

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

École Nationale Polytechnique



Département : ELECTRONIQUE

Laboratoire Signal & Communications

MEMOIRE DE MAGISTER
Option : TELECOMMUNICATIONS

Présenté par : SAHNOUNE Ahmed

Ingénieur d'Etat en Télécommunications. ITO.

Thème

Mise en Œuvre d'un Algorithme de Codage Conjoint
Source /Canal

Soutenu le 02 juillet 2008 devant le jury composé de:

Président :	Mr.M.HADDADI	Professeur à l'ENP
Rapporteurs :	Mr.D.BERKANI	Professeur à l'ENP
	Mlle. F.MERAZKA	MC à l'USTHB
Examineur :	Mr.B.KACHA	MC à l'ENP
Examineur :	Mr.B.BOUSSEKSOU	CC à l'ENP
Examineur :	Mr.R.ZERGUI	CC à l'ENP

Liste des symboles

Indice	Definition
BSC	Binary Symetrique Channel
COSQ	Channel Optimized Scalar Quantization
COVQ	Channel Optimized Vector Quantization
C	capacité de canal
DMC	Discret Memoryless Channel
dh	Distance d'hamming
d	Distance euclidienne
D	Distorsion
H	entropie
I	information mutuelle
LBG	Lind-Buzo-Gray
MSE	Mean Square Error
QV	Quantification vectorielle
QS	Quantification scalaire
R	Débit
RSB	rapport signal sur bruit
R_g	debit global de transmission
σ^2	Variance
D_f	Fonction Débit-Distorsion

Liste des Figures

Figure (2.1) : Chaîne de transmission numérique classique.

Figure (2.2) : Canal Binaire Symétrique.

Figure (2.3): évolution de la capacité d'un canal BSC en fonction de la probabilité d'erreur

Figure (3.1): Fonction débit distorsion pour une source gaussienne

Figure (3.2) : caractéristique d'un quantificateur scalaire à 8 niveaux ($N=8$).

Figure (3.3) : Schéma d'un Codeur Décodeur Quantificateur.

Figure (3.4) : Schéma de fonctionnement de l'algorithme LBG.

Figure (4.1): schéma bloc d'un système COVQ.

Figure (4.2): Variation du RSB en fonction de la dimension (codage d'une source gaussienne).

Figure (4.3) : performances des dictionnaires de taille 16 conçus par COVQ suivant les valeurs de probabilité de conception ε .

Figure (4.4) : performances des dictionnaires de taille 32 conçus par COVQ suivant les valeurs de probabilité de conception ε .

Figure (4.5) : Comparaison entre LBG et COVQ lors du codage d'une source gaussienne sans mémoire de dimension 2 (débit $R= 2$ bits/échantillon).

Figure (4.6) : Comparaison entre LBG et COVQ lors du codage d'une source gaussienne sans mémoire de dimension 2 (débit $R= 2.5$ bits/échantillon).

Table des matières

Introduction Générale.....	01
Chapitre 1 : Introduction aux techniques source canal conjoint	03
Introduction	03
1.1 Prémices de codage source/canal conjoint dans les systèmes actuels	04
1.2 Codage de source robuste et codage conjoint source canal: classification.....	04
1.2.1 Les techniques de codage de source robuste	04
1.2.2 Les techniques de codage conjoint source/canal	05
1.2.3 Les techniques de décodage conjoint source/canal	05
1.3 Objectifs du codage Source-Canal conjoint	06
1.4 Principe de conception du codage conjoint Source-Canal	07
Chapitre 2 :Techniques Source Canal Conjoint.....	08
Introduction.....	08
2.1 Chaîne de transmission numérique classique.....	08
2.2 Quelques résultats théoriques de Shannon.....	10
2.2.1 Définitions.....	10
2.2.2 Théorème du traitement des données.....	13
2.2.3 Théorème de séparation.....	13
2.3 Inconvénients de la séparation dans la pratique.....	15
2.4 Regard sur les techniques Source-Canal conjoints.....	16
2.4.1 Quantification optimisée.....	16
2.4.2 Protection inégale contre les erreurs.....	16
2.4.3 Codage de source avec redondance.....	17
2.5 Modèles de canal.....	18
2.5.1 Canaux Discrets Sans mémoire.....	18
Chapitre 3 : Quantification et codage de source.....	21
3.1 Codage de source	21
3.1.1Description d'un système de codage de source.....	21
3.1.2 Fonction taux distorsion (codage avec pertes) d'une source gaussienne.....	22
3.2 Quantification	23

3.2.1 Quantification scalaire.....	24
3.2.1.1 Mesure de la performance d'un quantificateur.....	26
3.2.1.2 La conception d'un Quantificateur optimal.....	26
3.2.1.3 Conditions d'optimalité	27
3.2.1.4 Condition du plus proche voisin.....	29
3.2.1.5 Condition du Centroïde.....	29
3.2.2 Quantification vectorielle	30
3.2.2.1 Mesure de la performance d'un quantificateur.....	32
3.2.2.2 La conception d'un Quantificateur optimal.....	32
3.2.2.3 Conditions d'optimalité.....	33
Condition du centroïde	33
Condition du plus proche voisin.....	33
3.2.2.4 Algorithme Lloyd généralisé (Generalized Lloyd Algorithm).....	34
3.2.2.5 conceptions du Dictionnaire initial	35
Chapitre 4 Quantification et codage conjoint source canal	37
Introduction.....	37
4.1 Conception du système COVQ.....	38
4.1.1 Mesure de la performance du COVQ.....	39
4.1.2 Conditions d'optimalité.....	40
4.1.2.1 Condition du plus proche voisin modifié	40
4.1.2.2 Condition du centroïde modifié	40
4.2 Procédure de conception du système COVQ.....	43
4.2.1 Algorithme COVQ.....	44
4.2.2 Résultats de simulation	45
4.2.2.1 Performance de la quantification vectorielle	45
4.2.2.2 Performances du COVQ	46
4.2.2.3 Comparaison de performance entre la QV-LBG et la COVQ pour transmission à travers un canal bruité.....	48
Conclusion.....	50
Conclusion Général.....	51
Bibliographie	

Introduction générale

L'un des objectifs poursuivis en Télécommunications est d'augmenter la qualité du signal reconstitué en réception, pour un canal et un niveau de bruit donnés. Pour répondre à cet objectif, les travaux théoriques de Shannon en 1948 suggèrent de concevoir indépendamment les codages de source et de canal, c'est-à-dire de compresser la source sans se soucier des méthodes utilisées pour se prémunir des dommages causés par le canal. Ces résultats sont vrais cependant sous les hypothèses asymptotiques de codage parfait, qui ne sont pas vérifiées dans la pratique.

Le codage de source (compression) est réalisé via la quantification dans le cas de compression de données avec pertes, les paramètres importants dans la quantification sont le débit et la distorsion, on cherche alors de compresser la source au maximum afin de réduire le débit pour une distorsion donnée, ces données sera transmises a travers un canal bruité, ce bruit cause des erreurs a la réception, une solution classique est de protéger les données source par un codeur de canal approprié, le codage de canal provoque une redondance (parité) qui assure la détection et la correction des erreurs causés par le canal de transmission, donc le codage de source et le codage de canal ont des buts contradictoires, le codage de source supprime de la redondance et le codage de canal ajoute une redondance structurée afin de l'exploiter a la réception , cependant les codeurs de source et de canal sont optimisés séparément, le problème réside dans l'optimisation du système global (codeur de source/codeur de canal).

C'est dans ce contexte qu'ont été introduites les techniques de codage et décodage source canal conjoints. Comme leur nom l'indique, ces techniques conçoivent et décodent conjointement les codages de source et de canal en ayant conscience des imperfections de chacun.

Comment concevoir un codage conjoint source canal ? Les spécialistes dans le codage de canal proposent des codeurs de canal qui exploitent la redondance laissée au niveau de la source afin de l'exploiter par un décodeur conjoint source/canal (par exemple l'utilisation des codes LDPC ou le décodage itératif), alors que les spécialistes dans le codage de source proposent l'utilisation de la connaissance du comportement de canal dans le codeur de source pour concevoir un codeur conjoint source canal.

Dans notre étude, l'intérêt est porté sur la conception des quantificateurs vectoriels canal optimisé COVQ (Channel Optimized Vector Quantizer). Cette technique de codage, qui rend le codeur de source robuste, se base sur le principe d'optimisation de la quantification en prenant en considération les erreurs de canal.

Nous proposons l'algorithme COVQ, qui est robuste vis-à-vis des erreurs de transmission. La connaissance du comportement de canal de transmission est nécessaire pour la mise en œuvre de cet algorithme, nous utilisons le model de canal binaire symétrique de probabilité d'erreur ε .

Le premier chapitre introduit les techniques de codage conjoint source canal, les exigences d'étudier ces techniques, l'objectif et les méthodes d'aborder ce problème.

Le second chapitre commence par présenter les principaux résultats théoriques de Shannon. Puis identifié les inconvénients de la conception indépendante des codages de source et de canal, ce chapitre parcourt sommairement les techniques (source canal) conjoints de la littérature.

Le troisième chapitre c'est une étude détaillée de la quantification, ce chapitre présente les définitions de base de la quantification, la formulation mathématique de la quantification, les conditions d'optimalités, et l'algorithme de conception du quantificateur optimal.

Le dernier chapitre présente l'étude des quantificateurs conçus pour les canaux bruité (quantificateurs canal optimisé), terminons ce chapitre par les résultats obtenus (pour des transmissions à travers des canaux idéales, et bruités) et leurs interprétations.

Ce travail et terminé par une conclusion générale et des suggestions pour les futures travaux.

Chapitre 1

Introduction aux techniques source canal conjoint

Introduction

Un des problèmes majeurs dans les systèmes de communication numérique est l'apparition des erreurs sur les données transmises à travers un canal bruité. L'intérêt principal dans la conception d'un tel système est le contrôle de ces erreurs afin d'obtenir une transmission de données fiable.

Une solution classique de ce problème passe par l'utilisation d'une liaison redondante. C'est-à-dire on transmet plus d'information que strictement nécessaire. Cette technique est connue sous la dénomination : codage de canal. Elle utilise des bits redondants pour la détection et/ou la correction d'erreurs. Ces codes redondants qui sont conçus d'une manière indépendante du codeur source, fournissent une protection aux paramètres sensibles aux erreurs du canal. Ils améliorent les performances de la transmission au prix de l'augmentation de débit et de la complexité de codage et du décodage.

Il existe d'autres techniques d'optimisation du codage de canal qui ont prouvées leur efficacité et leurs avantages dans le cas des transmissions bruitées. On parle de codage conjoint source canal. En général, ces techniques sont utilisées sans ajout de codes redondants. Ces codes de canal dépendent, cette fois-ci, des codeurs sources.

La séparation du codage de source et du codage de canal facilite leur étude respective. Dès lors que le modèle conjoint étudié prenne en compte ces deux domaines, l'étude devient complexe et fastidieuse. Pourtant, les deux codeurs séparés semblent poursuivre des buts contradictoires, le codeur de source supprime toute ou une partie de la redondance de la source alors que le codeur de canal en ajoute, le plus souvent de manière contrôlée.

1.1 Prémices de codage source/canal conjoint dans les systèmes actuels

De nombreux chercheurs avaient déjà remarqué que se préoccuper de l'impact des erreurs de transmission sur la distorsion totale améliorerait l'efficacité globale du système. Ces préoccupations sont apparues de manières sensiblement différentes suivant que les chercheurs étaient du domaine "codage de source" ou "codage de canal". Ce sont ces différentes approches qui sont décrites ici très succinctement.

1.2 Codage de source robuste et codage conjoint source canal: classification

Pour améliorer l'efficacité globale des systèmes de transmission, des techniques de codage de source robuste et de codage et décodage conjoint source/canal ont été proposées. Les auteurs distinguent ainsi quatre catégories de schéma de codage source/canal [15] :

1. les schémas où le codage de canal et le codage de source sont totalement intégrés;
2. les schémas où le codage de canal et le codage de source sont concaténés mais où le rendement des deux types de codes est optimisé pour améliorer les performances en termes du critère débit distorsion ;
3. les schémas de protection inégale aux erreurs ;
4. les schémas de codage dits contraints où les codes de source sont modifiés pour prendre en compte la présence d'erreurs.

Nous proposons de fournir une classification qui n'est pas fonction du type de méthode utilisé, mais du contexte dans lequel de telles techniques peuvent être utilisées. Les techniques sont alors classifiées de la manière suivante [15] :

1.2.1 Les techniques de codage de source robuste

Les techniques de codage de source robuste Sont les techniques de codage de source optimales ou presque en compression. Dans ces techniques, nous incluons

- l'utilisation de codes à longueur variable avec de meilleures propriétés de resynchronisation en présence d'inversion de bits ;
- l'optimisation de l'assignation binaire (index assignment) ;
- les techniques de paquetsisation qui visent à augmenter la robustesse.

1.2.2 Les techniques de codage conjoint source/canal

Les techniques de codage conjoint source/canal sont les techniques qui laissent volontairement de la redondance au niveau du codage de source ou qui effectuent l'opération de codage de source de manière unifiée avec l'insertion d'une protection sous forme de redondance pour contrer les aléas du canal. Ces techniques incluent

- les techniques de protection inégale aux erreurs (UEP : Unequal Error Protection) qui utilisent des codes correcteurs,
- la quantification (vectorielle) optimisée canal (COVQ : Channel Optimized Vector Quantization),
- les techniques de description multiple,
- l'ajout volontaire de marqueurs de synchronisation ou de symboles ou intervalles interdits dans les trains binaires de codes à longueur variable.

1.2.3 Les techniques de décodage conjoint source/canal

Les techniques de décodage conjoint source/canal Permettent d'exploiter la redondance résiduelle d'un système de transmission séparé mais qui est sous optimal. Ces techniques incluent

- le décodage souple de codes à longueur variable,
- le décodage conjoint source canal de codes à longueur variable en série avec un code correcteur,
- l'utilisation d'informations prévues par un standard, par exemple les marqueurs de resynchronisation.

1.3 Objectifs du codage Source/Canal conjoint

Bien entendu, nous n'allons pas annoncer que l'on peut atteindre la limite de Shannon. Par contre, il semble qu'un système traditionnel (source et canal optimisés séparément) peut s'éloigner très vite de la limite quand le taux d'erreurs augmente, en particulier à cause des contraintes pratiques.

En théorie on peut toujours presque faire aussi bien que la limite de Shannon, mais plus simplement. En pratique, peut-être faire beaucoup mieux qu'un système conçu séparément.

