

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



**Ecole Nationale Polytechnique**

D.E.R. de Génie Electrique et Informatique

**THESE**

Présentée par

**M<sup>r</sup> BOUHASSOUN El Hadj**

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l' E.N.P.

pour l'obtention du grade de

**MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE**

Option : Electronique de puissance et Commande

**THEME**

**CONTRIBUTION A LA COMMANDE PAR  
MODE DE GLISSEMENT D'UNE MACHINE  
SYNCHRONNE A AIMANTS PERMANENTS  
AVEC PILOTAGE VECTORIEL**

Soutenue en Octobre 1998 devant la commission d'examen composée de

MM.

<b>A. Hellal</b>	Maitre de Conférences à l'ENP.....	Président
<b>M.O. Mahmoudi</b>	Chargé de Cours à l'ENP.....	Rapporteur
<b>M.S. Boucherit</b>	Maitre de Conférences à l'ENP.....	Rapporteur
<b>B. Hemici</b>	Chargé de Cours à l'ENP.....	Examinateur
<b>L. Nezli</b>	Chargé de Cours à l'ENP.....	Examinateur
<b>H. Rezine</b>	Docteur à l'EMP.....	Examinateur

**L**ES TRAVAUX présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire de l'électronique de puissance et commande de l'Ecole Nationale Polytechnique, sous la direction scientifique de Messieurs **M.O. Mahmoudi** chargé de cours à l'ENP et **M.S. Boucherit** Maître de Conférences à l'ENP, à qui je présente l'expression de ma profonde gratitude pour tous les conseils et les encouragements qu'ils m'ont prodigués pendant toute la durée de ce travail, malgré leurs nombreuses occupations.

Je remercie très vivement Monsieur **H. Hellal** Maître de Conférences à ENP, de l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger mon travail et de présider le jury de thèse.

Je suis très reconnaissant également à Monsieur **B. Hemici** chargé de cours à l'ENP, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail, en acceptant de le juger.

Que Monsieur **L. Nezli** chargé de cours à l'ENP soit vivement remercié pour l'intérêt qu'il manifeste à ce travail en participant à ce jury de thèse.

Toute notre reconnaissance va à Monsieur **H. Razine** chargé de cours à l'ENP, nous lui exprimons nos sincères remerciements pour sa participation au jury de thèse et pour l'intérêt porté aux résultats de ce travail.

Les travaux présentés ici n'auraient certainement pas été menés à bien sans la collaboration et l'amabilité de l'ensemble des collègues chercheurs et du corps enseignant et administratif de la **D.E.R Génie Electrique et Informatique**. Je les remercie tous pour leurs encouragements et précieux conseils, en particuliers Messieurs **H. Chekireb, D. Boukhatala, M. Kourgli, F. Boudjema** et **T. Fouial**

Je voudrais témoigner ma reconnaissance aux personnels du centre de documentation de l'ENP pour l'aide, le soutien et l'encouragement qu'ils m'ont offert, en particulier **Krimou, Saleh** et **Ammi-Mahmoud**. Qu'ils trouvent dans ce modeste travail, le témoignage de ma plus profonde gratitude.

A toutes les personnes (dont le nombre est très élevé pour les citer ici) appartenant ou non à la famille **Génie Electrique**, qui ont contribué de près ou de loin, directement ou indirectement à l'aboutissement de ce travail et à l'impression de cette thèse, trouvent ici le témoignage de ma profonde reconnaissance et je les remercie vivement pour leurs aides efficaces.

# NOTATIONS

$A$	Matrice du système
$B$	Vecteur d'entrée du système
$d(q)$	Axe direct (en quadrature)
$E$	Tension continue à l'entrée de l'onduleur
$e(x)$	Erreur en la valeur de consigne et celle mesurée
$F_c$	Coefficient des frottements visqueux
$i_{a,b,c}$	Courants instantanés dans les phases du moteur
$i_d(i_q)$	Courants statoriques d'axes direct et en quadrature
$J$	Moment d'inertie de la partie tournante
$K$	Gain de la commande Signe
$K_\theta$	Gain du régulateur de position
$K_I$	Gain de l'action intégrale du régulateur PI numérique
$K_P$	Gain de l'action proportionnelle du régulateur PI numérique
$k_R$	Coefficient du régulateur intégrateur
$K^T$	Vecteur de contre réaction d'état
$K_w$	Coefficient de l'intervention directe de la grandeur de consigne
$L_d(L_q)$	Inductance cyclique d'axes direct et en quadrature
$P$	Nombre de paires de pôles
$R_s$	Résistance d'une phase statorique
$s$	Opérateur de Laplace
$S(t)$	Surface de glissement
$T_{em}$	Couple électromagnétique
$T_r$	Couple résistant
$v_{a,b,c}$	Tensions instantanées aux bornes de la machine
$v_d(v_q)$	Tensions statoriques d'axes direct et en quadrature
$V_{eq}$	Commande équivalente
$V_n$	Commande Signe
$x$	Variable d'état
$x^*$	Référence de la variable $x$
$\psi$	Phase du courant statorique par rapport à la f.c.e.m du moteur
$\Omega$	Vitesse mécanique du rotor
$\theta_r$	Position électrique du rotor
$\theta$	Position mécanique du rotor
$\rho$	Coefficient de saillance du rotor
$\Phi_r$	Flux des aimants

## **SOMMAIRE**

### **INTRODUCTION GENERALE** ..... 1

### **CHAPITRE I**

#### **MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS ET SON ALIMENTATION**

Introduction .....	3
I.1. Modèle de la machine synchrone à aimants permanents.....	4
1.1. Transformation de Park.....	5
1.2. Modèle de machine synchrone dans le référentiel de Park.....	5
I.2. Modélisation de l'alimentation de la machine synchrone.....	7
2.1. Modèle de l'onduleur.....	7
2.2. Principes des différentes stratégies de commande.....	8
I.3. Machine synchrone autopilotée.....	9
I.4. Contrôle par hystérésis.....	9
4.1. Association onduleur à hystérésis MSAP.....	10
4.2. Résultat de la simulation.....	10
I.5. Contrôle par MLI.....	11
5.1. MLI naturelle .....	11
5.2. MLI régulière.....	12
5.2.1. MLI régulière symétrique.....	12
5.2.2. MLI régulière asymétrique.....	13
5.3. Association onduleur MLI MSAP.....	14
5.4. Résultats de simulation.....	14
I.6. Conclusion.....	15

### **CHAPITRE II**

#### **COMMANDE VECTORIELLE DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS**

Introduction.....	16
II.1. Principe de la commande vectorielle.....	17
II.2. Influence de la géométrie du rotor et la stratégie de contrôle de $i_d$ sur les performances de la MSA.....	17

II.3. Note sur les autres types de commandes vectorielles.....	20
II.4. Mise en œuvre de la commande vectorielle de la MSAP .....	20
4.1. Commande vectorielle de la MSAP dans référentiel (a b c).....	20
4.1.1. Commande de vitesse(position).....	20
4.1.2. Calculs des régulateurs.....	21
4.1.3. Discrétisation du régulateur PI.....	25
4.1.4. Dispositif d'anti-windup.....	25
4.1.5. Simulation numérique.....	26
4.2. Commande vectorielle dans le référentiel (d q).....	26
4.2.1. Contrôle vectoriel avec régulation du courant $i_d$ .....	26
4.2.2. Contrôle vectoriel avec régulation des courants $i_d$ et $i_q$ .....	34
4.3. Commande vectorielle simplifiée.....	38
4.3.1. Commande en vitesse (position).....	43
4.3.2. Synthèse des régulateurs de vitesse (position).....	42
4.3.3. Simulation numérique.....	43
II.5. Conclusion .....	43

## CHAPITRE III

### COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS (TRAITEMENT DANS LE PLAN DE PHASE)

Introduction.....	46
III.1. Système à structure variable.....	47
III.2. Conception de la commande.....	50
III.3. Choix de la surface .....	51
III.4. Condition de convergence.....	52
4.1. Fonction directe de commutation.....	52
4.2. Fonction de Lyapunov.....	52
III.5. Calcul de la commande.....	53
5.1. Définition des grandeurs de la commande.....	53
5.2. Application de la commande.....	54
5.3. Elimination du phénomène de Chattering.....	56
III.6. Approche discrète.....	59
6.1. Formulation discrète.....	60
6.1.1. Nature des trajectoires dans le plan de phase pour SSV discret.....	60
6.1.2. Condition de convergence.....	61
III.7. Application à la MSAP.....	62
7.1. Réglage de la vitesse \ position (limitation indirecte du courant).....	62
7.1.1. Réglage de vitesse.....	62
7.1.2. Réglage de position.....	63
7.1.3. Estimation du couple résistant.....	64
7.1.4. Simulation numérique.....	64
7.2. Réglage en cascade de la MSAP (limitation directe du courant).....	65
7.2.1. Réglage de vitesse.....	65
7.2.2. Réglage de position.....	69
7.2.3. Simulation numérique.....	70
III.8. Robustesse.....	73
8.1. Simulation numérique.....	73
III.9. Conclusion.....	75

## CHAPITRE IV

### COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS (TRAITEMENT DANS L'ESPACE D'ÉTAT)

Introduction.....	76
IV.1. Loi de commutation par contre réaction d'état.....	77
IV.2. Commande équivalente.....	78
IV.3. Limite du domaine de mode de glissement.....	79
IV.4. Détermination des coefficients de la contre réaction d'état.....	81
IV.5. Détermination du coefficient de l'intervention de la grandeur de consigne.....	81
IV.6. Considération concernant le choix des pôles.....	82
IV.7. Fonctionnement à fréquence de commutation constante.....	82
IV.8. Phénomène de Chattering.....	84
IV.9. Limitations des grandeurs d'état.....	84
IV.10. Application à la MSAP.....	85
10.1. Réglage de vitesse.....	85
10.1.1. Emploi d'un régulateur intégrateur.....	86
10.1.2. Choix de la surface de commutation.....	86
10.1.3. Commande équivalente.....	87
10.1.4. Equation d'état en mode de glissement.....	87
10.1.5. Calcul des coefficients du vecteur de contre réaction d'état.....	87
10.1.6. Limite du domaine de mode de glissement.....	89
10.1.7. Limitation des grandeurs d'état.....	89
10.1.8. Fonctionnement à fréquence de commutation constante.....	90
10.1.9. Structure du régulateur par mode glissant.....	90
10.1.10. Elimination de Chattering.....	91
10.1.11. Amélioration du découplage.....	92
10.1.12. Simulation numérique.....	92
10.2. Réglage de position.....	96
10.2.1. Emploi d'un régulateur intégrateur.....	98
10.2.2. Choix de la surface de commutation.....	96
10.2.3. Commande équivalente.....	97
10.2.4. Equation d'état en mode de glissement.....	97
10.2.5. Calcul des coefficients du vecteur de contre réaction d'état.....	97
10.2.6. Limitation du courant $i_q$ .....	99
10.2.7. Fonctionnement à fréquence de commutation constante.....	100
10.2.8. Structure du régulateur par mode glissant.....	100
10.2.9. Simulation numérique.....	101
IV.11. Conclusion.....	102

## CHAPITRE V

### COMMANDE ROBUSTE PAR MODE DE GLISSEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS (TRAITEMENT DANS L'ESPACE D'ÉTAT)

Introduction.....	103
V.1. Robustesse des pôles.....	104
1.1. Restriction quant à la représentation d'état du système à régler.....	104
1.2. Matrice de système en mode de glissement.....	104
1.3. Transformation linéaire de la matrice du système.....	105

1.4. Equation caractéristique.....	105
V.2. Robustesse du domaine du mode de glissement.....	106
V.3. Dimensionnement robuste.....	106
3.1. Système continu équivalent pour le dimensionnement robuste.....	106
3.2. Détermination du vecteur ligne de la contre réaction d'état.....	107
3.3. Principe de l'imposition d'un domaine des pôles.....	107
3.4. Domaine des pôles imposés.....	108
3.5. Image des pôles complexes conjugués dans le plan K.....	110
3.6. Image d'un pôle réel constant.....	112
V.4. Dimensionnement robuste (deuxième approche).....	113
4.1. Région de stabilité dans l'espace P.....	113
4.1.1. Limites du pôle réel.....	114
4.1.2. Limites des pôles complexes.....	114
4.2. Région de stabilité dans l'espace K.....	116
4.2.1. Méthode basée sur la projection des sommets.....	116
4.2.2. Méthode basée sur la projection dans un repère de dimension 2.....	116
V.5. Formulation du problème multi modèles.....	117
V.6. Application à la MSAP.....	117
6.1. Réglage de vitesse.....	119
6.1.1. Système continu équivalent.....	119
6.1.2. Détermination du vecteur ligne de la contre réaction d'état.....	118
6.1.3. Image du domaine des pôles dans le plan K.....	118
6.1.4. Deuxième approche.....	120
6.1.5. Simulation numérique.....	122
6.2. Réglage de position.....	122
6.2.1. Première approche.....	122
6.2.2. Deuxième approche.....	129
6.2.3. Simulation numérique.....	130
V.7. Conclusion.....	130

## CONCLUSION GENERALE.....132

## BIBLIOGRAPHIE.....136

## ANNEXE.....141

# INTRODUCTION GENERALE

**D**URANT ces dernières années, le domaine d'application des machines à courant alternatif s'est considérablement étendu avec le développement de l'électronique de puissance. Les évolutions technologiques ont permis aux machines électriques, en particuliers synchrones, de retrouver la souplesse de contrôle et les performances dynamiques naturellement obtenues jusqu'alors avec la machine à courant continu, sans inconvénients liés à la présence de balais collecteurs [Boucherit 95], [Vas 90], [Bose 86].

Par ailleurs, des recherches approfondies ont été effectuées dans divers laboratoires, afin de mettre au point des matériaux nouveaux, comme par exemple les aimants permanents à base de terre rare. Ces derniers permettent d'obtenir des machines synchrones qui présentent par rapport aux autres types de machines à courant continu, synchrone à excitation électrique et asynchrone beaucoup d'avantages, entre autres, une inertie faible et un couple massique élevé. Les machines pour lesquelles les aimants sont placés dans l'entrefer permettent d'obtenir de faibles constantes de temps électriques et des machines silencieuses [Thomas 87-94].

L'obtention avec les machines synchrones à aimants permanents, de performances statiques et dynamiques comparables à celles des moteurs à courant continu, nécessite l'utilisation de stratégies de commande multivariées et non linéaires, dont le développement a été rendu possible par l'emploi de régulateurs numériques à microprocesseurs. Les stratégies de commande utilisées sont généralement qualifiées de "vectorielles" ou à "orientation de champs" en raison de l'interprétation physique qu'on peut en donner en terme de champ au niveau du fonctionnement interne des machines [Bose 86-87-88], [Pilly 88-89-90], [Thomas 94], [Vas 90], [Leohnard 90], [Liu 88], [Lajoie Mazenc 85].

De plus, le développement des composants semi-conducteurs de puissance fonctionnant à des fréquences de commutation élevées (G.T.O, I.G.B.T, M.O.S ...) d'une part, et des organes de commande numérique à fort degré d'intégration permettant la mise au point d'opérateurs mathématiques compliqués d'autre part, ont ouvert la voie au contrôle en temps réel non linéaire et multivarié des machines électriques. Parmi les commandes non linéaires nous retrouvons la commande à structure variable et les modes glissants associés, dont la robustesse a été déjà démontrée théoriquement [Utkin 77-93], [Hung 93], [Gao 93-95], [Bühler 86], [Slotine 84-91], [De Carlo 87]. Cette robustesse, inhérente à son fonctionnement de type "relais", lui permet de s'adapter aux variations paramétriques et d'agir contre l'action d'éventuelles perturbations. La forte sollicitation de l'organe de commande et la nécessité d'utiliser la grandeur à régler et un certain nombre de ses dérivées représentent les principaux inconvénients. Ces problèmes peuvent être palliés en utilisant le schéma de contrôle adéquat à condition de bien définir les grandeurs de commande [Gayed 95-96], [Slotine 91], [Khalil 96].

L'intérêt de ce type de commande réside dans la simplicité de la solution apportée aux problèmes de la réalisation d'une commande de qualité pour les processus à paramètres variables ou mal identifiés. Ainsi, l'analyse des systèmes de commande à structure variable se justifie par un double avantage :

- La mise en œuvre de tels systèmes ne nécessite pas une identification paramétrique très précise du processus commandé.
- La possibilité de s'attaquer à la commande des systèmes dont les paramètres varient dans le temps et dans de larges proportions.

Ce type de commande peut être également utilisé d'une manière tout à fait analogue non seulement en régulation mais aussi dans les problèmes de poursuite de trajectoires ou de poursuite de modèles [Slotine 84], [Fosard 93], [Rachid 96]. Parmi les applications dans le domaine de l'électronique de puissance on peut citer les travaux de Sabanovic [Sabanovic 81-89], [Bose 85] sur le réglage de la vitesse de la machine à induction, ainsi que Harashima et al [Harashima 85-87], [Hashimoto 87-88] sur le contrôle de la machine synchrone et de Slotine [Slotine 86-91], [Hung 93], [Gao 93-95] sur des robots manipulateurs.

Les travaux que nous présenterons dans cette thèse sont une contribution à la commande à structure variable de la machine synchrone à aimants permanents, avec pilotage vectoriel, associée à un convertisseur statique contrôlé par la stratégie de modulation de largeur d'impulsion (M.L.I).

Le premier chapitre est consacré à la présentation et la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents alimentée par convertisseur statique. Nous présenterons également le principe d'autopilote et les différentes stratégies de contrôle de l'onduleur à savoir, le contrôle des courants par hystérésis ainsi que le contrôle par MLI.

Le deuxième chapitre concerne l'étude de la commande vectorielle de la MSAP. Les performances du réglage de vitesse (position) par régulateur PI numérique sont analysées en utilisant trois méthodes de commande. La première technique qui consiste à contrôler les courants dans les phases de la machine par hystérésis dans le référentiel (a b c) est une technique facile à mettre en œuvre. La deuxième technique utilise la régulation des courants statoriques dans le référentiel (d q) pour réaliser le découplage de la machine et l'asservissement de la vitesse ou de la position. Quant à la troisième méthode, elle est une commande vectorielle simplifiée permettant la réduction de la complexité de la réalisation pratique en évitant la mesure des courants qui sont considérés comme des variables intermédiaires.

Dans le troisième chapitre, et en vue d'améliorer la robustesse de la MSAP munie de sa commande vectorielle, nous l'avons consacré à l'étude et l'application de la théorie des systèmes à structure variable en temps discret traitées dans le plan de phase par l'approche proposée par J.J. Slotine, et appliquée au modèle non linéaire de la machine. Deux structures de commande ont été élaborées, à savoir, la structure par limitation indirecte du courant dans les phases de la machine, et la structure en cascade par limitation directe du courant à travers une boucle de régulation. En ce qui concerne le problème de " Chattering " nous proposons plusieurs solutions s'articulant sur la linéarisation dans un voisinage des surfaces de commutation.

Dans le chapitre quatre, on traite l'étude des systèmes à structure variable dans l'espace d'état. Pour cela nous allons considérer une structure simplifiée ne nécessitant pas la mesure des courants pour réaliser la commande. Ceci étant réalisable en utilisant un organe de commande ayant une action à deux positions, et une loi de commutation par contre réaction d'état dont laquelle on admet des grandeurs d'états qui ne doivent pas forcément être les dérivées de la grandeur à réguler. Le phénomène de " Chattering " est éliminé en modifiant l'algorithme de commande par régulation de surface de glissement à l'intérieur d'une bande d'hystérésis variable, dans laquelle on force la surface de glissement à ne pas atteindre les limites de la bande pour éviter ainsi la commutation de l'organe de commande.

En fin, et au le cinquième chapitre, un dimensionnement robuste de la loi de commutation est mis au point. Nous avons retenu pour cette tâche l'approche proposée par Ackemann. Elle est basée sur l'obtention d'une région de l'espace paramétrique du régulateur correspondant à tous les régulateurs capables d'assurer les performances du système en boucle fermée pour une valeur déterminée des paramètres du processus, de façon à couvrir les variations significatives en pratique. Finalement, le régulateur est choisi parmi ceux qui sont à l'intersection de toutes les régions obtenues, suivant un critère quelconque. Le modèle adopté pour la MSAP est un modèle linéaire monovariable. Nous allons considérer uniquement les imprécisions concernant l'incertitude sur les valeurs des paramètres de ce modèle. Notre rôle est l'étude d'une méthode de synthèse de régulateur qui tient compte de ce type de perturbations.

# CHAPITRE

## MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS

### INTRODUCTION

**L**E DEVELOPPEMENT de nouvelles structures électromécaniques de conversion associant machines et convertisseurs statiques a permis d'étendre le domaine d'application des machines électriques [Bose 87]. L'évolution des aimants permanents à base de terre rare a conduit à leur plus large utilisation au niveau des excitations des machines électriques, et en particulier au niveau des machines électriques à collecteur électronique [Lacroux 89], [Ibtiouene 93].

Les avantages de l'association des machines synchrones à aimants permanents avec des convertisseurs statiques sont nombreux, on peut citer [Vas 90], [Bouzekri 95] :

- Morphologie très souple à savoir :
  - Un grand nombre de pôles
  - Très grande vitesse
- Suppression de la source d'alimentation du rotor d'où une absence des pertes joules rotoriques.
- Puissance massique élevée.
- Encombrement réduit.
- Longue durée de vie
- Possibilité de supporter des surcharges transitoires importantes.
- Grande fiabilité.
- L'absence de bagues et balais réduit les problèmes de maintenance, et permet à la machine de travailler dans une ambiance hostile.

Dans ce chapitre, nous développons le modèle de la machine synchrone à aimants permanents associée à un convertisseur statique tout en mentionnant ces principales stratégies de commande.

### I.1. MODELE DE LA MACHINE SYNCHROME A AIMANTS PERMANENTS

Les machines synchrones que nous considérons sont munies au rotor d'un système d'aimants assurant une répartition d'induction sinusoïdale dans l'entrefer figure I.1. L'effet du système peut être assimilé à celui d'un bobinage alimenté par un courant constant. Nous considérons donc le modèle du moteur synchrone à rotor bobiné que nous particularisons par la suite en posant le courant d'excitation  $i_f$  constant dans les équations. Afin de simplifier l'étude on fait les hypothèses suivantes [Krause 86].

- L'effet de la saturation est négligé,
- La répartition de l'induction le long de l'entrefer est supposée sinusoïdale,
- Les pertes fer sont négligées,
- L'effet des amortisseurs est négligé,

Les équations de la machine synchrone triphasée s'écrivent.

$$\begin{aligned}
 [V] &= [R][I] + \frac{d}{dt} [L][I] \\
 T_{em} &= \frac{1}{2} [I]^T \left( \frac{\delta [L]}{\delta \theta} \right) [I]
 \end{aligned}
 \tag{I.1}$$

avec

$$\begin{aligned}
 [V] &= [v_a \ v_b \ v_c \ v_f]^T \\
 [I] &= [i_a \ i_b \ i_c \ i_f]^T \\
 [R] &= \text{Diag}[R_s \ R_s \ R_s \ R_f]^T
 \end{aligned}$$

où

$$[L] = \begin{bmatrix}
 L_s + L_s' \cos 2\theta & M_s + L_s' \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M_s + L_s' \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_f \cos \theta \\
 M_s + L_s' \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_s + L_s' \cos 2\theta & M_s + L_s' \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\
 M_s + L_s' \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_s + L_s' \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_s + L_s' \cos 2\theta & M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\
 M_f \cos \theta & M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_f
 \end{bmatrix}$$

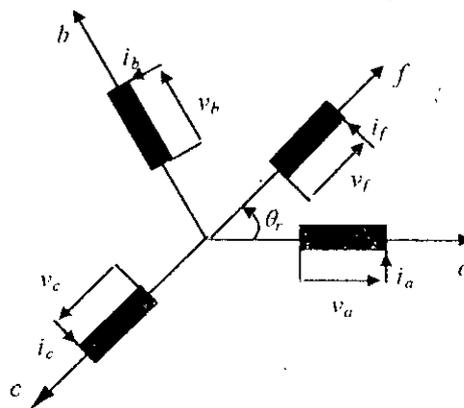


Figure I.1. Schéma d'une machine synchrone sans amortisseurs

### I.1.1. TRANSFORMATION DE PARK

Pour supprimer la non-linéarité du système des équations différentielles, et afin de travailler au niveau des algorithmes de commande avec des grandeurs électriques constantes en régime permanent, on introduit une transformation de variable dans le système d'équations (I.1). Cette transformation de variable non linéaire (diphéomorphisme) appelée de Park, est la suivante.

$$[X_{dq}] = [P(\theta_r)] [X_{abc}] \quad (1.2)$$

avec

$$[P(\theta_r)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta_r & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

La transformation inverse de Park s'écrit

$$[P(\theta_r)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$X$  représente soit un courant, soit une tension soit un flux. Les indices  $d$  et  $q$  désignent les nouvelles variables du référentiel de Park.

### I.1.2. MODELE DE LA MACHINE SYNCHROME DANS REFERENTIEL DE PARK

En faisant l'hypothèse que toutes les grandeurs homopolaires sont nulles, le passage du système triphasé au système  $(d, q)$  lié au rotor figure I. 2, se fait en utilisant les relations suivantes

$$\begin{aligned} [v_a \ v_b \ v_c]^T &= [P(\theta_r)]^{-1} [v_d \ v_q]^T \\ [i_a \ i_b \ i_c]^T &= [P(\theta_r)]^{-1} [i_d \ i_q]^T \\ [\varphi_a \ \varphi_b \ \varphi_c]^T &= [P(\theta_r)]^{-1} [\varphi_d \ \varphi_q]^T \end{aligned} \quad (1.5)$$

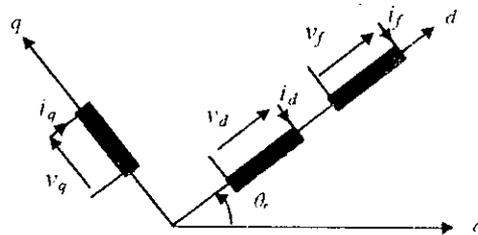


Figure I.2. Schéma équivalent de la machine synchrone dans le référentiel de Park

Après passage par ces transformations on trouve les équations suivantes

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d s & -P\Omega L_q & M_f s \\ P\Omega L_d & R_s + L_q s & \sqrt{\frac{3}{2}} P\Omega M_f \\ M_f s & 0 & R_f + L_f s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$T_{em} = P \left( \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_f + (L_d - L_q) i_d \right) i_q \quad (1.7)$$

où

$$L_d = L_s - M_f + \frac{3}{2} L'_s$$

$$L_q = L_s - M_f - \frac{3}{2} L'_s$$

Dans une machine à aimants permanents, le flux créé par les aimants est constant, le modèle de cette machine s'obtient donc en posant  $i_f$  constant dans les équations (1.6, 1.7). On obtient alors les équations suivantes [pilly 88-89].

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d s & -P\Omega L_q \\ P\Omega L_d & R_s + L_q s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P\Omega \Phi_f \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

et

$$T_{em} = P(\Phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d) i_q \quad (1.9)$$

Pour pouvoir lier la position du rotor  $\theta$  et la vitesse  $\Omega$  au couple électromagnétique  $T_{em}$ , il faut connaître le système mécanique entraîné par la machine. L'équation différentielle entre le couple moteur et le couple résistant a la forme suivante

$$J \frac{d\Omega}{dt} = T_{em} - T_r - F_c \Omega \quad (1.10)$$

avec

$$\theta(t) = \int_0^t \Omega(\tau) d\tau$$

En combinant les équations (1.8, 1.9, 1.10), on obtient le schéma bloc de la machine synchrone à aimants permanents figure I.3.





- Le contrôle des courants par hystérésis,
- Le contrôle par modulation de largeur d'impulsion (MLI),

### I.3. MACHINE SYNCHRONES AUTOPILOTEE

La machine synchrone autopilotée (ou auto-synchronisée) est un dispositif à vitesse variable alimenté par convertisseur statique où la fréquence d'alimentation est asservie à la vitesse de rotation et les phases en conduction aux positions du rotor. Cela veut dire que la machine prescrit elle même sa fréquence d'alimentation et ne présente plus une valeur de couple de décrochage (limite de stabilité statique), comme c'est le cas lorsqu'elle est directement raccordée à un réseau à fréquence fixe. Tout ralentissement lent, brusque, s'accompagne automatiquement d'une diminution de la fréquence d'alimentation. Ainsi, en charge, la vitesse diminue légèrement ce qui se traduit par des caractéristiques couple vitesse inclinées. Les systèmes d'entraînement à vitesse variable qui utilisent la machine synchrone autopilotée se divisent en deux groupes [Seixas 88], [Bose 86] :

- **machine synchrone à alimentation directe** : Ce système d'entraînement est aussi connu sous le nom de machine à cycloconvertisseurs. Un tel système est utilisé pour des machines de puissances élevée et basse vitesse.
- **machine synchrone à alimentation indirecte** : Dans ce cas la machine est alimentée par un convertisseur statique à circuit intermédiaire. Ce convertisseur est constitué du côté réseau d'un redresseur alimentant à travers un filtre un onduleur de tension ou de courant.

### I.4. CONTROLE DES COURANTS PAR HYSTERISIS

Le principe de cette stratégie est basé sur la commande des interrupteurs de l'onduleur de telle sorte que la variation du courant dans chaque phase du moteur soit limitée dans une bande encadrant la référence du courant. Les références des courants sont rectangulaires dans le cas des moteurs à *FMM* trapézoïdale (*BDCM*), elles sont de préférences sinusoïdales dans le cas des moteurs à *FMM* sinusoïdales [Pilly 88] figure I.6.

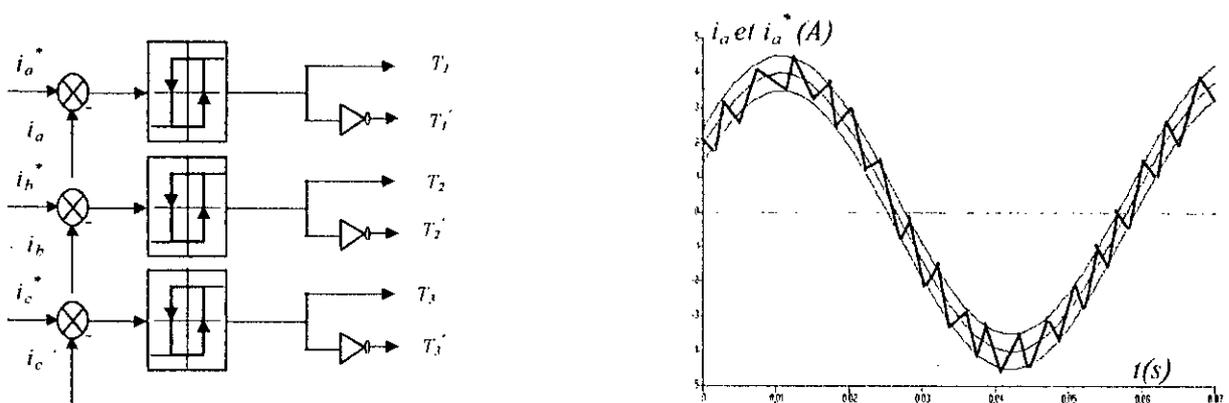


Figure I.6.a. Principe du réglage par hystérésis      Figure I.6.b. Forme du courant et sa référence

Figure I.6. Contrôle des courants par hystérésis

Les fonctions logiques représentant les interrupteurs de l'onduleur sont définies par [Bose 88]

$$\begin{aligned}
 F_j(k+1) &= -1 && \text{pour } i_j > i_j^* + h \\
 F_j(k+1) &= 1 && \text{pour } i_j < i_j^* - h \\
 F_j(k+1) &= F_j(k) && \text{pour } i_j^* + h > i_j > i_j^* - h
 \end{aligned} \quad j = a, b, c \quad (1.14)$$

$F_j(k)$  = valeur  $F_j$  à la  $k^{\text{ième}}$  itération

#### I.4.1. ASSOCIATION ONDULEUR A HYSTERISIS MSAP

Cette association est schématisée par la figure 1.7. On mesure les courants statoriques absorbés par le moteur, ces courants sont comparés à des courants de références, ces derniers sont calculés à partir des courants statoriques de référence dans le repère ( $dq$ ).

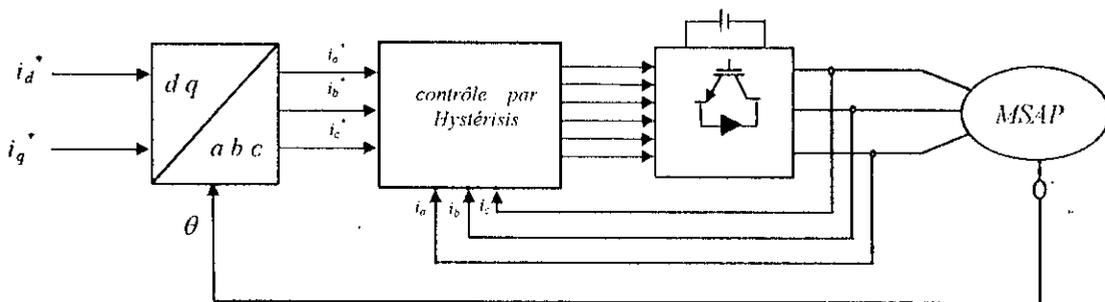


Figure 1.7. Association onduleur à hystérésis MSAP

Sur la base de cette comparaison sont commandés les transistors. La machine est donc alimentée en tension mais contrôlée en courant. En effet, les tensions de sortie de l'onduleur ne sont pas des commandes primaires mais des variables secondaires

#### I.4.2. SIMULATION NUMERIQUE

Afin de valider l'algorithme de modélisation nous avons simulé du comportement de l'ensemble onduleur à hystérésis machine à aimants en boucle ouverte. La largeur de bande hystérésis étant fixée à 0.5 A et l'essai est mené pendant une durée de 4 s avec variation de la charge ( $T_r = K\Omega$ ) à l'instant  $t = 1.5$ s. Les courants statoriques de référence  $i_d^*$   $i_q^*$  sont imposés à 3 A.

La figure 1.8 permet d'évaluer les résultats obtenus. En effet, la vitesse de rotation se stabilise à une valeur de 400 rd/s au bout d'un temps de 1.5 s. L'introduction de la perturbation provoque une diminution de la vitesse; le couple électromagnétique se stabilise à une valeur de 0.075 N.m compensant ainsi la charge sollicitée et les pertes. Il est également intéressant d'observer la qualité apparente du courant de phase. Ce dernier est chargé d'harmonique. On note aussi la variation aléatoire de la fréquence de commutation des interrupteurs suivant les conditions de fonctionnement, cette variation sera d'autant plus élevée que la valeur de la bande d'hystérésis sera faible.

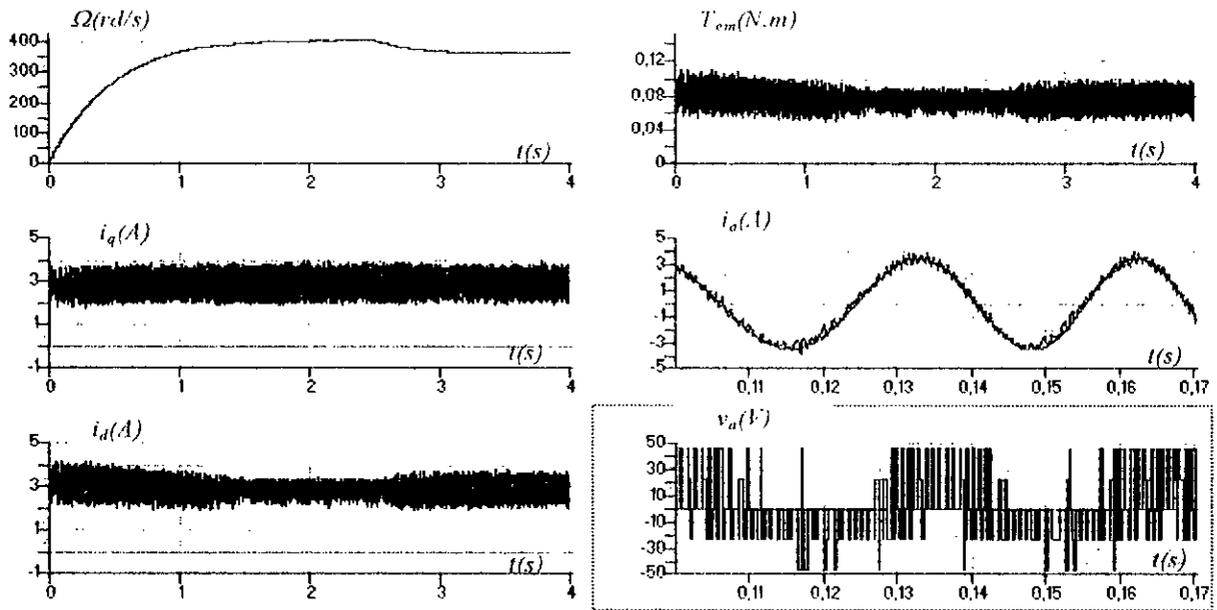


Figure 1.8. Caractéristiques dynamiques de l'ensemble onduleur à hystérésis MSAP lors du démarrage avec variation du couple perturbateur

### 1.5. CONTROLE PAR MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION

Cette méthode consiste à imposer aux bornes de la machine des créneaux de tensions de manière à ce que le fondamental de la tension soit le plus proche de la référence sinusoïdale [Brosnan 84]. Les lois de modulations de largeur d'impulsions (MLI) sont nombreuses [Seguier 89]. La technologie la plus utilisée consiste à comparer un signal triangulaire (porteuse) avec un signal sinusoïdal (référence) [Wiexhman 84-87], [Penkowsky 84]. L'intersection de ces deux signaux définit les instants de commande des interrupteurs.

L'expression de l'onde triangulaire  $V_p(t)$  formée d'une succession de droites, alternativement positive et négative est donnée par

$$\text{droite à pente positive pour } t \in [0, \frac{T_p}{2}] \quad v_p(t) = \frac{u_f}{2V_{ef}} \left( \frac{4t}{T_p} - 1 \right) \quad (I.15)$$

$$\text{droite à pente négative pour } t \in [\frac{T_p}{2}, T_p] \quad v_p(t) = \frac{u_f}{2V_{ef}} \left( -\frac{4t}{T_p} + 3 \right) \quad (I.16)$$

#### 1.5.1. MLI NATURELLE

En régime transitoire, l'évolution de la référence durant une période de la porteuse est inconnue. Par conséquent les impulsions de commande sont générées à des instants imprévisibles figure 1.9.

Les signaux modulateurs sont donnés dans le cas général par

$$e_j = \sqrt{2}V_{ref} \sin(\theta_r + \delta - 2(j-1)\frac{\pi}{3}) \quad (I.17)$$

avec  $j = 1, 2, 3$

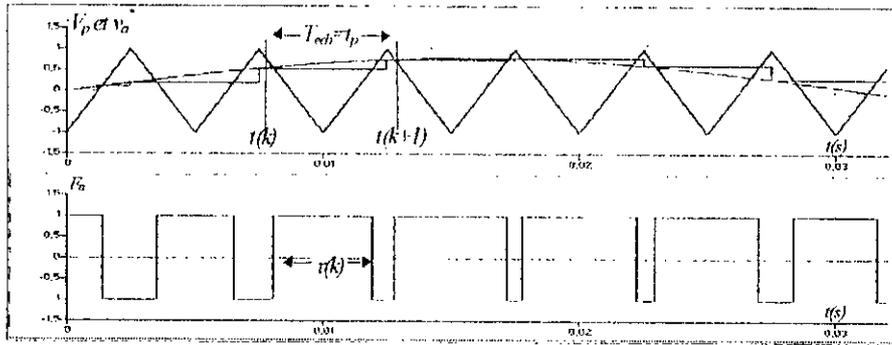


Figure 1.10. Principe de la MLI symétrique

1.5.2.2. MLI REGULIERE ASYMETRIQUE

Dans ce cas, l'échantillonnage des références se fait à la moitié de la période d'échantillonnage de la porteuse figure 1.11. Les dates d'allumage et d'extinction des interrupteurs ne peuvent être calculées en même temps comme dans le cas de la MLI symétrique. A chaque instant d'échantillonnage nous ne pouvons prévoir que la date d'un seul événement. Dans ce type de commande, la largeur d'impulsion est donnée par

$$\tau(t) = \frac{T_p}{2n_f} (v^*(kT) + v^*((k+1)T)) \tag{I.20}$$

Avec ce type de fonctionnement, chaque transition de l'impulsion de commande est définie par une valeur différente du signal échantillonné, d'où nomination asymétrique.

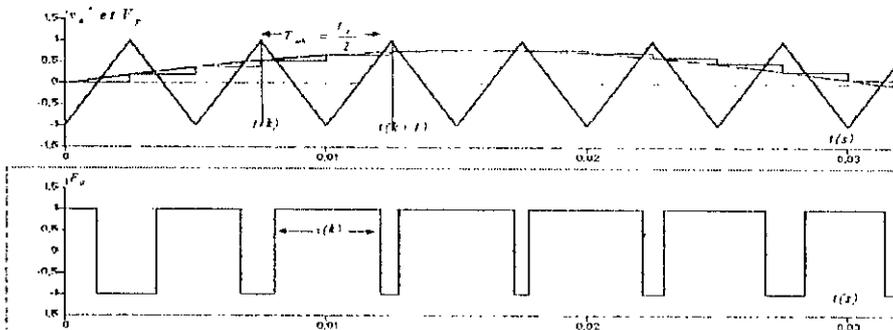


Figure 1.11. Principe de la MLI Asymétrique.

Dans la modulation sinusoïdale on définit les paramètres suivants

- Le coefficient de réglage en tension  $r = \frac{V_{ref}}{\frac{U_f}{2}}$
- L'indice de modulation  $M_p = \frac{f_p}{f_{ref}}$

L'augmentation de  $M_p$  permet de repousser les harmoniques d'ordre bas vers les fréquences élevées, ce qui permet la réduction des pertes dans la machine. Cependant, l'augmentation de  $M_p$  conduit aussi à l'augmentation des pertes liées à la commutation dans l'onduleur. L'apparition récente des transistors de puissance avec un temps de recouvrement très faible ( $1\mu s$ ) pour les faibles et moyennes puissances, nous

autorise à utiliser des fréquences de fonctionnement maximales de plus en plus élevées [Leonhard 90]. Ce qui nous permet de choisir  $M_p = 41$  à  $50$  Hz donc la fréquence de la porteuse est de  $2$  kHz.

### I.5.3. ASSOCIATION ONDULEUR MLI MACHINE A AIMANTS PERMANENTS

Cette association est schématisée par la figure I.12. Les tensions de référence sont calculées par une transformation de coordonnées.

$$\begin{aligned} v_a^* &= \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d^* \cos \theta_r + v_q^* \sin \theta_r) \\ v_b^* &= \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d^* \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) + v_q^* \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3})) \\ v_c^* &= \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d^* \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) + v_q^* \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3})) \end{aligned} \quad (I.21)$$

avec

$$\theta_r = \int_0^t P \Omega(\tau) d\tau \quad (I.22)$$

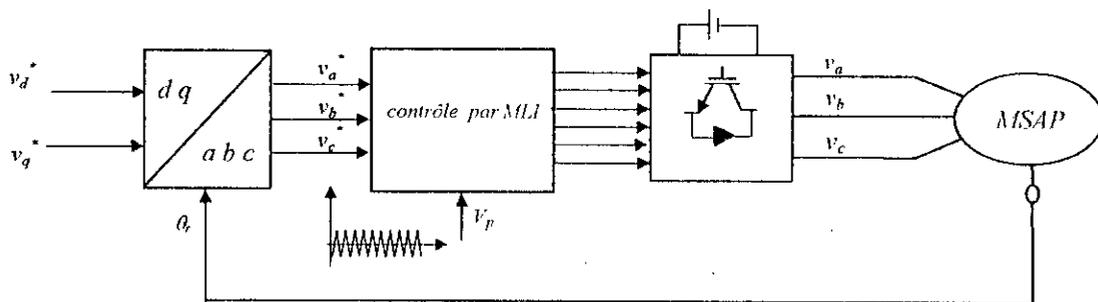
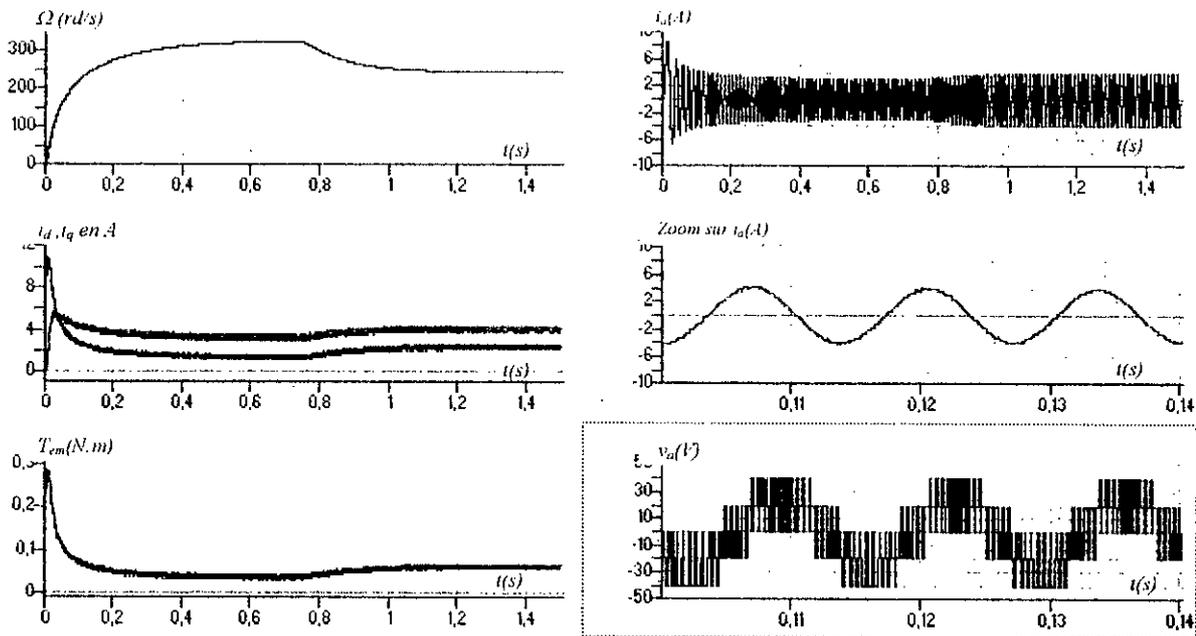


Figure I.12. Association onduleur MLI MSAP

### I.5.4. SIMULATION NUMERIQUE

Pour évaluer le comportement de la MSAP alimentée par onduleur à modulation de largeur d'impulsion Nous avons retenu pour les stratégies évoquées la stratégie MLI régulière symétrique. La simulation est effectuée dans les conditions de l'essai précédent. La figure I.13 décrit les résultats ainsi obtenus, ils peuvent être comparés avec ceux du réglage par hystérésis des courants. En effet, on note un meilleur temps de réponse de la valeur du couple de démarrage environ  $0.2$  N.m. Le courant de phase est moins chargé d'harmonique ceci peut être justifié par la grande fréquence de hachage de l'onduleur, ce qui va réduire considérablement les ondulations du couple. On note aussi un fort couplage entre les grandeurs d'axes  $d$  et  $q$ .



**Figure I.13.** Caractéristiques dynamiques de l'ensemble onduleur MLI-MSAP lors du démarrage avec variation du couple perturbateur

## I.6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, la présentation et la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents associée à un onduleur de tension a été synthétisée. Ce type de machines, grâce aux avantages procurés par les aimants permanents, constitue ces dernières années un intérêt de plus en plus croissant dans les applications de précision. Afin d'analyser le comportement dynamique de l'association onduleur de tension machine à aimants, nous avons établi un modèle de connaissance déduit de la configuration de Park. Ce modèle a permis la réduction de la complexité de la résolution des équations différentielles du système. Deux stratégies de contrôle de l'onduleur ont été mises en œuvre à savoir, la stratégie du réglage des courants par hystérésis, et la stratégie MLI. L'application de ces stratégies dans la commande de la machine à aimants permet d'améliorer la qualité de ces réponses dynamiques et d'atteindre des performances comparables à celles des machines à courant continu fonctionnant à vitesse variable. Dans le chapitre suivant, et afin d'améliorer le comportement dynamique et statique de la machine à aimants, nous aborderons, des méthodes de contrôle direct du couple suivant le principe de la commande vectorielle.

# CHAPITRE

## COMMANDE VECTORIELLE DE LA MACHINE SYNCHRONNE A AIMANTS PERMANENTS

### INTRODUCTION

**L**A DIFFICULTE pour commander une machine synchrone réside dans le fait qu'il existe un couplage complexe entre les variables d'entrée, les variables de sortie et les variables internes. Les commandes scalaires par autopilotage qui consistaient à rendre la machine synchrone équivalente à une machine à courant continu, ont été largement utilisées dans les applications industrielles durant les 20 années passées [Bose 86], [Boucherit 95].

Pratiquement, elles peuvent parfois suffire, notamment dans le cas de charges fortement inertielles, mais leurs performances se dégradent au fur et à mesure que la pulsation rotorique diminue aux très basse vitesses, lorsque les régimes transitoires des grandeurs électriques deviennent très rapides. Dans ce cas, il est indispensable de contrôler la valeur instantanée du couple électromagnétique. Cette disposition vise à maintenir ce couple aussi proche que possible de sa valeur moyenne, même dans les régimes transitoires très rapides, les lois de commande correspondantes à ce mode d'action dynamique sont alors rassemblées sous le vocable de commande vectorielle [Caron 95].

De plus, la commande vectorielle permet de séparer le contrôle du flux dans la machine du courant générant le couple si qui va permettre l'obtention de performances considérables relatives à la réponse du système en régime dynamique semblables à celles des MCC [Liu 88], [Bose 88], [Thomas 94].

Aujourd'hui, grâce à cette technique de commande et au développement des systèmes numériques de nombreux entraînements à courant continu sont remplacés par des machines à courant alternatif [Vas 90], [Leonhard 90], [Yamamura 86].

Dans le présent chapitre, nous présenterons les différentes stratégies de la mise en œuvre de la commande vectorielle des machines synchrones à aimants permanents alimentées par onduleur de tension. Après un survol des principales stratégies de la mise en œuvre, plusieurs techniques seront évoquées. Une stratégie particulière est développée plus longuement, l'intérêt de celle-ci est qu'elle fournit un algorithme de commande relativement simple, et permet de réduire la complexité de la réalisation pratique.

## II.1. PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIELLE

L'objectif principal de la commande vectorielle des machines synchrones à aimants permanents est d'améliorer leur comportement dynamique [Leonhard 96], [Thomas 94]. La stratégie la plus souvent utilisée consiste à maintenir le courant  $i_d$  nul, et réguler la vitesse ou la position par  $i_q$  ou  $v_q$ . Physiquement cette stratégie revient à maintenir le courant statorique en quadrature avec le flux rotorique. Ceci est montré à la figure II.1, où la machine est représentée dans le repère de Park, et, où les aimants rotoriques sont représentés par un bobinage traversé par un courant  $i_f$ , constant produisant un flux équivalent à celui des aimants.

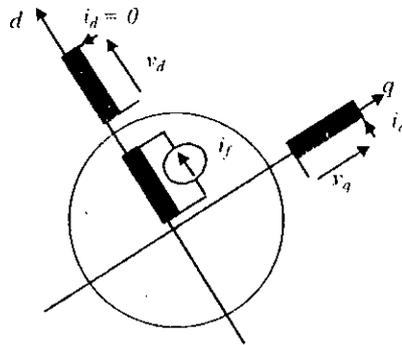


Figure II.1. Commande vectorielle maintenant  $i_d$  nul

Lorsque le courant  $i_d$  est maintenu nul, le modèle du moteur synchrone à aimants permanents représenté à la figure I.9 se réduit en ce qui concerne l'axe  $q$ , à un modèle équivalent à celui d'un moteur à courant continu à excitation indépendante, la relation couple courant devient linéaire.

$$T_{em} = P\Phi_f i_q \quad (II.1)$$

Pour les machines sans saillance ( $\rho=1$ ), la commande  $i_d = 0$  a également comme avantage de minimiser les pertes joules.

## II.2. INFLUENCE DE LA GEOMETRIE DU ROTOR ET LA STRATEGIE DE CONTROLE DE $i_d$ SUR LES PERFORMANCES DE LA MSAP

La stratégie de commande maintenant  $i_d = 0$  peut détériorer le facteur de puissance des MSAP. Ce sont les machines ayant un coefficient de saillance  $\rho$  nettement plus grand que l'unité qui subissent la plus grande détérioration du facteur de puissance. Cette stratégie peut aussi réduire le couple maximal que peut développer la machine en annulant le couple de réluctance. Pour étudier l'influence de la géométrie du rotor ainsi que la stratégie de contrôle de  $i_d$  sur les performances de la machine, on analyse l'expression du couple en régime établi. Cette expression se déduit de l'équation I.1 et du diagramme vectoriel de la figure.II.2 par

$$T_{em} = P(\Phi_f \cos \psi + \frac{1}{2}(\rho - 1)I_s \sin 2\psi)I_s \quad (II.2)$$

Où  $\psi$  est le déphasage entre le vecteur courant statorique et la f.c.e.m de la machine.

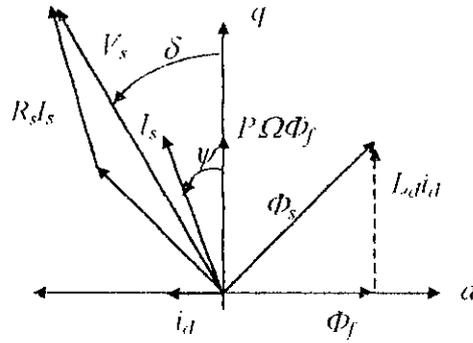


Figure II.2. Diagramme vectorielle de la MSAP.

Le rapport de tension  $K$  est défini comme étant le rapport entre la tension de phase et la f.c.e.m à vide.

$$K = \frac{\sqrt{(R_s I_s \sin \psi + \Omega L_q I_s \cos \psi)^2 + (R_s I_s \cos \psi - P \Omega L_d I_s \sin \psi + P \Omega \Phi_f)^2}}{P \Omega \Phi_f} \quad (II.3)$$

Ce coefficient est lié directement à la capacité du convertisseur, en effet, si  $K$  est grand, il faut prévoir une grande capacité pour le convertisseur.

Le coefficient de démagnétisation  $\xi$  est défini comme étant le rapport entre la réaction magnétique de l'axe d sur le flux des aimants.

$$\xi = \frac{L_d I_s \sin \psi}{\Phi_f} \quad (II.4)$$

Si  $\xi$  est grand et la force magnétomotrice coercitive n'est pas suffisante, il y a risque de démagnétisation de la machine, il en résulte une dégradation de la puissance et du couple développés.

Le facteur de puissance  $\cos \varphi$  est donné par

$$\cos \varphi = \cos(\delta - \psi) \quad (II.5)$$

où 
$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R_s I_s \sin \psi + P \Omega L_q I_s \cos \psi}{R_s I_s \cos \psi - P \Omega L_d I_s \sin \psi + P \Omega \Phi_f} \quad (II.6)$$

Ce sont ces facteurs qui influencent les performances de la machine, ainsi que la capacité du convertisseur. Afin de généraliser l'analyse des performances de la MSAP en régime statique. On définit les quantités suivantes

$$I_s^n = \frac{L_d I_s}{\Phi_f} \quad T^n = \frac{T_{cm}}{P \Phi_f^2 / L_d} \quad R^n = \frac{R_s}{P \Omega L_d}$$

Dans le cas où l'effet résistif de la machine est négligé devant l'effet inductif, les équations normalisées deviennent

$$T_n^n = I_s^n \left( \cos \psi + \frac{1}{2}(\rho - 1) I_s^n \sin 2\psi \right)$$

$$K_n^n = \sqrt{\left(1 - I_s^n \sin \psi\right)^2 + \left(\rho I_s^n \cos \psi\right)^2}$$

$$\xi^n = I_s^n \sin \psi$$

(II.7)

$$\text{tg} \delta^n = \frac{\rho I_s^n \cos \psi}{1 - I_s^n \sin \psi}$$

La figure II.3 donne les variations du couple  $T^n$ , du facteur de puissance, et du rapport de tension  $K^n$  en fonction du courant statorique  $I_s^n$ , ainsi que du couple en fonction de l'angle  $\psi$ , pour différentes valeurs de  $\rho$  ( $\rho = 1, 2, 3, 4$ ). On note un couple et un rapport de tension proportionnel au courant statorique et au taux de saillance. Des performances de contrôle de couple très intéressantes sont donc obtenues au prix d'une grande valeur de la capacité de l'onduleur. Il convient de signaler que le facteur de puissance subit une dégradation importante pour les valeurs élevées de  $\rho$ . La stratégie  $i_d = 0$  semble donc tout à fait acceptable pour les machines ayant un taux de saillance proche de l'unité. En outre, cette stratégie permet de remédier aux risques de démagnétisation de la machine puisque  $\xi$  est toujours maintenu nul.

Les variations du couple en fonction de l'angle  $\psi$  montrent que le couple maximal est obtenu pour une valeur de  $\psi$  supérieure à zéro telle que

$$\psi_{op} = \frac{\sqrt{8(\rho - 1)^2 I_s^n + 1} - 1}{4 I_s^n (\rho - 1)}$$

(II.8)

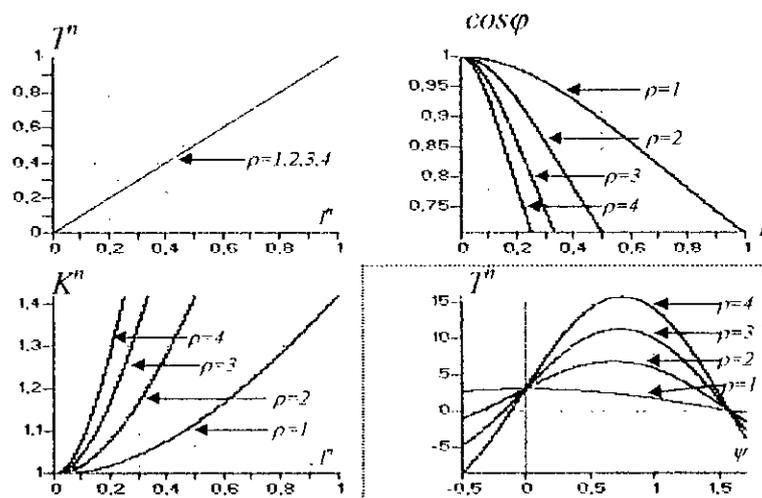


Figure II.3. Influence de la géométrie du rotor sur les performances de la MSAP pour le contrôle de  $i_d=0$

### II.3. NOTE SUR LES AUTRES TYPES DE COMMANDES VECTORIELLES

Pour les machines à aimants enterrés ayant un coefficient de saillance élevé, il peut être intéressant d'envisager d'autres lois de commande liant  $i_d$  et  $i_q$ . Il est possible de déterminer, par exemple des lois de commande afin de maintenir le facteur de puissance toujours égal à l'unité, ou encore de maintenir la tension statorique constante. Ces lois de commande sont plus compliquées que la commande  $i_d = 0$ , car elles fournissent des relations non linéaires entre le couple et le courant. Elles sont cependant intéressantes dans la mesure où elles permettent de diminuer la tension maximale à fournir par l'onduleur alimentant la machine, ces commandes sont étudiées plus en détail dans [Morimoto 90], [Fu 91]. La commande vectorielle peut aussi être utilisée afin de réduire la valeur du flux dans la machine à aimants permanents. Dans ce cas, on impose au courant  $i_d$  une valeur qui permet de créer un flux de signe contraire à celui des aimants de telle sorte que le flux résultant dans la machine soit inférieur au flux nominal. Cette technique permet de faire fonctionner la machine à des vitesses supérieures à sa vitesse normale tout en maintenant la tension statorique à une valeur acceptable [Takida 88].

### II.4. MISE EN ŒUVRE DE LA COMMANDE VECTORIELLE DE LA MSAP

Dans cette section les performances de réglage de vitesse et de position par régulateurs *PI* numériques sont investiguées, en utilisant les stratégies de commande qui permettent la réalisation du découplage de la machine et d'atteindre des performances dynamiques et statiques élevées.

