UNIVERSITE DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE MECANIQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

GROUPE MOTO - POMPE à EAU

$P = 15$ bars $Q_v = 9$ m^3/h

6 PLANS

proposèe par :

Mr PIEROZAK

étudièe par:

NEBBACHE abderahmane

PROMOTION JUIN 1979

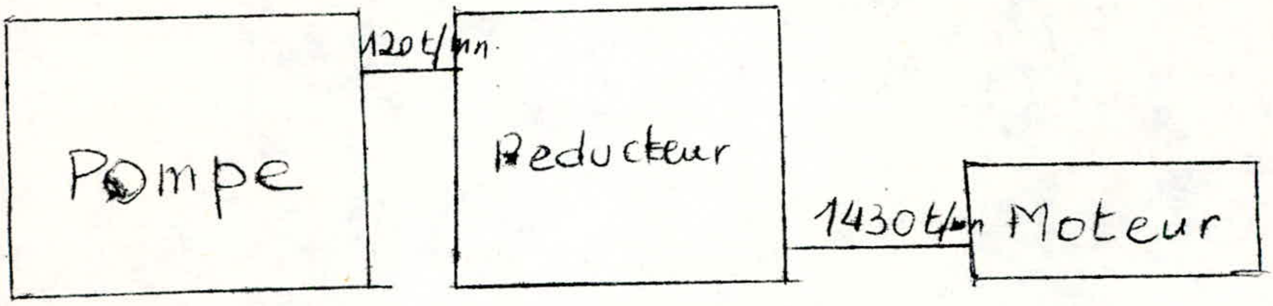
Remerciement

Je tiens à exprimer toute ma gratitude
à Monsieur RIEROZAK qui a
dirigé mon travail
Je n'oublie pas de remercier tous les
professeurs qui ont contribué à ma
formation
Je n'oublie pas aussi mes camarades
en particulier ceux de ma promotion

Introduction

L'etude du groupe moto-pompe consiste en un calcul de reducteur, un choix de moteur et un calcul de pompe alternative.
Le fluide etant de l'eau, la pression de refoulement etant moyenne ($P_r = 15$ bars) le debit etant egal à $Q_v = 9\,m^3/h$.
ce groupe peut être utilisé dans le pompage de l'eau d'un puits ou dans l'irrigation malgré l'encombrement qu'il presente.

Reducteur



$n_e = 1430$ t/mn vitesse entrée reducteur
$n_s = 120$ t/mn vitesse sortie reducteur

<u>Determination du nombre de dent par la methode des reduites</u>

developpant la fraction $\frac{1430}{120}$ en fraction continuelle

1430	120	110	10
	11	1	11
120	110	10	

$$\frac{1430}{120} = (11, 1, 11)$$

<u>Formation de reduites successives</u>

	11	1	11
1	11	12	143
0	1	1	12

Les reduites sont $\left(\frac{11}{1}, \frac{12}{1}, \frac{143}{12}\right)$
nous choisissons la reduite $\frac{1}{12}$
elle est de rang pair donc sa valeur
est superieure à la valeur exacte $\frac{120}{1430}$
l'erreur commise est egale à $\frac{1}{12^2}$

$= \frac{1}{144} = 0{,}00694$

nombre de train d'engrenage

$$\frac{1}{6} > \frac{1}{12} > \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} \Rightarrow \underline{\text{2 trains d'engrenage}}$$

nombre de dent

$\frac{1}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ soit $\frac{1}{3}$ le rapport de reduction
du 1er train (A, B)
et $\frac{1}{4}$ le rapport de reduction
du 2eme train (C, D)

on choisit
$Z_A = 18$ dents
$Z_C = 17$ dents
(pour eviter les interferences)

nos engrenages sont cylindriques à denture droite

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{1}{3} \Longrightarrow \underline{Z_B = 54 \text{ dents}}$$

$$\frac{Z_C}{Z_D} = \frac{1}{4} \Longrightarrow \underline{Z_D = 68 \text{ dents}}$$

Notation

Axe I arbre moteur

Axe II arbre intermediaire

Axe III arbre recepteur

calcul du 1er train d'engrenage

tout d'abord calculons la puissance disponible sur l'axe I, nous nous mettrons dans le cas le plus defavorable en prenant comme rendement global

$\eta_g = 0{,}5$ d'où

$$P = \frac{Q_V \, p}{0{,}5}$$

p = pression relative de refoulement

P = [Watt]

$p = 15$ bars $= 15 \cdot 10^5$ N/m²

$Q_V = 9$ m³/h

$$P = \frac{9}{3600} \times \frac{15 \cdot 10^5}{0{,}5} = 7500 \text{ watts}$$

$$P = 7{,}5 \text{ Kw}$$

cHoix du moteur d'entrainement

nous choisissons dans le catalogue des moteurs LeRoy le type V132 M1 de puissance 7,5 kw ≃ 10 cv ayant une vitesse de 1440 t/mn ; ce qui rend notre rapport de reduction exacte

Calcul du module

d'aprés la formule de Lewis

$$M \geqslant \sqrt[3]{\frac{2\, C_d}{Z_A\, k\, R_{pe}\, \pi\, y}}$$

en premier lieu on choisit un materiau de $R_{pe} = 100\ N/mm^2$ et $k =$

$y = 0{,}154 - \frac{1{,}2}{Z}$ $\qquad Z_A = 18$ d'où $y = 0{,}087$

$$C_d = \frac{7500}{\frac{2\pi \times 1440}{60}} \simeq 50\ Nm = 50.10^3\ N\,mm$$

d'où $M \geqslant \sqrt[3]{\frac{2.50.10^3}{18.8.100.3{,}14 \times 0{,}087}} = 2{,}94\ mm$

on choisit $\underline{M = 3\ mm}$ dans la serie normale

Influence de la vitesse

$K = 5\ \frac{k + V}{k}$ $\qquad k = 8$

$V = \omega R_{PA} = \frac{2\pi N}{60} \times R_{PA}$

$V = \frac{2\pi.1440}{60} \times 0{,}027 = 4{,}07\ m/s$

d'où $K = 5\ \frac{8 + 4{,}07}{8} = 7{,}54$

comme $R_{pe} = 100\ N/mm^2$ alors $R_r = 7{,}54 \times R_{pe}$

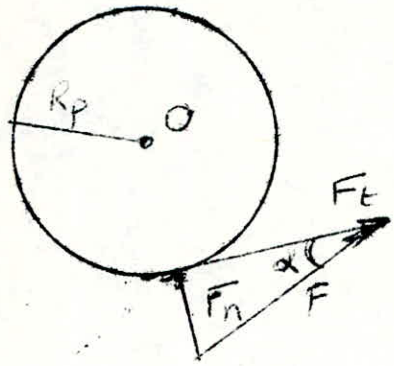
$\underline{R_r = 754\ N/mm^2}$ $\qquad R_r =$ resistance à la rupture

on doit choisir un acier dont $R_r \geqslant 754\ N/mm^2$

influence de l'usure

$$U = \frac{F(N) \quad N(tr/mn)}{k \; M(mm) \; \pi \; M(mm)}$$

$\mathcal{C} = 50\,10^3$ N/mm $\qquad R_{PA} = 27$ mm



$\alpha = 20°$

$$F_t = \frac{\mathcal{C}}{R_{PA}} = \frac{50.10^3}{27} = 1852 \text{ N}$$

$$F = \frac{F_t}{\cos 20°} = \frac{1852}{\cos 20°} = 1971 \text{ N}$$

$$F_n = F_t \, tg\, 20° = 1852 . tg 20° = 674 \text{ N}$$

$$U = \frac{1971 \times 1440}{8 \times 3 \times 3{,}14 \times 3} = 12554 > 2000$$

donc nous devons lubrifier abondemment à l'huile.
nous avons etudié l'usure uniquement sur le pignon A et comme nous sommes dans le cas limite, il est inutile d'etudier ce probleme sur les autres engrenages

Pression locale

$$p = \frac{0,6}{\varepsilon}\sqrt{\frac{F(N)}{l(mm)}\;\frac{\rho^{0,8}}{\alpha}} \qquad \rho = \frac{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}\right]}{\sin\varphi}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}\right]$$

comme nous avons le même materiau pour le pignon et pour la roue et que c'st de l'acier
$E_1 = E_2 = E = 2 \cdot 10^5 \; N/mm^2$
alors $\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{E}\right] = \frac{1}{E} \Rightarrow \; \frac{1}{\alpha} = E$

nous fixons la durée de vie de notre groupe à 24000 heures donc le facteur de correction est egale à $\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{0,7}$

$$\rho = \frac{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{27}+\frac{1}{81}\right]}{\sin\varphi} = 0,0722 \Rightarrow \rho^{0,8} = 0,122$$

$\varphi = 20°$

d'où $\quad p = \frac{0,6}{0,7} \times \sqrt{\frac{1971 \times 0,122}{24} \times 2,10^5} = \underline{1214 \; N/mm^2}$

donc notre acier à engrenage doit supporter une pression superieure à 1214 N/mm^2.

calcul du 2ème train d'engrenage (C, D)

$Z_C = 17$ dents

On estime le rendement du train à 0,96 d'où le couple sur l'axe II

$$\mathcal{C}_{II} = \eta_{eng} \times \mathcal{C}_{I} \times \frac{54}{18}$$

$$\mathcal{C}_{I} = 50 \text{ Nm} \Longrightarrow \underline{\mathcal{C}_{II} = 144 \text{ Nm}}$$

calcul du module

$$M \geqslant \sqrt[3]{\frac{2 \times 144000}{17 \cdot \pi \cdot 0{,}083 \times 8 \times 100}} = 4{,}33 \text{ mm}$$

$R_{pe} = 100 \text{ N/mm}^2$

$k = 8$

$Z_C = 17$ dents

$y = 0{,}154 - \frac{1{,}2}{17}$

$y = 0{,}083$

n choisit le module normalisé

$$\underline{M = 4{,}5 \text{ mm}}$$

fluence de la vitesse

$$K = 5 \times \frac{k + V}{k}$$

$$V = \omega R_{pc} = \frac{2\pi N_c}{60} \cdot R_{pc}$$

$$N_C = N_B = 1430 \times \frac{18}{54} = 477 \text{ t/mn}$$

$$R_{pc} = 38{,}25 \text{ mm}$$

$$V = 1{,}91 \text{ m/s} \qquad R_{pe} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$= 5 \cdot \frac{8 + 1{,}91}{8} = 6{,}19$$

ù la resistance pratique de notre acier sera
périeure à $R_r \geqslant 6{,}19 \times 100 = 619 \text{ N/mm}^2$

Pression locale.

$$p = \frac{0,6}{0,7}\sqrt{\frac{F}{\ell}\,E\,.\,\rho^{0,8}}$$

$\ell = 36$ mm
$R_{pc} = 38,25$ mm
$R_{PD} = 153$ mm.

$$\rho = \frac{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{38,25} + \frac{1}{153}\right]}{\sin 20^\circ} = 0,0477 \Longrightarrow \rho^{0,8} = 0,0877$$

$$F_{t_c} = \frac{\mathcal{C}_{II}}{R_{pc}} \qquad F = \frac{F_t}{\cos 20^\circ}$$

$F_{t_c} = 3765$ N

$F_{nc} = F_{tc} \cdot tg\, 20^\circ = 1370$ N

$F = 4006$ N.

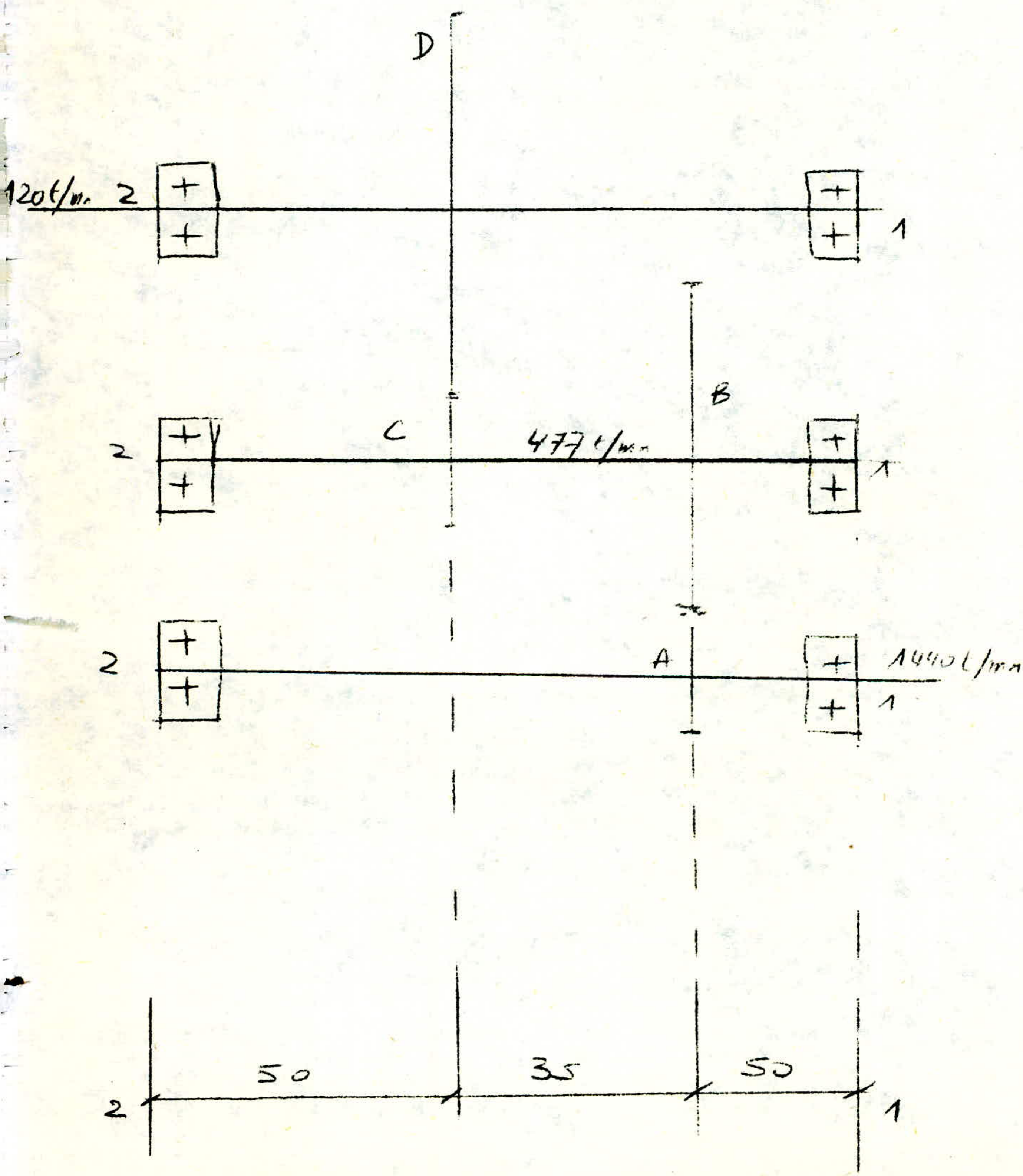
d'où $p = \frac{0,6}{0,7}\sqrt{\frac{4006}{36}\,0,0877 \,.\, 2.10^5} = \underline{1197\ N/mm^2}$

donc nos engrenages doivent être usinés en un acier capable de supporter des pressions superieures à $\underline{1214\ N/mm^2}$

nous choisissons comme acier pour engrenages le 35 NC6 de $R_r = 1080 - 1320$ N/mm^2
$R_e = 930$ N/mm^2

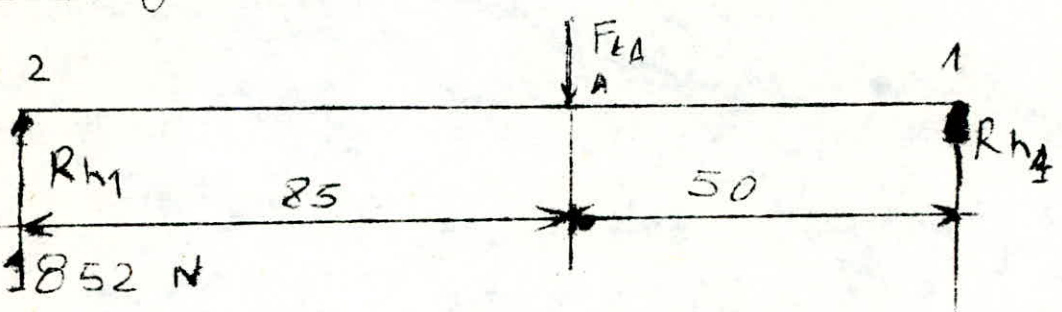
il sera traité par une trempe à l'huile à 850° suivie d'un revenu à 550°

CALCUL des arbres



CALCUL de l'arbre intermediaire

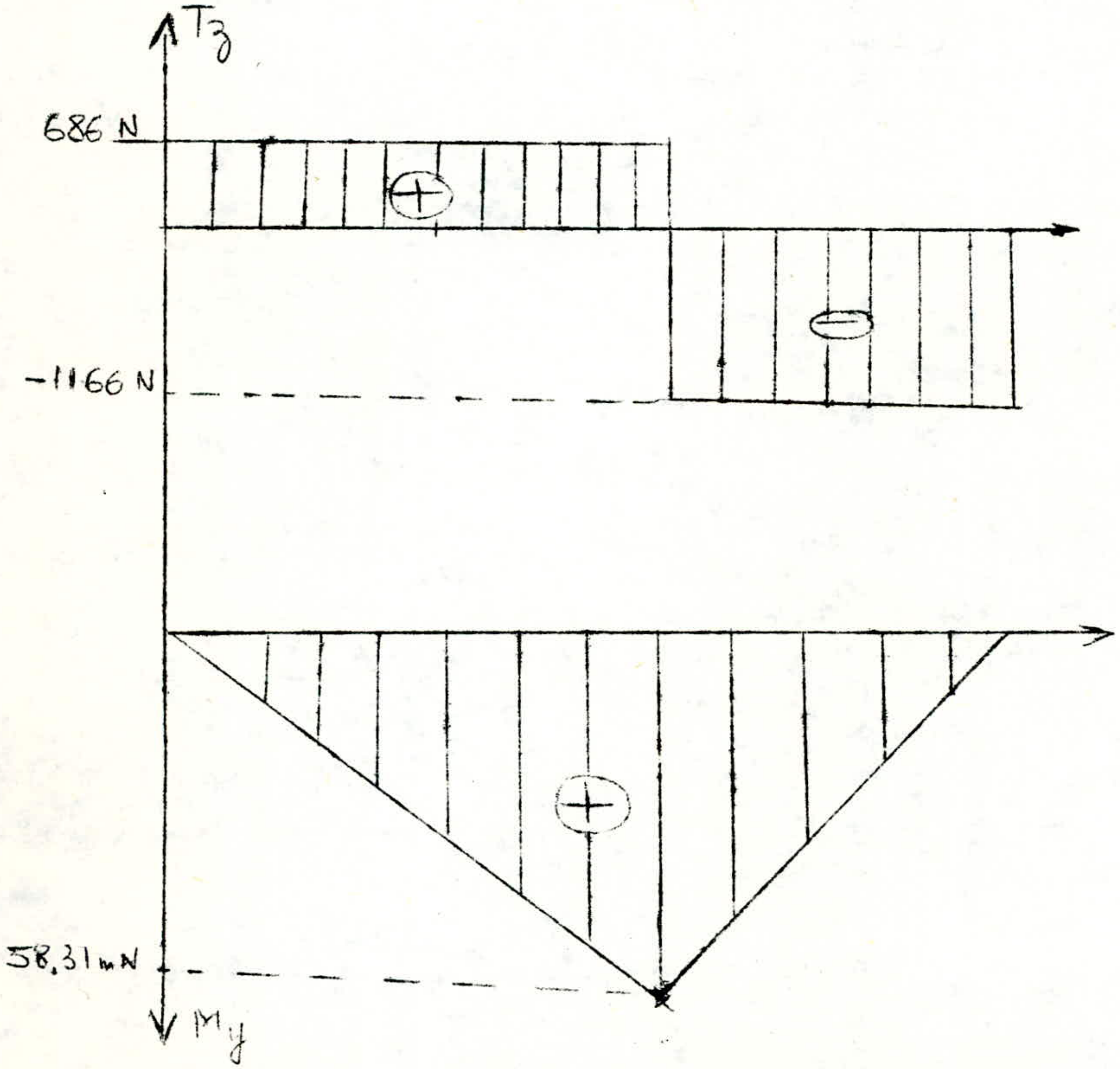
PLan horizontal



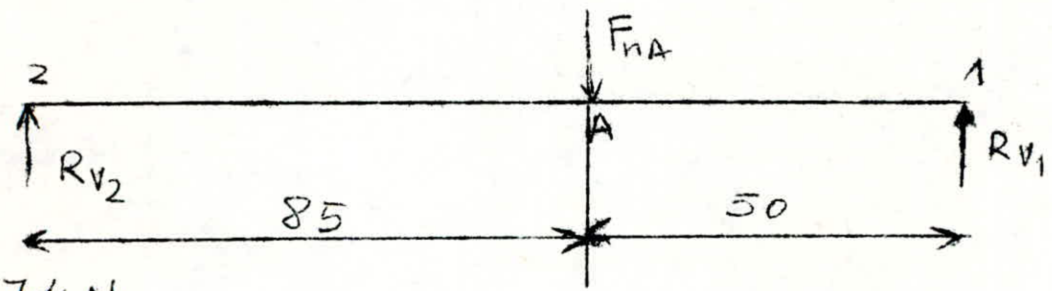
$F_{tA} = 1852\ N$

$\sum M_1 = 0 = 135\ Rh_2 - 50\ F_{tA} \Longrightarrow Rh_2 = \frac{50\ F_{tA}}{135} = 686\ N$

d'où $\quad Rh_1 = 1852 - 686 = 1166\ N$



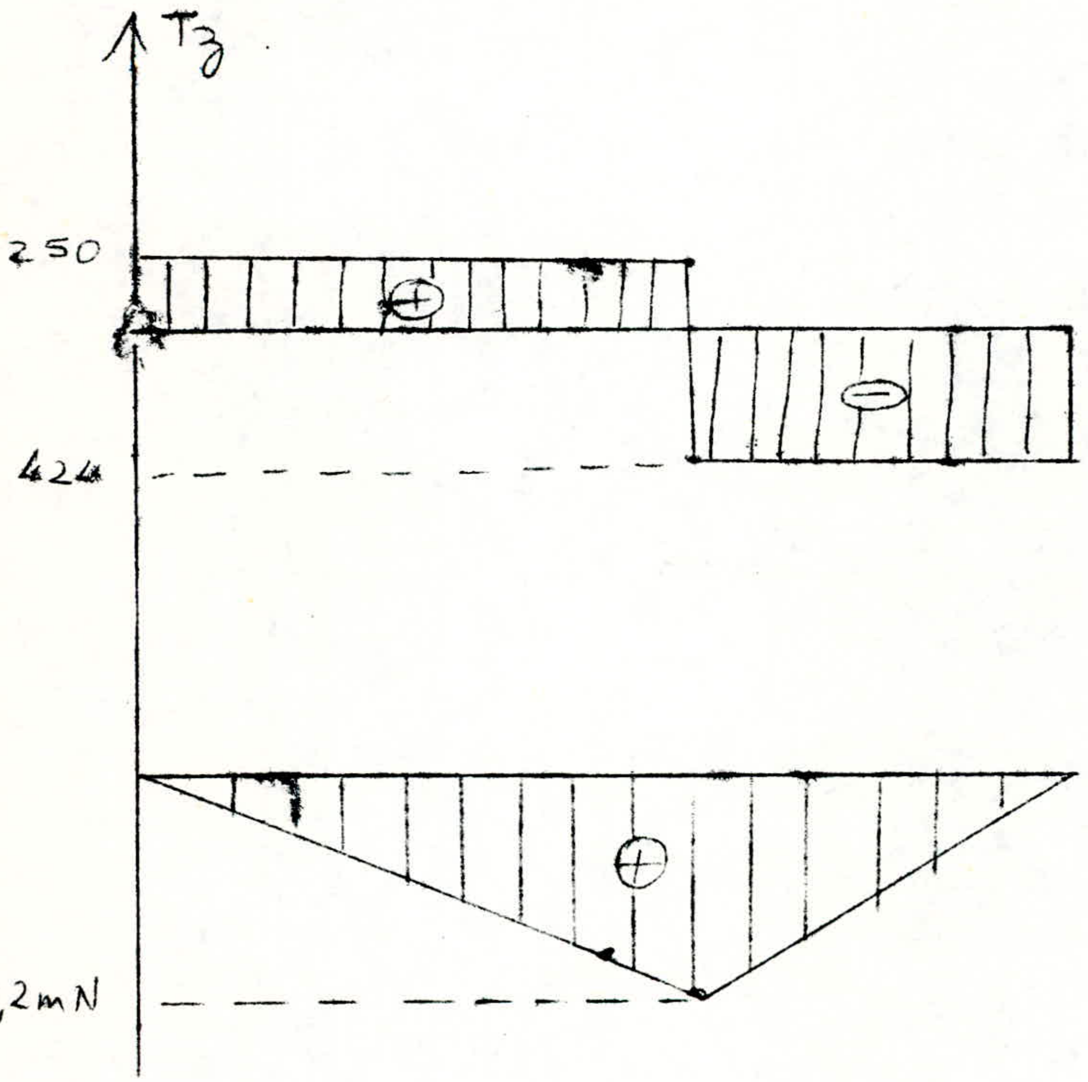
PLAN vertical



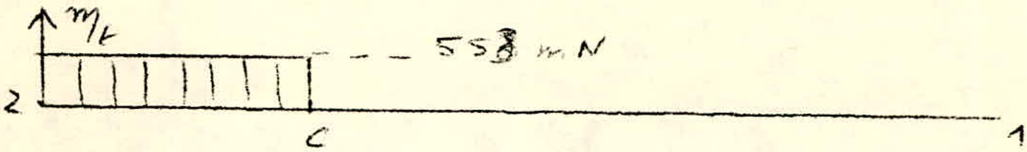
$F_{nA} = 674\,N$

$\Sigma\, M_1 = 0 = R_{V_2} \times 135 - F_{nA} \times 50 \Rightarrow R_{V_2} = \dfrac{F_{nA}\ 50}{135} = 250\,N$

