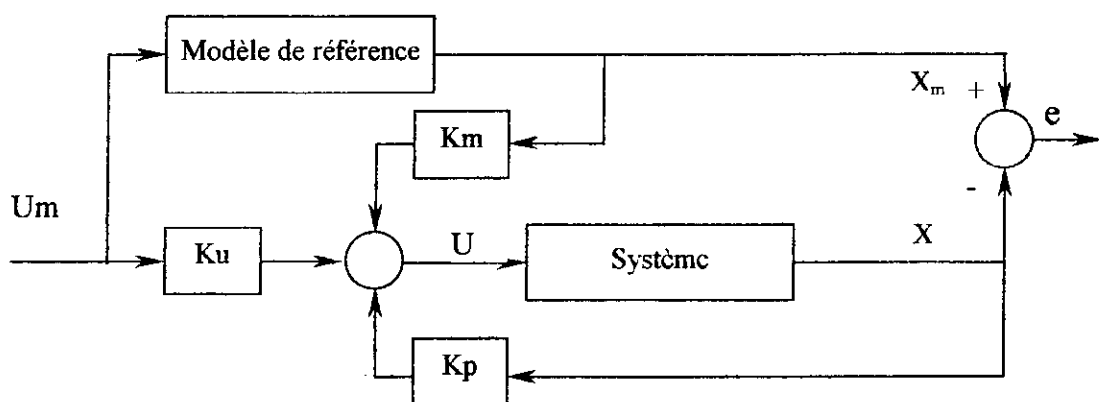


Figure III.6 : Commande linéaire par poursuite de modèle

La structure de ce régulateur est similaire à celle d'un retour d'état. La loi de commande est générée à partir d'un retour d'état linéaire et d'une action directe de  $U_m$  et de la référence  $X_m$ . Le but est de minimiser l'erreur  $e$ .

Le modèle de référence est :

$$\dot{X} = A_m X_m + B_m U_m \quad (\text{III.29})$$

$A_m$  est une matrice de Hurwitz.

Le système est défini par :

$$\dot{X} = AX + BU \quad (\text{III.30})$$

La commande est :

$$U = -k_p X + k_m X_m + k_u U_m \quad (\text{III.31})$$

On définit l'erreur d'état généralisée :

$$e = X_m - X \quad (\text{III.32})$$

Pour assurer une poursuite parfaite, la dynamique de l'erreur doit être imposée. En utilisant les équations (III.29), (III.30) et (III.31), cette dynamique est définie par :

$$\dot{e} = (A_m - Bk_m)e + [A_m - A + B(k_p - k_m)]X + (B_m - Bk_u)U_m \quad (\text{III.33})$$

Ainsi il suffit d'imposer la condition suivante :

$$[A_m - A + B(k_p - k_m)]X + (B_m - Bk_u)U_m = 0 \quad (\text{III.34})$$

Dans le cas où  $X$  et  $U_m$  sont indépendantes [16], on a :

$$\begin{aligned} B(k_p - k_m) &= A - A_m \\ Bk_u &= B_m \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

De cette façon, la dynamique de l'erreur est définie par la matrice  $A_m - Bk_m$ , qui doit être une matrice de Hurwitz. Des équations (III.35), on aboutit à :

$$\begin{aligned} k_p - k_m &= B^+ (A - A_m) \\ k_u &= B^+ B_m \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

où  $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$  : la pseudo inverse de  $B$ .

En introduisant les expressions de  $k_m - k_p$  et de  $k_u$  dans (III.36), on aboutit à :

$$\begin{aligned} (I - BB^+)(A_m - A) &= 0 \\ (I - BB^+)B_m &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Les conditions sont connues sous le nom d'Erzenberger [24], et une fois ces conditions satisfaites, la poursuite du modèle définie par (III.30) à la référence est assurée.

### III.6. Commande linéaire à modèle de référence

Dans le cas où les paramètres du système sont inconnus ou variables dans le temps, la commande linéaire par poursuite d'un modèle n'est plus applicable. On utilise alors la commande adaptative à poursuite du modèle (Adaptive Model Following Controller).

L'implantation d'une telle loi peut se faire en deux manières [24] :

- 1- Adaptation paramétrique (figure III.7)
- 2- Adaptation par signal de synthèse (figure III.8)

Dans le cas de l'adaptation paramétrique, l'entrée du système est exprimée par [24] :

$$U = -k_p(e, t)X + k_m X_m + k_u(e, t)U_m \quad (\text{III.38})$$

$k_p(\cdot)$  et  $k_u(\cdot)$  : sont des matrices variables dans le temps dépendant de  $e$ .

$k_m$  : matrice constante .

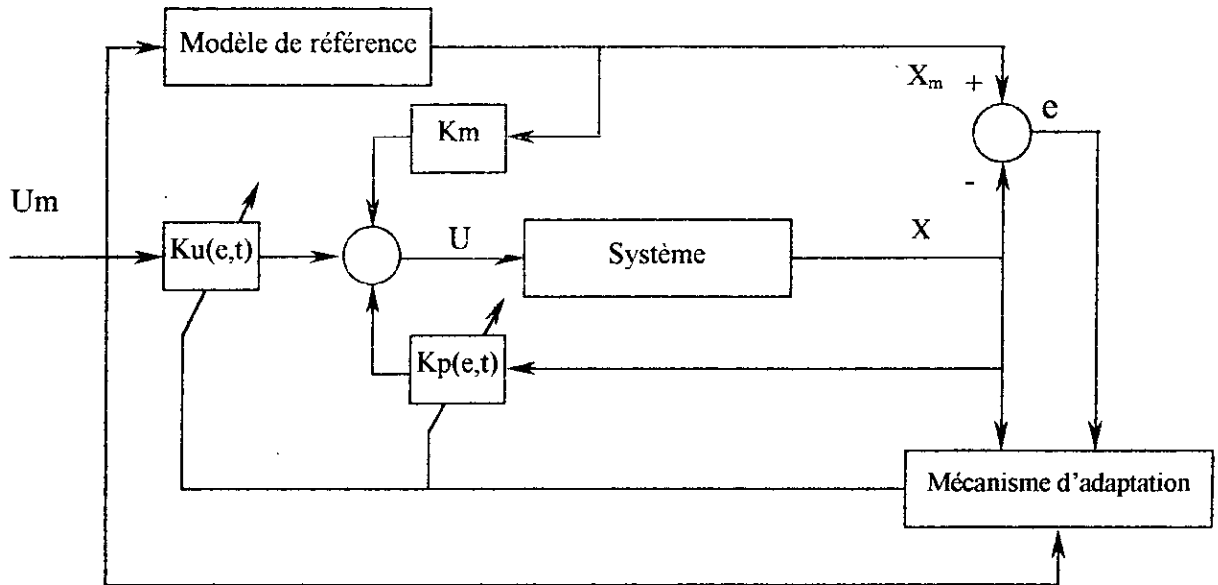


Figure III.7 : AMFC parallèle avec l'adaptation paramétrique

$k_p(\cdot)$  et  $k_u(\cdot)$  peuvent être exprimées par :

$$\begin{aligned} k_p(e, t) &= k_p - \delta k_p(e, t) \\ k_u(e, t) &= k_u + \delta k_u(e, t) \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

avec  $k_p$  et  $k_u$  sont des matrices constantes déterminées à partir du LMFC, et  $\delta k_p, \delta k_u$  proviennent directement du mécanisme d'adaptation.

Avec cette décomposition, on peut écrire :

$$U = U_1 + U_2 \quad (\text{III.40})$$

où

$$U_1 = -k_p X + k_m X_m + k_u U_m \quad (\text{III.41})$$

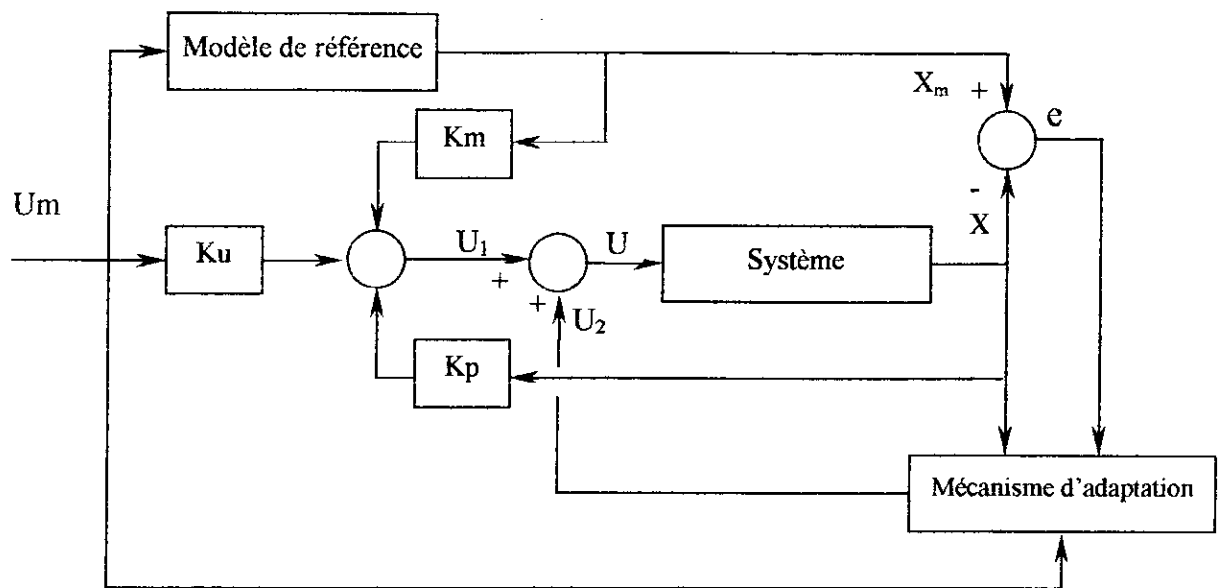


Figure III.8 : AMFC avec l'adaptation par signal de synthèse

$$U_2 = \delta k_p(e, t)X + \delta k_u(e, t)U_m \quad (\text{III.42})$$

l'entrée  $U_1$  du système représente la commande linéaire, l'entrée  $U_2$  est la contribution de la commande adaptative.

Cette technique est connue sous le nom de l'adaptation par signal de synthèse.

### III.7. Synthèse d'un contrôleur minimal (MCS : Minimum Controller Synthesis)

Soit la structure parallèle-parallèle du MRAS représentée dans l'espace d'état (figure III.9) ci-après .

