

Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHÈQUE présentée par
Ecole Nationale Polytechnique

CHERRARED ATMANE

Ingénieur E.N.P.

POUR OBTENIR LE DIPLOME DE
MAGISTER EN GENIE CIVIL

**ETUDE EXPERIMENTALE DES RIGIDITES DU SOL
POUR LES FONDATIONS RECTANGULAIRES
ENTERREES SOUMISES A DES MOUVEMENTS
DE TRANSLATION**

Soutenu en Octobre 1986

Devant le Jury d'Examen :

Président :	B. TILIOUINE	- Maître de Conférence
Rapporteur :	P. BONNEVILLE	- Professeur
Examineur :	A. CHAKER	- Maître de Conférence
	A. CHARIF	Maître de Conférence
Invitée :	Z. DJILLALI BERKANE	- Maître Assistante

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

«0»

Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE
المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

CHERRARED ATMANE

Ingénieur E.N.P.

POUR OBTENIR LE DIPLOME DE

MAGISTER EN GENIE CIVIL

**ETUDE EXPERIMENTALE DES RIGIDITES DU SOL
POUR LES FONDATIONS RECTANGULAIRES
ENTERREES SOUMISES A DES MOUVEMENTS
DE TRANSLATION**

Soutenue en Octobre 1986

Devant le Jury d'Examen :

Président :	B. TILIOUINE	- Maître de Conférence
Rapporteur :	P. BONNEVILLE	- Professeur
Examineur :	A. CHAKER	- Maître de Conférence
	A. CHARIF	Maître de Conférence
Invitée :	Z. DJILLALI BERKANE	- Maître Assistante

الخلاصة:

هذا الموضوع يدرس تأثير الانغوص في حالة الاساسات المستطالية وانجاسية اعتمادا على نماذج ثلاثية الابعاد ، اثبتت الدراسة من جهة قواعد التغييرات للجسوات منسوبة الى الجسوة على السطح بدلالة معامل الانغوص والخواص الهندسية للاساس ، ومن جهة اخرى موضع النابذ الافقي هذه النتائج تساهم في تمديد طريقة "نوابذ التربة" في حالة الاساسات العميقة بتعيين قيمة الجسوات بدلالة الانغوص وقيم جسوات الاساسات السطحية ،

R E S U M E

L'objet de la présente thèse est d'étudier l'influence de l'enfoncement sur les rigidités du sol à la translation dans le cas des fondations rectangulaires enterrées rigides, sur la base de modèles tridimensionnels .

Il est déterminé d'une part, les lois de variations des rigidités rapportées à la rigidité en surface en fonction du coefficient d'enfoncement et des caractéristiques géométriques de la fondation, et d'autre part, la position du ressort horizontal .

Ces résultats devront contribuer à l'extension de la méthode des "ressorts de sol" au cas des fondations profondes, en définissant la valeur des rigidités en fonction de l'enfoncement, à partir de leurs valeurs pour la fondation superficielle .

S U M M A R Y

The aim of this research is to study the influence of the depth on soil rigidities in translation of buried rigid rectangular foundations , based on three-dimensional models.

The laws of variations of rigidities related to surface rigidity as a function of the depth coefficient and foundation geometrical characteristics have been established. On the other hand, the position of the horizontal spring has been determined .

The results obtained will contribute to the extension of "soil springs" method for cases of deep foundations defining the value of rigidities as a function of the depth, from their values obtained for the superficial foundation .

T A B L E D E S M A T I E R E S

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات BIBLIOTHEQUE — المكتبة Ecole Nationale Polytechnique
--

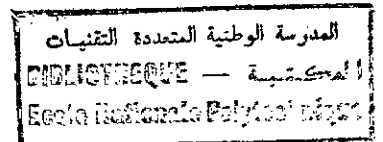
	<u>INTRODUCTION</u>	
<u>CHAPITRE I</u>	<u>ETUDES ET RECHERCHES ANTERIEURES</u>	
I - 1	Généralités	
I - 2	Détermination du déplacement vertical dans le cas des fondations rectangulaires rigides sur sol élastique	
I - 3	Constantes de ressort dans le cas des fondations superficielles circulaires et rectangulaires	
I - 4	Loi de variation des rigidités horizontale et verticale en profondeur, dans le cas des fondations enterrées	1
I - 4.1	Cas du mouvement vertical d'une fondation circulaire enterrée étudiée selon la méthode des éléments finis	1
I - 4.2	Etude dynamique bidimensionnelle du mouvement horizontal d'une fondation rectangulaire profonde	1
I - 5	Fonction d'impédance des fondations circulaires	1
I - 5.1	Analyse des fonctions d'impédance	1
I - 5.2	Fonctions d'impédance des fondations circulaires superficielles	1
I - 5.3	Fonctions d'impédance des fondations circulaires rigides enterrées	1
<u>CHAPITRE II</u>	<u>DESCRIPTION DU MODELE ET DISPOSITIF D'ESSAI</u>	1
II - 1	Objet de l'expérimentation	2
II - 2	Principe du modèle	2
II - 2.1	Modèle de sol	2
II - 2.2	Modèle de fondation	2
II - 3	Montage du système	2
II - 3.1	Le sol	2
II - 3.2	Fondation	2
II - 3.3	Appareillage	2
II - 4	Mise au point du modèle	2

II - 4.1	Généralités	25
II - 4.2	Choix des dimensions	25
II - 4.2.1	Modèle sol	25
II - 4.2.2	Modèle fondation	26
II - 4.3	Choix des matériaux	26
II - 4.3.1	Modèle sol	26
II - 4.3.2	Modèle fondation	27
II - 4.4	Procédés de fabrication	27
II - 4.5	Remarques	27
II - 5	Essais sur le caoutchouc	28
II - 5.1	Essai de traction	28
II - 5.2	Essai de compression	31
II - 5.3	Essai de dureté	33
CHAPITRE III	DESCRIPTION ET RESULTATS DES ESSAIS	38
III - 1	Description des essais	39
III - 1.1	Introduction	39
III - 1.2	But des essais	39
III - 1.3	Essais de translation horizontale	39
III - 1.3.1	Description	39
III - 1.3.2	Principe de mesures et calculs	42
III - 1.4	Essais de translation verticale	45
III - 1.4.1	Description	45
III - 1.4.2	Principe de mesures	45
III - 2	Résultats des essais	48
III - 2.1	Résultats des essais de translation horizontale	48
III - 2.1.1	Résultats de mesures et calculs	48
III - 2.1.2	Analyse des résultats	50
III - 2.2	Résultats des essais de translation verticale	55
III - 2.2.1	Résultats de mesures	55
III - 2.2.2	Analyse des résultats	55
III - 2.2.3	Courbe d'hystérésis	58

CHAPITRE IV INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS - CALCUL DES RIGIDITÉS		59
IV - 1	Calcul des rigidités	60
IV - 1.1	Introduction	60
IV - 1.2	Position du ressort horizontal	60
IV - 1.2.a	Loi de variation de la position du ressort horizontal en fonction de la profondeur	60
IV - 1.2.b	Comparaison de ces résultats de la position du ressort horizontal avec ceux obtenus à partir d'un modèle bi-dimensionnel	69
IV - 1.3	Loi de variation de la rigidité horizontale K_H en fonction de la profondeur p	70
IV - 1.3.a	Détermination graphique des rigidités K_H	70
IV - 1.3.b	Comparaison des rigidités superficielles expérimentales K_{H_0} avec celles obtenues théoriquement (Barkan 6)	71
IV - 1.3.c	Etablissement de la loi de variation de K_H en fonction de la profondeur p	77
IV - 1.3.d	Comparaison de cette loi de variation de K_H/K_{H_0} en fonction de K à celle obtenue à partir du modèle bidimensionnel	83
IV - 1.4	Loi de variation de la rigidité verticale K_z en fonction de la profondeur p	85
IV - 1.4.a	Détermination des rigidités K_z	85
IV - 1.4.b	Comparaison des rigidités superficielles expérimentales K_{z_0} avec celles obtenues théoriquement (Barkan [6] & Absi [16])	85
IV - 1.4.c	Etablissement de la loi de variation de K_z en fonction de la profondeur p	92
IV - 1.4.d	Comparaison avec les résultats des rigidités verticales des fondations circulaires enterrées	96
IV - 1.4.e	Courbe d'hysteresis	101
IV - 2	Extension des fonctions d'impédance aux fondations rectangulaires enterrées	101
IV - 2.1	Introduction	101
IV - 2.2	Comparaison des rigidités superficielles K_{H_0} et K_{z_0} expérimentales avec celles obtenues théoriquement à partir des fonctions d'impédance K_{xx} et K_{zz}	101

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

IV - 2.3	Cas des fondations enterrées	104
IV - 3	Validité des résultats et du modèle.....	105
IV - 3.1	Précision de la méthode expérimentale utilisée.....	105
IV - 3.2	Validité du modèle	105
IV - 3.3	Validité des résultats.....	107
<u>CHAPITRE V</u>	<u>CONCLUSION ET SUGGESTIONS POUR LES RECHERCHES FUTURES</u>	108
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>		111
<u>ANNEXES</u> :	" A " Tableaux de mesures et calculs.....	115
	" B " Graphes des résultats expérimentaux.....	134
	" C " Abaques	141
	Calcul simplifié de la déformation "en tonneau" d'un échantillon de caoutchouc	144



0-6

PRINCIPALES NOTATIONS

- 2d : Dimension de la base de la fondation dans la direction sismique considérée
- 2c : Dimension de la base de la fondation, perpendiculairement à la direction sismique considérée
- K_H : Rigidité de translation horizontale de la fondation enterrée
- K_Z : Rigidité de translation verticale de la fondation enterrée
- K_{Ho} : Rigidité de translation horizontale de la fondation superficielle
- K_{Zo} : Rigidité de translation verticale de la fondation superficielle
- O : Centre de la base de la fondation
- C : Centre de rigidité
- p : Profondeur de la fondation
- p' : Côte du centre de rigidité C par rapport à la base de la fondation
- F : Force verticale appliquée sur la fondation (essai de translation verticale)
- F_1, F_2 : Forces horizontales appliquées au système (essai de translation horizontale)
- Δ : Déplacement de la fondation dans le cas de l'essai de translation horizontale ou verticale
- R : Réaction élastique du sol dans le cas du mouvement de translation horizontale
- a : Distance constante entre les forces F_1 et F_2
- h : Distance variable, selon la profondeur p, entre la base de la fondation et le point d'application de la force F_2
- l : Distance du centre de rigidité C au point d'application de F_2
- χ : Coefficient d'enfoncement de la fondation
- $\chi = \frac{p}{2d}$ Cas de translation horizontale
- $\chi = \frac{p}{\sqrt{4cd}}$ Cas de translation verticale
- ν : Coefficient de poisson du sol
- E : Module d'élasticité du sol
- $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$: Module de cisaillement du sol
- β_X, β_Z : Coefficients sans dimension (Formules de Barkan)

$$r_o = \sqrt{\frac{4cd}{\pi}}$$

- : Rayon équivalent de la fondation rectangulaire de dimension 2c et 2d dans le cas du mouvement de translation horizontale et verticale.
- f : Coefficient de forme de la fondation rectangulaire dans le cas du mouvement de translation verticale.

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

FIGURES

Fig I-1	Rigidité verticale des fondations circulaires enterrées en fonction du coefficient d'enfoncement	11
I-2	Fonctions de déplacement dans le cas du mouvement vertical des fondations rectangulaires et circulaires	16
II-1	Plaques de caoutchouc	21
II-2	Modélisation	22
II-3	Modèle sol-fondation (photo)	24
II-4	Graphe contraintes-déformation du caoutchouc en traction.....	30
II-5	Courbe caractéristique du caoutchouc en traction	31
II-6	Essai de compression sur les modèles de sol (photo).....	32
II-7	Courbes caractéristiques de compression des modèles de sol.....	34
II-8	Essai de dureté sur les plaques de caoutchouc (photo).....	37
III-1	Modèle expérimental et dispositif pour l'essai de translation horizontale	40
III-2	Modèle expérimental pour l'essai de translation horizontale (photo)	41
III-3	Schéma statique et de calcul	43
III-4	Modèle expérimental et dispositif pour l'essai de translation verticale	46
III-5	Modèle expérimental pour l'essai de translation verticale (photo)	47
III-6	Graphe de la position p' du centre de rigidité en fonction de la profondeur p	51
III-7	Graphe de la réaction R en fonction du déplacement horizontal Modèle 60 X 120	52
III-8	Graphe de la réaction R en fonction du déplacement horizontal Modèle 40 X 120	53
III-9	Graphe de la réaction R en fonction du déplacement horizontal Modèle 60 X 60	54
III-10	Graphe de la force verticale F en fonction du déplacement vertical Modèle 40 X 120	56

III-11	Graphe de F en fonction du déplacement vertical Modèle 60 X 120	56
III-12	Graphe de F en fonction du déplacement vertical Modèle 60 X 60	57
IV-1 à 3	Graphes de $p'/2d$ en fonction de $\chi = p/2d$	62
IV-4	Graphe des coefficients m et n en fonction du rapport d/c ..	67
IV-5	Graphes regroupés de $p'/2d$ en fonction de $\chi = p/2d$	68
IV-6 à 8	Rigidité horizontale en fonction de la profondeur p	73
IV-9	Graphe des valeurs expérimentales et théoriques de K_{Ho}/\sqrt{cd} en fonction de d/c	78
IV-10,11	Graphes de K_H / K_{Ho} en fonction de $\chi = p / 2d$	80
IV-12	Coefficient angulaire λ en fonction de d/c	82
IV-13	Graphes regroupés de K_H / K_{Ho} en fonction de $\chi = p / 2d$...	84
IV-14	Graphe des valeurs expérimentales et théoriques de K_{zo}/\sqrt{cd} en fonction de d/c	89
IV-15	Graphes de K_z/K_{zo} en fonction de $\chi = p / \sqrt{4cd}$	94
IV-16	Représentation linéaire de K_z/K_{zo} en fonction de $\chi = p/\sqrt{4cd}$.	95
IV-17	Graphe de μ en fonction de d/c	97
IV-18	Graphes regroupés de K_z/K_{zo} en fonction $\chi = p / r_o$	99

T.A B L E A U X

Tab I-1	Coefficient f en fonction de B/A	8
II-1&2	Valeurs de σ en fonction de ϵ (traction).....	29
II-3	Valeurs de σ en fonction de ϵ (compression).....	32
II-4	Valeurs du diamètre de l'empreinte $2a$	36
II-5	Valeurs du module d'élasticité E	36
III-1	Valeurs de p' en fonction de p	49
IV-1	Valeurs de $p'/2d$ en fonction de $\chi = p/2d$	61
IV-2	Valeurs de K_H en fonction de p	71
IV-3	Valeurs de K_{Ho} en fonction de d/c	72
IV-4	Valeurs de K_x en fonction de d/c (théoriques)	76
IV-5	Valeurs de K_{Ho}/\sqrt{cd} et K_z/\sqrt{cd} en fonction de d/c	76
IV-6	Valeurs de K_H/K_{Ho} en fonction de $\chi = p/2d$	79
IV-7	Valeurs de K_z en fonction de p	86
IV-8	Valeurs de K_{zo} (théoriques) en fonction de d/c	88

IV-9	Valeurs de K_{Z_0} exp/ \sqrt{cd} et K_{Z_0} théo/ \sqrt{cd} en fonction de d/c.88
IV-10	Valeurs de K_{Z_0} (théoriques selon Absi) en fonction de d/c.....91
IV-11	Valeurs de K_Z/K_{Z_0} en fonction de $\mathcal{K} = p / \sqrt{4cd}$93
IV-12	Valeurs de K_{xx} et K_{H_0} en fonction de d/c.....103
IV-13	Valeurs de K_{zz} et K_{Z_0} en fonction de d/c103

T A B L E A U X E T F I G U R E S E N A N N E X E S

ANNEXE " A "

Tab A-1 à A-12	Résultats des essais de translation horizontale118
A-13 à A- 15	Résultats des essais de translation verticale.....130
A- 16	Résultats de calcul des rigidités verticales (le coefficient d'enfoncement est donné en fonction du rayon équivalent)133

ANNEXE " B "

Fig B-1 à B-3	Graphes expérimentaux de la réaction R en fonction du déplacement horizontal.....135
B-4 à B-6	Graphes expérimentaux de la force verticale F en fonction du déplacement vertical.....138
Fig B-7 & Tab B-1	Courbe d'hysteresis et tableau de calcul.....140

ANNEXE " C "

Fig C-1	Coefficients β_x, β_z en fonction de d/c142
C-2	Fonction de déplacement selon Luco et Westman.....143
C-3	Fonction de déplacement selon Veletsos et Jethro.....143
Tab C-1	Fonction de déplacement selon Hsieh143

Introduction

INTRODUCTION

Le comportement dynamique des structures sous sollicitations sismiques est sensiblement influencé par le phénomène d'interaction sol-structure, c'est à dire la modification du mouvement d'ensemble par suite de la déformation du sol au voisinage de la fondation.

Actuellement, les règlements parasismiques ne font intervenir que forfaitairement cette interaction dans les calculs dynamiques. Des calculs plus précis ont été faits à propos d'ouvrages d'importance particulière et de nombreuses recherches sont en cours pour traiter de façon plus générale le problème d'interaction sol-structure. La difficulté de ce problème qui fait intervenir les caractéristiques de la fondation et du sol concerne notamment la modélisation du sol, compte-tenu de son comportement tridimensionnel.

L'étude dynamique d'interaction sol-structure a été assez développée en ce qui concerne les fondations circulaires et les fondations rectangulaires superficielles.

Le cas des fondations rectangulaires enterrées, qui représente une part importante des ouvrages réels n'a pas été traité, en dehors de méthodes très simplifiées. Une première approche est l'étude du comportement statique, c'est-à-dire les relations forces-déplacements, de ce type de fondations, qui peut être étendue à des actions dynamiques de faible fréquence.

Dans ce but, l'objet de la présente recherche est de déterminer par une méthode expérimentale les composantes de rigidité du sol pour des fondations rectangulaires enterrées rigides, soumises au mouvement de translation horizontale ou verticale, en vue d'étudier notamment la variation de ces rigidités en profondeur selon la forme de la fondation. La recherche qui utilise un modèle réduit sol - fondation, dont le modèle sol est un bloc de caoutchouc massif, doit s'appliquer à l'étude du comportement d'un sol profond modélisable par un demi-espace élastique.

Les points principaux de la recherche, selon la présentation de cette thèse, sont les suivants:

Les études et recherches antérieures sont présentées dans le premier chapitre.

Le deuxième chapitre décrit d'une part, le modèle et dispositif d'essai utilisés dans l'expérimentation et d'autre part, les essais effectués sur les matériaux.

Dans le troisième chapitre sont présentés les essais effectués sur les modèles ainsi que les résultats de mesures correspondant à ces essais.

L'interprétation des résultats d'essais ainsi que leur comparaison aux recherches antérieures sont le thème du quatrième chapitre. Un calcul développé des rigidités horizontale et verticale est également présenté dans ce chapitre afin, d'une part, d'établir les lois de variation de ces rigidités en fonction des paramètres géométriques de la fondation et de l'enfoncement de celle-ci, et d'autre part de déterminer le centre de rigidité de la fondation.

Les conclusions de la recherche et les suggestions pour les recherches futures qui pourraient leur faire suite, sont présentées au cinquième chapitre.

Chapitre I

ETUDES ET RECHERCHES ANTERIEURES

I-1. Généralités

L'action réciproque du sol et de la structure intervient dans le comportement dynamique du système sol-structure. La fondation et le sol qui la supporte participent à ce mouvement au même titre que la superstructure.

Lorsqu'une structure est soumise à un séisme, les efforts engendrés créent une variation des contraintes du sol de fondation; ces variations de contraintes induisent des déformations qui perturbent le mouvement du sol vierge; on appelle interaction sol-structure, cet effet.

Le mouvement sismique étant défini pour le champ libre c'est-à-dire pour le sol vierge sur le site d'une construction, la masse de celle-ci engendre par suite des forces d'inerties qui perturbent le mouvement, et l'on doit donc tenir compte de cette perturbation ou "interaction" pour calculer les mouvements et les efforts imposés à la construction. On conçoit que la perturbation est pratiquement nulle si la rigidité et la masse de la fondation enfoncée dans le sol sont comparables à celles du sol remplacé et si les superstructures sont souples et légères, ceci est rarement le cas pour les constructions importantes. Quand les fondations reposent sur un sol mou, l'étude de l'action réciproque du sol et de la structure est compliquée du fait que le comportement du sol n'est pas linéaire et qu'il dépend du temps.

Les calculs d'interaction s'effectuent à partir de modélisations du sol et de la structure, et d'une définition du mouvement sismique en champ libre compatible avec ces modélisations. La modélisation du sol constitue la base essentielle de ces calculs.

La grande majorité des problèmes importants, relatifs à l'action réciproque sol-structure, concerne le comportement des constructions de très grande portée sous l'effet de charges statiques ou dynamiques; d'une façon générale, les problèmes d'interaction font l'objet d'études approfondies dans le cas d'ouvrages exceptionnels, notamment celui des barrages ou des installations nucléaires, et aussi dans le cas des bâtiments de très grande hauteur. Différentes études et recherches ont confirmé l'importance d'englober dans l'étude, à la fois le sol et la structure.

Dejong et Morgenstern [19] par exemple, en étudiant l'ossature d'un bâtiment au moyen des réactions linéaires de ressort, ont montré que l'action réciproque du sol et de la structure influait considérablement sur le comportement d'un bâtiment de grande hauteur.

L'approche scientifique du problème sol-structure dans le cas des structures rigides, n'a été fait qu'assez récemment; cependant, différentes méthodes ont été utilisées:

a) Méthode de ressort de sol

Tout d'abord, le comportement du sol a été modélisé par des "ressorts de sol" qui définissent les réactions élastiques du sol pour les composantes du déplacement statique de la fondation.

On attribue à Winkler [20] cette représentation du sol sous forme de ressorts élastiques. Cette méthode ne tient pas compte de la masse de sol participant au mouvement. En premier lieu, ces ressorts de sol ont été déterminés selon l'hypothèse de Winkler de "coefficient de ballast" ou module de réaction du sol représentant une réaction élastique du sol par unité de surface et de déplacement; cependant la validité de ces coefficients expérimentaux ou empiriques est limitée à un domaine réduit de variation des dimensions et des charges de la fondation.

Par la suite la considération du sol comme un demi espace élastique a permis de déterminer de manière plus précise ces ressorts de sol. Tout d'abord les ressorts de sol ont été déterminés pour les fondations circulaires superficielles, Reissner et Sagoci (1944), Timoshenko et Goodier (1951) et Bycroft (1956); dans le cas des fondations circulaires profondes, seul le ressort vertical a été déterminé Kaldjian (1969) [13].

De même, les fondations rectangulaires superficielles ont fait l'objet d'une étude permettant la détermination du ressort horizontal et vertical Barkan (1962) [6]; le cas des fondations rectangulaires profondes ont fait l'objet d'une étude bidimensionnelle Djillali Berkane (1984) [4].

Hashiba et Whitman [9] [10] ont recherché de quelle façon la profondeur du sol de fondation pouvait influencer sur l'action réciproque sol-structure; la condition obtenue par ces chercheurs afin que le sol puisse être considéré comme un demi-espace était de ne pas dépasser le rapport de $1/4$ entre la demi largeur de la fondation carrée et l'épaisseur de la couche de sol.

Beaucoup de chercheurs ont étudié les effets de l'interaction sol-structure en utilisant les ressorts de sol. Les conclusions générales de ces études sont que l'action réciproque sol-structure dans les constructions de grande hauteur est plus importante quand le sol est mou.

b) Fonction d'impédance

Les fonctions d'impédance relient le vecteur force appliqué à la fondation et le vecteur déplacement correspondant à une sollicitation harmonique de pulsation w , et dépendent de cette pulsation. Elles se présentent sous forme complexe dont la partie réelle correspond à la rigidité et la partie imaginaire à l'amortissement.

Ces fonctions servent donc à définir les éléments de la matrice de passage du vecteur force au vecteur déplacement de la fondation tous deux fonction harmonique du temps et de la pulsation w .

Ces fonctions ont fait l'objet de recherches très récentes, en particulier dans le cas des problèmes de fondations de machine. Le problème le plus étudié est celui de la fondation superficielle circulaire en contact avec un demi-espace élastique avec ou sans amortissement, tandis que les fondations rectangulaires n'ont pas fait l'objet de recherches systématiques avec cette méthode.

Une telle méthode permet de préciser les particularités du comportement dynamique du système sol-fondation, en particulier dans le cas du problème tridimensionnel.