Ce sont autant de problèmes où une conception conjointe du codeur de source et du codeur de canal peut avoir un impact important.

Cependant il faut faire attention à ce que cette amélioration ne vienne pas en conflit avec une évolution de l'utilisation des réseaux. Il est en effet maintenant très rare qu'un réseau donné soit dédié à un seul type de source. Le système radio mobile, par exemple, a initialement été conçu pour transmettre de la parole. On l'utilise maintenant pour transmettre de la télécopie et des images, et on envisage de transmettre des données. Or, ces signaux nécessitent des niveaux de qualité de transmission très différents. Dans ce contexte, le codage conjoint source/ canal se doit donc d'éviter de trop lier le fonctionnement du réseau au type de source. Ceci peut en partie être pris en compte par des choix judicieux des modèles de canal, et, de source [28].

En effet même si l'objectif cherché est compréhensible, les moyens permettant d'atteindre de tels objectifs ne sont pas toujours clairs. Considérons un codeur de QV, le problème pris en compte est celui de la conception du dictionnaire, de telle manière qu'une erreur de transmission influe sur la reconstruction de ce dictionnaire.

1.4 Principe de conception du codage conjoint Source/Canal

Traditionnellement, les codeurs de source sont conçus pour un canal idéal, alors que les codeurs de canal sont utilisés pour réduire au minimum la probabilité moyenne de l'erreur de décodage indépendamment de la source réelle. Les codeurs et les décodeurs résultants sont cascades comme suggérés par le principe de séparation de Shannon [1].

Cependant, avec les contraintes de stockage et de temps de traitement, une conception indépendante de codeur de source et de codeur de canal n'est pas optimale. Ceci motive une conception conjointe des codeurs de source et des codeurs de canal. Une des approches est d'employer un codeur conjoint Source Canal pour remplacer la cascade d'un codeur de source et d'un codeur de canal. Cependant, La complexité de l'optimisation commune d'un codeur conjoint Source/Canal, devient rapidement prohibitive pour des systèmes de taille pratique. Cette étude examine donc les bases techniques de complexité qui augmentent les performances des systèmes cascades en introduisant une certaine quantité d'accouplement entre le codeur de source et le codeur de canal.

Historiquement, la théorie de quantification a été développée sans se soucier des erreurs de canal. Les conditions nécessaires pour l'optimalité des quantificateurs avec un algorithme itératif de conception basé sur ces conditions ont été obtenues pour le cas scalaire par Lloyd [2] et plus tard ont été généralisés pour des quantificateurs vectoriels avec L'algorithme généralisé LBG [3]. Plusieurs études ont considéré le codage conjoint Source Canal avec la quantification vectorielle, ces techniques d'optimisation, consiste à protéger les indices délivrés par le quantificateur connus sous le nom optimisation de l'étiquetage binaire.

Chapitre 2

Techniques source/canal conjoint

Introduction

Shannon, en 1948, a posé les principes de la Théorie de l'Information, principes théoriques fondateurs des Télécommunications modernes. Celle-ci permet de chiffrer la quantité d'information qui peut être transmise au travers d'un canal, la capacité de celui-ci, en fonction du rapport signal à bruit rencontré sur ce canal. Un des objectifs poursuivis en Télécommunications est, très succinctement, de faire tendre la quantité d'information transmise vers cette capacité (limite).

Ce chapitre, commence par présenter une chaîne de transmission numérique classique en 2.1. Celle-ci est justifiée par les quelques résultats de Shannon présentés en section 2.2. Le résultat le plus interpellant, en ce qui nous concerne, est son théorème de séparation (section 2.2.3). Dans la pratique en effet, les hypothèses asymptotiques de codage parfait rencontrées dans ce théorème ne sont pas respectées (section 2.3), ce qui rend souvent la séparation sous optimale. Pour pallier à cet inconvénient, les techniques source/canal conjoints seront alors abordées à la (section 2.4).

Une connaissance très modeste des codes correcteurs est supposée. Nous parlerons en termes intuitifs de redondance, capacité, compression et distorsion.

2.1 Chaîne de transmission numérique classique

Une chaîne de transmission classique est schématisée à la figure 2.1. Le signal à transmettre, produit par une source d'information quelconque, est noté s et le paramètre temporel n .

La première opération consiste à comprimer s à l'aide d'un codeur de source. Le signal produit est noté x . Le signal comprimé x est plus simple à transmettre : la longueur moyenne de sa représentation en symboles transmissibles sur le canal est plus faible que celle de s . Selon l'application, la compression peut être réalisée avec pertes, de sorte que x n'est pas une représentation exacte de s . Dans ce cas, les pertes sont mesurées par la distorsion $D_f(s, x)$ entre s et la meilleure approximation qui peut être reconstituée à partir de x .

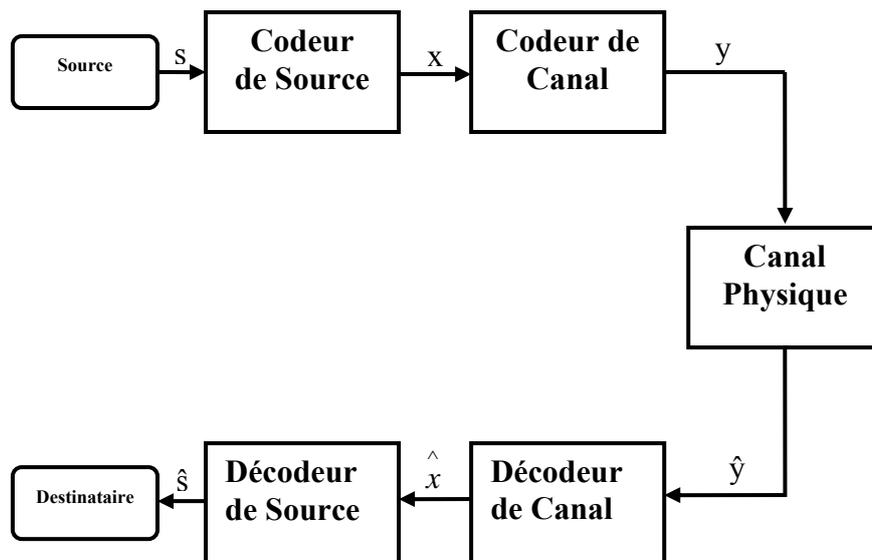


Figure (2.1) : Chaîne de transmission numérique classique

Les performances du codeur de source sont évaluées par sa courbe débit-distorsion $R(D)$, pour une classe donnée de signaux $\{s[n]\}$. La valeur $R(D)$ est le nombre minimal de bits nécessaires pour représenter la sortie s avec une distorsion D .

Cette opération de compression, de "diminution d'entropie", ou encore de diminution de redondance, est schématisée par la forme du bloc du codeur de source sur le schéma.

Quant au bloc suivant, sa forme suggère une opération inverse. En effet, le codeur de canal introduit une redondance structurée afin de protéger x contre les dommages causés par le canal. C'est l'opération de codage contre les erreurs. Le signal produit est noté y . Contrairement à la redondance présente dans s , celle présente dans y a une structure simple, en ce sens qu'elle est plus facilement exploitée en réception pour contrer les erreurs. Typiquement, ce codeur prend en entrée un vecteur ou une séquence de K valeurs tirées d'un alphabet fini, et produit en sortie N valeurs dans le même alphabet, avec $K < N$.

Le canal, considéré dans ce chapitre introductif, est tout support de transmission ou de stockage susceptible de corrompre son entrée y et produire dès lors un signal \hat{y} différent de y .

Au récepteur, les opérations inverses doivent être effectuées. D'une part, le décodeur de canal essaye de retrouver le signal x à partir du signal (éventuellement) corrompu \hat{y} . Le signal retrouvé est noté \hat{x} . D'autre part, le décodeur de source tente quant à lui de reconstituer s au mieux à partir de \hat{x} . Le signal reconstitué est noté \hat{s} .

Si le canal n'a engendré aucune erreur, la distorsion globale $D_f(\hat{s}, s)$ est celle du schéma de codage/décodage de source, le codec de source, et vaut donc $D_f(s, x)$. Par contre, si le canal a introduit des erreurs et si le décodeur de canal n'est pas parvenu à les corriger, l'entrée \hat{x} du décodeur de source est corrompue ($\hat{x} \neq x$). Et dès lors, la distorsion globale est en général supérieure à celle du codec de source:

$$D_f(\hat{s}, s) \geq D_f(s, x).$$

Il s'agit d'une transmission numérique "classique" car les conceptions des codecs de source et de canal sont séparées. Cette approche est souvent désignée codage en tandem (Tandem Coding), car l'on conçoit d'abord le codeur de source afin d'atteindre la meilleure performance débit-distorsion, et seulement après on ajoute un codeur de canal suffisamment performant pour corriger presque toutes les erreurs. Ce codage en tandem est justifié par les travaux de Shannon, présentés sommairement à la section suivante.

2.2 Quelques résultats théoriques de Shannon

2.2.1 Définitions

La quantité d'information.

Une information est un élément de connaissance qui peut être conservé (mis en mémoire), traité (traitement de l'information) ou transmis. La difficulté rencontrée pour définir la quantité d'information relative à un événement est liée au caractère subjectif de l'information effectivement apportée par la réalisation de cet événement.

La quantité d'information est relative à un contenu statistique. On peut considérer qu'a posteriori la quantité d'information reçue est d'autant plus grande que l'on ne s'attendait pas à observer la réalisation d'un événement. En d'autres termes on peut aussi énoncer qu'a priori, l'incertitude d'un événement est d'autant plus grande que l'on ne s'attend pas à ce qu'il se réalise.

Soit un événement x , une probabilité d'apparition $p(x)$, la quantité d'information $h(x)$ liée à l'apparition de x s'exprime : $h(x) = -\log [p(x)]$.

Cette définition satisfait les points suivants :

- ☞ $h(x)$ est d'autant plus grande que $p(x)$ est petite ;
- ☞ Si x est toujours réalisé ($p(x)=1$) alors $h(x)=0$;
- ☞ Si x est très rare, $p(x)$ est proche de 0, $h(x)$ tend vers l'infini ;
- ☞ $p(x) \leq 1$ donc $h(x) \geq 0$.

Pour les signaux continus, on choisit le logarithme népérien (l'unité est le nat.) et pour les signaux discrets le logarithme à base 2 (l'unité est le bit, abréviation de binary unit).

Exemples

Un événement qui a une chance sur 2 de se produire conduit à une quantité d'information de : $-\log_2(0,5) = 1$ bit.

$h(x)$ peut être interprétée :

- ☞ a priori, par l'incertitude qui règne sur la réalisation de x ;
- ☞ a posteriori, par l'information apportée par la réalisation de x .

Information mutuelle

L'information mutuelle entre deux sources vectorielles X et Y de dimension M est donnée par

$$I(X, Y) = \frac{1}{M} \iint p(x, y) \log_2 \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} dx dy$$

Où $p(\cdot)$ est une densité de probabilité. $I(X, Y)$ représente la quantité d'information apportée sur X par la connaissance de Y , mesurée en bits. Notons que $I(X, Y) = I(Y, X)$. Par exemple pour deux sources indépendantes, la connaissance de Y n'apporte rien sur celle de X . En effet, $I(X, Y) = 0$ car $p(x, y) = p(x)p(y)$.

Entropie

L'entropie de X est définie comme

$$H(X) = I(X, X).$$

L'entropie représente la quantité d'information moyenne contenue dans la source X.

Débit global de transmission

Si pour une séquence d'entrée s de M symboles, la séquence y envoyée sur le canal est constituée de N symboles, alors le débit global de transmission est défini

par $R_g = \frac{N}{M}$, exprimé en symbole de canal par symbole de source.

En Télécommunications, un des buts visés est de transmettre l'information avec un coût minimum, ce qui revient à minimiser R_g . Minimiser le débit global de transmission, sous la contrainte d'une distorsion D, revient en effet à minimiser le nombre de symboles envoyés sur le canal pour transmettre l'information avec une distorsion D. Ci-dessous sera présentée une borne inférieure sur R_g . Il existe donc un débit théorique en dessous duquel on ne peut transmettre l'information avec une même distorsion.

Fonction débit distorsion

La fonction débit distorsion $R(D)$ d'une source S donnée est l'information mutuelle $I(S, \hat{S})$ minimale entre cette source S et sa reconstitution \hat{S} , avec une distorsion donnée D :

$$R(D) = \min_{\substack{\text{codeur, decodeur, } M \\ \text{tels que } D_f(s, \hat{s}) = D}} \left[\frac{1}{M} I(s, \hat{s}) \right]$$

Capacité de canal

La capacité d'un canal est la quantité maximale d'information que l'on peut faire transiter à travers celui-ci :

$$C = \max_{p(y), N} \frac{1}{N} I(Y, \hat{Y})$$

2.2.2 Théorème du traitement des données

Ce théorème stipule que tout traitement effectué sur \hat{Y} respecte l'inégalité :

$$I(Y, \hat{Y}) \geq I(Y, \hat{X}).$$

Cette inégalité signifie qu'il est impossible d'obtenir un \hat{X} qui apporte plus d'information sur le signal émis Y que ce qu'apporte le signal reçu \hat{Y} lui-même. En d'autres termes encore, il est impossible de créer de l'information durant le passage de \hat{Y} à \hat{X} , ce qui signifie donc qu'on ne peut qu'en perdre !

Comme $I(Y, \hat{X}) = I(X, \hat{X})$ pour la plupart des codages, l'inégalité suivante est immédiate:

$$I(Y, \hat{Y}) \geq I(X, \hat{X}).$$

En appliquant cette inégalité pour le codeur de source, c'est-à-dire $I(X, \hat{X}) \geq I(S, \hat{S})$, une seconde inégalité surgit :

$$I(Y, \hat{Y}) \geq I(X, \hat{X}) \geq I(S, \hat{S}). \quad (2.1)$$

A nouveau, ce dernier résultat montre que tout au long du processus de décodage, aucune information n'est créée, ou en d'autres mots que toute l'information mutuelle entre S et \hat{S} provient de celle entre Y et \hat{Y} .

Cette dernière inégalité livre une borne inférieure sur le débit global du système.

Il suffit en effet de multiplier les deux membres extrêmes par $R_g = \frac{N}{M}$:

$$R_g \geq \frac{\frac{1}{M} I(S, \hat{S})}{\frac{1}{N} I(Y, \hat{Y})} \quad (2.2)$$

2.2.3 Théorème de séparation

L'approche classique de codage en tandem trouve ses premières motivations théoriques dans les travaux de Shannon. Partant de l'égalité (2.2), nous justifions maintenant cette approche en termes simples.