$R_{V_2} = 674 - 250 = 424\,N$



- moment de Torsion



$M_t = C_{III} = \eta_{eng} \cdot C_{II} \dfrac{68}{17}$ η_{eng} : rendement du train

$C_{III} = 0{,}96 \times 144 \times \dfrac{68}{17}$ $\eta_{eng} = 0{,}96$

$\underline{C_{III} = 553 \text{ mN}}$

la section (c) etant la plus dangereuse dimensionnant l'arbre recepteur en cette section

$M_i = \sqrt{118{,}55^2 + 43{,}7^2 + 553^2} = \underline{567 \text{ mN}}$

$\phi_c = \sqrt{\dfrac{10 \times 567000}{100}} = 38{,}42 mm$. $R_{pe} = 100 \text{ N/mm}^2$

à cause de la rainure de clavetage on adopte $\underline{\phi(c) = 45 \text{ mm}}$

Determination des roulements

$\left.\begin{array}{l} L_{10h} = 24000 h \\ n = 120 t/mn \\ \text{roulement à bille} \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{C}{P} = 5{,}6$ (lu sur l'abaque)

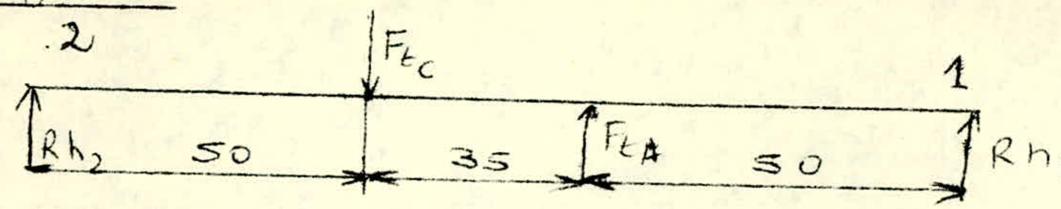
$P_1 = \sqrt{Rh_1^2 + Rv_1^2} = 1484 N$ $P_2 = \sqrt{Rh_2^2 + Rv_2^2} = 2523 N$

$C_1 = 5{,}6 \times 1484 = 8310 N$ d'où le roulement $\left\{\begin{array}{l} 45 \times 75 \times 10 \\ C = 12000 N \\ N^o = 16009 \end{array}\right.$

$C_2 = 5{,}6 \times 2523 = 14129 N$ d'où le roulement $\left\{\begin{array}{l} 45 \times 75 \times 16 \\ C = 16300 N \\ N^o\ 6009 \end{array}\right.$

Calcul de l'arbre intermédiaire

Plan horizontal

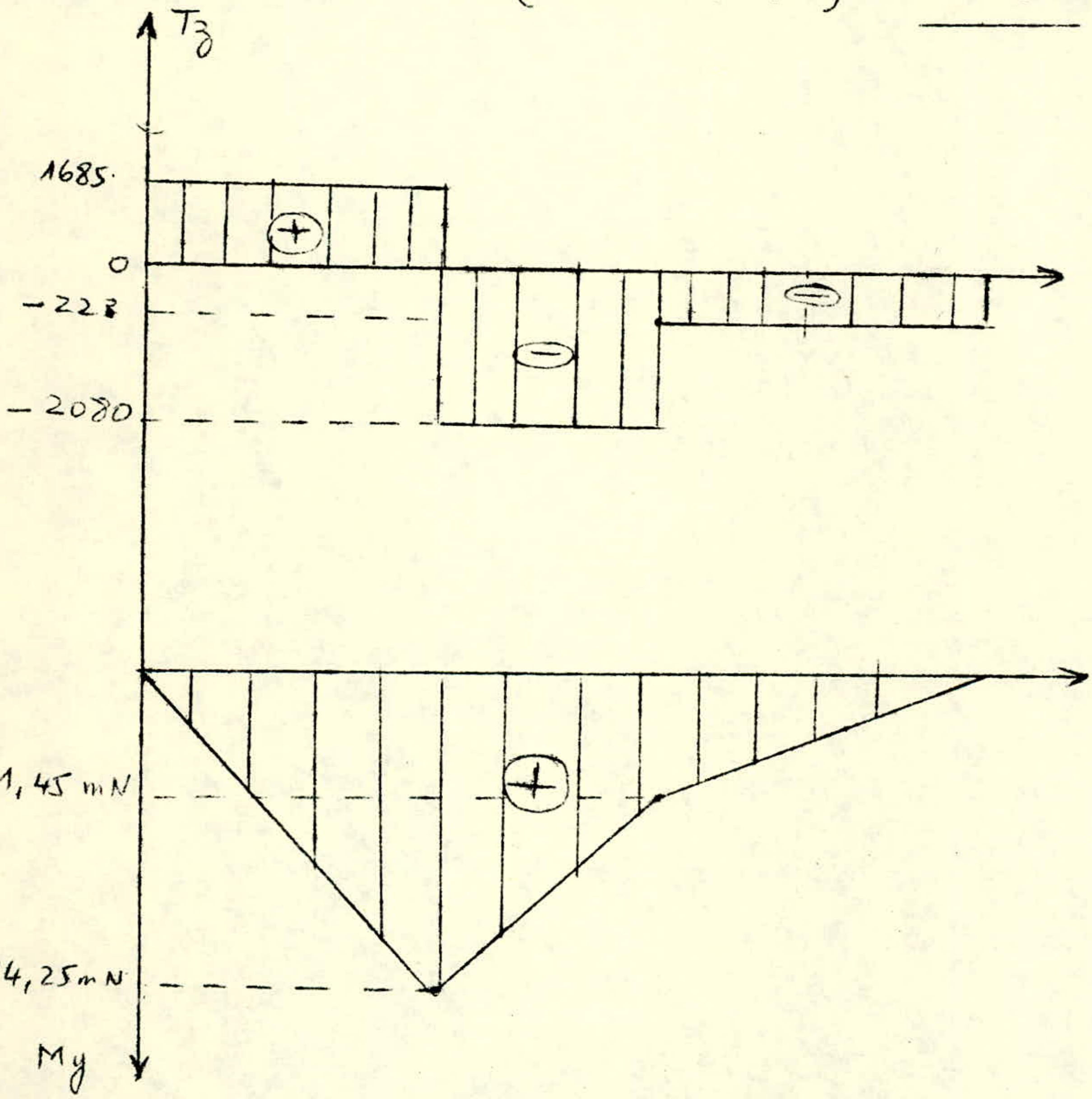


$F_{tc} = 3765$ N $\qquad F_{tA} = 1852$ N

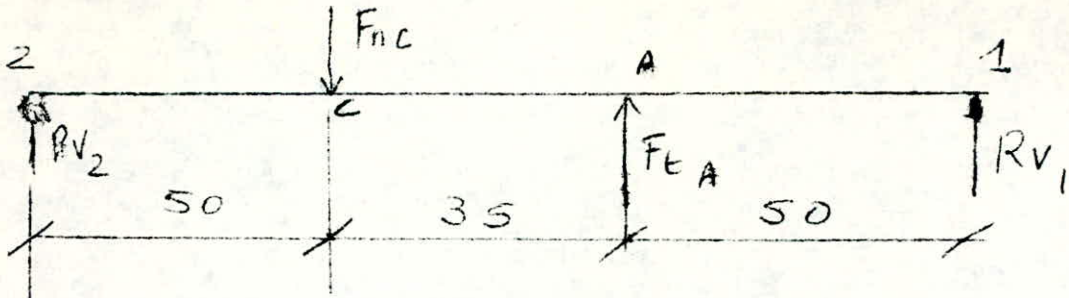
$\sum \mathcal{M}_1 = 0 = 135\, Rh_2 - 3765 \times 85 + 1852 \times 50 = 0$

$R_{h_2} = \dfrac{3765 \times 85 - 1852 \times 50}{135} = \underline{1685 \text{ N}}$

$Rh_1 = 3765 - (1852 + 1685) = \underline{228 \text{ N}}$



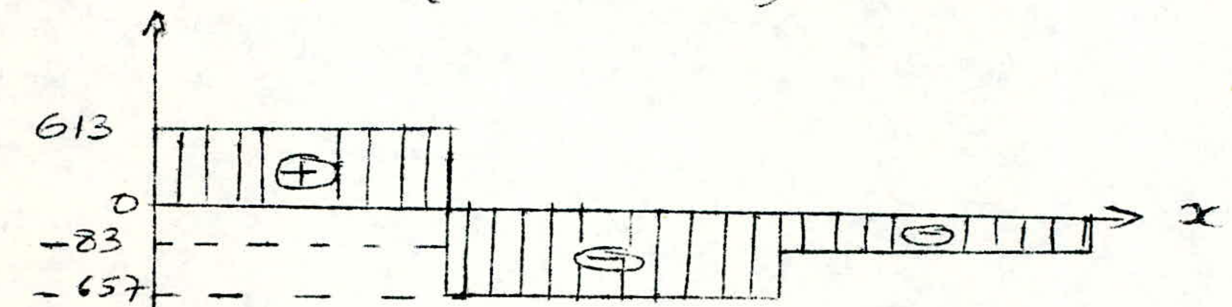
Plan vertical

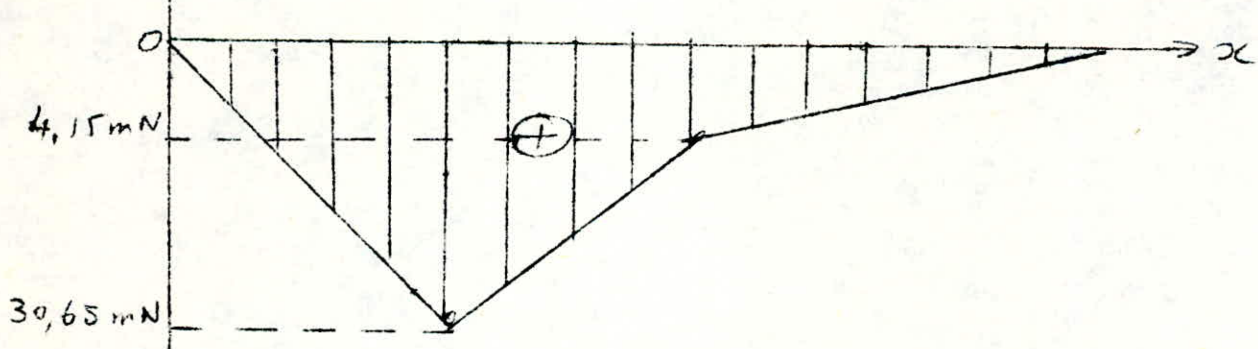


$F_{nA} = 674\ N \qquad F_{nC} = 1370\ N$

$$R_{V_2} = \frac{1370 \times 85 - 674 \times 50}{135} = 613\ N$$

$$R_{V_1} = 1370 - (674 + 613) = 83\ N$$



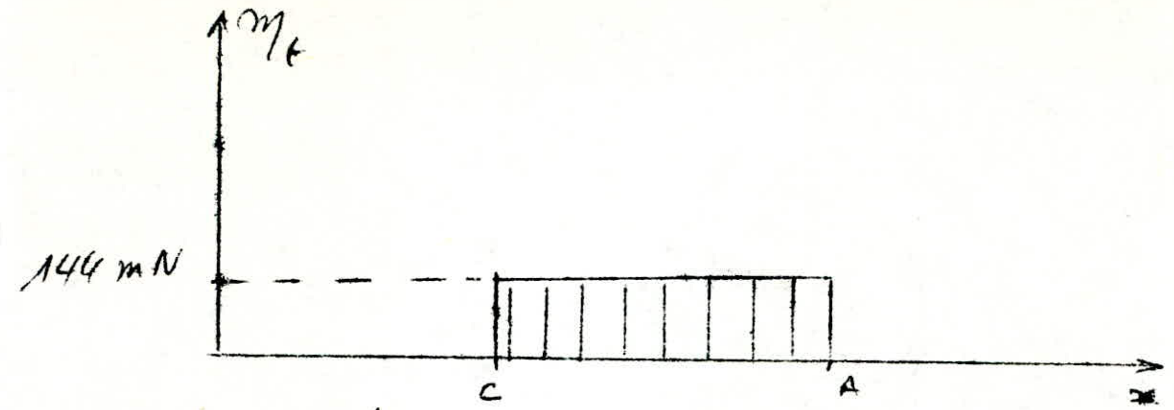


moment idéal $= M_i$

$$M_i = \sqrt{M_{fH}^2 + M_{fV}^2 + M_t^2}$$

$$M_i = \sqrt{84{,}25^2 \quad 30{,}63^2 + 144^2} = \underline{170\ mN}$$

moment de torsion



(c) section dangereuse $\qquad R_{pe} = 100\ N/mm^2$

$$\phi_c \geq \sqrt[3]{\frac{10\, M_t}{R_{pe}}}$$

$$\phi_c \geq \sqrt[3]{\frac{10 \times 170\,000}{100}} = 25,7\ mm$$

du fait de la rainure de clavetage on prend

$\phi_c = 35\ mm$

Determination des roulements

$L_{10h} = 24\,000$ heures, $n = 477\ t/mn$ d'où $\frac{C}{P} = 8,8$

$$P_1 = \sqrt{Rh_1^2 + Rv_1^2} = 243\ N$$

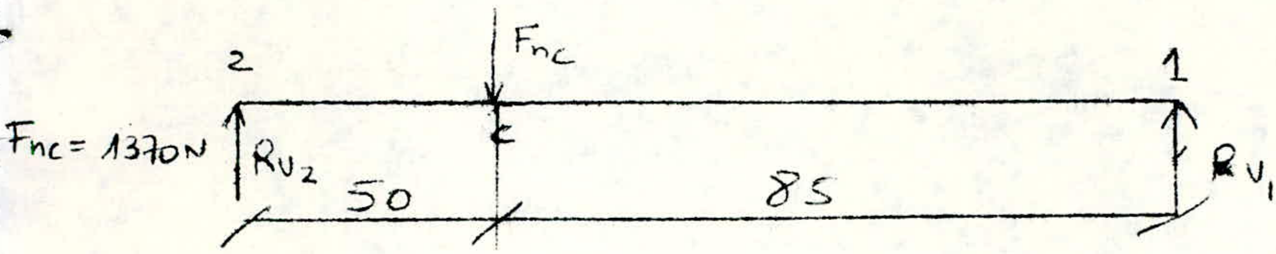
$$P_2 = \sqrt{Rv_2^2 + Rh_2^2} = 1793\ N$$

$C_1 = 8,8 \times 243 = 2138,4\ N \Rightarrow$ roulement à bille N° 16007, $C = 9500\ N$, $35 \times 62 \times 9$

$C_2 = 8,8 \times 1793 = 15778,4\ N \Rightarrow$ roulement à bille N° 6207, $C = 19\,600\ N$, $35 \times 72 \times 17$

Calcul de l'arbre recepteur

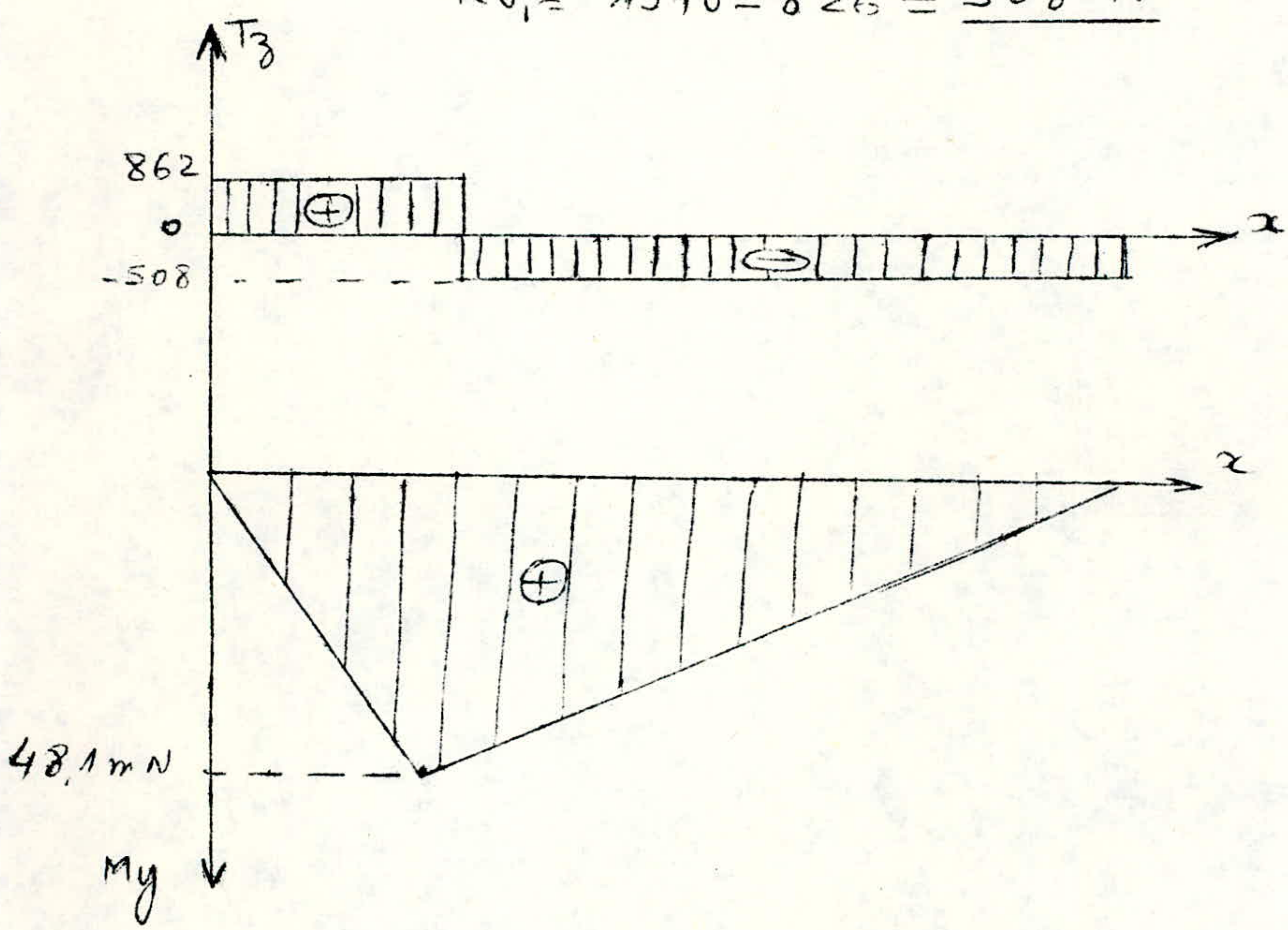
plan vertical



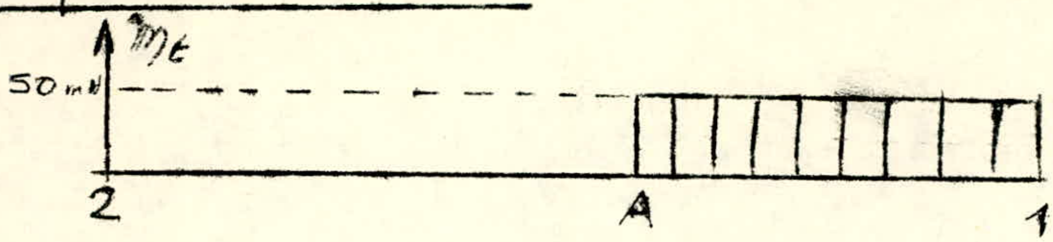
$\Sigma \mathcal{M}_1 = 0 = R_{v_2} \times 135 - 1370 \times 85 \Rightarrow R_{v_2} = \dfrac{1370 \times 85}{135}$

donc $R_{v_2} = 8.\ .\ N$

$R_{v_1} = 1370 - 826 = \underline{508\ N}$



Couple de torsion



La section dangereuse est la section (A) calculons dans cette section le moment idéal

$$M_i = \sqrt{58{,}31^2 + 21{,}2^2 + 50^2} = 83 \text{ mN}$$

d'où le diamètre minimum de la section (A)

$$\phi \geqslant \sqrt[3]{\frac{10\, M_i}{Rpe}} \qquad Rpe = 100 \ N/mm^2$$

$$\phi \geqslant \sqrt[3]{\frac{10 \times 83 . 10^3}{100}} = 20{,}24 \text{ mm}$$

on choisit $\phi(A) = 25$ mm

Determination des roulements de l'arbre moteur

durée $L_{10h} = 24000$ heures $\qquad n = 1440$ t/mn

du catalogue SKF on tire de l'abaque des roulements à billes $\frac{C}{P} = 12{,}5$

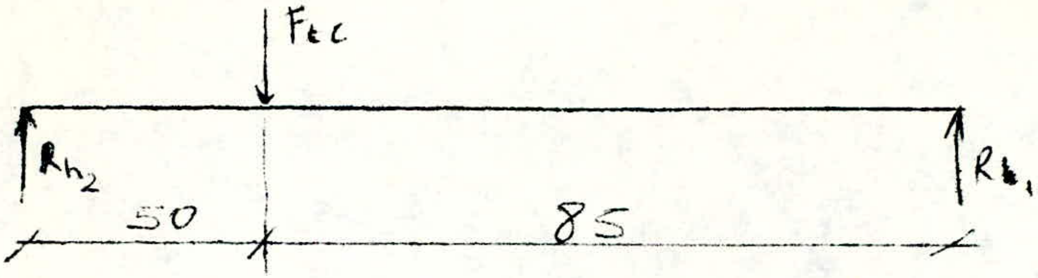
$P_1 = \sqrt{Rh_1^2 + Rv_1^2} = 1241$ N d'où $C_1 = 14888$ N

le roulement qui convient c'est le 6305 soit 25 × 62 × 17 de capacité dynamique $C = 17300$ N

$P_2 = \sqrt{Rh_2^2 + Rv_2^2} = 730$ N d'où $C_2 = 9127$ N

comme roulement convenable nous prenons le 6205 soit 25 × 52 × 15 de capacité dynamique $C = 10800$ N

Plan horizontal

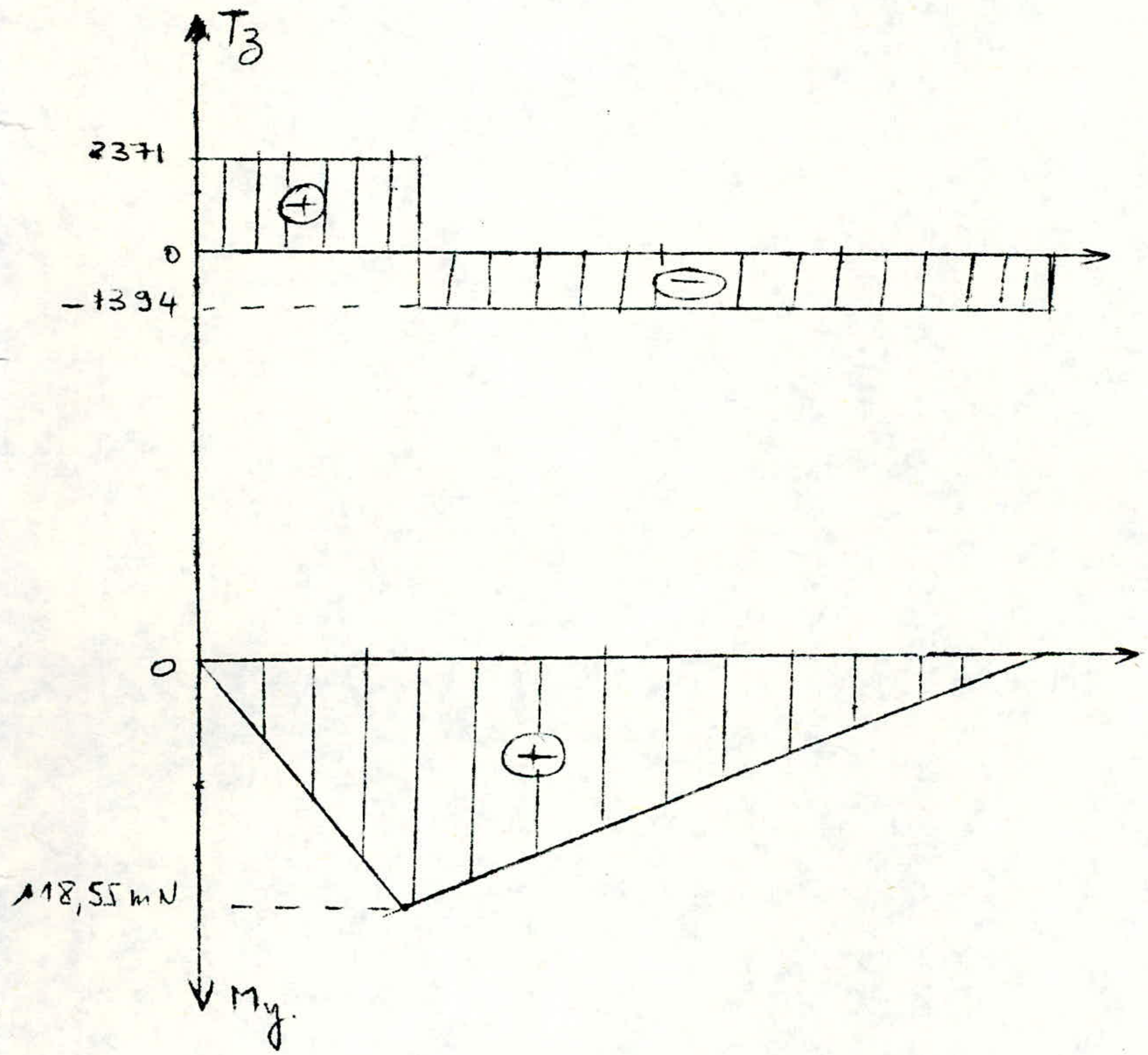


$F_{tc} = 3765$ N

$Rh_2 = \dfrac{85\,F_{tc}}{135}$

$Rh_2 = \dfrac{85 \times 3765}{135} = \underline{2371\ \text{N}}$

$Rh_1 = 3765 - 2371 = \underline{1394\ \text{N}}$



engrenages		A	B	C	D
nombre de dents	Z	18	54	17	68
module	M. (mm)	3	3	4,5	4,5
diametre primitif.	$D_{Pr} = M \cdot Z$ (mm)	54	162	76,5	306
diamètre de tête	$D_t = D_{Pr} + 2M$	60	168	85,5	315
diamètre de pied	$D_p = D_{Pr} - 2{,}5\,M$	46,5	154,5	65,25	294,75
saillie	$h_j = M$.	3	3	4,5	4,5
creux	$h_f = 1{,}25\,M$	3,75	3,75	5,625	5,625
hauteur	$h = h_j + h_f$	6,75	6,75	10,125	10,125
intervalle	$\frac{\pi M}{2}$	4,71	4,71	7,065	7,065
pas	πM	9,42	9,42	14,13	14,13
Largeur	$l = k M$.	24	24	36	36
Rayon primitif	$R_{Pr} = \frac{D_{Pr}}{2}$	27	81	38,25	153