On remarque que la méthode des ressorts de sol représente un cas particulier des fonctions d'impédance.

c) Méthode des éléments finis

Pour mieux prendre en compte les propriétés dynamiques du sol on peut remplacer par un modèle d'"éléments finis" les ressorts de sol cités précédemment. En ce cas la fondation et le sol sont modélisés par un maillage d'éléments finis ; à chaque nœud du maillage considéré sont attachées les propriétés physiques et mécaniques locales du sol ou du matériau de la fondation (coefficient d'amortissement du sol, masse volumique, coefficient de poisson du sol, module d'élasticité du sol ...). L'emploi de cette méthode des éléments finis aux problèmes sol-structure selon des modèles bidimensionnels a fait l'objet de nombreuses recherches au cours de ces dernières années (J. Lissner [22]).

En général, l'utilisation de cette méthode ne se fait que pour des constructions d'importance particulière.

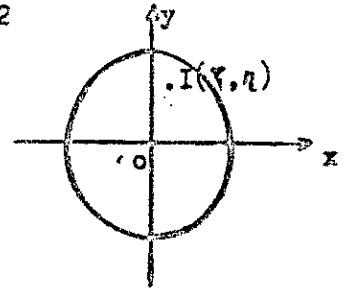
1-2. Détermination du déplacement vertical dans le cas des fondations rectangulaires rigides sur sol élastique.

Ce déplacement a été déterminé à l'aide de "coefficients de forme F " dans le cas des fondations rigides rectangulaires, (voir Absi [16]) permettant d'avoir directement le déplacement de telles fondations soumises à un système de chargement donné.

Considérons une fondation infiniment rigide reposant sur un sol élastique et émettant OX et OY comme axes de symétrie.

Soit $P(x,y)$ la répartition de la réaction du sol sous l'action d'un système de charges appliquées à la fondation. Le déplacement vertical W en un point $I(\xi, \eta)$ est donné par l'équation de Boussinesq :

$$w(\xi, \eta) = \frac{1-\nu^2}{\pi \cdot E} \iint_S \frac{P(x, y)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{1/2}} dx dy$$



Action d'une charge concentrée en O.

Si la fondation est soumise à une charge P concentrée en O , le déplacement est alors uniforme et l'on peut écrire :

$$W = W_0 = f \frac{1-\nu^2}{E B} P \quad (I - 1)$$

où :

- f : coefficient de forme donné en fonction de B/A
- B : longueur de la fondation
- A : largeur de la fondation
- ν : Coefficient de poisson du sol
- E : module d'élasticité du sol.

La répartition de $P(x, y)$ ainsi que la valeur de f ont été déterminées dans le cas d'une fondation rectangulaire. Le procédé a consisté à décomposer la surface de la fondation en de petits éléments $d\sigma$.

La résolution du système d'équation auquel on arrive permet d'avoir le coefficient de forme $f(B/A)$

Les valeurs trouvées pour ce coefficient sont résumées dans le tableau I - 1 ci-après.

Tableau I - 1.

B/A	1	1,2	1,6	1,8	2	3	4	5
f	0,87	0,94	1,07	1,13	1,18	1,40	1,55	1,69

I - 3. Constantes de ressort dans le cas des fondations superficielles circulaires et rectangulaires

Les constantes de ressort représentent une relation linéaire entre les charges appliquées et le déplacement de la fondation, par suite il s'en suit une relation contrainte - déformation linéaire du sol.

Des formules pratiques basées sur la théorie de l'élasticité ont été obtenues pour ces constantes de ressorts. Ces formules ont été établies selon l'hypothèse du demi-espace élastique. Ces formules ont été déterminées dans le cas des fondations circulaires et rectangulaires reposant à la surface du demi-espace élastique.

- Constantes de ressort pour les fondations superficielles circulaires.

Soit pour la rigidité horizontale la formule de Eycroft [23]

$$K_x = \frac{32 (1 - \nu) G r_0}{7 - 8\nu} \quad (I - 2)$$

et pour la rigidité verticale la formule de Timoshenko et Goodier [24]

$$K_z = \frac{4 G r_0}{1 - \nu} \quad (I - 3)$$

- Constantes de ressort pour les fondations superficielles rectangulaires

Dans ce cas les rigidités horizontales et verticales sont données par les formules de Barkan [6] :

$$\text{Rigidité horizontale : } K_x = 4 (1 + \nu) G \beta_x \sqrt{c d} \quad (I - 4)$$

$$\text{Rigidité verticale : } K_z = \frac{G}{1 - \nu} \beta_z \sqrt{4 c d} \quad (I - 5)$$

Dans toutes ces formules, les paramètres utilisés sont les suivants :

ν : coefficient de poisson

G : module de glissement du sol $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$

E : module d'élasticité du sol

- 2a : dimension de la base de la fondation rectangulaire dans le sens du mouvement sismique considéré
- 2c : dimension de la base de la fondation rectangulaire dans le sens perpendiculaire
- $\beta_1 \beta_2$: coefficients sans dimensions donnés par les graphes de Whitman et Richart [7] (voir figure C - 1 en annexe " C ")

Pour comparer certains résultats de fondations rectangulaires à ceux des fondations circulaires, la fondation rectangulaire de dimensions $2c$ et $2d$ est remplacée par une fondation circulaire équivalente de rayon r_0 . Ce rayon équivalent r_0 est obtenu dans le cas du mouvement de translation horizontale et verticale (voir Richart [5]), en égalisant les deux surfaces de base

soit :

$$r_0 = \sqrt{\frac{4cd}{\pi}} \quad (I - 6)$$

Les expressions (I - 2 à I - 5) ont été établies dans l'hypothèse de fondations rigides à l'exception du cas du mouvement horizontal pour lequel la constante de ressort a été obtenue en supposant une distribution uniforme des contraintes sur la surface de contact sol - fondation et en calculant le déplacement horizontal moyen de cette surface.

I - 4 . Loi de variation des rigidités horizontale et verticale en profondeur dans le cas des fondations enterrées

I - 4.1. Cas du mouvement vertical d'une fondation circulaire enterrée étudiée selon la méthode des éléments finis

Une étude de variation de la rigidité verticale en fonction de l'enfoncement a été établie par Kaldjian [13] , dans le cas des fondations circulaires enterrées, à partir d'une solution du problème d'élasticité par la méthode des éléments finis.

La figure I - 1 montre cette variation de la constante de ressort vertical en fonction du coefficient d'enfoncement H/r_0 .

La courbe (a) représente une fondation circulaire rigide qui adhère au sol le long des parois verticales.

La courbe (b) correspond à la même fondation circulaire sans frottement latéral.

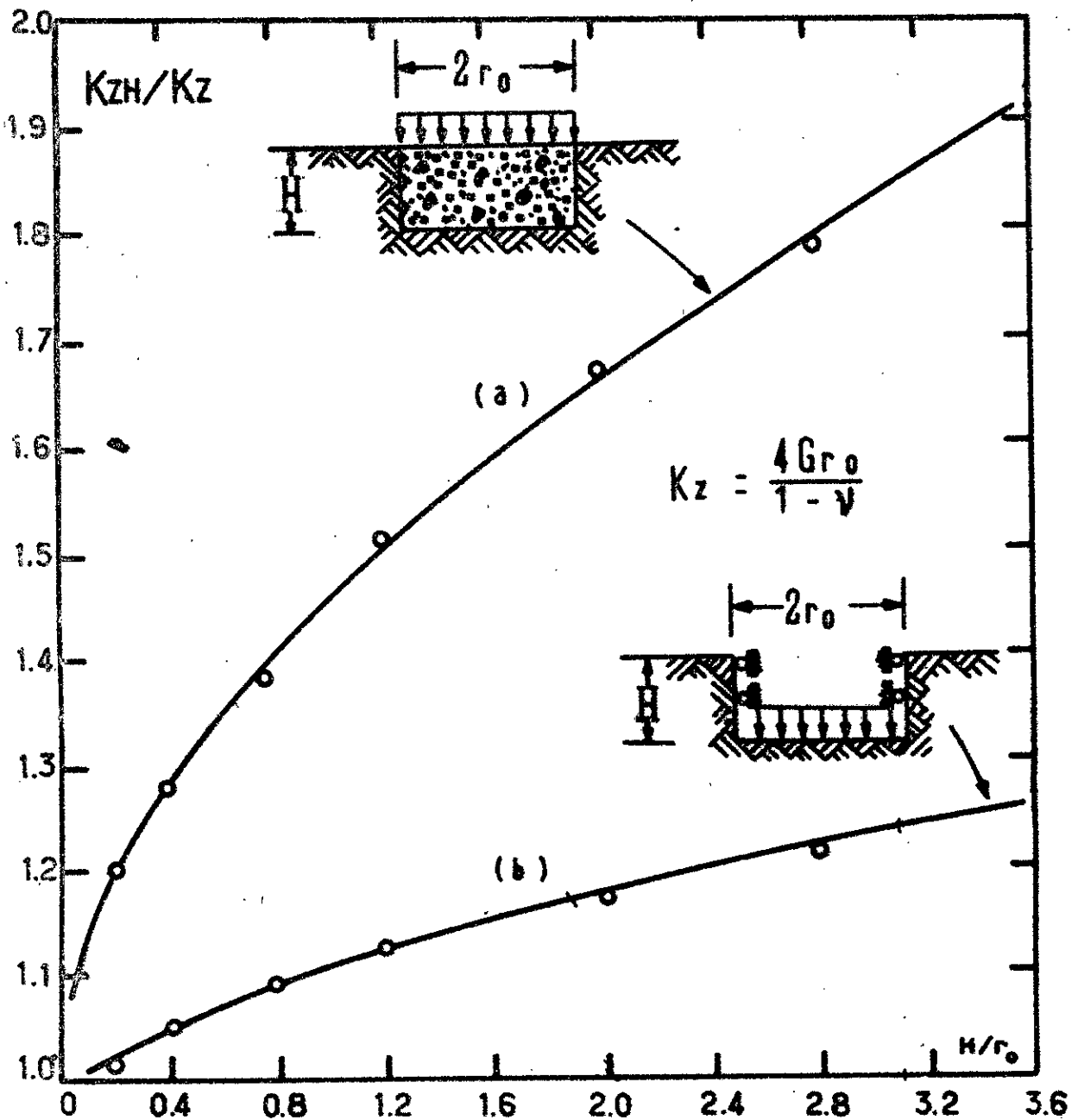


Fig 1-4 Rigidité verticale K_{ZH} des fondations circulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface K_z en fonction du coefficient d'enfoncement $X = H/r_0$.

(Selon KALDJIAN 1969)

En comparant les constantes de ressort pour la courbe (a) (avec adhé-
sion latérale) et pour la courbe (b) (sans adhé-
sion latérale), il est
possible de séparer la réaction du support et les frottements
latéraux.

I-4.2. Etude dynamique bidimensionnelle du mouvement horizontal d'une fondation rectangulaire profonde

Une étude dynamique expérimentale a été faite sur la base
d'un modèle bidimensionnel sol-structure (Thèse: Djillali Barkane [4]),
en vue de déterminer pour les fondations rectangulaires rigides, la varia-
tion de la rigidité horizontale selon la profondeur de la fondation dans
un sol élastique semi-infini. Les résultats obtenus sont les suivants :

- Position du ressort horizontal

Soit la formule donnant la position p' du ressort horizon-
tal en fonction de la profondeur p de la fondation:

$$\frac{p'}{2b} = 0,39\chi - 0,04 \quad (I-7)$$

où :

p' : cote du centre de rigidité par rapport à la base
de la fondation

$2b$: dimension de la fondation dans la direction considé-
rée

$\chi = \frac{p}{2b}$: coefficient d'enfoncement de la fondation

Il est à noter dans cette formule que pour de très faibles
coefficients d'enfoncement $\chi \ll 0,1$, p' est négatif, c'est-
à-dire que le ressort horizontal est situé en dessous de la
base de la fondation. En effet même dans le cas des fonda-
tions circulaires superficielles [12] reposant sur une sur-
face de demi espace élastique, le ressort horizontal se
trouvait en dessous de la base de la fondation soit à une
profondeur de l'ordre de :

$$h = 0,15 \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} x_0 \quad (I-8)$$

- Rigidité horizontale

La variation de cette rigidité horizontale K_H rapportée
à la rigidité en surface K_0 est donnée par la formule :

$$\frac{K_H}{K_0} = 1 + 1,8\chi \quad (I-9)$$

avec $\chi = p/2b$

Cette formule (I - 9) obtenue à partir d'un modèle bidimensionnel montre que la rigidité horizontale s'accroît linéairement en profondeur.

I-5. Fonction d'impédance des fondations circulaires

I-5.1. Analyse des fonctions d'impédance

a) Définition

Les fonctions d'impédance ont été déjà introduites au §(I-1.b). Rappelons que ces fonctions d'impédance de la fondation relient les déplacements subis par le sol et les forces appliquées à celui-ci par la fondation.

b) Formulation générale des fonctions d'impédance

Elles établissent la relation entre le vecteur déplacement $U(t)$ et le vecteur force $F(t)$ qui agit sur la fondation.

Une force $F(t)$ harmonique de pulsation ω soit

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

provoque un déplacement harmonique $U(t)$ de la forme

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$$

d'où l'on déduit avec un amortissement liquide, selon les notations matricielles habituelles de dynamique des structures

$$\{ F_0 \} = [K - M\omega^2] \{ U_0 \} + i\omega [C] \{ U_0 \}$$

Soit en posant $K_D = K - M\omega^2$

$$\{ F_0 \} e^{i\omega t} = [K_D] \{ U_0 \} e^{i\omega t} + i\omega [C] \{ U_0 \} e^{i\omega t}$$

ou encore
$$\{ F(t) \} = [K_D] \{ U(t) \} + [C] \{ \dot{U}(t) \} \quad (I - 10)$$

où K_D : matrice de rigidité dynamique ou rectifiée
 K : matrice de rigidité statique
 C : matrice d'amortissement géométrique
 M : matrice des masses

Le terme de raideur statique est obtenu pour de basses fréquences tandis que le terme d'amortissement est obtenu au voisinage de la résonance.

Ces matrices $[K_D(\omega)]$ et $[C(\omega)]$ des fonctions d'impédance de la fondation contiennent les coefficients de ressorts et amortisseurs équivalents au comportement de la fondation.

Pour une fondation rigide soumise au mouvement de translation horizontale ou verticale, on a :

$$[K_D(\omega)] = \begin{bmatrix} K_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & K_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & K_{ZZ} \end{bmatrix}$$

et

$$[C(\omega)] = \begin{bmatrix} C_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & C_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & C_{ZZ} \end{bmatrix}$$

Inversement, dans le cas du mouvement vertical de la fondation circulaire, on peut écrire le déplacement en fonction de la force sous la forme :

$$Z = \frac{F_0}{G r_0} (f_1 + i f_2) e^{i\omega t}$$

où f_1 et f_2 sont des fonctions réelles dépendant de la fréquence et du coefficient de Poisson. Ces fonctions sont appelées fonctions de déplacement, elles sont données par rapport à une variable adimensionnelle

a_0 définie par :

$$a_0 = \frac{\omega r_0}{v_s}$$

avec $v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$: vitesse des ondes de cisaillement dans le demi-espace.

On en déduit par la relation précédente force-déplacement, la rigidité et l'amortissement:

$$K_{ZZ} = G r_0 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} \quad \text{et} \quad C_{ZZ} = \frac{G r_0}{\omega} \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2}$$

Ces fonctions de déplacement f_1 et f_2 dépendent également du type d'hypothèses choisies pour le sol, la fondation, la distribution des contraintes sur le sol etc...

Ces fonctions sont présentées pour les fondations circulaires superficielles de rayon r_0 (voir annexe " C ") ; cependant d'après certains auteurs (Nioto, Elorduy, Szekely [26]) , les fondations rectangulaires superficielles de dimension de base $2c$ et $2d$, peuvent être étudiées à l'aide des fonctions f_1 et f_2 établies pour les fondations circulaires en remplaçant r_0 par le rayon équivalent donné par :

$$r_0 = \sqrt{\frac{4 c d}{\pi}}$$

à condition que c/d ne dépasse pas 2 . En effet, ces fonctions de déplacement f_1 et f_2 ont été établies dans le cas particulier de mouvement vertical de fondations rectangulaires ($c/d = 1$ et $c/d = 2$) et pour $\nu = 1/4$ (voir figure I-2) et sont comparées à celles obtenues dans le cas des fondations circulaires (Bycroft [23], Sung [28]). La comparaison des courbes f_1, f_2 obtenues pour les fondations circulaires d'une part, et pour les fondations rectangulaires d'autre part, (voir figure I-2), montre un écart négligeable.

I - 5.2. Fonctions d'impédance des fondations circulaires superficielles

Parmi les fonctions d'impédance des fondations circulaires superficielles rigides , on distingue celles obtenues par :

- Hsieh [29]

$$K_{XX} = G r_0 \frac{f_{1h}}{f_{1h}^2 + f_{2h}^2} = G r_0 \bar{F}_{1h} \quad (I - 11)$$

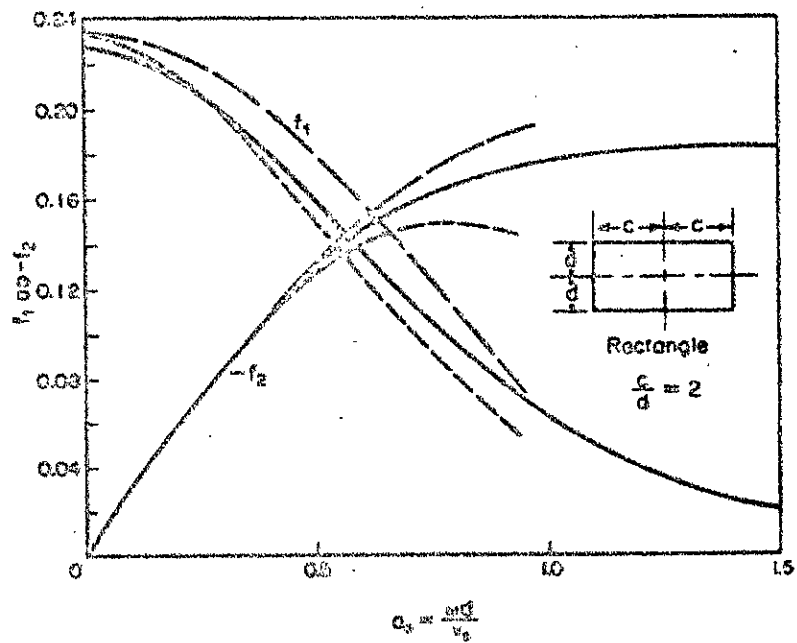
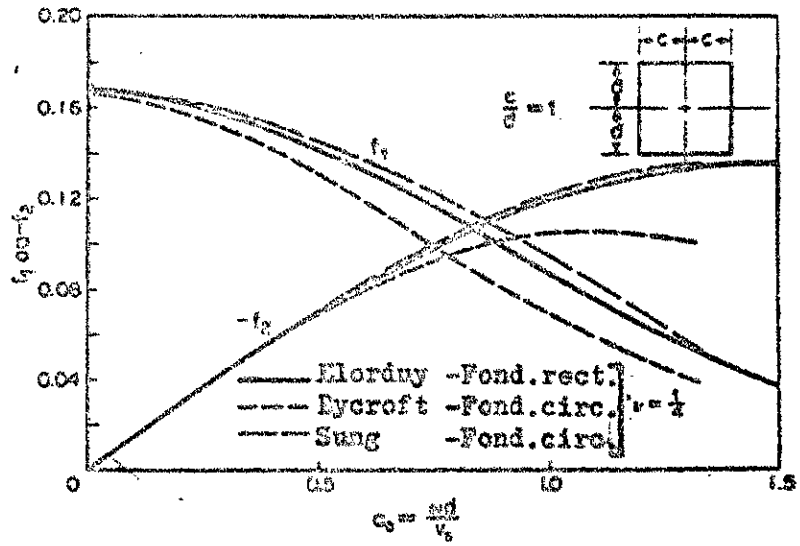


Fig I - 2 Fonctions de déplacement dans le cas du mouvement vertical des fondations rectangulaires et circulaires rigides.

$$C_{XX} = \frac{G r_0}{\omega} \frac{-f_{2h}}{f_{1h}^2 + f_{2h}^2} = r_0^2 \sqrt{G\rho} \bar{F}_{2h} \quad (I-12)$$

\bar{F}_{1h} et \bar{F}_{2h} sont données en annexe " C " (tableau C-1).

- Luco & Westman [31]

$$K_{XX} = \frac{8Gr_0}{2-\nu} \frac{f_{1h}}{f_{1h}^2 + f_{2h}^2} ; \quad C_{XX} = \frac{8\sqrt{G\rho} r_0^2}{2-\nu} \frac{-f_{2h}}{a_0(f_{1h}^2 + f_{2h}^2)} \quad (I-13)$$

$$K_{ZZ} = \frac{4Gr_0}{1-\nu} \frac{f_{1v}}{f_{1v}^2 + f_{2v}^2} ; \quad C_{ZZ} = \frac{4\sqrt{G\rho} r_0^2}{1-\nu} \frac{-f_{2v}}{a_0(f_{1v}^2 + f_{2v}^2)} \quad (I-14)$$

Les fonctions de déplacement de Luco f_{1h} , f_{2h} , f_{1v} et f_{2v} sont présentées en annexe " C " (figure C-2).

- Veletsos & Jethro 32

$$K_{XX} = \frac{8Gr_0}{2-\nu} \alpha_X ; \quad C_{XX} = \frac{8\sqrt{G\rho} r_0^2}{2-\nu} \beta_X \quad (I-15)$$

Les abaques donnant $\alpha_X(a_0)$ et $\beta_X(a_0)$ sont présentées en annexe " C " (figure C-3).

I - 5.3. Fonctions d'impédance des fondations circulaires rigides enterrées

Selon Luco [24] les fonctions d'impédance obtenues en général pour les fondations circulaires enterrées, sont basées sur des hypothèses simplificatrices variées à l'égard des effets des couches entourant la fondation sur la réponse totale. En particulier, les résultats obtenus par Novak et Sachs [14] indiquent que pour de basses fréquences, les fonctions d'impédance d'une fondation circulaire rigide de rayon r_0 et enterrée à une profondeur p dans un demi-espace élastique, sont données approximativement par les équations suivantes :

- Translation horizontale

$$K_{HH} / K_{HH0} = 0,80 \delta + 1 \quad (I-16)$$

$$C_{HH} / C_{HH0} = 3,36 \delta + 1 \quad (I-17)$$

- Translation verticale

$$K_{VV} / K_{VVo} = 0,36 \delta + 1 \quad (I - 18)$$

$$C_{VV} / C_{VVo} = 0,99 \delta + 1 \quad (I - 19)$$

où :

K_{HH} et K_{VV} sont respectivement les rigidités horizontale et verticale en profondeur.

K_{HHo} et K_{VVo} sont respectivement les rigidités horizontale et verticale en surface.

de même

C_{HH} et C_{VV} sont les amortissements en profondeur en translation horizontale et verticale.

C_{HHo} et C_{VVo} sont les amortissements en surface en translation horizontale et verticale.

et

$$\delta = \frac{P}{r_0} \quad ; \text{ coefficient d'enfoncement de la fondation.}$$

Chapitre II

**DESCRIPTION DU MODELE ET DISPOSITIF
D'ESSAI**

CHAPITRE II - DESCRIPTION DU MODELE ET DISPOSITIF D'ESSAI

II-1 - Objet de l'expérimentation

L'expérimentation a pour objet de déterminer pour les fondations rectangulaires rigides, d'une part, la variation des rigidités horizontales K_H et verticales K_Z selon la profondeur de ces fondations dans un sol élastique semi-infini et d'autre part, la position du ressort horizontal. Ces résultats devront contribuer à l'étude des problèmes d'interaction sol-structure dans le cas de fondations profondes.

L'étude est faite sur modèles réduits tridimensionnels pour les mouvements de translation horizontale (taxis) et verticale (pompage) et dans le cas d'un chargement statique.

L'étude du basculement et de la torsion fait l'objet de la deuxième thèse [15]

II-2 - Principe du modèle (fig.II.2)

Il s'agit d'une modélisation sol-structure.

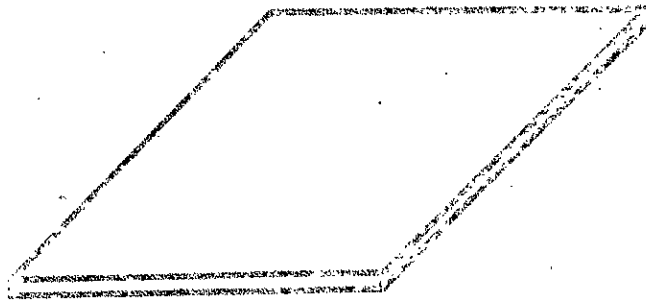
II.2.1. Modèle de sol (fig.II.2.a)

La matière modélisant le sol est un caoutchouc naturel dont les caractéristiques sont données dans le paragraphe II.4.3.1.; cette modélisation est destinée à représenter un demi espace d'un milieu élastique homogène et isotrope. Cette modélisation est faite sous forme de bloc de caoutchouc ① placé dans un caisson en bois ④ ; une cavité ② en forme de parallélépipède rectangle est prévue à la partie supérieure du bloc de caoutchouc selon des dimensions correspondants à celles du modèle de fondation à considérer. Cette cavité est située au milieu de la face supérieure du bloc.