Pour rappel, l'objectif ici présent est de minimiser le débit global de transmission R_g car l'on minimise alors le coût de la transmission. Diminuer la borne inférieure de l'égalité (2.2) est une première étape car cela revient à abaisser le débit minimum théorique, sans savoir cependant s'il est possible d'atteindre ce minimum. Or, cette borne peut être diminuée en réduisant son numérateur et/ou en augmentant son dénominateur. Dès lors, la borne inférieure minimale est évidemment $R_g \geq \frac{R(D)}{C}$ puisque $R(D)$ est le minimum du numérateur et C est le maximum du dénominateur. Il nous reste à découvrir si atteindre $R(D)$ et C est possible. C'est ce que nous affirment les deux théorèmes suivants de Shannon.

Théorème de codage de source :

Si $x[n] = \hat{x}[n]$, alors la fonction débit-distorsion $R(D)$ peut être approchée avec une précision arbitraire par le codage de source. En d'autres termes, il existe un codec de source dont le débit (de source) $\frac{L}{M}$ approche arbitrairement $R(D)$, pour une distorsion donnée D , où M est la taille des blocs en entrée du codec, et L celle des blocs en sortie.

Théorème de codage de canal :

Si le codeur de canal a un taux de code $\frac{K}{N}$ inférieur à la capacité C du canal considéré, alors il est possible de transmettre une séquence $y[n]$ de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) au travers du canal avec une probabilité d'erreur arbitrairement faible. Ce résultat reste valable $\forall \frac{K}{N} < C$, c'est-à-dire pour un taux de code de canal arbitrairement proche de C .

Partant des considérations ci-dessus, le résultat suivant apparaît évident.

Théorème de séparation :

L'approche classique de codage en tandem, qui consiste à concevoir séparément les codecs de source et de canal afin d'atteindre les bornes de débit-distorsion $R(D)$ (pour le codec de source) et de capacité C (pour le codec de canal), produit un codec à coût minimal (débit global de transmission) si ces bornes sont atteintes.

2.3 Inconvénients de la séparation dans la pratique

Le codage classique en tandem, décrit à la section précédente, conduit à un système de communication optimal. Cependant, dans la pratique, bien des points ne sont pas aussi simples.

La toute première difficulté réside dans la condition du théorème de séparation sur les codecs de source et de canal, à savoir que les bornes $R(D)$ et C soient atteintes. D'une part, les théorèmes de codage de source et de canal affirment que ces codecs existent mais ne proposent aucune construction permettant de les concevoir. D'autre part, ces mêmes théorèmes ne considèrent pas la faisabilité de ces codecs. Aucune contrainte n'est en effet supposée dans ces théorèmes sur les longueurs des codes en bloc utilisés (L , M et N dans notre cas). Ils peuvent donc croître indéfiniment, et engendrer un délai de transmission ainsi qu'une complexité des codeurs et décodeurs inacceptables dans la pratique.

En outre, les modèles de communication utilisés dans ces théorèmes ne sont pas paramétriques. Chaque bloc à la figure (2.1) est en effet considéré comme une relation arbitraire entre entrée et sortie, relation représentée par une distribution de probabilité conditionnelle, continue ou discrète, entre entrée et sortie. C'est un modèle difficile à manipuler, et difficile à optimiser. Il est généralement préféré dans la pratique de travailler avec des modèles paramétriques, plus aisés à concevoir et optimiser. Mais ces modèles paramétriques restreignent le nombre de degrés de liberté ; et dès lors les meilleures performances de ces modèles ne peuvent être que moins bonnes.

Enfin, le canal est supposé connu parfaitement. Or dans la pratique, le modèle ne correspond jamais parfaitement à la réalité. Ou dans certains cas, le modèle est trop complexe que pour être utilisé. Dans les deux cas, ceci limite une fois de plus les performances ultimes du codec.

Terminons en précisant que comme il s'avère difficile d'atteindre $R_g \geq \frac{R(D)}{C}$, le terme "optimal" signifie dans la suite de ces notes, le mieux qui puisse être fait dans le monde réel avec les contraintes de délai et de complexité que ce monde impose.

2.4 Regard sur les techniques source/canal conjoints

La section précédente a cité les différents inconvénients liés à la minimisation du débit global de transmission selon la méthode classique en tandem. Pour pallier à cet inconvénient, beaucoup de techniques ont été explorées depuis une quinzaine d'années. Elles exploitent le fait que l'approche classique n'est pas la seule manière de minimiser R_g . Elles sont généralement qualifiées de techniques (source/canal) conjoints, qu'il s'agisse de codage ou de décodage (l'un allant rarement sans l'autre).

Ces différentes techniques sont passées en revue dans cette section, sans prétendre être exhaustif. Elles sont classées en trois groupes, dont les intersections sont possibles.

2.4.1 Quantification optimisée

Ces techniques de (codage/décodage source/canal) conjoints conçoivent le codec de source, basé sur une quantification scalaire (SQ) ou vectorielle (VQ), en tenant compte du bruit présent sur le canal de transmission. Le but est alors de minimiser la distorsion entre le signal reconstitué \hat{s} et le signal de départ s , étant donné ce bruit. Ces méthodes portent le nom de "Channel optimized quantization" (COQ) dans la littérature anglophone. Pour la quantification vectorielle, il s'agit de "Channel optimized vector quantization" (COVQ). Deux modèles de canal sont utilisés : ceux dont l'alphabet en sortie de canal est fini (COVQ), et ceux où cet alphabet est infini (SOVQ, S pour "soft"). Le modèle SOVQ est évidemment plus performant puisqu'il utilise une connaissance nettement plus approfondie du canal.

2.4.2 Protection inégale contre les erreurs

Dans l'approche de codage classique, le codec de canal est supposé ramener la probabilité d'erreur à zéro en vertu d'un codage suffisamment performant pour le canal considéré. Dans ce cas, le codec de source est conçu en supposant que l'entrée du décodeur de source n'est pas corrompue, c'est-à-dire $\hat{x}[n] = x[n]$. Toutefois pour maintes raisons explicitées à la section 2.3, le décodeur de canal ne peut corriger toutes les erreurs. Dans la pratique donc, supposer $\hat{x}[n] = x[n]$ lors de la conception du codeur de source peut causer, en présence d'erreurs, des résultats catastrophiques selon l'information endommagée.

Afin d'atténuer les dommages causés par les erreurs, les techniques de protection inégale contre les erreurs, ou "Unequal Error Protection" (UEP), séparent l'information en différentes sous sources x_i à la sortie du codeur de source. A chacune d'elles est associée une sensibilité aux erreurs différente des autres sous-sources. Et chacune est donc protégée par un sous-codeur de canal différent, en fonction de sa sensibilité aux erreurs. Les sorties y_i des sous-codeurs de canal sont multiplexées en y . Et y est envoyé sur le canal. Le but est comme toujours de minimiser la distorsion entre les extrêmes (s et \hat{s}) de la chaîne de communication.

2.4.3 Codage de source avec redondance

Les techniques de codage de source avec redondance remettent en question le principe même de codage de source. Est-il optimal de comprimer au maximum? Que penser d'un codage de source laissant volontairement de la redondance ? Et d'une compression incluant un code correcteur d'erreurs.

L'approche classique semble intuitivement contradictoire. Le concepteur du codeur de source s'acharne à la suppression de toute redondance afin de réduire au maximum le débit de source. Il est alors désappointant de constater que ce débit augmente ensuite par l'introduction d'un codeur de canal performant.

L'idée clé des techniques de codage de source avec redondance est d'accepter que le codage de source est imparfait, et d'en tenir compte ! Si le codeur de source est imparfait, il subsiste une redondance résiduelle dans x . Il s'agit alors de l'exploiter au décodeur de source. Cette redondance peut être due à la non indépendance et/ou à la distribution non identique des variables aléatoires $x[n]$.

Dans le premier cas, les $x[n]$ sont corrélés ; si un $\hat{x}[n]$ s'avère incertain en raison du bruit, l'observation de ses voisins (voire de toute la séquence) permettra éventuellement de prendre la bonne décision. Dans le second cas, les $x[n]$ ne sont pas identiquement distribués ; un déplacement du seuil de décision, en décision "douce", suffit généralement alors à accroître les performances.

Bien au-delà d'une simple redondance résiduelle, le codeur de source peut intervenir au même titre que le codeur de canal dans la lutte contre les dommages causés par le canal.

2.5 Modèles de canal

2.5.1 Canaux Discrets Sans mémoire

Un canal de communication discret (temps discret, alphabet fini) avec l'entrée X et la sortie Y est caractérisé par: une alphabet d'entrée finie \mathcal{X} , une alphabet de sortie finie \mathcal{Y} , et un ensemble de probabilités de transition

$$p(y/x) \stackrel{\Delta}{=} P_r\{Y = y/X = x\}, \quad x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y} \quad (2.3)$$

Ce qui indique la probabilité d'observer $\{Y = y\}$ à la sortie du canal donné tel que l'entrée $\{X = x\}$ est transmis. Plus généralement, pour une séquence de n variables d'entrée $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ et la séquence de sortie correspondante $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, le canal est régi par une séquence des distributions n -dimensionnelles:

$$p(y/x) \stackrel{\Delta}{=} P_r\{Y = y/X = x\} \quad (2.4)$$

Où $x \in \mathcal{X}^n$ et $y \in \mathcal{Y}^n$.

Un canal discret sans mémoire est un canal discret avec la propriété que pour une entrée donnée du canal au temps k la sortie du canal correspondante est indépendante des entrées du canal et les sorties autre qu'au temps k . Plus spécifiquement, si nous sommes donnés une séquence de n entrée successive $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ avec la séquence correspondant du sortie $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, alors pour un canal discret sans mémoire, nous pouvons écrire la probabilité conditionnelle comme:

$$p(y/x) = \prod_{k=1}^n p(y_k/x_k) \quad (2.5)$$

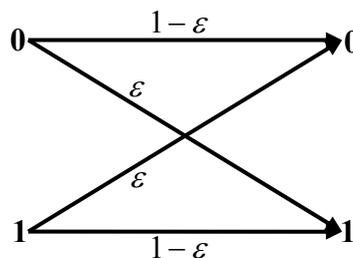


Figure (2.2) : Canal Binaire Symétrique

Un simple model, encore important du canal discret sans mémoire est le canal binaire symétrique (CBS) (Figure 2.2) avec la probabilité d'erreur du canal ε , ou $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0,1\}$ et $p(0/1) = p(1/0) = \varepsilon$.

La transmission d'un vecteur de longueur n , la probabilité conditionnelle de reçoit y tel que x transmis est: $p(y/x) = \varepsilon^d (1 - \varepsilon)^{n-d}$

Où $d = d_H(x, y)$, la distance de Hamming entre l'entrée et la sortie du canal.

Le paramètre le plus significatif associé à n'importe quel canal est un nombre appelé la capacité de canal et est dénoté par C . La signification de la capacité C est montrée par le théorème de Shannon pour le codage du canal avec bruit, dite que la transmission fiable d'information à un débit fixe R est possible à travers un canal si et seulement si $R < C$. Afin de caractériser la capacité de canal C d'un canal discret sans mémoire, nous devons d'abord définir le terme "d'information mutuelle".

Si $X = x$ est envoyé à travers un canal et $Y = y$ est reçu, alors l'information mutuel entre les événements $\{X = x\}$ et $\{Y = y\}$ est défini par

$$I(x; y) \triangleq \log_2 \frac{p(y/x)}{p(y)} = \log_2 \frac{p(x/y)}{p(x)}. \quad (2.6)$$

L'information mutuelle peut être considérée comme une mesure de la quantité d'information qui est transférée de l'entrée du canal à la sortie de celui-ci. Plus généralement l'information mutuelle $I(X; Y)$ variables aléatoires X et Y est donnée par:

$$I(X; Y) \triangleq \sum_{x \in \mathcal{X}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} p(x, y) \log_2 \frac{p(y/x)}{p(y)} = \sum_{x \in \mathcal{X}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} p(x, y) \log_2 \frac{p(x/y)}{p(x)}. \quad (2.7)$$

De la définition de l'entropie et de l'entropie conditionnelle, on peut écrire

L'information mutuelle de l'équation (3.5) comme:

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Y/X) = H(X) - H(X/Y). \quad (2.8)$$

Les deux entropies conditionnelles, $H(X/Y)$ et $H(Y/X)$, avoir des significations physiques importantes. $H(X/Y)$, souvent appelée équivocation, peut être interprété comme quantité d'incertitude de l'entrée X donné la sortie de canal reçue Y ; tandis que $H(Y/X)$ peut être considéré comme quantité d'entropie de bruit additionné au canal

(en cas de canaux à bruit additif). Formellement, la capacité d'un canal discret sans mémoire est donnée par:

$$C = \max_{p(x)} I(X;Y), \quad (2.9)$$

Où le maximum est pris à travers toutes les distributions $p(x)$. Noter que l'équation (2.7) est la définition de la capacité de l'information du canal.

Le théorème de Shannon du codage avec bruit établit que pour un DMC la capacité d'information est égale à sa capacité opérationnelle, ce qui est défini comme le taux maximum (dans l'utilisation bits par canal) auquel l'information peut être transmise avec probabilité d'erreur arbitrairement basse.

