

6/99

République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
D.E.R DE GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE
DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

Thème

**Conception d'un contrôleur pour les
systèmes à retard**

Proposé par :
Mr. M.S. AIT-CHEIKH
Mr. C. LARBES

Etudié par :
BOUSSAID Abdelhakim
NEZZARI Abdelhak

Promotion : JUIN 1999

E.N.P. 10, Avenue HASSEN BADI -EL-HARRACH- ALGER

ملخص:

يهدف هذا العمل إلى دراسة طرق التحكم في الأنظمة ذات تأخر زمني في التجاوب مع إشارة الدخول. من بين الطرق التي قمنا بدراستها طريق سميث.

كما قمنا بإستعمال مرحل لدفع النظام إلى الإهتزاز و بعدها إيجاد نموذج رياضي للجهاز و التحكم فيه بطريقة أنية. هذه الدراسة متبوعة بتعميم بعض الطرق على الأجهزة ذات مدخلين و مخرجين (TITO).

Abstract :

Various design methods for process with dead-time is investigated in this theses.

So, we have applied relay control to bring the system to the verge of stability and generating sustained oscillations from which the measured parameters are process. Various control technique are investigated with in the smith predictor the expansion to the two inputs two outputs (TITO) systems is examined.

Résumé :

L'objectif de ce travail est de trouver la meilleure méthode pour contrôler les systèmes a retard. Parmi les méthodes qu'on a étudié la méthode de Smith.

On a utilisé aussi la technique de contrôle à relais pour amener le système en oscillations entretenues dont les paramètres sont utilisés pour l'identification de modèle et le contrôle on-line du procédé. Plusieurs technique de commande sont appliqués parmi lesquelles le prédicteur de Smith.

Une extension de quelques méthodes est appliquée aux systèmes TITO.

Mots clés : réglabilité, régulateur PID, prédicteur de Smith, optimisation, PI prédictif, on-line, bloqueur ordre zéro, identification, boucle dominante, bras manipulateur.

DEDICACES

A la mémoire de mon grand père
A mes très chers parents qui m'ont soutenu et encouragé durant toutes ces années
A mes frères, et particulièrement l'aîné qui m'a beaucoup aidé et conseillé
A mes chers sœurs et tous mes proches et particulièrement à mon oncle et tante paternelles
A la famille SELIDJ qui m'ont beaucoup soutenu et encouragé
A mes amis qui se reconnaîtront surtout Salah , Touhami .

**Je dédie ce mémoire
HAKIM**

A mes chers parents
A ~~mes~~ frères et sœurs
A mon cousin belkacem
A toute ma famille

**Je dédie ce mémoire
Abdlhak**

AVANT PROPOS

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire automatique du département d'électronique de l'Ecole Nationale Polytechnique, sous la direction de messieurs M.S. AIT CHEIKH (chargé de cours à l' E.N.P) et C. LARBES (Docteur d'état).

Nous tenons à leur exprimer nos plus sincères remerciements pour nous avoir offert la possibilité d'explorer ce domaine, pour leurs précieux conseils et leurs aide sans réserve tout au long de ce travail.

Nous tenons à exprimer toute notre sympathie à l'équipe du laboratoire (7) pour toute l'aide et leur soutien tout au long de l'élaboration de ce projet, et particulièrement Mrs M. BEDJAOUI, B. SEMMAR et L. MOKHTARI .

Enfin, nous remercions tous ceux qui ont, de près ou de loin, contribué à la réalisation et l'amélioration de ce travail.

Table des matières



Introduction	1
Chapitre 1	

Rappelles théoriques et définitions

1-1 Systèmes à retard	2
1-2 Effet de retard sur la commande	3
1-3 Réglabilité.....	3
1-4 Régulation.....	4
1-4-1 Régulateur PID.....	4
1-5 Effet des perturbations	5
1-6 Robustesse	6
1-7 Commande à relais	6
1-7-1 Méthode de premier harmonique.....	6
1-7-1-1 Gain équivalent complexe.....	6
1-7-1-2 Relais parfait.....	8
1-7-1-3 Relais avec hystérésis.....	9
1-7-2 Validité et précision de l'équivalent harmonique	10
1-7-3 Etude des auto-oscillations	10
1-7-4 Stabilité des auto-oscillation.....	11

Chapitre 2

Synthèse des systèmes à retard

2-1 Introduction	12
2-2 Méthode d'approximation	12
2-2-1 Méthode directe	12
2-2-1 Approximation de Padé	13
2-3 Méthode conventionnelles	16
2-3-1 Méthode de Ziegler-Nichols	16
2-3-2 Méthode d'Astrom-Hagglund.....	17
2-3-3 Méthode de Ziegler-Nichols améliorée	19
2-3-4 Méthode d'optimisation	20
2-3-4-1 Intégrale de l'erreur quadratique (ISE).....	21
2-3-4-2 intégrale de l'erreur quadratique pondéré par le temps (ISTE).....	22
2-3-4-3 Intégrale de l'erreur quadratique pondérée par l'exponentiel	23
2-3-4-4 Modification du critère de performance ISE	23
2-3-4-5 Intégrale de l'erreur absolue (IAE).....	24
2-3-4-6 Calcul des paramètres du contrôleur	24
2-3-5 PI prédictif	26
2-4 Exemples de simulation	29
2-5 Conclusion	35

Chapitre 3

Régulation numérique pour les systèmes à retard

3-1 Introduction	35
3-2 Régulateur PID numérique	35
3-2-1 Structure de régulateur PID numérique 1	35
3-2-2 Calcul des paramètres du régulateur numérique PID1	38
3-2-3 Régulateur numérique PID2	40
3-2-4 Commentaires	41
3-3 Placement des pôles	42
3-3-1 Structure	42
3-3-2 Choix des pôles en boucle fermée ($P(q^{-1})$)	43
3-3-3 Régulation (calcul de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$)	43
3-3-4 Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)	46
3-4 Exemples de simulation	48
3-5 Conclusion	54

Chapitre 4

Prédicteur de Smith

4-1 Introduction	55
4-2 Calcul du contrôleur de Smith	55
4-2-1 Commentaires	57
4-3 Effet de perturbation sur la sortie	58
4-4 Stabilité	58
4-4-1 Théorème 1	59
4-4-2 Développement	59
4-4-3 Théorème 2	60
4-5 Stabilité relative	60
4-5-1 Théorème 3	60
4-6 Condition de stabilité pour le cas non idéal	61
4-6-1 Lemme 1	61
4-6-2 Lemme 2	61
4-7 Application sur un système de premier ordre avec retard	61
4-8 Exemple	62
4-8-1 Influence de l'erreur d'estimation du retard sur la stabilité	63
4-8-2 Influence de l'erreur d'estimation de la constante de temps(T_m) sur la stabilité	64
4-8-3 Influence de l'erreur d'estimation de gain statique (K_m) sur la stabilité	64
4-8-4 Commentaires	65
4-9 Autres structures de PS	66
4-9-1 Structure Watanabe	66
4-9-2 Structure d'Astrom	66
4-9-3 Prédicteur de Smith modifié	68
4-9-3-1 Exemple de simulation	69
4-10 Ajustage des paramètres du contrôleur primaire dans le PS	73
4-10-1 Méthode analytique	73
4-10-2 Méthode on-line	73
4-11 Conclusion	80

Chapitre 5

Commande on-line à partir de l'identification par un test à relais

5-1 Introduction	81
5-2 Utilisation de relais pour l'identification de modèle	81
5-3 Le modèle	82
5-4 Approximation des systèmes par un modèle de premier ordre	82
5-4-1 Relais avec bais	83
5-4-2 Relais sans bais	83
5-4-3 Exemples.....	84
5-5 Modélisation des procédés de faible réglabilité.....	88
5-6 Modélisation des procédés de grande réglabilité.....	88
5-7 Commande on-line des procédés	89
5-7-1 Application de la méthode on-line pour la commande des procédés modélisable par un modèle du premier ordre	90
5-7-2 Commande des procédés selon leur gamme de réglabilité.....	93
5-7-2-1 Ajustage de contrôleur primaire dans PS	94
5-7-2-2 Ajustage de PS modifié pour les système de faible réglabilité.....	94
5-7-2-3 Exemples de simulation	94
5-8 Robustesse	98
5-8-1 Précision du modèle identifié	98
5-8-2 Effets de perturbation statique	99
5-9 Conclusion	99

Chapitre 6

Extension des méthodes aux systèmes MIMO

6-1 Introduction.....	100
6-1-1 Définition d'un système MIMO	100
6-1-2 Système à deux entrées/deux sorties (TITO).....	101
6-2 Découplage	101
6-3 Techniques de tests à relais pour les systèmes MIMO	103
6-4 Synthèse à boucle dominante	105
6-5 Méthode Ziegler-Nichols généralisée	105
6-6 Méthode d'Astrom-Hangglund généralisée	105
6-7 Exemples d'application	106
6-8 Conclusion.....	110

Chapitre 7

Application sur un bras manipulateur

7-1 Introduction.....	112
7-2 Modélisation dynamique PUMA à 2ddl par la méthode d'Euler-lagrange.	112
7-3 Réponse en boucle ouverte	113
7-4 Implémentation de la commande PID	114
7-4-1 Algorithme de commande.....	115
7-4-2 Les résultats	116
7-5 Conclusion.....	117

Conclusion.....	118
------------------------	------------

Liste des symboles et notation



- $G(s)$: Fonction de transfert du procédé à retard
 $G_0(s)$: Partie rationnelle de $G(s)$
 $G_m(s)$: Fonction de transfert du modèle de procédé.
 $G_{m0}(s)$: Partie rationnelle de $G_m(s)$
 K : Gain statique du procédé.
 T : Constante de temps du procédé de premier ordre
 L : Retard ou temps mort du procédé
 K_m, T_m et L_m : Paramètres du modèle de procédé du premier ordre
 $G_c(s)$: Fonction de transfert du contrôleur.
 $G_{co}(s)$: Fonction de transfert du régulateur primaire du le prédicteur de Smith.
 $H(q^{-1})$: Opérateur de transfert échantillonné
 q^{-1} : Opérateur retard
 d : Retard du système échantillonné
 $H(s)$: Fonction de transfert échantillonnée
 t_m : Temps de montée
 t_r : Temps de réponse
 D : Dépassement
 f_e : Fréquence d'échantillonnage
 T_e : Période d'échantillonnage
 ω_0, ξ : Pulsation naturelle et coefficient d'amortissement d'un système de 2^{ème} ordre
 K_p : Gain proportionnelle du régulateur PID
 T_d : Constante de temps de dérivation
 T_i : Constante de temps d'intégration
 a_c, ω_c : Amplitude et fréquence du cycle limite
 M : Amplitude du relais
 h : Hystérésis du relais
 $N(a)$: Gain équivalent du premier harmonique
 ϕ_m : Marge de phase
 A_m : Marge de gain
 ψ : L'angle formé entre le point critique et l'axe réel négatif
 r_n : Réglabilité
 μ_0 : Valeur du bais de l'amplitude de relais
 l_p : Horizon de prédiction pour le PI prédictif
 α : Coefficient de proportionnalité entre T_d et T_i du régulateur PID
 PS : Prédicteur de Smith
 PID : Régulateur à action proportionnelle intégrale dérivée
 PPI : Régulateur à action proportionnelle intégrale prédictif
 ISE : Intégrale de l'erreur quadratique
 $ISTE$: Intégrale de l'erreur pondérée par le temps
 $ISE1$: Intégrale de l'erreur quadratique modifié (1)
 $ISE2$: Intégrale de l'erreur quadratique modifié (2)
 IAE : Intégrale de valeur absolue de l'erreur
 $ITAE$: Intégrale de l'erreur absolue
 $B.O$: Boucle ouverte
 $SISO$: Système monovariable
 $MIMO$: Système multivariables

Introduction

Les méthodes de synthèse des systèmes asservis développées pour des systèmes linéaires simples ont conduit à de bons résultats, mais l'application de ces méthodes dans le domaine industriel impose quelques approximations de la dynamique de certains systèmes. Cependant, dans plusieurs cas, cette approximation conduit à un contrôleur qui ne donne pas les performances désirées.

La présence de retard dans la plupart des procédés industriels est l'un des problèmes qui ne permettent pas l'application de ces méthodes. Cela est dû essentiellement à la phase additionnelle qui tend à déstabiliser le système. D'autre part, la présence de retard fait que ces systèmes ne réagissent à l'entrée qu'après un certain temps égale au retard du système, ce qui conduit le contrôleur à générer d'autres actions de correction ou des sur-corrrections qui rendent le système instable. Une solution consiste à diminuer le gain du contrôleur, cependant dans ce cas, la réponse en boucle fermée devient lente.

L'existence de retard dans les procédés est due à certains facteurs comme : les propriétés physiques du système, transmissions de signal ou approximation de certaines dynamiques de système [6]. Les exemples typiques sont ceux des systèmes de transferts de chaleur, réactions chimiques, colonnes de distillation, réacteurs chimiques et la représentation analogique des systèmes numériques.

Une stratégie pour contrôler les systèmes à retard consiste à prédire la sortie durant le temps mort. En 1957, O.J.Smith a proposé un contrôleur connu souvent par le nom "*prédicteur de Smith*". L'idée de base de ce contrôleur consiste en sortant le retard de la boucle d'asservissement. Ce contrôleur permet d'utiliser un gain élevé et d'éviter l'apparition de retard dans l'équation caractéristique.

CHAPITRE 1

RAPPELS THEORIQUES ET DEFINITIONS

1-1 Systèmes à retard [20]

Beaucoup de systèmes industriels ont une réponse à un échelon de la forme de celle représentée dans la figure (1-1). Le temps pendant lequel la sortie ne réagit pas à la commande est appelé retard pur noté L.

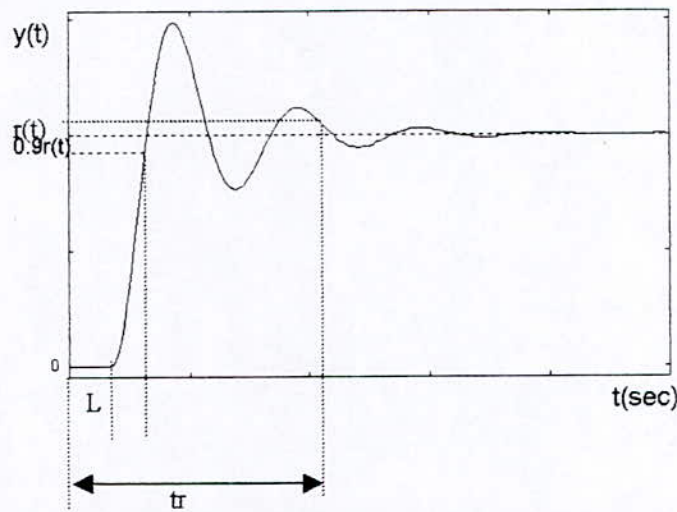


Fig 1-1 Réponse à un échelon d'un système avec retard

L: retard du système

tm: temps de montée. Il est défini comme le temps nécessaire pour atteindre 90% de la valeur finale

tr : temps de réponse. Il est défini comme le temps nécessaire pour que la sortie atteigne et reste à l'intérieur d'une zone de tolérance autour de la valeur finale ($\pm 10\%$ ou $\pm 5\%$ ou $\pm 2\%$)

Pour un système dynamique de premier ordre avec un retard L est décrit par :

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{L}{T}y(t) + \frac{K}{T}u(t-L) \quad (1-1)$$

où l'argument $u(t-L)$ reflète le fait que l'entrée agit qu'après un retard L.
la fonction de transfert est :

$$H_r(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (1-2)$$

où e^{-Ls} représente la fonction de transfert d'un retard L.

Les équations (1-1) et (1-2) se généralisent directement pour des systèmes d'ordre supérieur avec retard.

Les caractéristiques fréquentielles du retard s'obtiennent en remplaçant 's' par 'j ω ' dans e^{-Ls} . on obtient alors :

$$H_{\text{retard}}(j\omega) = e^{-j\omega L} = 1 \angle \phi_{\text{retard}}(\omega) \quad \text{avec} \quad \phi_{\text{retard}}(\omega) = -\omega L \quad (1-3)$$

Donc le retard ne modifier pas le gain du système mais introduit un déphasage proportionnel à la fréquence. La figure ci-après montre l'effet du retard dans le domaine fréquentiel.

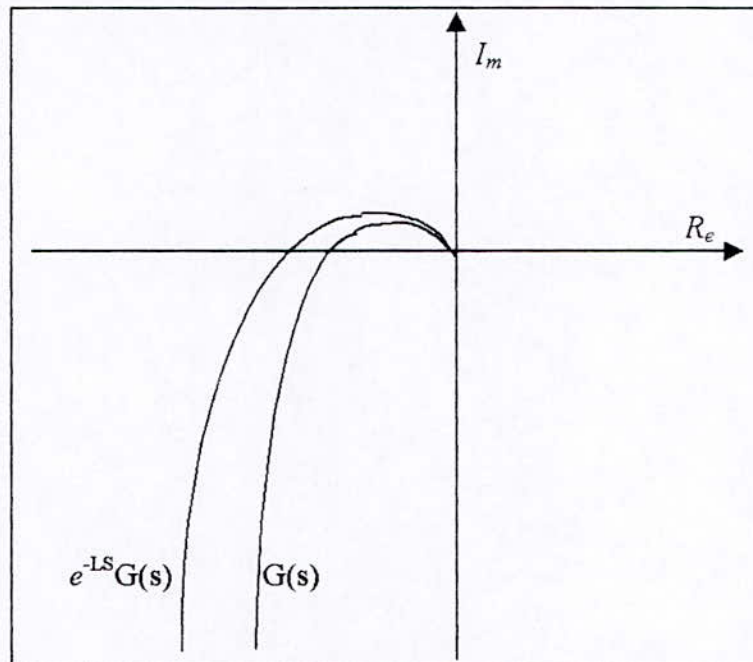


Fig 1-2 Effet du retard dans le domaine fréquentiel

1-1-1 Effet du retard dans la commande [14]

La difficulté de commander un système à retard est due :

- Au fait que le correcteur ne voit pas l'effet de sa correction immédiatement. En effet, l'erreur reste inchangée durant un temps égal au retard, pendant que la sortie non corrigée est asservie au correcteur. Ce dernier, génère d'autres actions correctives et tendent à sur-corriger le système pour une erreur donnée.
- L'analyse de la stabilité, où presque toutes les techniques développées concernent les systèmes dont la fonction de transfert est rationnelle ou une réalisation équivalente.

1-2 La réglabilité

Cette notion concerne directement les procédés ayant un retard pur, qui sont l'objet de notre étude.

On définit la réglabilité r_n d'un système à partir de son essai en BO par le rapport L/T où L est le retard à la réaction et T sa constante de temps.

$$r_n = L/T \quad (1-4)$$

En pratique, sera facile de réguler le procédé d'autant ce rapport est petit.

A partir de ce rapport on peut classer les systèmes en 3 classes :

- Systèmes faciles à commander : $L \ll T$
- Systèmes difficiles à commander : $L \gg T$
- Systèmes moyennement difficiles à commander : c'est le cas intermédiaire entre les deux classes précédentes.

1-3 La régulation

La régulation est la commande où l'action sur le système commandé dépend de la mesure de la grandeur commandée, appelée dans ce cas grandeur réglée.

On dit qu'une régulation est automatique lorsqu'elle accomplit une fonction déterminée sans nécessiter l'intervention de l'homme.

Dans le cas des systèmes linéaires, les performances d'une régulation sont complètement spécifiées par la réaction à des entrées typiques tels que l'échelon unitaire. Il est possible d'exprimer ces performances de l'asservissement en termes de spécifications temporelles ou fréquentielles sur la réponse en boucle fermée. Les spécifications les plus directes et les plus précises, doivent être exprimées dans le domaine temporel. Elles portent sur le temps de réponse, l'amortissement et l'erreur statique. Toutefois ces spécifications temporelles sont plus au moins translatées dans le domaine fréquentiel [16]. Elles donnent lieu aux spécifications sur la bande passante et le pic de résonance ou leurs équivalents en boucle ouverte telles que la marge de gain et la marge phase.

Ainsi l'organe de commande doit à la fois préserver les qualités du système et permettre d'assurer des performances satisfaisantes. On envisage les points suivants :

- La stabilité du système compensé,
- La précision ou capacité du système de suivre une consigne particulière sans erreur,
- L'aptitude du système à limiter les effets des perturbations sur la sortie ou des bruits de mesure,
- Les caractéristiques dynamiques lorsqu'on le soumet à des entrées particulières - plus souvent l'échelon unité avec temps de réponse et dépassement autorisé,
- La robustesse : les caractéristiques précédentes doivent pouvoir être maintenues dans le temps malgré les dérives inévitables des paramètres du système ou lorsque l'ordre du système est mal connu. On ne doit pas en effet risquer de se retrouver en régime d'instabilité par suite de ces modifications[20].

1-3-1 Les régulateurs à action proportionnelle, intégrale et dérivée (PID)

Les régulateurs à action proportionnelle, intégrale et dérivée sont les régulateurs les plus répandus, l'algorithme de base de ces régulateurs est donné par :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1-5)$$

on en tire la transmittance d'un régulateur PID :

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (1-6)$$

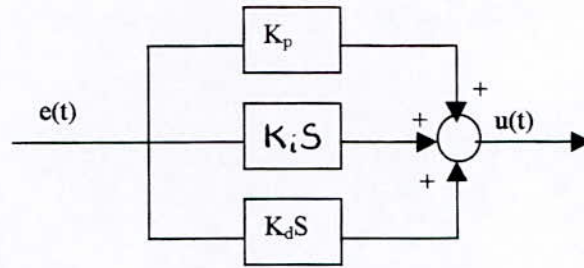


Fig 1-3 Régulateur PID

Le terme proportionnel assure la rapidité

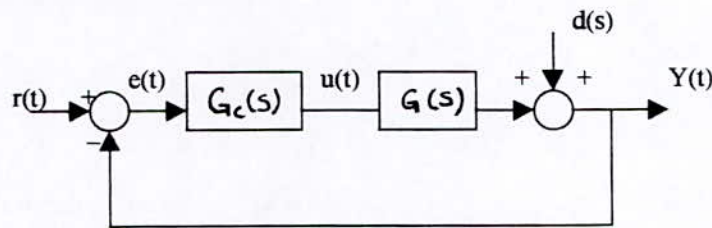
- Le terme intégral annule l'erreur statique
- Le terme différentiel améliore la stabilité

Les meilleurs résultats sont obtenus avec les régulateurs PID, l'erreur statique est nulle et le temps de réponse est plus faible. Le régulateur agit donc simultanément sur la précision dynamique et la précision statique.

1-4 Effets des perturbations sur la sortie

Une fonction essentielle d'un asservissement est de rendre le signal à "commande" moins sensible aux perturbations qui peuvent l'entacher. Ainsi dans une chaîne de transport de matériau tout dépôt d'une nouvelle charge peut être considéré comme une perturbation. Le système de commande du moteur d'entraînement doit assurer une vitesse de défilement sensiblement constante.

Considérons un système dont la sortie est soumise à la perturbation $d(s)$. L'action de cette dernière peut être schématisée de la façon suivante :



1-4 Perturbation sur la sortie

La contribution $S_d(s)$ de $d(s)$ sur la sortie est donnée par :

$$S_d(s) = \frac{1}{1 + G_{c0}(s)G(s)} d(s) = S_G^{H_r}(s) d(s) \quad (1-14)$$

l'effet de la perturbation dépend de la quantité $S_G^{H_r}(s)$ appelée **fonction de sensibilité**

Remarque

Etant donnée le rapport $d(s)/R(s)$, on a $\frac{S_d(s)}{Y(s)} = \frac{1}{G_{c0}(s)G(s)} \frac{d(s)}{R(s)}$

Le gain sur le rapport signal/bruit dépend directement des caractéristiques de $G_{c0}(s)$. Ainsi l'introduction dans $G_{c0}(s)$ un intégrateur va augmenter le gain en basses fréquences, donc atténuer l'effet de perturbations basses fréquences. Par contre cet intégrateur atténuant aussi les

hautes fréquences dans la chaîne directe $E(s) \rightarrow Y(s)$, ce qui provoque un ralentissement des réponses.

- Le signal d'erreur dû à la perturbation est, au signe près, égal à S_d . La présence de l'intégrateur annule "asymptotiquement" cette erreur pour une perturbation de la forme "échelon unité".

- On peut remarquer qu'en boucle ouverte on a $\frac{S_d(s)}{Y(s)} = \frac{1}{G_{co}(s)G(s)} \frac{d(s)}{R(s)}$. Le bouclage seul n'a donc aucun effet sur le rapport $S_d(s)/Y(s)$. Les effets bénéfiques pour ce rapport ne peuvent venir que de $G_{co}(s)$.

1-5 Robustesse

Pour qu'une synthèse puisse aboutir à une régulation capable de bien jouer son rôle dans un environnement industriel, on doit spécifier au préalable :

- Le modèle du procédé à réguler
- Les performances désirées
- Les limites de variation de ces performances
- Les types d'entrées et notamment les perturbations

Pour le premier point, le modèle nominal est obtenu à partir de données expérimentales résultantes de tests, ne stimulant pas le comportement du procédé. En effet, le processus de modélisation n'est pas exact par nature et un degré d'approximation est toujours présent. Cette approximation est peut être chiffrée par la distinction entre effets primaires pris en compte dans la représentation et effets secondaires négligés et bornés d'avance. Les considérations de linéarité ne sont valables que pour des fonctionnements bien définies, si ces conditions changent le modèle change.

Il est aussi clair qu'on ne peut désigner un régulateur qui satisfait tous les types d'entrées de références et de perturbations, il convient donc de décider quelles entrées sont les plus fréquentes. Par conséquent, il est indispensable de faire la synthèse de régulateur de façon à ce que le système réglé soit stable et satisfasse certaines performances pour toute une famille de procédés. Cette dernière est définie par la variation des paramètres du modèle autour de leurs valeurs nominales. On parle alors de régulateur robuste ou de commande robuste.

1-6 Commande à relais

Le relais est un organe physique non linéaire dont sa sortie possède une grandeur constante et indépendante de l'entrée, son signe dépend de celui de l'entrée.

1-6-1 Méthode du premier harmonique [14]

La méthode du premier harmonique est une méthode approchée d'étude des régimes périodiques et des régimes transitoires oscillatoires des systèmes non linéaires. Son application suppose que la partie linéaire du système soit stable et agisse comme un filtre passe-bas. Ceci permet de supposer que seul le premier harmonique du signal issu de la partie non-linéaire traverse la partie linéaire, les harmoniques d'ordre supérieur étant filtrés. Dans ces conditions on peut définir un gain complexe équivalent de la partie non-linéaire.

1-6-1-1 Gain complexe équivalent

Le développement en série de Fourier de la sortie $u(t)$ (signal carré) donne :

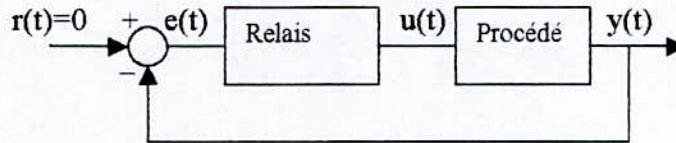


Fig 1-5 Commande à relais

Soit $e(t) = a \sin(\omega t)$

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

$$\text{avec } a_0 = \frac{1}{T} \int_T y(t) dt \tag{1-15}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T y(t) \cos n\omega t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_T y(t) \sin n\omega t dt$$

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n \sin(n\omega t + \psi_n)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \operatorname{tg} \psi_n = \frac{a_n}{b_n} \\ g_0 = a_0 \\ g_n = a_n^2 + b_n^2 \end{cases} \tag{1-16}$$

ou

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t} \quad \text{avec } C_n = \frac{1}{T} \int_T u(t) e^{-jn\omega t} dt \tag{1-17}$$

Si on a des non-linéarités symétriques $\Rightarrow a_0=0$

En régulation automatique, le système à régler présente généralement un comportement de filtre passe-bas donc on peut négliger tous les harmoniques d'ordre supérieur.

$$u(t) = a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t \tag{1-18}$$

$$= g_1 \sin(\omega t + \psi) \quad \text{avec } g_1^2 = a_1^2 + b_1^2 \quad \text{et } \operatorname{tg} \psi = a_1/b_1$$

le gain complexe du système non-linéaire peut être assimilé à :

$$N(a) = \frac{g_1}{a} e^{j\psi} \tag{1-19}$$

1-6-1-2 Relais parfait

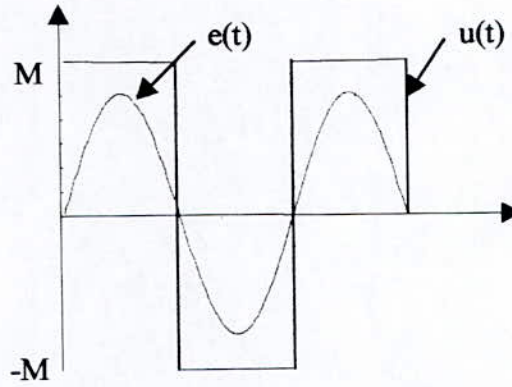


Fig 1-6 relais parfait

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) e^{-jn\omega t} dt = \frac{M}{jn\pi} (1 - \cos n\pi)$$

$$\Rightarrow u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{M}{jn\pi} (1 - \cos n\pi) (\cos n\omega t + \sin n\omega t)$$

$$a_n = C_n + C_{-n} = 0$$

$$b_n = C_n - C_{-n} = \frac{2M}{jn\pi} (1 - \cos n\pi)$$

$$\Rightarrow u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2M}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \sin n\omega t \tag{1-20}$$

On approxime u(t) par le premier terme (n=1) :

$$u(t) \approx \frac{2M}{\pi} \sin \omega t = \frac{4M}{\pi} e(t)$$

et le transfert entrée-sortie est donné par le gain complexe :

$$N(a) = \frac{4M}{a\pi} \tag{1-21}$$

Donc d'après le schéma de la figure 1-5 on a

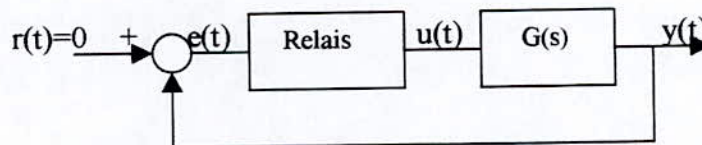


Fig 1-7 Système à retour unitaire

$$H(j\omega) = \frac{N(a)G(j\omega)}{1 + N(a)G(j\omega)} \tag{1-22}$$

La stabilité est définie par la solution de :

$$1+N(j\omega)G(j\omega)=0 \Rightarrow G(j\omega) = -\frac{1}{N(a)} = -\frac{\pi a}{4M}$$

Le lieu $-\frac{1}{N(a)}$ tracé dans le lieu de nyquist est appelé *lieu critique*. Il joue le même rôle que le point (-1,0) des systèmes asservis linéaires à retour unitaire.

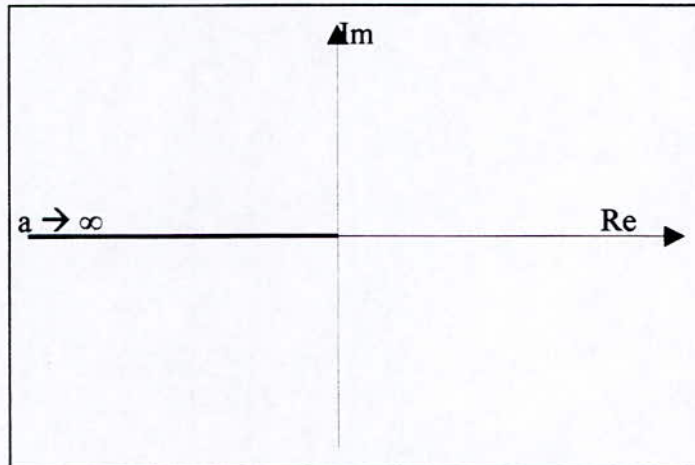


Fig 1-8 Lieu critique pour un relais parfait

1-6-1-3 Relais avec hystérésis

Pour un relais avec hystérésis, on obtient la même chose que précédemment (relais parfaits), mais avec un retard τ donné par : $\sin\omega\tau = h/a$.

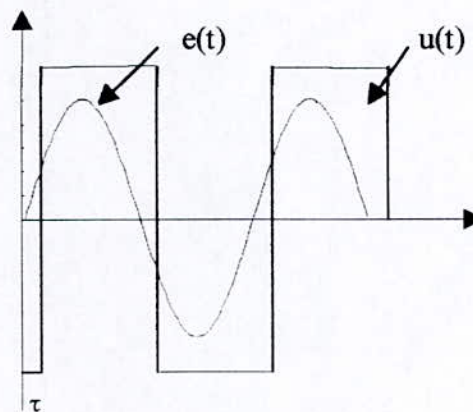


Fig 1-9 Relais avec hystérésis

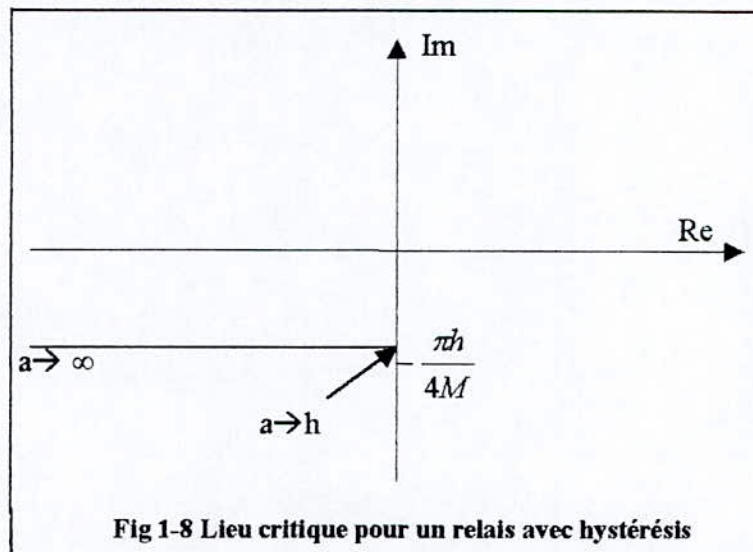
On en déduit
$$C_n = \frac{1}{T} \int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} u(t-\tau) e^{-jn\omega t} dt = \frac{M}{jn\pi} (1 - \cos n\pi) e^{-jn\omega t}$$

Le gain complexe est donné par :

$$N(a) = \frac{4M}{\pi a} e^{-j\omega\tau} \quad (1-23)$$

et le lieu critique par :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{N(a)} &= \frac{\pi a}{4M} (\cos \omega\tau + j \sin \omega\tau) \\ &= -\frac{\pi a}{4M} \left(1 - \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right)^{1/2} - j \frac{\pi h}{4M} \end{aligned} \quad (1-24)$$



6-2 Validité et précision de l'équivalent harmonique

D'après la relation (1-20) :

$$u(t) = \frac{4M}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$$

Ne retenir que le premier harmonique $u(t) \cong (4M/\pi) \sin \omega t$, c'est commettre une erreur d'environ 30% correspondant à peu près au terme négligé $1/3 \sin 3\omega t$ [14]. Le filtre $G(s)$ étant supposé passe-bas, on a :

$$y(t) = u(t) |G(s)| e^{j\phi(\omega)} \quad (1-25)$$

On néglige donc on fait un terme de la forme $\frac{|G(3j\omega)|}{3} \sin 3j\omega$ avec $|G(3j\omega)|$ petit. L'erreur commise peut donc être négligeable dans cette approximation par le premier harmonique.

D'autre part, il est clair que les résultats précédents ont un sens si et seulement si la fréquence du premier harmonique est dans la bande passante du système.

6-3 Etude des auto-oscillations

D'après la relation (1-22), la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit :

Le rôle du point critique est tenu par le lieu $-\frac{1}{N(a)}$

Si le lieu coupe de nyquist coupe le lieu critique, on aura une oscillation d'amplitude a_0 à la fréquence lue sur le lieu de nyquist. Cette auto-oscillation ne sera observable physiquement que si elle est stable, c'est-à-dire si, après une légère perturbation sur le système, elle prend sa pulsation et son amplitude initiales.

Si $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ et compte tenu de ce que $e(t)=0$, il vient :

$$A(s)E(s) = B(s)U(s) \quad \text{et} \quad A(s)E(s) = -B(s)U(s)$$

L'approximation du premier harmonique implique : $U(s) = N(a_0, \omega) E(s)$.

Le système sans entrée ($r(t)=0$) est donc décrit par :

$$A(s)E(s) + B(s)N(a_0, \omega)E(s) = 0$$

dont l'équation caractéristique est : $A(s) + B(s)N(a_0, \omega) = 0$

Le système est le siège d'une auto-oscillation d'amplitude a_0 et de pulsation ω_{cr} si l'équation caractéristique possède deux racines imaginaires pures $s = \pm j\omega$ correspondant à des valeurs réelles positives de a_0 et ω_{cr} de a_0 et ω . l'équation caractéristique peut aussi s'écrire :

$$Re(a, \omega) + jIm(a, \omega) = 0 \quad \text{et} \quad a_0 \text{ et } \omega_{cr} \text{ sont solutions du système } \begin{cases} Re(a, \omega) = 0 \\ Im(a, \omega) = 0 \end{cases}$$

6-4 Stabilité du cycle limite [6][14]

6-4-1 Critère de loeb [14]

L'oscillation est stable si l'intersection est telle que, on parcourant le lieu de Nyquist $G(j\omega)$ dans le sens des fréquences croissantes, on laisse à gauche la direction des amplitudes croissantes sur le lieu $C(a)$. (voir démonstration Annexe A)

6-4-2 Gain incrémental équivalent (IDF)

L'oscillation est stable si le lieu $N(a)G(j\omega)$ n'entoure pas le point $(-1, 0)$.

Remarque

Dans notre étude nous allons utiliser les deux critères pour étudier la stabilité de cycle limite.

CHAPITRE 2

SYNTHESE DES SYSTEMES A RETARD

2-1 Introduction

La présence de retard dans la plupart des procédés industriels, fait que ces systèmes ne réagissent aux sollicitations d'entrées qu'après un temps équivalent à ce retard. L'existence de retard, n'est pas contraire au principe de superposition, mais la non-instantanéité qu'elle exprime ne conduit pas à des équations différentielles à coefficients constants [6].

Le retard conduit à des systèmes difficiles à étudier mathématiquement. Dans ce chapitre nous allons présenter des méthodes directes qui consistent à approximer le terme e^{-LS} et des méthodes conventionnelles qui tiennent compte de la présence de retard.

2-2- Méthodes d'approximations

En considérant un système asservi standard, la fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$H_r(S) = \frac{G_c(S)G_0(S)e^{-LS}}{1 + G_c(S)G_0(S)e^{-LS}} \quad (2-1)$$

Pour étudier la stabilité, on montre qu'un système à retard tout comme celui sans retard, est stable si tous ses pôles sont à parties réelles négatives[25]. C'est-à-dire, il faut que les racines de l'équation caractéristique ci-dessous soient à parties réelles négatives :

$$1 + G_c(S)G_0(S)e^{-LS} = 0 \quad (2-2)$$

or lors du développement du terme e^{-LS} en série de MacLaurin :

$$e^{-LS} = 1 - LS + \frac{(LS)^2}{2!} - \frac{(LS)^3}{3!} + \dots \quad (2-3)$$

l'équation caractéristique aura un nombre infini des racines. Ce qui complique l'analyse de la stabilité du système en boucle fermée sans une simplification au préalable.

2-2-1 Méthode directe

A première vue, une solution approchée consiste à faire une troncature dans le développement en série de MacLaurin du terme e^{-LS} .

$$e^{-LS} \cong 1 - LS \cong \frac{1}{1 + LS} \quad (2-4)$$

Donc, on approxime un retard pur par une constante de temps, or ceci n'est acceptable que si L est très faible.

2-2-2 Approximation de Padé

L'approximation de Padé consiste à approximer le terme e^{-Ls} par une fonction rationnelle donnée par :

$$e^{-Ls} = \frac{2 + \frac{(-Ls)}{1!} + \frac{(-Ls)^2}{2!} + \frac{(-Ls)^3}{3!} + \dots + \frac{(-Ls)^n}{n!}}{2 + \frac{(Ls)}{1!} + \frac{(Ls)^2}{2!} + \frac{(Ls)^3}{3!} + \dots + \frac{(Ls)^n}{n!}} \quad (2-5)$$

où "n" est l'ordre de l'approximation.

Exemple 1

$$G(s) = \frac{e^{-0.4s}}{3s^2 + 2s + 1}$$

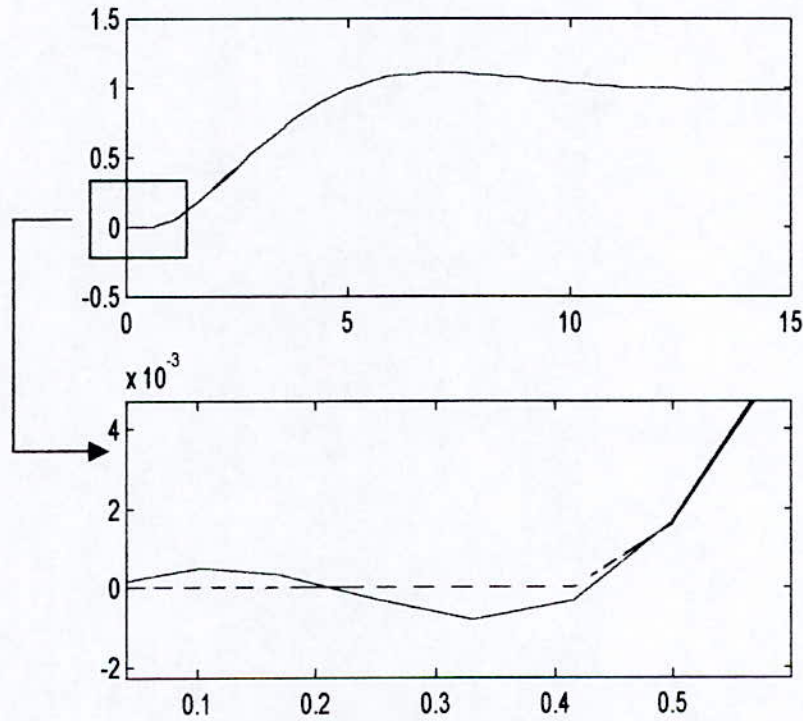


Fig 1-a Réponse indicielle de l'exemple 1(n=2)

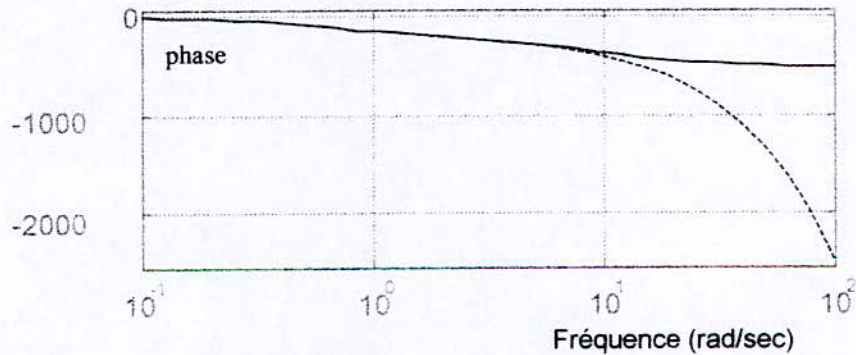


Fig 1-b Réponse de phase de l'exemple1(n=2)

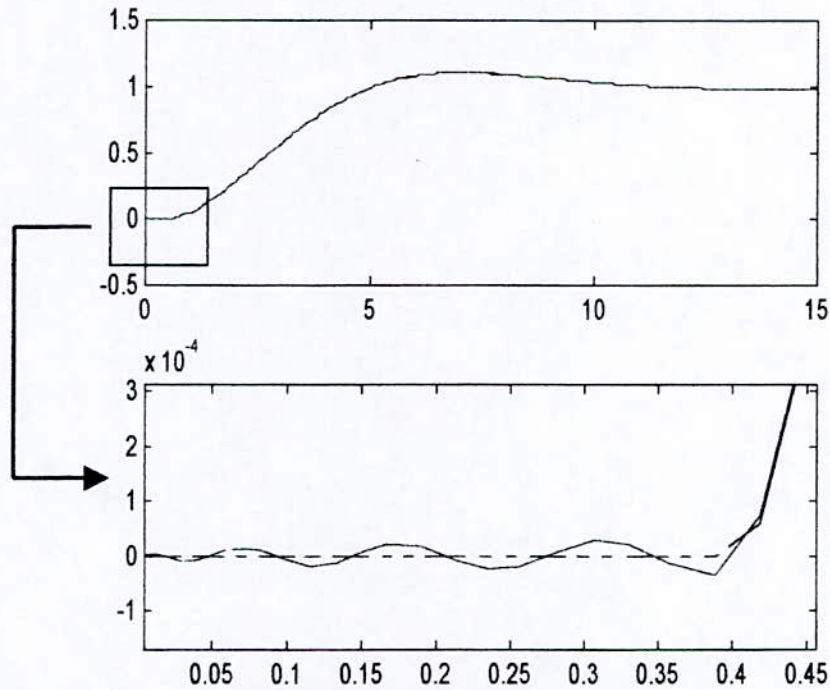


Fig 2-a Réponse indicielle de l'exemple 1(n=8)

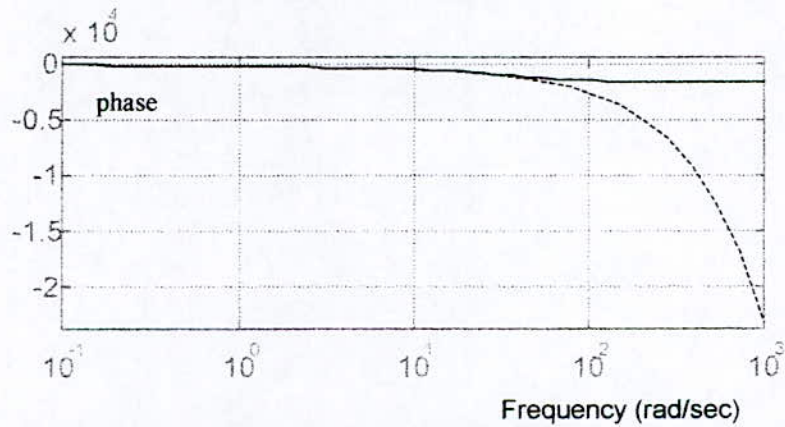


Fig 1-b Réponse de phase de l'exemple1 (n=8)

Dans cet exemple, la réponse réelle (sans approximation) est représentée par une ligne pointillée tandis que l'approximation de Padé est représentée par une ligne continue.

On voit que le déphasage entre la réponse réelle et celle de l'approximation de Padé d'ordre 2 ($n=2$), est observable à partir de $\omega=10$ rad/sec, tandis que, pour $n=8$, le déphasage est observable à partir de $\omega=100$ rad/sec.

Exemple 2

On prend l'exemple précédent avec un retard un peu plus grand (5s).

$$G(s) = \frac{e^{-5s}}{3s^2 + 2s + 1}$$

Dans ce cas, on voit que le déphasage entre la réponse réelle (ligne pointillée) et celle de l'approximation de Padé (ligne continue) est observable à partir de $\omega=1$ rad/sec.