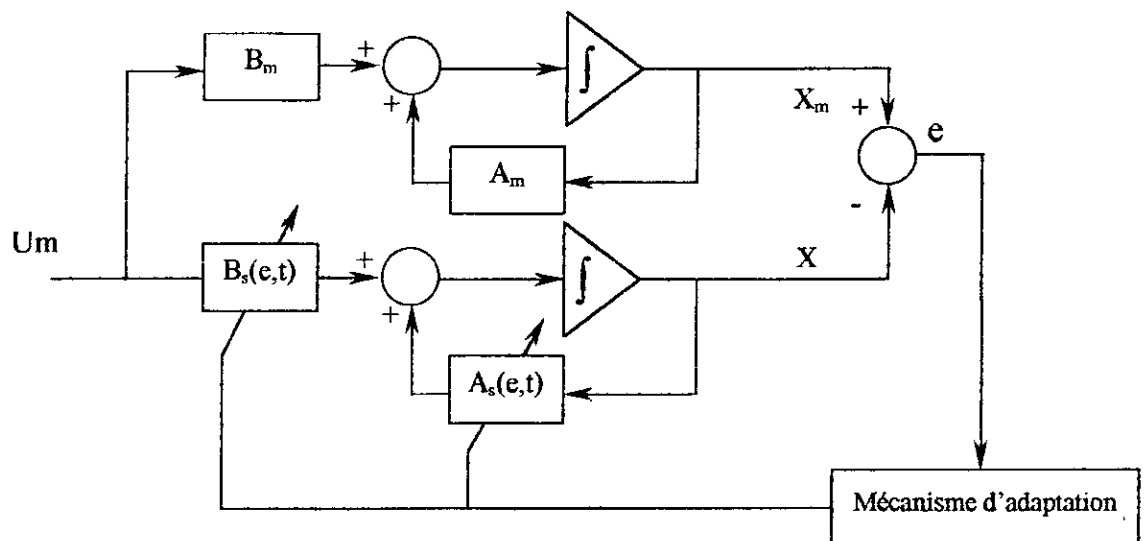


Figure III.9 : Structure parallèle-parallèle du MRAS représentée dans l'espace d'état

Le modèle de référence choisi est sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{X} &= A_m X_m + B_m \dot{U}_m \\ X_m(0) &= X_{m0}\end{aligned}\quad (\text{III.43})$$

Il est choisi stable et complètement contrôlable [24].

Le système ajustable est choisi sous la forme d'un modèle linéaire variable dans le temps :

$$\begin{aligned}\dot{X} &= A_s(e, t)X + B_s(e, t)U_m \\ X(0) &= X_0; A_s(0) = A_{s0}; B_s(0) = B_{s0}\end{aligned}\quad (\text{III.44})$$

De plus, on veut que notre mécanisme d'adaptation ait de la mémoire (c'est à dire qu'il mémorise les bonnes valeurs des paramètres une fois trouvées), ce qui conduit à l'introduction d'un intégrateur dans le mécanisme d'adaptation. Ce dernier aura pour effet de rendre les paramètres du systèmes ajustables, à l'instant  $t$ , dépendant non seulement de l'erreur  $e(t)$ , mais aussi de l'histoire de  $e(t)$  (c'est-à-dire  $e(\tau)$ ,  $\tau < t$ ). Donc les expressions de  $A_s(e, t)$  et  $B_s(e, t)$  deviennent:

$$\begin{aligned}A_s(e, t) &= F(e, \tau, t) + A_s(0) \\ B_s(e, t) &= G(e, \tau, t) + B_s(0)\end{aligned}\quad (\text{III.45})$$

$F$  et  $G$  déterminent la relation fonctionnelle entre  $A_s(e, t)$  et  $B_s(e, t)$  et les valeurs de l'erreur  $e$  dans l'intervalle  $0 \leq \tau \leq t$ .

La dynamique de l'erreur est donnée par :

$$\dot{e} = X_m - \dot{X} = A_m e + [A_m - A_s(0) - F(e, \tau, t)]X + [B_m - B_s(0) - G(e, \tau, t)]U_m \quad (\text{III.46})$$

On obtient ainsi une équation décrivant le système adaptatif à modèle de référence. La représentation équivalente comme étant un système non linéaire variable dans le temps, est illustrée dans la figure III.10.

L'analyse de stabilité d'une telle structure peut se faire en utilisant la théorie d'hyperstabilité de Popov [24,27]. Pour assurer la convergence asymptotique de l'erreur, la chaîne directe doit vérifier la condition de positivité réelle stricte, tandis que la chaîne de retour doit satisfaire l'inégalité de Popov [24,5].

Puisque la matrice  $A_m$  est prédéterminée par le choix du modèle de référence, la condition de positivité réelle ne peut être toujours vérifiée. Pour satisfaire une telle condition, on introduit dans la chaîne un compensateur linéaire  $D$ . Ce compensateur est choisi de telle sorte que le bloc linéaire soit SPR. On utilise alors, pour l'adaptation, non pas le vecteur erreur  $e$ , mais un vecteur  $V$ , défini par :

$$V = De$$

(III.47)

D : une matrice constante  $n \times n$ .

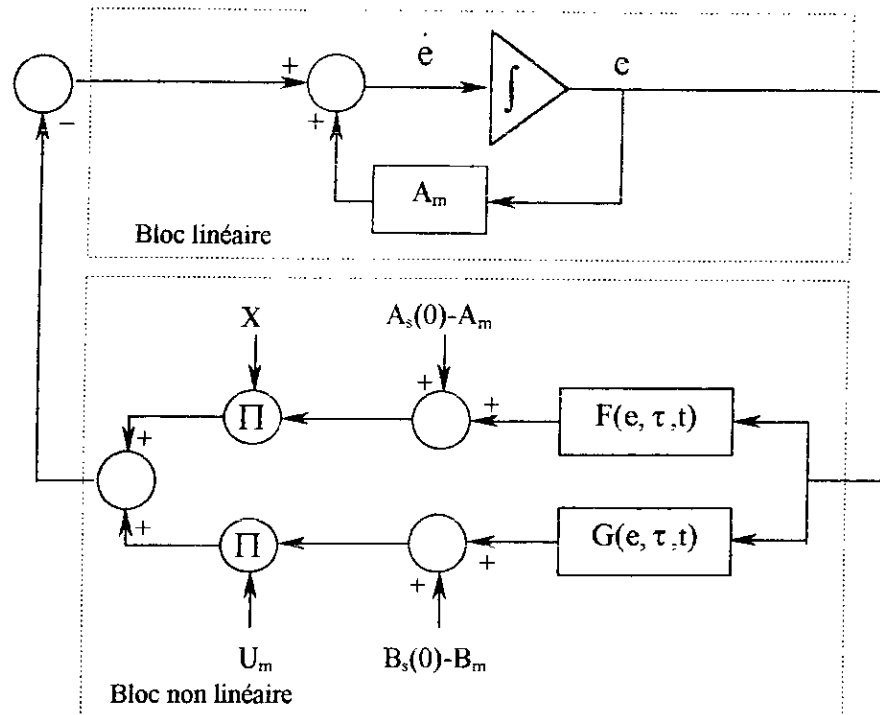


Figure III.10 : Représentation équivalente de l'erreur généralisée d'état

Un bloc linéaire est SPR, s'il existe deux matrices définies positives P et Q, tel que :

$$\begin{cases} PA_m + A_m^t P = -Q \\ P = D \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

Ainsi le compensateur est déterminé par la résolution de l'équation de Lyapounov.

Avec cette nouvelle formulation, les matrices ajustables  $A_s(e,t)$  et  $B_s(e,t)$  peuvent être réécrites comme suit [24] :

$$\begin{aligned} A_s(e,t) &= A_s(V,t) = \int_0^t \Phi_1(V,t,\tau) d\tau + \Phi_2(V,t) + A_s(0) \\ B_s(e,t) &= B_s(V,t) = \int_0^t \Psi_1(V,t,\tau) d\tau + \Psi_2(V,t) + B_s(0) \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Les premiers termes assurent la mémorisation du mécanisme d'adaptation (action intégrale) et les seconds termes deviennent nuls quand  $V=0$  ( $e=0$ , action proportionnelle).

$\Phi_1$  et  $\Psi_1$  matrices déterminent une relation non linéaire variable dans le temps entre  $A_s$  et  $B_s$  et les valeurs de V pour  $0 \leq \tau \leq t$ .

$\Phi_2$  et  $\Psi_2$  matrices déterminent une relation non linéaire variable dans le temps entre  $A_s$  et  $B_s$  et les valeurs de  $V$  (elles sont nulles pour  $V=0$ ).

Les relations (III.48) et (III.49) définissent la loi d'adaptation, et avec une combinaison de l'équation (III.47) on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_m e + W_1 \\ V &= De \\ W &= -W_1 = \left[ \int_0^t \Phi_1(V, t, \tau) d\tau + \Phi_2(V, t) + A_s(0) - A_m \right] X \\ &\quad + \left[ \int_0^t \Psi_1(V, t, \tau) d\tau + \Psi_2(V, t) + B_s(0) - B_m \right] U_m \end{aligned} \quad (III.50)$$

D'autre part le bloc non linéaire doit satisfaire l'inégalité de Popov (inégalité similaire à III.23) :

$$\begin{aligned} \eta(0, t_1) &\geq -\gamma_0^2 \\ \eta(0, t_1) &= \int_0^{t_1} V^T W dt \\ \eta(0, t_1) &= \int_0^{t_1} V^T \left[ \int_0^t \Phi_1(V, t, \tau) d\tau + \Phi_2(V, t) + A_s(0) - A_m \right] X dt \\ &\quad + \int_0^{t_1} V^T \left[ \int_0^t \Psi_1(V, t, \tau) d\tau + \Psi_2(V, t) + B_s(0) - B_m \right] U_m dt \end{aligned} \quad (III.51)$$

Landau [24] propose plusieurs choix des matrices  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$  qui satisfassent cette inégalité :

$$\begin{aligned} \Phi_1(V, t, \tau) &= F_A(t - \tau) V(\tau) [G_A X(\tau)]^T \\ \Phi_2(V, t) &= F_A'(t) V(t) [G_A X(t)]^T \\ \Psi_1(V, t, \tau) &= F_B(t - \tau) V(\tau) [G_B U_m(\tau)]^T \\ \Psi_2(V, t) &= F_B'(t) V(t) [G_B U_m(t)]^T \end{aligned} \quad (III.52)$$

où  $F_A(t - \tau)$  et  $F_B(t - \tau)$  sont des matrices définies positives, dont les transformées de Laplace sont des matrices de transfert positives réelles possédant un pôle à l'origine.

$G_A$  et  $G_B$  sont des matrices constantes définies positives.

$F_A'(t)$ ,  $F_B'(t)$ ,  $G_A'(t)$  et  $G_B'(t)$  sont des matrices définies positives variables dans le temps pour  $t \geq 0$ .

**Remarque :** La relation qui existe entre l'approche utilisant la fonction de Lyapounov et celle utilisant la théorie d'hyperstabilité est montrée par Landau [23]. Puisque le système est



asymptotiquement stable, alors il existe une fonction de Lyapounov qui nous permet d'aboutir à la même loi d'adaptation, cette fonction est :

$$V = e^T P e + 2 \int_0^1 V^T W dt + 2\gamma_0^2 \quad (\text{III.53})$$

avec :

$$\gamma_0^2 = \frac{1}{2} \text{tr} \{ [A_m - A_s(0)]^T F_A^{-1} [A_m - A_s(0)] \} + \frac{1}{2} \text{tr} \{ [B_m - B_s(0)]^T F_B^{-1} [B_m - B_s(0)] \} \quad (\text{III.54})$$

tel que :  $P, F_A$  et  $F_B$  des matrices définies positives. La seule différence, c'est qu'ici on aboutit à une loi d'adaptation non pas en fonction de  $V$  mais en fonction de  $e$ .

**NB :** La formulation mathématique déjà faite jusqu'à maintenant est valable pour la détermination de la loi de commande par la méthode du signal de synthèse.