Pour le canal binaire symétrique (CBS), sa capacité C peut être exprimée par une expression simple de forme

$$C_{BSC} = 1 - H_b(\varepsilon), \quad (2.10)$$

Où ε est la probabilité d'erreur de canal et le $h(*)$ est la fonction d'entropie binaire,

$$H_b = -\varepsilon \log_2 \varepsilon - (1 - \varepsilon) \log_2 (1 - \varepsilon).$$

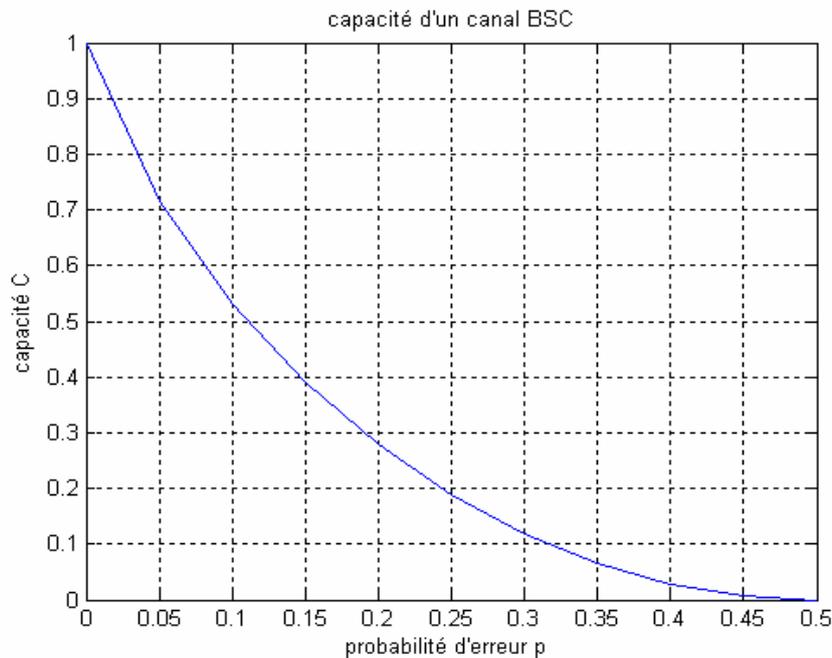


Figure (2.3): évolution de la capacité d'un canal BSC en fonction de la probabilité d'erreur

Chapitre 3

Quantification et Codage de Source

3.1 Codage de source

Le but du codage de source (également connu sous le nom de compression de données) est d'enlever l'information inutile (redondance) dans la source afin de réduire les exigences de débit binaire pour son stockage ou transmission. La redondance de source peut être classifiée comme redondance statistique et redondance non statistique. Il y a deux types de compression de données, sans et avec pertes selon quel genre de redondance est enlevé. La redondance statistique est due à la distribution non uniforme ou à la mémoire de la source ou une combinaison de tous les deux. Dans la compression de données sans pertes, le but est d'enlever toute la redondance statistique tels que la source récupérée a une distorsion nulle. Dans la compression de données avec pertes, le but est d'obtenir la meilleure fidélité pour la source avec un débit binaire donné, ou de réduire au minimum d'une manière équivalente le débit binaire tels qu'une fidélité indiquée est maintenue. La compression de données avec pertes est réalisée via la quantification; ceci sera traité dans de grands détails dans les sous-sections suivantes.

3.1.1 Description d'un système de codage de source

On considère une source d'information qu'on suppose constituée d'une suite d'échantillons ou de symboles x . La source peut être codée symbole par symbole (codage scalaire) ou par bloc de k symboles $x = (x_1, \dots, x_k)$ (codage vectoriel en dimension k). Le cas scalaire correspond à $k = 1$.

Le codeur de source associe à chaque entrée x un indice i mis sous forme binaire; les indices peuvent prendre un nombre fini de N valeurs possibles, chaque indice est donc représenté en moyenne sur $\log_2 N$ bits et représente la source x sous forme codée.

Cet indice est ensuite transmis (pour des applications de transmission numérique) ou stocké (pour des applications de stockage numérique).

Le décodeur de source récupère chaque indice i au niveau du destinataire et fournit un bloc y de k symboles correspondant, dans le domaine source. Ce y représente la source reconstruite pour le destinataire.

Il y a deux paramètres fondamentaux dans un système de codage de source :

1. Le taux de codage (coding rate) R est le nombre moyen de bits codés par symbole de source : $R = \frac{\log_2 N}{k}$

Ce taux s'exprime donc en bits par symbole ; il est lié au débit binaire en bits/sec. La compression de source est d'autant plus importante que R est petit.

2. Le critère de distorsion D sert à mesurer (de manière objective) la qualité ou la fiabilité de la reconstruction. Typiquement (pour des échantillons d'un signal, par exemple) on choisit un critère d'erreur quadratique moyenne (Mean Square Error M.S.E.) par symbole de source : $D = \frac{1}{k} E(\|x - y\|^2)$

Où E désigne l'espérance de sorte à disposer d'un critère moyen sur l'ensemble de tous les blocs de source. Le système est de qualité d'autant plus grande que D est petit.

Le but du concepteur d'un système de codage de source est de réaliser la plus grande compression (R petit) tout en garantissant une bonne fiabilité (D petit). Il y a donc un compromis à trouver entre R et D . Le compromis optimal théorique va être fourni par la théorie de l'information de Shannon.

3.1.2 Fonction taux distorsion (codage avec pertes) d'une source gaussienne

En codage avec pertes d'une source gaussienne sans mémoire de distribution de probabilité : $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

On peut calculer explicitement $R(D)$. On trouve:

$$R(D) = \begin{cases} \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma^2}{D}; & D \leq \sigma^2 \\ 0; & D \geq \sigma^2 \end{cases}$$

Où $\frac{\sigma^2}{D}$ est le rapport signal à bruit.

Ceci correspond à une borne optimale de Shannon qu'on peut exprimer sous la forme d'une fonction distorsion/taux :

$$D(R) = \sigma^2 2^{-2R}$$

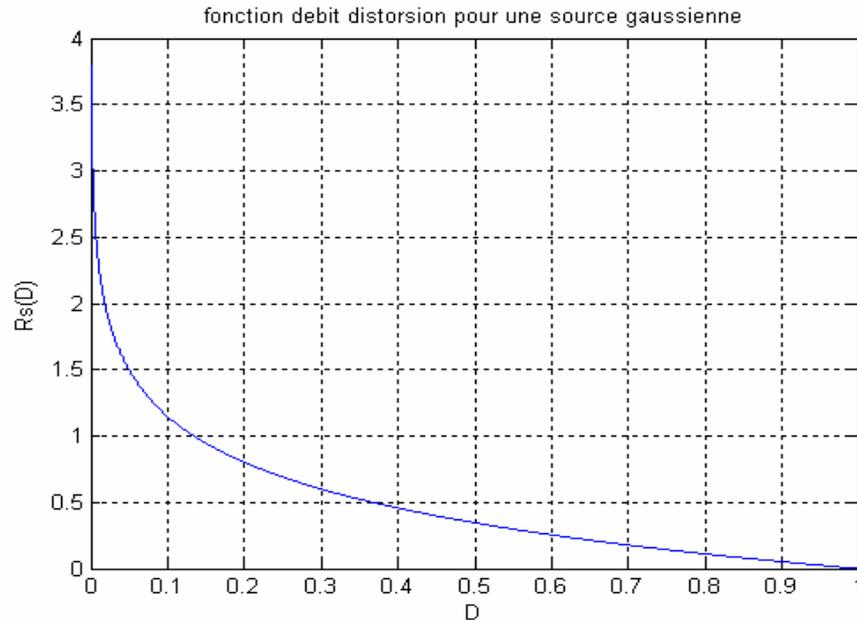


Figure (3.1): Fonction débit distorsion pour une source gaussienne

3.2 Quantification

Le cas le plus simple de la quantification est la quantification scalaire, qui traite les signaux à une dimension. Le premier travail sur la conception des quantificateurs scalaires optimaux a été réalisé par Lloyd dans un rapport non publié de Bell (1959) et également indépendamment par Max [2] (1961). L'algorithme de conception est largement connu comme algorithme Lloyd parfois dit Lloyd-Max. Environ 20 ans après, Linde, Buzo et Gray a prolongé l'algorithme Lloyd aux quantificateurs vectorielles, qui désigné sous le nom de l'algorithme LBG [3].

3.2.1 Quantification scalaire

La quantification est une opération qui consiste à arrondir une grandeur d'entrée en lui associant une valeur choisie dans un ensemble fini de valeurs prédéterminées. La quantification est le cœur de la numérisation des signaux.

Un quantificateur scalaire Q à un taux R et N -niveaux de sortie c'est une application de la ligne réelle \mathfrak{R} à un ensemble d'éléments fini

$$Q : \mathfrak{R} \rightarrow B \quad (3.1)$$

$$x \rightarrow Q(x) = y_i$$

Où

$$B = \{y_1, y_2, \dots, y_N\} \subset \mathfrak{R} \quad (3.2)$$

L'ensemble B est appelé le dictionnaire et les éléments du dictionnaire y_i sont appelés les niveaux de reproduction ou les mots code.

La ligne réelle \mathfrak{R} est divisée en N régions, $S_i, i = 1, 2, \dots, N$, définie par

$$S_i = \{x \in \mathfrak{R} : Q(x) = y_i\} \equiv Q^{-1}(y_i), i = 1, 2, \dots, N \quad (3.3)$$

Les propriétés importantes de ces régions sont:

$$\bigcup_{i=1}^N S_i = \mathfrak{R} \quad (3.4)$$

Et

$$S_i \cap S_j = \emptyset \text{ Pour } i \neq j. \quad (3.5)$$

Un paramètre important d'un quantificateur scalaire est le taux de codage R , défini comme :

$$R = \log_2 N$$

Et il représente le nombre de bits requis pour identifier une sortie spécifique quantifiée.

L'application est exécuté comme suit: x être l'entrée au quantificateur Q , alors La sortie $Q(x)$ du quantificateur est obtenu comme:

$$Q(x) = y_i \text{ si } x \in S_i, i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.6)$$

Par conséquent un quantificateur scalaire sans mémoire peut être complètement défini par le dictionnaire B et l'ensemble des régions $\{S_i\}$.

Soit Q un quantificateur défini par un dictionnaire et par une partition de l'espace euclidien \mathfrak{R} . Un exemple de partition dans l'espace \mathfrak{R} est représenté par la figure ci-dessous Figure (3.2).

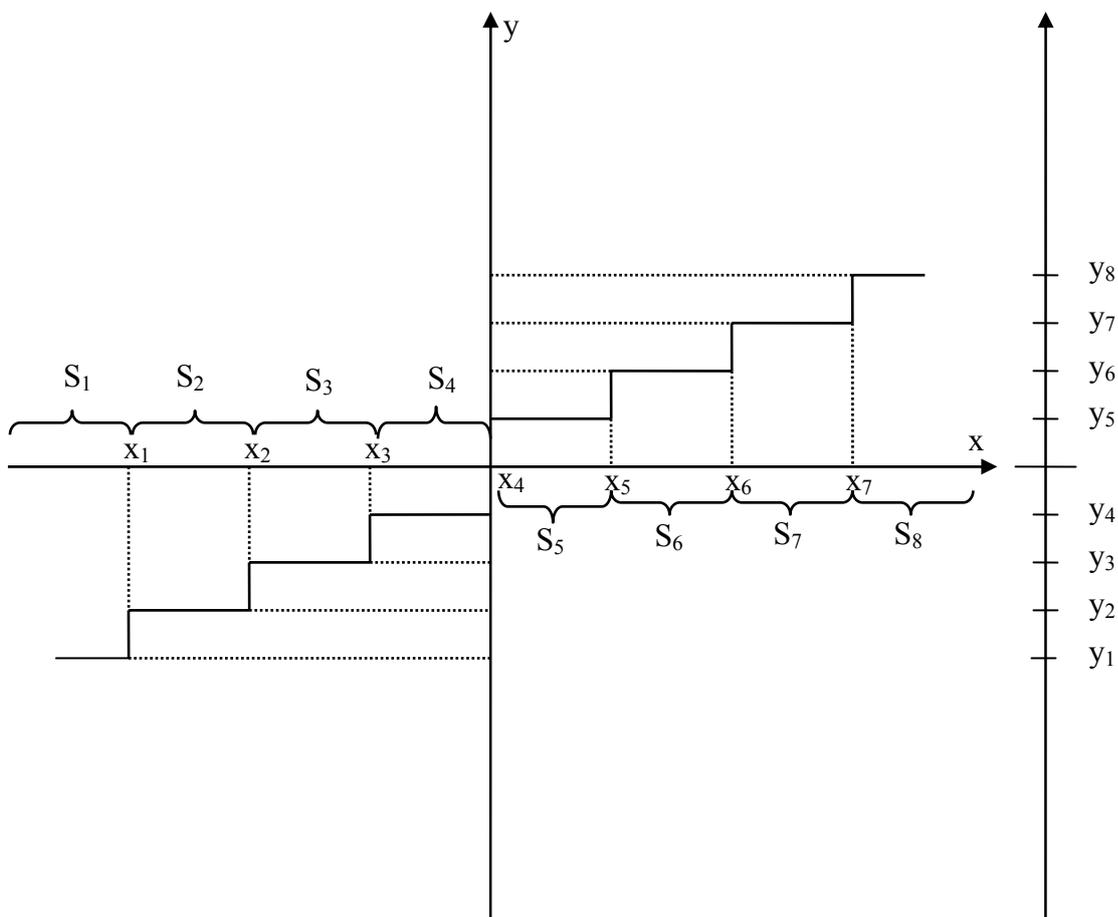


Figure (3.2): caractéristique d'un quantificateur scalaire à 8 niveaux (N=8)

3.2.1.1 Mesure de la performance d'un quantificateur

Pour évaluer la performance du quantificateur nous choisissons comme mesure de distorsion l'Erreur Quadratique Moyenne:

$$d(x, y) = (x - y)^2.$$

Considérons la variable aléatoire x être l'entrée au quantificateur scalaire avec une fonction de densité de probabilité connu $p(x)$. La distorsion D entre l'entrée x et la sortie du quantificateur $Q(x)$ est définie comme:

$$D = E[d(x, Q(x))] = \sum_{i=1}^N \int_{S_i} (x - y_i)^2 p(x) dx. \quad (3.7)$$

Quand la source d'entrée de quantificateur est stationnaire et ergodique,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(x_i, Q(x_i)) = D \quad (3.8)$$

3.2.1.2 La conception d'un Quantificateur optimal

D'un point de vue engineering, l'amélioration de la performance est primordiale. Puisque la fonction de taux R est fixe pour un quantificateur scalaire, la distorsion est le foyer principal. La fonction de distorsion est une expression simple indicative de la dégradation de signal due à la quantification. Puisque l'entrée est inconnue, on suppose que la source est une variable aléatoire, habituellement décrite par sa fonction densité de probabilité. Le but de la conception d'un quantificateur scalaire est de réduire au minimum la distorsion D , pour un nombre fixe de niveaux de reproduction N et d'une fonction densité de probabilité particulière de source. Le quantificateur optimal est espéré pour être réalisé en sélectionnant convenablement les niveaux de reproduction y_i et les cellules de partition S_i . En général, il n'y a aucune solution connue pour trouver le quantificateur optimal, mais il y a des conditions nécessaires pour l'optimalité.

Un problème classique de quantification peut souvent être décrit comme suit. Pour une source donnée, identiquement distribuée c-à-d avec une distribution connue $p(x)$, une mesure de distorsion donnée, $d(x, Q(x)) = (x - Q(x))^2$, et un nombre donné de niveaux de sortie du quantificateur N (taux fixe), nous souhaitons trouver le dictionnaire B et l'ensemble de partition $\{S_i\}$ tels que la distorsion définie dans l'équation (3.7) est minimisée.