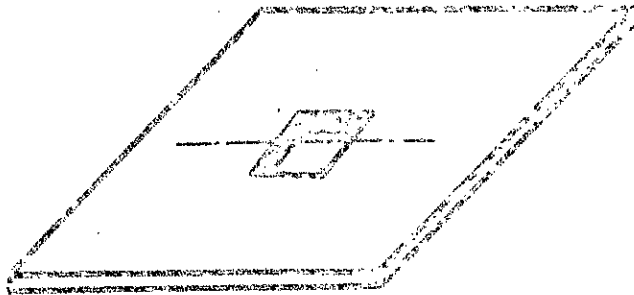
II.2.2. Modèle de fondation (fig.II.2.b)

La structure rigide intervient dans l'interaction sol-structure par sa fondation ⑥ de dimensions de base $2c$ et $2d$ et de profondeur p .

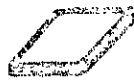
La fondation est modélisée par un parallélépipède rectangle en acier de même dimensions que la cavité ② prévue dans le bloc de caoutchouc, surmonté d'une tige rigide ⑤ en acier pour l'application des charges et le montage de l'appareillage de mesure.



a) Plaque pleine $ep = 20$ mm

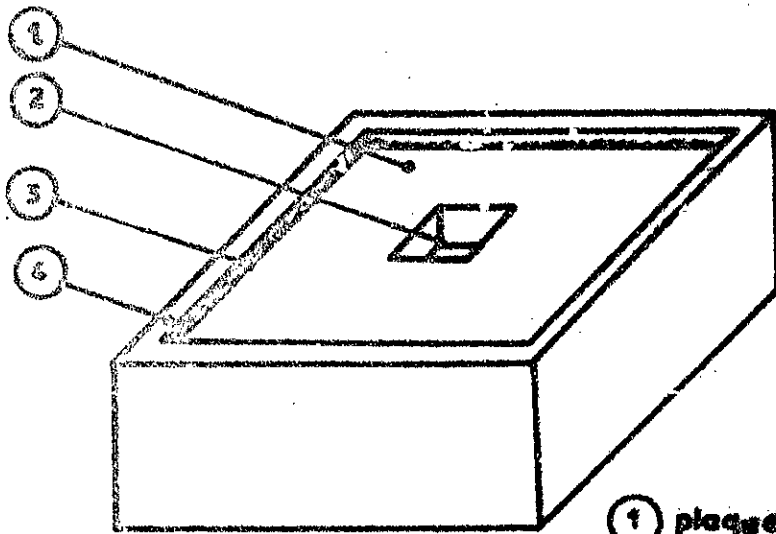


b) Plaque perforée $ep = 20$ mm



c) Plaque épaisseur = 5 mm

Fig II-1 Plagues de caoutchouc



a) modèle sol

① plaques en caoutchouc

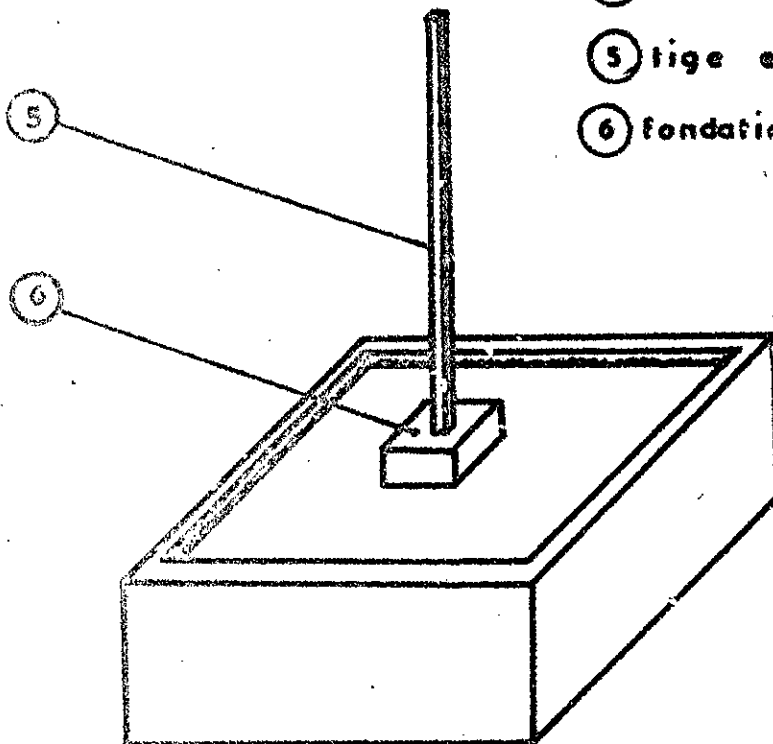
② cavité

③ coulé en plâtre

④ coisson en bois

⑤ tige en acier

⑥ fondation en acier



b) modèle sol fondation

II-3 - Montage du système (fig.II.1 et II.2)

II.3.1. Le sol

Le bloc de caoutchouc modélisant le sol est réalisé à l'aide plaques carrées (fig.II.1) de dimensions (50 X 50) cm et d'épaisseur 2 cm. Les plaques constituant ainsi le bloc de caoutchouc sont de deux types :

- Plaques pleines (fig.II.1.a) fermant l'assise de la fondation
- Plaques perforées (fig.II.1.b) servant à la constitution de la cavité (cf.II.2.1).

Ces plaques sont superposées horizontalement et collées entre elles. La colle de type néoprène a été choisie en vue d'assurer la continuité du matériau et d'en suivre les déformations élastiques; ce collage permet notamment d'éviter le glissement entre les plaques lors des essais.

Une coulée de plâtre (fig.II.2.a, ③) a été appliquée sur le pourtour des plaques afin d'éliminer le jeu pouvant exister entre le bloc de caoutchouc et le caisson.

La variation de la profondeur de la fondation à l'intérieur de la cavité est obtenue par superpositions sous la fondation de plaques minces de caoutchouc (fig.II.1.c) collées d'épaisseur 5 mm; ces dernières sont découpées selon le modèle de fondation à considérer. Par suite, cette variation de profondeur se fait de 5 en 5 mm jusqu'à la profondeur maximale de 60 mm.

L'expérience a été menée sur trois (03) modèles de sol séparés.

La hauteur de ces modèles de sol est fixée à 24cm (12 plaques d'épaisseur 2cm)

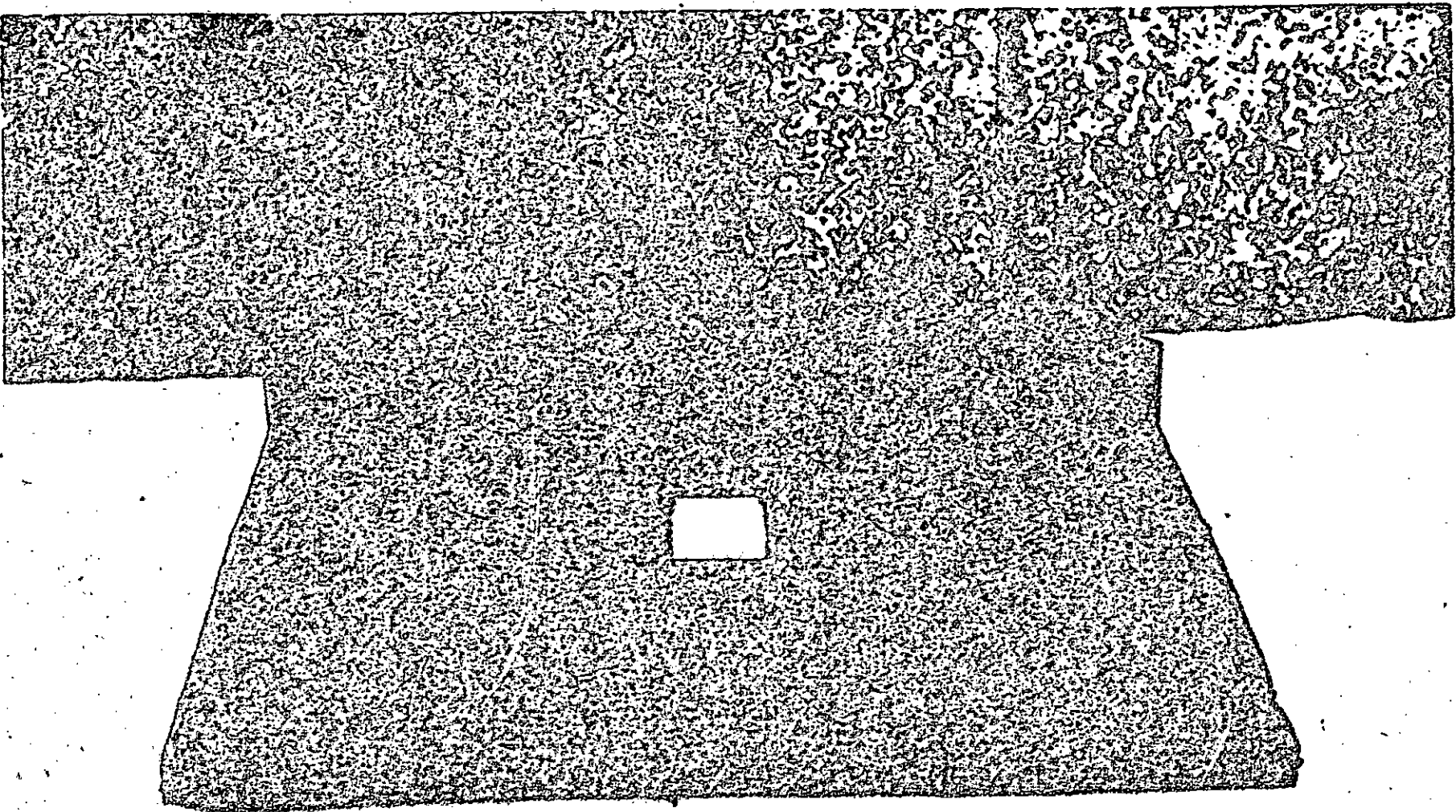
II.3.2. Fondation (fig.II.3)

Trois (03) types de modèles de fondations sont utilisés dont la surface de base présente les dimensions suivantes :

- Modèle carré : 60 X 60 mm
- Modèle rectangulaire : 60 X 120 mm
- Modèle rectangulaire : 40 X 120 mm.

La hauteur du modèle de fondation est fixée à 70 mm.

Fig. II-3 Modèle sol - fondation (photo)



La tige surmontant la fondation est de section carrée et de dimensions 20 X 20 X 600 mm.

II.3.3. Appareillage

- Des comparateurs de précision 1/100 sont utilisés pour la lecture des déplacements; leur nombre ainsi que leur position sur la tige seront précisés dans la description de chaque type d'essai.

Ces comparateurs sont munis d'un socle aimanté permettant leur immobilisation sur une plaque métallique elle-même fixée au caisson.

- Les charges sont appliquées à l'aide de poids placés sur un plateau suspendu; la tension du câble de suspension est exercée horizontalement sur la tige par l'intermédiaire d'une poulie en duralumin de diamètre 100 mm.

Le câble utilisé est un câble flexible en fils d'acier torsadés de diamètre 1 mm. La liaison entre le câble et la tige est réalisée par un anneau assurant un contact tige-anneau pratiquement ponctuel, géométriquement précis et de frottement négligeable.

II.4. Mise au point du modèle

II.4.1. Généralités

Pour modéliser un demi-espace élastique, les dimensions du modèle de sol doivent être choisies relativement grandes par rapport à celles du modèle fondation.

II.4.2. Choix des dimensions

II.4.2.1. Modèle sol

Dans le but d'obtenir un modèle de demi-espace élastique homogène, l'idée initiale était d'utiliser un bloc de caoutchouc unique de grandes dimensions; or le mode de fabrication industrielle du caoutchouc destiné à la

confection du modèle ne permettait que des dimensions très réduites pour une pièce massive; par suite, le modèle a été réalisé par superposition de plaques de dimensions maximales pour la fabrication industrielle utilisée.

Le modèle de sel ainsi constitué a les dimensions suivantes : (50 X 50 X 24) cm.

II.4.2.2. Modèle fondation

Les dimensions des modèles de fondations données au paragraphe II.3.2. sont choisies en fonction du modèle de sel décrit précédemment (cf. II.4.2.1).

La hauteur de 70 mm (cf. II.3.2) ainsi fixée permet d'une part, d'obtenir la profondeur maximale ($p = 60$ mm), et, d'autre part, faciliter le montage et la prise des mesures.

II.4.3. Choix des matériaux

II.4.3.1. Modèle de sel

- Le type de caoutchouc utilisé permet d'obtenir des déformations relativement importantes sous faibles charges pour la commodité des mesures.

Les caractéristiques données par le fabricant sont les suivantes :

- . Masse volumique : $\rho = 0,96 \text{ g/cm}^3$
- . Coefficient de poisson: $\nu = 0,5$.

- Le module d'élasticité est $E = 10 \text{ kg/cm}^2$. Cette valeur est déterminée expérimentalement par des essais de traction effectués sur le caoutchouc ; ces essais sont décrits dans le paragraphe II.5.

II.4.3.2. Modèle de fondation

- L'acier utilisé pour confectionner les modèles de fondation est un acier doux de masse volumique $7,8 \text{ kg/dm}^3$ et de module d'élasticité $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$

- Avant le choix définitif du modèle en acier, plusieurs modèles ont été réalisés avec d'autres matériaux (plexiglas, bois).

Sur le modèle en plexiglas, les déformations propres lors des essais, sont apparues très importantes par rapport à celles du caoutchouc.

Un deuxième modèle exécuté en bois n'a pas permis une réalisation précise aux cotes prévues.

II.4.4. Procédés de fabrication

- Le caoutchouc est obtenu par moulage. Afin d'obtenir des cavités dans les plaques superficielles de mêmes dimensions que celles des fondations, plusieurs procédés de coupe ont été essayés (presse avec emporte-pièce, sciage électrique ...); aucun de ces procédés n'a permis d'obtenir une coupe précise et un état de surface satisfaisant. Il a par suite été nécessaire de prévoir ces cavités lors du moulage des plaques et donc de réaliser les meules métalliques réservant l'emplacement des cavités selon un usinage précis ($1/100 \text{ mm}$).

- Les modèles de fondation en acier sont réalisés par fraisage; ce moyen d'usinage permet d'avoir les dimensions au $1/100 \text{ mm}$.

- Le diamètre des poulies a été choisi de façon à réduire la flexion du câble de suspension.

II.4.5. Remarques

- Afin d'augmenter l'adhérence sol-fondation au niveau de la surface de base et d'éviter le soulèvement éventuel de la fondation, celle-ci est collée à sa base.

- Lors des essais, d'importants frottements ont été constatés entre la poulie et son axe. Pour rendre ces frottements négligeables, les poulies ont été montées sur des roulements.

- En vue d'obtenir une modélisation satisfaisante de demi-espace élastique, il a été admis de ne pas dépasser le rapport de 1/4 entre la plus grande dimension en plan de la fondation et celle du modèle de sol, ou entre la profondeur de la fondation et la hauteur du modèle de sol. Pour ce rapport de 1/4, les recherches antérieures en modèle bidimensionnel (voir thèse 4) avaient indiquées la faible incidence des conditions de contour, à une similitude près. Pour la présente étude, une vérification de validité pourra être faite pour le cas des fondations superficielles par comparaison aux valeurs théoriques basées sur l'hypothèse du demi-espace élastique (voir § IV.1.3.b et IV.1.4.b).

II.5. ESSAIS SUR LE CAOUTCHOUC

II.5.1. ESSAI DE TRACTION

- Introduction

Des essais de traction ont été effectués sur le caoutchouc pour en étudier les caractéristiques de déformation et de déterminer le module d'élasticité E à prendre en compte. Ces essais ont été faits sur les plaques de 20 et 5 mm d'épaisseur.

- Mesures et résultats

Les essais sont effectués sur des éprouvettes de longueur initiale $l_0 = 90$ mm, découpées sur les plaques de caoutchouc. Les sections de ces éprouvettes sont les suivantes :

- Section $S = 20 \times 20$ mm soit 4 cm^2 pour les plaques de 20 mm d'épaisseur
- Section $S = 5 \times 20$ mm soit 1 cm^2 pour les plaques de 5 mm d'épaisseur.

Les résultats sont présentés dans les tableaux II.1 et II.2 ci-après :

Soient : Δl : allongement mesuré en mm

F : charges appliquées en kg

$\sigma = \frac{F}{S}$: contrainte de traction en kg/cm^2

$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$: déformation relative

TABLÉAU II.1. VALEURS DE $\bar{\sigma} = f(\bar{\epsilon})$ POUR PLAQUES D'ÉPAISSEUR 20 mm

F (kg)	1	2	3	4	5
Δl (mm)	2,0	4,5	7,0	9,0	11,0
$\bar{\sigma} = F/S$ kg/cm ²	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta l}{l_0}$	0,022	0,050	0,078	0,100	0,122

TABLÉAU II.2. VALEURS DE $\bar{\sigma} = f(\bar{\epsilon})$ POUR PLAQUES D'ÉPAISSEUR 5 mm

F (kg)	0,200	0,400	0,600	0,800	1,00
Δl (mm)	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
$\bar{\sigma} = \frac{F}{S}$ kg/cm ²	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta l}{l_0}$	0,022	0,044	0,067	0,089	0,111

A partir de ces tableaux, il est déduit le graphe $\bar{\sigma} = f(\bar{\epsilon})$ (fig.II.4). Ces graphes obtenus sont des droites passant par l'origine pour les deux essais correspondants aux plaques de 20 et 5 mm d'épaisseur.

Les pentes de ces deux droites correspondent selon la loi de Hooke $\bar{\sigma} = E \cdot \bar{\epsilon}$, aux valeurs suivantes du module d'élasticité E :

$E = 9,3 \text{ kg/cm}^2$ pour les plaques d'épaisseur 5 mm
 $E = 10,2 \text{ kg/cm}^2$ Pour les plaques d'épaisseur 20 mm.

La valeur du module d'élasticité E prise en compte dans les calculs est $E = 10 \text{ kg/cm}^2$. Ce résultat est en conformité en limite inférieure avec les valeurs de E données pour le caoutchouc usuel (voir Busdugan [3]) soit $E = 10 \text{ à } 100 \text{ kg/cm}^2$.

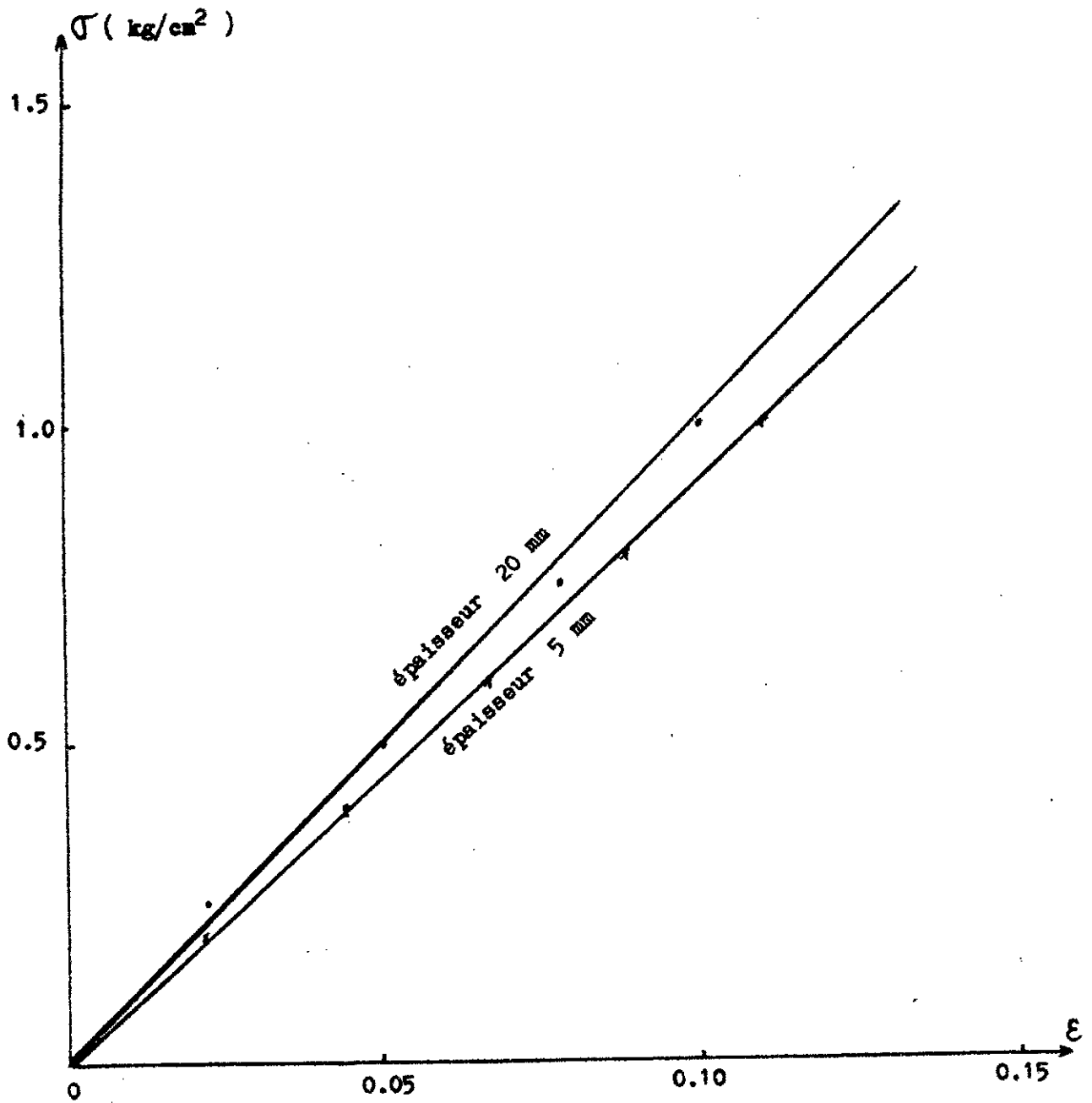


Fig II-4. Graphe contrainte - déformation
du caoutchouc en traction

Les courbes caractéristiques d'allongement du caoutchouc ne sont pas des droites (voir Buzdugan [3]); l'allure de cette courbe en traction est représentée par la figure II.5.

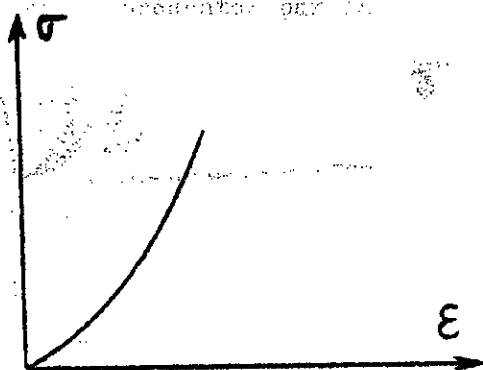


figure II.5. courbe caractéristique du caoutchouc en traction.

Dans le cas des présents essais sur le caoutchouc, il s'agit de contraintes faibles (inférieures à $1,5 \text{ kg/cm}^2$) qui ne seront pas non plus dépassées en général lors des essais sur modèle (dans la portion utilisée des graphes expérimentaux).

Les courbes expérimentales de la figure II.4 indiquent dans ce domaine un comportement purement linéaire d'où une valeur constante du module élastique.

II.5.2: ESSAI DE COMPRESSION

Ces essais de compression ont pour but de déterminer le module d'élasticité des modèles de sol; ces essais sont effectués sur chaque modèle de sol séparément .

L'effort de compression est exercé à l'aide d'une presse dont le chargement successif s'effectue de 200 en 200 Kg jusqu'à un effort maximal de 1400 Kg .

La charge est appliquée de manière uniforme par l'intermédiaire d'une plaque métallique rigide reposant sur la surface supérieure du modèle de sol .

Cinq comparateurs sont utilisés pour mesurer les déformations longitudinales; un comparateur est placé au centre de la plaque et les quatres

autres sont placés aux angles de cette plaque ; cette disposition permet de vérifier l'uniformité du déplacement vertical sur toute la surface de la plaque reposant sur le modèle (Fig II-6) .