La synthèse de la commande adaptative à modèle de référence MRAS nécessite la disponibilité d'un modèle de connaissance linéaire, vérifiant les conditions d'Ezenberger pour le calcul de  $k_u$  et  $k_p$ . On cherche dans cette partie à développer un contrôleur avec un minimum d'informations sur le système (tel que le degré). C'est un contrôleur dans lequel la commande provient totalement du mécanisme d'adaptation et ne suppose aucune implantation préalable d'un quelconque contrôleur non adaptatif. C'est le contrôleur MCS [46]. La structure de ce contrôleur est illustrée dans la figure III.11.

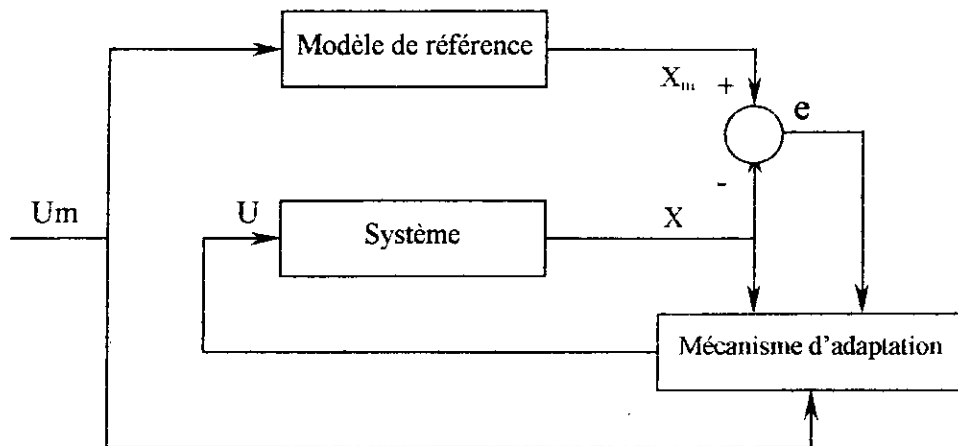


Figure III.11 : AMFC parallèle avec l'adaptation paramétrique

Le contrôleur se déduit directement du MRAC ,par imposition de l'hypothèse suivante [43] :

$$k_u = k_p = k_m = 0 \quad (\text{III.55})$$

La synthèse d'un tel contrôleur est similaire à la précédente, en utilisant l'outil des systèmes adaptatifs à modèle de référence .Le modèle de référence est décrit par :

$$\dot{X} = A_m X_m + B_m U_m \quad (\text{III.56})$$

$A_m$  est une matrice d'Hurwitz [24].

Le système est défini par :

$$\dot{X} = AX + BU \quad (\text{III.57})$$

La commande est définie par (III.42) devient [46] :

$$U = \delta k_p(e, t)X + \delta k_u(e, t)U_m \quad (\text{III.58})$$

En remplaçant dans (III.57) on obtient :

$$\dot{X} = [A + B\delta k_p(e, t)]X + B\delta k_u(e, t)U_m \quad (\text{III.59})$$

Et par identification avec (III.44) on trouve :

$$\begin{aligned} A_s(e, t) &= A + B\delta k_p(e, t) \\ B_s(e, t) &= B\delta k_u(e, t) \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

avec :

$$\begin{aligned} A_s(0) &= A + B\delta k_p(0) \\ B_s(0) &= B\delta k_u(0) \end{aligned} \quad (\text{III.61})$$

pour ce système on choisit [24]:

$$\begin{aligned} A_s(e, t) = A_s(V, t) &= B \left[ \int_0^1 \Phi_1(V, t, \tau) d\tau + \Phi_2(V, t) \right] + A_s(0) \\ B_s(e, t) = B_s(V, t) &= B \left[ \int_0^1 \Psi_1(V, t, \tau) d\tau + \Psi_2(V, t) \right] + B_s(0) \end{aligned} \quad (\text{III.62})$$

On déduit alors :

$$\begin{aligned} \delta k_p(e, t) = \delta k_p(V, t) &= \int_0^1 \Phi_1(V, t, \tau) d\tau + \Phi_2(V, t) + \delta k_p(0) \\ \delta k_u(e, t) = \delta k_u(V, t) &= \int_0^1 \Psi_1(V, t, \tau) d\tau + \Psi_2(V, t) + \delta k_u(0) \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

avec  $V = D e$ .

**Remarque :** Stoten et Benchoubane [46] proposent une loi d'adaptation sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\delta k_p(V', t) &= \int_0^t \alpha V'(\tau) X^T(\tau) d\tau + \beta V'(t) X^T(t) \\ \delta k_u(V', t) &= \int_0^t \alpha V'(\tau) U_m^T(\tau) d\tau + \beta V'(t) U_m^T(t)\end{aligned}\quad (\text{III.64})$$

où  $V' = B^T P e$  et  $\delta k_p(0) = \delta k_u(0) = 0$

et  $\alpha, \beta$  des scalaires tel que  $\alpha > 0, \beta \geq 0$

La dynamique de l'erreur est alors définie par :

$$e = A_m e + [A_m - A - B \delta k_p(e, t)] X + [B_m - B \delta k_u(e, t)] U_m \quad (\text{III.65})$$

avec :  $e = X_m - X$

ou encore d'après (III.50) on obtient la structure suivante (figure III.12).

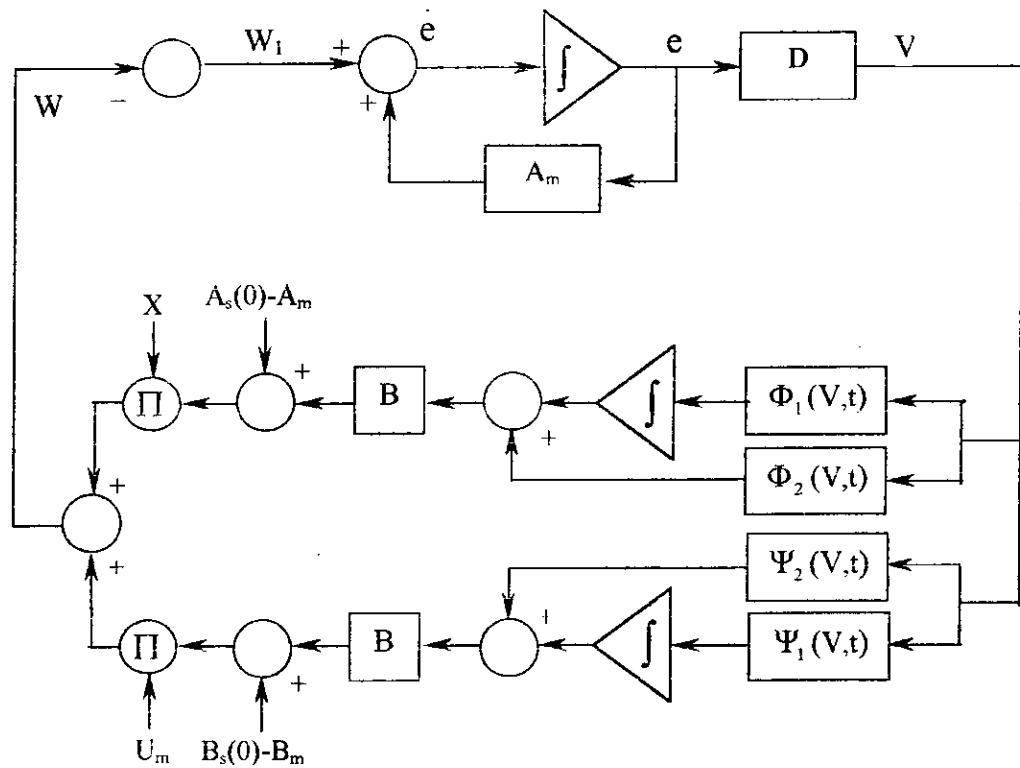


Figure III.12 : Schéma équivalent de l'évolution de l'erreur dans le cas du MCS

En prenant quelques choix particuliers, les matrices  $\Phi_1, \Phi_2, \Psi_1$  et  $\Psi_2$  peuvent être choisies sous la forme (depuis les équations III.52) :

$$\begin{aligned}
 F_A(t-\tau) &= F_A > 0 \\
 F_B(t-\tau) &= F_B > 0 \\
 F_A'(t) &= F_A'; G_A'(t) = G_A' \\
 F_B'(t) &= F_B'; G_B'(t) = G_B'
 \end{aligned}
 \tag{III.66}$$

On obtient alors de l'égalité (III.51) :

$$\begin{aligned}
 r(0, t_1) &= \int_0^{t_1} V^T \left[ B \int_0^t F_A V(\tau) [G_A X(\tau)]^T d\tau + B F_A' V(t) [G_A X(t)]^T + A_s(0) - A_m \right] X dt \\
 &+ \int_0^{t_1} V^T \left[ B \int_0^t F_B V(\tau) [G_B U_m(\tau)]^T d\tau + B F_B' V(t) [G_B U_m(t)]^T + B_s(0) - B_m \right] U_m dt
 \end{aligned}
 \tag{III.67}$$

Ainsi on voit l'effet de la matrice B sur l'inégalité de Popov. Pour que l'inégalité soit satisfaite, il suffit de connaître le signe des éléments de la matrice B, pour assurer la positivité de matrices suivantes :  $B F_A > 0$ ;  $B F_A' \geq 0$ ;  $B F_B > 0$  et  $B F_B' \geq 0$ .

***QUATRIEME CHAPITRE :***  
***SIMULATION ET RESULTATS***

## VI.1. Simulation et résultats

Le but du présent travail est de présenter une solution alternative aux résultats obtenus dans la littérature et qui sont établis par la commande LQG, basée sur la technique adaptative à modèle de référence.

L'application de ce type de commande est considérée dans ce chapitre pour la conception et la commande d'un véhicule à suspension active pour un quart de véhicule roulant ; dont les paramètres sont définis au chapitre I.

Le modèle de référence adopté dans ce cas étant celui généré par l'application de la technique LQG (voir les relations I.9).

Les simulations numériques ont été effectuées dans l'environnement MATLAB, pour le cas d'une perturbation de type échelon unitaire répété.

Les valeurs des paramètres du modèle de référence sont données comme suit :

$$M=35 \text{ kg}, m=3.3 \text{ kg}, h=80000 \text{ N/m}, k=3000 \text{ N/m}, d=250 \text{ N/m}, q_1 = 2, q_2 = 1, \rho = 10^{-9}$$

La réponse indicielle de ce système est illustrée par la figure (I.4).

L'adaptation est faite à l'aide de la synthèse d'un contrôleur minimumc détaillée dans le chapitre précédent. La loi d'adaptation utilisée est celle de Stoten et Benchoubane (relation III.64) avec un choix de pondération  $\alpha = 15 \times 10^{-5}$ , et  $\beta = 0$ .

On procédera par la variation des différents paramètres de la suspension, pour évaluer le poids et l'influence de chacun d'eux sur le mécanisme d'adaptation.

**NB :** Dans les figures qui suivent, les réponses du modèle de références seront présentées en traits continus, tandis que celles du système étudié en pointillés.

### VI.1.1. Adaptation avec variation de la masse $M$ du châssis

Dans le présent cas d'étude, une variation de 10% de la masse ' $M$ ' du véhicule par rapport à celle considérée dans le modèle de référence ( $M=35\text{kg}$ ) est effectuée de la manière suivante :  $M=30 \text{ kg}$ ,  $M=35 \text{ kg}$  et  $M=40 \text{ kg}$ .