#### II.4.1. COMMANDE VECTORIELLE DANS LE RÉFÉRENTIEL (A B C)

##### II.4.1.1. COMMANDE DE VITESSE / POSITION

A partir de la position de référence  $\theta^*$  et la position mesurée, un régulateur proportionnel fournit la référence de la vitesse, et à partir de cette dernière et la vitesse mesurée un régulateur proportionnel intégral calcule la consigne du couple c'est à dire le courant souhaité. Une transformation de coordonnées (d q - p) permet de calculer le courant statorique de référence  $i_m^*$  et son déphasage  $\psi^*$  par rapport à la f.c.e.m du moteur. Contrairement aux méthodes classiques de régulation du courant [Lajoie Mazenk 85], [Liu 88], qui ne prennent en compte que l'amplitude du courant ce qui peut conduire à une perte de contrôle des courants lors des régimes transitoires, nous allons effectuer une régulation de la phase du courant  $\psi$ . Les courants de références sont obtenus à partir de  $i_m^*$  et  $\xi^*$  par une transformation de coordonnées [p - a b c]. Ces valeurs sont comparées aux valeurs mesurées pour fixer la commande de chaque bras de l'onduleur. Cette commande est obtenue soit par des régulateurs à hystérésis soit par des régulateurs *PI* numériques dont la sortie attaque un modulateur *MLI* figure II.4.

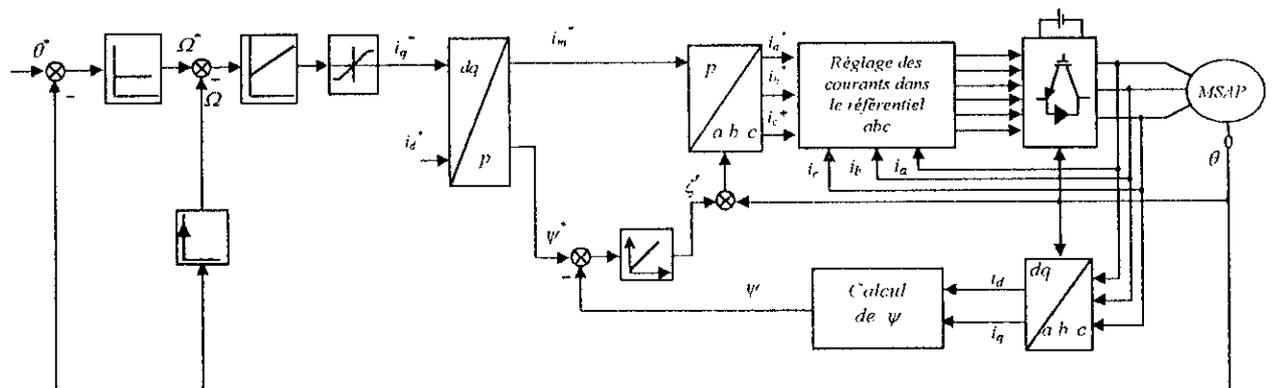


Figure II.4. Schéma global de la commande vectorielle dans le référentiel (a b c)

Il convient de souligner que dans ce dernier procédé, la synthèse des régulateurs est incertaine et les contraintes sont contradictoires. En effet, la bande passante des régulateurs doit être suffisamment large pour ne pas introduire ni de déphasage ni d'atténuation des grandeurs de sorties  $i_a, i_b, i_c$  par rapport à leurs références correspondantes. En revanche, cette même bande doit être suffisamment étroite pour éviter des distorsions dues à la modulation. La f.c.e.m de la machine apparaît comme de véritable perturbation vis-à-vis des courants, quasi-impossible à compresser autrement que par un gain en boucle important figure II.5 or, ce dernier résultat ne s'obtient que par une disposition judicieuse de zéros dans les boucles de contrôle, il en découle une contradiction possible avec la nécessité de filtrage des capteurs, de sorte que ces considérations aboutissent à une réelle antinomie, si les interrupteurs utilisés limitent la fréquence de commutation, donc la capacité de réaction du système.

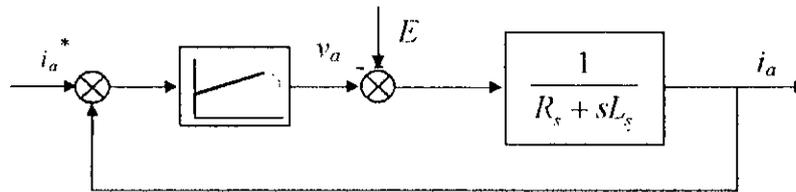


Figure II.5. Boucle de régulation des courants

En pratique, et face à cette complexité naturelle, les correcteurs mis en œuvre sont du types hystérésis qui par nature, allient robustesse de réglage et simplicité d'architecture. Dans la méthode proposée [Rkioua 91-a], [Bouhassoun 97], le déphasage  $\psi$  est imposé par un régulateur du type intégral, les courants de référence, dans le cas général sont donnés par

$$\begin{aligned} i_a^* &= \sqrt{\frac{2}{3}} I_m \sin(\theta_r + \zeta^*) \\ i_b^* &= \sqrt{\frac{2}{3}} I_m \sin(\theta_r + \zeta^* - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c^* &= \sqrt{\frac{2}{3}} I_m \sin(\theta_r + \zeta^* + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (II.9)$$

avec

$$\begin{aligned} I_m^* &= \sqrt{i_d^{*2} + i_q^{*2}} \quad , \quad \zeta^* = \frac{K}{s}(\psi^* - \psi) \\ \psi^* &= \arctg\left(-\frac{i_d^*}{i_q^*}\right) \quad , \quad \psi = \arctg\left(-\frac{i_d}{i_q}\right) \end{aligned} \quad (II.10)$$

#### II.4.1.2 CALCUL DES REGULATEURS

##### A - REGLAGE DE LA VITESSE

Le régulateur de vitesse permet la détermination du couple de référence, afin de maintenir la vitesse constante. En insérant un régulateur *PI* dans la boucle de régulation de vitesse on obtient le schéma de la figure II.6 [Bouhassoun 95].

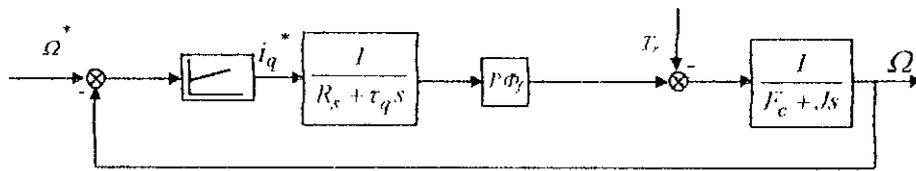


Figure II.6. Boucle de régulation de la vitesse

La fonction de transfert du régulateur de vitesse est donnée par

$$F_r(s) = K_{p\Omega} + \frac{K_{i\Omega}}{s} \tag{II.11}$$

La fonction de transfert en boucle fermée se calcule par la relation suivante

$$F_f(s) = \frac{F_r(s)F_o(s)}{1 + F_r(s)F_o(s)} \tag{II.12}$$

avec 
$$F_o(s) = \frac{P\Phi_f}{F_c(1 + s\tau_q)(1 + s\tau_m)} \tag{II.13}$$

est la fonction de transfert en boucle ouverte.

Après un calcul élémentaire on obtient.

$$F_f(s) = \frac{P\Phi_f(K_{p\Omega}s + K_{i\Omega})}{J\tau_q s^3 + (J + F_c\tau_q)s^2 + (K_{p\Omega} + F_c)s + K_{i\Omega}} \tag{II.14}$$

En négligeant les quantités  $J\tau_q$  et  $F_c\tau_q$  devant  $J$ , on obtient l'expression finale du dénominateur.

$$D(s) \approx Js^2 + (K_{p\Omega} + F_c)s + K_{i\Omega} \tag{II.15}$$

Pour avoir un comportement bien amorti avec un amortissement relatif optimal [Bühler 89], les paramètres du régulateur sont choisis comme suit

$$K_{p\Omega} = 2J\rho - F_c; \quad K_{i\Omega} = 2\rho^2 J$$

**B - REGLAGE DE POSITION**

La régulation de la position peut s'effectuer en ajoutant à la boucle de régulation de vitesse, une boucle supplémentaire de position, cette boucle peut être une simple boucle proportionnelle figure II.7.

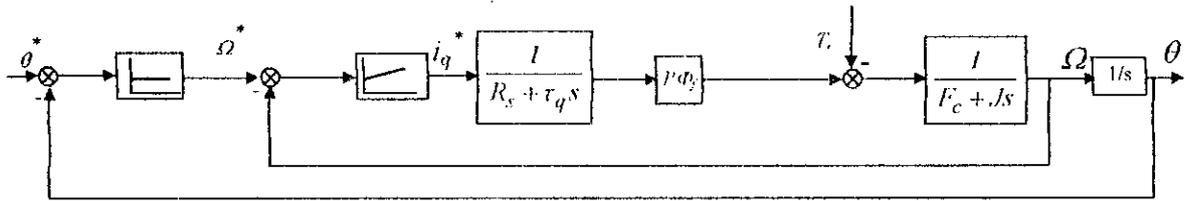


Figure II.7. Boucle de régulation de la position

Ce schéma, peut après un réarrangement, se mettre sous une forme plus simple ne contenant qu'un seul retour figure II.8.

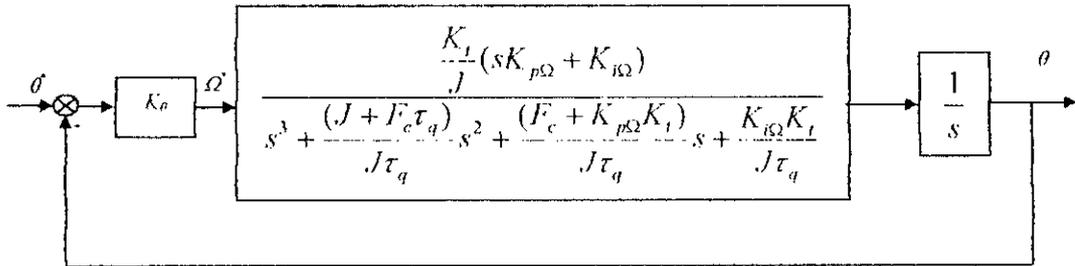


Figure II.8. Schéma structurel de régulation de position avec un seul retour.

Le dénominateur de la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit

$$D_\theta(s) = s^3 + \left( \frac{J + F_c\tau_q}{J\tau_q} \right) s^2 + \left( \frac{F_c + P\Phi_f K_{p\Omega}}{J\tau_q} \right) s + \frac{K_{i\Omega}P\Phi_f}{J\tau_q} \quad (II.16)$$

On peut facilement remarquer que

$$\frac{F_c + P\Phi_f K_{p\Omega}}{J\tau_q} \approx \frac{P\Phi_f K_{p\Omega}}{J\tau_q} \gg 1 \quad (II.17)$$

$$P\Phi_f K_{p\Omega} \gg J + F_c\tau_q$$

En tenant compte de ces considérations le schéma de régulation de la position se réduit considérablement figure II.9.

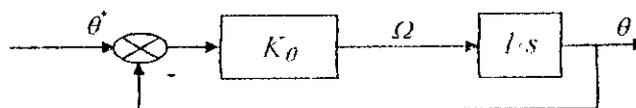


Figure II.9. Simplification de la boucle de régulation de la position

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par

$$\frac{\theta^*(s)}{\theta(s)} = \frac{K_\theta}{K_\theta + s} \quad (\text{II.18})$$

La cascade (position, vitesse et le courant  $i_q$ ) impose une dynamique très lente par rapport à la vitesse. La constante de temps de position doit être 5 à 10 fois plus grande que celle de la vitesse, ce qui permet de déterminer le coefficient  $K_\theta$  du régulateur de position.

### C - REGULATEUR DE LA PHASE DU COURANT

Le calcul du régulateur de la phase du courant se fait par égalisation du courant statorique de référence au courant statorique réel.

$$I_s^* = I_m^* e^{j\xi^*} = \frac{I_m}{1 + s\tau_q} e^{j\xi^*} \quad (\text{II.19})$$

et 
$$I_s = I_m e^{j\psi}$$

Lorsque le courant réel suit exactement sa référence les valeurs de  $\psi$  et  $\xi^*$  tendent vers zéro. En prenant les composantes des courants statoriques selon l'axe d, on peut facilement trouver

$$\xi^* \approx (1 + s\tau_q)\psi \quad (\text{II.20})$$

Le schéma structurel du réglage de la phase du courant est donné par la figure II.10

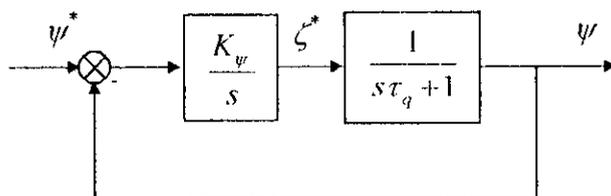


Figure II.10. Boucle de régulation de la phase  $\psi$ .

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par

$$F_\psi(s) = \frac{K_\psi}{\tau_q s^2 + s + K_\psi} \quad (\text{II.21})$$

En imposant toujours deux pôles complexes conjugués, on trouve

$$K_\psi = \frac{1}{2\tau_q^2} \quad (\text{II.22})$$

### II.4.1.3. DISCRETISATION DU REGULATEUR PI

Les calculs qui suivent sont développés pour un régulateur *PI* de vitesse, mais la procédure reste valable pour les autres régulateurs. En effet, la fonction de transfert du régulateur *PI* est

$$\frac{I_m^*(s)}{e_\Omega(s)} = K_{p\Omega} + \frac{K_{i\Omega}}{s} \quad (\text{II.23})$$

Cette fonction peut être écrite dans le domaine temporel comme suit

$$I_m^*(t) = K_{p\Omega}(\Omega^* - \Omega) + K_{i\Omega} \int_0^t (\Omega^* - \Omega) d\tau \quad (\text{II.24})$$

La discrétisation de cette équation donne

$$I_m^*(k) = K_{p\Omega}(\Omega^*(k) - \Omega(k)) + K_{i\Omega} T_{ech} S(k) \quad (\text{II.25})$$

$$\text{et} \quad S(k) = S(k-1) + \Omega^*(k) - \Omega(k) \quad (\text{II.26})$$

### II.4.1.4 DISPOSITIF D'ANTI WINDUP

Le courant doit être limité dans la machine, ce qui en absence d'une boucle de rétroaction du courant peut se faire en imposant

$$I_q^*(k)_l = \begin{cases} I_q^*(s) & \text{si } |I_q^*(k)| \leq I_{qmax} \\ I_{qmax} \text{Signe}(I_q^*(k)) & \text{si } |I_q^*(k)| \geq I_{qmax} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

La limitation maximale adoptée est 10 A. Cette limitation provoque un effet d'emballement (effet windup). Ainsi, le régulateur doit être associé à un système d'anti-windup afin d'éviter le dépassement dû au fait que le régulateur continue à sommer une erreur qui ne correspond pas à la tension de commande [Bühler 89].

Si  $e_\Omega(k)$  est l'écart entre la vitesse de consigne et la vitesse mesurée.

$$e_\Omega(k) = \Omega^*(k) - \Omega(k) \quad (\text{II.28})$$

Et si  $e_\Omega(k)_l$  correspond à l'erreur de vitesse qui aurait produit le couple de sortie du régulateur obtenu, la fonction de saturation est alors

$$e_\Omega(k)_l = e_\Omega(k) - \frac{I}{K_{p\Omega} + T_{ech} K_{i\Omega}} [I_q^*(k) - I_q^*(k)_l] \quad (\text{II.29})$$

L'équation du sommateur devient

$$S(k) = S(k-1) + e_\Omega(k)_l \quad (\text{II.30})$$

Il est à noter que le régulateur proportionnel se discrétise sans problème particulier.

### II. 4.1.5. SIMULATION NUMERIQUE

Les performances du réglage par hystérésis ont été testées par simulation numérique dans le cas du réglage de vitesse et de position. La figure II.11.a donne les réponses du système lors du démarrage pour une consigne de vitesse de 300 rd/s avec variation de la charge. La figure II.11.b donne les réponses du système lors de l'inversion de la vitesse de 300 rd/s à -300 rd/s à l'instant  $t = 0,75$  à charge nominale ( $T_r = 0,05 Nm$ ). L'analyse des résultats obtenus montre que les performances de poursuite de la consigne sont satisfaisantes, le rejet de la perturbation est rapide et le découplage de la machine est réalisé avec succès. On remarque que le courant réel varie autour de sa référence en restant dans une fourchette de  $\pm 10\%$ , en revanche, la fréquence de commutation des interrupteurs est variable avec le point de fonctionnement dynamique. Cette fréquence, comme nous l'avons vu au premier chapitre dépend de la valeur de la bande d'hystérésis. Le choix de la fourchette de variation de l'amplitude du courant dépend donc du taux d'ondulations admis sur le couple, ainsi que de la capacité de commutation des interrupteurs de l'onduleur.

Les figures II.12.a-b donnent les performances du positionnement de la machine pour une consigne de 5rd avec variation de la charge, ainsi que lors de l'inversion de la position de 5rd à -5rd à charge normale. On note des performances de poursuite satisfaisante et une prise en compte efficace de la perturbation. Le découplage de la machine est insensible aux variations de la charge et de la consigne.

## II.4.2. CONTROLE VECTORIEL DANS LE REFERENTIEL (D Q)

Afin de remédier aux inconvénients de la conception du réglage par hystérésis (référence des courants variables, fréquence de commutation variable et taux d'ondulation élevé), nous proposons une autre approche basée sur le contrôle des courants dans le référentiel d q. Les régulateurs de courants sont construits dans ce cas à partir du modèle de Park de la machine. Le courant  $i_q$  est contrôlé par la tension  $v_q$ , le courant  $i_d$  par  $v_d$ , et à travers  $i_q$  on contrôle la vitesse ou la position. Dans un premier lieu et afin de réduire relativement la complexité de l'algorithme de commande, on synthétise la commande avec régulation du courant  $i_d$  seul, puis on traite le cas du réglage des deux courants.

### II. 4.2.1. CONTROLE VECTORIEL AVEC REGULATION DU COURANT $i_d$

Cette technique permet la synthèse de la structure de commande à partir du modèle découplé de la machine. En effet, il a été montré dans les références [Mahmoudi 96], [Bouhassoun 95] que pour pouvoir découpler la machine il faudrait que les tensions de référence soient

$$\begin{aligned} v_d^* &= -P\Omega L_q i_q^* + v_{d0}^* \\ v_q^* &= R_s i_q^* + L_q \frac{di_q^*}{dt} + P\Omega \Phi_f \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Ayant choisi la référence du courant  $i_q^*$ , les commandes  $v_d^*$  et  $v_q^*$  seront calculées par la structure de commande représentée à la figure II. 13.

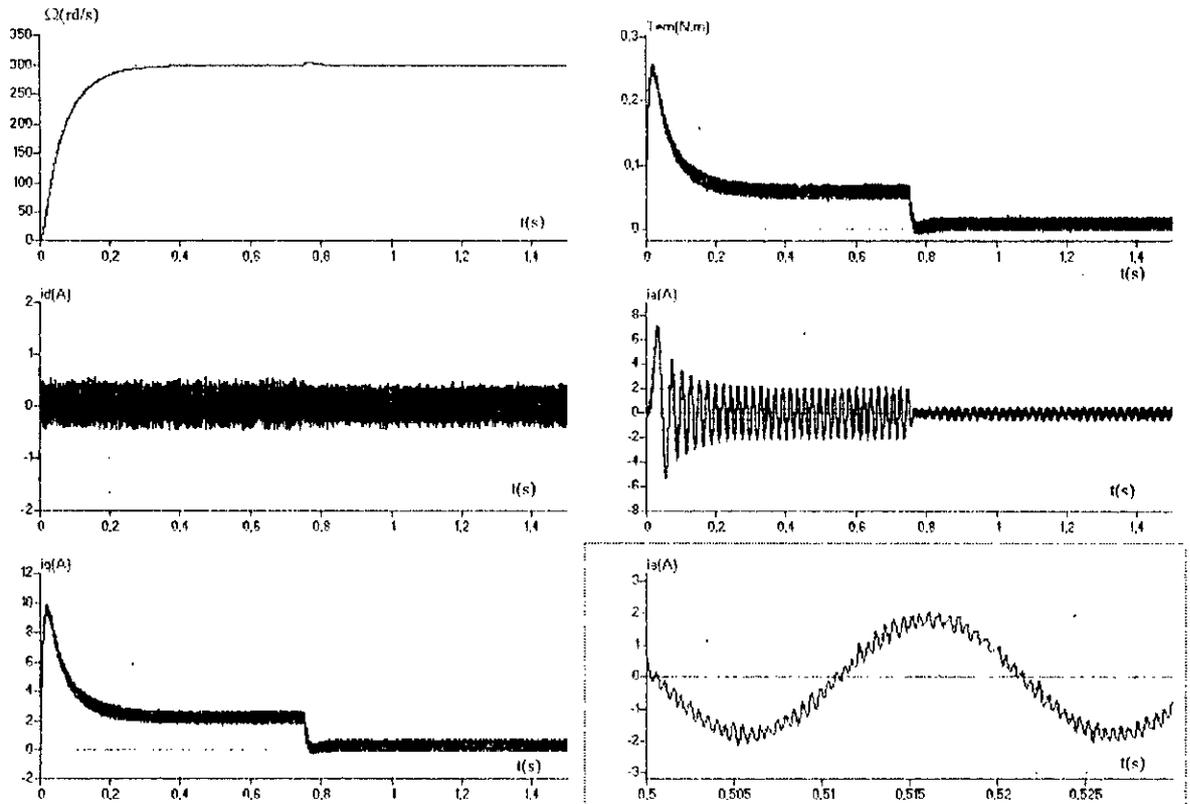


Figure II.11.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage pour une consigne de 300 rd/s avec variation de la charge.  $K_{p\Omega}=0.3$ ,  $K_{i\Omega}=10$ .

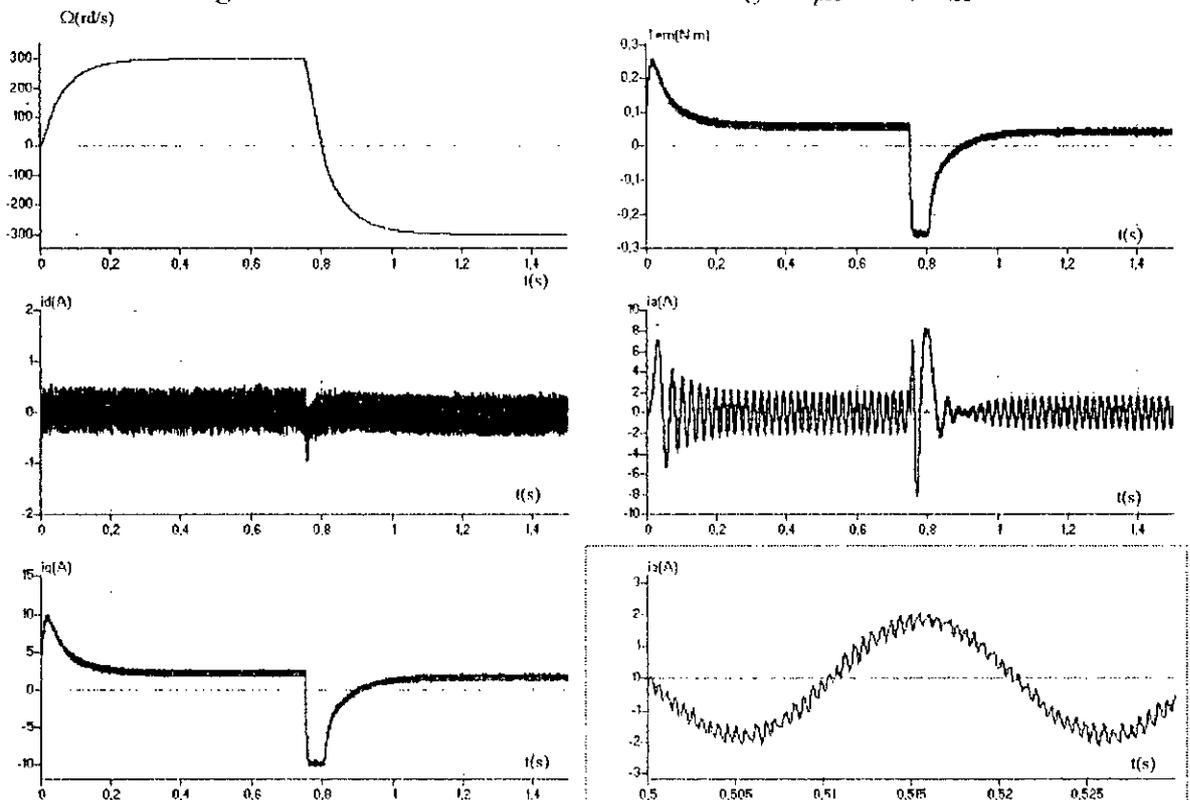


Figure II.11.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche de 300 rd/s à -300 rd/s à charge nominale.  $K_{p\Omega}=0.3$ ,  $K_{i\Omega}=10$ .

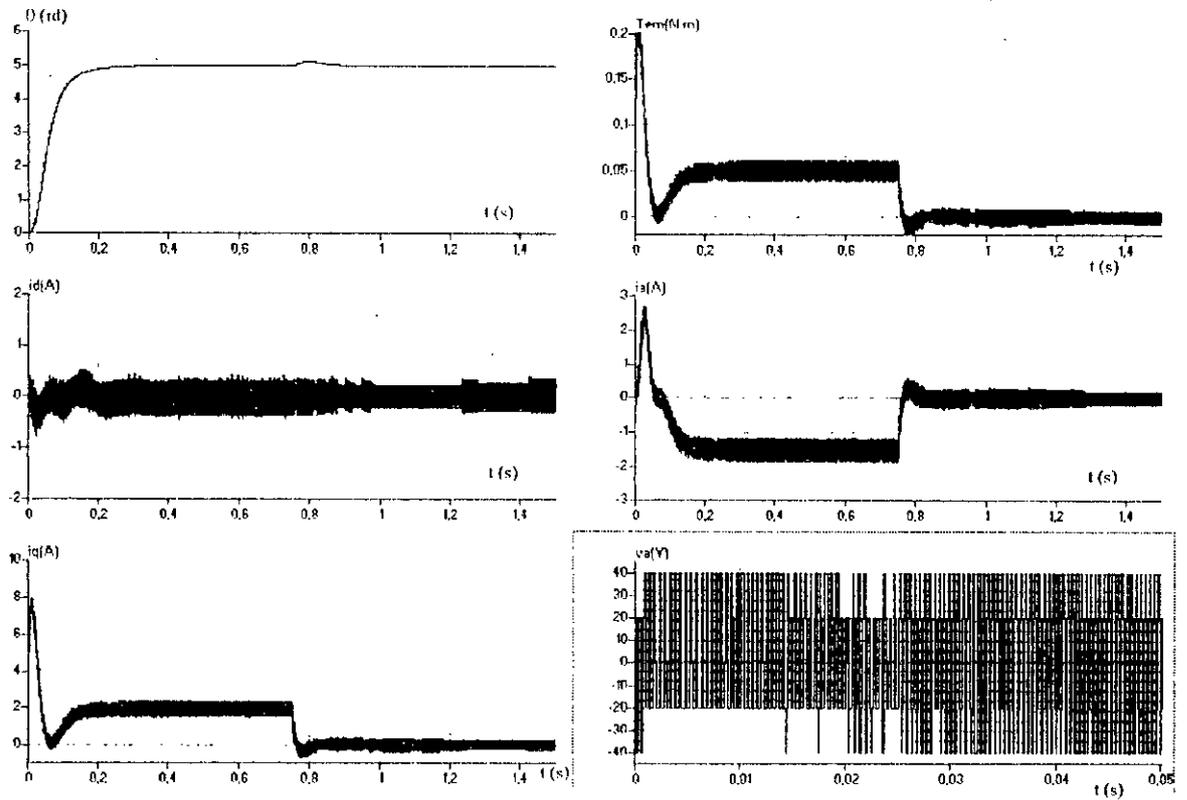


Figure II.12.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement pour une consigne de 5 rd avec variation de la charge .  $K_{\theta}=16$

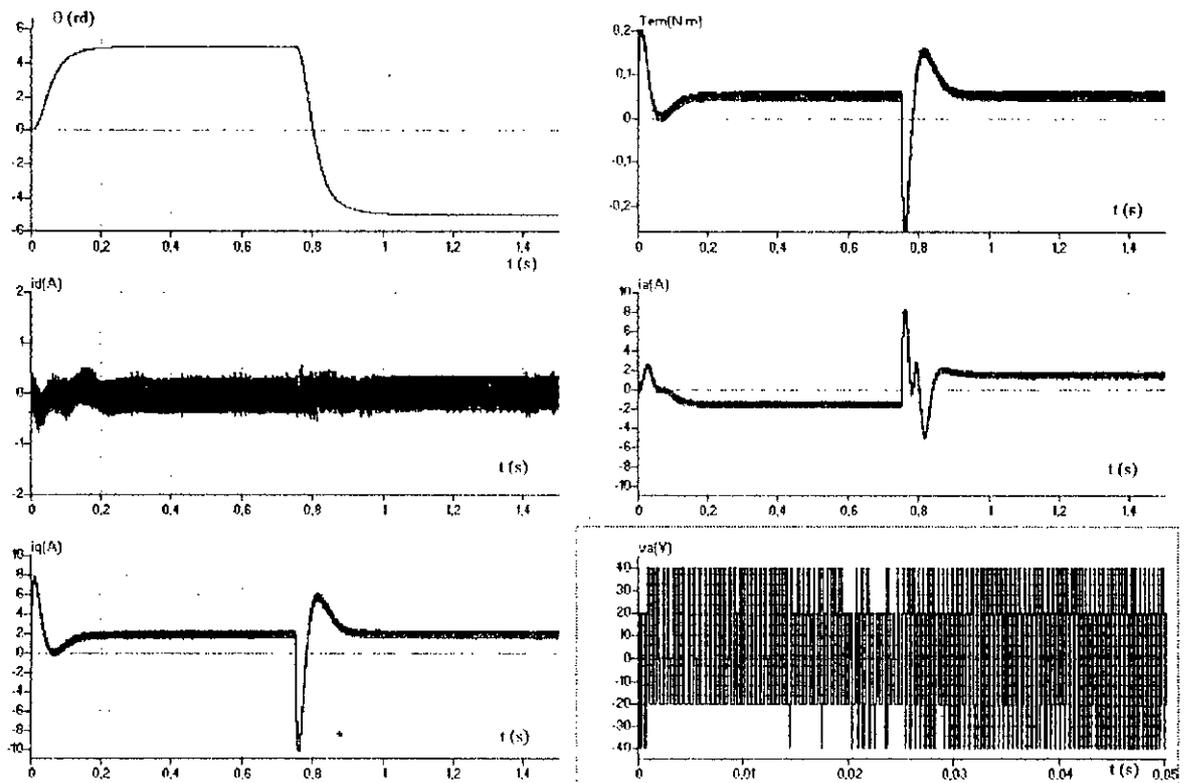


Figure II.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du positionnement de 5rd à -5rd à charge nominale .  $K_{\theta}=16$

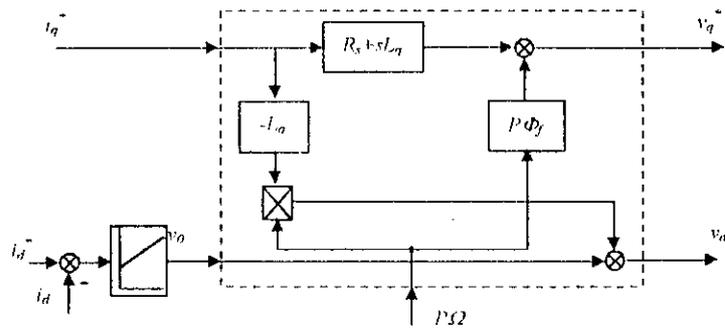


Figure II.13. Structure de découplage avec réglage du courant  $i_d$

La structure de commande vectorielle en boucle ouverte avec régulation du courant  $i_d$  est représentée à la figure II.14. Le bloc de découplage *F.O.C* fournit les tensions statoriques de référence assurant le contrôle de  $i_d$  et  $i_q$ . Le passage aux grandeurs réelles se fait par le biais d'une transformation de coordonnées ( $dq - abc$ ). Les tensions de commande sont alors :

$$\begin{aligned}
 v_a^* &= \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d^* \cos \theta_r + v_q^* \sin \theta_r) \\
 v_b^* &= \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d^* \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) + v_q^* \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3})) \\
 v_c^* &= \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d^* \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) + v_q^* \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}))
 \end{aligned}
 \tag{II.32}$$

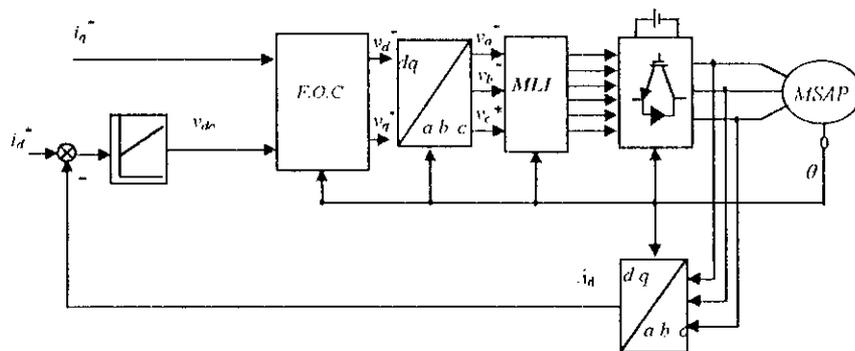


Figure II.14. Découplage de la machine avec régulation du courant  $i_d$ .

**II.4.2.1.1. CALCUL DU REGULATEUR DE COURANT**

Le schéma de la boucle de régulation du courant  $i_d$  est donné par la figure II 15. La fonction de transfert du régulateur est donnée par

$$\frac{v_{d0}^*(s)}{e_d(s)} = K_{pd} + \frac{K_{id}}{s}
 \tag{II.33}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par

$$\frac{i_d^*(s)}{i_d(s)} = \frac{K_{pd} s + K_{id}}{L_d s^2 + (R_s + K_{pd})s + K_{id}} \quad (II.34)$$

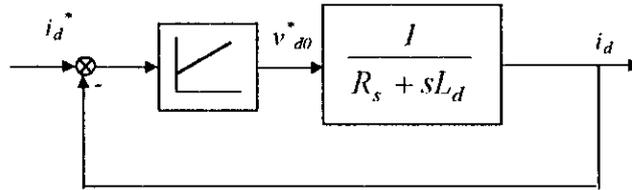


Figure II.15. Boucle de régulation du courant  $i_d$

L'équation caractéristique est donnée par

$$D_d(s) = L_d s^2 + (R_s + K_{pd})s + K_{id} \quad (II.35)$$

En imposant deux pôles complexes conjugués, on aboutit à

$$K_{pd} = 2 L_d \rho - R_s \quad ; \quad K_{id} = 2 L_d \rho^2$$

La simulation de cette structure de commande est réalisée par imposition des références des courants statoriques comme suit

$$i_d^* = 0$$

$$i_q^* = \begin{cases} \frac{T_m}{P\Phi_f} & \text{pour } 0 < t < 0.2 \text{ s} \\ -\frac{T_m}{P\Phi_f} & \text{pour } 0.2 < t < 0.4 \text{ s} \\ \frac{T_m}{P\Phi_f} & \text{pour } 0.4 < t < 0.6 \text{ s} \end{cases} \quad (II.36)$$

La figure II.16 permet d'évaluer les résultats obtenus. La composante  $i_q$  du courant suit parfaitement sa référence et répond instantanément sans dépassement ni erreur statique, alors que la composante  $i_d$  s'annule en régime permanent ce qui montre clairement l'orientation du courant statorique. La variation brusque de la référence des courants  $i_q$  occasionne l'apparition de points sur le courant  $i_d$ .

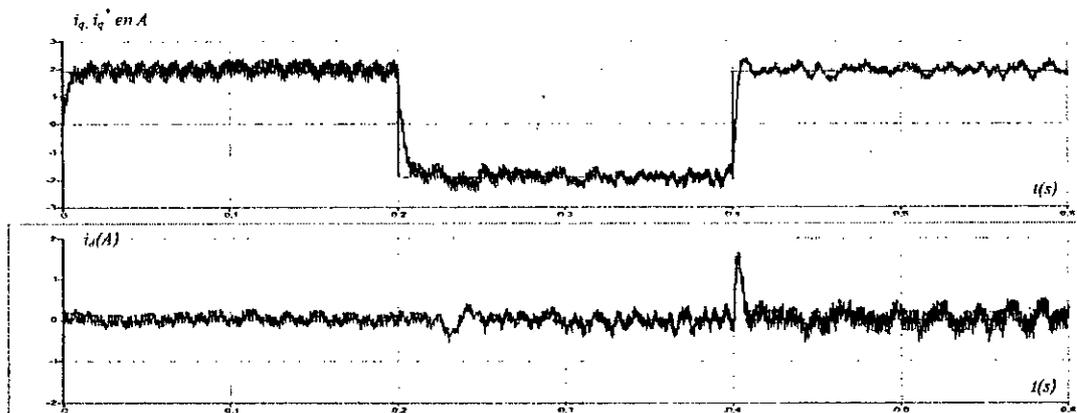


Figure II.16. Découplage des courants  $i_d$  et  $i_q$  dans le référentiel  $dq$

### II.4.2.1.2. REGLAGE DE VITESSE/POSITION

Pour avoir des réponses dynamiques appréciables, il a été appliqué un réglage *PI* pour la vitesse et un réglage de type proportionnel à la position. La synthèse des régulateurs est identique à celle suivit pour le réglage par hystérisis. La figure II.17 donne une vue globale de cette commande.

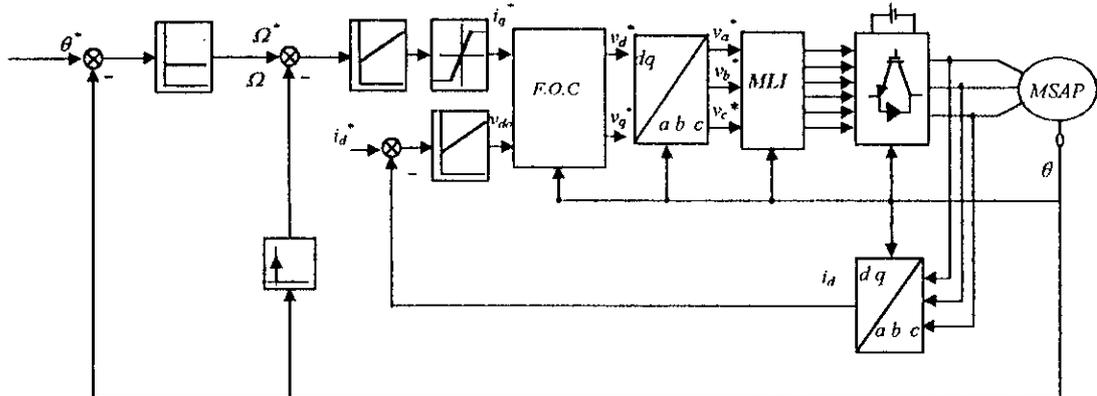


Figure II.17. Schéma global de commande vectorielle avec régulation du courant  $i_d$  seul

### II.4.2.1.3. SIMULATION NUMERIQUE

Afin d'évaluer le comportement dynamique de la MSAP munie de sa commande vectorielle avec boucle de régulation du courant  $i_d$ , nous avons testé les performances dans les conditions de l'essai précédent. La figure II.18.a illustre le réglage de vitesse lors du démarrage pour une consigne de 300 rd/s avec variation de la charge. La figure II.18.b donne le comportement dynamique lors de l'inversion du sens de marche à charge nominale.

L'analyse des résultats obtenus montre de bonnes performances pour la poursuite de la consigne et le rejet de la perturbation. On note que durant le démarrage, le courant  $i_d$  s'annule rapidement, le moteur démarre alors à couple maximal. Le régime de fonctionnement sévère imposé à la machine n'affecte guère le découplage, ce dernier est insensible à la variation de la consigne et de la charge. Le courant de phase est moins chargé d'harmonique, et présente une allure presque sinusoïdale, ceci est justifié par la fréquence de hachage de la MLJ élevée (2kHz).

La figure II.19.a donne les performances du positionnement pour une position de consigne de position de 5rd la figure II.19.b donne le comportement lors de l'inversion de la position. Nous pouvons constater que la position suit parfaitement sa référence, le rejet de la perturbation est rapide, et le vecteur courant statorique est parfaitement aligné sur l'axe  $q$ .

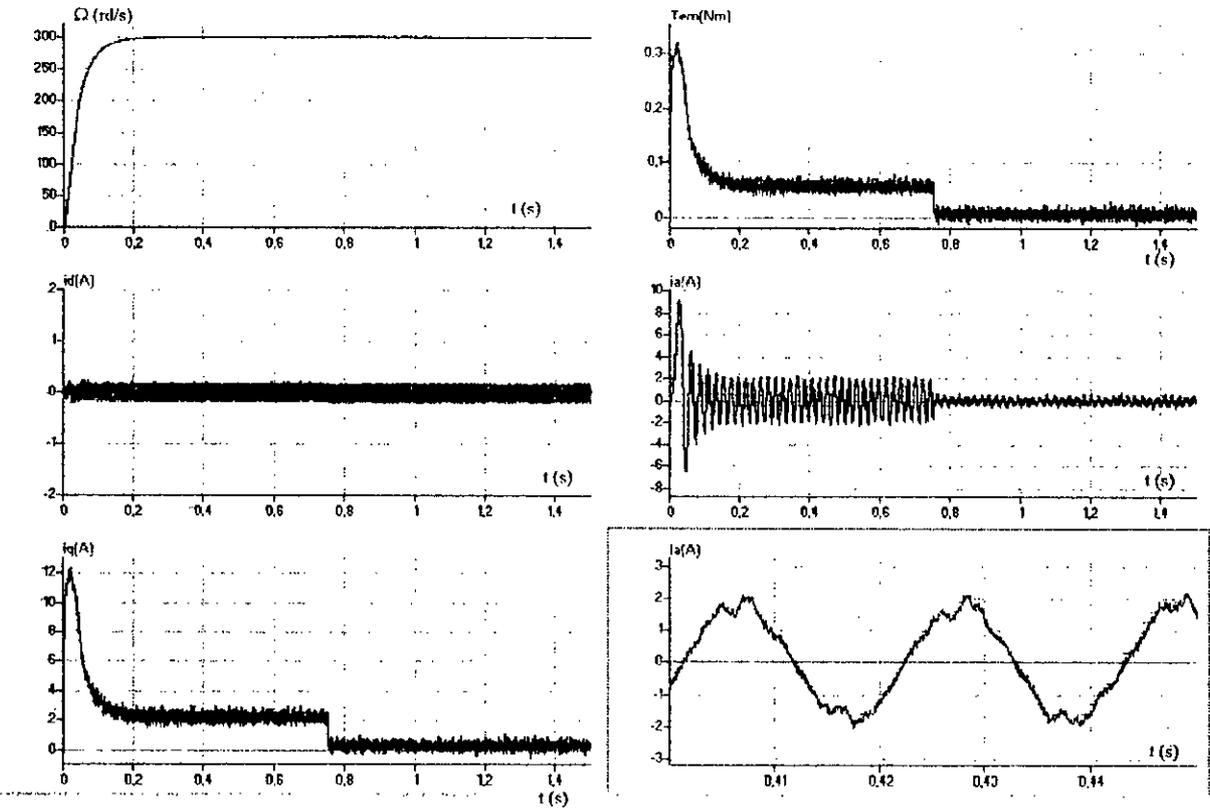


Figure II.18.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage pour une consigne de 300 rd/s avec variation de la charge.  $\rho_{\Omega}=12$ ,  $K_{p\Omega}=160$ ,  $K_{i\Omega}=1000$ .

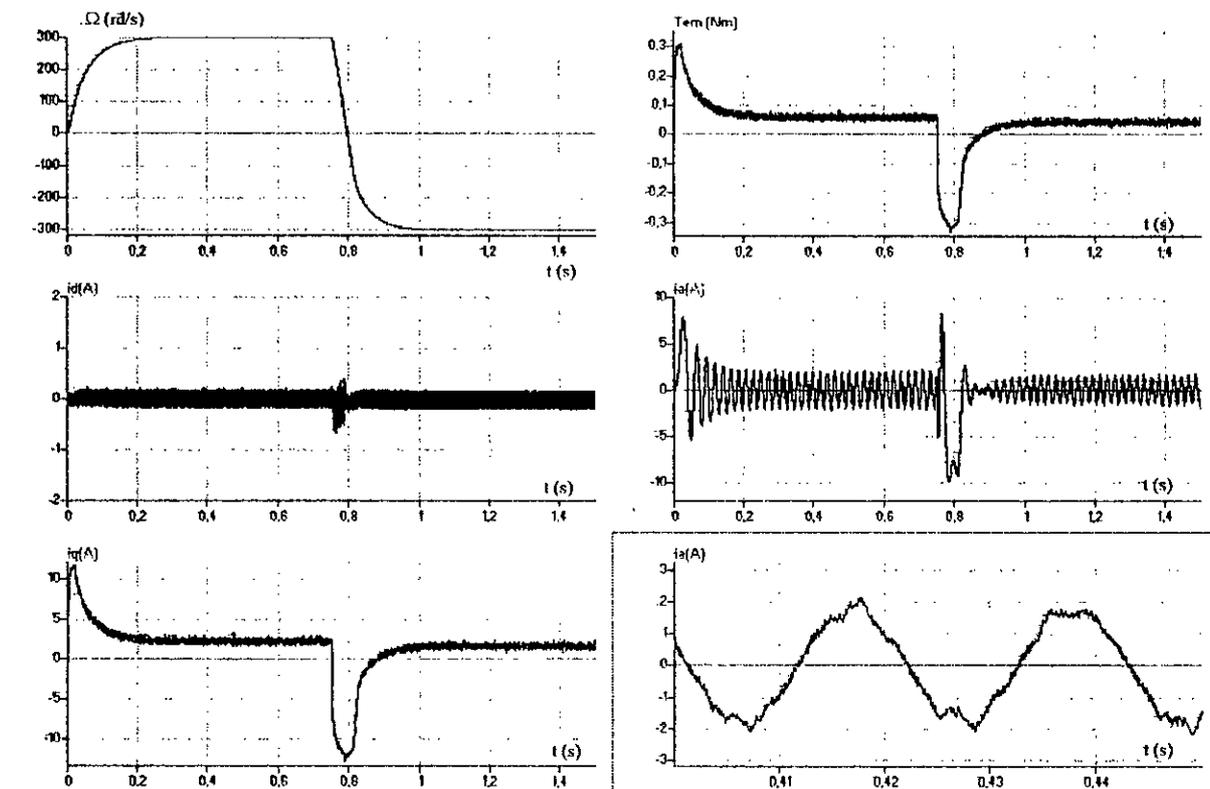


Figure II.18.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche de 300 rd/s à -300 rd/s à charge nominale.  $\rho_{\Omega}=12$ ,  $K_{p\Omega}=160$ ,  $K_{i\Omega}=1000$ .

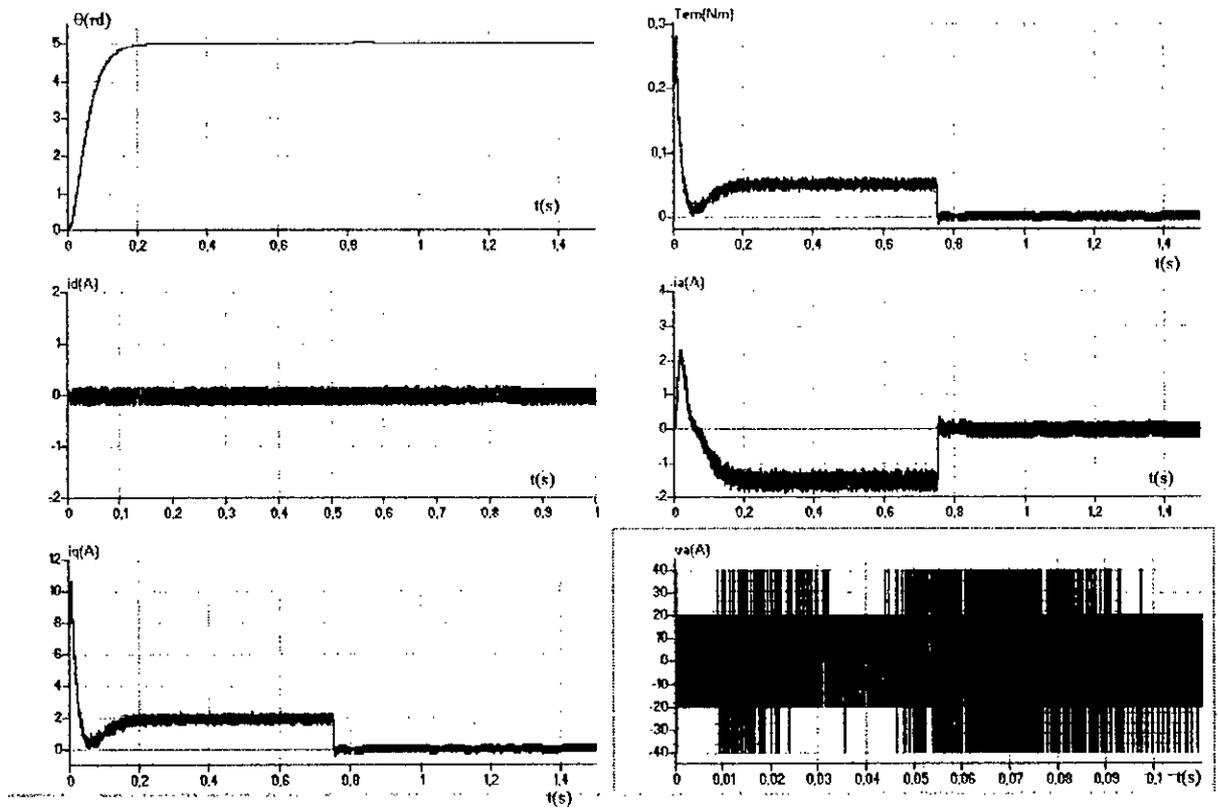


Figure II.19.a. Comportement dynamique de la MSAP lors de positionnement à charge nominale.  $K_{\theta}=17$ .

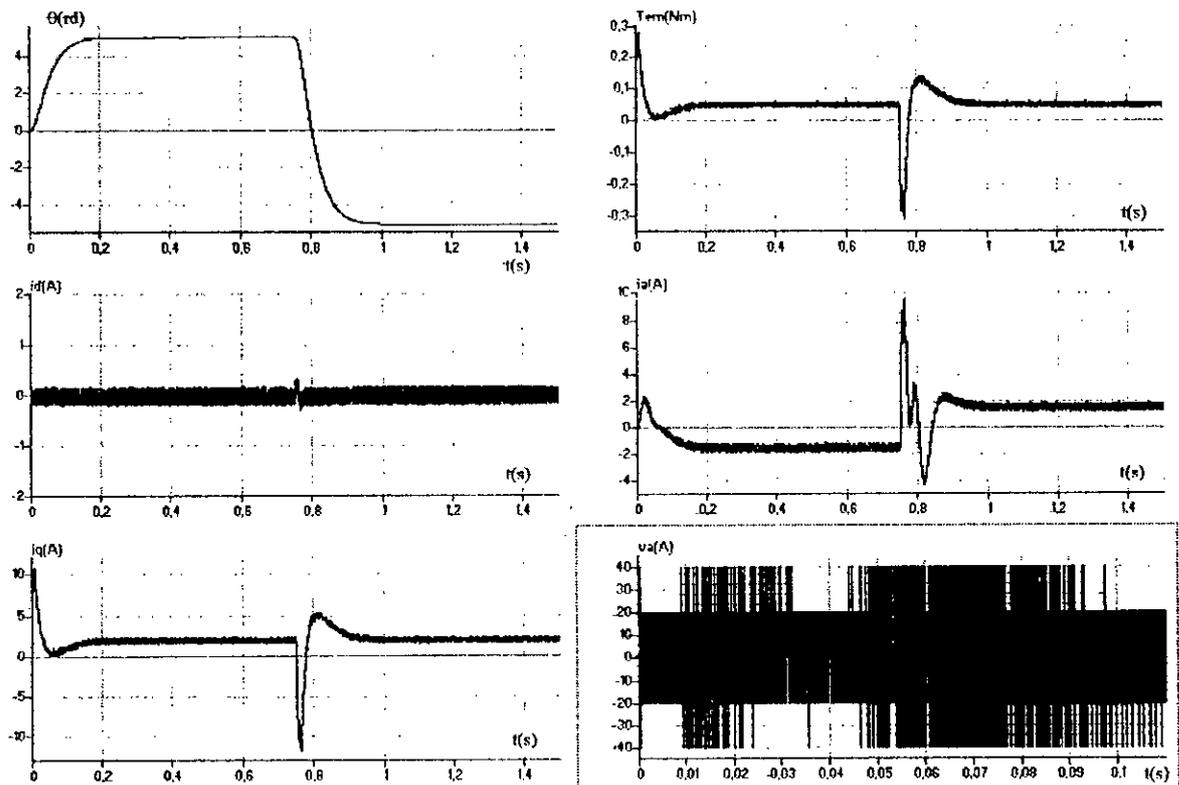


Figure II.19.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion de la position à charge nominale.  $K_{\theta}=17$ .

**II.4.2.2. CONTROLE VECTORIEL AVEC REGULATION DES COURANTS  $i_d$  ET  $i_q$**

**II.4.2.2.1. DECOUPLAGE DE LA REGULATION DES COURANTS PAR COMPENSATION**

Dans la mesure où le contrôle précis du couple est exigé comme pour le cas des machines de grande puissance, une régulation du courant  $i_q$  est indispensable afin d'éviter une intervention trop brutale de ce dernier. La structure de commande de la figure II.17 peut être complétée en ajoutant un régulateur pour le courant  $i_q$ . Dans la littérature, les sorties des deux régulateurs de courant doivent fournir les tensions de commande  $v_d^*$  et  $v_q^*$  figure II.20. Ce procédé d'analyse conduit à une difficulté pour la synthèse des régulateurs des courants. En effet, les boucles de régulation des courants seraient classiques s'il n'y avait pas le couplage entre les grandeurs d'axe direct et celles d'axe en quadrature.

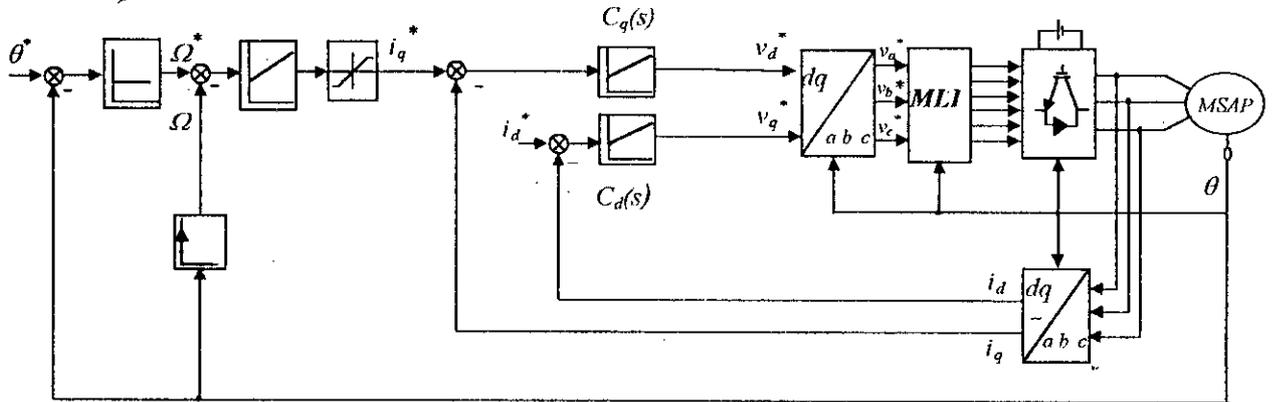


Figure II.20. Structure de contrôle vectoriel avec régulation des courants avec couplage

Ce couplage qui constitue l'une des difficultés de la conception de la commande vectorielle est supprimé généralement par une méthode de compensation [Caron 95], celle-ci consiste à faire la régulation des courants en négligeant les termes de couplage, ces derniers étant rajoutés à la sortie des régulateurs de courants afin d'obtenir les tensions de références figure II 21.

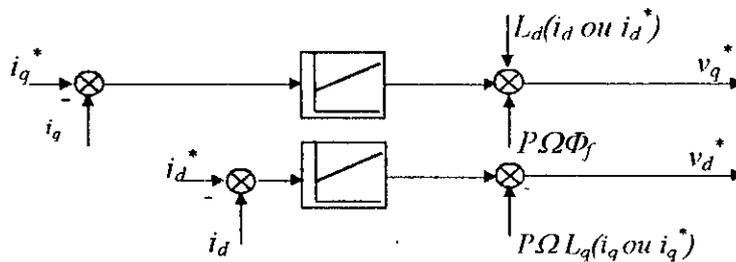


Figure II.21. Compensation des termes de couplage

Les résultats obtenus par la méthode de compensation sont satisfaisants, mais celle-ci n'introduit pas un découplage effectif, et il reste toujours le problème de savoir si le terme de couplage compensé doit être fonction du courant mesuré ou de celui de référence.

**II.4.2.2.2. INTRODUCTION DE LA MATRICE DE DECOUPLAGE**

Nous avons opté pour une méthode de découplage qui consiste à introduire un bloc de calcul  $D(\Omega)$  [Rkioua 91 a-b], [Bouhassoun 97], placé en aval des correcteurs et qui permet, à partir des sorties des régulateurs de courant à obtenir les valeurs de tensions de référence  $v_d^*$  et  $v_q^*$ . La figure II.22 donne une vue schématique de cette commande.

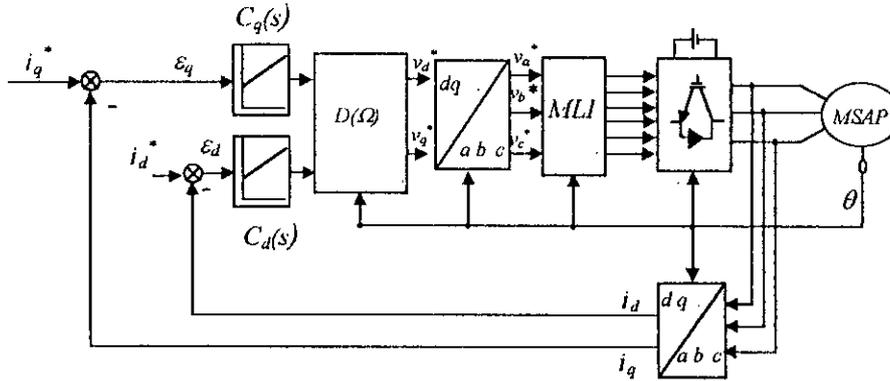


Figure II.22. Structure de contrôle vectoriel avec découplage de la régulation des courants.

Dans la mesure où la vitesse varie lentement par rapport aux grandeurs électriques, ce qui est le cas pour la catégorie des machines que nous considérons, il est possible de séparer la partie électrique de la partie mécanique du modèle, ceci nous permet d'étudier aisément le problème de découplage. En effet, dans le cas où  $\Omega$  est supposée constante le modèle de la machine devient

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_s}{L_d} & \frac{L_q P \Omega}{L_d} \\ -\frac{L_d P \Omega}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \tag{II.37}$$

Après transformation de Laplace les courants  $i_d$  et  $i_q$  peuvent s'écrire comme suit

$$I_{dq}(s) = Y(s) V_{dq}(s) \tag{II.38}$$

avec 
$$I_{dq}(s) = \begin{bmatrix} i_d(s) & i_q(s) \end{bmatrix}^T, V_{dq}(s) = \begin{bmatrix} v_d(s) & v_q(s) \end{bmatrix}^T$$

et 
$$Y(s) = \begin{bmatrix} \beta(1 + s\tau_q) & \frac{P\Omega}{L_q} \\ \frac{-P\Omega}{L_d} & \beta(1 + s\tau_d) \end{bmatrix} \tag{II.39}$$

$$D(s) = s^2 + \left( \frac{1}{\tau_d} + \frac{1}{\tau_q} \right) s + \frac{1}{\tau_d \tau_q} + P^2 \Omega^2 \tag{II.40}$$

$$\beta = \frac{R_s}{L_d L_q}, \tau_d = \frac{L_d}{R_s}, \tau_q = \frac{L_q}{R_s}$$

Par le choix d'un dispositif de contrôle qui découple la commande des courants  $i_d$  et  $i_q$  par retour d'état de manière de ne faire dépendre le courant  $i_d$  que de sa référence  $i_d^*$ , et le courant  $i_q$  que de sa référence  $i_q^*$ , la matrice  $D(\Omega)$  peut s'écrire comme suit [Rkioua 91-a].

$$D(\Omega) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{P\Omega\tau_q}{s\tau_q + 1} \\ \frac{P\Omega\tau_d}{s\tau_d + 1} & 1 \end{bmatrix} \quad (II.41)$$

L'introduction de la matrice  $D(\Omega)$  dans la boucle de régulation figure II 24, réduit les équations du système en boucle fermée à

$$i_d(s) = \frac{1/R_s}{1 + s\tau_d} C_d(s) \varepsilon_d'(s) ; i_q(s) = \frac{1/R_s}{1 + s\tau_q} C_q(s) \varepsilon_q'(s) \quad (II.42)$$

La fonction de transfert du système en boucle ouverte pour les courants  $i_d$  et  $i_q$  s'écrit

$$H_d(s) = \frac{1/R_s}{1 + s\tau_d} C_d(s) ; H_q(s) = \frac{1/R_s}{1 + s\tau_q} C_q(s) \quad (II.43)$$

On choisit des régulateurs du type *PI* dont la fonction de transfert est donnée par

$$C_d(s) = \frac{K}{s} (1 + s\tau_d) ; C_q(s) = \frac{K}{s} (1 + s\tau_q) \quad (II.44)$$

Dans le cas d'une machine à pôles lisses, les régulateurs dans les axes  $d$  et  $q$  seront donc identiques.