D·A·G 1001.12 / März 74

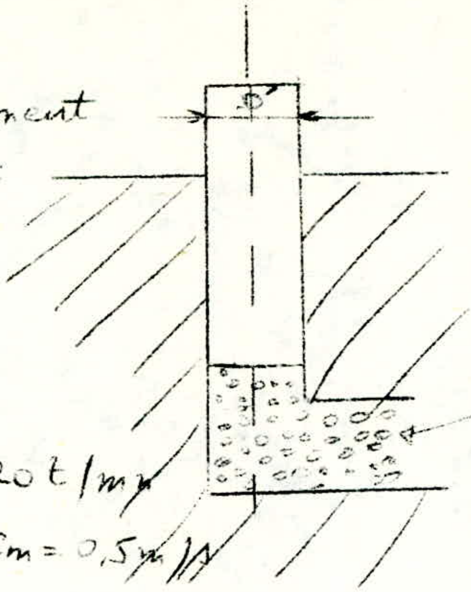
Piston

calcul de la course

le piston est animé d'un mouvement rectiligne alternatif sa vitesse moyenne est donnée par C_m

$C_m = \frac{nC}{30}$ C : course

n nombre t/mn



on choisit

vitesse du vilebrequin $n = 120 t/mn$

vitesse moyenne du piston $C_m = 0,5 m/s$

d'où $C = \frac{30\,C_m}{n}$

$C = \frac{30 \times 0,5}{120} = 0,125\ m$

$C = 125\ mm$

calcul du diametre

à l'aspiration le volume theorique d'eau admis dans le cylindre est $v = S_p . C$ avec $S_p = \frac{\pi D^2}{4}$

S_p : Surface du piston C : course du piston

du fait de l'imperfection de l'usinage et des fuites eventuelles nous introduisons un rendement volumetrique η_v que l'on estime à $\eta_v = 0,95$

ce qui nous donne un volume réel $v' = \frac{v}{\eta_v}$

$v' = \frac{\pi D'^2}{4} C$

le debit volumique $q_v = \frac{nV}{60}$

-comme nous avons 3 pistons $V = 3v$

d'où $v = \frac{20\, q_v}{n}$

Comme

$$\frac{c\,\pi\, D'^2}{4} = v' = \frac{v}{\eta_v} = \frac{20\, q_v}{n\,\eta_v}$$

alors $D' = \left(\frac{4 \cdot 20\, q_v}{n\,\eta_v\, c\,\pi}\right)^{1/2}$

$$q_v = \frac{9}{3600} = 2{,}5\ 10^{-3}\ m^3/s$$

$c = 0{,}125\,m \qquad \eta_v = 0{,}95 \qquad n = 120\,t/mn$

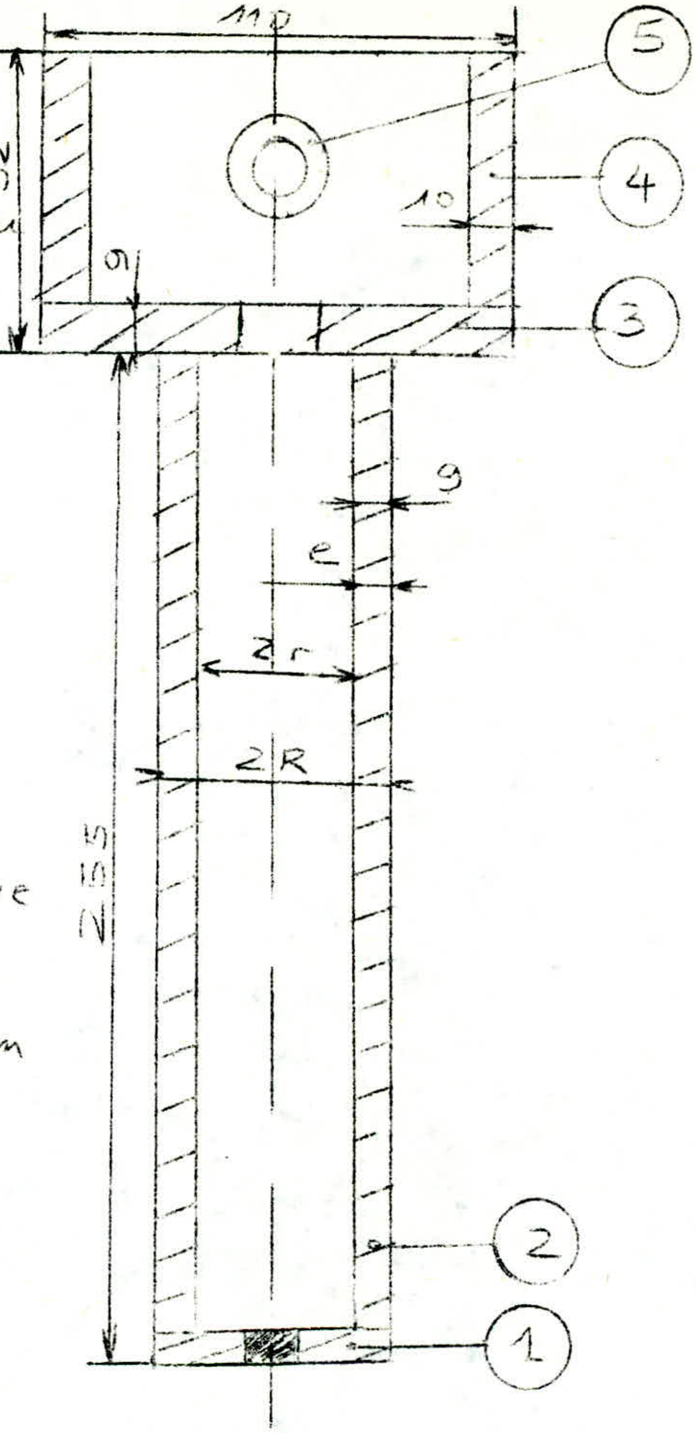
$$D' = 66{,}8\,mm$$

on prend $\underline{D' = 67\,mm}$

On remarque que la quantité $\frac{c}{D} = \frac{125}{67} = 1{,}87$

donc $1 < \frac{c}{D} < 2$

Calcul du piston



C'est un piston creux en fonte avec trou de dessablage obturé par bouchon de bronze vissé et maté

d'après la formule de LAMÉ

$$e = r\left[\sqrt{\frac{R_p}{R_p - 2p}} - 1\right]$$

R_p = resistance pratique du materiau

p = pression maximum

= 15 bars = 1,5 N/mm²

et $e = 9$ mm

$2R = 67$ mm

$2r = 49$ mm

$r = 24,5$ mm

calculons R_p

$$\frac{e}{r} + 1 = \sqrt{\frac{R_p}{R_p - 2p}} \longrightarrow \frac{R_p}{R_p - 2p} = \left(\frac{e}{r} + 1\right)^2$$

$$R_p\left[1 - \left(\frac{e}{r} + 1\right)^2\right] = -2p\left(\frac{e}{r} + 1\right)^2$$

$$R_p = \frac{2p\left(\frac{e}{r} + 1\right)^2}{\left(\frac{e}{r} + 1\right)^2 - 1}$$

Application numerique

$$\underline{R_p} = \frac{2 \times 1{,}5 \left(\frac{9}{24{,}5}+1\right)^2}{\left(\frac{9}{24{,}5}+1\right)^2 - 1} = \underline{6{,}45 \text{ N/mm}^2}$$

donc pour le piston on doit choisir une fonte dont la resistance pratique

$$\underline{R_p > 7 \text{ N/mm}^2}$$

Calcul de la masse du piston

les dimensions du piston sont obtenues par construction

Calculons le volume

Volume (1) disque

$$V_1 = \frac{\pi\, 67^2}{4} \times 9 = 31715 \text{ mm}^3$$

volume (2) tube

$$V_2 = \frac{\pi\,(67^2 - 49^2)}{4} \times 246 = 403214 \text{ mm}^3$$

Volume (3) tube

$$V_3 = \frac{\pi\,(110^2 - 20^2)}{4} \times 9 = 82661 \text{ mm}^3$$

volume (4) tube

$$V_4 = \frac{\pi\,(110^2 - 90^2)}{4} \times 83 = 260620 \text{ mm}^3$$

Volume (5) tube

$$V_5 = \pi\, 28 \times \frac{(48^2 - 8^2)}{4} \times 2 = 66819 \text{ mm}^3$$

Volume total $= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = V$

$$\boxed{V = 845029 \text{ mm}^3}$$

Masse du piston

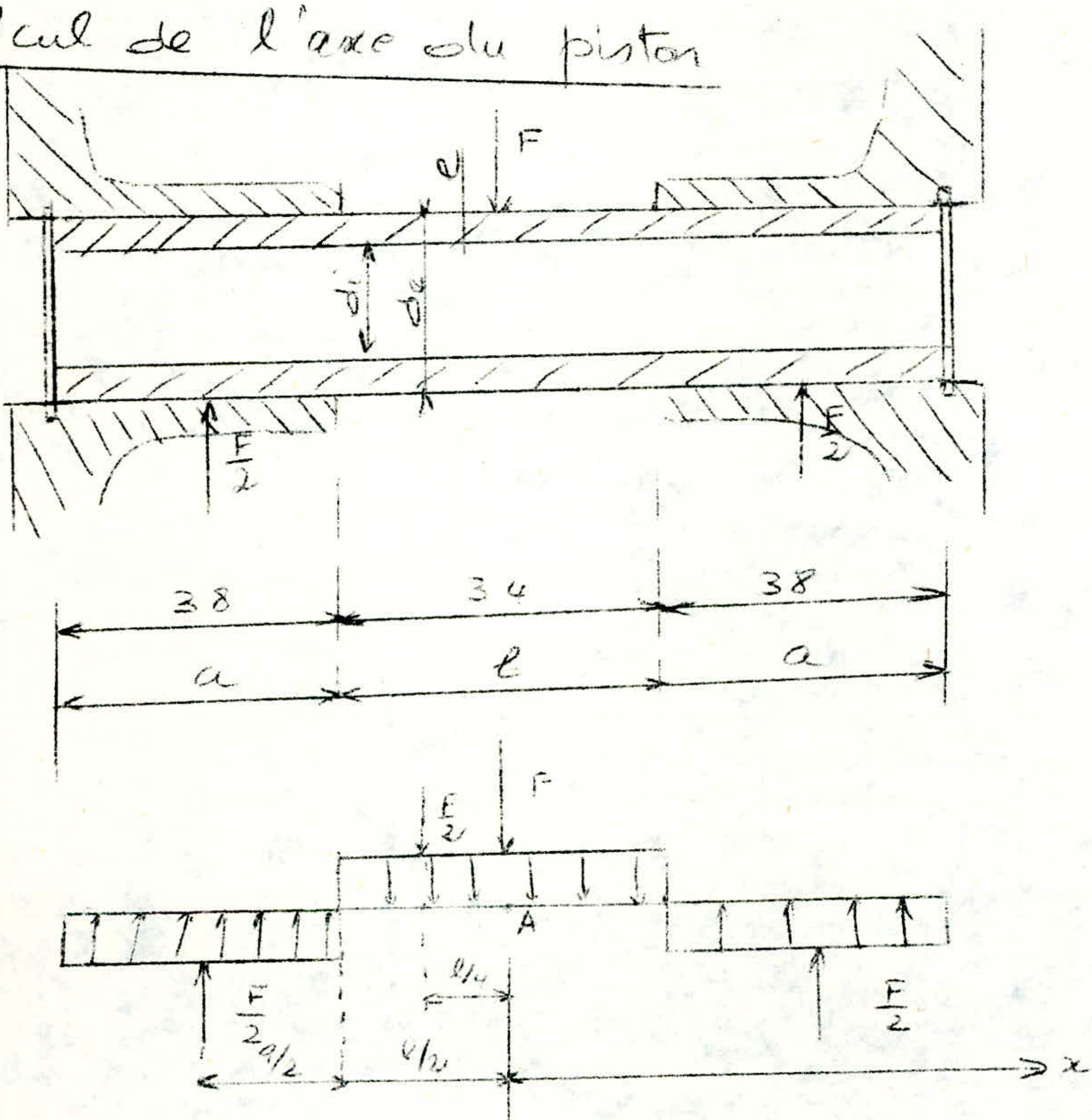
ρ : masse volumique $\rho = 7800\ kg/m^3$

$\rho = 7{,}8\ 10^{-6}\ kg/mm^3$

→ $M = \rho . V$

$M = 7.8 . 10^{-6} \times 845029 = \underline{6{,}38\ kg}$

Calcul de l'axe du piston



Le moment de flexion maximum est situé en A (Resultat de R.D.M on aurait pu le trouver en traçant le diagramme des moments flechissont)

$$Mf_{/A} = \frac{F}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{l}{2}\right) - \frac{F}{2}\frac{l}{4} = \frac{F}{2}\left(\frac{l}{2} + \frac{a}{2} - \frac{l}{4}\right)$$

$$\underline{Mf_{/A} = \frac{F}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{l}{4}\right)}$$

pression relative = 15 bars

$$F = \frac{PS}{\eta_h}$$

on estime $\eta_h = 0{,}94 \div 0{,}98$

$S = \frac{\pi D^2}{4}$ $D = 67\,mm$

d'où $F = \frac{P \cdot \pi D^2}{4\eta_h}$

d'où $\underline{F = 5292\,N}$

d'où $M_{f\,max} = \frac{5292}{2}\left(\frac{38}{2} + \frac{34}{4}\right) = 72765\,N\,mm$

de : diamètre exterieur de l'axe fixé par construction

$d_e = 28\,mm$

on choisit $e = 4\,mm$ d'où $d_i = d_e - 2e$
$= 28 - 8 = 20\,mm$

la resistance pratique au cisaillement de l'axe est $\sigma_c = \frac{M_{f\,max}}{W}$

pour un tube $W = \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32\,d_e}$

d'où $\sigma_c = \frac{M_{f\,max} \times 32\,d_e}{\pi(d_e^4 - d_i^4)}$

Application numerique

$$\sigma_c = \frac{72765 \times 32 \times 28}{\pi(28^4 - 20^4)} = 46\ N/mm^2$$

on utilise comme materiau de l'axe le 35NC6

Conduite d'aspiration et de refoulement

Aspiration

C_a = vitesse de l'eau dans la conduite d'aspiration
on choisit $C_a = 1{,}2\ m/s$
la vitesse C_a est liée à tout instant à la vitesse du piston par l'equation de la continuité
$S_p C_p = S_a . C_a$
S_p : surface du piston $S_p = \frac{\pi D^2}{4}$
C_p : vitesse instantannée du piston $C_p = \frac{dx}{dt}$
S_a : section de la conduite $S_a = \frac{\pi d_a^2}{4}$
nous simplifierons notre problème en supposant que le piston se deplace à la vitesse moyenne
$C_m = \frac{nC}{30}$ $C_m = 0{,}5\ m/s$
d'où l'equation de la continuité s'ecrit

$$\underline{S_p\ C_m = S_a\ C_a}$$

$$\frac{\pi D^2}{4} C_m = \frac{\pi d_a^2}{4} C_a \Rightarrow \underline{d_a = \left(\frac{C_m}{C_a} D^2\right)^{1/2}}$$

$$\underline{d_a} = \left(\frac{0{,}5}{1{,}2} 67^2\right)^{1/2} = \underline{43\ mm}$$

refoulement

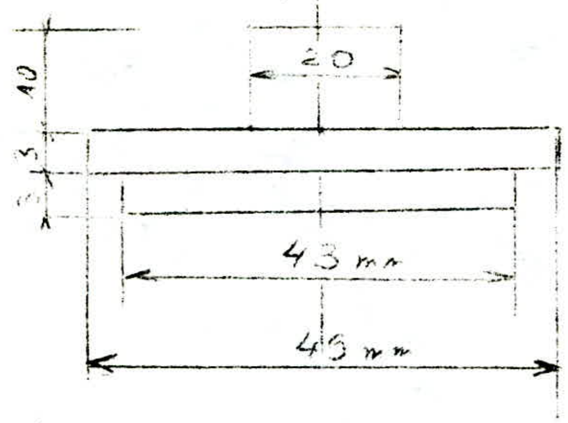
avec un raisonnement analogue au precedent on abouit à $\underline{S_p\ C_m = S_r\ C_r}$.

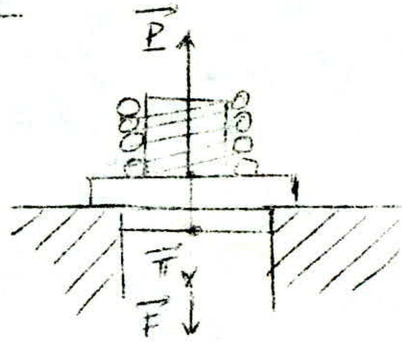
avec $S_r = \frac{\pi d_r^2}{4}$ et on choisit $C_r = 3\ m/s$

d'où $\underline{d_r = \left(\frac{C_m}{C_r} D^2\right)^{1/2}}$ $\underline{d_r} = \left(\frac{0{,}5}{3} 67^2\right)^{1/2} = \underline{27\ mm}$

CALCUL de la boîte à clapet aspiration

calcul du poids du disque





$\vec{\Pi}$ poids du disque

$$|\vec{\Pi}| = \left(\frac{\pi\, 49^2}{4} \times 3 + \frac{\pi\, 43^2}{4} 3 + \frac{\pi\, 20^2}{4} \times 10\right) \times 7{,}8 \cdot 10^{-6} \times 9{,}81 = \underline{1\ N}$$

$|\vec{\Pi}| = \rho\, V g$ $\qquad \rho = 7{,}8\ 10^{-6}\ kg/mm^3$

V = volume $\qquad \rho$ masse volumique du materiau

$g = 9{,}81\ m/s^2$

calcul de la poussée du ressort

$\vec{F}$ = poussée du ressort $\qquad \vec{P}$ poussée du fluide

$|\vec{P}| = q_m\, c_a$ $\qquad q_m$ debit massique (kg/s)

c_a : vitesse d'aspiration

$q_m = \rho' c_p \cdot S_p$ $\qquad \rho'$ = masse volumique de l'eau

S_p = Surface du piston

c_p = vitesse du piston

prenons $c_{p\,max} = c_p = \omega R$ $\qquad R$ rayon de la manivelle

$S_a \cdot c_a = S_p\, c_p$ (equation de la continuité)

$$c_a = \frac{S_p\, c_p}{S_a} = \frac{S_p\, \omega R}{S_a}$$

d'où $\underline{P = q_m\, c_a = \dfrac{\rho'}{S_a} (S_p\, \omega R)^2}$

$P = F + \Pi \Longrightarrow F = P - \Pi$

d'où $\boxed{F = \dfrac{\rho'}{Sa}\left(Sp\,\omega R\right)^2 - \Pi}$

$\rho' = 1000\,[kg/m^3]$ $Sa = \dfrac{\pi\, 43^2}{4}\, 10^{-6}\ [m^2]$

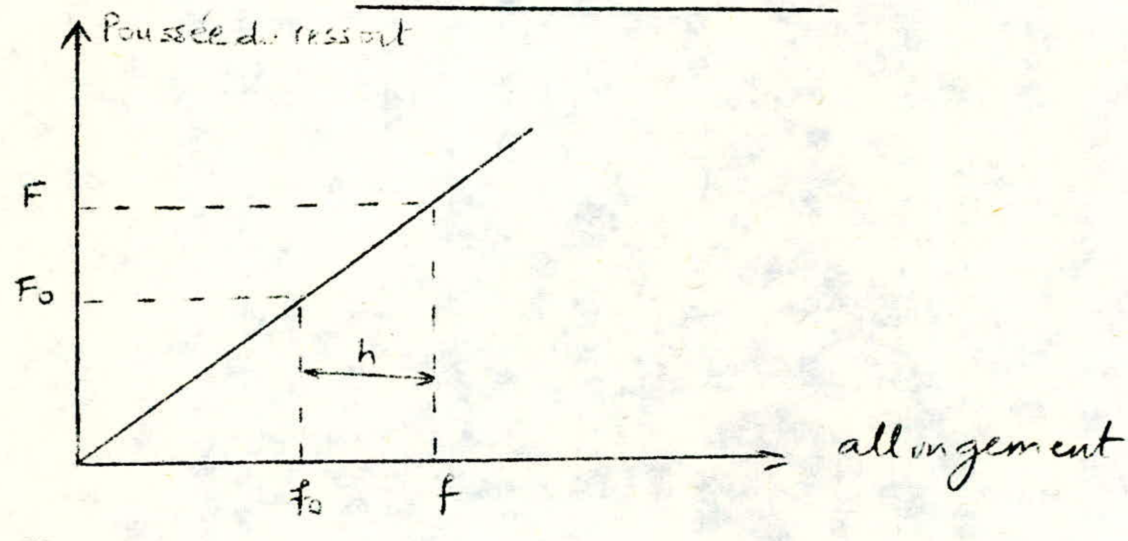
$Sp = \dfrac{\pi\, 67^2}{4} \cdot 10^{-6}\ [m^2]$ $R = 0{,}0625\ m$

$\omega = 12{,}56\ rad/s$. $\Pi = 1\ N$

$$F = \frac{1000}{\dfrac{\pi\, 43^2 \cdot 10^{-6}}{4}}\left(\frac{\pi\, 67^2\, 10^{-6}}{4} \times 12{,}56 \times 0{,}0625\right)^2 - 1$$

$\underline{F = 4{,}27\ N}$

Calcul du ressort

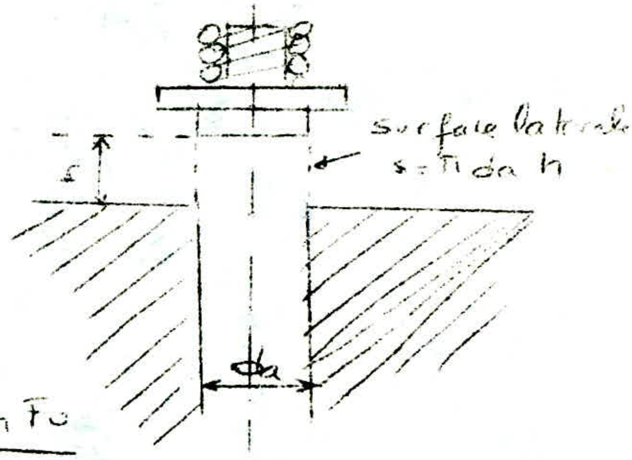


Soit $F_0 = 0{,}6F$ pour assurer l'étanchéité

$F_0 = 0{,}6 \times 4{,}27 = \underline{2{,}56\ N}$

$f - f_0 = h$

on choisit h tel que



$$\frac{\pi\, da^2}{4} = \pi\, da\, h$$

d'où $$\underline{h = \frac{da}{4}}$$

$$\frac{f_0}{F_0} = \frac{f - f_0}{F - F_0} = \frac{h}{F - F_0} \Rightarrow \underline{f_0 = \frac{h F_0}{F - F_0}}$$

$$h = \frac{da}{4} = \frac{43}{4} = 10{,}75 \text{ mm} \quad \text{d'où} \quad f_0 = \frac{10{,}75 \times 2{,}56}{4{,}27 - 2{,}56}$$

$$\underline{f_0 = 16{,}10 \text{ mm}}$$

d'où $f = h + f_0$

$$\underline{f} = 10{,}75 + 16{,}10 = \underline{26{,}85 \text{ mm}}$$

$$\begin{cases} R_{pg} = \dfrac{8FD}{\pi d^3} & (1) \\[2ex] f = \dfrac{8FD^3 n}{G d^4} & (2) \end{cases}$$

$R_{pg} = 150$ N/mm²
d : diamètre du fil
n : nombre de spire
D : diamètre intérieur

$G = 85000$ N/mm²

on choisit $\dfrac{D}{d} = 20$

de (1) on tire $R_{pg} = \dfrac{8F}{\pi d^2}\left(\dfrac{D}{d}\right) \Rightarrow$

$$\underline{d = \left(\frac{8F}{\pi R_{pg}}\left(\frac{D}{d}\right)\right)^{1/2}}$$

$$d \geqslant \left(\frac{8 \times 4{,}27}{150 \cdot \pi} \; 20 \right)^{1/2} = 1{,}2 \text{ mm}$$

on prend $\underline{d = 1{,}2 \text{ mm}}$

d'où $\underline{D = 24 \text{ mm}}$

de (2) on tire $n = \dfrac{f \, G \, d^4}{8 \, F \, D^3}$

$$n = \frac{26{,}85 \; 85000 \cdot 1{,}2^4}{8 \times 4{,}27 \cdot 24^3} = 10{,}02$$

$\underline{n = 11 \text{ spires}}$

notre ressort comporte 11 spires effectives mais 12 spires réelles

<u>hauteur du ressort</u>

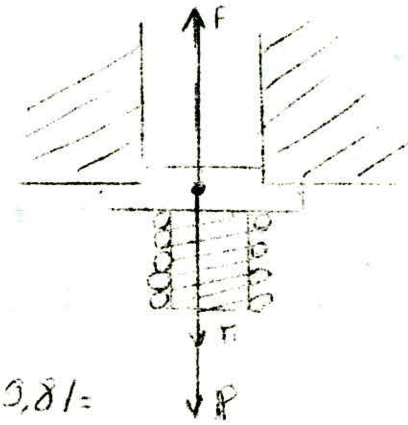
$$H = f + 12 d$$

$$= 26{,}85 + 12 \times 1{,}2$$

$\underline{H = 41{,}25 \text{ mm}}$

Calcul de la boîte à clapet refoulement

poids du disque



$$|\Pi| = \left(\frac{\pi\, 14^2}{4}\, 10 + \frac{\pi\, 33^2\, 3}{4} + \frac{\pi\, 27^2\, 3}{4}\right) 7{,}8\, 10^{-6} \times 9{,}81 =$$

$$\boxed{|\Pi| = 0{,}45 \text{ N}}$$

poussée du ressort

$F = \Pi + P \qquad P = q_m\, c_r$

comme pour l'aspiration $\quad c_r = \dfrac{S_p\, \omega R}{S_r}$

d'où $\quad P = \dfrac{\rho'}{S_r}\left(S_p\, \omega R\right)^2$

d'où $\quad \boxed{F = \Pi + \dfrac{\rho'}{S_r}\left(S_p\, \omega R\right)^2}$

$S_r = \dfrac{\pi\, 27^2}{4}$

$$F = 0{,}45 + \frac{1000}{\frac{\pi\, 27^2\, 10^{-6}}{4}}\left(\pi\, 67^2\, 10^{-6} \times 12{,}56 \times 0{,}0625\right)^2$$

