

8/76

UNIVERSITE D'ALGER

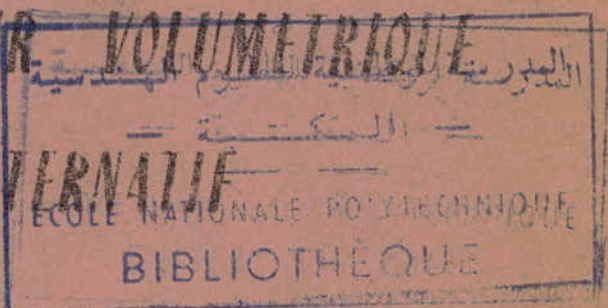
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

1ea

COMPRESSEUR VOLUMETRIQUE



ALTERNATIVE
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Proposé par :
TUDOR IOAN
Docteur Ingénieur

Etudiée par :
Mohamed MEHDAQUI

PROMOTION JUIN 1976

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

**COMPRESSEUR VOLUMETRIQUE
ALTERNATIF**

Proposé par :

TUDOR IOAN

Docteur Ingénieur

Etudiée par :

Mohamed MEHDAOUI

PROMOTION JUIN 1976

* * * * *
* A MES PARENTS *
* * * * *
* * * * *

Je remercie Monsieur TUDOR Ioan Docteur
ingénieur à l'école nationale polytechnique,
qui par ses conseils fructueux m'a guidé dans
la bonne marche de cette étude; ainsi que tous
ceux qui y ont collaboré de près ou de loin.

Que les professeurs qui ont contribué à
ma formation liseuse me reconnaissent.

Bibliographie

- A. TODICESCU Cours de compresseur
- C. STAMATESCU Compresoare volumice
- P. CHAMBADAL Les compresseurs
- R. OUZIAUX Mécanique appliquée
- G. LEMASSON Eléments de construction à l'usage de l'ingénieur 10
- L. GEMINARD
- F. GROS LA FAIGE Construction mécanique éléments des projets - 2
- F. BERNARD
- L. VIVIER 1 Eléments de construction à l'usage de l'ingénieur 5
- J. CAROL Résistance des matériaux appliquée à la construction des machines
-

TABLE DE MATIERES

I Introduction

II Etude thermodynamique

2.1 Equations d'un compresseur parfait

2.1.1 Cycle théorique

2.1.2 Compression isothermique

2.1.3 Compression adiabatique

2.2 Imperfections du compresseur

2.2.1 Diagramme sans pertes de charge

2.2.2 Pertes de charge

2.3 Compression réelle

2.3.1 Cycle réel - travail indiqué - puissance indiquée

2.3.2 Rendement volumétrique - débit du compresseur

2.3.3 Compression polytropique

2.3.4 Puissance de frottement - puissance effective

2.3.5 Rendements

III Etude mécanique du système bielle - manivelle

3.1 Etude cinématique

3.1.1 mouvement de translation du pied de bielle

3.1.2 mouvement de la tête de bielle

3.1.3 mouvement oscillatoire de la bielle

3.1.4 Programme et tableau de valeurs

3.2 Etude dynamique

3.2.1 Forces d'inertie

3.2.2 Forces de pression

- 323 charge sur le piston
- 324 Effort tangentiel. effort radial.
- 325 Effort axial et normal
- 326 Couples des forces
- 327 Organigramme et programme - tableaux

IV Calcul des organes

- 41. vilebrequin
 - 411 dimensionnement
 - 412 Calcul pour effort radial maximum
 - 413 Calcul pour effort tangentiel maximum
- 42 équilibrage
- 43 Bielles
- 44 Piston et ses accessoires
 - 441 Proportions divers - calculs
 - 442 Axe de piston
 - 443 Segments
- 45 Soupapes
 - 451 Soupapes d'aspiration
 - 452 Soupapes de refoulement
- 4.6 Ressorts
 - 461 Ressorts de la soupape d'aspiration
 - 462 Ressorts de la soupape de refoulement

V Refroidissement du compresseur.

- 51. chaleur évacuée
- 52 épaisseur du cylindre.
- 53 flux de chaleur émis par ailette
- 54. Nombre d'ailettes.

GENERALITÉS

Les compresseurs sont des appareils destinés à produire un accroissement de pression d'un fluide à l'état gazeux

Pour comprimer un fluide on peut entre deux prin-
-cipes :

- Soit diminuer le volume d'une enceinte contenant une certaine quantité de fluide (on réalise un compresseur volumétrique)

- Soit communiquer au fluide une très grande vitesse, cette énergie cinétique étant ensuite transformée en pression (turbo-compresseur)

Utilisant l'un ou l'autre de ces principes, les compresseurs seront soit à mouvement alternatif, soit à mouvement rotatif.

Un compresseur à mouvement alternatif comporte un ou plusieurs pistons qui compriment le fluide dans le cylindre correspondant ; c'est donc un compresseur volumétrique que nous étudierons plus particulièrement ici, dont le fluide à comprimer est l'air sec.

Ce sont les ^{plus} répandus, depuis le simple gonfleur jusqu'au compresseur de mines de 1000 cv

Ils sont utilisés dans les pressions de refoulement très différentes suivant les industries :

1 à 2 bars pour le soufflage des hauts fourneaux

2 à 5 bars pour le sablage, la peinture

5 à 7 bars pour les commandes pneumatiques et l'éopneumatique (domaine très vaste)

30 à 80 bars pour le démarrage des moteurs

150 à 250 bars pour la charge des bouteilles

I INTRODUCTION

La réalisation d'un compresseur nécessite une série d'étude :

- une étude générale : consistant en une étude thermodynamique et étude en mécanique, avec dimensionnement des organes principaux
- une étude technologique avec desins de définition détaillés de chaque pièce du compresseur.

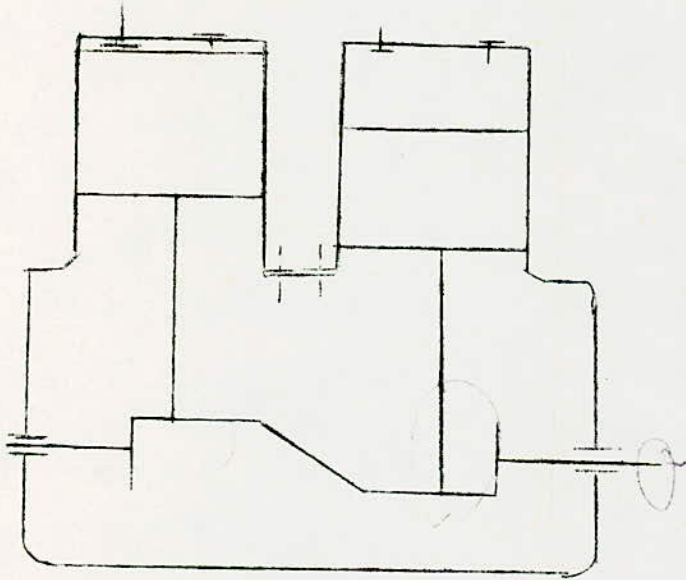
Mon projet consiste en l'étude générale d'un compresseur volumétrique à deux pistons à simple effet disposés verticalement, comprimant l'air dans les mêmes conditions

L'air atmosphérique aspiré par le compresseur contient toujours une certaine quantité de vapeur d'eau ; mais dans mon étude, je néglige l'influence de cette vapeur d'eau, et je considère l'air comme un gaz parfait.

L'étude générale que je me propose de faire comprendra :

- une partie thermodynamique : calcul des paramètres de travail (énergies, taux de compression, rendements...) du compresseur
- une partie mécanique : étude cinématique, étude dynamique et de cette dernière on dimensionne les organes principaux, en vérifiant les lois établies par la résistance des matériaux.

Schéma - du principe



DONNEES

- Pression d'aspiration : $1,033 \text{ kgf/cm}^2$
 - Pression de refoulement : 5 kgf/cm^2
 - Vitesse de rotation : 1200 tr/mn .
 - Température d'aspiration $T = 25^\circ \text{C}$.
 - Débit d'air dans les conditions d'aspiration
 $53 \text{ m}^3/\text{h}$.
 - Nombre de cylindre : 2
 - Diamètre du piston : 80 mm
-

DIMENSIONS CARACTERISTIQUES DU COMPRESSEUR

Course du piston

$Q_v = 53 \text{ m}^3/\text{h}$ débit volume ramené aux conditions
d'aspiration

pour un cylindre : $q_v = \frac{Q_v}{2} = 26,5 \text{ m}^3/\text{h}$

$$q_v = \frac{\pi D^2}{4} \cdot C \cdot N \Rightarrow C = \frac{4 q_v}{\pi D^2 N}$$

C: course en m

D: diamètre du piston en m

N vitesse de rotation en tr/s

q_v débit volume m^3/s

donc :

$$C = \frac{4 \times 26,5}{3600 \pi \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot \frac{1200}{60}} = 73,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

soit $C = 74 \text{ mm}$

on vérifie que le rapport $\frac{C}{D} = 0,8$ à $1,1$

$$\frac{C}{D} = \frac{74}{80} = 0,92$$

vitesse moyenne du piston

$$W_m = \frac{2C \cdot N}{60} = \frac{2 \times 74 \times 1200}{60} = 2,96 \text{ m/s}$$

$$W_m = 2,96 \text{ m/s}$$

-Cylindréa

$$V_c = \frac{\pi D^2}{4} \cdot C$$

$$V_c = \frac{\pi^2 (80)^2 \cdot 74}{4} = 372 \text{ cm}^3$$

$$V_c = 372 \text{ cm}^3$$

-Volume minible

le volume minible $V_0 = 0,05 \text{ à } 0,08 V_c$

on prend $\epsilon = 0,05$

$$V_0 = \epsilon V_c = 0,05 \times 372 = 18,6 \text{ cm}^3$$

$$\underline{V_0 = 18,6 \text{ cm}^3}$$

-longueur de lielle

$$l = 1,5 \text{ à } 2 \text{ } \cancel{\text{cm}}$$

$$l = 1,5 \cdot 74 = 185 \text{ mm}$$

d'ou $\lambda = 0,2$

II ETUDE THERMODYNAMIQUE

2.1 Equation d'un compresseur parfait
2.1.1 Cycle théorique du compresseur sans volume mort

Le cycle de travail par tour dans le cylindre de compresseur, à simple effet, supposé sans espace mort et sans pertes, comprend successivement:

(voir figure 1)

- d'aspiration

à pression constante p_1 , pendant laquelle le volume augmente de 0 à v_1 (et la poussée du gaz aspiré sur le piston) lorsque le piston se déplace du point mort haut B vers le point bas A l'air pénètre et, pendant ce trajet (course) le clapet d'aspiration demeure ouvert sous l'action de p_1 qui reste pratiquement constante; cependant le piston est soumis

à une force de pression due à la poussée du gaz aspiré qui fournit un travail:

$$E_a = \int_0^{v_1} -p \, dv = -p_1 v_1$$

- Compression

Le mouvement revient en sens inverse, le clapet d'aspiration se ferme, celui du refoulement étant réglé, et ne s'ouvre que lorsque la pression dans le cylindre atteint p_2 ; de la pression p_1 à la pression p_2 pendant le volume diminue de v_1 à v_2 , le travail absorbé a pour valeur :

$$E_c = - \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

- Refoulement

Le refoulement à la pression constante p_2 , pendant lequel le volume diminue de v_2 à 0 et le travail absorbé a pour valeur

$$E_r = p_2 v_2$$

à la fin du refoulement le piston se trouve au fond du cylindre, et le cycle recommence de nouveau.

Le travail du gaz présent derrière le piston (à simple effet) peut être négligé, car il est nul pour l'ensemble du cycle (aller et retour)

Le volume de gaz refoulé par tour est égale à v_1 si

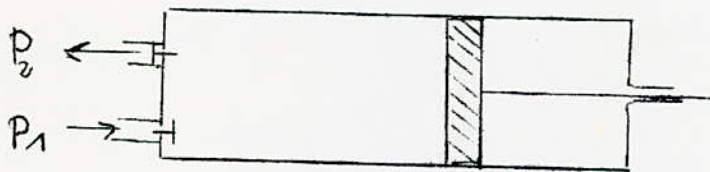
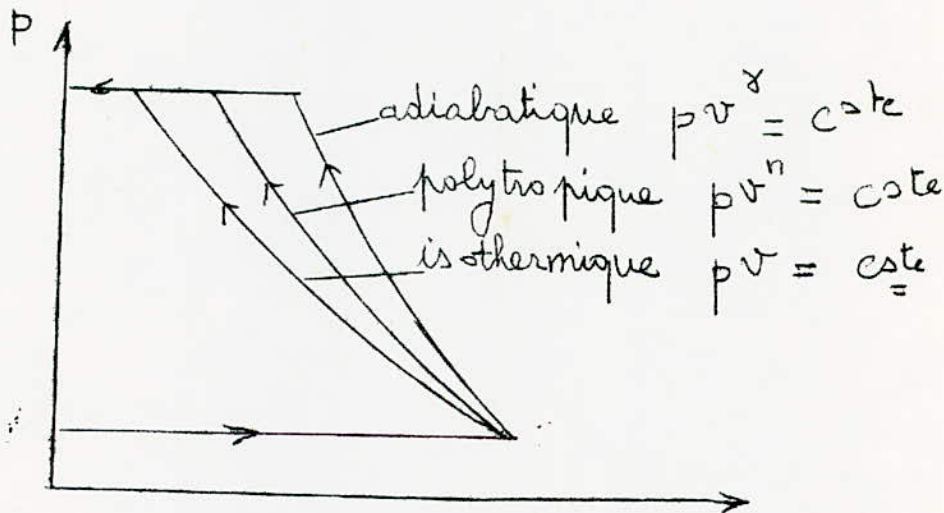
Si on le mesure à la pression p_1 , et à v_2 si on le mesure à la pression p_2

Le travail absorbé pour l'ensemble du cycle a pour valeur

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_c + \mathcal{L}_r - \mathcal{L}_a = p_2 v_2 - p_1 v_1 - \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{p_1}^{p_2} v dp$$

(ceci en appliquant la règle de l'intégration par partie)

figure 1



Le travail dépend de la loi de variation de la pression en fonction du volume et par conséquent des échanges thermique avec l'extérieur. Nous ne le calculerons que dans le cas de l'air et des autres gaz parfaits

2.1.2 Compression isotherme

54

La température de l'air reste constante au cours de la compression

L'air évolue suivant la loi de Mariotte

$$pv = c^{ste}$$

Dans ce cas le travail de compression est égale au travail total

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_c = \int_{P_1}^{P_2} v dp = - \int_{P_1}^{P_2} p dv$$

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_c = p_1 v_1 \text{Log} \frac{P_2}{P_1} = 2,302 p_1 v_1 \log \frac{P_2}{P_1}$$

$P_2/P_1 = \tau$: taux de compression.

$$\mathcal{C} = RT_1 \ln \tau$$

v_1 : représente le volume à l'état ①

$$v_1 = \frac{R_1 T_1}{P_1} = \frac{287 \cdot 298}{1,033 \cdot 10^4 \cdot 9,81} = 0,844 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\mathcal{C}_c = 2,302 \cdot 1,033 \cdot 10^4 \cdot 9,81 \cdot 0,844 \log \frac{5}{1,033} \approx 134800 \text{ J}$$

$$\mathcal{C}_c = 134,8 \text{ kJ}$$

Puissance isothermique

$$P_{is} = \mathcal{C}_c \times Q_{mt}$$

Q_{mt} : débit masse théorique

$$Q_{mt} = \frac{Q_v}{v_1} = \frac{53}{0,844} = 62,80 \text{ kg/h}$$

$$P_{is} = \frac{134,8 \cdot 62,80}{3600} = 2,35 \text{ kW}$$

Température

$$T_2 = \frac{P_2}{\rho v_2}$$

2.13 Compression adiabatique

La compression se fait sans échange de chaleur avec l'extérieur, et le travail ainsi fourni, sert entièrement à augmenter la température de l'air qui évolue suivant la loi de Laplace :

$$p v^\gamma = c^{\text{ste}}$$

γ pour l'air $\gamma = 1,4$

- le travail de compression adiabatique est

$$E_{ad} = \frac{\gamma}{\gamma-1} (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

$$E_{ad} = \frac{\gamma}{\gamma-1} P_1 v_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

$$E_{ad} = \frac{1,4}{1,4-1} 287 \cdot 298 \left[(4,84)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right] = 170000 \text{ J}$$

$$E_{ad} = 170 \text{ KJ}$$

- Puissance adiabatique

16

$$\begin{aligned} P_{ad} &= \dot{E}_{ad} \cdot Q_{mt} \\ &= \frac{170 \times 62,80}{3600} \approx 2,96 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$P_{ad} = 2,96 \text{ kW}$$

Température adiabatique T_2

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_1 (\tau)^{\gamma-1/\gamma}$$

$$T_2 = 298 (4,84)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 468^\circ \text{K} \text{ ou } 195^\circ \text{C}$$

Le diagramme théorique (fig 1) suppose que la compression se fait suivant une loi simple : isothermique, adiabatique, ou polytropique dans les conditions suivantes :

- le volume mort (résiduel) est nul à la course de refoulement $\varepsilon = 0$
- les pertes de charge aux clapets sont négligeables
- la température d'aspiration est constante
- l'air est non visqueuse (pas de frottement mécanique.)

La différence entre le diagramme théorique et le diagramme réel ne réside pas seulement au niveau de l'espace mort ; mais d'autres facteurs interviennent et exercent une influence sensible sur la forme du diagramme

Le passage d'air par les clapets d'aspiration est accompagné d'une perte de charge qui varie avec la vitesse d'air dans les clapets ; la vitesse varie inversement à la section de passage et à la durée d'ouverture des clapets

La perte de charge est d'autant plus grande que la durée d'ouverture des clapets est plus petite ce qui est le cas des compresseurs rapides

Par suite de cette perte de charge, la pression d'air pendant l'aspiration ne reste pas constante et égale à p_1 mais elle varie au dessous de l'isobare p_1 ; cette dépression dans le cylindre passe par un maximum ; ce qui s'explique, en particulier, par l'inertie des clapets ; donc à la fin de l'aspiration il reste dans le cylindre ... une certaine dépression $(\Delta p)'$ et la pression p_1 n'est établie que lorsque le piston a déjà parcouru une partie de la course de compression

118

Ce qui résulte une diminution du rendement volumétrique

Une autre cause d'échauffement d'air réside dans l'effet des parois : les variations de la température d'air sont plus rapides que les variations de températures des parois du cylindre.

Pendant les parois gardent une température moyenne dépendante du mode de refroidissement du compresseur, mais supérieure à celle du fluide aspiré.

Le double échauffement a pour effet d'augmenter le volume spécifique d'air et de résine, par conséquent le volume mesuré dans les conditions d'aspiration; le rendement volumétrique est aussi réduit.

Enfin un dernier facteur d'abaissement du rendement volumétrique réside dans les fuites qui sont dues au manque d'étanchéité des clapets d'aspiration et de refoulement, ainsi que les segments du piston.

2.2.1 Diagramme sans pertes de charges II 9
 on trace le cycle sans considérer les pertes de charge à l'aspiration et au refoulement ; mais en tenant compte de l'espace nuisible V_0 .