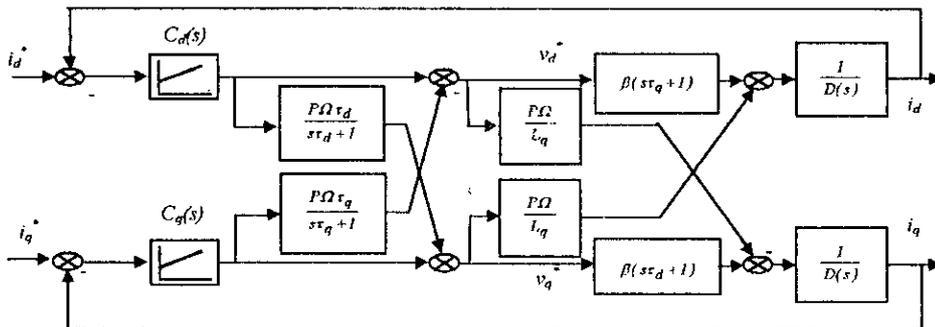


Figure II.24. Découpage de la commande des courants dans le repère  $dq$

Afin de tester l'efficacité du découplage, nous avons simulé la régulation des courants  $i_d$  et  $i_q$ . La figure II.25 donne les réponses des courants lorsque les références sont imposées comme suit

$$i_d^* = 0$$

$$i_q^* = \begin{cases} \frac{T_{en}}{P\Phi_f} & \text{pour } 0 < t < 0.2 \text{ s} \\ -\frac{T_{en}}{P\Phi_f} & \text{pour } 0.2 < t < 0.4 \text{ s} \\ \frac{T_{en}}{P\Phi_f} & 0.4 < t < 0.6 \text{ s} \end{cases} \quad (II.45)$$

Les courants  $i_d$  et  $i_q$  suivent parfaitement leurs références imposées. La variation de la consigne de  $i_q$  n'a pratiquement aucun effet sur le découplage de la machine, ceci est dû à l'efficacité de la solution de découplage proposée. Le vecteur courant statorique est donc parfaitement superposable sur l'axe  $q$ .

Un entraînement réglé à vitesse variable utilisant le principe de la commande vectorielle avec régulation des courants statoriques est représenté à la figure II 26.

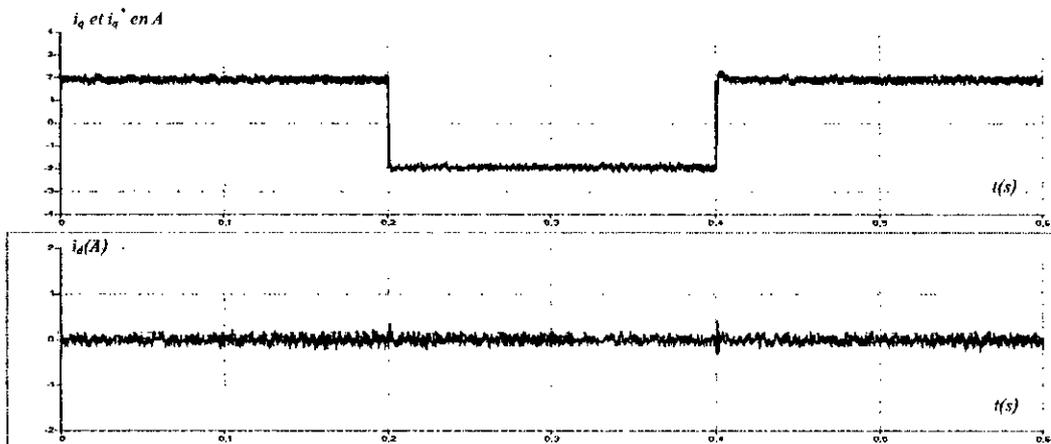


Figure II.25. Découplage de la régulation des courants dans le référentiel (d q)

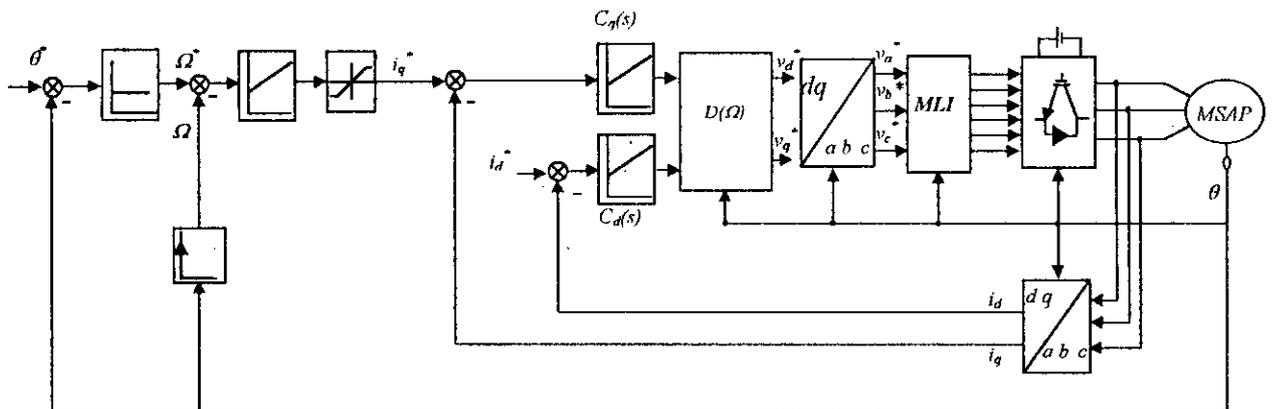


Figure II.26. Schéma de la commande vectorielle avec régulation des courants dans le référentiel (d q)

Le système est muni d'une boucle de régulation de position et de vitesse, cette dernière permet de générer la référence du courant  $i_q$ . Cette référence est limitée au courant maximal. Les sorties des régulateurs des courants après passage au référentiel ( $a b c$ ) servent à la génération des références  $v_a^*$ ,  $v_b^*$ ,  $v_c^*$  pour la commande de l'onduleur *MLI*.

#### II.4.2.2.3. SIMULATION NUMERIQUE

Les performances de la commande du couple utilisant l'algorithme de découplage des courants  $i_d$  et  $i_q$  pour la régulation de la position et de la vitesse ont été testées par simulation numérique dans les conditions des essais précédents.

Les figures II.27.a.b donnent les performances du réglage de la vitesse lors du démarrage avec variation de la charge, ainsi que lors de l'inversion du sens de marche. Les figures II 28.a.b donnent les performances du positionnement pour le même régime de fonctionnement. Les performances du réglage de la vitesse et de la position sont très satisfaisantes, le rejet de la perturbation est rapide et le découplage n'est pas affecté par la variation de la charge. A fréquence de synchronisme nulle, le comportement de la machine est purement résistif. La circulation d'un courant continu dans le bobinage statorique provoque selon l'effet de Joule, un échauffement excessif de la machine, ceci exige évidemment que le variateur de position doit être équipé par un dispositif de ventilation mis à l'extérieur de la machine afin d'éviter d'une part, l'usure de la machine et d'autre part la dégradation des performances de la commande.

#### II.4.3. COMMANDE VECTORIELLE SIMPLIFIEE

L'intérêt d'une commande vectorielle simplifiée est de réduire la complexité de la réalisation pratique et donc son coût [Buyse 89], [Robyns 92 a-b], [Bouhassoun 95-97]. La structure de commande de la figure II.26 peut être simplifiée d'une part, au niveau du découplage, et d'autre part au niveau des régulateurs. Le courant  $i_d$  peut être naturellement maintenu à zéro si on découple le système au moyen de l'action calculée à partir des variables du système représentées en traits discontinus sur la figure II 29.

Le courant  $i_d$  est donc maintenu nul, pour autant que le découplage soit parfaitement réalisé (aucune erreur sur le paramètre  $L_q$  est sur les valeurs de  $i_q$  et  $\Omega$ ) en prenant

$$v_d^* = -P\Omega L_q i_q^* \quad (\text{II.46})$$

On évite ainsi l'utilisation d'un régulateur pour maintenir  $i_d$  nul.

Lorsque  $i_d = 0$ , le schéma de la figure II.29 se réduit à celui de la Figure II.30. Ce schéma est équivalent à celui d'un moteur à courant continu à excitation indépendante. La tension  $v_q$  permet donc de commander le couple développé par la machine de la même manière que la tension d'induit permet de commander le couple développé par le moteur à courant continu à excitation indépendante. La tension  $v_q$  pourra donc être déterminée directement par le régulateur de vitesse ou de position. En ce qui concerne le calcul de la tension  $v_d$  imposant  $i_d$  nul, il est préférable de calculer II 46 en utilisant une estimation du courant  $i_q$  plutôt qu'une mesure de celui ci afin d'améliorer la stabilité du système, et réduire les erreurs sur les valeurs de  $i_d$  dues aux erreurs sur les paramètres [Robyns 92-a 93]. L'estimation du courant  $i_q$  peut se déduire du modèle du moteur synchrone supposé parfaitement découplé.

$$i_{qes}(k+1) = \frac{T_{ech}(v_q(k)^* - P\Phi_f\Omega(k)) + L_q(1 - \frac{T_{ech}}{\tau_q})i_{qes}(k)}{L_q} \quad (\text{II.47})$$

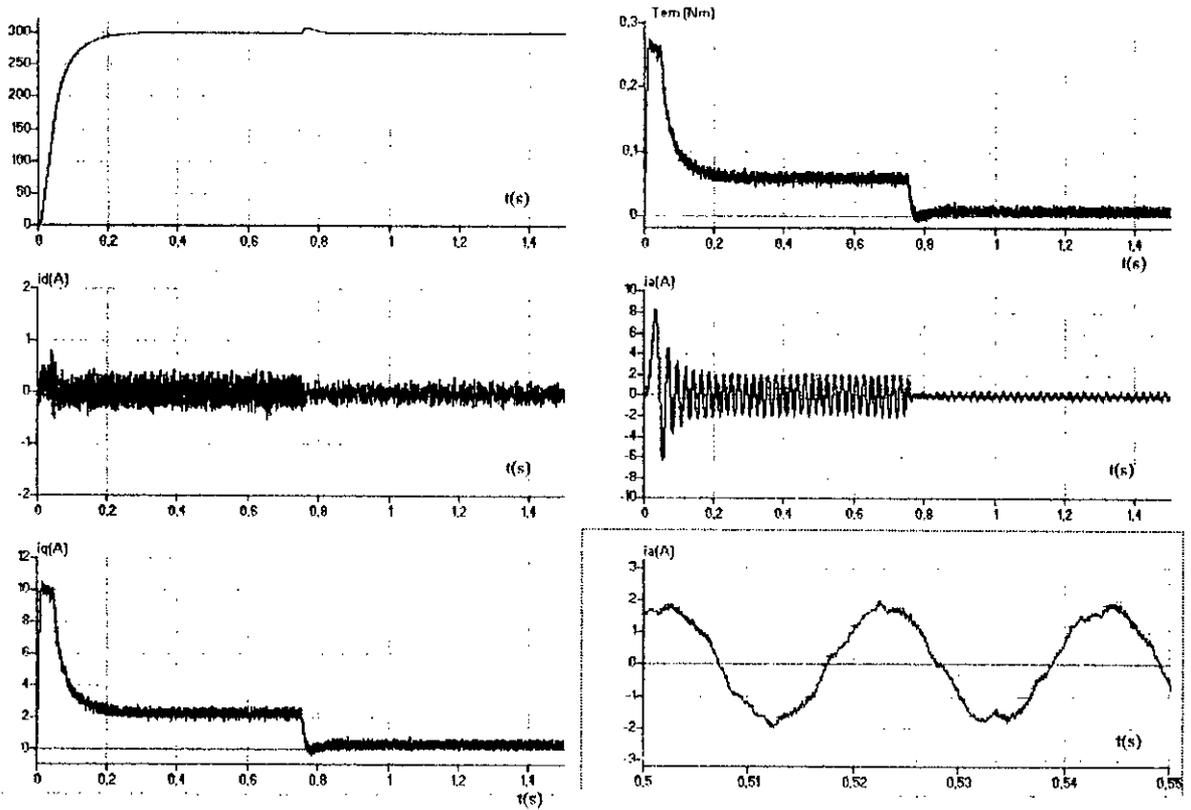


Figure II.27.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge.  $K_{p\Omega}=0.2$ ,  $K_{i\Omega}=6$ ,  $K=3000$ .

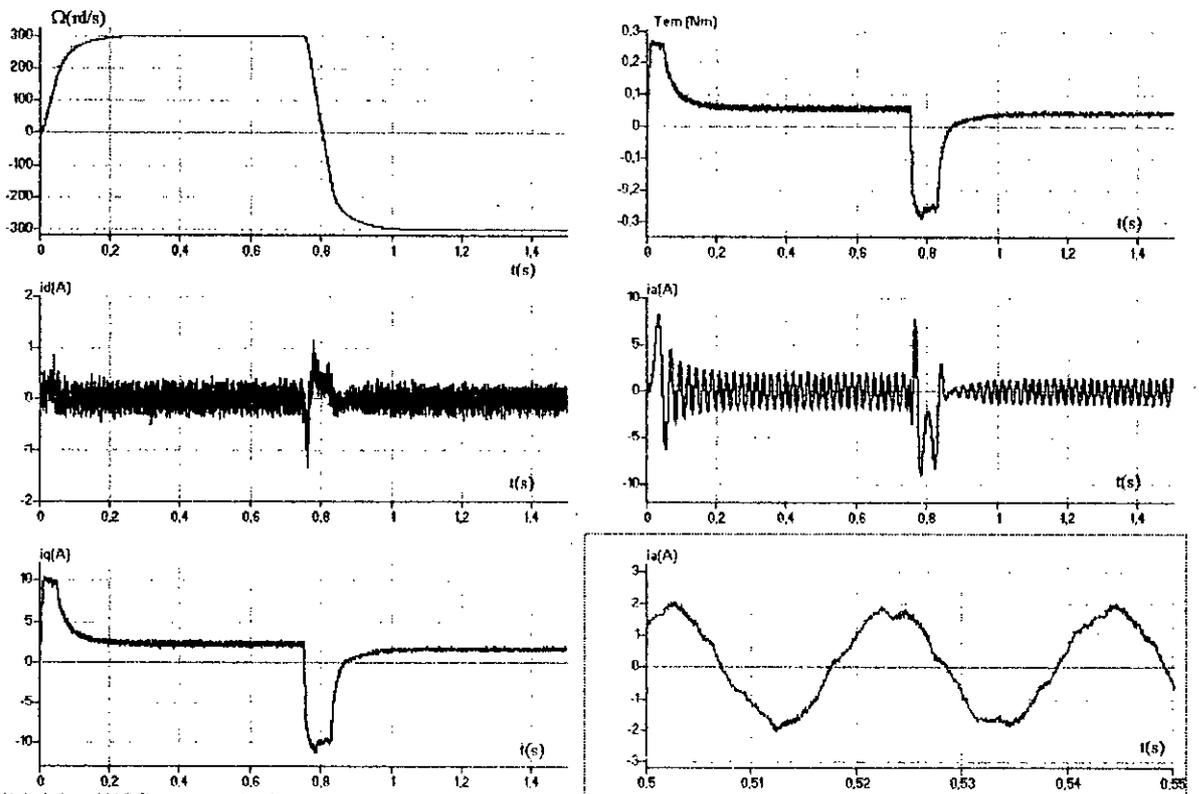


Figure II.27.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche à charge nominale.  $K_{p\Omega}=0.2$ ,  $K_{i\Omega}=6$ ,  $K=3000$ .

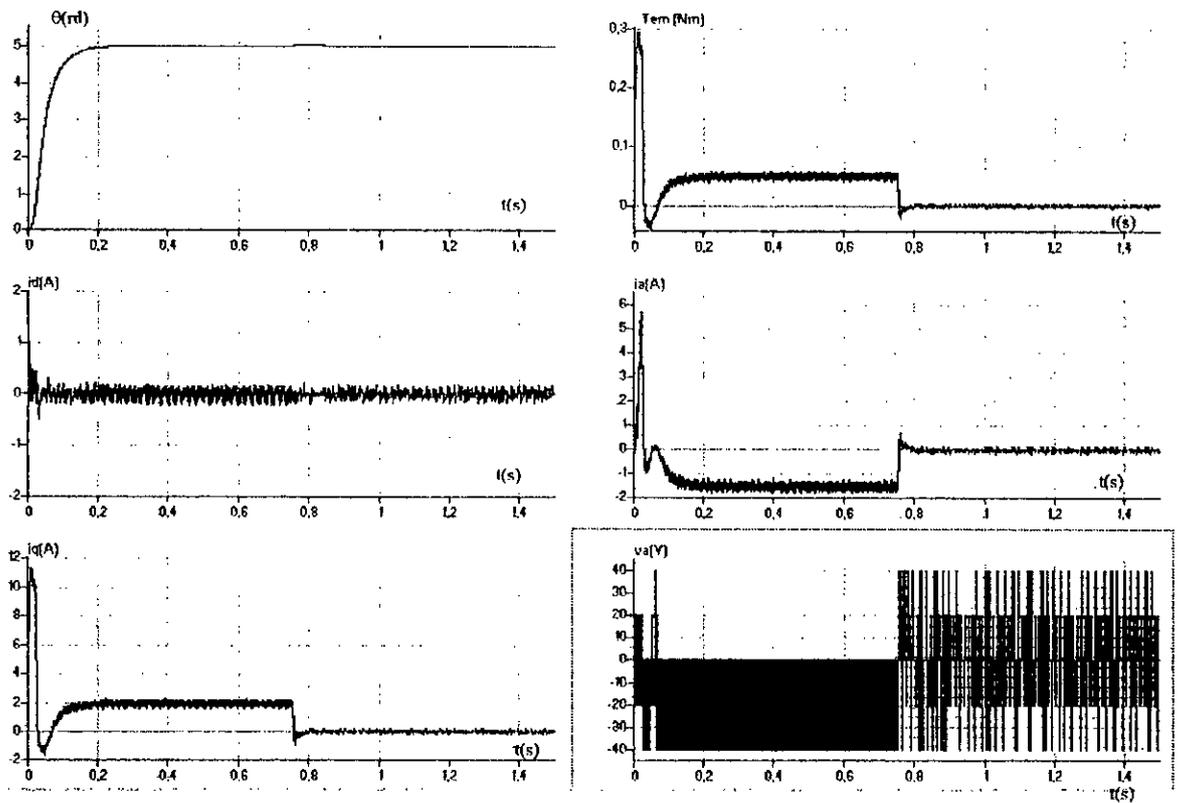


Figure II.28.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge.  $K_{\theta}=20$ .

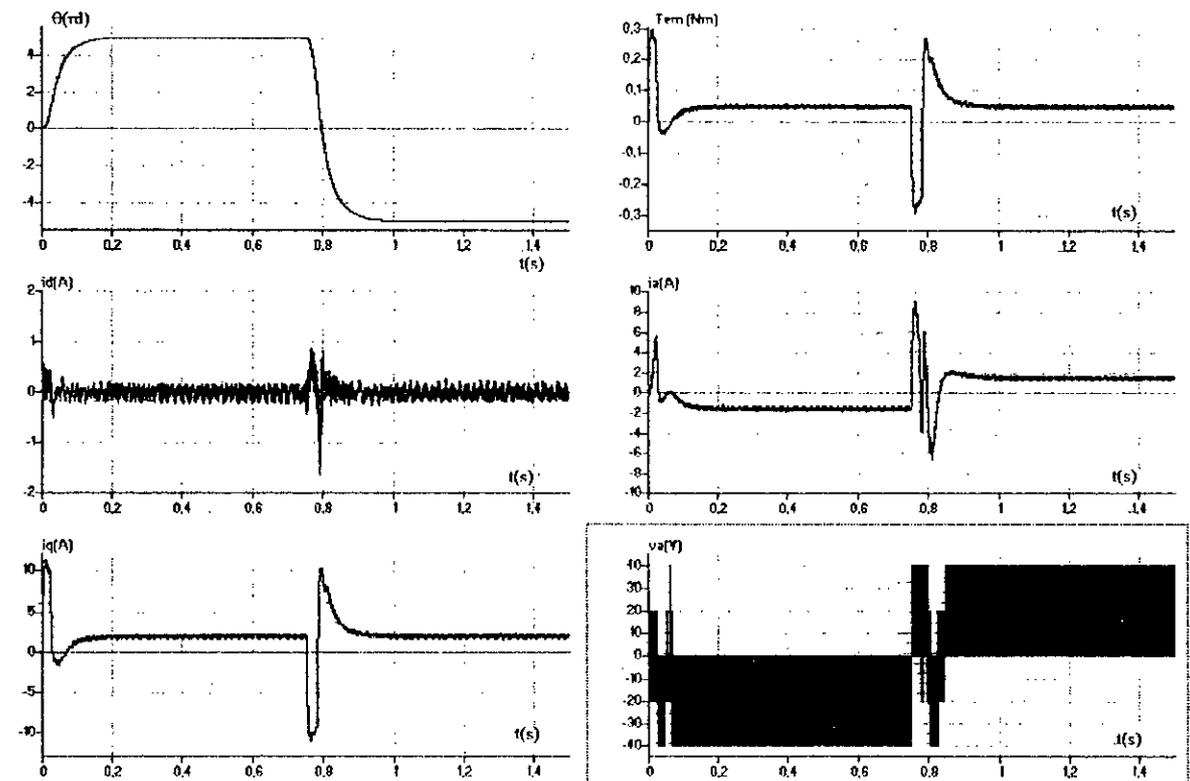


Figure II.28.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du positionnement à charge nominale.  $K_{\theta}=20$ .

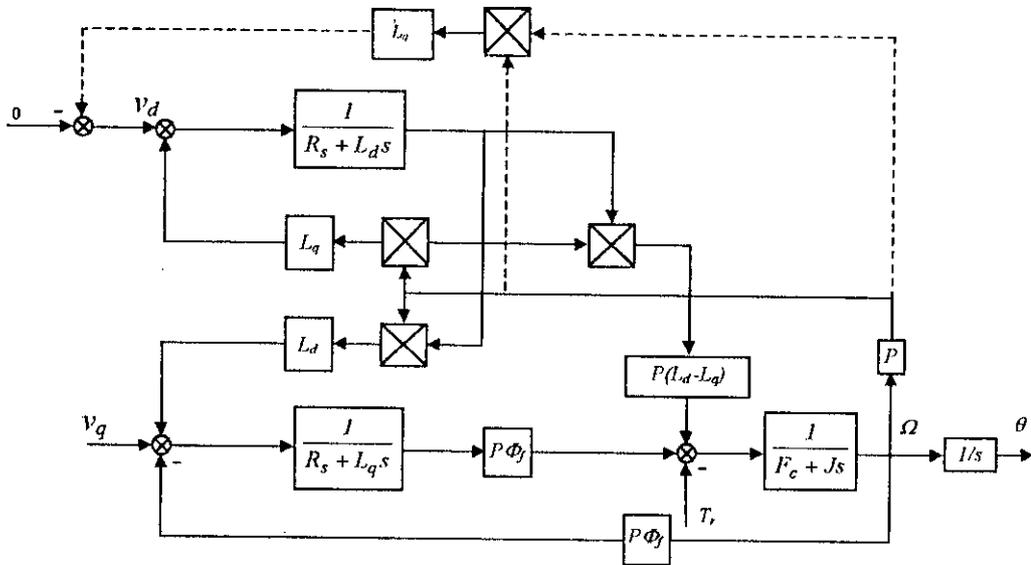


Figure II.29. Schéma du moteur synchrone à aimants permanents avec découplage

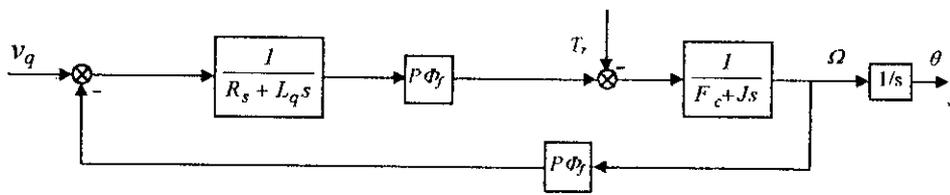


Figure II 30. Modèle de la machine synchrone lorsque le découplage est parfaitement réalisé.

**II.1.3.1. COMMANDE EN VITESSE / POSITION DE LA MSAP BASEE SUR LE MODELE SIMPLIFIE**

La figure II.31 donne une vue globale des opérations à réaliser pour commander la vitesse ou la position de la MSAP. La tension  $v_d^*$  est calculée par l'équation II.46 en utilisant l'estimation II.47, par contre la tension  $v_q^*$  est fournie par un régulateur du type PI. Le système de tensions triphasées de référence à appliquer sur l'onduleur sera obtenu par une transformation de coordonnées  $(d q-a b c)$ .

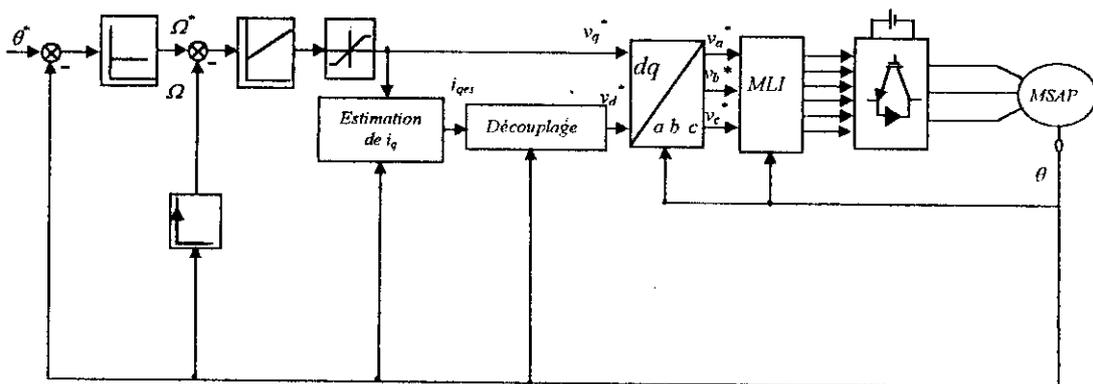


Figure II 31. Schéma global de la commande vectorielle simplifiée

**II.4.3.2. SYNTHÈSE DES RÉGULATEURS DE VITESSE ET DE POSITION**

La solution retenue, consiste à réguler la position au moyen d'un régulateur proportionnel et la vitesse avec un régulateur *PI* figure II.32.

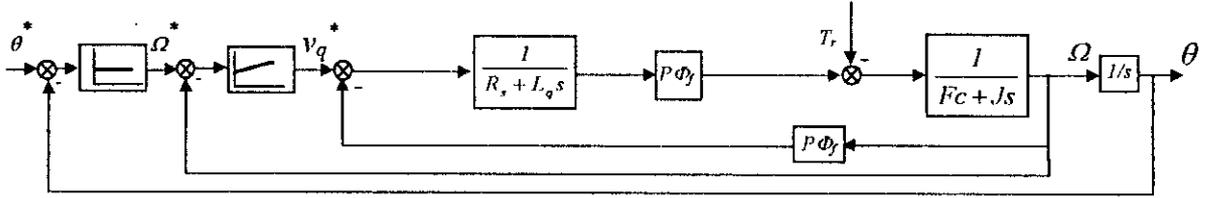


Figure II.32. Schéma bloc de la boucle de régulation de la position/vitesse.

En choisissant un régulateur *PI* ayant une fonction de transfert  $K_{p\Omega} + \frac{K_{i\Omega}}{s}$  la boucle de régulation de la vitesse figure II.33 devient.

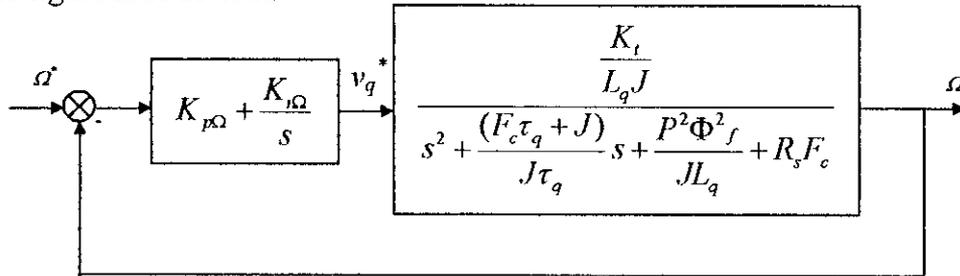


Figure II.33. Schéma fonctionnel de la régulation de la vitesse basée sur le modèle simplifié.

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par

$$\frac{\Omega^*(s)}{\Omega(s)} = \frac{P\Phi_f (K_{P\Omega} s + K_{i\Omega}) / (L_q J)}{s^3 + \left( \frac{J R_s + L_q F_c}{J L_q} + \frac{P\Phi_f + K_{P\Omega}}{J L_q} \right) s^2 + \left( \frac{P^2 \Phi_f + R_s F_c}{J L_q} \right) s + \frac{P\Phi_f + K_{i\Omega}}{L_q J} \quad (II.49)$$

L'équation caractéristique est donnée par

$$D(s) = s^3 + \left( \frac{J R_s + L_q F_c + P\Phi_f K_{P\Omega}}{J L_q} \right) s^2 + \left( \frac{P^2 \Phi_f + R_s F_c}{J L_q} \right) s + \frac{P\Phi_f + K_{i\Omega}}{J L_q} \quad (II.50)$$

L'identification de cette équation avec une équation désirée qui possède deux pôles complexes conjugués  $s_{1,2} = \rho(I \pm j)$  et un pôle réel  $s_3 = -\rho$  permet de déterminer les gains du régulateur.

$$K_{P\Omega} = \frac{2JL_q \rho^2 - 2(JR_s + L_q F_c)\rho + (P\Phi_f)^2 + R_s F_c}{2P\Phi_f \rho} \quad (II.51)$$

$$K_{i\Omega} = \frac{JL_q \rho (-2JL_q \rho^2 + (P\Phi_f)^2 + R_s F_c)}{P\Phi_f}$$

Le calcul du gain du régulateur de position se fait selon les directives citées dans le paragraphe II.4.1.2.

### II. 4.3.3. SIMULATION NUMERIQUE

Nous présentons quelques résultats de simulation qui montrent la faisabilité de l'approche simplifiée pour la commande du moteur synchrone à aimants permanents. Les résultats obtenus sont regroupés à la figure II.34.a.b et la figure II.35.a.b. Comme on peut le constater ces résultats montrent que la commande vectorielle simplifiée présentent des performances fort intéressantes. Malgré les différentes simplifications introduites, le moteur synchrone à aimants permanents pouvait être contrôlé en vitesse ou en position avec ou sans mesure des courants.

## II.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, la commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents a été synthétisée. La mise au point par simulation de cette commande a permis d'améliorer les performances dynamiques et statiques de la machine, et a rendu possible l'obtention d'un modèle dynamique équivalent à celui d'une MCC.

Trois méthodes de commande de couple ont été étudiées. Nous avons constaté que la mise en œuvre de l'une ou l'autre n'apporte pas de différences significatives dans la dynamique de vitesse ou de position de la machine. Dans les trois méthodes le moteur atteint rapidement sa référence car le courant direct est annulé rapidement, et le moteur dispose d'un couple maximum ce qui autorise une forte accélération.

L'étude comparative de la forme de courant et de la faisabilité de l'implémentation pratique semble plus intéressante.

Dans le cas du contrôle par hystérésis, qui est une commande simple à mettre en œuvre, le courant est très chargé d'harmonique, le taux d'ondulation du couple dépend essentiellement de la capacité de commutation des interrupteurs. Dans le cas de la commande MLI le courant est moins chargé d'harmonique, de plus la fréquence de hachage des interrupteurs est constante, d'où une connaissance a priori du fonctionnement de celle-ci. La méthode de contrôle par hystérésis est facile à mettre en œuvre, c'est une méthode ne nécessitant pas la connaissance des paramètres de la machine pour réaliser le découplage.

La méthode de contrôle des courants dans le référentiel  $(d, q)$  nécessite la connaissance du modèle électrique de la machine, de plus l'algorithme de commande des courants nécessite l'utilisation des microprocesseurs rapides afin d'effectuer toutes les opérations de calcul dans un temps compatible aux périodes d'échantillonnage des différentes variables.

Dans la commande simplifiée, l'algorithme de commande est réduit, ce qui permet de l'implémenter autour d'un microprocesseur moins coûteux, mais présente l'inconvénient de n'être utilisé qu'avec des machines de faibles puissance, où la régulation des courants n'est pas importante et le contrôle précis du couple n'est pas exigé. Le choix de l'une ou de l'autre de ces commandes dépend finalement de l'application pour laquelle la commande est développée.

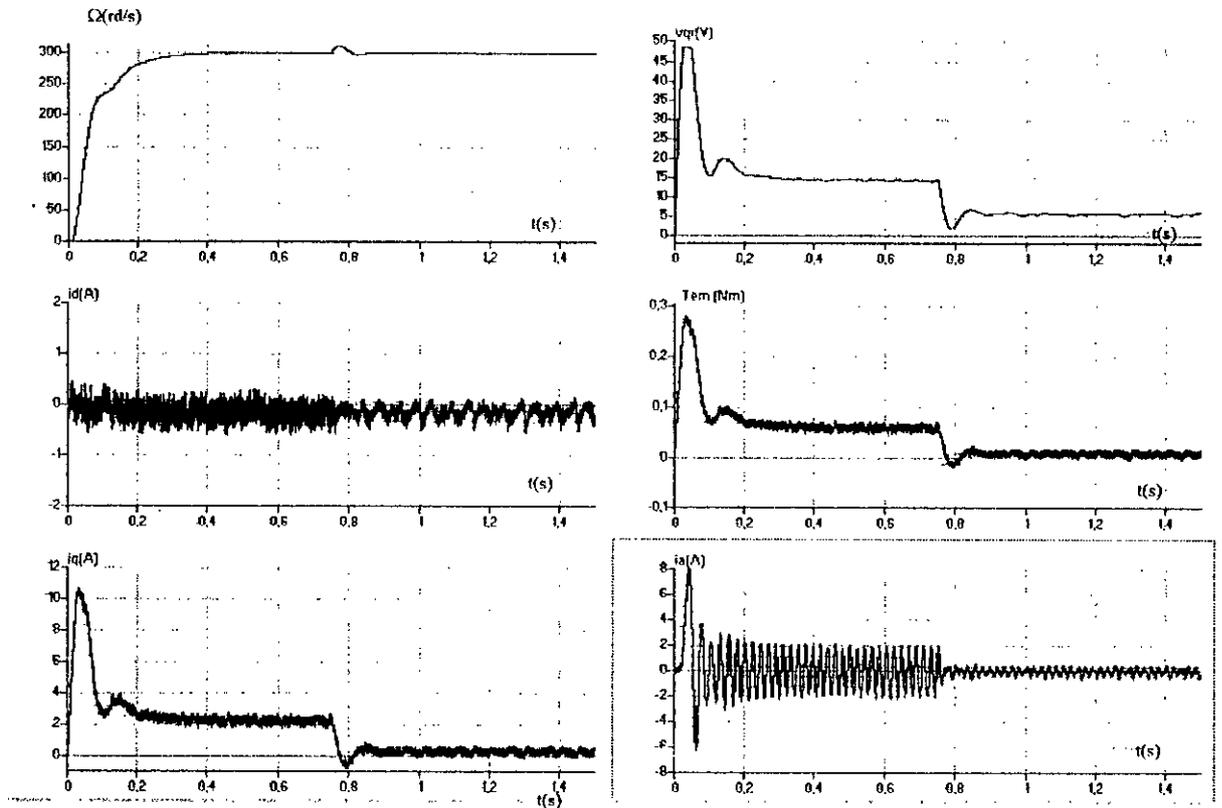


Figure II.34.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge.  $\rho=75$ .

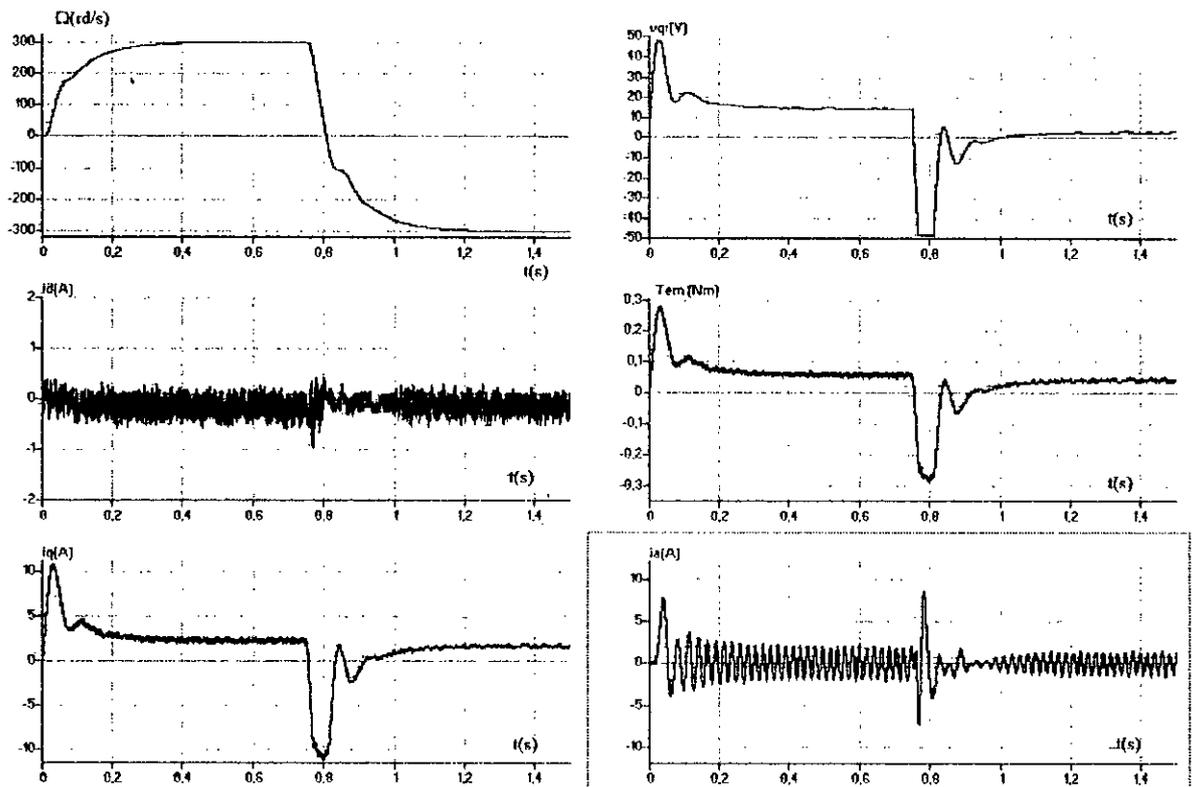


Figure II.34.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche à charge nominale.  $\rho=75$ .

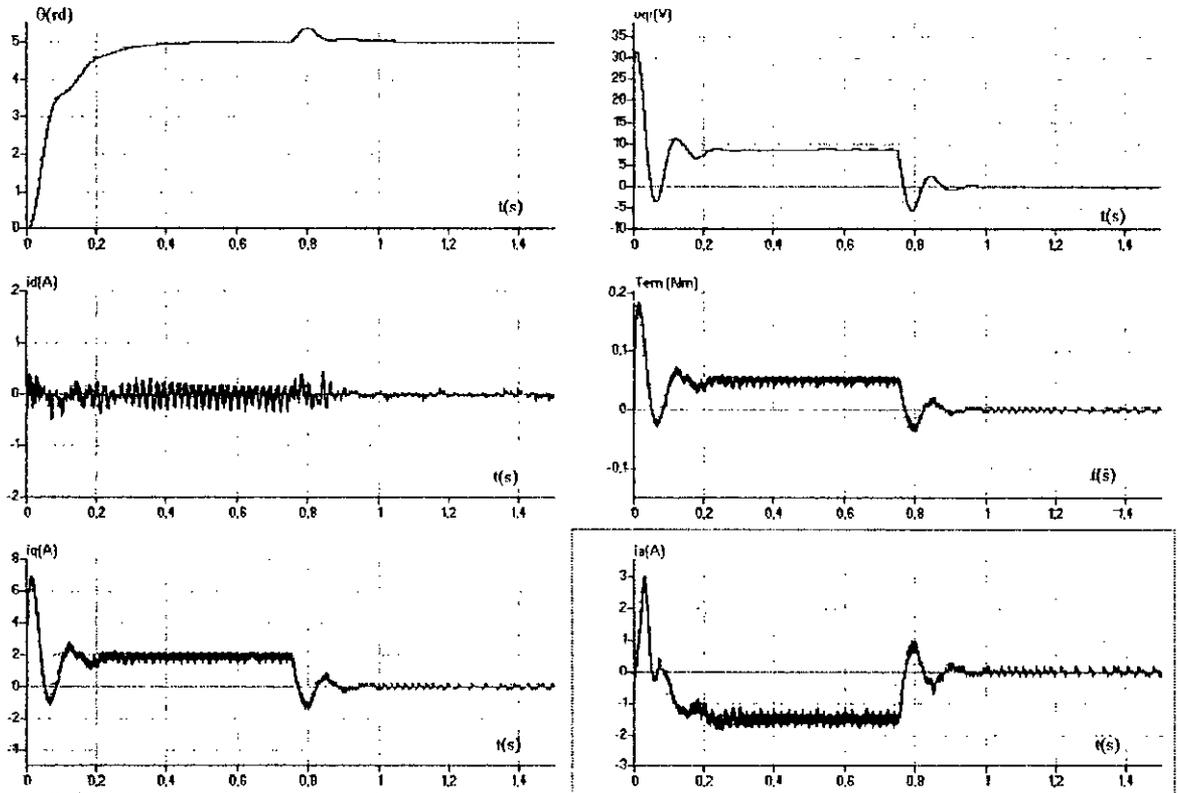


Figure II.35.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge  $\rho=12$ .

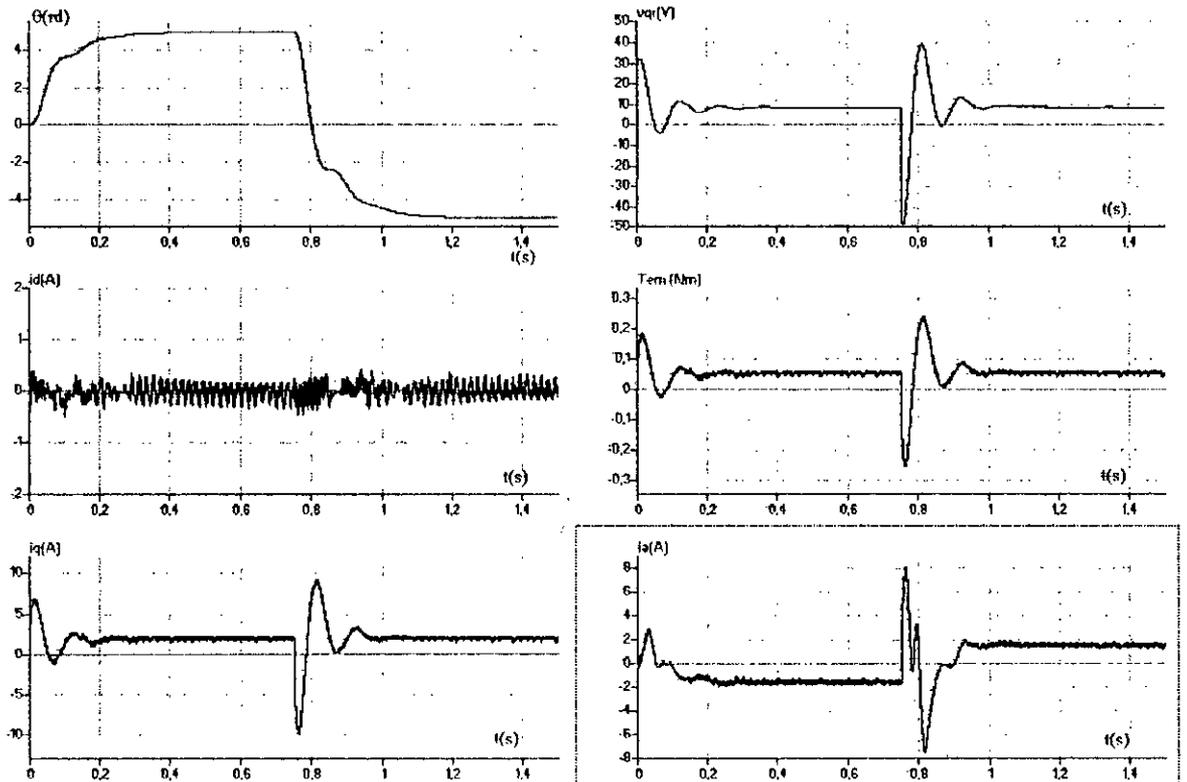


Figure II.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du positionnement à charge nominale  $\rho=12$ .

# CHAPITRE

## COMMANDE PAR MODE GLISSANT DE LA MSAP (TRAITEMENT DANS LE PLAN DE PHASE)

### INTRODUCTION

**L**ES ALGORITHMES classiques (régulateurs à action proportionnelle, intégrale et dérivée par exemple) permettent de commander avec précision des processus linéaires non perturbés et à paramètres constants. Lorsque la partie commandée est soumise à des perturbations et à des variations de paramètres relativement faibles, de tels algorithmes peuvent s'avérer suffisants, surtout si les exigences sur la précision et sur les caractéristiques dynamiques du système de commande ne sont pas strictes. Dans le cas contraire on peut avoir recours à une solution auto-adaptative, qui par réajustement des paramètres des régulateurs, permet de conserver des performances fixées à l'avance en présence de perturbations et de variations de paramètres de la partie commandée. Cette solution présente l'inconvénient de nécessiter une mise en œuvre souvent complexe. Il est possible dans certains cas, d'envisager une autre solution plus simple, faisant appel à une classe particulière de systèmes de commande, appelés "Systèmes à Structure Variable". Ces systèmes ont fait l'objet depuis longtemps de travaux importants, en ex-Union Soviétique par V. Utkin [Utkin 77-87-92], aux Etats Unis par J.J. Slotine [Slotine 84-86-91], au Japon par H. Hashimoto [Hashimoto 87-88] et ceci à partir des travaux théoriques du mathématicien Russe A.F. Filipov [Filipov 64].

La théorie des systèmes à structure variable (SSV) et les modes glissants associés (MG) est une technique de commande non linéaire. Elle est caractérisée par la discontinuité de la commande au passage par une surface de commutation. L'évolution et le développement des systèmes à structure variable avec cette commande a eu lieu en ex-Union Soviétique tout d'abord par Emelyanov [Emelyanov 67] puis par Utkin. Par la suite, de nombreux travaux ont été menés par tout ailleurs, soit pour compléter l'étude théorique, soit pour l'appliquer aux systèmes physiques. L'utilisation de cette méthode de commande a été longtemps limitée par les oscillations causées par le phénomène de Chattering. En effet, les composants semi-conducteurs utilisés en interrupteurs avaient une fréquence de commutation limitée. Ce n'est qu'à partir du début des années 80 que la commande des systèmes à structure variable est devenue très attractive [Sabanovic 81], elle est considérée comme une des approches les plus simples pour la commande des systèmes ayant un modèle imprécis [Sabanovic 89], [Slotine 84], [Utkin 93].

L'intérêt récent accordé à cette technique de commande est dû essentiellement à la disponibilité d'interrupteurs rapides et de microprocesseurs plus en plus performants permettant la commande en temps réel des systèmes dynamiques [Boujdema 91]. Pour un aperçu général des différentes applications de cette technique de commande et les résultats théoriques se référer à [Hung 93], [Utkin 93], [Hashimoto 87]. Le but de ce chapitre est de présenter le concept de la commande par mode de glissement traité dans le plan de phase, ainsi que son application pour le réglage de la vitesse (position) de la MSAP en considérant le modèle non linéaire. En premier lieu nous introduisons quelques notions générales sur les systèmes à structure variable pour aboutir à définir la phase de glissement. En second lieu, l'application de cette technique de commande est mise au point afin de valider les résultats théoriques.

### III.1. SYSTEMES A STRUCTURE VARIABLE

On appelle système à structure variable un système de commande dont les paramètres des régulateurs peuvent prendre deux valeurs, la commutation d'une valeur à une autre s'effectuant à la traversée d'une surface de l'espace de phase du système de façon à contraindre les points représentatifs du mouvement du système à rester sur cette surface. On dit que le système est en régime glissant ou en glissement sur la surface considérée. Le mathématicien A.F. Filipov [Filipov 64] a étudié les propriétés de la solution des équations décrivant le comportement de tels systèmes. La caractéristique essentielle du mouvement en régime glissant réside dans son indépendance vis-à-vis des perturbations des paramètres de la partie commandée, dans l'hypothèse où la condition de régime glissant n'est pas mise en défaut. De plus, un système à structure variable peut avoir de nouvelles propriétés et une nouvelle trajectoire qui ne sont dans aucune de ses structures utilisées [Hung 93], [Gayed 96]. L'exemple suivant est présenté pour illustration [Hung 93], [De Carlo 87].

Soit un système du deuxième ordre figure III.1 décrit par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2y - x - u \\ u &= -\psi x \end{aligned} \tag{III.1}$$

avec  $\psi = -4$  ou  $4$

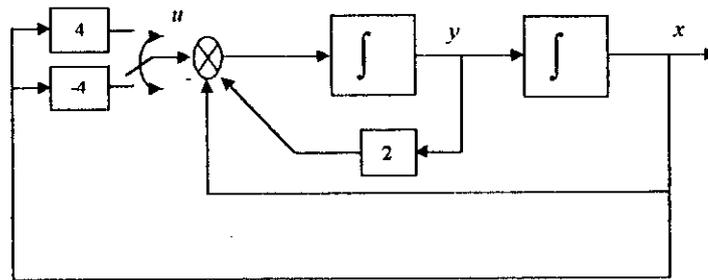


Figure III.1. Schéma bloc du système à structure variable

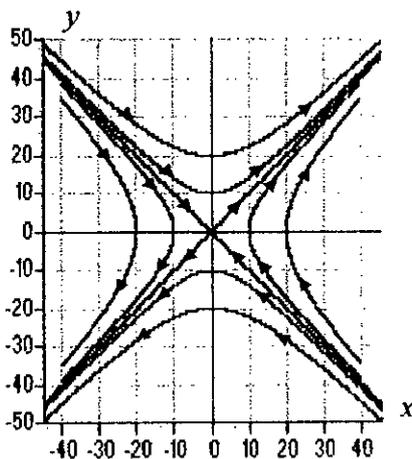


Figure III.2. Représentation de la trajectoire dans le plan de phase pour  $\psi=4$

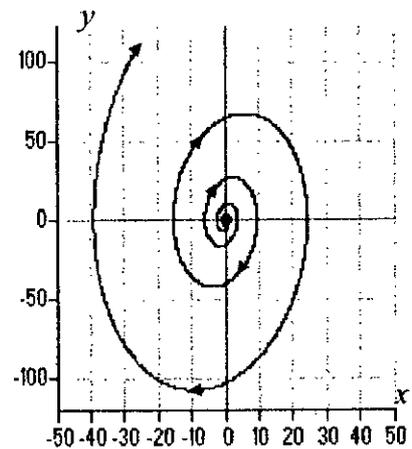


Figure III.3. Représentation de la trajectoire dans le plan de phase pour  $\psi=-4$

Pour la valeur  $\psi = 4$ , les racines du système sont réelles, son portrait dans le plan de phase présente un point col, avec deux asymptotes  $y = -x$  et  $y = 3x$  figure III. 2. Pour la valeur de  $\psi = -4$  le système présente des racines complexes, son mouvement dans le plan de phase figure III.3 est une spirale divergente, avec un point d'équilibre instable à l'origine  $(0,0)$ . Nous remarquons que seule la trajectoire qui suit la droite  $\sigma(x) = y + cx$  avec  $c = 0,5$  fait tendre l'état vers l'origine du plan de phase.

Nous définissons alors une fonction de commutation  $F(x)$  qui est le produit de la droite  $\sigma(x)$  et la droite  $x=0$

$$F(x) = \sigma(x)x \quad (\text{III.2})$$

Cette fonction partage le plan de phase en 4 régions comme montre le la figure III.4. Nous définissons la logique de commutation qui assure la stabilité et la convergence de l'état par

$$\psi = \begin{cases} -4 & \text{pour } F(x) > 0 \\ 4 & \text{pour } F(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

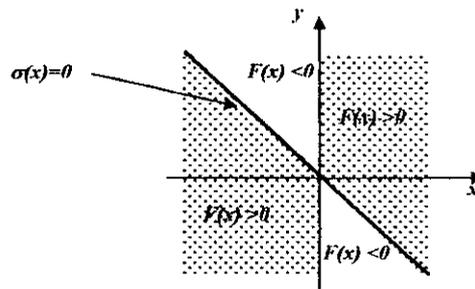


Figure III.4. Partage du plan de phase suivant la fonction  $F(x)$ .

La loi de commande  $u(t)$  doit être conçue de façon à amener les points représentatifs de l'équation de système à l'origine du plan de phase, pour cela nous cherchons à mettre le système sur la droite  $\sigma(x) = y + cx$ . L'évolution du système sur cette droite peut alors être décrite par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -cx \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Ainsi, les caractéristiques dynamiques du mouvement sont alors indépendantes des variations paramétriques de la partie commandée ainsi que des perturbations extérieures, et ne dépendront que du paramètre  $c$  caractérisant cette droite. Le choix du coefficient  $c$  de la droite de commutation  $\sigma(x)$  devra être tel que

- L'origine soit stable pour toutes trajectoires appartenant à la loi  $\sigma(x) = 0$ .
- Le comportement en fonctionnement désiré sur la droite  $\sigma(x)$  soit satisfait.

En effet, on aura à choisir le coefficient  $c$  en le comparant au paramètre variable du système commandé. Dans plusieurs cas, la valeur du gain  $\psi$  n'est pas connue auparavant. La détermination de ce gain dépendra des paramètres du système et de la pente  $c$  de la droite  $\sigma(x)$ . La figure III.5.a.b. représente le comportement du système dans les plans de phase. Deux cas se présentent suivant la valeur de  $c$ .

### 1<sup>er</sup> cas $c \geq 0,5$

L'état du système converge puis glisse sur la droite  $\sigma(x) = 0$  pour atteindre l'origine du plan de phase. Par contre, en présence d'une perturbation à  $t=t_0$ , la trajectoire du système s'écarte de la droite  $\sigma(x) = 0$  et ne l'intercepte (trajectoire en pointillés) de nouveau qu'à  $t = t_1$  figure III.5.a.

### 2<sup>ème</sup> cas $0 \leq c \leq 0,5$ .

Si nous appliquons une perturbation quand l'état du système est sur la droite  $\sigma(x)$ , nous pouvons constater que la trajectoire de l'état sera immédiatement forcée vers cette droite, puisque toutes les trajectoires du système sont dirigées vers celle-ci figure III.5.b.

La droite vers laquelle se dirige les trajectoires d'état de chaque côté dans le plan de phase est appelée "surface de glissement"  $S(x)$ . Le mouvement le long de cette surface qui tend vers l'origine est appelé "mode de glissement".

Quelques remarques importantes doivent être tirées de cet exemple [Hung 93]

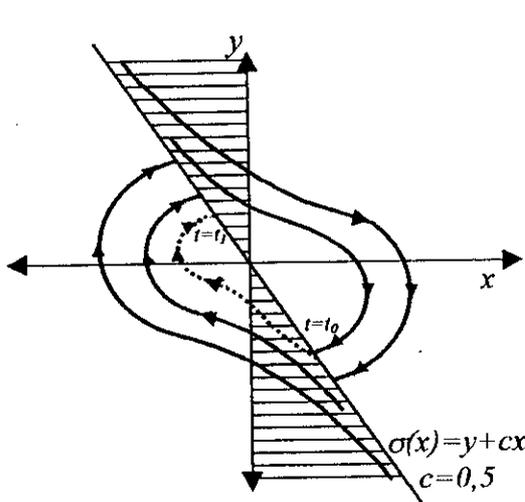


Figure III.5.a. Trajectoire dans le plan de phase pour  $c > 0,5$

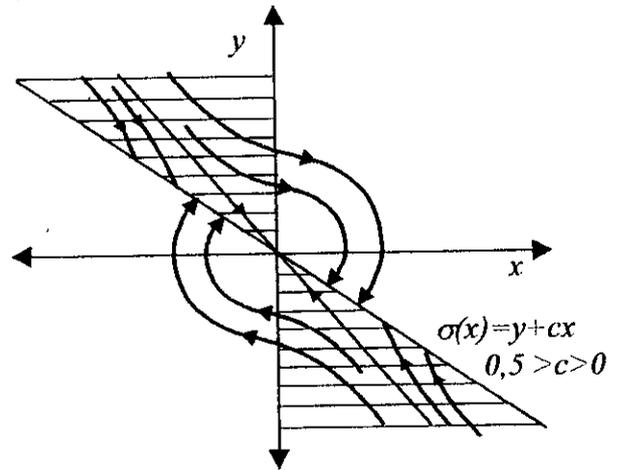


Figure III.5.b. Trajectoire dans le plan de phase pour  $0,5 > c > 0$

1. Tant que l'origine du plan de phase représente l'état d'équilibre du système, le mode de glissement caractérisé par  $S(x) = x + cy$  représente le comportement dynamique durant le mode de convergence.
2. Le mode de glissement est un fonctionnement particulier qui ne se trouve pas naturellement dans l'une des structures du système original.
3. La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinguées figure III.6.

- A. Le mode de convergence (MC) :** Durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point du plan de phase et tend vers la surface de commutation  $S(x)=0$ , et l'atteint dans un temps fini. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- B. Le mode de glissement (MG) :** Durant lequel la variable d'état atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique en ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement  $s(x)=x+cy$ .
- C. Le mode régime permanent (MRP) :** Il est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (l'origine du plan de phase). Il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande. Il est utilisé pour l'étude des systèmes linéaires [Bühler 86].

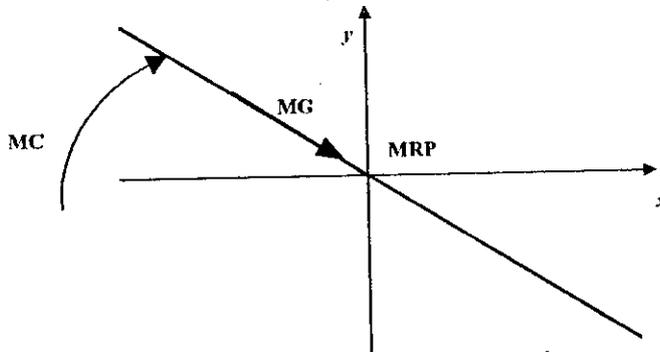


Figure III.6. Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

La surface  $S(x)$  est localement attractive, et lorsque les points représentatifs du système rencontrent cette surface, ils seront contraints de rester dans un voisinage de cette surface tel que  $|S(x)| < \varepsilon$ . Par passage à la limite, nous dirons que le mouvement s'effectue alors sur la surface et peut être décrit par l'équation  $S(x)=0$ , qui sera dénommée surface de glissement (ou de commutation). Ce mouvement sera appelé régime glissant idéal. Dans ce cas nous aurons des oscillations de fréquence infinie et d'amplitude nulle. Les points représentatifs du mouvement glissent parfaitement sur la surface de commutation  $S(x)$ .

En pratique, le régulateur présente des imperfections inévitables (approximations des dérivées hystérésis, et retard pour l'organe de commutation) et le modèle de la partie commandée résulte lui-même de certaines approximations. En conséquence, il apparaît une détérioration de la qualité du régime glissant, qui correspond alors à des oscillations de fréquences finies et d'amplitudes non nulles autour de  $S(x)$  ; un tel régime glissant sera appelé régime glissant pratique. L'élaboration d'un algorithme de commande sera faite en supposant le régime glissant idéal. Par contre, l'estimation de la précision et éventuellement de la stabilité d'une telle commande nécessitera l'étude du régime glissant pratique faisant intervenir des imperfections de régulateurs ainsi que l'approximation faite sur le modèle mathématique.