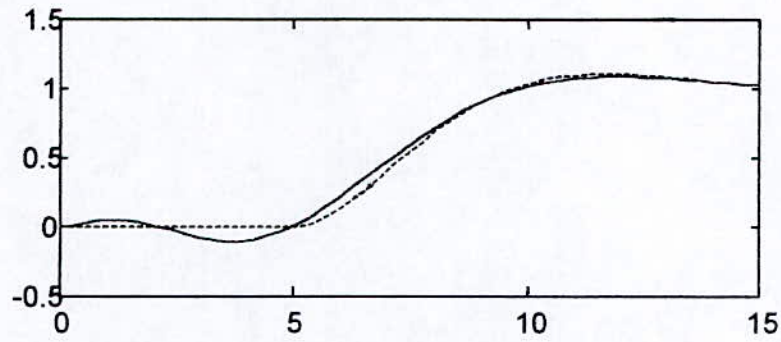


Fig 3-a Réponse indicielle de l'exemple 2 ($n=2$)

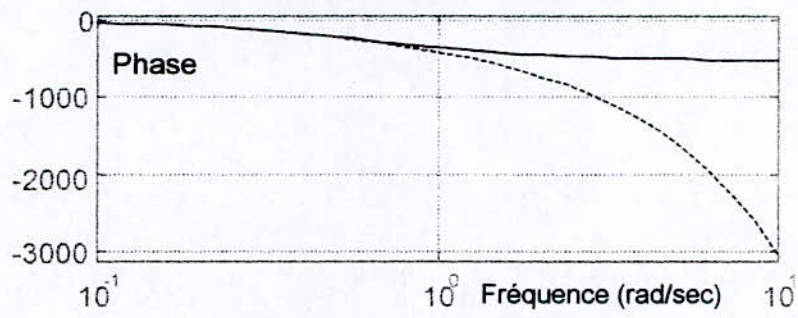


Fig 3-b Réponse de phase de l'exemple 2 ($n=2$)

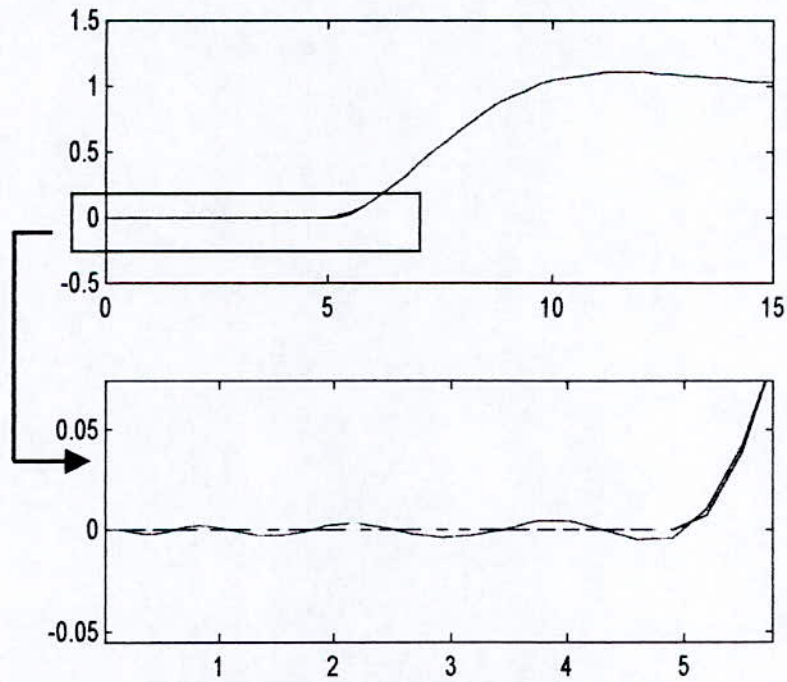


Fig 4-a Réponse indicielle de l'exemple 2 ($n=8$)

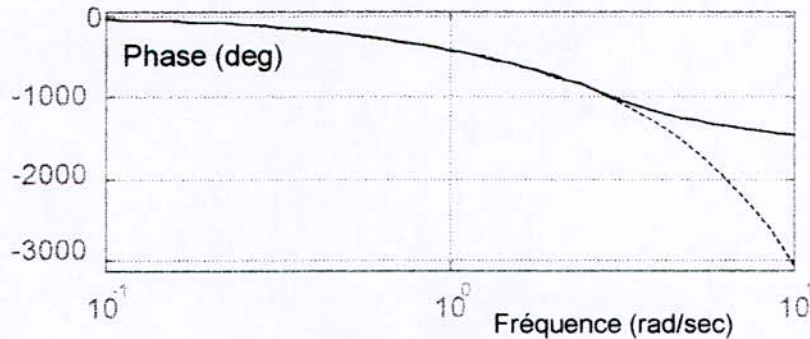


Fig 4-b Réponse de phase de l'exemple 2 (n=8)

En comparant les résultats de l'exemple 1 (retard faible) avec ceux de l'exemple 2 (retard grand), on peut dire que l'approximation de Padé n'est pas conseillée pour les systèmes ayant un grand retard, puisqu'elle introduit une erreur de déphasage importante, surtout pour les hautes fréquences. Cependant, elle est très répandue pour les systèmes ayant un retard faible.

2-3-Méthodes conventionnelles

Les principales techniques de commande utilisées pour les systèmes à retard sont : les méthodes de réglage, les méthodes prédictives et celles de la théorie optimale. Cette dernière est peu pratique, elle nécessite plus de capteurs ou d'observateurs pour l'estimation des états.

2-3-1-Méthode de Ziegler-Nichols[8]

Ziegler et Nichols ont déterminé à partir de simulation de divers modèles de systèmes physiques, les paramètres du contrôleur minimisant l'indice de performance J selon le critère IAE (intégrale de l'erreur absolue). Deux types d'essais sont recommandés par Ziegler-Nichols pour la détermination des paramètres du contrôleur. Le premier est effectué en boucle ouverte, c'est l'essai indiciel, le second est un essai en boucle fermée.

a- Essai indiciel (réponse transitoire)

La première méthode proposée par Ziegler-Nichols est basée sur la réponse en boucle ouverte du système afin de déterminer les paramètres du contrôleur PID. Dans le cas où le système ne présente ni intégration ni pôles complexes dominants, la réponse en boucle ouverte est donnée dans le tableau 2-1. On trace la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle, on mesure le retard L, la constante de temps T et le gain statique K.

Les études de Ziegler-Nichols sur le modèle donné par l'équation suivante :

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1}, \quad (2-6)$$

qui choisi pour représenter le système en vue de minimiser le critère IAE, ont conduit à proposer les valeurs données par le tableau (2-1). Les formules proposées sont valables pour des valeurs de L/T dans l'intervalle [0,1,1].

b- Essai en boucle fermée (réponse en fréquence)

Lorsque le système présente une intégration ou il est instable en boucle ouverte, il n'est plus possible d'ouvrir la boucle, on réalise un essai de pompage en boucle fermée. Pour cela on fait en sorte que T_i la constante d'intégration soit infinie, la constante de dérivation T_d nulle, on augmente le gain proportionnel K_p jusqu'à sa valeur critique $K_{osc}=K_c$ qui porte le système à l'oscillation avec une période $T_{osc}=T_c$. Ziegler et Nichols proposent de régler les contrôleurs avec les valeurs suivantes (tableau 1-1). Cette méthode n'est pas pratique à mettre en œuvre pour le calcul du point critique. La méthode de Ziegler-Nichols consiste à donner une réponse correspondante à un amortissement de 0.22 pour un système équivalent, d'ordre deux.

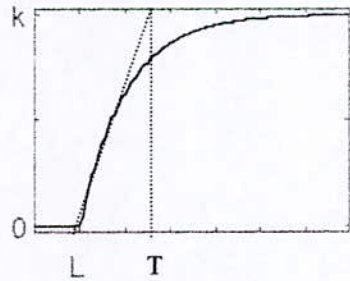
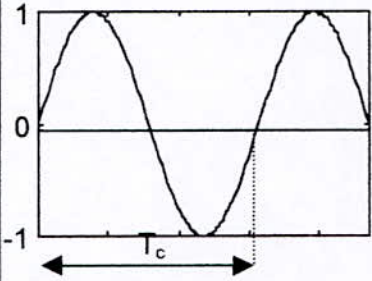
Type de contrôleur Et Transmittance du régulateur $G_c(s)$	Essai indiciel			Limite de pompage, K_c, T_c				
			K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P K_p	$\frac{1}{K} \frac{T}{L}$	—	—	$0.5 K_c$	—	—		
PI $K_p(1+1/sT_i)$	$\frac{0.9T}{K L}$	$3.3 L$	—	$0.45 K_c$	$0.83 T_c$	—		
PID $K_p(1+1/sT_i+ s T_d)$	$\frac{1.2 T}{K L}$	$2 L$	$0.5 L$	$0.6 K_c$	$0.5 T_c$	$0.125 T_c$		

Tableau 1-1 Formule d'ajustage de Ziegler-nichols

2-3-2-Méthode d'Aström-Hagglund

La méthode d'Aström-Hagglund [8] est basée sur le déplacement du point critique (diagramme de Nyquist) du système $G(j\omega)$, en une autre position située sur $G(j\omega)G_c(j\omega)$, en choisissant un contrôleur PI ou PID. Cette méthode est donnée en terme de marge de phase ou de gain.

a- Méthode de la marge de gain

La marge de gain représente la plus petite variation de gain qui doit être introduite dans la fonction de transfert du système en boucle ouverte afin de rendre le système instable en boucle fermée. La marge de gain est définie au point ω_x où l'argument de la fonction de transfert en boucle ouverte est -180° .

$$Mg=1/|G(j\omega_x)|$$

Mg représente une mesure de la distance exprimée en dB. Distance entre le point critique 0 dB et le gain du système à la pulsation ω_x .

$$K_p = K_c / Mg$$

Mg : marge de gain

K_c : gain critique

Souvent l'action proportionnelle seule, reste insuffisante et l'introduction d'une action intégrale devient nécessaire. La réponse en fréquence du régulateur PID est de la forme :

$$G_c(j\omega_{cr}) = K_p \left[1 + \frac{1}{j\omega_{cr}Ti} + j\omega_{cr}Td \right] \quad (2-7)$$

$$K_p = K_c / Mg \quad (2-8)$$

$$Td = \frac{1}{\omega_{cr}^2 Ti} \quad (2-9)$$

La constante d'intégration est choisie en général de façon à obtenir $Td = Ti / 4$.

b- Méthode de la Marge de phase

La marge de phase représente la plus petite variation de phase qui doit être introduite dans la fonction de transfert du système en boucle ouverte afin de rendre le système instable en boucle fermée. La marge de phase est définie comme étant la valeur algébrique de l'angle ϕ qui sépare l'axe réel négatif du point du lieu de Nyquist pour lequel le module du gain est égal à 1.

$$|G(j\omega_\phi)| = 1$$

Supposons que le point p sur la courbe de Nyquist en boucle ouverte soit connu tel que :

$$G_p = r_p e^{j(\pi + \phi_p)} \quad (2-10)$$

Supposons que le contrôleur introduit déplace le point "p" en un nouveau point "A" tel que :

$$G_A = r_A e^{j(\pi + \phi_A)} \quad (2-11)$$

en marge de phase ceci correspond $r_A = 1$ et $\phi_A = \phi_m$

ϕ_m correspond à la marge de phase désirée, le contrôleur sera représenté par l'équation (2-12).

$$G_c(j\omega) = r_c e^{j\phi_c} \quad (2-12)$$

Ce qui donne :

$$r_A e^{j(\pi + \phi_A)} = r_c r_p e^{j(\pi + \phi_c + \phi_p)} \quad (2-13)$$

avec

$$r_A = r_p r_c \quad \text{et} \quad \phi_A = \phi_c + \phi_p$$

Le contrôleur a un module $r_c = r_A / r_p$ et une phase $\phi_c = \phi_A - \phi_p$

Si la marge de phase est $\phi_m = \phi_A$, alors :

$$\tan \phi_m = \left(\omega_{cr} Td - \frac{1}{\omega_{cr} Ti} \right) \quad (2-14)$$

on choisit $T_i = \alpha T_d$

$$\begin{cases} T_d = \frac{1}{2\omega_{cr}} \left\{ \tan \phi_m + \sqrt{\frac{4}{\alpha} + \tan^2 \phi_m} \right\} \\ K_p = \frac{\cos(\phi_m)}{|G(j\omega_{cr})|} = kc \cos \phi_m \end{cases} \quad (2-15) \text{ et } (2-16)$$

2-3-3 Méthode de Ziegler-Nichols améliorée

La méthode d'ajustage Ziegler-Nichols réalise une réponse oscillatoire avec un grand dépassement, des améliorations apportées par Hang [7][8] à la méthode de Ziegler-Nichols permettent d'obtenir des réponses plus performants. Cette méthode utilise le temps mort et le gain normalisé pour modifier les paramètres trouvés initialement par Ziegler-Nichols. Un facteur de pondération β est introduit dans le terme proportionnel pour réduire le dépassement.

La loi de contrôle modifiée devient :

$$U_c = K_p \left[(\beta r(t) - y(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy}{dt} \right] \quad (2-17)$$

Le gain normalisé "k" est défini comme étant le produit entre le gain statique du système "ks" et le gain critique "kc"

$$k = k_s k_c \quad (2-18)$$

Le temps mort normalisé " θ " est défini comme étant le rapport entre le temps mort apparent L_m et la constante de temps apparente T du système en boucle fermée

$$\theta = L/T \quad (2-19)$$

Les équations suivantes sont données par Hang [8] à partir de l'étude d'exemples typiques des fonctions de transfert.

$$k = \frac{2(11\theta + 13)}{(37\theta - 4)} \quad (2-20)$$

Des nouvelles lois d'ajustage sont suggérées par Hang.

- **Gains normalisés grands ou retards normalisés faibles** : $2.25 < k < 15$ ($0.16 < \theta < 0.57$)

Les formules de Ziegler-Nichols sont maintenues et l'utilisation du facteur de pondération β dans le terme proportionnel réduit le dépassement suivant les applications entre 10% et 20% avec les valeurs de β données par les formules empiriques [21] données par les équations suivantes:

- $\beta = \frac{15 - k}{15 + k}$ pour un dépassement de 10% (2-21)

- $\beta = \frac{36}{15 + k}$ pour un dépassement de 20% (2-22)

- **Gains normalisés faibles ou retards normalisés grands** : $1.5 < k < 2.25$ ($0.57 < \theta < 0.96$)

Une modification est introduite dans les formules de Ziegler_Nichols. La variable d'intégration change et prend la valeur donnée par l'équation ci-dessous

$$T_i = 0.5\mu T_c \quad (2-23)$$

, μ représente le rapport entre les variations d'intégration de Ziegler-Nichols modifiée et Ziegler-Nichols.

$$\mu = (4/9)k \quad (2-24)$$

$$\beta = \frac{8}{17} \left(\frac{4}{9}k + 1 \right) \quad (2-25)$$

Pour un régulateur **PI**:

La méthode de Ziegler-Nichols a connu, elle aussi, des améliorations avec l'ajustage des contrôleurs PI. Si le contrôleur choisi est un PI (proportionnel intégral), les lois d'ajustage sont modifiées en fonction du gain normalisé k .

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{5(12+k)}{6(15+14k)} & 1.2 < k < 15 \\ T_i &= \frac{1}{5} \left(\frac{4}{15}k + 1 \right) T_c & 1.2 < k < 15 \end{aligned} \quad (2-26)$$

Les améliorations apportées à la méthode de Ziegler-Nichols sont basées sur l'étude par des simulations sur différents types de systèmes.

2-3-4 Méthode d'optimisation des paramètres

D'un point de vue théorique les performances d'un système sont examinées à l'aide du temps de montée ' t_m ', du temps d'établissement ' t_r ', du dépassement (D) et de l'erreur statique. En d'autres termes, une bonne performance est d'avoir une réponse rapide, un faible dépassement et une erreur statique quasiment nulle.

Les performances dynamiques optimales peuvent être considérées comme une réponse temporelle qui donne la valeur minimale de "J". L'intégrale du critère de performance est exprimée de différentes manières, cependant un système de contrôle est considéré comme optimale si l'indice de performance sélectionné est minimisé par la variation des paramètres du contrôleur. Les paramètres optimaux dépendent directement du critère sélectionné.

Pour évaluer la qualité d'une régulation il faut connaître l'évolution du signal d'erreur en régime transitoire. Cette évolution peut se faire à partir du critère de qualité. On définit la grandeur J, dénommée fonction de coût, qui permet une mesure objective de l'évolution de l'erreur, cette technique consiste à minimiser l'aire hachurée figure (2-3). Cette aire s'exprime par une intégrale de $|e(t)|$ ou $e^2(t)$ selon le critère.

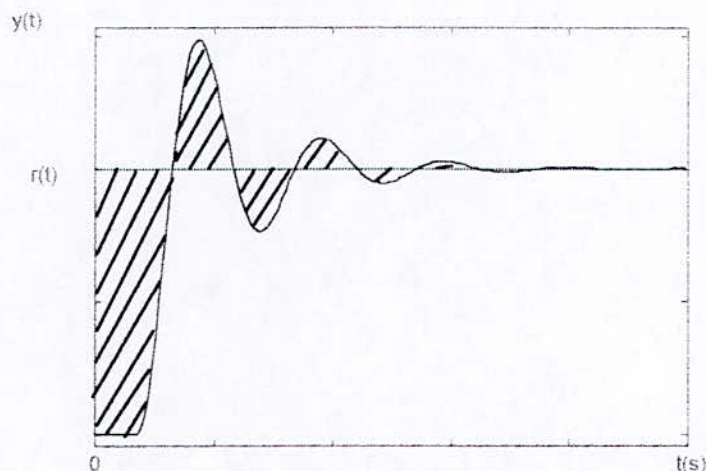


Figure 2-5 Réponse d'un système à un échelon

2-3-4-1 Intégrale de l'erreur quadratique (ISE)

L'intégrale de l'erreur quadratique (ISE) [8] est un critère de performance très utilisé dans le contrôle des systèmes. La fonction à minimiser, J , est définie par :

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (2-27)$$

Ce critère, met en évidence les écarts transitoires de forte amplitude par rapport à ceux de faible amplitude, puisque tous les écarts sont élevés au carré.

En plus de la mise en oeuvre facile, ce critère présente un autre avantage celui d'être facile à analyser et à calculer.

Une solution analytique peut être obtenue dans le domaine fréquentiel.

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} e^2(\theta, t) dt \quad \text{avec } \theta = \{kp, Ti, Td\} \quad (2-28)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

$$G_c(s) = kp \left(1 + \frac{1}{Ti s} + Td s \right)$$

$$R(s) = \frac{1}{s} \quad (R(s) \text{ est le signal d'entrée, supposé est un échelon } r(t)=1, t > 0)$$

$$G(s) = G_0(s)e^{-Ls}$$

En approximant le retard par son approximation de Padé d'ordre 2 :

$$e^{-Ls} = \frac{12 - 6Ls + L^2s^2}{12 + 6Ls + L^2s^2}$$

ou celle du troisième ordre :

$$e^{-Ls} = \frac{12 - 60Ls + 12L^2s^2 - L^3s^3}{12 + 60Ls + 12L^2s^2 + L^3s^3}$$

donc

$$G(s) = G_0(s)e^{-Ls} = \frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)}$$

$$\Rightarrow E(s) = \frac{TiD(s)}{Ti s D(s) + N(s)kp(Ti Td s^2 + Ti s + 1)}$$

$$E(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1s^{n-1} + b_2s^n + \dots + b_n}{a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_n}$$

l'intégrale de l'erreur quadratique peut donc exprimer dans le domaine fréquentiel par :

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} e^2(\theta, t) dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s)E(-s) ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{B(s)B(-s)}{A(s)A(-s)} ds \quad (2-29)$$

2-3-4-2 Intégrale de l'erreur quadratique pondérée par le temps (ISTE)

L'indice de performance ISE ne comporte pas de facteur de temps, il pondère de façon égale toutes les erreurs qui se présentent. Il est préférable de pondérer de façon différente les erreurs, car l'erreur initiale est inévitable mais peut être tolérée alors que l'erreur statique n'est pas admise en générale. Le facteur de pondération approprié est le facteur temps, d'où un nouvel indice de performance appelé intégrale de l'erreur quadratique pondérée par le temps (ISTE).

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} t e^2(t, \theta) dt \quad (2-30)$$

IL existe d'autre formes de cet critère J_n :

$$J_n(\theta) = \int_0^{\infty} t^n e^2(t, \theta) dt \quad \text{avec } n=2,4,\dots \quad (2-31)$$

dans le domaine fréquentiel :

$$J_2(\theta) = \int_0^{\infty} t^2 e^2(\theta, t) dt \quad (2-32)$$

on utilisant la transformée de Laplace

$$L\{t^n e(t)\} = (-1)^n \frac{d^n E(s)}{ds^n}$$

- n=2

$$J_2(\theta) = \int_0^{\infty} t^2 e^2(\theta, t) dt = \int_0^{\infty} \{t e(\theta, t)\}^2 dt$$

$$L\{t e(t)\} = (-1) \frac{dE(s)}{ds} \approx F(s)$$

$$F(s) = \frac{B(s)A'(s) - A(s)B'(s)}{(A(s))^2}$$

Donc

$$J_2(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} F(s)F(-s)ds \quad (2-33)$$

Les pôles de F(s) doivent être dans la partie gauche du plan complexe. Si les pôles de A(s) se trouvent dans la partie gauche du plan complexe, le système est stable. La procédure de calcul peut être étendue à des valeurs de n grandes.

- n=4

$$J_4(\theta) = \int_0^{\infty} \{t^2 e(\theta, t)\}^2 dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} P(s)P(-s)ds \quad (2-34)$$

avec $P(s) = L\{t f(t)\} = -\frac{dF(s)}{ds}$

Lorsque n est supérieur à 4 le calcul devient difficile.

Le critère ISTE est insensible à l'erreur initiale mais diminue l'erreur statique. Ce critère permet d'obtenir les caractéristiques du système, avec des dépassement faibles et des oscillations bien amorties, ce critère est amélioré par rapport au critère ISE grâce à la pondération par le temps.

2-3-4-3 Intégrale de l'erreur quadratique pondérée par l'exponentiel

Une autre possibilité est de la pondération par une exponentielle de β [8]. La fonction est donnée par :

$$J_\beta(\theta) = \int_0^{\infty} \{e(\theta, t)e^{\beta t}\}^2 dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s-\beta)E(-s-\beta)ds \quad (2-35)$$

$\beta > 0$; $\beta = \alpha/T_c$

Avec T_c période de cycle limite (critique) du système et α un facteur fixé de façon à obtenir un bon amortissement. Si α est trop grand cela implique un grand amortissement. En général cette valeur est fixée à 1.5 pour les contrôleurs PID et 0.8 pour les contrôleurs PI.

2-3-4-4 Modification du critère de performance (ISE)

Si nous pondérons la vitesse de l'erreur, nous obtenons un nouveau critère de performance ISE1.

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} \left\{ e^2(\theta, t) + r \left(\frac{de}{dt} \right)^2 \right\} dt \quad (2-36)$$

$$B(s) = L\left(\frac{de}{ds}\right) = sE(s) - e(0)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{R(s)}{Q(s) + P(s)}$$

Si le signal d'entrée est un signal échelon unitaire alors $e(0)=1$, ce qui donne

$$B(s) = \frac{Q(s)}{Q(s) + P(s)} - 1 = \frac{P(s)}{Q(s) + P(s)}$$

Une évolution de cette intégrale dans le domaine fréquentiel est donnée par

$$J(\theta) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \{E(s)E(-s) + rB(s)B(-s)\} ds \quad (2-37)$$

La résolution numérique est obtenue par l'algorithme d'intégration de Astöm [8], pour chaque valeur du facteur de pondération on aura une valeur de J et un contrôleur correspondant.

Si on ajoute le temps comme facteur de pondération dans la vitesse on obtient un nouveau critère ISE2 sa fonction à minimiser J est donnée par :

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} \left\{ e^2(\theta, t) + r \left(t \frac{de}{dt} \right) \right\} dt \quad (2-38)$$

2-3-4-5 Intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE)

L'intégrale de la valeur absolue IAE est aussi l'un des critères les plus utilisés. Il est sensible aux erreurs faibles car il tient compte de la même façon des erreurs positives et des erreurs négatives. Il permet d'obtenir des réponses assez bonnes avec un amortissement raisonnable et un faible dépassement, cependant ce critère ne peut pas être évalué dans le domaine fréquentiel à moins que le système ne présente pas de dépassement[8].

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} |e(\theta, t)| dt \quad (2-39)$$

Si on introduit le temps comme facteur de pondération, on obtient le critère, intégrale de l'erreur absolue pondérée par le temps (ITAE).

$$J(\theta) = \int_0^{\infty} t |e(\theta, t)| dt \quad (2-40)$$

Ce critère est insensible à l'erreur initiale mais pondère légèrement les autres erreurs ce qui peut donner une erreur relativement importante dans le temps, cependant il permet d'assurer un temps de réponse faible.

2-3-4-6 Calcul des paramètres du contrôleur

On peut utiliser deux méthodes pour calculer les paramètres du contrôleur optimal en minimisant la fonction désirée. La première est une méthode de simulation qui calcule la fonction à minimiser J en ajustant les paramètres du contrôleur PID à partir de modèle

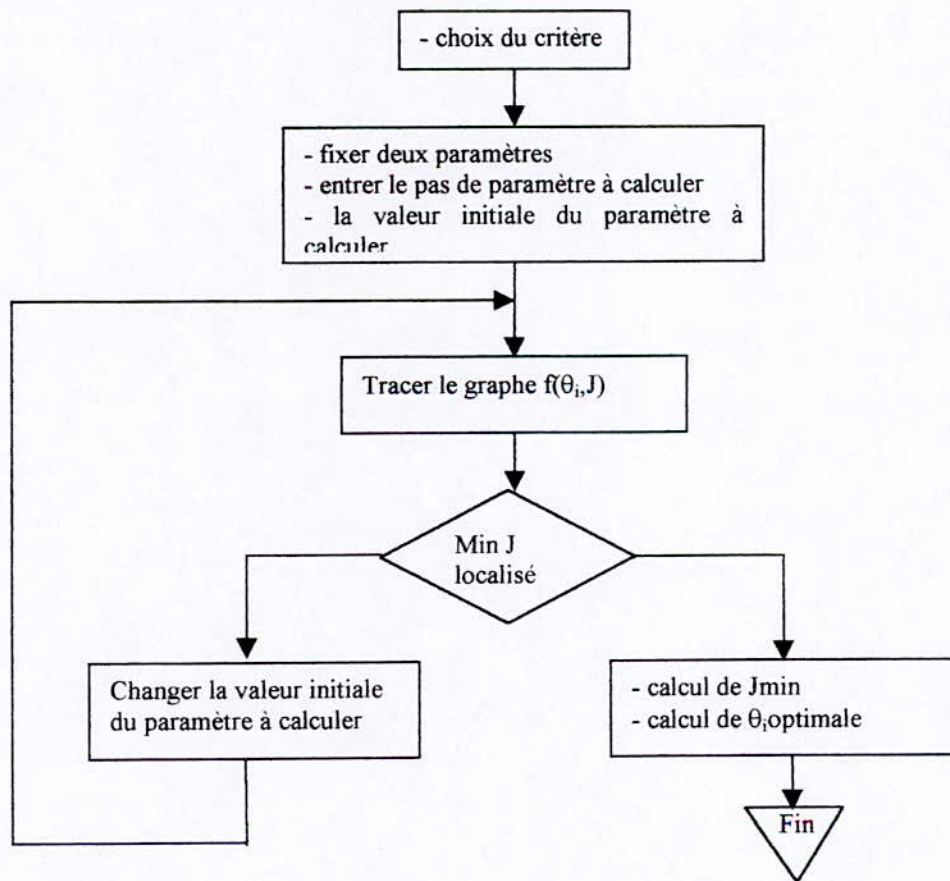
Simulink du système. La deuxième méthode est basée sur les fonctions du progiciel Matlab comme Fmins qui permet de déterminer le minimum d'une fonction à plusieurs variables.



Fig 2-6 Variation de la fonction "J" en fonction de $\theta_i = k_p, T_i$ et T_d

Méthode de simulation

La méthode consiste à fixer deux paramètres et varier le troisième en calculant à chaque fois l'erreur (la fonction J), elle est basée sur le modèle **Simulink** du système et un programme **Matlab**. L'algorithme de cette méthode est donné par :



Algorithme de calcul des paramètres de régulateur PID par la méthode de simulation

2-3-5 PI prédictif

Cette méthode est basée sur l'annulation de l'effet du retard en introduisant un pur terme de prédiction e^{lps} , celui-ci va introduit une avance de phase et par suite augmenter la rapidité de la réponse du système compensé selon la figure suivante :

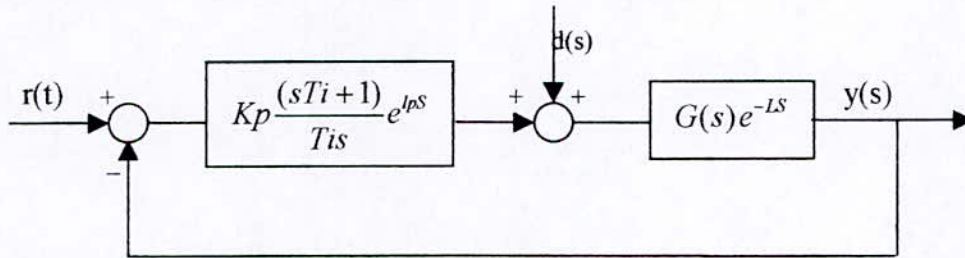


Fig 2-7 PPI non réalisable

Le problème est que e^{lps} est une pure prédiction qui ne peut pas être réalisée. Le développement du terme e^{lps} en série de Maclaurin :

$$e^{lps} = 1 + lps + \frac{lp^2}{2!} s^2 + \dots + \frac{lp^n}{n!} \quad (2-41)$$

posons $U_1(s) = U(s) e^{lps}$

$$U_1(t) = U(t) + l_p \frac{d(U(t))}{dt} + \frac{lp^2}{2!} \frac{d^2(U(t))}{dt^2} + \dots + \frac{lp^n}{n!} \frac{d^n(U(t))}{dt^n} \quad (2-42)$$

Ceci montre que les dérivées actuelles du signal temporel continu $U(t)$, peuvent être utilisées pour prédire le développement futur du signal. Or, la prise en compte de dérivées d'un tel signal en présence de bruit n'est pas faisable à cause de l'amplification de celui-ci. La solution consiste à utiliser les dérivées filtrées aux lieux des dérivées simples. Les dérivées filtrées sont du filtre de Gawthrop(1987)[7].

$$U_f(t) = \frac{U(s)}{\left(1 + \frac{lp}{N} s\right)^k} \quad (2-43)$$

$$\frac{d^i(U_f(t))}{dt^i} = \frac{s^i}{M(s)} U(t) \quad \text{pour } i=1, \dots, k \quad (2-44)$$

où $M(s) = \left(1 + \frac{lp}{N} s\right)^k$

généralement en se limitant à l'ordre k

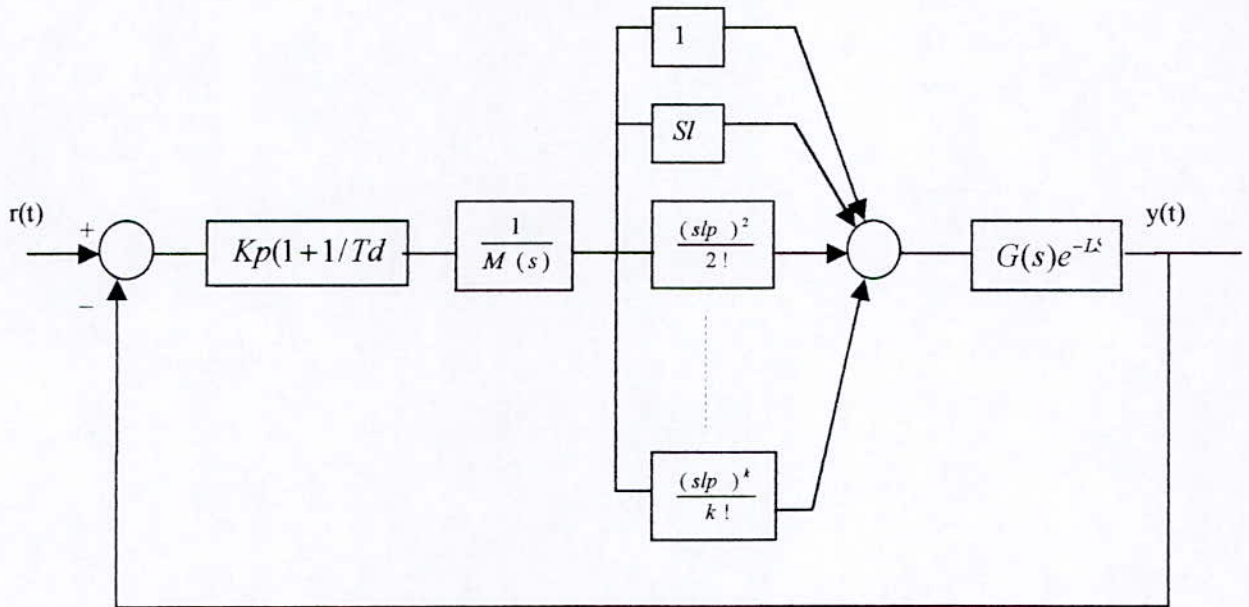


Fig 2-8 PPI réalisable

On voit que la configuration de PPI est celle d'un régulateur PI renforcée par des termes de prédiction, la synthèse du PPI est simple, il y a trois paramètres de réglage l_p , K_p et T_i .

Le choix de l_p :

Le choix de terme de prédiction $e^{l_p s}$ réduit seulement le temps mort du système, puisque aucune compensation complète n'est possible. Ainsi, l_p doit être choisi selon le temps mort et la constante du temps dominante du système. Pour une structure PPI simple comparable à celle du PID, on peut limiter l'ordre de prédiction à $k=2$.

D'autre part le choix de l_p doit être inférieur à 63% de retard (L) pour préserver la stabilité de système [7]

Procédure de synthèse de PPI

1. Approximation de système à commander par un modèle de premier ordre avec retard.
2. Choix de l_p , qui doit être inférieur à 63% de retard.
3. Utilisation des formules de Haalman pour calculer T_i et k_p .

$$\begin{cases} T_i = T \\ K_p = \frac{2T}{3K(L - l_p)} \end{cases} \quad (2-45) \text{ et } (2-46)$$

2-4 Exemples de Simulation

Afin de tester les méthodes précédentes nous allons appliquer ces méthodes sur les trois exemples suivants :

Exemple 1:

$$G(s) = \frac{1}{2s + 1} e^{-s}$$

a) Méthode de Ziegler-Nichols, Aström-Hagglud et PI prédictif

Méthodes	Kp	Ti	Td	D%	tm	tr
Ziegler-Nichols 454	1.7372	1.7586	0.4396	19.0342	1.2601	5.4057
Aström-Hagglud $\phi_m=30^\circ$	2.5075	1.9391	0.4848	42.5430	0.7377	5.3301
Aström-Hagglud $\phi_m=45^\circ$	2.0473	2.7028	0.6757	15.4525	1.0946	5.0013
Aström-Hagglud $\phi_m=60^\circ$	1.4477	4.1782	1.0446	0.0000	5.1942	5.9684
PI prédictif $lp=45\%$ de L	1.0560	2.0762	-	2.7511	0.7633	5.7180

Tableau 2-2 Paramètres du contrôleur et indices de performances du système de l'exemple 1, méthode de Ziegler-Nichols, Aström-Hagglund et PI prédictif

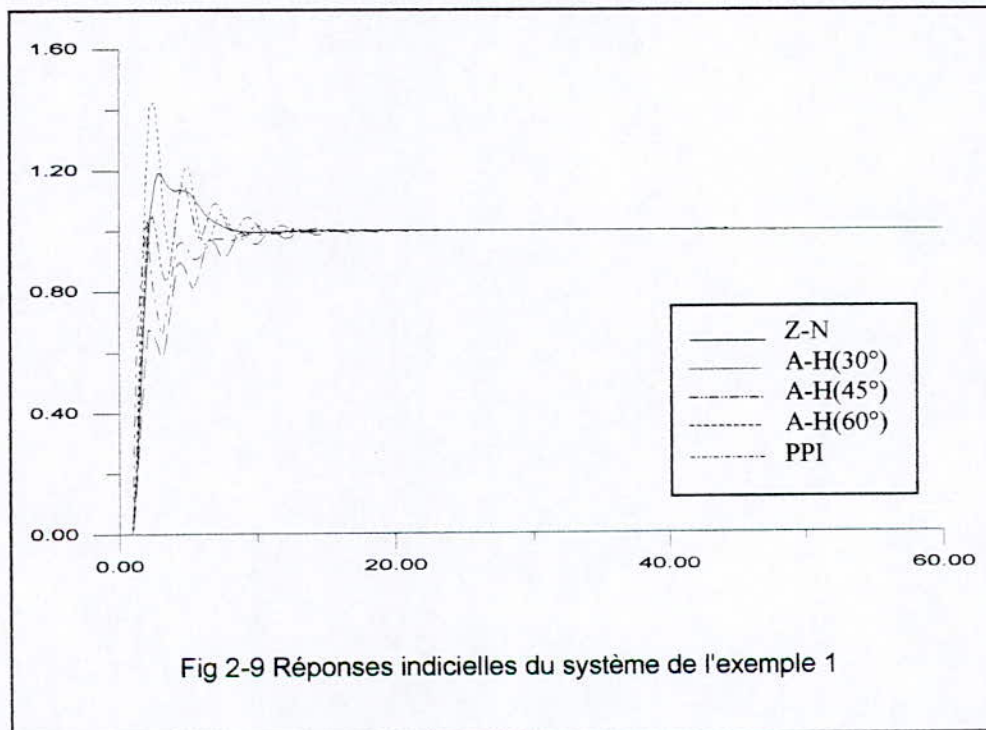
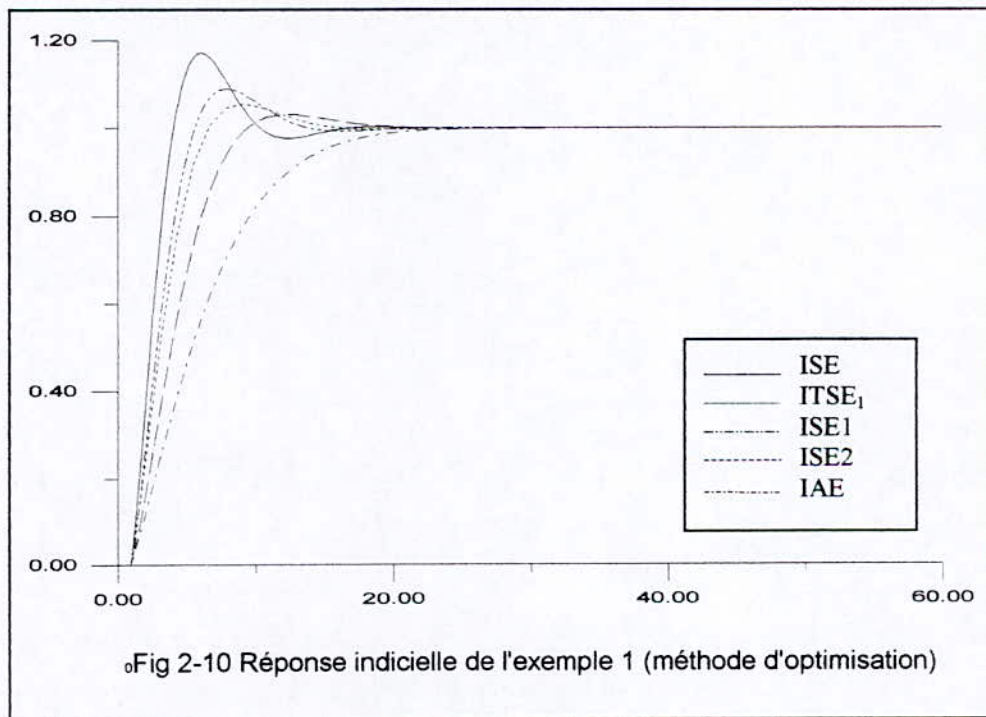


Fig 2-9 Réponses indicielles du système de l'exemple 1

b) Méthode d'optimisation

Critères	kp	Ti	Td	D%	Tm	Tr
ISE	0.6300	1.1500	0.0500	17.1074	2.6284	7.7511
ITSE(n=1)	0.4400	1.3100	0.0100	5.5973	4.4707	4.4707
ITSE(n=2)	0.4200	1.3600	0.0100	3.7985	5.5597	5.5597
ISE1	0.7400	1.2000	0.0200	8.9584	3.8127	4.6366
ISE2	0.2800	1.1100	0.0100	3.1290	6.2174	7.0003
IAE	0.2200	1.4000	0.6000	0.0000	11.6707	11.4707
ITAE	0.2800	1.5700	0.5400	7.7823	8.8698	8.6698

Tableau 2-3 Paramètres du contrôleur et indices de performances du système de l'exemple 2, méthode d'optimisation



Exemple 2

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{2s^2 + 3s + 1}$$

a) Méthode de Ziegler-Nichols, Aström-Hagglund et PI prédictif

Méthode	kp	Ti	Td	D%	tm	tr
Ziegler-Nichols	2.3073	2.8172	0.7043	39.3630	2.0254	5.4743
Aström-Hagglund $\phi_m=30^\circ$	3.3303	3.1064	0.7766	57.6250	1.4267	12.3594
Aström-Hagglund $\phi_m=45^\circ$	2.7192	4.3298	1.0825	20.3270	1.6826	11.0527
Aström-Hagglund $\phi_m=60^\circ$	6.6933	1.9228	1.6733	0.0000	5.0718	8.5606
PI prédictif lp=51% de L	2.3008	3.5709	—	13.0626	0.6984	10.0613

Tableau 2-4 Paramètres du contrôleur et indices de performance du système de l'exemple 2, méthode de Ziegler-Nichols, Aström-Hagglund et PI prédictif

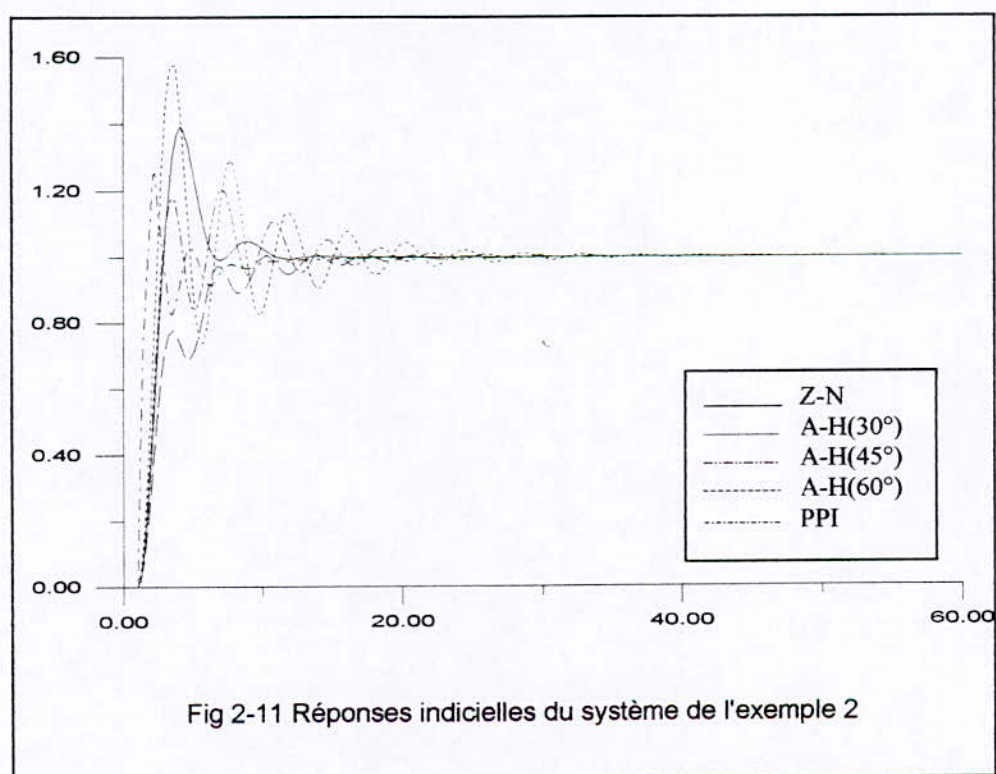
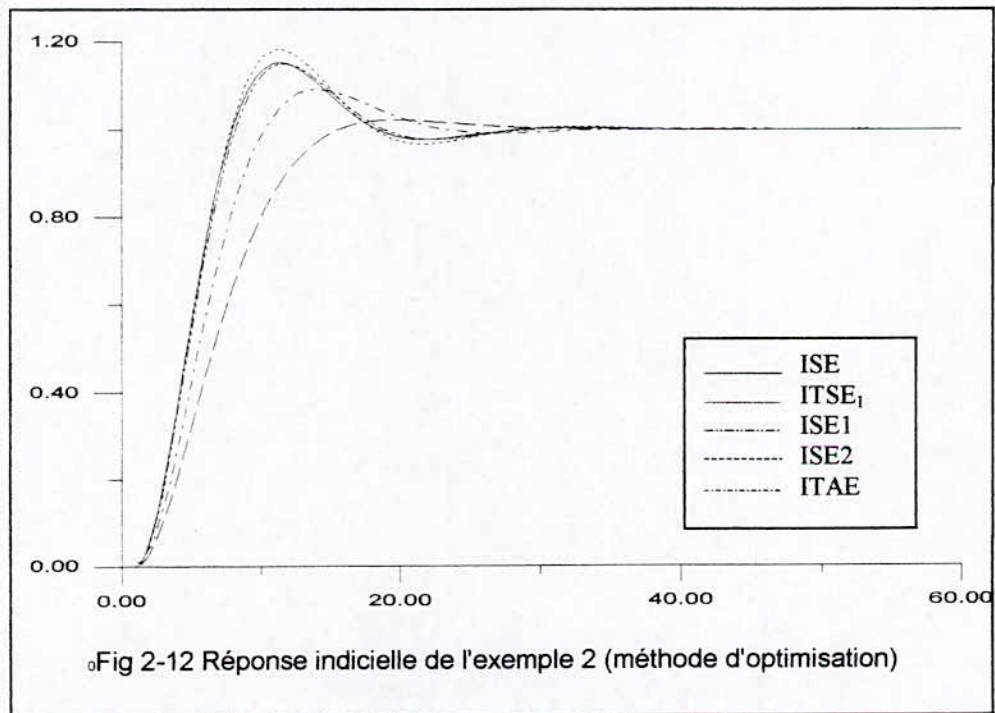


Fig 2-11 Réponses indicielles du système de l'exemple 2

b) Méthode d'optimisation

Critères	Kp	Ti	Td	D%	tm	tr
ISE	0.2800	1.0800	0.0100	15.2018	6.0665	14.1853
ITSE(n=1)	0.2500	0.9400	0.0100	18.4858	6.6462	14.6985
ITSE(n=2)	0.2200	0.9700	0.0100	12.6164	8.0707	14.8163
ISE1	0.2600	1.0300	0.0200	14.9490	6.4029	14.2277
ISE2	0.1500	1.0200	0.0100	2.1137	10.9449	11.6952
IAE	0.1900	0.9500	0.0100	9.1998	7.5530	8.1660
ITAE	0.1900	0.9500	0.0100	9.1998	6.5530	8.1660

Tableau 2-5 Paramètres du contrôleur et indices de performances du système de l'exemple 2, méthode d'optimisation



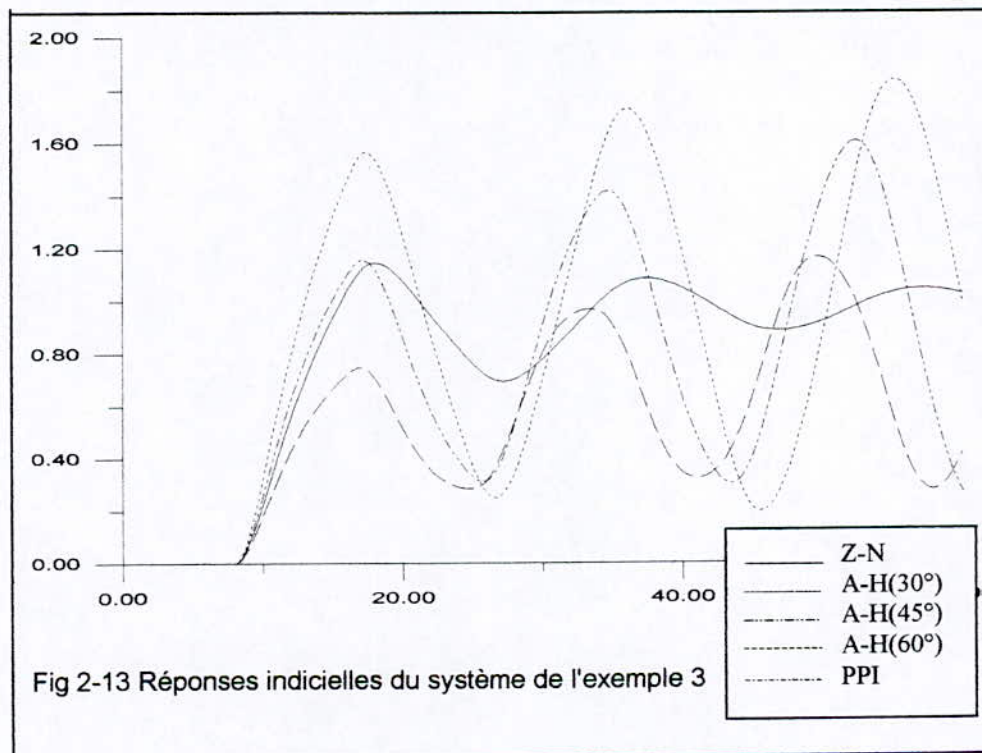
Exemple 3

$$G(s) = \frac{e^{-8s}}{(2s+1)^2}$$

a) Méthode de Ziegler-Nichols, Aström-Hagglund et PI prédictif

Méthodes	kp	Ti	Td	D%	tm	tr
Ziegler-Nichols	0.8147	11.3882	2.8470	12.5305	6.9037	49.9061
Aström-Hagglund $\phi_m=30^\circ$	1.1759	12.5572	3.1393	Instable		
Aström-Hagglund $\phi_m=45^\circ$	17.5029	0.9601	4.3757	Instable		
Aström-Hagglund $\phi_m=60^\circ$	0.6789	27.0571	6.7643	Instable		
PI prédictif lp=51% de L	0.9966	5.2843	-	Instable		

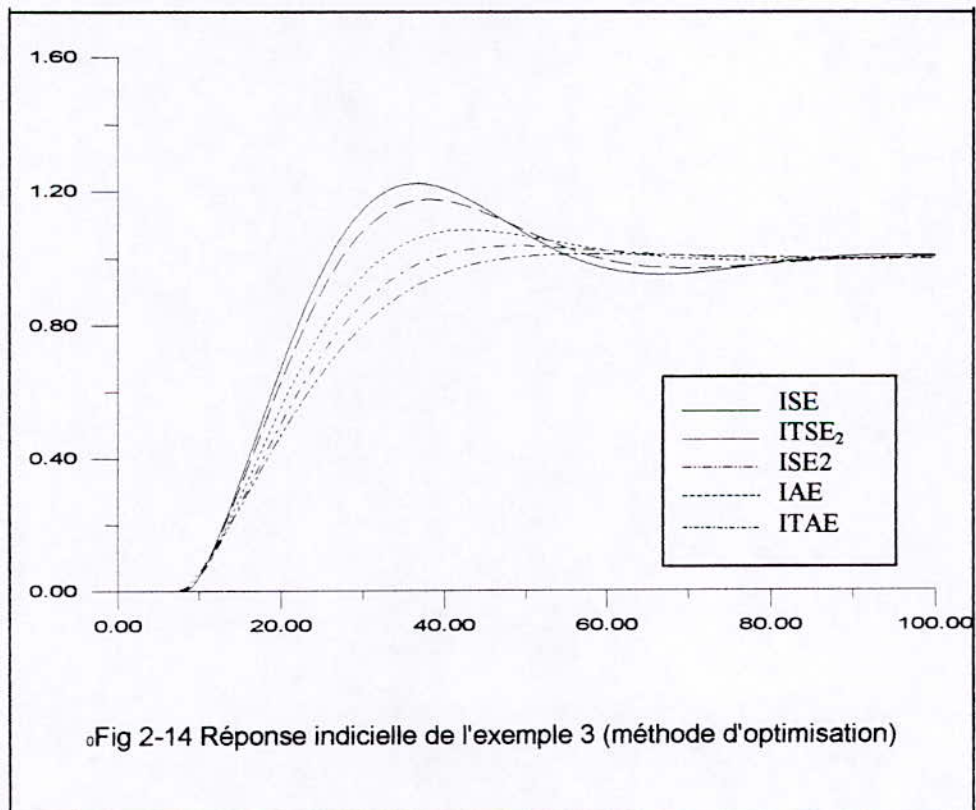
Tableau 2-6 Paramètres du contrôleur et indices de performance du système de l'exemple 3, Méthode de Ziegler-Nichols, Aström-hagglund et PI prédictif



b) méthode d'optimisation

Critères	kp	Ti	Td	D%	tm	tr
ISE	0.1100	1.5600	0.0200	25.4658	15.3528	50.4537
ITSE(n=1)	0.1100	1.7500	0.1800	14.4297	19.4421	46.8958
ITSE(n=2)	0.1100	1.9600	0.2100	8.6192	21.0838	27.1164
ISE1	0.1100	1.5600	0.0200	21.3306	16.2362	47.2270
ISE2	0.1100	2.4000	0.9400	1.2827	27.5452	35.2307
IAE	0.1100	1.9100	0.2300	9.8429	21.0931	27.1789
ITAE	0.1100	2.2000	0.2300	3.7291	24.5241	30.6965

Tableau 2-7 Paramètres du contrôleur et indices de performances du système de l'exemple 3, Méthode d'optimisation



Remarques et commentaires

- En examinant les résultats de simulation, on remarque que :
- La méthode de Ziegler-Nichols donne des réponses oscillatoires avec un dépassement important.
 - La méthode d'Aström-Hagglund donne des réponses très oscillatoires mais l'augmentation de la marge de phase permet d'améliorer les réponses, cependant, le temps de montée augmente un peu.
 - La méthode PI prédictif donne des réponses très oscillatoires avec un dépassement important, d'autre part le choix d'un faible horizon de prédiction permet de diminuer le dépassement mais le temps de réponse augmente.
 - Lorsque le retard est important les méthodes précédentes (Ziegler-Nichols, Aström-Hagglund et PI prédictif) donnent de mauvaises réponses dans la plus part des cas, elles sont instables.
 - Le critère ISE donne des réponses avec un dépassement important par rapport aux autres critères. Cependant le temps de montée est assez faible.
 - Le critère ISTE permet d'obtenir des réponses avec des dépassements faibles et des oscillations bien amorties.
 - Les autres critères donnent des réponses bien amorties mais présentent une augmentation de temps de montée.
 - On remarque aussi que les méthodes d'optimisations donnent des réponses assez performantes pour des systèmes ayant un retard important, bien que la méthode de Ziegler-Nichols, de Aström-Hagglund et PI prédictif donnent des réponses très oscillatoires ou instables.