$\underline{F = 13{,}82 \text{ N}}$

comme pour l'aspiration on choisit $F_0 = 0{,}6\, F$

$\underline{F_0 = 8{,}29 \text{ N}} \qquad \underline{h} = \dfrac{d_p}{4} = \dfrac{27}{4} = \underline{6{,}75 \text{ mm}}$

$$\underline{f_0} = \frac{h\, F_0}{F - F_0} = \frac{6{,}75 \times 8{,}29}{0{,}4\; 13{,}82} = \underline{10{,}13 \text{ mm}}$$

$f = h + f_0$

$\underline{f} = 6{,}75 + 10{,}13 = \underline{16{,}88\ mm}$

On choisit $\dfrac{D}{d} = 10$

d'où $d \geq \left(\dfrac{8F}{R_{pg}\pi} \left(\dfrac{D}{d}\right) \right)^{1/2}$

$d \geq \left(\dfrac{8 \times 13{,}82}{150 \times 3{,}14} \times 10 \right)^{1/2} = 1{,}53\ mm$

Soit $d = 1{,}6\ mm$

d'où $D = 16\,mm$

<u>nombre de spire</u>

$n = \dfrac{f\,G\,d^4}{8\,F.D^3}$ $n = \dfrac{16{,}88 \cdot 85000 \cdot 1{,}6^4}{8 \cdot 13{,}82 \cdot 16^3} = 20{,}76$

On prend $n = 21$ spires effectives soit

<u>22 spires réelles</u>

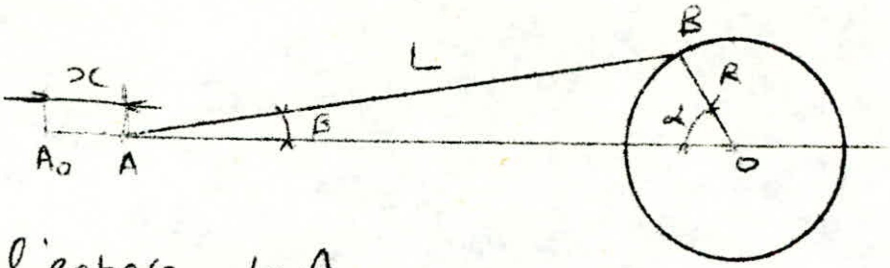
<u>hauteur du ressort</u>

$H = f + nd$

$H = 16{,}9 + 22 \times 1{,}6 = 52{,}1$

$\underline{H = 52{,}1\ mm}$

Etude cinématique du système bielle manivelle



equation de l'espace de A

$x = A_0A - AO = L + R - L\cos\beta - R\cos\alpha$ (1)

dans le triangle ABO on a

$\frac{L}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\beta}$ on se fixe $L = 4R$

$\sin\beta = \frac{R}{L}\sin\alpha = \frac{1}{4}\sin\alpha$

d'où $\beta = \arcsin\left(\frac{1}{4}\sin\alpha\right)$

$\cos\beta = \cos\left(\arcsin\left(\frac{1}{4}\sin\alpha\right)\right)$

posons $y = \arcsin\left(\frac{1}{4}\sin\alpha\right)$

$\cos^2 y + \sin^2 y = 1 \Rightarrow \cos y = (1 - \sin^2 y)^{1/2}$

d'où $\cos\left[\arcsin\left(\frac{1}{4}\sin\alpha\right)\right] = \sqrt{1 - \sin^2\left(\arcsin\left(\frac{1}{4}\sin\alpha\right)\right)}$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{16}\sin^2\alpha}$$

On peut supposer que $1 - \frac{\sin^2\alpha}{16} \simeq \left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{32}\right)^2$ en commettant une erreur de $\left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{16} + \frac{\sin^4\alpha}{1024}\right) - \left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{16}\right) = \frac{\sin^4\alpha}{1024}$

$|\sin\alpha| < 1 \Rightarrow \frac{\sin^4\alpha}{1024} \leq \frac{1}{1024} = 0{,}00097$

Valeur très negligeable

donc $\cos\beta \simeq 1 - \frac{\sin^2\alpha}{32}$

l'equation (1) s'ecrit

$$x = 4R + R - 4R\left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{32}\right) - R\cos\alpha$$

$$x = R\left[5 - \cos\alpha - 4 + \frac{\sin^2\alpha}{8}\right]$$

$$x = R\left[1 - \cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{8}\right]$$

equation de l'espace de A

$$x_A = R\left[1 - \cos wt + \frac{\sin^2 wt}{8}\right]$$

$\alpha = wt = 12{,}56\,t \qquad R = 0{,}0625\,m.$

$$x_A = 0{,}0625\left[1 - \cos(12{,}56t) + \frac{\sin^2(12{,}56t)}{8}\right]$$

$$x_A = 0{,}0625\left[1 - \cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{8}\right]$$

equation de la vitesse de A

$$V_A = Rw\left[\sin wt + \frac{\sin 2wt}{8}\right] = 0{,}785\left[\sin(12{,}56t) + \frac{\sin(2(12{,}56t))}{8}\right]$$

$Rw = 12{,}56 \times 0{,}0625 = 0{,}785\ m.rad/s$

$$V_A = 0{,}785\left[\sin\alpha + \frac{\sin 2\alpha}{8}\right]$$

equation de l'acceleration de A

$$\gamma_A = Rw^2\left[\cos wt + \frac{\cos 2wt}{4}\right] = 9{,}86\left[\cos(12{,}56t) + \frac{\cos(2 \cdot 12{,}56t)}{4}\right]$$

$Rw^2 = 9{,}86\ m.rad^2/s^2$

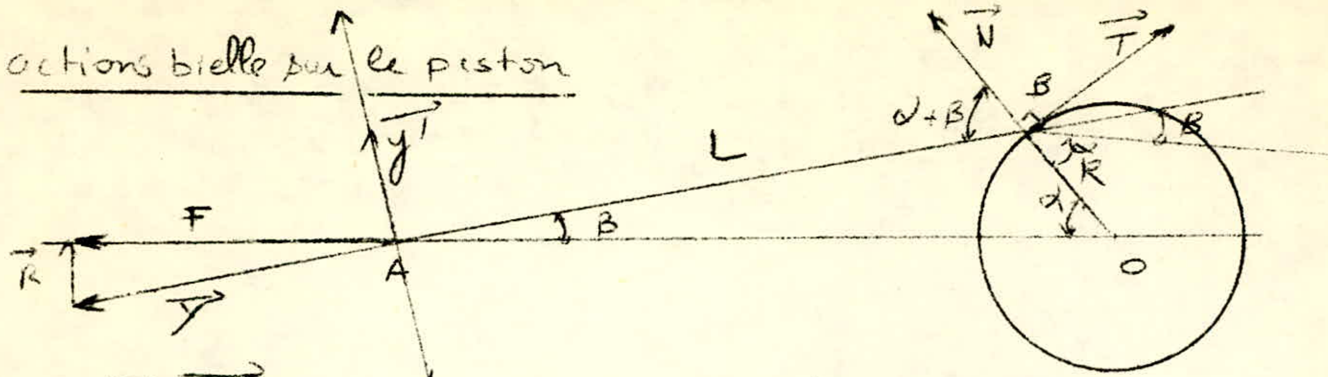
$$\gamma_A = 9{,}86\left[\cos\alpha + \frac{\cos 2\alpha}{4}\right]$$

$\alpha°$	x (m)	v (m/s)	γ (m/s²)
0	0	0	12,325
10	0,0012	0,1700	12,026
20	0,0047	0,3316	11,153
30	0,0103	0,4775	9,771
40	0,0179	0,6012	7,981
50	0,0283	0,6980	5,910
60	0,0371	0,7648	3,698
70	0,0480	0,8007	1,484
80	0,0592	0,8066	-0,604
90	0,0703	0,7850	-2,465
100	0,0800	0,7395	-4,028
110	0,0908	0,6746	-5,260
120	0,0996	0,5949	-6,162
130	0,1073	0,5047	-6,7657
140	0,1136	0,4080	-7,125
150	0,1186	0,3075	-7,306
160	0,1221	0,2054	-7,378
170	0,1243	0,1028	-7,394
180	0,1250	0	-7,395

$\alpha°$	x (m)	v (m/s)	γ (m/s²)
190	0,1243	−0,1028	−7,394
200	0,1221	−0,2054	−7,378
210	0,1186	−0,3075	−7,306
220	0,1136	−0,4080	−7,125
230	0,1073	−0,5047	−6,766
240	0,0996	−0,5949	−6,162
250	0,0908	−0,6746	−5,260
260	0,0809	−0,7395	−4,028
270	0,0703	−0,7850	−2,465
280	0,0592	−0,8066	−0,604
290	0,0480	−0,8007	1,484
300	0,0371	−0,7648	3,696
310	0,0283	−0,6980	5,910
320	0,0179	−0,6012	7,981
330	0,0103	−0,4775	9,771
340	0,0047	−0,3316	11,153
350	0,0012	−0,1700	12,026
360	0	0	12,325

Determination des forces Statiques

actions bielle sur le piston



$$\Sigma \vec{M}_B = y' L = 0 \Rightarrow y' = 0$$

$\vec{Y}$: resultante de $\vec{F}$ et $\vec{R}$

$$Y = \frac{F}{\cos\beta} \qquad R = F\, tg\beta$$

actions du vilebrequin sur la bielle

$$\cos(\alpha+\beta) = \frac{N}{Y} \Rightarrow N = Y\cos(\alpha+\beta)$$

$$N = \frac{F\cos(\alpha+\beta)}{\cos\beta}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \frac{T}{Y} \Rightarrow T = Y\sin(\alpha+\beta)$$

$$T = \frac{F}{\cos\beta}\sin(\alpha+\beta)$$

couple

$$C = T \cdot R = \frac{F}{\cos\beta}\cos(\alpha+\beta)\cdot R$$

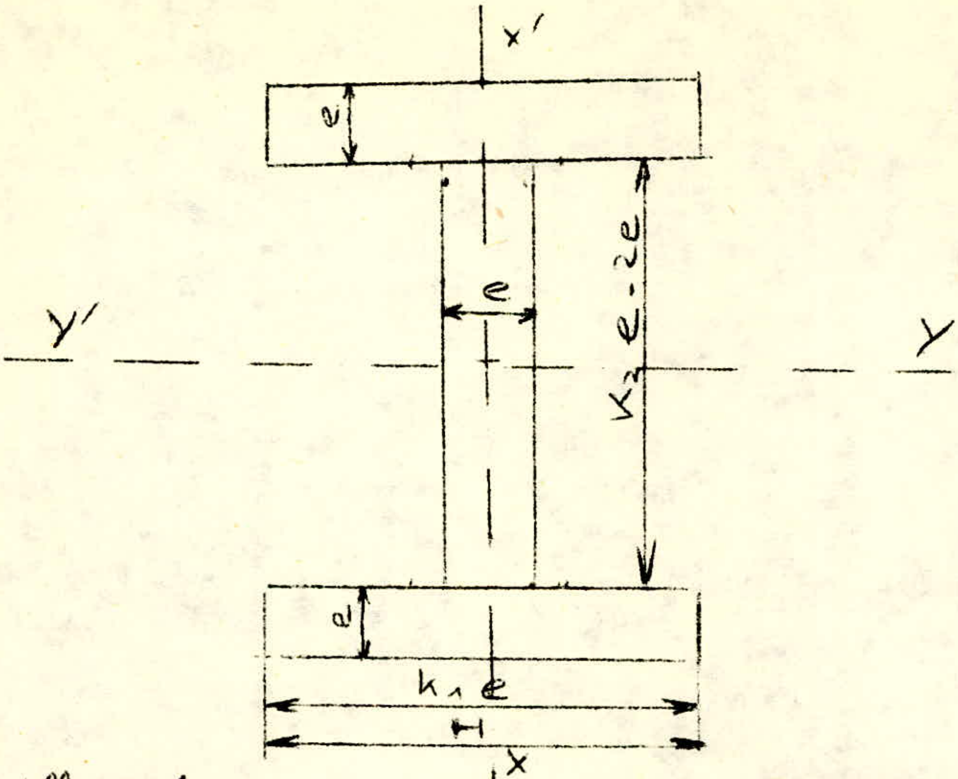
R rayon de la manivelle.

α°	β°	Y (N)	R (N)	N (N)	T (N)	C (Nm)
0	0	5292	0	5292	0	0
10	2,49	5297	230,1	5172	1146	72
20	4,91	5311	451,6	4818	2236	140,1
30	7,18	5334	666,7	4250	322,3	201,1
40	9,25	5362	861,9	3500	4062	254
50	11,04	5392	1032,5	2611	4718	295
60	12,50	5420	1173,2	1630	5170	323
70	13,59	5444	1279,3	608	5410	338
80	14,25	5460	1344	-405	5445	340
90	14,48	5466	1366,6	-1367	5292	331
100	14,25	5460	1344	-2243	4978	311
110	13,59	5444	1279,3	-3012	4535	283
120	12,50	5420	1173,2	-3662	3996	250
130	11,04	5392	1032,5	-4193	3290	206
140	9,25	5362	861,5	-4608	2741	171
150	7,18	5334	666,7	-4916	2069	129
160	4,91	5311	453,7	-5128	1383	86
170	2,49	5297	230,1	-5252	692	43
180	0	5292	0	-5292	0	0

α°	B°	Y (N)	R (N)	N (N)	T (N)	C (N.m)
190	-2,49	5297	-230,1	-5252	-692	-43
200	-4,91	5311	-454,6	-5128	-1383	-86
210	-7,18	5334	-666,7	-4916	-2069	-129
220	-9,25	5362	-861,9	-4608	-2741	-171
230	-11,04	5392	-1032,5	-4193	-3290	-206
240	-12,50	5420	-1173,2	-3662	-3996	-250
250	-13,59	5444	-1279,3	-3012	-4535	-283
260	-14,25	5460	-1344	-2243	-4978	-311
270	-14,48	5466	-1366,6	-1367	-5292	-383
280	-14,25	5460	-1344	-405	-5445	-340
290	-13,59	5444	-1279,3	608	-5410	-338
300	-12,50	5420	-1173,2	1630	-5170	-323
310	-11,04	5392	-1032,5	2611	-4718	-295
320	-9,25	5362	-861,9	3500	-4062	-254
330	-7,18	5334	-666,7	4250	-3223	-201
340	-4,91	5311	-454,6	4818	-2236	-140
350	-2,49	5297	-230,1	5172	-1146	-72
360	0	5292	0	5292	0	0

CALCUL de la bielle

on pose
$K_1 = 3$
$K_2 = 4$



assimillons la section du corps de bielle à la forme ci-dessus

Section

$$S = 2 \cdot 3e \cdot e + 2e \cdot e = 8e^2$$

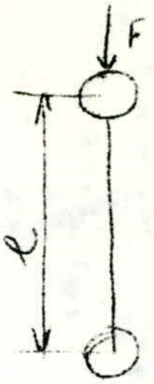
moment d'inertie

$$I_{yy'} = \frac{e^3 \cdot 3e}{12} + \frac{(2e)^3 \cdot e}{12} + \frac{e^3 \cdot 3e}{12}$$

$$I_{yy'} = \frac{14e^4}{12}$$

$$I_{xx'} = \frac{(3e)^3 e}{12} + \frac{e^3 \cdot 2e}{12} + \frac{(3e)^3 e}{12}$$

$$I_{xx'} = \frac{56\, e^4}{12}$$



la bielle a 2 articulations donc $\alpha = 1$

$\alpha L_f = l = 250$ mm : longueur de flambage

$F = Y_{R\,max}$

comme nous ignorons encore la masse de la bielle nous faisons l'approximat

$Y_{R\,max} \simeq Y_{max}$

nous commettons une erreur de l'ordre de 2%, nous remedions à cela en écrivant $Y_{R\,max} \simeq 1{,}02\, Y_{max}$

$Y_{max} = 5466$ N d'où $F = 1{,}02 \times 5466$

$\underline{F = 5580 \text{ N}}$

calculons le coefficient d'élancement λ

$$\lambda = \frac{L_f}{r_{min}}$$

r_{min} = rayon de giration

$$r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{S_c}}$$

S_c : section circulaire soumise à la compression simple

$$S_c = \frac{F}{\sigma_c}$$

$\sigma_c = 100$ N/mm² contrainte de compression

$$S_c = \frac{5580}{100} = \underline{55{,}8 \text{ mm}^2}$$

$$S_c = \frac{\pi d_c^2}{4} \Longrightarrow \underline{d_c} = \left(\frac{4\, S_c}{\pi}\right)^{1/2} = \underline{8{,}43 \text{ mm}}$$

$$I_{min} = \frac{\pi d_c^4}{64} \qquad r_{min} = \sqrt{\frac{\pi d_c^4}{64} \times \frac{4}{\pi d_c^2}} = \frac{d_c}{4}$$

$$r_{min} = \frac{8{,}43}{4} = \underline{2{,}10 \text{ mm}}$$

d'où $$\lambda = \frac{250}{2{,}10} = \underline{119}$$

- si $\lambda > \lambda_0$ alors c'est le domaine elastique

λ_0 = limite d'elasticite
dans ce cas formule d'Euler convient

- si $\lambda_1 < \lambda < \lambda_0$ alors c'est le domaine elastoplastique avec λ_1 = limite d'ecoulement dans ce cas la formule d'Euler n'est plus valable alors on applique la formule de Tetmoyer - Jassinski

$\sigma_{critique} = a - b\lambda$ a, b ctes de materiau

dans notre cas $\lambda_0 = 100$

comme $\lambda = 119$ et que $\lambda > \lambda_0$ nous somme dans le domaine elastique appliquons la formule d'euler

$$\boxed{P_c = \frac{\pi^2 E I_{min}}{L^2 f}}$$

P_c = charge critique
P_a = charge admissible

$F = P_a = \frac{P_c}{c}$ c coefficient de securite

d'où $I_{min} = \frac{P_a \; c \; L^2 f}{\pi^2 \; E}$ on prend $c = 9$

$$I_{min} = \frac{5580 \;\; 9 \, (250)^2}{(3{,}14)^2 \cdot 2{,}1 \, 10^5} = \underline{1514 \text{ mm}^4}$$

$$I_{min} = I_{yy'} = \frac{14 e^4}{12} = \underline{1514 \text{ mm}^4} \Rightarrow \underline{e = 6 \text{ mm}}$$

d'où $I_{xx'} = \frac{56 e^4}{12} = \underline{6056 \text{ mm}^4}$

$S = 8 e^2 = \underline{288 \text{ mm}^4}$

pour la bielle on choisit le 35NC6 comme materiau   Rr = resistance à la rupture
N = Re = limite elastique

$$R_r = 1080 \div 1320 \quad N/mm^2$$

$$R_e = 930 \quad N/mm^2$$

vérification par la relation de Rankine

$I_{yy'} = 1514 \ mm^4$

$$R_p = \frac{F}{S}\left(1 + \frac{N}{C}\right) \qquad C = \frac{\pi E I}{L_f^2 \, S}$$

$$C = \frac{\pi \times 2{,}1 \, 10^5 \times 1514}{(250)^2 \, 288} = 55{,}5 \ N/mm^2$$

$$R_{p_{yy'}} = \frac{5580}{288}\left(1 + \frac{930}{55{,}5}\right) = 344 \ N/mm^2$$

$I_{xx'} = 6056 \ mm^4$

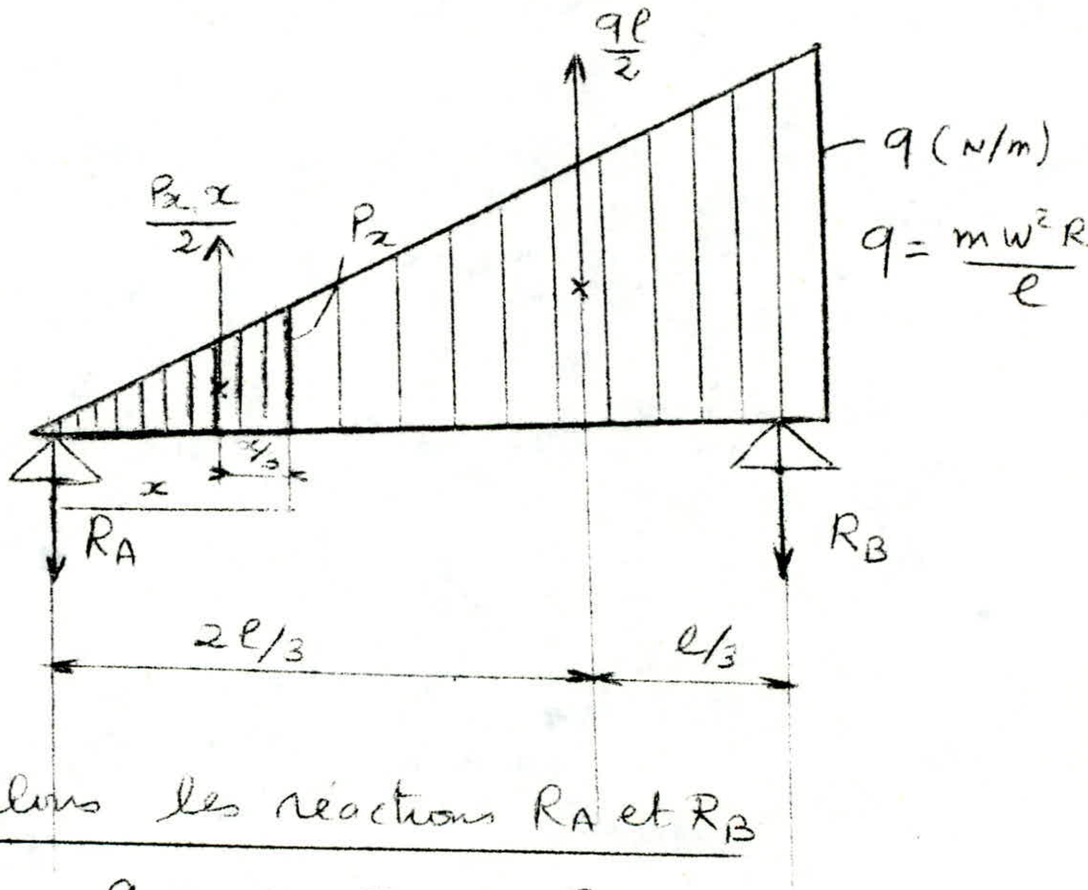
$$C = \frac{\pi \times 2{,}1 \, 10^5 \times 6056}{(250)^2 \times 288} = 221{,}9 \ N/mm^2$$

$$R_{p_{xx'}} = \frac{5580}{288}\left(1 + \frac{930}{221{,}9}\right) = 101 \ N/mm^2$$

$$R_p = \max\left(R_{p_{yy'}} ; R_{p_{xx'}}\right) = 344 \ N/mm^2$$

Inertie fléchissante

quand le système bielle manivelle est en mouvement la bielle est soumise à des contraintes d'inertie nous nous limiterons qu'à la contrainte dû à la flexion, pour cela on assimilera la bielle à une poutre ayant 2 appuis et etant chargée comme l'indique la figure ci-dessous



Calculons les réactions R_A et R_B

$$\frac{P_x}{x} = \frac{q}{l} \Rightarrow \underline{P_x = \frac{qx}{l}}$$

$$\Sigma M_B = 0 = R_A l - \frac{ql}{2}\frac{l}{3} \Rightarrow R_A = \frac{ql^2}{6l} = \underline{\frac{ql}{6}}$$

$$R_B = \frac{ql}{2} - \frac{ql}{6} = \underline{\frac{ql}{3}}$$

Calcul du moment de flexion M_{fx}

$[0, x]$

$$M_{fx} = \frac{ql}{6}x - \frac{qx}{l} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} = \frac{qlx}{6} - \frac{qx^3}{6l}$$

$$M_{fx} = \frac{qlx}{6} - \frac{qx^3}{6l}$$

$$M_{fx} \text{ maximum} \Longleftrightarrow \begin{cases} \frac{dM_{fx}}{dx} = 0 \\ \frac{d^2 M_{fx}}{dx^2} < 0 \end{cases}$$

$$\frac{dM_{fx}}{dx} = \frac{ql}{6} - \frac{3qx_0^2}{6l} = 0 \Longrightarrow x_0^2 = \frac{l^2}{3}$$

$$x_0 = \frac{l\sqrt{3}}{3} = 0,577\ l$$

d'où $M_{fx\,max} = \frac{ql}{6}\frac{l\sqrt{3}}{3} - \frac{ql^2 3\sqrt{3}}{6l.27}$

$$M_{fmax} = \frac{2ql^2\sqrt{3}}{54}$$

$$q = \frac{m\omega^2 R}{l} \qquad \frac{2\sqrt{3}}{54} = 0,064$$

d'où $M_{fmax} = 0,064\ m\omega^2 R l$

m = masse corps de bielle $\quad m = \rho S l \quad \rho = 7,8 \cdot 10^{-6}$ kg/m
$S = 288 \cdot 10^{-6}\ m^2 \quad l = 250$ mm $\quad R = 0,0625$ m
$\omega = 12,56$ rad/s

$M_{fmax} = 88,6$ N mm

Contrainte de flexion

$$\sigma_f = \frac{M_f}{\frac{I}{V}} \qquad I = I_{max} = I_{xx} = 6056 \text{ mm}^4$$

$$V = \frac{H}{2} = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \text{ mm}$$

$$\sigma_f = \frac{88,6}{6056} \times 9 = 0,13 \text{ N/mm}^2$$

σ_f très faible car la vitesse est faible.