Pour cela on applique la méthode graphique de Brauer :

Soit l'équation $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^n = 1 + \operatorname{tg} \beta$
 on choisit d'une façon arbitraire α et on calcule β
 n étant l'exposant polytropique de l'air
 voir figure: 2

On sait que $V_0 = 18,6 \text{ cm}^3$
 $V_c = 372 \text{ cm}^3$

$$oo' = \frac{R \cdot \lambda}{2} = \frac{37 \times 0,2}{2} = 3,7 \text{ mm} \quad \left(R = \frac{C}{2} = \frac{74}{2} = 37 \right)$$

(λ a été choisi égale à 0,2)

Sur l'échelle 3,7 mm correspond à $\frac{186 \times 3,7}{74} = 9,3 \text{ mm}$

186 mm (diamètre du demi-cercle sur la figure 2) représente la course à l'échelle

On voit d'après le diagramme de la figure: 2

on a :

aspiration de : $\alpha = 40^\circ$ à $\alpha = 180^\circ$

refoulement de : $\alpha = 310$ à $\alpha = 360^\circ$

$P_2 = 5$

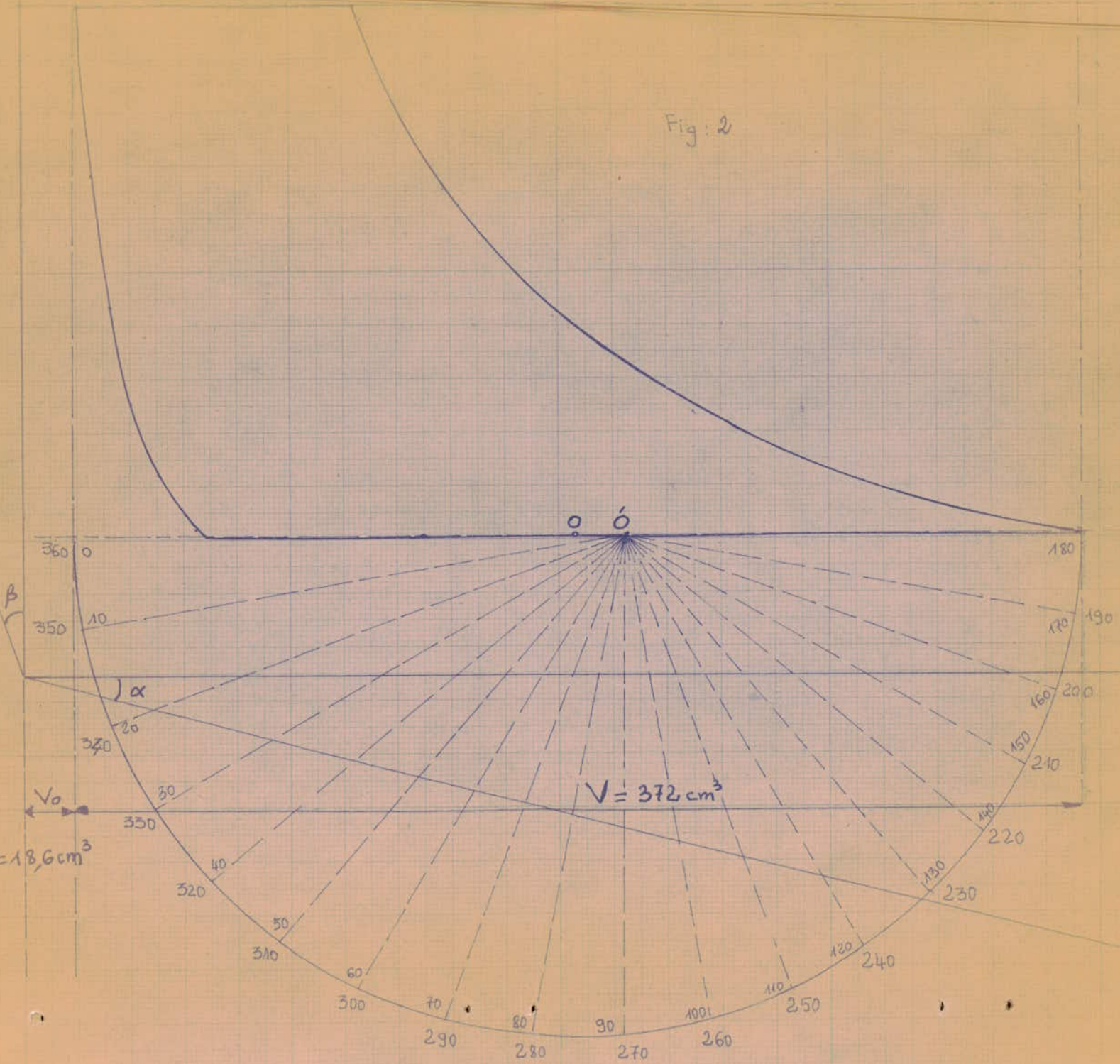
Fig: 2

$P = 1.033$

$V_0 = 18.6 \text{ cm}^3$

$V = 372 \text{ cm}^3$

$V \text{ cm}^3$



2.2.2 Pertes de charge.

A) Pertes de charge à l'aspiration

En réalité, le relevé des pressions dans le cylindre du compresseur en fonction de la course du piston est assez différent du diagramme théorique des pertes de pression à l'admission :

$$\Delta P_a = \Delta P_{a1} + \Delta P_{a2} + \Delta P_{a3}$$

1. Perte de pression statique - perte de pression dû aux forces d'inertie

$$\Delta P_{a1} = \Delta P_{a1}' + \Delta P_{a1}''$$

$\Delta P_{a1}'$ est la perte de pression statique due à l'équilibrage du poids de la soupape et de la force élastique des ressorts.

$\Delta P_{a1}''$ est la perte de pression équivalente aux forces d'inertie de la masse de la soupape.

donc

$$\Delta P_{a1}' = \frac{M_s \cdot g + P_0}{S_c}$$

$$\Delta P_{a1}' = \frac{11 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 + 2,62}{5,95} = 0,486 \text{ N/cm}^2$$

$$\Delta P_{a1}' = 0,046 \text{ kg f/cm}^2$$

$$\Delta P_{a_1}'' = \frac{M_a A}{S_c}$$

II 11

$\therefore A$ est l'accélération du disque

$$A = -h_M \omega^2 \sin \alpha$$

donc

$$\Delta P_{a_1}'' = -\frac{M_a h_M \omega^2 \sin \alpha}{S_c} = -\frac{11 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^{-3} (125,6)^2 \sin \alpha}{5,95}$$

$$\Delta P_{a_1}'' = -0,061 \sin \alpha \quad \text{N/cm}^2$$

ω vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N}{30} = \frac{\pi \cdot 1200}{30} = 125,6 \text{ rad/s}$$

h_M : levée maximum du disque : 2,1 mm

S_c section de passe d'air

Soit le tableau des valeurs de $\Delta P_{a_1}''$ pour différentes valeurs de α (de 40° à 180°).

α	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
$\Delta P_{a_1}''$ (N/cm ²)	0,6428	0,7560	0,866	0,9397	0,9848	1	0,9848	0,9397	0,866	0,766	0,6428	0,500	0,3420	0,1736	0
$\Delta P_{a_1}''$ (N/cm ²)	-0,0028	-0,0047	-0,0053	-0,0057	-0,0060	-0,0061	-0,0060	-0,0057	-0,0053	-0,0047	-0,0038	-0,0030	-0,0021	-0,0010	0

2. Pertes de pression par frottement hydraulique.

$$\Delta P_{a2} = K_2 \rho \frac{W_c^2}{2}$$

ρ : masse spécifique de l'air $\rho = 1,19 \text{ kg/m}^3$

K_2 coefficient on prend $K_2 = 7$

W_c vitesse de l'air dans la section S_c

donc:

$$W_c \cdot S_c = W_p \cdot S_p \quad (\text{continuité})$$

S_p : section droite du piston $S_p = 50,25 \text{ cm}^2$

W_p vitesse moyenne du piston $W_p = \omega R \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right)$

$$W_c = \frac{W_p S_p}{S_c} = \omega R \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) \frac{S_p}{S_c}$$

$$\lambda = \frac{R}{L} = 0,2$$

On dresse un tableau pour le calcul de ΔP_{a2} pour les différentes valeurs de α .

α	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
ΔP_{a2} <small>kg/cm²</small>	0,0355	0,0484	0,0585	0,065	0,066	0,0645	0,0584	0,049	0,0360	0,0285	0,0191	0,0110	0,0049	0,0007	0

On remarque finalement que ΔP_{a1} est indépendant de α , donc ne varie pas pendant la course d'aspiration; par contre que $\Delta P_{a1}'$ et ΔP_{a2} varie en fonction de α .

finallement

$$\Delta P_a = \Delta P_{a_1}' + \Delta P_{a_1}'' + \Delta P_{a_2} + \boxed{\Delta P_{a_3}}$$

ΔP_{a_3} : perte de pression due aux forces d'inertie de la masse du fluide (de l'air) est négligeable

On dresse un tableau de valeurs pour différent angle α

α degré	$\Delta P_{a_1}'$ kgf/cm ²	$\Delta P_{a_1}''$ kgf/cm ²	ΔP_{a_2} kgf/cm ²	ΔP_a kgf/cm ²
40	0,046	-0,0038	0,0355	0,0777
50	=	-0,0047	0,0484	0,0897
60	=	-0,0053	0,0585	0,0992
70	=	-0,0057	0,0650	0,1053
80	=	-0,0060	0,0660	0,1060
90	=	-0,0061	0,0645	0,1044
100	=	-0,0060	0,0584	0,0984
110	=	-0,0057	0,0490	0,0893
120	=	-0,0053	0,0360	0,0767
130	=	-0,0047	0,0285	0,0698
140	=	-0,0038	0,0191	0,0613
150	=	-0,0030	0,0110	0,0537
160	=	-0,0021	0,0049	0,0488
170	=	-0,0010	0,0012	0,0462
180	=	0	0	0,0460

B) Pertes de charge au refoulement

II-14

La pression de refoulement réelle est différente de la pression de refoulement théorique, ceci est dû à des pertes au niveau de la soupape refoulement sont :

$$\Delta P_r = \Delta P_{r_1} + \Delta P_{r_2} + \Delta P_{r_3}$$

ΔP_{r_3} est négligeable

$$\Delta P_{r_1} = \Delta P_{r_1}' + \Delta P_{r_1}'' \quad \text{avec}$$

$\Delta P_{r_1}'$: pertes de pression statique due à l'équilibrage du poids de la soupape et de la force élastique des ressorts.

$\Delta P_{r_1}''$: perte de pression équivalente aux forces d'inertie de la masse du disque mobile

ΔP_{r_2} : perte par frottement hydraulique
(pertes hydrodynamique)

1- Pertes de pression statique - pertes dues aux forces d'inerties

$$* \Delta P_{r_1}' = \frac{M_r \cdot g + P_r}{S_c}$$

$$M_r = 9,6 \text{ g}$$

$$S_c = 4,95 \text{ cm}^2$$

$$P_r = 11,59 \text{ N}$$

$$\Delta P'_{r_1} = \frac{9,6 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 + 11,59}{4,95} = 2,36 \text{ N/cm}^2 \quad \text{II 15}$$

$$\Delta P'_{r_1} = 2,36 \text{ N/cm}^2 = 0,24 \text{ kgf/cm}^2$$

$$* \Delta P''_{r_1} = \frac{M_r \cdot A}{S_c} \quad \text{avec} \quad A = -h_M \omega^2 \sin \alpha$$

A: accélération du disque

h_M : levée maximum du disque

$$\Delta P''_{r_1} = - \frac{M_r \cdot h_M \omega^2 \sin \alpha}{S_c}$$

$$h_M = 1,8 \text{ mm}$$

$$\omega = 125,6 \text{ rad/s}$$

$$S_c = 4,95 \text{ cm}^2$$

$$\text{donc: } \Delta P''_{r_1} = - \frac{9,6 \cdot 10^{-3} \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot (125,6)^2}{4,95} \sin \alpha$$

$$\Delta P''_{r_1} = -0,0548 \sin \alpha \quad \text{N/cm}^2$$

$$\Delta P''_{r_1} = -0,0056 \sin \alpha \quad \text{kgf/cm}^2$$

On remarque que $\Delta P'_{r_1}$ est constante, mais $\Delta P''_{r_1}$ varie en fonction de α . On calcul $\Delta P''_{r_1}$ pour différentes valeurs de α variant de 310° à 360° par pas de 10

α	310	320	330	340	350	360
$\Delta P''_{r_1}$ kgf/cm ²	0,0043	0,0036	0,0028	0,0019	0,0009	0

- Pertes de pression par frottement hydraulique II 16

$$\Delta P_{r_2} = K_2 \rho \frac{W_c^2}{2}$$

ρ : masse spécifique de l'air $\rho = 3,65 \text{ kg/m}^3$

K_2 : coefficient on prend $K_2 = 10$

$$W_c = \frac{S_p \cdot W_p}{S_c} = \frac{S_p}{S_c} \cdot \omega R \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin \alpha \right)$$

S_p section du piston $S_p = 50,25 \text{ cm}^2$

S_c : section de passage au refoulement $S_c = 4,95 \text{ cm}^2$

On calcul ΔP_{r_2} pour différentes valeurs α de 310 à 360°
variant par pas de 10°

α	310	320	330	340	350	360
ΔP_{r_2} kgf/cm^2	0,3050	0,2260	0,1410	0,0540	0,0176	0

On fait la somme des pertes totales :

$$\Delta P_r = \Delta P_{r_1} + \Delta P_{r_1''} + \Delta P_{r_2}$$

On résume l'ensemble des valeurs sur un tableau.

α	$\Delta P_{r_1}' \text{ kgf/cm}^2$	$\Delta P_{r_1}'' \text{ kgf/cm}^2$	$\Delta P_{r_2} \text{ kgf/cm}^2$	$\Delta P_r \text{ kgf/cm}^2$
310	0,24	0,0043	0,3050	0,5493
320	=	0,0036	0,2260	0,4696
330	=	0,0028	0,1410	0,3838
340	=	0,0019	0,0540	0,2959
350	=	0,0009	0,0176	0,2575
360	=	0	0	0,2400

3. Compression réelle

Dans une machine réelle, la compression est accompagnée de frottement, remous, fuites, etc..., qui transforment une partie du travail dépensé en chaleur de sorte que l'échauffement du gaz est plus rapide que dans le cas d'une machine idéale.

L'évolution du gaz suit, dans ce cas une loi plus complexe; au début, les parois internes du cylindre et du piston ont une température plus élevée que la température de l'air admis; donc l'évolution est plutôt isothermique, ensuite la température de l'air dépasse celle des parois et l'évolution se rapproche de l'adiabatique. On néglige en fait ces variations, et on considère la compression comme polytropique.

2.31 Cycle réel - travail indiqué - puissance indiquée

L'allure du diagramme réel est obtenu en rapportant les valeurs de pertes de charge à l'aspiration et au refoulement sur le cycle déjà tracé sans perte de charge voir figure: 2

- Travail indiqué

Le travail indiqué est obtenu en planimétrant la surface du cycle (fig: 3)

on trouve l'aire : $A = 9600 \text{ mm}^2$

échelle : 1mm en ordonné correspond à $0,04 \text{ kgf/cm}^2$
1mm en abscisse = = $\frac{372}{186} = 2 \text{ cm}^3$

donc: 1 mm^2 correspond à $0,04 \times 2 = 0,08 \text{ kgf.cm}$

d'où pour 9600 mm^2 on a: $9600 \times 0,08 = 768 \text{ kgf.m}$

$$W_I = 7,62 \cdot 9,81 = 75,5 \text{ J} \qquad = 7,68 \text{ kgf.m}$$

- Puissance indiquée

$$P_I = 2 \cdot W_I \times \frac{n}{60} \qquad \text{pour les 2 cylindres}$$

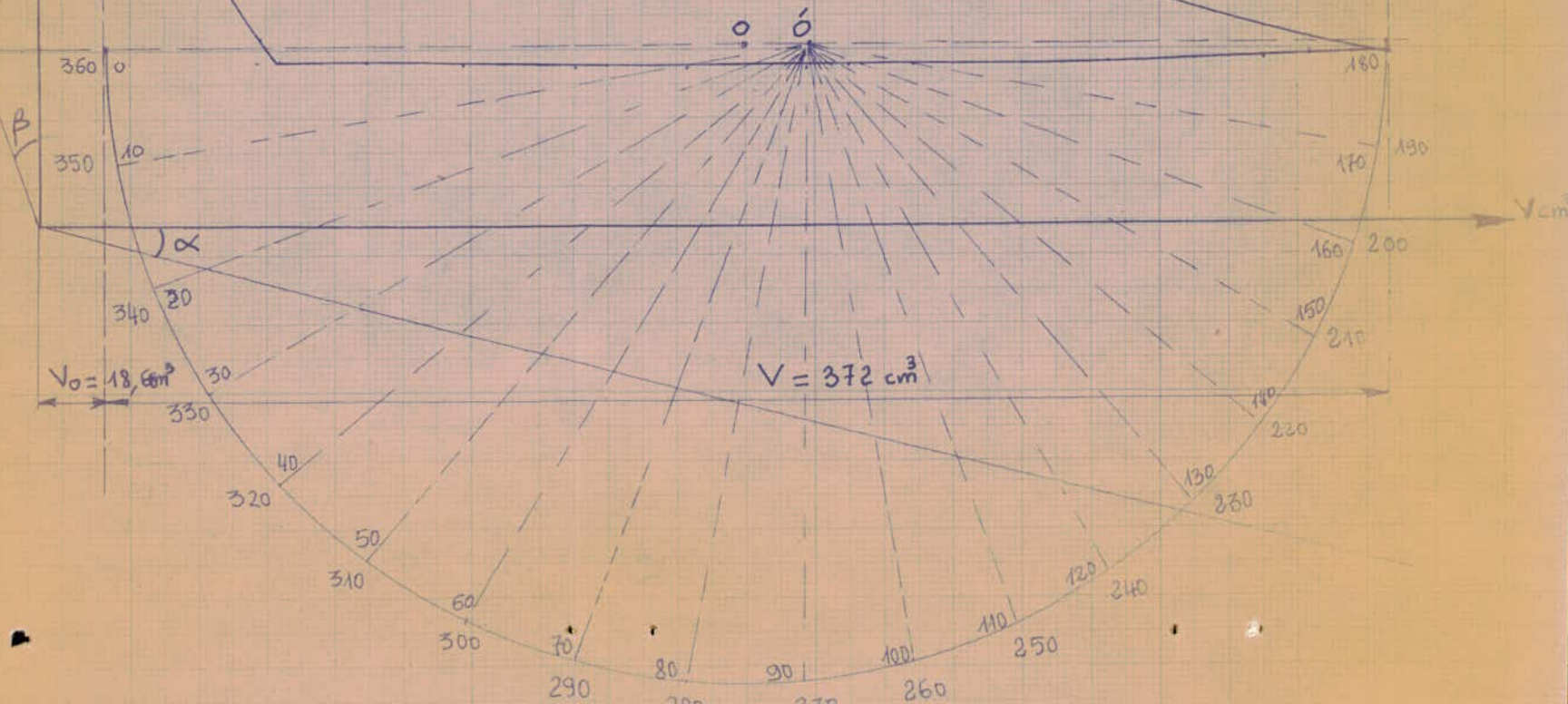
$$P_I = \frac{2 \times 75,5 \times 1200}{60} = 3020 \text{ W}$$

$$P_I = 3,02 \text{ KW}$$

$P_2 = 5$

fig:3

$P_1 = 1,033$

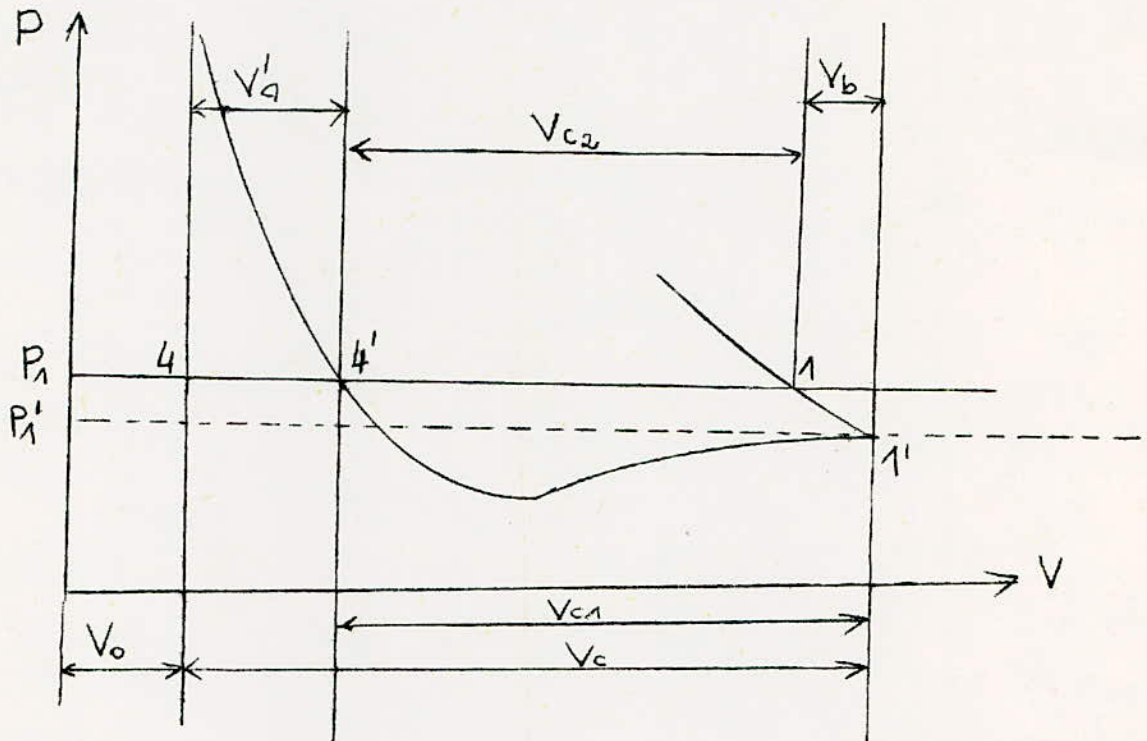


$V_0 = 18 \text{ cm/s}$

$V = 372 \text{ cm}^3$

2.3.2 Rendement volumétrique - débit du compresseur II 19

A) - rendement volumétrique



Par définition ce rendement est le rapport :

$$\lambda = \frac{V_a}{V_c}$$

V_a volume réellement aspiré

V_c volume balayé par le piston

le volume réel d'air aspiré pendant la 1^{ère} course de travail est toujours inférieur au volume géométrique balayé par le piston.