2-5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons passé en revue plusieurs méthodes d'ajustage des contrôleurs PID. Nous avons remarqué après l'analyse de quelques exemples que la méthode d'Aström-Hagglund donne de mauvaises réponses, cette méthode n'est pas conseillée pour les systèmes à retard. La méthode de Ziegler-Nichols et la méthode PI prédictif donnent des réponses plus performantes que la méthode d'Aström-Hagglund mais ils ont des limitations lorsque le retard est important c'est-à-dire plus le retard est important plus la réponse obtenue par ces deux est mauvaise, mais les résultats de ces deux méthodes restent acceptables pour des faibles valeurs de retard, ils peuvent servir comme valeurs initiales.

L'avantage de ces deux méthodes est le fait qu'on puisse les appliquer lorsque la fonction de transfert de procédé est inconnue.

La méthode d'optimisation donne des réponses plus performantes que celles des autres méthodes, mais l'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle nécessite la connaissance de la fonction de transfert du procédé.

Remarque

On peut appliquer la méthode d'optimisation sans connaître la fonction de transfert mais dans ce cas le temps de calcul est très important

CHAPITRE 3

REGULATEUR NUMERIQUE POUR LES SYSTEME A RETARD

3.1. Introduction

L'utilisation d'un calculateur numérique ou d'un microprocesseur dans la boucle de commande/régulation offre de nombreux avantages parmi lesquels nous mentionnerons :

- La rapidité de calcul
- Le traitement ou résolution de plusieurs stratégies pour la conception et le calcul des régulateurs,
- La possibilité d'utilisation d'algorithmes complexes et plus performants que l'algorithme du P.I.D.

D'autre part, en combinant les méthodes de calcul des régulateurs avec les techniques d'identification des modèles de procédés, on peut mettre en œuvre une procédure rigoureuse et performante de calcul des régulateurs.

Les méthodes de calcul des régulateurs numériques, qui seront présentées dans ce chapitre, concernent la régulation monovariante en présence des perturbations déterministes. Ces méthodes sont :

- PID numérique.
- Placement des pôles en boucle fermée.

3.2 Régulateur P.I.D numérique [20]

La version de base du régulateur P.I.D numérique résulte de la discrétisation du régulateur P.I.D continu à actions P, I et D indépendantes. Deux versions seront présentées.

La méthode de calcul des régulateurs PID numériques ne s'applique rigoureusement qu'aux :

- procédés modélisables par fonction de transfert continue de degré maximum égal à 2, avec ou sans retard pur.
- procédés ayant un retard pur inférieur à une période d'échantillonnage.

Les résultats du calcul des paramètres du régulateur PID numérique peuvent être utilisés dans certains cas pour l'ajustement des régulateurs PID continus ou pseudo-numérique. Néanmoins, il faut mentionner que certains réglages des paramètres des régulateurs PID numériques offrant d'excellentes performances n'ont pas de contreparties en terme de paramètres des régulateurs PID continus (car certains filtres numériques stables n'ont pas de correspondant en continu.).[20]

3.2.1 Structure du régulateur PID numérique 1

Considérons la fonction de transfert du régulateur continu PID 1

$$H_{pid}(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right) \quad (3-1)$$

ce régulateur est caractérisé par quatre paramètres de réglage :

K : gain proportionnel

T_i : action intégrale

T_d : action dérivée

$\frac{T_d}{N}$: filtrage de l'action dérivée

Plusieurs méthodes de discrétisation peuvent être utilisées. Les relations entre les paramètres continus et échantillonnés vont dépendre de la méthode utilisée, mais la structure du régulateur numérique sera la même.

Pour la discrétisation nous faisons les approximations suivantes :

$$\frac{1}{T_i s} = \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{1 - q^{-1}} \quad (3-2)$$

$$T_d s = \frac{T_d}{T_e} (1 - q^{-1}) \quad (3-3)$$

$$\frac{1}{1 + \frac{T_d}{N} s} = \frac{\frac{NT_e}{T_d + NT_e}}{1 - \frac{T_d}{T_d + NT_e} q^{-1}} \quad (3-4)$$

En introduisant ces expressions dans l'équation (3-1), nous obtenons la fonction de transfert échantillonnée du régulateur numérique PID1 :

$$H_{PID1}(q^{-1}) = \frac{R(q^{-1})}{S(q^{-1})} = \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{1 - q^{-1}} + \frac{\frac{NT_d}{T_d + NT_e} (1 - q^{-1})}{1 - \frac{T_d}{T_d + NT_e} q^{-1}} \right) \quad (3-5)$$

L'expression en terme de rapport de deux polynômes s'obtient en faisant la somme des trois termes. Les polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ ont la forme :

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} \quad (3-6)$$

$$S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + s_1 q^{-1}) \quad (3-7)$$

où

$$s_1 = -\frac{T_d}{T_d + NT_e} \quad (3-8)$$

$$r_0 = K \left(1 + \frac{T_e}{T_i} - N s_1 \right) \quad (3-9)$$

$$r_1 = K \left(s_1 \left(1 + \frac{T_e}{T_i} + 2N \right) - 1 \right) \quad (3-10)$$

$$r_2 = -Ks_1(1+N) \quad (3-11)$$

Le régulateur numérique PID1 a quatre paramètres (r_0, r_1, r_2, s_1) comme le régulateur PID continu.

A noter que la fonction de transfert échantillonnée du régulateur numérique PID1 contient un facteur commun au dénominateur, le terme $(1-q^{-1})$, qui assure l'effet d'intégration numérique. Elle contient aussi au dénominateur le terme $(1+s_1q^{-1})$ qui joue le rôle d'un filtre numérique similaire au filtrage introduit par le terme $(1+(T_d/N)s)$ dans le régulateur PID continu.

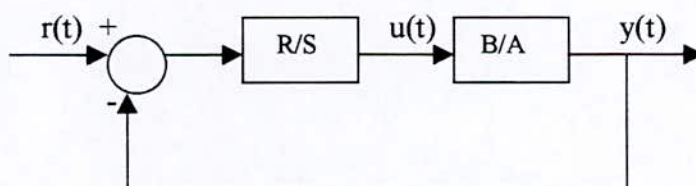


Fig 3-1 a) Schéma d'une boucle de régulation utilisant le régulateur PID1 numérique

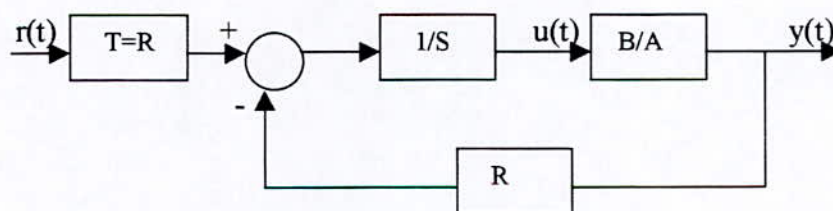


Fig 3-1 b) Schéma blocs équivalents d'une boucle de régulation numérique utilisant le régulateur numérique PID.1

Le schéma bloc correspondant au régulateur PID1 numérique est donné par la figure 3-1-a. En prenant $T(q^{-1})=R(q^{-1})$, le régulateur numérique PID1 peut se mettre sous la forme canonique à trois branches comme le montre la figure 3-1 b.

La fonction de transfert en boucle fermée reliant la consigne $r(t)$ et la sortie $y(t)$ est :

$$\begin{aligned} H_{BF}(q^{-1}) &= \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} \\ &= \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{P(q^{-1})} \end{aligned} \quad (3-12)$$

où $P(q^{-1})$ définit les pôles désirés en boucle fermée (directement reliés aux performances souhaitées).

Le produit $B(q^{-1})P(q^{-1})$ définit les zéros en boucle fermée. Le régulateur numérique PID.1 ne simplifie pas en général les zéros du procédé (sauf si on choisit $B(q^{-1})$ comme facteur de

$P(q^{-1})$). Il peut donc être utilisé pour la régulation des procédés ayant un modèle échantillonné avec des zéros instables.

D'autre part, le régulateur numérique PID1 introduit des zéros supplémentaires définis par $R(q^{-1})$. Ils ne pourront donc pas être spécifiés a priori. Dans certaines situations, ces zéros peuvent causer des dépassements indésirables pendant la période transitoire[20] (voir l'exemple1).

3.2.2 Calcul des paramètres du régulateur numérique PID.1

Le calcul comporte plusieurs étapes :

- 1- détermination du modèle échantillonné du procédé discrétisé.
- 2- spécification des performances.
- 3- calcul des paramètres du régulateur (les coefficients des polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$).

a- Modèle échantillonné du procédé

Il s'agit de la fonction de transfert $H(z^{-1})$ du modèle échantillonné d'un procédé ayant la fonction de transfert $H(s)$ et qui commande à travers un bloqueur d'ordre zéro tel que l'indique schématiquement la figure 3-2

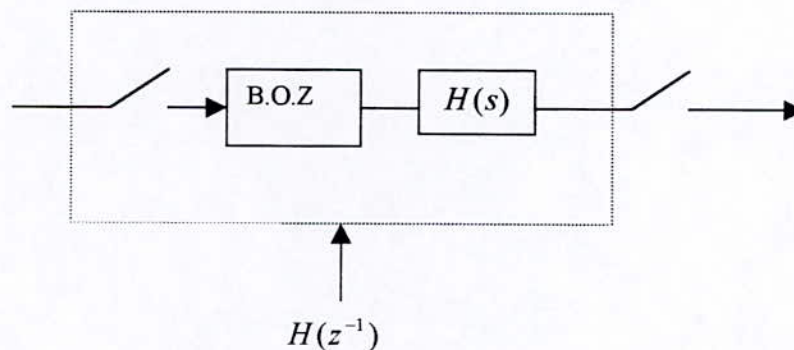


Fig. 3-2 modèle échantillonné de procédé pour le calcul des régulateurs numériques

Nous pouvons considérer des fonctions de transferts continues de la forme suivante :

$$H(s) = \frac{Ge^{-LS}}{1 + sT} \quad (3-13)$$

ou

$$H(s) = \frac{\omega_0^2 e^{-LS}}{\omega_0^2 + 2\xi\omega_0 s + s^2} \quad (3-14)$$

avec la restriction :

$$L < T_e \quad (3-15)$$

Notons par ailleurs que pour le système de premier ordre la période d'échantillonnage T_e doit être plus petite que T . Il résulte donc que le PID numérique ne peut être correctement appliqué au système du premier ordre avec retard que si la condition $L < T$ est vérifiée.

Pour les deux types du modèle continu, la discrétisation avec bloqueur conduit à une fonction de transferts échantillonnée de la forme :

$$H(q^{-1}) = \frac{b_1q^{-1} + b_2q^{-2}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}} \quad (3-16)$$

La fonction de transfert $H(q^{-1})$ peut s'obtenir directement à partir de la connaissance de $H(s)$ et T_e en utilisant les fonctions "c2d" et "zoh" du progiciel Matlab.

b- Spécification des performances

En règle générale, on peut exprimer les performances désirées du système en boucle fermée en terme des paramètres d'une fonction de transfert échantillonnée. Ceci peut s'exprimer par la condition :

$$\begin{aligned} H(q) &= \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} \\ &= \frac{B_M(q^{-1})}{P(q^{-1})} \end{aligned} \quad (3-17)$$

Mais $B_M(q^{-1})$ ne peut pas être spécifié car d'une part on ne simplifie pas $B(q^{-1})$ (sauf s'il est stable, ce qui correspond au cas où le retard est négligeable) et d'autre part le régulateur introduit lui-même des zéros par l'intermédiaire de $R(q^{-1})$. Il reste donc à spécifier le polynôme des pôles en boucle fermée. On choisit $P(q^{-1})$ de la forme :

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2} \quad (3-18)$$

Une méthode judicieuse pour définir p_1 et p_2 consiste à considérer d'abord un modèle continu normalisé de deuxième ordre :

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2} \quad (3-19)$$

ω_0 : pulsation propre

ξ : coefficient d'amortissement

Ce modèle permettant d'obtenir un temps de montée (t_m), un temps de réponse (t_r) et un dépassement maximal (D). Ce choix peut se faire à l'aide des diagrammes donnés. Ceci permet de déterminer les paramètres ω_0 et ζ du système du deuxième ordre, en s'assurant que la période d'échantillonnage T_e et la pulsation propre vérifiant la condition :

$$0.25 \leq \omega_0 T_e \leq 1.5 ; \quad 0.7 \leq \zeta \leq 1 \quad (3-20)$$

c- Calcul des paramètres du régulateur numérique

Il s'agit de résoudre l'équation en $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$:

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) \quad (3-21)$$

Pour $P(q^{-1})$ donné par l'équation (3-18) et $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ par l'équation (3-16). Les structures de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ sont données respectivement par les équations (3-6) et (3-7).

Les paramètres du régulateur PID continu donnent, en le discrétisant avec la période d'échantillonnage T_e , les paramètres calculés de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$. On obtient ainsi les relations suivantes :

$$kp = \frac{r_0 s_1 - r_1 - (2 + s_1)}{(1 + s_1)^2} \quad (3-22)$$

$$Ti = Te \frac{kp(1 + s_1)}{r_0 + r_1 + r_2} \quad (3-23)$$

$$Td = Te \frac{s_1^2 r_0 - s_1 r_1 + r_2}{kp(1 + s_1)^3} \quad (3-24)$$

$$\frac{Td}{N} = -\frac{s_1 Te}{1 + s_1} \quad (3-25)$$

Pour qu'un régulateur PID continu équivalent à un PID numérique existe, il faut que le coefficient s_1 vérifie la condition [20]:

$$-1 < s_1 < 0 \quad (3-26)$$

3.2.3 Régulateur numérique PID2

C'est un régulateur PID numérique qui n'introduit pas des zéros supplémentaires. La fonction de transfert désirée en boucle fermée (entre la consigne et la sortie) sera de la forme :

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{P(1) B(q^{-1})}{B(1) P(q^{-1})} \quad (3-27)$$

où $B(q^{-1})$ contient les zéros du procédé qui resteront inchangés, $P(q^{-1})$ définit les pôles désirés en boucle fermée et le terme $P(1)/B(1)$ est introduit pour assurer un gain unitaire entre la consigne et la sortie.

Le régulateur aura la structure générale :

$$S(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = T(q^{-1})r(t) \quad (3-28)$$

où $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ sont donnés respectivement par les équations (3-6) et (3-7).

La fonction de transfert en boucle fermée, en utilisant le régulateur spécifié par l'équation (3-28), est donnée par :

$$\begin{aligned} H_{BF}(q^{-1}) &= \frac{T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} \\ &= \frac{[P(1)/B(1)]B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \end{aligned} \quad (3-29)$$

Comme pour le PID1, les coefficients des polynômes $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ seront obtenus par la résolution de l'équation (3-21). Il résulte l'équation (3-29) :

$$T(q^{-1}) = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{B(1)R(1)}{B(1)} = R(1) \quad (3-30)$$

car $S(1)=0$ (ce qui implique $P(1)=B(1)R(1)$)

En conclusion, le régulateur numérique PID2 a les mêmes polynômes $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ que le régulateur numérique PID1 la seule différence étant que maintenant $T(q^{-1})=R(1)$ au lieu de $R(q^{-1})$, ce qui préserve le gain unitaire du système en boucle fermée sans pour autant introduire l'effet des zéros de $R(q^{-1})$.

Le PID continu (structure 2) conduit, en le discrétisant, un régulateur numérique PID2 qui est représenté dans la figure 3-6 (action proportionnelle et dérivée sur la mesure, uniquement).

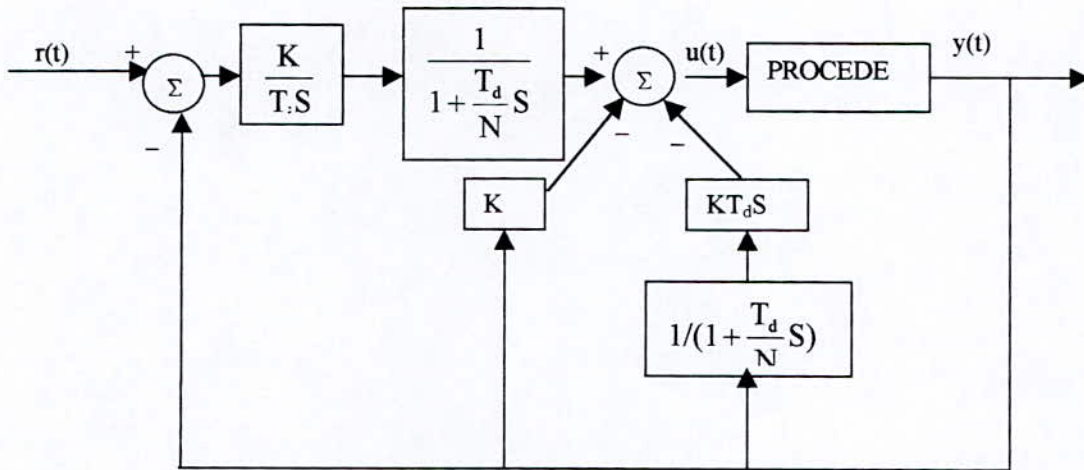


Fig. 3-3 PID continu correspondant au régulateur numérique PID2

Les paramètres de ce régulateur PID continu (type 2) discrétisé avec une période d'échantillonnage T_e donnée, résultent des relations suivantes :

$$K = -\frac{(r_1 + 2r_2)}{1 + s_1} \quad (3-31)$$

$$T_i = T_e \frac{-(r_1 + 2r_2)}{r_0 + r_1 + r_2} \quad (3-32)$$

$$T_d = T_e \frac{s_1 r_1 + (s_1 - 1)r_2}{(r_1 + 2r_2)(1 + s_1)} \quad (3-33)$$

$$\frac{T_d}{N} = \frac{-s_1 T_1}{(1 + s_1)} \quad (3-34)$$

3.2.4 Commentaires

La discrétisation du PID classique conduit à un régulateur numérique ayant une structure canonique à 3 branches (R-S-T) avec $T(q^{-1})=R(q^{-1})$ (PID1).

A partir des coefficients de $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ on peut calculer les paramètres du PID continu si le coefficient s_1 du polynôme $S(q^{-1})=1+s_1q^{-1}$ vérifie la condition : $s_1 \in]-1,0]$.

Le PID continu ou numérique peut traiter des systèmes du premier ordre ou deuxième ordre avec un retard, si celui-ci est inférieur à T_e (période d'échantillonnage).

Pour des retards $\tau \geq 0.25T$ (T la constante de temps du procédé), le PID continu conduit à des réponses en boucle fermée plus lentes qu'en boucle ouverte.

Pour des systèmes à retard, les performances en boucle fermée peuvent être améliorées par les choix des coefficients du régulateur RST qui ne conduisent pas à un PID continu.

Les éventuels dépassements en boucle fermée peuvent être éliminés en remplaçant :

$$T(q^{-1})=R(q^{-1}) \text{ (PID(1)) par } T(q^{-1})=R(1) \text{ (PID(2))}$$

3.3 Placement des pôles [20]

Le calcul des paramètres du régulateur numérique PID (en particulier PID2) est un cas particulier de la stratégie du ‘*placement des pôles*’. Cette stratégie permet de calculer un régulateur numérique R-S-T pour des systèmes stables ou instables :

- sans restriction sur les degrés des polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ de la fonction de transfert du procédé.

- sans restriction sur le retard du procédé,
- sans restriction sur les zéros du procédé (stable ou instables)

C’est une méthode qui ne simplifie pas les zéros du procédé. La seule restriction concerne les éventuels facteurs communs de $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ qui doit être simplifiés avant d’effectuer les calculs

3.3.1 Structure

La structure du système en boucle fermée est donnée dans la figure.3.1

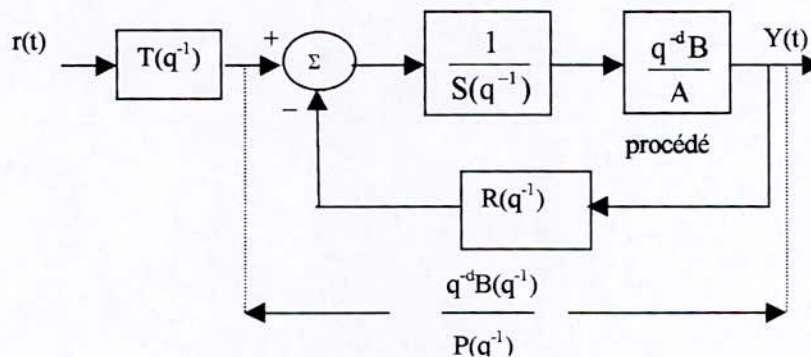


Fig 3-4 Placement de pôles avec régulateur R-S-T

Le procédé à réguler est caractérisé par la fonction de transfert échantillonnée :

$$H(q^{-1}) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \tag{3-35}$$

où "d" est le nombre des périodes d’échantillonnages contenues dans le retard pur :

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\dots\dots\dots+a_nAq^{-nA} \tag{3-36}$$

$$B(q^{-1})=b_1q^{-1}+ b_2q^{-2} \dots\dots\dots+b_nBq^{-nB} =q^{-1}B^*(q^{-1}) \tag{3-37}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})}$$

$$= \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (3-38)$$

où

$$\begin{aligned} P(q^{-1}) &= A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) \\ &= 1 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2} + \dots \end{aligned} \quad (3-39)$$

définit les pôles en boucle fermée et respectivement le comportement en régulation.

Le comportement vis-à-vis d'une perturbation est donné par la fonction de sensibilité dite perturbation de sortie :

$$S_{yp}(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (3-40)$$

Avec $P(q^{-1})=A(q^{-1})S(q^{-1})+q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})$

3.3.2 Choix des pôles en boucle fermée ($P(q^{-1})$)

Les pôles en boucle fermée, qui sont les racines du polynôme $P(q^{-1})$, définissent en grande partie les performances en régulation. Nous avons vu le cas du régulateur PID1 dont on peut spécifier un polynôme $P(q^{-1})$ définissant les pôles en boucle fermée à partir d'un modèle du deuxième ordre continu ayant la fréquence propre et l'amortissement désiré. On peut aussi spécifier directement le polynôme $P(q^{-1})$ à partir des performances désirées.

Néanmoins en règle générale, on choisit $P(q^{-1})$ sous la forme d'un polynôme du deuxième ordre par discrétisation d'un système de deuxième ordre continue en spécifiant ω_0, ζ et en s'assurant que la condition :

$$:0.25 \leq \omega_0 T_e \leq 1.5 ; :0.25 \leq \zeta \leq 1.5$$

soit respectée [20].

Le polynôme choisi à partir des performances souhaitées en boucle fermée définira les pôles dominants du système en boucle fermée et sera noté : $P_D(q^{-1})$.

Si on souhaite introduire un effet de filtrage dans une zone de fréquence (soit pour réduire l'effet de bruit de mesure, soit pour adoucir les variations de la commande, soit pour améliorer la robustesse), les pôles du filtre correspondant, définis par un polynôme $P_F(q^{-1})$, doivent être aussi des pôles du système en boucle fermée. En conséquence le polynôme $P(q^{-1})$ définissant les pôles désirés en boucle fermée sera le produit des polynômes $P_D(q^{-1})$ et $P_F(q^{-1})$ spécifiant respectivement les pôles auxiliaires du système en boucle fermée.

$$P(q^{-1})=P_D(q^{-1})P_F(q^{-1}) \quad (3-41)$$

3.3.3 Régulation (calcul de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$)

$P(q^{-1})$ étant spécifié pour calculer de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ il faut résoudre l'équation :

$$A(q^{-1})S(q^{-1})+q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})=P(q^{-1}) \quad (3-42)$$

connue sous le nom "d'identité de Bezzout"

En définissant :

$$n_A=\text{deg}A(q^{-1}) ; n_B=\text{deg}B(q^{-1}) \quad (3-43)$$

Cette équation polynomiale a une solution unique ($A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ étant premiers entre eux) pour :

$$\begin{aligned} n_P &= \text{deg}P(q^{-1}) \leq n_A + n_B + d - 1 \\ n_S &= \text{deg}S(q^{-1}) = n_B + d - 1 \end{aligned}$$

$$n_R = \text{deg}R(q^{-1}) = n_A - 1$$

ou

$$S(q) = 1 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{n_S} q^{-n_S} = 1 + q^{-1} S^*(q^{-1}) \tag{3-44}$$

$$R(q) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n_R} q^{-n_R} \tag{3-45}$$

pour résoudre l'équation 3-42, on met souvent sous forme matricielle :

$$Mx = P \tag{3-46}$$

où

$$X^T = [1, s_1, \dots, s_{n_S}, r_1, \dots, r_{n_R}] \tag{3-47}$$

$$P^T = [1, P_1, \dots, P_i, \dots, P_{n_P}, 0, \dots, 0] \tag{3-48}$$

et la matrice M a la forme :

$$M = \begin{bmatrix} \underbrace{1 \quad 0 \quad \dots \quad 0}_{n_A + n_B + d} & \underbrace{0 \quad 0 \quad \dots \quad 0}_{n_A} \\ a_1 \quad 1 & b'_1 \\ a_2 \quad \dots \quad 0 & b'_2 \quad b'_1 \\ \dots \quad \dots \quad 1 & \dots \quad b'_2 \\ \dots \quad \dots \quad a_1 & \dots \quad \dots \\ a_{n_A} \quad \dots \quad a_2 & b'_{n_B} \\ 0 \quad \dots \quad \dots & 0 \\ 0 \quad \dots \quad \dots \quad 0 \quad a_{n_A} & 0 \quad \dots \quad b'_{n_B} \end{bmatrix}$$

Où :

$$b'_i = 0 \text{ pour } i=0,1,\dots,d ; b'_i = b_{i-d} \text{ pour } i \geq d+1$$

le vecteur x contient les coefficients des polynômes R(q⁻¹) et S(q⁻¹) s'obtient après une inversion de la matrice M par la formule :

$$x = M^{-1}P \tag{3-49}$$

Différent méthodes sont utilisées pour recoudre l'équation (3-42)

Pour des raisons variées les polynômes R(q⁻¹) et S(q⁻¹) contiennent en générale des parties fixes spécifiés avant la résolution de l'équation (3-42). Par exemple, la nécessité d'avoir une erreur statique nulle pour une consigne ou une perturbation en échelon, implique la présence d'un intégrateur numérique dans la voie directe.

C'est pour prendre en compte ces parties fixes pré spécifiées que les polynômes R(q⁻¹) et S(q⁻¹) sont factorisés sous la forme :

$$R(q^{-1}) = R'(q^{-1})H_R(q^{-1}) \tag{3-50}$$

$$S(q^{-1}) = S'(q^{-1})H_S(q^{-1}) \tag{3-51}$$

où $H_R(q^{-1})$ et $H_S(q^{-1})$ sont des polynômes pré spécifiés .
avec cette paramétrisation des polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$, la fonction de transfert en boucle fermée sera alors :

$$H_{BF}(q) = \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})S'(q^{-1})H_S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R'(q^{-1})H_R(q^{-1})}$$

$$= \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (3-52)$$

Au lieu de l'équation (3-42), il faudra maintenant résoudre l'équation :

$$A(q^{-1})H_S(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})H_R(q^{-1})R'(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (3-53)$$

Pour résoudre l'équation (3-53), il suffit de résoudre l'équation (3-42) en remplaçant : $A(q^{-1})$ par $A(q^{-1})H_S(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ avec la restriction que les polynômes $A(q^{-1})H_S(q^{-1})$ et $B(q^{-1})H_R(q^{-1})$ soit premiers entre eux, par contre pour la mise en œuvre, $S(q^{-1})$ sera remplacé par $S(q^{-1})H_S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ par $R(q^{-1})H_R(q^{-1})$

a- Erreur statique

Comme on l'a vu précédemment, $S(q^{-1})$ doit contenir un terme $(1-q^{-1})$ pour avoir une erreur statique nulle à une entrée ou perturbation en échelon, (la fonction de sensibilité $S_{yp}(s)$ doit être nulle en régime stationnaire, c'est-à-dire pour $q=1$). Dans ce cas :

$$H_S(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \quad (3-54)$$

Remarque

La fonction de sensibilité $S_{yp}(s)$ (appelé fonction de sensibilité perturbation-sortie) est donnée pour le système de la figure 3-1 par :

$$S_{yp}(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} \quad (3-55)$$

Elle permet de caractériser les performances du système vis-à-vis des perturbations.

b- Rejet d'une perturbations harmonique

Si on impose une réjection parfaite d'une perturbation harmonique à une certaine fréquence, il faut que $S_{yp}(s)$ soit nul à cette fréquence, ce qui est équivalent à imposer que $H_S(q^{-1})$ introduise une paire de zéros complexes non amortis à cette fréquence.

Dans ce cas :

$$H_S(q^{-1}) = 1 + \alpha q^{-1} + q^{-2} \quad (3-56)$$

où $\alpha = -2\cos(\omega T_e) = -2\cos(2\pi f/f_e)$

c- Blocage d'un signal

Dans certains applications le signal mesuré contient des composantes à certaines fréquences (il s'agit en général de signaux inhérents au processus de fabrication). Dans ce cas, pour éliminer l'influence de ces signaux (signaux inhérents) il faut imposer des zéros correspondants dans $R(q^{-1})$ conduisant à un gain nul pour $R(q^{-1})$ et la fonction de sensibilité/

La partie fixe de $R(q^{-1})$ aura la forme :

$$H_R(q^{-1}) = 1 + \beta q^{-1} + q^{-2} \tag{3-57}$$

où $\beta = -2\cos\omega_0 T_e = -2\cos 2\pi \frac{f}{f_e}$

ou en général la forme d'un polynôme de deuxième ordre ayant des zéros complexes amortis si une certaine atténuation est acceptée.

d- Robustesse

pour garantir des marges de robustesse tout en assurant les performances spécifiées pour le système en boucle fermée, on peut être amené à introduire des termes dans $H_R(q^{-1})$ et $H_S(q^{-1})$ pour corriger les caractéristiques du lieu de Nyquist et de la fonction de stabilité $S_{yp}(q^{-1})$ et $S_{up}(q^{-1})$ dans certains zones de fréquences.

3.3.4 Poursuit e(calcul de $T(q^{-1})$)

Dans le cas idéal, lors d'un changement de consigne, on souhaite faire suivre à la sortie du procédé $y(t)$ une trajectoire $y^*(t)$. Cette trajectoire peut être mémorisée ou engendrée à chaque changement de consigne à l'aide d'un modèle de référence (figure 3-5).

La fonction de transfert du modèle de référence est :

$$H_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \tag{3-58}$$

cas idéal

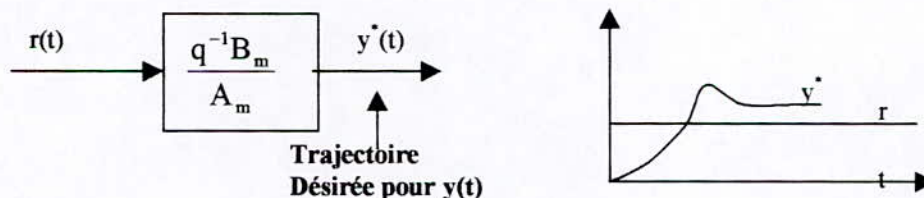


Figure 3-5 Génération de la trajectoire désirée $y^*(t)$

En règle générale, elle se détermine à partir de performance souhaitée (temps de réponse, dépassement et temps d'établissement) en passant par exemple par un modèle continu normalisé du deuxième ordre (paramètres ω_0, ζ). En connaissant la fonction de transfert continue et la période d'échantillonnage T_e , on obtient par discrétisation la fonction de transfert échantillonnée du modèle de référence. La fonction de transfert échantillonnée du modèle de référence sera de la forme :

$$\frac{q^{-1}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} = \frac{q^{-1}(b_{m0} + b_{m1}q^{-1})}{1 + a_{m1}q^{-1} + a_{m2}q^{-2}} \tag{3-59}$$

C'est cette fonction de transfert que le régulateur doit réaliser entre la consigne 'r' et la sortie 'y' éventuellement multipliée par q^{-d} dans le cas de la présence d'un retard de 'd' pas dans le modèle du procédé (le retard ne peut pas être compensé). Néanmoins dans le cas du '**placement des pôles**' ceci n'est pas possible car on conserve les zéros du procédé (polynôme $B(q^{-1})$). L'objectif sera alors d'approcher la trajectoire de référence retard :

$$y^*(t) = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}r(t) \quad (3-60)$$

pour ceci en engendre d'abord $y^*(t+d+1)$ à partir de $r(t)$:

$$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}r(t) \quad (3-61)$$

et en choisie $T(q^{-1})$ pour assurer :

- un gain statique unitaire entre y^* et y ,
- la compensation de la dynamique de régulation $P(q^{-1})$ (car la dynamique de régulation est en général différente de la dynamique de poursuite $A_m(q^{-1})$).

Ceci conduit à choisir :

$$T(q^{-1})=GP(q^{-1}) \quad (3-62)$$

ou

$$G = \begin{cases} 1/B(1) & \text{si } B(1) \neq 0 \\ 1 & \text{si } B(1) = 0 \end{cases} \quad (3-63)$$

l'équation de la loi de commande devient alors :

$$S(q^{-1})u(t)+R(q^{-1})y(t)=T(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (3-64)$$

Le schéma complet pour le placement des pôles est donné dans la figure 3-6 la fonction de transfert réalisée entre la consigne et la sortie est :

$$H_{BR}(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})B^*(q^{-1})}{A_m(q^{-1})B(1)} \quad (3-65)$$

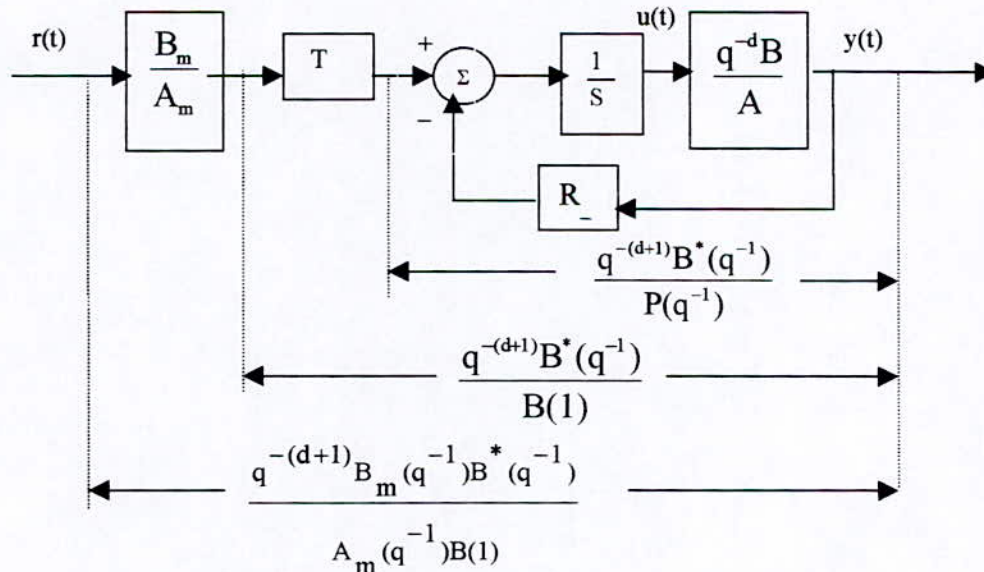


Fig.3-6 Placement des poles-poursuite et régulation

$$u(t) = \frac{T(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{s(q^{-1})} \quad (3-66)$$

3-4 Exemples de simulations

Exemple 1 : $G(s) = \frac{e^{-3s}}{10s+1}$

Nous choisissons une période d'échantillonnage $T_e=5s$ pour vérifier les conditions : $L < T_e$ et $T_e < T$. Dans ce cas on peut appliquer le PID1.

1- Régulateur PID1 numérique

Processus :

$$B(q^{-1}) = 0.1813 q^{-1} + 0.2122 q^{-2}$$

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.6065 q^{-1}$$

$$T_e = 5, T = 10, L = 3$$

Performances :

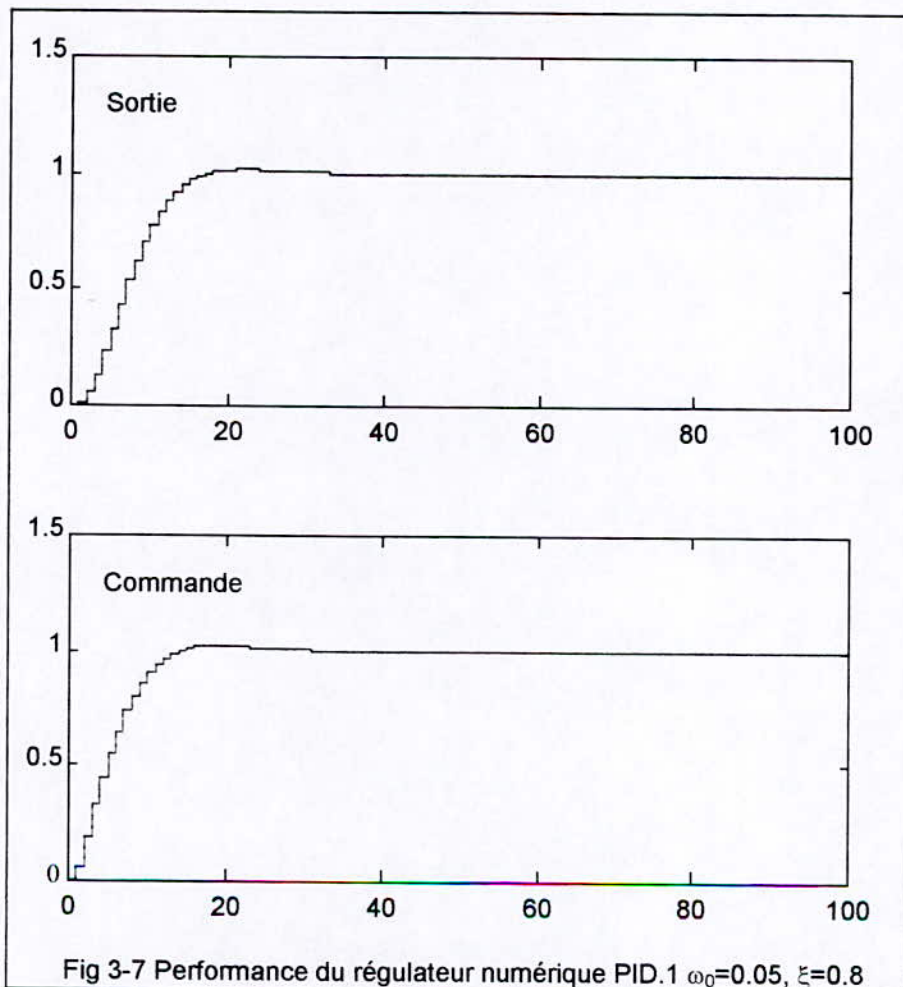
$$T_e = 5, \omega_0 = 0.05, \xi = 0.8$$

Régulateur :

$$R(q^{-1}) = 0.0621 + 0.0681 q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + 0.0238 q^{-1})$$

$$T(q^{-1}) = R(q^{-1})$$



PID continu équivalent :

$$k_p = -0.073, \quad T_i = -2.735, \quad T_d = -0.122, \quad T_d/N = 0.122$$

Si on prend le même exemple avec les performances suivantes :

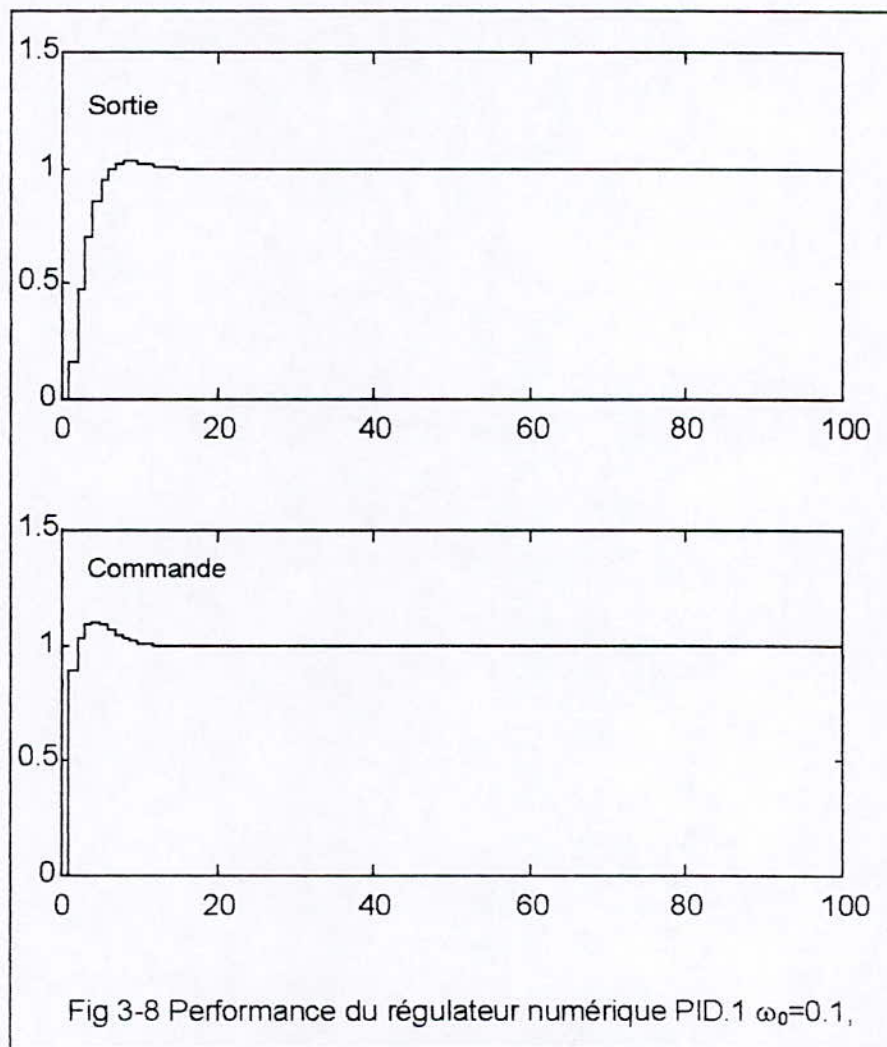
$$T_e = 5, \quad \omega_0 = 0.1, \quad \xi = 0.8$$

Le régulateur devient :

$$R(q^{-1}) = 0.8954 - 0.4671q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + 0.16343q^{-1})$$

$$T(q^{-1}) = R(q^{-1})$$



la réponse en boucle fermée est plus lente qu'en boucle ouverte car la commande $u(t)$ envoyée par le régulateur représente des échelons filtrés. Cette situation est bien connue en pratique. Pour des retards purs supérieurs à 20% ou 25% de la constante de temps, le PID continu ralentit le système en boucle fermée par rapport au système en boucle ouverte.

Pour $\omega_0 = 0.1$ (doublement de la vitesse de réponse) on observe une accélération de la réponse du procédé mais l'apparition d'un petit dépassement (supérieur à celui correspondant à $\omega_0 = 0.05$)

En examinant les résultats des calculs pour $\omega_0=0.1$ on voit que s_1 est positif, donc il n'y a pas de régulateur PID équivalent.