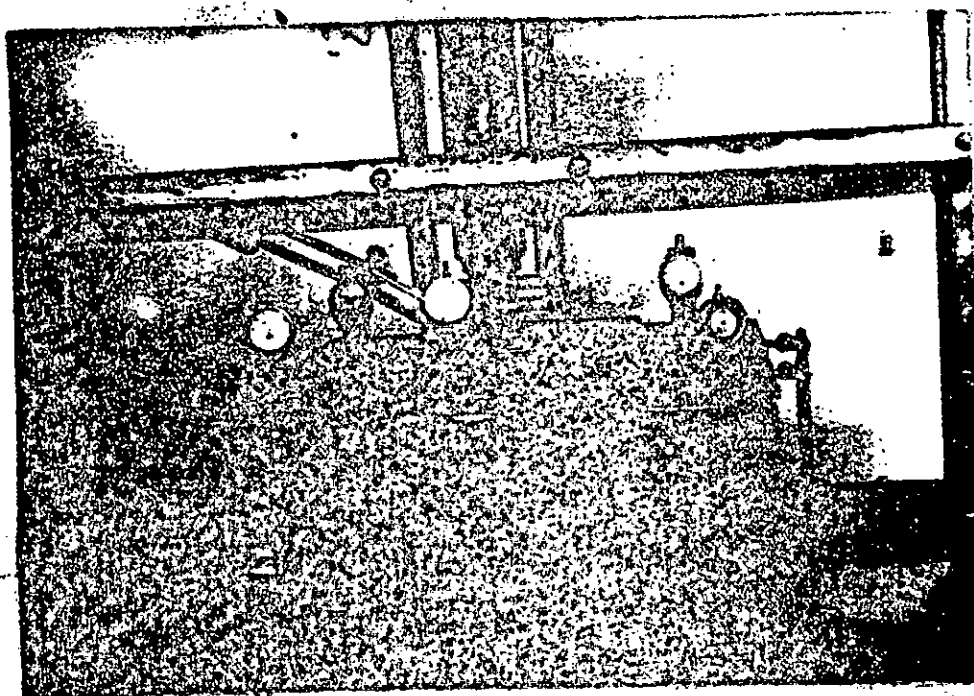


Fig II-6 Essai de compression sur les modèles de sol

Les résultats de ces essais sont résumés dans le tableau II-3 ci-après :

Notations utilisées :

P	:	charge verticale
S	:	section du modèle de sol 50 X 50 cm
l_0	:	hauteur du modèle de sol 24 cm
Δl	:	raccourcissement du modèle de sol
$\sigma = P / S$:	contrainte de compression
$\epsilon = \Delta l / l_0$:	déformation relative

Tableau II-3

σ (Kg / cm ²)	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56
E_1 (X 10 ⁻³) modèle 60 X 60	7,6	11,0	16,0	19,0	23,0	26,0
E_2 (X 10 ⁻³) modèle 60 X 120	6,0	9,0	12,0	16,0	18,0	21,0
E_3 (X 10 ⁻³) modèle 40 X 120	8,4	12,0	17,0	21,0	25,0	29,0

A partir des valeurs de ce tableau, il est établi la courbe en compression $\sigma = f(\epsilon)$ (Fig II - 7).

Les graphes ainsi obtenus pour les trois modèles sont sensiblement linéaires ; les coefficients de proportionnalité ont pour valeur :

$$E_1' = 21 \text{ Kg / cm}^2 \text{ pour le modèle } 60 \times 60$$

$$E_2' = 26 \text{ Kg / cm}^2 \text{ pour le modèle } 60 \times 120$$

$$E_3' = 19 \text{ Kg / cm}^2 \text{ pour le modèle } 40 \times 120$$

Un calcul simplifié de la déformation en compression d'un échantillon de caoutchouc sans déformation des faces extrêmes est présenté en annexe " C " ; ce calcul a montré que la valeur du module apparent d'élasticité obtenu dans ce cas est sensiblement le double du module d'élasticité réel avec déformation latérale . Les valeurs de E résultant de ce calcul sont alors :

$$E_1 = 10,5 \text{ Kg / cm}^2 \text{ pour le modèle } 60 \times 60$$

$$E_2 = 13,0 \text{ Kg / cm}^2 \text{ pour le modèle } 60 \times 120$$

$$E_3 = 9,5 \text{ Kg / cm}^2 \text{ pour le modèle } 40 \times 120$$

Ces valeurs de E sont comparables aux valeurs de E obtenus dans l'essai de traction ; les modules apparents sont en tous cas proportionnels aux modules réels , et ces résultats montrent qu'il existe une dispersion sensible sur la valeur du module moyen de E d'un modèle à un autre ($\pm 15 \%$) .

II.5.3. ESSAI DE DURETE (fig II - 8)

Des essais non destructifs sont effectués sur les différentes plaques de caoutchouc constituant un modèle de sol pour étudier leur dispersion .

Par analogie à l'essai de " Dureté Brinell ", un appareillage est mis au point afin de mesurer la dureté des plaques (fig II - 8)

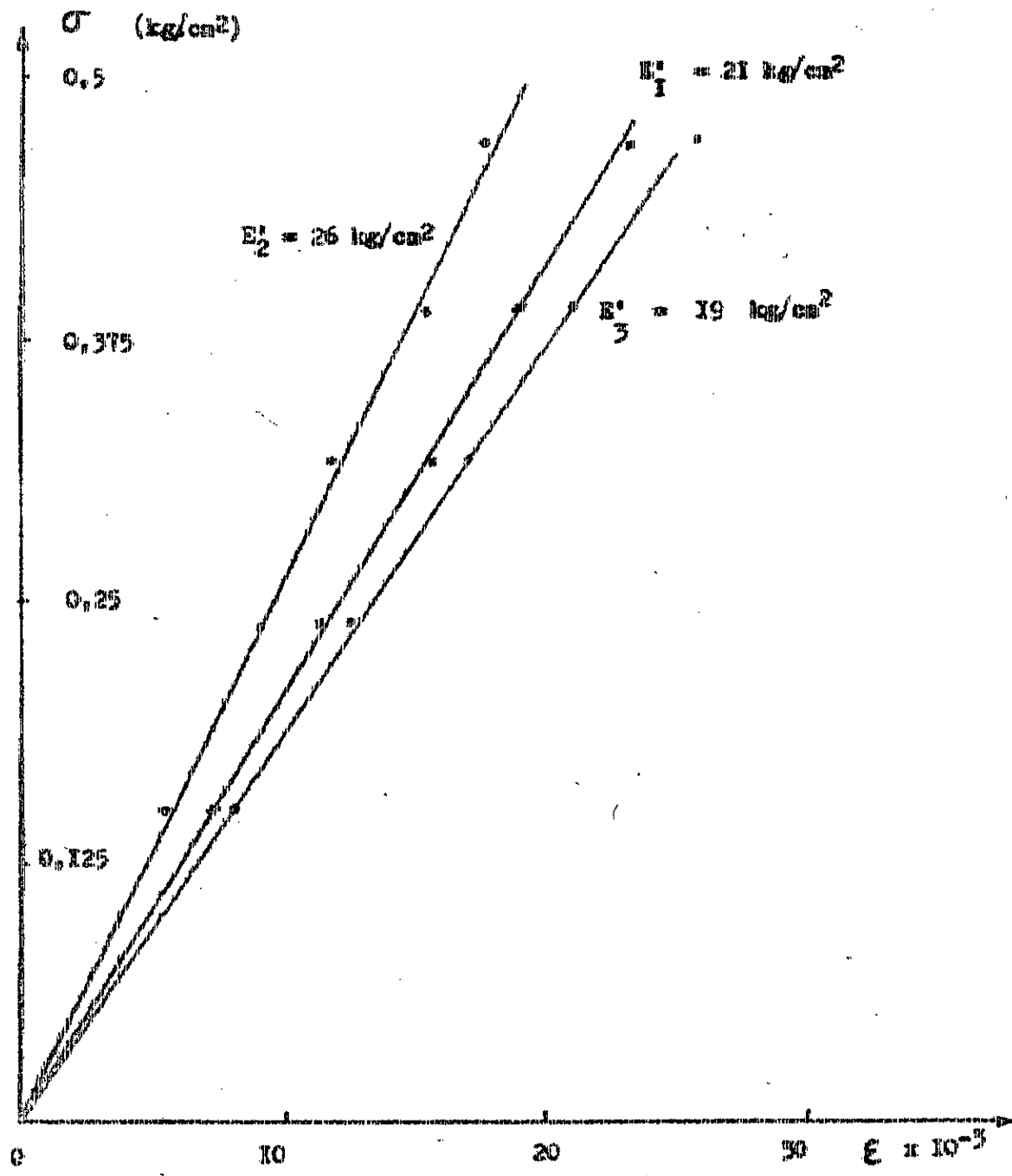


Fig II-7: Courbes caractéristiques de compression des modèles de sol

L'appareillage d'essai est constitué d'une bille de diamètre 50 mm solidaire à l'une des extrémités d'un levier en bois de longueur 300 mm; la rotation de ce levier se fait par rapport à l'autre extrémité qui repose sur un axe de rotation fixé à un socle en bois .

Une force verticale constante est appliquée sur la plaque de caoutchouc par l'intermédiaire de la bille ; cette force verticale est exercée à l'aide d'un poids $P = 4 \text{ Kg}$ placé à l'extrémité du levier où est fixée la bille .

L'horizontalité du levier est vérifiée à l'aide d'un niveau à "bulle" posé sur le bras .

Le choix du diamètre de la bille s'est effectué d'une part, en fonction de la charge appliquée et d'autre part, pour avoir un diamètre de l'empreinte de la bille facilement mesurable avec une bonne précision; cette empreinte est mise en évidence par application d'une couche fine d'huile visqueuse sur la partie de la bille en contact avec la plaque .

Le diamètre de l'empreinte est mesuré à l'aide d'un pied à coulisse et la visualisation de cette empreinte est faite avec une loupe .

Le module de glissement G est donné par la formule de Hertz en demi-ellipse soit :

$$G = \frac{3 P R}{16 a^3} \quad \text{avec} \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

- R : rayon de la bille
 a : rayon de l'empreinte
 P : charge verticale

D'où la valeur du module d'élasticité :

$$E = \frac{3 P R}{8 a^3} (1 + \nu)$$

Les résultats de mesures sont donnés dans le tableau II-4 et les résultats de calcul de E sont donnés dans le tableau II-5 .

Tableau II-4 Valeurs du diamètre de l'empreinte 2a en mm

Plaque n°		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Diamètre 2a (mm)	Modèle 60X120	15,0	15,2	15,1	15,0	15,3	15,0	15,1	15,5	15,2	15,1	15,2	15,2
	Modèle 40X120	16,4	16,6	16,7	15,8	15,9	16,6	16,6	15,8	15,9	16,5	16,5	16,5
	Modèle 60X60	15,3	15,2	15,3	15,4	15,2	15,2	15,3	15,4	15,3	15,3	15,2	15,2

Tableau II-5 Valeurs du module d'élasticité E en Kg/cm²

Plaque n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Modèle 60X120	13,33	12,81	13,07	13,33	12,56	12,81	13,07	12,08	12,81	13,07	12,81	12,81
Modèle 40X120	10,20	9,70	9,66	11,40	11,19	9,84	9,84	11,41	11,19	10,20	10,20	10,20
Modèle 60X60	12,56	12,81	12,56	12,32	12,81	12,81	12,56	12,32	12,56	12,56	12,81	12,81

Ces résultats montrent qu'il existe une dispersion sur les valeurs du module d'élasticité des plaques d'un même modèle . Cette dispersion est comme suit :

10 % pour le modèle 60 X 120

18 % pour le modèle 40 X 120

4 % pour le modèle 60 X 60

Toutefois cet essai de dureté dont le but est seulement d'apprécier la dispersion entre les caractéristiques élastiques , ne donne qu'une valeur approchée du module de glissement ou du module élastique :

- L'épaisseur de la plaque n'est pas très grande par rapport au rayon de l'empreinte (3 fois environ) , d'où une erreur en utilisant la formule de Hertz qui correspond au demi-espace .
- La précision des lectures est de l'ordre de $\pm 0,2$ mm , d'où une erreur sur le module élastique de ± 4 % .

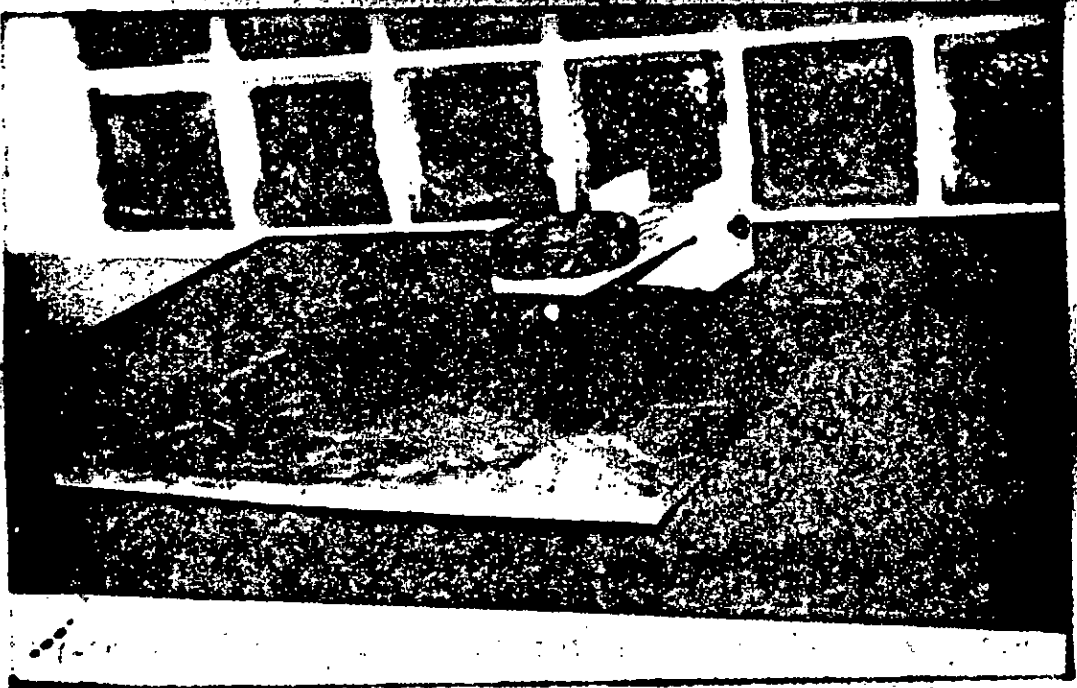


Fig II - 8 Essai de dureté sur les plaques de caoutchouc
(Dispositif)

Chapitre III

DESCRIPTION ET RESULTATS DES ESSAIS

CHAPITRE III - DESCRIPTION ET RESULTATS DES ESSAIS

III.1. Description des essais

III.1.1. Introduction

Comme précisé auparavant § (II.1), il s'agit de déterminer à l'aide d'essais statiques effectués sur modèles réduits, la variation des rigidités et la position du ressort horizontal dans le cas de fondations rectangulaires profondes pour les mouvements de translation horizontale et verticale. Par suite, deux types d'essais sont effectués :

- Essai de translation horizontale
- Essai de translation verticale.

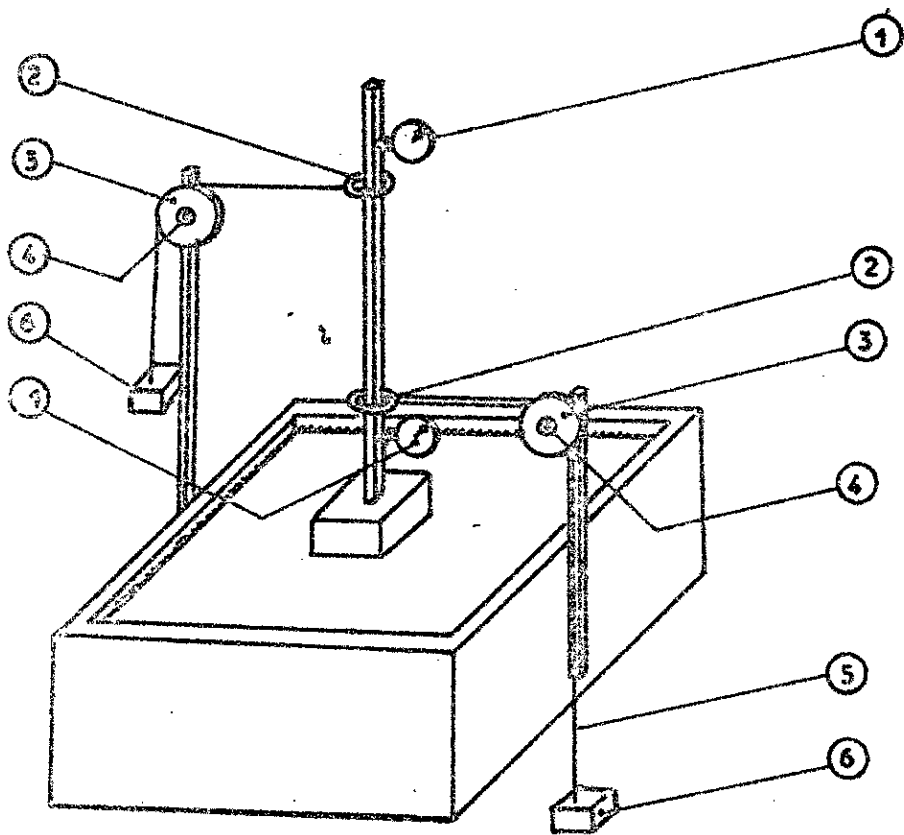
III.1.2. But des essais

Chaque modèle d'essai aura pour objet d'une part, la mesure des déplacements de la fondation soumise à un chargement statique dans le cas des mouvements de translation horizontale et verticale, et d'autre part, la détermination de la position du centre de rigidité. Des relations forces-déplacements sont obtenues par séries d'opérations de chargement. Afin d'obtenir séparément les mouvements de translation horizontale et verticale, des montages différents sont utilisés; ils sont décrits pour chaque type d'essai à effectuer.

III.1.3. Essais de translation horizontale (fig.III.1, III.2 et III.3)

III.1.3.1. Description (fig.III.1, III.2)

Par l'intermédiaire de deux poulies ③, deux charges de directions opposées sont appliquées à l'aide de poids suspendus ⑥ en deux points de la tige, l'une prépondérante à la base créant surtout une translation et accessoirement une rotation, l'autre corrective au sommet équilibrant le système afin d'éliminer la rotation, et d'obtenir une translation pure. Pour s'assurer de cette translation pure, il faut vérifier la verticalité de la tige, ce qui est fait à l'aide de deux comparateurs ①



- ① comparateurs
- ② anneaux en acier
- ③ poulies en duralumin
- ④ roulements
- ⑤ câble flexible en acier
- ⑥ plateaux de balance

Fig III-1 Modèle expérimental et dispositif pour l'essai de translation horizontale

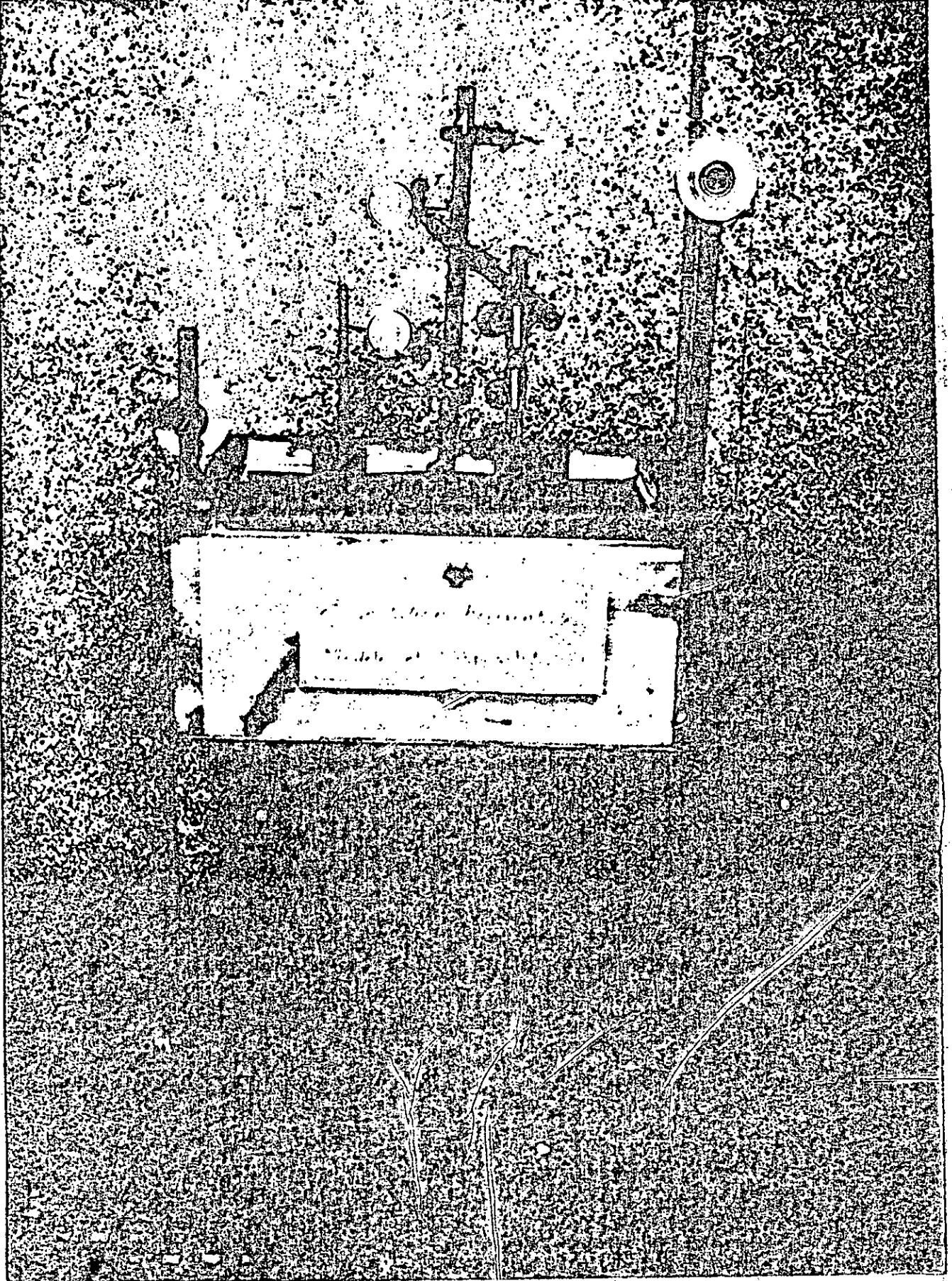


Fig III-2 Modèle expérimental et dispositif pour
l'essai de translation horizontale (photo)

placés en deux points de la tige, et sur lesquels sont lues les mêmes valeurs de déplacement. Ces essais sont effectués dans deux directions perpendiculaires, pour chaque modèle de fondation et chaque profondeur.

III.1.3.2. Principe de montage et calculs (fig.III.3)

a. Schéma statique

A partir du montage décrit précédemment, un schéma statique est défini (fig.III.3) dont les notations sont les suivantes :

O : Centre de la base de fondation
C : Point d'application du ressort horizontal
R : Réaction élastique du caoutchouc
 F_1, F_2 : forces horizontales appliquées au système respectivement aux points A et B

F'_1, F'_2 : charges appliquées sans tare (tare = 1,950 kg)

$$F_1 = F'_1 + 1,950 \text{ kg}$$

$$F_2 = F'_2 + 1,950 \text{ kg.}$$

a : distance fixe entre les deux points d'application des forces F_1 et F_2 (distance entre A et B)

l : distance du centre de rigidité C au point d'application de la force F_2

p : profondeur de la fondation variant de 5 en 5 mm

h : distance, variable selon la profondeur p, de la base de fondation au point d'application de la force F_2 .

p' : cote du centre de rigidité C par rapport à la base de la fondation

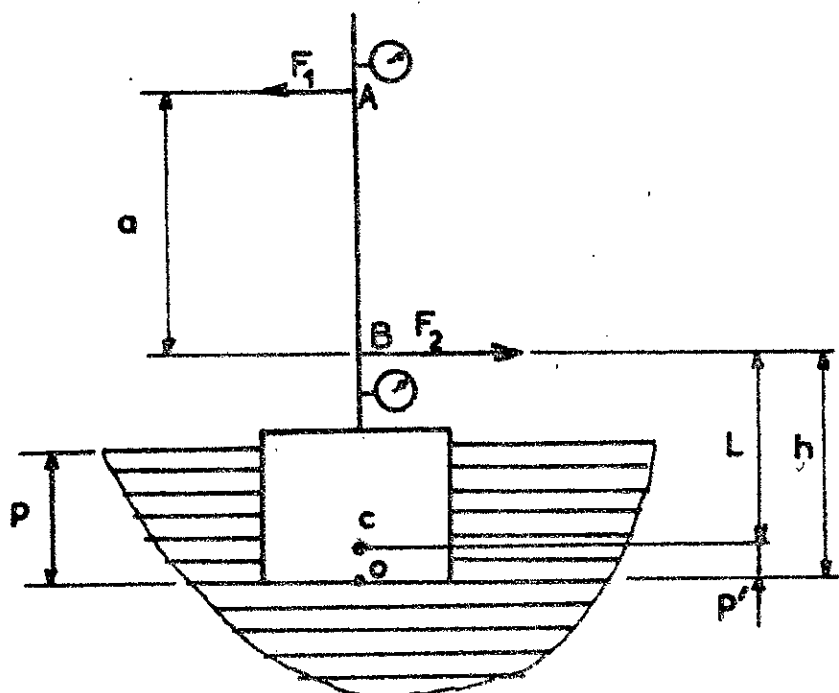
2d : longueur de la structure dans la direction sismique considéré

2e : longueur de la structure dans la direction perpendiculaire à la direction sismique considéré

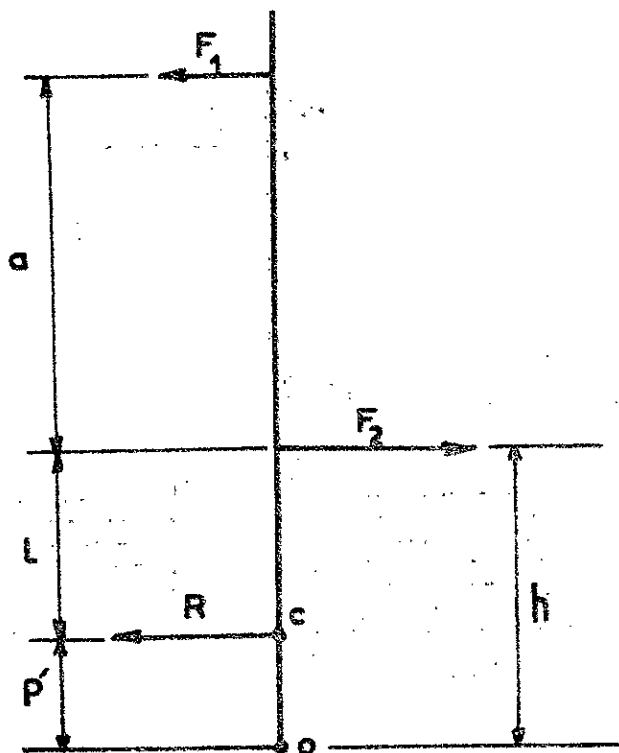
Δ : déplacement horizontal de la fondation lu sur les comparateurs.

b. Montage (fig.III.3)

Il est effectué une série de cinq (05) mesures pour un essai de translation correspondant à chaque modèle, direction et profondeur données.



a) Schéma statique



b) Schéma de calcul

Fig III-3 Schéma statique et calcul

Comme il a été indiqué lors de la description de l'essai de translation horizontale, on applique d'abord la force F_2 puis la force F_1 pour obtenir l'équilibre. La variation de F_2 est de 10 kg tandis que celle de F_1 dépend de l'équilibre à réaliser. Le chargement se fait de manière progressive. Les mesures effectuées sont les suivantes :

- Mesure des forces F_1 et F_2 (réalisés à l'aide de poids)
- Mesure des déplacements (comparateur 1/100)
- Mesure de la distance h (règle graduée au 1/2 mm).