3.2.1.3 Conditions d'optimalité

Le procédé de conception suivant qui fournit la solution au problème ci-dessus est le quantificateur Lloyd:

Considérons un quantificateur avec des régions de quantification de forme

$$S_i = \begin{cases} (x_{i-1}, x_i], & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ (x_{N-1}, x_N), & i = N \end{cases} \quad (3.9)$$

Ici nous adoptons la convention $-\infty = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N = \infty$ la distorsion moyenne peut être écrite comme :

$$D = \sum_{i=1}^N \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - y_i)^2 p(x) dx. \quad (3.10)$$

Si nous souhaitons minimiser D pour un taux fixe R , nous pouvons dériver les conditions nécessaires en différenciant D en ce qui concerne x_i et y_i et obtenir deux ensembles d'équations

$$\begin{aligned} D &= \sum_{i=1}^N \int_{S_i} (x - y_i)^2 p(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{x_1} (x - y_1)^2 p(x) dx + \sum_{i=1}^{N-2} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - y_{i+1})^2 p(x) dx + \int_{x_{N-1}}^{\infty} (x - y_N)^2 p(x) dx \end{aligned}$$

On dérive D en ce qui concerne x_i

$$\frac{\partial}{\partial x_i} D = p(x_i) \left\{ (x_i - y_i)^2 - (x_i - y_{i+1})^2 \right\} = 0$$

La solution de cette équation est :

$$x_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}, i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (3.11)$$

On dérive D en ce qui concerne y_i

$$\frac{\partial}{\partial y_i} D = \int_{x_{i-1}}^{x_i} 2(x - y_i) p(x) dx = 0$$

La solution de cette équation est

$$y_i = E[x/x \in S_i] = \frac{\int_{x_{i-1}}^{x_i} xp(x) dx}{\int_{x_{i-1}}^{x_i} p(x) dx}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.12)$$

L'équation (3.11) implique que le niveau de seuil x_i doit être l'intermédiaire entre deux niveaux adjacents de reconstruction. L'équation (3.12) suggère que le niveau de reconstruction optimal y_i est le centre entre x_{i-1} et x_i . Ainsi le problème de conception d'un quantificateur "optimal" peut être divisé en deux problèmes conceptuellement indépendants : (i) étant donné le dictionnaire B, trouver la meilleure partition de \mathfrak{R} ; (ii) étant donné la partition de la ligne réelle \mathfrak{R} , trouver le dictionnaire optimal B tels que la distorsion moyenne est minimisée. Les équations (3.11) et (3.12) peuvent être résolus itérativement pour x_i 's et y_i 's avec l'hypothèse initiale de y_1 . Après chaque étape d'itération, la distorsion moyenne D est calculée. L'algorithme continue jusqu'à ce que la diminution relative de D de deux itérations consécutives soit moins qu'un seuil prédéfini. Le quantificateur résultant est appelé le quantificateur Lloyd. Il devrait souligner que le résultat du quantificateur obtenu est seulement une solution localement optimale selon les conditions initiales.

Nous pouvons prolonger les résultats dans les équations (3.11) et (3.12) à des mesures de distorsion plus générales $d(.,.)$. Ces deux conditions nécessaires générales sont connues comme le condition du plus proche voisin et de Centroïde généralisé

3.2.1.4 Condition du plus proche voisin

Pour le dictionnaire donné B avec N niveaux de reproduction, la partition optimale satisfait:

$$S_i = \{x : d(x, y_i) \leq d(x, y_j); j \neq i\}, \forall i. \quad (3.13)$$

3.2.1.5 Condition du Centroïde

Pour une partition donnée $S = \{S_i, i = 1, \dots, N\}$ et un variable aléatoire d'entrée, les niveaux de sortie optimaux satisfait :

$$y_i = \arg \min E[d(x; y) / x \in S_i], \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (3.14)$$

Ces deux conditions généralisées peuvent être employées itérativement pour obtenir une solution localement optimale. L'opération d'espérance dans la condition du Centroïde généralisé implique que la distribution de la densité de probabilité de la source est connue.

Dans la pratique, des séquences d'entraînement sont employées pour obtenir une distribution empirique de la source.

3.2.2 Quantification vectorielle

La quantification vectorielle est l'extension de la quantification scalaire à des dimensions plus élevées. Elle peut offrir divers avantages par rapport à la quantification scalaire comme elle exploite la redondance statistique entre les échantillons de la source.

La quantification vectorielle est une application de compression de données qui arrondi une séquence des vecteurs continus ou discrets par un du nombre fini des vecteurs prédéterminés appelés niveaux de reproduction. Elle a été employée avec beaucoup de succès dans le codage d'image et de parole.

Un quantificateur k-dimensionnel à N niveaux est défini par le dictionnaire, $B = \{y_i, i = 1, 2, \dots, N\}$, avec N vecteurs de reproduction; et l'ensemble de partition, $S = \{S_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ constitué les sous espaces de l'espace euclidien k^{ème} dimension \mathfrak{R}^k (Un vecteur $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ constitué de k échantillons source représente un élément de l'espace euclidien \mathfrak{R}^k). L'opération de la quantification vectorielle fait correspondre à tout vecteur $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ un vecteur $y_i = (y_{i,1}, y_{i,2}, \dots, y_{i,k})$, après que le vecteur source soit arrondi par un des niveaux de reconstruction, l'indice du sous-espace auquel le vecteur x d'entrée appartient est envoyée (à travers le canal) au décodeur qui choisit alors la séquence correspondante à cette valeur de l'indice.

La QV est essentiellement une application q (.):

$$Q(x) = y_i \quad \text{si } x \in S_i \quad (3.15)$$

Où

$y_i = (y_{i,1}, y_{i,2}, \dots, y_{i,k})$, et la partition S satisfait

$$\bigcup_i S_i = \mathfrak{R}^k \quad \text{et } S_i \cap S_j = \Phi \quad \forall i \neq j \quad (3.16)$$

Le taux du quantificateur est défini comme

$$R = \frac{1}{k} \log_2 N \quad \text{Bits / échantillon} \quad (3.17)$$

Un quantificateur vectoriel souvent utilisé dans les systèmes de communication numérique peut être décomposé en deux opérations conceptuelles, le Codeur et le Décodeur :

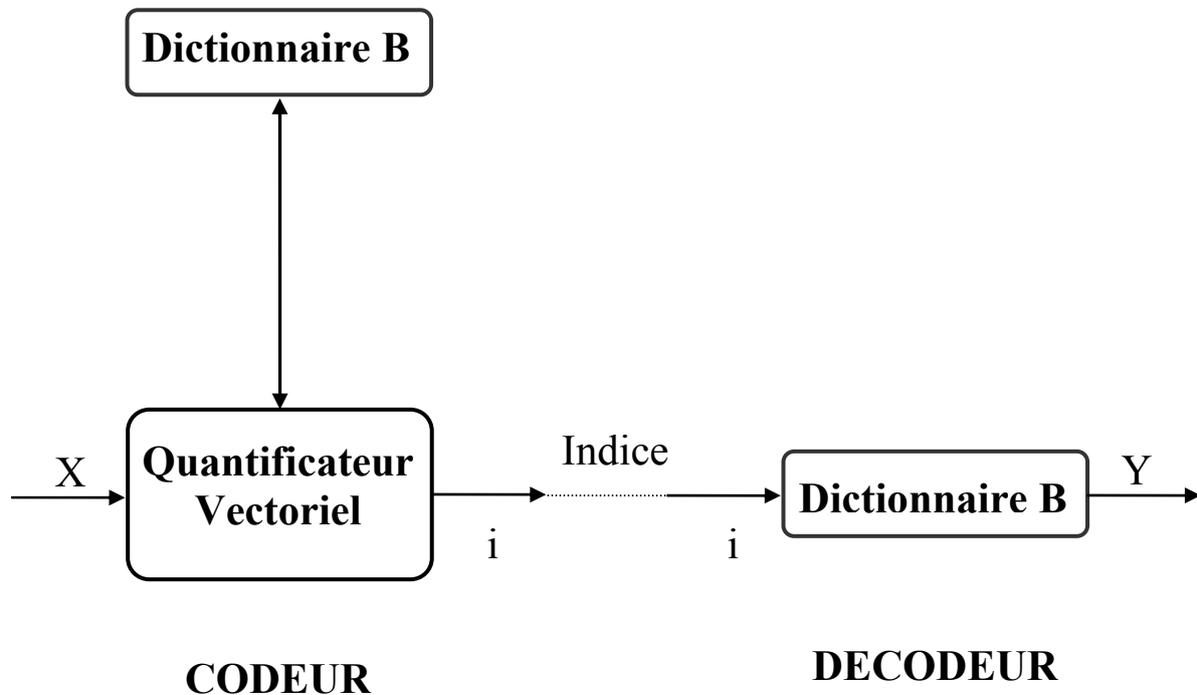


Figure (3.3): Schéma d'un Codeur Décodeur Quantificateur

Le Codeur

Le rôle du codeur consiste, pour tout vecteur x_i du signal en entrée à rechercher dans le dictionnaire B le code vecteur y_i le plus proche du vecteur source x . C'est uniquement l'adresse du code vecteur y_i ainsi sélectionnée qui sera transmise ou stockée. C'est à ce niveau donc que s'effectue la compression.

Le Décodeur

Il dispose d'une réplique du dictionnaire et consulte celui-ci pour fournir le code vecteur d'indice correspondant à l'adresse reçue. Le décodeur réalise l'opération de décompression.

3.2.2.1 Mesure de la performance d'un quantificateur

Pour évaluer la performance d'un quantificateur vectoriel, une mesure de distorsion doit être défini. La mesure de distorsion la plus commode et largement la plus répandue entre un vecteur x d'entrée et un vecteur quantifié y est l'erreur quadratique, qui est définie comme:

$$d(x, y) = \|x - y\|^2 = \sum_{i=1}^k (x_i - y_i)^2. \quad (3.18)$$

Pour mesurer la performance du QV, nous définissons la distorsion par échantillon dans le sens d'erreur quadratique moyenne, Considérons la variable aléatoire x être l'entrée au quantificateur avec une fonction de densité de probabilité connu $p(x)$. La distorsion D entre l'entrée x et la sortie du quantificateur $Q(x)$ est définie comme:

$$D = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} p(x) d(x, y_i) dx. \quad (3.19)$$

3.2.2.2 La conception d'un Quantificateur optimal

Le problème de conception d'un Quantificateur Vectoriel peut être énoncé comme suit: étant donné un vecteur source avec une connaissance des propriétés statistiques, une mesure de distorsion, le nombre des vecteurs code et son dimension, trouver le dictionnaire optimal B et la meilleure partition S ; tels que la distorsion moyenne est minimale.

Ainsi, donné le nombre de niveaux de reproduction N , et la dimension du bloc d'échantillons source k le but est de trouver le dictionnaire B^* et l'ensemble de partition S^* tels que la distorsion définie dans l'équation (3.19) est minimisé.

On a proposé la première fois la solution au problème ci-dessus par Linde, Buzo et Gray. Les auteurs fournissent un algorithme itératif pour concevoir un quantificateur vectoriel localement optimal et le QV résultant s'appelle souvent LBG-VQ.

3.2.2.3 Conditions d'optimalité

Condition du centroïde

Pour un ensemble de partition donnée S , les conditions nécessaires pour minimiser l'équation (3.19) sans considérer des erreurs de canal sont:

$$y_i = \frac{\int_{S_i} xp(x)dx}{\int_{S_i} p(x)dx} \quad (3.20)$$

Condition du plus proche voisin

Si nous supposons que le dictionnaire B est donné, quand les erreurs de canal ne sont pas considérées, alors l'ensemble de partition S qui réduit au minimum l'équation (3.19) est donnée par

$$S_i = \{x | d(x, y_i) \leq d(x, y_l) \forall l \neq i\} \quad (3.21)$$

L'équation (3.20) est la généralisation de la condition du centroïde. Lors que $k=1$ se réduit à la condition de la quantification scalaire donnée par l'équation (3.12) la région définie dans l'équation (3.21) est appelée région de voronoi. Les équations (3.20) et (3.21) sont utilisées itérativement pour la mise à jour du dictionnaire et de l'ensemble de partition. Noté qu'après chaque itération, la distorsion par échantillon est diminuée; donc, en général l'algorithme LBG converge à une solution localement optimale. Le choix du dictionnaire initial joue un rôle très important dans l'algorithme LBG.

3.2.2.4 Algorithme Lloyd généralisé (Generalized Lloyd Algorithm)

L'algorithme LBG consiste à itérer les deux conditions d'optimalité où chaque itération doit diminuer la distorsion. Lorsque l'amélioration du système devient négligeable, l'algorithme prend fin. L'algorithme LBG a donc l'avantage d'être général, simple à implémenter. Nous donnons ci-dessous les étapes de base de l'algorithme LBG :

Etape 1 : choisir un dictionnaire initial.

Etape 2 :

-Partitionner la séquence d'apprentissage en un ensemble de classes en utilisant la condition du plus proche voisin.

-En utilisant la condition du centroïde, on calcule les centroïdes pour l'ensemble des classes trouvées afin d'obtenir le nouveau dictionnaire.

Etape 3 :

Calculer la distorsion moyenne, si elle a changé d'une petite quantité par rapport à l'itération précédente l'algorithme prend fin, sinon, retour à l'étape 2.