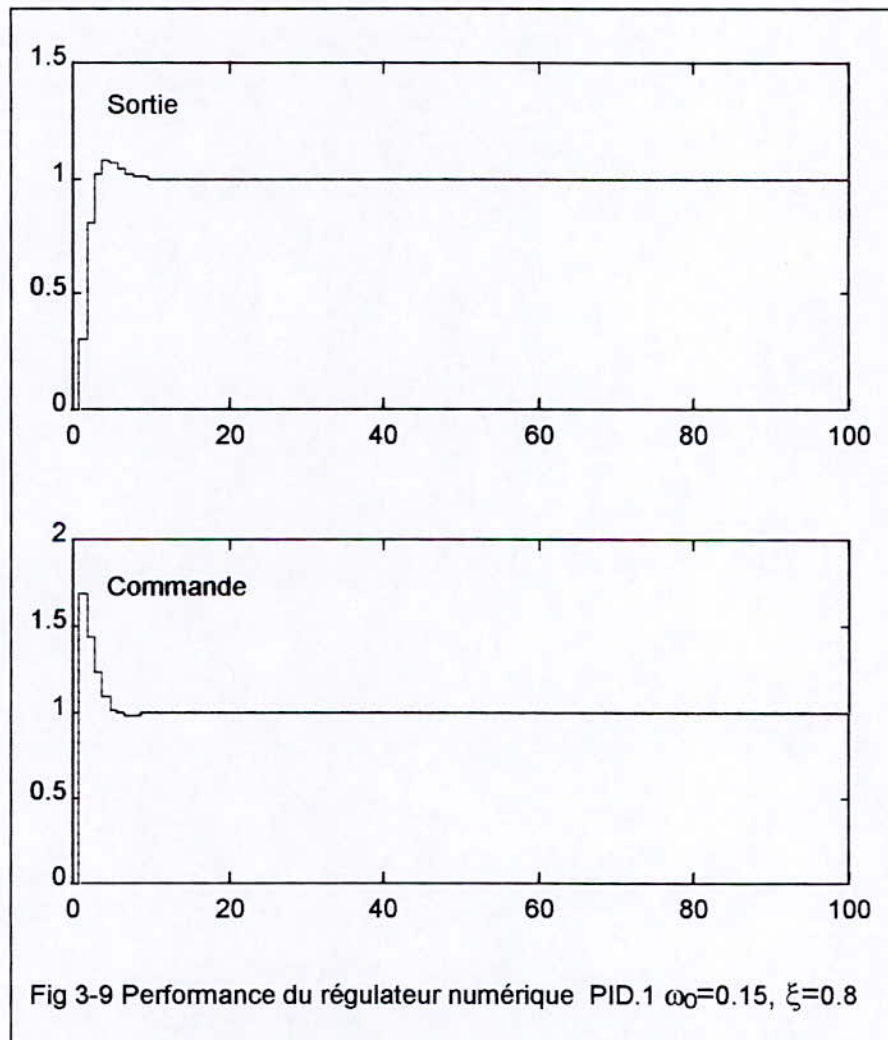
En prenant maintenant $\omega_0=0.15$, on obtient une accélération plus marquée de la réponse, mais le dépassement devient plus important. Comme dans le cas précédent, il n'y a pas de régulateur PID continu équivalent ($s_1 > 0$).

Régulateur :

$$R(q^{-1})=1.6874-0.8924q^{-1}$$

$$S(q^{-1})=(1-q^{-1})(1+0.3122q^{-1})$$

$$T(q^{-1})=R(q^{-1})$$



2- Régulateur PID.2 numérique

Les résultats du calcul du régulateur numérique PID2 pour le même procédé considéré dans le cas du régulateur numérique PID1 et avec $\omega_0=0.15$ rad/sec sont donnés par :

Processus :

$$B(q^{-1})=0.1813 q^{-1}+0.2122 q^{-2}$$

$$A(q^{-1})=1-0.6065q^{-1}$$

$$T_e=5, T=10, L=3$$

Performances :

$$T_e=5, \omega_0=0.05 \quad \xi=0.8$$

Régulateur :

$$R(q^{-1})=0.0621+0.0681q^{-1}$$

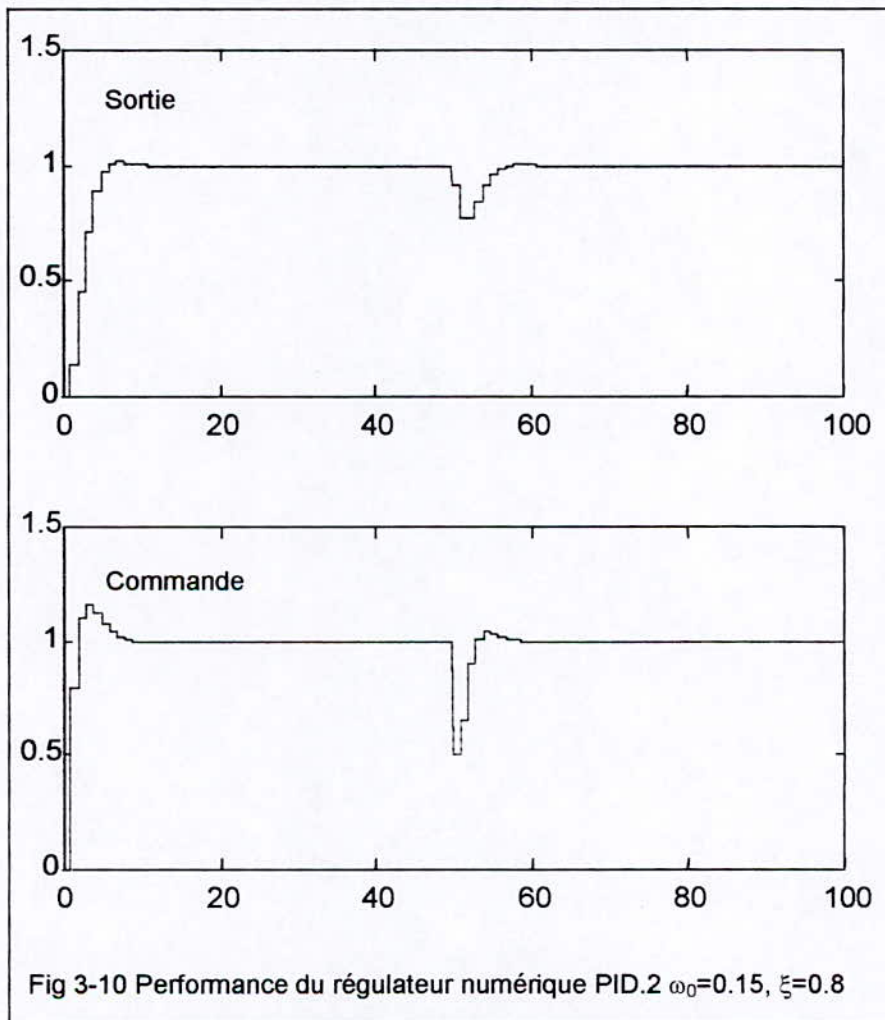
$$S(q^{-1})=(1-q^{-1})(1+0.0238q^{-1})$$

$$T(q^{-1})=0.795$$

PID continu équivalent :

(pas d'équivalent continu)

Les performances obtenues sont illustrées dans la figure 3-10 on observe que pour les même valeurs des polynômes $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ avec le régulateur numérique PID2 le dépassement en transitoire disparaît.



La figure 3-10 illustre les performances de ce régulateur en poursuite et en régulation vis-à-vis d'une perturbation de charge

Exemple2

$$G(s) = \frac{1}{3s^2 + 2s + 1} e^{-2s} \quad \omega_0=0.5, \xi=0.8$$

En appliquant la stratégie de commande placement des pôles on obtient :

processus :

$$d=2$$

$$A(q^{-1})=1-1.2768q^{-1}+0.5134q^{-2}$$

$$B(q^{-1})=0.1315+0.1051q^{-1}$$

Dynamique de poursuite :

$$A_m(q^{-1})=1-1.2451q^{-1}+0.4066q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1})=0.09727q^{-1}+0.0687q^{-2}$$

$$T_e=1, \omega_0=0.5, \xi=0.9$$

Dynamique de régulation

$$\omega_0=0.5, \xi=0.8.$$

$$P(q^{-1})=1-1.2808q^{-1}+0.4493q^{-2}$$

Pré-spécifications :

Intégrateur

Régulateur :

$$R(q^{-1})=3.7538-5.1565q^{-1}+2.1150q^{-2}$$

$$S(q^{-1})=(1-q^{-1})(1+0.9960q^{-1}+0.4331q^{-2})$$

$$T(q^{-1})=(1/0.2367)(1-1.2208q^{-1}+0.4493q^{-2})$$

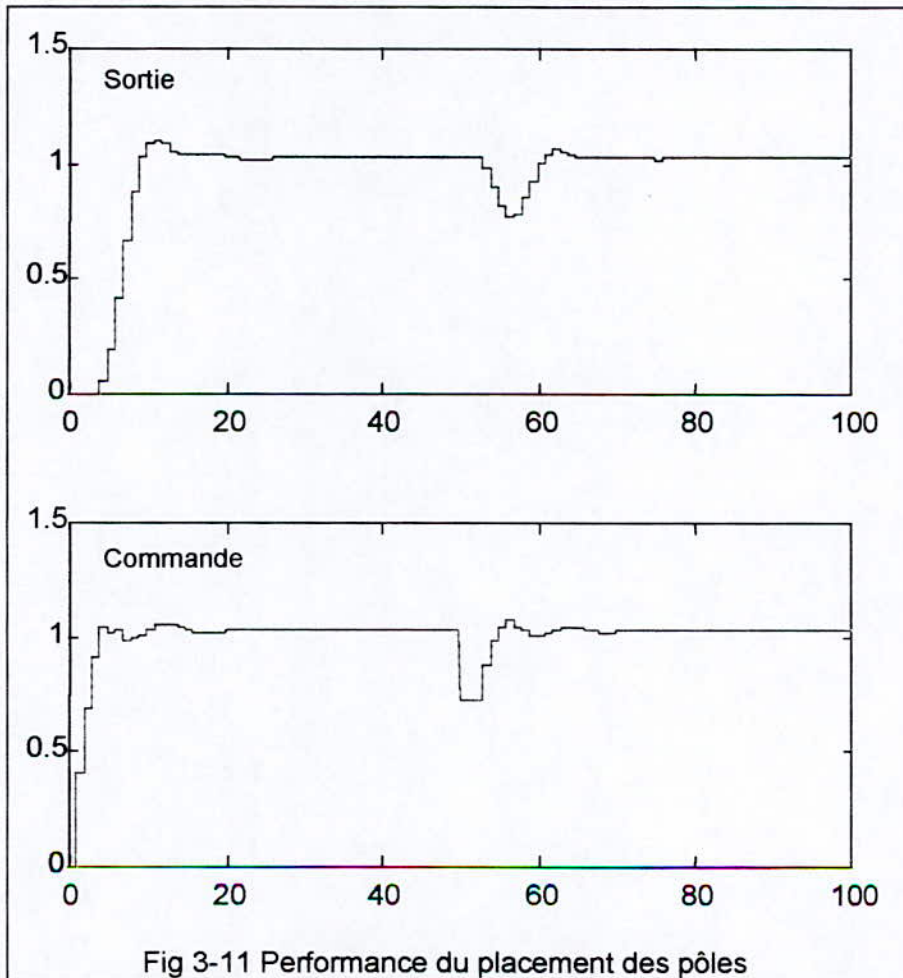


Fig 3-11 Performance du placement des pôles

Exemple 3: $G(s) = \frac{1}{4s^3 + 2s^2 + 3s + 1} e^{-32s}$

L'exemple considéré est la commande d'un processus caractérisé par un modèle continu de 3^{ème} ordre avec un retard important (32s).

processus :

$$d=32 (T_e=1)$$

$$A(q^{-1})=1-1.9521q^{-1}-6065q^{-2}$$

$$B(q^{-1})=0.0356+0.1215q^{-1}+0.0277q^{-2}$$

Dynamique de poursuite :

$$A_m(q^{-1})=1-1.2451q^{-1}+0.4066q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1})=0.09727q^{-1}+0.0687q^{-2}$$

$$T_e=1, \omega_0=0.5, \xi=0.9$$

Dynamique de régulation

$$P(q^{-1})=1-1.8429q^{-1}+0.4066q^{-2},$$

$$\omega_0=0.1, \xi=0.8$$

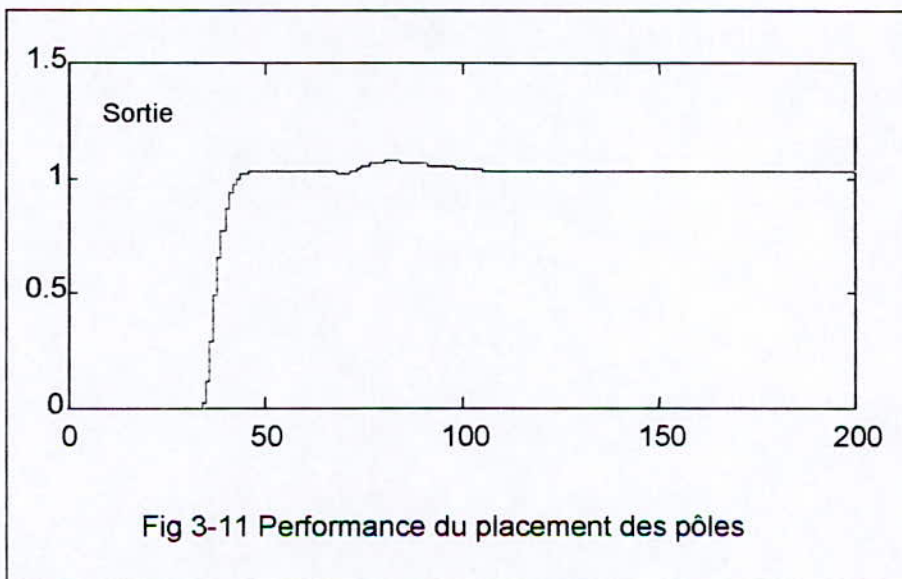
Régulateur :

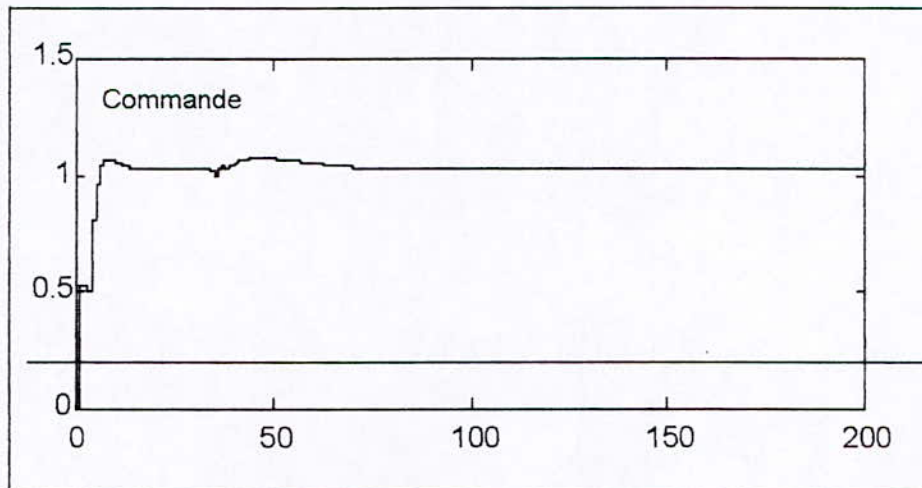
$$R(q^{-1})=0.0730-0.6110q^{-1}+1.0449q^{-2}-0.4568q^{-3}$$

$$T(q^{-1})=(1/0.2367)(1-1.2208q^{-1}+0.4493q^{-2})$$

$$S(q^{-1})=1+1.1092q^{-1}+0.4311q^{-2}-0.4764q^{-3}-0.9997q^{-4}-0.8501q^{-5}-0.1965q^{-6}+0.5015q^{-7} + \\ 0.8151q^{-8}+0.6069q^{-9}+0.0771q^{-10}-0.4039q^{-11}-0.5456q^{-12}-0.30449q^{-13}+0.1203q^{-14}+ \\ 0.4466q^{-15}+0.4826q^{-16}+0.2491q^{-17}-0.0762q^{-18}-0.2511q^{-19}-0.2555q^{-20}-0.0458q^{-21}+ \\ 0.1949q^{-22}+0.3145q^{-23}+0.2011q^{-24}+0.0782q^{-25}-0.0931q^{-26}-0.1537q^{-27}-0.0811q^{-28}+ \\ 0.0624q^{-29}+0.1792q^{-30}+0.2011q^{-31}+0.1246q^{-32}+0.0209q^{-33}.$$

La figure 3-12 montre les performances du placement des pôles. On voit que malgré le retard est important(32s), on obtient une réponse performante, le dépassement est petit et le temps de réponse est faible ce qui n'est pas le cas pour les méthodes conventionnelles.





Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs méthodes de calcul de régulateurs numériques opérant dans l'environnement industriel ont été présentées.

Tous les régulateurs ont une structure canonique à trois branches (R-S-T), correspondant à la forme :

$$S(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = T(q^{-1})y^*(t + d + 1)$$

où u est la commande, y la sortie du processus, y^* la trajectoire désirée en poursuite et d le retard pur discret.

Le calcul du régulateur s'effectue en général en deux étapes :

1. Calcul des polynômes $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ pour obtenir les performances désirées en régulation.
2. Calcul du polynôme $T(q^{-1})$ pour approcher les performances désirées en poursuite.

Les régulateurs sont parfaitement adaptés pour la régulation des procédés ayant des retards purs. La complexité du régulateur (c'est-à-dire les degrés des polynômes $S(q^{-1})$, $R(q^{-1})$ et $T(q^{-1})$) dépend uniquement des degrés des polynômes de la fonction de transfert échantillonnée du modèle du procédé.

Ce modèle peut être obtenu directement par discrétisation d'un modèle continu du procédé.

Pour des procédés caractérisés par des modèles d'ordre réduit (≤ 2) et des retards purs petits (ou nuls), on peut utiliser les régulateurs PID numériques obtenus par discrétisation des régulateurs PID analogiques.

Les régulateurs PID numériques sont calculés directement à partir de connaissance de modèle discret du procédé à réguler. Deux structures de régulateurs PID numériques ont été examinées. Ils diffèrent entre eux uniquement par le choix du polynôme $T(q^{-1})$. Il est recommandé d'utiliser $T(q^{-1})=R(1)$ (correspondant aux régulateurs numériques PID2), qui offre des meilleures performances en poursuite.

La stratégie de commande placement de pôles s'applique aux procédés ayant des modèles discrets avec des zéros aussi, bien stables qu'instables. Elle permet d'atteindre les performances désirées en régulation filtrées par les zéros du procédé.

La prise en compte simultanée des performances et des marges de robustesse imposées peut nécessiter un calibrage de la fonction de sensibilité perturbation-sortie, à l'aide des parties pré spécifiables du régulateur et choix des pôles en boucle fermée.

CHAPITRE 4

PREDICTEUR DE SMITH

4-1-Introduction [15][31]

On a vu dans le chapitre 2 que lorsque le retard est important, il sera difficile de contrôler le système avec un PID, cela est dû essentiellement à la phase additionnelle introduite par le retard qui tend à déstabiliser le système en boucle fermée. Pour compenser cet effet il faut une réduction du gain de contrôleur, cette réduction résoud le problème mais la réponse en boucle fermée devient lente.

Smith (1957,1959) a proposé un contrôleur pour éviter les problèmes précédents. Ce contrôleur était considéré le seul capable de surpasser les difficultés introduites par la présence de retard.

Beaucoup de travaux ont montré l'amélioration des performances apportées par le PS par rapport aux méthodes conventionnelles. D'autres notent les circonstances pour lesquelles le PS conduit à une véritable dégradation des performances, telle que l'instabilité du système.

Pour mieux éclairer les choses nous avons étudié dans ce chapitre la méthode de Smith tout en mettant l'accent sur les propriétés et la robustesse de sa configuration avec l'étude de quelques exemples de simulation afin de tirer les conclusions.

4-2-Calcul du contrôleur de Smith

Soit le système suivant :

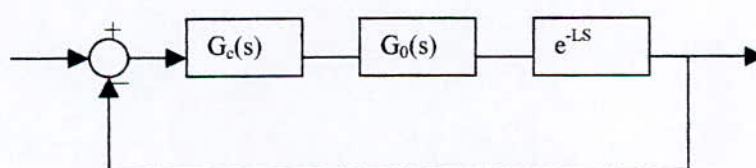


Fig 4-1 Système à retard

La détermination du compensateur $G_c(s)$ se fait en "sortant" le retard de la boucle.

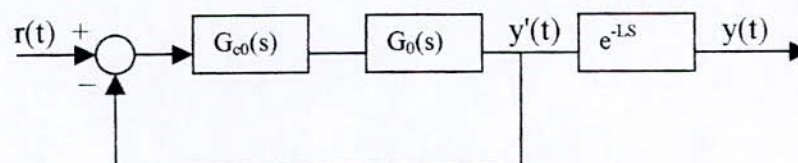


Fig 4-2 Compensation désirée

Donc, on détermine $G_c(s)$ de façon à obtenir la même fonction de transfert pour les deux schémas précédents.

$$\frac{G_{c0}(s)G_0(s)e^{-LS}}{1 + G_{c0}(s)G_0(s)} = \frac{G_c(s)G_0(s)e^{-LS}}{1 + G_c(s)G_0(s)e^{-LS}}$$

$$G_c(s) = \frac{G_{c0}(s)}{1 + G_{c0}(s)G_0(s)(1 - e^{-LS})} \quad (4-1)$$

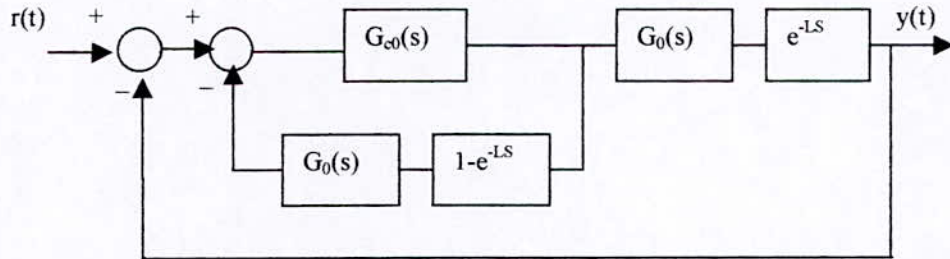


Fig 4-3 Ca cul de contrôleur de Smith

On voit apparaître dans le compensateur $G_c(s)$ la fonction de transfert du système et le retard, cela suppose que ceux-ci sont parfaitement connus. On peut mettre ce schéma fonctionnel sous une forme permettant de mieux interpréter les différences sur les paramètres du modèle, c'est la configuration du prédicteur de Smith :

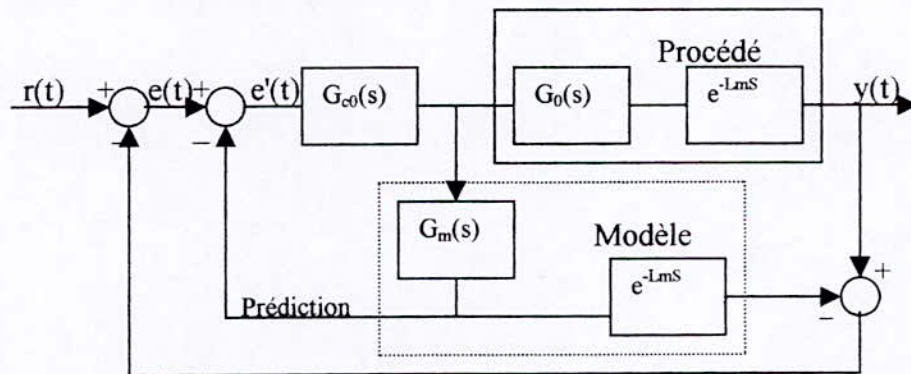


Fig 4-4 Mise en évidence de la prédiction, du système et de son modèle

Où $G_m(s)e^{-LmS}$ est le modèle de procédé.

L'avantage de la méthode de Smith est qu'elle permet de résoudre deux difficultés des systèmes à retard :

- L'extraction du retard de la boucle d'asservissement ce qui permet d'éviter l'apparition d'une infinité de solutions de l'équation caractéristique.
- L'élimination de la sur-correction du régulateur lorsque le procédé présente un temps mort. En effet, le signal d'entrée $e(t)$ contient la sortie estimée durant le temps mort, par conséquent l'erreur ajustée $e'(t)$ asservie à l'entrée du régulateur primaire contient l'erreur causée par l'action de ce dernier ce qui permet de régler l'action de correcteur.

En se référant au schéma de la figure 4-4, la fonction du transfert du système global en boucle fermée est donnée par :

$$H_r = \frac{Y(s)}{R(s)} \Big|_{d(s)=0} = \frac{G_0(s)G_{c0}(s)e^{-LS}}{1 + G_{c0}(s)G_{m0}(s) \left(\frac{G_{m0}(s)}{G_0(s)} (1 - e^{-LmS}) + e^{-LS} \right)} \quad (4-2)$$

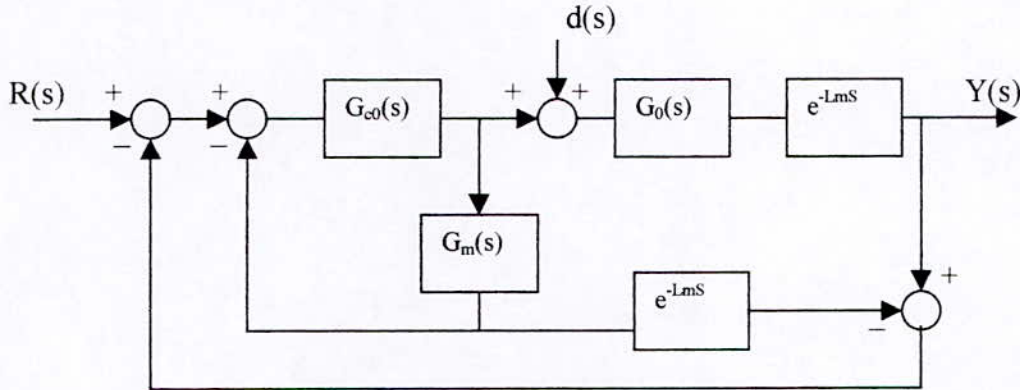


Fig 4-5 Schéma de prédicteur de Smith, sous une perturbation

Lorsque le modèle employé représente exactement le procédé, c'est à dire que, $G_0(s) = G_{m0}(s)$ et $L = L_m$, la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H_r(s) = \frac{G_{c0}(s)G_{m0}(s)e^{-LS}}{1 + G_{c0}(s)G_{m0}(s)} \quad (4-3)$$

où l'équation caractéristique ne contient pas de temps mort. Ainsi $H_r(s)$ représente aussi le système de la figure 4-2 (le schéma de cette figure est appelé *représentation équivalente du prédicteur de Smith*).

4-2-2 Commentaires

La représentation équivalente du prédicteur de Smith permet de calculer le correcteur primaire comme s'il n'y avait pas de retard puisque $y(t)$ est seulement une version retardée de $y'(t)$, (figure 4-2).

L'inexactitude de cette conclusion a été déjà mentionnée dans plusieurs articles[25]. L'ambiguïté apparente est que les deux systèmes ne sont pas équivalents que si le modèle employé représente exactement le procédé à commander, c'est à dire : $G_0(s) = G_{m0}(s)$ et $L=L_m$. En pratique, il est impossible de modéliser exactement les dynamiques des procédés ni leurs retards, d'où l'absence de modèle parfait.

Lorsqu'on tient compte des erreurs de modélisation et en examinant la fonction de transfert globale correspondante, l'équation caractéristique est :

$$1 + G_{c0}(s)G_{m0}(s) + G_{c0}(s)[G_0(s)e^{-LS} - G_{m0}(s)e^{-LmS}] = 0 \quad (4-4)$$

On peut remarquer qu'une légère différence dans la modélisation du retard ou du modèle rationnel, affecte la position des pôles de l'équation caractéristique et ainsi la stabilité du système.

De ce fait, il faut noter que lorsque le procédé possède des pôles à partie réelle positive (systèmes instables), la différence minimale et inévitable entre le procédé et son modèle conduit à

une instabilité du système globale. L'emploi du contrôleur de Smith simple ne convient pas dans ce cas. Notre étude ne concerne que les procédés dont les pôles sont à parties réelles négatives.

Pour conclure, on peut dire que la stabilité du système à base du contrôleur de Smith, est grandement liée à la précision avec laquelle le modèle représente le procédé. Ainsi, le système global est devenu très sensible aux variations des dynamiques du procédé et les erreurs de modélisation. par conséquent, l'emploi de la méthode de Smith doit être précédée par une étude sérieuse de la sensibilité.

4-3- Effet de perturbation sur la sortie

L'effet de perturbation sur la sortie est donné par :

$$H_d(s) = \frac{Y(s)}{d(s)} \Big|_{r(s)=0} = \frac{G_o(s)e^{-Ls} [1 + G_{co}(s)G_{mo}(s)(1 - e^{-Lms})]}{1 + G_{co}(s)G_o(s) \left[\frac{G_{mo}(s)}{G_o(s)} (1 - e^{-Lms}) + e^{-Ls} \right]} \quad (4-5)$$

Dans le cas ou le modèle représente exactement le procédé à commander , on aura :

$$H_d(s) = \frac{G_{m0}(s)e^{-Ls} [1 + G_{co}(s)G_{mo}(s)(1 - e^{-Lms})]}{1 + G_{co}(s)G_o(s)} \quad (3-6)$$

il est bien clair que même sous ces conditions :

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_d(s) \neq 0 \quad (4-7)$$

cette limite dépend évidemment du type de modèle et de la forme du régulateur primaire employé.

4-4- Stabilité [17][25]

Lorsque les paramètres du modèle représentent exactement le procédé (contrôleur idéal) le système global est asymptotiquement stable, c'est-à-dire que tous les pôles se trouvent dans le demi-plan à partie réelle négative.

Malheureusement dans certaines situations, le système peut perdre sa stabilité pour un petit changement de retard, système qui est stable pour le cas nominal et devient instable pour une petite erreur entre le procédé et le modèle, on appelle ces systèmes "*systèmes pratiquement instable*".

Pour faciliter l'analyse on définit les deux fonction suivantes:

$$Q(s) = \frac{G_{c0}(s)G_{m0}(s)}{1 + G_{c0}(s)G_{m0}(s)} \quad (4-8)$$

Q(s) est la fonction de transfert en boucle fermée dans le cas idéal.

$$I(s) = 1 - \frac{G_0(s)}{G_{m0}(s)} e^{-(L-L_m)s} \quad (4-9)$$

$I(s)$ mesure dans certains sens l'ignorance de représenter le procédé par le modèle, on appelle "fonction d'ignorance"[25].

On considère maintenant la stabilité d'un système contenant un retard (L) et un contrôleur de Smith, dans le cas non idéal ($G_{m0}(s) \neq G_0(s)$, $L_m \neq L$). L'équation caractéristique est donnée en fonction de Q, I par :

$$1 + G_c(s)G(s) = \frac{1 - Q(s)I(s)e^{-Lms}}{1 - Q(s)e^{-Lms}} \quad (4-10)$$

La stabilité dans le cas non idéal est déterminée par le lieu des racines de l'équation :

$$P(s) = 1 - Q(s)I(s)e^{-Lms} = 0 \quad (4-11)$$

La stabilité est d'abord étudiée dans le cas où ($L_m \neq L$).

4-4-1- Théorème 1 [25]

Pour les systèmes ayant un retard et un contrôleur de Smith, il est nécessaire pour que le système soit pratiquement stable, que :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(s)| < 1/2 \quad (4-12)$$

4-4-2- Développement

Soit $G_0(s)G_{m0}(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

- Si $\deg(N) < \deg(D) \Rightarrow \lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(s)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + \frac{N(s)}{D(s)}} \right| = 0$

\Rightarrow le système global est pratiquement stable.

- Si $\deg(N) > \deg(D) \Rightarrow \lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(s)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{N(s)}{1 + D(s)} \right| = 1$

\Rightarrow le système global est pratiquement instable.

- Si $\deg(N) = \deg(D)$

a) les coefficients des grands termes de $N(s)$ et $D(s)$ sont égaux.

$$\Rightarrow \lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(s)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + \frac{N(s)}{D(s)}} \right| = 1/2$$

⇒ le système global est pratiquement instable.

b) les coefficients des grands termes de N(s) et D(s) sont égaux et opposés en signe, dans ce cas, le système global est instable.

Remarque

La condition du théorème 1, ne dépend pas du retard car un système pratiquement stable, reste pratiquement stable pour n'importe quelle valeur du retard.

Lorsque le théorème 1 est vérifié il reste à distinguer deux cas :

- le système est stable pour n'importe quelle variation ΔL.
- il existe une limite finie ΔL_{max} de variation de ΔL.

4-4-3- Théorème 2 [25]

a) le système en boucle fermée est asymptotiquement stable pour n'importe quelle variation ΔL si.

$$|Q(j\omega)| < 1/2 \quad \text{pour toutes } \omega \geq 0 \tag{4-13}$$

b) il existe une limite finie ΔL_{max} pour que le système en boucle fermée soit asymptotiquement stable pour toute variation de retard |ΔL| < ΔL_{max} si :

$$\left\{ \begin{array}{l} |Q(j\omega)| \leq 1 \quad \text{pour } \omega \geq 0 \\ \text{et} \\ \lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(j\omega)| < 1/2 \end{array} \right. \tag{4-14}$$

$$\Delta L_{\max} = \frac{\pi}{3\omega_0} \tag{4-15}$$

où ω₀ est la plus petite fréquence qui vérifie la condition. |Q(jω)| < 1/2.

4-5- Stabilité relative

Considérant les propriétés de la fonction rationnelle Q(s), on peut dériver quelques conditions pour lesquelles le système en boucle fermée avec un contrôleur de Smith possède quelques propriétés de stabilité relative.

4-5-1- Théorème 3 [25]

Soit Q(s) analytique dans le demi-plan à partie réelle négative. Si |Q(jω)| < 1/2 pour toute ω ≥ 0, la boucle fermée a :

- une marge du gain au minimum égale à 2;
- une marge du phase au minimum égale à 60°.

Remarque

Si $Q(s)$ satisfait les conditions du théorème 2, le système possède les propriétés de stabilité relative du théorème 3.

4-6- Conditions de stabilité pour le cas non idéal

La fonction d'ignorance $I(s)$ mesure la non idéalité du modèle utilisé. La stabilité dans le cas non idéal est déterminée par le lieu des racines de polynôme $P(s)$. Cependant, il est possible de dériver les conditions nécessaires et suffisantes sur $I(s)$ qui assure la stabilité pour $Q(s)$ donnée.

4-6-1- Lemme 1[25]

Le système en boucle fermée est asymptotiquement stable dans le cas non idéal il est nécessaire que :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(j\omega)I(j\omega)| < 1 \tag{4-16}$$

4-6-2- Lemme 2[25]

le système en boucle fermée est asymptotiquement stable dans le cas non idéal si :

$$|Q(j\omega)I(j\omega)| < 1 \quad \text{pour toute } \omega > 0 \tag{4-17}$$

4-7- Application sur un système de premier ordre avec retard

On considère un procédé de premier ordre avec retard, $G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}$ avec un contrôleur primaire PI, ce contrôleur doit être ajusté de façon que $|Q(j\omega)| < 1$, $G_c(s) = kc(1 + 1/Tis)$. Le modèle du procédé est donné par :

$$: G(s) = \frac{K_m e^{-Lm s}}{T_m s + 1}$$

$$|Q(j\omega)| = \frac{kcK_m \sqrt{1 + Ti^2 \omega^2}}{\sqrt{(kcK_m - T_m Ti \omega^2)^2 + Ti^2 (kcK_m + 1)^2 \omega^2}}$$

Soit :

$$\begin{aligned} \Delta L &= L - L_m, \\ \Delta T &= T - T_m, \\ \Delta K &= K - K_m. \end{aligned}$$

Puisque $|Q(j\omega)| < 1$ (après l'ajustement de contrôleur primaire PI), la condition de stabilité dans le cas non idéal se réduit à $|I(j\omega)| < 1$.

1- $L_m \neq L$, $T_m = T$ et $K_m = K$

$Q(j\omega)$ vérifie la condition du théorème 2-b, il existe donc une limite ΔL_{\max} pour que le système soit stable :

2- $L_m = L$, $T_m \neq T$ et $K_m = K$

La fonction $I(s) = \frac{\Delta T s}{1 + (Lm + \Delta T)s} \Rightarrow |I(j\omega)| = \frac{\Delta T \omega}{\sqrt{1 + (T_m + \Delta T)^2 \omega^2}}$

$|I(j\omega)| < 1 \Rightarrow \Delta T > -\frac{T_m}{2}$ (4-18)

- Si $\Delta T > 0$, $|I(j\omega)| < 1$ pour toute $\omega > 0 \Rightarrow$ le système est stable.

- Si $\Delta T < 0$, $|I(j\omega)| < 1 \Rightarrow \frac{|\Delta T|}{T_m} < \frac{1}{2}$ (4-19)

Dans ce cas le système est stable, si la condition précédente est vérifiée.

3- $L_m = L$, $T_m = T$ et $K_m \neq K$.

Dans ce, $I(s) = 1 - \frac{K}{K_m} \Rightarrow |I(j\omega)| = \left| 1 - \frac{K}{K_m} \right|$

- Si $K_m > K \Rightarrow |I(j\omega)| < 1$, le système est stable.

- Si $K_m < K$.

Le système est stable si $|I(j\omega)| < 1 \Rightarrow \frac{|\Delta K|}{K_m} < 1$ (4-20)

4-8- Exemple

$G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-5s}$

$L=5$, $T=1$ et $K=1$.

Le modèle de procédé est donné par : $G(s) = \frac{K_m e^{-Lms}}{T_m s + 1}$, le contrôleur primaire est PI,

$G_c(s) = 2(1 + 1/s)$.

On trace la courbe de $|Q(j\omega)|$, il vient que $Q(j\omega)$ vérifie la condition (4-14) du théorème 2. ($|Q(j\omega)| < 1$).

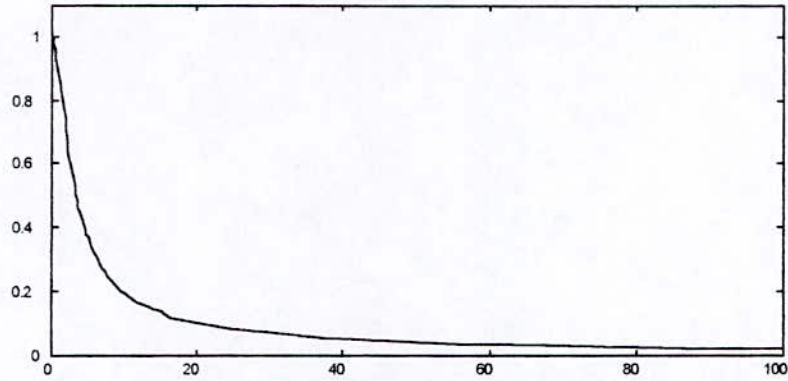


Fig 4-6 La courbe $|Q(j\omega)|$

Puisque $Q(j\omega)$ vérifie la condition du théorème 2-b, $\Delta L_{\max} = \frac{\pi}{3\omega_0}$

ω_0 est la plus petite fréquence qui vérifie $|Q(j\omega)| < 1/2$, $\omega_0 = \sqrt{-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{57}}{2}}$

$$\Rightarrow \Delta L_{\max} = 0.6942$$

4-8-1 Influence de l'erreur d'estimation du retard (L_m) sur la stabilité

Retard de modèle L_m	ΔL	La condition $ \Delta L < \Delta L_{\max}$
5	0	Vérifiée (cas idéal)
4	1	Non vérifiée
5.9	-0.9	Non vérifiée
5.5	0.5	Vérifiée

Tableau 4-1 Stabilité du système pour les différentes valeurs de L_m

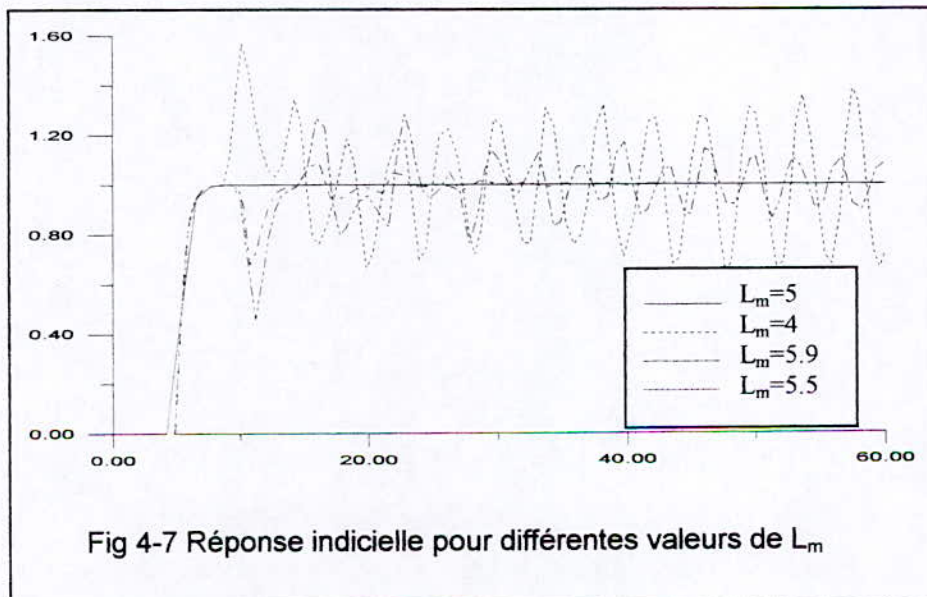
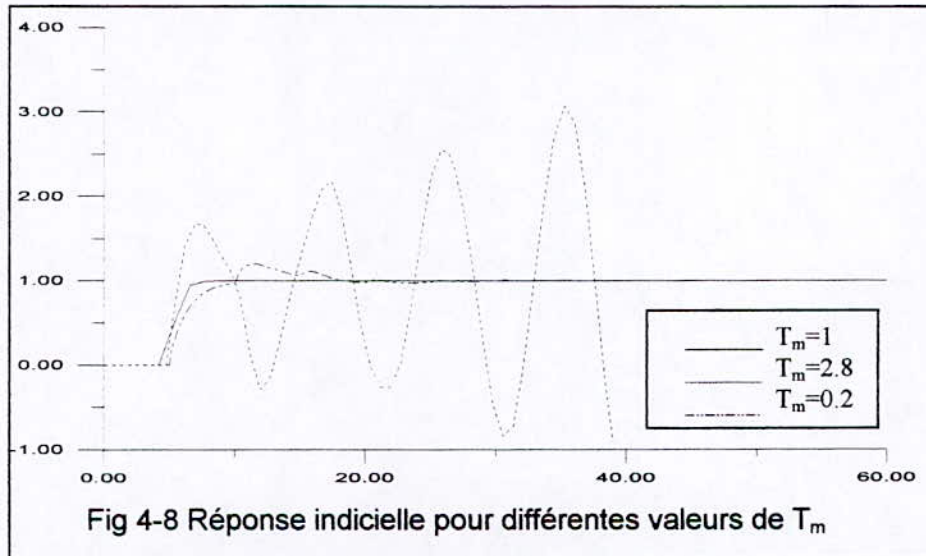


Fig 4-7 Réponse indicielle pour différentes valeurs de L_m

4-8-2 Influence de l'erreur d'estimation de la constante de temps (T_m) sur la stabilité

Constante de temps T_m	ΔT	Stabilité
2.8	-1.8	$\Delta T < 0$, $ \Delta T /T_m = 0.64 > 0.5$, la condition de stabilité n'est pas vérifiée.
0.2	0.8	$\Delta T > 0$, la condition de stabilité est vérifiée

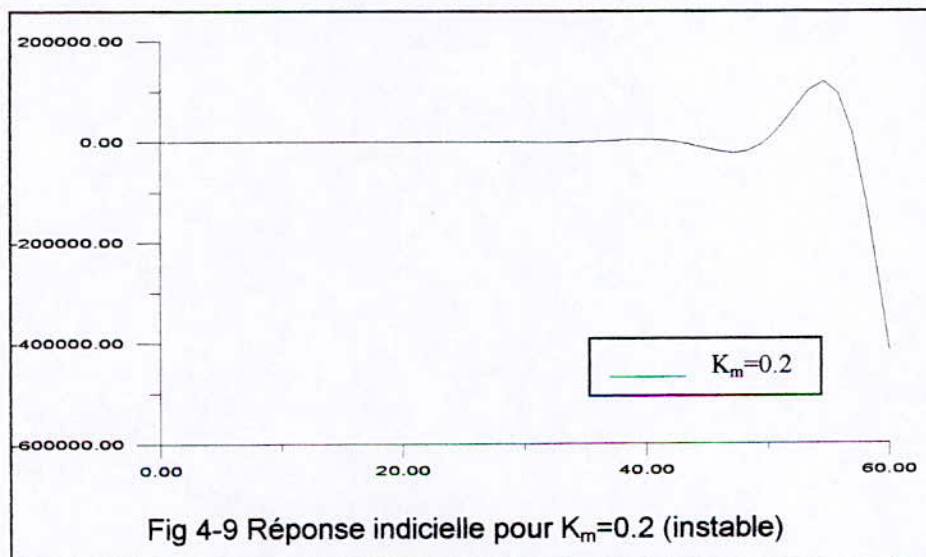
Tableau 4-2 Stabilité du système pour les variations de T_m

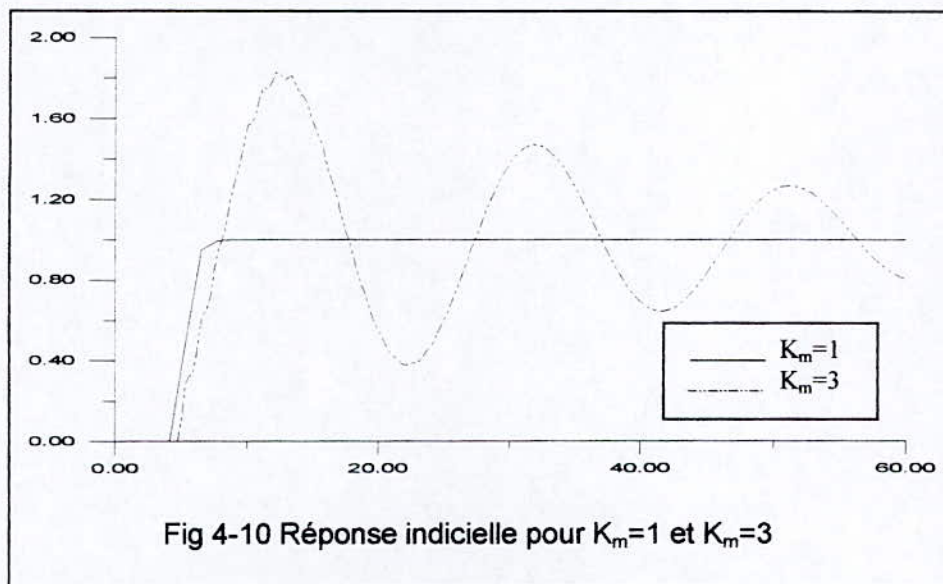


4-8-3 Influence de l'erreur d'estimation de gain statique (K_m) sur la stabilité

Le gain statique K_m	ΔK	Stabilité
0.2	0.8	$\Delta K > 0$, $ \Delta K /K_m = 4 > 1$, la condition de stabilité n'est pas vérifiée.
3	-2	$\Delta K < 0$, la condition de stabilité est vérifiée.

Tableau 4-3 Stabilité du système pour les variations de K_m





4-8-4 Commentaires

- Pour les variations positives de ΔT et ΔK le système reste toujours stable.
- Pour les variations négatives de ΔT et ΔK le système est stable lorsque ΔT et ΔK vérifient respectivement les conditions suivantes :

$$|\Delta T|/T_m < 1/2$$

$$|\Delta K|/K_m < 1$$

- Pour la variation de retard :
 - Si $|\Delta| < \Delta L_{\max}$, le système est stable.
 - Si $|\Delta| > \Delta L_{\max}$, le système est instable.