Les profondeurs p de la fondation considérés sont les suivantes :

5. 10. 15. 20. 25. 30. 35. 40. 45. 50. 55. 60 mm.

L'essai de translation pour le cas de la fondation superficielle ($p = 0$) n'a pu être réalisé de façon satisfaisante par suite de difficultés expérimentales ; ceci est dû à la stabilité du système qui était meilleure lorsque la fondation était enfoncée dans la cavité. En effet, la fondation était beaucoup plus stable quand elle était enfoncée que lorsqu'elle était superficielle, par suite la nature du collage était meilleure dans le 1er cas que le second cas. Ce cas de fondation superficielle sera obtenu par extrapolation lors de l'interprétation des résultats (voir § IV).

c. Calculs (fig.III.3)

Les calculs correspondants aux mesures effectuées s'obtiennent de la manière suivante :

- En écrivant les conditions d'équilibre statique, la réaction R est donnée par la différence des deux forces F_1 et F_2 .

$$R = F_2 - F_1 \quad (\text{III-1})$$

ou encore
$$R = F'_2 - F'_1 \quad (\text{III-2})$$

- La position p' du centre de rigidité C est obtenue en écrivant l'équilibre des moments par rapport au point d'application B de la force F_2 (fig.III.3); il vient :

$$M_2 = F_1 \cdot a \quad \text{d'où : } l = \frac{F_1 \cdot a}{R} \quad (\text{III-3}).$$

Par suite la cote p' du centre de rigidité C sera donc donnée par :

$$p' = h - l \quad (\text{III-4}).$$

III.1.4. Essai de translation verticale (fig.III.4 - III.5)

III.1.4.1. Description (fig.III.4 - III.5)

L'essai est effectué sur les trois modèles de fondations cités au § II.3.2. Les forces sont exercées verticalement de manière à être normales à l'aire de contact sol-fondation. Ces forces verticales sont exercées à l'aide de poids ① posés sur une plaque métallique ② qui elle-même repose sur la fondation. Pour éviter toute excentricité de la force exercée par rapport au centre O de la base de la fondation, la plaque est centrée sur le bloc fondation et les poids de forme cylindrique comportent un évidement axial correspondant à l'emplacement de la tige ③ d'acier surmontant la fondation.

Deux comparateurs ④ sont placés en diagonale sur la plaque et un troisième comparateur est placé au sommet de la tige ; ces différents comparateurs indiquent les mêmes déplacements lors du chargement (au 1/100 près), ce qui permet de vérifier tout le long des essais la verticalité de la tige d'une part, et d'avoir une lecture correcte des déplacements d'autre part.

Le chargement se fait par paliers.

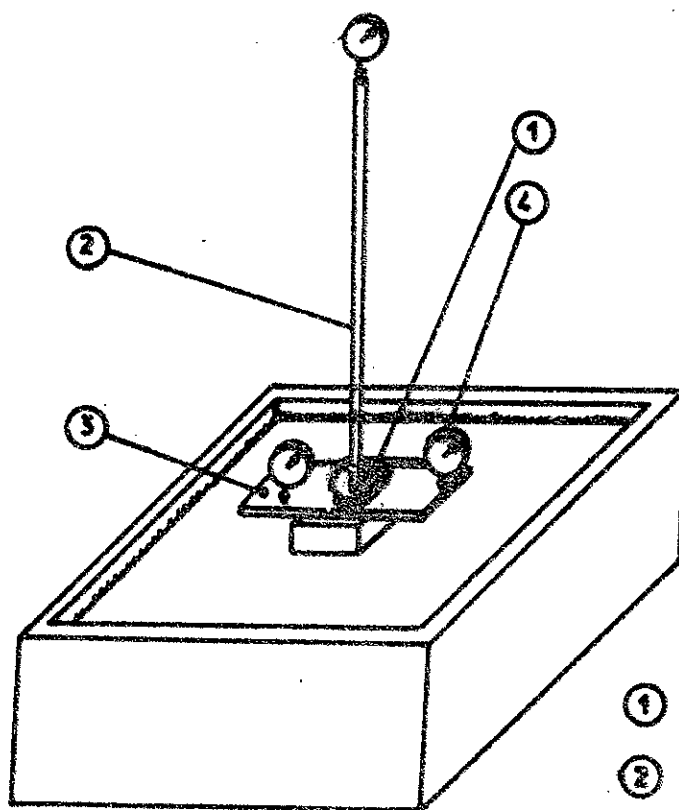
L'essai est effectué pour chaque profondeur donnée de la fondation.

III.1.4.2. Principe de mesures (fig.III.4)

a. Notations

Soient : F : force verticale appliquée

Δ : déplacement vertical indiqué par les comparateurs



- ① système de chargement
- ② tige en acier
- ③ plaque métallique
- ④ comparateurs

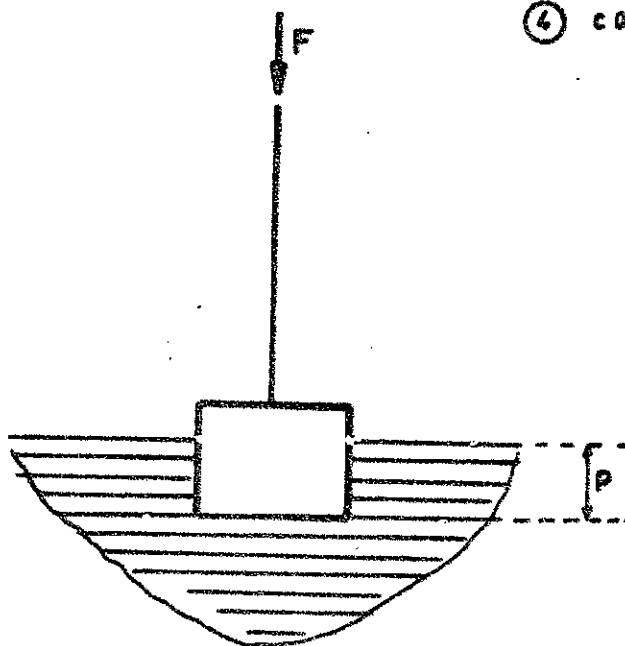


Fig III-4 Modèle expérimental et dispositif pour l'essai de translation verticale



Fig III-5 Modèle expérimental et dispositif pour
mesure de translation verticale (photo).

2c, 2d : dimensions de la base de la fondation

p : profondeur de la fondation.

b. Mesures

Il est effectué une série de six mesures par essai correspondant à un modèle donné et chaque profondeur considérée. La force F varie de 10 en 10 kg. Les mesures effectuées sont les suivantes :

- Mesure des forces F
- Mesure des déplacements Δ .

Les profondeurs p considérées varient de 5 en 5 mm en commençant de $p = 0$ à 60 mm.

Les valeurs de ces mesures sont utilisées directement pour l'établissement des graphes correspondants $F = f(\Delta)$.

c. Résultats

Afin d'étudier le phénomène d'hystérésis du caoutchouc, il est effectué pour cet essai de translation verticale, un essai de chargement et de déchargement.

III.2. Résultats des essais

III.2.1. Résultats des essais de translation horizontale

III.2.1.1. Résultats de mesures et calculs

Tous les résultats de mesures et calculs sont présentés en annexe "A" (Tableaux A.1 à A.12).

Tableau A.1 à A.4 pour le modèle 60 X 120

Tableau A.5 à A.8 pour le modèle 40 X 120

Tableau A.9 à A.12 pour le modèle 60 X 60.

Pour les modèles 60 X 120 et 40 X 120, on considère les deux mouvements de translation horizontale selon les deux directions axes rectangulaires, les deux déplacements Δ_x et Δ_y en sont déduits.

Dans ces tableaux figurent les valeurs des déplacements Δ en fonction de la réaction R , et les valeurs de p' , position du centre de rigidité C , en fonction de la profondeur p .

Les valeurs de p' en fonction de p sont résumées, pour les trois modèles considérés, dans le tableau III.1 ci-après.

Comme indiqué en annexe "A", ces valeurs de p' correspondent aux valeurs moyennes (moyenne quadratique) obtenues pour chaque série de mesures.

Il est important de remarquer que pour chacun des modèles considérés, la valeur de p' pour une profondeur donnée est la même dans les deux sens du mouvement de translation horizontale. En effet, lors des essais on avait appliqué la charge de force F_2 dans les deux sens, et on a constaté que les valeurs de la force d'équilibre F_1 étaient pratiquement les mêmes dans les deux sens, soit à 20 g près, ce qui avait une faible influence sur le calcul de p' (voir tableaux A-1 à A.12 en annexe "A").

| p
(mm) | Valeur de p' (mm) | | |
|-----------|-----------------------|--------------------|--------------------|
| | Modèle
60 X 60 | Modèle
60 X 120 | Modèle
40 X 120 |
| 5 | 0,55 | 0,27 | 0,32 |
| 10 | 2,41 | 0,55 | 0,66 |
| 15 | 4,09 | 4,73 | 4,88 |
| 20 | 5,71 | 6,96 | 7,07 |
| 25 | 8,69 | 7,89 | 7,92 |
| 30 | 10,82 | 9,64 | 10,57 |
| 35 | 12,55 | 11,91 | 12,12 |
| 40 | 14,52 | 13,07 | 14,20 |
| 45 | 15,17 | 14,67 | 14,84 |
| 50 | 17,48 | 16,84 | 15,55 |
| 55 | 19,48 | 17,99 | 18,24 |
| 60 | 21,24 | 20,81 | 20,43 |

TABEAU III.1 - Valeurs de p' en fonction de p (position du centre de rigidité C).

III.1.2. Analyse des résultats

a. Les graphes $p' = f(p)$, déduits des valeurs du tableau III.1 sont présentés pour les trois (03) modèles considérés dans la figure III.6. Cette figure montre que les points expérimentaux sont pratiquement alignés avec une dispersion de l'ordre de 15 %. Le graphe obtenu dans tous les cas n'est pas une droite ne passant pas par l'origine ; ce décalage à l'origine fera l'objet d'une discussion lors de l'interprétation des résultats qui sera présentée au §(IV.1.2):

b. Les graphes $R = f(\Delta)$ correspondants aux tableaux de mesures III.2 à III.12 sont établis pour tous les modèles et dans les deux directions de déplacement considérées. Il est porté en abscisse les valeurs du déplacement Δ et en ordonnée les valeurs de la réaction R. Sur une même figure sont représentés les graphes pour les différents enfoncements d'un modèle de fondation dans la direction considérée. Cependant, les graphes renfermant les points expérimentaux ne sont présentés que pour les profondeurs $p = 5$, $p = 30$ et $p = 60$ mm, ceci du fait de la proximité des points expérimentaux correspondants aux valeurs d'enfoncements intermédiaires.

Les graphes avec indication des points expérimentaux sont présentés ci-après dans les figures III.7 à III.9.

- Fig.III.7 Graphe $R = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 120
- Fig.III.8 Graphe $R = f(\Delta)$ pour le modèle 40 X 120
- Fig.III.9 Graphe $R = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 60

En outre, les graphes $R = f(\Delta)$, correspondants à toutes les profondeurs considérées, sont représentés sans points expérimentaux et sont donnés en annexe "B" (fig.B.1 à B.3).

- Fig.B.1 - Graphe $R = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 120
- Fig.B.2 - Graphe $R = f(\Delta)$ pour le modèle 40 X 120
- Fig.B.3 - Graphe $R = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 60.

Les figures (fig.III.7 à III.9 et B.1 à B.3) montrent que les graphes obtenus pour chaque profondeur sont des droites ne passant pas rigoureusement par l'origine ; en effet, en dehors de ce décalage à l'origine, dont les

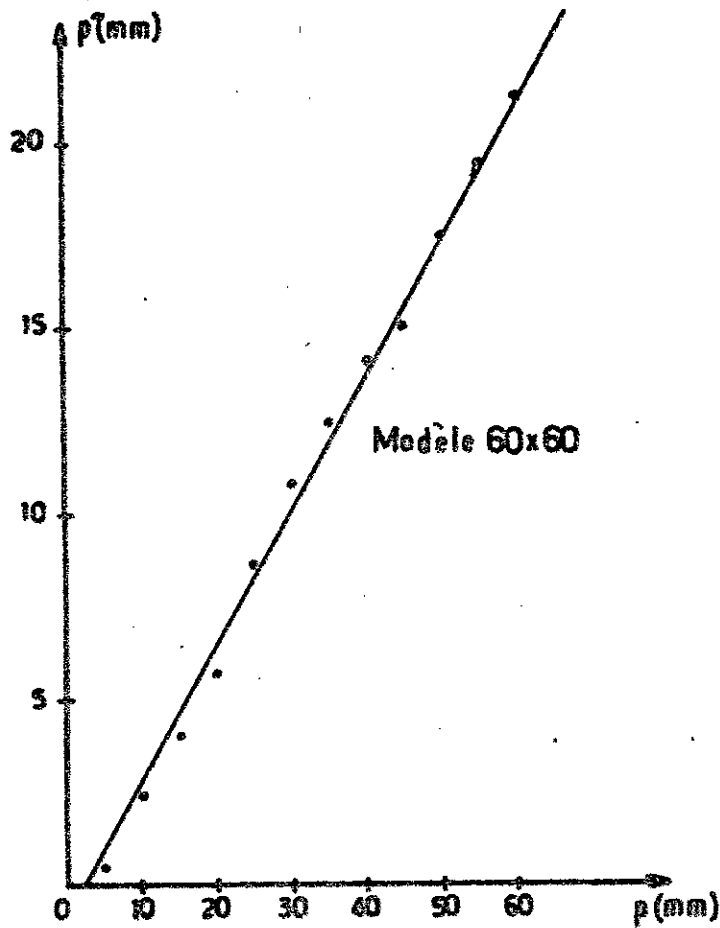
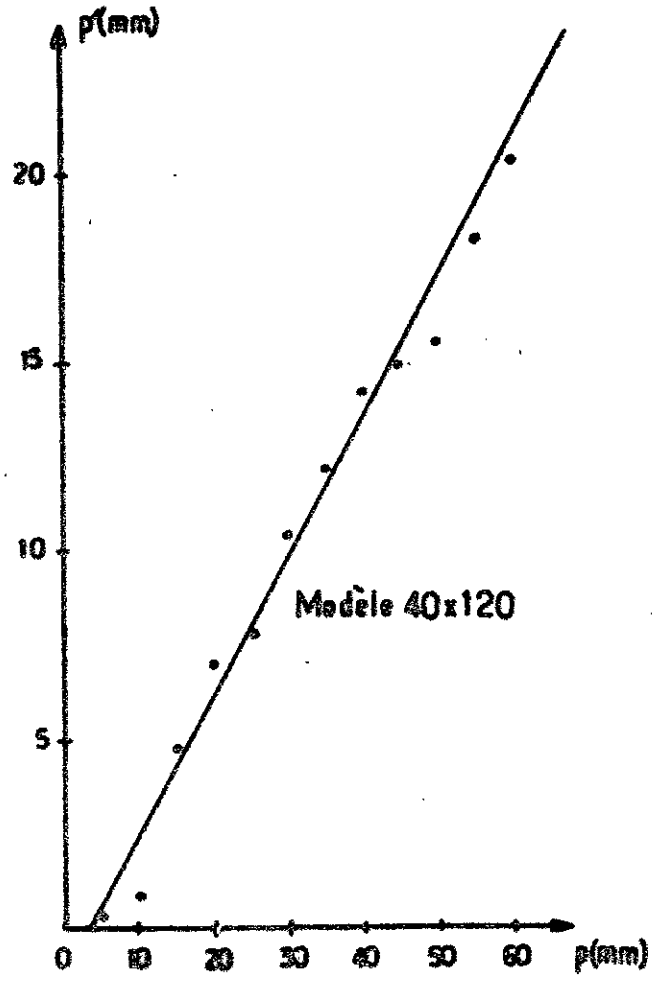
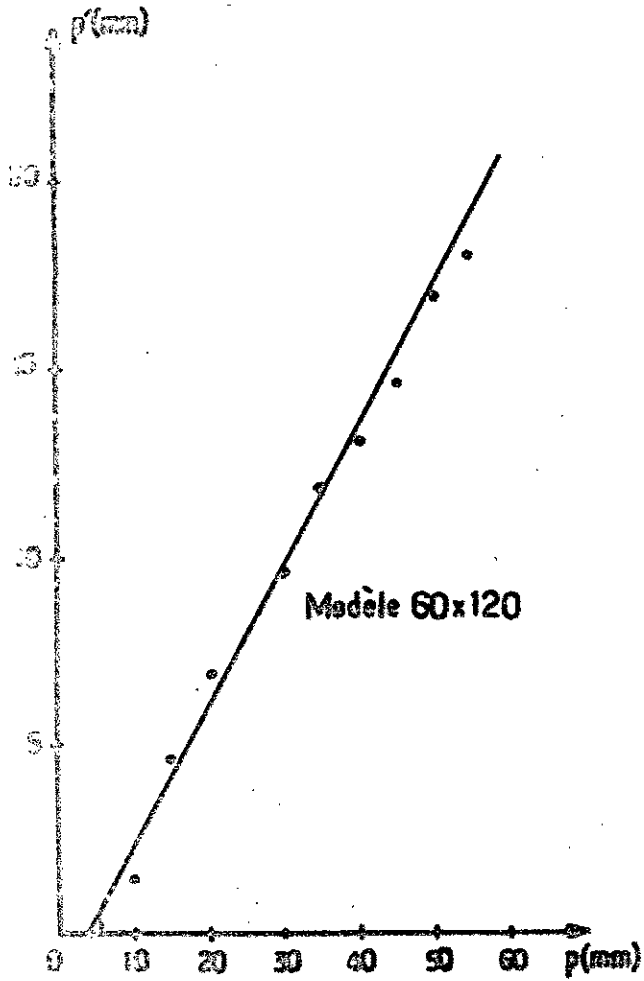


Fig II-6 Graphes de la position p' du centre de rigidité en fonction de la profondeur p

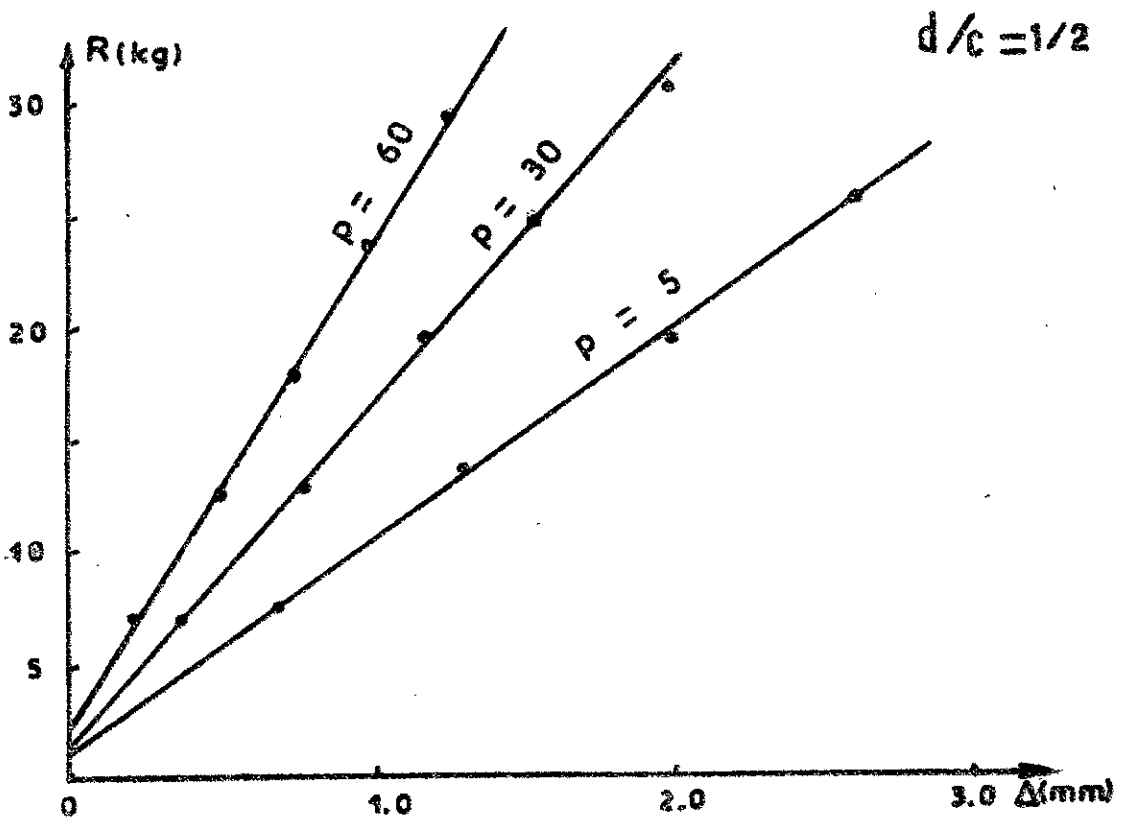
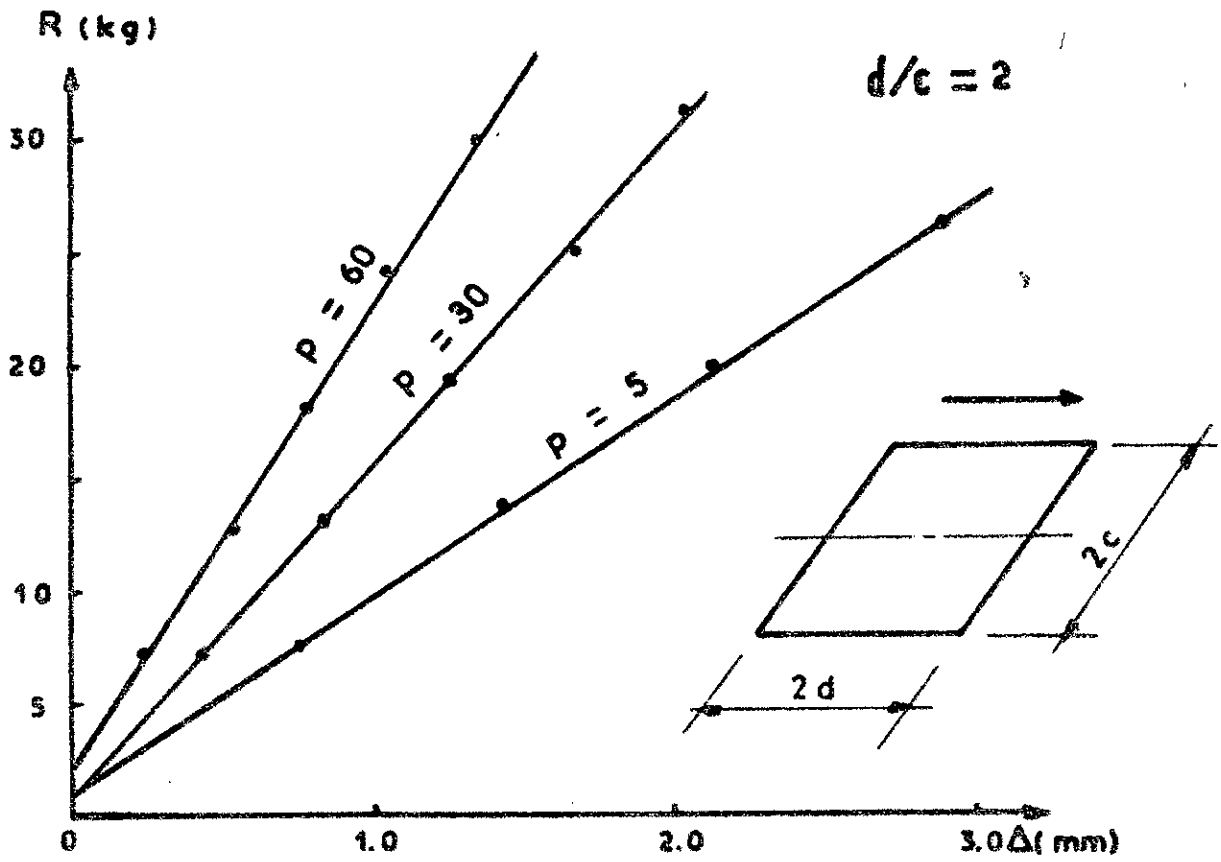