Les divers influences, contribuant à diminuer le rendement volumétrique, ce sont :

- L'influence de l'espace nuisible
- L'influence de la transformation 1-1'
- L'échauffement de l'air pendant l'aspiration
- Défauts d'étanchéité.

Cependant $\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4$

a) L'influence de l'espace nuisible

$$V_{c1} = V_c - V_0 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$$

$$V_{c1} = V_c + V_0 - V_4'$$

$$V_4' = V_0 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\lambda_1 = \frac{V_{c1}}{V_c}$$

donc : $\lambda_1 = 1 - \frac{V_0}{V_c} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$

$$\varepsilon_0 = \frac{V_0}{V_c} = 0,05$$

d'où : $\lambda_1 = 1 - 0,05 \left[(4,84)^{\frac{1}{1,35}} - 1 \right] \approx 0,89$

$$\lambda_1 \approx 0,89$$

b) L'influence de la transformation 1-1'

On suppose 1-1' est isothermique, pour cela on fait une correction

donc : $(V_c + V_0) P_1' = (V_0 + V_c - V_b) P_1 \quad (pV = c^{\text{ste}})$

$$(V_{c1} + V_a + V_0) P_1' = (V_{c1} + V_a + V_0 - V_b) P_1$$

$$(V_{c1} - V_b) P_1 = (V_{c1} + V_a + V_0) P_1' - (V_a + V_0) P_1$$

$$\Rightarrow V_{c1} - V_b = V_{c2} = V_{c1} \frac{P_1'}{P_1} - (V_a + V_0) \frac{P_1 - P_1'}{P_1}$$

on prend $P_1 - P_1' = \Delta P_1 = 0,02 \text{ à } 0,03 P_1$

on peut donc négliger $\frac{\Delta P_1}{P_1}$

donc : $V_{c2} = \lambda_2 V_{c1}$ avec :

$$\lambda_2 = \frac{P_1'}{P_1}$$

P_1' pression donnée par le diagramme réel $P_1' = 0,987 \text{ bar}$

$$\lambda_2 = \frac{0,987}{1,033} = 0,955$$

c) L'échauffement de l'air aspiré.

$$\frac{V_{c2}}{V_{c3}} = \frac{T_1'}{T_1} \Rightarrow V_{c3} = V_{c2} \frac{T_1}{T_1'} = \lambda_3 V_{c2}$$

$$\lambda_3 = \frac{T_1}{T_1'} = \frac{T_1}{T_1 + \Delta T_{asp}} \quad \text{donné par l'abaque}$$

$$\lambda_3 = 0,937$$

d) Défauts d'étanchéité

$$\lambda_4 = 0,94 \text{ à } 0,98$$

$$\text{on prend } \lambda_4 = 0,94$$

finalement on a le rendement volumétrique

$$\eta_v = \lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4$$

$$= 0,89 \cdot 0,955 \cdot 0,937 \cdot 0,94 \approx 0,748$$

$$\eta_v = \lambda = 0,748.$$

B) Débit du compresseur.

a) Débit masse théorique

$$Q_{mt} = \frac{Q_v}{\nu_1} = \frac{53}{0,844} = 62,79 \text{ kg/h}$$

le débit est calcul aux conditions d'aspiration.

b) Débit masse réel :

II 22

$$Q_m = \lambda \cdot Q_{mE} = 0,748 \cdot 62,8 = 46,97 \text{ kg/h}$$

2.33 Compression polytropique

pour une compression polytropique $1 < n < \gamma$
pour l'air $n = 1,35$

la transformation suit la loi de Poisson $p v^n = \text{cte}$
Le nouveau taux de compression est :

$\tau = \frac{p_2'}{p_1'}$ p_2' et p_1' étant donné par le dia-
gramme réel ;

$$p_1' = 0,987 \text{ kg f/cm}^2$$

$$p_2' = 5,54$$

$$\text{donc : } \tau = \left(\frac{0,987}{5,54} \right)^{-1} = 5,61$$

A) Puissance polytropique.

$$P_p = W_p \cdot Q_m$$

$$W_p = \frac{n}{n-1} p_1' v_1' \left[\tau^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} R T_1 \left[\tau^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$W_p = \frac{1,35}{1,35-1} 287 \times 298 \left[(5,61)^{\frac{1,35-1}{1,35}} - 1 \right] = 186400 \text{ J}$$

$$\text{d'où : } P_p = \frac{186,4 \cdot 46,97}{3600} = 2,43 \text{ kW}$$

$$\underline{P_p = 2,43 \text{ kW}}$$

B) Température polytropique

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2'}{P_1'} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow T_2 = T_1 (\tau)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$T_2 = 298 (5,6)^{0,259} = 466^\circ \text{K ou } 193^\circ \text{C}$$

$$T_2 = 193^\circ \text{C}$$

2.34 Puissance de frottement - puissance effective
- La puissance de frottement est donnée par la formule empirique :

$$P_f = \frac{P_{mf} \cdot V_c \cdot N \cdot Z}{900} \quad \text{avec:}$$

N : nombre de tours/min : 1200 tr/min.

Z : nombre de cylindre $Z = 2$

V_c : volume engendré $V = 372 \text{ cm}^3 = 0,372 \text{ litre}$

P_{mf} : pression moyenne de frottement

$$P_{mf} = 0,01 (V + 8,5) W_m \quad \text{avec}$$

W_m : vitesse moyenne du piston $W_m = 2,96 \text{ m/s}$

$$V = \frac{V_s + V_c}{V_s} = \frac{372 + 18,6}{18,6} = 21$$

donc:

$$P_{mf} = 0,01 (21 + 8,5) \cdot 2,96 = 0,873 \text{ kgf/cm}^2$$

on a:

$$P_f = \frac{0,873 \cdot 0,372 \cdot 1200 \cdot 2}{900} = 0,866 \text{ CV}$$

$$\underline{P_f = 0,636 \text{ kW}}$$

Puissance effective

$$P_{\text{eff}} = P_i + P_f$$

$$= 3,02 + 0,636$$

$$\underline{P_{\text{eff}} = 3,656 \text{ kW}}$$

2.35 Rendements.

A) Rendement isothermique

$$\eta_{\text{is}} = \frac{P_{\text{is}}}{P_i} = \frac{2,135}{3,02} = 0,778$$

$$\underline{\eta_{\text{is}} = 0,778}$$

B) Rendement adiabatique

$$\eta_{\text{ad}} = \frac{P_{\text{ad}}}{P_i} = \frac{2,96}{3,02} = 0,98$$

$$\underline{\eta_{\text{ad}} = 0,98}$$

C) Rendement mécanique

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_{\text{eff}}} = \frac{3,02}{3,656} = 0,826$$

$$\underline{\eta_m = 0,826}$$

III 1

III ETUDE MECANIQUE DU SYSTEME BIELLE - MANIVELLE

3.1 Etude cinématique

3.1.1 Mouvement de translation du pied de bielle

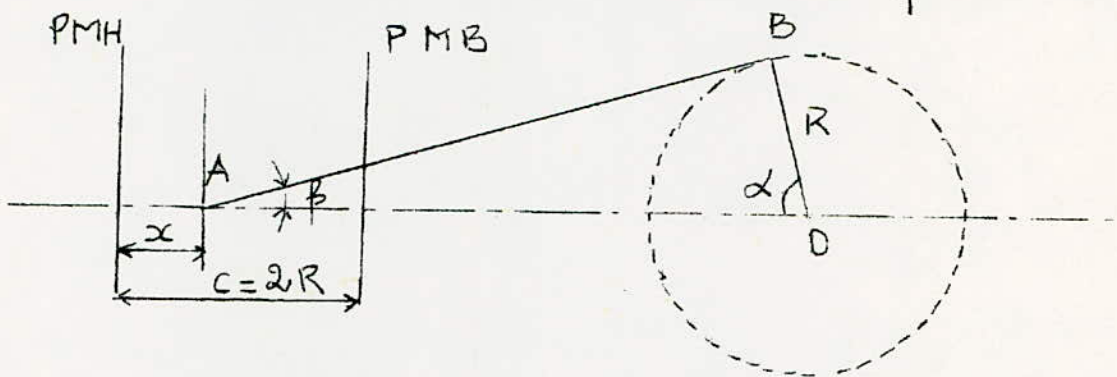


figure: 4

- Soit des espaces

Position du piston

on définit la position du piston par rapport au PMH (point mort haut), x est l'élongation; dans la figure 4 on a:

$$x = AO - MO = L + R(L \cos \beta + R \cos \alpha)$$

on pose $\lambda = \frac{R}{L}$

le mouvement étant symétrique nous ferons l'étude pour $0 \leq \alpha \leq \pi \Rightarrow 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$

En introduisant λ ; on a:

$$x = R \left[1 - \cos \alpha + \frac{1}{\lambda} (1 - \cos \beta) \right]$$

comme β et α sont liés par:

$$\frac{\Delta \sin \beta}{\Delta \sin \alpha} = \frac{R}{L} = \lambda$$

On peut exprimer tout en fonction de α

$$\sin \beta = \lambda \sin \alpha \quad , \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}$$

d'où

$$x = R \left[1 - \cos \alpha + \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}) \right]$$

x est une fonction : périodique de période 2π

il suffira donc de faire varier α de 0 à 180°

Dans l'expression de x , on peut développer en série

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} = 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha - \frac{1}{8} \lambda^4 \sin^4 \alpha + \dots$$

comme $\lambda = 0,2$

$$\lambda^4 = 0,0016$$

donc peut négliger le 2^{em} terme ;

x devient :

$$x = R \left[1 - \cos \alpha + \frac{1}{\lambda} (1 - 1 + \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \alpha) \right]$$

$$\underline{x = R \left[1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha \right]}$$

- Loi des vitesses

Pour calculer la vitesse instantanée du piston, il suffit de dériver par rapport au temps l'expression de l'élongation. On introduit la vitesse de rotation de la manivelle.

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{n\pi}{30}$$

$$x' = v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = R\omega \left[\sin \alpha + \frac{\lambda}{\lambda} \sin \beta \frac{d\beta}{dt} \right]$$

Comme $\sin \beta = \lambda \sin \alpha \Rightarrow \cos \beta d\beta = \lambda \cos \alpha d\alpha$
 et $\frac{d\beta}{dt} = \lambda \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$

$$\text{d'où } x' = \frac{R n \pi}{30} \left[\sin \alpha - \frac{1}{\lambda} \sin \beta + \lambda \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right] \quad \text{III 3}$$

$$x' = \frac{R n \pi}{30} (\sin \alpha + \lambda \beta \cos \alpha) = \frac{R n \pi}{30} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

$\omega = \text{cte}$ (vitesse de rotation) donc :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega = \text{cte} \qquad \frac{dx}{dt} = \omega = \frac{dx}{d\alpha}$$

$$\underline{x' = \frac{R n \pi}{30} \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right)}$$

- Soit des accélérations

l'accélération instantanée du piston s'obtient en dérivant l'expression de la vitesse x' par rapport au temps

$$x'' = A = \frac{dx'}{dt} = \frac{dx'}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{dx'}{d\alpha} \cdot \omega$$

$$\underline{A = R \omega^2 [\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha]}$$

3.1.2 Mouvement de la tête de bielle

- vitesse linéaire du maneton

$$w_e = \omega \cdot R = \frac{\pi N}{30} \cdot R = \frac{\pi 1200 \cdot 0,037}{30}$$

$$w_e =$$

- accélération du maneton

$$A_m = R \omega^2 =$$

- inclinaison maximale de la bielle

$$\sin \beta_{\max} = 0,2 \quad \Rightarrow \quad \beta_{\max} = 11,54$$

3.13. Mouvement oscillatoire de la bielle

IV 4

- Soit de variation β

on a vu que $\sin \beta = \lambda \sin \alpha$ (propriété trigonométrique d'un triangle)

Pour exprimer que les sens de rotations de OB autour de O, et de AB autour de A sont inversés, la relation précédente devient

$$\sin \beta = -\lambda \sin \alpha \Rightarrow \beta = \text{Arcsin}(-\lambda \sin \alpha)$$

on développe:

$$\beta = 1 + \frac{1}{3!} (-\lambda \sin \alpha)^3 + \frac{1}{5!} (-\lambda \sin \alpha)^5 + \dots$$

on transforme $\sin^3 \alpha$ et $\sin^5 \alpha$ en arc multiple

on obtient:
$$\beta = b_1 \sin \alpha + b_3 \sin 3\alpha + b_5 \sin 5\alpha$$

avec:

$$b_1 = -\lambda - \frac{\lambda^3}{8} - \frac{3\lambda^5}{64}$$

$$b_3 = \frac{\lambda^3}{24} + \frac{3\lambda^5}{128}$$

$$b_5 = -\frac{3\lambda^5}{640}$$

on néglige les termes de degrés supérieurs 5

- Soit des vitesses β'

on dérive l'expression précédente on obtient

$$\beta' = \frac{d\beta}{dt} = \omega (b_1 \cos \alpha + 3b_3 \cos 3\alpha + \dots) \text{ avec } \frac{d\alpha}{dt} = \omega$$

Autre expression de β' :

$$\beta' = -\lambda \omega \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -\lambda\omega \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

Pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ $\beta' = 0$

Pour $\alpha = 0$ et π β' est maximum et vaut $\lambda\omega$

- Soit des accélérations β''

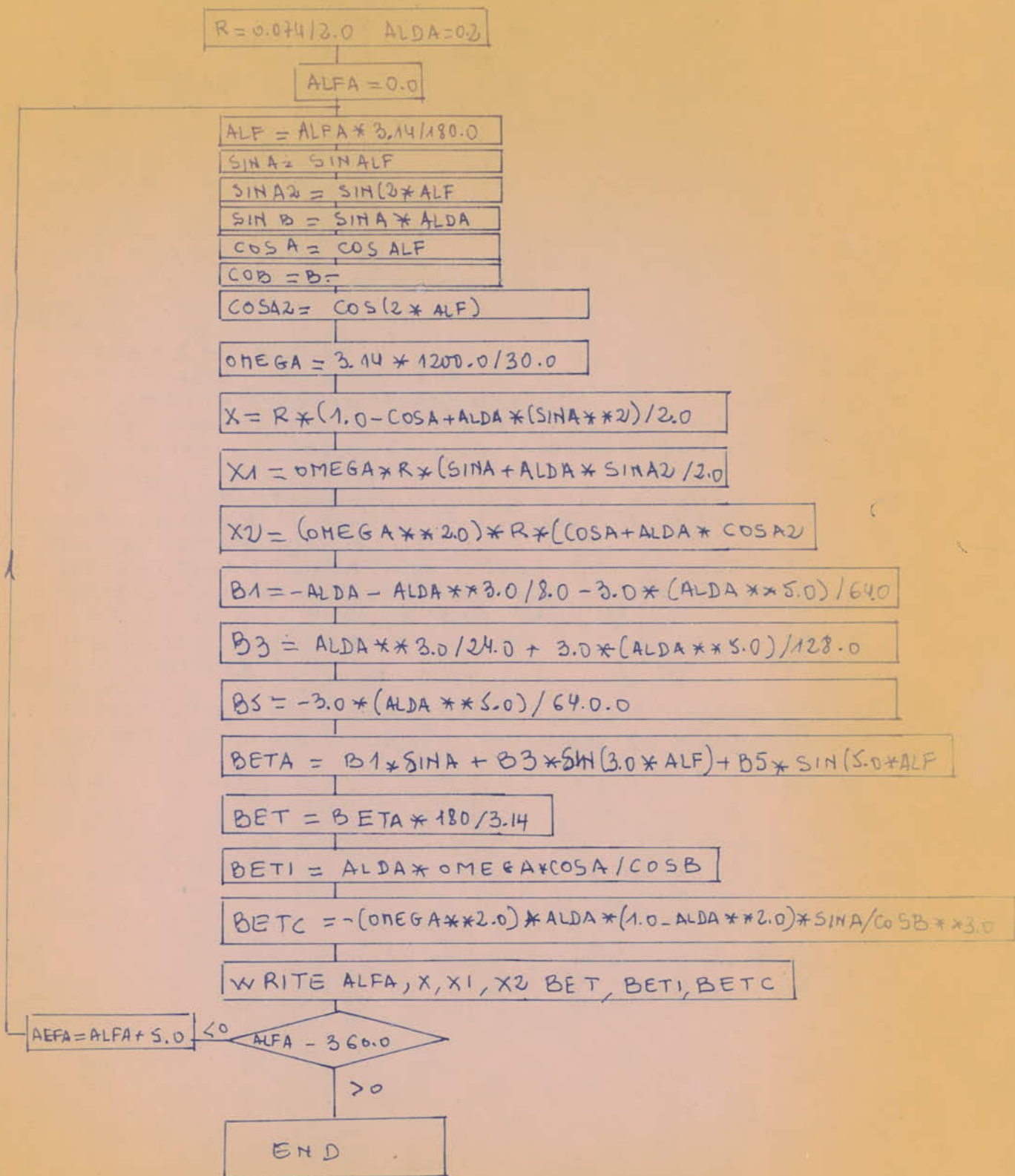
on dérive β' par rapport au temps

$$\beta'' = \frac{d^2\beta}{dt^2} = \frac{d\beta'}{dt} = -\omega^2 \lambda(1-\lambda^2) \frac{\sin\alpha}{\cos^3\beta}$$