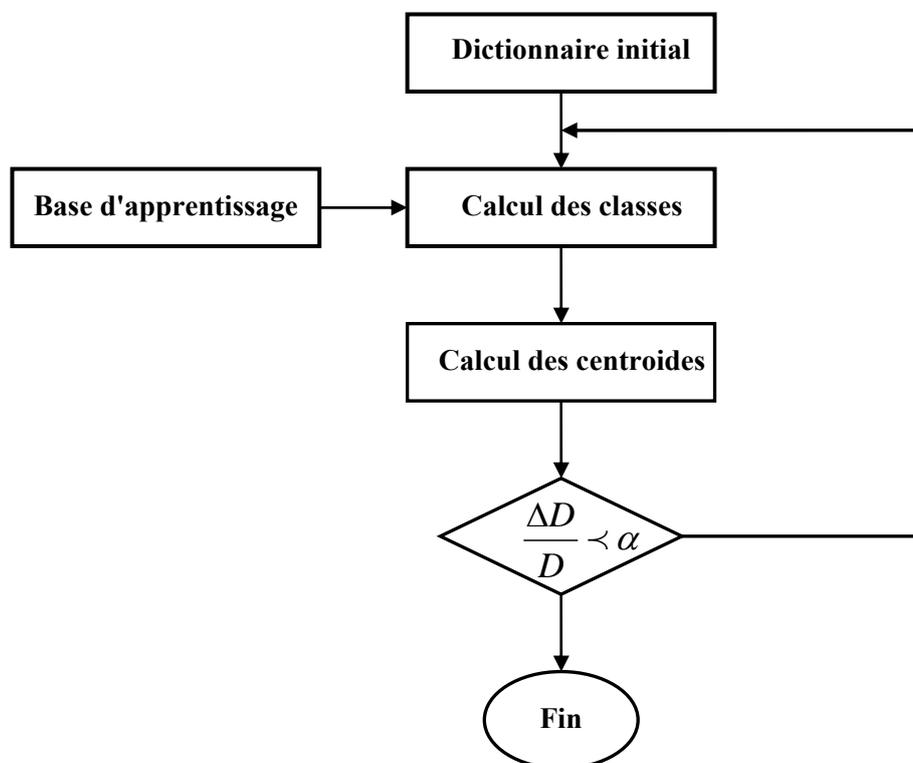


Figure (3.4) : Schéma de fonctionnement de l'algorithme LBG.

3.2.2.5 Conceptions du Dictionnaire initial

Le choix du dictionnaire initial est essentiel car il conditionne les résultats finaux de l'algorithme. Plusieurs méthodes ont été proposées pour déterminer ce dictionnaire:

1. Initialisation aléatoire:

Le dictionnaire le plus simple est celui qui contient les N premiers vecteurs de la base d'apprentissage ou N vecteurs extraits aléatoirement de cette suite. Ces vecteurs peuvent bien sûr ne pas être du tout représentatifs de la séquence d'apprentissage et on peut aboutir à des résultats non satisfaisants.

2. Méthode par dichotomie vectorielle:

Elle propose d'augmenter progressivement la dimension des vecteurs codes en effectuant une optimisation pour chaque valeur de la dimension. Le nombre de vecteurs double à chaque augmentation de la dimension en appliquant une technique de dédoublement (Splitting), un vecteur code engendre deux nouveaux vecteurs, chacun translaté du premier dans une direction opposée à l'autre. C'est-à-dire elle consiste à découper chaque vecteur représentant y_i en 2 nouveaux vecteurs $y_i + \varepsilon$ et $y_i - \varepsilon$ (ε étant un vecteur de perturbation de faible énergie).

3. Méthode des centroïdes éloignés :

C'est une autre technique efficace qui a été proposée par I. Katsavounidis et al. [30]. Ils ont montré que cette technique donne un meilleur minimum local que la méthode "splitting" et réduit la complexité des calculs. Le principe de cette technique consiste à accorder une attention particulière aux vecteurs d'apprentissage qui sont les plus éloignés l'un de l'autre, car ils sont susceptibles d'appartenir à des classes différentes. Elle se résume comme suit :

Soit v_i , $i = 1, \dots, m$, la séquence d'apprentissage des vecteurs. La procédure peut être exprimée comme suit :

Etape1 :

Calculer les normes de tous les vecteurs de l'ensemble d'apprentissage. Choisir le vecteur ayant la norme maximale comme mot code.

Etape2 :

Calculer la distance de tous les vecteurs d'apprentissage par rapport au premier mot de code et choisir le vecteur ayant la plus grande distance comme second mot de code. On a alors un dictionnaire de taille 2.

Etape3 :

Généralement, avec un dictionnaire de taille j , $j = 2, 3, \dots, N$, nous calculons la distance entre les vecteurs d'apprentissage restants v_m et tous les mots codes existants. La plus petite valeur trouvée est appelée distance entre v_m et le dictionnaire. Par conséquent, le vecteur d'apprentissage ayant la plus grande distance par rapport au dictionnaire est choisi pour être le $(j+1)^{\text{ième}}$ mot code. La procédure s'arrête quand on obtient un dictionnaire de taille N .

L'idée de base de cette procédure est d'utiliser le vecteur le plus "différent" des vecteurs-codes existants comme un nouveau vecteur-code. La procédure est applicable pour n'importe quelle taille de dictionnaire. Dans ce cas nous n'avons pas besoin de définir un seuil quelconque.

Chapitre 4

Quantification et codage conjoint source/canal

Introduction

Le premier travail considérant l'effet de la distorsion due au bruit de canal dans un système de quantification scalaire a été conduit par kurtenbach et Wintz [4], ayant pour résultat le quantificateur scalaire canal optimisé. Kumazawa et al ont prolongé le (COSQ) à l'espace vectoriel multidimensionnel ou le quantificateur vectoriel canal optimisé [5]. La performance et la complexité du système COVQ ont été étudiées par Farvardin et vaishampayan [7]. Dans [6] Farvardin également présenté la technique du recuit simulé pour la conception du dictionnaire initial pour le système COVQ.

Un quantificateur vectoriel optimisé pour un canal bruité (COVQ) est un schéma de codage qui se base sur le principe de modification du QV en tenant compte du bruit présent sur le canal de transmission. Ainsi, les opérations de codages de source et de canal sont intégrées conjointement dans une seule entité en incorporant le paramètre du canal bruité dans le processus de conception. En effet, le fonctionnement d'un algorithme comme le LBG, utilisé pour la recherche du dictionnaire de la QV, se prête bien à une modification dans ce sens. Le but alors est de minimiser la distorsion moyenne totale entre le signal reconstitué et le signal original, étant donné ce bruit.

La conception du système COVQ est réalisée par une version étendue au cas bruité de la QV[3], la conception du système COVQ garde donc la même structure bloc que celle de la QV (Codeur, Décodeur, Dimension, Débit). La différence réside dans la formulation des conditions nécessaires d'optimalité pour minimiser une expression modifiée de la distorsion moyenne totale. Cette nouvelle distorsion est formulée en considérant ensemble la distorsion due à la quantification et aux erreurs de canal. En utilisant ce modèle, nous obtenons ainsi de nouvelles conditions d'optimalités qui généralisent les conditions nécessaires pour un QV optimal, conçu selon des suppositions idéales de transmission.

4.1 Conception du système COVQ

Dans la conception d'un système COVQ, la source est décrite par sa fonction densité de probabilité et le canal est décrit par la matrice de probabilités de transitions. Pour un canal sans bruit, la matrice de transition est la matrice identité, qui réduit aux résultats de quantification vectorielle.

Supposons que la source à coder est un processus stationnaire, et ergodique $\{x_t; t = 0, 1, \dots\}$, La source est codée par un quantificateur k -dimensionnels et de N -niveaux de reproductions et la sortie du quantificateur vectoriel est transmise à travers un canal discret sans mémoire avec les alphabets d'entrée/sortie $J = \{1, 2, \dots, N\}$ L'opération globale codeur décodeur, comme illustré dans la Figure (4.1), peut être décomposée en trois fonctions séparées, la fonction du codage, γ ; La fonction de l'assignation de canal, b , et finalement la fonction de décodage, g .

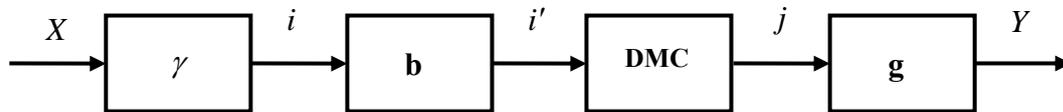


Figure (4.1) : schéma bloc d'un système COVQ

La fonction du codage γ correspond à tout vecteur source x l'indice i

$$\gamma : R^k \rightarrow J$$

La fonction d'assignation d'indice b correspond à tout indice i l'indice $b(i)$

$$b : J \rightarrow J$$

La fonction de décodage g correspond à tout indice j un vecteur y

$$g : J \rightarrow R^k$$

La fonction du codage γ est décrit en termes de partition $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ de l'espace euclidien k -dimensionnel \mathfrak{R}^k selon :

$$\gamma(x) = i, \text{ si } x \in S_i, i \in J$$

Où $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ est un vecteur de sortie de la source composé de k échantillons de la source.

Le taux de codage est donné par:

$$R = \frac{1}{k} \log_2 N \text{ bits / échantillon} \quad (4.1)$$

La fonction de l'assignation de canal b est une application linéaire qui assigne la sortie du codeur i par l'indice $i' = b(i) \in J$, l'indice i' est transmis à travers un DMC caractérisé par les probabilités de transitions du canal $p(j/i')$, la dénotation de la probabilité que l'indice j est reçu étant donné que i' est transmis.

Finalement la fonction de décodage g est décrit en terme du dictionnaire $B = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ selon $g(j) = y_j, j \in J$.

4.1.1 Mesure de la performance du COVQ

Dénotons la distorsion provoquée par la représentation du vecteur de source x par un vecteur-code y comme $d(x, y)$. La distorsion globale par échantillon de source $D((S, B); b)$ est décrit par :

$$D((S, B); b) \stackrel{\Delta}{=} D(q; b) \quad (4.2)$$

$$= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p(j/b(i)) \int_{S_i} p(x) d(x, y_j) dx, \quad (4.3)$$

Où $p(x)$ est la fonction densité de probabilité de la source.

Et $p(j/b(i))$ est la probabilité que j reçu sachant que $b(i)$ transmis.

4.1.2 Conditions d'optimalité

Pour une source donnée, un DMC, une dimension fixe k et un taux fixe R , nous souhaitons trouver B^* , S^* et b^* pour minimiser $D((S, B); b)$. L'importance de la fonction de l'assignation b n'est pas significative dans la conception du COVQ. Pour simplifier la notation, nous supposons que la fonction de l'assignation est fait accorder à $b(i) = i$. En réarrangeant les termes dans l'équation (4.2) nous obtenons

$$D(S, B) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} p(x) \left\{ \sum_{j=1}^N p(j/i) d(x, y_j) \right\} dx. \quad (4.4)$$

Il est facile de voir que le problème de la minimisation de distorsion indiqué dans l'équation (4.4) est équivalent à la conception du QV avec une mesure de distorsion modifiée. Pour le critère de distorsion universel (l'erreur quadratique)

$$d(x, y) = \|x - y\|^2, \quad (4.5)$$

La formulation des conditions nécessaires d'optimalité du système COVQ est effectuée aussi en deux étapes, selon le principe de minimisation de la distorsion moyenne totale (4.4). Pour un décodeur fixe, la condition d'optimalité de la fonction de codage est établie. Ensuite pour un codeur fixe, la condition nécessaire pour l'optimalité de la fonction de décodage est développée. La paire de ces conditions peut alors être employée pour établir un ensemble de conditions pour l'optimalité du système COVQ total.

4.1.2.1 Condition du plus proche voisin modifié (pondéré)

On peut montrer que pour le dictionnaire donné B , l'ensemble optimal de partition peut être exprimé comme

$$S_i^* = \left\{ x : \sum_{j=1}^N p(j/i) \|x - y_j\|^2 \leq \sum_{j=1}^N p(j/l) \|x - y_j\|^2, \forall l \neq i \right\} i \in J. \quad (4.6)$$

4.1.2.2 Condition du centroïde modifié (pondéré)

De même, le dictionnaire optimal étant donné l'ensemble de partition est

$$y_j^* = \frac{\sum_{i=1}^N p(j/i) \int_{S_i} xp(x) dx}{\sum_{i=1}^N p(j/i) \int_{S_i} p(x) dx} j \in J. \quad (4.7)$$

Essentiellement, les équations (4.6) et (4.7) sont la généralisation des conditions du plus proche voisin et de la condition du Centroïde avec une mesure de distorsion modifiée.

Les vecteurs code optimaux pour un canal bruité sont donc des combinaisons linéaires des centroïdes des régions de la partition, pondérés par les probabilités de transition du canal. Le codeur optimal sélectionne ainsi un vecteur code qui minimise une somme pondérée des distorsions entre le vecteur d'entrée et chaque vecteur code, où les poids sont les probabilités de transition du canal. En d'autres termes, y_i est dit le plus proche voisin pondéré de x si la quantité : $\sum_{j=1}^N \|x - y_j\|^2 p(j/l)$ est minimisée pour tous $l = 1, 2, \dots, N$.

Dans le cas où la distribution de la source est inconnue, des séquences d'entraînement peuvent être employées pour la conception du quantificateur et les équations (4.4) et (4.7) peuvent être modifiées comme:

$$D(S, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{k} p(j/i(t)) d(x_i, y_j) \quad (4.8)$$

Et

$$y_j^* = \frac{\sum_{i=1}^N p(j/i) \sum_{l: x_l \in S_i} x_l / n}{\sum_{i=1}^N p(j/i) |S_i| / n}, \quad (4.9)$$

Où n est la taille des séquences d'entraînement et $|S_i|$ dénote le nombre des séquences d'entraînement appartenant au sous-espace S_i .

L'algorithme commence par un dictionnaire initial $B^{(0)}$, pour trouver l'ensemble des partitions optimales $S^{(1)}$ en utilisant l'équation (4.6). Avec ceci $S^{(1)}$ nouvellement calculé, il emploie l'équation (4.7) pour mettre à jour le dictionnaire optimal $S^{(1)}$. Ce processus continue jusqu'à ce que la diminution relative de la distorsion moyenne soit moins qu'un seuil indiqué et l'algorithme converge à une solution localement optimale.

Dans la conception du codeur COVQ, nous avons considéré que le canal de transmission est un canal binaire symétrique (BSC) de probabilité de transition p ou la supposition qu'un seul bit d'erreur dominant par mot code binaire bruité ($p \ll 1$) suivant cette supposition le canal est définie comme :

$$p(j/i) = \begin{cases} p & j \in \tau_i \\ 1 - np & j = i \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.10)$$

Où τ_i est l'ensemble qui contient les entiers j ($1 \leq j \leq N$) tel que la distance de Hamming entre la représentation binaire de j et la représentation de i soit égale à 1. L'ensemble τ_i est communément appelé ensemble des n voisins de i .