Fig III-7 Graphe de R en fonction de Δ
translation horizontale

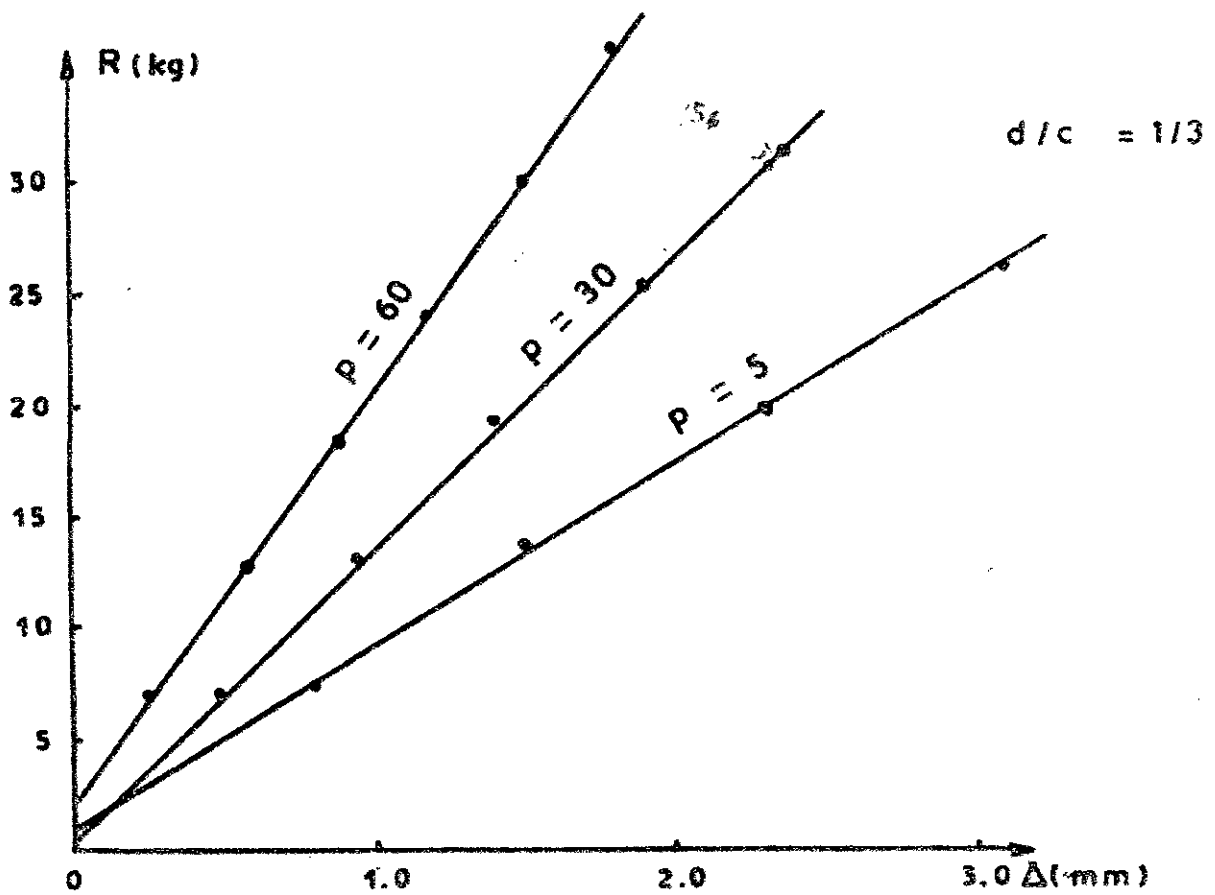
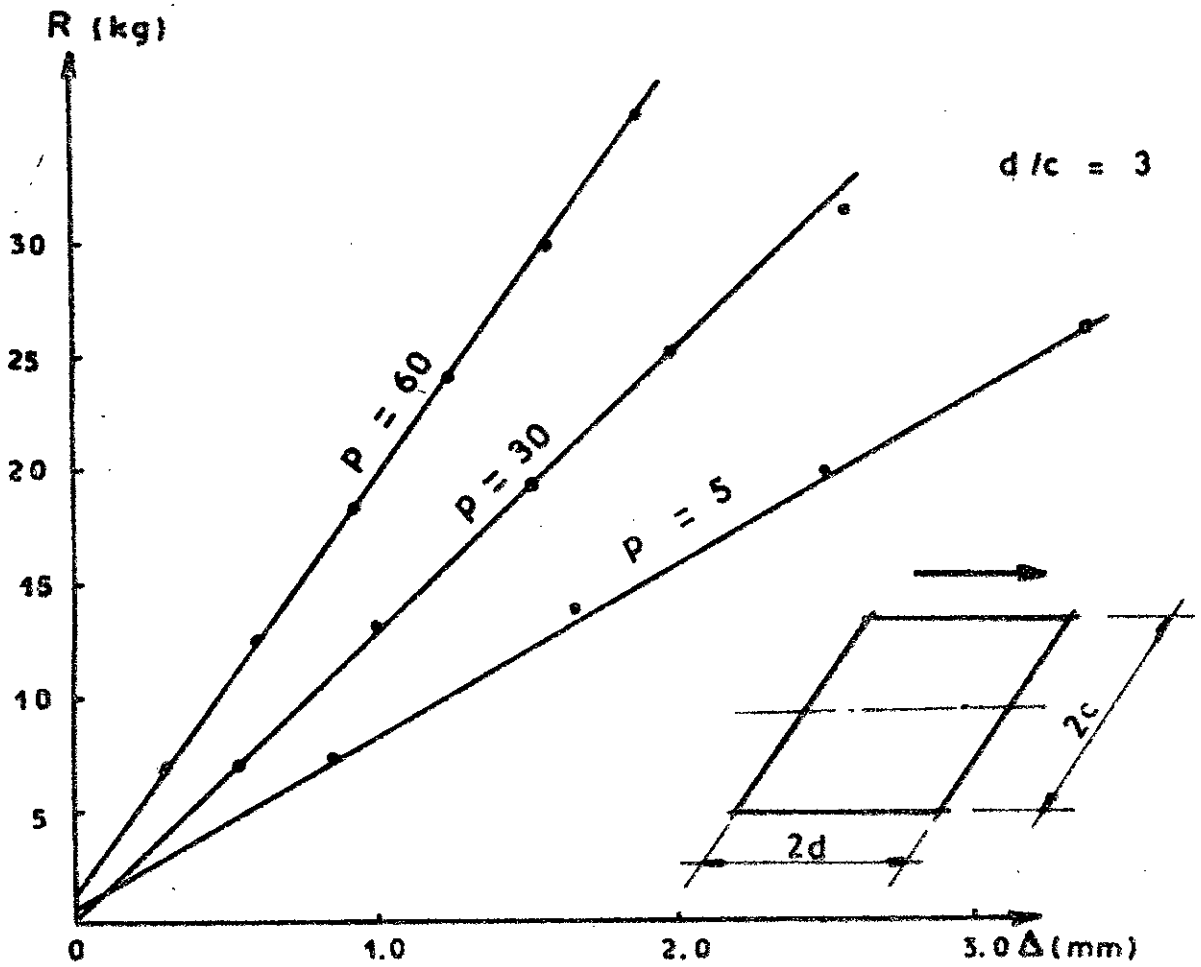


Fig III-8 Graphe de R en fonction de Δ
(translation horizontale)

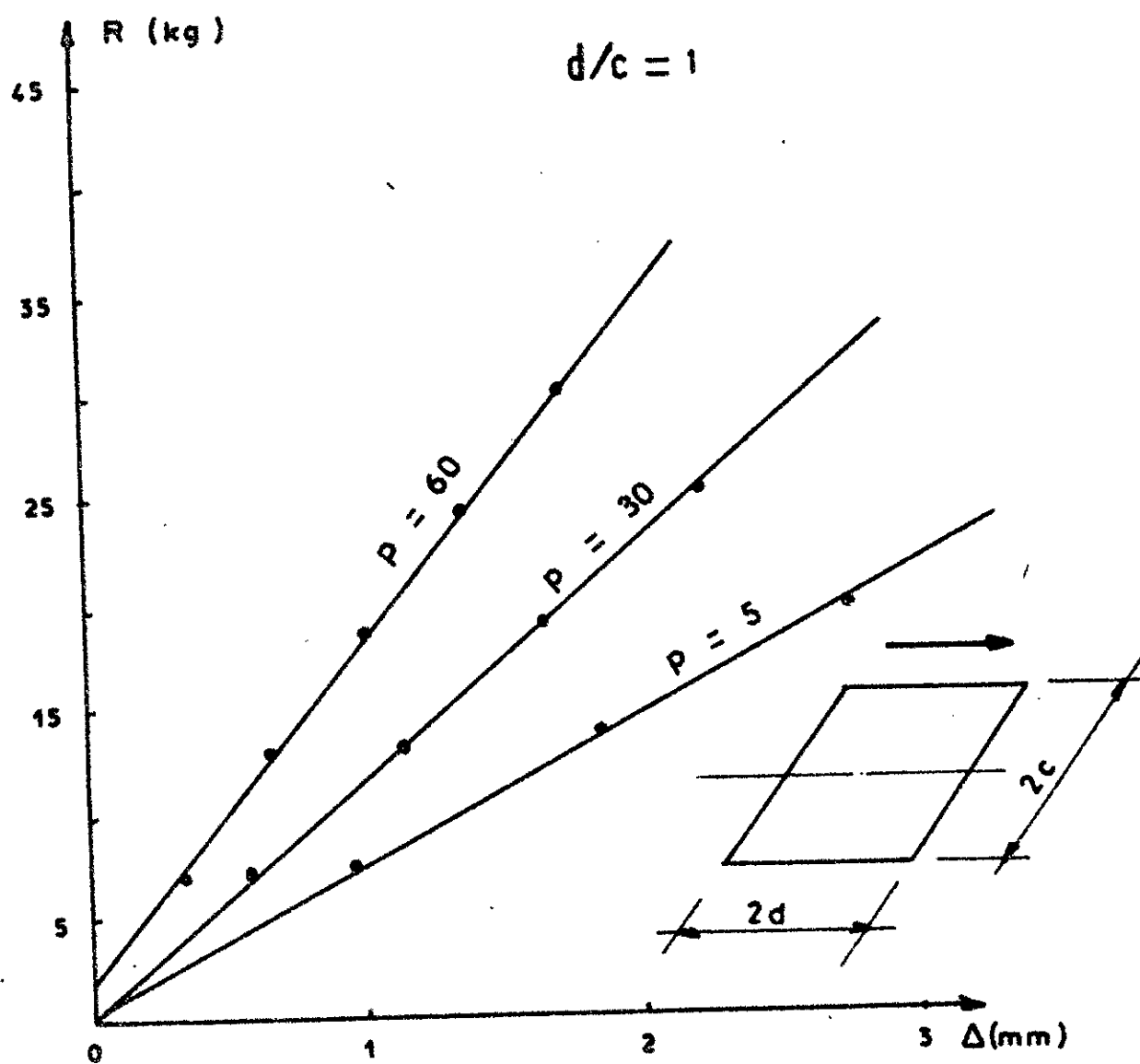


Fig III-9 Graphe de R en fonction de Δ
translation horizontale
modele 60 x 60

causes seront examinées au § (IV.1.3.a), les points expérimentaux sont alignés avec une très faible dispersion (environ 4 %) d'où une valeur constante de la pente, c'est-à-dire de la rigidité en translation dans l'intervalle de déformation considéré.

Pour un modèle donné et une direction considérée du mouvement de translation horizontale, la pente de ces droites (fig.B.1 à B.3) augmente avec la profondeur p ; l'étude de cette variation sera faite au chapitre suivant (§ IV.1.3.).

III.2.2. Résultats des essais de translation verticale

III.2.2.1. Résultats de mesures

Tous les résultats de mesures sont présents en annexe "A"

(Tableaux A.13 à A.15).

- Tableau A.13 pour le modèle 60 X 120
- Tableau A.14 pour le modèle 40 X 120
- Tableau A.15 pour le modèle 60 X 60.

Ces tableaux donnent les valeurs du déplacement vertical Δ en fonction de la force verticale F exercée.

III.2.2.2. Analyse des résultats

Les graphes $F = f(\Delta)$ correspondants à ces tableaux (A.13 à A.15) sont établis pour les trois modèles séparément. Il est présenté une seule figure où sont donnés les graphes correspondants aux différentes profondeurs pour un même modèle de fondation.

Il est porté en abscisse les valeurs du déplacement vertical Δ et en ordonnée les valeurs de la charge verticale F appliquée.

Comme pour les résultats des essais de translation horizontale (§ III.2.1.2), les graphes $F = f(\Delta)$ indiquant les points expérimentaux ne sont présentés que pour les profondeurs $p = 0$, $p = 30$ et $p = 60$ mm ; (Voir fig.III.10 à III.12).

Fig.III.10 - Graphe $F = f(\Delta)$ pour le modèle 40 X 120

Fig.III.11 - Graphe $F = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 120

Fig.III.12 - Graphe $F = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 60.

Fig III-10 Graphe de F en fonction de Δ
Translation verticale
Modèle 40 x 120

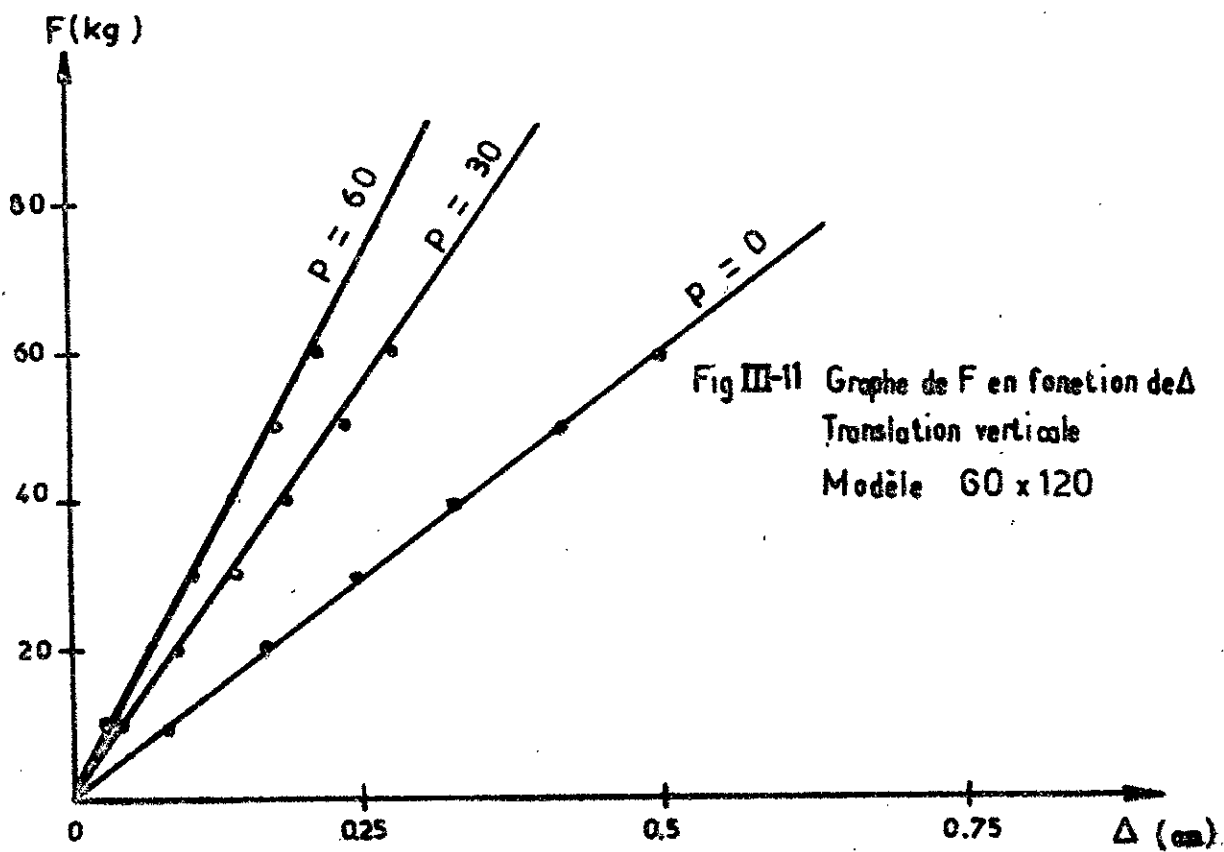
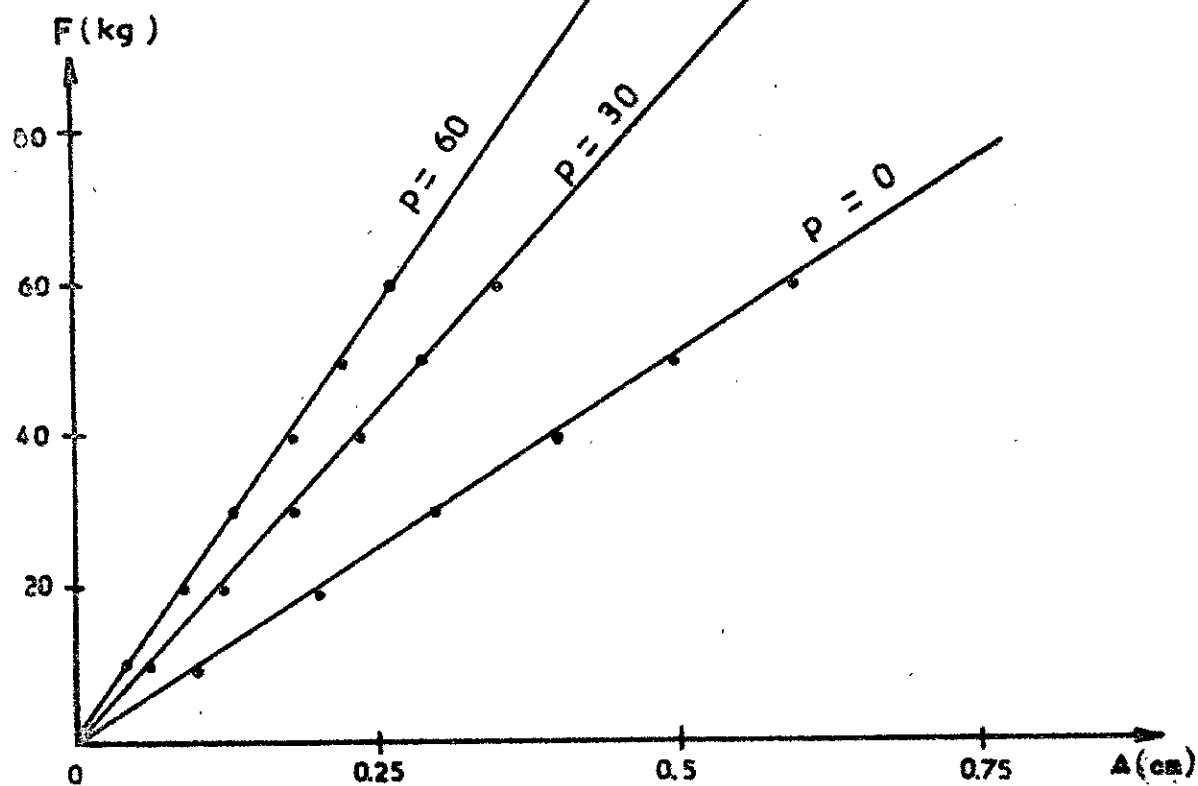


Fig III-11 Graphe de F en fonction de Δ
Translation verticale
Modèle 60 x 120

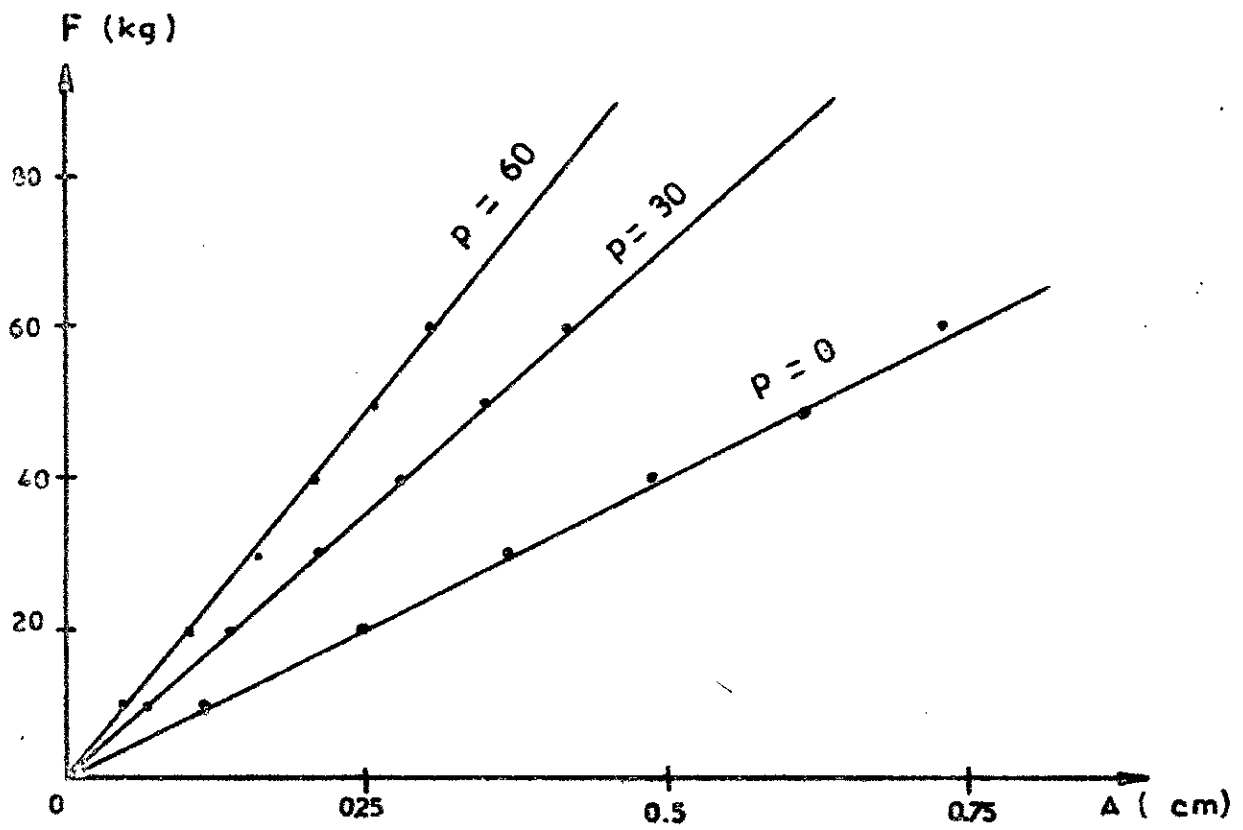


Fig III-12 Grophe de F en fonction de Δ
Translation verticale
Modèle 60 x 60

Par ailleurs, les graphes $F = f(\Delta)$ correspondants à toutes les profondeurs sont présentés sans points expérimentaux et sont donnés en annexe "B" (fig.B.4 à B.6)

Fig.B.4 - Graphe $F = f(\Delta)$ pour le modèle 40 X 120

Fig.B.5 - Graphe $F = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 120

Fig.B.6 - Graphe $F = f(\Delta)$ pour le modèle 60 X 60.