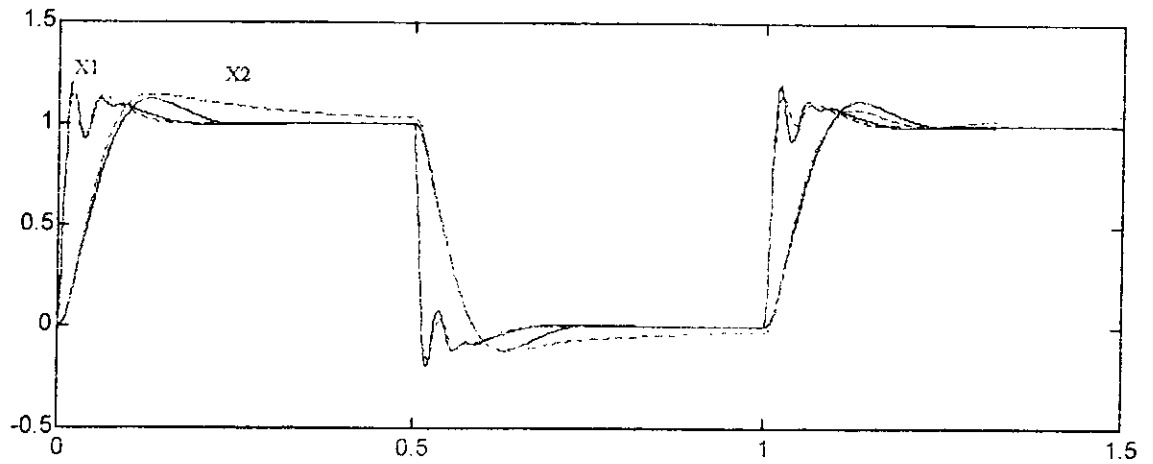


Figure VI.1.a : M=30 kg

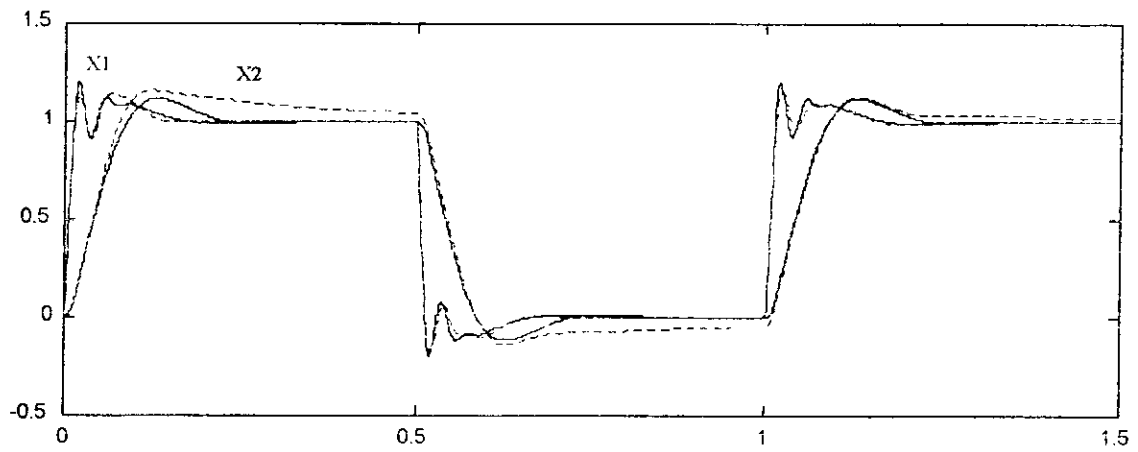


Figure VI.1.b : M=35 kg

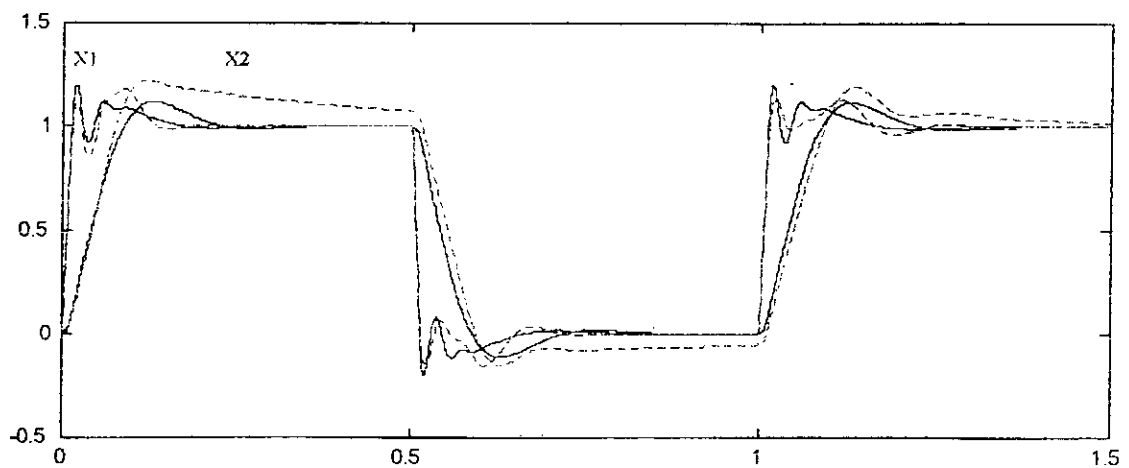


Figure VI.1.c : M=40 kg

Figure VI.1 : Réponses du système aux variations de la masse du châssis M

---

On remarque sur la figure VI.1.a que la réponse du système suit d'une manière satisfaisante la réponse du modèle de référence, car les deux systèmes sont calibrés sur la base de  $M=35\text{kg}$ .

Cependant, on note d'après la figure VI.1.a que le mouvement du châssis est relativement rapide ( $M=30\text{kg}$ ), tandis qu'il est relativement lent dans la figure 'c' où  $M=45\text{kg}$ . Aussi, on note des oscillations sur  $X_1$  et  $X_2$  pour  $M=45\text{kg}$  qu'avec  $M=30$  et  $35\text{kg}$ .

Ainsi, on peut déduire que plus  $M$  augmente, plus la réponse du système est lente. De plus, il y a une dégradation surtout du confort.



**VI.1.2. Adaptation avec variation de la masse  $m$  de la roue**

Une variation de 10% portée sur la masse de la roue ' $m$ ', c'est à dire pour  $m=3$  kg,  $m=3.3$  kg et  $m=3.5$  kg :

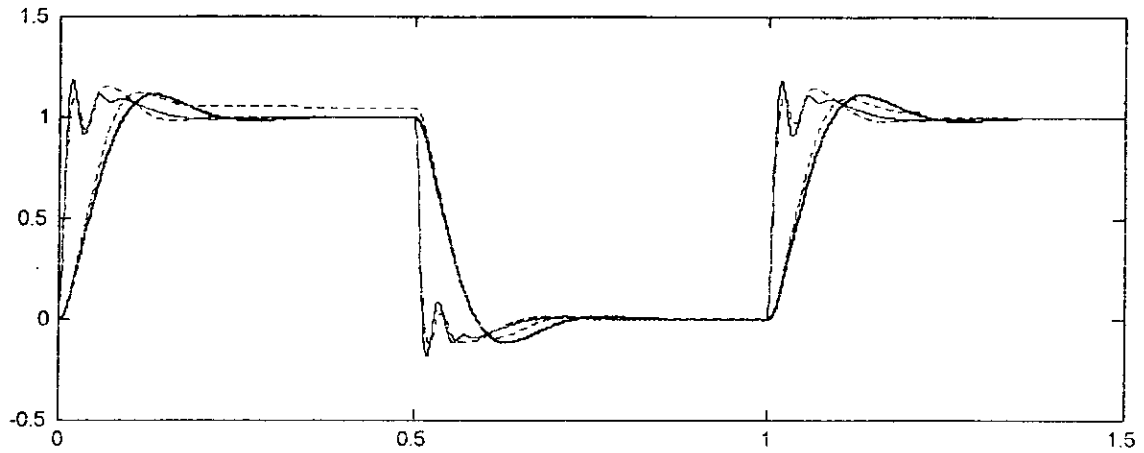


Figure VI.2.a :  $m=3$  kg

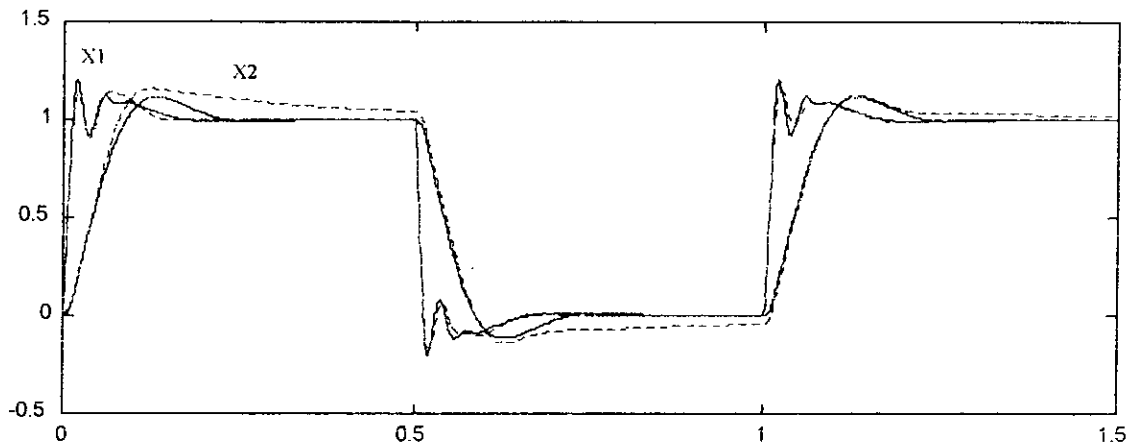


Figure VI.2.b :  $m=3.3$  kg

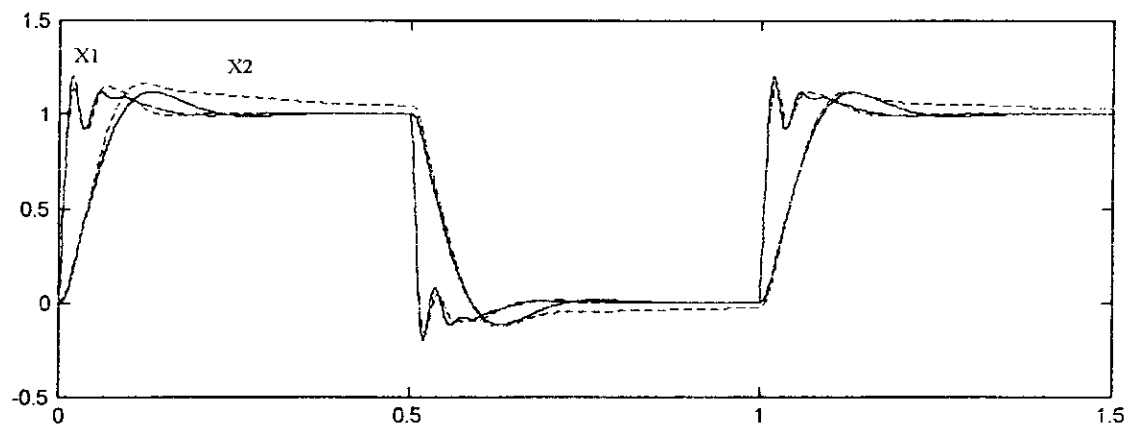


Figure VI.2.c :  $m=3.6$  kg

Figure VI.2.: Réponses du système aux variations de la masse de la roue  $m$

On remarque d'après la figure VI.1.2.a que pour  $m=3\text{kg}$ , les réponses de X2 sont relativement rapides par rapport à celles pour  $m=3.3$  et  $3.6\text{kg}$ , et le régime permanent est établi plus rapidement. D'un autre côté, on marque la présence d'un pic sur X1, c'est à dire une dégradation de la caractéristique de sécurité pour  $m=3\text{kg}$ .