### III.2. CONCEPTION DE LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

L'intérêt d'une commande à structure variable est multiple [Bühler 86], [Sabanovic 89] [Hung 93], [Gao 93-95], [Gayed 95], [Sira-Ramirez 93]. Le plus grand est évidemment lié aux propriétés de robustesse remarquable qu'elle permette d'obtenir (une fois le régime glissant est atteint). Mais il faut signaler aussi la simplicité de la mise en œuvre, l'adaptation, aussi bien aux processus linéaires qu'aux non linéaires. Quant au phénomène de "Chattering" qui lui est conceptuellement associé et qui, à l'origine, a limité son utilisation, il est actuellement bien maîtrisé et peut être éliminé par des procédés simples comme la linéarisation dans un voisinage des surfaces de commutation. Ce type de commande peut être également utilisé d'une manière tout à fait

analogue, non seulement en régulation, mais dans les problèmes de poursuite de trajectoires ou de poursuite de modèle [Fossard 93]. La conception des contrôleurs par mode de glissement prend en compte les problèmes de stabilité et des bonnes performances. La conception de cette commande peut être divisée en trois étapes principales

1. Le choix des surfaces.
2. L'établissement des conditions d'existence et de convergence.
3. La détermination de la loi de commande.

### III.3. CHOIX DE LA SURFACE DE GLISSEMENT

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre nécessaire ainsi que la forme. C'est deux facteurs sont en fonction de l'application et l'objectif visé. En général, concernant le nombre de surfaces nous pouvons trouver dans la littérature pour un système défini par l'équation d'état suivante

$$\dot{X}(t) = A(X, t) + B(X, t)V(t) \tag{III.5}$$

Il faut choisir  $m$  surfaces de glissement pour un vecteur  $V$  de dimension  $m$ . En ce qui concerne la forme de la surface, deux possibilités se présentent, soit dans le plan de phase ou dans l'espace d'état. Dans ce dernier cas, on trouve la méthode connue par "loi de commutation par contre réaction d'état" [Bühler 86], [Gao 93-95], [Hung 93]. Celle-ci utilise les concepts du réglage par contre réaction d'état pour synthétiser la loi de commutation. L'étude détaillée de cette approche est évoquée dans le chapitre IV. Dans le cas du traitement dans l'espace de phase, la fonction de commutation est une fonction scalaire, telle que la variable à régler glisse sur cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase [Slotine 84-86-91], [Gayed 95-96]. Ainsi la surface  $S(x)$  représente le comportement dynamique désiré du système. J.J.Slotine nous propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable  $x$  à sa valeur de consigne.

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x\right)^{r-1} e(x) \tag{III.6}$$

$x$  : variable à réguler

$e(x)$  : l'écart de la variable à réguler  $e(x) = x^* - x$ .

$\lambda_x$  : une constante positive qui interprétera la bande passante du contrôle désiré.

$r$  : degré relatif = au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande.

pour $r=1$	$S(x) = e(x)$	(III.7)
pour $r=2$	$S(x) = \lambda_x e(x) + \dot{e}(x)$	
pour $r=3$	$S(x) = \lambda_x^2 e(x) + 2\lambda_x \dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$	

$S(x)=0$  est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est  $e(x)=0$  pour un choix convenable du gain  $\lambda_x$ . En d'autre terme, la difficulté revient à un problème de poursuite de trajectoire, ce problème est équivalent à celui du problème qui consiste à amener les points représentatifs du système à rester sur la surface de glissement défini par l'équation  $S(x)=0$  Ceci est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant une condition de convergence. La

linéarisation exacte de l'écart figure III.7. consiste à forcer la dynamique de l'écart d'être une dynamique d'un système linéaire autonome d'ordre  $r$ .

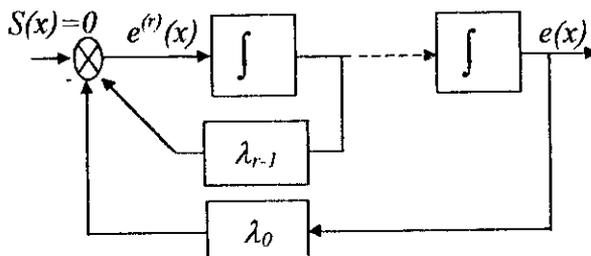


Figure III.7. Linéarisation exacte de l'écart

### III.4. CONDITION DE CONVERGENCE

On réalise la condition de glissement afin de contraindre les points représentatifs de la trajectoire à rester sur la surface de glissement. Nous retenons dans la littérature deux conditions, celles ci correspondent au mode de convergence de l'état du système.

#### III.4.1. LA FONCTION DIRECTE DE COMMUTATION

C'est la première condition de convergence, elle a été proposée par Emilyanov et Utkin [Utkin 77] [Emilyanov 67]. Elle est donnée par

$$\dot{S}(x) > 0 \text{ lorsque } S(x) < 0 \quad (\text{III.8})$$

$$\dot{S}(x) < 0 \text{ lorsque } S(x) > 0$$

Autrement dit nous avons

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad (\text{III.9})$$

Dans cette condition, il faut introduire pour  $S(x)$  et sa dérivée  $\dot{S}(x)$  les valeurs justes à gauche ou adroite de la droite de commutation. Puisque  $S(x)$  change de signe aux deux cotés de la droite de commutation. La condition III.9 est équivalente à exiger que la dérivée de  $S(x)$  doit aussi changer de signe lorsqu'on passe d'un coté à l'autre de la droite. Ceci s'exprime par

$$\text{Signe} \dot{S}(x, V_{\max}) = -\text{Signe} \dot{S}(x, V_{\min}) \quad (\text{III.10})$$

#### III.4.2. FONCTION DE LYAPONOV

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive  $V(x) > 0$  pour les variables d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction. Elle est utilisée pour estimer les performances de la commande et l'étude de la robustesse, et garantir la stabilité des systèmes non linéaires.

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{avec} \quad V(x) > 0 \quad (\text{III.11})$$

En définissant la fonction de Lyapunov par

$$V(x) = \frac{1}{2} S(x)^2 \quad (\text{III.12})$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. Ceci est vérifié si

$$S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (\text{III.13})$$

Cette équation explique que le carré de la distance vers la surface, mesuré par  $S(x)^2$ , diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface des deux côtés figure III.8. Cette condition de convergence suppose un régime glissant idéal. Dans le cas d'un régime glissant pratique la condition de convergence prend la forme suivante [Slotine 91], [Rachid 96], [Khalil 96].

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S(x)^2 \leq -\eta |S(x)| \quad (\text{III.14})$$

Où  $\eta$  est une constante positive, qui définira le temps de convergence vers la surface de glissement. La satisfaction de la condition III.14, garantit que si la condition  $x(t=0)$  n'est pas vérifiée exactement, ce qui revient à supposer que  $x(t=0)$  soit en dehors de  $x^*(t=0)$ , la surface  $S(x)$  sera atteinte en un temps  $T_r$  fini plus petit que [Ifrah 95], [Slotine 91].

$$T_r = \frac{S(t=0)}{\eta} \quad (\text{III.15})$$

L'idée derrière les équations III.6 et III.14 est de choisir une fonction de l'erreur de poursuite, ensuite de sélectionner une loi de commande telle que  $S(x)^2$  reste une fonction de Lyapunov pour le système en boucle fermée.

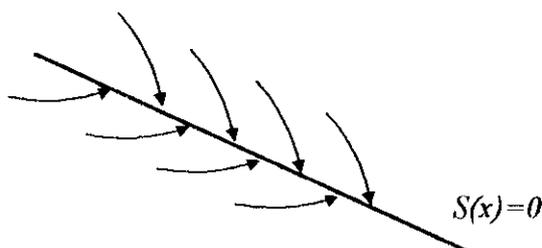


Figure III.8. Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement

### III.5. CALCUL DE LA COMMANDE

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la variable à régler vers la surface, ensuite vers son point d'équilibre (origine du plan de phase) en maintenant la condition d'existence du mode glissant.

#### III.5.1. DEFINITION DES GRANDEURS DE LA COMMANDE

Lorsqu'il y a un régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour seul but que de maintenir les conditions de glissement, c'est à dire l'attractivité de la surface de commutation. C'est pourquoi la surface de glissement a pu être déterminée indépendamment de la commande, sur la base du système et les performances désirées. Comme nous l'avons mentionné, l'obtention d'un régime glissant supposerait une commande discontinue.

De se fait, si cette composante est indispensable, elle n'empêche nullement, au contraire, qu'une partie continue lui soit adjointe pour diminuer l'amplitude de la discontinuité. La partie continue peut en effet amener à réduire autant qu'on veut la partie discontinue. dans les conditions nominale, et en absence de perturbation, la partie discontinue ayant essentiellement pour but de maintenir les conditions d'attractivité [Rachid 96]. De ce fait la structure de contrôleur comprend deux parties, une partie concernant la linéarisation exacte et l'autre stabilisante.

$$V(t) = V_{eq}(t) + V_n \quad (\text{III.16})$$

$V_{eq}(t)$  correspond à la commande équivalente proposée par Filipo et Utkin. Cette commande est considérée comme la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par

$$\dot{S}(x) = 0 \quad (\text{III.17})$$

Ainsi, la commande équivalente peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier, jouant le rôle du signal de valeur efficace appliquée sur le système à commander. Ainsi, la commande est discontinue et est commutée à fréquence élevée entre  $V_{max}$  et  $V_{min}$  et que  $V_{eq}$  n'est en fait que la valeur moyenne de ce signal discontinu modulé en large figure. III.9.

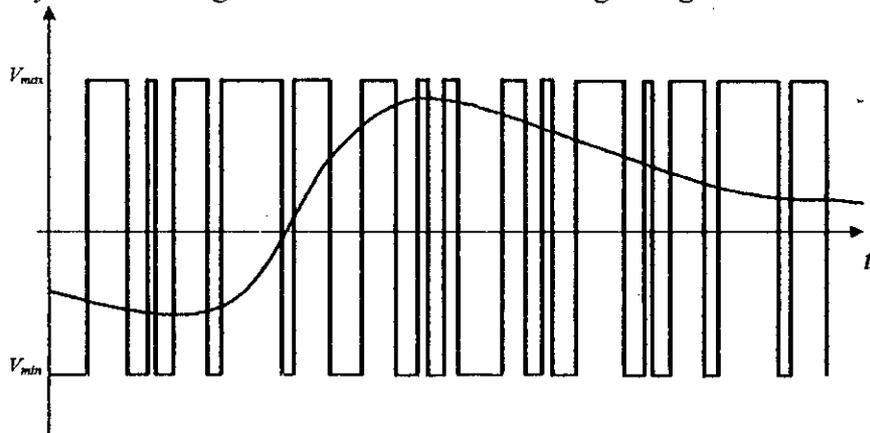


Figure III.9. La valeur continue  $V_{eq}$  prise par la commande lors de la commutation entre  $V_{min}$  et  $V_{max}$ .

La commande  $V_n$  est déterminée pour garantir l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfaire la condition

$$S(x)\dot{S}(x) < 0$$

### III.5.2. APPLICATION DE LA COMMANDE

Nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation III.5. Nous s'occupons du calcul de la commande équivalente, ensuite de la commande attractive.

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial X} [A(X,t) + B(X,t)V_{eq}(t)] + \frac{\partial S}{\partial t} [B(X,t)V_n] \quad (\text{III.18})$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent la dérivée de la surface est nulle. Ainsi nous aurons

$$\begin{aligned} V_{eq} &= - \left[ \frac{\partial S}{\partial X} B(X, t) \right]^{-1} \left[ \frac{\partial S}{\partial X} A(X, t) \right] \\ V_n &= 0 \end{aligned} \quad (III.19)$$

Durant le mode de convergence, en remplaçant  $V_{eq}$  par sa valeur dans l'équation III.18, nous obtenons la nouvelle expression de la dérivée de la surface.

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial X} B(X, t) V_n \quad (III.20)$$

Le problème revient à trouver  $V_n$  tel que

$$\dot{S}(x)S(x) = S(x) \frac{\partial S}{\partial X} B(X, t) V_n < 0 \quad (III.21)$$

La solution la plus simple est de choisir  $V_n$  sous forme de relais figure III.10. dans ce cas la commande  $V_n$  s'écrit comme suit

$$V_n = K \text{Signe}(S(x)) \quad (III.22)$$

En remplaçant l'expression de  $V_n$  dans III.21. on obtient

$$\dot{S}(x)S(x) = \frac{\partial S}{\partial X} B(X, t) K |S(x)| < 0 \quad (III.23)$$

Le facteur  $\frac{\partial S}{\partial X} B(X, t)$  est négatif pour la classe des systèmes que nous considérons. Le gain  $K$  est choisi positif pour satisfaire la condition III.23. Si  $K$  est choisi très petit, le temps de réponse sera très long, et s'il est choisi très grand nous aurons des fortes sollicitations de l'organe de commande qui peuvent exciter les dynamiques négligées.

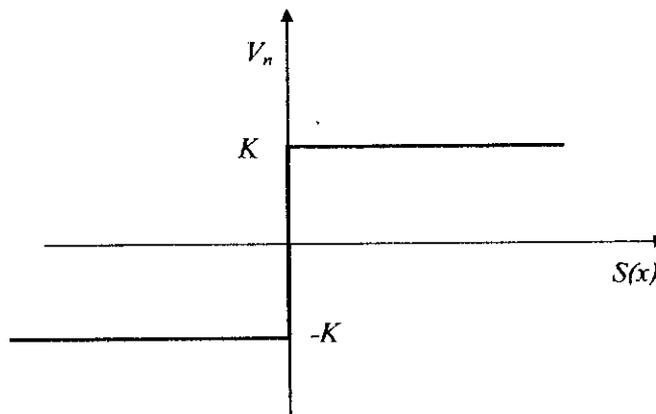


Figure III.10. Définition de la commande signe

### III.5.3. ELIMINATION DU PHENOMENE DE CHATTERING

Le problème des régimes glissants est que la commande est discontinue sur la surface de glissement et par conséquent, elle va commuter régulièrement et ceci à chaque traversée de cette surface, ceci à une fréquence théoriquement infinie. Une telle commande, en plus d'être difficile à réaliser en pratique, peut ne pas être directement applicable au système. Pour remédier à ce problème, la fonction discontinue est remplacée par une fonction continue, ceci au voisinage de la surface de glissement, et on procédera à un lissage de la commande. Ainsi, on définira une condition d'équilibre qui doit remplacer toutes les fonctions discontinues apparaissant au voisinage de cette surface de glissement [Slotine 91], [Gayed 96], [Khalil 96].

Ainsi, la bande limite sera définie par

$$B_\phi = \{ x, S(x,t) < \phi \} \text{ avec } \phi > 0 \tag{III.24}$$

$\phi$  étant l'épaisseur de la bande

$$\varepsilon = \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1}} \text{ est la largeur de la bande}$$

Ce lissage sera réalisé, en choisissant en dehors de  $B_\phi$  une loi de commande comme auparavant satisfaisant la condition de glissement III.14 qui garantira l'attraction vers la bande et donc l'invariance positive : c-à-d que toutes les trajectoires qui commencent dans  $B_\phi(t=0)$  restent à l'intérieur de  $B_\phi(t)$ .

Cette nouvelle loi de commande sera établie en remplaçant dans l'expression de la commande  $V_n$ , le terme *Signe* ( $S(x)$ ) par *Sat*( $S(x)$ ), ceci à l'intérieur de la bande  $B_\phi$ , comme est illustré par la figure III.11 et III.12. Cette opération conduit à une poursuite avec une précision garantie, et plus généralement garantir cela pour toutes les trajectoires commençants dans  $B_\phi(t=0)$  c-à-d.

$$|e^{(i)}(t)| \leq (2\lambda_x)^i \varepsilon \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \tag{III.25}$$

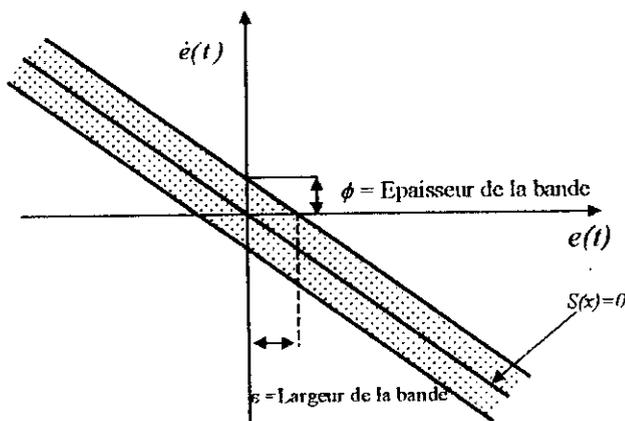


Figure III.11. Construction de la bande limite dans le cas où  $r = 2$

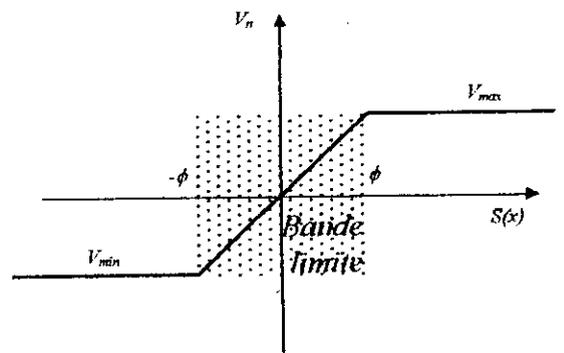


Figure III.12. Interprétation de la loi de commande au niveau de la bande limite

L'erreur de poursuite  $e(t)$  est obtenue à partir de  $S(x, t)$  en passant par des filtres passe-bas du premier ordre. En effet, en passant à transformée de Laplace, on aura  $(r-1)$  filtres passe-bas qui permettent de générer  $e(t)$ . La représentation de ces filtres est donnée par la figure III.13.

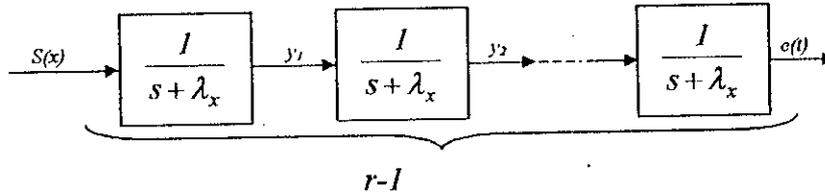


Figure III.13. Génération de  $e(t)$

On a

$$Y_1(s) = L(y_1(t)) \tag{III.26}$$

$$S(s) = L(S(t))$$

D'où

$$Y_1(s) = \frac{I}{s + \lambda_x} S(s) = F_1(s)F_2(s)$$

On aura

$$y_1(t) = \int_0^t e^{-\lambda_x(t-\tau)} S(\tau) d\tau$$

Par ailleurs

$$|S(x)| \leq \phi$$

Ce qui donne

$$|y_1(t)| \leq \phi \int_0^t e^{-\lambda_x(t-\tau)} d\tau = \frac{\phi}{\lambda_x} (1 - e^{-\lambda_x t}) \leq \frac{\phi}{\lambda_x}$$

D'où

$$|e(x)| \leq \frac{\phi}{\lambda_x}$$

Pour les  $(r-1)$  éléments on obtient

$$|e(x)| \leq \frac{\phi}{\lambda_x} \tag{III.27}$$

Similairement,  $e^{(i)}(t)$  peut être obtenue par des filtres suivants [ $e^{(i)}(t)$  composants de  $e(t)$ ] dont la représentation est donnée par la figure III.14.

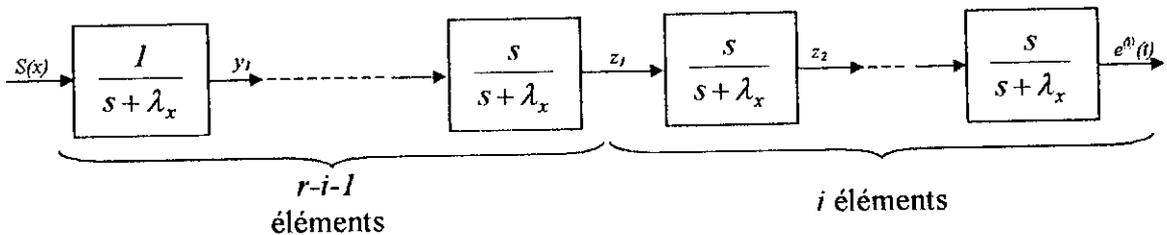


Figure III.14. Génération de  $e^{(i)}(t)$

Comme auparavant on aura

$$|z_1(t)| \leq \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1}}$$

En tenant compte que

$$\frac{s}{s + \lambda_x} = 1 - \frac{1}{s + \lambda_x}$$

Pour le premier filtre on aura

$$z_2(t) = z_1(t) - \lambda_x \int_0^t e^{-\lambda_x(t-\tau)} z_1(\tau) d\tau$$

D'où

$$\begin{aligned} |z_2(t)| &\leq \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1-i}} + \lambda_x \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1-i}} \int_0^t e^{-\lambda_x(t-\tau)} d\tau \\ &\leq \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1-i}} \left\{ 1 + \frac{\lambda_x}{\lambda_x} (1 + e^{-\lambda_x t}) \right\} \end{aligned}$$

Pour  $i$  éléments on aura

$$\begin{aligned} e^{(i)}(t) &\leq \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1-i}} \left( 1 + \frac{\lambda_x}{\lambda_x} \right)^i = \frac{\phi}{\lambda_x^{r-1}} (2\lambda_x)^i \\ e^{(i)}(t) &\leq (2\lambda_x)^i \varepsilon \end{aligned} \tag{III.28}$$

Ce qui signifiera que la précision du système est garantie pour toute évolution du système à l'intérieur de la bande.

Il est souvent utile d'annuler l'effet de la commande autour de la surface afin de réduire l'impact du Chattering. Dans ce cas la commande est caractérisée par deux seuils. Si les seuils sont constants, nous parlons d'une commande "douce" figure III.15. Par contre, si les seuils sont variables nous parlons d'une commande dite "secteur glissant" [Gayed 96].

Dans le cas où les seuils  $\phi_1$  et  $\phi_2$  seraient constants la commande est définie par

$$V_n = \begin{cases} 0 & \text{si } |S(x)| < \phi_1 \\ K \frac{[|S(x)| - \phi_1]}{\phi_2 - \phi_1} & \text{si } \phi_2 \geq S(x) \geq \phi_1 \\ K \text{Signe}(S(x)) & \text{si } |S(x)| > \phi_2 \end{cases} \tag{III.29}$$

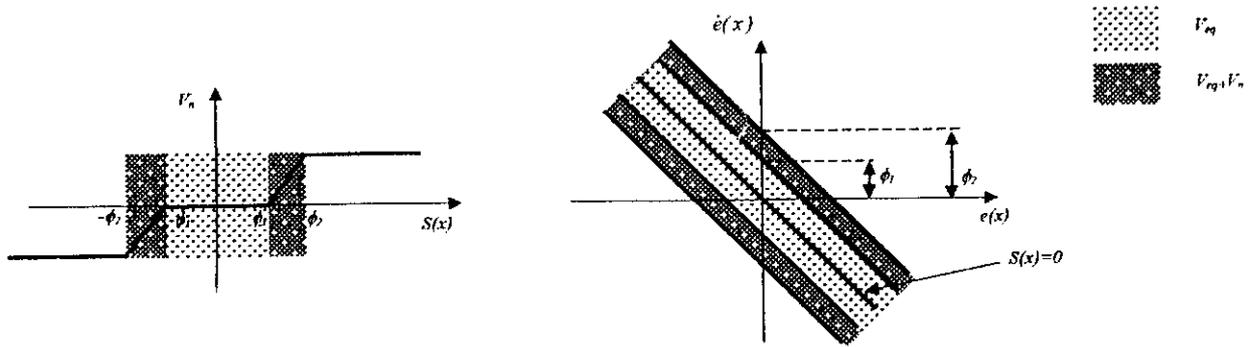


Figure III.15. Commande continue à deux seuils

Quel que soit la méthode d'adoucissement utilisée pour limiter le phénomène de Chattering, nous remarquons que, plus le seuil est grand moins il y a de commutation, néanmoins, s'il est trop grand, il y a problème de précision et de ne jamais atteindre le point de fonctionnement désiré et l'origine du plan de phase. Ce que nous pouvons résumer par

1. Le Chattering serait limité.
2. Du point de vu théorique, le mode glissant cesse d'exister pas puisque la trajectoire d'état ne sera pas forcée de rester sur  $S(x)=0$ .
3. Un écart statique résulte en fonction du seuil utilisé.
4. La robustesse est à étudier pour chaque application, car l'insensibilité du système vis-à-vis d'une perturbation extérieure, ou de variation paramétrique connue sous le non 'l'invariance' cesse d'exister.

### III.6. APPROCHE DISCRETE

Dans le but de s'approcher de la réalité pratique, et vu la large utilisation des calculateurs numériques, on s'intéresse dans cette section à l'approche discrète des systèmes à structure variable. Par conséquent, de nouveaux problèmes lors de la conception de la commande se posent. Ces problèmes sont liés aux choix de la période d'échantillonnage, le retard et la reconstruction des variables non mesurables nécessaires pour la commande. En effet, l'exploitation des grandeurs de commande et en raison du retard de la chaîne de mesure, et du temps de l'élaboration de l'algorithme de commande n'est possible qu'à l'instant  $t(k+1)$  figure III.16. Les grandeurs échantillonnées et mesurées ainsi que la commande, sont maintenues constantes pendant toute la période d'échantillonnage à l'aide d'un bloqueur d'ordre zéro figure III.17.

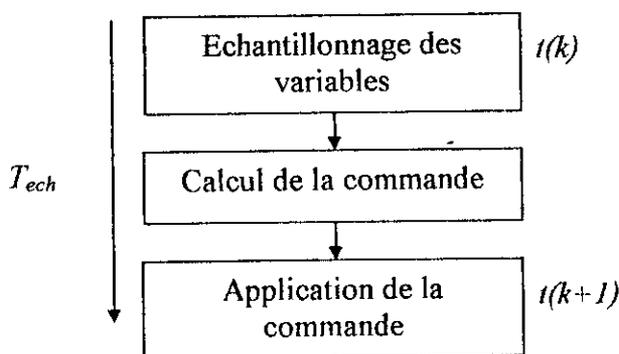


Figure III.16. Prise en compte du retard

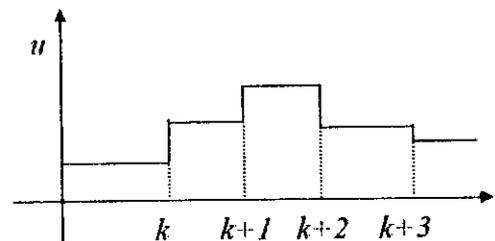


Figure III.17. Tension de commande entre chaque période d'échantillonnage

### III.6.1. FORMULATION DISCRETE

Durant ces dernières années l'étude des systèmes à structure variable en temps discret a fait l'objet de plusieurs investigations [Milosavljevic 85],[Sarpturk 87],[Hashimoto 87],[Sira-Ramirez 91][Gao 95]. La version discrète des SSV a été justifiée par le développement de la micro-informatique, des nouveaux semi-conducteurs, et l'apparition sur le marché des systèmes programmés à fort degré d'intégration ce qui a ouvert la voie au contrôle en temps réel. Par ailleurs, de nombreuses études ont été consacrées à l'élaboration de nouveaux théorèmes et conditions pour l'existence et la convergence de ce type de commande.

#### III.6.1.1. NATURE DES TRAJECTOIRES DANS LE PLAN DE PHASE POUR SSV DISCRET

On peut rencontrer deux types de trajectoire acceptables dans le plan de phase pour un SSV en mode discret figure III.18. La trajectoire du type I, est une trajectoire idéale, elle se caractérise par deux propriétés

1. L'état du système atteint la surface de glissement exactement au temps de commutation
2. La dynamique du système est à peu près la même que celle d'un SSV idéal convergeant vers la surface de commutation.

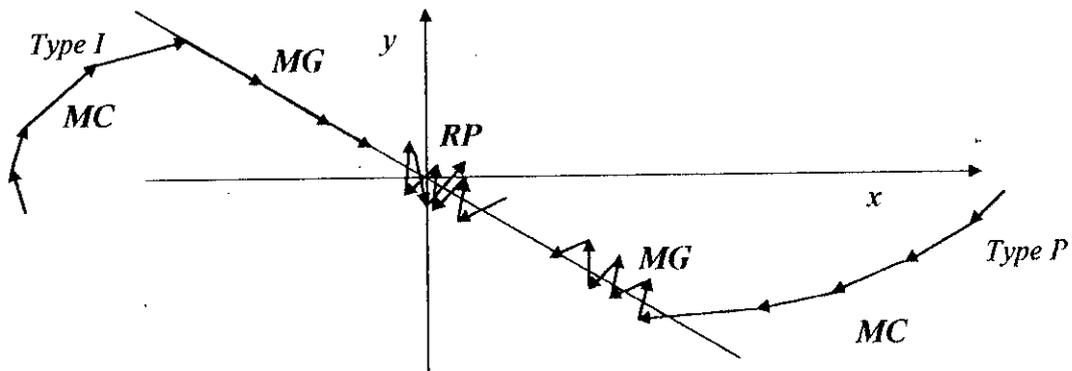


Figure III.18. Caractéristiques des SSV en mode discret

L'existence de ce type de trajectoires est rarement rencontré dans la pratique. La trajectoire du type P est la seule qui représente l'état du mouvement d'un SSV discret pratique. De ce fait, l'état du système fait un mouvement de zigzag autour de  $S(x)=0$ , et les commutations peuvent prendre leurs places instantanément.

Le mode glissant discret correspondant à la trajectoire P est caractérisé par

1. Commencant de n'importe quel état, la trajectoire du système doit couper le plan de commutation dans temps fini.
2. Une fois la trajectoire a coupé la surface  $S(x)=0$ , elle doit la couper de nouveau pendant toutes les périodes d'échantillonnage qui suivent, et un mouvement de zigzag doit résulter autour de la surface de commutation.
3. La dimension de chaque zigzag successif est constante et la trajectoire reste à l'intérieur d'une bande limite.

Le mode glissant vérifiant les conditions 2 et 3 est appelé "quasi-mode de glissement" ou "pseudo mode de glissement". Ce mode diffère de celui en continu en deux points.

1. L'état du système peut converger vers la surface de glissement sans y rester, ceci est dû au fait que l'action de la commande est seulement activée avec retard aux instants d'échantillonnage d'une part, et d'autre part la commande est maintenue constantes entre deux périodes d'échantillonnage.
2. L'impossibilité de générer la commande équivalente adéquate pour garder l'état du système sur la surface de glissement.

En conclusion, les SSV discret ne possèdent pas la propriété la totale invariance [Gao 95] [Sira-Ramirez 91]. En ce qui concerne la robustesse du système elle doit être sous investigation.

### III.6.1.2. CONDITIONS DE CONVERGENCE

Dans la littérature, on trouve plusieurs conditions pour l'existence et la convergence des SSV en mode discret. Dote et Hoff [Dote 80] ont été les premiers qui ont soulevé le problème des SSV discrets, et comme condition de convergence ils ont proposé une forme équivalente à celle rencontrée dans SSV continu

$$[S(k+1)-S(k)]S(k) < 0 \quad (III.30)$$

Sarpturk [Sarpturk 87] propose la forme suivante

$$\begin{aligned} [S(k+1)-S(k)]\text{Signe}(S(k)) &< 0 \\ [S(k+1)-S(k)]\text{Signe}(S(k)) &> 0 \end{aligned} \quad (III.31)$$

Furta utilise la forme équivalente déduite de l'équation de Lyapovov [Gao 95] donnée par

$$V(k+1) - V(k) < 0 \quad \text{avec} \quad V(k) = \frac{1}{2} S(x(k))^2 \quad (III.32)$$

Ce pendant, toutes ces formes de conditions de convergence sont incomplètes et peuvent ne pas suffire pour contraindre la trajectoire du système à glisser vers le plan de commutation.

Dans son étude, Gao [Gao 95] propose une forme plus générale qui tient compte de la période d'échantillonnage du système et qui assure l'existence et la convergence vers la surface de glissement. Cette forme est donnée par

$$S(k+1) = (1 - qT_{ech})S(k) - \varepsilon T_{ech} \text{Signe}(S(k)) \quad \text{avec} \quad 1 - qT_{ech} > 0 \quad \text{et} \quad \varepsilon > 0 \quad (III.33)$$

$$\text{avec} \quad S(x(k)) = \left( \frac{\partial}{\partial t_k} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x(k)) \quad (III.34)$$

$$\text{et} \quad e(x(k)) = x^*(k) - x(k-1) \quad (III.35)$$

Le choix de la période d'échantillonnage est donc décisif pour garantir l'attraction de variable à régler vers la surface de glissement. La région dans le plan de phase dont toutes les variables d'état satisferont la condition III.33 est appelée, bande du quasi- mode glissant. Elle est donnée par

$$B_\phi = \left\{ x, |S(x(k))| < \frac{\varepsilon T_{ech}}{1 - qT_{ech}} \right\} \quad (III.36)$$

L'équation III.33 montre aussi que durant le régime établi, la trajectoire du système se trouve à l'intérieure d'une bande définie par

$$B_{0\phi} = \left\{ x, |S(x(k))| < \frac{\varepsilon T_{ech}}{q} \right\} \quad (\text{III.37})$$

Cette bande est incluse dans celle de  $B_\phi$ . De plus, elle est proportionnelle à la période d'échantillonnage. Ce ci ne permet pas de trouver facilement le bon compromis entre la garantie des bonnes performances et la robustesse de ce type de commande d'une part, et le choix de la période d'échantillonnage qui assure la réalisation pratique à un coût intéressant d'autre part. Bien évident les résultats seront meilleurs pour une période d'échantillonnage très petite [Sabanovic 93] [Hashimoto 88].

### III.7. APPLICATION A LA MSAP

Dans cette section, nous nous intéresserons à la l'application de la commande par mode de glissement en temps discret à la MSAP. Deux structures de commande sont mises en œuvre à savoir, la régulation de la vitesse (position) avec limitation indirecte du courant, ainsi que la régulation en cascade qui permet la limitation directe du courant dans les phases du moteur.

#### III.7.1. REGLAGE DE LA VITESSE \ POSITION. ( LIMITATION INDIRECTE DU COURANT )

##### III.7.1.1. REGLAGE DE VITESSE

La surface de glissement est déduite de l'équation générale de Slotine, et le degré relatif est pris égale à deux afin que la commande apparaisse implicitement dans sa dérivée.

$$\begin{aligned} S(\Omega(k)) &= \lambda_\Omega e(\Omega(k)) + \dot{e}(\Omega(k)) \\ \text{avec} \quad e(\Omega(k)) &= \Omega^* - \Omega(k-1) \\ \dot{e}(\Omega(k)) &= \dot{\Omega}^* - \dot{\Omega}(k-1) \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

La dérivée de la surface est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{S}(\Omega(k)) &= \lambda_\Omega \dot{e}(\Omega(k)) + \ddot{e}(\Omega(k)) \\ \text{et} \quad \ddot{e}(\Omega(k)) &= \ddot{\Omega}^* - \ddot{\Omega}(k+1) = \ddot{\Omega}^* - \frac{d}{dt} \dot{\Omega}(k-1) \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

En substituant III.38 dans III.39 et en tenant compte de l'expression de l'accélération et de la dérivée du courant statorique  $i_q$  on obtient

$$V_{qeq}(k) = \frac{J(\ddot{\Omega}^* + \lambda_\Omega \dot{\Omega}^* + (\frac{F_c}{J} - \lambda_\Omega)\dot{\Omega}(k-1))}{P(\Phi_f + (L_d - L_q)i_d(k-1))} + R_s i_q(k-1) + P\Omega(k-1)L_d i_d(k-1) + p\Phi_f \Omega(k-1) \quad (\text{III.40})$$

La commande  $v_q^*(k)$  devient donc

$$v_q^*(k) = V_{qeq}(k) + V_n(k) \quad (\text{III.41})$$

avec 
$$V_{qn}(k) = K_q \text{Signe}(S(\Omega(k)))$$

La surface du courant  $i_d$  est définie par

$$S(i_d(k)) = i_d^* - i_d(k-1) \tag{III.42}$$

$$\dot{S}(i_d(k)) = 0 \Rightarrow V_{deq}(k) = L_d \dot{i}_d^*(k) + R_s i_d(k-1) - PL_q \Omega i_q(k-1) \tag{III.43}$$

D'où on obtient la commande  $v_d^*$

$$v_d^*(k) = V_{deq}(k) + V_{dn}(k) \tag{III.44}$$

avec 
$$V_{dn}(k) = K_d \text{Signe}(S(i_d(k)))$$

La figure III.19 représente le schéma global de cette commande.

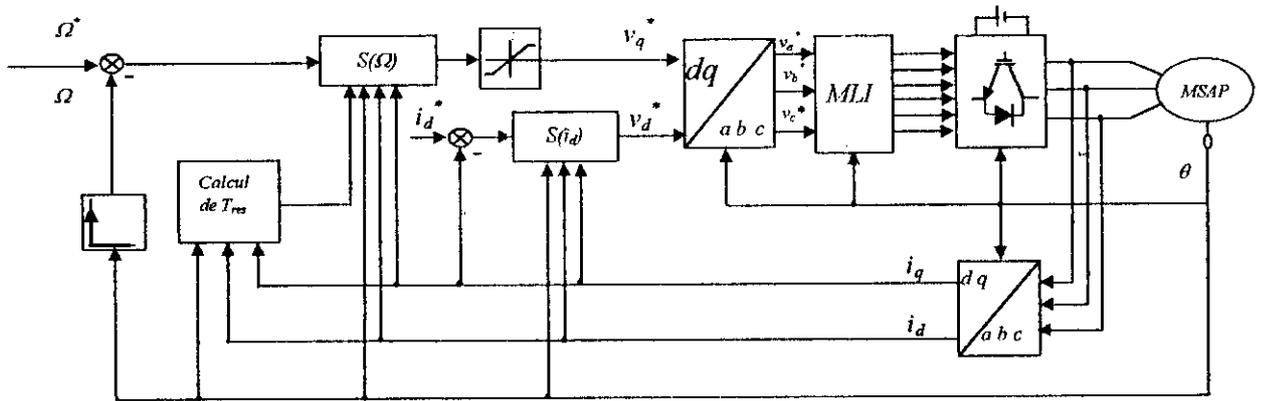


Figure III.19. Structure globale du réglage de vitesse par mode de glissement

### III.7.1.2. REGLAGE DE POSITION

Le degré relatif de la variable à régler est pris dans ce cas égale à trois afin de faire apparaître la commande  $v_q$ .

$$\begin{aligned} S(\theta(k)) &= (\lambda_\theta + \frac{\partial}{\partial t(k)})^2 e(\theta(k)) \\ &= \lambda_\theta^2 e(\theta(k)) + 2\lambda_\theta \dot{e}(\theta(k)) + \ddot{e}(\theta(k)) \end{aligned} \tag{III.45}$$

avec

$$\begin{aligned} e(\theta(k)) &= \theta^*(k) - \theta(k-1) \\ \dot{e}(\theta(k)) &= \dot{\theta}^*(k) - \dot{\theta}(k-1) = \dot{\theta}^*(k) - \Omega(k-1) \\ \ddot{e}(\theta(k)) &= \ddot{\theta}^*(k) - \ddot{\theta}(k-1) = \ddot{\theta}^*(k) - \frac{d}{dt(k)} \dot{\Omega}(k-1) \end{aligned} \tag{III.46}$$

La commande  $V_{qe q}(k)$  est calculée en tenant compte que durant le mode de glissement la dérivée de la surface du courant  $i_q$  est nulle.

$$\begin{aligned} \dot{S}(\theta(k)) &= 0 \\ \Rightarrow V_{qe q}(k+1) &= \frac{\lambda_\theta^2 \dot{\theta}(k) + 2\lambda_\theta \ddot{\theta}(k) + \ddot{\theta}^*(k)}{P(\Phi_f + (L_d - L_q)i_d(k-2))} + R_s i_q(k-3) - P\Omega(k-3)(\Phi_f + L_d i_d(k-3)) \end{aligned} \quad (III.47)$$

Ainsi, la commande  $v_q^*(k)$  devient

$$v_q^*(k) = V_{qe q}(k) + v_{qn}(k) \quad (III.48)$$

Le schéma global de cette commande est représenté à la figure III.20

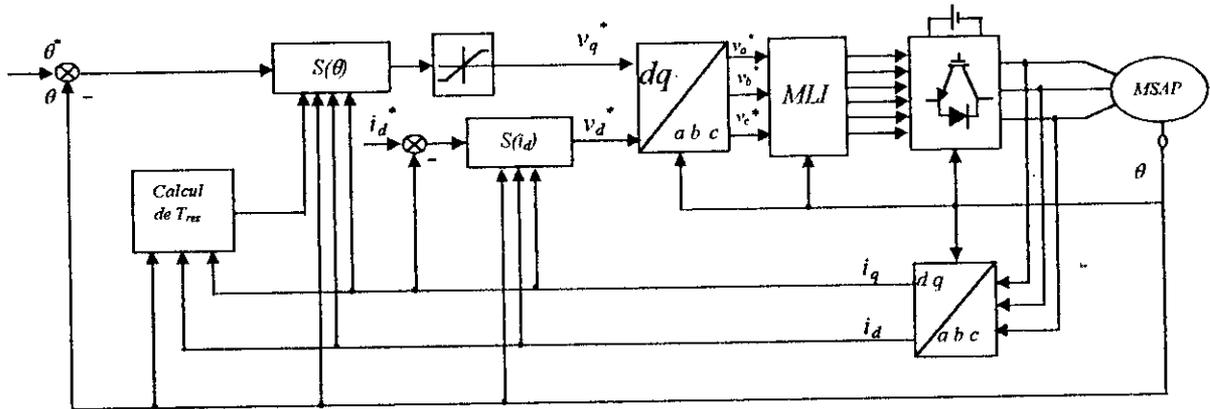


Figure III.20. Structure globale du réglage de position par mode de glissement

Les paramètres  $K_\Omega$ ,  $K_d$ ,  $K_q$ ,  $\lambda_\theta$  et  $\lambda_\Omega$  sont choisis de telle façon à

- ▣ Assurer la rapidité de convergence.
- ▣ Imposer la dynamique en mode de convergence et en mode de glissement.
- ▣ Limiter le courant à une valeur admissible pour un couple maximal.

### III.7.1.3. ESTIMATION DU COUPLE RESISTANT

Dans le but d'annuler une éventuelle erreur statique qui peut dégrader les performances du réglage, nous proposons une estimation du couple résistant par sa reconstruction à partir des variables d'état du système.

$$T_{em}(k) = P(\Phi_f + (L_d - L_q)i_d(k-1))i_q(k-1) \quad (III.49)$$

$$T_{res}(k) = T_{em}(k) - J \dot{\Omega}(k) - F_c \Omega(k-1) \quad (III.50)$$

avec 
$$\dot{\Omega}(k) = \frac{\Omega(k-1) - \Omega(k-2)}{T_{ech}} \quad (III.51)$$

**III.7.1.4. SIMULATION NUMERIQUE**

Afin de valider la structure de commande proposée, nous l'avons testé par simulation numérique. La fonction de commande est adoucie en utilisant une commande à deux seuils. Les paramètres des différentes surfaces de glissement sont donnés par les tableaux III.1 et III.2.

Paramètres	$K_{\Omega}$	$\lambda_{\Omega}$	$\phi_{1\Omega}$	$\phi_{2\Omega}$	$K_d$	$\phi_{1d}$	$\phi_{2d}$
Réglage							
Vitesse	30	50	1	4	30	0,01	0,02

Tableau III.1. Paramètres de la commande pour le réglage de vitesse

Paramètres	$K_{\theta}$	$\lambda_{\theta}$	$\phi_{1\theta}$	$\phi_{2\theta}$	$K_d$	$\phi_{1d}$	$\phi_{2d}$
Réglage							
Position	150	70	0,2	0,9	30	0,01	0,02

Tableau III.2. Paramètres de la commande pour le réglage de position

Les figures III.21, III.22 donnent les performances du réglage de la vitesse pour une consigne de 300 rd/s avec variation de la charge, ainsi que lors de l'inversion du sens de marche à charge nominale respectivement. Les figures III.23, III.24 présentent le comportement global de la régulation lors du positionnement pour une consigne de 5 rd, ainsi que lors de l'inversion du positionnement de 5rd à -5 rd à charge nominale respectivement. L'analyse des courbes de simulation permet de présager de bonnes performances. La régulation de la vitesse (position) est insensible à la variation de la charge, ceci montre bien la robustesse de l'algorithme de commande utilisé. Le découplage de la machine est réalisé avec succès par le maintien du courant  $i_d$  nul. La trajectoire dans le plan de phase montre la bonne stabilité et la convergence du système étudié. Par ailleurs, la commande  $v_q$  présente des oscillations plus au moins intense connue sous le non de Chattering. D'autres simulations ont montré l'existence de telles oscillations même en absence de la commande "Signe". Des effets de zoom sur l'écart de la vitesse et de position dans la région d'application du couple sont représentés à la figure III.25, III.26 respectivement. On note une faible erreur statique dans la région du mode glissant et le régime permanent. Cette erreur est due essentiellement à la nature de commande qui est discrète, ainsi que du temps du retard entre l'échantillonnage des variables et l'application de la commande.

**III.7.2. REGLAGE EN CASCADE DE LA MSAP (LIMITATION DIRECTE DU COURANT)**

Dans le but de limiter le courant absorbé par la machine d'une manière directe, on utilise une structure en cascade. La boucle interne permet de contrôler le courant, tandis que la boucle externe assure le contrôle de la vitesse ou de la position.

**III.7.2.1. REGLAGE DE LA VITESSE**

La structure globale de cette commande est représentée à la figure III.27. Le degré relatif des variables à régler est pris égal à 1. La surface de vitesse est donnée par

$$S(\Omega(k)) = \Omega^*(k) - \Omega(k-1) \tag{III.52}$$

le régulateur de vitesse fournit la référence du courant en quadrature

$$\dot{S}(\Omega(k)) = 0 \Rightarrow I_{qeq}(k) = \frac{J\dot{\Omega}^*(k) + T_r + F_c\Omega(k-1)}{P(\Phi_f + (L_d - L_q)i_d(k-1))} \tag{III.53}$$

et  $I_{qn}(k) = K_{\Omega} \text{Signe}(S(\Omega(k)))$

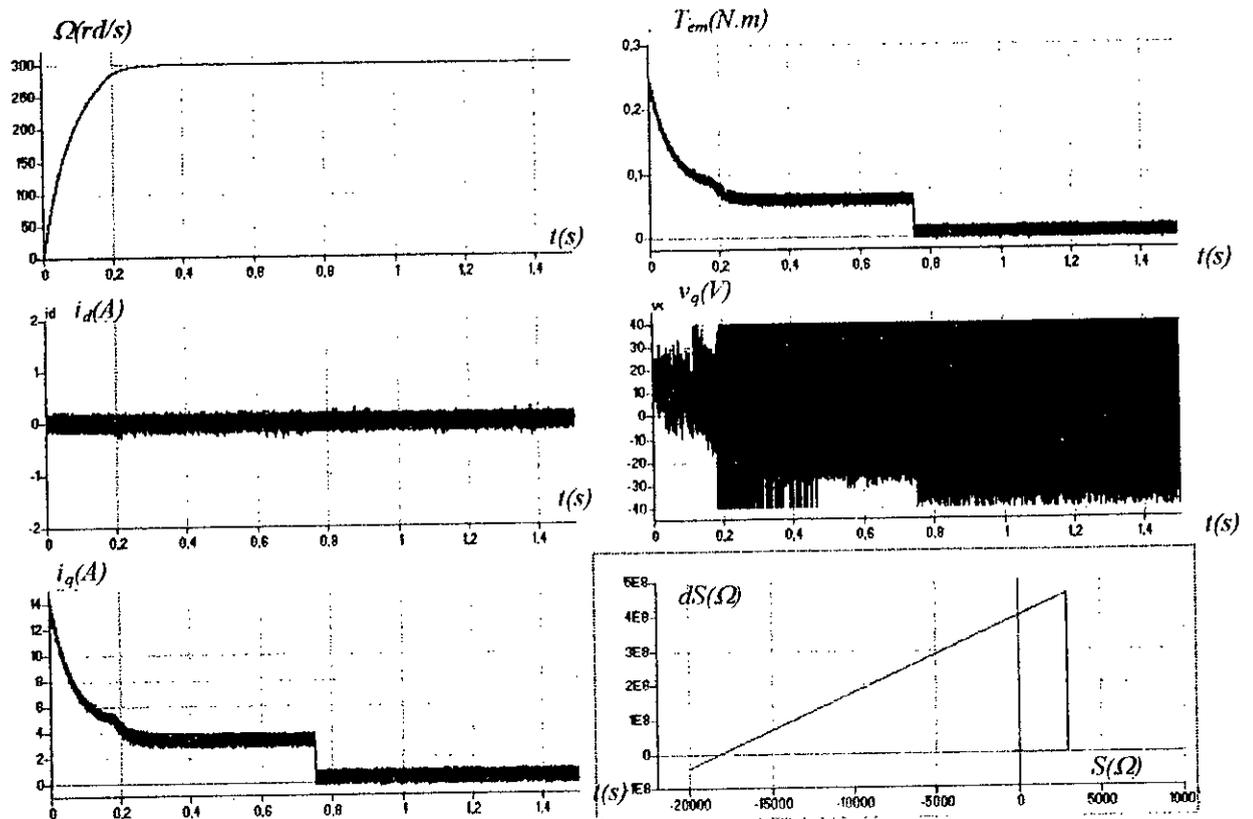


Figure III.21. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge

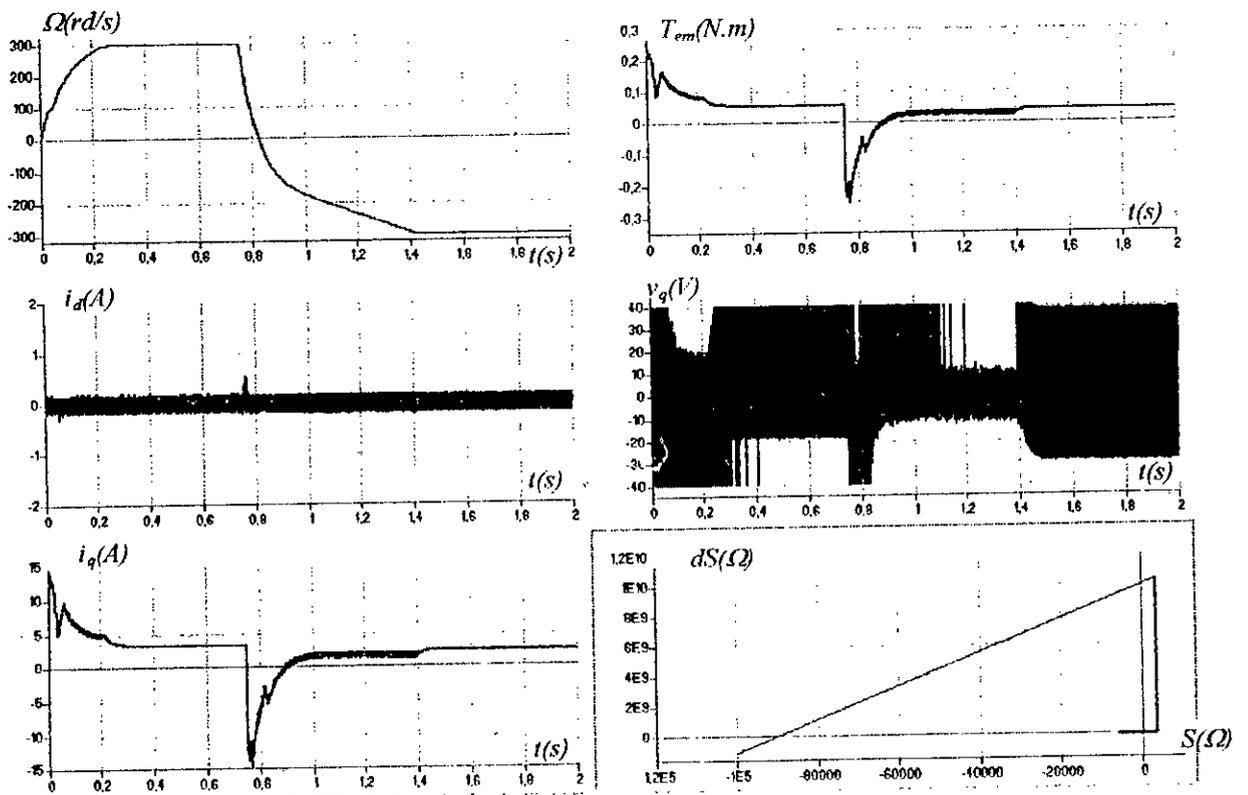


Figure III.22. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche à charge nominale

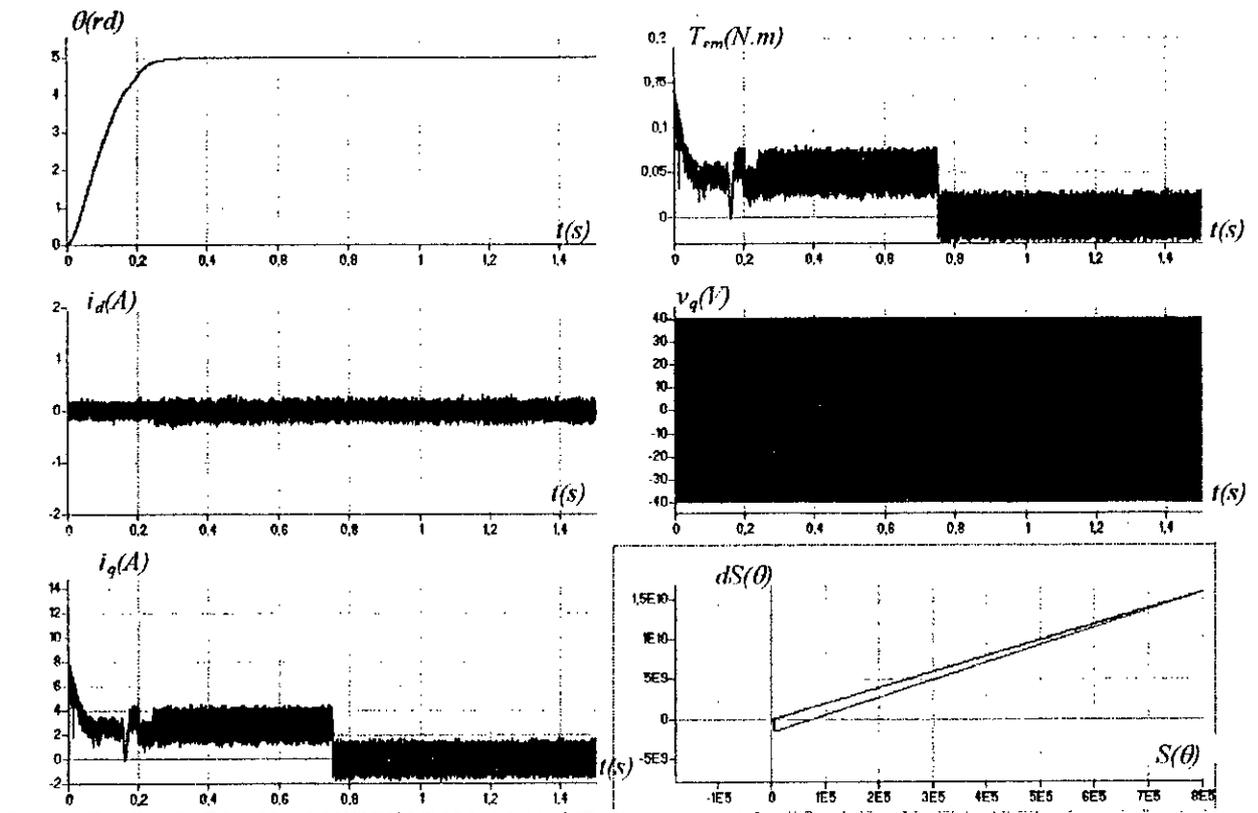


Figure III.23. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge

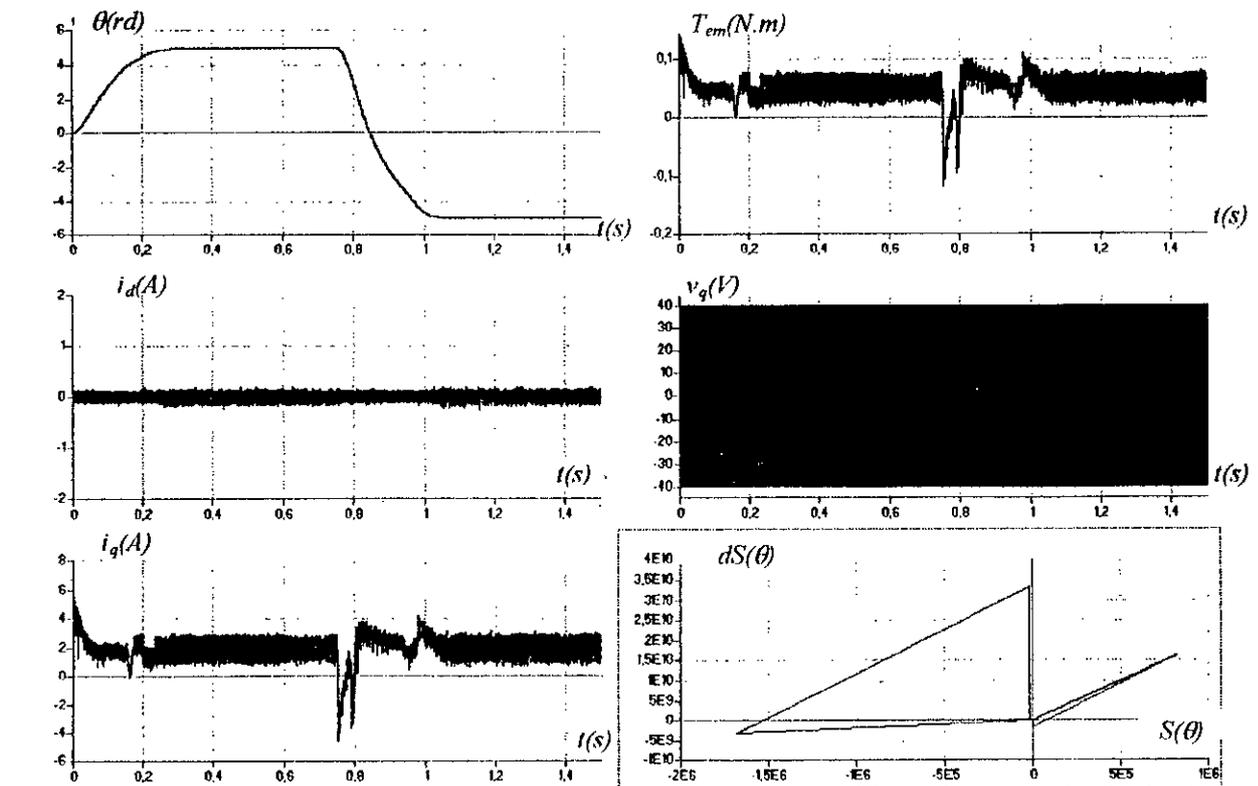


Figure III.24. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du positionnement à charge nominale

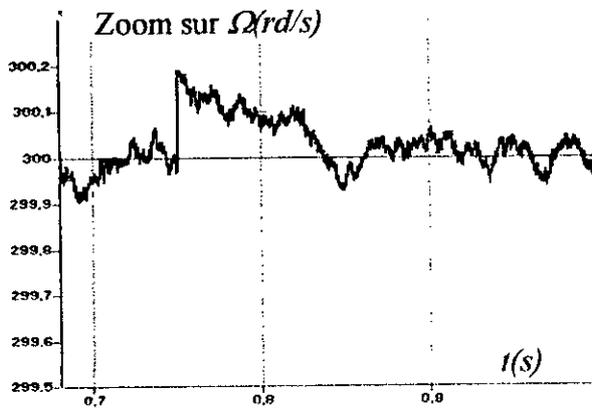


Figure III. 25. Zoom sur la vitesse dans la région d'application du couple en régime permanent

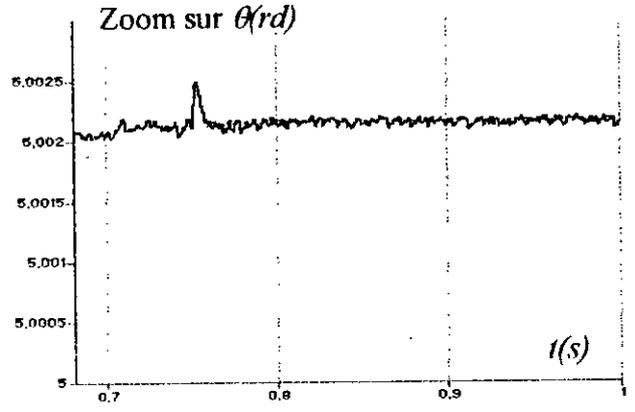


Figure III. 26. Zoom sur la position dans la région d'application du couple en régime permanent

Le choix de  $K_\Omega$  se fait de façon à imposer la valeur désirée à la sortie du régulateur. Ainsi  $K_\Omega$  prend trois fois la valeur du courant admissible par la machine.

$$K_\Omega = 3 i_{qmax} \tag{III.54}$$

D'où

$$i_q^*(k) = I_{qeq}(k) + I_{qn}(k) \tag{III.55}$$

La surface du courant  $i_q$  est donnée par

$$S(i_q(k)) = i_q^*(k) - i_q(k-1) \tag{III.56}$$

Le réglage de  $i_q$  permet de fournir la commande  $v_q^*(k)$

$$\begin{aligned} \dot{S}(i_q(k)) = 0 &\Rightarrow V_{qeq}(k+1) = L_q i_q^*(k) + R_s i_q(k-1) + P\Omega(k-1)(L_d i_d(k-1) + \Phi_f) \\ \text{et} &V_{qn}(k) = K_q \text{signe}(S(i_q(k))) \end{aligned} \tag{III.57}$$

D'où

$$v_q^*(k) = V_{qeq}(k) + V_{qn}(k) \tag{III.58}$$

La surface du courant  $i_d$  est choisie comme suit

$$S(i_d(k)) = i_d^*(k) - i_d(k-1) \tag{III.59}$$

$$\begin{aligned} \dot{S}(i_d(k)) = 0 &\Rightarrow V_{deq}(k+1) = L_d i_d^*(k) + R_s i_d(k-1) - P\Omega(k-1)L_q i_q(k-1) \\ \text{et} &V_{dn}(k) = K_d \text{Signe}(S(i_d(k))) \end{aligned} \tag{III.60}$$

D'où

$$v_d^*(k) = V_{deq}(k) + V_{dn}(k) \tag{III.61}$$

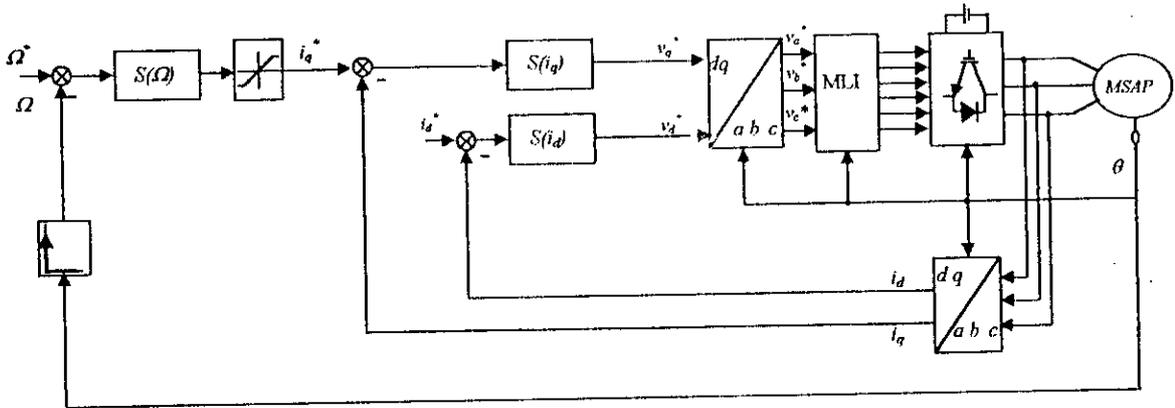


Figure.III.27. Structure globale de la cascade par mode glissant de la MSAP.