Superposition des contraintes

$$R_p + \sigma_f \leq \frac{\text{Rupture}}{\text{securité}}$$

$$344 + 0,13 < \frac{930}{2} = 465 \text{ N/mm}^2$$

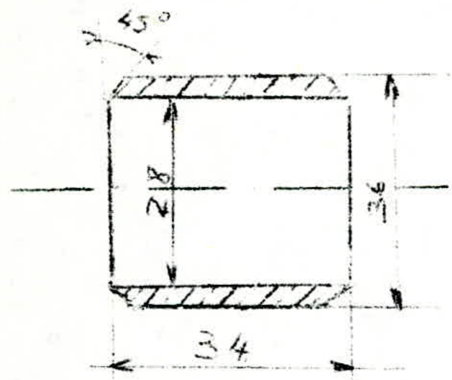
donc le dimensionnement est correct.

Pied de bielle

nous avons déjà calculé l'axe du piston il nous reste donc à déterminer le coussinet

soit $\frac{\ell}{d} = 1,2$ on aboutit à un coussinet normalisé $d = 28\ \text{mm}$, $\ell = 34\ \text{mm}$

d = diamètre intérieur du coussinet



pression diamétrale

$$p = \frac{Y_{max}}{\ell d} = \frac{5466}{34 \times 28} = 57,4\ \text{bars} = 5,74\ \text{N/mm}^2$$

40 bars $< p <$ 60 bars : tourillon rectifié de bielle motrice avec graissage normal

nous envisageons le graissage par film d'huile

Calculons le coefficient S adimensionnel de Martinet

$$S = 10^8 \frac{Z n}{p} \qquad n = 2t/s$$

on choisit une huile de viscosité $Z = 0,15\ \text{N s/m}^2$

$$S = 10^8 \frac{0,15 \cdot 2}{57,4 \cdot 10^5} = 5,22$$

fixons l'excentricité $\varepsilon = 0,5$

$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 0,5 \\ S = 5,22 \end{array} \right. \Longrightarrow$ on tire de l'abaque (cours de construction mécanique) $\longrightarrow$ $m = 0,5$

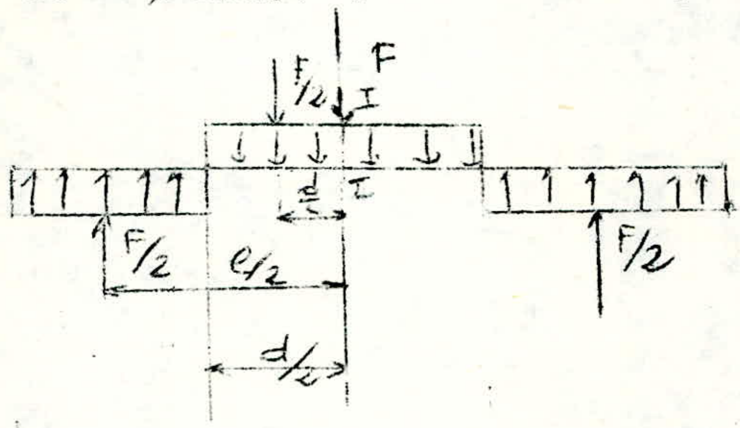
d'où le jeu $j = \frac{m d}{1000} = \frac{0,5 \times 28}{1000} = 0,014$

Le coussinet nous fixe la dimension b (voir section I-I)

$$\underline{b = 40+4 = 44\,mm}$$

<u>considerons la section I-I</u>

calculons en cette section le moment flechissant



$$M_{f_{I.I}} = \frac{F}{2}\frac{l}{2} - \frac{F}{2}\frac{d}{4} = \underline{\frac{F}{2}\left(\frac{l}{2}-\frac{d}{4}\right)}$$

la contrainte de flexion est

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W_f} \qquad W_f = \frac{b h^2}{6}$$

soit $\sigma_f = 100\ N/mm^2$ calculons h

$$\underline{h = \left(\frac{F}{2}\left(\frac{l}{2}-\frac{d}{4}\right)\frac{6}{\sigma_f b}\right)^{1/2}}$$

par construction $l = 89\ mm$

d'ou $$h = \left[\frac{5460}{2}\left(\frac{89}{2}-\frac{35}{4}\right)\frac{6}{100.44}\right]^{1/2} = 11{,}54\ mm$$

on prend

$$\underline{h = 18\ mm}$$

Pression diametrale

$$p = \frac{5466}{44 \cdot 40} = 3,1 \ N/mm^2 = 31 \text{ bars}$$

graissage par film d'huile

calcul de S

l'huile est toujours de viscosité $Z = 0,15 \ Ns/m^2$

$$S = 10^8 \frac{Z \, n}{p}$$

$$= 10^8 \frac{0,15 \times 2}{31 \, 10^5} = \underline{9,67}$$

valeur éloignée de la valeur critique (15)
le film est donc stable

$$\begin{cases} \varepsilon = 0,5 \\ S = 9,67 \end{cases} \Longrightarrow m = 0,8$$

d'où le jeu $j = \frac{m \, d}{1000} = \frac{0,8 \times 35}{1000} = \underline{0,028}$

hauteur du film d'huile

$$h = 0,33 \frac{m d}{1000} (1 - \varepsilon^2)$$

$$h = 0,33 \times 0,028 \times 0,75 = 0,0069 \ mm$$

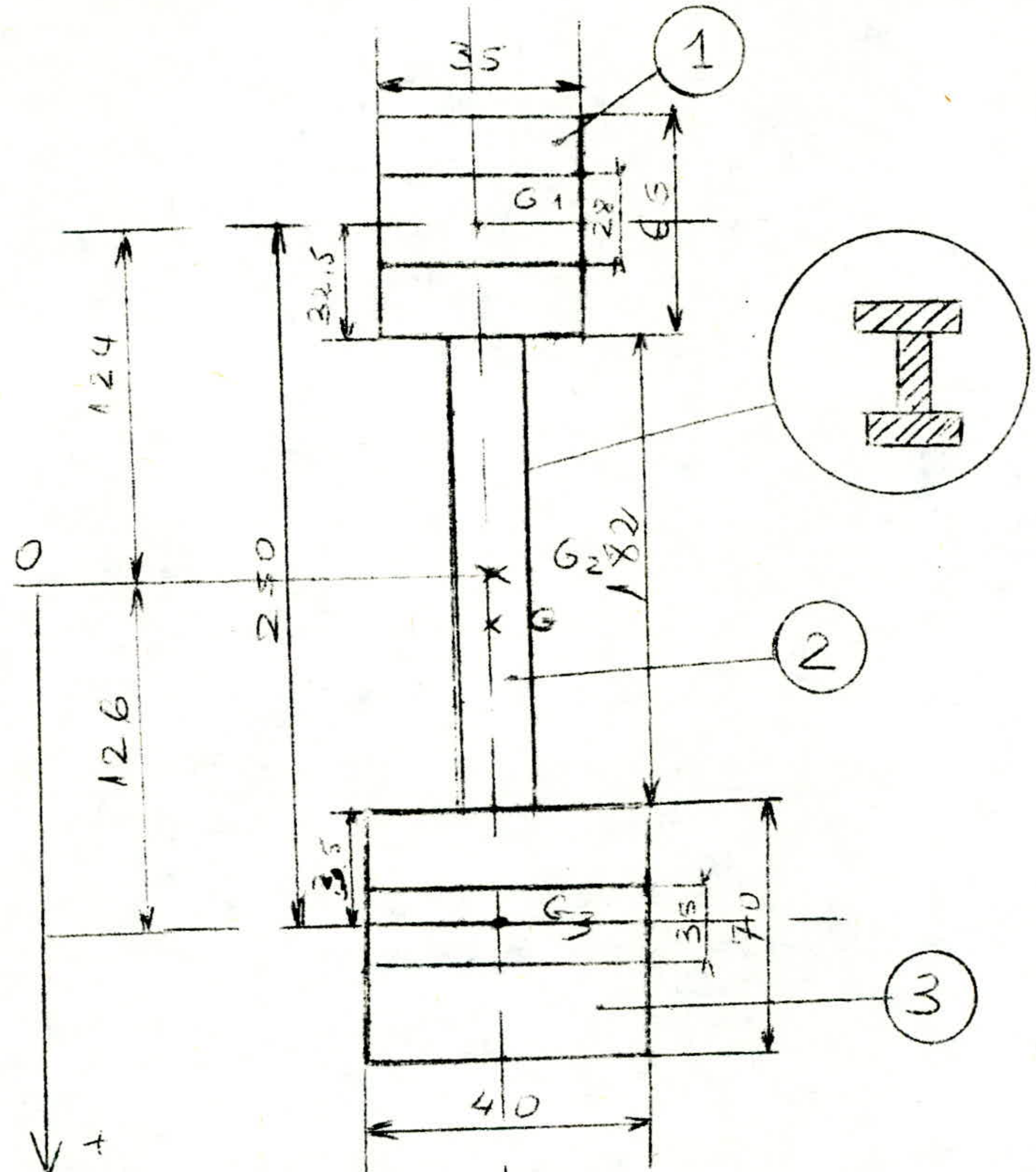
$h = 6,9 \ \mu$

il faut que les aspirités du maneton soit inférieur à $6,9 \ \mu$ ce qui veut dire que son usinage sera fait par le procédé de rectif de $Ra = 3,2 \ \mu$.

Coefficient de frottement

$$f = \frac{9,5 \sqrt{9,67 \, 10^{-8}}}{\sqrt[4]{0,8}} = \underline{0,0031}$$

CALCUL de la masse de la bielle



Volume ② corps de bielle

$S = 288\ mm^2$

pour compenser les nervures on pose $S = 350\ mm^2$

d'où $V_2 = 350 \cdot 250 = 87500\ mm^3$

Volume ① pied de bielle

$$V_1 = \frac{\pi\,(65^2 - 28^2)}{4} \times 35 = 94550\ mm^3$$

Volume ③ tête de bielle

$$V_3 = \frac{\pi\,(70^2 - 35^2)\,40}{4} + 2\ \text{volume (boulons + portée)}$$

$$= 115395 + 2 \times 27 \times 45 \times 40 = 212600\ mm^3$$

$V_3 = 212\,600\ mm^3$

d'où le volume total $V = V_1 + V_2 + V_3$

$\underline{V = 394\,650\ mm^3}$

$\rho = 7{,}8 . 10^{-6}\ kg/mm^3$

$M = \rho V$

$M = 7{,}8 . 10^{-6} \times 394650 = 3{,}077\ kg$

$\underline{M = 3{,}077\ kg}$

<u>Recherche du centre de gravité de la bielle</u>

d'après le schema simplifié de la bielle

<u>Masse du corps de bielle</u>

$M_2 = \rho V_2 = 0{,}683\ kg$

<u>Masse tête de bielle</u>

$M_3 = \rho V_3 = 1{,}659\ kg$

<u>Masse du pied de la bielle</u>

$M_1 = \rho V_1 = 0{,}735\ kg$

Soit G le centre de gravité de la bielle

Soit O ~~un~~ point quelconque.

prenons $O = G_2$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{M_1 \overrightarrow{OG_1} + M_2 \overrightarrow{OG_2} + M_3 \overrightarrow{OG_3}}{M_1 + M_2 + M_3}$$

$\overrightarrow{OG_2} = 0$

$$\overline{OG} = \frac{M_1 \overline{OG_1} + M_3 \overline{OG_3}}{M_1 + M_2 + M_3}$$

$|\overrightarrow{OG_1}| = 124$

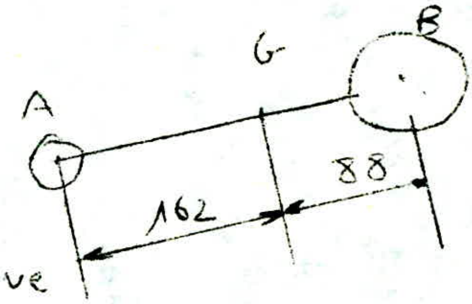
$|\overrightarrow{OG_3}| = 126$ G est du coté de la tête de bielle

$$\boxed{OG = \frac{M_3\, OG_3 - M_1\, OG_1}{M_1 + M_2 + M_3}}$$

Application Numerique

$$OG = \frac{1,659 \times 126 - 0,735 \times 124}{3,077} = \underline{38,3 \text{ mm}}$$

bielle fictive



$M = M_A + M_B$

M : masse de la bielle

M_A = masse alternative

M_B = masse rotative

$$M_A \times 162 = M_B \times 88$$

d'où le système

$$\begin{cases} M_A + M_B = M = 3,077 \text{ kg} \\ \dfrac{M_A}{M_B} = \dfrac{88}{162} \end{cases} \qquad M_A = M_B \frac{88}{162}$$

$$M_B \left(\frac{88}{162} + 1 \right) = M$$

$$\underline{M_B} = \frac{3,077}{\left(\frac{88}{162} + 1\right)} = \underline{1,994 \text{ kg}}$$

d'où $\underline{M_A = 1,083 \text{ kg}}$

<u>hauteur du film d'huile</u>

$$h = 0,33 \frac{m d}{1000} (1 - \varepsilon^2)$$

$$h = 0,33 \times 0,014 \ (1 - 0,5^2) = 0,0035 \text{ mm.}$$

$$h = 3,5 \ \mu$$

il faut que la rugosité de l'axe du piston soit inferieure à 3,5 mm

en rectification ordinaire on obtient une rugosité $Ra = 3,2 \ \mu$

<u>evaluons le coefficient de frottement</u>

$$f = \frac{9,5}{\sqrt[4]{m}} \sqrt{\frac{Z n}{P}}$$

$$f = \frac{9,5}{\sqrt[4]{0,5}} \sqrt{\frac{0,15 \cdot 2}{57,4 \cdot 10^5}} = 0,0026$$

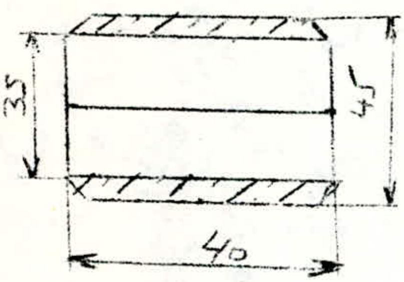
$$\underline{f = 0,0026}$$

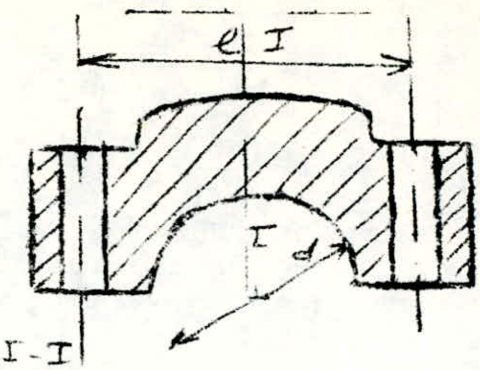
Tête de bielle

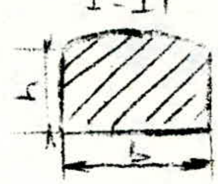
prenons comme diametre de maneton $d_m = 35$ mm

nous utiliserons un coussinet en 2 partie de diametre interieur $d_i = 35$ mm

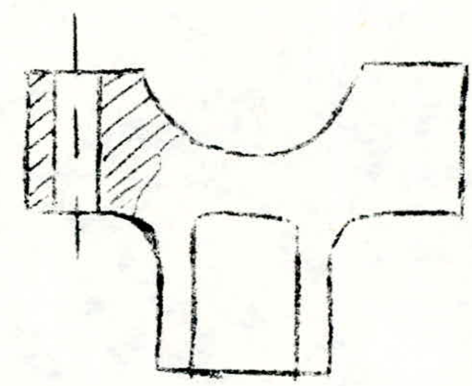
et de $d_{ext} = 45$ mm







Section I-I



Section du boulon du chapeau

chaque boulon est sollicité par $\frac{F}{2}$

Si $\sigma_e = 100$ N/mm²

alors $S = \dfrac{\pi d_B^2}{4} = \dfrac{F}{2\sigma_e}$ $\quad F = 5466$ N

d_B: ⌀ du boulon

$$d_B = \left(\frac{4F}{2\sigma_e \pi}\right)^{1/2}$$

$$d_B = \left(\frac{4 \times 5466}{2 \times 100 \times 3{,}14}\right)^{1/2} = 5{,}9 \text{ mm}$$

on prend $\underline{d_B = 10 \text{ mm}}$

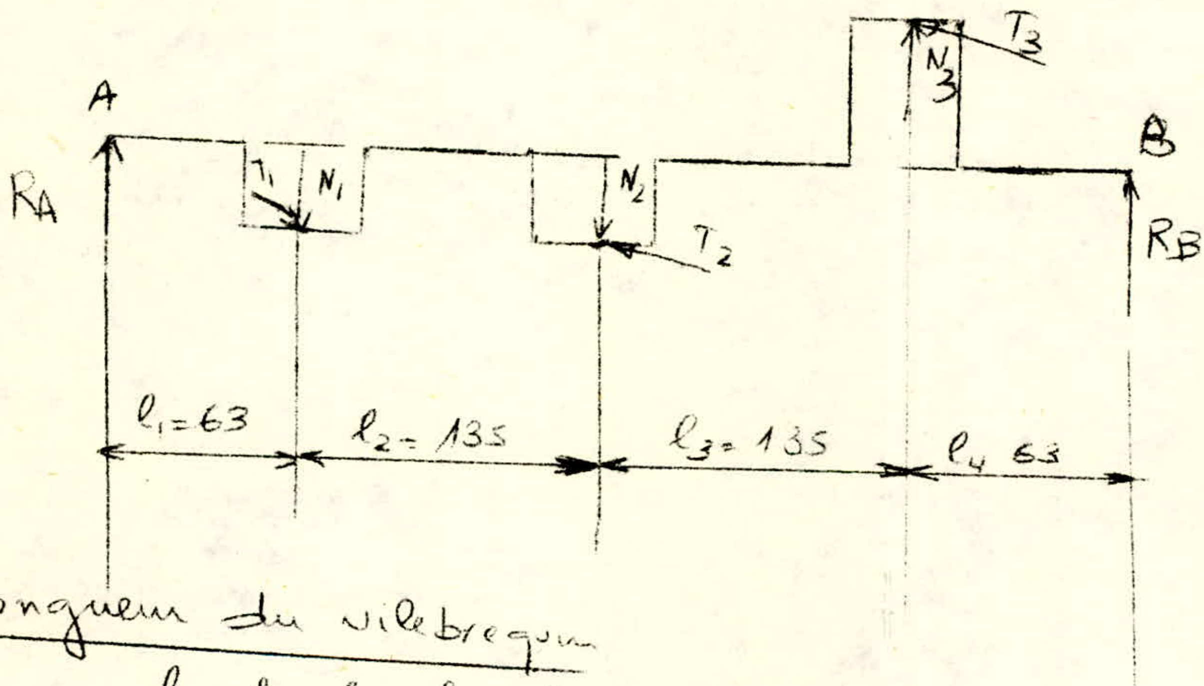
$\alpha°$	$\beta°$	Y_R (N)	$R_{(A)}$ (N)	N_R (N)	T_R (N)	C_R (Nm)
190	-2,49	5354	-232,6	-5288,9	-699,5	-43,7
200	-4,91	5368	-458,6	-5163,4	-1397,8	-87,4
210	-7,18	5391	-673,8	-4948,9	-2091,1	-130,7
220	-9,25	5418	-870,9	-4636,5	-2769,6	-173,1
230	-11,04	5445	-1042,6	-4214,6	-3323,3	-207,7
240	-12,50	5469	-1183,8	-3675,5	-4032	-252
250	-13,59	5486	-1289,2	-3015,6	-4570	-285,6
260	-14,25	5492	-1351,9	-2236,5	-5007,2	-313
270	-14,48	5486	-1371,6	-1352,4	-5311,4	-332
280	-14,25	5455	-1345,2	-385,7	-5450	-340,6
290	-13,59	5432	-1276,5	626,3	-5398,1	-337,4
300	-12,50	5391	-1166,9	1640,9	-5142,3	-321,4
310	-11,04	5346	-1023,7	2608,3	-4677,8	-292,4
320	-9,25	5300	-851,9	3479,1	-4015	-250,9
330	-7,18	5258	-657,2	4209,1	-3177,1	-198,6
340	-4,91	5225	-446,3	4759,6	-2199,8	-137,5
350	-2,49	5204	-226,1	5100,8	-1125,9	-70,7
360	0	5197	0	5216,6	0	0

Etude du vilebrequin

Le dimensionnement du vilebrequin se fait d'une façon constructive c'est à dire qu'initialement nous choisissons les dimensions (par exemple par la methode des elements proportionnels) ensuite nous les verifierons à la resistance

nous savons que le vilebrequin est soumis

- à la torsion et à la flexion (couple moteur)
- aux vibrations de flexion et de torsion



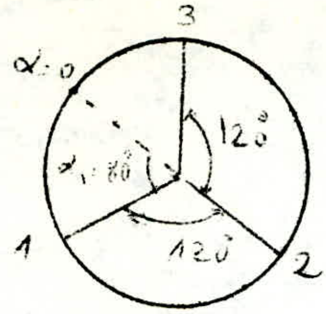
longueur du vilebrequin

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

$$l = 396\,mm$$

dimensions du vilebrequin

maneton	tourillon	flasque
$d_m = 35$ $l_m = 44$	$d_t = 30$ $l_t = 35$	$b = 20$ $h = 81$



pour $\alpha = \alpha_1 = 80°$ $T = T_{max} = 5450N$

$\alpha_1 = 80° \longrightarrow \begin{cases} T_1 = |5450| \\ N_1 = |-386| \end{cases}$

$\alpha_2 = 120 + 80° \longrightarrow \begin{cases} T_2 = |-1398| \\ N_2 = |-5163| \end{cases}$

$\alpha_3 = 80° + 120 + 120 \longrightarrow \begin{cases} T_3 = |-4015| \\ N_3 = |3479| \end{cases}$

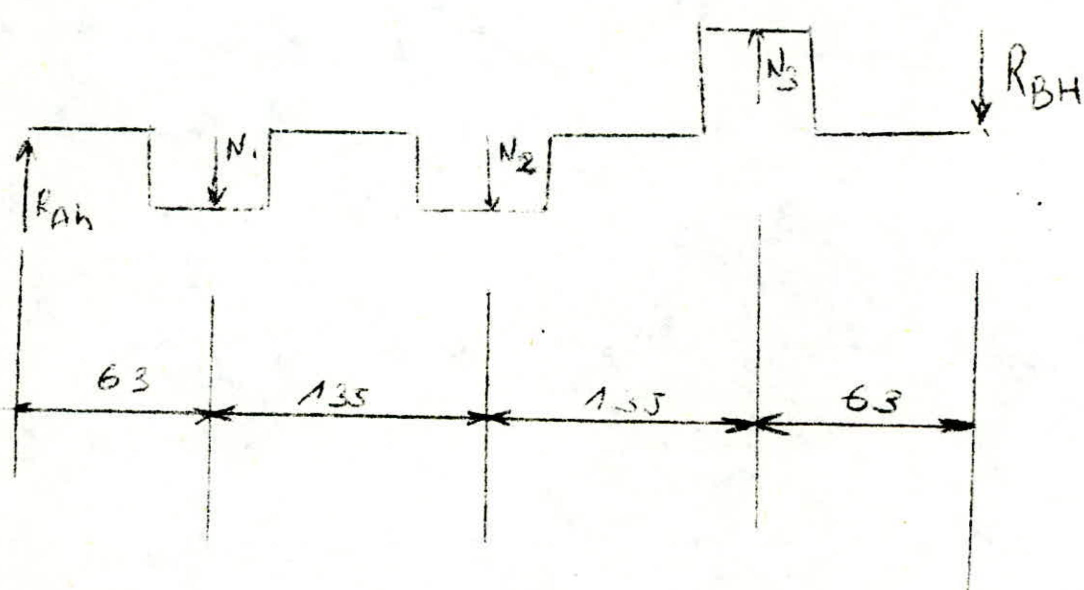
calcul des réactions R_A et R_B

Plan horizontal

$$\Sigma M_B = R_{Ah}\, l - N_1 (l - l_1) - N_2 \left(l - (l_1 + l_2)\right) + N_3\, l_4 = 0$$

$$R_{Ah} = \frac{386 \cdot 333 + 5163 \cdot 198 - 3479 \cdot 63}{396} = \underline{2353\ N}$$

$$R_{Bh} = 2353 + 3479 - 386 - 5163 = \underline{283\ N}$$



Etude des forces dynamiques

M : masse de la bielle

$M = M_A + M_B$

M_A : masse alternative

M_B : masse rotative

M_P = masse du piston + masse axe du piston

masse axe piston $= \dfrac{\pi (28^2 - 23^2)}{4} \times 110 \times 7.8\,10^{-6} = 0,259$ kg

d'où $M_P = 6,38 + 0,259 = \underline{6,64 \text{ kg}}$

dans ce cas la poussée est $F = -(M_A + M_P)\gamma_A$

$M_A + M_P = 7,72$ kg $\qquad M_B = 1,39$ kg

d'où

$$\underline{Y_i = -\frac{(M_A + M_P)\gamma_A}{\cos\beta}} \qquad \underline{R_i = -(M_A + M_P)\gamma_A \operatorname{tg}\beta}$$

de même que $\underline{T_i = -\dfrac{(M_A + M_B)\gamma_A}{\cos\beta}\sin(\alpha + \beta)}$

pour N_i on ajoute la force centrifuge dû à la masse rotative M_B

$$N_i = M_B \omega^2 R - \frac{(M_A + M_P)\gamma_A}{\cos\beta}\sin(\alpha + \beta)$$

le couple $\underline{C_i = T_i R = -\dfrac{(M_A + M_P)\gamma_A \sin(\alpha+\beta) R}{\cos\beta}}$

$\alpha°$	$\beta°$	Y_i (N)	R_i (N)	N_i (N)	T_i (N)	C_i (Nm)
0	0	-95	0	-75,4	0	0
10	2,49	-93	-4	-71,2	-20,1	-1,3
20	4,91	-86	-7,4	-58,4	-36,2	-2,3
30	7,18	-76	-9,5	-40,8	-45,9	-2,9
40	9,25	-62	-10	-20,9	-47,0	-2,9
50	11,04	-46	-8,8	-2,7	-40,2	-2,5
60	12,50	-29	-6,3	10,9	-27,7	-1,7
70	13,59	-12	-2,8	18,3	-11,9	-0,7
80	14,25	5	1,2	19,3	5,0	0,3
90	14,48	20	5,0	14,6	19,4	1,2
100	14,25	32	7,9	6,5	29,2	1,8
110	13,59	42	9,9	-3,6	35,0	2,2
120	12,50	49	10,6	-13,5	36,0	2,3
130	11,04	53	10,1	-21,6	33,3	2,1
140	9,25	56	9	-28,5	28,6	1,8
150	7,18	57	7,1	-32,9	22,1	1,4
160	4,91	57	4,9	-35,4	14,8	0,9
170	2,49	57	2,5	-36,9	7,5	0,5
180	0	57	0	-37,4	0	0