3.14 Programme Fortran

On fait un programme Fortran pour calculer toutes les grandeurs : x , w , A , β , β' et β'' en fonction de α lorsqu'il varie de 0 à 360° par pas de 5°

ORGANIGRAMME



PROGRAMME

```

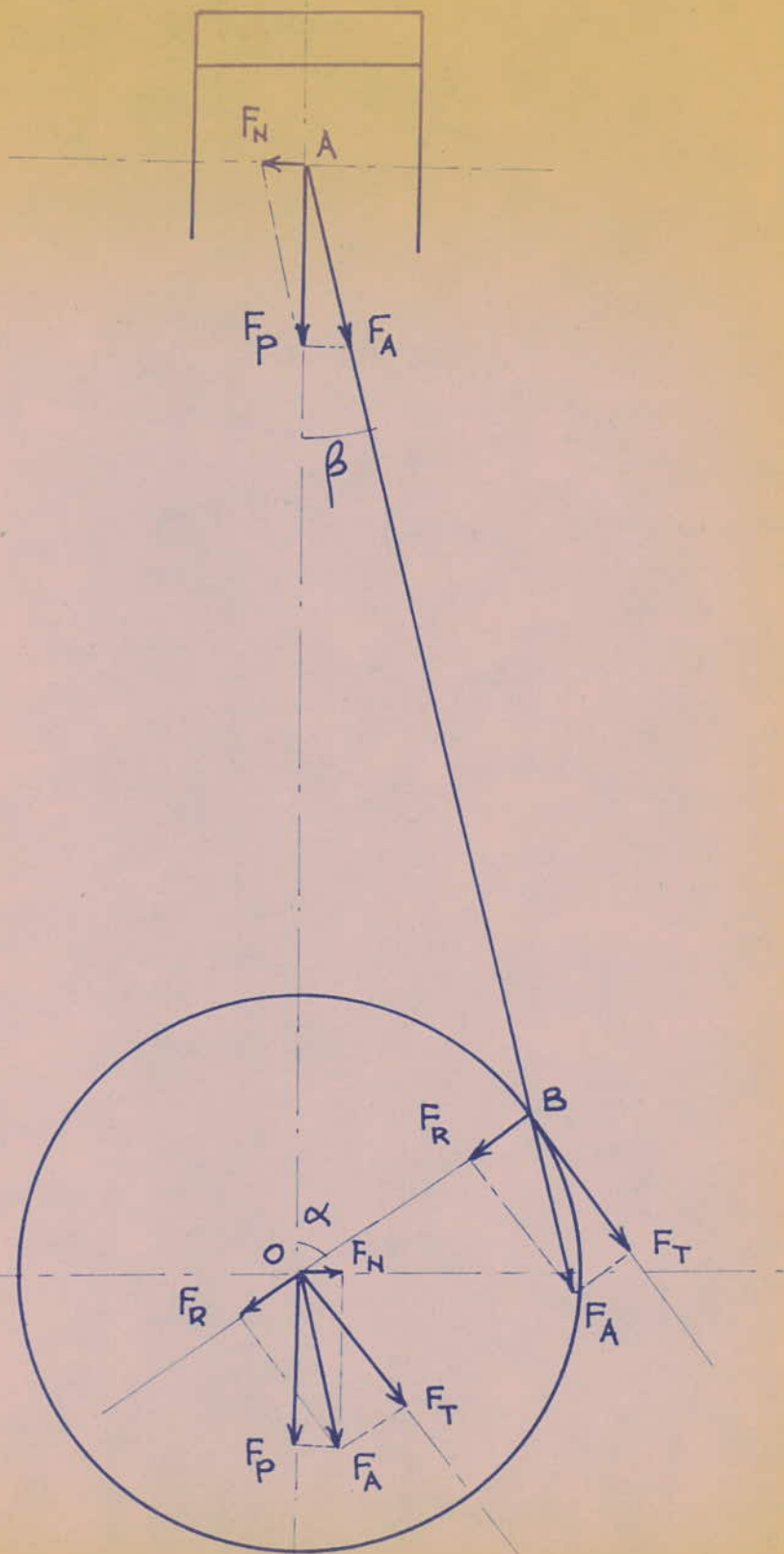
INTEGER ALFA
R = 0.074 / 2
ALDA = 0.2
ALFA = 0
3 ALF = ALFA * 3.14 / 180
SINA = SIN(ALF)
SINA2 = SIN(2 * ALF)
SINB = SINA * ALDA
COSB = (1 - SINB ** 2) ** 0.5
CO5A = COS(ALF)
CO5A2 = COS(2 * ALF)
OMEGA = 3.14 * 1200 / 30
X = R * (1 - CO5A + ALDA * (SINA ** 2) / 2)
X1 = OMEGA * R * (SINA + ALDA * SINA2 / 2)
X2 = (OMEGA ** 2) * R * (CO5A + ALDA * CO5A2)
B1 = -ALDA - (ALDA ** 3.0) / 8.0 - 3.0 * (ALDA ** 5.0) / 64.0
B3 = ALDA ** 3 / 24 + 3 * (ALDA ** 5) / 128
B5 = -3 * (ALDA ** 5) / 640
BETA = B1 * SINA + B3 * SIN(3 * ALF) + B5 * SIN(5 * ALF)
BET = BETA * 180 / 3.14
BETI = ALDA * OMEGA * CO5A / COSB
BETC = -(OMEGA ** 2) * ALDA * (1 - ALDA ** 2) * SINA / COSB ** 3)
WRITE (6, 100) ALFA, X, X1, X2, BET, BETI, BETC
IF (ALFA .EQ. 360) GO TO 2
ALFA = ALFA + 5
GO TO 3
100 FORMAT ( / " ALFA = ", 13, 3X, " X = ", E10.3, 3X, " X1 = ", E10.3, 3X, " X2 = ", E10.3,
13X, " BET = ", E10.3, 3X, " BETI = ", E10.3, 3X, " BETC = ", E10.3, 3X )
2 STOP
END

```

** NO ERRORS *

α°	X mm	X 1 mb	X 2 $\frac{m}{20}$	B degré	β' nd/2	β'' nd/2
0	0	0	700	0	25,1	0
5	+0,169	0,485	696	-0,99	25	-264
10	+0,673	0,965	685	-1,99	24,8	-527
15	1,51	1,43	665	-2,96	24,3	-787
20	2,66	1,89	638	-3,92	23,7	-1040
25	4,12	2,32	604	-4,84	23,9	-1290
30	5,88	2,72	564	-5,73	21,9	-1540
35	7,90	3,10	518	-6,58	20,7	-1770
40	1,02	3,44	468	-7,38	19,4	-2000
45	12,7	3,75	413	-8,13	17,9	-2210
50	15,4	4,02	355	-8,81	16,3	-2400
55	18,2	4,24	295	-9,42	14,6	-2580
60	21,3	4,43	234	-9,97	12,8	-2740
65	24,4	4,57	172	-10,44	10,8	-2890
70	27,6	4,67	111	-10,83	8,76	-3000
75	30,9	4,72	50,4	-11,13	6,70	-3150
80	34,1	4,74	-7,88	-11,35	4,47	-3160
85	37,4	4,71	-63,6	-11,49	3,25	-3210
90	40,7	4,65	-116	-11,53	0,0204	-3220
95	43,9	4,55	-165	-11,35	-2,21	-3210
100	47,0	4,42	-211	-11,13	-4,43	-3190
105	50,0	4,26	-252	-10,83	-6,60	-3100
110	52,9	4,07	-289	-10,44	-8,72	-3010
115	55,6	3,86	-321	-9,97	-10,8	-2890
120	58,2	3,63	-350	-9,42	-12,7	-2750
125	60,7	3,37	-374	-8,41	-14,6	-2590
130	62,9	3,11	-395	-8,13	-16,3	-2410
135	65,0	2,83	-413	-7,38	-17,9	-2210
140	66,8	2,53	-427	-6,58	-19,4	-2000
145	68,5	2,23	-438	-5,73	-20,7	-1780
150	69,9	1,93	-447	-4,84	-21,8	-1540
155	71,2	1,61	-454	-3,92	-22,8	-1300
160	72,2	1,30	-459	-2,96	-23,6	-1050
165	73,0	0,960	-463	-1,99	-24,3	-791
170	73,5	0,654	-465	-0,99	-24,7	-531
175	73,9	0,330	-466	0	-25,0	-269
180	74,0	0,0059	-467	0,99	-25,1	-482
185	73,9	-0,318	-465	1,99	-25,0	259

α°	X mm	X 1%	X 2%	β degree	$\beta'_{2d/a}$	$\beta''_{rd/a}$
190	73,6	-0,642	-465	+1,90	-24,8	522
195	73,0	-0,964	-463	+2,96	-24,3	782
200	72,0	-1,28	-459	+3,96	-23,7	1040
205	71,2	-1,60	-454	+3,92	-22,9	1290
210	66,0	-1,91	-447	+4,84	-21,9	1530
215	63,6	-2,22	-438	+5,73	-20,7	1770
220	66,9	-2,52	-424	+6,58	-19,4	1990
225	65,1	-2,81	-413	+7,38	-18,0	2200
230	63,0	-3,10	-396	+8,13	-16,4	2400
235	60,8	-3,36	-375	+8,81	-14,6	2580
240	58,3	-3,62	-351	+9,42	-12,8	2760
245	55,7	-3,85	-322	+9,97	-10,8	2880
250	53,0	-4,06	-290	+10,44	-8,80	3000
255	50,1	-4,25	-253	+10,83	-6,68	3100
260	47,1	-4,41	-212	+11,13	-4,51	3160
265	44,0	-4,55	-187	+11,35	-2,29	3210
270	40,8	-4,64	-118	+11,49	-0,0618	3220
275	37,5	-4,71	-65,66	+11,53	3,17	3210
280	34,3	-4,74	-9,96	+11,35	4,39	3170
285	31,0	-4,72	48,3	+11,13	6,56	3100
290	27,7	-4,67	108	+10,83	8,69	3010
295	24,5	-4,57	170	+10,44	10,7	2890
300	21,4	-4,43	232	+9,97	12,7	2750
305	18,4	-4,25	293	+9,42	14,6	2590
310	15,5	-4,03	353	+8,41	16,3	2410
315	12,8	-3,76	411	+8,13	17,9	2210
320	10,3	-3,46	466	+7,188	19,4	2000
325	7,98	-3,11	516	+6,58	20,7	1780
330	5,95	-2,74	562	+5,73	21,8	1550
335	4,18	-2,33	603	+4,84	22,8	1300
340	2,71	-1,90	637	+3,92	23,6	1050
345	1,54	-1,45	664	+2,96	24,3	796
350	0,698	-0,983	684	+1,99	24,7	535
355	0,181	-0,503	696	+0,99	25,0	273
360	0	-0	700	0	25,1	0

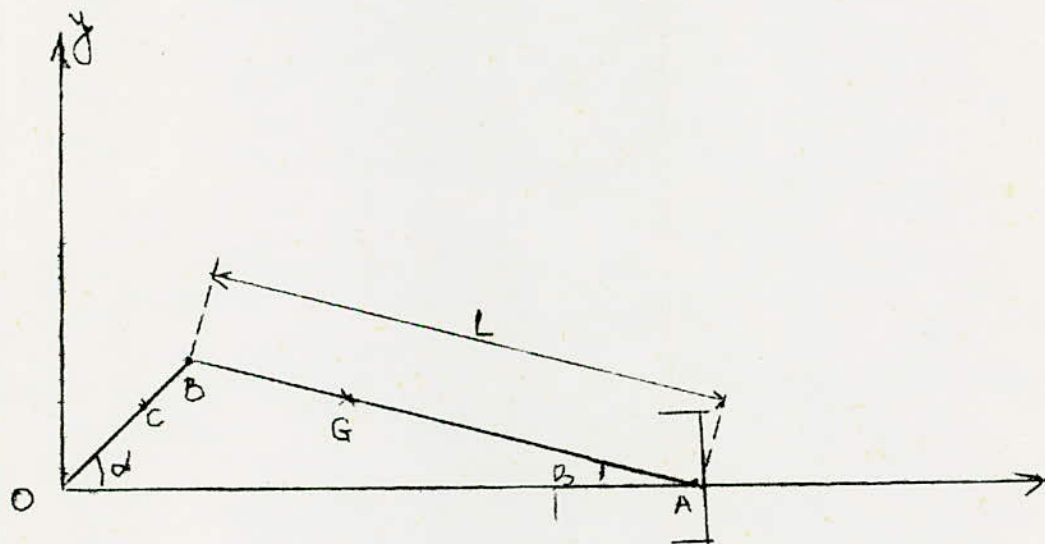


3.2. Etude dynamique

Le point délicat est le calcul des forces d'inertie de la bielle. Il se simplifie par l'application du théorème du mouvement de centre de gravité :

la résultante des forces d'inertie est égale à la force d'inertie appliquée à une masse ponctuelle, égale à celle de la bielle, et supposée concentrée au centre de gravité.

On remplace la bielle par un système de deux masses, ayant même centre de gravité et même masse totale



en G : $m = m_a + m_r$ masse totale de la bielle

m_a : masse alternative, supposée concentrée en A

m_r = masse rotative supposée concentrée en B

on prend : $m_a = \frac{m}{3}$ et $m_r = \frac{2}{3} m$.

$M_A = m_a + m_p$ masse alternative totale III 7

m_p : masse du piston

$M_R = m_r + m_m$ masse rotative totale

m_m : masse du maneton concentré en c (centre de gravité du maneton).

3.2.1 Forces d'inertie

La force d'inertie de la masse en translation est: le produit de la masse par l'accélération

$$F_{\text{itr}} = - m_A \frac{d^2 x}{dt^2}$$

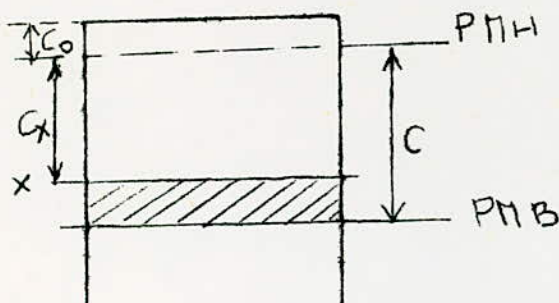
$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 R (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) \quad \text{donc.}$$

$$F_{\text{itr}} = -m_A \omega^2 R (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha)$$

3.2.2 Force de pression

La force de pression dépend de la course du piston, donc de l'angle α .

La compression et la détente s'effectuent suivant la loi de compression polytropique $p v^n = c \text{st}$



Pour une position α on

$$P'' (V_x + V_0)^n = P' (V_e + V_0)^n$$

$$P''(V_x + V_0)^n = P'(V_e + V_0)^n$$

P'' : pression absolue = $P_{\text{gaz}} + 1$

$$V_x + V_0 = \frac{\pi D^2}{4} (C_x + C_0) \quad \text{et} \quad V_e + V_0 = \frac{\pi D^2}{4} (C_e + C_0)$$

soit :

$$P_{\text{gaz}} = P' \left(\frac{C_e + C_0}{C_x + C_0} \right)^n - 1$$

- Détente

La détente est polytropique $n = 1,35$, elle se fait de 0 à 40° d'après le diagramme donc

d'après l'échelle : $C_e = \frac{24}{1,86} C = C_1$ et $P' = 1,033 \text{ kgf/cm}^2$

- Aspiration $n = 0$

$$P' = 1,033 \text{ kgf/cm}^2$$

- Compression

La compression est polytropique $n = 1,35$, elle se fait de $\alpha = 180^\circ$ à 310°

$$C_e = C \quad \text{et} \quad P' = 1,033 \text{ kgf/cm}^2$$

- Refoulement

$n = 0$

$$C_2 = C_e = \frac{54}{1,86} C$$

$$P' = 5 \text{ kgf/cm}^2$$

la force de pression est :

$$P_a = P_{\text{gaz}} \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

3.2.3 charge sur le piston

III 9

$$F_p = P_a + F_{itr}$$

la force F_p est fonction de α , on la calcule pour différentes valeurs de α .

3.2.4 Effort tangentielle - effort radial.

a) Effort tangentiel sur les paliers de la manivelle

$$F_T = F_a \sin(\alpha + \beta)$$

$$F_T = F_p \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

b) Effort radial sur les paliers de la manivelle

$$F_R = F_a \cos(\alpha + \beta)$$

$$F_R = F_p \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

3.2.5 Effort axial et normal

a) charge axiale sur la bielle

$$F_a = F_p \cos \beta$$

b) charge normale aux parois du cylindre

$$F_N = F_p \tan \beta$$

3.2.6 Couples des forces

a) couples des forces d'inertie

La vitesse de rotation ω est supposée constante

d'après le principe de conservation d'énergie :

$$C_i = \frac{\bar{F}}{\omega} \cdot \frac{dx}{dt} \quad ; \quad \frac{dx}{dt} = \omega R \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right)$$

donc : $C_i = -m a \omega^2 R^2 (\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha) (\omega R \alpha + \lambda \omega R \alpha)$ II 10

b/ Couples des forces de pression

d'après la conservation d'énergie on a :

$$C_p = \frac{P_a}{\omega} \frac{dx}{dt} = P_a R (\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha)$$

c/ Couples résistant instantané

$$C_R = C_i + C_p = \frac{(P_a + F_{\text{tr}})}{\omega} \frac{dx}{dt}$$

$$C_R = (P_a + F_{\text{tr}}) \cdot R (\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha)$$

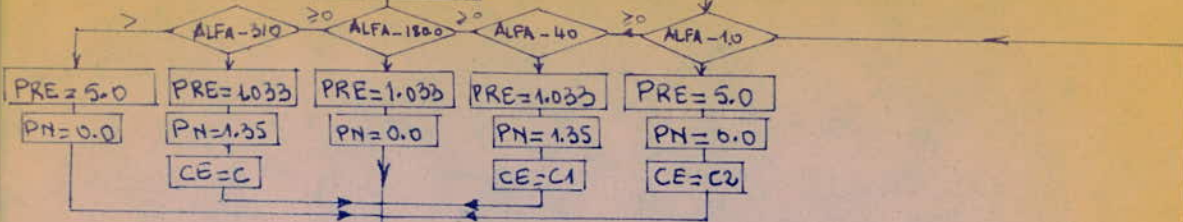
$$C_R = F_T \cdot R$$

3.2.7 Programme Fortran.

Pour avoir l'ensemble des valeurs des efforts et des couples lorsque α varie de 0 à 360° par pas de 5 , on programme sur ordinateur.