4-9- Autres structures de prédicteur de Smith

Il existe plusieurs procédés qui peuvent être décrit par un intégrateur plus un retard. Dans ce cas, ni le régulateur PID, ni le prédicteur de Smith ne conviennent, en effet le régulateur PID donne des réponses oscillatoires (Tyreus et Luyben 1992), et le prédicteur de Smith résulte en une grande erreur statique en présence des perturbations constantes[32].

Afin de résoudre le problème plusieurs travaux ont été faits, dans cette section on va présenter trois nouvelles structures du prédicteur de Smith qui sont destinées pour les procédés ayant un mode intégral plus un retard.

4-9-1- Structure de Watanabe [32]

Watanabe et Ito (1981), ont présenté une modification dans le prédicteur de Smith, qui permet d'améliorer la rejection des perturbations à condition que le retard soit bien estimé.

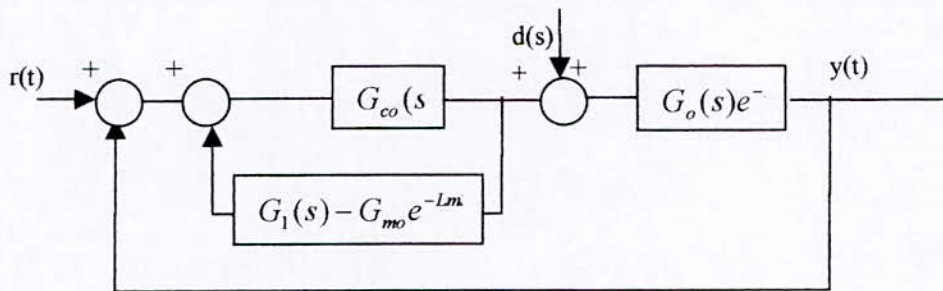


Fig 4-11 Schéma de Watanabe

$$G_1(s) = \frac{G_{m0}(s)}{1 + L_m s}$$

L'inconvénient de ce contrôleur, est que, lorsque le retard n'est pas bien estimé, une petite erreur statique persiste.

4-9-2- Structure d'Aström [32]

Dans le même but, Aström et al (1994) ont proposé une nouvelle structure du prédicteur de Smith pour un intégrateur pur de pente normalisée à 1 plus un retard.

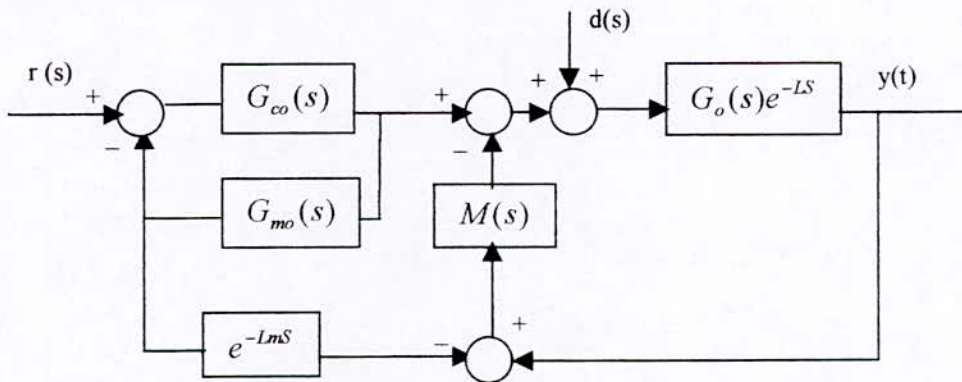


Fig 4-12 Structure d'Aström

où $G_{mo}(s) = \frac{1}{S}$

$$M(s) = \frac{k_4 + \frac{k_3}{4}}{1 + k_1 + \frac{k_2}{s} + \frac{k_3}{s^2} - (\frac{k_4}{s} + \frac{k_3}{s^2}) - (\frac{k_4}{s} + \frac{k_3}{s^2})e^{-Lms}} \quad (4-21)$$

Avec

$$k_4 - k_2 + k_3L_m \quad (4-22)$$

et

$$G_{co}(s) = k_4 + \frac{k_3}{s} \quad (4-23)$$

L'avantage de cette structure, est qu'elle permet de découpler la réponse en régulation de celle en poursuite. Donc on peut améliorer la réponse de régulation sans toucher à celle de poursuite. Malheureusement, ce contrôleur nécessite l'ajustage de trois paramètres pour obtenir les performances désirées, ce qui est difficile à réaliser.

4-9-3- Prédicteur de Smith modifié [22]

Une modification dans le prédicteur de Smith est proposée pour commander les procédés d'ordre élevé avec une action intégrale et un retard important.

Le contrôleur a une simple structure qui est obtenue par la considération d'un intégrateur idéal avec un retard et qui inclue toujours trois paramètres : le retard, le gain du modèle et la constante du temps désirée pour la réponse en poursuite en boucle fermée du premier ordre.

Par l'ajustement de ces trois paramètres, on peut obtenir des bonnes performances en poursuite et en régulation.

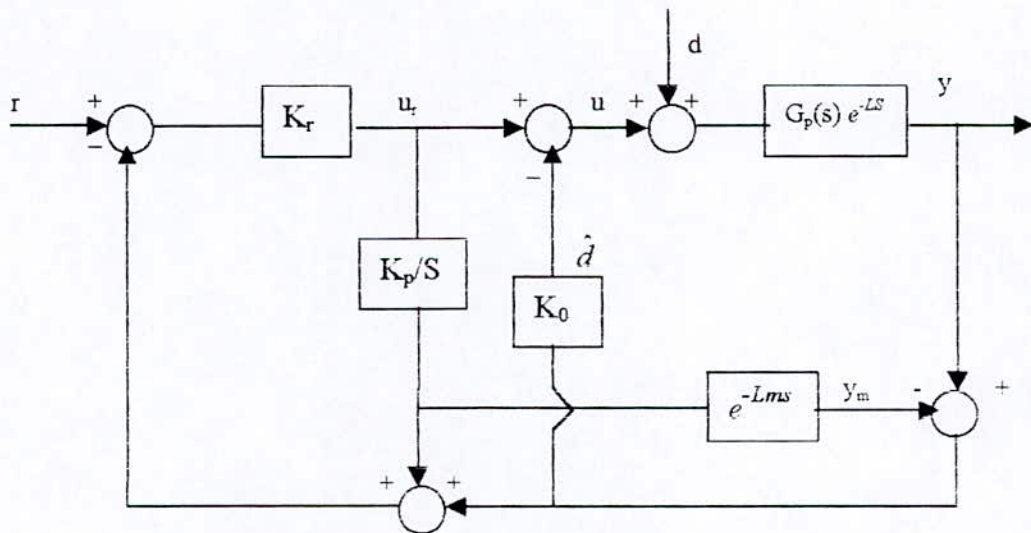


Fig 4-13 Schéma du prédicteur de Smith modifié

- Si $K_0=0$ on obtient le prédicteur de Smith
- Si $K_0 \neq 0$ on obtient le prédicteur de Smith modifié, le simple modèle qui peut approximer les caractères essentiels du procédé avec un intégrateur et long retard est donné par :

$$\frac{K_p}{s} e^{-LmS}$$

Lorsque le modèle représente exactement le procédé on aura :

$$G_p(s) = \frac{K_p}{s}, \quad L = L_m \quad (4-24)$$

La réponse en poursuite et régulation est donnée par :

$$Y(s) = H_r(s)R(s) + H_d(s)D(s) \quad (4-25)$$

Avec

$$H_r(s) = \frac{K_p K_r e^{-LmS}}{s + K_p K_r} \quad (4-26)$$

$$H_d(s) = \frac{K_p [s + K_p K_r (1 - e^{-LmS})] e^{-LmS}}{(s + K_p K_r)(s + K_0 K_p e^{-LmS})} \quad (4-27)$$

de (4-26)

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_d(s) = 0 \quad \text{pour } K_0 \neq 0 \quad (4-28)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_d(s) = \frac{1 + K_p K_r L_m}{K_r} \quad \text{pour } K_0 = 0 \quad (4-29)$$

Si le système en boucle fermée est stable, l'équation (4-28) démontre qu'il n'y a pas d'erreur statique.

De (4-26) et (4-28) :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} y(t) = r(t) \quad (4-30)$$

De (4-25) et (4-27) :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_r(t) = 0 \quad (4-31)$$

De la figure 4-13 et l'équation (4-30) :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{d}(t) = d \quad (4-32)$$

\hat{d} est le signal estimé de la perturbation d .

Les relations (4-28), (4-30) et (4-32) sont satisfaites lorsque $G_p(s) \neq K_p/s$ [22]. Nous observerons ce résultat dans la partie simulation.

Lorsque l'équation (4-24) représente exactement le procédé, il vient de (4-26) et (4-27) que la stabilité du prédicteur de Smith modifié dépend des racines de l'équation caractéristique :

$$(s + K_p K_r)(s + K_0 K_p e^{-LmS}) = 0 \quad (4-33)$$

L'analyse des racines de l'équation :

$$(s + K_0 K_p e^{-LmS}) = 0 \quad (4-34)$$

peut se faire à l'aide de la technique (lieux des racines)

$$1 + W(s) = 0 \quad (4-35)$$

$$W(s) = K_0 K_p e^{-LmS} / s \quad (4-36)$$

Donc on peut appliquer le critère de Nyquist pour trouver le gain K_{0u} pour lequel on a pour tout $K_0 < K_{0u}$ toutes les racines $s=p_i$ de l'équation (4-34) qui satisfont la condition : $R\{p_i\} < 0$. K_{0u} est obtenu en mettant la marge de phase ϕ_m égale à zéro dans la relation :

$$\phi_m = \pi + \arg\{W(j\omega 1)\} \quad (4-37)$$

$$|W(j\omega 1)| = 1 \quad (4-38)$$

$$(4-36) \Rightarrow \pi + (-\pi/2 - Lm\omega 1) = 0 \Rightarrow \omega 1 = \pi/2Lm$$

$$|W(j\omega 1)| = 1 \Rightarrow \left| \frac{K_{0u} K_p}{\omega 1} \right| = \frac{2K_{0u} K_p Lm}{\pi} = 1$$

$$\Rightarrow K_{0u} = \frac{\pi}{2K Lm} \quad (4-39)$$

pour trouver K_0 on fait la même chose mais avec une marge de phase $\phi_m > 0$:

$$K_0 = \frac{\pi/2 - \phi_m}{K_p Lm} \quad (4-40)$$

si on choisit $\phi_m = 61.3065^\circ$ ce qui correspond à $\pi/2 - \phi_m = 1/2$:

$$K_0 = \frac{1}{2K_p Lm} \quad (4-41)$$

D'après (4-26) on déduit la relation suivante qui relie le gain du contrôleur K_r avec la constante du temps désirée T_r pour la réponse en poursuite du 1^{ère} ordre en boucle fermée :

$$K_r = \frac{1}{K_p T_r} \quad (4-42)$$

Un nombre important de simulations, montre que la valeur de T_r doit être proche de la constante du temps dominante de $G_p(s)$, cela signifie que l'on veut garder la constante du temps en boucle ouverte égale à celle de la boucle fermée.

Il y a deux raisons pour cette spécificité :

- lorsqu'on a un long retard, il n'y a pas de sens d'accélérer la réponse en boucle fermée en respectant la réponse en boucle ouverte.

- les faibles valeurs de T_r peuvent causer l'instabilité du prédicteur de Smith modifié lorsque le modèle n'a pas la même dynamique que le processus (ie $G_p(s) \neq K_p/s$).

D'après les relations (4-41) et (4-42), il vient que l'ajustement du prédicteur de Smith modifié se fait par les trois paramètres K_p, T_r et Lm ces trois paramètres ont tous une signification physique ce qui simplifie la procédure de l'ajustement manuel. De plus le gain K_p peut être déterminé expérimentalement de la réponse impulsionnelle en boucle ouverte du processus inconnu, aussi le nombre de paramètres à ajuster se réduit à deux, T_r et Lm .

4-9-3-1 Exemples de simulation

Exemple 1 $G_{p1}(s) = \frac{1}{s}, \quad L = 5$

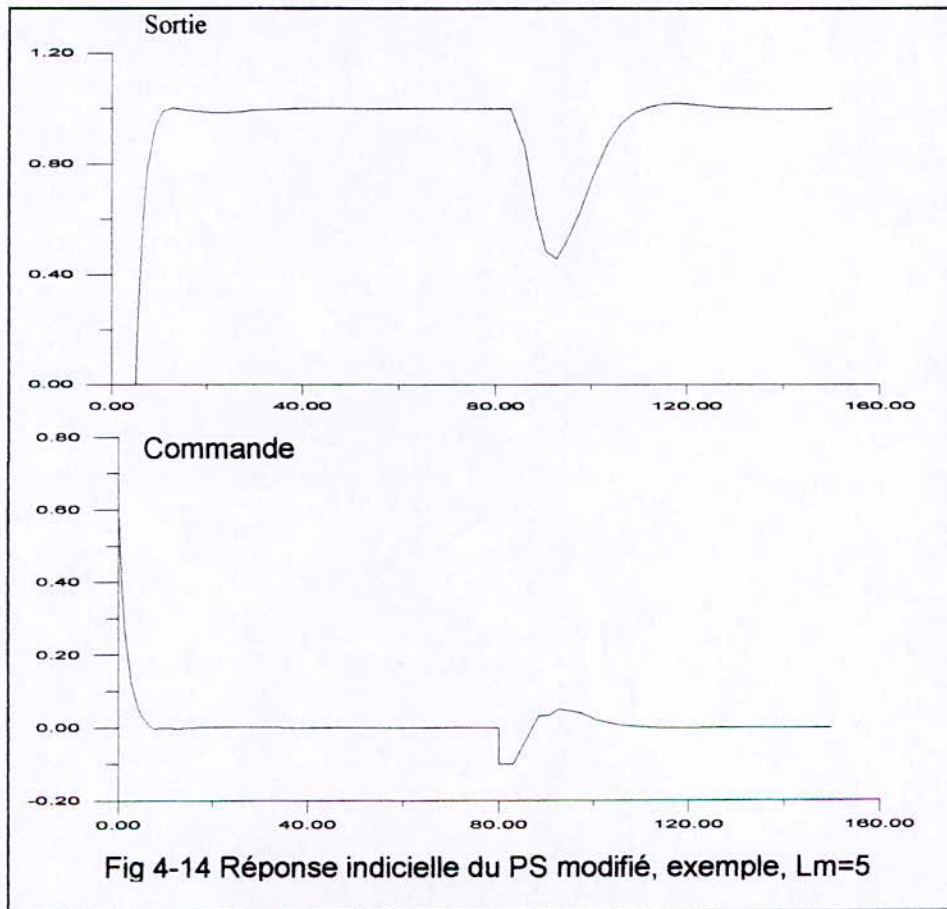
Exemple 2 $G_{p2}(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)(0.2s+1)(0.1s+1)}, \quad L = 5$

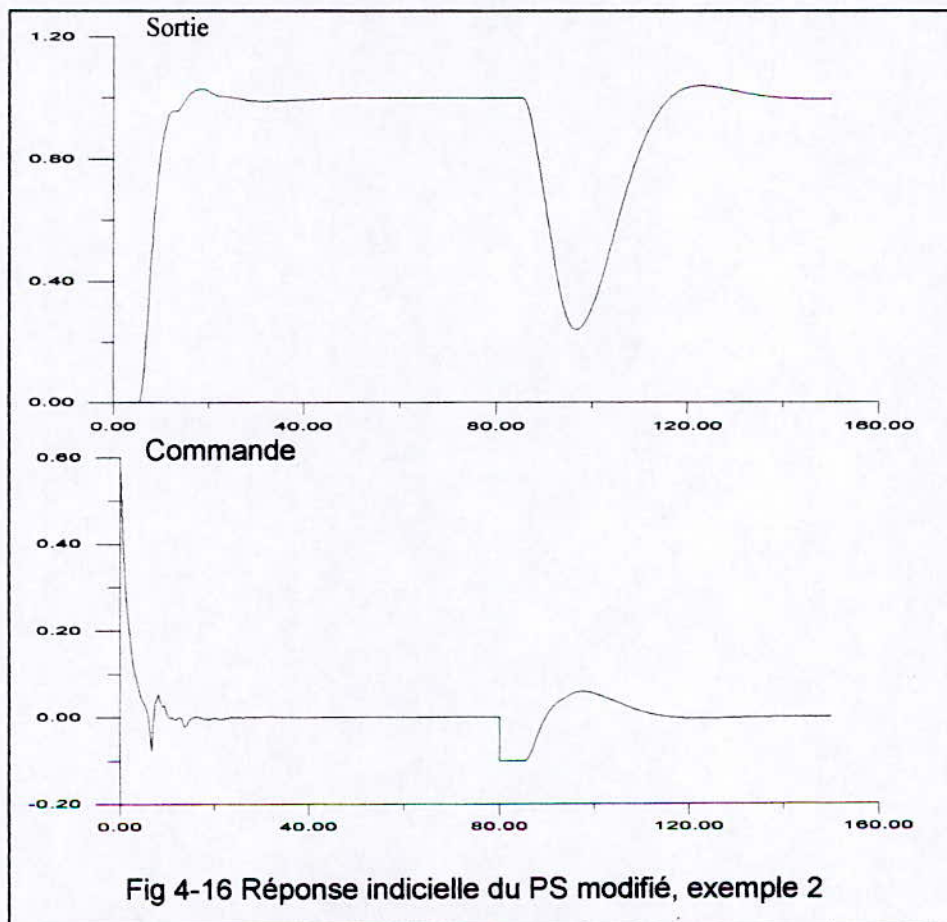
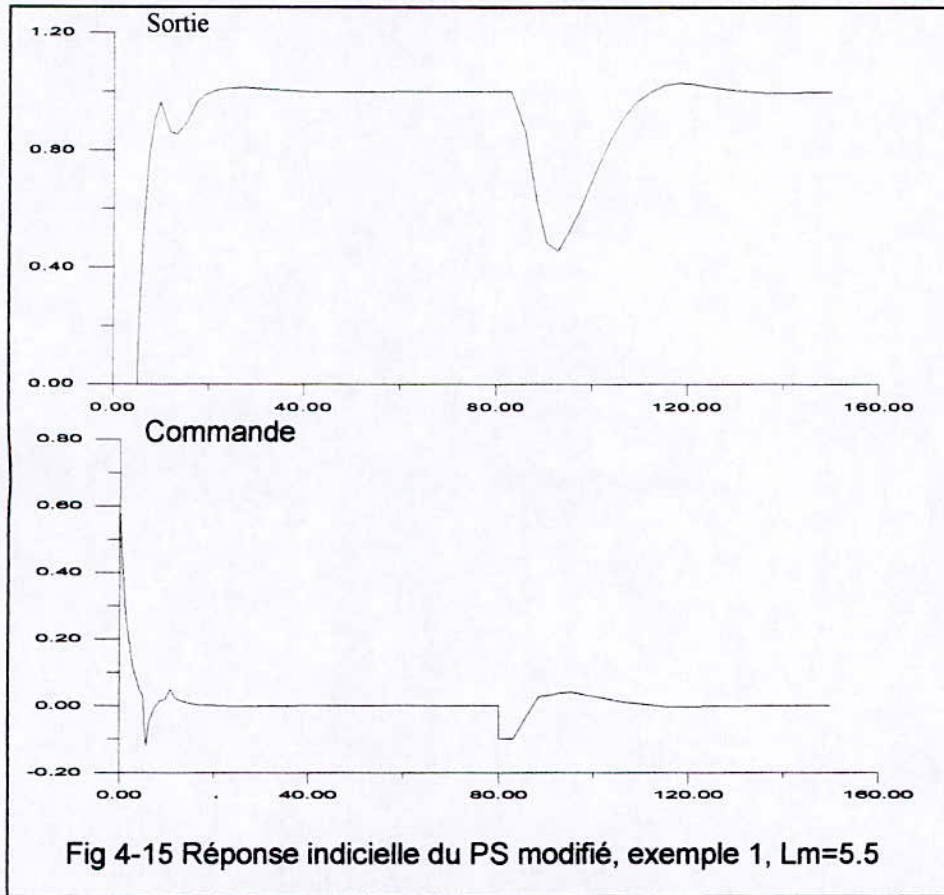
Exemple 3 $G_{p3}(s) = \frac{(1-s)}{s(s+1)}, \quad L = 0$

Les paramètres du prédicteur de Smith modifié pour les différents exemples sont donnés dans le tableau 4-1. Afin de voir l'influence de l'erreur d'estimation du retard, on a distingué deux cas pour l'exemple 1, le premier cas est lorsqu'on a pas d'erreur d'estimation, et le deuxième cas lorsque on a une erreur d'estimation.

Nombre d'exemple	L	K _p	L _m	T _r	K _r =1/K _p T _r	K ₀ =1/2K _p L _m
1	5	1	5.00	1.66	0.60	0.10
1	5	1	5.50	1.66	0.60	0.09
2	5	1	6.70	1.70	0.58	0.07
3	0	1	1.57	1.00	1.00	0.31

Tableau 4-4 Paramètres du prédicteur du Smith modifier pour les différents Exemples





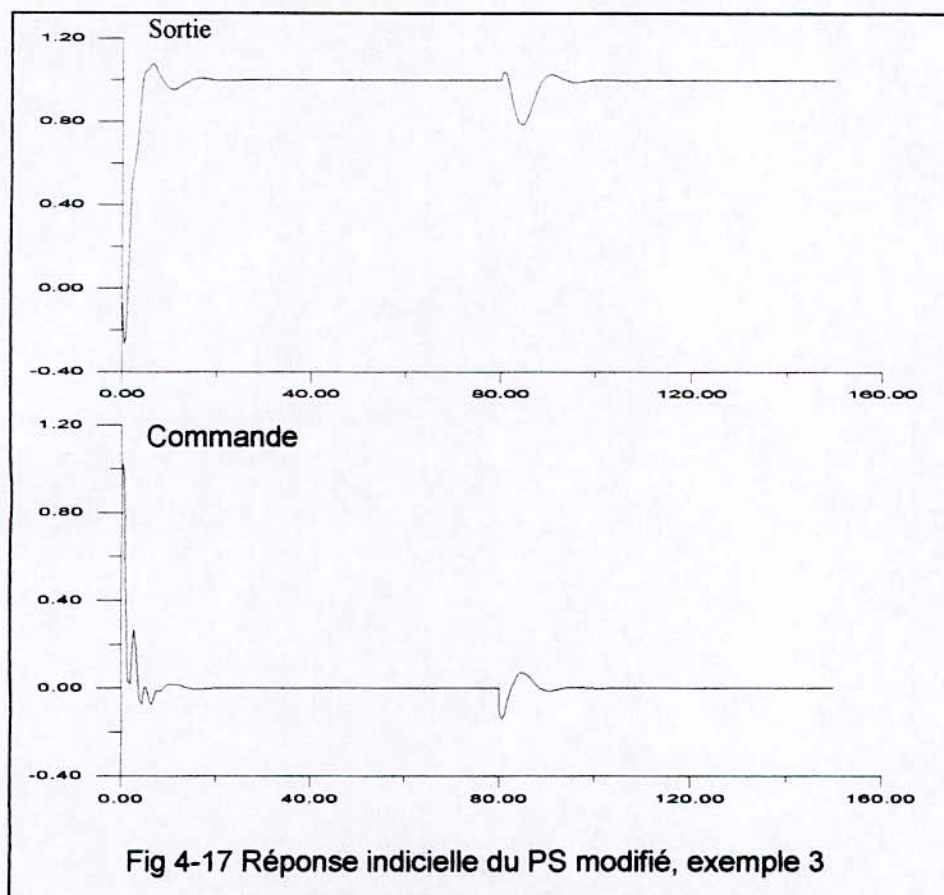


Fig 4-17 Réponse indicielle du PS modifié, exemple 3

4-10- Ajustage des paramètres du contrôleur primaire dans le prédicteur de Smith

Lorsque le contrôleur primaire dans le prédicteur de Smith est ajusté, il faut que l'erreur d'estimation des paramètres du modèle n'affecte pas la stabilité du système en boucle fermée, chose difficile à réaliser pratiquement, surtout lorsque le retard du procédé varie. Beaucoup de praticiens utilisent la fonction de transfert en boucle fermée de PS lorsque le modèle représente exactement le procédé pour calculer les paramètres du contrôleur primaire. Cette méthode est référée par la méthode analytique, elle est non applicable lorsque on a une erreur d'estimation.

Donc pour ajuster les paramètres du contrôleur primaire, il faut trouver d'autres méthodes qui tiennent compte de l'erreur d'estimation des paramètres du modèle. Deux méthodes sont proposées [6]:

1. la méthode on-line .
2. la méthode d'hystérésis adaptatif.

4-10-1 Méthode analytique

Cette méthode suppose que le procédé est parfaitement représenté par le modèle ($H_f(s)=1$). L'algorithme de cette méthode est donné par :

1. Détermination des paramètres du cycle limite, cela revient à résoudre l'équation :

$$G_{m0}(s) = -\frac{1}{N(a)} \tag{4-43}$$

, on peut aussi les déterminer avec la simulation.

2. Les paramètres du contrôleur primaire sont déterminés de façon que la fonction de transfert $G_c(s)G_{c0}(s)$ satisfasse l'équation :

$$G_c(s)G_{c0}(s) = \frac{1}{a_m} e^{j(\pi+\phi_m)} \tag{4-44}$$

où $1/a_m$ et ϕ_m sont respectivement le gain et la phase désirés du système compensé à la fréquence ω_c .

4-10-2 Méthode on-line

Lorsque l'erreur d'estimation des paramètres est petite, l'affectation des performances du système est négligeable. Cependant, pour certains systèmes, il est possible qu'une petite erreur puisse causer des effets inacceptables sur la dynamique du système. Lorsqu'on remplace le contrôleur primaire par un relais, figure (4-18), on mesure un point (ω_c, a_c) sur la courbe de Nyquist de la fonction de transfert $G_c(s)H_L(s)$. Dans ce cas on aura pour chaque erreur d'estimation une fréquence et une amplitude critique.

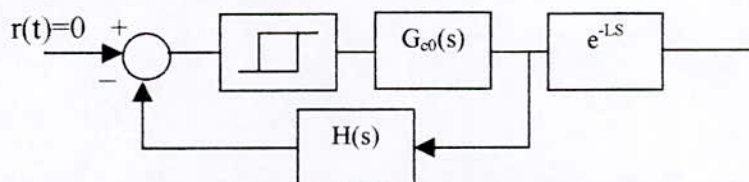


Fig 4-18 Test à relais dans le pridécuteur de Smith

Rappelons que $H(s)$ détermine la stabilité et la robustesse du prédicteur de Smith vis-à-vis des erreurs de modélisation. Si on ne tient compte, pour le moment, que de l'erreur d'estimation du retard et/ou de sa variation dynamique ; $H(s)$ sera noté $H_L(s)$.

Donc ce cas, on a : $G_{m0}(s)=G_0(s)$, $L_m \neq L$

$$H_L(s) = 1 - e^{-LmS} + e^{LS} \tag{4-45}$$

$$= (1 + \cos(\omega L) - \cos(\omega L_m)) + j(\sin(\omega L_m) - \sin(\omega L)) \tag{4-46}$$

$$= R_H + jI_H$$

Remarque

Il est préférable d'utiliser un relais avec hystérésis pour deux raisons [6].

- 1- l'hystérésis réduit les effets de bruit
- 2- lorsqu'on utilise un relais idéal, l'amplitude du cycle limite est très petite pour des systèmes d'ordre faible, ce qui rend difficile la mesure de l'amplitude du cycle limite en présence de bruit.

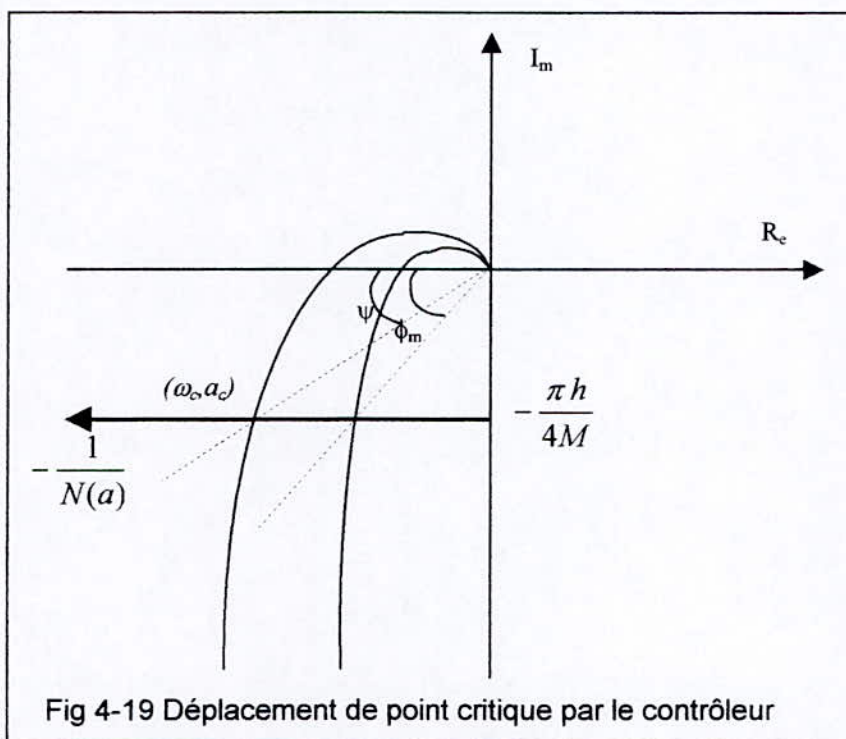


Fig 4-19 Déplacement de point critique par le contrôleur

L'objectif sera alors la détermination des paramètres du PID de façon que le point d'intersection donné par :

$$G(j\omega_{cr})H_L(j\omega_{cr}) = -\frac{\pi a_c}{4h} e^{j(\pi+\psi)}$$

$$\psi = \arcsin\left(\frac{h}{a_c}\right)$$

soit déplacé par le contrôleur primaire vers un autre point spécifié par le gain ($1/a_m$) et la phase désirée (ϕ_m).

$$\Rightarrow |G_c(j\omega_{cr})||G(j\omega_{cr})||H_L(j\omega_{cr})| e^{j(\pi+\psi+\phi_c)} = \frac{1}{a_m} e^{j(\pi+\phi_m)} \tag{4-47}$$

Avec :

$$\phi_c = \arctan(\omega_{cr}Td - \frac{1}{\omega_{cr}Ti}) \quad (4-48)$$

De (4-47) et(4-48)

$$\begin{cases} \omega_{cr}Td - \frac{1}{\omega_{cr}Ti} = \tan(\phi_m - \psi) \\ |G_{cr}(j\omega)| = (1/a_m) / (|G(j\omega_{cr})||H_L(j\omega_{cr})|) \end{cases}$$

on prend

$$Ti = \alpha Td$$

Le choix de α peut se faire selon la méthode de Ziegler -Nichols ($\alpha=4$), les paramètres de PID sont donnés par :

$$\begin{cases} Ti = \alpha Td \\ Td = \frac{tg(\phi_m - \psi) + \sqrt{\alpha/4 + tg^2(\phi_m - \psi)}}{2\omega_{cr}} \\ kp = \frac{1}{a_m} \frac{4M}{\pi a_c} \cos(\phi_m - \psi) \end{cases} \quad (4-49)$$

Remarque

L'angle ψ dépend de l'hystérésis et l'amplitude de relais, il doit satisfaire la condition suivante : $\psi < \phi_m$, un raisonnable choix de l'hystérésis est de l'ordre, 1% jusqu'à 5% de la valeur d'amplitude de relais, ce qui correspond à quelques degrés pour ψ .

Pour les systèmes d'ordre faible, il est préférable d'utiliser une large hystérésis pour éviter les amplitudes de faibles valeurs qui seront affectées par le bruit.

Algorithme

- 1- Remplacer le contrôleur primaire par un relais avec hystérésis.
- 2- Lorsque le régime permanent est atteint, mesurer l'amplitude et la fréquence des oscillations limites (ω_{cr}, a_c).
- 3- Utiliser les équations (4-49) pour calculer les paramètres du PID, pour une marge de gain et de phase spécifiée. La phase est choisie de façon que $\phi_m - \psi$ est de 15° jusqu'à 35°

Exemple 1

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s^2 + 3s + 1}$$

a) Méthode analytique

Dans ce cas, on suppose que le modèle représente exactement le procédé. En utilisant une hystérésis $h= 0.07$ et une amplitude $M=1$, ce qui donne $\psi=40.2869^\circ$. La fréquence et l'amplitude du cycle limite obtenue sont respectivement $\omega_{cr}=1.7520$ rad/sec et $a_c=0.1083$. En choisissant un gain en boucle ouverte $1/a_m=0.6$ et une marge de phase $\phi_m=60^\circ$. Le point critique sera déplacé

vers un autre point sur la courbe $G_{m0}(s)G_c(s)$ spécifié par la marge de gain et de phase précédente. Les paramètres de contrôleur PID sont déterminés à partir des équations (4-49).

$$G_c(s) = 6.6433 \left(1 + \frac{1}{1.6216s} + 0.4054s \right)$$

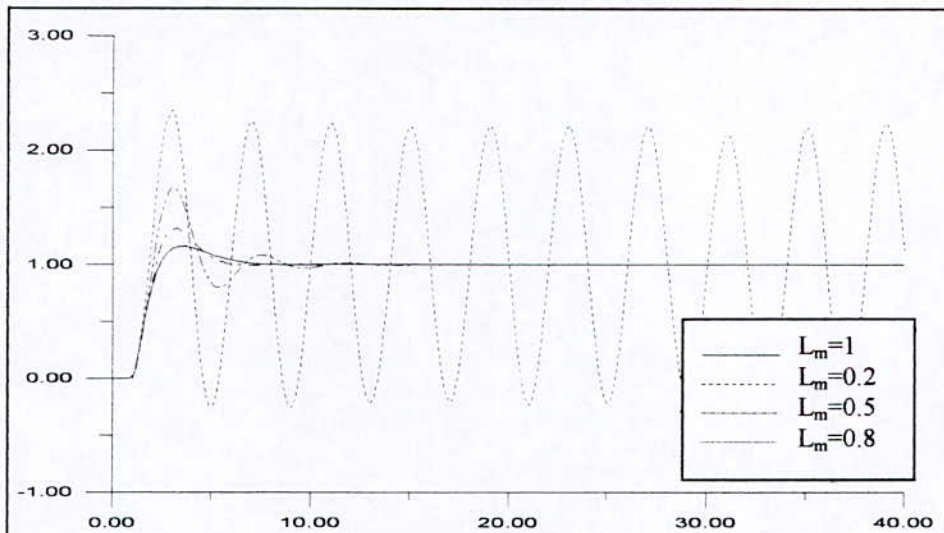


Fig 4-20 Réponse indicielle, méthode analytique ($L_m < L$)

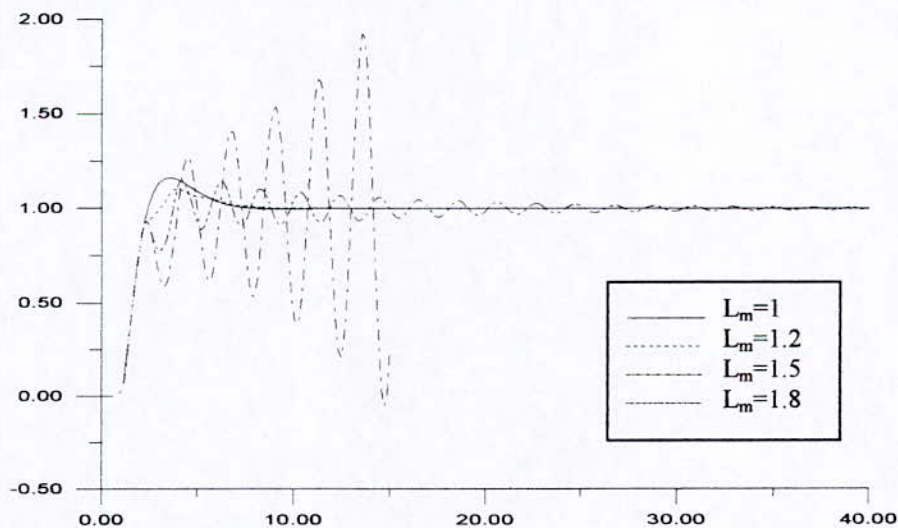


Fig 4-21 Réponse indicielle, méthode analytique ($L_m > L$)

b) Méthode on-line

Pour cette méthode, on prend une hystérésis $h=0.1$ et une amplitude $M=1$. Pour chaque valeur du retard on mesure la période et la fréquence du cycle limite et l'angle ψ . On choisit $1/a_m=1.5$ et $\phi_m=60^\circ$, les paramètres du contrôleur primaire sont déterminés à partir des équations (4-49).

L_m	ω_{cr}	a_c	$\psi(deg)$	kp	Ti	Td
0.2	0.9470	0.1801	50.2331	5.7850	2.5065	0.6266
0.5	1.8130	0.0823	37.4291	8.5749	2.5336	0.6334
0.5	1.3460	0.0891	51.7658	8.4840	1.7164	0.4291
1	1.7520	0.1083	40.2869	6.6433	1.6216	0.4054
1.2	1.8640	0.1414	29.6813	4.6650	1.8704	0.4676
1.5	1.6780	0.1894	21.6958	3.1660	2.3115	0.5779
1.8	1.6110	0.2284	17.8496	2.4801	2.6865	0.7160

Tableau 4-5 Les paramètres du cycle limite et du contrôleur PID par la méthode on-line

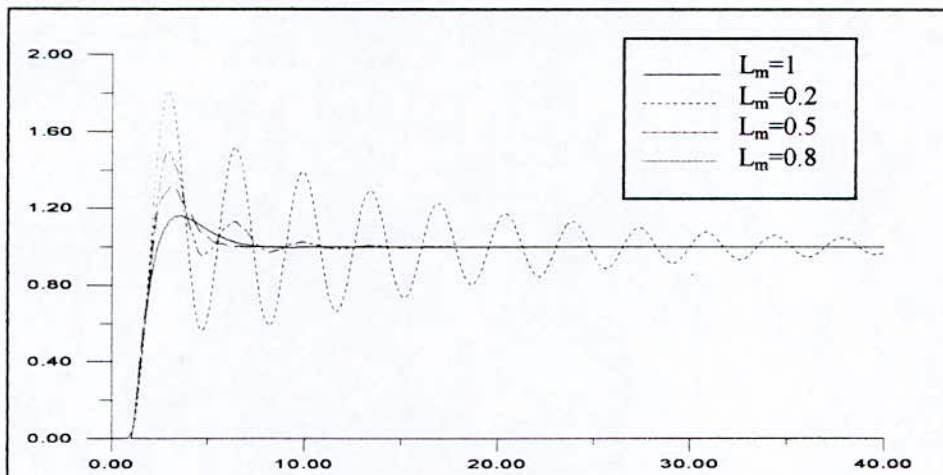


Fig 4-22 Réponse indicielle, méthode on-line ($L_m < L$)

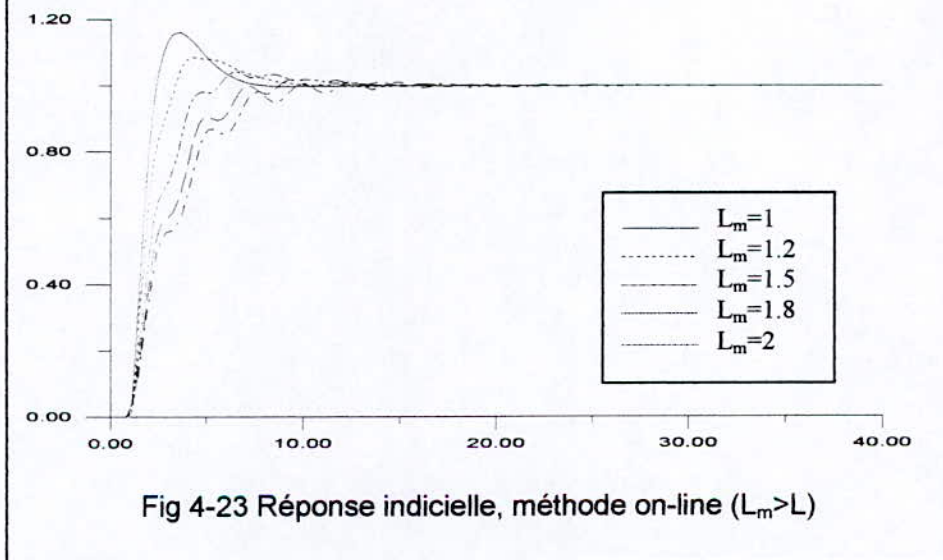


Fig 4-23 Réponse indicielle, méthode on-line ($L_m > L$)

Exemple 2 : $G(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)(s^2+3s+1)}$

a) Méthode analytique

On prend une hystérésis $h=0.07$ et une amplitude $M=1$, le point critique sur la courbe de Nyquist de la fonction $1/(s+1)(s^2+3s+1)$ est donné par $\omega_{cr}=1.3180$ et $a_c=0.5095$. l'angle $\psi=7.8963^\circ$, le déplacement du point critique par le contrôleur PID est déterminé par le gain en boucle ouverte $1/a_m=1.5$ et une marge de phase $\phi_m=60^\circ$.

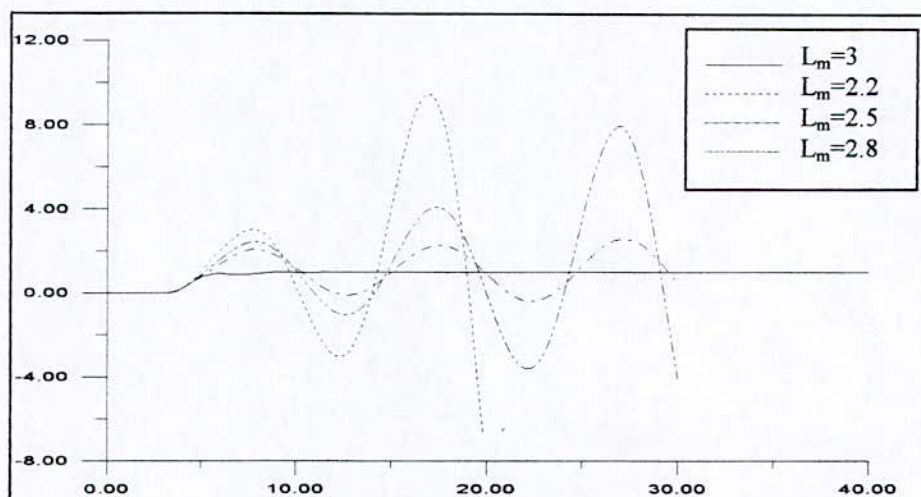


Fig 4-24 Réponse indicielle, méthode analytique ($L_m < L$)

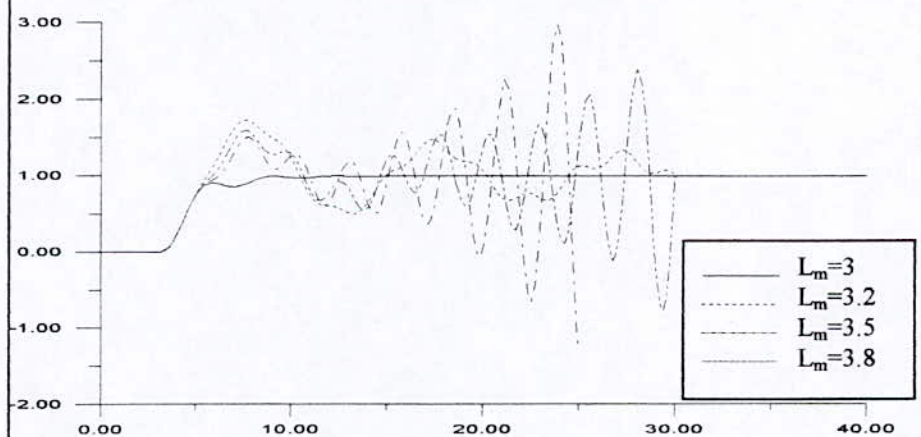


Fig 4-25 Réponse indicielle, méthode analytique ($L_m > L$)

b) Méthode on-line

On place un relais dans le prédicteur de Smith. Pour chaque valeur du retard du modèle, un cycle limite se produit, la fréquence et amplitude critique sont mesurées. On choisit un gain en boucle fermée $1/a_m$ et une marge de phase $\phi_m=60^\circ$, les paramètres de PID sont calculés à partir des équations (4-46).

L_m	ω_{cr}	a_c	$\psi(deg)$	kp	Ti	Td
2.0	1.6420	0.6605	6.0834	1.7029	3.7394	0.9349
2.2	1.5900	0.6447	6.2334	1.7510	3.8446	0.9612
2.5	1.5100	0.5972	6.7737	1.9265	3.9847	0.9962
2.8	1.4130	0.5278	7.6211	2.2088	4.1553	1.0388
3.0	1.3180	0.5095	7.8963	2.3023	4.4200	1.1050
3.2	1.1960	0.5749	6.9934	1.9989	4.9988	1.2497
3.5	1.0650	0.7898	5.0851	1.3900	5.9407	1.4852
3.8	0.9910	1.0191	3.9338	1.0463	6.6138	1.6534
4.0	0.9560	1.1636	3.4489	0.9047	6.9624	1.7406

Tableau 4-6 Les paramètres du cycle limite et du contrôleur PID par la méthode on-line

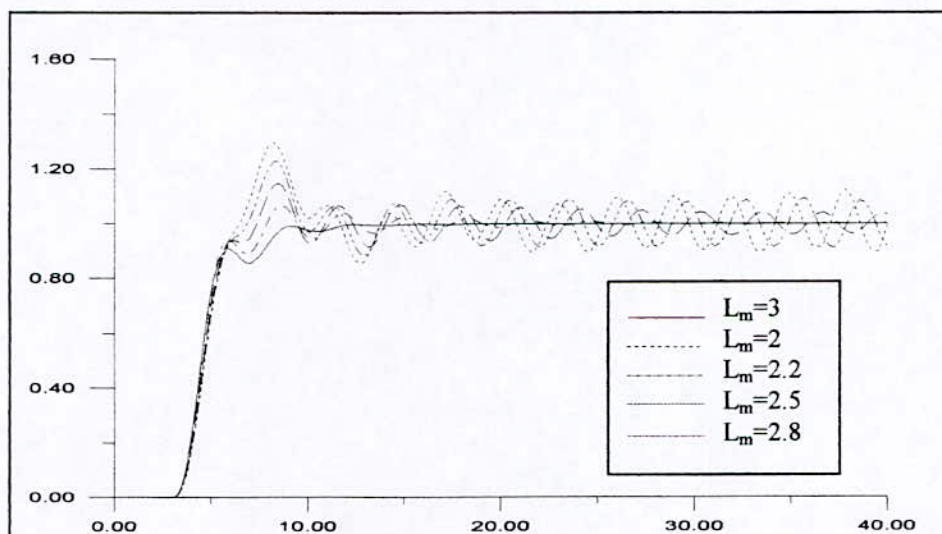


Fig 4-26 Réponse indicielle, méthode on-line ($L_m < L$)

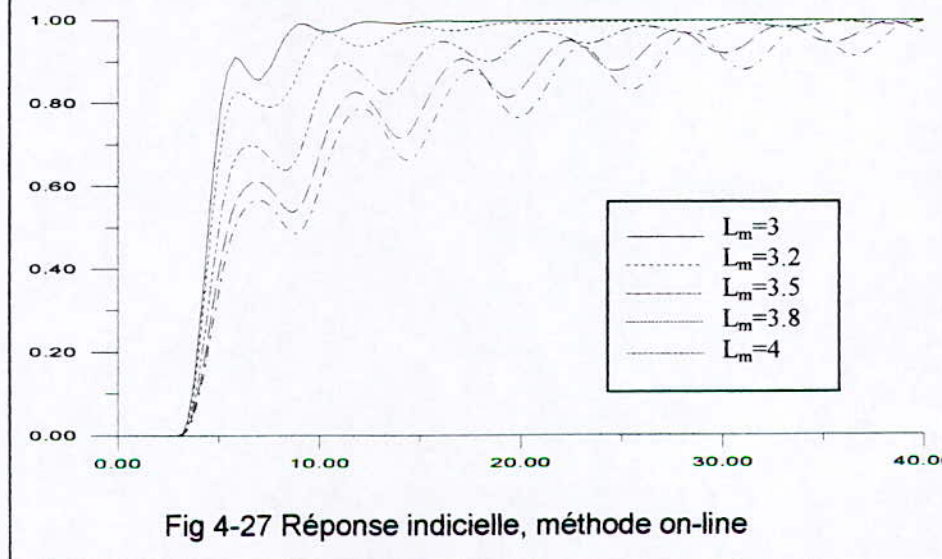


Fig 4-27 Réponse indicielle, méthode on-line

4-11 Conclusion

Le prédicteur de Smith résout deux problèmes des systèmes à retard, il permet l'extraction du retard de la boucle et d'éliminer les sur-corrections, tandis que la sensibilité des systèmes à retard aux hautes fréquences n'est pas améliorées, plutôt il l'a augmenté.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour la stabilité du prédicteur de Smith sont obtenues. Les deux fonctions $Q(s)$ et $I(s)$ jouent un rôle important pour l'étude de la stabilité du prédicteur de Smith.