On peut déduire que plus la masse de la roue est faible, plus la réponse de X2 est rapide, mais ça pourrait entraîner une dégradation de la sécurité (vu la réponse de X1).

**VI.1.3. Adaptation avec variation du ressort  $h$**

On fait varier la valeur de ' $h$ ', comme suit :  $h=72000$  N/m,  $h=80000$  N/m et  $h=88000$  N/m :

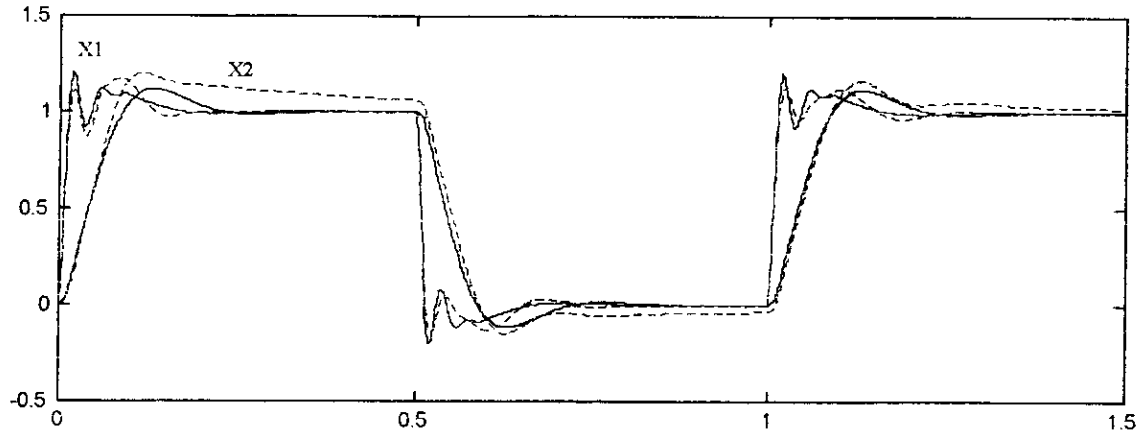


Figure VI.3.a :  $h=72000$  N/m

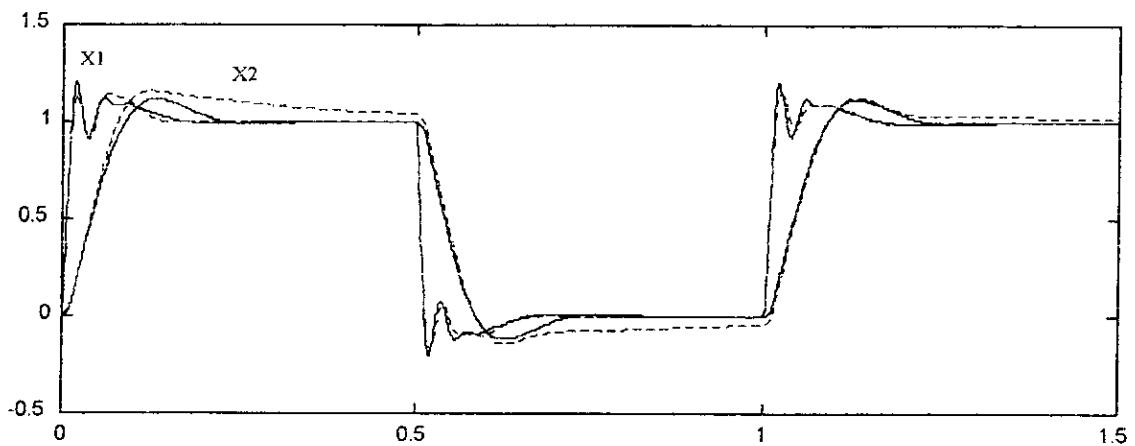


Figure VI.3.b :  $h=80000$  N/m

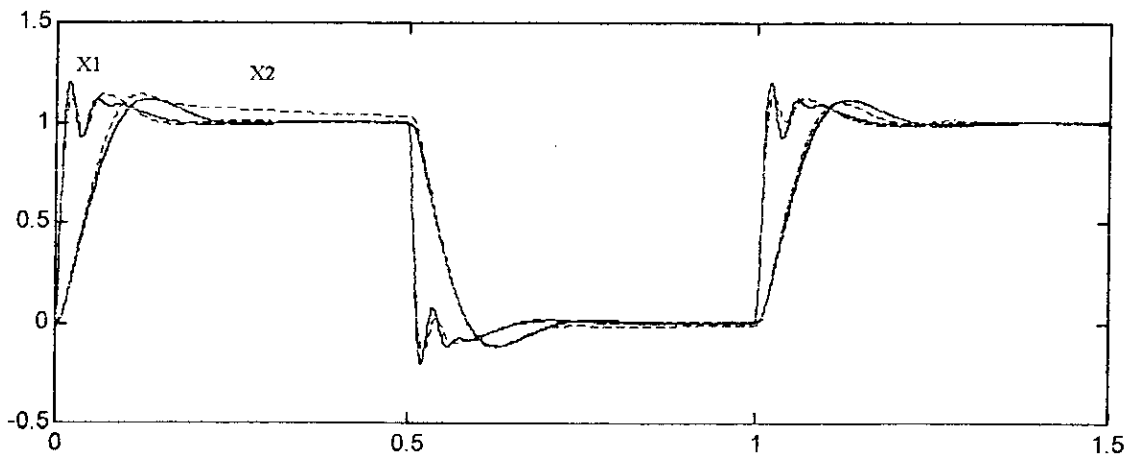


Figure VI.3.c :  $h=88000$  N/m

Figure VI.3 : Réponses du système aux variations de  $h$

On note que pour des faibles valeurs de 'h', les mouvements de la roue et du châssis sont très oscillatoires.

On peut conclure que plus la valeur de ressort h diminue, plus les performances se dégradent.

**VI.1.4. Adaptation avec variation de l'amortisseur  $d$**

On effectue des variations de 10 % portant sur la valeur de l'amortisseur ' $d$ ', comme suit :  $d=220$  Ns/m,  $d=250$  Ns/m et  $d=280$  Ns/m, ce qui a donné :

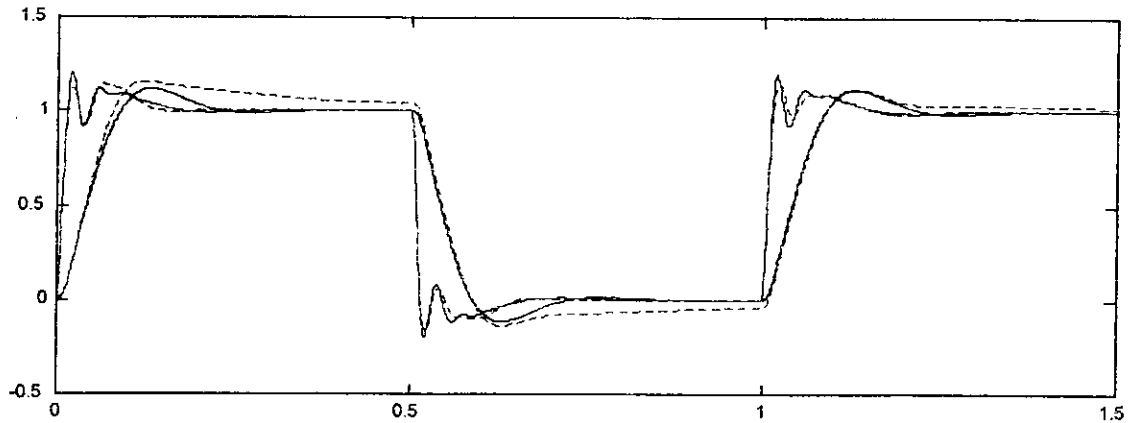


Figure VI.4.a :  $d=220$  Ns/m

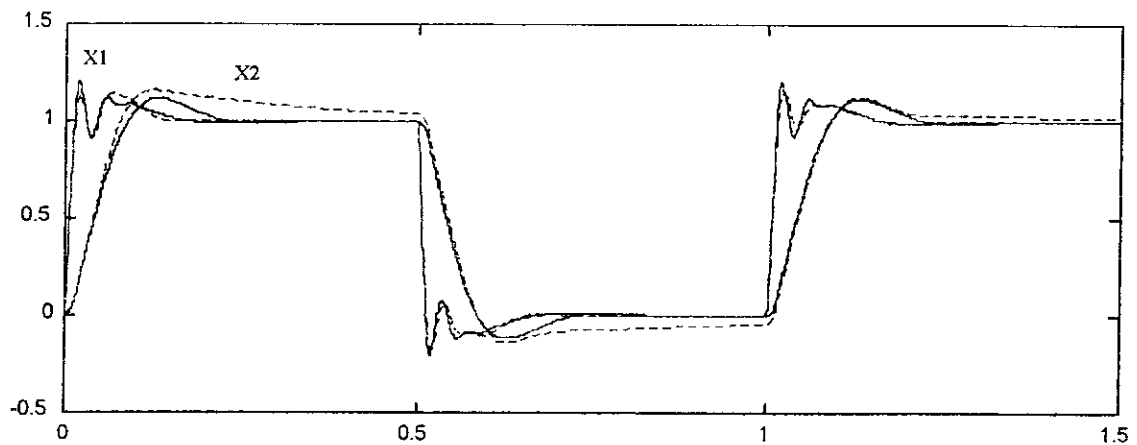


Figure VI.4.b :  $d=250$  Ns/m

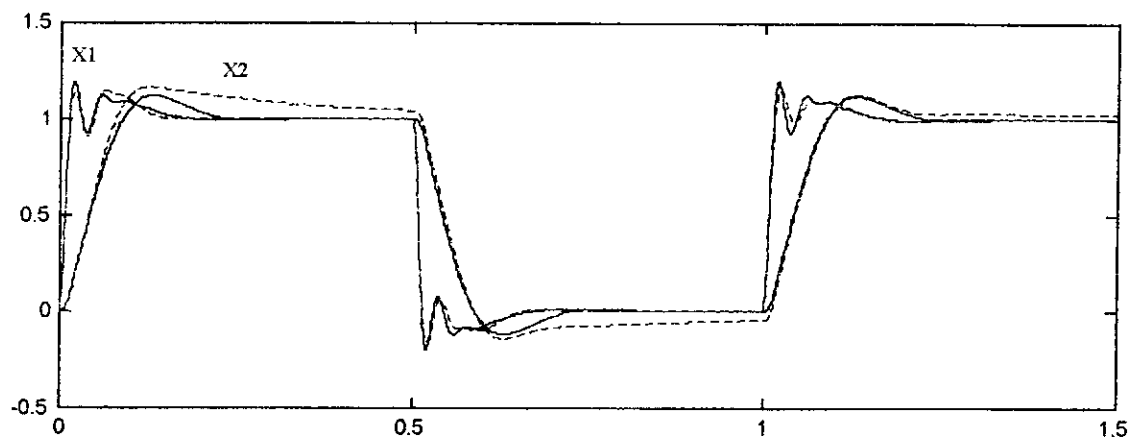


Figure VI.4.c :  $d=280$  Ns/m

Figure VI.4 : Réponses du système aux variations de l'amortisseur  $d$

D'après les courbes VI.4.a, b, c, on remarque que les différences entre les réponses de X1 et X2 sont négligeables pour des variations dans la valeur de l'amortisseur 'd'.