α°	β°	y_i (N)	R_i (N)	N_i (N)	T_i (N)	C_i (Nm)
190	-2,49	57	-2,5	-36,9	-7,5	-0,5
200	-4,91	57	-4,9	-35,4	-14,8	-0,9
210	-7,18	57	-7,1	-32,9	-22,1	-1,4
220	-9,25	56	-9	-28,5	-28,6	-1,8
230	-11,04	53	-10,1	-21,6	-33,3	-2,1
240	-12,50	49	-10,6	-13,5	-36,0	-2,3
250	-13,59	42	-9,9	-3,6	-35,0	-2,2
260	-14,25	32	-7,9	+6,5	-29,2	-1,8
270	-14,48	20	-5,0	14,6	-19,4	-1,2
280	-14,25	5	-1,2	19,3	-5,0	-0,3
290	-13,59	-12	2,8	18,3	11,9	0,7
300	-12,50	-29	6,3	10,9	27,7	1,7
310	-11,04	-46	8,8	-2,7	40,2	2,5
320	-9,25	-62	10	-20,9	47,0	2,9
330	-7,18	-76	9,5	-40,9	45,9	2,9
340	-4,91	-86	7,4	-58,4	36,2	2,3
350	-2,49	-93	4	-71,2	20,1	1,3
360	0	-95	0	-75,4	0	0

Forces resultantes

Action de la bielle sur le piston

$$Y_R = Y_i + Y$$

Actions du vilebrequin sur la bielle

$$N_R = N + N_i$$

$$T_R = T + T_i$$

action du cylindre sur le piston

$$R_R = R + R_i$$

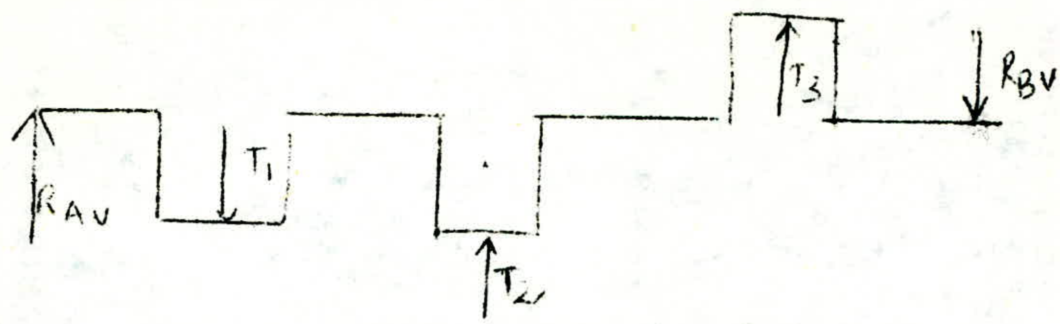
Couple resultant

$$C_R = C + C_i$$

α°	B°	Y_R (N)	R_R (N)	N_R (N)	T_R (N)	C_R (Nm)
0	0	5197	0	5216,6	0	0
10	2,49	5204	226,1	5100,8	1125,9	70,7
20	4,91	5225	446,3	4759,6	2199,8	137,5
30	7,18	5258	657,2	4209,1	3177,1	198,6
40	9,25	5300	851,9	3479,1	4015	250,9
50	11,04	5346	1023,7	2608,3	4677,8	292,4
60	12,50	5391	1166,9	1640,9	5142,3	321,4
70	13,59	5432	1276,5	625,3	5398,1	337,4
80	14,25	5455	1345,2	-385,7	5450	340,6
90	14,48	5486	1371,6	-1352,4	5311,4	332
100	14,25	5492	1351,9	-2236,5	5007,2	313
110	13,59	5486	1289,2	-3015,6	4570	285,6
120	12,50	5469	1183,8	-3675,5	4032	252
130	11,04	5445	1042,6	-4214,6	3323,3	207,7
140	9,25	5418	870,9	-4636,5	2769,6	173,1
150	7,18	5391	673,8	-4948,9	2091,1	130,7
160	4,91	5368	458,6	-5163,4	1397,8	87,4
170	2,49	5354	232,6	-5288,9	699,5	43,7
180	0	5349	0	-5329,4	0	0

D·AG 1001.12 / März 74

Plan vertical



$$\sum \mathcal{M}_B = 0 \Rightarrow R_{AV} = \frac{T_1(\ell - \ell_1) - T_2(\ell - (\ell_1 + \ell_2)) - T_3 \ell_4}{\ell}$$

$$\underline{R_{AV}} = \frac{5450 \times 333 - 1398 \cdot 198 - 4015 \cdot 63}{396} = \underline{3245\,N}$$

$$R_{BV} = R_{AV} + T_2 + T_3 - T_1$$
$$= 3245 + 1398 + 4015 - 5450 = 3208$$

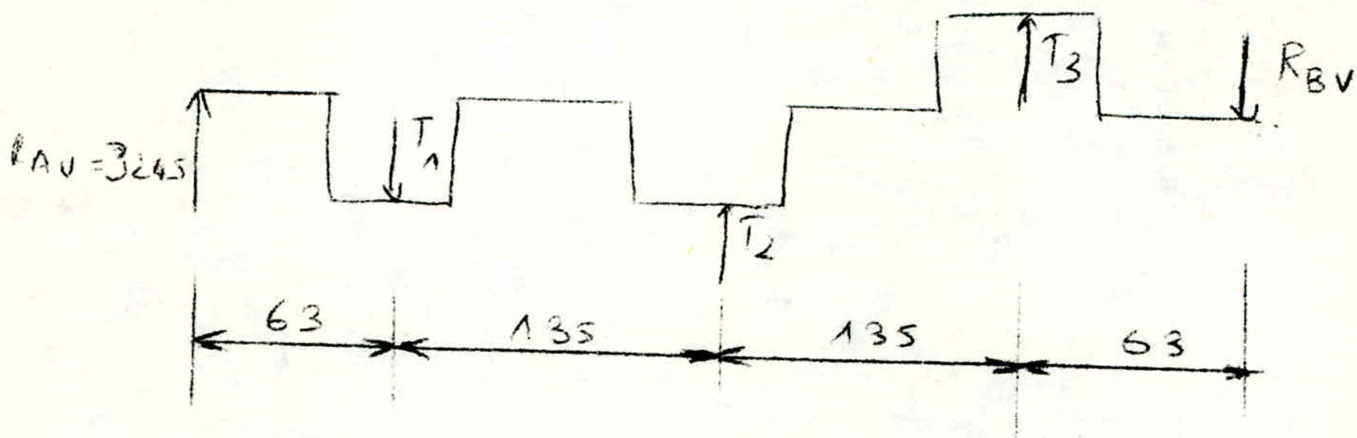
$$\underline{R_{BV} = 3208\ N}$$

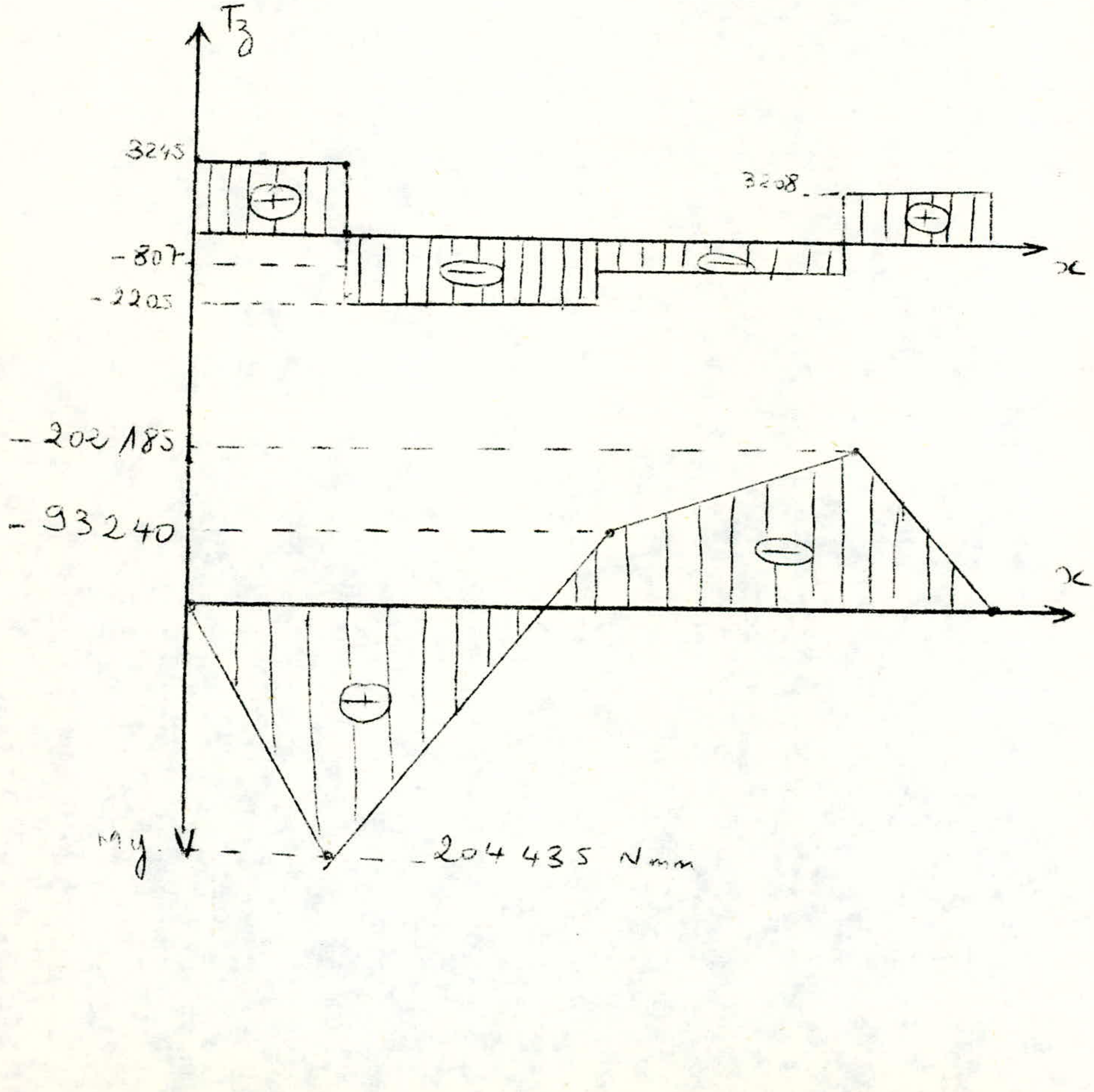
$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{Ah}^2} = \sqrt{3245^2 + 2353^2} = \underline{4008\ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{Bh}^2} = \sqrt{3208^2 + 283^2} = \underline{3220\ N}$$

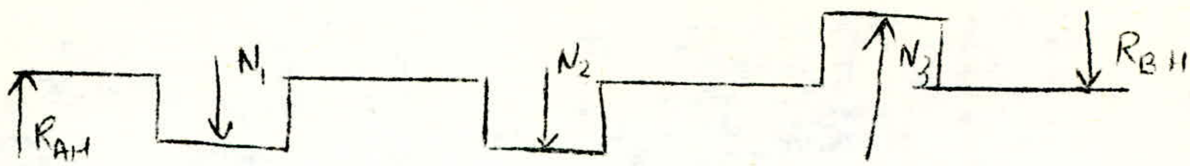
Diagramme des moments flechissant et des efforts tranchants

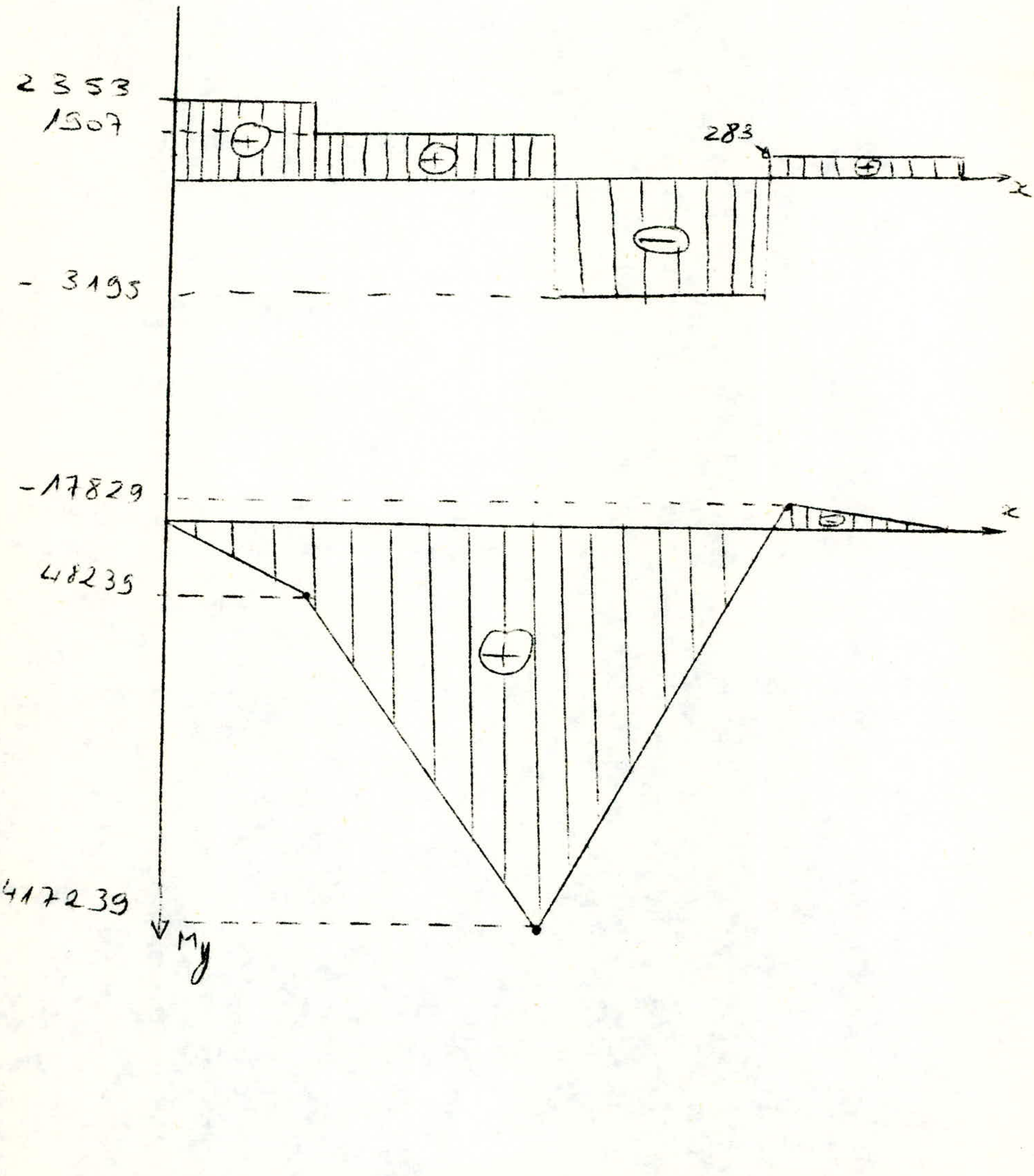
Plan vertical



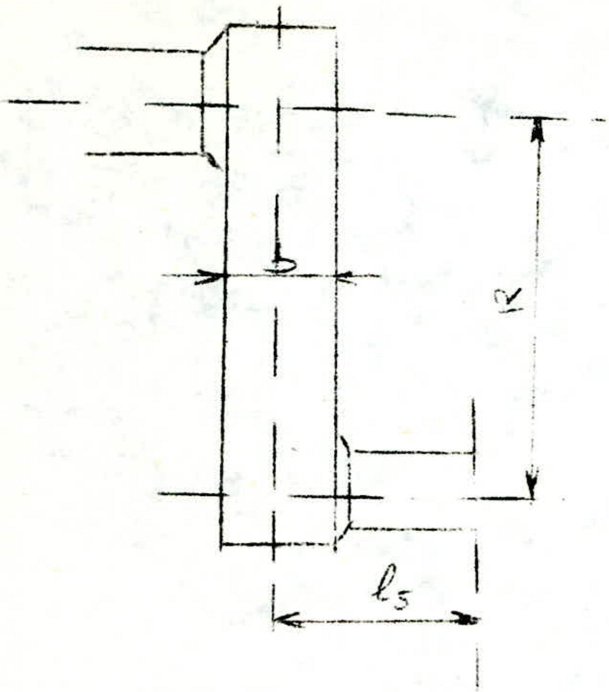


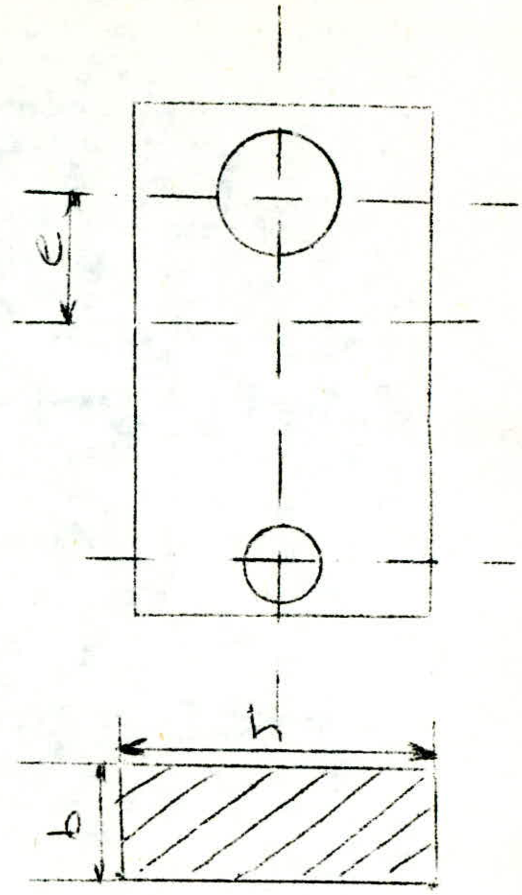
Plan horizontal





Corps de manivelle





- contrainte de flexion horizontale

$M_{fmax} = 417239$ Nmm (d'après le diagramme des moments fléchissant)

nous supposons que le corps de manivelle est soumis à ce moment

$$\sigma_{fh} = \frac{M_{fmax}}{W_1} \quad \text{avec} \quad W_1 = \frac{h\,b^2}{6}$$

$$W_1 = \frac{81 \times 20^2}{6} = 5400 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{fh} = \frac{417239}{5400} = \underline{77{,}27 \text{ N/mm}^2}$$

- contrainte de flexion verticale

$$M_{fv} = R_{AV}(R - e) = W_2\,\sigma_{fv}$$

M_{fv} est maximum si $e = \frac{dt}{2} = 15$ mm

$$M_{fv} = 2353\,(62{,}5 - 15) = 111767 \qquad W_2 = \frac{b\,h^2}{6}$$

$$W_2 = \frac{bh^2}{6} = \frac{20 \cdot 81^2}{6} = 21870 \text{ mm}^3$$

$$\underline{\sigma_{fv}} = \frac{111767}{21870} = \underline{5,11 \text{ N/mm}^2}$$

<u>Contrainte dû à la torsion</u>

M_t par rapport à un flasque $= \tau_t W_t$

$M_t = M_f$ (diagramme plan vertical)

$M_{t\,max} = M_{fv\,max} = 204185$ Nmm

$$W_t = \frac{2}{9} b^2 h$$

(resultat recueillis de Mashinenelemente 6)

$$W_t = \frac{2}{9} \cdot 20^2 \cdot 81 = 7200 \text{ mm}^3$$

d'où

$$\tau_t = \frac{204185}{7200} = \underline{28,36 \text{ N/mm}^2}$$

<u>Contrainte de compression</u>

$$\sigma_c = \frac{N}{bh} \qquad N_R = N_{R\,max} = 5329 \text{ N}.$$

$$\underline{\sigma_c} = \frac{5329}{20 \cdot 81} = \underline{3,29 \text{ N/mm}^2}$$

<u>Contrainte globale</u>

d'apres Maschinenelemente 6

$$\sigma_g = \sigma_{fh} + \sigma_{fv} + \sigma_c = \underline{85,67 \text{ N/mm}^2}$$

Contrainte idéale

d'après Mashinenelemente 6

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_g^2 + 3(\alpha_o \tau_t)^2}$$

α_o dépend du matériau, dans notre cas nous pouvons prendre $\alpha_o \simeq 1$

d'où $\sigma_i = \sqrt{\sigma_g^2 + 3\,\tau_t^2}$

$$\sigma_i = \sqrt{85{,}67^2 + 3\ 28{,}36^2}$$

$$\underline{\sigma_i = 98{,}75 \ N/mm^2}$$

nous choisirons un acier pour vilebrequin de

$R_p > K.\sigma_i$ $K = 9$ coeff de sécurité

soit $R_p = 930 \ N/mm^2$ acier au Nickel Chrome le <u>35 NC6</u> H 850° Revenu 550°

Etude des tourillons

tourillon A

Pression diamétrale

$$p = \frac{R_A}{l_t\ d_t} = \frac{4008}{30\ 35} = 3{,}82 \ N/mm^2$$

graissage par film d'huile

Coefficient S de Narkuet

$Z = 0{,}15 \ N.s/m^2$

$$S = 10^8 \ \frac{0{,}15 \times 2}{3{,}82\,10^6} = 7{,}85$$

valeur éloignée de (15), valeur critique le film d'huile est stable

$$\begin{cases} \varepsilon = 0,5 \\ S = 7,85 \end{cases} \Longrightarrow m = 0,8$$

jeu $\quad j = \frac{md}{1000} = \frac{0,8 \times 30}{1000} = \underline{0,024}$

hauteur du film d'huile

$h = 0,33 \cdot 0,024 \cdot 0,75 = 5,94\ \mu$

il faut que $Ra < 5,94\ \mu$. d'où rectification ordinaire ($Ra = 3,2\ \mu$)

coefficient de frottement

$$f = \frac{9,5}{\sqrt[4]{m}} \sqrt{10^8\ S}$$

$$f = \frac{9,5}{\sqrt[4]{0,8}} \sqrt{10^8\ 7,85} = \underline{0,0028}$$

Tourillon B

Pression diamétrale

$p = \frac{R_B}{l_i\ d_i} = \frac{3220}{30 \cdot 35} = \underline{3,07\ N/mm^2}$

graissage par film d'huile

coefficient S de Marlinet

$S = 10^8 \frac{Z\ n}{p} = 10^8 \cdot \frac{0,15 \times 2}{3,07 \cdot 10^6} = \underline{9,77}$

valeur éloignée de la valeur critique donc le film d'huile est stable

$\begin{cases} \varepsilon = 0,5 \\ S = 9,77 \end{cases}$ d'après le tableau liant (ε, S, m) on lit $\underline{m = 0,9}$

d'où le jeu $j = \dfrac{m\,d}{1000}$

$$j = \frac{0,9 \times 30}{1000} = \underline{0,027}$$

<u>hauteur du film d'huile</u>

$h = 0,33 \times 0,027 \times 0,75$

$\underline{h = 6,6\ \mu}$

il faut que l'état de surface du tourillon soit $Ra < 6,6\ \mu$

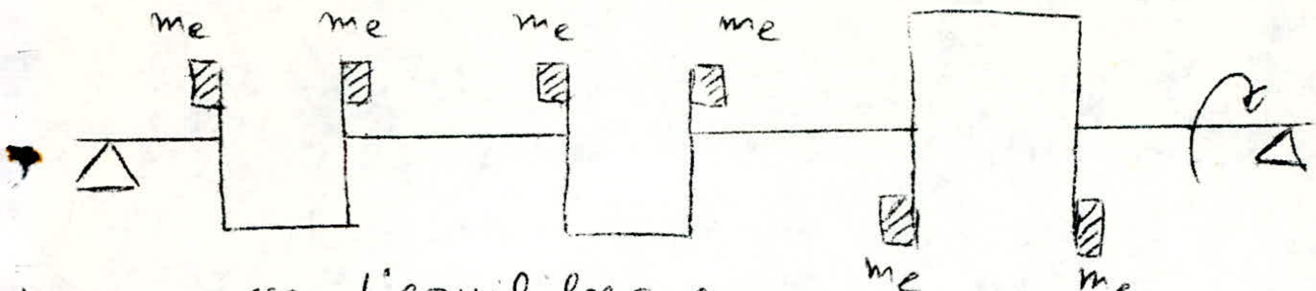
comme pour le premier tourillon on rectifie ce dernier d'où $Ra = 3,2\ \mu$