Après l'étude de l'application des théorèmes de stabilité sur système de premier ordre, on peut tirer les conclusions suivantes :

- La sur-estimation du gain statique et la constante du temps sont moins dangereux que l'estimation inverse de ces paramètres.
- Le retard est le paramètre le plus critique, il nécessite toujours une bonne estimation pour préserver la stabilité du système global.

Pour des systèmes ayant un mode intégral, le prédicteur de Smith conduit à une grande erreur statique surtout lorsque le retard n'est pas bien estimé, donc ces systèmes nécessitent une structure particulière de prédicteur de Smith, parmi ces structures on a :

- Structure de Watanabe.
- Structure d'Aström.
- Prédicteur de Smith modifié
-

Ce dernier donne les meilleurs résultats que les deux autres structures, d'autre part l'ajustage de ce contrôleur est facile, il nécessite seulement l'ajustement de deux paramètres, T_r et L_m .

CHAPITRE 5

COMMANDE ON-LINE A PARTIR DE L'IDENTIFICATION PAR UN TEST A RELAIS

5-1- Introduction

Les méthodes de contrôle des procédés, généralement imposent la connaissance de la dynamique du modèle du procédé. Mais, dans la plupart des cas, le procédé ou certains de ses paramètres sont inconnus, ainsi dans certain cas, si on tient compte tous les effets de procédé, le modèle sera très compliqué et non linéaire ce qui ne permet pas de l'utiliser car toutes les méthodes d'analyses et les techniques de contrôle sont développées pour les modèles des procédés linéaires. L'une des solutions pour ces problèmes, consiste à utiliser la technique d'identification pour obtenir une fonction de transfert linéaire du modèle.

Il existe plusieurs de méthodes d'identification : test à un signal sinusoïde, test à échelon, test à une impulsion et test à une séquence binaire pseudo-aléatoire (PRBS). Toutes ces méthodes ont des limitations lorsqu'on les applique à des procédés non linéaires.

Une autre méthode que nous allons utiliser dans ce chapitre est la méthode Qing-Guo Wang. Elle est basée sur l'utilisation d'un relais afin de produire le cycle limite. La période et l'amplitude du signal de sortie sont utilisées pour identifier les procédés sous forme d'un modèle de premier ordre. Ce dernier est jugé suffisant pour approximer la dynamique de la plupart des procédés industriels.

Par conséquent, une meilleure approche pour la commande des procédés dont la dynamique varie et/ou connue approximativement, est d'identifier le procédé on-line puis réajuster les paramètres du contrôleur primaire et/ou du modèle du procédé. Cette méthode est préférée par rapport aux autres méthodes off-line.

5-2- Utilisation de relais pour l'identification de modèle

Luyban (1987) fut le premier à avoir utilisé le relais pour calculer les paramètres du modèle de procédé [11][27]. La méthode est donnée par les étapes suivantes (Luyban, 1990)

1. Détermination de gain et de fréquence critiques par la méthode d'auto-ajustage d'Aström .
2. Lecture de retard à partir de la réponse initiale du système en auto-ajustage.
3. Détermination de gain statique à partir de la réponse à un échelon.

Dans le même but et afin de pouvoir identifier tous les paramètres du modèle, Li et al (1991), Leva et Palmor (1994) ont proposé l'utilisation de deux ou plusieurs tests à relais, ce qui permet de déterminer deux ou plusieurs points sur la courbe de Nyquist et d'estimer tous les paramètres par la méthode de moindres carrés. Les tests supplémentaires sont réalisés en insérant des temps morts additionnels ou d'autres valeurs d'hystérésis [26][28]. C'est une méthode très pratique et simple mais la complication de procédure d'identification rend son application on-line de plus en plus coûteuse.

Toujours, dans le but d'identifier tous les paramètres du modèle de premier ordre et de réduire la complexité de la procédure en se limitant à un seul test à relais, beaucoup de travaux

ont été réalisés, Tseng et Wu (1992), Wu et al (1994), Shen et al (1996) et Qin Gou Wang (1997).

5-3- Le modèle

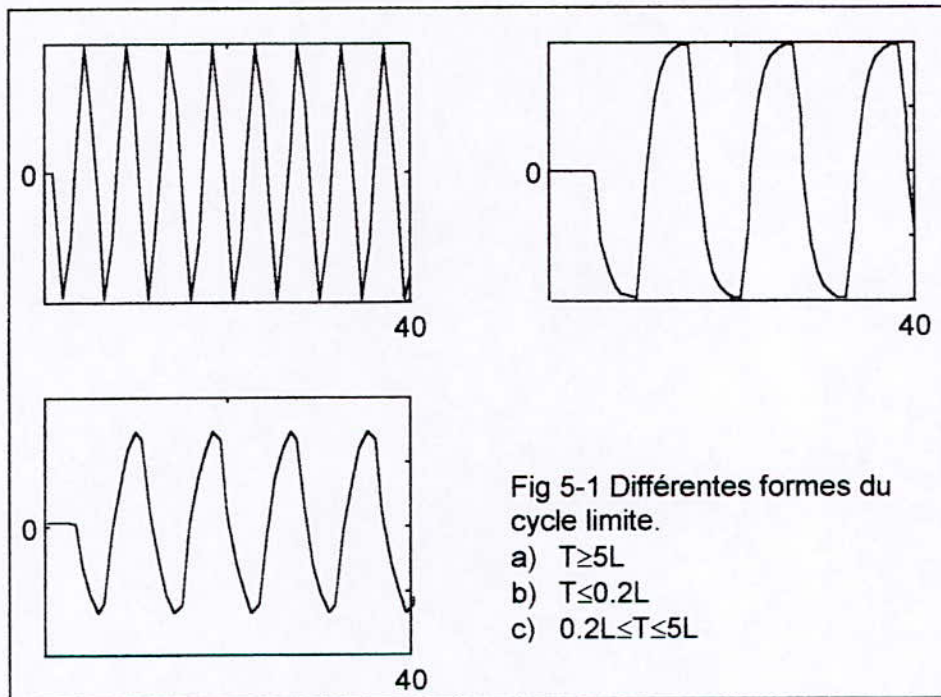
Le modèle le plus utilisé, particulièrement en industrie chimique et électromécanique, est le modèle de premier ordre dont sa dynamique peut approcher la plupart des procédés.

Soit le modèle de premier ordre suivant :

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{1 + Ts}$$

La réglabilité est définie par : $r_n = L/T$. (voir chapitre 1)

Les différentes formes du cycle limite selon la réglabilité, sont montrées dans la figure suivante.



- $T \geq 5L$: la forme du cycle limite est une onde triangulaire ce qui correspond à un intégrateur avec retard.
- $T \leq 0.2L$: la forme du cycle limite est proche d'une onde rectangulaire qui représente la réponse d'un retard pur.
- $0.2L \leq T \leq 5L$: c'est le cas intermédiaire entre les deux cas précédents. La forme du cycle limite est presque une sinusoïde, ce qui correspond à un modèle de premier ordre.

5-4- Approximation des systèmes par un modèle de premier ordre

Qing-Guo Wang a proposé deux méthodes pour calculer les paramètres du modèle de premier ordre en utilisant un seul test à relais [27], la première méthode utilise un relais avec biais tandis que la deuxième utilise un relais sans biais.

5-4-1- Relais avec biais

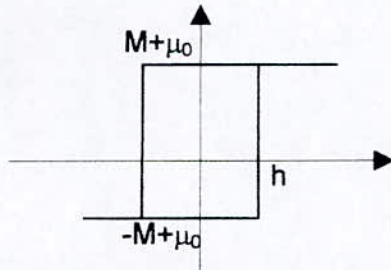


Fig 5-2 Relais avec biais

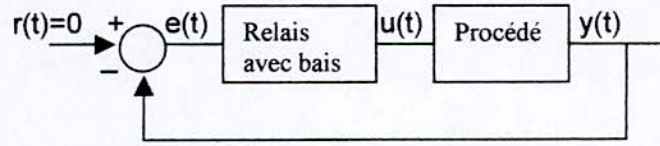


Fig 5-3 Système sous test à relais avec biais

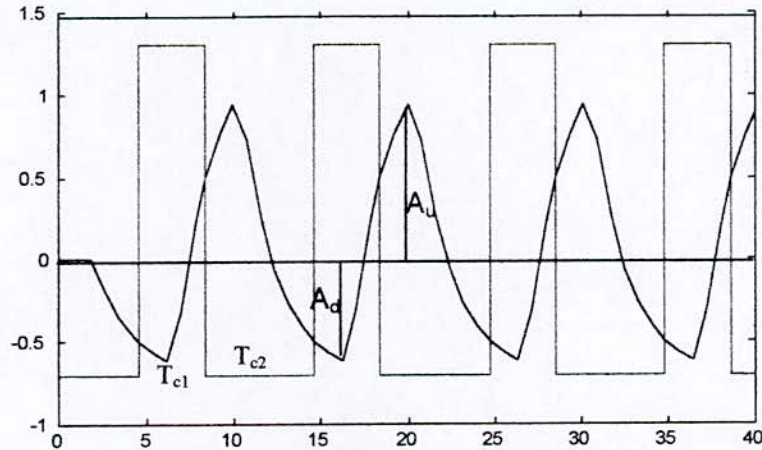


Fig 5-4 La forme des oscillations (relais avec biais)

Après la détermination des paramètres du cycle limite T_{c1} , T_{c2} , A_u et A_d , les paramètres du modèle sont donnés par [27] :

$$K_m = G(0) = \frac{\int_0^{T_{c1}+T_{c2}} y(t) dt}{\int_0^{T_{c1}+T_{c2}} u(t) dt} \quad (\text{le gain statique}) \quad (5-1)$$

$$\theta = \frac{L}{T} = \ln \left(\frac{(M + \mu_0)K_m - h}{(M + \mu_0)K_m + A_d} \right) \quad (5-2)$$

$$T_m = T_{c1} \left(\ln \left(\frac{2MK_m e^\theta + K_m(\mu_0 + M) + h}{K_m(\mu_0 + M) - h} \right) \right)^{-1} \quad (5-3)$$

$$L_m = T_m \theta \quad (5-4)$$

5-4-2- Relais sans biais

Quelques fois, il est préférable d'utiliser un relais sans biais qu'un relais avec biais pour limiter les effets des perturbations[27].

Dans ce cas, les paramètres du cycle limite sont la période (T_c) et l'amplitude (a_c) des oscillations.

Le gain à la fréquence critique est donné par la formule de Ramirez (1985).

$$G(j\omega_{cr}) = \frac{\int_0^{T_c} y(t) e^{-j\omega_{cr}t} dt}{\int_0^{T_c} u(t) e^{-j\omega_{cr}t} dt} = A_0 e^{j\phi_0} \quad (5-5)$$

avec $\omega_{cr} = 2\pi/T_c$

Pour les systèmes de premier ordre, on a les relations suivantes [27].

$$\left\{ \begin{aligned} A_0 &= \frac{K_m}{\sqrt{(\omega_{cr}T_m)^2 + 1}} \end{aligned} \right. \quad (5-6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} T_m &= \frac{1}{2} T_c \left(\ln \left(\frac{MK_m + a_c}{MK_m - a_c} \right) \right)^{-1} \end{aligned} \right. \quad (5-7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} L_m &= \frac{1}{2} T_c \left(\ln \left(\frac{MK_m - h}{MK_m - a_c} \right) \right) \left(\ln \left(\frac{MK_m + a_c}{MK_m - a_c} \right) \right)^{-1} \end{aligned} \right. \quad (5-8)$$

A partir des équations (5-6) et (5-7)

$$e^{\frac{T_c}{2T_m}} = \frac{MA_0 \sqrt{(\omega_{cr}T_m)^2 + 1} + a_c}{KA_0 \sqrt{(\omega_{cr}T_m)^2 + 1} - a_c} \quad (5-9)$$

Cette équation est non linéaire avec l'inconnue T_m , on utilise une méthode itérative comme celle de Newton pour la résolution de cette équation.

Procédure

1. Mesurer les paramètres du cycle limite T_c et a_c .
2. Calculer A_0 à partir de l'équation (5-5).
3. Résoudre l'équation non linéaire (5-9) pour déterminer T_m .
4. Calculer K_m à partir de la relation (5-6).
5. Calculer L_m à partir de la relation (5-7).

5-4-3- Exemples

Afin de voir la représentativité des modèles identifiés par la méthode de Qing Wang, on a appliqué cette méthode sur plusieurs exemples de dynamiques différentes.

L'erreur sur l'approximation est donnée par :

$$e_r(t) = |y(t) - y_m(t)| \quad (5-10)$$

où $y(t)$ et $y_m(t)$ sont les réponses indicielles du système et du modèle identifié respectivement.

Numéro de l'exemple	Exemple	K_m	T_m	L_m
1	$\frac{e^{-s}}{s+1}$	1.0001	1.0000	2.0012
2	$\frac{e^{-4s}}{(2s+1)^5}$	1.0013	5.1099	9.4741
3	$\frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s^2+s+1)}$	0.9995	1.1151	2.0390
4	$\frac{1-s}{(s+1)^5}$	0.9996	3.8881	3.3279
5	$\frac{1}{(s+1)^{10}}$	1.0025	3.6283	6.8363

Tableau 5-1 Paramètres du modèle identifié

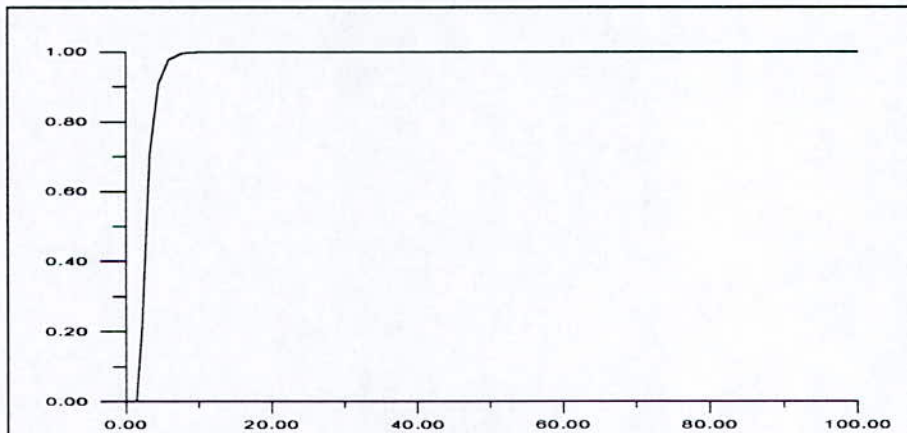


Fig 5-5 Réponse indicielle en B.O du procédé et du modèle, exemple 1

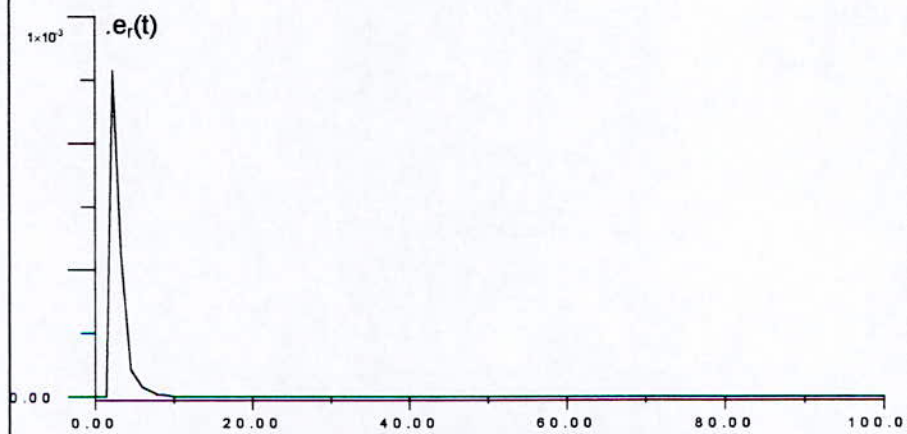


Fig 5-6 Erreur sur la réponse indicielle, exemple 1

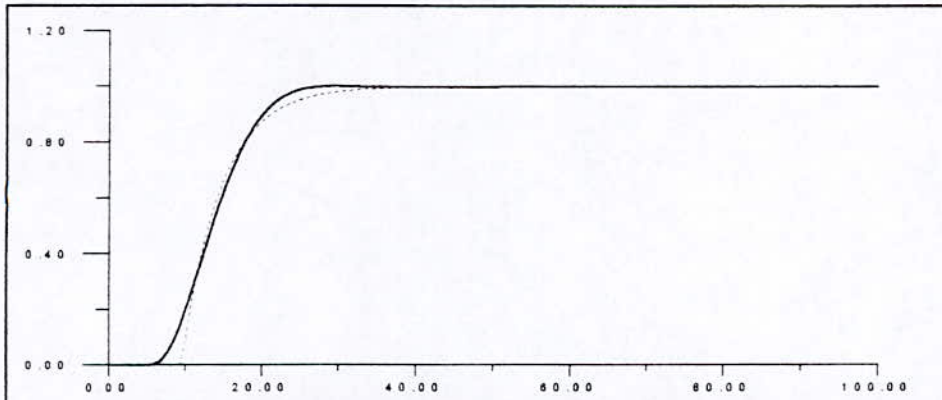


Fig 5-7 Réponses indicielles en B.O du procédé et du modèle, exemple 2

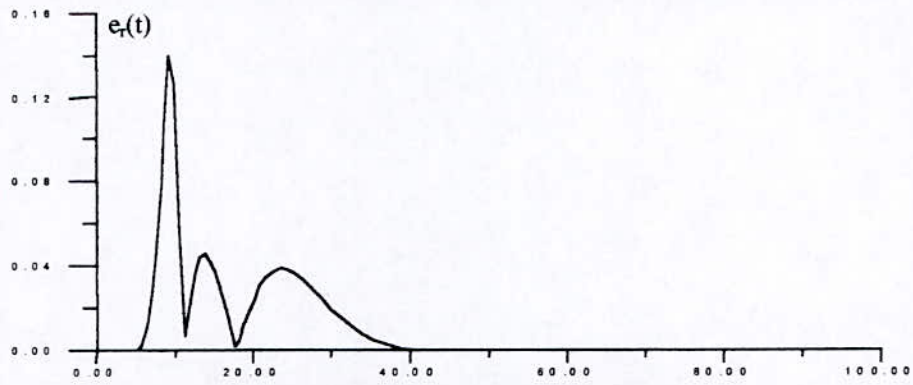


Fig 5-8 Erreur sur la réponse indicielle, exemple2

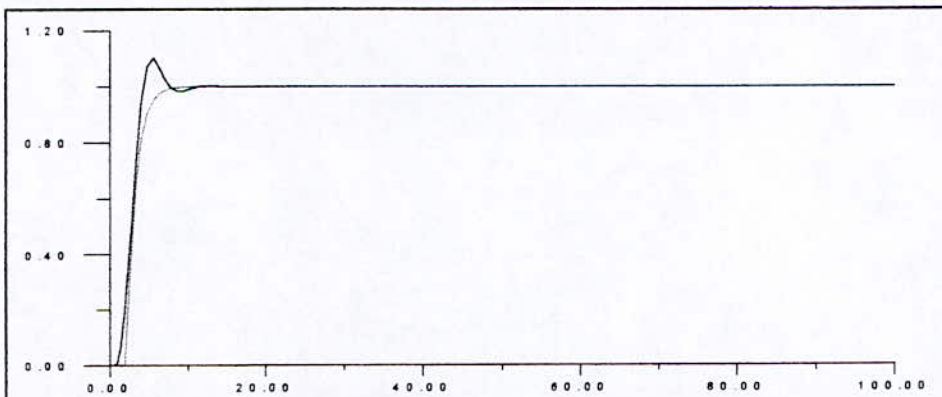


Fig 5-9 Réponses indicielles en B.O du procédé et du modèle, exemple 3

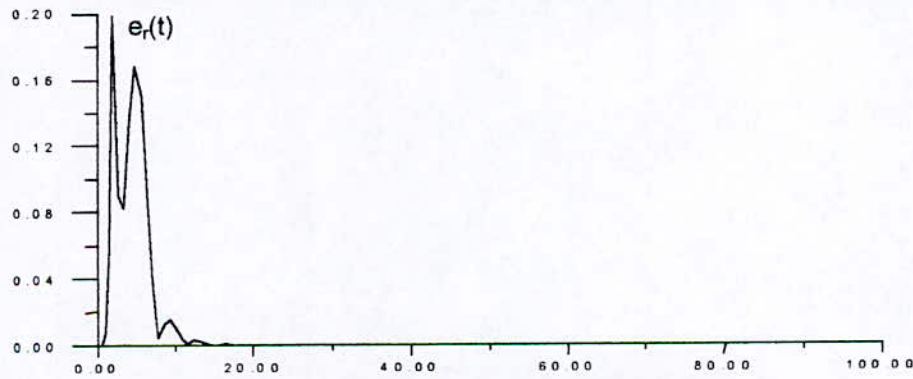


Fig 5-10 Erreur sur la réponse indicielle, exemple 3

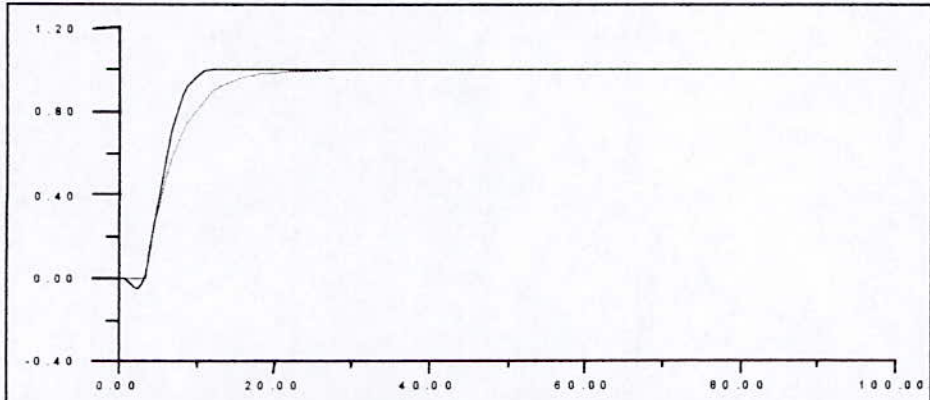


Fig 5-11 Réponses indicielles en B.O du procédé et du modèle, exemple 4

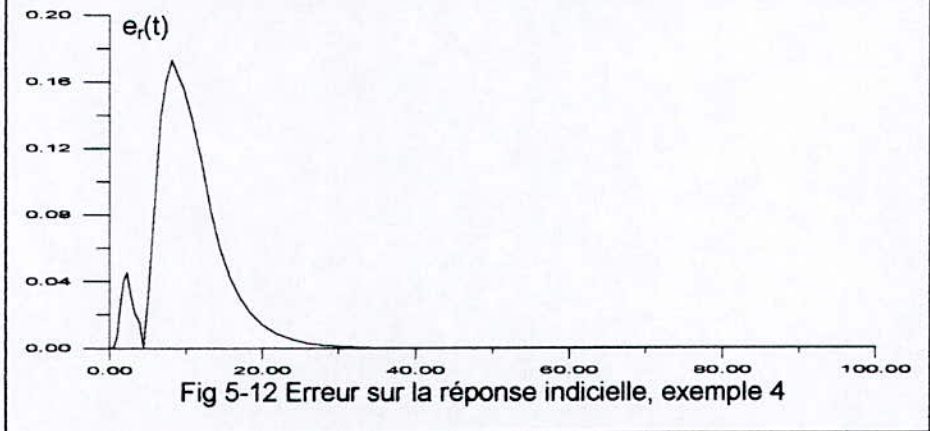


Fig 5-12 Erreur sur la réponse indicielle, exemple 4

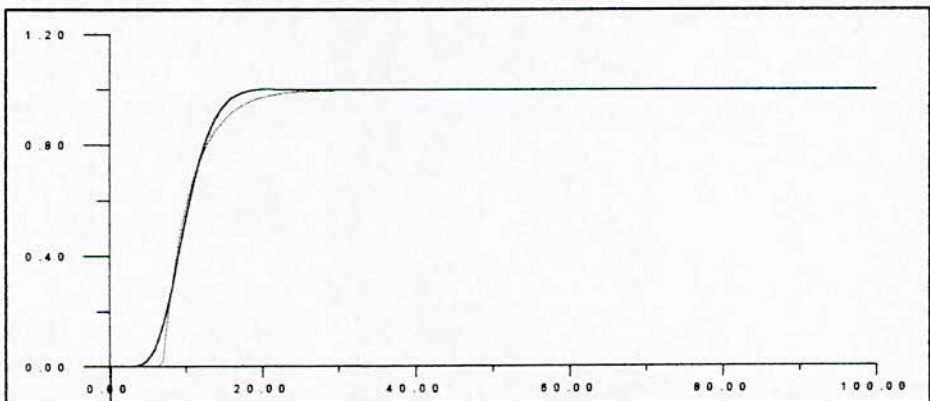


Fig 5-13 Réponses indicielles en B.O du procédé et du modèle, exemple 5

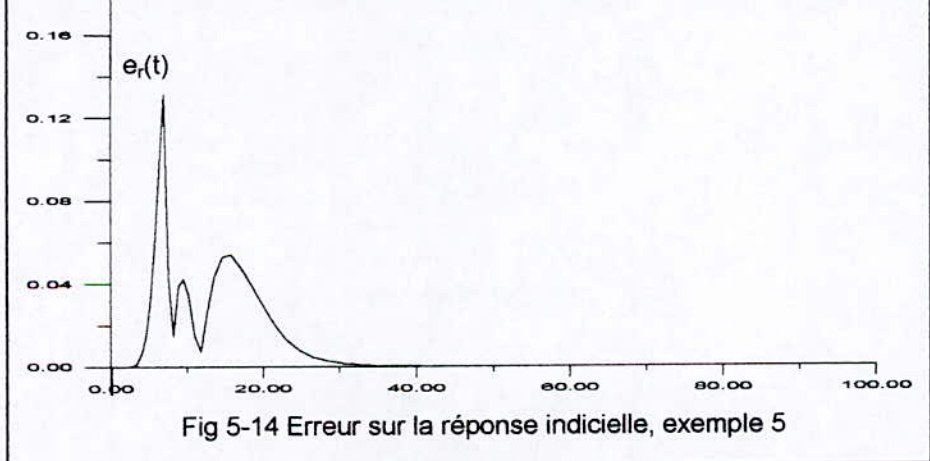


Fig 5-14 Erreur sur la réponse indicielle, exemple 5

5-5- Modélisation des procédés de faibles réglabilité[12]

La dynamique de plusieurs procédés industriels est dominée par une large constante du temps, par exemple en chimie, la constante du temps est 24h pour la distillation [12]. Dans ce cas, le modèle du procédé est proche d'un intégrateur, il suffit donc de déterminer les deux paramètres k_i et L_i tels que :

$$G_{m2}(s) = \frac{k_i}{s} e^{-L_i s} \quad (5-11)$$

Les deux paramètres k_i , L_i , peuvent être déterminés facilement à partir d'un seul test à relais :

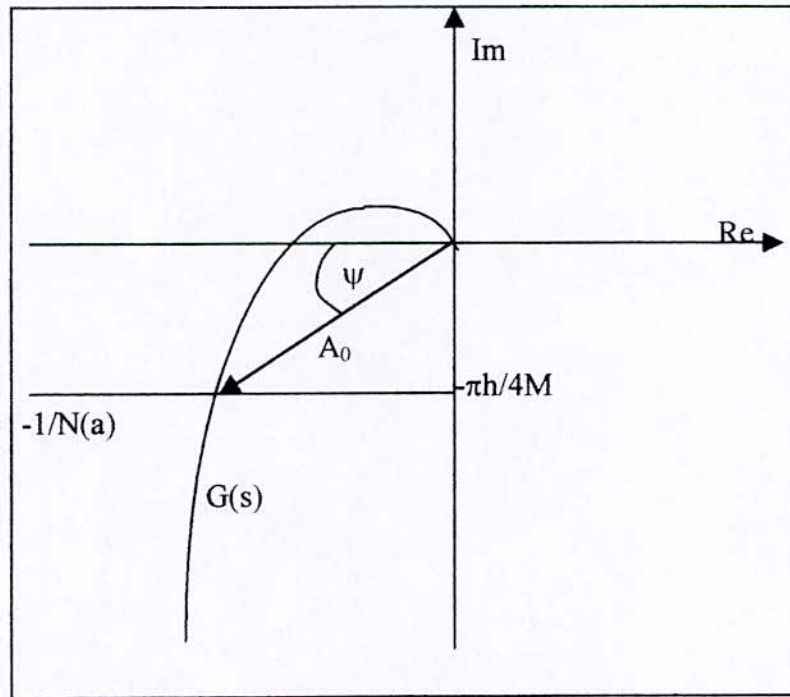


Fig 5-15 Lieu de Nyquist d'un système sous test à relais

A partir de la figure 5-15 :

$$\begin{cases} |G(j\omega_{cr})| = A_0 = \frac{k_i}{\omega_{cr}} \\ \arg(G(j\omega_{cr})) = \pi + \psi \approx -\frac{\pi}{2} - \omega_{cr} L_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_i = A_0 \omega_{cr} \\ L_i = \frac{1}{\omega_{cr}} \arccos\left(\frac{h}{a_c}\right) \end{cases} \quad (5-12)$$

5-6- Modélisation des procédés de grande réglabilité[12]

De même, il existe des procédés où la constante du temps est faible devant le retard. Dans ce cas, le procédé est modélisable par le modèle suivant :

$$G_{m3}(s) = k_g e^{-L_g s} \quad (5-13)$$

$$\begin{cases} |G(j\omega_{cr})| = A_0 = k_g \\ \arg(G(j\omega_{cr})) = \pi + \psi \approx -\omega_{cr}L_g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_g = \frac{1}{\omega_{cr}} \arcsin\left(\frac{h}{a_c}\right) \\ k_g = A_0 \end{cases} \quad (5-14)$$

Remarque

Le choix entre les modèles $G_{m1}(s)$, $G_{m2}(s)$ et G_{m3} , pour représenter les procédés, peut se faire directement à partir de l'observation de la forme du cycle limite. Donc on utilise le modèle :

- $G_{m1}(s) = \frac{K_m e^{-LmS}}{T_m s + 1}$ pour les procédés de moyenne réglabilité.
- $G_{m2}(s) = \frac{k_i}{s} e^{-Ls}$ pour les procédés de faibles réglabilité
- $G_{m3}(s) = k_g e^{-LgS}$ pour les procédés de grande réglabilité.

5-7- Commande on-line des procédés

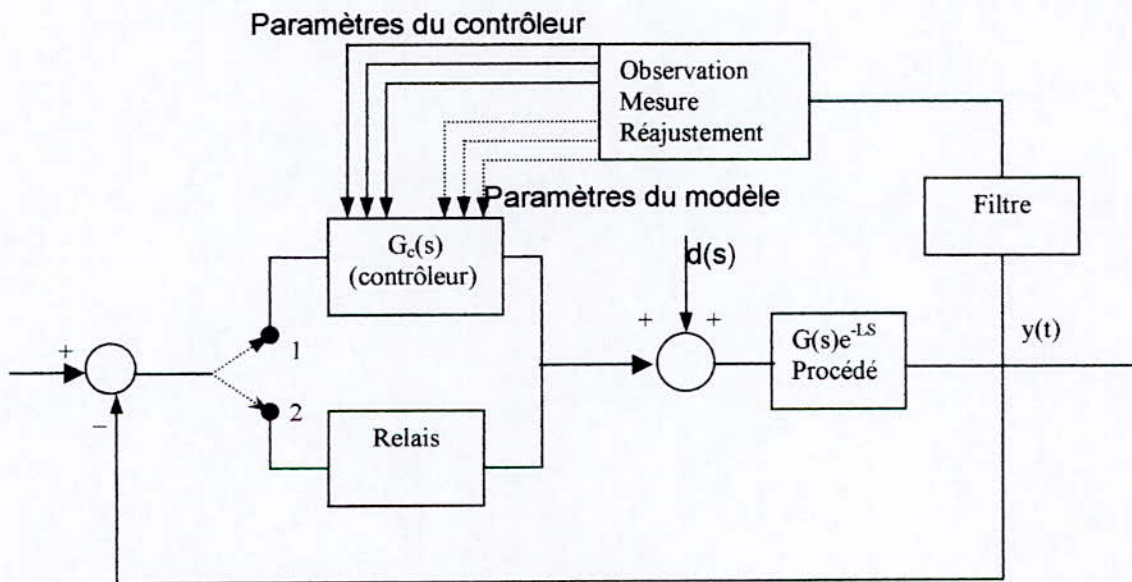


Fig 5-16 Schéma de principe

Position 1 : mode ajustage.
Position 2 : mode contrôle.

Remarque

Le bloc de contrôleur dépend de la méthode utilisée.

5-7-1 Application de la méthode on-line pour la commande des procédés modélisables par un modèle du premier ordre (moyenne réglabilité).

a- Prédicteur de Smith on line

Le prédicteur de Smith nécessite, l'ajustement des paramètres du contrôleur primaire et les paramètres du modèle de procédé. Les paramètres du contrôleur primaire seront déterminés par la méthode on-line (voir chapitre 4) à partir des paramètres du cycle limite. Pour les paramètres du modèle dans le PS, on utilise les paramètres du modèle du premier ordre identifié.

b- PI prédictif on-line [23][24]

Cette méthode est basée sur le déplacement du point critique à un autre point spécifié par une marge de phase ϕ_m et le gain en boucle ouverte $1/a_m$. Contrairement à la méthode PI prédictif qu'on a vu dans le chapitre 2, la méthode PI prédictif on-line ne nécessite pas l'approximation de procédé avec un modèle du premier ordre, puisque les paramètres du régulateur PI sont déterminés directement à partir des paramètres du cycle limite et l'horizon de prédiction ce dernier est en fonction de retard du modèle identifié ($lp \leq 63\%$ de L_m).

Le système compensé doit satisfaire :

$$G_c(j\omega_{cr})G(j\omega_{cr}) = \frac{1}{a_m} e^{j(\pi+\phi_m)} \quad (5-15)$$

avec

$$G_c(j\omega_{cr}) = kp \left(1 + \frac{1}{j\omega_{cr}Ti} \right) e^{j\omega_{cr}lp} \quad / lp: \text{Horizon de prédiction}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |G_c(j\omega_{cr})| = kp \sqrt{1 + \frac{1}{\omega_{cr}^2 Ti^2}} \\ \arg(G_c(j\omega_{cr})) = \omega_{cr}lp - \arg\left(\frac{1}{\omega_{cr}Ti}\right) = \phi_c \end{cases} \quad (5-16)$$

D'après la relation (5-15) :

$$\phi_c = \phi_m - \psi$$

$$\Rightarrow \omega_{cr}lp - \phi_m + \psi = \arg\left(\frac{1}{\omega_{cr}Ti}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Ti = \frac{1}{\omega_{cr} \operatorname{tg}(\omega_{cr}lp + \psi - \phi_m)} \\ kp = \frac{4M}{\pi a_c} \cos(\omega_{cr}lp + \psi - \phi_m) \end{cases} \quad (5-17)$$

c- Méthode d'optimisation on-line

Dans ce cas, la fonction à minimiser "J" est basée sur le modèle identifié du premier ordre.

Puisque l'ordre du modèle identifié est faible (premier ordre), il sera facile de calculer les paramètres du régulateur PID qui minimisent la fonction "J", dans ce cas, temps de calcul sera faible.

d- Méthode Ziegler-Nichols on-line

Pour cette méthode les paramètres du régulateur PID sont déterminés directement à partir des paramètres du cycle limite.

5-7-2 Exemples de simulation

Exemple1 : Le procédé : $G(s) = \frac{e^{-2s}}{s+1}$

Le modèle identifié est donné par : $G_m(s) = \frac{1.0001e^{-2.0012s}}{1.0000s+1}$

Les paramètres du contrôleur pour chaque méthode sont donnés par le tableau suivant :

Méthode	Kp	Ti	Td
Ziegler-Nichols	0.9094	1.7582	0.6896
Optimisation (critère ISE)	0.3500	1.0300	0.0200
PPI $Lp=0.4Lm, \phi_m=30^\circ, 1/a_m=0.43$	0.6003	2.0762	-
PS $\phi_m=30^\circ, 1/a_m=01.5$	2.6432	3.0000	0.7500

Tableau 5-2 Paramètres du contrôleur pour chaque méthode, exemple 1

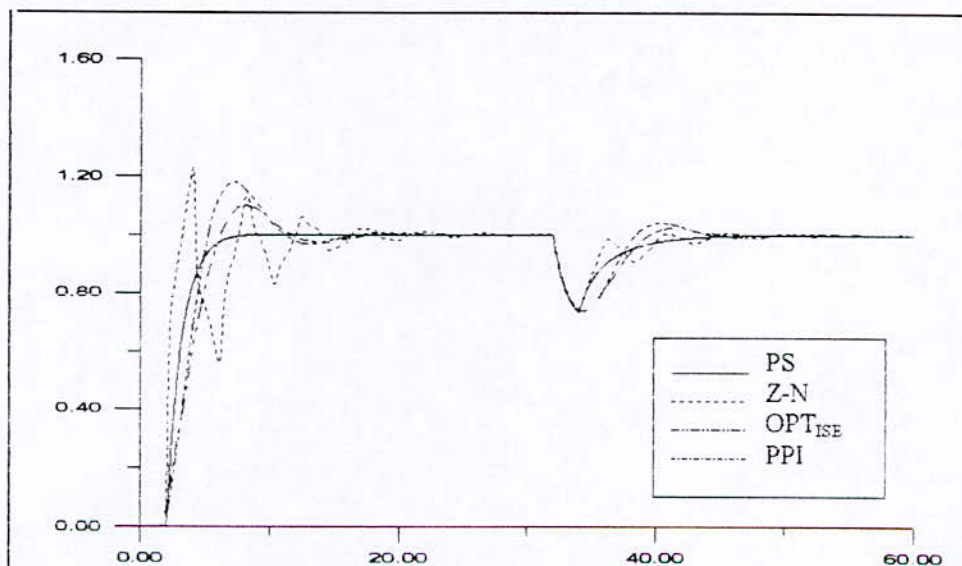


Fig 5-17 Performance de la méthode on-line, exemple 1

Exemple 2 Le procédé : $G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s^2+s+1)}$

Le modèle identifié du premier ordre : $G_m(s) = \frac{0.9995 e^{-2.0390s}}{1.1151s+1}$

Méthode	Kp	Ti	Td
Ziegler-Nichols	0.9269	2.9750	0.7437
Optimisation (critère ISE)	0.3300	1.1500	0.0400
PPI $Lp=0.5L_m, \phi_m=30^\circ, 1/a_m=0.6$	0.7239	1.1840	-
PS $\phi_m=30^\circ, 1/a_m=1.5$	2.1326	2.8631	0.7158

Tableau 5-3 Paramètres du contrôleur pour chaque méthode, exemple 2

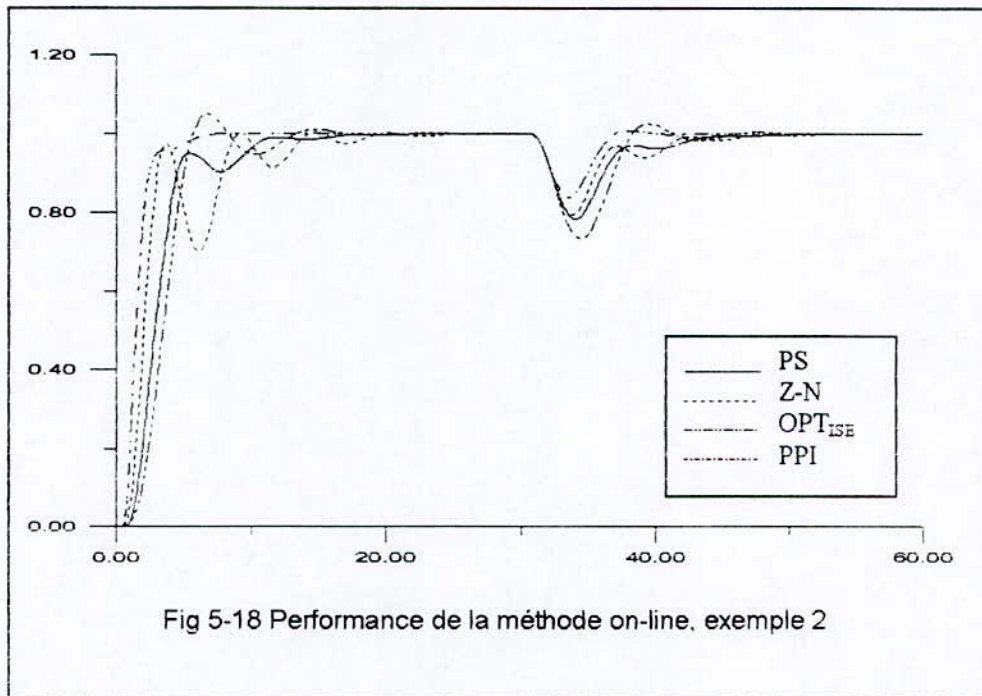


Fig 5-18 Performance de la méthode on-line, exemple 2

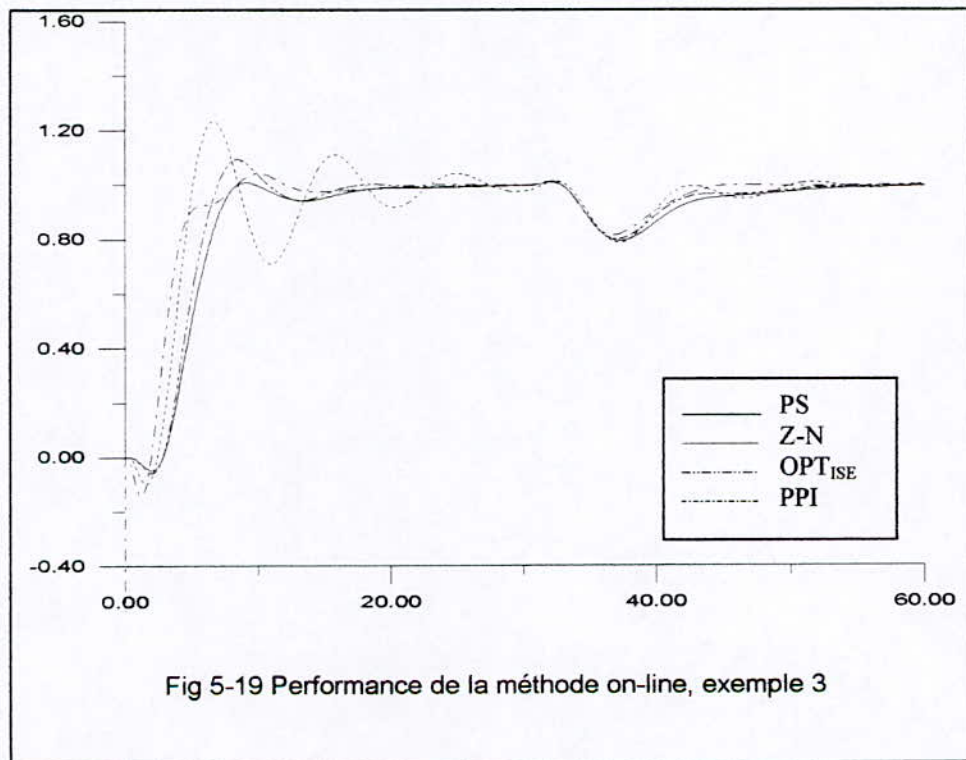
Exemple 3

Le procédé : $G(s) = \frac{1-s}{(s+1)^5}$

Le modèle identifié : $G_m(s) = \frac{0.9996 e^{-3.3279s}}{3.8881s+1}$

Méthode	Kp	Ti	Td
Ziegler-Nichols	1.1768	5.7328	1.4332
Optimisation (critère ISE)	0.1500	1.0000	0.0600
PPI $Lp=0.45L_m, \phi_m=30^\circ, 1/a_m=0.45$	3.4797	0.9380	—
PS $\phi_m=30^\circ, 1/a_m=1.5$	3.3311	5.1495	1.2574

Tableau 5-4 Paramètres du contrôleur pour chaque méthode, exemple 3



5-7-2 Commande des procédés selon leur gamme de réglabilité

Selon la réglabilité, on peut modéliser les procédés par l'un des modèles suivants :

Modèle 1 : $G_{m1}(s) = \frac{k_m}{T_m s + 1} e^{-L_m s}$, pour les procédés de moyenne réglabilité,

Modèle 2 : $G_{m2}(s) = k_g e^{-L_g s}$, pour les procédés de grande réglabilité,

Modèle 3 : $G_{m3}(s) = \frac{k_i}{s} e^{-L_i s}$, pour les procédés de faible réglabilité.

L'objectif sera alors de vérifier les résultats de la méthode on-line pour toutes les classes des procédés (faible réglabilité, moyenne réglabilité ou grande réglabilité). Pour cela on varie le retard pour chaque exemple et on utilise le modèle convenable dans la gamme de variation du retard correspondant.

Le contrôleur utilisé est le prédicteur de Smith pour les procédés de moyenne réglabilité et de grande réglabilité, mais pour les procédés de faible réglabilité, et puisque le PS ne convient pas, (voir chapitre 4) on utilise le PS modifié.

5-7-2-1 Ajustage de contrôleur primaire dans le prédicteur de Smith

a- système de moyenne réglabilité

Pour ces systèmes, les paramètres de contrôleur primaire sont déterminés par la méthode on-line (voir chapitre 4).

b- système de grande réglabilité

Morari et Zafirov [28] ont proposé les formules suivantes pour ajuster les paramètres de contrôleur primaire qui sera un simple PI.

$$\begin{cases} k_p = \frac{L_g}{(L_g + 2T_{reg})k_g} \\ T_i = \frac{L_g}{2} \end{cases} \quad (5-18)$$

Avec T_{reg} est un paramètre de réglage lié à la rapidité désirée de la réponse du système compensé. On prend pour les exemples $T_{reg} = \sqrt{10}L_g$.

5-7-2-2 Ajustage de prédicteur de Smith modifié pour les systèmes de fiable réglabilité

Le prédicteur de Smith modifié nécessite l'ajustage de trois paramètres, T_r , K_0 et K_r :

$$K_0 = \frac{1}{2K_p L_m}$$

$$K_r = \frac{1}{K_p T_r}$$

Si on prend :

$$\begin{cases} L_m = L_i \\ K_p = k_i \end{cases} \quad (5-19)$$

et on fait un choix convenable de T_r (la constante du temps désirée en boucle fermée), les deux autres paramètres (K_0 , K_r) sont déterminés facilement par les formules précédentes.