Alors, on déduit que le mécanisme d'adaptation n'est pas trop sensible aux variations de l'amortisseur d.

### VI.1.5. Adaptation avec variation du ressort $k$

Pour situer l'influence de la raideur du ressort, on effectue des variations de 10 % sur 'k' de la manière suivante :  $k=2700$  N/m,  $k=3000$  n/m et  $k=3300$  N/m.

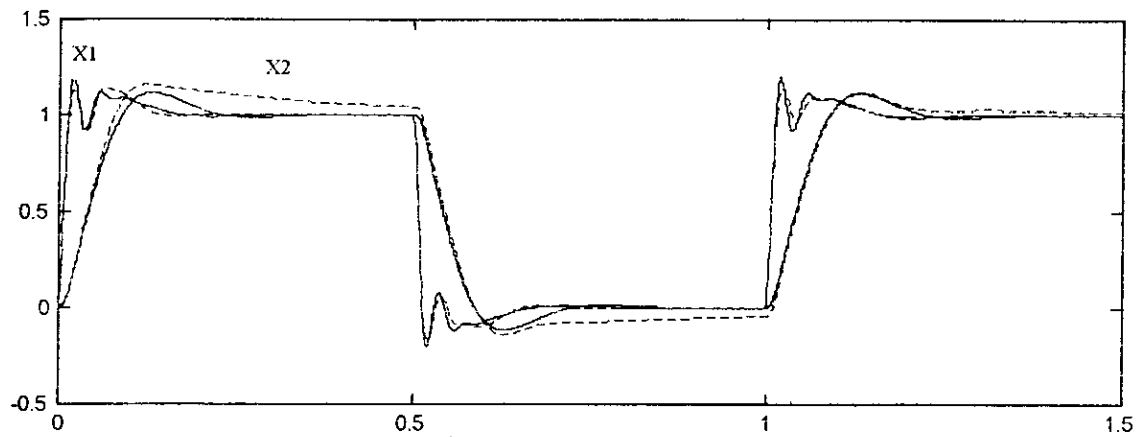


Figure VI.5.a :  $k=2700$  N/m

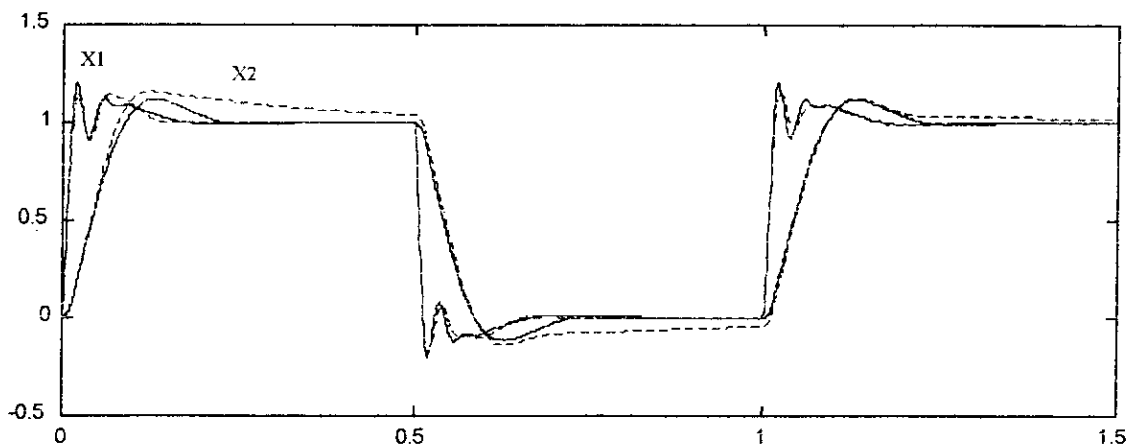


Figure VI.5.b :  $k=3000$  N/m

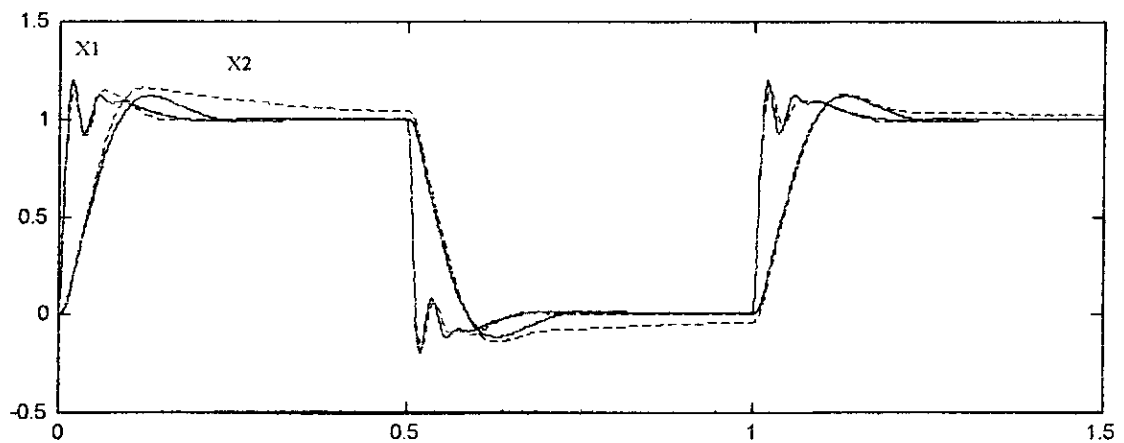


Figure VI.5.c :  $k=3300$  N/m

Figure VI.5 : Réponses du système aux variations du ressort  $k$

Comme illustré dans les figures VI.5, il n'y pas de différences remarquables en variant la valeur du ressort  $k$ , sur les réponses de  $X1$  et  $X2$ .

On peut déduire que l'adaptation est relativement pas sensible aux variations de la valeur du ressort  $k$ .

**VI.6. Variations des paramètres de la commande**

Comme on l'a déjà vu au chapitre précédent, les paramètres variables dans la loi d'adaptation proposée par Stoten et Benchoubane sont donnés par :

$$\delta k_p(V', t) = \beta V'(t)X^T(t) + \int_0^t \alpha V'(\tau)X^T(\tau)d\tau$$

$$\delta k_u(V', t) = \beta V'(t)U_m^T(t) + \int_0^t \alpha V'(\tau)U_m^T(\tau)d\tau$$

où  $\delta k_p(0) = \delta k_u(0) = 0$  et  $\alpha, \beta$  des scalaires tel que  $\alpha > 0, \beta \geq 0$ .

En choisissant  $\beta = 0$ , la variation du paramètre  $\alpha$  sur la loi d'adaptation est montrée dans la figure suivante (VI.6).

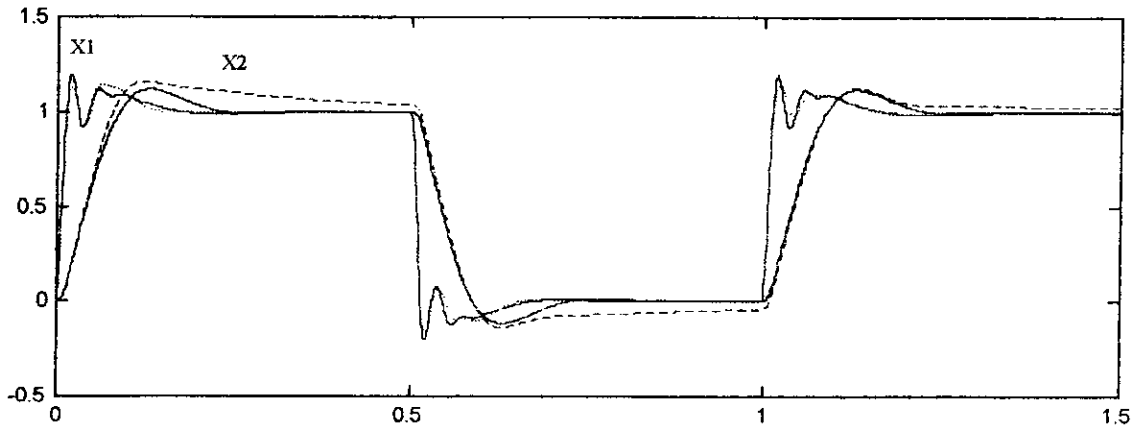


Figure VI.6.a :  $\alpha = 15 * 10^{-6}$

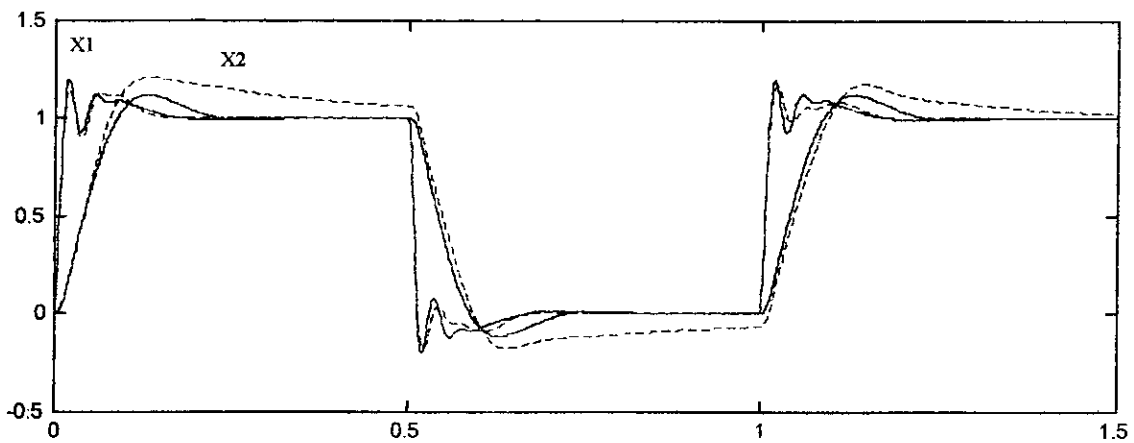


Figure VI.6.b :  $\alpha = 10 * 10^{-6}$



---

On peut apprécier l'effet du choix de la valeur du paramètre  $\alpha$ , plus il est grand, plus la poursuite du système est garantie jusqu'à une certaine limite. Au delà d'une certaine valeur, le système commencera à réagir très lentement.

## VI.2. Conclusion partielle

Le mécanisme d'adaptation, et comme il a été déjà prévu, commence à intervenir et adapter le système après plusieurs échelons consécutifs. Une poursuite est atteinte au bout du troisième échelon.