L'équation de la distorsion modifiée (4.11) s'écrira alors

$$D(S, B) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} p(x) \left\{ \sum_{j \in \tau_i} p(j/i) d(x, y_j) \right\} dx. \quad (4.11)$$

Où τ_i est l'ensemble des n voisins de i qui contient tous les entiers j telle que la distance de Hamming entre la représentation binaire sur (n bits) de j et la représentation binaire de i soit égale à 1. Les conditions nécessaires d'optimalité pour un canal bruité seront donc formulées comme suit:

$$S_i^* = \left\{ x : \sum_{j \in \tau_i} p(j/i) \|x - y_j\|^2 \leq \sum_{j \in \tau_l} p(j/l) \|x - y_j\|^2, \forall l \neq i \right\} i \in J. \quad (4.12)$$

$$y_j^* = \frac{\sum_{i \in \tau_i} p(j/i) \int_{S_i} xp(x) dx}{\sum_{i \in \tau_i} p(j/i) \int_{S_i} p(x) dx} \quad j \in J. \quad (4.13)$$

4.2 Procédure de conception du système COVQ

La procédure de conception d'un système de codage COVQ est réalisée par une extension franche de l'algorithme LBG de la QV [3]. Il s'agit d'une optimisation itérative, les deux conditions d'optimalités modifiées sont mis à jour en utilisant la distorsion modifiée incluant la probabilité de transition du canal.

Les étapes de base de l'algorithme COVQ sont décrites ci-dessous. On propose qu'un ensemble de vecteurs d'entrée est disponible (base d'apprentissage) et que la probabilité d'erreur de canal (BSC) ε est donnée. Cette probabilité, qui est souvent appelée probabilité d'erreur de conception du dictionnaire COVQ, est considérée comme un paramètre d'entrée dans l'optimisation par COVQ. L'algorithme démarre avec un dictionnaire initial afin de trouver la partition optimale en utilisant la condition généralisée du plus proche voisin (**Eq 4.6**). Avec cette nouvelle partition, il utilise la condition du centroïde généralisée (**Eq 4.7**) pour mettre à jour le dictionnaire optimal. Cette étape partielle se poursuit (avec ε fixe) jusqu'à ce que la diminution relative de la distorsion moyenne soit inférieure à un seuil prédéfini.

L'algorithme converge alors vers une solution localement optimale, pour la valeur actuelle de ε . Par la suite, le paramètre de conception ε est augmenté à pas constant. Pour chaque pallier de ε , les deux conditions d'optimalité généralisées sont répétées. Le processus continu ainsi jusqu'à ce que la probabilité de conception désirée soit atteinte.

Le choix du dictionnaire initial est essentiel car il conditionne les résultats finaux du COVQ. Dans notre conception, le dictionnaire initial est déterminé pour $\varepsilon=0$ (c à d pour un canal non bruité). Il s'agit d'une simple exécution de l'algorithme LBG-VQ traditionnel qui convergera vers un dictionnaire qui sera utilisé comme dictionnaire initial de l'algorithme COVQ. Ensuite, pour chaque pallier de ε , l'algorithme convergera vers un dictionnaire intermédiaire qui sera utilisé comme dictionnaire initial du pallier suivant.

4.2.1 Algorithme COVQ

Etape 1. Introduction de données et initialisation

- Donner la probabilité d'erreur de conception, notée ε_C .
- Introduire la base de donnée d'apprentissage.
- Donner la valeur du pas d'incrémentation $\Delta\varepsilon$ et le seuil α .
- Détermination du dictionnaire initial.

Etape 2. Réactualisation

- Partitionner la base d'apprentissage en un ensemble de classes, en utilisant la condition modifiée du plus proche voisin.
- En utilisant la condition du centroïde modifiée, déterminer les centroïdes nouveau dictionnaire pour l'ensemble des classes trouvées.

Etape 3. Test de Distorsion

- Si la décroissance relative de la distorsion moyenne reste supérieur au seuil α : allez à l'Etape 2.

Etape 4. Test de fin

- $\varepsilon = \varepsilon + \Delta\varepsilon$.
- si $\varepsilon \leq \varepsilon_C$, allez à l'Etape 2.
- sinon arrêt du programme avec le dictionnaire retenu à la dernière itération comme dictionnaire COVQ optimal pour ε_C .

4.2.2 Résultats de simulation

Terminons ce chapitre avec les différents résultats obtenus par l'application des méthodes de codage : la QV par Lloyd Généralisée (LBG) et la Quantification Vectorielle Canal Optimisé (COVQ).

Nous commençons de premier principe par une présentation des performances du quantificateur vectoriel puis une évaluation comparative des performances entre la QV et la QS. Les résultats sont donnés en termes de rapport signal sur bruit (RSB (dB)) et que les simulations ont été effectuées en utilisant des séquences source (d'apprentissage) de longueur 100000 échantillons. Par la suite, nous présenterons les résultats du système de codage par COVQ.

Enfin nous exposerons une étude comparative entre les deux algorithmes (LBG et COVQ) appliqués dans un milieu bruité.

4.2.2.1 Performance de la quantification vectorielle

L'exemple de quantification d'une source gaussienne à un débit égal à 1 bit/échantillon Figure (4.2). Démontre bien l'amélioration des performances de codage apportée par la QV comparée à la QS. Ce gain de performance est obtenu au prix d'une augmentation de la complexité des calculs.

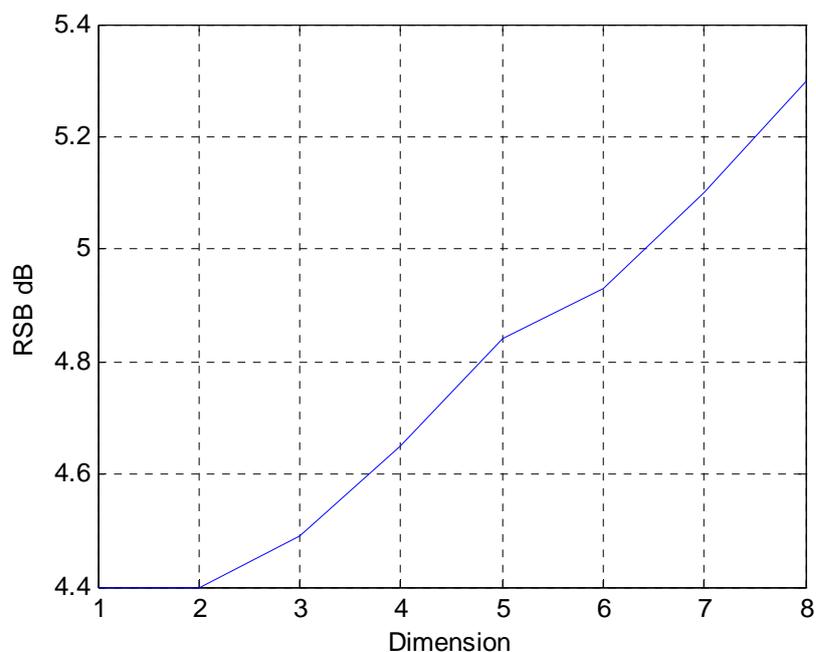


Figure (4.2): Variation du RSB en fonction de la dimension (codage d'une source gaussienne)

4.2.2.2 Performances du COVQ

Des exemples de résultats de simulation de système COVQ, conçu pour différentes valeurs du paramètre ε . Ces systèmes (caractéristiques : $k=2$, $R=2\text{bpe}$ et $R=2.5\text{bpe}$) ont été conçus pour un codage par COVQ d'une source gaussienne sans mémoire.

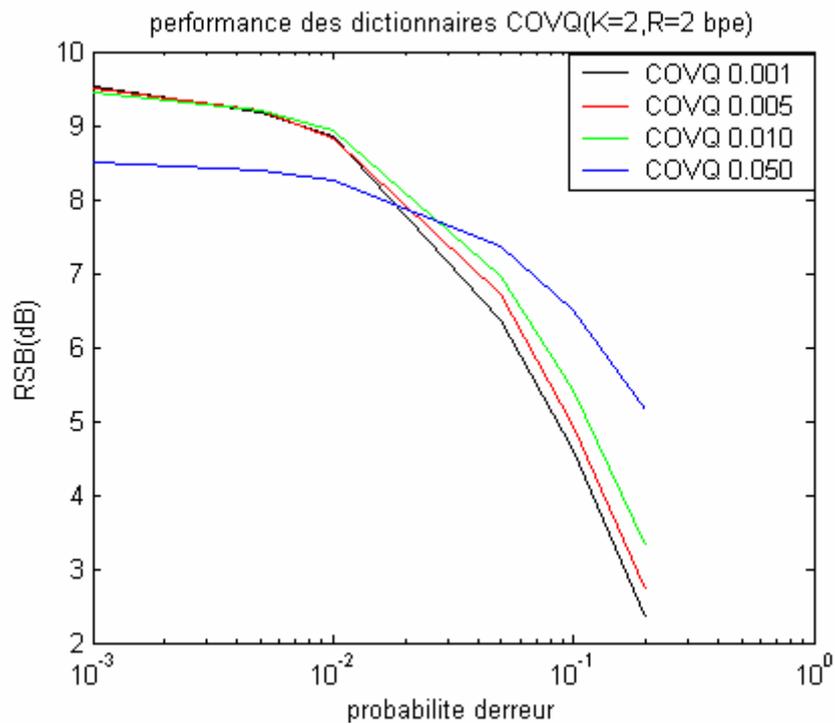


Figure (4.3) : performances des dictionnaires conçus par COVQ ($k=2$, $R=2\text{bpe}$) suivant les valeurs de probabilité de conception ε .

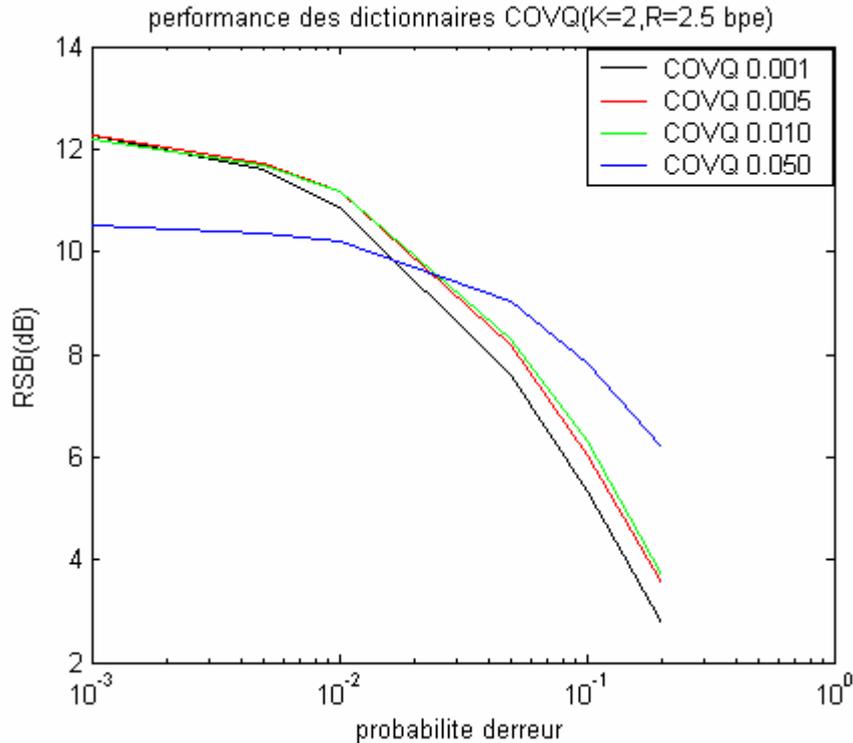


Figure (4.4) : performances des dictionnaires conçus par COVQ ($k=2$, $R=2.5$ bpe) suivant les valeurs de probabilité de conception ε .

Pour des faibles valeurs de probabilités d'erreurs (inférieures à 0.04), on remarque que les dictionnaires conçus pour une probabilité d'erreur élevée ne donnent pas forcément les meilleurs résultats en terme du RSB. A titre d'exemple, sur la Figure (4.4) nous remarquons que pour une probabilité d'erreur $p=0.02$, le dictionnaire le plus robuste est celui qui a été conçu pour une probabilité d'erreur ε égale à 0.01 (pas 0.05).

Par contre, pour des valeurs de probabilités d'erreurs supérieures à $p=0.04$, il ressort clairement que le dictionnaire conçu pour ε le plus grand donne des meilleurs résultats (le dictionnaire COVQ le plus performant est celui qui a été conçu pour une probabilité d'erreur de conception ε plus grande). En outre, plus l'erreur de conception ε est grande, plus le dictionnaire COVQ est robuste contre le bruit du canal.

La robustesse des quantificateurs vectoriels optimisés pour un canal bruité est basée principalement sur les caractéristiques exactes et réelles du canal. Cependant, selon ces caractéristiques, des quantificateurs COVQ peuvent être choisis de façon à maximiser le RSB.

4.2.2.3 Comparaison de performance entre la QV-LBG et la COVQ pour transmission à travers un canal bruité

Les résultats comparatifs que nous allons présenter ont été obtenus lors du codage de source gaussienne de dimension 2 par application respective de deux techniques de quantification : la QV par l'algorithme LBG et la COVQ ($\varepsilon = 0.05$). Ces deux techniques de quantification opèrent aux mêmes débits de codage ($R=2$ et 2.5 bits/échantillon). Pour différentes probabilités d'erreur de transmission, les évolutions des RSB obtenues par application des deux techniques de quantification sont présentées dans les figures ci-dessous.

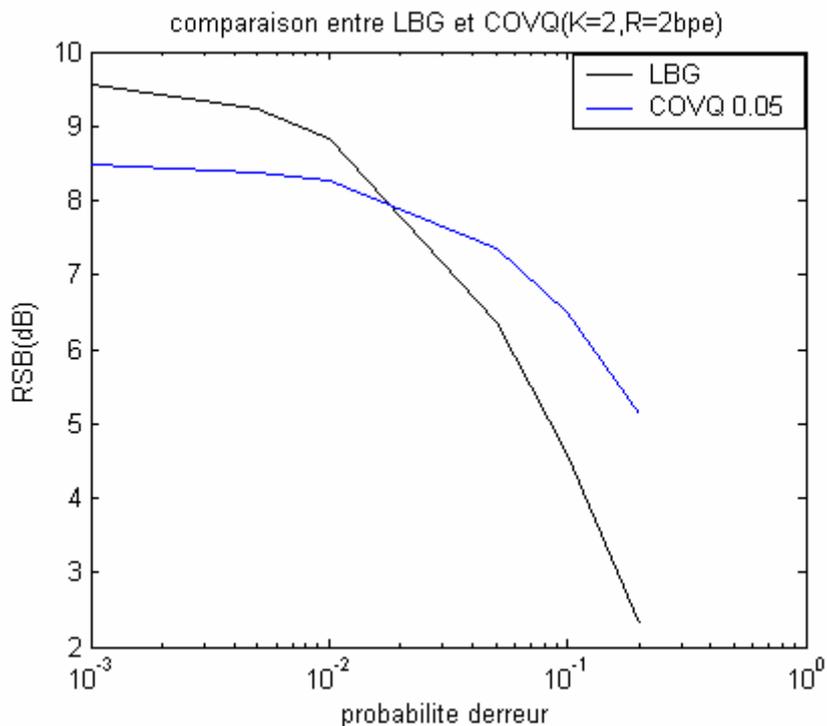


Figure (4.5): Comparaison entre LBG et COVQ lors du codage d'une source gaussienne sans mémoire ($k=2$, débit $R=2$ bits/échantillon).