ORGANIGRAMME

$D = 8.0$ $C = 24$ $R = 3.7$
 $C1 = (24.0 / 136.0) * C$
 $C2 = (34.0 / 136.0) * C$
 $V_0 = 136.0$
 $C_0 = (V_0 * 4.0) / (3.14 * (D * 2.0))$
 $ALDA = 0.2$
 $ALFA = 0.0$



$ALF = ALFA * 3.14 / 180.0$
 $SINA = SIN(ALF)$
 $SINB = SINA * ALDA$
 $COSA = COS ALF$
 $COSB = (1 - SINB * 2.0) * 0.5$
 $CX = R * (1.0 - COSA + ALDA * COSINA * 2.0 / 2.0)$
 $PAB = PRE * ((CE + C_0) / (CX + C_0)) * PN$
 $PRA = PAB - 1.0$
 $COS A2 = COS(2.0 * ALF)$
 $OMEGA = 3.14 * 1200 / 30.0$
 $AC = (COSA + ALDA * COSA2) * R * OMEGA * 2.0$
 $BIE = 0.6$
 $PIS = 0.3$
 $AMA = PIS + BIE / 3.0$
 $EMA = (AMA * 0.01) * 9.81$
 $FI = -EMA * AC$
 $FIT = FI * 9.81$
 $SP = 3.14 * (D * 2.0) / 4.0$
 $FP = PRA * SP * 9.81 + FIT$
 $FH = FP * SINB / COSB$
 $SINAB = COSB * SINA + COSA * SINB$
 $COSAB = COSA * COSB + SINA * SINB$
 $FA = FP / COSB$
 $FR = FP * COSAB / COSB$
 $FT = FP * SINAB / COSB$
 $CR = FT * R * 0.01$
 WRITE (ALFA, PAB, FIT, FP, FA, FR, FT, FH, CR)
 AEFA-360.0 > ALFA = ALFA + 5.0
 END

PROGRAMME

INTEGER ALFA

$V_0 = 18.60$

$C = 7.4$

$D = 8.0$

$R = 3.7$

$ALDA = 0.2$

$CO = (V_0 * 4) / (3.14 * (D ** 2))$

$C1 = (24 / 186) * C$

$C2 = (54 / 186) * C$

$ALFA = 0$

90 IF (ALFA .LE. 1) GO TO 10
 IF (ALFA .LE. 40) GO TO 20
 IF (ALFA .LE. 180) GO TO 30
 IF (ALFA .LE. 310) GO TO 40

PRE = 5

PN = 0

GO TO 50

10 PRE = 5

PN = 0

CE = C2

GO TO 50

20 PRE = 1.033

PN = 1.35

CE = C1

GO TO 50

30 PRE = 1.033

PN = 0

GO TO 50

40 PRE = 1.033

PN = 1.35

CE = C

50 ALF = ALFA * 3.14 / 180

SINA = SIN(ALF)

SINB = SIN * ALDA

COSA = COS(ALF)

$COSB = (1 - SINB ** 2) ** 0.5$

$CX = R * (1.0 - COSA + ALDA * (SINA ** 2) / 2)$

$PAB = PRE * (((CE + CO) / (CX + CO))) ** PN$

PRE = PAB - 1.0

$COSA2 = COS(2.0 * ALF)$

$OMEGA = 3.14 * 1200 / 30$

$AC = (COSA + ALDA * COSA2) * R * (OMEGA ** 2)$

BIE = 0.6

PIS = 0.3

AMA = PIS + BIE / 3

EMA = (AMA * 0.01) * 9.81

FI = -(EMA) * AC

FIT = FI * 9.81

$SP = 3.14 * (D ** 2) / 4$

$FP = PRA * SP * 9.81 + FIT$

$FN = FP * SINB / COSB$

$SINAB = SINA * COSB + SINB * COSA$

$$\text{COSAB} = \text{COSA} * \text{COB} - \text{SINA} * \text{SINB}$$

$$\text{FA} = \text{FP} / \text{COSB}$$

$$\text{FR} = \text{FP} * \text{COSAB} / \text{COSB}$$

$$\text{FT} = \text{FP} * \text{SINAB} / \text{COSB}$$

$$\text{CR} = \text{FT} * \text{R} * 0.01$$

WRITE (6,100) ALFA, PAB, FIT, FP, FA, FR, FT, CR, FN

100 FORMAT(1X, 5HALFA = 13, 1X, 4HPAB, E10.3, 1X, 4HFIT = , E10.3, 1X,
1X, 3HFP = , E10.3, 1X, 3HFA = , E10.3, 3X, 3HFR = , E10.3, 1X, 3HFT = ,
1E10.3, 1X, 3HCR = , E10.3, 1X, 3HFN = , E10.3)

IF(ALFA, LE, 360) GOTO 5

GOTO 6

5 ALFA = ALFA + 5

GOTO 90

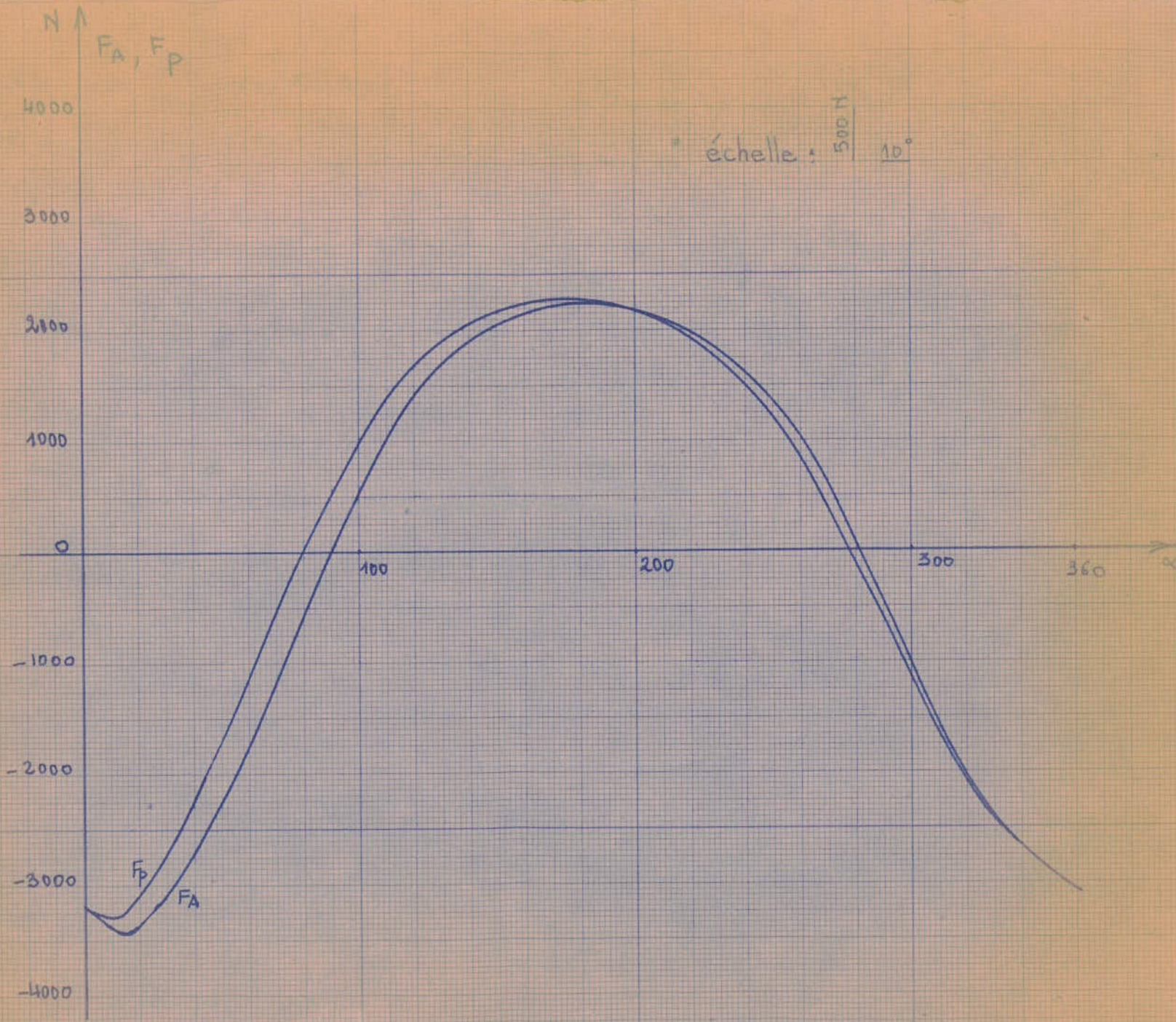
6 STOP

END

** NO ERRORS

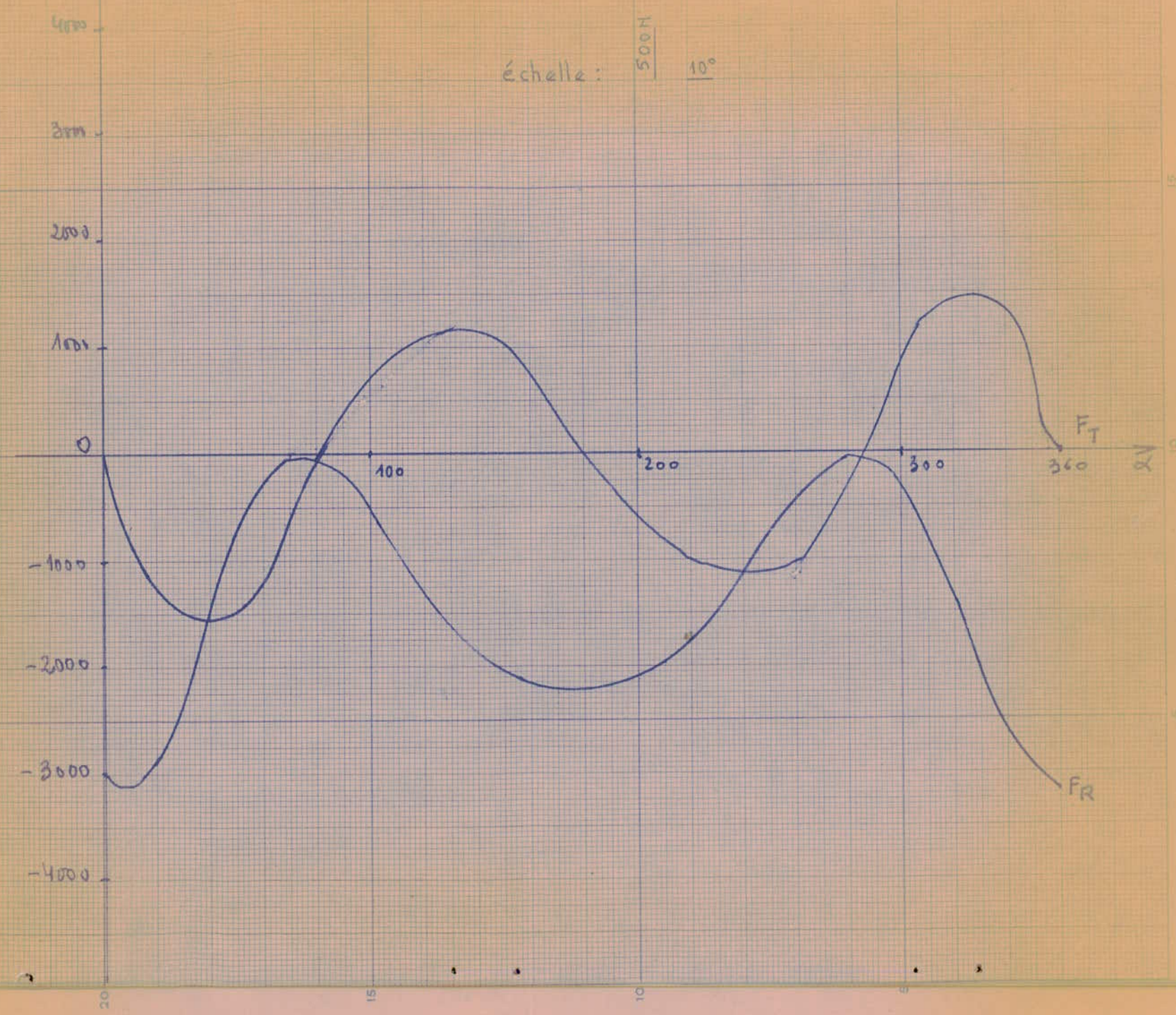
α	Pabs $\frac{W}{L}$	FIT N	FP N	FA N	FR N	FT N	FH N	CR Nm
0	5,00	-3370	-3170	-3170	-3170	0	0	0
5	4,73	-3350	-3350	-3350	-3330	-350	-58,4	-13
10	4,24	-3290	-3330	-3500	-3230	-686	-115	-25,4
15	3,51	-3200	-3220	-3220	-3060	-993	-167	-36,7
20	2,97	-3070	-3090	-3100	-2840	-1260	-212	-46,5
25	2,76	-2910	-2940	-2950	-2560	-1470	-249	-54,3
30	1,86	-2710	-2750	-2760	-2240	-1670	-276	-59,7
35	1,21	-2490	-2530	-2550	-1910	-1690	-292	-62,6
40	1,09	-2250	-2290	-2310	-1560	-1700	-297	-62,9
45	1,03	-1990	-1990	-2010	-1200	-1600	-284	-59,3
50	1,03	-1710	-1710	-1730	-896	-1480	-265	-54,7
60	1,03	-1130	-1120	-1440	-391	-1070	-198	-39,7
65	1,03	-828	-826	-1140	-212	-813	-152	-30,1
70	1,03	-532	-531	-840	-186,4	-533	-102	-19,7
75	1,03	-243	-241	-540	-16,7	-245	-47,4	-9,07
80	1,03	37,9	39,5	-246	0	40,3	7,92	1,49
85	1,03	306	308	43,3	35,3	312	62,6	11,5
90	1,03	559	561	314	-114	521	115	20,8
95	1,03	796	797	573	-230	780	162	26,9
100	1,03	1010	1020	814	-376	965	204	35,7
105	1,03	1210	1210	1040	-544	1110	239	41,1
110	1,03	1390	1390	1240	-725	1220	266	45
115	1,03	1550	1550	1420	-912	1280	285	47,5
120	1,03	1680	1660	1570	-1099	1310	297	48,6
125	1,03	1800	1800	1710	-1280	1310	300	48,3
130	1,03	1900	1900	1830	-1450	1270	295	47
135	1,03	1980	1990	1930	-1600	1210	284	46,6
140	1,03	2050	2050	2070	-1740	1220	267	41,4
145	1,03	2110	2110	2120	-1870	1110	244	35,5
150	1,03	2150	2150	2160	-1970	891	217	33
155	1,03	2180	2190	2170	-2060	758	186	28
160	1,03	2210	2210	2220	-2130	616	152	22,8
165	1,03	2230	2230	2230	-2180	468	116	17,3
170	1,03	2240	2240	2240	-2220	315	78,5	14,7
175	1,03	2240	2250	2250	-2240	160	39,9	5,9
180	1,03	2250	2250	2250	-2250	2,8	0,7	0,16
185	1,03	2240	2250	2250	-2240	-154	-38,4	-5,69
190	1,04	2240	2240	2240	-2220	-309	-147,1	-11,4
195	1,05	2230	2230	2230	-2180	-462	-115	-17,1

α°	Pabe kg/cm ²	F _{IT}	F _P	F _A	F _R	F _T	F _M	C _R
200	1,7	2210	2210	2220	-2130	-611	-140	-22,6
205	1,09	2180	2190	2200	-2060	-754	-151	-27,8
210	1,11	2150	2160	2170	-1980	-888	-185	-32,3
220	1,14	2110	2120	2130	-1880	-1110	-216	-37,4
225	1,18	2060	2060	2080	-1750	-1120	-244	-41,4
225	1,22	2000	2000	2020	-1620	-1210	-267	-44,7
230	1,27	1900	1920	1940	-1460	-1280	-285	-47,2
235	1,33	1810	1820	1850	-1300	-1320	-297	-48,7
240	1,40	1690	1710	1730	-1120	-1330	-302	-49,1
245	1,48	1550	1580	1600	-932	-1300	-290	-48,2
250	1,58	1400	1420	1450	-745	-1240	-271	-46
255	1,70	1220	1250	1280	-565	-1140	-246	-42,4
260	1,83	1020	1060	1080	-397	-1010	-213	-37,3
265	2	804	853	871	-249	-834	-173	-30,8
270	2,19	568	627	640	-130	-627	-128	-23,2
275	2,43	316	386	394	-45,5	-391	-78,5	-14,5
280	2,72	47,9	133	135	-3,55	-135	-26,6	-5
285	3,07	-232	-130	-133	-8,58	+132	25,6	4,2
290	3,51	-509	-398	-405	-63,5	400	76,2	14,8
295	4,06	-817	-666	-678	-168	656	123	24,3
300	4,76	-1110	-926	-944	-321	887	164	32,8
305	5,66	-1410	-1180	-1200	-513	1080	196	40
310	6,83	-1700	-1410	-1430	-736	1220	219	45,3
315	5	-1980	-1780	-1800	-1070	1440	255	53,4
320	5	-2240	-2040	-2060	-1390	1520	266	56,3
325	5	-2490	-2290	-2300	-1720	1530	265	56,8
330	5	-2710	-2510	-2520	-2040	1480	253	54,8
335	5	-2900	-2700	-2710	-2350	1360	231	50,3
340	5	-3000	-2870	-2870	-2620	1170	198	43,5
345	5	-3200	-3000	-3000	-2250	937	157	34,7
350	5	-3290	-3090	-3100	-3030	654	109	24,2
355	5	-3350	-3150	-3150	-3130	341	56,9	12,6
360	5	-3370	-3170	-3170	-3170	12,1	2,02	0,4



N A FR, FT

échelle: $\frac{500N}{10^\circ}$

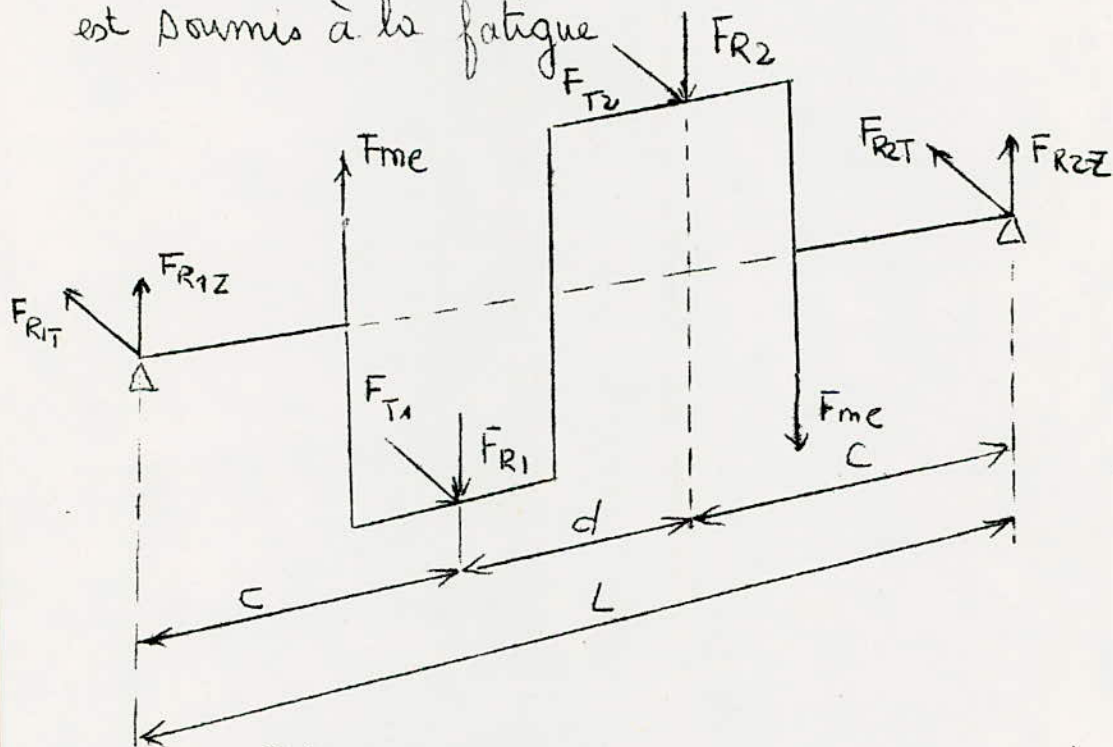


IV CALCUL DES ORGANES III 1.