La loi d'adaptation choisie dans notre cas est beaucoup plus sensible aux variations des paramètres  $M$ ,  $m$  et  $h$ . Cette dégradation des performances du système est plus ressentie pour un taux de variations de 10%. Par contre, la sensibilité pour des variations de  $d$  et  $k$  est négligeable, à cause de l'emplacement de l'actionneur en parallèle du ressort et de l'amortisseur.

## ***CONCLUSION GENERALE***

## Conclusion générale

Dans le cadre de la conception d'un système à suspension active, à l'aide de la commande adaptative qui s'appuie sur la technique MCS, on note que le système obtenu est beaucoup plus sensible aux variations du châssis qu'aux autres paramètres du système.

La dégradation des performances enregistrée est très ressentie davantage pour des variations supérieures ou égales à 10 % des paramètres  $M$ ,  $m$  et  $h$  du système de la suspension passive, mais elle reste toujours acceptable.

Le comportement de l'élément actif dans le système à suspension active est très remarquable dans le cas des variations des paramètres  $k$  et  $d$ , du fait que son emplacement soit en parallèle.

Pour des variations faibles (inférieures à 10 %), la commande adoptée constitue une bonne alternative à la commande LQG utilisée à ce jour.

Le phénomène d'adaptation était prévu par notre simulation, d'où la validité de cette approche.

En ce qui concerne les développements à venir, il serait sans doute enrichissant de compléter ces travaux par les résultats à obtenir sur le cas d'un véhicule à deux roues et à quatre roues, et par une étude pratique poussée sur l'implémentation de la commande adaptative dans le cas de la conception d'un système à suspension active pour véhicule roulant.

## ***ANNEXES***

## A.1. Point singulier

On considère dans un premier temps une équation différentielle :

$$\dot{x} = f(x) \quad (\text{A.1})$$

ou une équation récurrente :

$$x_{k+1} = f(x_k) \quad (\text{A.2})$$

sur une variété analytique  $X$ ,  $f$  étant un champ de vecteur analytique (dans le cas du temps continu) ou, dans le cas du temps discret, un difféomorphisme analytique.

On s'intéresse aux phénomènes dits asymptotiques, c'est à dire faisant intervenir des ensembles de temps non bornés et où les trajectoires sont attirées ou repoussées par des points, des orbites ou des ensembles particuliers.

Les équations (A.1) et (A.2) sont dites stationnaires pour exprimer que la vitesse  $f(x)$  en tout point  $x$  ne dépend pas de l'instant  $t$  de passage. Le cas des équations différentielles dites *instationnaires*, c'est-à-dire où  $f$  dépend du temps,

$$\dot{x} = f(t, x)$$

Ou récurrentes instationnaires :

$$x_{k+1} = f(k, x_k)$$

### • Définition 1

Un point singulier (ou point d'équilibre ou régime permanent) du champ  $f$  ou, par extension, de l'équation (A.1), est un point  $\bar{x}$  tel que  $f(\bar{x}) = 0$ , ou ce qui revient au même, tel que  $X_t(\bar{x}) = \bar{x}$ .

## A.2. Stabilité d'un point singulier

### A.2.1. Théorème 1-a : Cas continu

Soit  $\bar{x}$  un point non dégénéré du champ de vecteurs  $f$ .

- 1- Si tous les exposants caractéristiques de  $\bar{x}$  à partie réelle strictement négative, alors  $\bar{x}$  est *L-asymptotiquement stable*.
- 2- Si l'un au moins des exposants caractéristiques de  $\bar{x}$  est à partie réelle strictement négative, alors  $\bar{x}$  n'est pas *L-stable*.

Ces conditions, qui portent le nom de première *méthode de Lyapounov*, sont suffisantes et non nécessaires puisqu'elles ne permettent de conclure, par exemple, dans le cas de valeurs propres purement imaginaires ou, fortiori, nulles.

### A.2.2. Théorème 1-b : Cas discret

Soit  $\bar{x}$  un point fixe du difféomorphisme  $f$ .

- 1- Si tous les multiplicateurs caractéristiques de  $\bar{x}$  sont de module inférieur à 1, alors  $\bar{x}$  est *L-asymptotiquement stable*.
- 2- Si l'un au moins des multiplicateurs caractéristiques de  $\bar{x}$  est de module strictement supérieur à 1, alors  $\bar{x}$  n'est pas *L-stable*.

Ce résultat permet en particulier d'étudier de L-stabilité d'une orbite périodique puisqu'elle est ramenée à l'étude de la stabilité du point fixe de l'application de Poincaré associée.

## A.3. Fonction de LYAPOUNOV

### A.3.1. Définition 2

Supposons que le système (A.1) (resp A.2) admette une variété invariante  $X_0$  bornée. Une fonction de Lyapounov associée à  $X_0$  est une application  $V$  de classe  $C^1$  sur un ouvert  $U$  de contenant  $X_0$ , à valeur dans  $\mathbb{R}_+$  et vérifiant les propriétés suivantes :

- 1-  $V$  atteint son minimum dans  $U$ ;
- 2-  $V$  est non croissante le long des trajectoires de (A.1) (resp A.2), c'est-à-dire  $V(f(x)) \leq V(x)$  dans  $U$ ;

### A.3.2. Stabilité par la seconde méthode de Lyapounov

L'objectif de la seconde méthode de Lyapounov est d'étudier le comportement des solutions ou trajectoires au voisinage d'un équilibre sans la connaissance explicite de celle-ci. Cette méthode est basée sur l'utilisation de fonctions auxiliaires possédant certaines propriétés de positivité; elle permet de conclure sur la stabilité d'un équilibre par l'étude d'une distance généralisée entre l'état d'équilibre et l'état considéré en chaque point des trajectoires. Ces fonctions auxiliaires scalaires, qui sont appelées fonctions de Lyapounov, doivent généralement être définies positives.

### A.3.3. Théorème 2

Soit  $x_e$  un équilibre du système (A.1). Soit la fonction  $V : U \rightarrow \mathbb{R}$ , continue et définie dans le voisinage  $U \subset \mathbb{R}^n$  de  $x_e$ . Si :

$$1- V(x_e) = 0 \text{ et } V(x) > 0, \forall x \neq x_e$$

$$2- \Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) \leq 0, \forall x_e \in U - \{x_e\}$$

alors l'équilibre  $x_e$  est stable.

Si de plus :

$$3- \Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) < 0, \forall x_e \in U - \{x_e\}$$

alors l'équilibre  $x_e$  est asymptotiquement stable.

### A.3.4. Définition 3

- Une fonction  $V(x)$  satisfaisant les conditions 1 et 2 ou 1 et 3 de ce théorème 2 est appelée *fonction de Lyapounov*.
- La propriété 1 indique que la fonction  $V(x)$  est une fonction définie positive dans  $U$ . Si on a  $V(x_e)=0$  et  $V(x) \geq 0, \forall x \neq x_e$ , la fonction  $V(x)$  est dite semi-définie positive.

### A.3.5. Définition 4

Si les propriétés 1 et 2 du théorème 2 sont satisfaites  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ , l'équilibre  $x_e$  est alors unique et on dit qu'il est globalement stable; il est globalement asymptotiquement stable si ce sont les propriétés 1 et 3 du théorème qui sont vérifiées  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ . (rappelons que si 1 est vraie  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ , la fonction  $V(x)$  est définie positive quel que soit  $x \in \mathbb{R}^n$  : on dit aussi que  $V(x)$  est radialement non-bornée).

### Remarque :

D'après la propriété 1 du théorème 2 une fonction de Lyapounov « candidate » est définie positive. Ainsi toute norme peut être aussi fonction de Lyapounov « candidate ». Ce dernier cas, généralement limitatif quant à la diversité des fonctions « candidates » qui peuvent être utilisées, induit cependant la propriété de convexité de la norme.

Ainsi si  $V(x)$  est une norme on pourra écrire :

$$V(x + y) \leq V(x) + V(y)$$

$$V(\lambda x) = |\lambda| V(x)$$

ce qui n'est pas le cas si  $V(x)$  est simplement définie positive. Notons que les normes ou les fonctions de Lyapounov « candidates » convexes sont intéressantes pour la détermination d'ensembles invariants des systèmes linéaires.

#### A.4. Lemme de Kalman

Le lemme de Kalman est aussi appelée lemme de Meyer-Kalman-Yacubivitch (MKY).  
 Etant donné un nombre réel positif  $\gamma$ , deux vecteurs réels de même dimension ' $n$ ',  $g$  et  $k$ , et une matrice  $A$  réelle  $n \times n$ . Soit  $\gamma \gg 0$  et  $A$  stable et complètement contrôlable, alors un vecteur réel  $q$  satisfaisant :

$$(a) A^T P + PA = -\gamma q q^T$$

$$(b) Pg - k = \sqrt{\gamma} q$$

existe si et seulement si :

$$\frac{1}{2} \gamma + \operatorname{Re} \left\{ k^T (j\omega I - A)^{-1} g \right\} > 0$$

pour toutes valeur de  $\omega$ .

$\operatorname{Re}\{ \cdot \}$  représente la partie réelle.

On remarque bien que les conditions précédentes deviennent les conditions pour qu'une fonction de transfert soit réelle et positive.



## Code Source du Programme en MATLAB

```

clc;
clear all;
%Initialisations
t=0;
U=0;
Um=1;
X=[0 ; 0 ; 0 ; 0 ];
Xm=[0 ; 0 ; 0 ; 0 ];
ref=[];
ref=[ref;t,Xm'];
syste=[];
syste=[syste;t,X'];
delta=0.001;
Ip=[0 0 0 0 ];
Iu=[0];
dkp=[0 0 0 0 ];
dku=[0];
e=0;
V=0;

%Le modèle de référence
M=35;
m=3.3;
h=80000;
k=3000;
d=250;
rho=1.e-9;
q1=2;
q2=1;
A0=[0 0 1 0 ; 0 0 0 1 ; -(h+k)/m k/m -d/m d/m ; k/M -k/M d/M -d/M];
B0=[0 ; 0 ; -1/m ; 1/M];
D0=[0 ; 0 ; h/m ; 0];
C0=[1 0 0 0 ; 0 1 0 0 ];
G=[k; -k ; d ; -d ];
r=[1 ; 1 ; 0 ; 0 ];
R1=[rho];
S1=G*R1;
Q0=[q1+q2 -q2 ; -q2 q2];
Q1=C0'*Q0*C0;
Q2=Q1+G*R1*G';
Q3=Q2-S1*inv(R1)*S1';
A2=A0-B0*inv(R1)*S1';
P=ARE(A2,B0*inv(R1)*B0',Q3);
J=-inv(R1)*(B0'*P+S1');
Am=A0+B0*J;
Bm=D0-B0*J*r;
Cm=C0;
Dm=[0;0];
clear M m h d k rho q1 q2 A0 B0 D0 G R1 S1 Q0 Q2 Q3 Q1 A2 P
%Fin du modèle de référence

%Le système à suspension passive