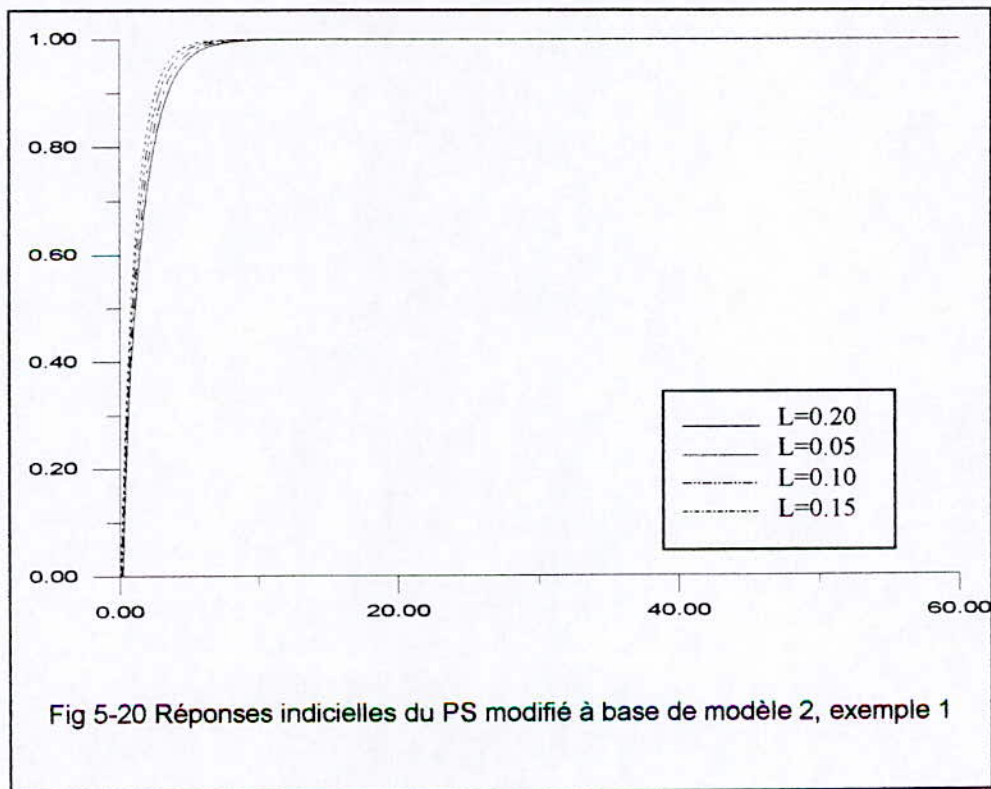
5-7-2-3 Exemples de simulation

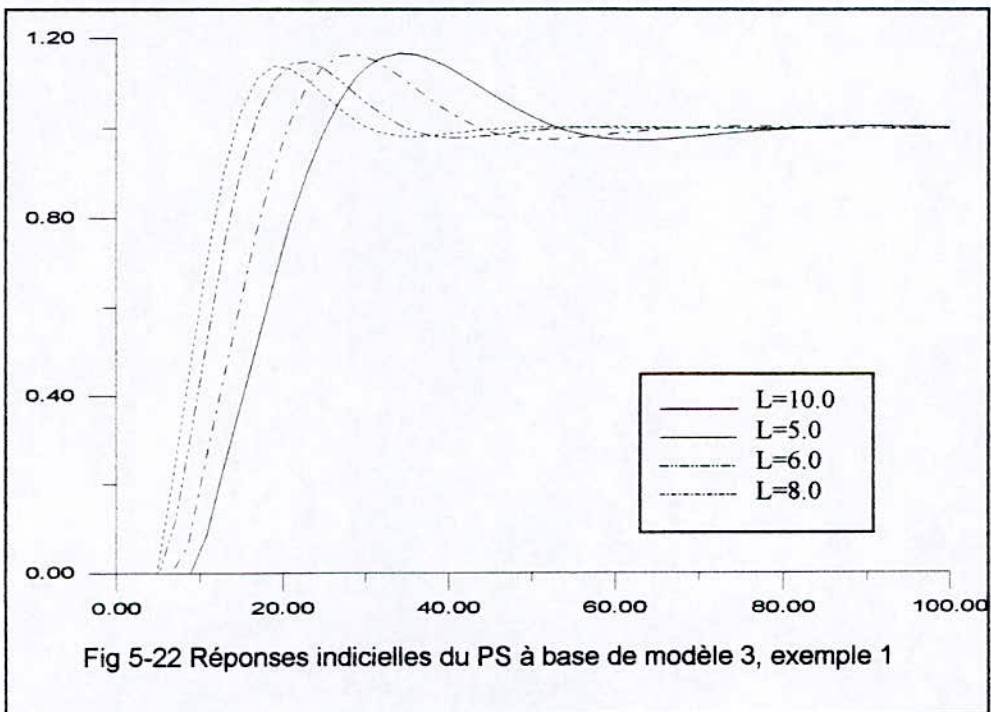
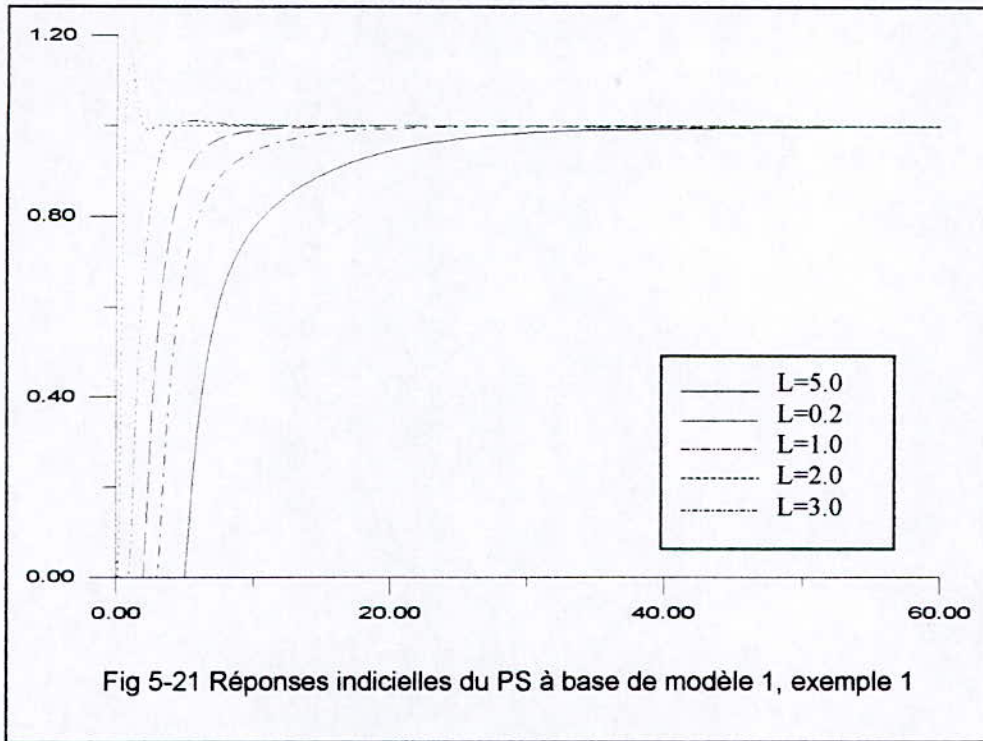
Exemple 1

$$G_m(s) = \frac{e^{-Ls}}{s+1}$$

Retard L	Modèle 2 G_{m2}		Modèle 1 G_{m1}			Modèle 3 G_{m3}	
	k_i	L_i	K_m	T_m	L_m	k_g	L_g
0.05	0.9971	0.0421	-	-	-	-	-
0.1	0.9944	0.0875	-	-	-	-	-
0.15	0.9910	0.3112	-	-	-	-	-
0.20	0.9872	0.1735	1.0000	0.9998	0.9999	-	-
1.00	-	-	1.0000	1.0000	1.0000	-	-
2.00	-	-	1.0000	1.0003	2.0013	-	-
3.00	-	-	1.0000	1.0010	3.0018	-	-
5.00	-	-	1.0000	1.0067	5.0014	0.9253	1.8568
6.00	-	-	-	-	-	0.9426	2.1087
8.00	-	-	-	-	-	0.9652	2.6159
10.00	-	-	-	-	-	0.9743	3.1570

Tableau 5-5 Paramètres du modèle identifié, exemple 1



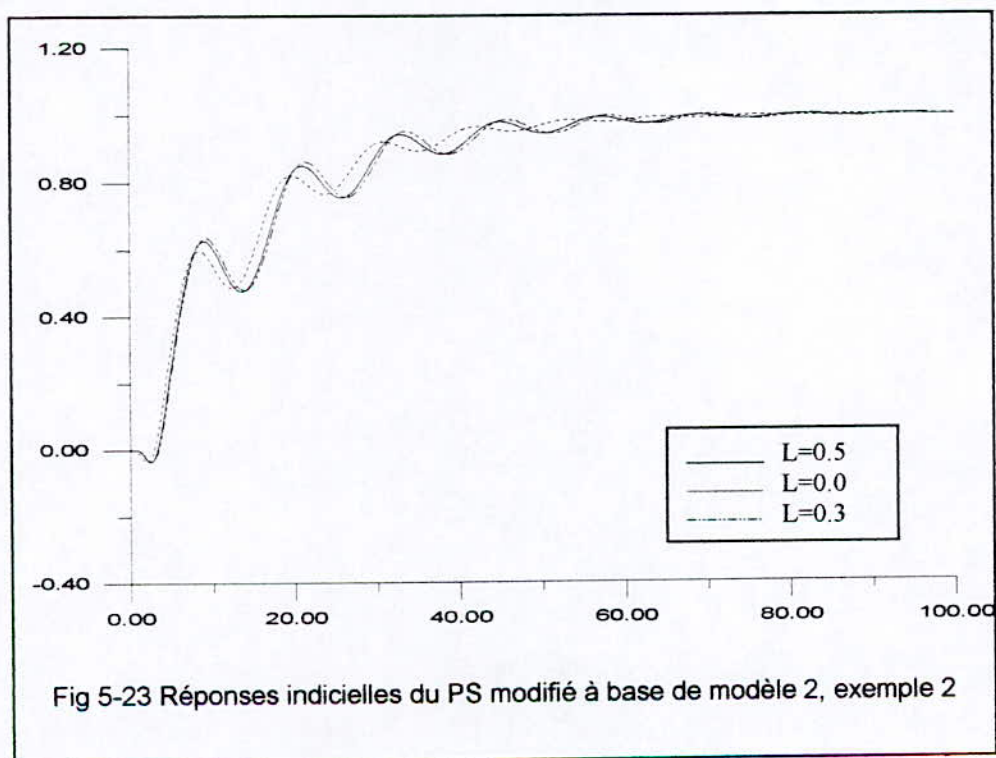


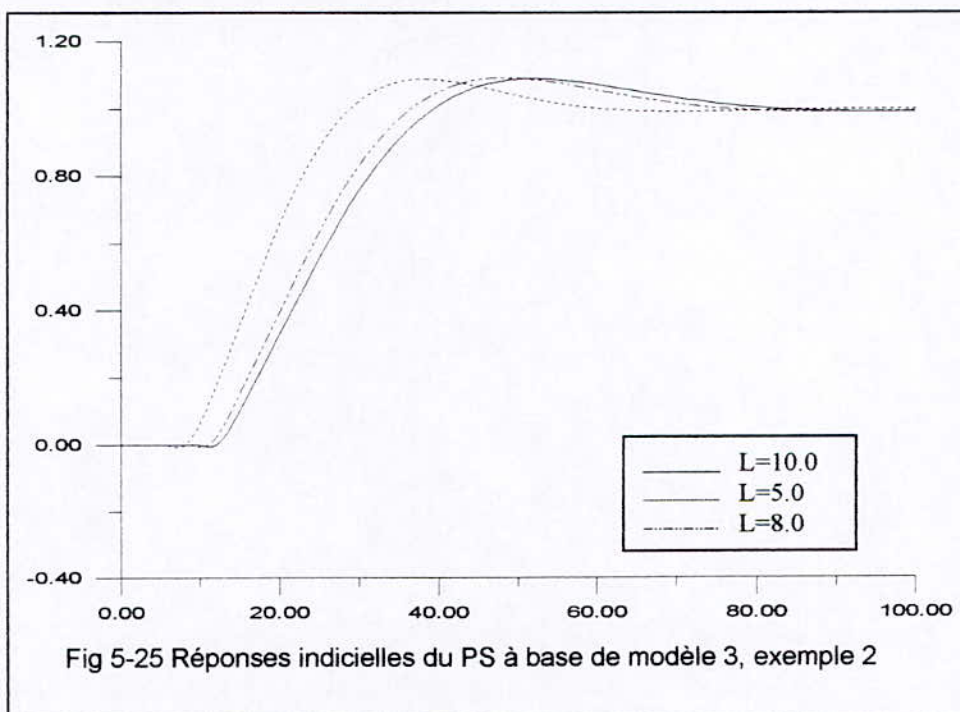
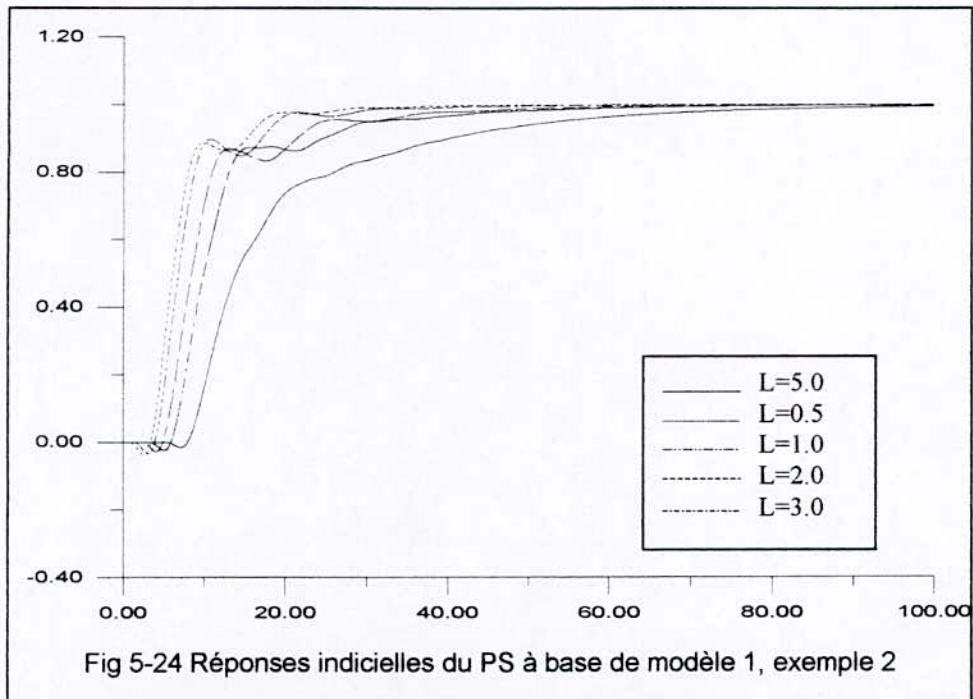
Exemple 2

$$G(s) = \frac{1-s}{(s+1)^5} e^{-Ls}$$

Retard	Modèle 2		Modèle 1			Modèle 3	
	G_{m2}		G_{m1}			G_{m3}	
0.00	0.2328	2.5271	-	-	-	-	-
0.30	0.2271	2.2443	-	-	-	-	-
0.50	0.2255	2.7177	1.0000	3.9821	3.6084	-	-
1.00	-	-	1.0000	3.9290	3.9162	-	-
2.00	-	-	1.0000	3.5787	4.6568	-	-
3.00	-	-	1.0000	2.9796	5.5987	-	-
5.00	-	-	1.0000	1.4797	8.6271	0.2575	3.6265
8.00	-	-	-	-	-	1.0053	4.4053
10.00	-	-	-	-	-	1.0095	4.7301

Tableau 5-6 Paramètres du modèle identifié, exemple 2





5-8 Robustesse

5-8-1 Précisions du modèle identifié

La précision du modèle obtenu est directement liée à la précision avec laquelle ω_{cr} et a_c sont mesurées. L'extraction du modèle linéaire et l'utilisation de l'équivalent harmonique constitue une technique de linéarisation, par conséquent on fait une erreur d'environ de 30%. De plus, si le procédé présente des non-linéarités on obtient des oscillations asymétriques et par suite, une mesure erronée de ω_{cr} et a_c .

D'autre part, la mesure des paramètres du cycle limite, en présence de bruit, peut affecter cette mesure mais il a été montré [6][27] que l'utilisation d'un relais avec hystérésis permet de réduire l'influence de bruit.

5-8-2 Effets de perturbations statiques

En présence de perturbations les oscillations du cycle limite sont asymétriques et semblables à celles observées lorsque le relais est baissé.

Dans ce cas, l'entrée $e(t)$ du relais est de la forme :

$$e(t) = a_c \sin \omega t + \Delta a_0 \quad (5-20)$$

où a_c est l'amplitude critique et a_0 le gain statique du signal du perturbation $d(s)$.

En développant la sortie $u(t)$ du relais en séries de Fourier, on obtient :

$$u(t) = u_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \quad (5-21)$$

$$u_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = -\frac{2M}{\pi} \arcsin \left(\frac{\Delta a_0}{a_c} \right) \quad (5-22)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos(\omega t) dt = \frac{4M}{n\pi} \sin \left(n \arcsin \left(\frac{\Delta a_0}{a_c} \right) \right), \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (5-23)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin(\omega t) dt = \frac{4M}{n\pi} \cos \left(n \arcsin \left(\frac{\Delta a_0}{a_c} \right) \right), \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (5-24)$$

Il est bien clair que la présence de u_0 et des termes A_2, A_4, \dots détériore l'approximation de l'équivalent harmonique et par conséquent, la mesure des paramètres du cycle limite.

Le premier harmonique est donné par :

$$\begin{aligned} u(t) &\cong u_0 + A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega \\ &\cong u_0 + \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin \left(\omega t + \arctg \left(\frac{B_1}{A_1} \right) \right) \end{aligned} \quad (5-25)$$

5-9 Conclusion

Après l'étude de quelques systèmes de différentes dynamiques approximés par la méthode de Qing Wang, on peut conclure que cette dernière est très puissante pour approximer les systèmes par un modèle du premier ordre. Ce résultat est confirmé dans la section 5-7.

La méthode PPI prédictif on-line donne de bonnes performances, cependant, le choix de l'horizon de prédiction est difficile, un algorithme qui permet de déterminer le choix adéquat de l_p est nécessaire dans ce cas.

Un résultat très important que nous ayons obtenu dans ce chapitre est l'ajustage de prédicteur de Smith modifié pour les systèmes de faible réglabilité à partir des paramètres du modèle identifié :

$$K_p = K_i$$

$$L_m = L_i$$

Donc, il nous reste à faire un choix de T_r (la constante du temps désirée en boucle fermée).

CHAPITRE 6

EXTENTIONS DES METHODES AUX SYSTEMES MIMO

6-1 Introduction

La commande des systèmes multivariables constitue maintenant un sujet d'étude important en raison de ses diverses applications dans le domaine industriel. De tels systèmes, dont la taille est souvent grande, peuvent être caractérisés par la présence de plusieurs sorties à réguler au moyen de plusieurs commandes. Parmi les différentes méthodes qui abordent le sujet, on peut distinguer celles qui cherchent à découpler le système multivariables avant de le commander, et les méthodes qui le considèrent globalement.

La conception des contrôleurs PID pour les systèmes multivariables (MIMO) est beaucoup plus difficile que celle des systèmes monovariabiles (SISO) à cause de l'interaction des boucles. Cette interaction apporte une grande influence sur les performances du système. Pour comprendre la nature des systèmes MIMO il faut d'abord commencer par une analyse des différents problèmes, comme par exemple celui qui consiste à éliminer l'interaction par le découplage.

6-1-1 Définition d'un système MIMO

Dans un système à "m" entrées $R_i(s)$ et "m" sorties $Y_i(s)$ contrôlé par "m" contrôleurs figure 6-1, la relation entrée-sortie est caractérisée par une matrice de transfert $G(s)$ de dimension $(m \times m)$.

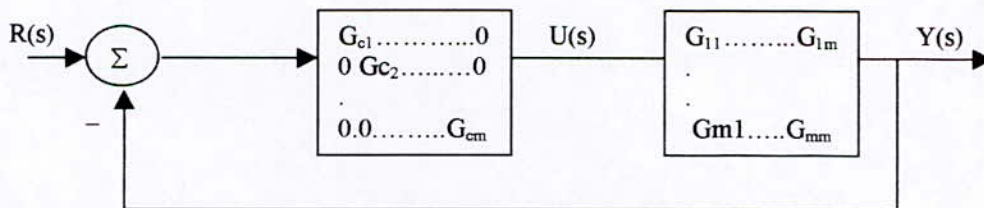


Fig. 6-1 Système MIMO

On suppose que les composantes de $G(s)$ sont ordonnées de façon à ce que le plus fort couplage soit entre $u_i(s)$ qui est l'entrée de $G(s)$ et la sortie $y_i(s)$. Dans ce cas, on peut considérer $G_{ij}(s)$ comme étant la principale fonction de transfert entre $u_i(s)$ et $y_i(s)$ et les termes de couplage $G_{ij}(s)$ avec $i \neq j$ constituent des fonctions de transferts secondaires ou bien comme des entrées de perturbation agissant sur $y_i(s)$. Dans le cas général où les termes de couplage $G_{ij}(s)$ ne sont pas négligeables, il y aura une forte interaction entre les grandeurs d'entrées et de sorties, ce qui rend la commande plus compliquée.

6-1-2 Systèmes à deux entrées/deux sorties(TITO)

Pour faciliter l'analyse, nous prendrons un système avec $m=2$ que nous appelons système TITO figure(6-2) qui est constitué de deux boucles interconnectées, cette interaction peut rendre le système instable si elle est importante. Le système TITO présente une analyse fondamentale qui pourra être généralisée aux systèmes MIMO.

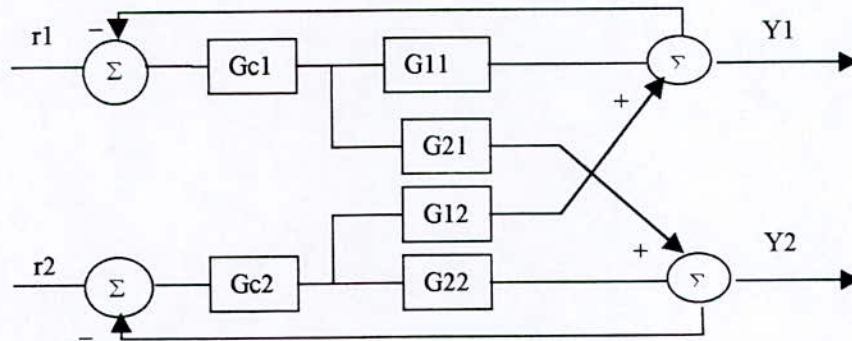


Fig.6-2 Système à 2 entrées 2 sorties (TITO)

6-2 Découplage

Le découplage se présente de la manière suivante : on veut compenser un système dynamique linéaire multivariable constant de sorte que le système compensé soit découplé, c'est à dire qu'on puisse commander indépendamment les sorties du système par des entrées correspondantes, une telle structure peut être très avantageuse.

• **Découplage d'un système TITO**

Soit le système représenté par sa matrice de transfert où le nombre d'entrées est 2 et égale au nombre de sorties.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \tag{6-1}$$

Les G_{ij} pour $i \neq j$ représentent les transmittances de couplage. Dans le cas où la matrice G peut être mise sous forme diagonale.

$$GD = \text{diag}\{GD_{ii}\}, \text{ avec } GD_{ij} = 0 \text{ pour } i \neq j \tag{6-2}$$

Où G est la fonction de transfert du système et D est la fonction de découplage.

Pour que le système soit découplé, il suffit donc de réaliser les conditions suivantes :

$$\frac{\partial Y_1}{\partial U_2} \Big|_{U_1} = 0 \tag{6-3.a}$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial U_1} \Big|_{U_2} = 0 \tag{6-3.b}$$

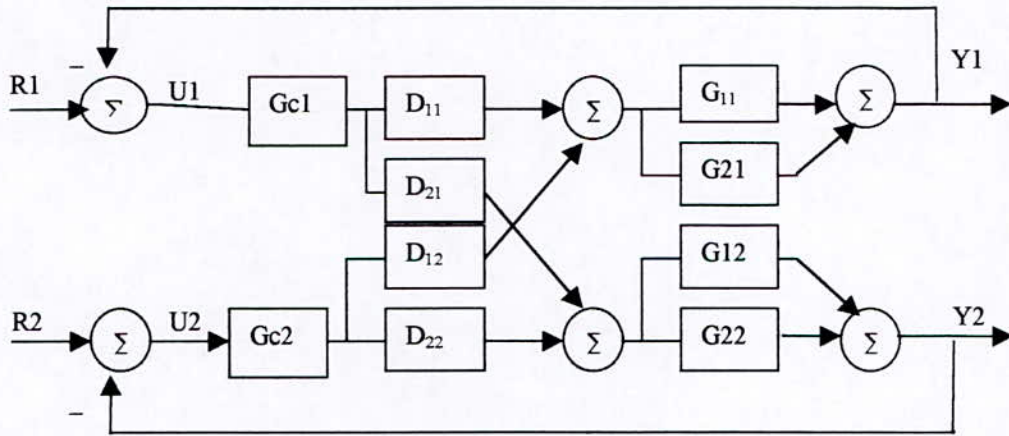


Fig. 6-3 Découplage d'un système TITO

Il suffit de trouver une matrice de transfert en boucle ouverte identique à (G.D) tel que

$$G.D = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}D_{11} + G_{12}D_{21} & G_{11}D_{12} + G_{12}D_{22} \\ G_{21}D_{11} + G_{22}D_{21} & G_{21}D_{12} + G_{22}D_{22} \end{bmatrix}$$

Les relations entre variables d'entrées et contrôlées sont :

$$[Y] = [G.D][U]$$

pour satisfaire les équations (6-3.a) et (6-3.b), nous devons avoir :

$$D_{12}G_{11} + D_{22}G_{12} = 0 \tag{6-4}$$

$$D_{21}G_{22} + D_{11}G_{21} = 0 \tag{6-5}$$

on pose pour simplification :

$$D_{11} = D_{22} = 1 \tag{6-6}$$

les équations (6-4), (6-5), et (6-6) donnent les relations suivantes :

$$D_{12} = -G_{12}/G_{11} \tag{6-7}$$

$$D_{21} = -G_{21}/G_{22} \tag{6-8}$$

En appliquant cette technique de découplage au système de la figure 6-2; l'interaction est éliminée et un système modifié est obtenu. Ce système à deux boucles indépendantes (figure 6-4) avec des conditions :

$$G_e1 = G_{11}(1 - G_{12}G_{21}/G_{11}G_{22}) \tag{6-9}$$

$$G_e2 = G_{22}(1 - G_{12}G_{21}/G_{11}G_{22}) \tag{6-10}$$

La non-interaction étant réalisée, le problème se réduit à la compensation de boucles monovariées. A ce stade, plusieurs possibilités sont envisageables telle que l'application de Ziegler_Nichols, l'optimisation quadratique, prédicteur PI, prédicteur de Smith... etc.

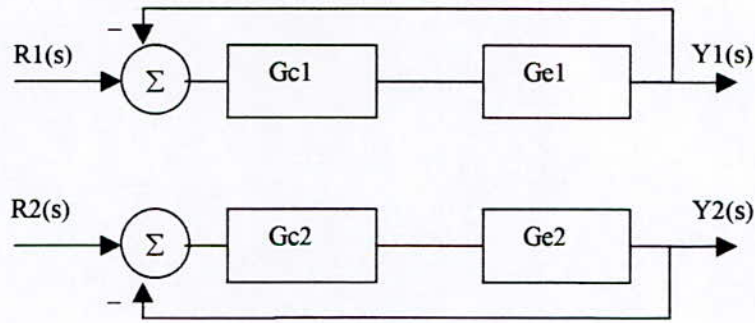


Fig. 6-4 Système découplé

6-3 Technique de tests à relais pour les systèmes MIMO

Toutes les techniques de tests à relais proposées pour les systèmes multivariables, ne sont que des variantes des principales considérations suivantes :

Le système est supposé être constitué de plusieurs sous-systèmes, les termes de couplages sont considérés comme des perturbations, ce qui permet de tester toutes les boucles indépendamment l'une de l'autre ou bien la prise en compte des interactions provenant des termes de couplages où un test de toutes les boucles simultanément est nécessaire. Nous ne retiendrons que les deux techniques suivantes :

a) Tests à relais séquentiels pour toutes les boucles

L'idée est de tester le système boucle par boucle, en fermant chaque boucle une fois testée jusqu'au réglage de toutes les boucles. Dans ce cas, un autre problème apparaît, c'est le choix de la première boucle avec laquelle il faut commencer. Une petite analyse des interactions fait qu'on doit suivre un ordre décroissant en commençant par la boucle la plus rapide [34]. En effet puisque la boucle la plus lente est la plus sensible aux interactions, donc, lorsqu'on met celle ci sous test en premier, elle ne permettrait pas aux interactions de se manifester, Par contre si elle est testée en dernier, cela permettra de prendre en compte toutes les interactions résultantes de la fermeture des boucles plus rapides. La stabilité globale est assurée tant que les oscillations sont contrôlées à chaque fermeture de boucle.

b) Test à relais décentralisé

Dans ce cas, toutes les boucles sont placées sous test simultanément [33], comme le montre la figure suivante :

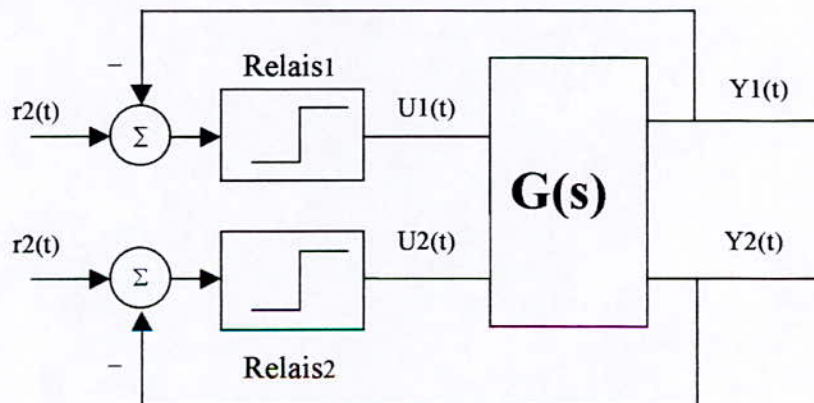


Fig. 6-5 Système TITO sous test à relais décentralisé

Les relais sont caractérisés par : relais1=(h₁,M₁) et relais2=(h₂,M₂), avec h₁,h₂ sont l'hystérésis des deux relais respectivement et M₁, M₂ leurs amplitudes

Cette configuration permet de tenir compte de toutes les interactions et de bénéficier de tous les avantages du test en boucle fermée.

Un système TITO sous test à relais décentralisé, conduit après un certain temps transitoire à l'apparition de cycles limites où chaque sortie possède sa propre fréquence d'oscillation. Alors qu'il a été montré [33] que dans un tel système sous test et avec un ajustement approprié des amplitudes des relais, toutes les sorties auront la même fréquence d'oscillation $\omega_{cr1}=\omega_{cr2}=\omega_{cr}$ mais, avec des phases différentes.

La fonction de description est utilisée pour analyser la caractéristique d'un système multivariable avec des éléments non linéaires. Supposons que les signaux injectés aux entrées des relais de forme sinusoïdale représentés par un vecteur x, les relais sont décrits par la matrice N(a).

$$N_i(a_i)=\frac{4M_i}{a_i\pi} \sqrt{1-\left(\frac{h_i}{a_i}\right)^2} - j\frac{4M_i h_i}{\pi a_i^2} \quad i=1,2 \quad (6-11)$$

$N(a)=\text{diag}\{N_1, N_2\}$. Si le système est entré en oscillation alors on :

$$G(j\omega_{cr})N(a)x=-x \quad (6-12)$$

$$[I+G(j\omega_{cr})N(a)]x=0 \quad (6-13)$$

la condition d'oscillation est :

$$\det[I+G(j\omega_{cr})N(a)]=0 \quad (6-14)$$

l'équation caractéristique du système TITO est :

$$(1+G_{11}N_1)(1+G_{22}N_2)-G_{12}G_{21}N_1N_2=0 \quad (6-15)$$

avec N_i le gain équivalent de l'élément non linéaire, i =1,2

La fréquence et l'amplitude de l'oscillation peuvent être déterminés. Supposons que la fréquence des cycles limites des boucles soit la même, le vecteur d'entrée du relais, x est donné par l'expression suivante :

$$x=[a_{c1}\cos(\omega_{cr}t) \quad a_{c2}\cos(\omega_{cr}t+\phi)]^t$$

où x s'écrit:

$$-x_1=G_{11}N_1x_1+G_{12}N_2x_2 \quad (6-16)$$

$$-x_2=G_{12}N_1x_1+G_{22}N_2x_2 \quad (6-17)$$

Les quatre inconnues ω_{cr} , a₁, a₂ et ϕ sont déterminés par le système d'équations (6-16) et (6-17). Si la solution de l'équation (6-16) est identique à celle de l'équation (6-17) cela implique que la fréquence d'oscillation est la même. Le gain critique est donné par : $K_{cr}=4h_i/\pi M_i$. D'une autre façon si l'oscillation du système avec relais n'est pas sinusoïdale à l'entrée de celui-ci, le gain critique obtenu par relation précédente sera approximatif.

On peut déterminer le cycle limite en utilisant la simulation du système avec relais et ceci peut donner une solution exacte du cycle limite. La zone de stabilité du système (TITO) avec un contrôleur proportionnel est obtenue approximativement en utilisant le contrôle avec relais. En changeant le rapport des amplitudes des relais, les gains critiques ou les valeurs limites des gains proportionnels sont obtenus. Cette méthode est adaptée aux systèmes TITO. L'équation (6-15) peut s'écrire sous la forme :

$$(G_{11}+1/N_1)(G_{22}+1/N_2)-G_{12}G_{21}=0 \quad (6-18)$$

Le choix du rapport des amplitudes des relais influence sur la détermination des paramètres du PID. Généralement, la grandeur du rapport h_i/h_j (i=1,2 j=1,2) est utilisée pour la détermination

des données du point critique afin d'ajuster les contrôleurs et avoir les meilleures performances de la boucle i . Dans le cas où l'oscillation à l'entrée des relais est identique aux deux boucles, dans ce cas le rapport entre les gains critiques est donné par l'équation (6-18)

$$K_{c1}/K_{c2}=(K_{21}(h_1/h_2)+K_{22})/(K_{11}+K_{12}(h_2/h_1)) \tag{6-19}$$

Ceci se produit dans le cas où les fonctions de transferts ont des numérateurs constants, de même signe et de même dénominateur.

6-4 Synthèse à boucle dominante

Pour les systèmes TITO entrées en oscillations il existe une boucle appelée dominante, sa fréquence critique est proche de la fréquence critique du système TITO. Des tests à relais indépendants suffisent pour déterminer la boucle ayant la plus basse fréquence critique, cette dernière est utilisée dans la synthèse de toutes les boucles, ce qui permet de prendre en considération les interactions indirectement.

Dans les tests, chaque boucle aura son gain critique K_{ci} et sa fréquence critique ω_{cri} , la plus petite de toutes les ω_{cri} est prise comme étant la fréquence ω_{cr} du système TITO.

6-5 Méthode de Ziegler-Nichols généralisée

Comme pour les systèmes SISO les paramètres du contrôleur PID sont donnés par des formules empiriques (formules de Ziegler-Nichols généralisées). On utilise le gain et la fréquence critique (K_{ci}, ω_{ci}) déterminés à partir de tests à relais pour les deux boucles pour calculer les paramètres du régulateur PID ou PI, qui sont donnés par le tableau 6-1.

Paramètres	PI	PID
K_{pi}	$a1K_{ci}$	$a2K_{ci}$
T_{i_i}	$0.8T_{c_i}$	$0.5T_{c_i}$
T_{d_i}		$0.12T_{c_i}$
$0.50 \leq a1 \leq \sqrt{0.5}$		
$0.45 \leq a2 \leq \sqrt{0.45}$		

Tableau 6-1 Formules de Ziegler-Nichols généralisée

Le choix du coefficient 'ai' dépend du rapport $\eta_i = \omega_{cr}/\omega_{cri}$.

- Si $\eta_i \ll 1$, on choisit 'ai' proche de la limite supérieure.
- Si $\eta_i \approx 1$, on choisit 'ai' proche de la limite inférieure.

6-6 Méthode d'Astrom-Hagglund généralisée

L'idée de déplacer le point critique en boucle ouverte sur la courbe de Nyquist du procédé à la position désirée, est utilisée pour le calcul des paramètres PID.

Comme pour les systèmes SISO, cette méthode sera appliquée aux systèmes TITO. Si le système considéré est celui de la figure 6-2, système possédant deux relais contrôleurs avec $h_1M_2/h_2M_1=1$ (h_1 et h_2 sont les hystérésis des deux relais respectivement et M_1 et M_2 leurs amplitudes), la fréquence du cycle limite est la fréquence à laquelle la caractéristique a la plus grande amplitude qui coupe l'axe des réels (partie négative). La méthode de conception est basée sur le déplacement de ce point à la position désirée grâce à l'utilisation de contrôleurs PID. Autrement dit cette méthode de conception consiste à modifier le gain et la phase afin d'obtenir la caractéristique appropriée pour avoir une stabilité et de bonnes performances en boucle fermée. Supposons que le système soit stable en boucle ouverte et que la fréquence critique ainsi que les

gains critiques soient connus $K_{c1}, K_{c2}, \omega_{cr}$, les contrôleurs ont des fonctions de transferts que l'on peut présenter sous la forme matricielle suivante.

Soit G_{ci} la fonction de transfert du contrôleur PID :

$$G_{ci} = K_{p_i} \left(1 + \frac{1}{sT_{i_1}} + sT_{d_i} \right) = |G_{ci}(s)| \angle \phi_{ci}, \quad i=1,2 \quad (6-20)$$

$$G_c = \begin{bmatrix} G_{c1} & 0 \\ 0 & G_{c2} \end{bmatrix}$$

$$G_c = \begin{bmatrix} K_{p_1} \left(1 + \frac{1}{sT_{i_1}} + sT_{d_1} \right) & 0 \\ 0 & K_{p_2} \left(1 + \frac{1}{sT_{i_2}} + sT_{d_2} \right) \end{bmatrix}$$

Soit ϕ_{mi} la marge de phase désirée pour chaque boucle, comme pour les système SISO les paramètres du régulateur PID sont donnés par :

$$T_{d_i} = \frac{\tan(\phi_{mi}) + \sqrt{4/\alpha_i + \tan^2(\phi_{mi})}}{2\omega_{cr}}$$

$$T_{i_i} = \alpha_i T_{d_i} \quad (6-21)$$

$$K_{p_i} = K_{c_i} \cos(\phi_{mi})$$

Pour une même marge de phase ϕ_m et le même facteur α , on a $K_{p1} \neq K_{p2}$, le facteur α sera pris égal à : $\alpha_i = 4/9K_i K_{ci}$.

6-7.Exemples d'applications

Dans ce qui suit, nous présenterons deux exemples : l'un est de faible interaction qui ne nécessite pas de découplage, et l'autre d'un processus industriel à forte interaction auquel nous appliquerons le découplage.

Exemple-1 :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{3e^{-0.45s}}{s^2 + 2.5s + 1} & \frac{0.2e^{-0.1s}}{2.5s + 1} \\ \frac{0.3e^{-0.45s}}{2s + 1} & \frac{1.1e^{-0.5s}}{3s + 1} \end{bmatrix}$$

La méthode d'A-Hagglund

En fixe les paramètres des relais, relais1=(2,0) et relais2 (1,0) respectivement, $\phi=\pi/4$ on trouve : les caractéristiques du point critique des deux boucles, $\omega_{cr1}=\omega_{cr2}=2.2626$, $a_{c1}=0.9635$ et $a_{c2}=0.2433$, La fréquence de la boucle dominant donc c'est $\omega_{cr}=2.2626$.

La méthode de Z_Nichols

En trouve les points critiques des deux boucles $\omega_{cr}=\omega_{cr1}=\omega_{cr2}=2.2626$, $a_{c1}=0.96326$ et $a_{c2}=0.2433$ les paramètres de régulateur PID pour chaque boucle sont donnés par le tableaux 6-2

Méthodes	La boucle	kp	Ti	Td
A_Hugglund	Boucle 1	1.8689	0.8044	0.6448
	Boucle 2	3.7009	0.8044	0.6848
Z_Nichols	Boucle 1	0.3471	1.5858	1.3885
	Boucle 2	0.3471	3.1404	1.3885
ISE	Boucle 1	1.1000	0.8000	0.9000
	Boucle 2	1.0200	1.0000	0.6000
ISTE	Boucle 1	1.0300	0.8000	0.9000
	Boucle 2	1.2000	2.0000	0.1000

Tableaux 6-2 Paramètres des contrôleurs du système de l'exemple 1

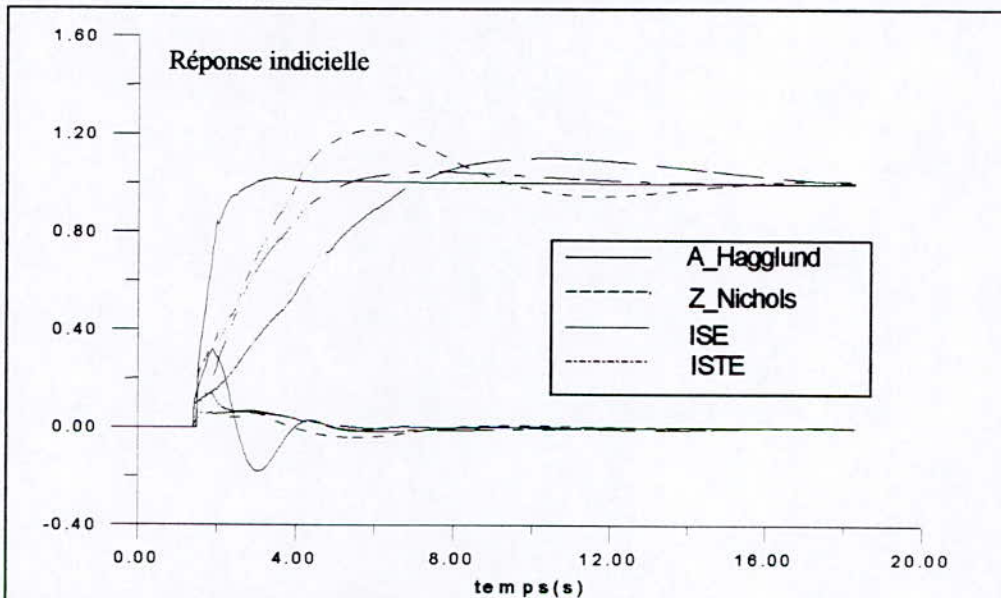


Fig.6-6 la réponse à échelon retardé d'une seconde de la boucle 1, exemple 1 non découplé

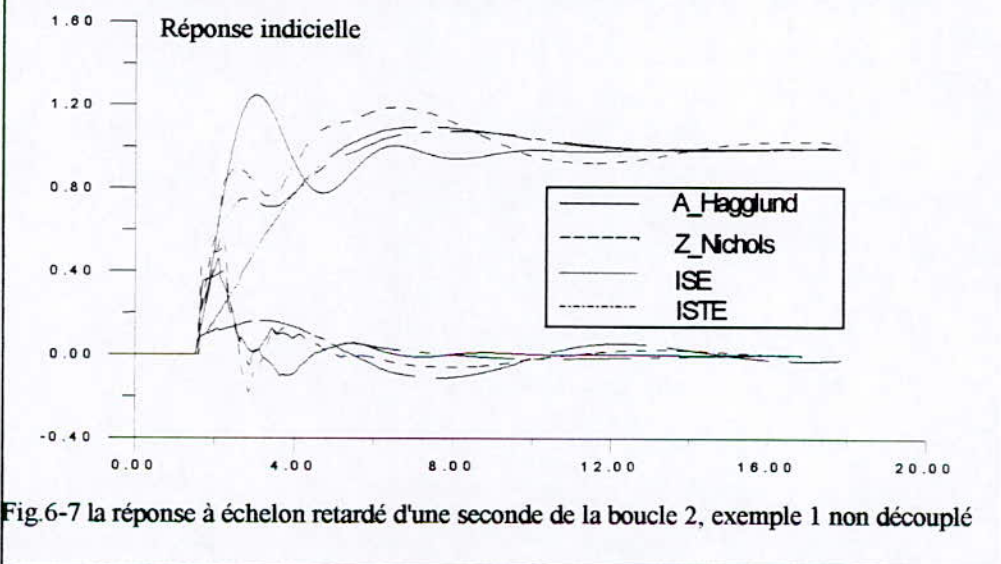


Fig.6-7 la réponse à échelon retardé d'une seconde de la boucle 2, exemple 1 non découplé

Les courbes 6-4 et 6-5 représentent la réponse des deux boucles. On remarque que les méthodes de Ziegler-Nichols et de d'Astrom -Hangglund donnent des performances acceptables. Le critère ISTE donne une réponse avec faible dépassement et un temps de réponse un peu plus grande.

Exemple 2 : [12]

Ce processus figure.6-6 est étudié par Haggblom (1991,1993) et Stromborg (1992), les deux sorties à contrôlés sont : la température et le niveau de solution. Les entrées sont : le flux de solution chaud et froid

A partir des expériences d'identifications ; le processus sera modelé par les équations

$$\begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3.68e^{-0.2s}}{s} & \frac{3.73e^{-0.2s}}{s} \\ -\frac{1.79e^{-0.2s}}{s} & \frac{2.04e^{-0.2s}}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{chaud} \\ \Delta V_{froid} \end{bmatrix}$$

La hauteur h en cm, la température en °C et les entrées V_{chaud} , V_{froid} en cm^3/s

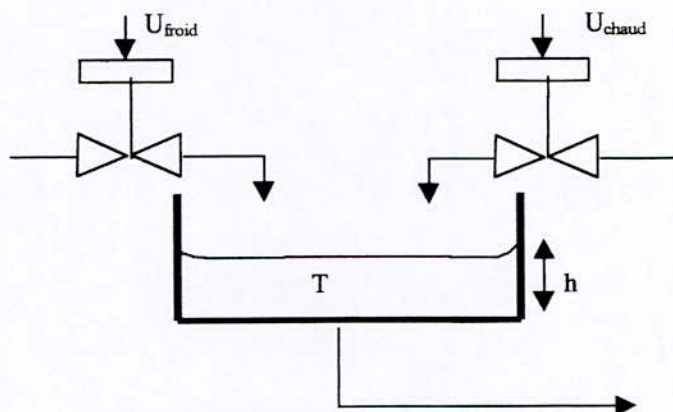


Fig.6-8 mélangeurs des solutions chimique

La méthode A-Hagglund

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4 \text{ et } \phi_m = \pi/4$$

Utilisant des relais ayant les caractéristiques (3,0) et (2,0) respectivement, en mesure les paramètres du cycle limite, pulsations et les gains critiques : $\omega_{cr1} = \omega_{cr2} = 8.2537$ rads/s, $a_{c1} = 1.3803$, $a_{c2} = 2.3290$ et $\omega_{cr} = 8.2537$ rads/s

La méthode Z_Nichols

Relais1(2,3,1) Relais2(1,0), on mesure les paramètres du cycle limite $\omega_{cr1} = \omega_{cr2} = 4.61$ rads/s, $a_{c1} = 2.6931$, $a_{c2} = 2.9645$.

Les paramètres de PID et les Indices de performances calculés par les différentes méthodes sont donnés par le tableau 6-3

Méthodes	Boucle	kp	Ti	Td
A-Hugglund	Boucle1	1.9646	1.7056	0.6906
	Boucle2	2.7399	1.3809	0.7290
Z_Nichols	Boucle1	0.2008	1.6670	0.1607
	Boucle2	0.4143	2.3249	0.3314
ISTE	Boucle1	1.0000	0.7000	1.9000
	Boucle2	1.0000	0.7000	0.6000

Tableaux 6-3 Paramètres des contrôleurs de l'exemple 2 non découplé

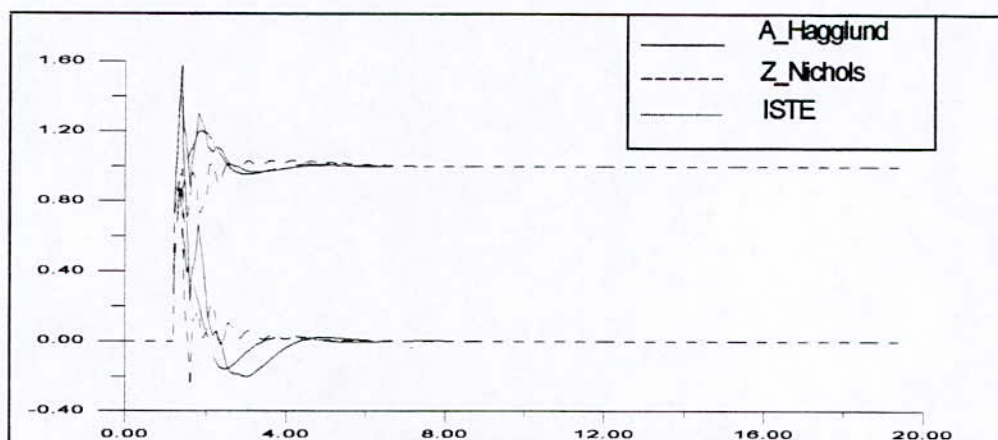


Fig.6.6 la réponse à échelon retardé d'une seconde de la boucle 1, exemple 2 non découplé

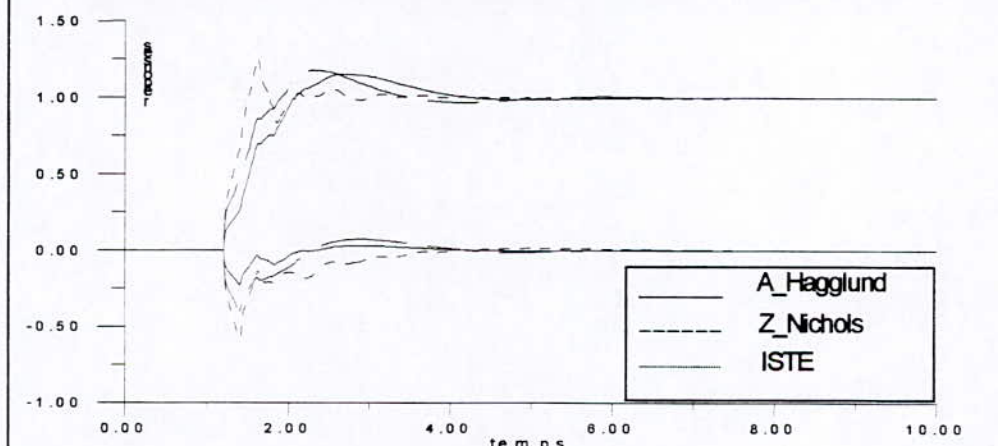


Fig.6.7 la réponse à un échelon retardé d'une seconde de la boucle 2, exemple 2 non découplé

Les figures 6-6 et 6-7 représentent la réponse indicielle des deux boucles du système non découplé avec les différentes méthodes, nous remarquons dans cet exemple, la diminution de temps de réponse et de dépassement avec la critère ISTE.