### III.7.2.2. REGLAGE DE POSITION

Le schéma global de cette commande est représenté à la figure III.28. Le degré relatif de la surface de position est pris égal à deux afin de faire apparaître la commande  $i_q$ .

$$S(\theta(k)) = \left( \lambda_\theta + \frac{\partial}{\partial t} \right) e(\theta(k)) \tag{III.62}$$

$$= \lambda_\theta e(\theta(k)) + \dot{e}(\theta(k))$$

$$e(\theta(k)) = \theta^*(k) - \theta(k-1)$$

avec

$$\dot{e}(\theta(k)) = \dot{\theta}^*(k) - \dot{\theta}(k-1) = \dot{\theta}^*(k) - \Omega(k-1)$$

la commande équivalente est donnée par

$$I_{eq}(k+1) = \frac{J[\lambda_\theta \dot{\theta}^*(k) + \ddot{\theta}^*(k) + \Omega(k-1)\left(\frac{F_c}{J} - \lambda_\theta\right) + \frac{T_r}{J}]}{P[\Phi_f + (L_d - L_q)i_d(k-1)]} \tag{III.63}$$

la commande  $i_q$  fournit par le régulateur de position est donnée par

$$i_q^*(k) = I_{eq}(k) + I_{qn}(k) \tag{III.64}$$

avec

$$I_{qn}(k) = K_\theta \text{Signe}(S(\theta(k)))$$

Les autres régulateurs se calculent de la même manière comme dans le cas du réglage de la vitesse.

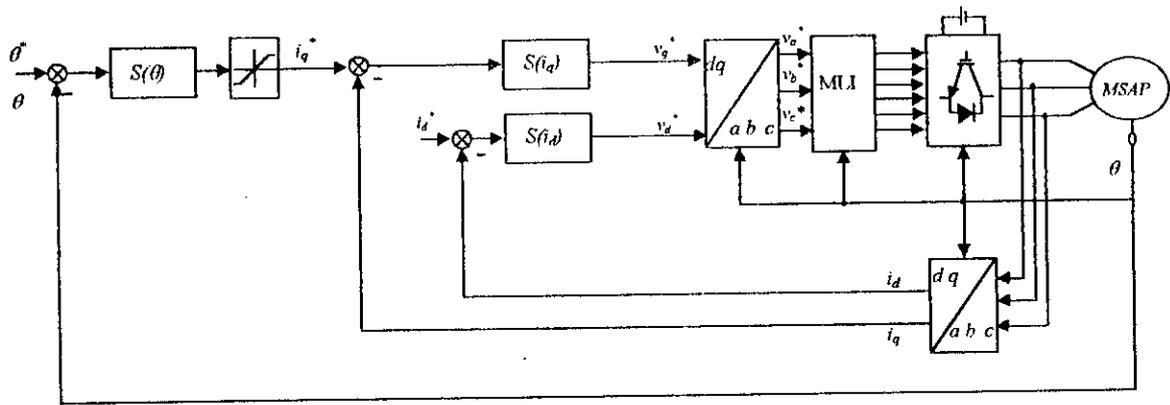


Figure III.28. Structure globale de la cascade en position de la MSAP

III.7.2.3. SIMULATION NUMERIQUE

Les performances sont évaluées par le biais d'une simulation numérique dans les conditions de l'essai précédent. Les paramètres de la commande sont regroupés dans les tableaux III.3 et III.4.

Paramètres	$K_\Omega$	$\phi_{1\Omega}$	$\phi_{2\Omega}$	$K_d$	$\phi_{1d}$	$\phi_{2d}$	$K_q$	$\phi_{1q}$	$\phi_{2q}$
Réglage									
Vitesse	10	1	4	30	0,01	0,02	35	0,01	0,02

Tableau III.3. Paramètres de la commande pour le réglage de vitesse

Paramètres	$K_\theta$	$\lambda_\theta$	$\phi_{1\theta}$	$\phi_{2\theta}$	$K_d$	$\phi_{1d}$	$\phi_{2d}$	$K_q$	$\phi_{1q}$	$\phi_{2q}$
Réglage										
Position	5	500	0,2	0,9	30	0,01	0,02	30	0,01	0,02

Tableau III.4. Paramètres de la commande pour le réglage de position

Les figures III.29, III.30 donnent le comportement de la MSAP lors du réglage de la vitesse, alors que celles de III.30, III.31 lors du positionnement. On note des performances dynamiques et statiques forts intéressantes, le rejet de perturbation est efficace, le découplage des axes  $dq$  n'est pas affecté par le régime sévère appliqué à la machine. L'écart statique sur la vitesse et la position figure III.32, III.33 montrent que l'état du système ne se stabilise pas à l'origine du plan de phase mais autour d'une bande limite, ceci est dû comme nous l'avons mentionné à l'impossibilité de générer la commande équivalente adéquate qui contraint les points représentatifs du système de glisser vers l'origine du plan de phase, ainsi que du retard dû à la mesure des différentes variables de la commande.

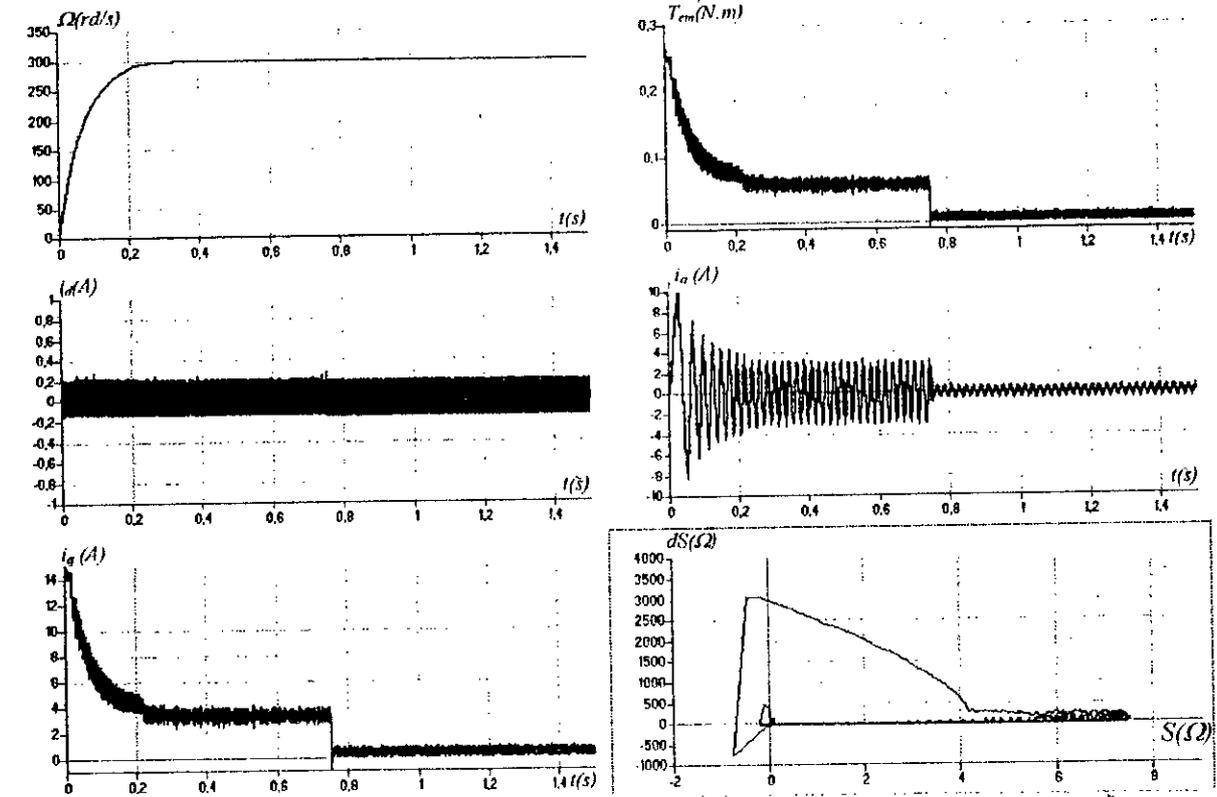


Figure III.29. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge

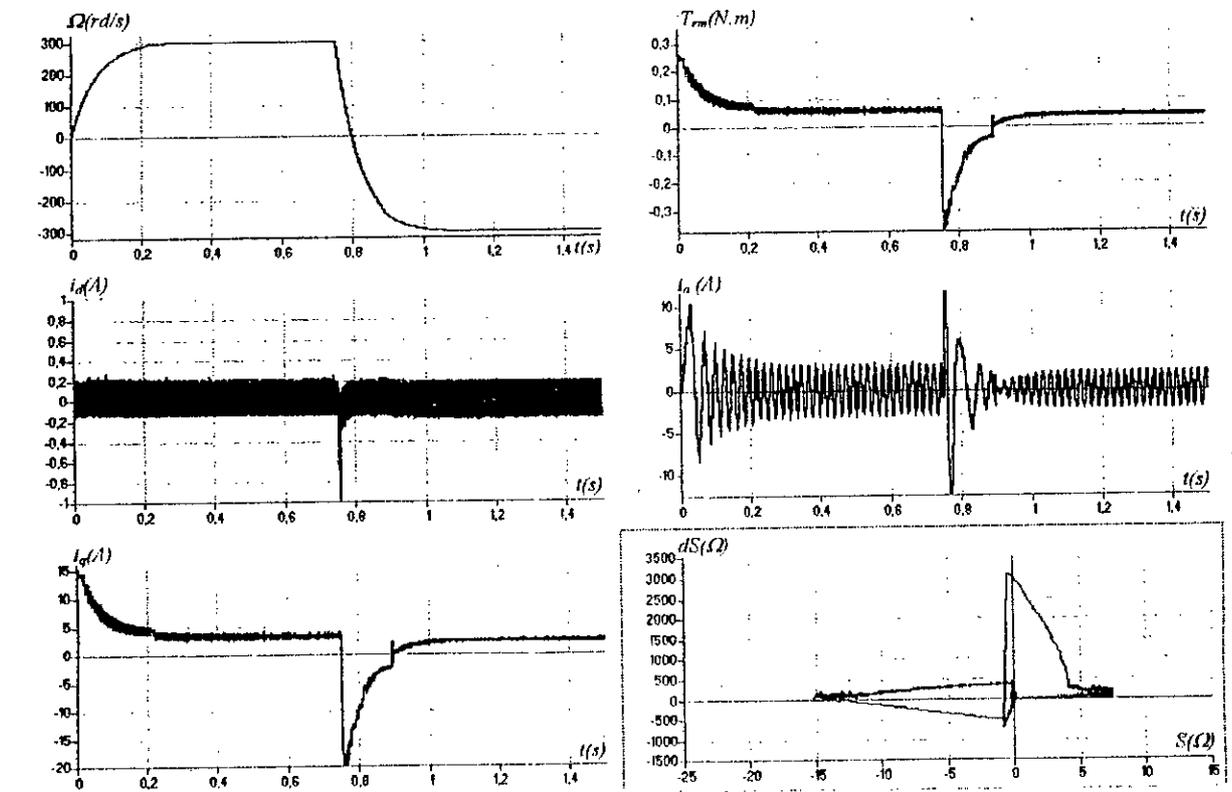


Figure III.30. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche

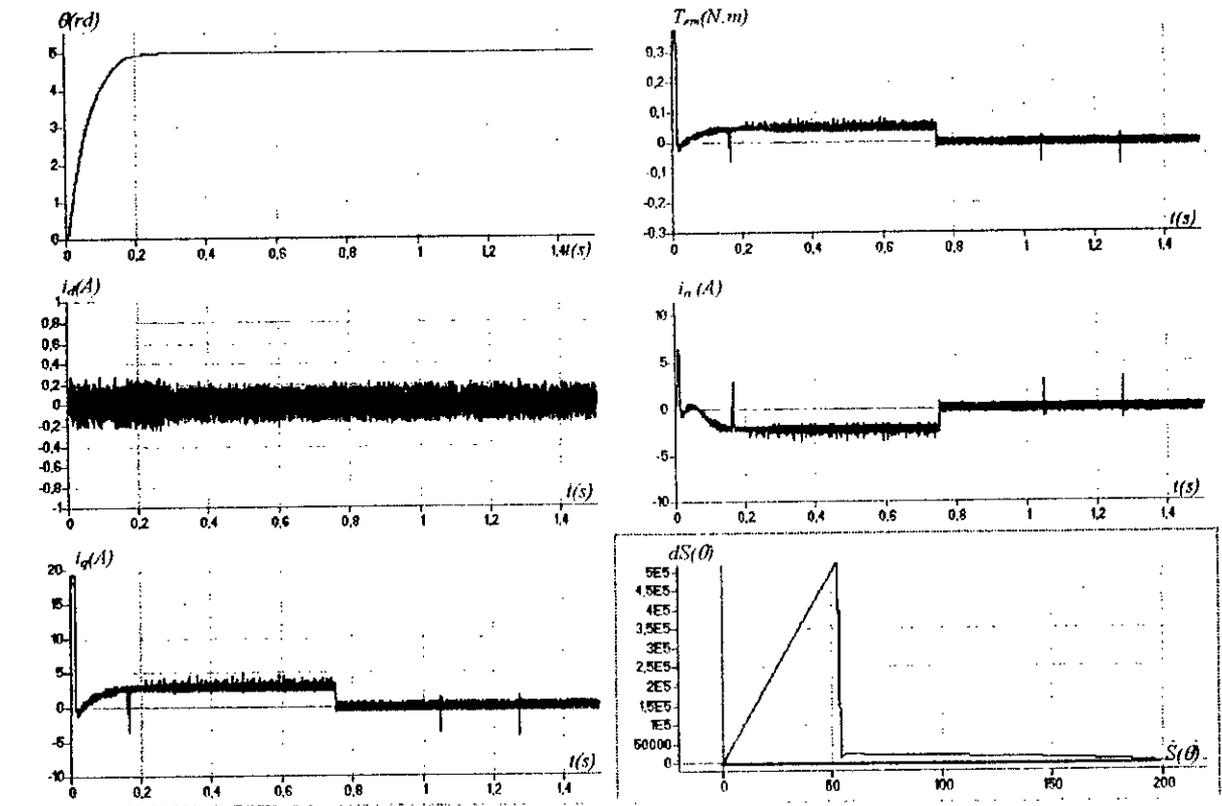


Figure III.31. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge

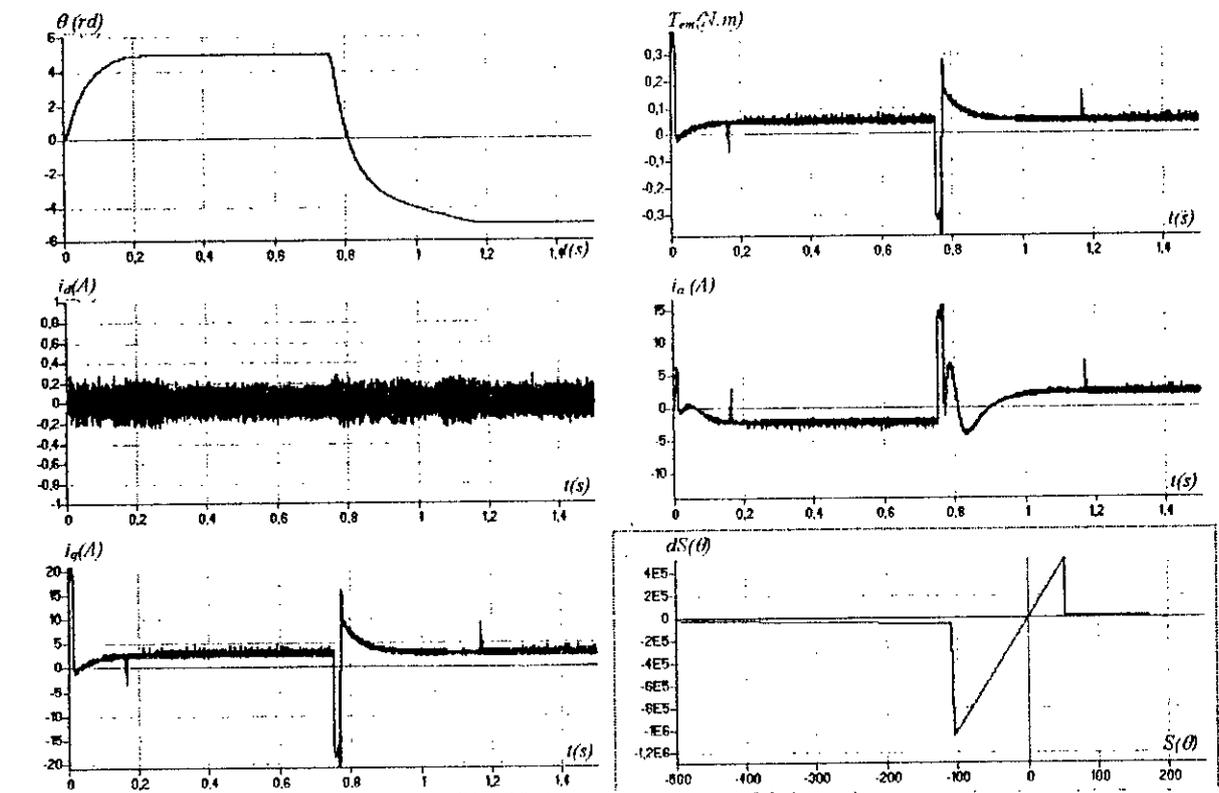


Figure III.32. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion de la position à charge nominale

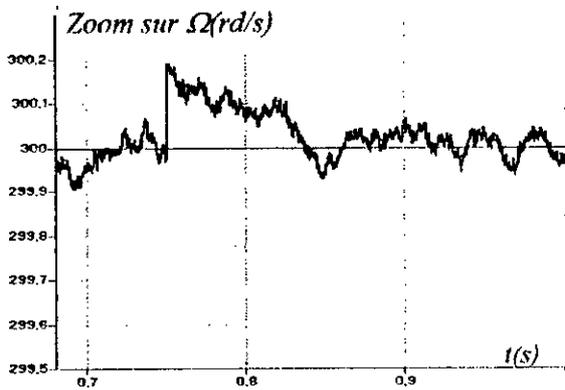


Figure III.33. Zoom sur la vitesse dans la Région d'application du couple

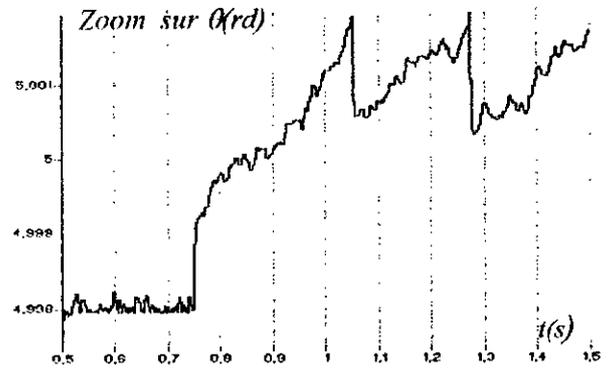


Figure III.34. Zoom sur la position dans la Région d'application du couple

### III.8. ROBUSTESSE

Dans le but de tester la robustesse de la commande par mode glissant nous allons étudier l'influence des variations paramétriques sur les performances du réglage de vitesse et de position. Nous allons considérer des variations sur les constantes de temps électriques ( $\tau_d = \frac{L_d}{R_s}$ ,  $\tau_q = \frac{L_q}{R_s}$ ), sur la constante

de temps mécanique ( $\tau_m = \frac{J}{F_c}$ ) ainsi que sur le flux des aimants ( $\Phi_f$ ). Les constantes de temps électriques sont variées de  $-20\%$ , la constante de temps mécanique de  $50\%$  à  $200\%$  et le flux des aimants de  $-10\%$ .

#### III.8.1. SIMULATION NUMERIQUE

La robustesse de la commande est testée dans le cas du réglage de vitesse et de position pour les deux structures de commande (limitation indirecte du courant et le réglage en cascade). L'essai est effectué pour un démarrage avec variation de charge. Les grandeurs les plus importantes sont la sortie du système et le courant  $i_d$  caractérisant le découplage de la machine.

Les figures III.35.a-b représentent le comportement dynamique du système dans le cas du réglage de vitesse (position) pour la première structure de commande.

Les figures III.36.a-b donnent le comportement du système lors du réglage de vitesse(position) pour la structure en cascade. Des résultats obtenus, on peut conclure que les SSV présentent une solide robustesse en présence des variations paramétriques et de perturbation. La dynamique de poursuite de la consigne ainsi que le découplage de machine ne sont pas affectés par les variations paramétriques introduites sur le système, ce qui justifie le choix de la méthode proposée.

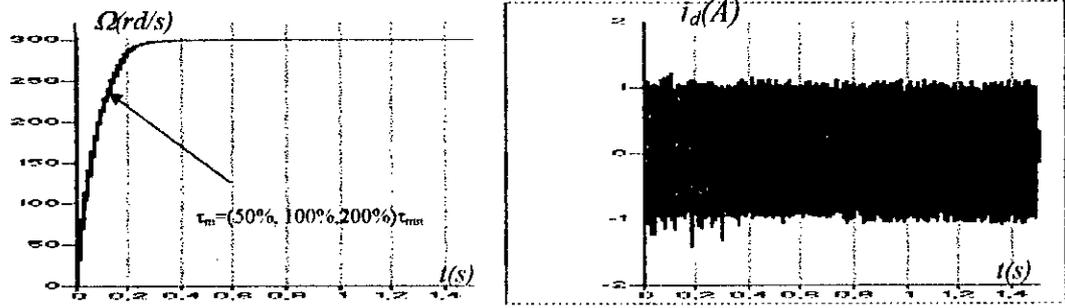


Figure III.35.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge. Structure avec limitation indirecte du courant ( $\tau_m=(50, 100, 200)\% \tau_{mnom}$ ,  $\tau_q=\tau_d=80\% \tau_{qnom}$ ,  $\Phi_f=90\% \Phi_{fn}$ )

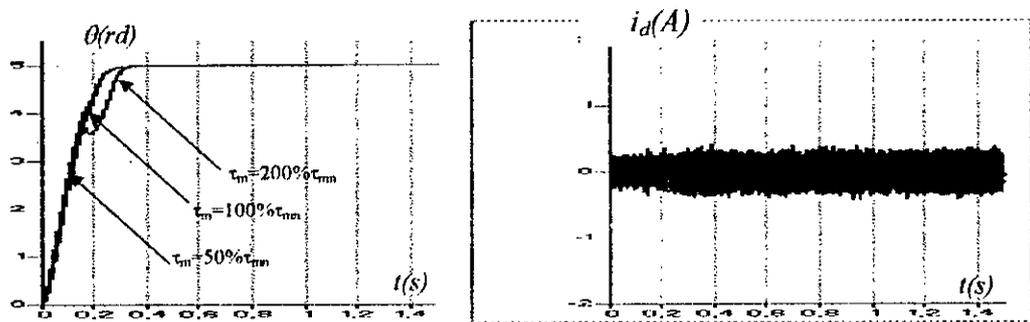


Figure III.35.b. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge. Structure avec limitation indirecte du courant ( $\tau_m=(50, 100, 200)\% \tau_{mnom}$ ,  $\tau_q=\tau_d=80\% \tau_{qnom}$ ,  $\Phi_f=90\% \Phi_{fn}$ )

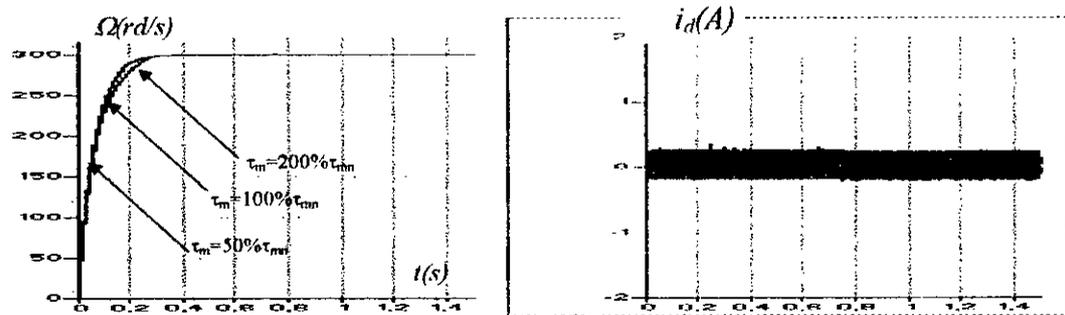


Figure III.36.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge. Structure en cascade ( $\tau_m=(50, 100, 200)\% \tau_{mnom}$ ,  $\tau_q=\tau_d=80\% \tau_{qnom}$ ,  $\Phi_f=90\% \Phi_{fn}$ )

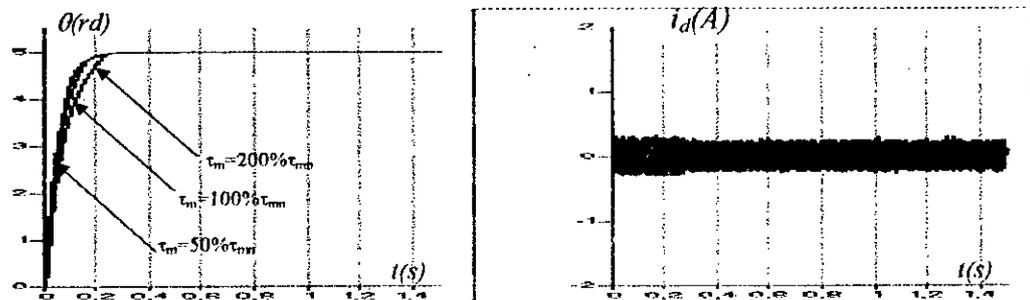


Figure III.36.b. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge. Structure en cascade ( $\tau_m=(50, 100, 200)\% \tau_{mnom}$ ,  $\tau_q=\tau_d=80\% \tau_{qnom}$ ,  $\Phi_f=90\% \Phi_{fn}$ )

### III.9. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude de la commande par mode de glissement variable traitée dans le plan de phase. Ce choix a été justifié par la simplicité de la conception d'une telle commande ainsi que de sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques et de charge. La synthèse de l'algorithme de commande a été faite en temps discret en se basant sur l'approche proposée par J.J. Slotine, dont la loi de commutation est une fonction scalaire telle que la variable à régler peut glisser sur cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase. La réduction du phénomène de Chattering a été mise au point par adoucissement de la fonction de commande. Deux structures de commande en été mise en œuvre, à savoir la limitation indirecte du courant ainsi que le réglage en cascade. Les résultats obtenus en présence des variations paramétriques et de charge ont montré un comportement satisfaisant et des performances intéressantes. La limitation indirecte du courant a permis la réduction du nombre de surfaces de glissement, mais présente l'inconvénient de ne pas assurer la limitation du courant en cas de surcharge. La limitation directe de courant a imposé au variateur de vitesse (position) le maximum de courant en régime dynamique, en revanche, elle présente l'inconvénient de compliquer la synthèse des différentes surfaces. L'écart sur la vitesse dans la région d'application du couple a montré que l'état du système peut s'approcher de la surface de commutation mais il ne peut pas y rester de ce fait, les systèmes à structure variable peuvent seulement avoir un mouvement appelé quasi-mode glissant, ceci est dû à l'impossibilité de générer la commande équivalente adéquate capable de garder l'état du système sur la surface de glissement, à cause de l'existence de retard de calcul et du maintien constant des variables entre deux instants d'échantillonnage. Dans le chapitre suivant, une autre approche du réglage par mode glissant sera évoquée, l'intérêt de celle-ci est qu'elle permet de réduire la complexité de la réalisation pratique.

# CHAPITRE IV

## COMMANDE PAR MODE GLISSANT DE LA MSAP (TRAITEMENT DANS L'ESPACE D'ETAT)

### INTRODUCTION

**D**ANS ce chapitre, on se propose d'étudier une deuxième approche du réglage par mode de glissement. Dans ce contexte, on va considérer une structure simplifiée ne nécessitant pas la mesure des courants pour réaliser la commande, ceci étant réalisable en utilisant un organe de commande adéquat, ayant une action à deux positions, et une loi de commutation par contre réaction d'état, dans laquelle on admet des grandeurs d'état qui ne doivent pas forcément être les dérivées de la grandeur à réguler [Bühler 86].

Le phénomène de "Chattering" est éliminé en modifiant l'algorithme de commande par régulation de la surface de glissement à l'intérieur d'une bande d'hystérésis variable, [Boudjema 90-91], [Bouhassoun 98-a] dans laquelle on force la surface de glissement à ne pas atteindre les limites de la bande pour éviter ainsi la commutation de l'organe de commande. une étude a montré que ce procédé pourrait affecter le découplage de la machine [Bouhassoun 98-a]. Il est possible dans ce cas de corriger cette erreur en insérant un régulateur à structure variable synthétisé à partir de l'approche de Slotine. Ce régulateur fournit un terme correctif lequel on ajoute à la tension de commande pour avoir la nouvelle commande.

Au début, on va établir les relations générales du réglage par mode de glissement en utilisant les notions du réglage par contre réaction d'état [Bühler 83-89]. Par la suite, on va appliquer cette approche pour le réglage de la vitesse (position) de la MSAP. Plusieurs problèmes liés à la conception de cette commande seront évoqués afin de faciliter l'implémentation pratique.

#### IV.1. LOI DE COMMUTATION PAR CONTRE REACTION D'ETAT

Il est possible de faire appel à la méthode de Lyapounov [Bühler 86] ou au principe d'optimisation de Pontryagin, ou même à la théorie de l'hyperstabilité de Popov [Popov 73] pour la synthèse des systèmes à structure variable. H. Bühler nous propose en analogie avec le réglage par contre réaction d'état une loi de commutation définie par

$$S(X, t) = -K^T X(t) + k_w x^* \quad (IV.1)$$

Où  $X$  est le vecteur d'état du système global à régler y compris le régulateur intégrateur de dimension  $(n+1)$ ,  $x^*$  la grandeur de consigne,  $K^T$  est un vecteur ligne de dimension  $(n+1)$  qui contient les coefficients de la contre réaction d'état, et  $k_w$  est le coefficient de l'intervention directe de la grandeur de consigne.

Cette approche nécessite l'utilisation des concepts de l'automatique linéaire pour la synthèse du vecteur de la contre réaction d'état. Pour notre étude, cet inconvénient est pallié par l'application de la commande vectorielle qui permet comme nous l'avons vu au chapitre II, l'obtention d'un modèle dynamique linéaire. A noter que la détermination du vecteur  $K^T$  par la méthode de Lyapounov ou de Pontryagin conduit à un comportement dynamique assez mauvais [Bühler 86]. Le système à régler est décrit par les équations d'état [Bühler 83-89].

$$\dot{X}(t) = AX(t) + bu(t) + b_v v + b_w x^* \quad (IV.2)$$

$$Y(t) = C^T X(t)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ -\frac{C_s^T}{T_i} & 0 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_s \\ 0 \end{bmatrix}; \quad b_v = \begin{bmatrix} b_{sv} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad b_w = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_i} \end{bmatrix}; \quad C^T = \begin{bmatrix} C_s^T & 0 \end{bmatrix} \quad (IV.3)$$

où

$$X(t) = [X_s(t) \quad x_R(t)]^T \quad (IV.4)$$

$$K^T = [K_s^T \quad -k_R] \quad (IV.5)$$

$X_s(t)$ ,  $K_s^T(t)$  sont respectivement le vecteur d'état du système à régler sans régulateur intégrateur, ainsi que son vecteur de contre réaction associé.

On obtient alors la configuration représentée à la figure IV.1

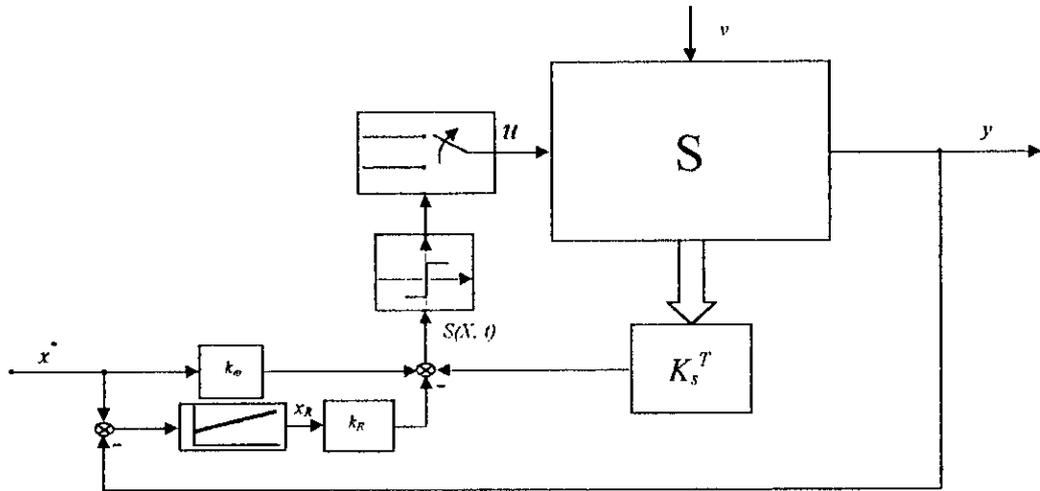


Figure IV.1. Configuration du réglage par mode de glissement avec loi de Commutation par contre réaction d'état, et régulateur intégrateur

### IV.2. COMMANDE EQUIVALENTE

Pour un système décrit dans le cas général par les équations d'état

$$\dot{X}(t) = f(x,t) + g(x,t)u \tag{IV.6}$$

S'il y a un glissement idéal on a

$$\dot{S}(X,t) = 0 \tag{IV.7}$$

et

$$\frac{dS(X,t)}{dt} = \left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)^T \frac{dX}{dt} + \frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)^T (f(x,t) + g(x,t)V_{eq}) + \frac{\partial S}{\partial t} \tag{IV.8}$$

Avec  $V_{eq}$  la commande équivalente déterminée à partir de

$$V_{eq} = - \left[ \left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)^T g(x,t) \right]^{-1} \left[ \left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)^T f(x,t) + \frac{\partial S}{\partial t} \right] \tag{IV.9}$$

Avec la condition

$$\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)^T g(x,t) \neq 0 \tag{IV.10}$$

En remplaçant l'expression de  $V_{eq}$  dans IV.6 on obtient la trajectoire d'état en mode de glissement

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \left\{ 1 - g(x,t) \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial X} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \left( \frac{\partial S}{\partial X} \right)^T \right\} f(x,t) - g(x,t) \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial X} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial t} \quad (\text{IV.11})$$

Dans le cas où

$$f(x,t) = AX(t), \quad g(x,t) = b \quad (\text{IV.12})$$

on aura

$$V_{eq} = -\frac{I}{K_b^T} K^T (AX(t) + b_v v + b_w x^*) + \frac{I}{K_b^T} k_w \frac{dx^*}{dt} \quad (\text{IV.13})$$

Les équations différentielles en mode de glissement deviennent

$$\dot{X}(t) = A^* X(t) + b_v^* v + b_w^* x^* + \dot{b}_w^* \frac{dx^*}{dt} \quad (\text{IV.14})$$

avec

$$A^* = \left( I - \frac{I}{K_b^T} b K^T \right); b_v^* = \left( I - \frac{I}{K_b^T} b K^T \right) b_v; b_w^* = \left( I - \frac{I}{K_b^T} b K^T \right) b_w; \dot{b}_w^* = \frac{k_w}{K_b^T} \dot{b} \quad (\text{IV.15})$$

### IV.3. LIMITE DU DOMAINE DU MODE DE GLISSEMENT

Le régime glissant n'existe pas pour toute condition initiale sur la surface de commutation. Si la consigne  $x^*$  est constante, la condition qui donne la limite du fonctionnement en mode de glissement est donnée par

$$K^T \left( b V_{lim} + A \hat{X} + b_v v + b_w x^* \right) = 0 \quad (\text{IV.16})$$

$$\text{où} \quad V_{eq} = V_{lim} \quad \text{et} \quad V_{lim} = V_{max} \quad \text{ou} \quad V_{min}$$

$\hat{X}$  : vecteur délimitant le domaine glissant.

Ces valeurs doivent tenir compte de la loi de commutation

$$S(\hat{X}) = -K^T \hat{X} + k_w x^* \quad (\text{IV.17})$$

On applique la décomposition suivante

$$K^T = \begin{bmatrix} K_a^T & k_n \end{bmatrix}; \quad \hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{X}_a & x_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

Lorsqu'on introduit IV.18 dans IV.17 on obtient

$$-K_a^T X_a - k_n \hat{X}_n + k_w x^* = 0 \quad (\text{IV.19})$$

D'où on peut exprimer  $x_n$  en fonction de  $X_a$

$$\hat{X}_n = \frac{-K_a^T}{k_n} X_a + \frac{k_w}{k_n} x^* \quad (\text{IV.20})$$

En introduisant IV.20 dans IV.18 on obtient

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -\frac{K_a^T}{k_n} \end{bmatrix} \hat{X}_a + \begin{bmatrix} O_{n-1} \\ \frac{k_w}{k_n} \end{bmatrix} x^* \quad (\text{IV.21})$$

où,  $I_{n-1}$  est une matrice unité  $(n-1, n-1)$  et  $O_{n-1}$  un vecteur zéro de dimension  $n-1$ .

Dans les conditions aux limites (IV.16) on peut exprimer  $\hat{X}$  par la relation IV.21 d'où on tire

$$K^T \left\{ bV_{lim} + A \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -\frac{K_a^T}{k_n} \end{bmatrix} \hat{X}_a + b_v v + K^T \left( b_w + A \begin{bmatrix} O_{n-1} \\ \frac{k_w}{k_n} \end{bmatrix} \right) \right\} = 0 \quad (\text{IV.22})$$

Cette relation peut être encore exprimée par

$$F^T \hat{X}_a + G = 0 \quad (\text{IV.23})$$

$$F^T = K^T A \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -\frac{K_a^T}{k_n} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.24})$$

$$G = K^T bV_{lim} + K^T b_v v + K^T \left( b_w + A \begin{bmatrix} O_{n-1} \\ \frac{k_w}{k_n} \end{bmatrix} \right) x^* \quad (\text{IV.25})$$

La relation (IV.23) décrit un hyperplan d'ordre  $n-2$  étant donné que  $\hat{X}_a$  possède la dimension  $n-1$ , le vecteur ligne  $F^T$  détermine en principe l'inclinaison de cet hyperplan tandis que le scalaire  $G$  détermine sa position. A noter qu'il existe toujours deux hyperplans pour fixer les limites du domaine du mode de glissement puisqu'il faut introduire pour  $V_{lim}$  respectivement  $V_{max}$  et  $V_{min}$ .

#### IV.4 DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE LA CONTRE REACTION D'ETAT PAR LA METHODE DE PLACEMENT DE POLE

La méthode de placement de pôles s'applique pour les systèmes linéaires. Son extension pour des systèmes commandés par les modes de glissement nous permet la synthèse de la surface de glissement, d'où le choix de la dynamique du système.

L'équation caractéristique du système en mode de glissement est

$$P(s) = \det(sI - A^*) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \alpha_{n-2}s^{n-2} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0 = 0 \quad (\text{IV.26})$$

Les coefficients  $\alpha_i$  sont déterminés par le théorème de Viète par identification avec les pôles imposés [Bühler 83].

$$P(s) = (s-p_1)(s-p_2) \dots (s-p_n) \quad (\text{IV.27})$$

Dans le réglage par mode de glissement, cette méthode consiste à déterminer le vecteur ligne  $K^T$  de la contre réaction d'état, afin que la matrice  $A^*$  ait des valeurs propres égales aux pôles imposés  $p_i$ . Le vecteur de contre réaction d'état peut être calculé par

$$K^T = k_{r,n} [\alpha^T \quad 1]^T T \quad (\text{IV.28})$$

où  $T$  est une matrice de transformation définie comme suit.

$$T = \begin{bmatrix} I^T \\ I^T A \\ \vdots \\ I^T A^{n-2} \\ I^T A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.29})$$

Avec  $I^T = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1] Q_c^{-1} \quad (\text{IV.30})$

Et  $Q_c = [b \ Ab \ \dots \ A^{n-2}b \ A^{n-1}b] \quad (\text{IV.31})$

matrice de commandabilité.

#### IV.5. DETERMINATION DU COEFFICIENT $k_w$ DE L'INTERVENTION DIRECTE DE LA GRANDEUR DE CONSIGNE

Le coefficient  $k_w$  présente une influence sur la position de la droite de glissement par rapport à l'origine, par conséquent, d'après (IV.25) le mode de glissement varie aussi en fonction de  $k_w$ .  $k_w$  est donc choisi de telle sorte que le domaine du mode de glissement contient la région de fonctionnement désirée. Dans notre cas,  $k_w$  est déterminé de telle sorte que l'erreur statique s'annule en régime permanent

$$k_w = \frac{K^T}{x^*} X^s$$

où  $X^s$  représente la valeur de  $X$  en régime établi.

#### IV.6. CONSIDERATION CONCERNANT LE CHOIX DES POLES

Du fait que la matrice  $A^*$  est singulière ceci, nous impose de prendre un pôle  $p_n$  à l'origine, les  $n-1$  pôles peuvent être choisis librement. Evidemment, il faut que la partie réelle des pôles soit négative pour avoir un système stable en mode de glissement. Il est souvent judicieux de choisir des pôles conjugués sur la même verticale dans le domaine délimité par deux droites de  $45^\circ$  [Bühler 89].

On choisit alors un amortissement optimal, et pour garantir un amortissement relatif minimal, il faut que la partie réelle se trouve à gauche d'une droite délimitée par  $\rho_{min}$ . Plus on déplace les pôles vers la gauche, plus le réglage par mode de glissement devient rapide. Cependant, pour un réglage très rapide, le domaine du mode de glissement peut se restreindre de manière inacceptable.

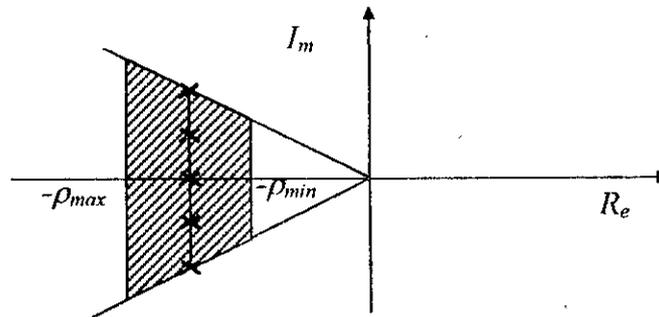


Figure IV.2. Domaine des pôles imposés

#### IV.7. FONCTIONNEMENT A FREQUENCE DE COMMUTATION CONSTANTE

En mode de glissement idéal (i.e fréquence de commutation infinie de la commande  $u$ ), la trajectoire d'état atteint la surface de commutation pour ensuite évoluer exactement sur celle ci jusqu'au point d'équilibre. En réalité, la fréquence de commutation est finie à cause de l'imperfection des éléments constituant la boucle de commande. En plus, elle varie en fonction du point de fonctionnement, des paramètres du système, du vecteur  $K^T$  de la contre réaction et du point de consigne variable.

Il est donc intéressant de trouver un moyen pour maintenir constante la fréquence de commutation tout en jouissant des avantages que procure la théorie des systèmes à structure variable. Dans l'ouvrage [Bühler 86], l'auteur a proposé de superposer un signal en dents de scie ou triangulaire à la surface  $S(X, t)$  pour maintenir constante la fréquence de commutation, nécessitant ainsi un modulateur en dents de scie figure IV.3

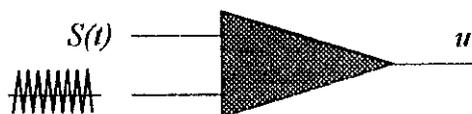


Figure IV.3. Modulation de la loi de commutation par une dent de scie

Afin de maintenir constante la fréquence de commutation en régime glissant, nous proposons dans ce qui va suivre, une loi de commutation non linéaire par variation de la bande d'hystérésis [Boudjema 91],[Bouhassoun 98-a]. Cette largeur sera déterminée en fonction de l'état et les paramètres du système.

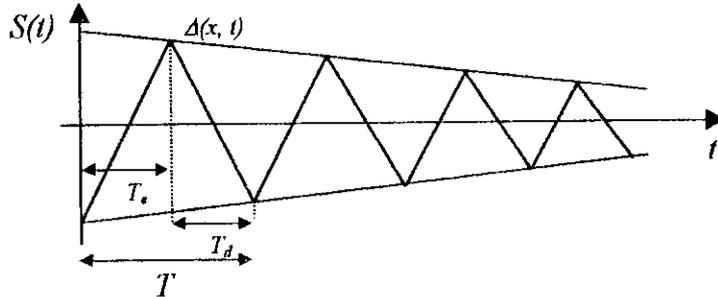


Figure IV.4. Loi de commutation à fréquence constante

La commande discontinue dans ce cas est définie par

$$u = \begin{cases} V_{max} & \text{si } S(X,t) > \Delta(x,t) \\ V_{min} & \text{si } S(X,t) < \Delta(x,t) \end{cases} \tag{IV.32}$$

Cette loi, provoque sur le système réel un régime glissant à fréquence finie. Le mode de glissement réel est schématisé à la figure IIV.4, l'objectif est de maintenir  $T_e + T_d = \text{constante}$ . Il faut trouver la fonction  $\Delta(x, t)$ , qui permet de réaliser cet objectif. A partir de la figure IV.4 on peut déduire

$$T = T_e + T_d = 2\Delta \left( \frac{1}{\left(\frac{ds}{dt}\right)_{V_{min}}} - \frac{1}{\left(\frac{ds}{dt}\right)_{V_{max}}} \right) \tag{IV.33}$$

Pour maintenir constante la fréquence de commutation des interrupteurs, il faut insérer dans la boucle de commande l'expression représentant la largeur de l'hystérésis en fonction de l'état des paramètres du système. Figure III.5.

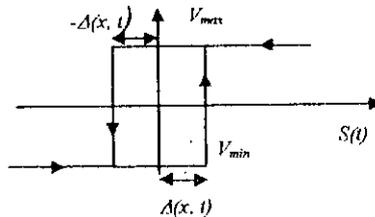


Figure IV.5. Loi de commutation avec hystérésis variable

## IV.8. PHENOMENE DE CHATTERING

Le phénomène de Chattering "forte oscillation de l'organe de commande", est considéré comme l'inconvénient majeur de la commande par mode de glissement. Ce phénomène est nocif pour le bon fonctionnement du système commandé par cette technique. Dans le cas des entraînements réglés ce phénomène est la cause des pertes supplémentaires pouvant dégrader le rendement de la machine. De plus certaines dynamiques négligées peuvent être excitées ce qui peut déstabiliser le système à régler. Des travaux récents [Utkin 93] validés par l'expérimentation ont montré que le Chattering causé par les dynamiques négligées peut être éliminé par l'utilisation d'un observateur.

Dans la méthode que nous proposons [Bouhassoun 98-a], le chattering est éliminé par l'application de la commande adoucie en utilisant un régulateur de type proportionnel intégral défini comme suit

$$u = \begin{cases} \frac{V_{max} + V_{min}}{2} + \frac{V_{max} - V_{min}}{2} \text{Signe}(S(X,t)) & \text{si } |S(X,t)| > \Delta(x,t) \\ K_{Ps} \Delta(x,t) + K_{Is} \int \Delta(x,t) dt & \text{si } |S(X,t)| \leq \Delta(x,t) \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

Lorsque la synthèse du régulateur est faite d'une manière correcte, la surface de glissement tend vers zéro sans atteindre les limites de la bande, ce qui va éliminer le phénomène de Chattering figure IV.6

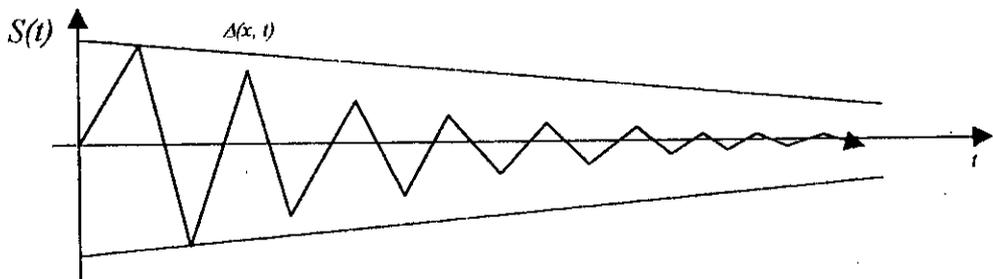


Figure IV.6. Elimination du phénomène de Chattering

Il est à noter que l'augmentation du gain  $K_{Ps}$  entraînera l'excitation des dynamiques négligées. On doit donc faire un compromis entre la rapidité et la robustesse lors du dimensionnement du régulateur. En revanche, ce type de commande est inadmissible pour certaines applications utilisant le mode "tous ou rien" comme par exemple les convertisseurs de l'électronique de puissance.

## IV.9. LIMITATION DES GRANDEURS D'ETAT

La limitation des grandeurs d'état est nécessaire pour protéger les processus industriels contre les surcharges qui peuvent conduire à une destruction du système à régler. Le limiteur permet de fixer la grandeur d'état  $x_i$  à limiter entre  $x_{imax}$  et  $x_{imin}$  suivant les exigences du cahier des charges. Lorsqu'il y a plusieurs grandeurs d'état à limiter, il est souvent judicieux de faire appel à une chaîne de limiteur comme il est illustré à la figure IV.7.

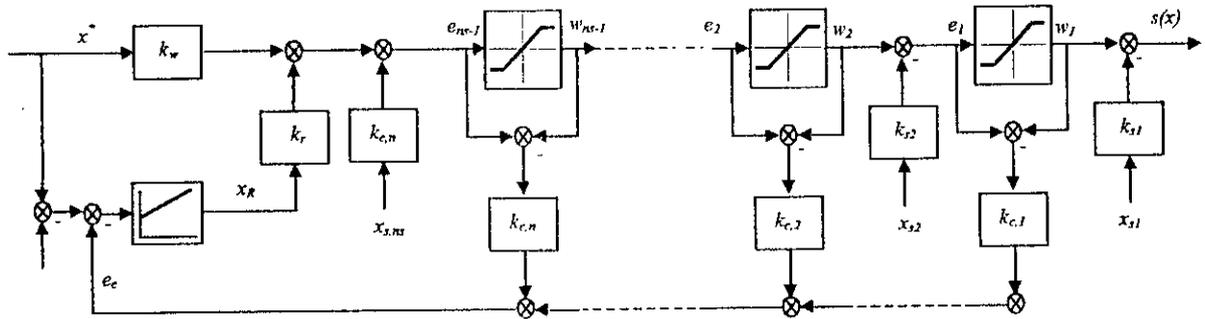


Figure IV.7. Limitation des variables d'état

Chaque limiteur fournit une grandeur de consigne  $x_i^*$  avec

$$x_i^* = \begin{cases} x_{i,max}^* & \text{si } e_i > x_{i,max}^* \\ e_i & \text{si } x_{i,max}^* \geq e_i \geq x_{i,min}^* \\ x_{i,min}^* & \text{si } e_i < x_{i,min}^* \end{cases} \quad i = 1, n_s - 1 \quad (IV.35)$$

avec 
$$e_i = x_{i+1}^* - k_{s,i+1} x_{i+1} + k_R x_R \quad (IV.36)$$

Les valeurs  $x_{i,lim}^*$ , avec  $x_{i,lim}^* = x_{i,max}^*$  ou  $x_{i,lim}^* = x_{i,min}^*$  doivent être déterminées de sorte que la grandeur d'état  $x_i$  reste limitée à  $x_{s,lim}$  à condition que

$$|k_{s1}x_{s1} + k_{s2}x_{s2} + \dots + k_{s,i-1}x_{s,i-1}| \ll k_{s,i}x_{s,lim} \quad (IV.37)$$

On trouve 
$$x_{i,lim}^* = k_{s,i} x_{s,lim} \quad (IV.38)$$

## IV.10. APPLICATION A LA MACHINE SYNCHRONNE A AIMANT PERMANENT

### IV.10.1. REGLAGE DE VITESSE

Le modèle découplé de la MSAP est donné par

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_q \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & -\frac{P\Phi_f}{L_q} \\ \frac{P\Phi_f}{J} & -\frac{F_c}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix} v_q + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} T_r \quad (IV.39)$$



**IV.10.1.3. COMMANDE EQUIVALENTE**

La commande équivalente est donnée par

$$V_{eq} = (R_s i_q + P\Phi_f \Omega) - \frac{k_\Omega}{k_q} \frac{L_q}{J} (P\Phi_f i_q - F_c \Omega - T_r) + \frac{L_q k_R}{k_q T_i} (\Omega^* - \Omega) \quad (IV.45)$$

**IV.10.1.4. EQUATIONS D'ETAT EN MODE DE GLISSEMENT**

Les équations d'état en mode de glissement sont données par

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_q \\ \Omega \\ x_R \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-P\Phi_f k_\Omega}{k_q J} & -\frac{k_R}{k_q T_i} + \frac{F_i k_\Omega}{J k_q T_i} & 0 \\ \frac{P\Phi_f}{J} & -\frac{F_c}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \\ x_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_\Omega}{J k_q} \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_R + \begin{bmatrix} \frac{k_\Omega}{k_q T_i} \\ 0 \\ \frac{1}{T_i} \end{bmatrix} \Omega^* \quad (IV.46)$$

L'équation caractéristique du système en mode de glissement est donnée par

$$P(s) = \det(sI - A^*) = s \left[ s^2 + \left( \frac{P\Phi_f k_\Omega}{J k_q} + \frac{F_c}{J} \right) s + \frac{P\Phi_f k_R}{J k_q T_i} \right] \quad (IV.47)$$

**IV.10.1.5. CALCUL DES COEFFICIENTS DU VECTEUR DE LA CONTRE REACTION D'ETAT**

Le vecteur de contre réaction d'état est donné par

$$K^T = k_{r,n} [\alpha^T \quad 1] T \quad (IV.48)$$

$$\text{avec } T = \begin{bmatrix} t^T \\ t^T A \\ t^T A^2 \end{bmatrix} \quad \text{et } t^T Q_c = [0 \ 0 \ 1], \quad Q_c = [b \ bA \ bA^2] \quad (IV.49)$$

et

$$Q_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & \frac{1}{L_q} \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 - \left( \frac{P\Phi_f}{J L_q} \right)^2 \\ 0 & \frac{P\Phi_f}{J L_q} & -\frac{1}{L_q} \left[ \frac{R_s P\Phi_f}{J L_q} + F_c \frac{P\Phi_f}{J^2} \right] \\ 0 & 0 & -\frac{P\Phi_f}{J L_q T_i} \end{bmatrix} \quad (IV.50)$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-JL_q T_i}{P\Phi_f} \\ 0 & \frac{JL_q}{P\Phi_f} & 0 \\ L_q & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.51})$$

D'où

$$K^T = k_{r,3} \begin{bmatrix} \alpha_2 JL_q & L_q F_c & -\alpha_1 JL_q T_i \\ \frac{P\Phi_f}{P\Phi_f} & \frac{P\Phi_f}{P\Phi_f} & \frac{P\Phi_f}{P\Phi_f} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.52})$$

Les coefficients  $\alpha_i$  sont donnés par

$$\alpha_1 = \frac{P\Phi_f k_R}{Jk_q T_i} \quad (\text{IV.53})$$

$$\alpha_2 = \frac{P\Phi_f k_\Omega}{Jk_q} + \frac{F_c}{J}$$

En choisissant un pôle à l'origine, et deux pôles complexes conjugués selon le critère d'amortissement optimal on trouve

$$k_R = k_{r,3} \frac{2\rho^2 JL_q}{\rho\Phi_f}$$

$$k_\Omega = k_{r,3} \frac{L_q(2\rho J - F_c)}{\rho\Phi_f} \quad (\text{IV.54})$$

$$k_q = k_{r,3} L_q$$

On impose le coefficient  $k_{r,3}$  tel que  $k_{r,3} = 1/L_q$  ce qui conduit à

$$k_R = \frac{2PJ}{P\Phi_f}$$

$$k_\Omega = \frac{2\rho J - F_c}{P\Phi_f} \quad (\text{IV.55})$$

$$k_q = 1$$

Lorsque l'erreur statique s'annule au régime permanent, on aboutit à

$$k_w = \frac{T_r}{P\Phi_f \Omega^*} + \frac{2\rho J}{P\Phi_f} \quad (\text{IV.56})$$

Pour avoir les gains du régulateur digital, il faut faire la correction sur les coefficients du régulateur continu

$$\begin{aligned}\bar{k}_\Omega &= k_\Omega + \frac{k_R}{2} \\ \bar{k}_q &= k_q + \frac{k_R}{2} \\ \bar{k}_w &= k_w + \frac{k_R}{2}\end{aligned}\quad (IV.57)$$

#### IV.10.1.6. LIMITE DU DOMAINE DU MODE GLISSANT

Le domaine du mode de glissement est délimité par deux droites ( $i_q \Omega$ ) ou par deux plans dans l'espace ( $i_q \Omega x_R$ ). Ces deux droites sont obtenues en remplaçant  $V_{lim}$  par  $V_{max}$  puis  $V_{min}$  dans l'équation ci-dessous

$$\left( \frac{P\Phi_f k_\Omega}{J} - \frac{R_s k_q}{L_q} \right) \hat{i}_q + \left( \frac{k_R}{T_i} - \frac{F_c k_\Omega}{J} - \frac{P\Phi_f k_q}{L_q} \right) \hat{\Omega} + \frac{k_q V_{lim}}{L_q} - \frac{k_\Omega T_r}{J} - \frac{k_R}{T_i} \Omega^* = 0 \quad (IV.58)$$

#### IV.10.1.7. LIMITATION DES GRANDEURS D'ETAT

Dans notre application, la limitation de la grandeur d'état  $i_q$  s'avère très intéressante, le limiteur permet de fixer les bornes de  $i_q$  entre  $i_{qmax}$  et  $i_{qmin}$ . On utilise le système d'anti Windup pour corriger l'action intégrale.