<u>coefficient de frottement</u>

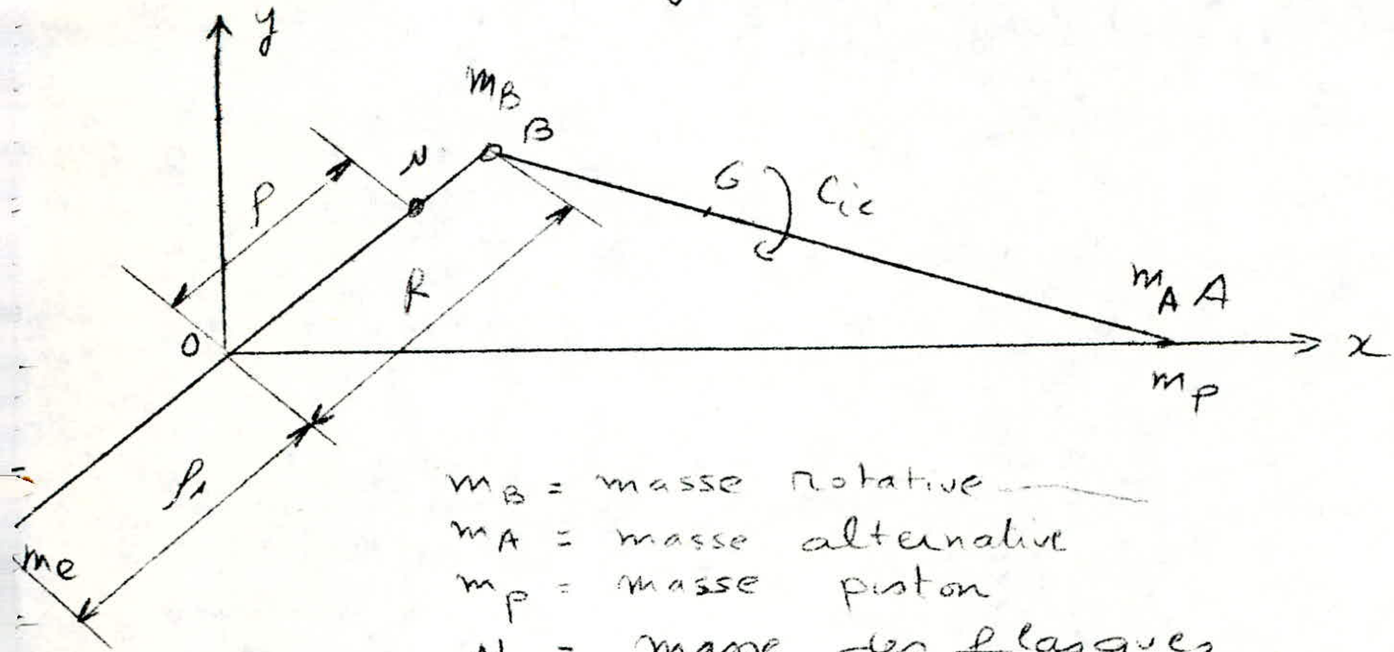
$$f = \frac{9,5}{\sqrt{m}} \sqrt{10^8 \cdot S}$$

$$f = \frac{9,5}{\sqrt{9}} \sqrt{10^8 \cdot 9,77} = \underline{0,003}$$

Equilibrage du vilebrequin



me : masse d'equilibrage



m_B = masse rotative
m_A = masse alternative
m_P = masse piston
N = masse des flasques

suivant l'axe des x la force d'inertie est

$$-(m_P + m_A)x'' = -(m_P + m_A)\omega^2 R \cos\left(\omega t + \frac{\cos 2\omega t}{4}\right)$$

en B la force d'inertie centrifuge tourne avec B

$$-(N' + m_B)\omega^2 R \qquad \text{avec } N' = N\frac{\rho}{R}$$

notre bielle est dessinée tel que le couple resultant soit faible d'où le couple correcteur faible

projetons les forces d'inerties par rapport à OX

$$-(m_P + m_A)\omega^2 R\left(\cos\omega t + \frac{\cos 2\omega t}{4}\right) - (N' + m_B)\omega^2 R\cos\omega t$$

par rapport à OY

$$-(N' + m_B)\omega^2 R \sin\omega t$$

en placant une masse d'equilibrage me à

une distance $OE = \rho_1$ sur le prolongement de OB on obtient une force centrifuge

$-m_e \omega^2 \rho_1$

en projection par rapport à OX

$$\boxed{X = -(m_p + m_A + m_B + N')\,\omega^2 R \cos\omega t - (m_p + m_A)\,\omega^2 R \frac{\cos 2\omega t}{4} + m_e\,\omega^2 \rho_1 \cos\omega t}$$

en projection par rapport à OY

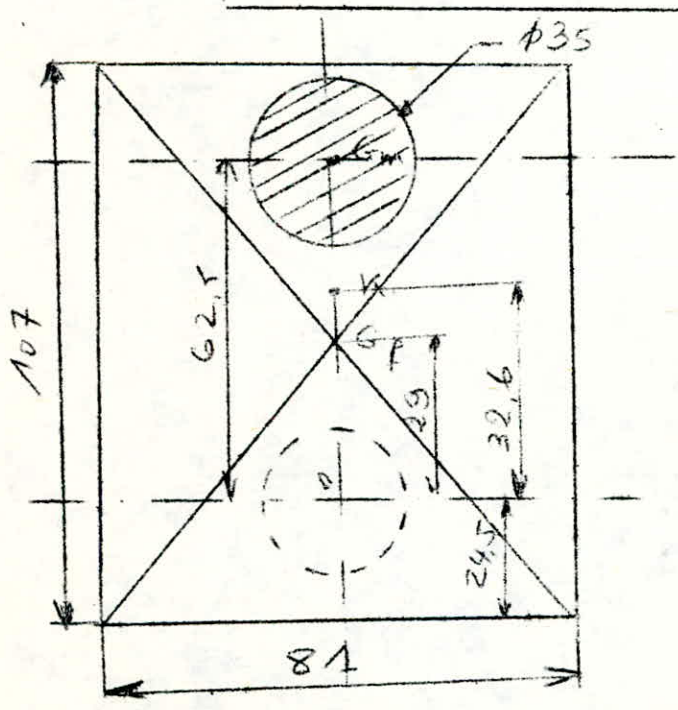
$$\boxed{Y = -(N' + m_B)\,\omega^2 R \sin\omega t + m_e\,\omega^2 \rho_1 \sin\omega t}$$

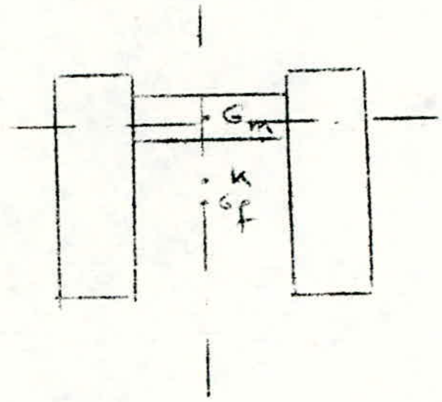
il n'est pas possible d'annuler en même temps X et Y

on cherche m_e et ρ_1 pour que X se réduise à

$$-(+m_p + m_A)\,\omega^2 R \frac{\cos 2\omega t}{4}$$ qui est très faible

d'où $$\boxed{m_e\,\rho_1 = (m_p + m_A + m_B + N')\,R}$$





masse manéton

$$m_m = \frac{\pi\, 35^2}{4} \cdot 44 \times 7{,}8\, 10^{-6} = 0{,}330 \text{ kg}$$

masse des 2 flasques

$$m_f = 107 \times 81 \times 20 \times 2 \times 7{,}8\, 10^{-6} = 2{,}704 \text{ kg}$$

Cherchons le CDG de l'ensemble (flasques + manéton)

$$(m_f + m_m)\, OK = m_f\, OG_f + m_m\, OG_m$$

$$OK = \frac{m_f\, OG_f + m_m\, OG_m}{m_f + m_m}$$

$$OK = \frac{2{,}704 \times 29 + 0{,}330 \times 62{,}5}{2{,}704 + 0{,}330} = 32{,}6 \text{ mm}$$

$$\underline{OK = 32{,}6 \text{ mm}}$$

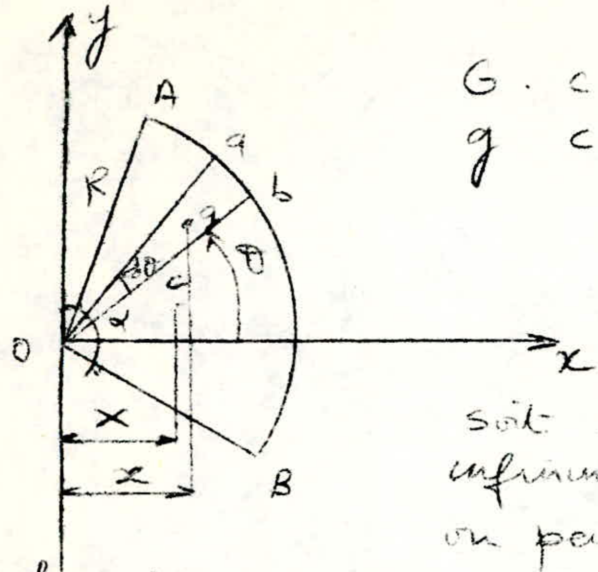
$OK = \rho = 32{,}6$

$N = m_f + m_m = 3{,}034$ kg

d'où $N' = \frac{N \rho}{R} = \frac{3{,}034 \times 32{,}6}{62{,}5} = 1{,}5\cancel{88}$ kg

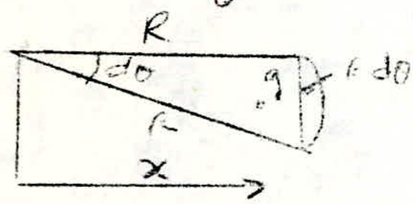
$$\underline{N' = 1{,}583 \text{ kg}}$$

centre de gravité d'un secteur



G . cdG du secteur OAB
g cdG du secteur Oab

soit l'élement de secteur Oab infiniment petit
on peut l'assimiler à un triangle d'angle $d\theta$ positionné à θ de l'axe Ox



$$\text{Aire} = R^2 \frac{d\theta}{2} = dA$$

et l'abscisse de son cdG est

$$x = \frac{2}{3} R \cos\theta$$

Or l'abscisse du CdG du secteur OAB est

$$X = \frac{\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\alpha/2} x\, dA}{\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} dA}$$

$$\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} dA = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \frac{R^2 d\theta}{2} = \frac{R^2}{2}\,\theta\Big]_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} = \underline{\frac{R^2}{2}\alpha}$$

$$\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} x\, dA = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{3} R\cos\theta\, \frac{R^2}{2} d\theta = \frac{R^3}{3}\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos\theta\, d\theta = \frac{R^3}{3}\Big[\sin\theta\Big]_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{R^3}{3}\left(\sin\frac{\alpha}{2} - \sin\left(-\frac{\alpha}{2}\right)\right) = \frac{R^3}{3} \times 2\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} x\, dA = \underline{\frac{2R^3}{3}\sin\frac{\alpha}{2}}$$

d'où $X = \dfrac{\frac{2R^3}{3}\sin\alpha}{\frac{R^2}{2}\alpha}$

$$\boxed{X = \frac{4R}{3\alpha}\sin\frac{\alpha}{2}}$$

pour un demi cercle $\alpha = \pi$

d'où $\boxed{X = \dfrac{4R}{3\pi}}$

dans notre cas $R = 90,5$

$$X = \frac{4 \times 90,5}{3 \cdot 3,14} = \underline{38,42}\ mm$$

Calcul de la masse d'equilibrage

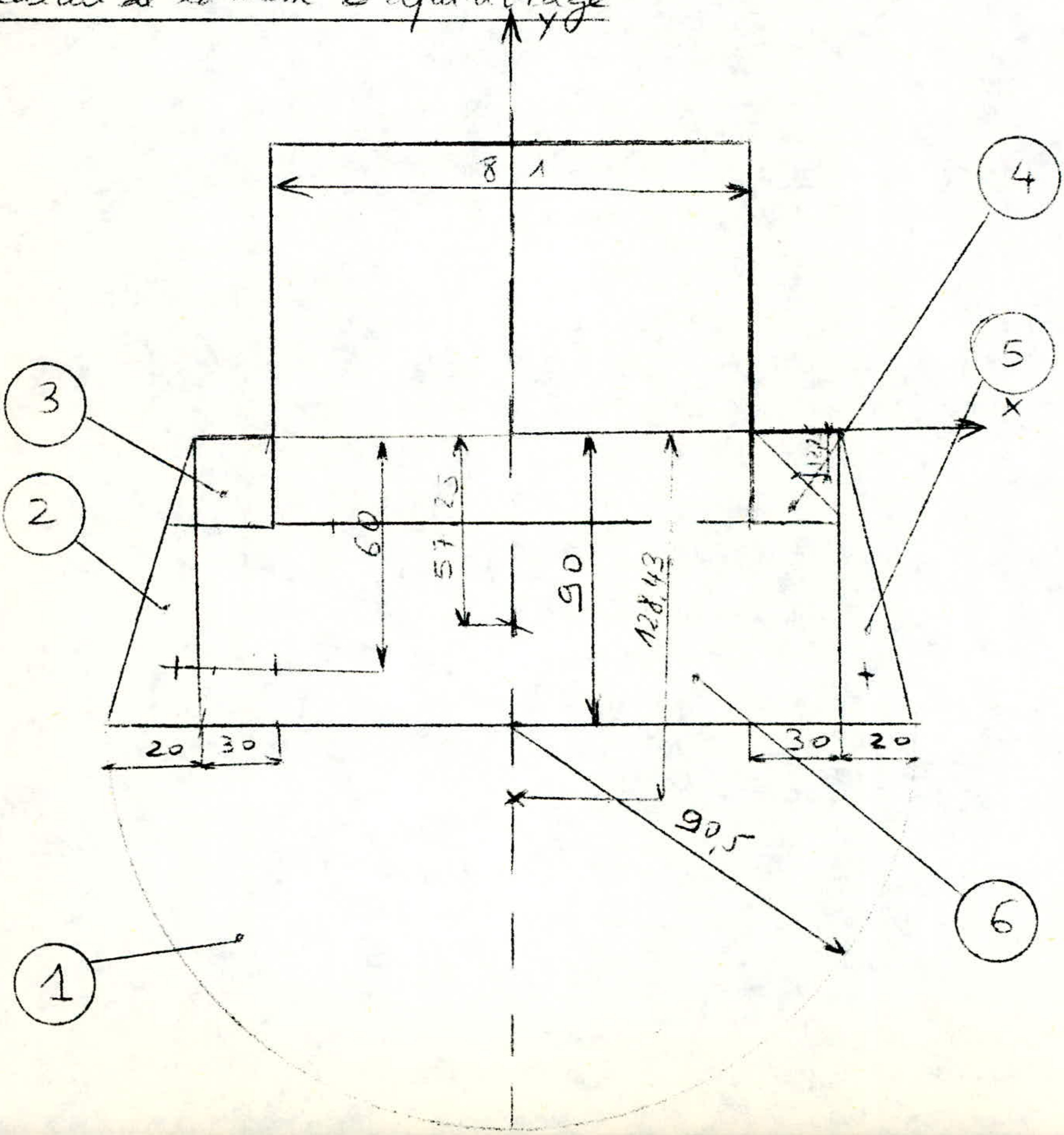


Figure et repere	Aire (mm²)	distance du CDG à l'axe OX	moment par rapport à OX
½ cercle ①	12859	-128,43	-1651442
triangle ②	900	-60	-54000
rectangle ③	735	-12,25	-9004
rectangle ④	735	-12,25	-9004
triangle ⑤	900	-60	-54000
rectangle ⑥	9235	-57,25	-528732

Σ aires = 25364 , Σ Moment/x = - 2306182

le centre de gravité de la masse d'equilibrage est situé à une distance f_1 de l'axe Ox

$$f_1 = \frac{\Sigma \text{ Moment}/x}{\Sigma \text{ aires}} = \left| \frac{-2306182}{25364} \right|$$

$f_1 = 90{,}9$ mm

calculons la masse d'equilibrage

$$m_e = \frac{(m_p + m_A + m_B + N')R}{f_1}$$

m_p = (masse piston + masse axe piston) = 6,64 kg
m_A = 1,083 kg m_B = 1,994 kg N' = 1,583 kg
R = 62,5 mm

$m_e = 7{,}770$ kg pour tout l'embiellage

Pour un flasque $m_e = \frac{7770}{2} = \underline{3,885 \text{ kg}}$

<u>epaisseur de la masse d'equilibrage</u>

$m_e = \rho A b'$

A = Aire $= 25364 \text{ mm}^2$

$\rho = 7.8\,10^{-6} \text{ kg/mm}^3$

$b' = \frac{m_e}{\rho . A}$

$b' = \frac{3,885}{7,8\,10^{-6} . 25364} = \underline{1964 \text{ mm}}$

<u>calculons l'erreur commise si $b = b' = 20$ mm</u>

$e = b - b'$

$m = e \rho A$

$\text{erreur} = \frac{e \rho A \times 100}{m_e} = \%$

$e = 20 - 19,64 = 0,36 \text{ mm}$

$\text{erreur} = \frac{0,36 \times 7,8 . 10^{6} \times 25364 \times 100}{3,885}$

$\underline{\text{erreur} = 1,84\,\%}$

on on tolère une erreur de l'ordre de 5 %
donc il est plus commode pour la fabrication
de prendre $\underline{b = b' = 20 \text{ mm}}$

Regulation

Volant d'inertie

e volant d'inertie est utilisée pour emmagasiner s exès d'energie, $(C_m - C_r) > 0$, pour es restituer lors des deficits $(C_m - C_R < 0)$ il évite ainsi le fonctionnement par à coups. Dans notre problème : la disposition des plongeurs à $120°$ et la faible vitesse de rotation ($\omega = 12{,}56$ rad/s) font que le couple resultant est très faible ce qui nous donne un volant de dimensions très faibles même negligeables d'où l'on omet l'etude du volant.

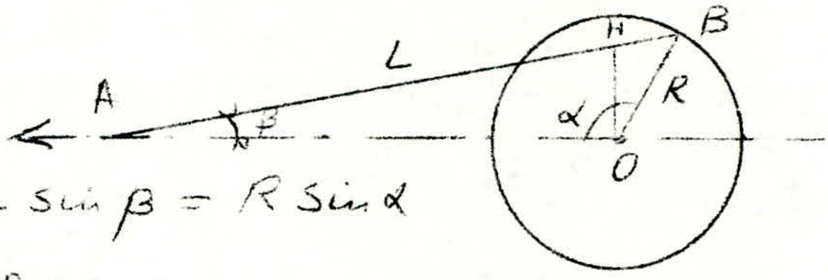
cloche à air

lle est utilisée dans le but de regulariser ecoulement du fluide refoulé.
Nous devons construire une cloche à air capable de contenir les forts debits pour cela etudions la courbe : debit $= f(\alpha)$
on sait que le debit instantanné $q_v = \frac{dV}{dt} = S_p \frac{dx}{dt}$

V : volume   Sp : surface du piston

or $\frac{dx}{dt} = \omega \overline{OH}$

$OH = L \sin\beta$



$\frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\alpha}{L} \Rightarrow L\sin\beta = R\sin\alpha$

d'où $\quad q_v = S_p\,\omega R \sin\alpha$

debit moyen

$q_{v\,moy} = S_p \; C_{moy}$.

or $C_{moy} = 0{,}5 \; m/s$.

donc $q_{v\,moy} = \frac{\pi \; 67^2}{4} 10^{-6} \times 0{,}5 = 17{,}6 \; 10^{-4} \; m^3/s$

la cloche à air est concue uniquement pour regulariser l'ecoulement du fluide refoulé.

notons $q_v > 0$ pour le refoulement

$q_v < 0$ pour l'aspiration

hachurons la partie au dessus de $q_v = q_{v\,moyen}$ qui represente l'exés de fluide et la partie au dessous de $q_v = q_{v\,moyen}$ qui represente le deficit de fluide

par planimetrie on mesure les 2 aires hachurées on fait la difference et on obtient

$A = 36 - 3 = 33 \; cm^2$

$1 cm^2 = 3 \; 10^{-4} \cdot \frac{20\pi}{180} = 1{,}046 \; 10^{-4} \; m^3 = 1{,}046 \; 10^{-1}$ litre

d'où le volume minimum de la cloche

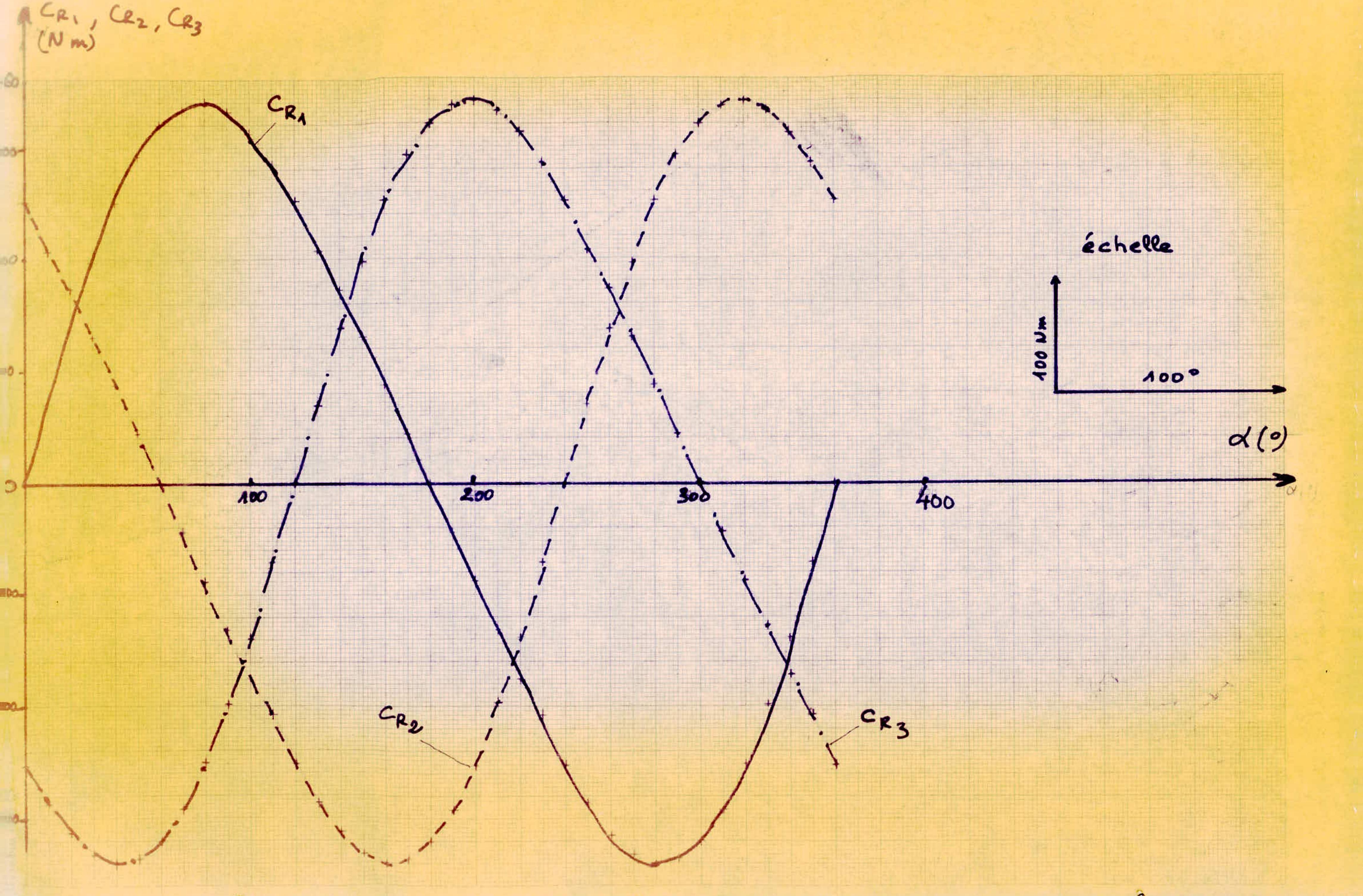
$V_{min} = 33 \times 0{,}1046 = 3{,}465$ litres

nous dessinerons une cloche à aire de volume V

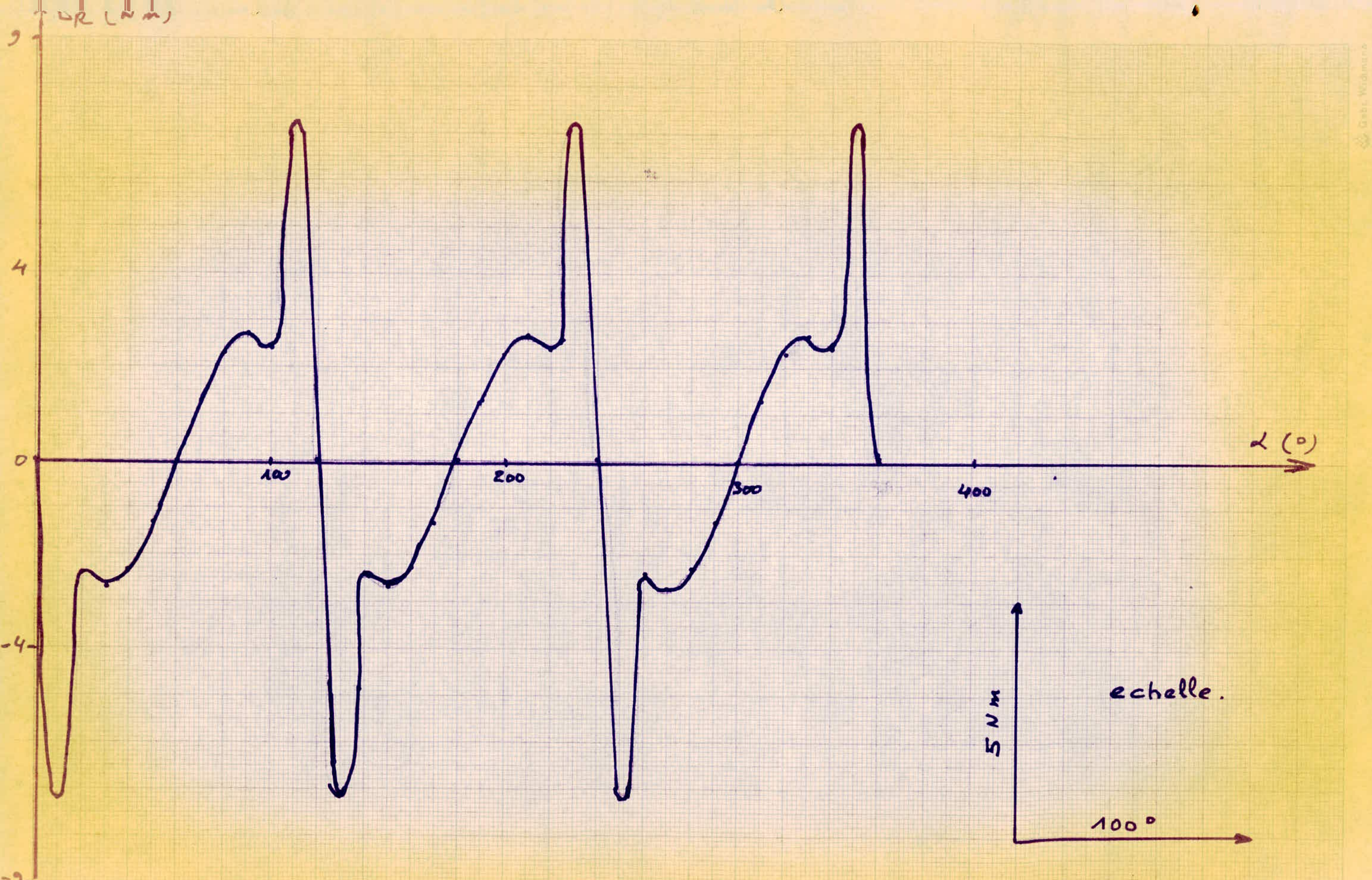
$V > V_{min}$

$\alpha°$	C_{R1} (Nm)	C_{R2} (Nm)	C_{R3} (Nm)	C_R (Nm)
0	0	252	-252	0
10	70,7	207,7	-285,6	-7,2
20	137,5	173,1	-313	-2,4
30	198,6	130,7	-332	-2,7
40	250,9	87,4	-340,6	-2,3
50	292,4	43,7	-337,4	-1,3
60	321,4	0	-321,4	0
70	337,4	-43,7	-292,4	1,3
80	340,6	-87,4	-250,9	2,3
90	332	-130,7	-198,6	2,7
100	313	-173,1	-137,5	2,4
110	285,6	-207,7	-70,7	7,2
120	252	-252	0	0
130	207,7	-285,6	70,7	-7,2
140	173,1	-313	137,5	-2,4
150	130,7	-332	198,6	-2,7
160	87,4	-340,6	250,9	-2,3
170	43,7	-337,4	292,4	-1,3
180	0	-321,4	321,4	0