4.1 vilebrequin

Le vilebrequin correspond à 2 cylindres; donc à deux système bielles-manivelles, il repose par deux tourillons dans les paliers et transmet l'action motrice sur les bielles.

Il est sollicité à des actions produisant des flexions, torsion, cisaillement compression; et du fait des rapides variations d'intensité et de sens, le vilebrequin est soumis à la fatigue



4.1.1 Dimensionnement

- Maneton

D diamètre du cylindre $D = 80 \text{ mm}$

$$D_m = 0,55 D = 44 \text{ mm}$$

$$L_m = 0,73 D_m = 32 \text{ mm}$$

- Courillon

$$D_t = 0,61 \cdot D = 49 \text{ mm}$$

$$L_t = (1 \text{ à } 1,5) D_t = 54 \text{ mm}$$

- Bras

- épaisseur du bras

$$e = 0,25 D = 20 \text{ mm}$$

- largeur

$$l = (2 \text{ à } 5) e = 60 \text{ mm}$$

Le vilebrequin étant dessiné grâce aux éléments proportionnels, ci-dessus.

$$c = \frac{L_t}{2} + \frac{L_m}{2} + e + \frac{1}{4} = 67 \text{ mm}$$

d'après le dessin

$$d = 149 \text{ mm}$$

$$L = 283 \text{ mm.}$$

4.1.2 Calcul pour F_R maximum

Les actions extérieures et d'inertie diverses étant connues pour les positions, il est possible pour chaque position de calculer dans toutes les sections les valeurs des moments fléchissants, de torsion et les efforts de compression (traction) et cisaillement; mais on fait le calcul seulement pour les positions où les actions sont importantes.

On prélève la valeur maximum de F_R du tableau des efforts

IV 3

1^{er} cylindre

$$\alpha = 5^\circ$$

$$F_R = -3330 \text{ N} \quad \text{correspond à } F_T = 350 \text{ N}$$

2^{em} cylindre

$$\alpha = 185^\circ$$

$$F_R = -2240 \text{ N}$$

$$F_T = -154 \text{ N}$$

$$F_{R12} = F_{R2} \frac{c}{L} + F_{R1} \frac{c+d}{L}$$

$$F_{R22} = F_{R1} \frac{c}{L} + F_{R2} \frac{c+d}{L}$$

$$F_{R1T} = F_{T2} \frac{c}{L} + F_{T1} \frac{c+d}{L}$$

$$F_{R2T} = F_{T1} \frac{c}{L} + F_{T2} \frac{c+d}{L}$$

A) Calcul du tourillon

$$F_{R12} = -2240 \times \frac{67}{283} - 3330 \frac{67+149}{283} = -3069,43 \text{ N}$$

$$F_{R22} = -3330 \cdot \frac{67}{283} - 2240 \frac{67+149}{283} = -2495 \text{ N}$$

1^o - Calcul de la pression diamétrale

$$P_{dt} = \frac{F_{R12}}{L_{e.Dt}} = \frac{3069,43}{54 \times 49} = 1,16 \text{ N/mm}^2$$

en général $P_{dt} < 2 \text{ N/mm}^2$

2^o - Vérification à la flexion

le moment fléchissant est:

$$M_f = L \times F_{R12} = 37 \times 3069,43 = 113,5610^3 \text{ N.mm}$$

$$L = \frac{L_t}{2} + \frac{e}{2} = 37 \text{ mm.}$$

la contrainte de flexion sera: $\sigma_f = \frac{M_f}{\left(\frac{I}{v}\right)}$

on prend $\frac{E}{\nu} = 0,1 D^3 t = 0,1 (49)^3 = 11764,9 \text{ mm}^2$ $\square\square 4$
d'où :

$$\sigma_f = \frac{113,55 \cdot 10^3}{11764,9} = 9,652 \text{ N/mm}^2$$

3°/ Vérification au cisaillement

la contrainte de cisaillement est :

$$\sigma_c = \frac{F_{R,z}}{A}$$

A : section droite du
tornillon

$$A = \frac{\pi D^2 t}{4}$$

$$\text{donc : } \sigma_c = \frac{F_{R,z}}{\frac{\pi D^2 t}{4}} = \frac{3069,43}{\frac{\pi (49)^2}{4}} = 1,628 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_c = 1,628 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte résultante sera :

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_f^2 + \sigma_c^2} = \sqrt{(9,65)^2 + (1,62)^2}$$

$$\sigma_R = 9,77 \text{ N/mm}^2$$

4°/ Vérification à l'échauffement

La vérification se fait d'après les résultats des travaux de Martinet ; dans la plus part des cas le régime de frottement hydrodynamique est obtenue pour des valeurs du coefficient sans dimension :

$$S = \frac{10^8 Z N}{P}$$

Z viscosité du lubrifiant

N : rotation en tr/s soit 20tr/s

P : pression diamétrale

IV 5

S doit être supérieur à 5 pour les arbres en acier traité et coussinets antifriction

On considère l'huile de viscosité Engler 6 (à 50°)

$$\text{soit } Z = 0,0040 \text{ da} + 1 \text{ A/m}^2 \text{ ou } 40 \cdot 10^{-3} \text{ N/s/m}^2$$

$$\text{donc: } S = \frac{10^8 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{1,16 \cdot 10^6} = 68,96$$

valeur bien supérieure à 5.

B) Calcul du maneton.

1°/ - Calcul de la pression diamétrale.

même chose que le tourillon.

$$P_{dm} = \frac{F_{R1}}{L_m \cdot D_m} = \frac{3330}{32 \times 44} = 2,365 \text{ N/mm}^2$$

2°/ - Vérification à la flexion

le moment de flexion :

$M_f = F_{R1} \cdot e$ il est maximum au milieu du

$$\text{maneton : } M_f = 3069,43 \times 67 = 205651,8 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ = 20,56 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

la contrainte de flexion est :

$$\sigma_f = \frac{M_f}{\left(\frac{I}{y}\right)} = \frac{20,56 \cdot 10^4}{8518,4} = 24,14 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{I}{y} = 0,1(D_m)^3 = 0,1(44)^3 = 8518,4 \text{ mm}^3$$

3°/ - Vérification à l'échauffement

on calcul le coefficient de Martinet

$$S = \frac{10^8 Z \cdot N}{P}$$

$$S = \frac{10^8 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{2,36} = 33,89$$

valeur bien supérieure à 5

413 Calcul pour F_T maximum

d'après le tableau des valeurs des efforts on a :

1^{er} cylindre : $\alpha = 40^\circ$ $F_T = -1700 \text{ N}$ $F_R = -1560 \text{ N}$

2^{em} cylindre : $\alpha = 220^\circ$ $F_T = -1120 \text{ N}$ $F_R = -1750 \text{ N}$

On calcule les réactions

$$F_{R1Z} = -1750 \cdot \frac{67}{283} - 1560 \frac{67+149}{283} = -1603,28 \text{ N}$$

$$F_{R1Z} = -1560 \cdot \frac{67}{283} - 1750 \frac{67+149}{283} = -1656,16 \text{ N}$$

$$F_{R1T} = -1120 \cdot \frac{67}{283} - 1700 \frac{67+149}{283} = -1515,52 \text{ N}$$

$$F_{R2T} = -1700 \cdot \frac{67}{283} - 1120 \frac{67+149}{283} = 1225,52 \text{ N}$$

A) Calcul du maneton

- vérification à la flexion

Flexion due à l'effort F_R

$$M_R = F_{R2Z} \cdot c = 1656,16 \cdot 67 = 110962,72 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_R = 110962,72 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Flexion due à l'effort F_T

$$M_T = F_{R1T} \cdot c = 1515,52 \cdot 67 = 101539,84 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_T = 101539,84 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Moment résultant de flexion

$$M = \sqrt{M_R^2 + M_T^2} = \sqrt{(110962,72)^2 + (101539,84)^2}$$

$$M = 150200 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Contrainte de flexion

$$\sigma_f = \frac{150200}{8518,4} = 17,63 \text{ N/mm}^2$$

B) Calcul du tourillon

- Vérification à la flexion

Flexion due à l'effort F_R

$$M_R = F_R \cdot Z \cdot L = 1656,16 \times 37 = 61277,92 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

la contrainte est :

$$\sigma_R = \frac{M_R}{\frac{I}{\sigma}} = \frac{61277,92}{11764,9} = 5,20 \text{ N/mm}^2$$

Flexion due à l'effort F_T

$$M_T = F_T \cdot L = 1515,52 \times 37 = 56074,24 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

la contrainte est :

$$\sigma_T = \frac{M_T}{\frac{I}{\sigma}} = \frac{56074,24}{11764,9} = 4,766 \text{ N/mm}^2$$

- Contrainte de flexion résultante

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_T^2 + \sigma_R^2} = \sqrt{(5,20)^2 + (4,76)^2} = 7,05 \text{ N/mm}^2$$

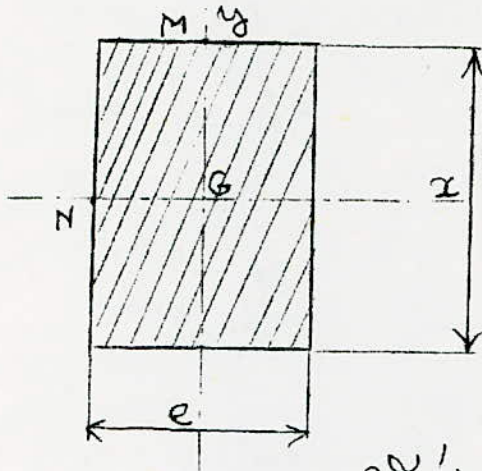
Moment de flexion résultant

$$M_f = \sqrt{M_R^2 + M_T^2} = \sqrt{(6,12 \cdot 10^4)^2 + (5,61 \cdot 10^4)^2}$$

$$M_f = 8,3 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

C) Calcul du bras

Pour le calcul, on considère que la section du bras est rectangulaire.



$$l = 60 \text{ mm}$$

$$e = 20 \text{ mm}$$

Vérification à la flexion

- Flexion due à l'effort F_R

$$M_R = F_R \cdot Z \cdot L = 1656,16 \times 37 = 61277,92 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Contrainte de flexion

$$\sigma_R = \frac{M_R}{\frac{I_{Gy}}{v}}$$

$$\frac{I_{Gy}}{v} = \frac{le^3 \cdot \frac{2}{e}}{12} = \frac{le^2}{6}$$

$$\frac{le^2}{6} = \frac{60 \cdot 20^2}{6} = 4000 \text{ mm}^3 \quad \text{donc ;}$$

$$\sigma_R = \frac{61277,92}{4000} = 15,32 \text{ N/mm}^2$$

- Flexion due à l'effort F_T

$$M_T = F_T \cdot R = 1700 \times 37 = 62900 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\text{contrainte ; } \sigma_T = \frac{M_T}{\frac{I_{Gx}}{v}}$$

$$\frac{I_{Gx}}{v} = \frac{el^3}{12 \cdot \frac{2}{e}} = \frac{el^2}{6}$$

$$\frac{I_{Gx}}{v} = \frac{20 \cdot (60)^2}{6} = 12000 \text{ mm}^2 \quad \text{donc ;}$$

$$\sigma_T = \frac{62900}{12000} = 5,25 \text{ N/mm}^2$$

Moment de torsion

$$M_t = F_{R1T} \cdot L = 1515,52 \times 37 = 56074,24 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_t = 56074,24 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

D'après les résultats de la résistance des matériaux, les contraintes maximales pour une section rectangulaire sont ;

au point M

$$\sigma_M = \frac{g}{2} \frac{M_t}{e^2 l} = \frac{g}{2} \times \frac{5,6 \cdot 10^4}{20 \cdot (60)^2} = 3,50 \text{ N/mm}^2$$

au point N

$$\sigma_N = \frac{g}{2} \frac{M_t}{e^2 l} = \frac{g}{2} \frac{5,6 \cdot 10^4}{(20)^2 \cdot 60} = 10,51 \text{ N/mm}^2$$

Contrainte idéale en M

$$\sigma_{iM} = 0,5 \sigma_T + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_T^2 + 4 \sigma_N^2}$$

$$\sigma_{iM} = 0,5 \times 5,24 + \frac{1}{2} \sqrt{(5,24)^2 + 4(3,50)^2} \approx 7 \text{ N/mm}^2$$

Contrainte idéale en N

$$\sigma_{iN} = 0,5 \sigma_R + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_R^2 + 4 \sigma_N^2}$$

$$\sigma_{iN} = 0,5 \times 15,32 + \frac{1}{2} \sqrt{(15,32)^2 + 4(10,51)^2} \approx 20,66 \text{ N/mm}^2$$

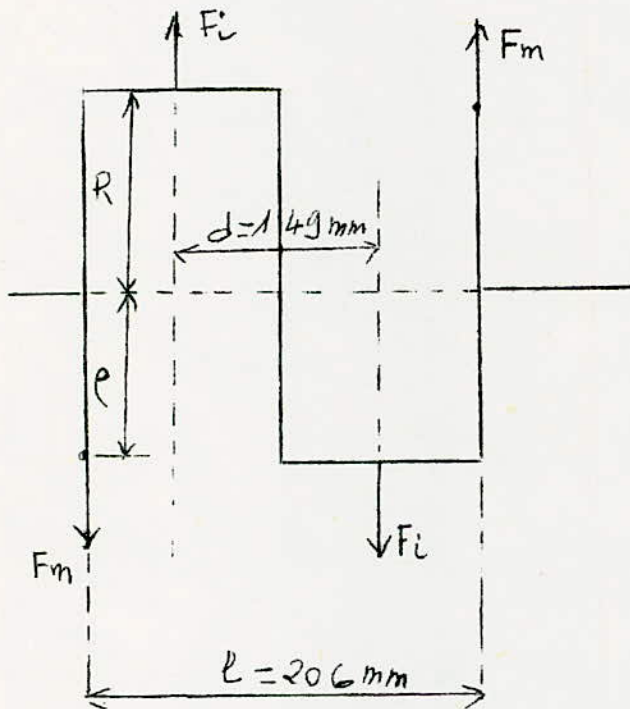
$$\sigma_{iN} = 20,66 \text{ N/mm}^2$$

4.2 Equilibrage du compresseur.

Toute machine alternative est soumise à des vibrations, sous l'effet des forces extérieures et des forces d'inertie.

On dit que la machine est équilibrée si à chaque instant, le torseur des forces d'inertie est équivalent à zéro lorsque la vitesse de rotation ω est constante,

$$\vec{P}_i = 0 \quad \text{et} \quad \vec{M}_i = 0$$



La force d'inertie rotative F_i du coude doit être équilibrée par la force d'inertie F_m de la masse additionnelle; ce qui veut dire que le couple d'inertie créé par F_i est équilibré par F_m donc:

$$F_i d = F_m l.$$

$$m_e R \cdot \omega^2 d = m_a \omega^2 l$$

$M_R = m_R + m_m$ masse rotative totale.

$$m_R = 2,25 \text{ kg.}$$

on tire m_e de la relation précédente

$$m_e = \frac{m_R \cdot R \cdot \omega^2 d}{\rho \omega^2 l} = m_R \cdot \frac{d}{l} \cdot \frac{R}{\rho}$$

on prend $\rho = 48 \text{ mm}$

$$\text{on a: } m_e = 2,25 \cdot \frac{149}{206} \cdot \frac{37}{48} = 1,254 \text{ kg}$$

$$\underline{m_e = 1,25 \text{ kg}}$$

ou le poids approximatif des éléments d'équilibre n'est pas tout fait réel.

4.3 Calculs relatifs aux bielles

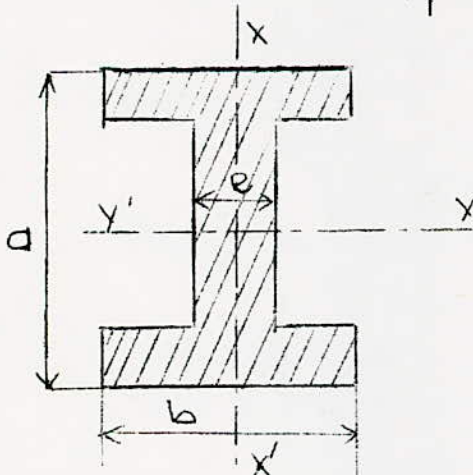
▽12

La bielle est une tige, devant assurer deux articulations, l'une au pied^{an} A, et l'autre à la tête en B, elle transmet l'effort du piston au maneton.

Elle comprend un corps, alternativement soumis aux efforts d'extension de compression d'intensités variables et de flexion, une tête articulée sur le maneton, un pied réalisant la liaison avec l'organe (piston) en mouvement rectiligne alternatif par l'intermédiaire d'un axe.

Corps de bielle

Le corps de bielle est en acier moulé. de résistance de rupture $R_r = 320 \text{ N/mm}^2$; la section étant en double T \bar{e} (estampées)



on prend:

$$a = 5e$$

$$b = 3,5e$$

On calcule les moments d'inertie I_{xx} et $I_{yy'}$

$$I_{x'x'} = \frac{ab^3 - (a-2e)(b^3 - e^3)}{12} = \frac{5e(3,5e)^3 - (5e-2e)[(3,5e)^3 - e^3]}{12}$$

$$I_{x'x'} = 7,39 e^4$$

$$I_{xy}' = \frac{ba^3 - (b-e)(a-2e)^3}{12} - \frac{3,5e(5e)^3 - (3,5e-e)(5e-2e)^3}{12} \quad \square 13$$

$$I_{y'y} = 30,83e^4$$

La section S du corps de la bielle :

$$S = 2b \cdot e + (e)(a - 2 \cdot e) = 2e \cdot 3,5e + e(5e - 2e)$$

$$S = 10e^2$$

Flambement.

D'après les calculs dynamiques, l'effort maximum qui s'exerce sur la bielle est : $F_{A_{max}} = 3350 \text{ N}$

On fait une présélection en appliquant la formule d'Euler $F_{A_{max}} \cdot K = \frac{\pi^2 E I_{xx}}{(xL)^2}$, et une vérification par la formule de Rankine :

$R_p = \frac{F_{A_{max}}}{S} \left(1 + \frac{N}{C}\right)$ qui donne la contrainte simple $\frac{F_{A_{max}}}{S}$, majorée par $\left(1 + \frac{N}{C}\right)$, pour tenir compte du flambement.