```

---

```

M=input('Entrer la valeur de M (Valeur nominale=35 kg) :');
m=input('Entrer la valeur de m (Valeur nominale=3.3 kg) :');
h=input('Entrer la valeur de h (Valeur nominale=80000 N/m) : ');
k=input('Entrer la valeur de k (Valeur nominale=3000 N/m) : ');
d=input('Entrer la valeur de d (Valeur nominale=250 Ns/m) : ');
A0=[0 0 1 0 ; 0 0 0 1 ; -(h+k)/m k/m -d/m d/m ; k/M -k/M d/M -d/M];
B0=[0 ; 0 ; -1/m ; 1/M];
D0=[0 ; 0 ; h/m ; 0];
%Fin du système à suspension passive

%Le système SPR
Q=zeros(4,4);
Qrep=1;
Drep=1;
while or(Qrep,Drep)
Q=input('Entrer la matrice Q définie positive 4*4 pour le système`SPR
(D*Am+Am*D=-Q): ');
Qeig=eig(Q);
for i=1:4
    if le(Qeig(i),0)
        Qrep=1;break;
    else
        Qrep=0;
    end;
end;
D=lyap(Am,Q);
Deig=eig(D);
for i=1:4
    if le(Deig(i),0)
        Drep=1;break;
    else
        Drep=0;
    end;
end;
end;
clear Qrep Drep Qeig Deig i
%Fin du système SPR

%Les pondérations
alpha=0;
while alpha <= 0
    alpha=input('Entrer la pondération alpha (stricetement positive) : ');
end;
beta=-1;
while beta < 0
beta=input('Entrer la pondération beta (positive ou nulle): ');
end;
%Fin du choix des pondérations

%Calcul de la commande U, et génération des vecteurs d'états du modèle et du
système
while t<1.5
    if ((0.5<t) & (t<1))
        Um=0;
    else
        Um=1;
    end;
end;

```

---

```

%Génération du vecteur d'état de la référence Xm
Xm=RK4 (Am,Xm,Bm,Um,0,delta);
ref=[ref;t,Xm'];

%Calcul du vecteur erreur e et de V
e=Xm-X;
V=B0'*D*e;

%Calcul de delta Kp : dkp
tp=V*X';
Ip=Ip+delta*tp;
dkp=alpha*Ip+beta*tp;

%Calcul de delta Ku : dku
tu=V*Um';
Iu=Iu+delta*tu;
dku=alpha*Iu+beta*tu;

%Calcul de la commande U
U=dkp*X+dku*Um;

%Génération de Xm
X=RK4 (A0,X,B0,U,D0*Um,delta);
syste=[syste;t,X'];

t=t+delta;
end;
%Fin du calcul de U, Xm et X

%Le tracé des courbes
figure;plot(ref(:,1),ref(:,2),'k-',ref(:,1),ref(:,3),'k-');hold;
plot(syste(:,1),syste(:,2),'r:',syste(:,1),syste(:,3),'r:');
%Fin

```

**Remarque :** La méthode de résolution d'équations différentielles utilisée est celle de Runge Kutta 4 (RK4) ;

```

function result=RK4 (Am,Xm,Bm,Um,Em,delta)
%I=RK4 (Am,Xm,Bm,Um,Em,delta)
%
%resolution de l'équation différentielle  $X=Am*Xm+Bm*Um+Em$  dans l'espace
d'état avec un pas égale à delta

Xrk1=Xm+delta/2* (Am*Xm+Bm*Um+Em);
Xrk2=Xm+delta/2* (Am*Xrk1+Bm*Um+Em);
Xrk3=Xm+delta* (Am*Xrk2+Bm*Um+Em);

XXrk0=Am*Xm +Bm*Um+Em;
XXrk1=Am*Xrk1+Bm*Um+Em;
XXrk2=Am*Xrk2+Bm*Um+Em;
XXrk3=Am*Xrk3+Bm*Um+Em;

result=Xm+delta/6* (XXrk0+2*XXrk1+2*XXrk2+XXrk3);
return

```

## ***REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES***

## Références bibliographiques

- [1] K. J. Astrom and B. Wittenmark . Adaptive Control . Addison-Wesley Series in Electrical and Computer Engineering ,1989 .
- [2] K. J. Astrom, Bjornwittenmark . Computed controlled systems theory and design . Prentice Hall, 1984.
- [3] H. Buhler . Régalges échantillonnés , vol. 2, traitement dans l'espace d'état . La presse polytechnique universitaires, Romandes, 1983.
- [4] R. L. Butchart, and B. Shackcolth . Synthesis of model reference adaptive control systems by Lyanpounov's second method . Proc. IFAC. Symp. on adaptive control, Teddington, England, pp. 144-152, 1965.
- [5] V. V. Chalam . Adaptive control systems : techniques and applications . Marcel Dekker, 1987.
- [6] D'azzo and Houpis . Linear control system analysis and design : conventional and modern . Mac Garw Hill, 1984.
- [7] D. D. Donalson and C. T. Leondes . A model reference parameter tracking technique for adaptive control system . IEEE Tran. Appln. Ind. pp.241-262, 1963.
- [8] D. D. Donalson and F. H. Kishi, . Review of adaptive control systems theories and techniques, in Modern Control Systems Theory (C. T. Leondes, ed.), Mc Graw Hill, New York, pp.228-284, 1965.
- [9] R. M. Dressler . An approach to model reference control systems . IEEE Tran.Aut. Cont. AC-12 :75-80 (1967).
- [10] C. Fargeon . Commande numérique des systèmes : application aux engins mobiles et aux robots . Masson, 1986.
- [11] A. J. Fossard and D. Normand-Cyrot . Non linear systems, vol.2, stability and stabilisation . Chapman and Hall, 1996.
- [12] A. J. Fossard and D. Normand-Cyrot . Non linear systems, vol.1, modeling and estimation . Chapman and Hall, 1995.
- [13] K. S. Fu and Al . Robotics : Control , sensing, vision and intellegence . Mc Graw Hill, 1987.

- 
- [14] J. W. Gilbert, R. V. Monopoli and C. F. Price . Improved convergence and increased flexibility in the design of adaptive control systems . Proc. IEEE Symp. on Adaptive Processes, Austin, pp.IV.3.1-3.10, 1970.
- [15] G. C. Goodwin and D. Q. Mayne . Continuous time stochastic model reference adaptive control . IEEE Tran. Aut. Cont. vol. 36, N°11, pp1254-1263, Nove 1991.
- [16] L. Guenfaf . Etude de différentes stratégies de commandes adaptatives : application à un robot manipulateur . ENP:1995, Magister Aut. 1995.
- [17] A. HAC. Suspension optimization of 2-DOF vehicle model using a stochastic optimal control technique. Journal of Sound and Vibrations, 100(3), 1985.,pp.343-357.
- [18] C. C. Hang and P. C. Parks .The comparative studies of model reference adaptive control systems, IEEE Tran. Aut. Cont. AC-18 :419-428 ,1973.
- [19] R. E. Kalman . Lyapounov functions for the problem of Luré in automatic control . Proc. Nat. Sci. n°49, pp. 201-205, 1963.
- [20] R. E. Kalman and J. E. Bertran . Control system analysis and design via the second method of Lyapounov . Tran. ASME, Journal of Basic Engineering, Part I and II, pp.371-393, pp.394-400, June 1960.
- [21] Y. Koren . Robotics for engineering . Mc Graw Hill, 1985.
- [22] I. D. Landau . Commande Adaptative : Aspects pratiques et théoriques . Masson, 1986.
- [23] I. D. Landau . A survey of model reference adaptive techniques ( Theory and applications), Automatica, N°10 : 353-379 (1974).
- [24] I. D. Landau . Adaptive control : the model reference approach . Marcel Dekker, 1979.
- [25] I. Y. Landau . Analyse et synthèse des commandes adaptatives à l'aide d'un modèle par des méthodes d'hyperstabilité . Automatisme, Tome XIV, N°7-8, pp301-309, juillet-aout 1969.
- [26] I. Y. Landau . An hyperstability criterion for model reference adaptive control systems . IEEE, Trans. Aut. Cont. pp 552-555, October 1969.
- [27] I. D. Landau and R. Horowitz . Application of the passive systems approach to the stability analysis of adaptive controllers for robot manipulators . International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol.3, pp.23-38, 1989.
- [28] I. D. Landau . Identification et commande des systèmes . Hermès, 1993.
- [29] J. Lin and I.Kanellakopoulos. Road-adaptive nonlinear design of active suspensions. Proc. Amer. Cont. Conf. Albuquerque, June 1997, pp.714-718.

- 
- [30] J. Lin and I.Kanellakopoulos. Adaptive nonlinear control in active suspensions. Preprints of the 13<sup>th</sup> IFAC World Congress, San Fransisco, CA, July 1996, vol. F, pp.341-346.
- [31] J. Lin and I.Kanellakopoulos. Modular Adaptive Design for Active suspensions. Proc. IEEE Conf. On Decision and Cont., December 1997, pp.3626-3631.
- [32] J. Lin and I.Kanellakopoulos. Nonlinear design of active suspension. Proc. IEE Conf. On Decision and Cont., New Orleans, LA, December 1995, pp.3567-3569
- [33] D. P. Lindorff and R. L. Carroll. Survey of adaptive control design using Lyapounov design. Int. J. Con. N°18, pp.897-914, 1973.
- [34] N. Louam. Conception d'un système de suspension active pour un chariot de transport de malade. First Maghrebin Congress of Mechnics CMM'96, 23-26 march 1996, 307-312, Ghardaia, Algeria.
- [35] N. Louam, D.Wilson and R.S.Sharp. Soptimal control of a vehicule suspension incorporating the time delay between front and rear wheel inputs. Vehicule System Dynamics, vol.17(6), 1988, pp.317-336.
- [36] S. P. Meyn and O.Brown. Model référence adaptive control of time varying and stochastic systems. IEE Tran. Aut. Cont. vol. 38, n°12, pp.1738-1753, Dec 1993.
- [37] K. Najim. Pratique de la régulation numérique des processus indutriels. Masson, 1983.
- [38] K.Najim et G. Murtet. Commande adaptative appliquée aux processus industriels. Masson, 1983.
- [39] P. C. Parks. Lyapounov redesign of model reference adaptive control suystems. IEEE trans. Aut. Contr. vol.11 ,N°3 ,pp362-367, july 1966.
- [40] P. H. Philipson. Design methods for model reference adaptive systems. Proc. Ins. Mech. Eng. 193, Pt. I :698-706, 1968.
- [41] V. V. V. Popov. L'hyperstabilité des systèmes automatiques. Dunod, 1973.
- [42] C. F. Price. An accelerated gradient method for adaptive control. Proc. IEEE Conf. Decision and Control, pp.IV.4.1-4.9, 1970.
- [43] V. M. Popov. Solution of a new stability problem for controlled systems. Aut. Remote Control, 24, N°1, 1-23, 1963.
- [44] J. Richalet, A. Rault et R. Pouliquen. Identification des processus par la méthode du modèle. Gardon et Break, 1971.
- [45] B. D. Riedle and P. V. Kokotovic. Stability analysis of an adaptive system with unmodelled dynamics. Int. J. Cont.vol 41, N°2, pp 389-402, 1985.
- [46] D. P. Stoten and H. Benchoubane. Empirical studies of an MRAC algorithm with minimal controller. Int. J. Cont. vol. 50, n°6, pp2249-2268, 1989.
-

- [47] A. G. Thompson. Optimal and suboptimal linear active suspension for road vehicles. *Vehicule System Dynamics*, vol.13, 1984, pp.213-225.
- [48] J. G. Truxal . *Automatic feedback control system synthesis* . Mc Graw Hill, 1971.
- [49] H. P. Whitaker, J. Yarmon and A. Kezer . *Design of model reference adaptive control systems for aircraft* . Report NO. R-164, Instrumentation Lab. MIT, 1958.