$\alpha°$	C_{R1} (Nm)	C_{R2} (Nm)	C_{R3} (Nm)	C_R (N·m)
190	-43,7	-292,4	337,4	1,3
200	-87,4	-250,9	340,6	2,3
210	-130,7	-198,6	332	2,7
220	-173,1	-137,5	313	2,4
230	-207,7	-70,7	285,6	7,20
240	-252	0	252	0
250	-285,6	70,7	207,7	-7,2
260	-313	137,5	173,1	-2,4
270	-332	198,6	130,7	-2,7
280	-340,6	250,9	87,4	-2,3
290	-337,4	292,4	43,7	-1,3
300	-321,4	321,4	0	0
310	-292,4	337,4	-43,7	1,3
320	-250,9	340,6	-87,4	2,3
330	-198,6	332	-130,7	2,7
340	-137,5	313	-173,1	2,4
350	-70,7	285,6	-207,7	7,2
360	0	252	-2.52	0



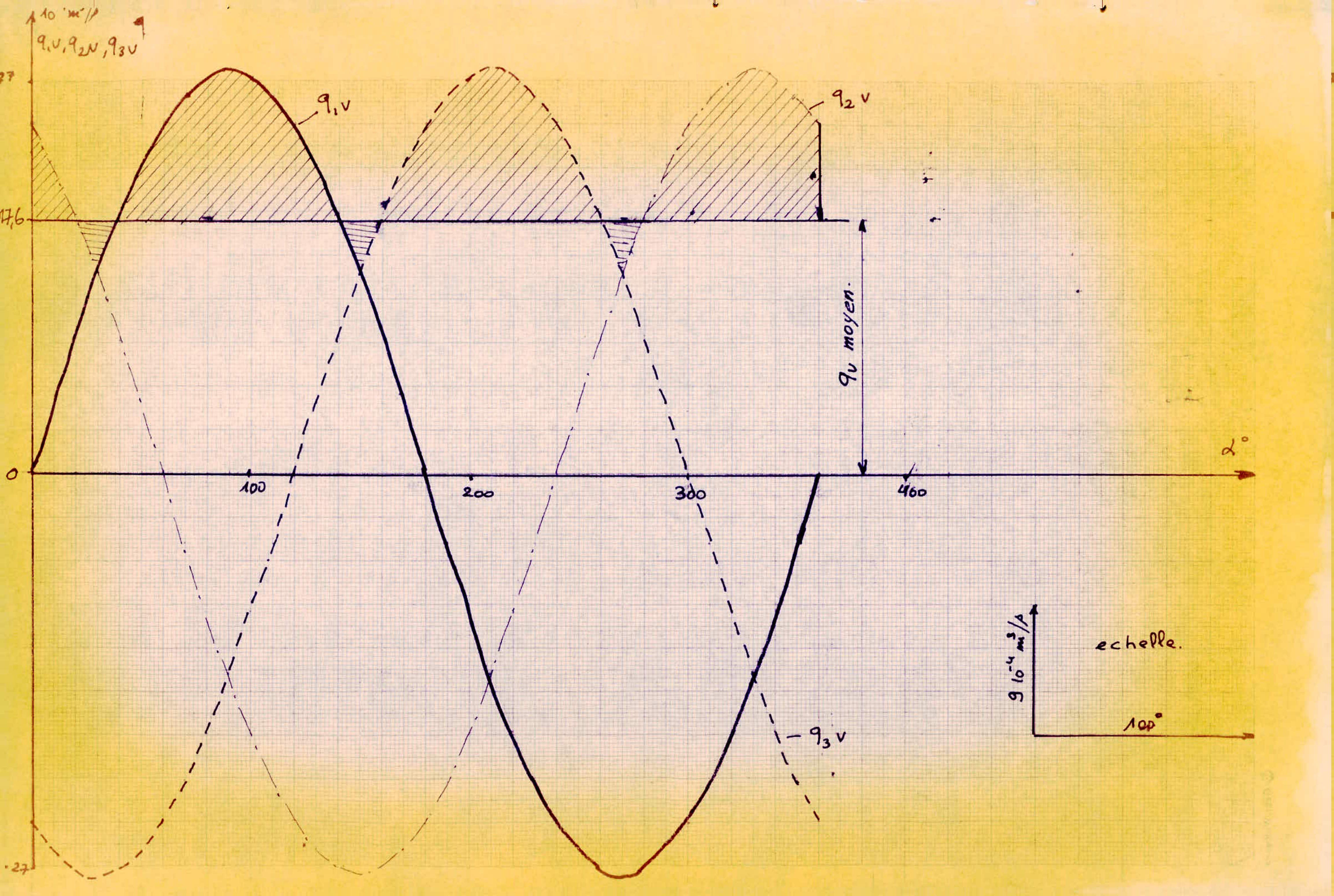
CR1 , CR2 , CR3
(N m)
CR1
CR2
CR3
échelle
100 Nm
100°
α (°)
100
200
300
400



9
4
0
-4
-9
100
200
300
400
α (°)
5 Nm
100°
echelle.

$\alpha°$	$\sin\alpha$	$q_v \cdot (10^{-4}\ m^3/s)$	$\alpha°$	$\sin\alpha$	$q_v \cdot (10^{-4}\ m^3/s)$
0	0	0	190	-0,174	-4,8
10	0,174	4,8	200	-0,342	-9,5
20	0,342	9,5	210	-0,500	-13,8
30	0,500	13,8	220	-0,643	-17,8
40	0,643	17,8	230	-0,766	-21,2
50	0,766	21,2	240	-0,866	-24,0
60	0,866	24,0	250	-0,940	-26,0
70	0,940	26,0	260	-0,985	-27,2
80	0,985	27,2	270	-1	-27,7
90	1	27,7	280	-0,985	-27,2
100	0,985	27,2	290	-0,940	-26,0
110	0,940	26,0	300	-0,866	-24,0
120	0,866	24,0	310	-0,766	-21,2
130	0,766	21,2	320	-0,643	-17,8
140	0,643	17,8	330	-0,500	-13,8
150	0,500	13,8	340	-0,342	-9,5
160	0,342	9,5	350	-0,174	-4,8
170	0,174	4,8	360	0	0
180	0	0			

α^0	q_{1V} (10^{-4} m^3/s)	q_{2V} (10^{-4} m^3/s)	q_{3V} (10^{-4} m^3/s)	α^0	q_{1V} (10^{-4} m^3/s)	q_{2V} (10^{-4} m^3/s)	q_{3V} (10^{-4} m^3/s)
0	0	24,0	-24,0	190	-4,8	-21,2	26,0
10	4.8	21,2	-26,0	200	-9,5	-17,8	27,2
20	9,5	17,8	-27,2	210	-13,8	-13,8	27,7
30	13,8	13,8	-27,7	220	-17,8	-9,5	27,2
40	17,8	9,5	-27,2	230	-21,2	-4,8	26,0
50	21,2	4,8	-26,0	240	-24,0	0	24,0
60	24,0	0	-24,0	250	-26,0	4,8	21,2
70	26.0	-4,8	-21,2	260	-27,2	9,5	17,8
80	27.2	-9,5	-17,8	270	-27,7	13,8	13,8
90	27.7	-13,8	-13,8	280	-27,2	17,8	9,5
100	27,2	-17,8	-9,5	290	-26,0	21,2	4,8
110	26,0	-21,2	-4,8	300	-24,0	24,0	0
120	24,0	-24,0	0	310	-21,2	26,0	-4,8
130	21,2	-26,0	4,8	320	-17,8	27,2	-9,5
140	17,8	-27,2	9,5	330	-13,8	27,7	-13,8
150	13,8	-27,7	13,8	340	-9,5	27,2	-17,8
160	9,5	-27,2	17,8	350	-4,8	26,0	-21,2
170	4,8	-26,0	21,2	360	0	24,0	-24,0
180	0	-24,0	24,0				



q₁v, q₂v, q₃v
27
17,6
0
-27
q₁v
q₂v
q₃v
qv moyen.
α°
100
200
300
400
echelle.
100°

- La pompe sera disposée horizontalement (pistons), le graissage de ses elements sera fait par borbotage de même pour le reducteur

- L'etancheite piston cylindre sera assurée par presse etoupe dont les dimensions sont normalisées d'aprés Gemmard.

- les ressorts de la boite à clapets assurent l'etancheite clapet - siege en exerçant une force $(F - F_o)$

Conclusion

L'etude du projet est incomplète, il fallait etudier en plus le bati, revoir l'etancheité pour la determination du rendement volumetrique η_v, estimer les differents rendement $\eta_{reducteur}$ et $\eta_{bielle\ manivelle}$ ect.. pour determiner le rendement mécanique, estimer $\eta_{hydraulique}$ ainsi on pourrait determiner la puissance necessaire que doit fournir le moteur electrique d'entrainement.

Il serait souhaitable que ce projet soit completé à l'avenir par une etude d'installation (tuyauterie crepine ect...) pour une eventuelle utilisation

Suggestion

il serait interessant pour les etudiants de AP1, AP2 de rediger leurs mini-projets et de les faire tirer pour les familiariser avec les grands problèmes de tirage (stencils, frappe, ronéo) comme ça ils sauront à quoi s'attendre.

table des matieres

BIBLIOGRAPHIE

F. Bernard, A.-L. Tourancheau, A. Bru — Elements de construction T1

R. Prudhomme, A.-L. Tourancheau, A. Kergoat — Elements de construction T3

F. Bernard, A. Bru — Element de construction T4

F. Bernard, L. Vivier — Element de construction T5

F. Bernard, A.-L. Tourancheau, L. Vivier — Elements de construction T6

L. Geminard, F. Gros la Faige — Construction mécanique T2

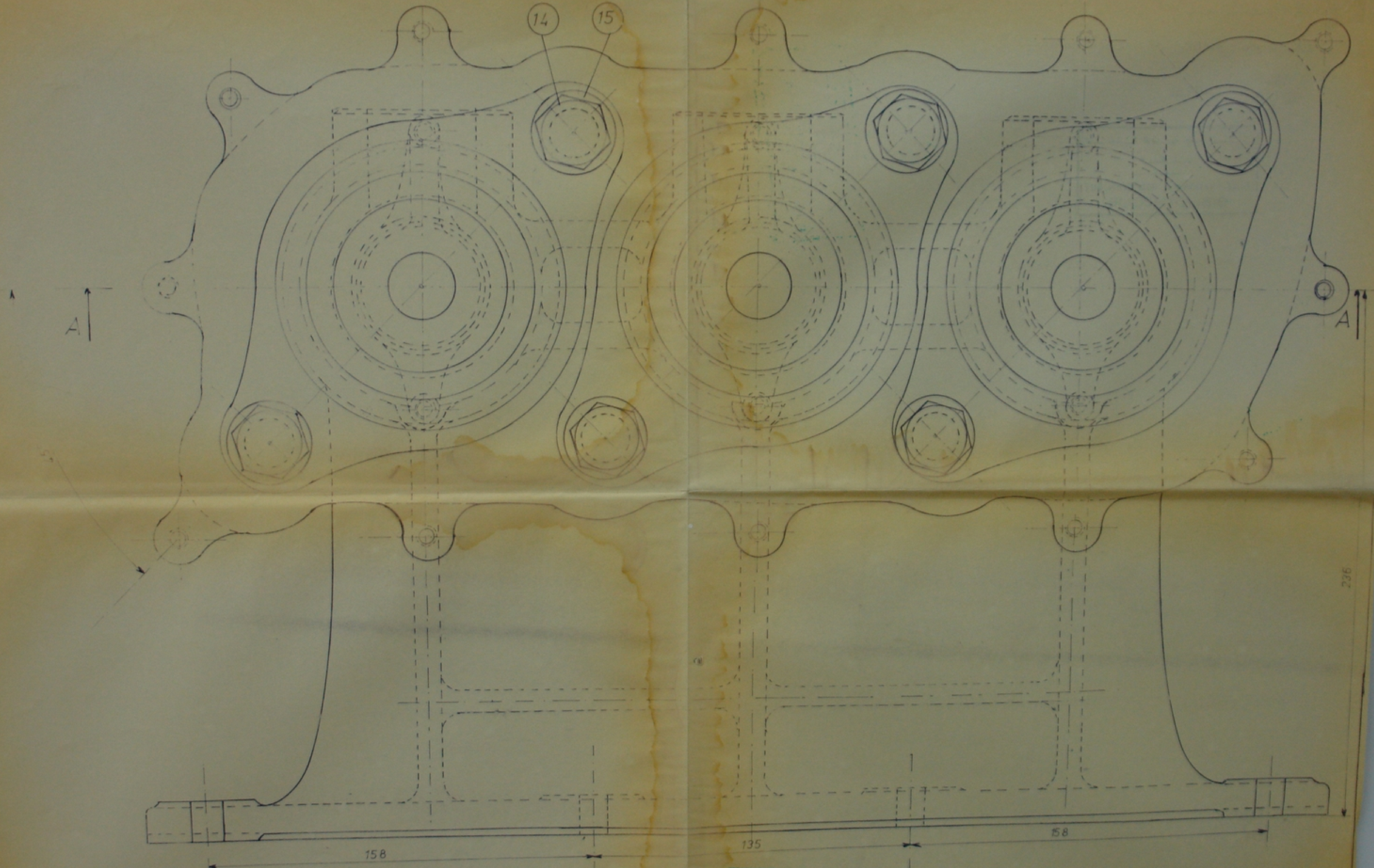
Catalogue SERSEG

Catalogue SKF

Maschinenelemente 6 — Université de Dresde

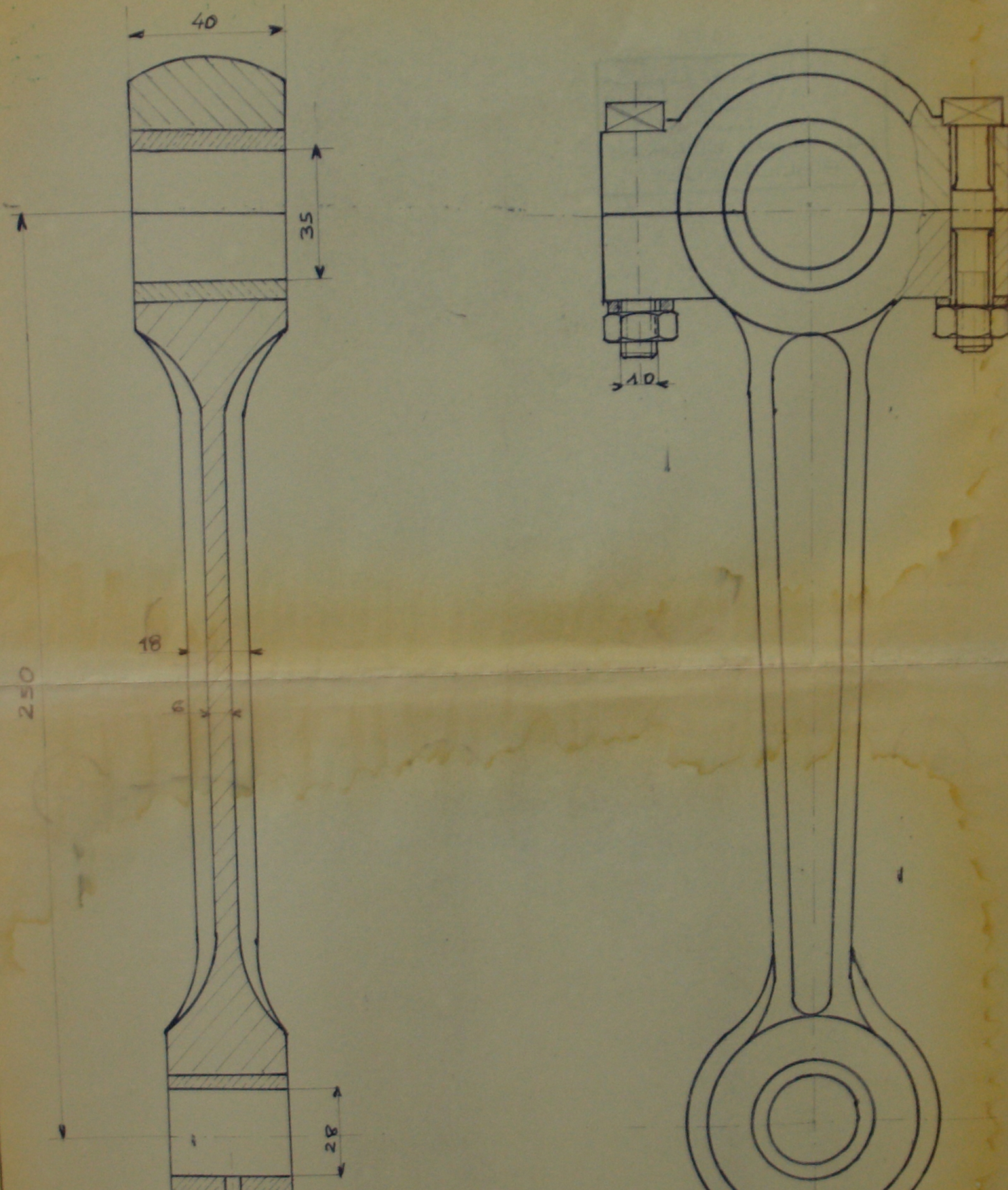
Cours. Construction mécanique.

PISTON
PLONGEUR

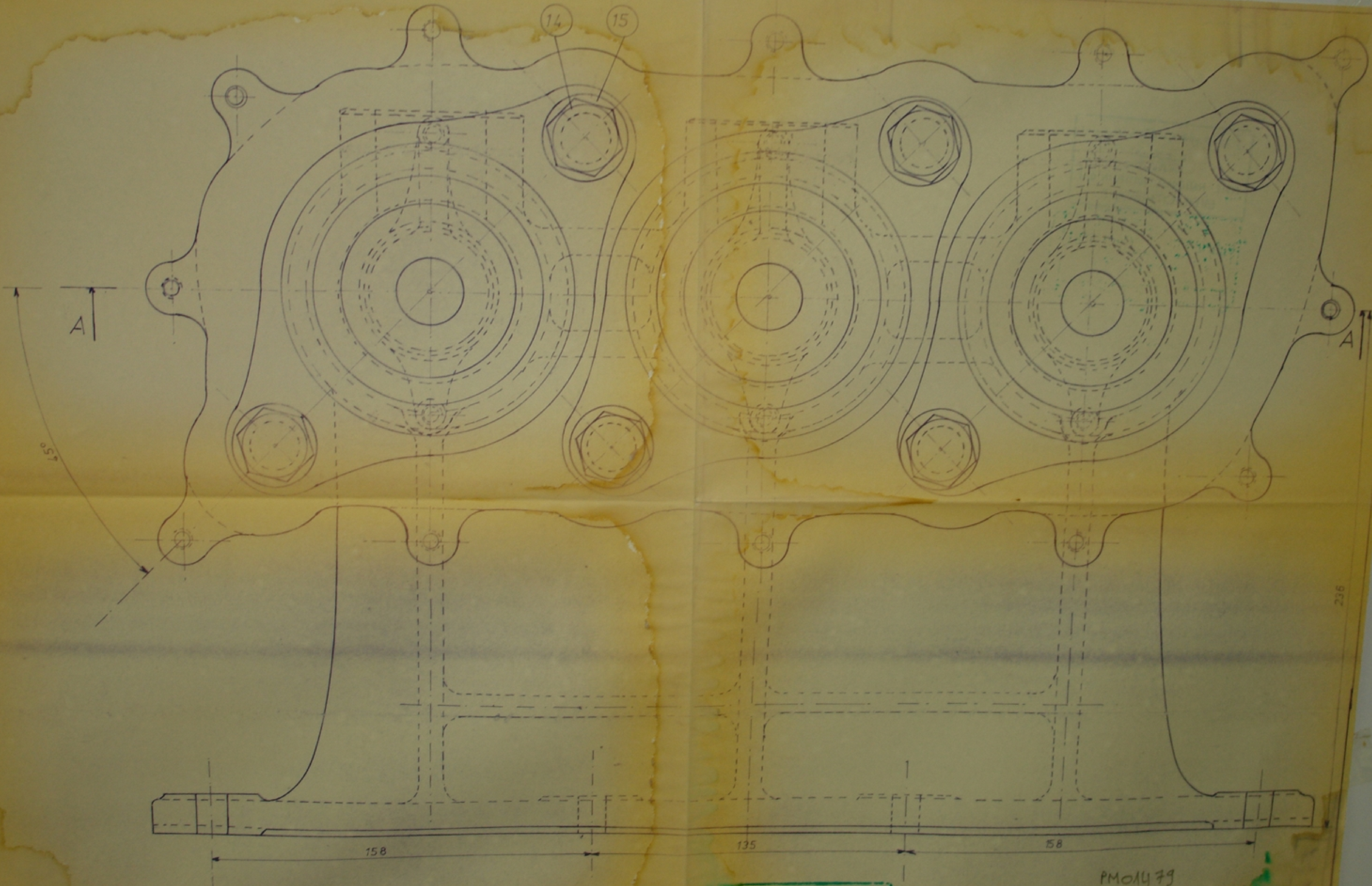


PM01479
-2-

POMPE en VUE F



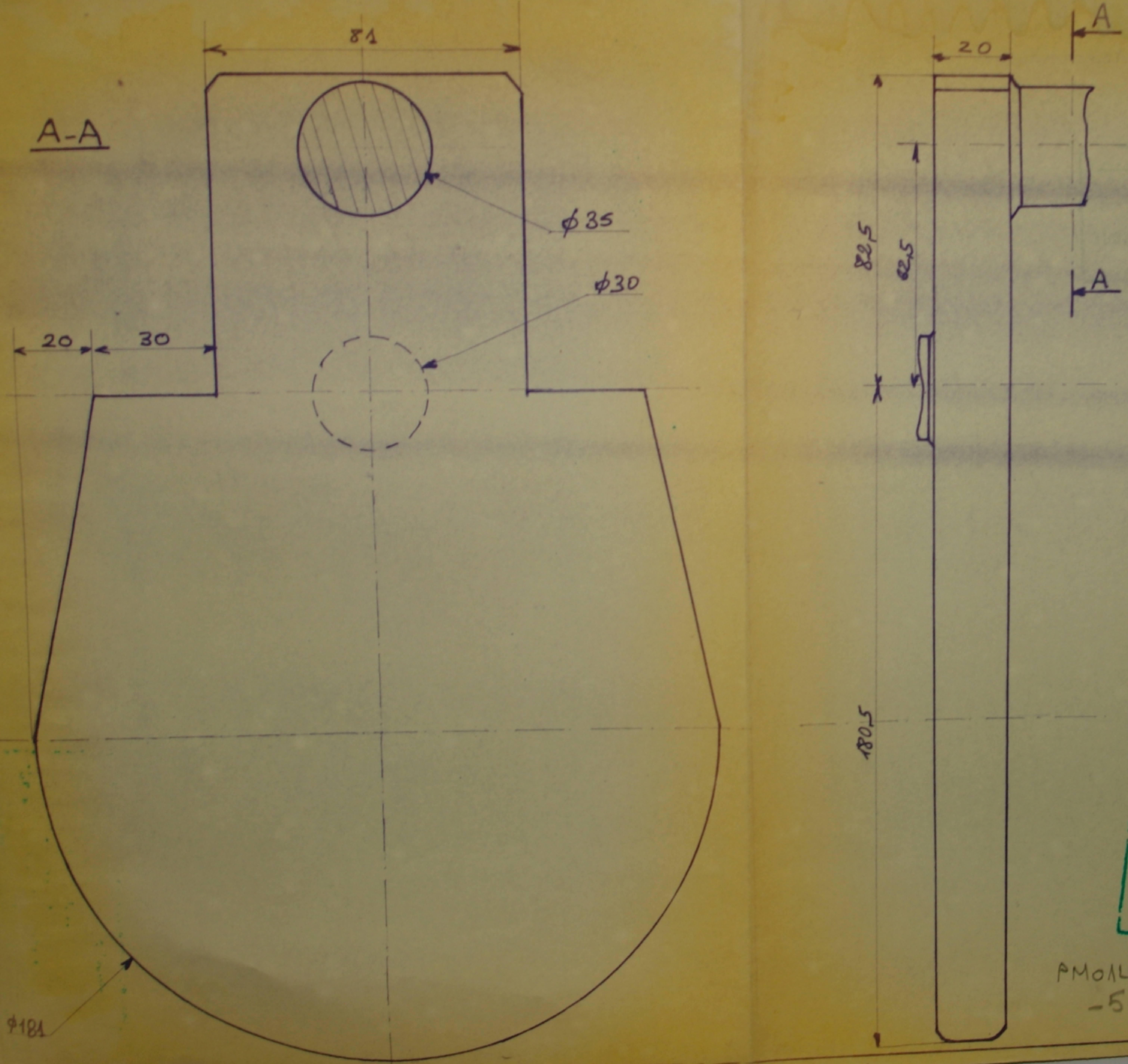
BIELLE



PM01479

-4-

POMPE en VUE F



FLASQUE