- Calcul de la section

E : module d'élasticité de l'acier : $22 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

I_{xx} : le plus petit moment d'inertie de la section du corps de la bielle par rapport à l'axe $x'x'$ passant par le centre de gravité

$K = 10 \text{ à } 15$ pour les bielles rapides $n > 500 \text{ tr/min}$ on prend 15

de la formule d'Euler on a :

$$I_{xx} = \frac{F_{A_{max}} \cdot K (xL)^2}{E \pi^2}$$

L : longueur de bielle : 185 mm.

$$I_{xx}' = \frac{3350 \times 15 \cdot (185)^2}{(3,14)^2 \cdot 22 \cdot 10^4} = 772,86 \text{ N}$$

$$I_{xx'} = 792,86 \text{ mm}^4 \quad \text{donc}$$

$$7,39 e^4 = 792,86 \implies e = 3,22 \text{ mm}$$

$$\text{on prend } \underline{e = 4 \text{ mm}}$$

$$\text{d'où on a: } a = 20 \text{ mm}$$

$$b = 14 \text{ mm}$$

La section S est:

$$S = 10 e^2 = 160 \text{ mm}^2$$

$$\text{le moment d'inertie } I_{xx'} : 7,39 e^4 = 1891,84 \text{ mm}^4$$

$$\text{le moment d'inertie } I_{yy'} : 30,84 e^4 = 7892,48 \text{ mm}^4$$

— Vérification par la formule de Rankine.

$$R_p = \frac{F_{\max}}{S} \left(1 + \frac{N}{C} \right)$$

$$\text{avec: } C = \frac{\pi^2 E I}{(KL)^2 S} \quad \text{et } N \text{ limite d'élasticité} = 320 \text{ N/mm}^2$$

$$C = \frac{10^2 \cdot 22 \cdot 10^4 \cdot 1891,84}{(185)^2 \cdot 160} = 749,38 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{donc: } R_p = \frac{3350}{160} \left(1 + \frac{320}{749,38} \right) = 29,87 \text{ N/mm}^2$$

Inertie fléchissant

On admettant que la bielle a une section uniforme,
le moment fléchissant est:

$$M = \frac{ML\omega^2 R}{9\sqrt{3}} = 0,064 ML\omega^2 R$$

$$M_f = 0,064 MLw^2 R$$

$$M = 0,6 \text{ kg}$$

$$M_f = 0,064 \cdot 0,6 \cdot 0,185 \cdot (125,6)^2 \cdot 0,037 = 4,14 \text{ N.m}$$

IV 15

on tire la contrainte de flexion

$$R'_p = \frac{M_f}{\frac{I_{yy}}{v}} = \frac{4,14 \cdot 10^3}{\frac{7892,84}{10}} = 5,24 \text{ N/mm}^2$$

Superposition des contraintes de compression, dues au flambement et à la flexion on aura:

$$R_p + R'_p \leq \frac{\text{Rupture}}{\text{Sécurité}}$$

on prend un coefficient de sécurité : 2. donc.

$$29,87 + 5,24 = 35,11 \leq \frac{320}{2} = 160 \text{ N/mm}^2$$

4.4 Piston et ses accessoires

IV 16

Le piston reçoit la poussée de l'air comprimé, cet effort est transmis au piston par l'intermédiaire de la bielle.

Le métal doit être assez résistant avec une bonne limite de fatigue, et comme il est soumis, au contact des gaz à des températures élevées, il doit y résister et transmettre la chaleur vers le cylindre refroidi.

Le piston assure son propre guidage dans le cylindre (pas de coulisseau) et assure aussi l'étanchéité du cylindre grâce aux segments qu'il porte; il est soumis à une accélération; donc on a intérêt à ce que sa force d'inertie soit faible, pour cela le métal doit donc être de faible masse volumique; on emploie un alliage léger AU4NT (aluminium) de masse volumique: $\rho = 2,8 \text{ kg/dm}^3$

Coefficient de conductibilité $\lambda = 122 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C}$

4.4.1 Proportions divers - Calculs.

$$D = 80 \text{ mm}$$

$$L = (1 \text{ à } 1,4) D = 1,25 D = 100 \text{ mm}$$

$$l = (0,4 \text{ à } 0,85) D = 0,8 D = 64 \text{ mm}$$

$$e = (0,05 \text{ à } 0,18) D = 0,075 D = 6 \text{ mm}$$

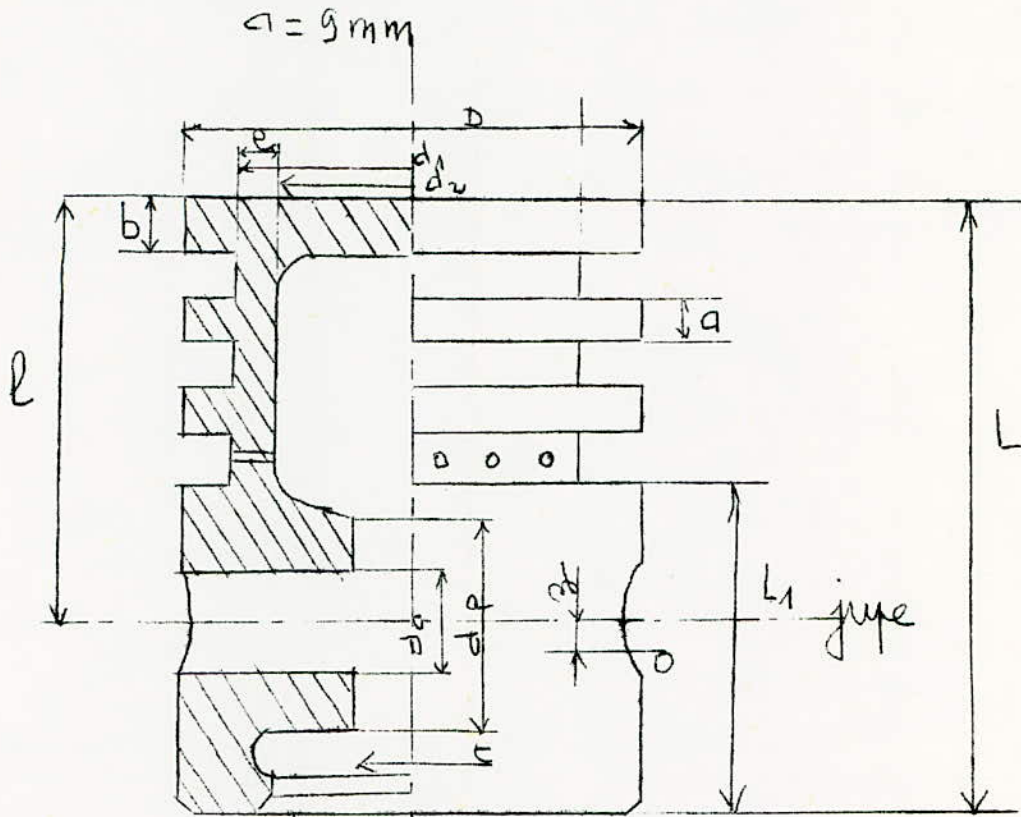
$$d_a = (0,25 \text{ à } 0,3) D = 0,3 D = 24 \text{ mm}$$

$$d_p = (1,3 \text{ à } 1,6) d_a = 1,6 d_a = 38,4 \text{ mm}$$

$t = (0,35 \text{ à } 0,5) D = 36 \text{ mm}$

$b = (0,06 \text{ à } 0,1) D = 8 \text{ mm}$

on choisit.



O milieu de L_1 | $L_1 = 62 \text{ mm}$ et $z = 6 \text{ mm}$.

Le guidage du piston est assuré par la jupe

$F_{N \text{ max}} = 302 \text{ N}$ l'effort latéral maximum (perpendiculaire à l'axe du cylindre); en admettant une répartition linéaire des pressions on a:

$$P_{\text{max}} = \frac{F_{N \text{ max}}}{L_1 D} + \frac{F_{N \text{ max}} \cdot z}{D L_1^2 / 6} = \frac{302}{62 \cdot 80} + \frac{302 \cdot 6 \cdot 6}{80 \cdot (62)^2}$$

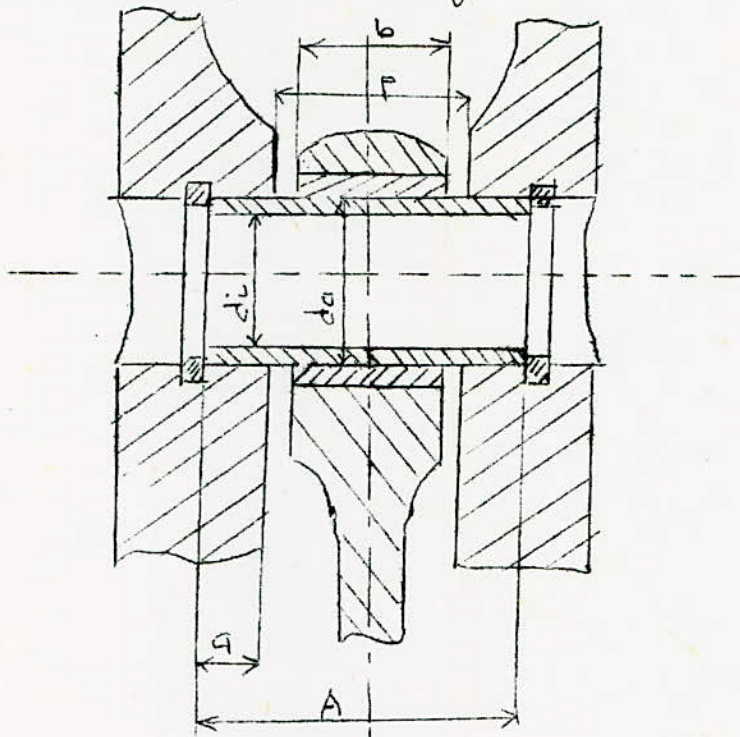
$P_{\text{max}} = 0,096 \text{ N/mm}^2$

$$P_{\text{min}} = \frac{F_{N \text{ max}}}{L_1 D} - \frac{F_{N \text{ max}} \cdot z}{D L_1^2 / 6} = \frac{302}{62 \cdot 80} - \frac{302 \cdot 6 \cdot 6}{80 \cdot (62)^2} = 0,025 \text{ N/mm}^2$$

en général $P_{\text{max}} \leq 1 \text{ N/mm}^2$

442. Axe de piston.

L'axe de piston est fait en acier cémentation



Dimensionnement

on choisit $a = \frac{P}{2} = 16$

$d_a = (0,25 \text{ à } 0,3)D = 0,3D = 24 \text{ mm}$

$d_i = (0,6 \text{ à } 0,8)d_a = 16,8 \text{ mm}$

- Pression diamétrale au pied de la bielle

$F_{\text{max}} = 3350 \text{ N}$

$$P_d = \frac{F_{\text{max}}}{d_a \cdot P} = \frac{3350}{24 \times 32} = 4,36 \text{ N/mm}^2$$

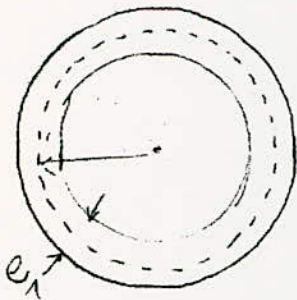
en générale $P_d < 10 \text{ N/mm}^2$

- Pression diamétrale dans la zone des appuis.

$$P_d' = \frac{F_{\text{max}}}{d_a \cdot 2a} = \frac{3350}{24 \times 32} = 4,36 \text{ N/mm}^2$$

Si l'étanchéité est assurée par deux segments qui se placent dans des gorges par élasticité, ils exercent une pression uniforme, et doivent avoir un bon coefficient de frottement sur la paroi du cylindre qui est de l'ordre de 1 à 1,2 de N/cm^2 (voir paragraphe précédent : piston). Un troisième segment assurant le graissage (racleur).

Dimensionnement :



$$e_1 = 0,4D = 3 \text{ mm}$$

$$h = e_1 = 3 \text{ mm}$$

$$R_m = R - \frac{e}{2} = 38,5 \text{ mm}$$

Le segment reçoit la poussée q du fluide, sous cet effort il tend à monter la gorge. Dans ce cas, il doit être ajusté dans sa gorge, pour que le montage reste fiable, mais sans toutefois empêcher l'expansion radiale du segment.

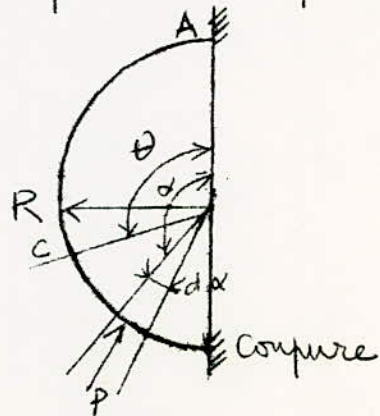
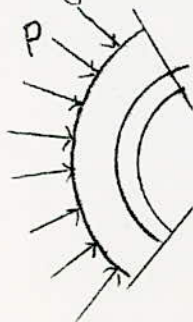
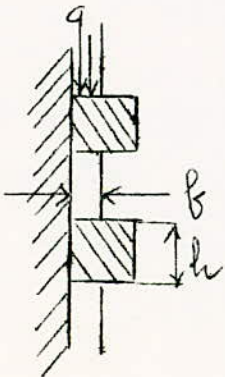


fig: 5

Soit le $\frac{1}{2}$ segment (fig: 5) uniformément chargé $\square 20$
 par p en C ; défini par θ ; on a le moment fléchissant =

$$M_f = \int_0^\pi p h R d\alpha \cdot R \sin(\alpha - \theta)$$

$$p = \text{cte}$$

donc: $M_{fmc} = p h R^2 (1 - \cos \theta)$

Sous l'effet de M_f la section C tourne de :

$$dw = \frac{M_{fc} \cdot R d\theta}{E I} \quad \text{avec: } I = \frac{h f^3}{12}$$

Les segments sont en fonte à forte teneur en graphite

$$M_{fmax} = 2 p h R^2 \quad \text{on prend } p = 4 \text{ N/cm}^2$$

$$M_{fmax} = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 3 (38,5)^2 = 355,74 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_{fmax} = 355,74 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

la contrainte maximale en C .

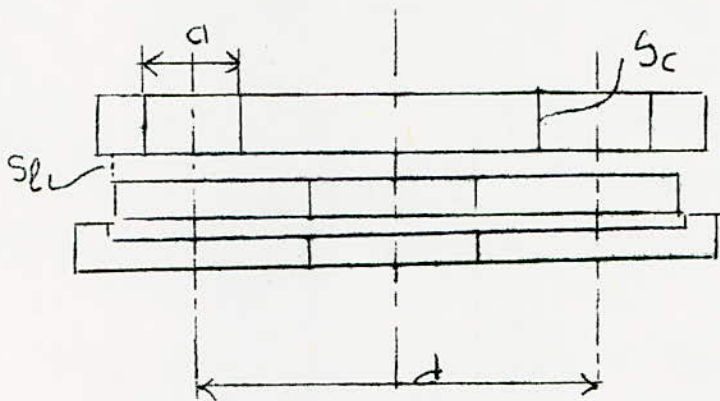
$$\sigma_{max} = 12 p \frac{R^2}{e^2}$$

$$\sigma_{max} = 12 \cdot 4 \cdot \left(\frac{48,5}{3}\right)^2 = 79,05 \cdot 10^2 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = 79,05 \text{ N/mm}^2$$

4.5 Soupapes

4.5.1 Soupapes d'aspiration.



On choisit des soupapes SIAM type F à guidage coulissant (mousse à fenêtre).

W_c représente la vitesse moyenne de l'air dans la section S_c pour l'air $W_c = 25$ à 35 m/s (voir tableau 2-14 ouvrage C. STAMATESCU) on prend $W_c = 25$ m/s

l'équation de continuité :

$$S_c W_c = S_p \cdot W_p \Rightarrow S_c = \frac{W_p \cdot S_p}{W_c}$$

S_p : section du piston : $50,25 \text{ cm}^2$

W_p : vitesse moyenne du piston : $2,96 \text{ m/s}$

donc :

$$S_c = \frac{2,96 \times 50,25}{25} = 5,95 \text{ cm}^2$$

on choisit $a = 7 \text{ mm}$.

on a :

$$S_c = \pi d a \Rightarrow d = \frac{S_c}{\pi a} = \frac{5,95}{\pi \cdot 7} \approx 27 \text{ mm}$$

ξ : coefficient d'ouverture de la soupape varie de $0,3$ à $0,8$ on prend $0,6$

$$\xi = \frac{S_e}{S_c}$$

$$\xi = \frac{S_e}{S_c} = \frac{2\pi h_M}{\pi \cdot d} = \frac{2 \cdot h_M}{d}$$

$$\Rightarrow h_M = \xi \cdot \frac{d}{2} = \frac{0,6 \times 7}{2} = 2,1 \text{ mm}$$

$h_M = 2,1 \text{ mm}$ levée maximum du disque.

d'où $S_e = 2\pi h_M d = 2\pi \cdot 2,1 \cdot 27 = 356,0 \text{ mm}^2$

$$S_e = 3,56 \text{ cm}^2$$

la vitesse moyenne de l'air dans la section S_e :

$$W_e = \frac{S_p W_p}{S_e} = \frac{50,25 \cdot 2,96}{3,56} = 41,78 \text{ m/s}$$

- Calcul approximatif de la masse du clapet d'aspiration
on estime une épaisseur du disque de : $e = 2 \text{ mm}$

et d'un diamètre moyen $d_m = 30 \text{ mm}$

$$\text{volume} = \frac{\pi (30)^2 \cdot 2}{4} = 1413 \text{ mm}^3$$

densité du fer : $7,8 \text{ kg/dm}^3$ donc :

$$M_a = 1,413 \times 7,8 = 11 \text{ g}$$

- Poids spécifique de l'air

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{1,033 \times 9,81 \times 10^4}{287 \times 298} = 1,19 \text{ kg/m}^3$$

- Pousée de l'air

$$P_a = P_1 + P_2 + P_3$$

P_1 : force due à la différence de pression entre les 2 faces du clapet.

P_2 : force due à l'écoulement de l'air

P_3 : force d'inertie de la masse en mouvement du disque.

$$P_1 = (1 + \mu) \frac{\rho}{2} W_e^2 \cdot S_c$$

$$P_2 = Q_m \cdot W_c = \rho \cdot S_c W_c^2$$

$$P_3 = M a \cdot A_M$$

A_M : accélération maximum du clapet (disque)

$$h = h_M \sin \alpha \quad \frac{d^2 h}{dt^2} = -h_M \omega^2 \sin \alpha = A$$

donc: $A_M = -h_M \omega^2$

d'où $P_3 = -h_M \omega^2 M a$ et finalement:

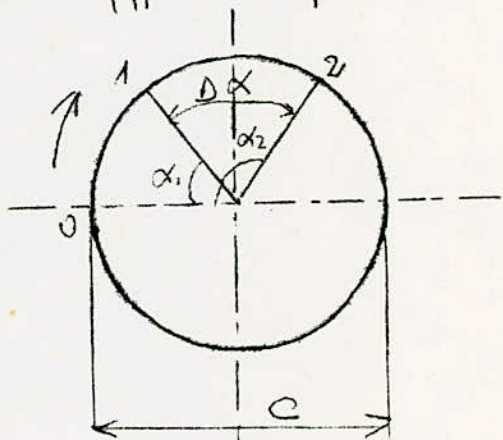
$$P_a = (1 + \mu) \frac{\rho}{2} W_e^2 \cdot S_c + \rho S_c W_a^2 - M a h_M \omega^2$$

On calcule maintenant les vitesses moyennes W_e et W_a d'air pour la vitesse maximum W_{pH} du piston.