La fonction de transfert du système découplé utilisant (6-15) et (6-16) est donnée par :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{7.32e^{-0.2s}}{s} & 0 \\ 0 & \frac{4.61e^{-0.2s}}{s} \end{bmatrix}$$

La méthode d'A_hagglund

En fixe les deux relais à (3.5,2) et (3,2) en mesure les pointes critique pour les deux boucles respectivement $\omega_{cr1}=3.85$, $a_{c1}=5.6966$, $\omega_{cr2}=2.9870$ et $a_{c2}=0.6964$, en prend aussi $\phi=\pi/4$, $\omega_{cr}=2.9870\text{rads/s}$

La méthode de Z_Nichols

Relais1(3.5,2) et Relais2(3,2) en trouve : $\omega_{cr1}=3.85\text{rads/s}$, $\omega_{cr2}=2.987\text{rads/s}$, $a_{c1}=5.6966$ et $a_{c2}=0.6964$. les paramètres de PID pour déferentes méthodes sont donnés dans le tableau 6-4

Méthodes		kp	Ti	Td
Z_Nichols	Boucle1	0.4694	0.8159	0.2040
	Boucle2	0.4178	1.0518	0.2629
A-Hugglund	Boucle1	0.5532	1.5203	0.3041
	Boucle2	0.4924	1.9599	0.3924
ISTE	Boucle1	1.0000	2.2000	0.1000
	Boucle2	1.0000	1.7000	0.3000

Tableaux 6.4 Paramètres des contrôleurs de l'exemple 2 découplé

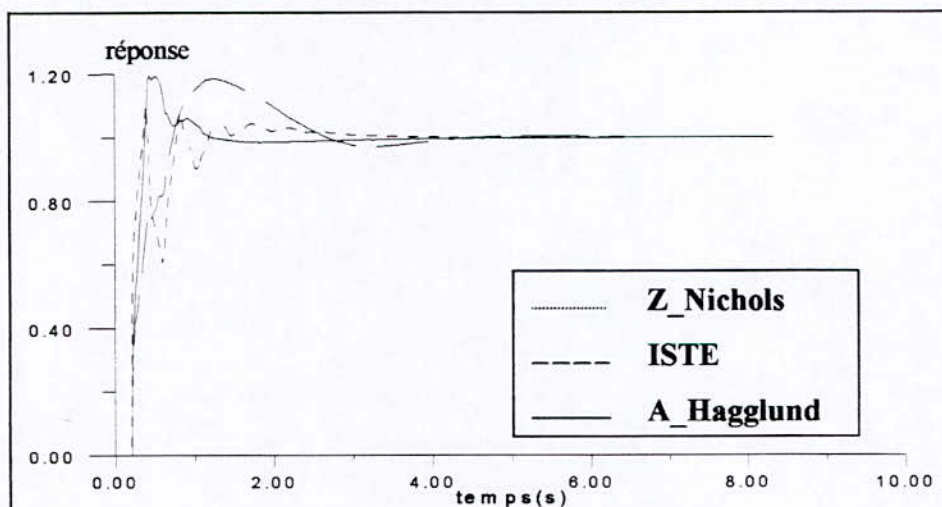


Fig.6-9 la réponse de la boucle 1 exemple2 découplée à un échelon

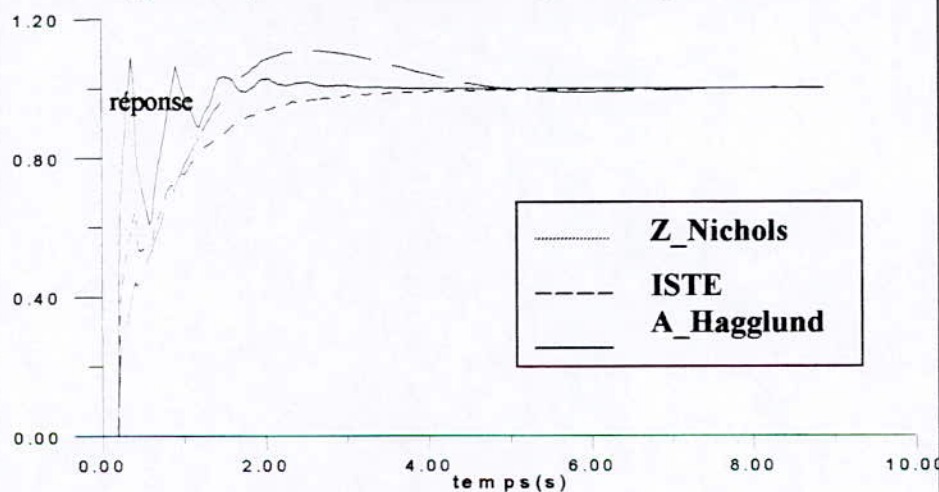


Fig.6-10 la réponse de la boucle 2 exemple2 découplée à un échelon

Les réponses des deux boucles sont présentées par les figures 6-8 et 6-9, avec utilisation des différentes méthodes de conception des PID. En remarque que les résultats sont améliorés avec le découplage, à cause de forte interaction entre les deux boucles (avant le découplage).

6-8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a utilisé les différentes méthodes (Z_Nichols, A_Hagglund, ISE et ISTE), pour calculer les paramètres de PID pour les systèmes TITO. L'application de Z_Nichols et A_Hagglund donne des réponses acceptables ; et leurs applications nécessite la connaissance de point critique. La méthode d'optimisation ISTE permet d'obtenir les paramètres de contrôleur PID assez simple, les résultats obtenus avec ce critère sont plus performants que ceux donnée par les autres méthodes mais elle nécessite un temps de calcul important.

Pour les systèmes à forte interaction, le découplage est une étape importante, pour l'amélioration des performances.

CHAPITRE 7

APPLICATION A UN BAS MANIPULATEUR

7-1 Introduction

Pour réaliser une tâche désirée dans l'espace cartésien (espace réel), le bras manipulateur doit suivre une trajectoire spécifiée (commande) pour chacune de ses variables articulaires, c'est par une action appropriée sur leur commande qu'on contrôle la position du bras manipulateur. La commande est donc réalisée dans l'espace des variables articulaires.

Le modèle du bras manipulateur est un système couplé du second ordre et non linéaires, en plus il existe les retards purs τ_1, τ_2 dans les variables articulaires q_1, q_2 qui sont dus aux :

- Retards de mesure dans les capteurs de positions et de vitesses (retard de transfert de l'information)
- Retard de calcul dû à l'ordinateur
- La structure mécanique du robot (l'inertie plus les vides articulaires et engrenages...).

Toutes ces contraintes compliquent le problème de commande du bras manipulateur.

7-2. Modélisation dynamique PUMA à 2D.D.L par la méthode d'Euler-Lagrange [18]

La mise sous forme d'équation d'état du modèle dynamique, nous permet d'utiliser la méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre 4 pour résoudre le système.

Pour cela, on va écrire le modèle dynamique est représenté à partir de la représentation matricielle (7-3).

On suppose que les actionneurs sont idéaux, c'est à dire que la force générée est directement proportionnelle au signal de commande :

$$\Gamma_1 = K_1 U_1 \quad (7-1)$$

$$\Gamma_2 = K_2 U_2 \quad (7-2)$$

K_1 et K_2 : les coefficients de proportionnalités des actionneurs.

Le vecteur d'état s'écrit :

$$X^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]$$

q_1, q_2 : sont les angles des deux axes.

Initialement nous avons

$$X^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

La forme d'état est la suivante :

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \frac{\left[\frac{(K_1 U_1 - f_1 - g_1 - b_1 \dot{q}_1)}{\alpha} + \left(-K_2 U_2 + f_2 + g_2 + b_2 \dot{q}_2 \right) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left[1 - \frac{\beta}{\alpha \gamma} \beta \right]} \\ \dot{X}_3 &= X_4 \\ \dot{X}_4 &= \frac{\left[\frac{(K_2 U_2 - f_2 - g_2 - b_2 \dot{q}_2)}{\gamma} + \left(-K_1 U_1 + f_1 + g_1 + b_1 \dot{q}_1 \right) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left[1 - \frac{\beta}{\alpha \gamma} \beta \right]} \end{aligned} \quad (7-3)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \alpha &= 1/3l^2(m_1 + 4m_2 + 3m_2 \cos(q_2)) \\ \beta &= m_2 l^2 (1/3 + 1/2 \cos(q_2)) \\ \gamma &= 1/3m_2 l^2 \\ g_1 &= 1/2m_1 g l \cos(q_1) + m_2 g l (1/2 \cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1)) \\ g_2 &= 1/2m_2 g l \cos(q_1 + q_2) \\ f_1 &= -m_2 l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (1/2 \dot{q}_2 + \dot{q}_1) \\ f_2 &= 1/2m_2 \sin(q_2) l^2 \dot{q}_1 \end{aligned}$$

Si l'on tient compte les retards, les termes $q_1(t)$, $q_2(t)$ sont remplacés dans le modèle d'état par $q_1(t-\tau_1)$ et $q_2(t-\tau_2)$, avec τ_1 , τ_2 les retards introduits dans les deux boucles. τ_1, τ_2 sont calculés à partir des essais en boucle ouverte.

Les valeurs numériques des différents paramètres du bras manipulateur sont :
 $l=0.432m$, $m_1=10$; $m_2=10kgs$, $b_1=0.005m$, $b_2=0.005m$, $g=9.82 \text{ n/kg}$

7-3 Réponse en boucle ouverte

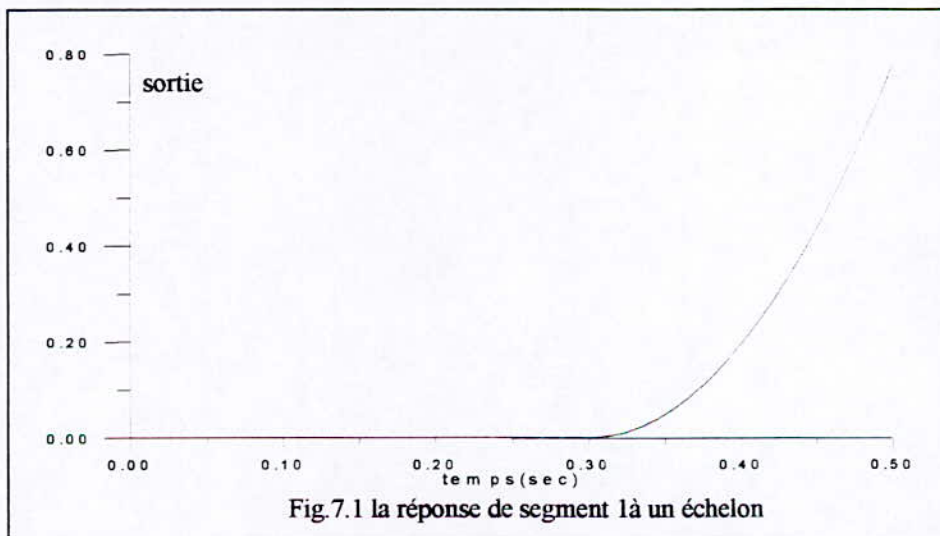
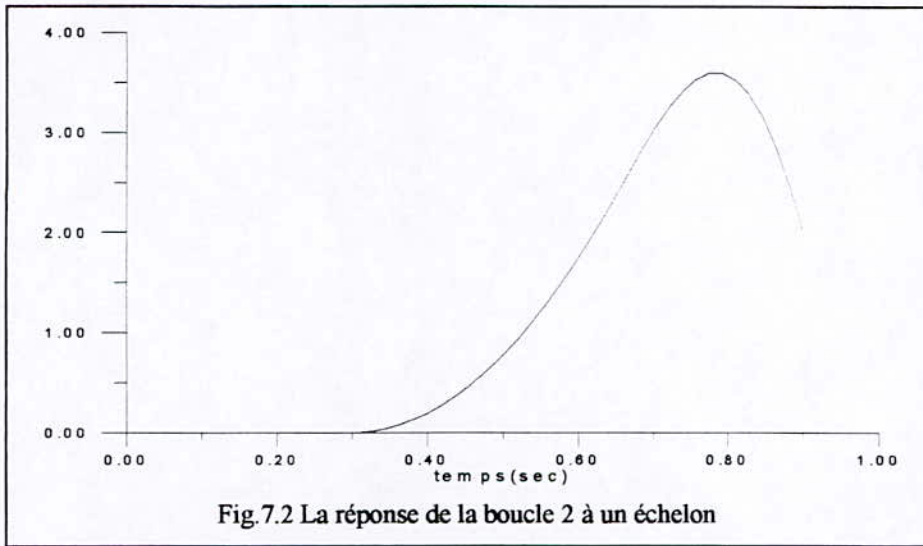


Fig.7.1 la réponse de segment à un échelon



La simulation du modèle dynamique du bras manipulateur en boucle ouverte, face à des entrées de type échelon, permet d'estimer les retards dans les deux segments, ainsi que sa stabilité et les interactions entre les différents segments.

A partir de la figures (7-1) et (7-2) on déduit les retards purs des deux segments, $\tau_1=0.3s$ et $\tau_2=0.3s$.

7-4 Implémentation de la commande PID :

Pour contrôler le bras manipulateur, on utilise un asservissement classique figure 7-3 à l'aide d'un régulateur PID, ses paramètres sont déterminés par le critère ISTE.

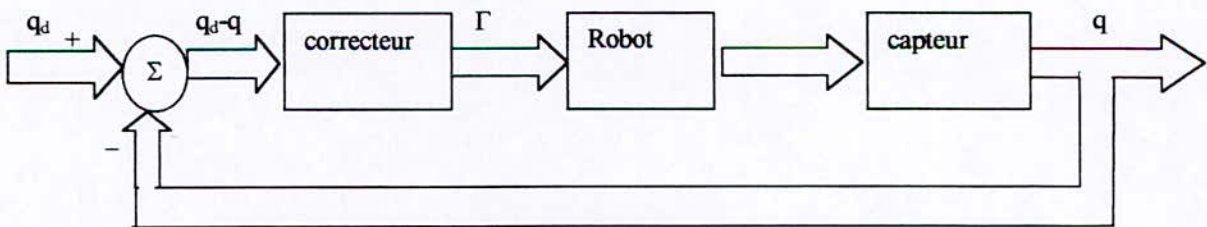


Fig.7.3 Schéma bloc d'une commande classique

La commande élaborée par le correcteur PID est de la forme :

$$\Gamma_i(t) = k_{pi}(q_{id}(t) - q_i(t)) + k_{vi}(\dot{q}_{id}(t) - \dot{q}_i(t)) + k_{ii} \int_0^t (q_{id}(\xi) - q_i(\xi)) d\xi \quad (7-5)$$

q_{id}, \dot{q}_{id} : la position et la vitesse articulaires désirées respectivement.

q_i, \dot{q}_i : la position et la vitesse prise par le bras manipulateur.

Remarque :

En pratique l'asservissement du système est échantillonné, l'équation (7.5) s'écrit sous la forme discrète. En effet si l'on pose :

$$e_i(k\Delta t) = q_{id}(k\Delta t) - q_i(k\Delta t) \quad (7-6)$$

$$\dot{e}_i(k\Delta t) = \dot{q}_{id}(k\Delta t) - \dot{q}_i(k\Delta t) \quad (7-7)$$

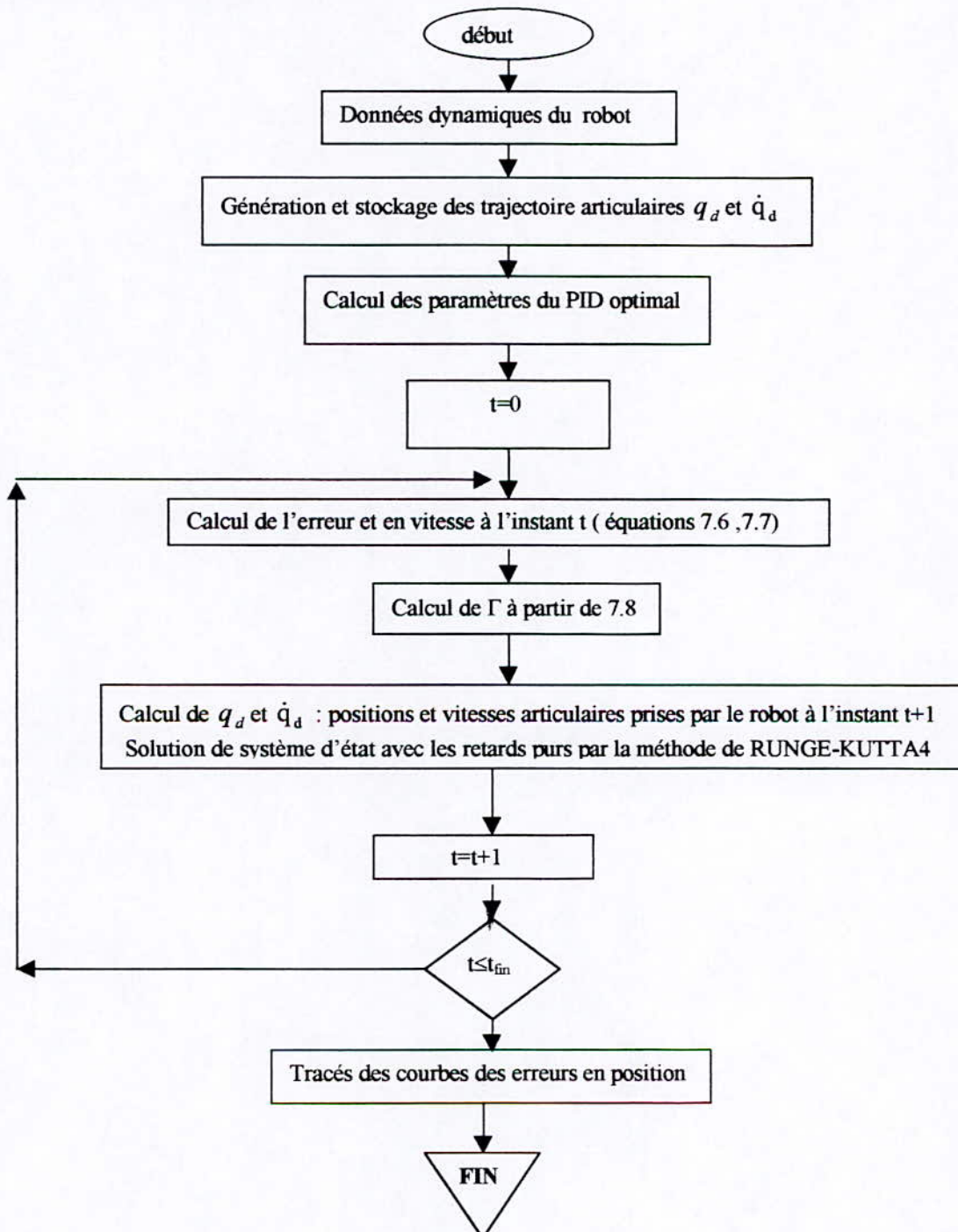
$t=k\Delta t$, où Δt est la période d'échantillonnage, on aura donc :

$$\Gamma_i(k\Delta t) = k_{pi}e_i(k\Delta t) + k_{vi}\dot{e}_i(k\Delta t) + k_{ii}\Delta t \sum_{i=0}^k e_i(i\Delta t) \quad (7-8)$$

Si l'on ne dispose pas de capteur de vitesse, $\dot{q}_i(t)$ n'est pas disponible, dans ce cas, on peut écrire $\dot{e}_i(k\Delta t)$ sous la forme :

$$\dot{e}_i(k\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} (e_i(k\Delta t) - e_i((k-1)\Delta t)) \quad (7-9)$$

7-4-1 Algorithme de commande



7-4-2 Les résultats

Les valeurs des gains des régulateurs sont obtenues par la méthode d'optimisation (critère ISTE)

$k_{p1}=453$; $k_{v1}=65$; $k_{i1}=75$.

$k_{p2}=420$; $k_{v2}=50$; $k_{i2}=15$

Les figures suivantes représentent les réponses des deux segments.

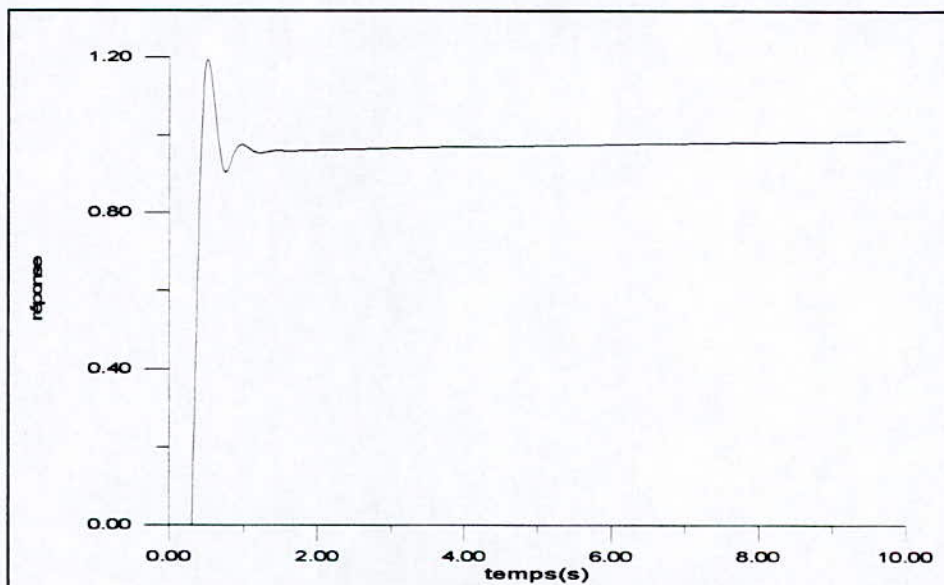


Fig. 7-4 La réponse du segment 1 à un échelon

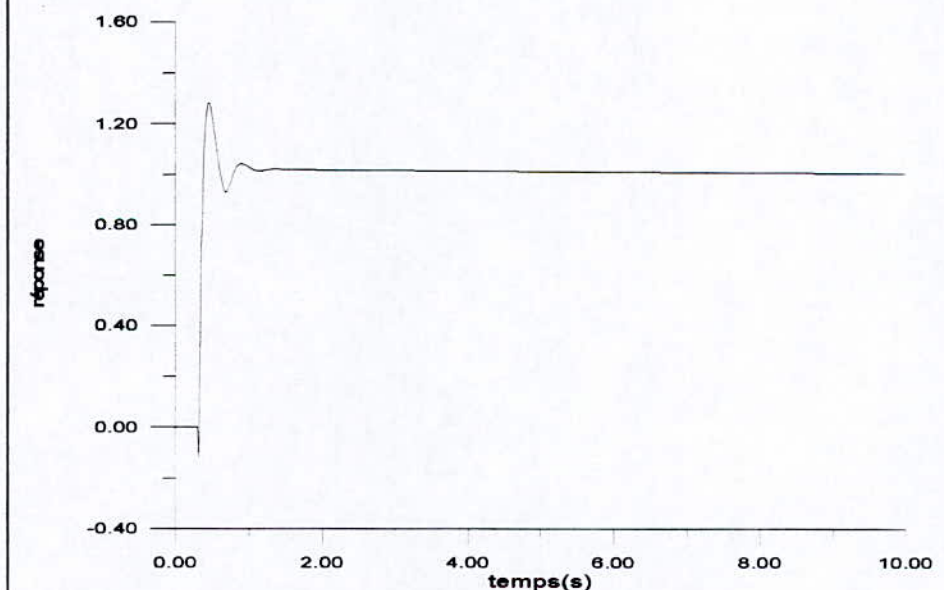


Fig. 7-5 La réponse du segment 2 à un échelon

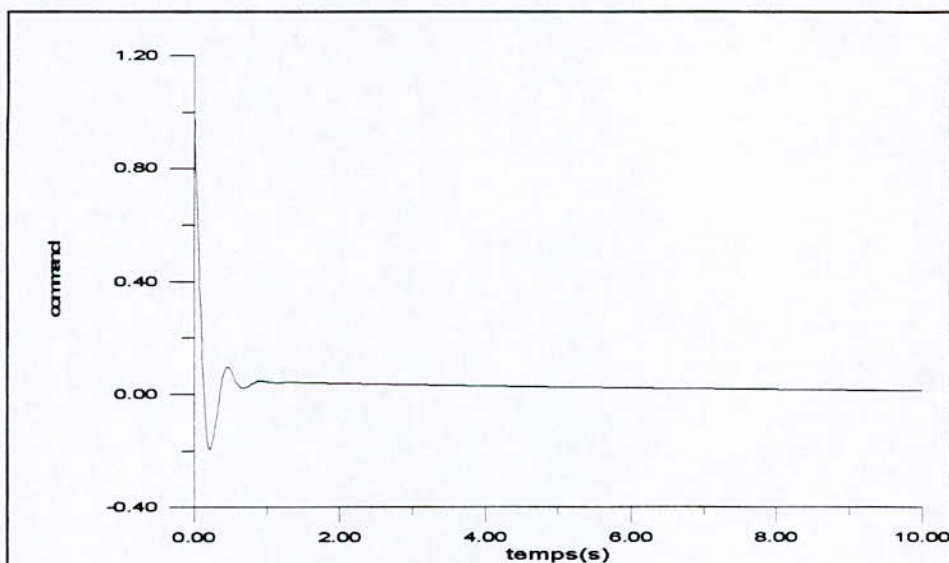


Fig.5-8 La commande du segment 1

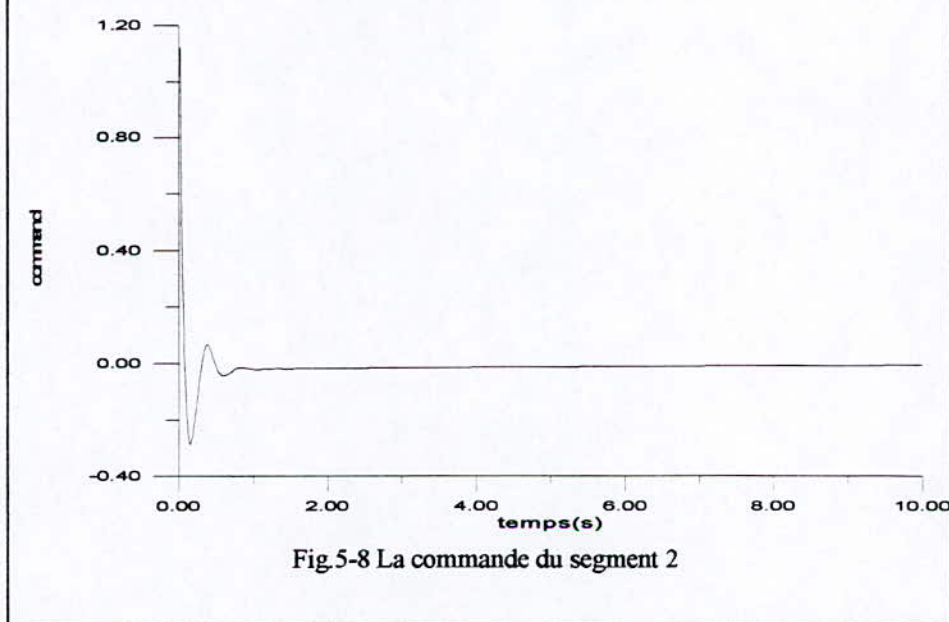


Fig.5-8 La commande du segment 2

7-5 Conclusion :

Cette partie d'application ce ni qu'une introduction à la commande des bras manipulateurs, en tenant compte des retards dans les différents segments. On a trouvé de difficulté pour appliquer le PS et les méthodes d'auto-ajustages telles que la méthode de Ziegler-Nichols et d'Aström-Hagglund à cause de la non linéarité du modèle du bras manipulateur. Pour cette raison on a appliqué seulement la méthode d'optimisation (critère ISTE) qui donne des réponses performantes, mais elle nécessite un temps de calcul important ce qui exclu son application temps réel. Donc l'application d'une loi de commande de type adaptative s'impose pour maîtriser les évaluations temporelles et commander le bras dans le cas où le modèle est mal connu.

CONCLUSION

La présence du retard dans la plupart des procédés industriels a causé la complication du contrôle de ces systèmes. Cela est dû essentiellement à la phase additionnelle qui tend à déstabiliser le système.

Plusieurs méthodes sont développées pour contrôler les systèmes à retard avec un PID, la méthode de Ziegler-Nichols et PI prédictif donnent des résultats acceptables lorsque le retard est faible. Cependant, la méthode d'Aström-Hagglund n'est pas conseillée pour les systèmes à retard, la méthode d'optimisation basée sur la minimisation de la fonction d'erreur donne des résultats plus performants mais, elle nécessite un temps de calcul important.

L'introduction d'un calculateur numérique permet d'appliquer des algorithmes plus complexes et plus rapides. Trois méthodes de calcul des régulateurs numériques ont été présentées.

Pour les procédés caractérisés par des modèles d'ordre réduit (≤ 2) et des retards purs petits, on peut utiliser les régulateurs PID numériques obtenus par discrétisation des régulateurs PID continus. Deux structures de régulateurs PID numérique ont été examinées, ils diffèrent entre eux uniquement par le choix de polynôme $T(q^{-1})$. Il est recommandé d'utiliser un régulateur PID2 qui offre des meilleures performances en poursuite.

La stratégie de commande, placement des pôles s'applique aux procédés ayant des zéros stables ou instables sans restriction sur le retard.

Le prédicteur de Smith est considéré comme le seul régulateur capable de surpasser les problèmes des systèmes à retard. En effet le PS élimine les sur-corrrections du contrôleur et l'apparition du retard dans l'équation caractéristique, mais cela suppose que le modèle est parfaitement connu, ce qui n'est pas le cas en pratique. L'étude de stabilité de ce prédicteur montre que la sur-estimation du gain statique et de la constante de temps est préférable que la sous-estimation de ces paramètres. Pour des systèmes ayant un mode intégral le PS conduit à une erreur statique, donc, on fait appel à l'une des trois structures présentées dans le chapitre 4. Les meilleures performances sont obtenues avec le prédicteur de Smith modifié. Ce contrôleur nécessite seulement l'ajustage de trois paramètres L_m, T_r et K_p .

On note aussi que l'ajustage du contrôleur primaire se fait par deux méthodes. Les résultats de simulation montrent que la méthode on-line est meilleure que la méthode analytique.

Dans le chapitre 5, on a introduit la méthode de Qing Wang qui permet de modéliser le procédé par un modèle de premier ordre. Les résultats obtenus pour quelques méthodes basées sur le modèle identifié montrent que la méthode de Qing Wang est très répandue pour ajuster les contrôleurs en basant sur le modèle identifié.

Dans le chapitre 6 on a fait une extension des méthodes précédentes pour la commande des systèmes multivariables. Parmi les techniques que nous avons utilisées est celle du découplage qui permet de séparer les boucles pour faciliter l'étude des systèmes multivariables.

Finalement nous terminons notre étude avec une application pour la commande d'un bras manipulateur. La grande difficulté qui nous a rencontré est la non-linéarité du modèle du bras, ce qui ne permet pas d'appliquer le prédicteur de Smith et les méthodes d'ajustage par un relais.

Notons que toutes les méthodes développées dans cette étude sont implémentées dans le Matlab 5.2 en utilisant un bloc de simulation de logiciel Simulink.

Dans cette thèse, toutes les méthodes développées sont pour les systèmes linéaires. A partir de difficultés qui nous ont rencontrées pour la commande du bras manipulateur (modèle

non-linéaire), il est intéressant d'entreprendre une nouvelle investigation dans le domaine de la conception d'un contrôleur pour les systèmes non-linéaires ayant un retard.

Un autre point qui peut être aussi étudié, est l'application des méthodes non-linéaires pour les systèmes utilisant le PS.

Enfin, avec les programmes donnés dans l'annexe B, on peut réaliser un logiciel de commande pour les systèmes à retards.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **K.J Astrom, T.Hangglund**
Afrequency domain method for automatic of simple feedback loops, département of automatic control institue of technology Lund, SWEEDEN, 1985
- [2] **K.J Astrom, C.C. Hang et B.C. Lim**
A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time
IEEE. AC, vol 39, n° 2, 1994
- [3] **D.P Atherton et M. Zhuang,**
PID controller design for TITO system IEE Proc, Control theory Appl, vol 141, n° 2, 1994.
- [4] **A. T. Bada**
Design of delayed controls systems using Zakian's framework.IEEE. Proceedings, vol 132,
Pt. D.
n°6, November 1985.
- [5] **A. T. Bada**
Computer aided design of controls systems,These PhD university de Manchester, UK 1986
- [6] **M. Benouarets**
Some design methods for linear and nonlinear controllers,
These PhD university de Sussex, UK 1993
- [7] **A. Besharati RAD et Wai Lun LO**
Predictive PI controller, Int .J. of control, vol 60, n°5, 1994.
- [8] **N. Cherid**
Conception d'un contrôleur PID par la méthode d'autoajustage d'Astrom-Hangglund,
thèse de Magister, electronique 1995
- [9] **M. S. Ait Cheikh, N. Cherid,**
Application de l'algorithme d'autoréglage à des systèmes découplés
Journal of technology ,ENP , volume 11, N° 1, 1995
- [10] **A. Chotai, D.H. Owens, A. Raya and H. M. Wang**
Design of smith control schemes for time-delays systems based on plant step data.
Int. J. of control, vol 40, n°2, 1984
- [11] **Wei. Li, Esref Eskinat and W.L. Luyben**
An Improved autotune identification Method .Ind. Eng. Chem. Res, 30, 1991
- [12] **M. Friman and kurt V. Waller**
Autotuning of multiloop control systems, Ind. Eng. Chem. Res., 33 , 1994
- [13] **J. Ch Gille P. Decaulne M. Pelegrin**
Théorie et calcul des asservissements linéaires. Ed. Dunod 1992

Autotuning for model-based PID controllers . Aiche Journal, 42, n° 9, 1996

- [14] **G. Blanchet, T. Brado,**
Element d'automatique, edition 1995
- [15] **A.C. Ioannides, G.J. Rogers and V. Latham**
Stability limits of a smith controller in simple systems containing a time delay.
Int. J. of control, vol. 29, n° 4 , 1979
- [16] **K. R. Krishnan and A. Cruickshanks**
Frequency-domain design of feedback systems for specified insensitivity of time -domain response to parameter variation, Int. J. of control, vol. 25, n° 4, 1977
- [17] **T.H Lee, Q.G Wang and K.K. Tan**
Robust Smith-predictor controller for uncertain delay systems, Aich Journal. vol 42, n° 4, 1996
- [18] **K. Benkrid, M. Mama**
Modélisation et commande de bras manipulateur, thèse PFE juin 1997, ENP, électronique.
- [19] **Ai P. Loh, Chang C. Hang, Choon K. Quek and Vinod U. Vasnani**
Autotuning of multiloop proportional-Integral controllers using relay Feedback, Ind. Eng. Chem. Res, 32, 1993
- [20] **I. Landau**
Identification et commande des systèmes, édition Hermes, Paris,1988
- [21] **L. Maret**
Régulation automatique, Presse Polytechnique Romandes, pp319-393, 1987
- [22] **M.R. Matausek and A.D Micié**
A modified Smith predictor for controlling a process with an Integrator and long dead-time
IEEE, AC, vol 41, n° 8, 1996
- [23] **M. Morari and Peter campe**
Response to comment on Internal Model control : PID Design, Ind .En .Chem .Res, Vol 26, 1987
- [24] **J. D. Morningred, Duncan A. Mellichamp, and D. E. Seborg**
On-line adaptation of predictive controllers
The 1987 American control conférence Minneapolis, 1731-1739.
- [25] **Z. Palmor,**
Stability properties of smith dead-time compensator controllers,
Int. J. of control, vol 32 , n° 6, 1980
- [26] **Z. J. Palmor and M. Blau**
An auto-tuner for smith dead-time compensator, Int. J. control, vol 60, n°1, 1994
- [27] **Qing-Guo Wang , Chang-Chiech Hang and Biao Zou**
Low order Modeling from relay feedback, Ind. Eng. Chem.Res, 36, 1997

- [28] **Shih-Haur Shen, Jiun-Sheng Wu, and Cheng-ching Yu**
Autotune identification under load disturbance, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 35, 1996
- [29] **Shih-Haur Shen, Juin-Shen Wu and Cheng-Ching Yu .**
Use of Biased-relay feedback for system identification, *Aiche Journal*, vol 42, n° 4 , 1996
- [30] **K . K .Tan , Q.G. Wang , T.H Lee , and Q.Bi**
New approach to Analysis and Design of Smith-predictor controllers,
Aiche Journal , vol 42, n° 6 , 1996
- [31] **K. Walton and J. E. Marshall**
Mismatch in predictor control scheme some closed-form solutions,
Int. J. of control. Vol.40, n°2, 1984
- [32] **Wei Dong Zhang and You Xian Sun**
Modified Smith predictor for controlling Integrator / time delay processes.
Ind, Eng. Chem, Res, 35, 1996
- [33] **Khuen. Ho, Chang Chieh Hang and Lisheng S. Cao**
Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications
Automatica , vol 31, n° 3, 1995
- [34] **Bezi. M. Habermayer and G. Tevesz**
Adaptive smith control of a distillation plant, *IFAC / IFORS conference* (1988)
- [35] **Daniel L. Laughlin , Daniel. E. Rivera and Manfred. Morari**
Smith predictor design for Robust performance .*Int. J. of control*, vol 46, n° 2 , 1987
- [36] **Qing-Gun Wang, Biao Zou, Tong-Heng Lee and Qiang Bi**
Auto-tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback
Automatica vol 33, n°3 , 1997

Annexe A

Critère de loeb

L'oscillation limite est obtenue comme l'intersection de lieu de Nyquist de $G(s)$ et le lieu critique $C(a)$ possède une amplitude et une fréquence (a_c, ω_{cr}) , qui peuvent être déterminées analytiquement par la résolution de l'équation caractéristique du système :

$$1+N(a)G(s)=0 \quad (A-1)$$

qui peut être écrite comme :

$$R_e(\omega, a) + j I_m(\omega, a) = 0 \quad (A-2)$$

Le principe affirme que l'étude de la stabilité d'une solution périodique se détermine par l'effet d'une petite perturbation sur cette solution. L'effet d'une perturbation est de transformer l'oscillation $e = a_c e^{j\omega_{cr} t}$ en une autre fonction d'amplitude légèrement différente $a_c + \Delta a$ et une pulsation légèrement différente $\omega_{cr} + \Delta \omega$, affectée d'un amortissement ξ .

$$\text{Donc : } e(t) = [(a_c + \Delta a) e^{j(\omega_{cr} + \Delta \omega + \xi)}] \quad (A-3)$$

En reportant accroissement considérés dans l'équation caractéristique :

$$R_e(\omega_c + \Delta \omega + j\xi, a_c + \Delta a_c) + j I_m(\omega_c + \Delta \omega + j\xi, a_c + \Delta a) = 0 \quad (A-4)$$

Si on se limite au premier terme du développement de Taylor de la solution (a_c, ω_{cr}) , on a :

$$\frac{\partial R_e}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial R_e}{\partial \omega} \Delta \omega + j \frac{\partial R_e}{\partial \omega} \zeta + j \frac{\partial I_m}{\partial \omega} \Delta \omega - j \frac{\partial I_m}{\partial \omega} \zeta + j \frac{\partial I_m}{\partial a} \Delta a = 0 \quad (A-5)$$

ce qui donne :

$$\frac{\partial R_e}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial R_e}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial I_m}{\partial \omega} \zeta = 0 \quad (A-6)$$

$$\frac{\partial I_m}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial I_m}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial R_e}{\partial \omega} \zeta = 0 \quad (A-7)$$

en éliminant $\Delta \omega$ entre les deux équations :

$$\left[\left(\frac{\partial R_e}{\partial \omega} \right)^2 + \left(\frac{\partial I_m}{\partial \omega} \right)^2 \right] \zeta = \left[\frac{\partial R_e}{\partial a} \frac{\partial I_m}{\partial \omega} - \frac{\partial R_e}{\partial \omega} \frac{\partial I_m}{\partial a} \right] \Delta a \quad (A-7)$$

Or, pour qu'une oscillation limite (a_c, ω_{cr}) soit stable, il faut qu'une variation Δa positive conduit à un ξ positive. $\Delta \Delta$

$$\left[\frac{\partial R_e}{\partial a} \frac{\partial I_m}{\partial \omega} - \frac{\partial R_e}{\partial \omega} \frac{\partial I_m}{\partial a} \right] > 0 \quad (A-8)$$

Si on a :

$$\begin{aligned}G(j\omega) &= U(\omega) + jV(\omega) \\ C(a) &= P(a) + jQ(a)\end{aligned}$$

Ce qui donne la condition de stabilité :

$$\frac{\partial U}{\partial \omega} \frac{\partial Q}{\partial a} - \frac{\partial V}{\partial \omega} \frac{\partial P}{\partial a} > 0 \quad (\text{A-9})$$

ce la veut dire que le produit vectoriel :

$$\frac{dG(j\omega)}{d\omega} \wedge \frac{dC(a)}{da} \quad (\text{A-10})$$

Annexe B

I- Systèmes SISO

I-1 Les principales fonctions

cyclimit.m :

Cette fonction permet de déterminer les paramètres du cycle limite par la méthode de simulation, elle fait appel à un modèle **Simulink** de système "**trelais**". Cette fonction admet comme entrée, la fonction de transfert du procédé (numérateur, dénumérateur et le retard).

pidnum1.m :

Cette fonction permet de déterminer les coefficients des polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ pour les régulateurs PID1 numériques. Cette fonction admet comme entrée, la fonction de transfert continue du procédé, la période d'échantillonnage (T_e) et les paramètres (ξ, ω_0) d'un système de deuxième ordre normalisé.

hakee2hs.m :

Cette fonction permet de déterminer les coefficients des polynômes $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ et $T(q^{-1})$ par la méthode de placement des pôles numérique. Elle admet comme entrée, la fonction de transfert continue du procédé. La période d'échantillonnage et les paramètres (ξ, ω_0) d'un système de deuxième ordre normalisé.

hakcyclidf.m :

Cette fonction permet d'étudier la stabilité par le critère de Loeb et le gain incremental (IDF) pour un rapport h/M et un système donné.

Performance.m :

Cette fonction permet de déterminer les indices de performance de la réponse indicielle d'un système donné. Elle admet comme entrée la réponse indicielle sous forme de matrice et comme sortie, le temps de montée (t_m), le temps de réponse (t_r) et le dépassement (D).

I-2 Les programmes

hakmconv.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du contrôleur PID par la méthode de Ziegler-Nichols et d'Aström-Hagglund, il fait appel à deux fonctions, la fonction "**cyclimit.m**" pour calculer les paramètres du cycle limite et à la fonction "**performance.m**" pour déterminer les indices de performances de la réponse obtenue.

abdprpi.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du contrôleur PI par la méthode PI prédictif; il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé (numérateur dénumérateur et retard) et comme sortie les paramètres du régulateur PI et l'approximation de Smith. Ce programme fait appel à la fonction "**performance.m**" pour calculer les indices de performances. De la réponse obtenue.

bou_opt0.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du régulateur PID selon le critère ISE, il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé, il fait appel à un modèle

"**hakopt00**" de logiciel **Simulink** et à la fonction "**performance.m**". Ce programme converge lorsque le minimum de la fonction d'erreur est localisé.

bou_opt1.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du régulateur PID selon le critère ISTE il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé et la valeur de "n" (n=2,4,...). Ce programme fait appel à un modèle "**hakopt1**" de logiciel **Simulink** et à la fonction "**performance.m**". Il converge lorsque le minimum de la fonction d'erreur est localisé.

bou_opt2.m

Ce programme permet de déterminer les paramètres du régulateur PID selon le critère ISE1, il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé. Ce programme fait appel à un modèle "**hakopt2**" de logiciel "**Simulink**" et à la fonction "**performance.m**". Il converge lorsque le minimum de la fonction d'erreur est localisé.

bou_opt3.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du régulateur PID selon le critère ISE2, il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé. Ce programme fait appel à un modèle "**hakopt3**" de logiciel **Simulink** et à la fonction "**performance.m**". Il converge lorsque le minimum de la fonction d'erreur est localisé.

bou_opt4.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du régulateur PID selon le critère IAE ou ITAE, il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé et la valeur de "n" (0 ou 1).

n=0 ———> critère IAE.
n=1 ———> critère ITAE

Dans les deux cas le programme fait appel à un modèle "**hakopt4**" et à la fonction "**performance.m**".

bou_pidn1.m :

Ce programme permet de donner la réponse obtenue par un régulateur numérique PID1. Il fait appel à la fonction "**pidnum1.m**" pour calculer les polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$.

bou_pidn2.m :

Ce programme permet de donner la réponse obtenue par un régulateur numérique PID2. Il fait appel à la fonction "**pidnum1.m**" pour calculer les polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$.

bou_ppn.m :

Ce programme permet de déterminer la réponse obtenue par la stratégie de commande placement des pôles numérique, il fait appel à la fonction "**hakee2hs.m**" pour calculer les polynômes $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ et $T(q^{-1})$.

bou_psan.m :

Ce programme permet de déterminer les paramètres du cycle limite et du contrôleur primaire ajusté par la méthode analytique ou on-line, il admet comme entrée la fonction de transfert du procédé, le retard estimé, la valeur d'hystérésis et une marge de phase. Ce programme fait appel à la fonction "**hakcyclidf.m**" pour étudier la stabilité du cycle limite.

II- Systèmes MIMO

II-1 Les fonctions d'appels

[kpi,Tii,Tdi]=ziegler_tito(kci,Tci)

Cette fonction permet de calculer les paramètres de régulateur PID par la méthode Ziegler_Nichols généralisée aux systèmes TITO.

[Tii,Tdi,kpi]=lieu_geometrique(psii,alphai,kci,wci)

Cette fonction permet de calculer les paramètres du régulateur PID par la méthode Astrom_Hagglund généralisée aux systèmes TITO.

TITO1.mdl.m

Permet d'avoir les réponses indicielles des deux boucles de système TITO non découplé.

TITO2.mdl.m

Permet de calculer les paramètres du point critique de chaque boucle pour le système TITO non découplé.

II-2 Programmes

TITO1.m

Trace les courbes des réponses indicielles du système TITO non découplé, il fait appelle aux fonctions suivantes :

- **ziegler_tito.m**
- **lieu_geometrique.m**

TITO_DECOUP1.m

Trace les courbes des réponses indicielles du système TITO découplé, il fait appelle aux fonctions suivantes :

- **ziegler_tito.m**
- **lieu_geometrique.m**
- **cyclimit.m**
- **Performance.m**

BRAS2DL.C

Dans ce programme nous avons implanté la commande PID classique sur un bras manipulateur PUMMA à 2dl, il fait appel aux fonctions suivantes :

- **float robo_state(float time,float *s_x,float *torque,float *d_s_x);**
Pour calculer la dérivée du vecteur d'état à l'instant time.
- **float rk4(float n,float time,float h,float *s_x,float *d_s_x,float *s_x1,float *torque);**
Pour calculer le vecteur d'état a l'instant time+h
- **void output_file(float time,float *s1_x);**
Pour sauvegarde les résultats dans un fichier.dat.