L'analyse de ces résultats montre clairement la supériorité de la COVQ par rapport à la QV. Notons seulement que pour des transmissions de faibles probabilités d'erreurs, la QV-LBG peut assurer de meilleures performances que celles obtenues par la COVQ. Cependant, pour des probabilités d'erreur élevées, la COVQ peut apporter une amélioration significative des performances en termes de rapport signal sur bruit (RSB).

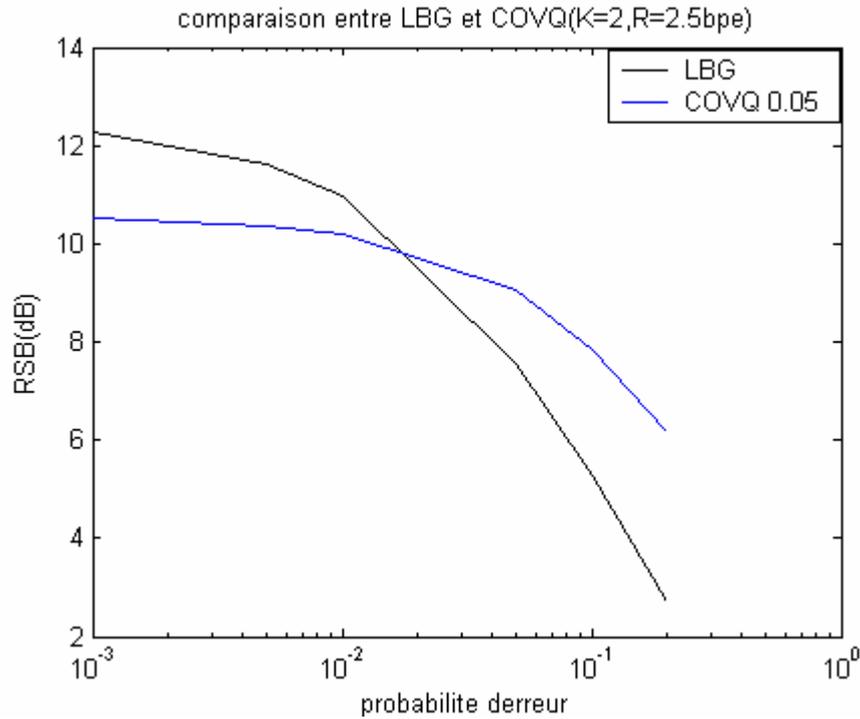


Figure (4.6): Comparaison entre LBG et COVQ lors du codage d'une source gaussienne sans mémoire ($k=2$, débit $R=2.5$ bits/échantillon).

Pour des transmissions de faibles probabilités d'erreurs, la QV-LBG peut assurer des meilleures performances que celles obtenues par la COVQ. Cependant pour des probabilités d'erreur élevées, la COVQ peut apporter une amélioration significative des performances en termes de rapport signal sur bruit (RSB).

Conclusion

La technique de quantification vectorielle a montré des améliorations en termes du RSB et réduction du débit par rapport au cas scalaire, ces améliorations, motive l'utilisation fréquente de la technique vectorielle dans le domaine du codage de la parole et de l'image.

L'optimisation conjointe des codeurs de source et de canal, reformule les conditions d'optimalité d'un quantificateur pour un canal idéal, pour rendre le codeur de source robuste aux erreurs de transmission, le quantificateur résultant est appelé quantificateur vectoriel canal optimisé, ce dernier montre des améliorations en termes du RSB pour des transmissions à travers les canaux bruités par rapport au quantificateur vectoriel classique.

Les résultats obtenus par les différents dictionnaires montre, que lorsque le canal devient bruité le dictionnaire conçu pour une grande probabilité d'erreur est le plus robuste.

Le but de l'algorithme COVQ est triple, il essaie d'optimiser simultanément la partition en régions, le choix de leur représentant et l'affectation des indices binaires des mots de code.

Avant de lancer l'algorithme COVQ, il faut fixer la valeur de la probabilité d'erreur ε qui sera utilisée dans le calcul des termes $p(j/i)$ au cours de la construction du dictionnaire. Pour faire cela la connaissance a priori des statistiques du canal est nécessaire.

Conclusion Générale

Le codage constitue depuis la fondation de la théorie de l'information par C.E.Shannon, un thème de recherche très intéressant dans le secteur des Télécommunications, selon le théorème de séparation de Shannon, les recherches dans les domaines (codage de source) et (codage de canal), résultent plusieurs techniques optimales dans les deux domaines, la difficulté d'optimisation du système global de codage séparé exige la réflexion pour d'autres techniques d'optimisation du système global, c'est dans ce contexte que les techniques de codage conjoint source canal sont introduites pour résoudre ce problème, les chercheurs dans le domaine (codage de source) pensaient d'incorporer le comportement du canal dans la compression des données source, dans le domaine (codage de canal) ils ont pensé à ne pas compresser la source au maximum pour utiliser la redondance résiduelle dans le décodage conjoint source canal, donc plusieurs techniques possibles du codage conjoint, parmi elles la méthode choisie est celle qui incorpore le comportement du canal dans la conception du codeur de la source.

Dans ce mémoire, nous avons étudié le problème du codage conjoint pour la compression des données source et la protection contre le bruit du canal, dans ce contexte, une technique de codage conjoint, sans ajout de codes redondants, a été développée pour des systèmes de codage à quantification vectorielle. Cette technique basée sur le principe de minimisation de mesures de distorsion. Ces mesures ont été formulées en tenant compte du bruit de canal qui est généralement omis lors des conceptions classiques du codeur de source optimisée sous des conditions (de canal) idéales.

Nous avons montré qu'en se basant sur la connaissance du comportement de canal, il est possible de donner une robustesse au quantificateur vectoriel sans avoir recours au codage de canal redondant qui peut protéger le système de codage mais au prix de l'augmentation du débit et de la complexité. Les résultats obtenus montrent qu'un codeur de source judicieusement conçu pour des transmissions par canal bruité peut donner de bonnes performances de codage dans un milieu bruité ;

Futures travaux

La robustesse du système COVQ peut être améliorée par une combinaison avec une technique d'optimisation de l'étiquetage binaire, ce qui pourrait faire l'objet de travaux complémentaires.

La méthode COVQ appliquée au canal binaire symétrique, peut être utilisée pour d'autres modèles de canaux de communication réels tel que le canal radio mobile (canal de Rayleigh).

La généralisation du principe de la méthode (Quantification Canal Optimisé) au Quantification Matricielle (COMQ), mérite un développement pour l'appliquée dans le domaine du codage de la parole.

La redondance laissée volontairement dans la source, ainsi utilisée à la réception par un turbo décodeur (par exemple : l'utilisation des réseaux bayesiens), est un algorithme de décodage conjoint source canal.

Bibliographie

- [1] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communications" Bell System Technical Journal, Vol 27, pp.379-423, 623-656, July, October 1948.
 - [2] J.Max "quantizing for minimum distortion" IRE Transactions on Information Theory, vol.6, pp. 7-12, Mar.1960.
 - [3] Y. Linde, A. Buzo, and R. M. Gray, "An algorithm for vector quantizer design", IEEE Transactions on Communications , Vol. COM-28, pp. 84-95,jan1980
 - [4] A.Kurtenbach and P.Wintz, "Quantizing for noisy channels", IEEE Transactions on Communication Technology, Vol.COM-17, N°2, pp. 291-302, April. 1969.
 - [5] H.Kumazawa, M.Kasahara. and T. Namekawa, "A construction of vector quantizers for noisy channels", Electronics and Engineering in Japan, vol. 67-B, pp. 39-47, Jan. 1984.
 - [6] N. Farvardin, "A study of vector quantization for noisy channels", IEEE Transactions on Information Theory, vol.36, N°4, pp.799-809, July 1990.
 - [7] N.Farvardin and V.Vaishampayan, "on the performance and complexity of channel optimized vector quantizers", IEEE Transactions on Information Theory, vol 37, N°1, pp. 155-160, January 1991.
 - [8] E.V.H. Iun and A.K. Khandani, "Combined Source–Channel Coding for the Transmission of Still Images over a Code Division Multiple Access (CDMA) Channel", IEEE communications letters, Vol. 2, N° 6, June 1998
 - [9] R.M.Gray, and D.L. Neuhoff, "Quantization", IEEE transactions on information Theory, vol. 44, N° 6,pp.01-63, October 1998.
 - [10] J.Sayir, "Arithmetic Coding for Noisy Channels", IEEE ITW, Kruger National Park, South Africa, June 20 – 25, 1999
 - [11] Z. Peng, Y. F. Huang, and D.J. Costello, Jr, "Turbo Codes for Image Transmission a Joint Channel and Source Decoding Approach", IEEE journal on selected areas in communications, vol. 18, N°. 6, June 2000
 - [12] T.Linder, G.Lugosi and K.Zeger "Designing Vector Quantizers in the Presence of Source Noise or Channel Noise", IEEE, pp.33-42, 1996.
-

-
- [13] D.Berkani, ""Design" d'un quantificateur vectoriel à deux dimensions", "Spiral Quantizer"", thèse Doctorat Es sciences, département électronique, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1990.
- [14] N.Wernersson, "Source-Channel Coding for Wireless Networks", Thesis of Licentiate of Engineering, Communication Theory, School of Electrical Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm 2006.
- [15] H.Jégou, "Codes robustes et codes joints source canal pour transmission multimédia sur canaux mobiles", thèse Doctorat, informatique, Université de rennes 1, France, novembre 2005.
- [16] I.V. Kozintsev, "Signal processing for joint source channel coding of digital images", Ph. D. Thesis, January 21, 2004.
- [17] L. jongtae, "joint and tandem source-channel coding with complexity and delay constraints", Ph. D. Thesis, Electrical Engineering: Systems, University of Michigan USA, 2001.
- [18] M.A. Khan, "Coding of Excitation Signals in a Waveform Interpolation Speech Coder", thesis of Master of Engineering, Department of Electrical & Computer Engineering, McGill University, Montreal, Canada, July 2001.
- [19] W. Xiang, "Joint Source-Channel Coding for Image Transmission and Related Topics", Ph. D. Thesis, Telecommunications, Institute for Telecommunications Research, University of South Australia, December 2003.
- [20] B.Farber, "Quantization Over Noisy Channels and Bit Allocation", Ph. D. Thesis , Electrical Engineering, university of California, san Diego, USA, 2005.
- [21] A. Nazer, "Joint source-channel coding and unequal error protection of celp 1016 encoded speech over very noisy channels", thesis of Master of Science, Department of Mathematics and Statistics, Queen's University , Ontario, Canada, 1997.
- [22] S.B.Z.Azami, "Codage Conjoint Source Canal Protection Hiérarchique", Thèse Doctorat, Spécialité: Electronique et Communications, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, France, mai 1999.
- [23] C.E. Thomas, "Soft-Decision COVQ for M-ary PAM Modulated AWGN and Rayleigh Fading Channels", thesis of Master of Science (Engineering), Department of Mathematics and Statistics, Queen's University, Ontario, Canada, October, 2005.
-

-
- [24] L. Zihuai, "Joint Source-Channel Coding using Trellis Coded CPM", Ph. D. Thesis, Department of Computer Science and Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2005.
- [25] G. Feideropoulou, "Codage Conjoint Source Canal des Sources Vidéo", Thèse Doctorat, Spécialité : Signal et Images, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, France, Avril 2005.
- [26] A. Gersho, R.M. Gray, "Vector Quantization and Signal Compression", Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 1992.
- [27] G.C. Zhu, "Joint Source Channel Coding via Turbo Codes", Ph. D. Thesis, Department of Mathematics and Statistics, Queen's University, Ontario, Canada, January 2003.
- [28] P. Duhamel and O. Rioul, "Codage Conjoint Source Canal: Enjeux et Approches", Seizième Colloque sur le traitement du signal et des images (GRETSI), pp. 699-704, Grenoble, France, 15-19 Septembre 1997.
- [29] K.A. Zeger and A. Gersho, "Pseudo-Gray Coding" IEEE. Trans. on communications, Vol. 38, pp. 2147 – 2158, December 1990.
- [30] I. Katsavounidis, C. Kue, and Z. ZHANG, "A new initialization technique for generalized Lloyd iteration," IEEE, Signal Processing Letters, vol. 1, pp. 144-146, October 1994.
- [31] K.A. Zeger and A. Gersho, "vector quantizer design for memoryless noisy channels", in proceedings of the international conference on communications (ICC'88), pp. 1593-1597, Philadelphia, 1988.
-

الهدف من هذا العمل هو إنشاء تقنية الترميز المزدوج قناة-منبع عن طريق نظام الكممات الشعاعية لقناة غير مثالية, لهذا الغرض أنشأنا كمما شعاعيا بإدخال أخطاء القناة في أنشاء هذا الكمم, وهذا الكمم ذو أفضلية حيث أن المشفر الناتج يوفر حماية لوسائط نظام الكممات الشعاعية بدون أي زيادة في تدفق الإرسال. كلمات مفتاحية: الترميز المزدوج للمنبع والقناة، التكميم من أجل ضجيج القنوات، التكميم الشعاعي، التكميم الشعاعي باعتبار القناة.

Résumé

L'objectif de ce travail sert à concevoir une Technique de codage conjoint source canal basée sur l'optimisation du système de codage QV pour des transmissions à travers les canaux bruités, Pour atteindre ce but, nous avons conçu le quantificateur vectoriel on incorpore les erreurs de canal dans la conception du QV. Le codeur (COVQ) ainsi conçu offre une bonne protection implicite aux paramètres de transmission sans augmentation du débit requis.

Mots clés: codage conjoint source canal, quantification pour les canaux bruités, Quantification Vectorielle, Quantification Vectorielle Canal Optimisé.

Abstract

The objective of this work is to conceive a joint source-channel coding Technique by optimizing the design of the VQ system for noisy channel, to achieve this goal, we conceive the vector quantizer by incorporating the channel errors in the conception of VQ. The conceived coder denoted as COVQ yield robustness VQ parameters against Channel error without increasing coding rate.

Key Words: joint source Channel coding, Quantizing for Noisy Channels, Vector Quantization, Channel Optimized Vector Quantization.