L'expression de la vitesse moyenne du piston entre α_1 et α_2 est:

$$W_{p \Delta \alpha} = \frac{1}{\Delta \alpha} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} W d\alpha$$

$W \approx \frac{c}{2} \cdot \omega \cdot \sin \alpha$ donc:



$$W_{p \Delta \alpha} = \frac{\pi}{\Delta \alpha} \cdot \frac{c \omega}{60} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\pi}{\Delta \alpha} \cdot \frac{\omega}{60} [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2]$$

Si on prend pour origine 0 ($\alpha_1 = 0$) l'expression IV 24
 devient ($\Delta\alpha = \alpha = \omega t$)

$$W_{Pd} = \frac{cN}{60} \frac{\pi}{\alpha} [1 - \cos \alpha]$$

Cette fonction passe par un maximum pour
 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha = \pi$ ($W_{Pd} = \frac{cN}{60}$)

$$W_{P_M} = 1,14 \frac{cN}{30}$$

donc $W_{P_M} = \frac{1,14 \times 74 \cdot 10^{-3} \cdot 1200}{30} = 3,38 \text{ m/s}$

$$W_e = \frac{S_P}{S_e} \cdot W_{P_M} = \frac{50,25}{3,56} \times 3,38 = 47,6 \text{ m/s}$$

$$\underline{W_e = 47,6 \text{ m/s}}$$

$$W_c = \frac{S_P}{S_c} \times W_{P_M} = \frac{50,25}{5,95} \times 3,38 = 28,54 \text{ m/s}$$

$$\underline{W_c = 28,54 \text{ m/s}}$$

on calcul finalement P_a on prend $\mu = 2$

$$P_a = (1 + \mu) \frac{\rho}{2} \cdot W_e^2 S_c + \rho S_c W_c^2 - \rho A h_m W^2$$

$$P_a = (1 + 2) \frac{1,19}{2} (47,6)^2 \cdot 5,95 \cdot 10^{-4} + 1,19 (5,95 \cdot 10^{-4}) (28,54)^2 - 11 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^{-3} \pi^2 \frac{(1200)^2}{30^2} \approx 2,57 \text{ N}$$

$$\underline{P_a = 2,57 \text{ N}}$$

4.5.2. Soupape de refoulement

on prend $W_c = 30 \text{ m/s}$

l'équation de continuité : $S_c W_c = W_p S_p$

$$\Rightarrow S_c = \frac{W_p S_p}{W_c} = \frac{2,96 \times 50,25}{30} = 4,95 \text{ cm}^2$$

en prenant : $a = 6 \text{ mm}$ on a :

$$S_c = \pi a \cdot d \Rightarrow d = \frac{S_c}{\pi a} = \frac{4,95}{\pi \cdot 6} = 26,3 \text{ mm}$$

$$\underline{d = 26,3 \text{ mm}}$$

l'ouvert maximum est :

$$h_m = \xi \frac{a}{2} = \frac{0,6 \cdot 6}{2} = 1,8 \text{ mm} \quad (\text{avec } \xi = 0,6)$$

$$S_e = 2\pi h_m \cdot d = 2\pi \cdot 1,8 \times 26,3 = 297,29 \text{ mm}^2$$

$$S_e = 2,98 \text{ cm}^2$$

l'équation de continuité $S_e W_e = S_p W_p$ donne :

$$W_e = \frac{S_p W_p}{S_e} = \frac{50,25 \cdot 2,96}{2,98} = 49,91 \text{ m/s}$$

$$\underline{W_e = 49,91 \text{ m/s}}$$

- Masse approximative du clapet de refoulement en estimant une épaisseur de : 2 mm, et un diamètre moyen de 28 mm on a :

$$M_r = \frac{\pi (28)^2 \cdot 2 \times 7,8}{4} = 9,6 \text{ g}$$

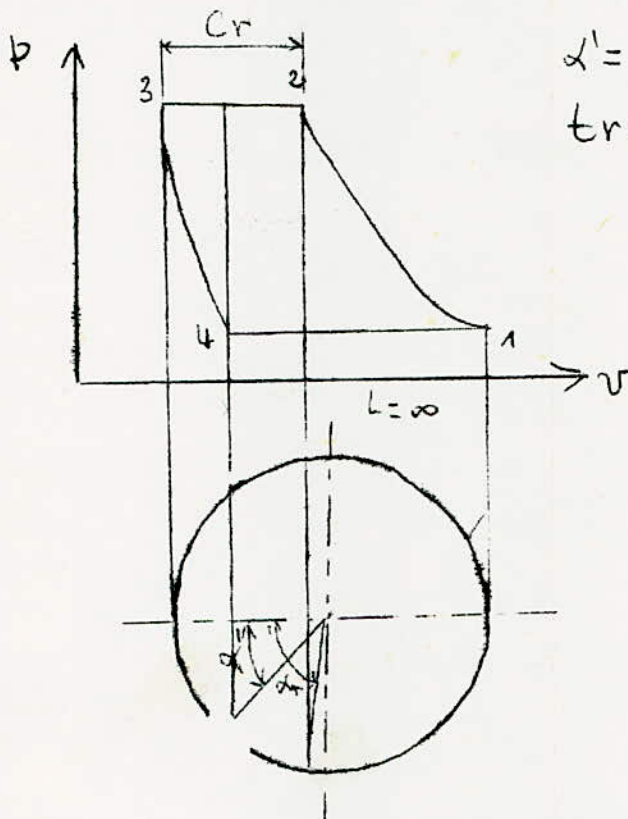
$$\underline{M_r = 9,6 \text{ g}}$$

- Poids spécifique de l'air

$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2} = \frac{510^4 \times 9,81}{287 \times 467} = 3,65 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 3,65 \text{ kg/m}^3$$

- Pousée de l'air



$$\alpha' = k \alpha r = w \cdot tr$$

$$tr = \alpha' \frac{30}{\pi n}$$

$$h_{M_r} = tr \frac{w_{rM} + w_{r'm}}{2} = a \frac{tr \cdot tr}{2} = \frac{1}{2} tr^2 \cdot a \text{ [m]}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 h_n}{tr^2} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

elle est maximum pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$$\text{donc: } \alpha = k \cdot \alpha r = w \cdot tr \Rightarrow tr = \alpha \cdot \frac{30}{\pi n}$$

$$tr = \frac{\pi}{4} \frac{30}{1200 \cdot \pi} = 0,00625 \text{ A}$$

la poussée F_R :

$$F_R = (1 + \mu) \frac{p_2}{2} W_e^2 S_c + p_2 W_c^2 S_c + M_r \frac{2h_m}{r_2}$$

on calcule W_e et W_c pour la vitesse maximum du piston:

$$W_{pH} = 1,14 \cdot \frac{c_N}{30} = \frac{1,14 \cdot 74 \cdot 10^{-3} \cdot 1200}{30} = 3,38 \text{ m/s}$$

donc:

$$W_e = \frac{50,25}{2,98} \cdot 3,38 = 56,99 \text{ m/s}$$

$$W_e = 56,99 \text{ m/s}$$

$$W_c = \frac{S_p}{S_c} \cdot W_{pH} = \frac{50,25}{4,95} \cdot 3,38 = 34,31 \text{ m/s}$$

$$W_c = 34,31 \text{ m/s}$$

donc:

$$F_R = (1 + 2) \frac{3,65}{2} (56,99)^2 \cdot 4,95 \cdot 10^{-4} + 3,25 (34,31)^2 \cdot 4,95 \cdot 10^{-4} + 9,610 \cdot 2 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} (0,625 \cdot 10^{-2})^2$$

$$F_R = 11,59 \text{ N}$$

4.6 Ressorts

4.6.1 Calcul des ressorts de la pompe d'aspiration.

On considère une poussée initiale P_i telle que

$$P_i = 0,5 P_a = 0,5 \times 2,57 = 1,28 \text{ N}$$

$h_{\pi} = 2,1 \text{ mm}$: levée maximum du disque donc :

longueur maximum de compression du ressort.

la poussée des ressorts est $P_a = 2,57 \text{ N}$

Pour que le disque ne se balance pas, il faut qu'il ait des appuis (sur ressort) d'une façon symétrique on prend donc : 3 ressorts.

La poussée d'un ressort sera donc :

$$P_{a1} = \frac{P_a}{3} = \frac{2,57}{3} = 0,856 \text{ N}$$

$$P_{o1} = \frac{1,28}{3} = 0,426 \text{ N}$$

On considère que le ressort est fait en acier de charge pratique $R_p = 30 \text{ daN/mm}^2$

Le moment de torsion : $M_t = P_a \cdot R$

R : rayon d'enroulement

d : diamètre du ressort.

$$M_t = P_a \times R = R_p \cdot \frac{\pi d^3}{16}$$

$$d^3 = \frac{16 P_a \cdot R}{R_p \cdot \pi} \Rightarrow d^2 = \frac{16 P_a}{R_p \cdot \pi} \left(\frac{R}{d} \right)$$

$$d^2 = \frac{16 \times 0,0856 \cdot 6}{30 \pi} = 0,0872 \text{ mm}^2 \quad \frac{R}{d} = 6$$

$$\Rightarrow d = 0,294 \text{ mm}$$

d'où $R = 6 \cdot d = 1,77 \text{ mm}$

- Nombre de spires

$$n = \frac{G d^4}{64 R^3} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta P}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta P} = \frac{h_m}{0,1856 - 0,126} = \frac{2,1}{0,06} = 4,88 \text{ mm/N} = 48,8 \text{ mm/daN}$$

donc:
$$n = \frac{8500 (0,294)^4}{64 \cdot (1,77)^3} \times 48,8 = 8,73$$

on prend $n = 9$ spires

la hauteur d'aplatissement :

$$H_a = d \cdot n = 0,294 \times 9 = 2,64 \text{ mm}$$

- Contrainte dû à l'effort P_a .

$$\sigma_a = \frac{16 P_a \cdot R}{\pi d^3} = \frac{16 \times 0,0856 \times 1,77}{\pi (0,294)^3} = 30,38 \text{ daN/mm}^2$$

- Flèche dû à la contrainte σ_a

$$f_r = \frac{64 P_a \cdot n R^3}{8500 d^4} = \frac{64 \times 0,0856 \times 9 \times (1,77)^3}{8500 \times (0,294)^4} = 4,30 \text{ mm}$$

$$\underline{f_r = 4,30 \text{ mm}}$$

- Longueur du fil

$$l = 2\pi R n = 2\pi \times 1,77 \times 9 = 100,04 \text{ mm}$$

$$l = \underline{100,04 \text{ mm}}$$

- Contrainte à l'aplatissement

$$\sigma_p = \frac{4}{5} \cdot R_a = \frac{4}{5} \cdot 2 \cdot R_p = \frac{4}{5} \cdot 60 = 48 \text{ daN/mm}^2$$

- Flèche dû à la contrainte d'aplatissement

$$f_p = \frac{f_z}{5a} \times \sigma_p = \frac{4,30}{30,38} \times 48 = 6,79 \text{ mm}$$

- Pas de l'hélice

$$p = \frac{f_z}{n} + \frac{H_a}{g} = \frac{6,79}{9} + \frac{2,64}{9} = 1,04 \text{ mm}$$

4.6.2 Calcul des ressorts de la soupape de aefoulement

on a le même calcul que précédemment

$$P_r = 11,59 \text{ N}$$

$$h_n = 1,8 \text{ mm}$$

Soit une poussée initiale $P_i = 0,5 P_r = 0,5 \cdot 11,59 = 5,79 \text{ N}$

on considère les ressorts de même nature que ce vu précédemment, et en nombre de 3 disposés d'une façon symétrique

Pour un ressort :

$$P_r = \frac{11,59}{3} = 3,86 \text{ N}$$

$$P_i = \frac{5,79}{3} = 1,93 \text{ N}$$

d : diamètre du ressort

R rayon d'enroulement

on choisit $R/d = 5$

$$\text{on a : } d^2 = \frac{16 \cdot Pr \cdot R}{R_p \cdot \pi d} = \frac{16 \cdot 0,386 \cdot 5}{30 \pi} = 0,327$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0,57 \text{ mm} \\ R = 5d = 2,85 \end{cases}$$

- Nombre de spires

$$n = \frac{G \cdot d^4}{64 \cdot R^3} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta P}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta P} = \frac{1,8}{386 - 1,93} = 0,93 \text{ mm/N}$$

$$\text{d'où } n = \frac{8500 (0,57)^4}{64 \cdot (2,85)^3} \cdot 0,93 = 5,63$$

soit : $n = 6$ spires actives

- Contrainte due à l'effort Pr

$$\sigma_r = \frac{16 \cdot Pr \cdot R}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 0,386 \cdot 2,85}{\pi (0,57)^3} = 30,26 \text{ daN/mm}^2$$

$$\underline{\sigma_r = 30,26 \text{ daN/mm}^2}$$

- Flèche due à σ_r

$$f_r = \frac{64 \cdot Pr \cdot n \cdot R^3}{8500 \cdot d^4} = \frac{64 \cdot 0,386 \cdot 6 \cdot (2,85)^3}{8500 \cdot (0,57)^4} = 3,82 \text{ mm}$$

$$\underline{f_r = 3,82 \text{ mm}}$$

Hauteur d'applatissement

$$H_a = d \cdot n = 0,57 \times 6 = 3,42 \text{ mm.}$$

- Contrainte d'applatissement

$$\sigma_p = \frac{4}{5} R_a = 48 \text{ daN/mm}^2$$

- Flèche dû à la contrainte d'applatissement

$$f_a = f_r \cdot \frac{\sigma_p}{\sigma_r} = 3,82 \cdot \frac{48}{30,26} = 6,05 \text{ mm}$$

- Longueur de fil:

$$L = 2\pi R n = 2\pi \cdot 2,85 \times 6 = 107,38 \text{ mm}$$

- Hauteur de la fabrication

$$H_f = f_a + H_a = 6,05 + 3,42 = 9,47 \text{ mm}$$

$$H_f = 9,47 \text{ mm}$$

- Pas de l'hélice

$$p = \frac{H_f}{n} = 1,57 \text{ mm.}$$

V REFROIDISSEMENT DU COMPRESSEUR ^{VI}

La réfrigération continue du compresseur peut être réalisée en munissant celui-ci d'une enveloppe prévue pour une circulation d'eau; mais cette solution complique notablement la construction du compresseur; on utilise donc, le refroidissement par air qui ne nécessite aucun entretien, et dont la construction est simple; le cylindre est garni d'ailettes venues de fonderie.

La température du fluide doit être limitée afin assurer une bonne tenue mécanique du compresseur; car une élévation excessive de la température pourrait d'une part conduire à une trop grande fatigue des clapets de refoulement du compresseur, et d'autre part entraîner une détérioration de l'huile de graissage.

5.1. Chaleur à évacuer

expérimentalement on voit que pour un refroidissement par air, la quantité de chaleur à évacuer est de : (0,1 à 0,2) Pad

$$Q_e = 0,2 \text{ Pad}$$

On fait le calcul pour un cylindre.

$$P_{ad} = W_{ad} \times \frac{Q_m}{2} = 170 \times \frac{46,97}{2} = 3992,45 \text{ kJ/h}$$

$$P_{ab} = 3992,45 \text{ kW/h}$$

$$P_{ad} = 955,13 \text{ kW/h}$$

d'où

$$Q_e = 955,13 \times 0,2 = 191 \text{ kW/h}$$

$$Q_e = 191 \text{ kW/h}$$

5.2 Calcul de l'épaisseur e du cylindre
on applique la formule de Lamé :

$$e = \frac{D}{2} \left[\sqrt{\frac{t - 0,4P}{t - 1,3P}} - 1 \right] + c$$

D : alésage en mm : 80 mm

e : épaisseur en mm.

t : fatigue en kg/mm^2 fonte : $t = 2 \text{ kg/mm}^2$

P : pression supporté en kg/mm^2 : $5,549 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$

c : constante de sécurité en mm $c = (3 \text{ à } 7 \text{ mm})$ on prend 7

donc :

$$e = \frac{80}{2} \left[\sqrt{\frac{2 - 0,4 \times 5,549 \times 10^2}{2 - 1,3 \times 5,549 \times 10^2}} - 1 \right] + 7 = 7,8 \text{ mm}$$

$$e = 8 \text{ mm}$$

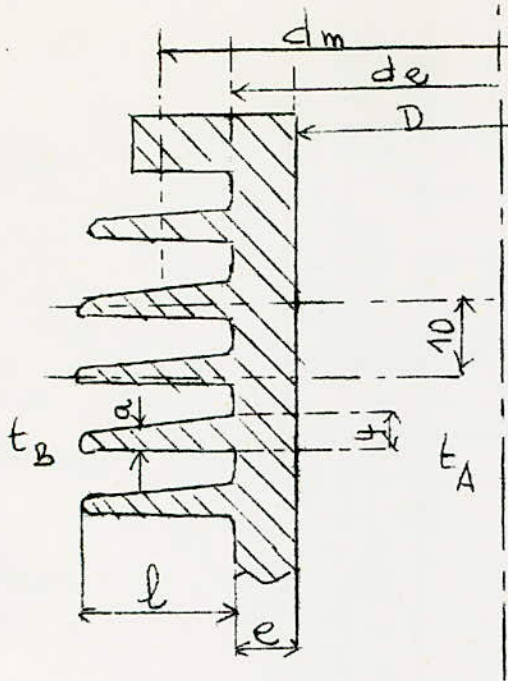
5.3 Flux de chaleur émis par ailette

le flux de chaleur émis par une ailette est :

$$\Phi_A = \lambda \pi d m \cdot \beta (t_A - t_B) \text{th } \beta l$$

avec :

$$\beta = \sqrt{\frac{2h_A}{\lambda a}}$$



t_A : température de l'air comprimé à l'intérieur: 193°C

t_B : température de l'air ambiant: 25°C

a : épaisseur moyenne de l'ailette

l : la longueur de l'ailette : on prend $l = 20\text{ mm}$.

λ : conductibilité du métal (fonte grise) du cylindre $\lambda = 50 \frac{\text{Kcal}}{\text{h m}^\circ\text{C}}$

d_m : diamètre moyen du cylindre garnie d'ailettes

$$d_m = l + d_e = 116\text{ mm}$$

h_A : coefficient de transmission superficielle de l'ailette

comme on a une convection naturelle à l'air libre

le coefficient est compris entre 7 et 10 $\text{Kcal/h m}^\circ\text{C}$

on prend $h_A = 7,5 \text{ Kcal/h m}^\circ\text{C}$.

donc:

$$\beta = \sqrt{\frac{2 \times 7,5}{50 \times 3,10^{-3}}} = 10$$

le flux de chaleur émis par ailette:

$$\Phi_A = 50 \pi \cdot 116 \cdot 10^{-3} \cdot 3,10^3 \cdot 10 \cdot 168 \cdot \text{th}(10 \cdot 20 \cdot 10^{-3})$$

$$\Phi_A = 18,2 \text{ Kcal/h}$$

$$\Phi_A = 18,2 \text{ kcal/h}$$

5,4 Nombre d'ailettes

$$n = \frac{197}{18,2} = 10,4$$

on prend 10 ailettes

Mode d'entraînement

Les moteurs les plus souvent utilisés pour l'entraînement des compresseurs à piston, sont d'une part les moteurs électriques (asynchrones, ou synchrones) d'autre part les moteurs à combustion interne (à essence ou Diesel).

Le moteur électrique peut être accouplé directement au compresseur, ou par l'intermédiaire d'une courroie ; c'est ce cas que nous utiliserons

CONCLUSION

Mon projet a consisté en une étude générale du compresseur (étude thermodynamique et dimensionnement des organes principaux : cylindres, bielles, pistons, vilebrequin...); il serait souhaitable que ce projet soit complété à l'avenir par l'étude technologique et des plans de définition détaillés de chaque pièce constituant le compresseur.

La réalisation d'un prototype de ce compresseur devrait être le couronnement de ces études.

TRASTORNO

UNIVERSITÉ D'ALGER

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ÉTUDES