La surface de commutation avec limitation est donnée par

$$S(X, t) = \begin{cases} -k_S^T X_S + k_R x_R + k_w \cdot x^* & \text{si } |i_q| < i_{qmax} \\ -k_q i_q + c_{lim_i} & \text{si } |i_q| > i_{qmax} \end{cases} \quad (IV.59)$$

$$\text{avec } c_{lim_i} = \begin{cases} k_q i_{qmax} & \text{pour } i_q > i_{qmax} \\ -k_q i_{qmax} & \text{pour } i_q < -i_{qmax} \end{cases} \quad (IV.60)$$

La grandeur de commande équivalente devient

$$V_{eq} = \begin{cases} V_{eq} & \text{si } |i_q| \leq i_{qmax} \\ R_S i_{qmax} + P\Phi_f \Omega & \text{si } i_q > i_{qmax} \\ -R_S i_{qmax} + P\Phi_f \Omega & \text{si } i_q < -i_{qmax} \end{cases} \quad (IV.61)$$

**IV.10.1.8. FONCTIONNEMENT A FREQUENCE DE COMMUTATION CONSTANTE**

Pour une fréquence de commutation fixe  $f = 1/T$  la bande d'hystérésis est donnée par

$$\Delta(x, t) = \frac{T}{2 \left[ \frac{\partial S}{\partial t}(V_{lim} = V_{min}) - \frac{\partial S}{\partial t}(V_{lim} = V_{max}) \right]} \tag{IV.62}$$

avec

$$S(V_{lim}) = \left( \frac{k_q R_s}{L_q} - \frac{P\Phi_f k_R}{J} \right) i_q + \left( \frac{P\Phi_f k_q}{L_q} + \frac{F_c k_\Omega}{J} - \frac{k_R}{T_i} \right) \Omega + k_\Omega \frac{T_r}{J} + \frac{k_\Omega}{T_i} \Omega^* + k_w \dot{\Omega} - \left( \frac{k_q}{L_q} \right) V_{lim} \tag{IV.63}$$

$$V_{lim} = V_{max} \text{ ou } V_{min}$$

**IV.10.1.9. STRUCTURE DU REGULATEUR PAR MODE DE GLISSEMENT**

La structure générale du régulateur par mode de glissement est représentée à la figure IV.9. Dans cette structure on utilise l'information sur le courant  $i_q$  et la position de la machine pour synthétiser la commande  $v_q$ . Le courant  $i_q$  ainsi que le couple résistant  $T_r$  sont estimés par leurs reconstruction à l'aide des variables d'état.

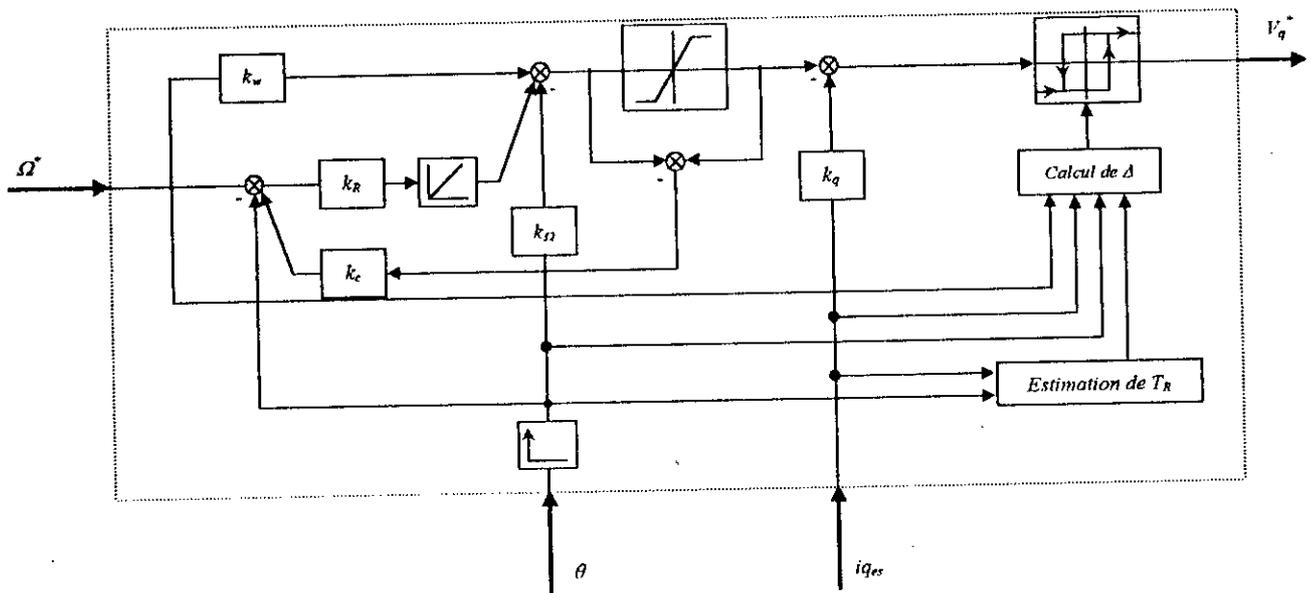


Figure IV.9. Structure générale du régulateur par mode de glissement

**IV.10.1.10. ELIMINATION DE CHATTERING**

Le phénomène de Chattering est éliminé par l'application de la commande adoucie définie comme suit

$$\dot{V}_q(k+1) = \begin{cases} V_{max} & \text{pour } S(X, t_k) > \Delta(x, t_k) \\ K_{ps} S(X, t_k) + K_{is} T_{ech} \left[ \sum_{i=0}^{k-1} S(X, t_i) + S(X, t_k) \right] & \\ V_{min} & \text{pour } S(X, t_k) < -\Delta(x, t_k) \end{cases} \quad (IV.64)$$

Le régulateur PI est synthétisé en tenant compte des conditions aux limites de la bande d'hystérésis en supposant que cette dernière est constante.

En effet, lorsque  $S(X, t_k)$  égale à  $H$  et  $-H$  on aura

$$\begin{cases} V_{max} = K_{ps} H + K_{is} T_{ech} H + K_{is} T_{ech} Z_{max} \\ -V_{max} = -K_{ps} H - K_{is} T_{ech} H + K_{is} T_{ech} (Z_{max} - \varepsilon) \end{cases} \quad (IV.65)$$

avec  $Z_{max}$  et  $Z_{max} - \varepsilon$  sont les valeurs de la somme  $\sum_{i=0}^{k-1} S(X, t_i)$  lorsque  $S(X, t_k)$  égale à  $H$  et  $-H$  respectivement.

En fixant la valeur de  $\varepsilon$  et en prenant  $K_{is} = T_{ech}$  on aura

$$K_{ps} = \frac{V_{max} - Z_{max}}{H} - 1 \quad (IV.66)$$

$$Z_{max} = \frac{\varepsilon}{2}$$

La figure IV.10 donne le schéma général du réglage de la MSAP par cette commande.

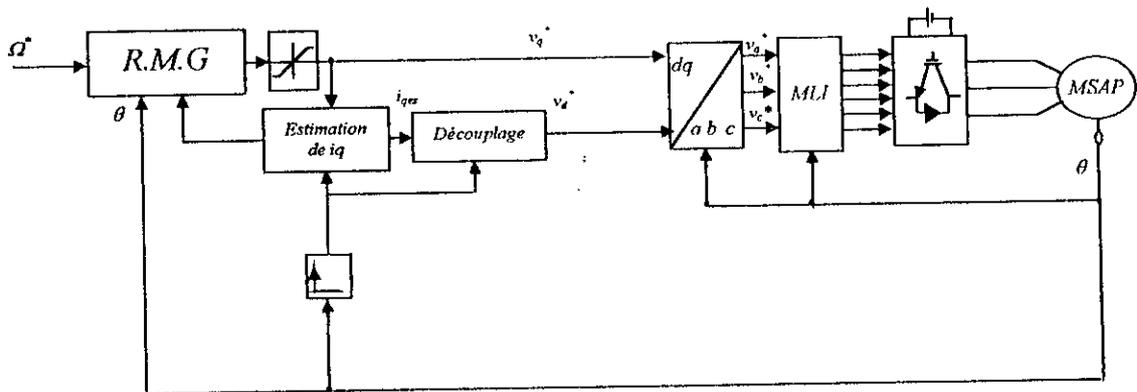


Figure IV.10. Schéma global du réglage de vitesse par mode de glissement.

**IV.10.1.11. AMELIORATION DU DECOUPLAGE**

Il est possible d'améliorer le découplage de la machine en insérant un régulateur par mode de glissement pour le contrôle de  $i_d$  figure IV.11. Dans le cas d'un mauvais découplage le régulateur  $S(i_d)$  fournit la tension  $V_{do}$  permettant le maintien du courant  $i_d$  nul.

La surface  $S(i_d)$  est définie comme suit

$$S(i_d) = i_d^*(k) - i_d(k-1) \tag{IV.67}$$

En mode de glissement on aura

$$\dot{S}(i_d) = 0 \Rightarrow V_{doeq}(k+1) = R_s i_d(k-1) - P\Omega(k-1)L_q i_q(k-1) \tag{IV.68}$$

La commande  $V_{do}$  est donnée par

$$V_{do}(k) = V_{doeq}(k) + V_{dn}(k) \tag{IV.69}$$

$$\text{avec } V_{dn} = K_d \text{Signe}(S(i_d(k))) \tag{IV.70}$$

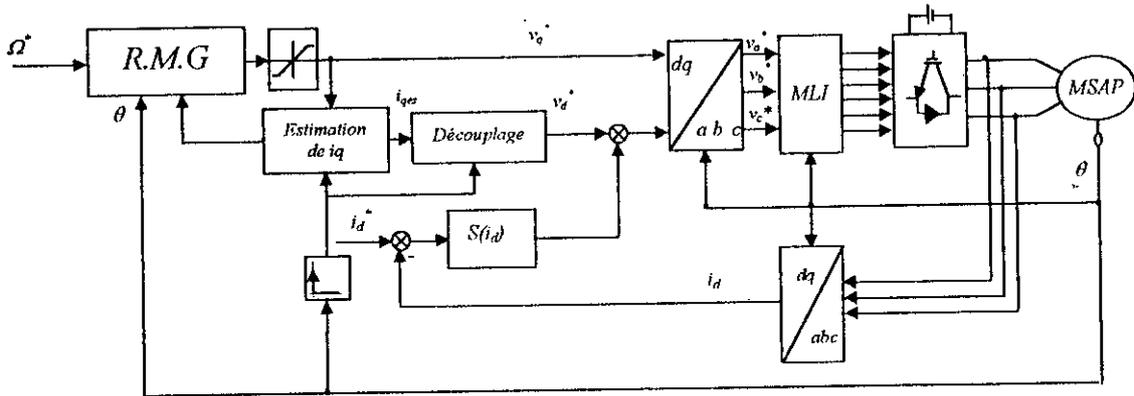


Figure IV.11. Amélioration du découplage de la MSAP

**IV.10.1.12. SIMULATION NUMERIQUE**

Le comportement du système global est testé par simulation numérique dans le cas du réglage de vitesse par mode glissant avec loi de commutation par contre réaction d'état. Les figures IV.12, IV.13 présentent les performances du réglage dans le cas de la commande relais ainsi que dans le cas de la commande adoucie. La figure IV.14 donne le comportement avec réglage du courant  $i_d$ . Les performances du réglage sont très satisfaisantes. La dynamique de poursuite n'est pas affectée par la variation du couple électromagnétique. Dans le cas de la commande sans réglage du courant la commande adoucie a pu éliminer avec succès le phénomène de Chattering, la surface de glissement s'annule rapidement après un cours régime transitoire, le rejet de la perturbation est efficace, néanmoins cette démarche affecte le découplage de la machine. L'introduction de la boucle de régulation du courant  $i_d$  permet comme le montre la figure IV.14 de remédier à ce problème mais au prix d'une forte sollicitation de l'organe de commande se manifestant par l'apparition du Chattering. des effets de zoom sur la vitesse et la surface de glissement sont représentés à la figure IV.15, IV.16. On note une bande d'hystérésis variable avec une fréquence de commutation constante, et une faible erreur statique en pleine charge ne dépassant pas les 1%.

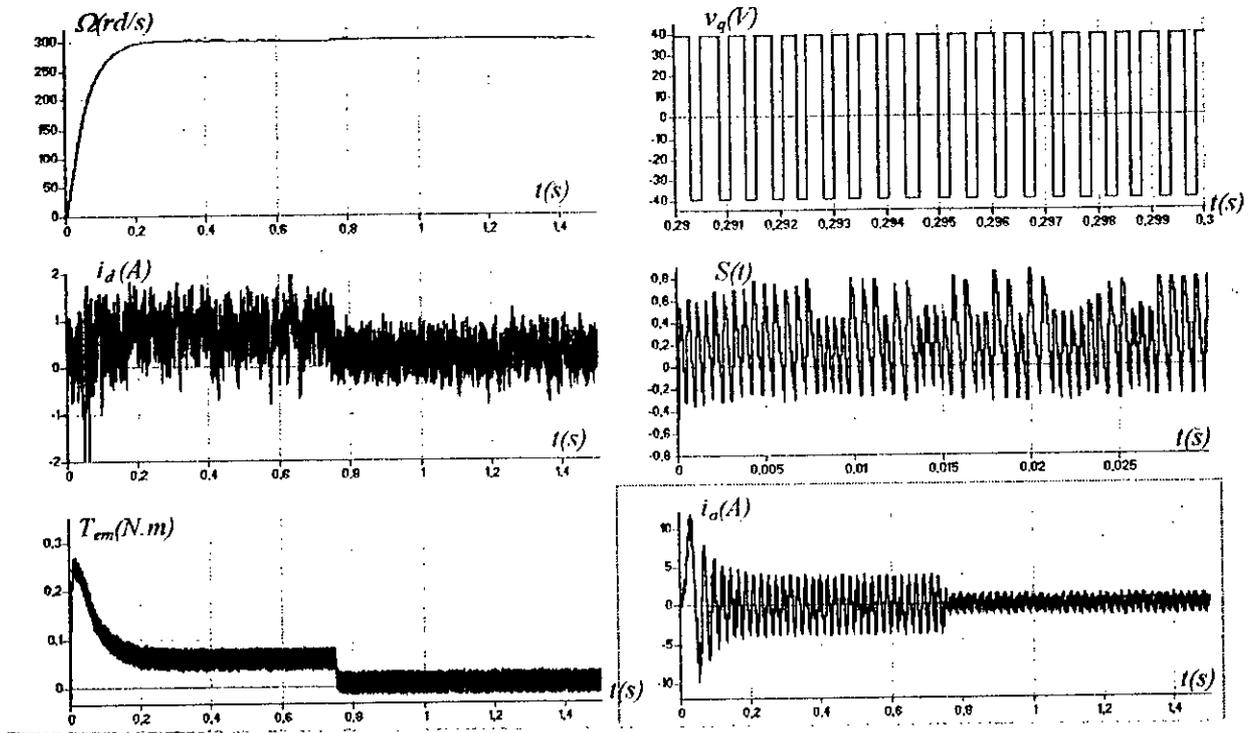


Figure IV.12.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge (Commande relais)

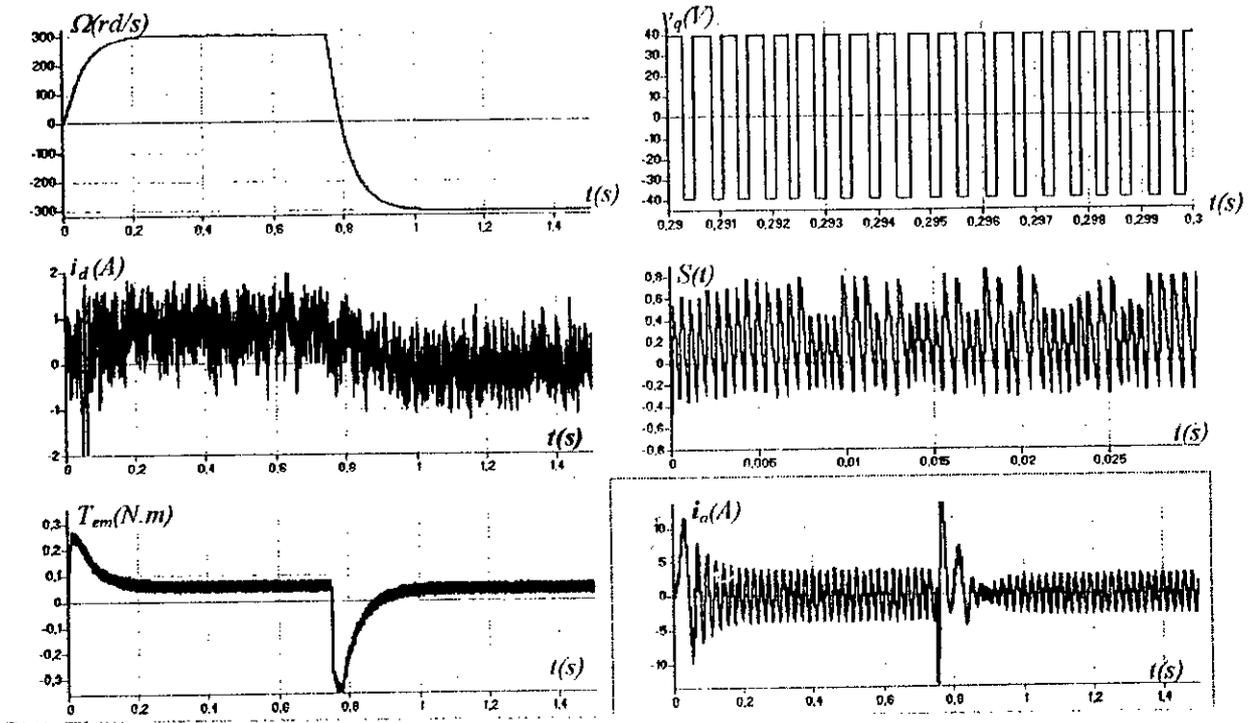


Figure IV.12.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche (Commande relais)

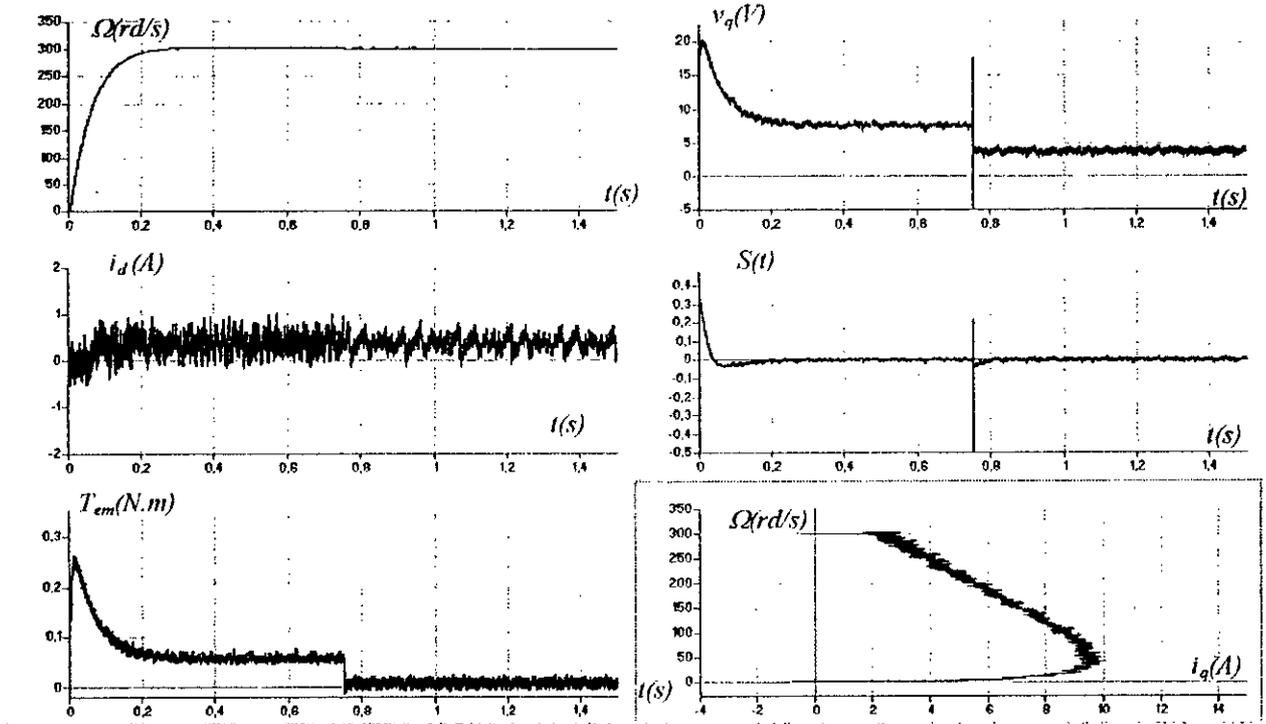


Figure IV.13.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge (Commande adoucie)

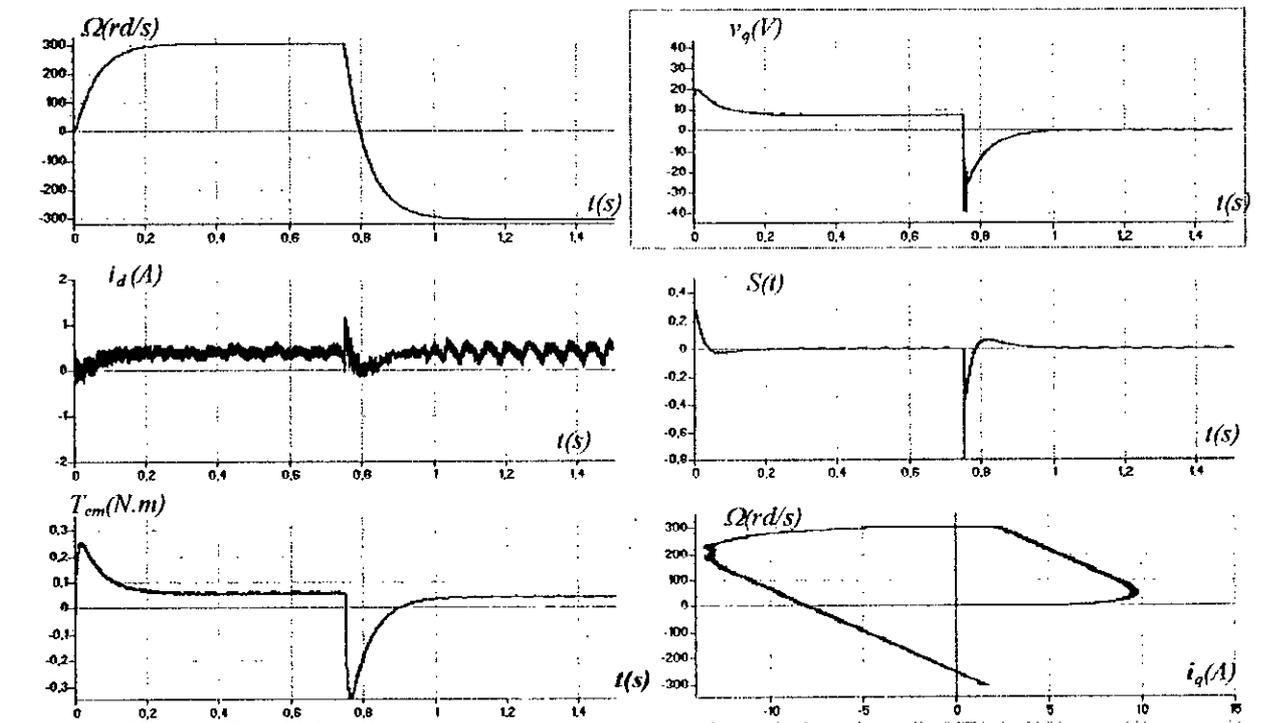


Figure IV.13.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche (Commande adoucie)

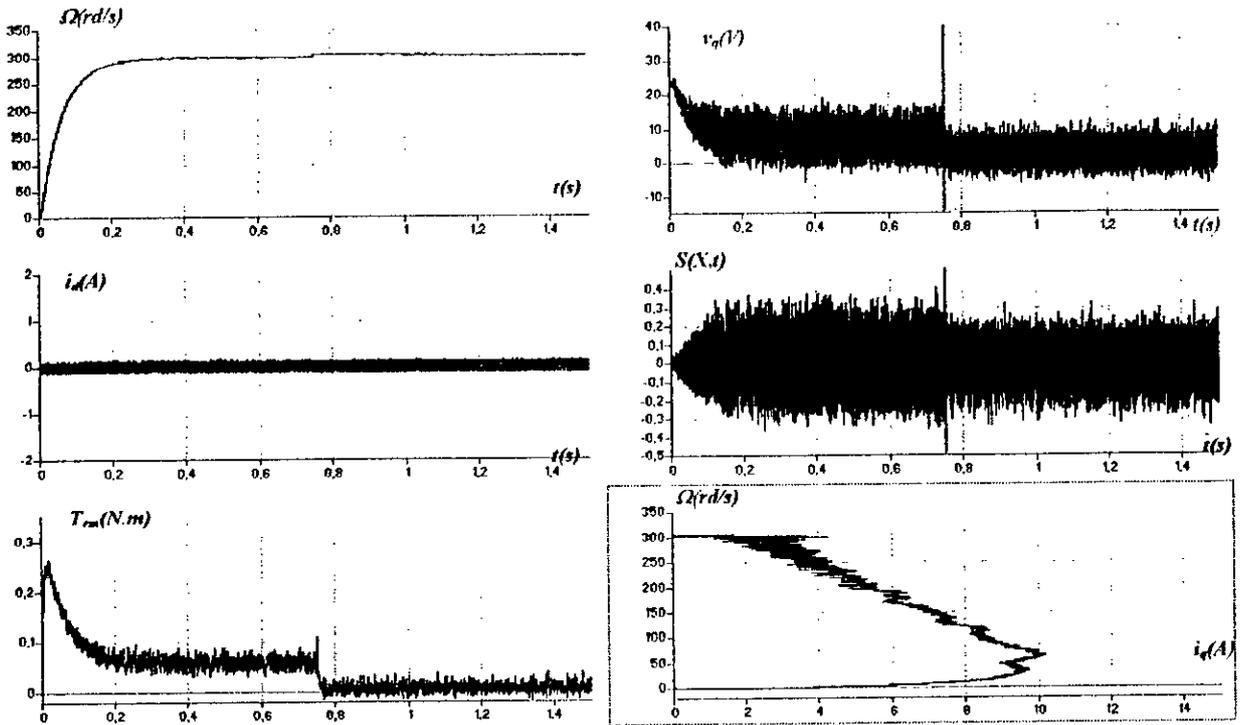


Figure IV.14.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du démarrage avec variation de la charge (Commande adoucie avec réglage du courant  $i_d$ )

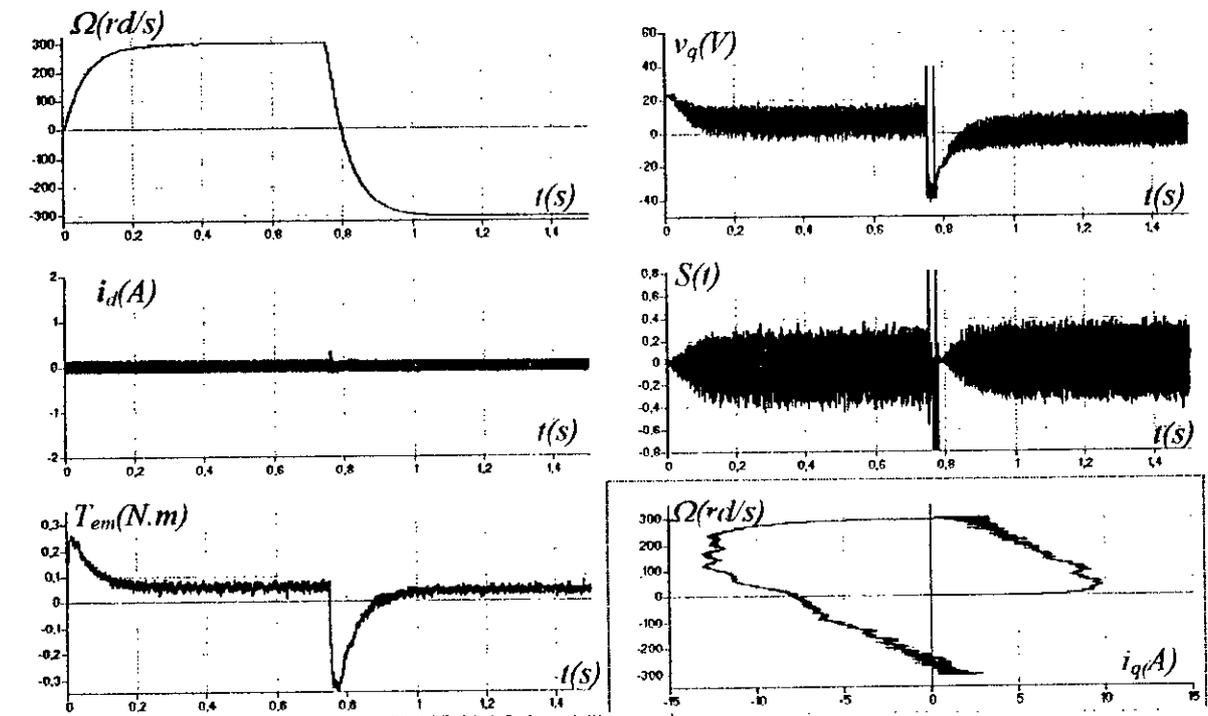


Figure IV.14.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de marche (Commande adoucie avec réglage du courant  $i_d$ )

**IV.10.2.3. COMMANDE EQUIVALENTE**

La commande équivalente est donnée par

$$V_{eq} = (R_s i_q + P\Phi_f \Omega) + \left( \frac{k_\Omega L_q}{Jk_q} \right) (F_c s \Omega - T_r - P\Phi_f i_q) - \frac{k_\theta}{k_q} L_q \theta + \frac{k_R L_q}{k_q T_i} (\theta^* - \theta) \quad (IV.75)$$

**IV.10.2.4. EQUATION D'ETAT EN MODE DE GLISSEMENT**

L'équation d'état en mode de glissement est donnée par

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_q \\ \Omega \\ \theta \\ x_R \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -P\Phi_f k_\Omega & F_c & k_\theta & k_R & 0 \\ K_q J & Jk_q & k_q & k_q & 0 \\ P\Phi_f & -F_c & 0 & 0 & 0 \\ J & J & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 \\ & & & & T_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \\ \theta \\ x_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\Omega \\ Jk_q \\ l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_r + \begin{bmatrix} k_R \\ k_q T_i \\ l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta^* \quad (IV.76)$$

L'équation caractéristique en mode de glissement est donnée par

$$P(s) = s \left[ s^3 + \left( \frac{P\Phi_f k_\Omega F_c}{J k_q J} \right) s^2 + \frac{P\Phi_f k_\theta}{J k_q} s + \frac{P\Phi_f k_R}{J k_q T_i} \right] \quad (IV.77)$$

**IV.10.2.5. CALCUL DES COEFFICIENTS DU VECTEUR DE CONTRE REACTION D'ETAT**

En suivant les mêmes directives que celles du réglage de la vitesse on aboutit à

$$Q_a = \begin{bmatrix} \frac{l}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q^2} & \frac{l}{L_q} \left[ \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 - \left( \frac{(P\Phi_f)^2}{JL_q} \right) \right] & \frac{-R_s}{L_q^2} \left[ \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 - \left( \frac{(P\Phi_f)^2}{JL_q} \right) \right] + \left( \frac{P\Phi_f}{JL_q} \right)^2 \frac{l}{J} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) \\ 0 & \frac{P\Phi_f}{JL_q} & \frac{-P\Phi_f}{JL_q} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) & \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 \frac{P\Phi_f}{J} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) + \frac{P\Phi_f}{JL_q} \left[ \left( \frac{F_c}{J} \right)^2 + \frac{(P\Phi_f)^2}{JL_q} \right] \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-P\Phi_f}{JL_q} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-P\Phi_f}{JL_q T_i} \end{bmatrix}$$

(IV.78)

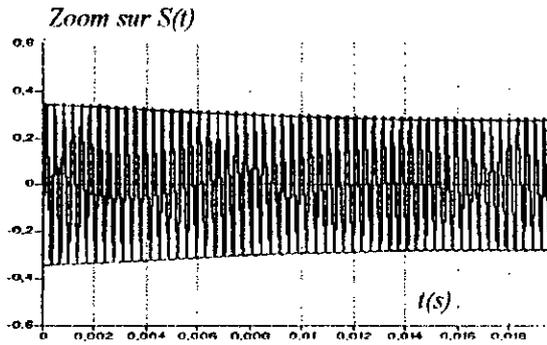


Figure IV.15. Variation de la surface de glissement dans la bande non linéaire

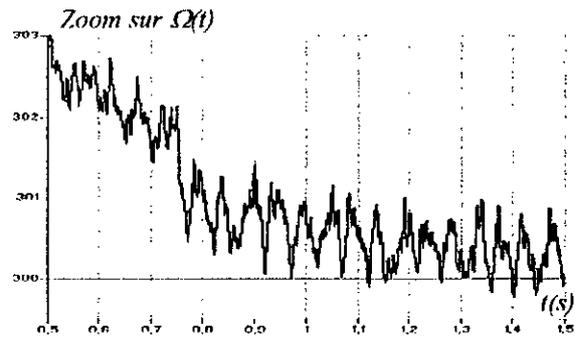


Figure IV.16. Zoom sur la vitesse dans la région d'application du couple

### V.10.2. REGLAGE DE POSITION

#### IV.10.2.1. EMPLOI D'UN REGULATEUR INTEGRATEUR

On introduit un régulateur intégrateur défini par

$$\frac{dx_R}{dt} = \frac{1}{T_i} (\theta^* - \theta) \tag{IV.71}$$

d'où le système global avec régulateur intégrateur

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_q \\ \Omega \\ \theta \\ x_R \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & P\Phi_f & 0 & 0 \\ L_q & L_q & 0 & 0 \\ P\Phi_f & F_c & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ \Omega \\ \theta \\ x_R \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_q + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta^* \tag{IV.72}$$

#### IV.10.2.2. Choix de la surface de glissement

La surface de glissement est définie par

$$S(X, t) = -k_q i_q - k_\Omega \Omega - k_\theta \theta + k_R x_R + k_w \theta^* = -K^T X(t) + k_w \theta^* \tag{IV.73}$$

avec 
$$K^T = [k_q \ k_\Omega \ k_\theta \ -k_R] \tag{IV.74}$$

**IV.10.2.3. COMMANDE EQUIVALENTE**

La commande équivalente est donnée par

$$V_{eq} = (R_s i_q + P\Phi_f \Omega) + \left( \frac{k_\Omega L_q}{Jk_q} \right) (F_c \Omega - T_r - P\Phi_f i_q) - \frac{k\theta}{k_q} L_q \theta + \frac{k_R L_q}{k_q T_i} (\theta^* - \theta) \quad (IV.75)$$

**IV.10.2.4. EQUATION D'ETAT EN MODE DE GLISSEMENT**

L'équation d'état en mode de glissement est donnée par

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \\ \theta \\ x_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P\Phi_f k_\Omega & F_c - \frac{k_\theta}{k_q} & \frac{k_R}{k_q} & 0 \\ \frac{K_q J}{Jk_q} & -\frac{F_c}{J} & 0 & 0 \\ \frac{P\Phi_f}{J} & \frac{F_c}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \\ \theta \\ x_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_\Omega}{Jk_q} \\ \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_r + \begin{bmatrix} \frac{k_R}{k_q T_i} \\ \\ \\ \frac{1}{T_i} \end{bmatrix} \theta^* \quad (IV.76)$$

L'équation caractéristique en mode de glissement est donnée par

$$P(s) = s \left[ s^3 + \left( \frac{P\Phi_f k_\Omega F_c}{J k_q J} \right) s^2 + \frac{P\Phi_f k_\theta}{J k_q} s + \frac{P\Phi_f k_R}{J k_q T_i} \right] \quad (IV.77)$$

**IV.10.2.5. CALCUL DES COEFFICIENTS DU VECTEUR DE CONTRE REACTION D'ETAT**

En suivant les mêmes directives que celles du réglage de la vitesse on aboutit à

$$Q_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q^2} & \frac{1}{L_q} \left[ \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 - \left( \frac{(P\Phi_f)^2}{JL_q} \right) \right] & \frac{-R_s}{L_q^2} \left[ \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 - \left( \frac{(P\Phi_f)^2}{JL_q} \right) \right] + \left( \frac{P\Phi_f}{JL_q} \right)^2 \frac{1}{J} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) \\ 0 & \frac{P\Phi_f}{JL_q} & \frac{-P\Phi_f}{JL_q} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) & \left( \frac{R_s}{L_q} \right)^2 \frac{P\Phi_f}{J} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) + \frac{P\Phi_f}{JL_q} \left[ \left( \frac{F_c}{J} \right)^2 + \frac{(P\Phi_f)^2}{JL_q} \right] \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-P\Phi_f}{JL_q} \left( \frac{F_c}{J} + \frac{R_s}{L_q} \right) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-P\Phi_f}{JL_q T_i} \end{bmatrix}$$

(IV.78)

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{-JL_q T_i}{P\Phi_f} \\ 0 & 0 & \frac{JL_q}{P\Phi_f} & 0 \\ 0 & \frac{JL_q}{P\Phi_f} & 0 & 0 \\ L_q & \frac{-F_c L_q}{P\Phi_f} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.79})$$

D'où

$$K^T = k_{r,4} \left[ L_q \begin{bmatrix} \alpha_3 JL_q & -L_q F_c & -\alpha_1 JL_q T_i \\ \frac{JL_q}{P\Phi_f} & \frac{JL_q}{P\Phi_f} & \frac{JL_q}{P\Phi_f} \end{bmatrix} \right] \quad (\text{IV.80})$$

avec

$$\alpha_1 = \frac{P\Phi_f k_R}{Jk_q T_i} \quad (\text{IV.81})$$

$$\alpha_2 = \frac{P\Phi_f k_\Omega + F_c}{Jk_q}$$

En choisissant un pôle à l'origine, un pôle à  $-\rho$  et deux pôles complexes conjugués  $S_{1,2} = -\rho (1 \pm j)$  on aboutit à

$$\begin{aligned} k_R &= k_{r,4} L_q \frac{2\rho^3 J T_i}{P\Phi_f} \\ k_\Omega &= k_{r,4} \frac{L_q (3\rho J - F_c)}{P\Phi_f} \\ k_\theta &= k_{r,4} L_q \frac{4\rho^2 J}{P\Phi_f} \\ k_q &= k_{r,4} L_q \end{aligned} \quad (\text{IV.82})$$

En prenant  $k_{r,4} = 1/L_q$  on obtient finalement

$$\begin{aligned} k_R &= \frac{2\rho^3 J}{P\Phi_f} \\ k_\Omega &= \frac{3\rho J - F_c}{P\Phi_f J^2} \\ k_\theta &= \frac{4\rho^2 J}{P\Phi_f} \\ k_q &= 1 \end{aligned} \quad (\text{IV.83})$$

de plus, le coefficient de l'intervention de la grandeur de consigne est donné par

$$k_w = \frac{\frac{T_r}{P\Phi_f} + \frac{4\rho^2 J}{P\Phi_f}}{\theta^*} = \frac{T_r + 4\rho^2 J}{P\Phi_f \theta^*} \quad (IV.84)$$

Les coefficients du régulateur digital sont donnés par

$$\begin{aligned} \bar{k}_\Omega &= k_\Omega + \frac{k_R}{2} \\ \bar{k}_q &= k_q + \frac{k_R}{2} \\ \bar{k}_\theta &= k_\theta + \frac{k_R}{2} \\ \bar{k}_w &= k_w + \frac{k_R}{2} \end{aligned} \quad (IV.85)$$

#### IV.10.2.6. LIMITATION DE LA GRANDEUR $i_q$

On a

$$\frac{dx_R}{dt} = \theta^* - \theta - k_c e_c \quad (IV.86)$$

avec  $e_c = e_I - c$  (IV.87)

et  $e_I = -k_\theta \theta + k_R x_R - k_\Omega \Omega$  (IV.88)

Où 
$$c = \begin{cases} e_I & \text{si } |i_q| \leq i_{qmax} \\ k_q i_{qmax} & \text{si } i_q \geq i_{qmax} \\ -k_q i_{qmax} & \text{si } i_q \leq -i_{qmax} \end{cases} \quad (IV.89)$$

La surface de glissement devient

$$S(X, t) = \begin{cases} -K^T X + k_w \theta^* & \text{si } |i_q| \leq i_{qmax} \\ -k_q i_{qmax} + C_{max} & \text{si } i_q \geq i_{qmax} \\ +k_q i_{qmax} + C_{min} & \text{si } i_q \leq -i_{qmax} \end{cases} \quad (IV.90)$$

avec  $C_{max} = k_q i_{qmax}$ ,  $C_{min} = -k_q i_{qmax}$  (IV.91)

La commande équivalente avec limitation devient

$$V_{eq\lim} = \begin{cases} V_{eq} & \text{si } |i_q| \leq i_{q\max} \\ R_S i_{q\max} + P\Phi_f \Omega & \text{si } i_q \geq i_{q\max} \\ -R_S i_{q\max} + P\Phi_f \Omega & \text{si } i_q \leq -i_{q\max} \end{cases} \quad (IV.92)$$

**IV.10.2.7. FREQUENCE DE COMMUTATION CONSTANTE**

$$\Delta(x,t) = \frac{T}{2 \left[ \frac{\partial S}{\partial t}(V_{lim} = V_{max}) + \frac{\partial S}{\partial t}(V_{lim} = V_{min}) \right]} \quad (IV.93)$$

avec

$$\dot{S}(V_{lim}) = \left( \frac{k_q R_S}{L_q} + \frac{P\Phi_f k_\Omega}{J} \right) i_q + \left( \frac{P\Phi_f k_q}{J} - k_\theta \right) \Omega - \frac{k_\theta}{T_i} \theta^* + k_R \theta^* + k_w \dot{\theta}^* - \left( \frac{k_q}{L_q} \right) V_l \quad (IV.94)$$

**IV.10.2.8. STRUCTURE GENERALE DU REGULATEUR DE POSITION**

La structure générale du régulateur de position est représentée à la figure IV.17.

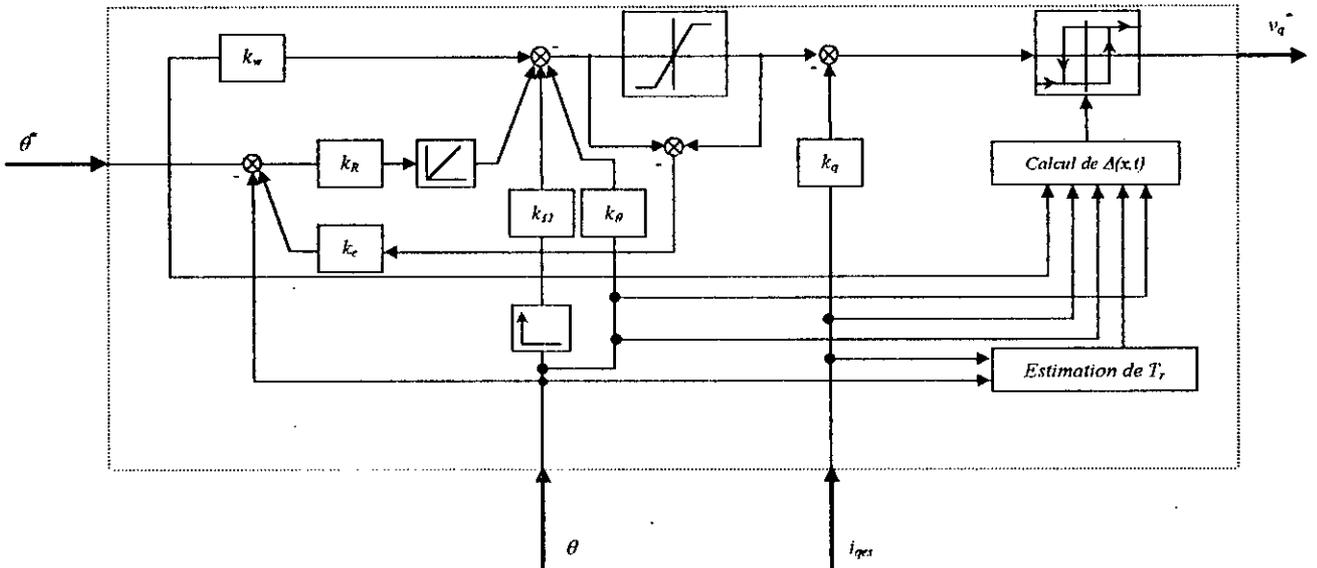


Figure IV.17. Structure du régulateur par mode glissant dans le cas du réglage de position

La figure IV.18 donne le schéma global du réglage de position

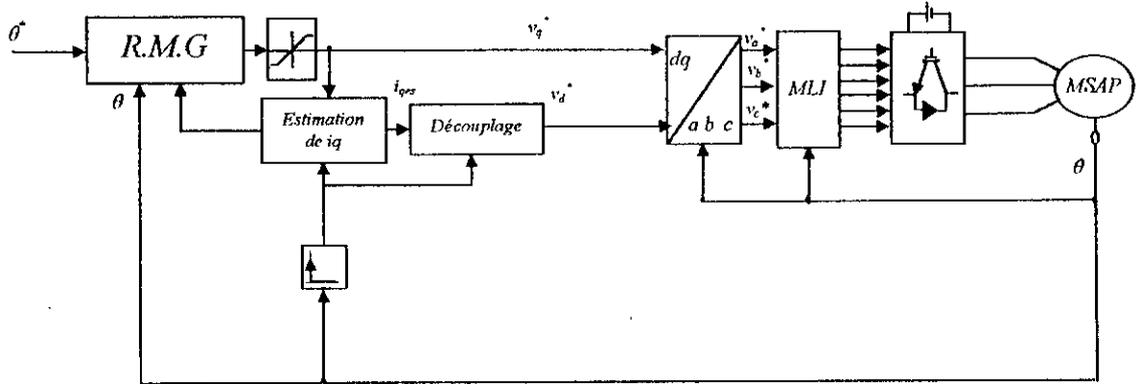


Figure IV.18. Structure générale de la commande de position par mode glissant

**IV.10.2.9. SIMULATION NUMERIQUE**

Le comportement du système global est testé par simulation numérique dans le cas du réglage de position. Les figures IV.19.a-b présentent les performances du réglage dans le cas de la commande adoucie. Les figures IV.20, IV.21 illustrent des effets de zoom sur la position dans la région d'application du couple résistant, ainsi que de la variation de la surface de glissement. Les performances du réglage sont très satisfaisantes. La dynamique de poursuite n'est pas affectée par la variation du couple électromagnétique. L'introduction de la commande adoucie n'affecte pas le découplage de la machine ce qui permet d'éviter l'introduction d'une boucle de régulation du courant  $i_d$  d'où une élimination des capteurs de courants.

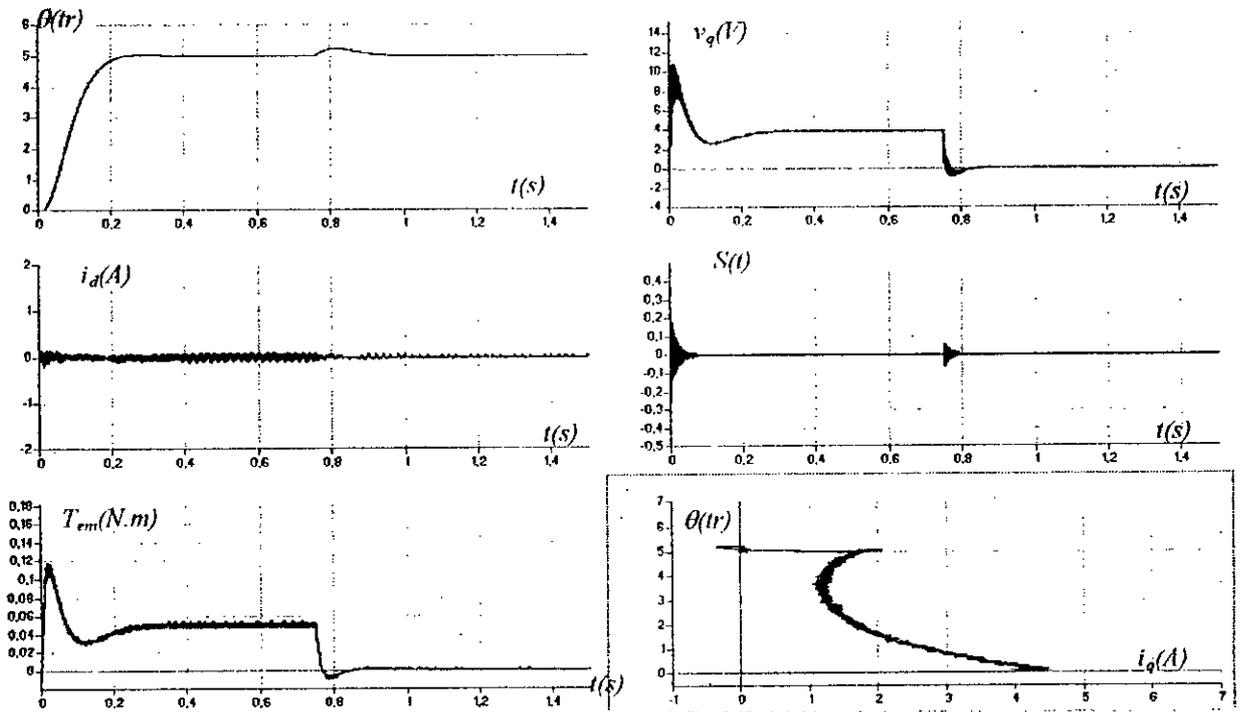


Figure IV.19.a. Comportement dynamique de la MSAP lors du positionnement avec variation de la charge (Commande adoucie)

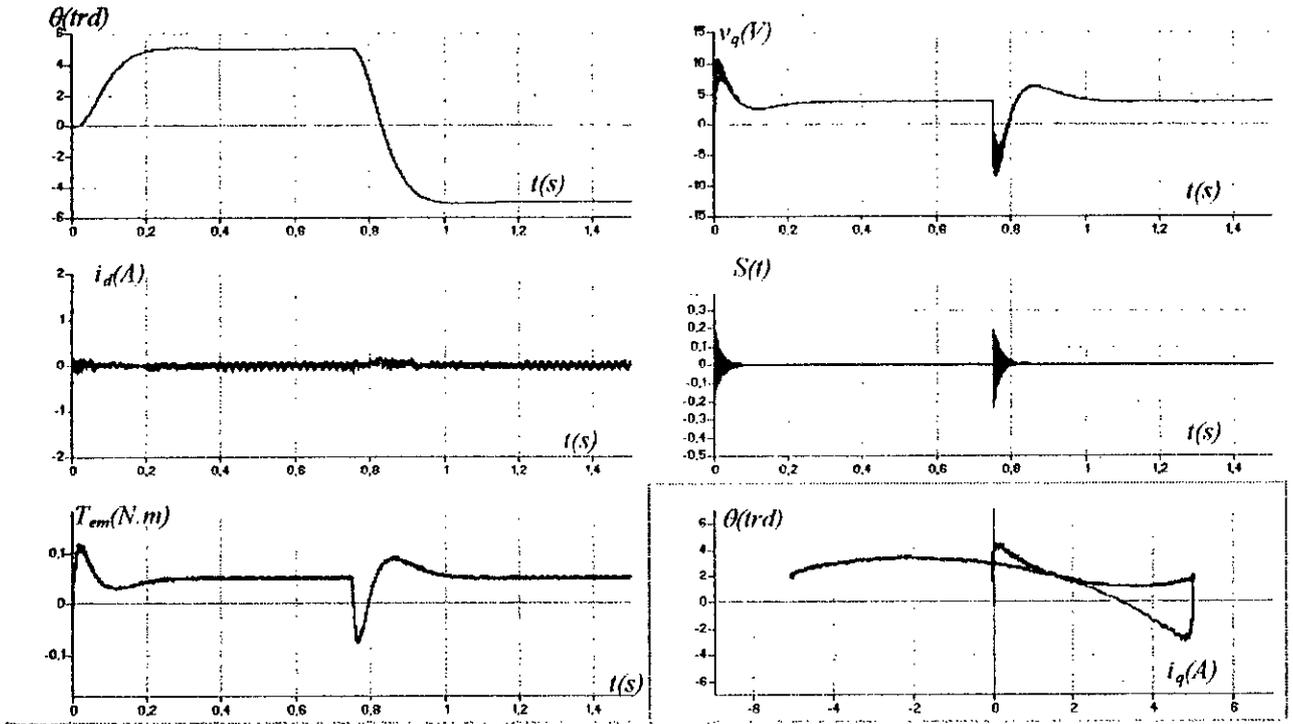


Figure IV.19.b. Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du positionnement à charge nominale (Commande adoucie)

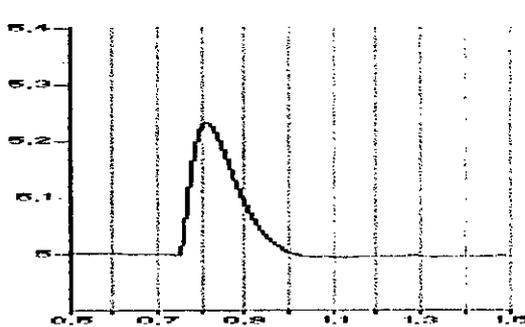


Figure IV.20. Zoom sur la position

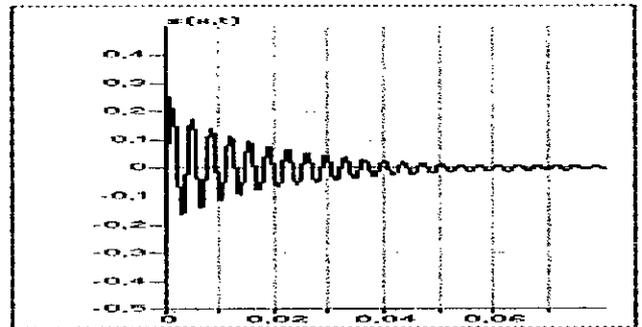


Figure IV.21. Zoom sur  $S(t)$

### IV.11. CONCLUSION

Dans ce chapitre, la commande par mode glissant traitée dans l'espace d'état a été synthétisée. L'étude par simulation a permis de montrer un comportement très satisfaisant. L'adoucissement de la commande a permis une réduction considérable du problème de "Chattering" tout en préservant de bonnes réponses dynamiques et statiques de la machine. En outre, l'élimination du Chattering pour le réglage de la vitesse a causé un mauvais découplage. Cet inconvénient a été pallié en combinant l'approche du réglage par mode glissant dans le plan de phase avec celle de l'espace d'état ce qui a permis de rendre le découplage insensible aux variations paramétriques, mais aux prix d'une forte sollicitation de l'organe de commande. Dans le chapitre qui suit, et afin de compléter notre étude, une analyse qualitative et quantitative de la robustesse sera évoquée selon l'approche des multi modèles.

# CHAPITRE V

## DIMENSIONNEMENT ROBUSTE DU REGLAGE PAR MODE DE GLISSEMENT DE LA MSAP (TRAITEMENT DANS L'ESPACE D'ETAT)

### INTRODUCTION

**U**NE des caractéristiques importantes de la commande par mode glissement est la robustesse. En toute rigueur, cette affirmation n'est valable que sous la condition de former la loi de commutation par la grandeur à régler et un certain nombre de ces dérivées comme nous l'avons vue dans le chapitre III. Si malgré la robustesse de la loi de commande, certains paramètres influent sur la dynamique du système, il est possible de superposer la méthode du dimensionnement robuste au schéma de commande par mode de glissement [Ackermann 80-85-87],[Bühler 86-89].

Lorsqu'on n'est amené à commander un système, les paramètres du système sont souvent variables. Ces variations peuvent être plus ou moins importantes en fonction du système et des paramètres. Si lors du dimensionnement du régulateur, les variations paramétriques ne sont pas prises en compte, les performances dynamiques et statiques se dégradent. Il serait donc intéressant de trouver les paramètres fixes du régulateur pour lesquelles, même si les paramètres du système varient dans un certain domaine, les performances sont maintenues et restent dans un certain domaine limité. La commande est alors qualifiée de robuste. Si par contre, les paramètres du système varient dans un large domaine, engendrant une dégradation des performances, il faut faire appel à d'autres méthodes de commande telle que la commande adaptative.

Nous avons retenu pour le dimensionnement robuste de la loi de commutation par contre réaction d'état l'approche proposée par Ackermann [Ackermann 80-85]. Elle est basée sur l'obtention de la région de l'espace paramétrique du régulateur correspondant à tous les régulateurs capables d'assurer la performance du système en boucle fermée pour une valeur déterminée des paramètres du processus, de façon à couvrir les variations significatives en pratiques. Finalement le régulateur est choisi parmi ceux qui sont à l'intersection de toutes les régions obtenues, suivant un critère quelconque[Bühler 86].

Le modèle adopté pour la MSAP est un modèle linéaire monovariante. Nous considérons uniquement les imprécisions concernant l'incertitude sur les valeurs des paramètres de ce modèle. Notre rôle est l'étude d'une méthode de synthèse de régulateur qui tient compte de ce type de perturbation.

## V.1. ROBUSTESSE DES POLES

### V.1.1. RESTRICTION QUANT A LA REPRESENTATION D'ETAT DU SYSTEME A REGLER

On introduit d'abord une certaine restriction en ce qui concerne la représentation d'état du système à régler (y compris éventuellement un régulateur intégrateur). On suppose que le vecteur d'entrée  $b$  ne possède qu'un seul élément non nul et plus précisément l'élément  $b_n$ . On traitera par la suite le cas avec

$$b = \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{V.1})$$

où  $0_{n-1}$  est un vecteur zéro de dimension  $n-1$ .

A noter que cette supposition ne présente pas une restriction grave. En effet, il est presque toujours possible d'établir les équations d'état d'un système réel de sorte que la grandeur de commande n'intervient que sur la dérivée d'une seule grandeur d'état.

Par conséquent, on peut aussi décomposer la matrice  $A$  de la manière suivante.

$$A = \begin{bmatrix} A_a & a_a \\ a_n^T & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{V.2})$$

### V.1.2. MATRICE DE SYSTEME EN MODE DE GLISSEMENT

En mode de glissement, les pôles sont donnés par la matrice du système  $A^*$  IV.3. On décompose aussi le vecteur ligne  $K^T$  de la contre réaction d'état en

$$K^T = [K_a^T \quad k_n] \quad (\text{V.3})$$

où  $K^T$  est un vecteur ligne de dimension  $n-1$ . Avec V.1 on obtient d'abord

$$K^T b = k_n b_n \quad (\text{V.4})$$

et par conséquent

$$I - \frac{1}{K^T b} b K^T = \begin{bmatrix} I_{n-1} & 0_{n-1} \\ -\frac{1}{k_n} K_a^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.5})$$

On voit qu'il faut absolument que  $k_n \neq 0$ . Ceci signifie que la grandeur  $x_n$  (sur laquelle intervient directement la grandeur de commande  $u$  par l'intermédiaire du paramètre  $b_n$ ) doit en tous cas être incluse dans la contre réaction d'état.

En fin, compte tenu de V.2, on obtient

$$A^* = \left( I - \frac{1}{K^T b} b K^T \right) A = \begin{bmatrix} A_a & a_a \\ -\frac{1}{K_n} K_a^T A_a & -\frac{1}{K_n} K_a^T a_a \end{bmatrix} \quad (\text{V.6})$$

La matrice  $A^*$  est singulière. En effet, la dernière ligne  $n$  est une combinaison linéaire de  $1$  à  $n-1$ .