Les graphes $F = f(\Delta)$ (fig.III.10 à III.12) indiquent, comme pour les graphes $R = f(\Delta)$, que les points expérimentaux sont pratiquement alignés et que la dispersion est assez faible (4 %); par suite il est obtenu dans tous les graphes $F = f(\Delta)$ des droites passant approximativement par l'origine; le décalage à l'origine observé pour l'essai de translation horizontale ne se produit pas ici.

Pour un modèle donné, la pente de toutes ces droites augmente avec la profondeur p ; cette variation de pente sera étudiée lors de l'interprétation des résultats (§ IV.1.4.).

III.2.2.3. Courbe d'hysteresis (fig.B.7)

Il est effectué pour l'essai de translation verticale, un essai de chargement et de déchargement afin de déterminer les valeurs du déplacement vertical dans les deux cas; les résultats de mesures et le graphe correspondant sont présentés en annexe "B" (Tableau B.1 et fig.B.7).

Le graphe obtenu est le suivant :

- Dans le cas du chargement, le graphe est pratiquement une droite passant par l'origine
- Dans le cas du déchargement, on obtient un graphe pratiquement linéaire et parallèle au précédent avec une légère courbure au voisinage de l'origine; lors de l'essai de déchargement, les déplacements restent légèrement supérieurs à ceux du chargement soit environ 1/100 mm de décalage. Après chargement total ($F = 0$) le déplacement ne s'annule pas totalement, toutefois la valeur du déplacement mesuré était très faible (inférieur à 1/100 mm).

Chapitre IV

INTERPRETATION DES RESULTATS

CALCUL DES RIGIDITES

CHAPITRE IV - INTERPRETATION DES RESULTATS - CALCUL DES RIGIDITES

IV - 1 Calcul des rigidités

IV-1.1 Introduction

Dans la méthode des ressorts de sol, il est supposé en général un ressort horizontal appliqué au centre de gravité de la base de la fondation, ceci peut être considéré comme une hypothèse très approximative surtout lorsque la fondation est enfoncée dans le sol et que ce dernier exerce une réaction sur les faces latérales. En effet pour les fondations enterrées, le centre de rigidité C se situe sensiblement au dessus de la base de la fondation soit à la cote p' par rapport à cette base.

Par suite les paramètres définissant les ressorts de sol en translation horizontale et verticale sont les suivants :

- Position du ressort horizontal
- Rigidité horizontale K_H
- Rigidité verticale K_Z

Le but du calcul des rigidités est la détermination de ces trois paramètres.

IV-1.2 Position du ressort horizontal

IV-1.2.a) Loi de variation de la position du ressort horizontal en fonction de la profondeur.

A partir des résultats des essais donnant les valeurs de la position p' du ressort horizontal en fonction de la profondeur p (§ III -1.1, tableau III-1), il est défini variation de $p'/2d$ en fonction du coefficient d'enfoncement $\alpha = p/2d$ où $2d$ est la dimension de la fondation dans le sens du mouvement sismique considéré (voir tableau IV-1).

Les graphes correspondants aux valeurs de ce tableau IV-1 sont portés dans les figures IV-1 à IV-3.

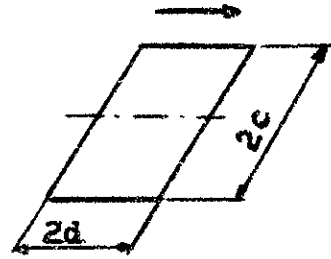
Fig IV-1 : pour le modèle 40x120 ($d/c = 3$ et $1/3$)

Fig IV-2 : pour le modèle 60x120 ($d/c = 2$ et $1/2$)

Fig IV-3 : pour le modèle 60x60 ($d/c = 1$)

Tableau IV-I

Valeurs de $p^*/2d$ en fonction du coefficient d'enforcement $\lambda = p/2d$



| Modèle 60 X 60 | | Modèle 60 X 120 | | | | Modèle 40 X 120 | | | |
|-------------------------------------|----------|--------------------------------------|----------|---------------------------------------|----------|--------------------------------------|----------|---------------------------------------|----------|
| $d/c = 1$
($2d = 60\text{mm}$) | | $d/c = 2$
($2d = 120\text{mm}$) | | $d/c = 1/2$
($2d = 60\text{mm}$) | | $d/c = 3$
($2d = 120\text{mm}$) | | $d/c = 1/3$
($2d = 40\text{mm}$) | |
| λ | $p^*/2d$ | λ | $p^*/2d$ | λ | $p^*/2d$ | λ | $p^*/2d$ | λ | $p^*/2d$ |
| 0,083 | 0,009 | 0,042 | 0,002 | 0,083 | 0,004 | 0,042 | 0,002 | 0,125 | 0,008 |
| 0,166 | 0,040 | 0,083 | 0,005 | 0,166 | 0,009 | 0,083 | 0,007 | 0,250 | 0,021 |
| 0,250 | 0,068 | 0,125 | 0,040 | 0,250 | 0,078 | 0,125 | 0,040 | 0,375 | 0,122 |
| 0,333 | 0,095 | 0,166 | 0,058 | 0,333 | 0,116 | 0,166 | 0,058 | 0,500 | 0,176 |
| 0,416 | 0,148 | 0,208 | 0,066 | 0,416 | 0,131 | 0,208 | 0,066 | 0,625 | 0,198 |
| 0,500 | 0,180 | 0,250 | 0,080 | 0,500 | 0,160 | 0,250 | 0,088 | 0,750 | 0,264 |
| 0,583 | 0,209 | 0,292 | 0,099 | 0,583 | 0,198 | 0,292 | 0,101 | 0,875 | 0,303 |
| 0,666 | 0,242 | 0,333 | 0,108 | 0,666 | 0,217 | 0,333 | 0,118 | 1,00 | 0,355 |
| 0,750 | 0,253 | 0,375 | 0,122 | 0,750 | 0,244 | 0,375 | 0,123 | 1,125 | 0,371 |
| 0,833 | 0,291 | 0,416 | 0,140 | 0,833 | 0,280 | 0,416 | 0,130 | 1,250 | 0,388 |
| 0,916 | 0,324 | 0,458 | 0,150 | 0,916 | 0,299 | 0,458 | 0,152 | 1,375 | 0,456 |
| 1,00 | 0,354 | 0,500 | 0,173 | 1,00 | 0,347 | 0,500 | 0,170 | 1,500 | 0,510 |

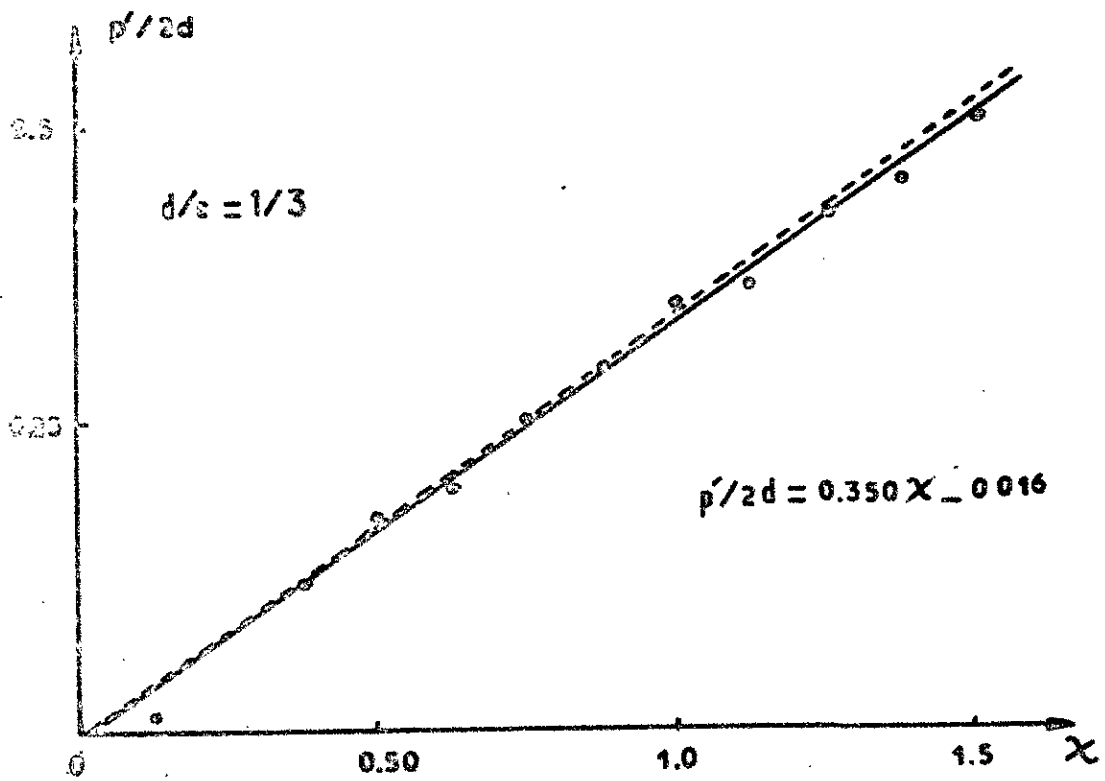
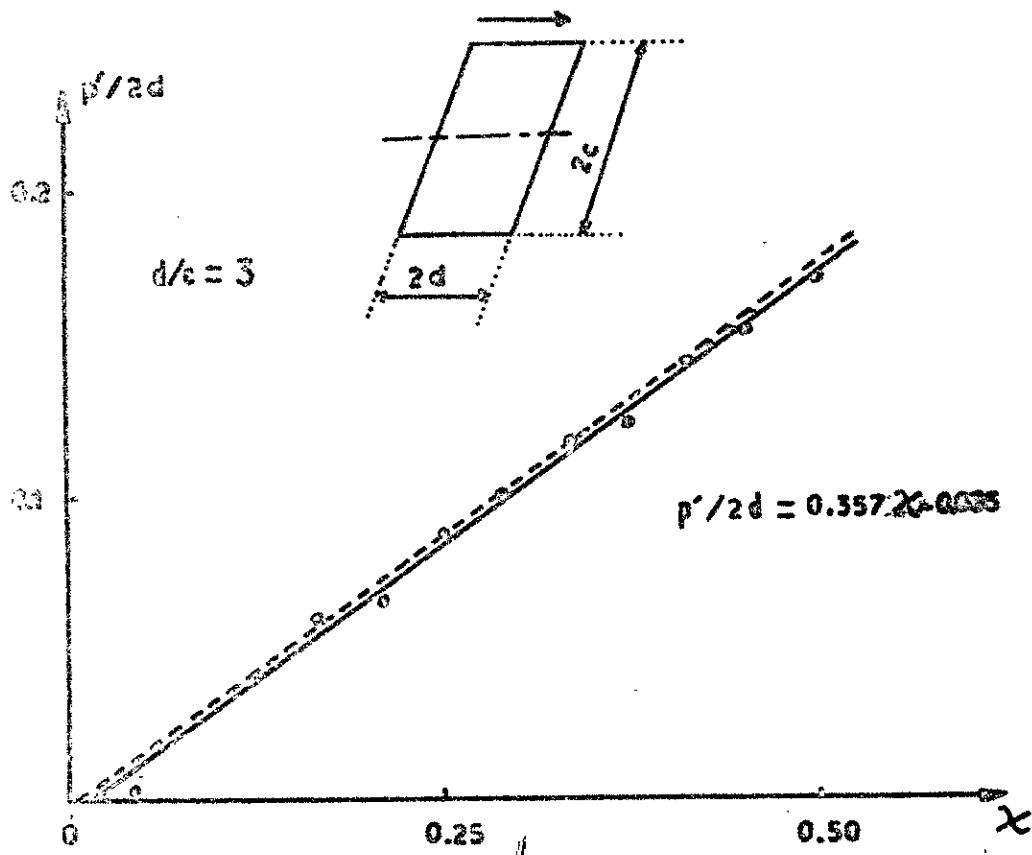


Figure 4 Graphs $p'/2d$ as function of coefficient of encroachment $\chi = p/2d$

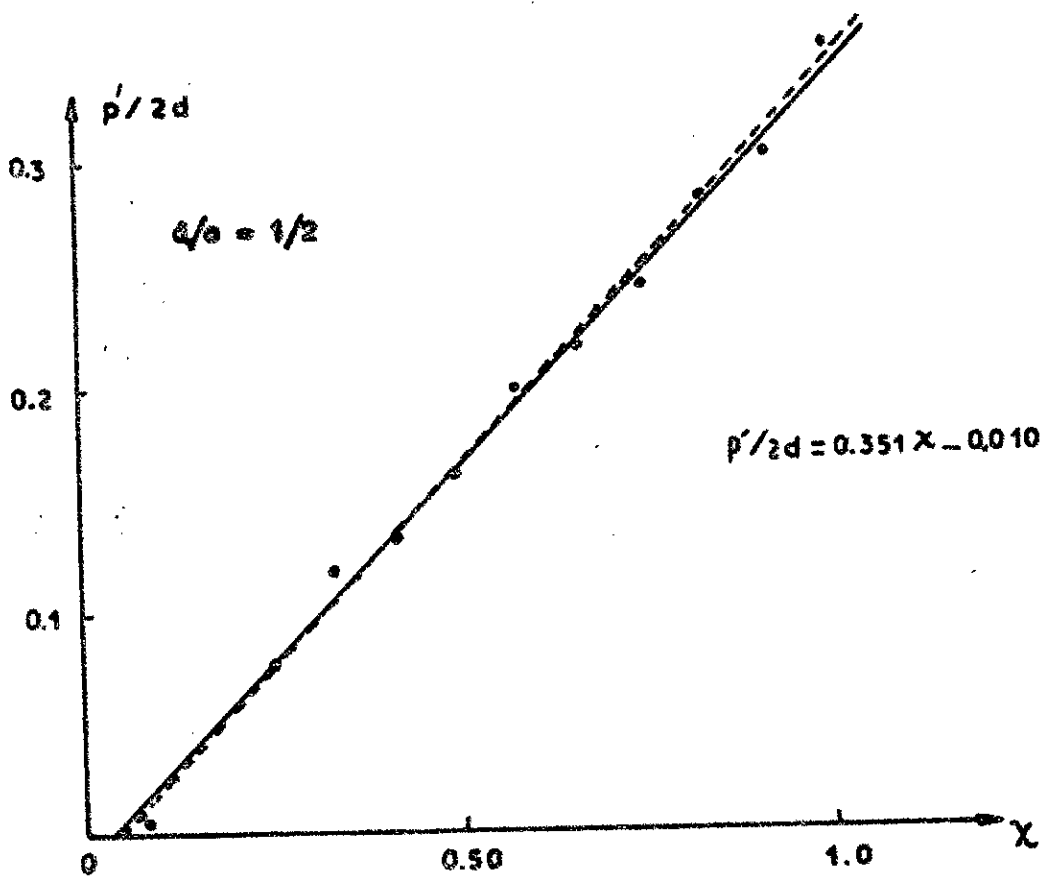
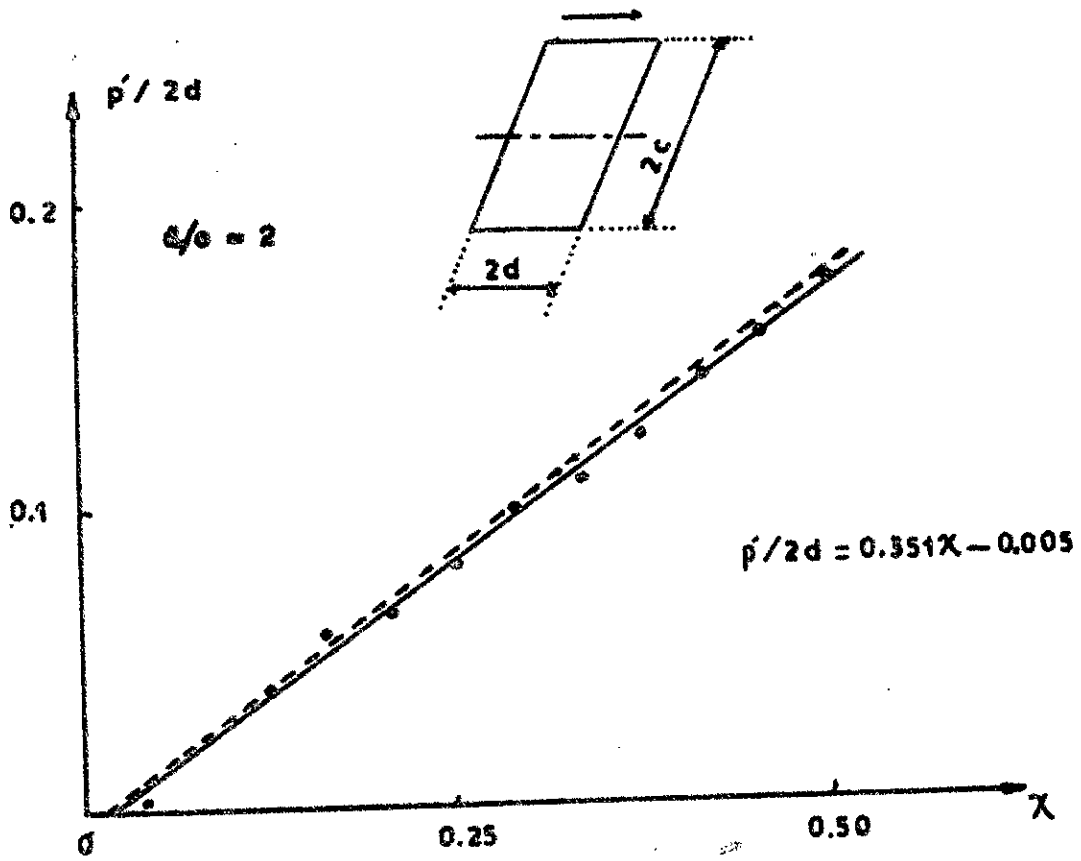


FIG IV-2 Graphs $P'/2d$ en fonction du coefficient d'enfoncement

$$\chi = P/2d$$

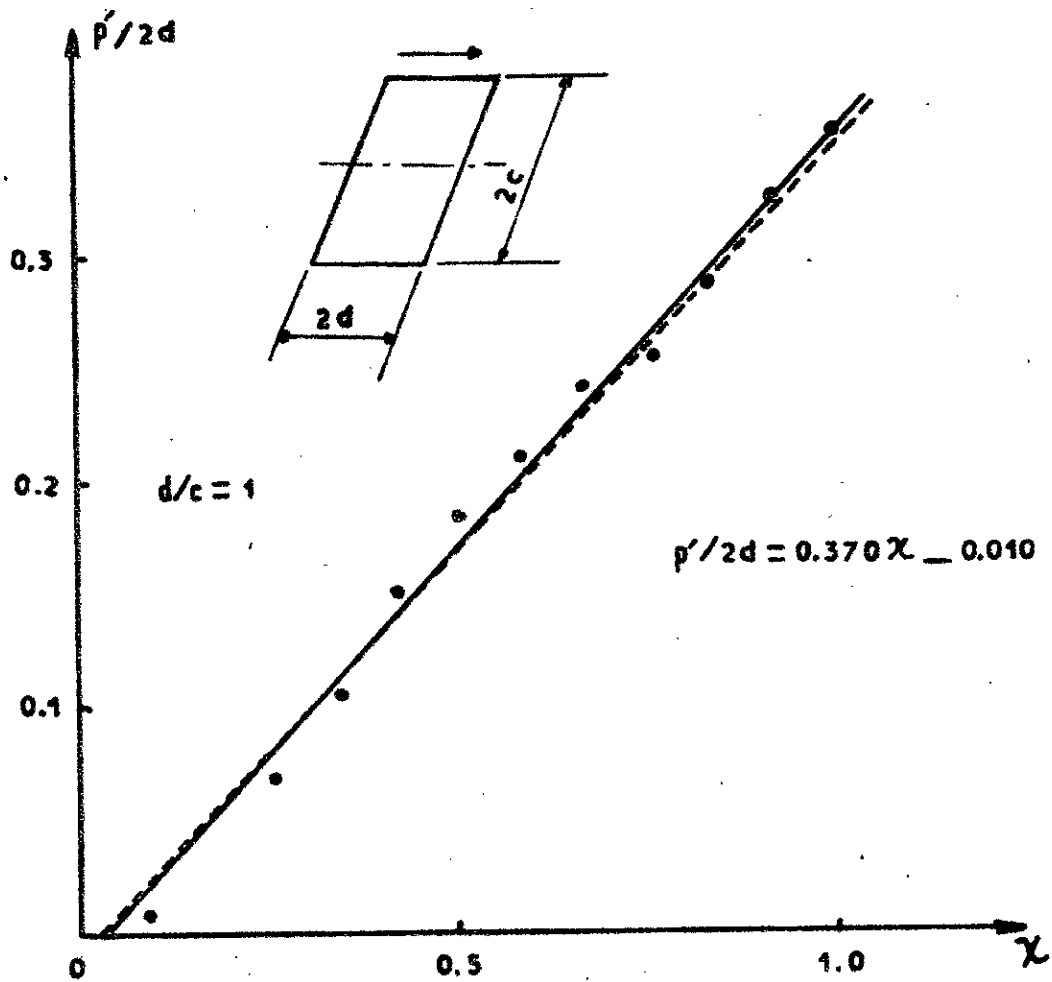


Fig IV-3 Graphs $P'/2d$ en fonction du coefficient d'enfoncement

$$\chi = p/2d$$

Il est porté en abscisse les valeurs de $\chi = p/2d$ et en ordonnée les valeurs de $p'/2d$.

Pour chaque modèle, il est donné deux graphes correspondant aux deux directions rectangulaires sauf pour le modèle 60x60 où un graphe seulement est donné vu que ce modèle est carré.

Pour tous ces graphes, les points sont pratiquement alignés avec une dispersion de l'ordre de 1%, par suite la variation de $p'/2d$ en fonction de χ est donc linéaire. Les droites obtenues ne passent pas par l'origine; en effet on constate que p' est négatif pour les valeurs très faibles du coefficient d'enfoncement χ soit approximativement $\chi \leq 0,03$.

Autrement dit pour les fondations dont le coefficient d'enfoncement est très faible ($\chi \leq 0,03$) et en particulier pour les fondations superficielles, le ressort horizontal se situe en dessous de la base de la fondation. Ce résultat est en accord avec les recherches effectuées sur les " matrices d'impédance " (voir Luce et Westmann [1], Lefebvre [2]) précisant que lorsqu'une force horizontale agit dans le plan des fondations superficielles, il apparaît dans la matrice un terme de rotation non nul, toutefois assez faible, c'est à dire qu'il s'y ajoute une légère rotation à la translation horizontale; par conséquent pour avoir une translation horizontale pure (rotation nulle) la force doit donc être située en dessous de la base de la fondation superficielle. Ceci est confirmé par l'étude bidimensionnelle [4]. De plus, pour les fondations circulaires superficielles, il est à noter qu'en statique [12], la rotation et le déplacement horizontal sont découplés si la cote du ressort horizontal passe à une profondeur de l'ordre de :

$$h = 0,15 \frac{1 - 2}{1 - \nu} r_0 \quad (IV - 1)$$

avec

ν : coefficient de poisson

r_0 : rayon de la fondation

Ceci montre bien aussi que dans le cas des fondations circulaires superficielles, le centre de rigidité se trouve en dessous de la surface du sol c'est à dire en dessous de la base de la fondation.

Dans ces graphes des figures IV-1 à IV-3 il est donné les équations des droites obtenues soit :

$$p'/2d = m\chi - n$$

où m et n sont les paramètres variables selon le rapport d/c .

La variation de ces paramètres m et n en fonction du rapport d/c est donnée dans la figure IV-4 ; d'après cette figure, on remarque que m est pratiquement constant, la valeur moyenne étant $m = 0,36$, ce qui permet de conclure que les valeurs des pentes de toutes les droites obtenues pour les différents rapports d/c sont très voisines. Le coefficient n décroît de manière continue avec le rapport d/c ; comme n correspond à la valeur absolue de $p'/2d$ pour $\chi = 0$, cela signifie que dans le cas des fondations superficielles, lorsque d/c augmente, $p'/2d$ diminue en valeur absolue.

Le graphe donné dans la figure IV-5 regroupe toutes les droites obtenues pour les différents rapports d/c , et montre bien que ces droites sont presque toutes parallèles entre elles et que les valeurs de $p'/2d$ à l'origine (valeurs absolues de n) diminuent quand d/c augmente.

Afin d'établir la formule empirique permettant le calcul de la position p' du ressort horizontal, le coefficient m sera pris égal à la valeur moyenne soit $m = 0,36$ déterminée graphiquement (fig IV-4) ; vu la faible influence du coefficient n sur la position du ressort horizontal puisque les valeurs de n sont très faibles devant le terme m , ($0,005 \leq n \leq 0,016$), il n'est pas nécessaire de définir une loi précise de variation de n en fonction du rapport d/c ; la relation approchée :

$$n = 0,01 \sqrt{\frac{c}{d}} \quad (\text{graphe sur figure IV-4})$$

donne des valeurs de n ne s'écartant pas de plus de 2 à 3×10^{-3} des valeurs précédemment obtenues par le tracé des droites de tendance, ce qui correspond à leur précision.