### V.1.3. TRANSFORMATION LINEAIRE DE LA MATRICE DU SYSTEME

On soumet la matrice du système V.6 à une transformation linéaire pour lui donner la forme

$$A_i^* = \begin{bmatrix} A_a^* & \alpha_a^* \\ 0^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.7})$$

où  $\alpha_a^*$  et  $A_a^*$  ne sont pas encore fixés. La transformation linéaire vérifie la relation suivante.

$$A_i^* T = T A^* \quad (\text{V.8})$$

La matrice  $T$  peut s'écrire sous la forme suivante

$$T = \begin{bmatrix} T_a & t_a \\ t_n^T & t_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{V.9})$$

Après un calcul élémentaire on peut facilement trouver que

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-1} & 0_{n-1} \\ 0_{n-1}^T & I \end{bmatrix} \quad (\text{V.10})$$

$$\text{et} \quad A_i^* = \begin{bmatrix} A_a - \frac{I}{k_n} \alpha_a K_a & \alpha_a \\ 0_{n-1}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.11})$$

### V.1.4. EQUATION CARACTERISTIQUE

L'équation caractéristique du réglage par mode de glissement est donnée par

$$\begin{aligned} P(s) &= \det(sI - A^*) = \det(sI - A_i^*) \\ &= s \det(sI_{n-1} - A_a + \frac{I}{k_n} \alpha_a K_a^T) = 0 \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

On trouve donc de nouveau un pôle à l'origine  $p_{n=0}$ . Les autres pôles  $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$  dépendent de  $A_a$  et  $\alpha_a$ . De l'équation caractéristique on conclut que les pôles du système en mode de glissement ne dépendent pas de  $b_n, a_{nn}$  et  $\alpha_n^T$ . Par conséquent, le paramètre  $b_n$  du vecteur d'entrée  $b$  les paramètres apparaissant dans la dernière ligne de la matrice  $A$  n'ont aucune influence sur le comportement dynamique du réglage en mode glissant. En d'autre terme, le réglage est absolument robuste par rapport à ces paramètres. Ce n'est que les paramètres variables de  $A_a$  et  $\alpha_a$  qui influent la robustesse du réglage par mode glissant.

## V.2. ROBUSTESSE DU DOMAINE DU MODE DE GLISSEMENT

Comme on l'a montré au paragraphe IV.3, les limites  $\hat{X}_a$  du domaine du mode glissant sont données par

$$F^T \hat{X}_a + G = 0 \quad (\text{V.13})$$

où  $F^T$  et  $G$  s'expriment par les relations IV.24 et IV.25. Dans ces relations on introduira pour  $b$  et  $A$  la forme légèrement restreinte selon la décomposition montrée dans V.1.1. Ainsi, on obtient après un calcul élémentaire d'une part

$$F^T = K_a^T \left( A_a - \frac{1}{k_n} a_a K_a^T \right) + (k_n a_a^T - a_{nn} K_a^T) \quad (\text{V.14})$$

et d'autre part

$$G = k_n b_n V_{lim} + K^T b_v v + \left( K_a^T b_{wa} + \frac{k_w}{k_n} K_a^T a_a + k_w a_{nn} \right) \quad (\text{V.15})$$

Dans cette expression on introduit pour  $b_w$  une décomposition en  $b_{wa}$  et le dernier élément nul.

On remarque que le domaine du mode de glissement varie en tous cas en fonction des paramètres du système même si les pôles sont absolument robustes par rapport à des variations paramétriques. Pour juger la robustesse du réglage par mode glissant, il n'est pas suffisant d'étudier l'influence des variations paramétriques sur les pôles, mais il est indispensable d'examiner aussi leurs influences dans le domaine du mode de glissement.

## V.3. DIMENSIONNEMENT ROBUSTE

### V.3.1. SYSTEME CONTINU EQUIVALENT POUR LE DIMENSIONNEMENT ROBUSTE

Selon la relation V.12 l'équation caractéristique du réglage en mode glissant se compose de deux facteurs. Le premier facteur  $s$  donne le pôle à l'origine  $p_n=0$ . Et le facteur

$$P_a(s) = \det \left( sI_{n-1} - A_a + \frac{1}{k_n} a_a K_a^T \right) \quad (\text{V.16})$$

Correspondant au polynôme caractéristique d'un système continu possédant la matrice de système  $A_a$  et le vecteur d'entrée  $a_a$ . Ce système est mis en contre réaction par

$$K_{a,n}^T = \frac{K_a^T}{k_n} \quad (\text{V.17})$$

La figure V.1 montre la structure correspondante. Il s'agit d'un système d'ordre  $n_a=n-1$  qui s'obtient par décomposition du système à régler soumis à un réglage par mode glissant.

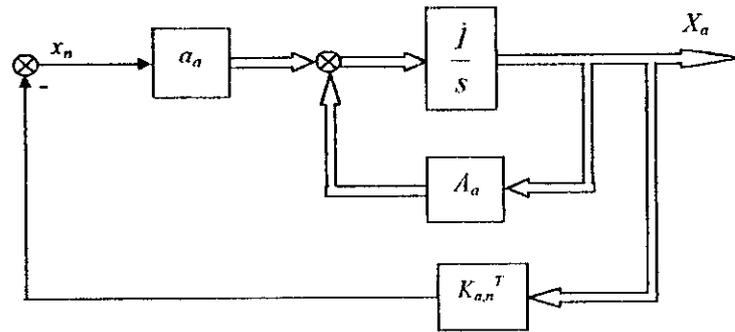


Figure V.1. Système continu équivalent d'ordre n-1

**V.3.2. DETERMINATION DU VECTEUR LIGNE DE LA CONTRE REACTION D'ETAT**

Selon les relations connues [Bühler 83], [Ackermann 80] on peut calculer le vecteur ligne de la contre réaction d'état à partir des pôles imposés. Le polynôme caractéristique exprimé par les pôles  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  est

$$\begin{aligned}
 P_a(s) &= (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n) \\
 &= s^{n-1} + \alpha_{n-2} s^{n-2} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0
 \end{aligned}
 \tag{V.18}$$

On obtient les coefficients  $\alpha_i$  à l'aide de l'algorithme de Leverier spécialisé [Bühler 89]

$$\begin{aligned}
 \alpha_{n-1} &= -\text{trace}(A R_{n-1}), & R_{n-3} &= A R_{n-2} + \alpha_{n-2} I_{n \times n} \\
 \alpha_{n-2} &= -\frac{1}{2} \text{trace}(A R_{n-2}), & R_{n-1} &= I_{n \times n} \\
 & & \vdots & \\
 & & \vdots & \\
 \alpha_0 &= -\frac{1}{n} \text{trace}(A R_0), & R_0 &= A R_1 + \alpha_1 I_{n \times n}
 \end{aligned}
 \tag{V.19}$$

Lorsqu'on réunit les coefficients  $\alpha_i$  dans un vecteur ligne

$$a^T = [\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_{n-2}]
 \tag{V.20}$$

de dimension n-1, on obtient le vecteur ligne  $K_{a,n}^T$  de contre réaction d'état par la relation

$$K_{a,n}^T = [a^T \quad I] E
 \tag{V.21}$$

où

$$E = \begin{bmatrix} e^T \\ e^T A_a \\ \vdots \\ e^T A_a^{n-1} \end{bmatrix}
 \tag{V.22}$$

est une matrice (n, n-1), le vecteur ligne  $e^T$  de dimension (n-1), intervenant dans cette matrice s'obtient par solution de l'équation linéaire

$$e^T Q_{ca} = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1] \tag{V.23}$$

avec  $Q_{ca}$  matrice de commandabilité définie par

$$Q_{ca} = \begin{bmatrix} a_a & A_a a_a & \dots & A_a^{n-2} a_a \end{bmatrix} \tag{V.24}$$

### V.3.3. PRINCIPE DE L'IMPOSITION D'UN DOMAINE DES POLES

Lors de l'imposition d'un domaine de pôles, on n'impose pas un certain nombre de pôles distincts, mais un domaine délimité dans le plan  $s$ , dans lequel les pôles doivent se trouver. Par conséquent, on n'obtient pas des valeurs distinctes pour les coefficients de la contre réaction d'état, mais un certain domaine dans l'espace  $K$  de ces coefficients. Les limites de ce domaine sont représentées schématiquement à la figure V.2, où on a supposé un espace  $K$  du 2<sup>ème</sup> ordre qui se réduit donc à un plan  $K$  et deux séries de paramètres différents, exprimées par les vecteurs  $\theta_{s1}$  et  $\theta_{s2}$ .

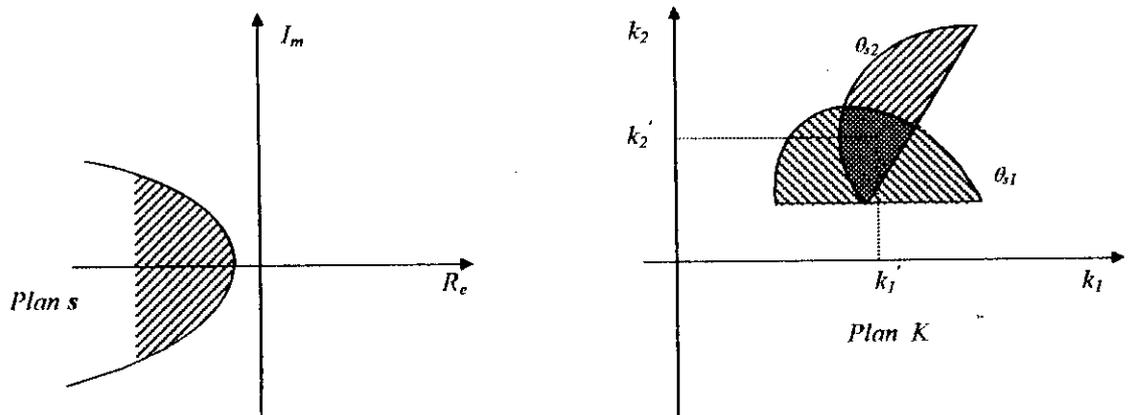


Figure V.2. Image du domaine des pôles dans l'espace des coefficients de la contre réaction d'état (Plan K)

Lorsqu'il existe dans le plan  $K$  une intersection entre deux domaines appartenant à des séries  $\theta_{s1}$  et  $\theta_{s2}$  de paramètres différents figure V.2, on obtient un domaine où les coefficients constants de la contre réaction d'état permettent de maintenir les pôles dans le domaine imposé, malgré la variation des paramètres du système à régler. Dans ce cas, on parle d'un dimensionnement robuste. Le plus souvent, il y a plus que deux séries de paramètres différents. Il faut alors chercher s'il existe une intersection entre tous les domaines des coefficients de la contre réaction d'état.

### V.3.4. DOMAINE DES POLES IMPOSES

Afin de calculer les limites complexes et réelle, il est indispensable de définir un domaine dans lequel les pôles du système pourront varier tout en conservant un amortissement relatif optimal. La figure V.3 représente le domaine choisi.

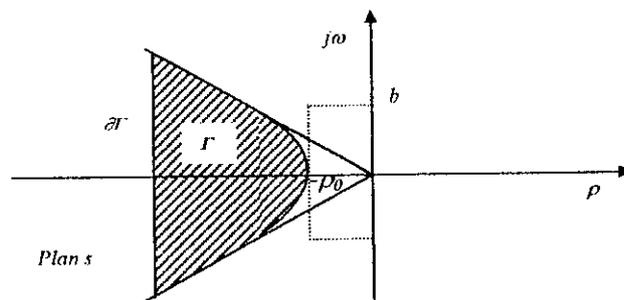


Figure V.3. Domaine des pôles imposés dans le plan  $s$

La région de stabilité dans le plan  $s$  est une hyperbole qui obéit à l'équation suivante

$$\left(\frac{\rho}{a}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{b}\right)^2 = 1 \quad ; \rho \leq -a \tag{V.25}$$

avec  $a = \rho_0$  et  $b^2 = \rho_0 \frac{1 - \zeta^2}{\zeta^2}$

$\zeta$ : coefficient d'amortissement relatif ( $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  cas optimal).

**Remarque**

Il est possible d'imposer le domaine des pôles représenté à la figure V.4. Il est donc délimité par deux droites verticales ayant respectivement, les valeurs réelles  $-\rho_{min}$  et  $\rho_{max}$ , et deux droites inclinées de  $\pm 45^\circ$  correspondants à deux pôles complexes conjugués avec partie réelle et partie imaginaire égales en concordance avec un amortissement relatif optimal.

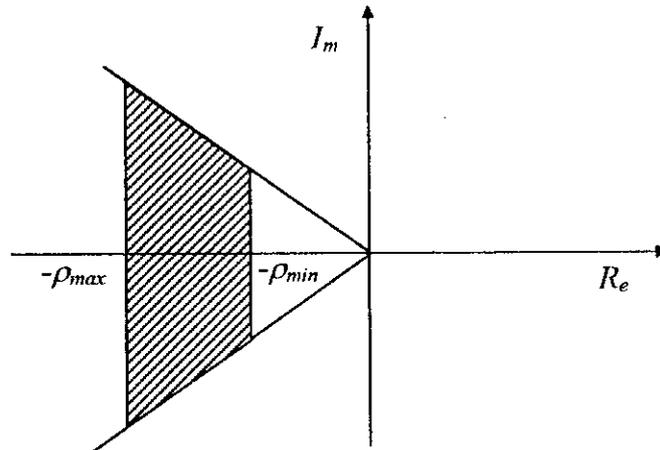


Figure V.4. Domaine des pôles imposés

Souvent, la valeur de  $\rho_{min}$  n'est pas connue a priori, et doit être fixée au cours du dimensionnement robuste, afin de garantir l'intersection des domaines dans le plan  $K$ . Par ailleurs, la valeur de  $\rho_{max}$  possède une influence sur le domaine du mode glissement. Si on constate avec la relation V.3 que le mode glissant (dans le cas le plus défavorable des paramètres variables du système) n'est pas garanti dans toute la plage de fonctionnement, on doit déplacer cette droite en diminuant  $\rho_{max}$ .

Pour une paire de pôles complexe conjugués  $p_{1,2} = \rho \pm j\omega$  le polynôme caractéristique correspondant est

$$\begin{aligned} Q(s) &= s^2 + 2\rho s + \rho^2 + \omega^2 \\ &= s^2 + \beta_1 s + \beta_0 \end{aligned} \tag{V.26}$$

On aura pour le domaine de la figure V.3

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \rho^2 + \omega^2 = \rho^2 \left[ \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 \right] - b^2 \\ \beta_1 &= 2\rho \end{aligned} \tag{V.27}$$

Pour le domaine des pôles imposés de la figure V.4 on aura pour les droites inclinées à  $\pm 45^\circ$

$$\beta_0 = 2\rho^2 \quad , \quad \beta_1 = 2\rho \quad (V.28)$$

Dans ce cas  $\rho$  doit être considéré comme un paramètre variable. Par contre pour les droites verticales, on obtient avec  $\rho = \rho_{lim} = \rho_{max}$  ou  $\rho_{min}$

$$\beta_0 = \rho_{lim}^2 + \omega^2 \quad , \quad \beta_1 = 2\rho_{lim} \quad (V.29)$$

Le paramètre variable est alors  $\omega$ .

### V.3.5. IMAGE DES POLES COMPLEXES CONJUGUES DANS LE PLAN K

On traite d'abord le cas d'une paire de pôles complexes conjugués et l'on cherche son image dans le plan K. Lorsqu'on suppose le cas général, où le nombre de coefficients  $k_1$  à  $k_{n-1}$  est  $n-1 > 2$ . On doit imposer  $n-3$  coefficients de contre réaction d'état, il y a alors deux coefficients libres et on doit traiter le cas comme une contre réaction partielle [Bühler 86-89].

On décompose alors le vecteur  $K_{a,n}^T$  et la matrice E, ainsi la relation V.21 devient.

$$[K_I^T \quad K_{II}^T] = [\alpha^T \quad 1] [E_I \quad E_{II}] \quad (V.30)$$

Les deux coefficients libres sont réunis dans le vecteur ligne  $K_I$  de dimension 2. Les autres coefficients se trouvent dans le vecteur ligne  $K_{II}^T$ .

Puisqu'on impose deux pôles ( qui varient le long du contour complexe conjugués), il y a  $n-3$  pôles dont on ne peut disposer librement. Il faut donc décomposer le polynôme caractéristique en

$$\begin{aligned} P_a(s) &= R(s)Q(s) \\ \text{avec} \quad Q(s) &= s^2 + \beta_1 s + \beta_0 \\ R(s) &= s^{n-3} + \delta_{n-4} s^{n-4} + \dots + \delta_1 s + \delta_0 \end{aligned} \quad (V.31)$$

$$= \sum_{i=0}^{n-4} (\delta_i s^i + s^{n-3}) \quad (V.32)$$

Les polynômes  $P_a(s)$ ,  $Q(s)$  et  $R(s)$  peuvent être exprimés par écriture matricielle à l'aide de produits scalaires, la relation V.32 devient.

$$[\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_{n-2} \quad 1] \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ \vdots \\ s^{n-2} \\ s^{n-3} \end{bmatrix} = [\delta_0 \quad \delta_1 \quad \dots \quad \delta_{n-4} \quad 1] \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ \vdots \\ s^{n-4} \\ s^{n-3} \end{bmatrix} [\beta_0 \quad \beta_1 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \end{bmatrix} \quad (V.33)$$

Lorsqu'on exécute le produit entre le 2<sup>ième</sup> et le 3<sup>ième</sup> terme du nombre de droite on obtient

$$[\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_{n-2} \quad 1] \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ \vdots \\ s^{n-2} \\ s^{n-3} \end{bmatrix} = [\delta_0 \quad \delta_1 \quad \dots \quad \delta_{n-4} \quad 1] \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \\ \vdots \\ s^{n-2} \\ s^{n-1} \end{bmatrix} \quad (V.34)$$

Cette équation existe pour n'importe quelle valeur de  $s$ . Par conséquent, entre les coefficients des polynômes  $P_a(s)$ ,  $R(s)$ , et  $Q(s)$  existe la relation

$$[a^T \quad 1] = [d^T \quad 1] \begin{bmatrix} S \\ t^T \end{bmatrix} \quad (V.35)$$

où  $a^T$  est donné par (V.20). De plus il y a le vecteur ligne

$$d^T = [\delta_0 \quad \delta_1 \quad \dots \quad \delta_{n-4}] \quad (V.36)$$

de dimension  $(n-3)$ , et la matrice

$$S = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (V.37)$$

qui est une matrice  $((n-s), n)$  et le vecteur ligne

$$t^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad 1] \quad (V.38)$$

de dimension  $n$ .

Lorsqu'on introduit (V.35) dans (V.30), on obtient

$$[K_I^T \quad K_{II}^T] = [d^T \quad 1] \begin{bmatrix} S \\ t^T \end{bmatrix} [E_I \quad E_{II}] \quad (V.39)$$

et par décomposition on obtient

$$\begin{aligned} K_I^T &= (d^T S + t^T) E_I \\ K_{II}^T &= (d^T + t^T) E_{II} \end{aligned} \quad (V.40)$$

De la deuxième relation, on peut tirer le vecteur ligne  $d^T$  et le substituer dans la première relation, d'où on obtient

$$K_I^T = [(K_H^T + t^T E_H)(SE_H)^{-1}S + t^T] E_I \quad (V.41)$$

Evidement, il est indispensable que la matrice  $SE_H$  soit régulière.

Les coefficients  $\beta_I$  et  $\beta_0$  apparaissent dans la matrice  $S$  et dans le vecteur ligne  $t^T$ .

### V.3.6. IMAGE D'UN POLE REEL CONSTANT

Lorsque l'on garde un pôle réel  $p_i = -\rho_{lim}$  constant, où  $\rho_{lim} = \rho_{min}$  ou  $\rho_{max}$ , on doit modifier le procédé pour trouver son image dans le plan  $K$ .

Ce pôle doit satisfaire à l'équation caractéristique. On a donc

$$P_a(s) = (-\rho_{lim})^{n-1} + \alpha_{n-2}(-\rho_{lim})^{n-2} + \dots + \alpha_1(-\rho_{lim}) + \alpha_0 = 0 \quad (V.42)$$

avec le vecteur  $a^T$  donné par (V.19) et le vecteur

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ -\rho_{lim} \\ \vdots \\ (-\rho_{lim})^{n-2} \end{bmatrix} \quad (V.43)$$

de dimension  $n-1$ , il est possible d'exprimer (V.42) sous la forme compacte

$$[a^T \quad 1] \begin{bmatrix} P \\ (-\rho_{lim})^{n-1} \end{bmatrix} = a^T P + (-\rho_{lim})^{n-1} = 0 \quad (V.44)$$

La matrice  $E$ , donnée par (V.22), est décomposée cette fois-ci en

$$E = \begin{bmatrix} T \\ e^T A_a^{n-1} \end{bmatrix} \quad (V.45)$$

avec la matrice  $(n-1, n-1)$  régulière

$$T = \begin{bmatrix} e^T \\ e^T A_a \\ \vdots \\ e^T A_a^{n-2} \end{bmatrix} \quad (V.46)$$

A noter que cette matrice transforme le système continu équivalent d'ordre  $n-1$  sous forme canonique de réglage.

A l'aide de (V.45), on peut exprimer la relation (V.21) par

$$K_{a,n}^T = [a^T \quad 1] \begin{bmatrix} T \\ e^T A_a^{n-1} \end{bmatrix} = a^T T + e^T A_a^{n-1} \quad (V.47)$$

D'où on tire

$$\alpha^T = (K_{a,n}^T - e^T A_a^{n-1}) T^{-1} \quad (\text{V.48})$$

introduit dans (V.46) on trouve

$$K_{a,n}^T T^{-1} P - e^T A_a^{n-1} T^{-1} P + (-\rho_{lim})^{n-1} = 0 \quad (\text{V.49})$$

On décomposera  $K_{a,n}^T$  en deux vecteurs lignes  $K_I^T$  et  $K_{II}^T$ , ceci nécessite de décomposer  $T^{-1} P$  en

$$T^{-1} P = q = \begin{bmatrix} q_I \\ q_{II} \end{bmatrix} \quad (\text{V.50})$$

Où le vecteur  $q_I$  est de dimension 2 et le vecteur  $q_{II}$  de dimension  $n-3$ . Ainsi, la relation (V.49) devient

$$\begin{aligned} \text{avec} \quad & K_I^T q_I + r = 0 \\ & r = K_{II}^T q_{II} - e^T A_a^{n-1} T^{-1} P + (-\rho_{lim})^{n-1} \end{aligned} \quad (\text{V.51})$$

#### V.4. DIMENSIONNEMENT ROBUSTE (DEUXIEME APPROCHE)

Cette méthode est basée sur la projection de la région de stabilité dans l'espace  $K$  à travers l'espace  $P$  [Akermann 80-85], [Barkati 97].

##### V.4.1. REGION DE STABILITE DANS L'ESPACE P

Les coefficients de l'équation caractéristiques du système continu équivalent (V.18)

$$P_a(s) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i s^i \quad \text{avec} \quad \alpha_{n-1} = 1 \quad (\text{V.52})$$

Sont les coordonnées du vecteur  $\alpha^T$  qui représente un point dans l'espace  $P$  de dimension  $n-1$ , et qui possède les coordonnées  $(\alpha_0, \dots, \alpha_{n-2})$ . Donc

$$P_a(s) = (\alpha^T \quad 1) s_{n-1} \prod_{i=1}^{n-1} (s - s_i) \quad (\text{V.53})$$

où  $\alpha^T$  est donné par (V.20), et

$$s_{n-1} = (1 \quad s \cdots \quad s^{n-2} \quad s^{n-1})^T \quad (\text{V.54})$$

Si  $\Gamma$  représente la région de stabilité dans l'espace des pôles et  $P_\Gamma$  celle de l'espace  $P$ , il arrive que

$$\alpha \in P_\Gamma \Leftrightarrow s_i \in \Gamma \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{V.55})$$

$P_\Gamma$  est limité par deux surfaces

**V.4.1.1. LIMITE REELLE**

Une limite réelle définie par

$$P_a(\rho_{lim}) = 0 \tag{V.56}$$

$$= (\alpha^T \quad 1) \alpha_r$$

avec

$$\alpha_r = \begin{bmatrix} P \\ (-\rho_{lim})^{n-1} \end{bmatrix}$$

**V.4.1.2. LIMITES COMPLEXES**

La limite complexe représente tous les polynômes qui possèdent au moins une paire de pôles complexes conjugués [Akermann 80]. D'après l'équation (V.31) on peut écrire

$$P_a(s) = R(s)Q(s) = (\beta_0 + \beta_1 s + s^2) \sum_{i=0}^{n-4} (\delta^i s^i + s^{n-3}) \tag{V.57}$$

D'où la forme matricielle

$$(\alpha^T \quad 1) s_{n-1} = (\beta_0 + \beta_1 s + s^2) s_2 (\delta^T \quad 1) s_{n-3} \tag{V.58}$$

avec  $\delta^T = (\delta_0 \quad \delta_1 \quad \dots \quad \delta_{n-4})$  (V.59)

En éliminant  $s_{n-1}$  des deux nombres on obtient

$$(\alpha^T \quad 1) = (\delta^T \quad 1) \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{bmatrix} \tag{V.60}$$

Les éléments du vecteur  $\alpha$  sont

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \delta_0 \beta_0 \\ \alpha_1 &= \delta_0 \beta_1 + \delta_1 \beta_0 \\ \alpha_i &= \delta_{i-2} + \delta_{i-1} \beta_0 + \delta_i \beta_1 ; \quad i = 2, n = 3 \\ \alpha_{n-1} &= \delta_{n-3} \beta_1 \end{aligned} \tag{V.61}$$

En introduisant la matrice  $D$  qui vérifie

$$DB = I \Rightarrow D = B^{-1} \tag{V.62}$$

On peut écrire

$$(a^T \quad 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ d_1 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ d_2 & d_1 & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_n & d_{n-1} & \vdots & d_0 & 1 \end{bmatrix} = (0 \quad 0 \quad \delta^T \quad 1) \quad (V.63)$$

Les éléments de la matrice  $D$  sont donnés par la forme récursive suivante

$$\begin{aligned} d_0 &= 1 \\ d_1 &= -\beta_0 \\ \vdots & \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ d_{i+1} &= -\beta_1 d_i - \beta_0 d_{i-1} \quad i = 1, n-1 \end{aligned} \quad (V.64)$$

Il résulte que

$$(a^T \quad 1)_{(1 \times n-1)} \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & 0 \\ d_1 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \dots & d_1 d_0 \\ d_{n-1} & \dots & d_2 d_1 \end{bmatrix}_{(n-1 \times n-1)} = \delta^T_{(1 \times n-1)} \quad (V.65)$$

et

$$(a^T \quad 1)_{(1 \times n-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_1 & 1 \\ d_2 & d_1 \\ \vdots & \vdots \\ d_{n-1} & d_{n-2} \end{bmatrix}_{(n-1 \times 2)} = (0 \quad 0) \quad (V.66)$$

avec

$$\begin{aligned} c_1 &= (d_0 \quad d_1 \quad \dots \quad d_n)^T \\ c_2 &= (0 \quad 0 \quad \dots \quad d_{n-2})^T \end{aligned} \quad (V.67)$$

L'équation (V.66) peut être écrite sous la forme suivante

$$(a^T \quad 1)(c_1 \quad c_2) = (0 \quad 0) \quad (V.68)$$

Le vecteur  $a^T$  vérifie les deux équations linéaires (V.68). Ceci peut être interprété géométriquement comme étant l'intersection de deux hyperplans de dimension  $(n-1)$  dans l'espace  $P$ . Comme  $c_1$  et  $c_2$  sont linéairement indépendants, les deux hyperplans ne sont donc ni parallèles ni confondus. Cependant, si la paire de pôles complexe  $Q(s)$  se déplace le long du contour  $\partial\Gamma$  délimitant la région de stabilité dans l'espace  $\Gamma$ . La limite complexe est décrite par le mouvement de l'hyperplan de dimension  $(n-2)$  résultant de l'intersection des deux hyperplans de dimension  $(n-1)$  définis par V.68.

#### V.4.2. REGION DE STABILITE DANS L'ESPACE K

Pour déterminer la région de stabilité dans l'espace  $K$ , on décompose la matrice  $E$  (V.22) comme suit

$$E = \begin{bmatrix} W^{-1} \\ e^T A_a^{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad W^{-1} = \begin{bmatrix} e^T \\ \vdots \\ e^T A_a^{n-2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.69})$$

La matrice des gains devient

$$K_{a,n}^T = a^T W^{-1} + e^T A_a^{n-1} \quad (\text{V.70})$$

Le vecteur coefficient  $a^T$  est calculé par

$$a^T = K_{a,n}^T W + a'^T \quad \text{avec} \quad a'^T = -e^T A_a^{n-1} W \quad (\text{V.71})$$

Le calcul de la matrice  $W$  et du vecteur  $a^T$  peut aussi être donné par l'algorithme récursif de Leverier [Akermann 80],[Buhler 89].

Pour déterminer la région de stabilité dans l'espace  $K$  associé aux coefficients de réglage  $K_{a,n}^T$ , deux méthodes peuvent être distinguées.

##### V.4.2.1. METHODE BASEE SUR LA PROJECTION DES SOMMETS

On fait l'étude de la stabilité dans l'espace  $P$ , puis on effectue une projection topographique de cette dernière dans l'espace  $K$  en utilisant l'équation suivante

$$K_{a,n}^T = (a^T \quad 1)E = a^T W^{-1} - a'^T \quad (\text{V.72})$$

Cette projection n'est en réalité que la combinaison d'une projection linéaire avec un changement de repère. Cette méthode provoque des déformations et des distorsions dans la région de stabilité, mais elle préserve la forme de base de cette dernière [Barkati 97],[Akermann 85, 87].

##### V.4.2.2. METHODE BASEE SUR LA PROJECTION DANS UN REPERE DE DIMENSION 2

Cette méthode est purement graphique, elle repose sur la représentation de la région stabilité dans l'espace  $K$  dans un repère de dimension 2. Dans ce but, la relation donnant le vecteur  $a^T$  est substituée dans les équations des limites complexes et réelles. Toutes les conditions de stabilité dans l'espace  $P$  sont transformées à des conditions sur le vecteur  $K_{a,n}^T$  au moyen de la relation ( $a^T = K_{a,n}^T W + a'^T$ ). Celle-ci sera injectée dans les équations (V.56) et (V.68). Il en résulte

$$\begin{aligned} (K_{a,n}^T W + a'^T \quad 1)a_r &= 0 \\ (K_{a,n}^T W + a'^T \quad 1)(c_1 \quad c_2) &= (0 \quad 0) \end{aligned} \quad (\text{V.73})$$

Il est possible donc de présenter graphiquement la région de stabilité de n'importe quel système d'ordre  $n$  dans l'espace  $K$ . Mais la difficulté réside sur la lecture sur les coordonnées d'ordre supérieur à 2. En effet, on ne peut pas évaluer les coordonnées et la distance qui sépare un point quelconque dans un repère de  $\dim(n > 2)$ . Par conséquent, nous préférons travailler dans un repère de dimension 2 afin de faciliter la lecture dans les graphes de stabilité.

## V.5. FORMULATION DU PROBLEME MULTI MODELES

Lors d'une variation paramétrique, le système augmenté par un régulateur intégrateur décrit par les équations (IV.2, IV.3), la matrice dynamique du système  $A$ , et son vecteur d'entrée  $b$  dépendent des paramètres physiques du système réunis dans le vecteur  $\theta$ . Pour un régulateur par mode de glissement, le vecteur des coefficients de l'équation caractéristique en boucle fermée devient fonction du vecteur paramètre  $\theta$ .

$W$  et  $a^T$  doivent être calculés à chaque changement au niveau du vecteur paramètre  $\theta$ , dans une région admissible fixée selon le comportement physique du système. Dans ces conditions, les limites de la région de stabilité sont définies par

$$a^T(\theta) = K_{a,n}^T W(\theta) + a^T(\theta) \quad (\text{V.74})$$

Cette équation décrit une projection topographique non linéaire qui dépend à la fois des vecteurs  $K_{a,n}^T$  et  $\theta$ . Par ailleurs, la linéarité est perdue, et l'image de la stabilité dans l'espace  $K$  ne garde plus sa forme initiale dans l'espace  $P$ . Pour remédier à cet inconvénient, il est nécessaire de discrétiser le paramètre  $\theta$  à des  $\theta_i$  bien distincts et qui couvrent la plage de variation du vecteur  $\theta$ . Cette procédure rend la projection linéaire pour chacune des valeurs  $\theta_i$  prise seule [Berkati 97].

## V.6. APPLICATION A LA MSAP

### V.6.1. REGLAGE DE LA VITESSE (PREMIERE APPROCHE)

#### V.6.1.1. SYSTEME CONTINU EQUIVALENT

Selon le paragraphe IV.1. Le système à régler est caractérisé par

$$A = \begin{bmatrix} -R_s & -P\Phi_f & 0 \\ L_d & L_q & \\ P\Phi_f & -F_c & \\ J & J & \\ 0 & -1 & \\ & T_i & 0 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ L_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad b_v = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ J \\ 0 \end{bmatrix}; \quad b_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ T_i \end{bmatrix} \quad (\text{V.75})$$

Le vecteur ligne de la contre relation d'état est exprimé par

$$K^T = [k_q \quad k_\Omega \quad -k_R] \quad (\text{V.76})$$

On aboutit au système continu équivalent par une simple permutation des éléments du vecteur d'état. En effet, si ce dernier est défini par

$$X_i^T = [x_R \quad \Omega \quad i_q] \quad (\text{V.77})$$

On obtient alors

$$A_t = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-I}{T_i} & 0 \\ 0 & \frac{-F_c}{J} & \frac{P\Phi_f}{J} \\ 0 & \frac{-P\Phi_f}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix}; \quad b_t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{I}{L_q} \end{bmatrix}; \quad b_{vt} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I \\ 0 \end{bmatrix}; \quad b_{wt} = \begin{bmatrix} \frac{I}{T_i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V.78)$$

On voit que le système continu équivalent est caractérisé par

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-J}{T_i} \\ 0 & \frac{-F_c}{J} \end{bmatrix}; \quad a_a = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{P\Phi_f}{J} \end{bmatrix}; \quad K_a^T = \begin{bmatrix} -k_R \\ k_\Omega \end{bmatrix} \quad (V.79)$$

### V.6.1.2. DETERMINATION DU VECTEUR LIGNE DE LA CONTRE REACTION D'ETAT

La matrice de commandabilité est formée par

$$Q_{ca} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-P\Phi_f}{JT_i} \\ \frac{P\Phi_f}{J} & \frac{-P\Phi_f F_c}{T_i J^2} \end{bmatrix} \quad (V.80)$$

La matrice  $E$  est donnée par

$$E = \begin{bmatrix} e^T \\ e^T A_a \\ e^T A_a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-J}{P\Phi_f} & 0 \\ 0 & \frac{-J}{P\Phi_f} \\ 0 & \frac{-F_c}{P\Phi_f T_i} \end{bmatrix} \quad (V.81)$$

Le vecteur ligne  $K_{a,n}^T$  de la contre réaction d'état s'exprime dans le cas présent par

$$K_{a,n}^T = \begin{bmatrix} \frac{-k_R}{k_q} & \frac{k_\Omega}{k_q} \end{bmatrix} \quad (V.82)$$

### V.6.1.3. IMAGE DU DOMAINE DES POLES DANS LE PLAN $K$

#### A. IMAGE DES POLES COMPLEXES

On détermine d'abord l'image des pôles complexes conjugués. Puisque  $n = 3$ , on obtient  $E_I = E$ ;  $K_I^T = K_{a,n}^T$  et  $t^T = [\beta_0 \ \beta_1 \ 1]$ . Par contre,  $E_{II}$ ;  $K_{II}^T$  et  $S$  n'existent pas.

En effet

$$K_I^T = t^T E_I = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad I] = \begin{bmatrix} \frac{-JT_i}{P\Phi_f} & 0 \\ 0 & \frac{J}{P\Phi_f} \\ 0 & \frac{-F_c}{P\Phi_f T_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_0 \frac{JT_i}{P\Phi_f} & \beta_1 \frac{J}{P\Phi_f} & -\frac{F_c}{P\Phi_f T_i} \end{bmatrix} \quad (\text{V.83})$$

D'où

$$\begin{aligned} \frac{k_R}{k_q} &= \frac{J\beta_0 T_i}{P\Phi_f} \\ \frac{k_\Omega}{k_q} &= \frac{\beta_1 J}{P\Phi_f} - \frac{F_c}{P\Phi_f} \end{aligned} \quad (\text{V.84})$$

### B. IMAGE D'UN POLE REEL

Le vecteur  $P$  devient

$$P_\rho = \begin{bmatrix} I \\ -\rho_{lim} \end{bmatrix} \quad (\text{V.85})$$

La décomposition de la matrice  $E$  permet de déterminer la matrice  $T$

$$T_a = \begin{bmatrix} \frac{-JT_i}{P\Phi_f} & 0 \\ 0 & \frac{J}{P\Phi_f} \end{bmatrix} \quad (\text{V.86})$$

La matrice  $q$  est donnée par

$$q = T^{-1} P = \begin{bmatrix} \frac{-P\Phi_f}{JT_i} \\ -\rho_{lim} \frac{P\Phi_f}{J} \end{bmatrix} = q_I \quad (\text{V.87})$$

Enfin

$$K_I^T q_I + r = \begin{bmatrix} -k_R & k_\Omega \\ k_q & k_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-P\Phi_f}{JT_i} \\ -\rho_{lim} \frac{P\Phi_f}{J} \end{bmatrix} + (\rho_{lim})^2 = 0 \quad (\text{V.88})$$

D'où on tire

$$\frac{P\Phi_f}{JT_i} \begin{pmatrix} k_R \\ k_q \end{pmatrix} - \frac{\rho_{lim} P\Phi_f}{J} \begin{pmatrix} k_\Omega \\ k_q \end{pmatrix} - \frac{F_c \rho_{lim}}{J} + \rho_{lim}^2 = 0 \quad (\text{V.89})$$

**V.6.1.4. DEUXIEME APPROCHE**

Les limites réelle et complexes sont données par

$$\begin{cases} [K_a^T W + a^T \quad I] a_r = 0 \\ [K_a^T W + a^T \quad I] [c_1 \quad c_2] = 0 \end{cases} \quad (V.90)$$

**A. LIMITES COMPLEXES**

$$[a^T \quad I] [c_1 \quad c_2] \quad (V.91)$$

La matrice  $C$  est donnée par

$$C = [c_1 \quad c_2] = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -\beta_1 & I \\ \beta_1^2 - \beta_0 & -\beta_1 \end{bmatrix} \quad (V.92)$$

D'où on trouve

$$\begin{cases} \left( \frac{k_\Omega}{k_q} \right) \frac{P\Phi_f}{J} + \frac{F_c}{J} = \beta_1 \\ \left( \frac{k_\Omega}{k_q} \right) \frac{P\Phi_f}{J} - \beta_1 \left[ \left( \frac{k_\Omega}{k_q} \right) \frac{P\Phi_f}{J} + \frac{F_c}{J} \right] + \beta_1^2 - \beta_0 = 0 \end{cases} \quad (V.93)$$

**B. LIMITE REELLE**

La matrice  $W$  s'obtient de  $W^{-1}$  est donnée par

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} e^T \\ e^T A_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-J\Gamma_i}{P\Phi_f} & 0 \\ 0 & \frac{J}{P\Phi_f} \end{bmatrix} \quad (V.94)$$

D'où

$$W = \begin{bmatrix} \frac{-P\Phi_f}{J\Gamma_i} & 0 \\ 0 & \frac{P\Phi_f}{J} \end{bmatrix} \quad (V.95)$$

De plus

$$a^T = \left[ 0 \quad \frac{F_c}{J} \right] \quad \text{et} \quad a_r = \begin{bmatrix} I \\ -\rho_{lim} \\ \rho_{lim}^2 \end{bmatrix} \quad (V.96)$$

Enfin

$$[K_{a,n}^T W + a^T \quad I] = \left[ \left( \frac{-k_R}{k_q} \right) \frac{P\Phi_f}{J\Gamma_i} \quad \left( \frac{k_\Omega}{k_q} \right) \frac{P\Phi_f}{J} + \frac{F_c}{J} \quad I \right] \quad (V.97)$$

D'où on tire

$$\left(\frac{-k_R}{k_q}\right) \frac{P\Phi_f}{JT_i} - \left[\left(\frac{k_\Omega}{k_q}\right) \frac{P\Phi_f}{JT_i} + \frac{F_c}{J}\right] \rho_{lim} + \rho_{lim}^2 = 0 \tag{V.98}$$

Des équations précédentes, on constate que le réglage est absolument robuste par rapport aux variations de la constante de temps électrique. De ce fait, le réglage sera dimensionné en considérant uniquement les variations sur la constante de temps mécanique. La figure V.5. donne le domaine des gains robustes lorsqu'on considère des variations de 50 % à 200% sur  $\tau_m = \frac{J}{F_c}$ .

On remarque que l'intersection de tous les domaines n'est pas assurée pour toute valeur de  $\rho_{lim}$ . En effet, pour la valeur 0.4 l'intersection est un ensemble vide. Pour la valeur 2 le domaine des gains robustes est représenté par des très hachurés. Le choix de la paire de coefficients  $(k_\Omega/k_q, k_R/k_q)$  est dans une certaine mesure arbitraire. De ce fait, la zone d'intersection des régions de stabilité assure que les pôles restent dans un domaine prescrit. Toutefois, selon le choix de la paire de coefficients dans cette zone, le comportement sera meilleur pour tel ou tel point de fonctionnement. En ce qui concerne le paramètre  $k_w$  il n'existe pas un moyen pour sa synthèse, de ce fait, sa valeur est prise égale à la valeur nominale.

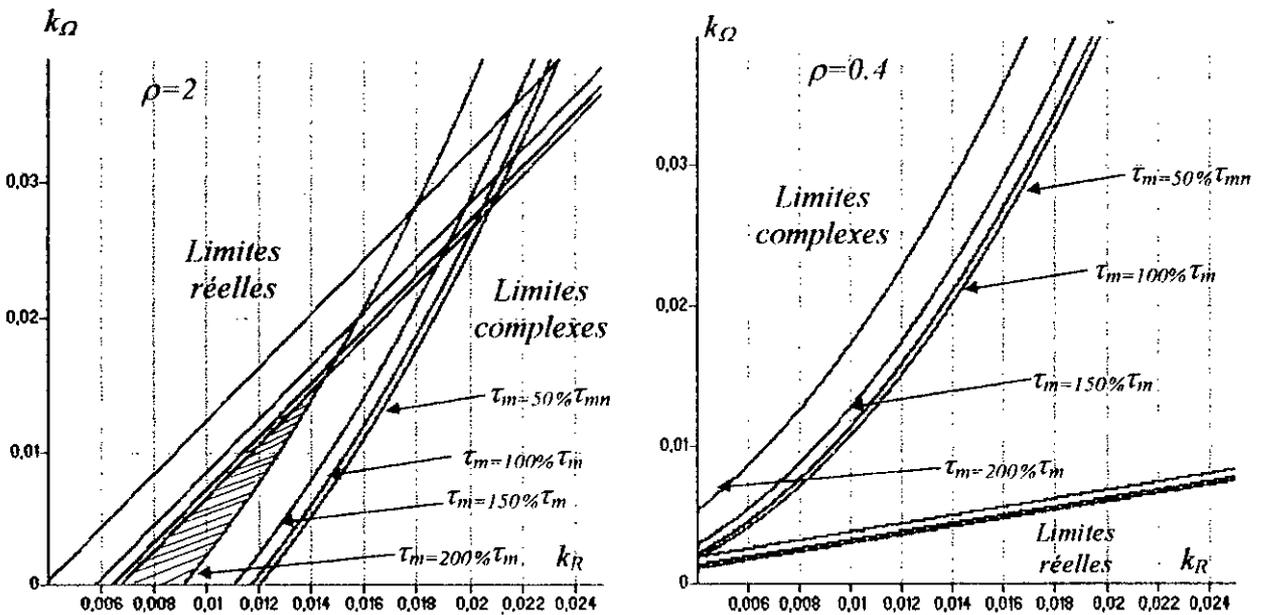


Figure V.5. Domaine des gains robustes

La figure V.6 représente le schéma global de l'entraînement réglé à vitesse variable utilisant le réglage par mode glissant avec dimensionnement robuste de la loi de commutation par contre réaction d'état.

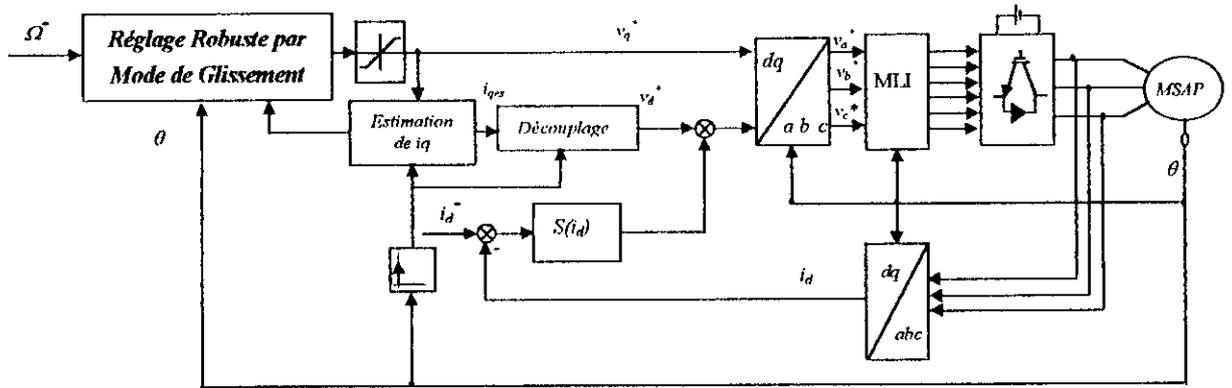


Figure.V.6. Schéma global du réglage robuste par mode de glissement

**V.6.1.5. SIMULATION NUMERIQUE**

Le comportement du système global est testé par simulation numérique dans le cas du réglage robuste par mode glissant avec loi de commutation par contre réaction d'état. Les figures V.7, V.8 représentent les performances du réglage pour un point à l'intérieur du domaine, dans le cas sans et avec réglage du courant  $i_d$ . Nous avons considéré des variations paramétriques comme pour le cas du traitement dans le plan de phase. Les tests sont réalisés pour un démarrage avec variation de la charge. On note des performances de réglage très satisfaisantes, Pour le cas sans régulation du courant  $i_d$  la dynamique de poursuite de la consigne ainsi que le rejet de la perturbation ne sont pas affecter par le régime sévère appliqué à la machine. On remarque que le mode glissant présente une solide robustesse vis-à-vis les variations paramétriques et de charge introduites, ce qui prouve l'efficacité de l'algorithme de commande utilisé. Malheureusement, l'imprécision sur le découplage persiste toujours. La structure de commande avec réglage de courant permet de remédier à ce problème mais aux prix d'une forte activité de la commande surtout pour les faibles constantes de temps mécanique, ainsi qu'une faiblesse dans le rejet de perturbation.

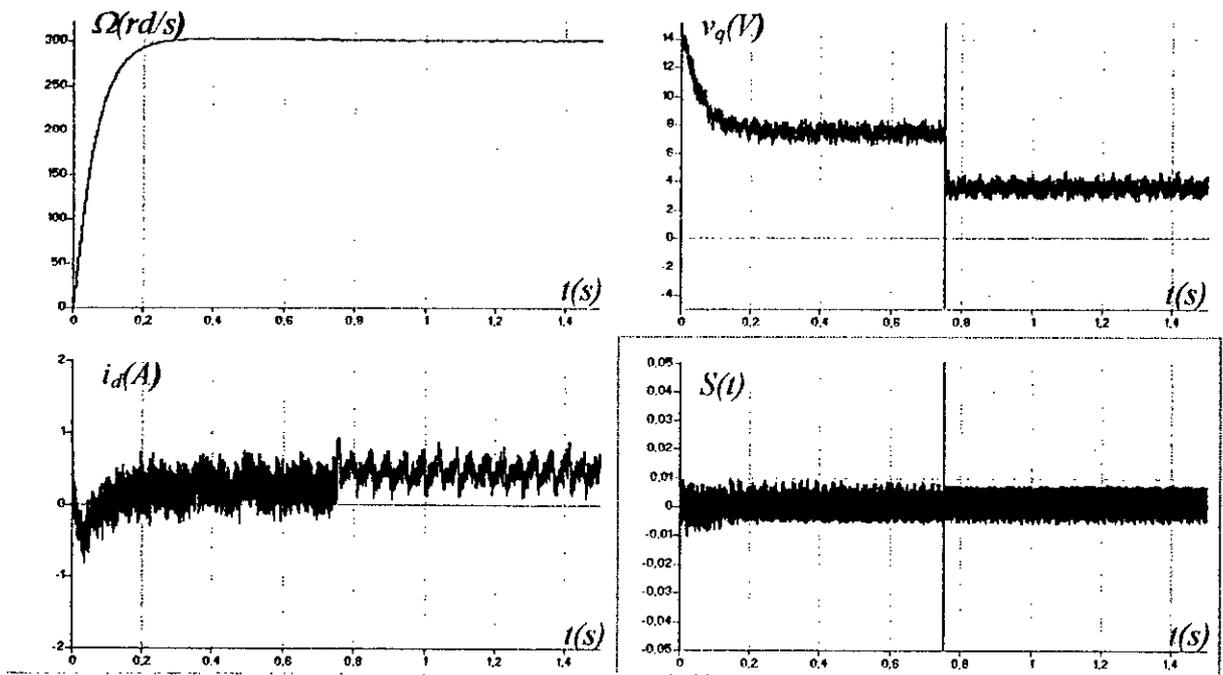
**V.6.2. REGLAGE DE POSITION**

**V.6.2.1. PREMIERE APPROCHE**

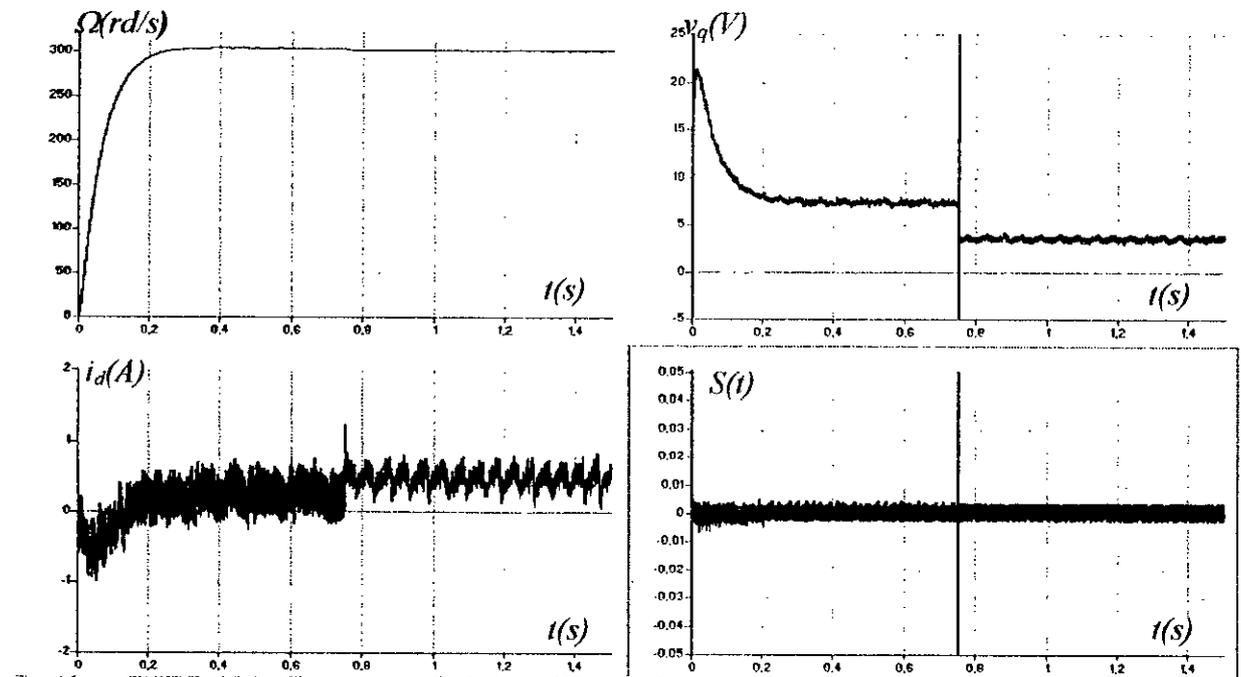
**A. LIMITE COMPLEXE**

La matrice  $A_t$  est donnée par

$$A_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T_i} & 0 \\ 0 & \frac{-F_c}{J} & 0 & \frac{-P\varphi_f}{J} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-P\varphi_f}{L_q} & 0 & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \tag{V.99}$$



**Figure V.7.a.** Test de robustesse de la commande en vitesse vis-à-vis des variations paramétriques (Structure sans réglage du courant)  
 ( $\tau_m=50\%\tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\%\tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\%\Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.01$ ,  $k_R=0.012$ )



**Figure V.7.b.** Test de robustesse de la commande en vitesse vis-à-vis des variations paramétriques (Structure sans réglage du courant)  
 ( $\tau_m=100\%\tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\%\tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\%\Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.01$ ,  $k_R=0.012$ )

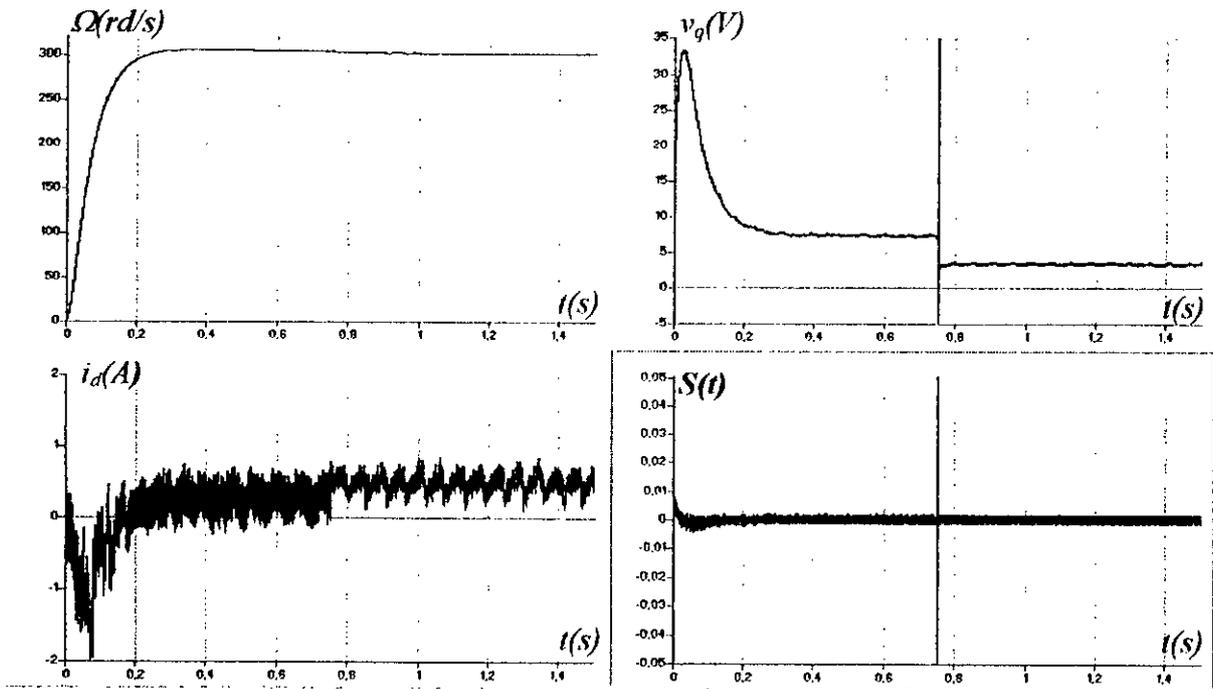


Figure V.7.c. Test de robustesse de la commande en vitesse vis-à-vis des variations paramétriques (Structure sans réglage du courant)

$(\tau_m=150\% \tau_{nm}, \tau_q=80\% \tau_{qn}, \Phi_f=90\% \Phi_{fn}, k_q=1, k_\Omega=0.01, k_R=0.012)$

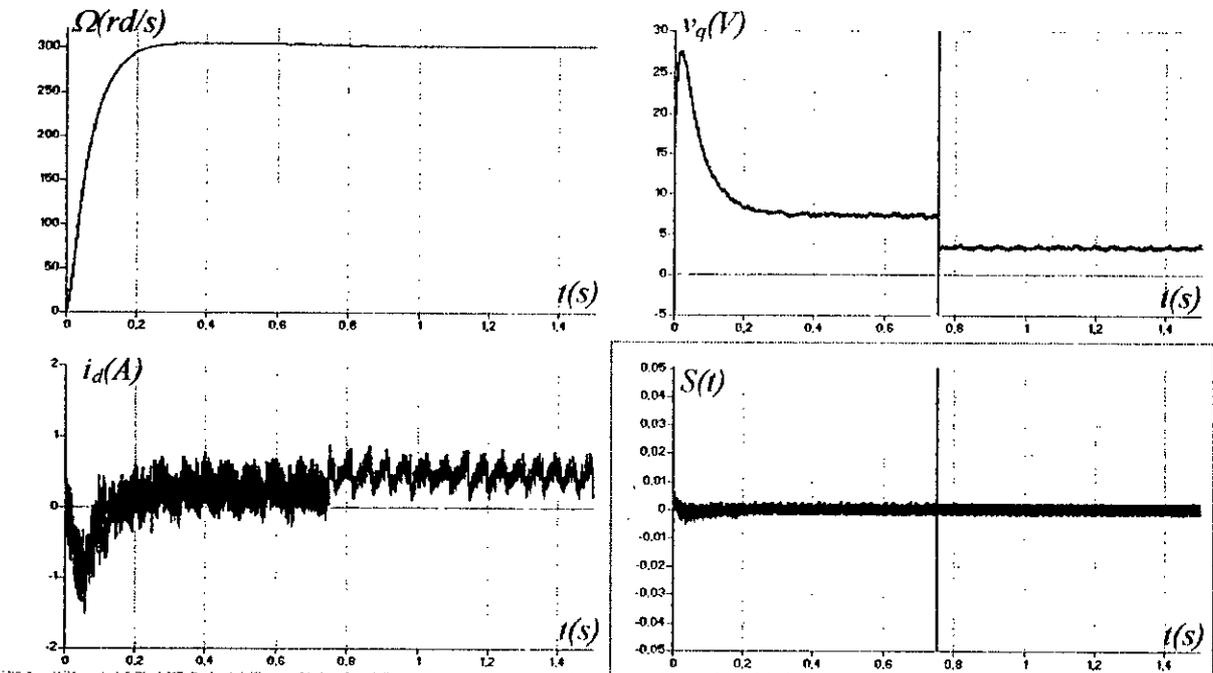


Figure V.7.d. Test de robustesse de la commande en vitesse vis-à-vis des variations paramétriques (Structure sans réglage du courant)

$(\tau_m=200\% \tau_{nm}, \tau_q=80\% \tau_{qn}, \Phi_f=90\% \Phi_{fn}, k_q=1, k_\Omega=0.01, k_R=0.012)$

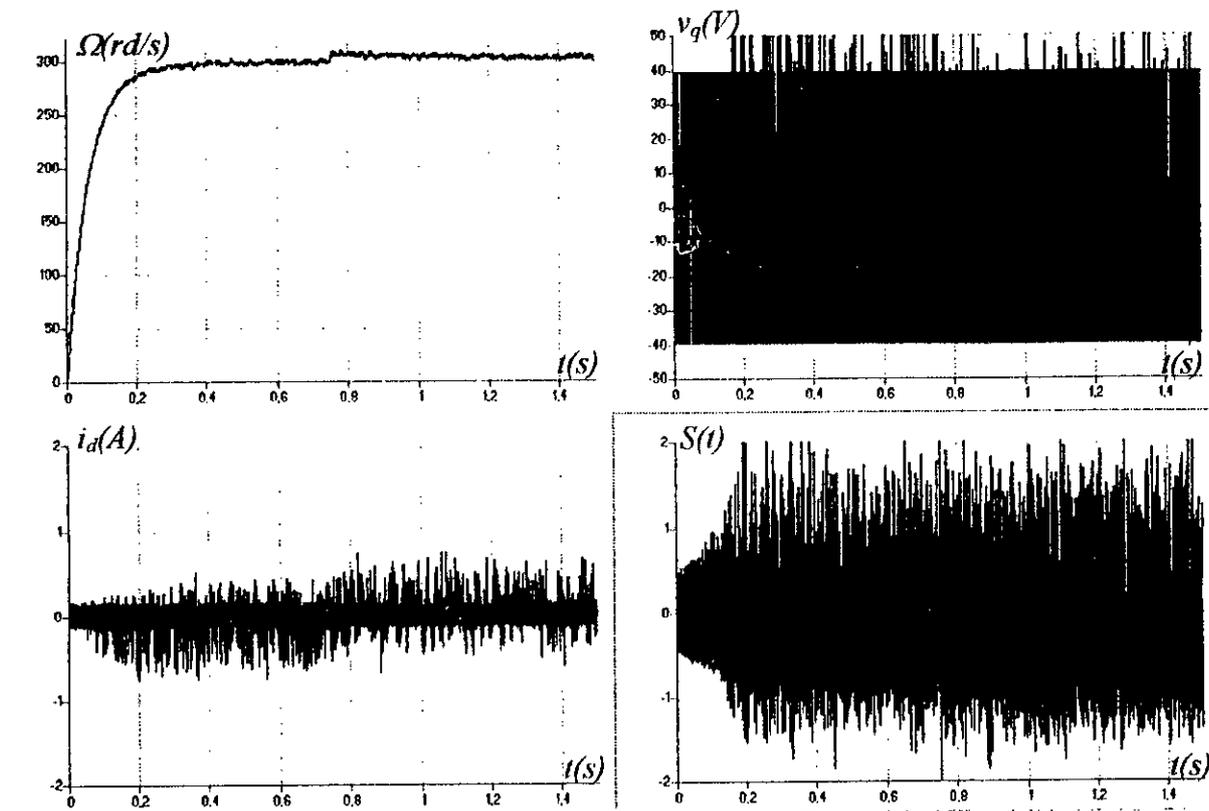


Figure V.8.a. Test de robustesse de la commande en vitesse (Structure avec réglage du courant)  
 $(\tau_m=50\% \tau_{mn}, \tau_q=80\% \tau_{qn}, \Phi_f=90\% \Phi_{fn}, k_q=1, k_\Omega=0.01, k_R=0.012, K_d=20)$

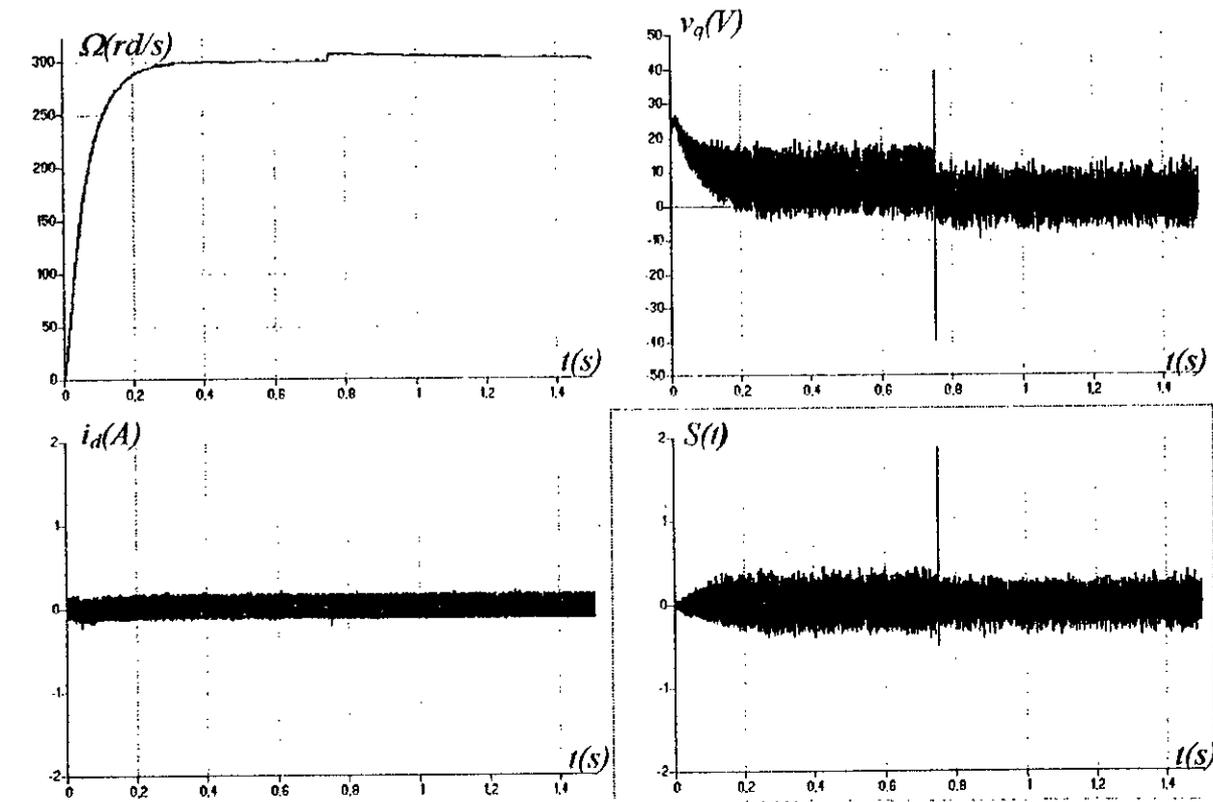


Figure V.8.b. Test de robustesse de la commande en vitesse (Structure avec réglage du courant)  
 $(\tau_m=100\% \tau_{mn}, \tau_q=80\% \tau_{qn}, \Phi_f=90\% \Phi_{fn}, k_q=1, k_\Omega=0.01, k_R=0.012, K_d=20)$

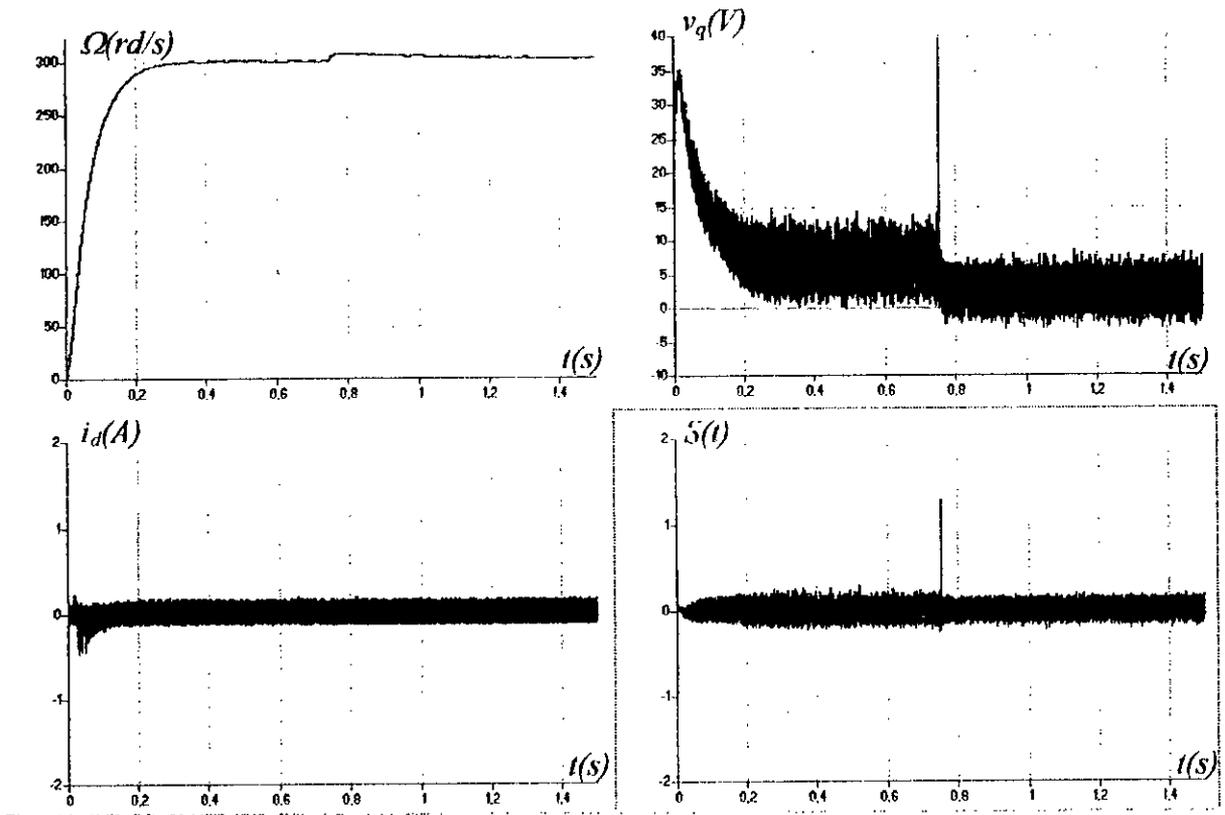


Figure V.8.c. Test de robustesse de la commande en vitesse (Structure avec réglage du courant)  
 ( $\tau_m=150\%\tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\%\tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\%\Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.01$ ,  $k_R=0.012$ ,  $K_d=20$ )

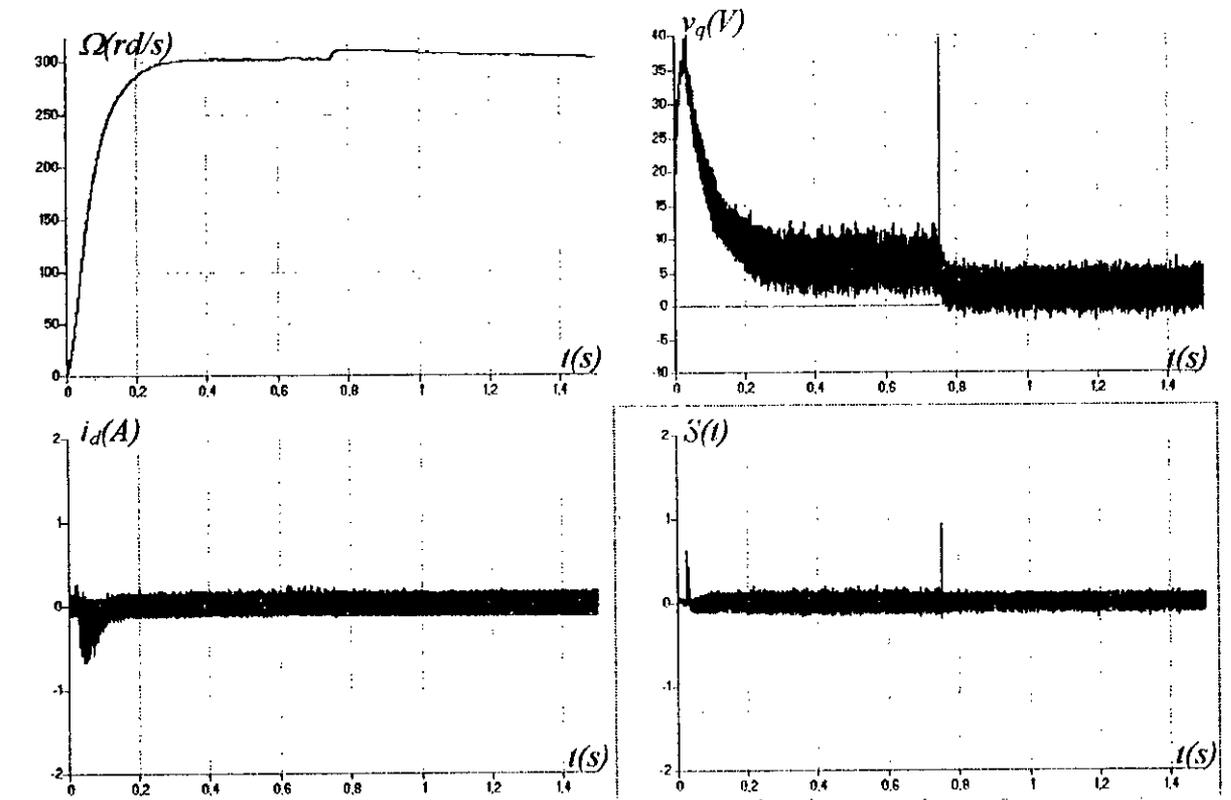


Figure V.8.d. Test de robustesse de la commande en vitesse (Structure avec réglage du courant)  
 ( $\tau_m=200\%\tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\%\tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\%\Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.01$ ,  $k_R=0.012$ ,  $K_d=20$ )

Ainsi, nous obtenons

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T_i} \\ 0 & \frac{-F_c}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad a_a = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{P\varphi_f}{J} \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad a_n^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-P\varphi_f}{L_q} \end{bmatrix} ; \quad a_{n1} = \frac{-R_s}{L_q} \quad (\text{V.100})$$

La matrice  $Q_{ca}$  de commandabilité est donnée par

$$Q_{ca} = [a_a \quad A_a a_a \quad a_a \quad A_a^2 a_a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-P\varphi_f}{J} \\ \frac{P\varphi_f}{J} & \frac{-P\varphi_f F_c}{J^2} & \left(\frac{F_c}{J}\right)^2 \frac{P\varphi_f}{J} \\ 0 & \frac{P\varphi_f}{J} & \frac{-P\varphi_f F_c}{J^2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.101})$$

La matrice  $E$  s'obtient par

$$E = \begin{bmatrix} e^T \\ e^T A_n \\ e^T A_n^2 \\ e^T A_n^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-JT_i}{P\varphi_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J}{P\varphi_f} \\ 0 & \frac{J}{P\varphi_f} & 0 \\ 0 & \frac{-F_c}{P\varphi_f} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.102})$$

D'où on déduit  $E_I$  et  $E_{II}$

$$E_I = \begin{bmatrix} \frac{-JT_i}{P\varphi_f} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{J}{P\varphi_f} \\ 0 & \frac{-F_c}{P\varphi_f} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_{II} = \begin{bmatrix} 0 \\ J \\ P\varphi_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.103})$$

Les deux composants du vecteur  $K_{a,n}^T$  sont donnés par

$$K_I^T = \begin{bmatrix} -\frac{k_R}{k_q} & \frac{k_\Omega}{k_q} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad K_{II}^T = \begin{bmatrix} k_\Omega \\ k_q \end{bmatrix} \quad (\text{V.104})$$

Le vecteur  $f^T$  est donné par

$$t^T = [0 \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad 1] \quad (V.105)$$

La matrice  $S$  est donnée par

$$S = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad 1 \quad 0] \quad (V.106)$$

On obtient finalement

$$K_i^T = \left[ -\frac{\beta_0}{\beta_1} \left( \frac{k_\theta}{k_q} - \beta_0 \frac{J}{P\Phi_f} \right) \left\{ \left[ \left( \frac{k_\theta}{k_q} - \beta_0 \frac{J}{P\Phi_f} \right) \frac{P\Phi_f}{J\beta_1} \right] + \beta_1 \right\} \frac{J}{P\Phi_f} - \frac{F_c}{P\Phi_f} \right] \quad (V.107)$$

Ce qui conduit à

$$\begin{aligned} \frac{k_R}{k_q} &= \frac{\beta_0}{\beta_1} \left( \frac{k_\theta}{k_q} - \beta_0 \frac{J}{P\Phi_f} \right) T_i \\ \frac{k_\Omega}{k_q} &= \left\{ \left[ \left( \frac{k_\theta}{k_q} - \beta_0 \frac{J}{P\Phi_f} \right) \frac{P\Phi_f}{J\beta_1} \right] + \beta_1 \right\} \frac{J}{P\Phi_f} - \frac{F_c}{P\Phi_f} \end{aligned} \quad (V.108)$$

### B. LIMITE REELLE

Dans ce cas, le vecteur d'état est défini par

$$X_i^T = [x_R \quad \Omega \quad \theta \quad i_q] \quad (V.109)$$

Le vecteur  $P$  et la matrice  $T$  sont donnés par

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ -\rho_{lim} \\ \rho_{lim}^2 \end{bmatrix}; \quad T = \begin{bmatrix} \frac{J}{P\Phi_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J}{P\Phi_f} \\ 0 & \frac{J}{P\Phi_f} & 0 \end{bmatrix} \quad (V.110)$$

Le scalaire  $r$  est donné par

$$\begin{aligned} r &= K_{ii}^T q_{ii} - e^T A_a^3 T^{-1} P + -\rho_{lim}^3 \\ &= \frac{-k_\theta}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} \rho_{lim} + \frac{F_c}{J} \rho_{lim}^2 - \rho_{lim}^3 \end{aligned} \quad (V.111)$$

D'où on obtient la limite réelle

$$\frac{P\Phi_f}{JT_i} \frac{k_R}{k_q} + \rho_{lim}^2 \left( \frac{P\Phi_f}{J_i} \frac{k_\Omega}{k_q} + \frac{F_c}{J} \right) - \frac{P\Phi_f}{J_i} \frac{k_\theta}{k_q} \rho_{lim} - \rho_{lim}^3 = 0 \quad (V.112)$$

### V.6.2.2. DEUXIEME APPROCHE

#### A. LIMITE COMPLEXE

La matrice  $C$  est donnée par

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\beta_1 & 1 \\ \beta_1^2 - \beta_0 & -\beta_1 \\ \beta_1^3 - 2\beta_1\beta_0 & \beta_1 - \beta_0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.113})$$

Les deux limites complexes sont donc données par

$$\frac{k_R}{k_q} \frac{P\Phi_f}{JT_i} - \beta_1 \frac{k_\theta}{k_q} \frac{P\Phi_f}{JT_i} + (\beta_1^2 - \beta_0) \left[ \frac{k_\Omega}{k_q} \frac{J}{P\Phi_f} + \frac{F_c}{J} \right] - \beta_1^3 + 2\beta_1\beta_0 = 0 \quad (\text{V.114})$$

$$\frac{k_\theta}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} - \beta_1 \left[ \frac{k_\Omega}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} + \frac{F_c}{J} \right] + \beta_1^2 - \beta_0 = 0$$

#### B. LIMITE REELLE

La matrice  $W = T^{-1}$  est donnée par

$$W = \begin{bmatrix} \frac{P\varphi_f}{T_i J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P\varphi_f}{J} \\ 0 & \frac{P\varphi_f}{J} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.115})$$

Le vecteur  $a^T$  est donné par

$$a^T = [e_1 \ e_2 \ e_3] A_a^3 W = \left[ 0 \ 0 \ \frac{F_c}{J} \right] \quad (\text{V.116})$$

De même

$$K_{a,n}^T W = \begin{bmatrix} \frac{k_R}{k_q} \frac{P\Phi_f}{JT_i} & \frac{k_\theta}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} & \frac{k_\Omega}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} \end{bmatrix} \quad (\text{V.117})$$

D'où on obtient

$$\frac{k_R}{k_q} \frac{P\Phi_f}{JT_i} - \frac{k_\theta}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} \rho_{lim} + \frac{k_\Omega}{k_q} \frac{P\Phi_f}{J} \rho_{lim}^2 - \rho_{lim}^3 = 0 \quad (\text{V.118})$$

La figure V.9 présente le domaine des gains robustes nécessaires pour la commande en position. Ce domaine est obtenu pour un gain  $k_\theta$  imposé à 0.1. on remarque que ce domaine se restreint pour les valeurs élevées de  $\rho_{lim}$ .

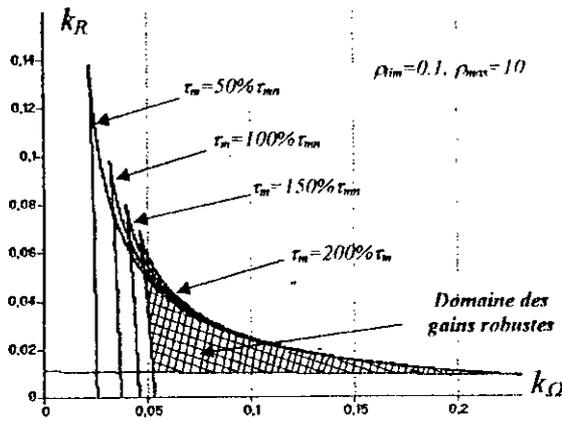


Figure V.9.a. Domaine des gains robustes nécessaires pour la commande en position

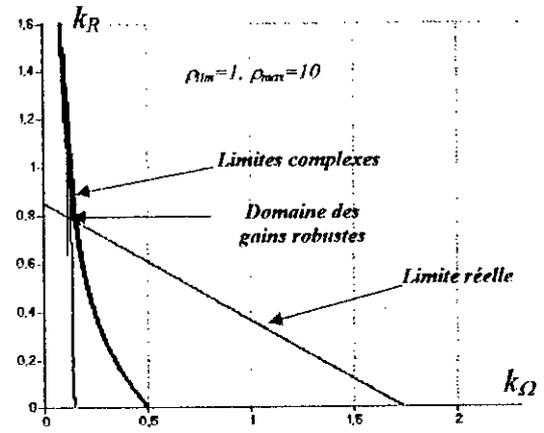


Figure V.9.b. Restriction du domaine des gains robustes pour les valeurs élevées de  $\rho_{lim}$

La figure V.10 présente la structure globale de la commande en position par régulateur robuste à mode de glissement.

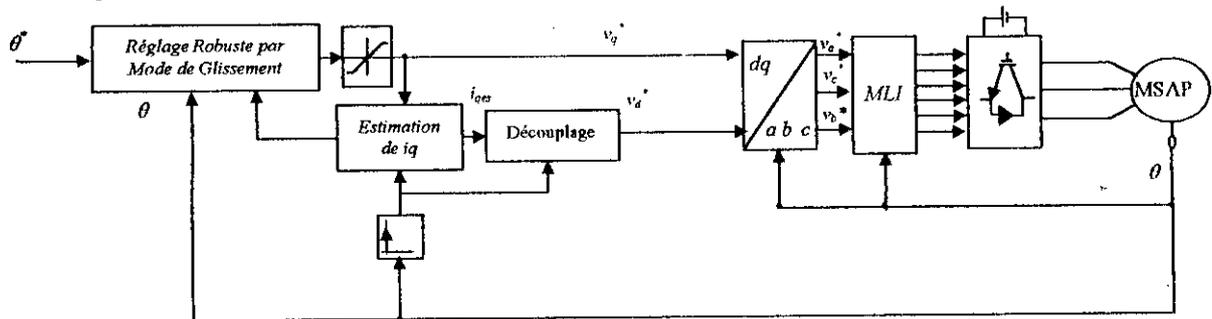


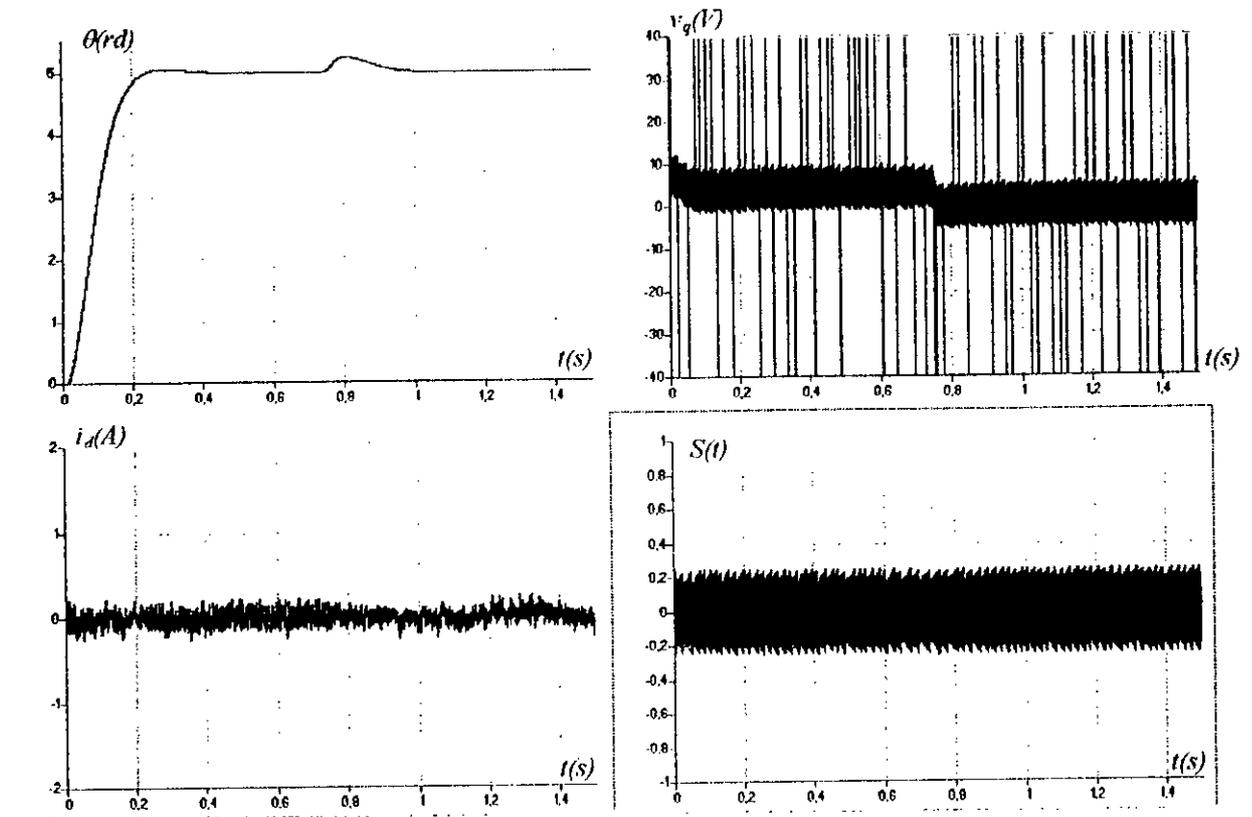
Figure V.10. Structure globale de la commande en position par régulateur à mode de glissement

### V.6.2.3. SIMULATION NUMERIQUE

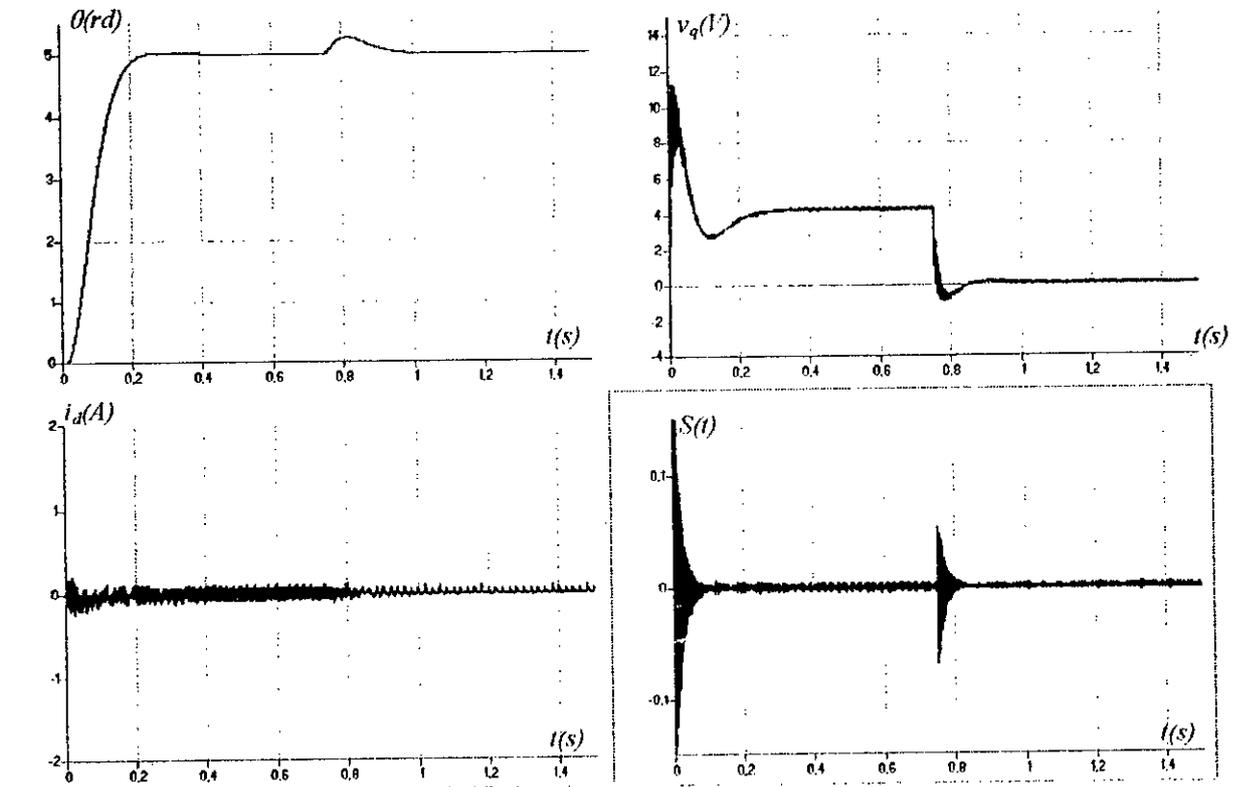
Après avoir réalisé la synthèse du régulateur de position, nous simulons le comportement global de la MSAP lors du positionnement à une consigne de 5rd avec variation de la charge à l'instant  $t=0.75s$ . Il apparaît, suite aux différents résultats présentés aux figures V.11.a,b,c,d, que malgré l'existence des erreurs simultanées sur les constantes de temps mécanique, électrique ainsi que sur la valeur du flux des aimants, la dynamique de poursuite de la consigne ainsi que le découplage de la machine restent inchangés. Le domaine du mode glissant présente-lui aussi une solide robustesse vis-à-vis ces variations. On note que pour les faibles valeurs de la constante de temps mécanique il y a apparition du phénomène de Chattering, ce qui peut exciter les dynamiques négligées.

### V.7. CONCLUSION

Aux termes de ce chapitre, on peut conclure que la commande proposée présente des performances fort intéressantes pour la réponse en vitesse ainsi que celle en position en présence de variations paramétriques et de charge. La synthèse du régulateur par mode glissant par l'approche des multi modèles a offert plus de flexibilité à la commande et lui a permis de s'adapter aux variations paramétriques et de réagir contre l'action d'éventuelles perturbations. Cependant, le problème de découplage dans le cas de réglage de vitesse persiste toujours et représente l'inconvénient majeur de cette technique de commande. Ce problème n'a pu être pallié que par la modification de la structure de commande en insérant un régulateur robuste à mode glissant pour le réglage du courant  $i_d$ , ce qui va remettre en cause la simplicité de la faisabilité d'implémentation pratique.



**Figure V.11.a.** Test de robustesse de la commande en position  
 ( $\tau_m=50\%\tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\%\tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\%\Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.05$ ,  $k_R=0.01$ ,  $k_\theta=0.1$ )



**Figure V.11.b.** Test de robustesse de la commande en position  
 ( $\tau_m=10-0\%\tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\%\tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\%\Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.05$ ,  $k_R=0.01$ ,  $k_\theta=0.1$ )

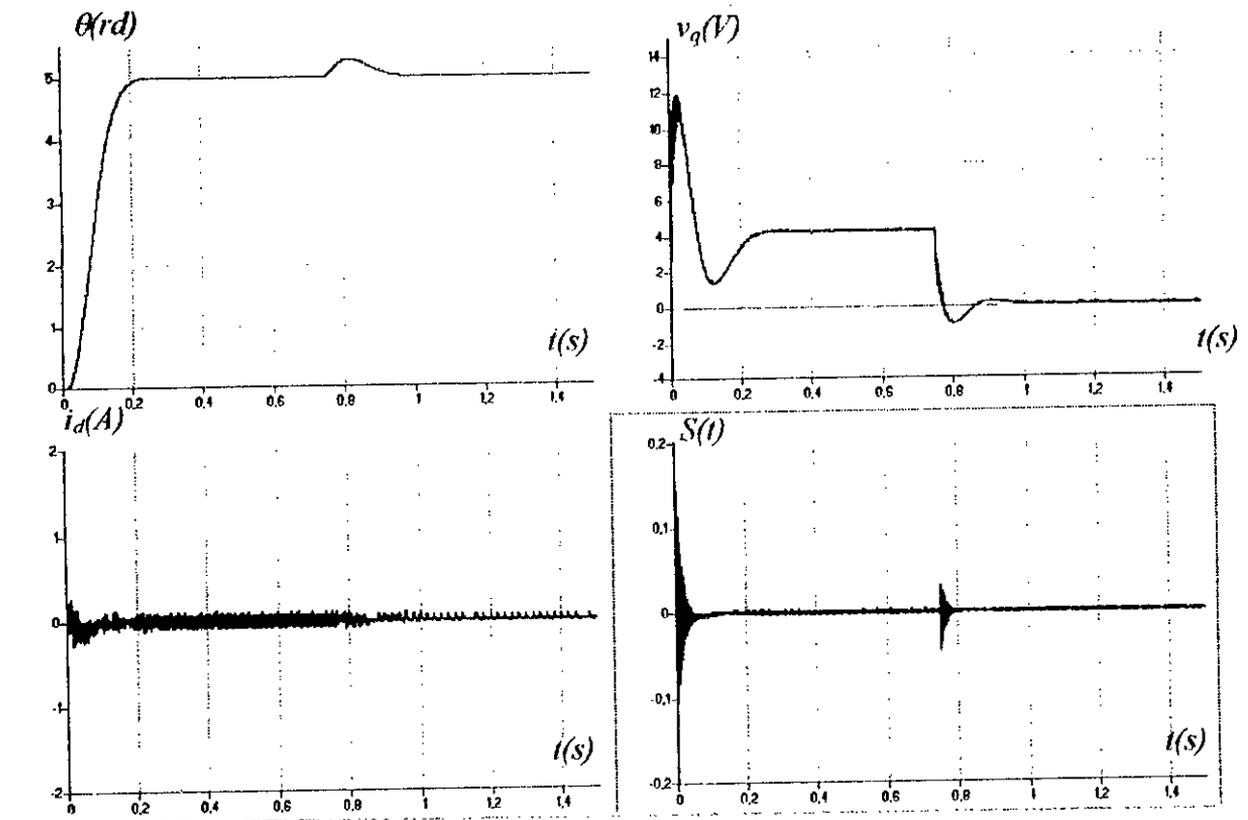


Figure V.11.d. Test de robustesse de la commande en position  
 ( $\tau_m=150\% \tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\% \tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\% \Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.05$ ,  $k_R=0.01$ ,  $k_\theta=0.1$ )

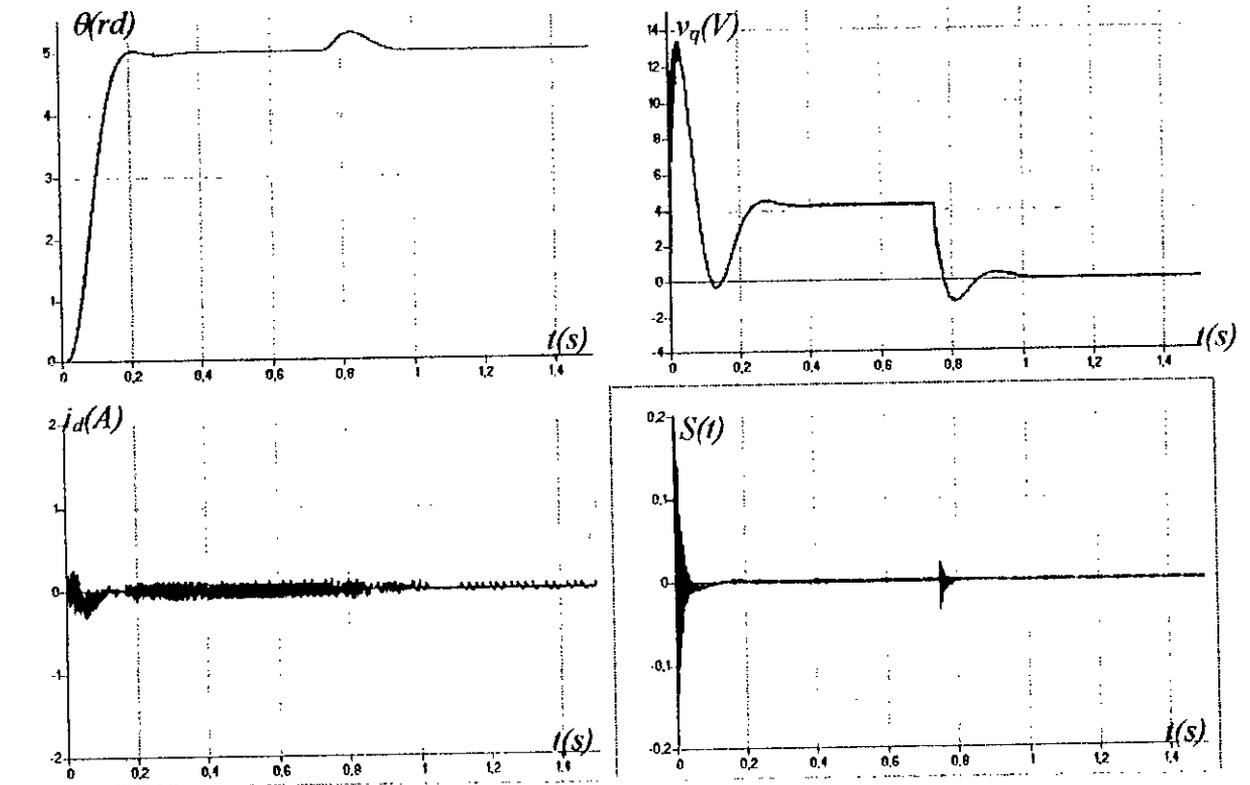


Figure V.11.c. Test de robustesse de la commande en position  
 ( $\tau_m=200\% \tau_{mn}$ ,  $\tau_q=80\% \tau_{qn}$ ,  $\Phi_f=90\% \Phi_{fn}$ ,  $k_q=1$ ,  $k_\Omega=0.05$ ,  $k_R=0.01$ ,  $k_\theta=0.1$ )

# CONCLUSION GENERALE

**L**ES TRAVAUX présentés dans cette thèse ont été consacrés à l'étude de la commande par mode de glissement d'une machine synchrone à aimants permanents alimentée en tension, munie d'un contrôle vectoriel.

Dans la première partie de nos travaux, et après avoir présenté une modélisation de la machine synchrone à aimants permanents associée à un convertisseur statique, nous nous sommes intéressés à la mise en œuvre des principales stratégies de commande vectorielles, qui permettent l'obtention d'un modèle dynamique découplé équivalent à celui d'une machine à courant continu, où le contrôle direct du couple par l'intermédiaire de la composante en quadrature du courant (tension) statoriques permet d'atteindre des performances dynamiques et statiques très satisfaisantes.

Trois stratégies de commandes vectorielles ont été synthétisées à savoir, le contrôle dans le référentiel  $(a b c)$ , le contrôle dans le référentiel  $(d q)$ , et la commande vectorielle simplifiée. Les résultats obtenus ont montré que la mise au point de l'une ou de l'autre de ces commandes n'apporte pas de différences significatives dans la dynamique de poursuite de consigne. Dans les trois méthodes le moteur atteint rapidement la vitesse imposée par la référence, puisque le courant direct s'annule rapidement, et le moteur dispose d'un couple maximal qui autorise une forte accélération. L'étude des formes de courants et de la faisabilité de l'implémentation pratique ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Dans le réglage par hystérésis le courant de phase est très chargé d'harmoniques, de plus la fréquence de commutation est variable. Le choix de bande d'hystérésis dépend essentiellement du taux d'ondulation admet sur le couple ainsi que du pouvoir de coupure des interrupteurs. La commande par hystérésis est une commande facile à mettre en œuvre, c'est une commande ne nécessitant pas la connaissance des paramètres de la machine pour réaliser le découplage.
- Dans la commande MLI le courant est moins chargé d'harmonique, l'introduction de la matrice de découplage permet de réduire l'ordre du système et rend la synthèse des régulateurs des courants plus simple. Cette méthode présente l'inconvénient de nécessiter l'utilisation de calculateurs puissants capables de réaliser toutes les opérations de calculs dans un temps compatible aux périodes d'échantillonnage des différentes variables.
- Dans la commande simplifiée, l'algorithme de commande est simplifié, ce qui permet de l'implémenter autour d'un microprocesseur moins coûteux, mais présente l'inconvénient de n'être utilisée qu'avec des machines de faibles puissances, dont la régulation des courants n'est pas importante, et le contrôle précis du couple n'est pas exigé.

Le choix de l'une ou de l'autre de ces commandes dépend finalement de l'application pour laquelle la commande est développée.

La deuxième partie de nos travaux est une investigation à l'étude de la commande des systèmes à structure variable. Ce choix a été justifié par la simplicité de la conception d'une telle commande ainsi que de sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques et de charge. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont un modèle imprécis. La synthèse de l'algorithme de commande a été faite en temps discret en se basant sur l'approche proposée par J.J. Slotine, dont la loi de commutation est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase. La réduction du phénomène de Chattering a été mise au point par adoucissement de la fonction de commande. Deux structures de commande ont été mises en œuvre à savoir, la limitation indirecte du courant, ainsi que le réglage en cascade. Les résultats obtenus en présence des variations paramétriques et de charge ont montré un comportement satisfaisant et des performances appréciables. La limitation indirecte du courant a permis la réduction du nombre de surfaces de glissement mais présente l'inconvénient de ne pas assurer la limitation du courant en cas de surcharge. La limitation directe du courant a imposé au variateur de vitesse le maximum de courant en régime dynamique, en revanche, elle présente l'inconvénient de compliquer la synthèse des différentes surfaces. L'écart sur la vitesse dans la région d'application du couple a montré que l'état du système peut s'approcher de la surface de commutation mais il ne peut pas y

rester de ce fait, les systèmes à structure variable peuvent seulement avoir un mouvement appelé quasi-mode glissant, ceci est dû à l'impossibilité de générer la commande équivalente adéquate capable de garder l'état du système sur la surface de glissement, à cause de l'existence du retard de calcul et du maintien constant des variables entre deux instants d'échantillonnage.

Dans la troisième partie, nous nous sommes penchés sur la synthèse d'une loi de commande à structure variable plus facile à mettre en œuvre que la première. Dans cette optique, la loi de commutation a pris une forme qui ne contient pas forcément les dérivées de la variable à régler, de plus l'estimation du courant statorique en quadrature a permis de réduire le nombre de capteurs nécessaires pour la commande. La réduction du phénomène de Chattering a été rendue possible par la régulation de la surface de glissement à l'intérieur de la bande limite. Le dimensionnement robuste de la loi de commutation permet d'offrir au régulateur plus de flexibilité dans le cadre où on veut résoudre un problème de stabilisation simultané d'une famille de modèles, tout en préservant la stabilité malgré les imprécisions du modèle. Cependant, le découplage ne supporte pas un tel réajustement des paramètres de la commande, une erreur statique se manifeste par la suite sur la valeur du courant direct affectant ainsi la qualité du réglage. Pour remédier à ce problème nous étions obligés de faire recourt à une mesure de courant pour corriger cette erreur par l'insertion d'un régulateur par mode glissant synthétisé à partir de l'approche de Slotine. Cette démarche a permis la correction du découplage avec succès mais, au prix d'une forte sollicitation de l'organe de commande.

L'analyse des résultats obtenus par les deux approches a montré la supériorité de l'approche du traitement dans le plan de phase sur celle de l'espace d'état. En effet, le traitement dans le plan de phase permet de considérer le modèle non linéaire de la machine avec tout son couplage ce qui permet de s'approcher de la nature réelle du système de plus, elle offre l'avantage de réaliser le réglage en cascade ce qui autorise son application à des machines de grandes puissances. Le seul inconvénient qu'on peut rencontrer est la nécessité d'utiliser la variable à régler ainsi qu'un certain nombre de ces dérivées, ce qui peut être une source d'amplification des bruits de mesure. Le traitement dans l'espace d'état bien qu'il permet l'obtention des structures de commande plus facile à mettre en œuvre, il n'assure pas en toute rigueur le découplage de la machine dans cas de réglage de vitesse. De plus, il nécessite l'utilisation des modèles linéaires pour la synthèse de la loi de commutation, ce qui peut être dans plusieurs applications un empêchement sérieux pour l'obtention de performances satisfaisantes.

Notre travail, loin d'être achever, pourra être prolongé dans plusieurs directions. En particulier

- ✎ Il serait intéressant pour la commande vectorielle d'étudier les autres types de contrôle tels que, la commande à facteur de puissance unité ou à tension statorique constante.
- ✎ Pour la commande par mode de glissement, et comme solution du phénomène de Chattering, il est intéressant de coupler la commande à structure variable à la commande par la logique floue.
- ✎ Il est aussi important dans le cas du traitement dans l'espace d'état, de chercher une structure permettant le réglage en cascade ou de combiner la commande équivalente avec la commande signe comme pour le cas du traitement dans le plan de phase, au lieu d'un organe de commande à deux positions. De même, la synthèse de la loi de commande pourra être faite en discret afin de généraliser l'approche discrète des SSV sur le traitement dans l'espace d'état.
- ✎ On peut aussi envisager pour le dimensionnement robuste, la représentation en 3 D des domaines des gains robustes ou l'exploitation des méthodes d'optimisations afin d'avoir les gains optimaux à l'intérieur des domaines robustes.
- ✎ En outre, et étant donné que les machines synchrones à aimants présentent un faible moment d'inertie, et vu le coût élevé des capteurs de vitesse(position), il serait intéressant de réduire l'encombrement de la partie tournante et améliorer le temps de réponse en régime dynamique en éliminant le capteur de position de la chaîne de mesure, par estimation de la position du rotor ou ce qu'on appelle dans la littérature scientifique par (**Sensorless Operation**) ou (**Position Elimination**).
- ✎ En fin, il serait intéressant d'étendre ce type de commande à des machines à FMM trapézoïdale (**Brushless DC Motors**), voir même à des machines à réluctance variable ou des machines synchrones à rotor bobiné.

# BIBLIOGRAPHIE

- [Akermann 80] J. Ackermann, "Parameter Space Design of Robust Control System," *IEEE Trans. Auto. Cont.* Vol. AC-25, no. 6, 1980. pp. 1058-1072.
- [Akermann 85] J. Ackermann, *Sampled data control*, Springer Verlag, 1985.
- [Akermann 87] J. Ackermann, R. Muench, "Robustness analysis in a plant parameter plane," in *Proc. 10 th IFAC World Congress*, Vol. 8, pp. 230-234, 1987.
- [Barkati 97] S. Barkati, "Commande par retour d'état à placement de pôles robuste de la machine asynchrone," *Thèse de Magister, ENP, Juillet, 1997.*
- [Bose 85] B.K. Bose, "Sliding Mode Control of Induction Motor," *IEEE IAS Annual Meeting*, 1985. pp.479-486.
- [Bose 87] B.K. Bose, "A high performance inverter-fed drive system of an interior permanent magnet synchronous machine," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 3, no.6, Nov/Dec. 1988, pp. 987-997.
- [Bose 86] B.K. Bose, *Power electronics and AC drives*, Printice-Hall, 1986.
- [Bose 88] B.K. Bose and Szczesny, "A Microcomputer-Based Control and Simulation of an Advanced IPM Synchronous Machine Drive system for Electric Vehicle Propulsion," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 35, no.4, November.1988, pp. 547-559.
- [Boucherit 95] M.S. Boucherit, "Sur l'application de l'automatique moderne dans la commande des machines électriques," *These de Doctorat d'Etat, ENP, Avril, 1995.*
- [Boudjema 91] F. Boudjema, "Commande par mode de glissement: Application aux convertisseurs électriques," *Thèse Doctorat, CNRS, Toulouse, Mai, 1991.*
- [Boudjema 90] F. Boudjema, J.L. Abatut, "Sliding mode- A new way to control series resonant converters," *IEEE. Trans. Ind. Elect. Conf.*, 1990, pp. 938-943.
- [Bouhassoun 95] E. Bouhassoun, M. Tlemcani, "Commande vectorielle d'une machine synchrone à aimants permanents alimentée en tension," *PFE, ENP, Juillet.1995.*
- [Bouhassoun 97] E. Bouhassoun, M.O. Mahmoudi, M.S. Boucherit, "Etude et Comparaison de Trois Techniques de Commande d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents avec Pilotage Vectoriel," *Journal of IEEEA*, Vol. 1, no.1, Batna, Janvier. 1997.
- [Bouhassoun 98-a] E. Bouhassoun, M.O. Mahmoudi, M.S. Boucherit, "Commande par Mode Glissant d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents avec Pilotage Vectoriel," à paraître *ICEL' 98, USTO.Oran.*
- [Bouhassoun 98-b] E. Bouhassoun, M.O. Mahmoudi, M.S. Boucherit, "Contrôle Robuste à Structure Variable en Temps Discrète d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents avec Pilotage Vectoriel," *Soumis IMES'99, Sidi Bel Abbes, Avril, 1999*

- [Bouzekri 95] H. Bouzekri, "Contribution à la commande des machines synchrones à aimants permanents," *Thèse de Doctorat, INPL, Juin, 1995.*
- [Brosnan 84] M.F. Brosnan, B. Brown, "Closed loop speed control using an A.C synchronous motor," *IEEE. Trans. Power. Elec.* Vol. 5, no. 2, April 1984, pp. 373-376.
- [Bühler 86] H. Bühler, *Réglage par mode glissant. Presse Polytechnique Romande.* 1986
- [Bühler 89] H. Bühler, *Conception de système automatique. Presse Polytechnique Romande,* 1989
- [Bühler 83] H. Bühler, *Réglage échantillonné: traitement dans l'espace d'état. Presse Polytechnique Romande.* 1983
- [Caron 95] J.P. Caron, J.P. Hautier, *Modélisation et commande de la machine asynchrone. Editions Technip- Paris.* 1995
- [Buyse 89] H. Buyse, Th. Canon, F. Labrique, "Digital Field Oriented Control of a PM Synchronous Actuator Without Current Sensors," *Proceedings of the third EPE. Aachen,* pp. 1067-1072. October. 1989
- [De Carlo 87] R.A. De Carlo, S.H. Zak and G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Non Linear Multivariable System: A Tutorial," *IEEE* Vol .76, no.3, March. 1988, pp. 212-232.
- [Dote 80] Y. Dote, R. Hoft, "Microprocessor based sliding mode controller for motor drive," *IEEE.IAS. Annu. Meeting., Cincinnati,* 1980.
- [Emelyanov 67] S.V. Emelyanov, *Variable structure control systems.* Moscow, Nauka, 1967
- [Fillipov 64] A.F. Fillipov, "Differentiel equations with discontinuous right-hand side," *Ann. Math. Sec. Translations.* Vol. 42-Sect.2, 1964, pp. 199-231
- [Fossard 93] A. Fossard, "Helicopter control law based on sliding mode with model following," *IJC.* Vol .57, no. 3, May. 1993.
- [Fu 91] Y. Fu, B. Robyns, " digital control of PM synchronous actuator drive with a good power factor," in *Proc. of the 13<sup>th</sup> IMACS World Congress, Dublin,* juillet, 1991, pp. 1538-1541.
- [Gayed 95] A. Gayed, A. Benkhoris, M.F. Siala, S. Le Doeuff, "Time Domain Simulation of a Discrete Sliding Control of Permanent magnet Synchronous Motors," *IEEE/IECON'95* Nov, Orfondo, Florida, USA, pp. 754-759
- [Gayed 96] A. Gayed, "Commande vectorielle par mode de glissement d'une machine synchrone à aimants permanents," *Thèse de Doctorat. Université de Nantes.* Mai. 1996.
- [Gao 93] W. Gao, J.C. Hung, "Variable Structure Control of Nonlinear System: A New Approach," *IEEE Trans. Ind. Elec.* Vol. 40, no.1, February. 1993, pp.45-55.
- [Gao 95] W. Gao, Y. Wang, A. Homaifa, "Discrete- Time Variable Structure Control Systems," *IEEE Trans. Ind. Elec.* Vol. 42, no. 2, April 1995, pp. 117-122.

- [Haddad 90] S. Haddad, "Developpement of simulation envirenment of power electronics," *IMACS'90, Nancy, France*, Vol. 2, Septembre, 1990, pp. 399-403.
- [Harashima 87] F. Harashima, T. Nakayama, S. Kondo and F. Harashima, "Variable Structure Approach for Brushless Servo Motor Control -Practical Implementation of DSP," *IEEE IECON'87*, pp.1169-1179.
- [Harashima 85] F. Harashima, H. Hashimoto, and S. Kondo, "MOSFET Converter -Fed Position Servo System with Sliding Mode Control," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. IE-32, no.3, August 1985, pp. 238-244.
- [Hashimoto 87] H. Hashimoto, J.J. Slotine, J.X. Xu and F. Harashima, "Pratical Disigh of VSS Controler Using Balance Condition," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, North Carolina, USA, April, 1987.
- [Hashimoto 88] H. Hashimoto, H. Yamamoto, S. Yanagisawa, F. Harashima, "Brushless Servo Motor Control Using Variable Structure Approach," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 24, no. 1, January/February 1988, pp. 160-170.
- [Hung 93] J.Y. Hung, W.B. gao and J.C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," *IEEE Trans. Inds. Elec.* Feb. 1993, pp. 2-22.
- [Ibtiouene 93] R. Ibtiouene, "Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés," *Thèse de Doctorat d'Etat, ENP, Avril, 1993*.
- [Ifrah 95] S. Ifrah, "Contribution a l'étude des régimes glissants statiques et dynamiques : Application à la machine asynchrone," *These de Magiste, ENP, Janvier, 1995*.
- [Khalil 96] S. Khalil, *Non linear control system. Printice Hall, 1996*.
- [Krause 86] P.C. Krause, *Analysis of electric machinery. Mc Graw-Will Inernational Editions 1986*
- [Lacroux 89] G. Lacroux, *Les aimants permanents. Technique et Documentation, Lavoisier, 1989*.
- [Leonhnard 90] W. Leonhard, *Control of electric drives. New York, Spring Verlag, 1990*.
- [Liu 88] T.H. Liu, C.M. Young and C.H. Liu, "Microprocessor Based Controller and Disign and Simulation for a Permanent Magnet Synchronous Drive," *IEEE Trans Ind. Elec.* Vol. 5, no. 4, November 1988, pp. 516-523.
- [Lajoie Mazenc85] M. Lajoie Mazenc, C. Villanueva and Hector, "Stady and implementation of hysteresis controlled inventer of a permanent magnet synchronous machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. IA-21, no. 2, Mach/April 1985
- [Mahmoudi 96] M. O. Mahmoudi, E. Bouhassoun, B. Hemici, "Commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents alimentée en tension," *COMAEI'96* Vol. 3, Tlemcen, Decembre 1996
- [Milosavljevic 85] D. Milosavljevic, "Genéral conditions for the existance of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discret variable structure systems," *Automat. Remote Contr.* : Vol. 46 pp. 307-314, 1985.

- [Pilly 89] P. Pilly, R.Krishnan, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent Magnent Motors Drives," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 25, no.2, March/April 1989, pp. 265-273
- [Pilly 88] P. Pilly, R.Krishnan, "Modeling of permanent magnet motor drive," *IEEE Trans. Ind. Elec.*, Vol.35, no.4, November. 1988.
- [Pilly 90] P. Pilly, R.Krishnan, "Control Characteristics and Speed Controller Design of High Performance Permanent Magnent Motor," *IEEE Trans. Pow. Elec.*, Vol.5, no.2, April. 1990.
- [Penkowsky 72] L. J. Penkowsky, K.E. Pruzinsky, "Fundamentals of PWM power current," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. IA-8, no. 5, 1972, pp. 584-592.
- [Popov 73] A. Popov, *Hyperstability of control system*. Springer Verlag, Berlin, 1973.
- [Rachid 96] A. Rachid, *Système de régulation*. Edition Masson, Paris, 1996.
- [Rkioua 91-a] T. Rkioua, F. Meibody Tabar and R. Le Doeuff, "A new approach for the field oriented of a bruchless synchronous permanent magnent motor supplied by PWM – VSI," *EPE Firenze, Italy*, September 1991.
- [Rkioua 91-b] T. Rkioua, "Contribution à la modélisation et la commande vectorielle des machines synchrones à aimants permanents," *These de Doctorat, INPL, Juillet*, 1991.
- [Robyns 92-a] B. Robyns, H. Buyse and F. Labrique, "Study and Implementation of a Simplified and Robust Position Digital Controller for PM Synchronous Actuator," *Proceedings of the Power Electronics Specialists Conference, IEEE PESC '92*, June/July 1992, pp.981-988
- [Robyns 92-b] B. Robyns, H. Buyse, F. Labrique and P. Sente, "PM Synchronous Actuator Digital Control Based on Field Orientation and Decoupling State Feedback," *ICEM, Manchester*, pp.878-882, September 1992
- [Robyns 93] B. Robyns, "Commandes numériques évoluées des actionneurs à courant alternatif," *Thèse de Doctorat, université catholique de Louvain, Décembre*, 1993.
- [Sabanovic 81] A. Sabanovic, D.B Izosimov, "Application of Sliding Mode to Indution Motor Controls," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. IA.17, no.1, Jenuary/February 1981, pp. 41-49
- [Sabanovic 89] A. Sabanovic, F. Bilalovic, "Sliding Mode Control of AC Drives," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 25, no.1, January/February 1989, pp.70-75
- [Sarpturk 87] S. Z. Sarpturk, Y. Istefanopulos and O. Kaynak, "On the Stability of Discrete Time Sliding Mode Control Systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.* Vol. 32, no.10, pp.930-932, 1987.
- [Seguier 89] G. Seguier, F. Labrique, *Les convertisseurs de l'électronique de puissance: La conversion continu alternatif*. Technique et Documentation, Lavoisier, 1989.
- [Seixas 88] P. Seixax, "Commande numérique d'une machine synchrone autopilotée," *Thèse de Doctorat, INPT, Juillet*, 1988.

- [Sira-Ramirez 91] H. Sira-Ramirez, "On-linear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode," *IJC*, 1991, no. 54, pp. 1171-1187, 1191.
- [Sira-Ramirez 93] H. Sira-Ramirez, "A dynamical variable structure control strategy in asymptotic output tracking problem," *IEEE Trans. Automat. Contr.* Vol. 38, 1993, pp. 615-620.
- [Slotine 84] J.J. Slotine, "Sliding controller design for non-linear systems," *IJC.*, Vol. 40, no. 2, 1984, pp. 421-434.
- [Slotine 86] J.J. Slotine, "Adaptative sliding controller synthesis for no-linear systems," *IJC.*, 1986, Vol. 43, no. 6, pp. 1631-1651.
- [Slotine 91] J.J Slotine, *Applied non- linear control*, Englewood Cliffs, NJ: Printice Hall, 1991.
- [Morimoto 90] S. Marimoto, Y. Takida and T. Takao, "Current Phase Control Methods for Permanent Magnet Synchronous Motors," *Trans. Pow. Elec.* Vol. 5, no. 2, April 1990, pp. 133-139.
- [Takida 88] Y. Takida, T. Hirasu, "Curent phase control methods for permanent magnet synchronous motors considering saliency," in *IEEE Power Electronics Specialists Conf. Rec.* . April, 1988, pp. 409-414.
- [Thomas 87] J.M. Thomas, "Flux-Weakening Regime Operation of an Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive," *IEEE Trans. Inds. Appl.* Vol. IA-23, no. 4, July/August 1987, pp. 681-689.
- [Thomas 94] J.M. Thomas, "Motion Control with Permanent Magnet AC Machine," *Proceedings of the IEEE* Vol. 82, no. 8, August 1994, pp.1241-1252.
- [Utkin 77] V.I. Utkin, "VSS with sliding mode," *IEEE Trans.Automat. Contr.* Vol. AC-22, no. 2,1977, pp. 212-222.
- [Utkin 87] V.I. Utkin, "Discontinuous Control Systems: State of the Art in Theory and Applications," *IFAC 10<sup>th</sup> World Congress*, Munich, RFA, July 1987, pp.75-94.
- [Utkin 92] V.I. Utkin, *Sliding mode in optimization and control*. New York, Springer Verlag, 1992.
- [Utkin 93] V.I. Utkin, "Sliding mode control design principles and applications to electric drives," *IEEE Trans. Ind. Elec.* Vol. 40, no. 1, February 1993, pp. 23-36.
- [Vas 90] P. Vas, *Vector control of AC machine*. Clarendon press Oxford: USA, 1990.
- [Yamamura 86] S.Yamanura, *AC motors for high performance application*. Marcel Fekker, INC. , NewYork and Besel. USA, 1986
- [Wiexhman 84] E.Wiexhman, P.D. Ziogas, V.R. Stefanovic, " A novel bilateral power conversion scheme for variable frequency static power suplies," *IEEE. Trans. Ind. Appl.* 1984.
- [Wiexhman 87] E.Wiexhman, P.D. Ziogas, V.R. Stefanovic, "Generalised function model for three phase PWM inverter / rectifier converters," *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. IA-23, March/April, 1987.

# ANNEXE

## PARAMETRES DE LA MACHINE

La machine synchrone à aimants permanents utilisée est une machine à aimants montés en surface de type [SmCo] [Krause 86] ayant les paramètres suivants:

Puissance nominale	100 W
Couple nominal	0.05 N.m
Vitesse nominale	1000 tr/mn
Courant nominal	2.5 A
Inductance statorique	0.012 m.H
Résistance statorique	3.4 $\Omega$
Flux des aimants	0.013 Wb
Coefficient de frottements visqueux	0.0001 kg.m <sup>2</sup>
Moment d'inertie	0.00005 k.m <sup>2</sup> /s
Tension continue maximale	70 V