On obtient ainsi la formule générale

$$\frac{p'}{2d} = 0,36\chi - 0,01 \sqrt{\frac{c}{d}} \quad (\text{IV - 2a})$$

$(\chi \leq 1)$

Les graphes des droites correspondant à cette formule sont portés en pointillé sur les figures IV-1, IV-2 et IV-3 ; on voit qu'elles sont extrêmement voisines des droites de tendances tracées précédemment.

En remplaçant $\chi = p/2d$ dans l'équation IV-2a, il vient

$$p' = 0,36 p - 0,02 \sqrt{c d} \quad (\text{IV - 2.b})$$

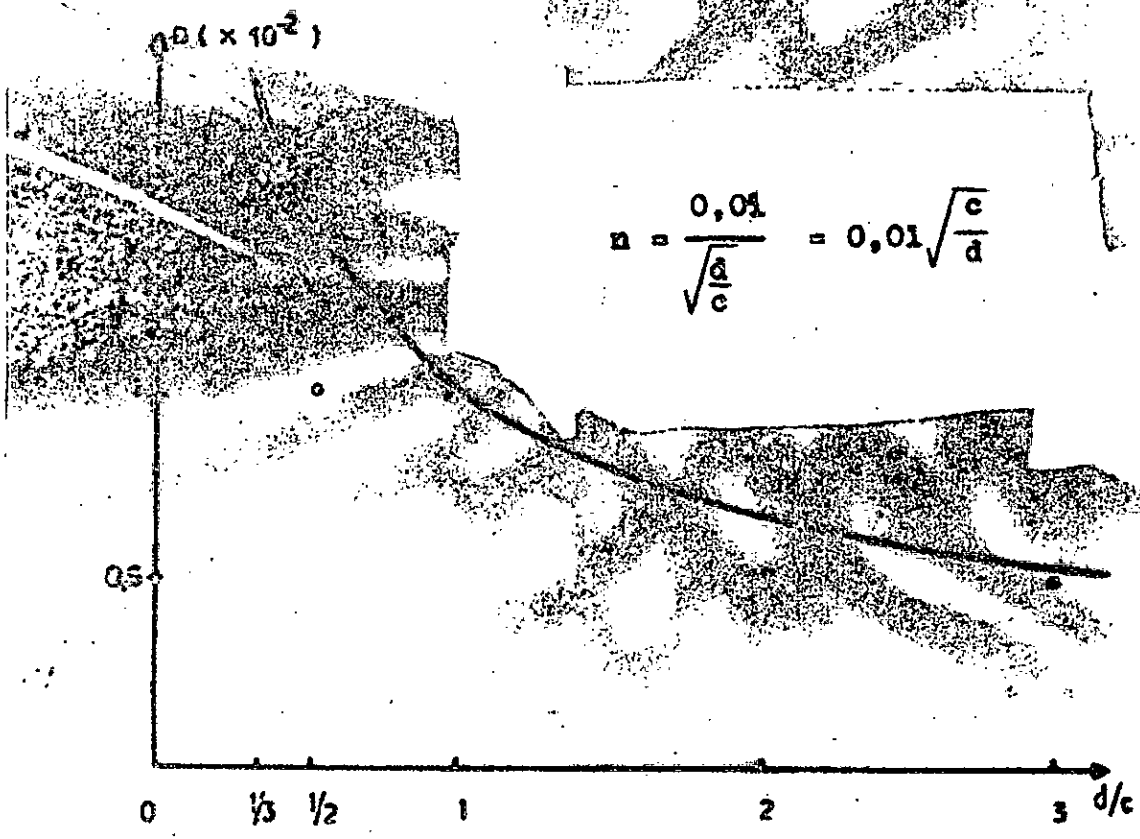
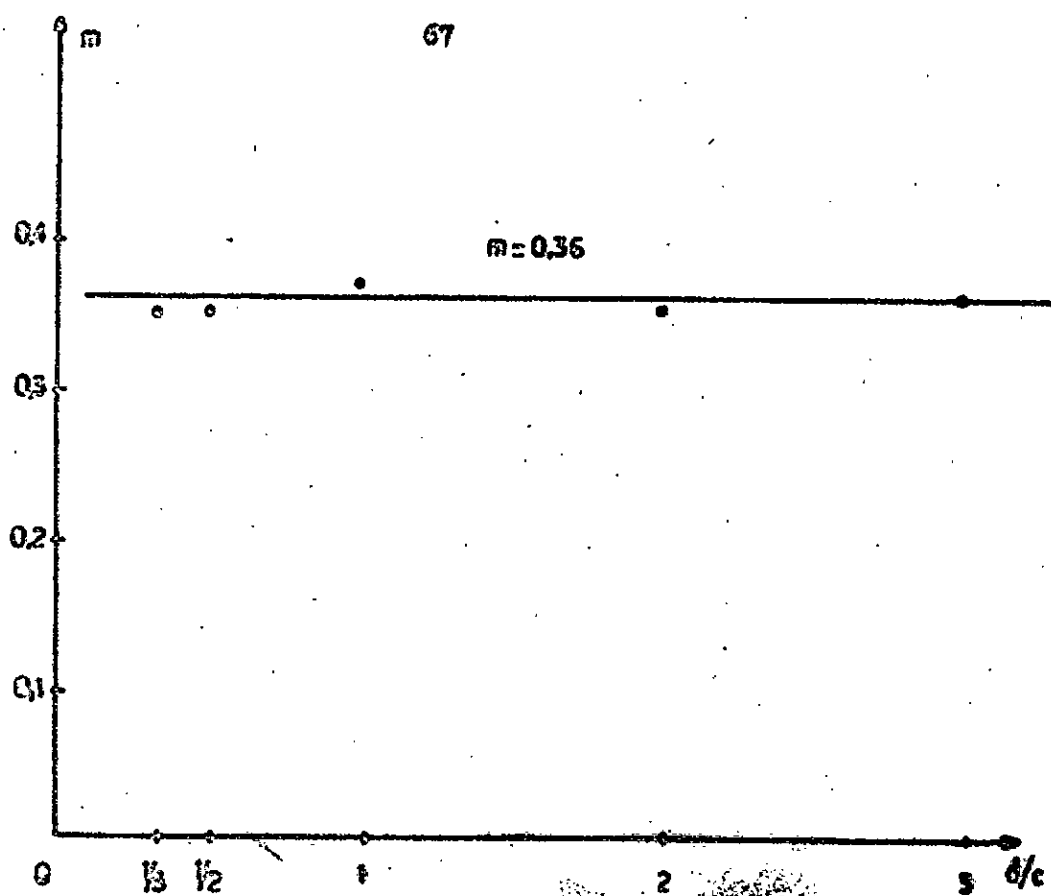


Fig. IV-6 Graphique des coefficients m et n en fonction du rapport d/c.

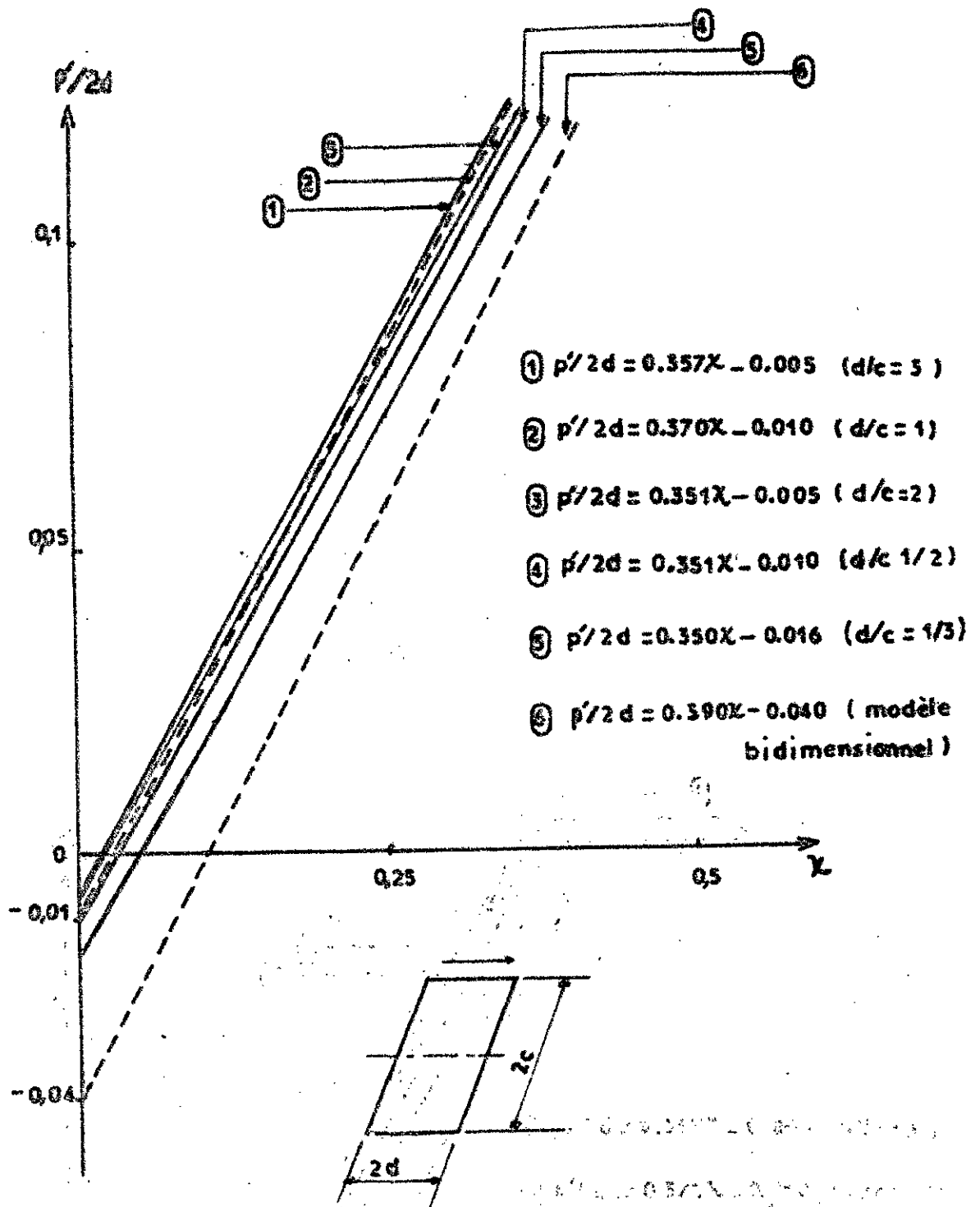


Fig 14-5 Graph $P'/2d$ en fonction du coefficient d'enfoncement

$$\chi = P/2d$$

D'après cette dernière équation IV-2b, on remarque que c et d jouent un rôle symétrique ce qui montre bien que la valeur p' est indépendante du sens du mouvement sismique considéré, ceci confirme bien les résultats des essais où la valeur de p' pour une profondeur donnée était la même dans les deux sens (§ III.2.1.1. Tableau III.1)

- Détermination de la profondeur p de la fondation pour laquelle le ressort horizontal se trouve à la base de cette fondation ($p' = 0$)

En annulant p' dans l'équation IV-3, il vient pour la fondation rectangulaire :

$$p = \frac{\sqrt{c d}}{18}$$

Soit en considérant le rayon équivalent $r_0 = \sqrt{\frac{4 c d}{\pi}}$ on aura pour la fondation circulaire :

$$p = \frac{\sqrt{\pi}}{36} r_0$$

Soit environ

$$p \approx \frac{r_0}{20}$$

Donc le ressort horizontal est appliqué à la base de la fondation si celle-ci est enfoncée à une profondeur p donnée par :

$$p = \frac{\sqrt{c d}}{18} \quad \text{pour une fondation rectangulaire de dimension } 2c \text{ et } 2d$$

$$p = \frac{r_0}{20} \quad \text{pour une fondation circulaire de rayon } r_0$$

IV-1.2.b) Comparaison de ces résultats de la position du ressort horizontal avec ceux obtenus à partir d'un modèle bidimensionnel (voir thèse[4])

Le résultat obtenu à partir d'essai de mesure de la position du ressort horizontal effectué sur un modèle bidimensionnel (§ I-4.2) est le suivant :

$$p'/2b = 0,39\% - 0,04 \quad (\text{IV} - 5)$$

avec $\alpha \equiv p/2b$

où $2b$ représente $2d$ dans notre cas

Cette formule est établie avec une erreur de l'ordre de 1,5 %. Il est à remarquer dans cette formule que p' est négatif pour les valeurs faibles de α soit $\alpha \leq 0,1$ (voir figure IV-5) et que dans le cas de la formule (IV-2a), $\alpha \leq 0,03$; ce qui confirme encore bien que le ressort horizontal est situé en dessous de la base de la fondation pour de faibles valeurs du coefficient d'enfoncement .

Dans la figure IV-5 il est présentée également le graphe obtenu dans le cas du modèle bidimensionnel .

D'après cette figure , le graphe obtenu dans le cas du modèle bidimensionnel est une droite sensiblement parallèle aux précédentes .

Ceci permet de conclure que pour le calcul de la position du ressort horizontal, dans le cas des fondations rectangulaires enterrées, seuls les paramètres $2d$ et p , respectivement, dimension de la fondation dans le sens du mouvement sismique considéré et profondeur de la fondation, ont une influence appréciable . La dimension perpendiculaire $2c$ de la fondation a cependant une influence généralement négligeable sur le calcul de cette position mais qui devient relativement importante pour les fondations peu profondes .

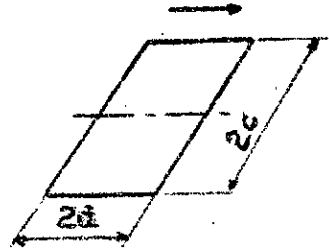
IV-1.3 Loi de variation de la rigidité horizontale K_H en fonction de la profondeur p

IV-1.3.a) Détermination graphique des rigidités K_H

La variation de la réaction R en fonction du déplacement horizontal Δ définie au § (III.2.1.2) étant linéaire, les coefficients de proportionnalité correspondront aux valeurs des rigidités c'est à dire aux constantes de ressort définies au § (I - 1) qui impliquent une relation contrainte - déformation linéaire du sol. Ces rigidités K_H seront donc déterminées graphiquement à partir du calcul de la pente de chaque droite $R = f(\Delta)$ obtenue pour chaque profondeur du modèle considéré (voir

Tableau IV-2

Valeurs des rigidités horizontales K_H en fonction de la profondeur p .



| P
(mm) | Valeurs des rigidités K_H (kg / mm) | | | | |
|-----------|---|-----------------|-----------|---------------|-----------|
| | Modèle
60 X 60 | Modèle 60 X 120 | | Modèle 40X120 | |
| | d/c = 1 | d/c = 2 | d/c = 1/2 | d/c = 3 | d/c = 1/3 |
| 5 | 6,80 | 8,60 | 9,50 | 7,10 | 7,80 |
| 10 | 7,50 | 9,50 | 10,50 | 7,80 | 8,60 |
| 15 | 8,50 | 10,80 | 11,90 | 8,90 | 9,80 |
| 20 | 9,45 | 11,60 | 12,75 | 9,60 | 10,60 |
| 25 | 10,13 | 12,20 | 14,20 | 10,50 | 11,10 |
| 30 | 11,35 | 14,10 | 14,70 | 11,80 | 12,50 |
| 35 | 12,00 | 15,30 | 16,80 | 12,50 | 13,80 |
| 40 | 13,00 | 16,50 | 18,40 | 14,40 | 14,80 |
| 45 | 14,10 | 17,60 | 19,00 | 15,00 | 15,90 |
| 50 | 15,40 | 19,10 | 20,60 | 16,30 | 17,20 |
| 55 | 16,00 | 19,80 | 21,40 | 16,90 | 17,90 |
| 60 | 16,90 | 20,90 | 22,60 | 17,80 | 18,90 |

du fait que l'effort vertical est surtout repris par la surface de base.

Les valeurs de ces rigidités horizontales K_H sont résumées dans le tableau IV-2.

Les graphes $K_H = f(p)$ correspondant aux valeurs de ce tableau IV-2 sont donnés dans les figures suivantes :

Fig IV-6 Graphe $K_H = f(p)$ pour le modèle 60x120

Fig IV-7 Graphe $K_H = f(p)$ pour le modèle 40x120

Fig IV-8 Graphe $K_H = f(p)$ pour le modèle 60x60

D'après ces graphes la variation de K_H en fonction de p est linéaire avec une dispersion ne dépassant pas 5 % dans les trois cas de modèles considérés.

Par extrapolation, on détermine graphiquement les valeurs de la rigidité superficielle K_{Ho} correspondante donc à la profondeur nulle ($p = 0$) (voir fig IV-6 à 8). Les valeurs de K_{Ho} correspondantes sont les suivantes :

Tableau IV-3

| Modèles | 60X120 | | 40X120 | | |
|-------------------|--------|-----|--------|-----|-----|
| d/c | 1 | 2 | 1/2 | 3 | |
| K_{Ho}
kg/mm | 5,6 | 7,3 | 8,1 | 6,0 | 6,6 |

IV-1.3.b) Comparaison des rigidités superficielles expérimentales K_{Ho} avec celles obtenues théoriquement.

En effet, les rigidités superficielles K_{Ho} pour les fondations rectangulaires sont données dans la méthode des "ressorts de sol" et calculées selon l'hypothèse du demi-espace élastique § (I-3)

Soit pour la rigidité superficielle horizontale, la formule de Barkan [6]

$$K_X = 4 (1 + \nu) \cdot G \cdot \beta_X \cdot \sqrt{c \cdot d} \quad (IV - 4)$$

Avec

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad : \text{ module de glissement du sol.}$$

ν : coefficient de poisson.

2c, 2d : dimensions de la base de la fondation

β_X : coefficient sans dimension donné par les graphes de Whitmann et Richart [7] (voir Annexe "C", fig C-1)

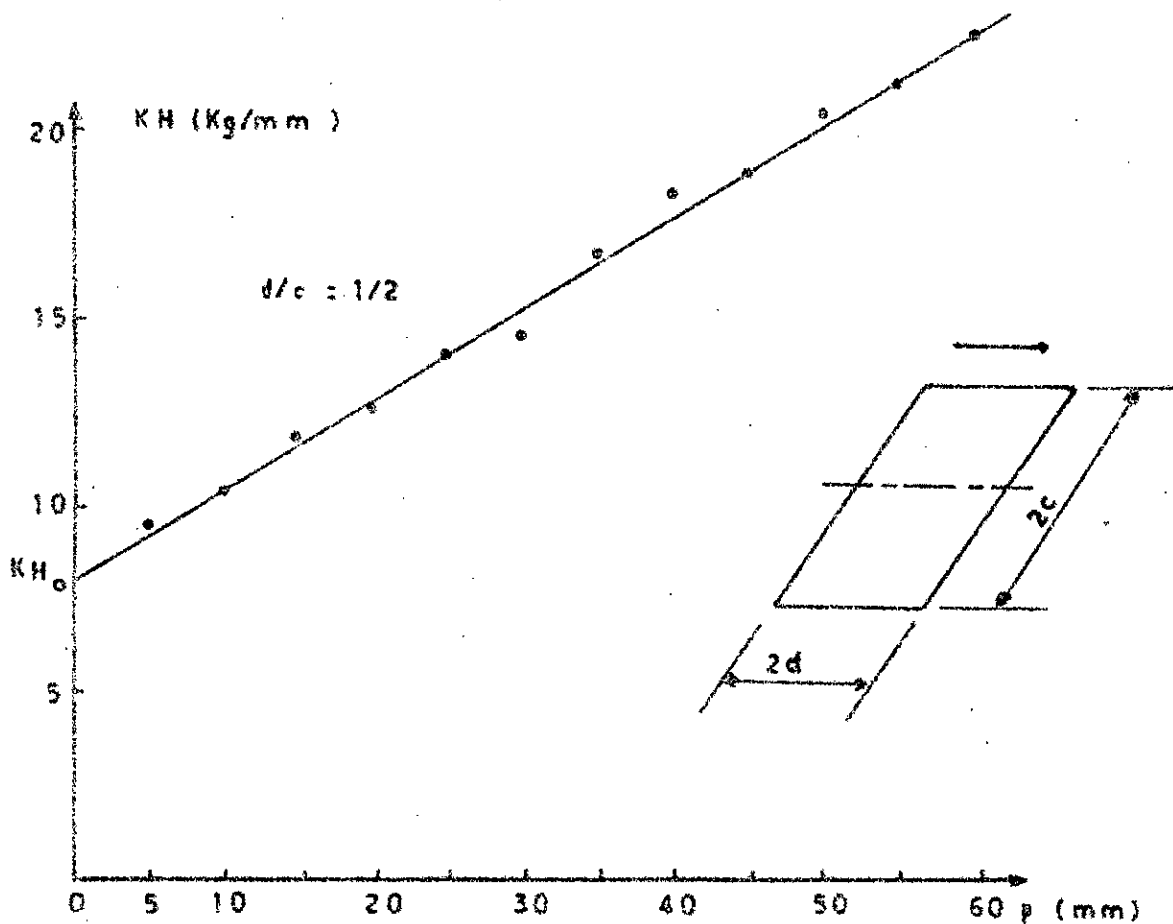
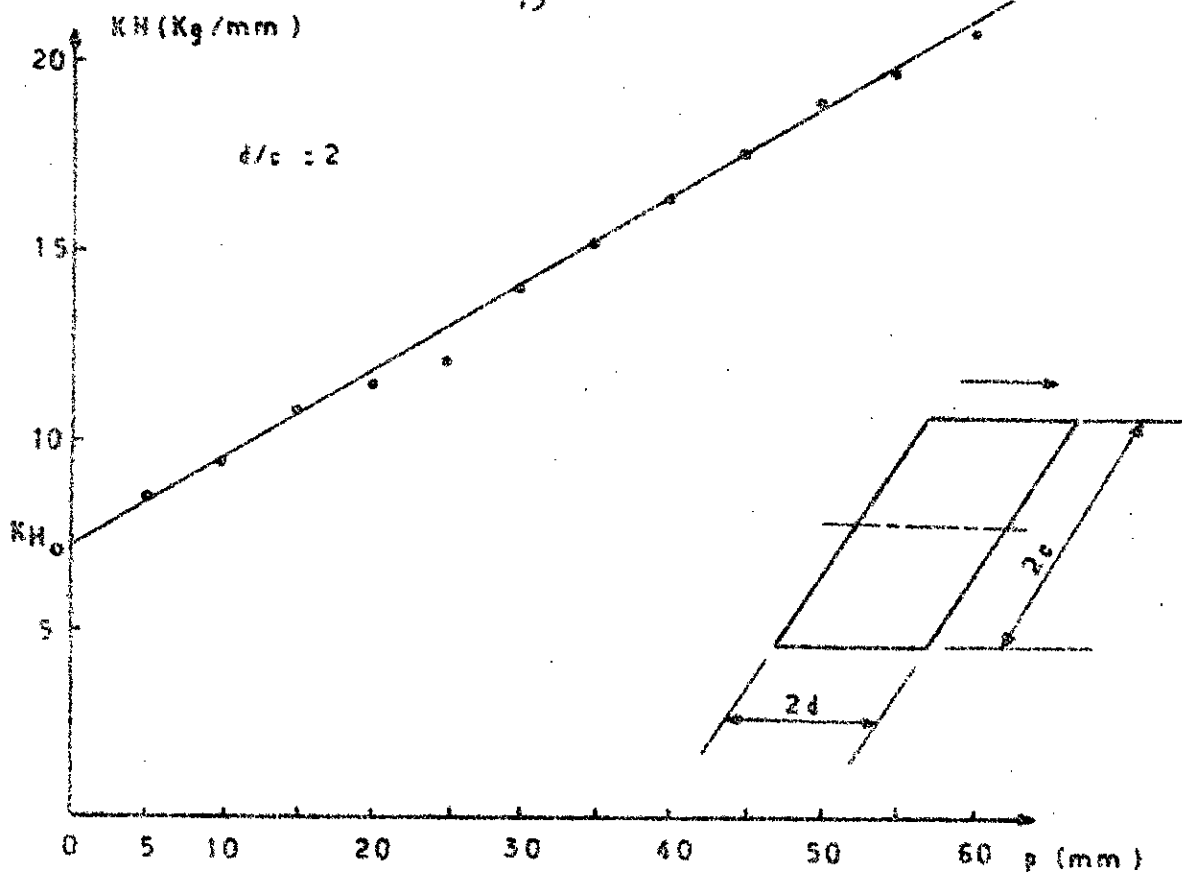


Fig IV-6 Rigidité horizontale des fondations rectangulaires enterrées KH en fonction de la profondeur p
Modèle 60×120

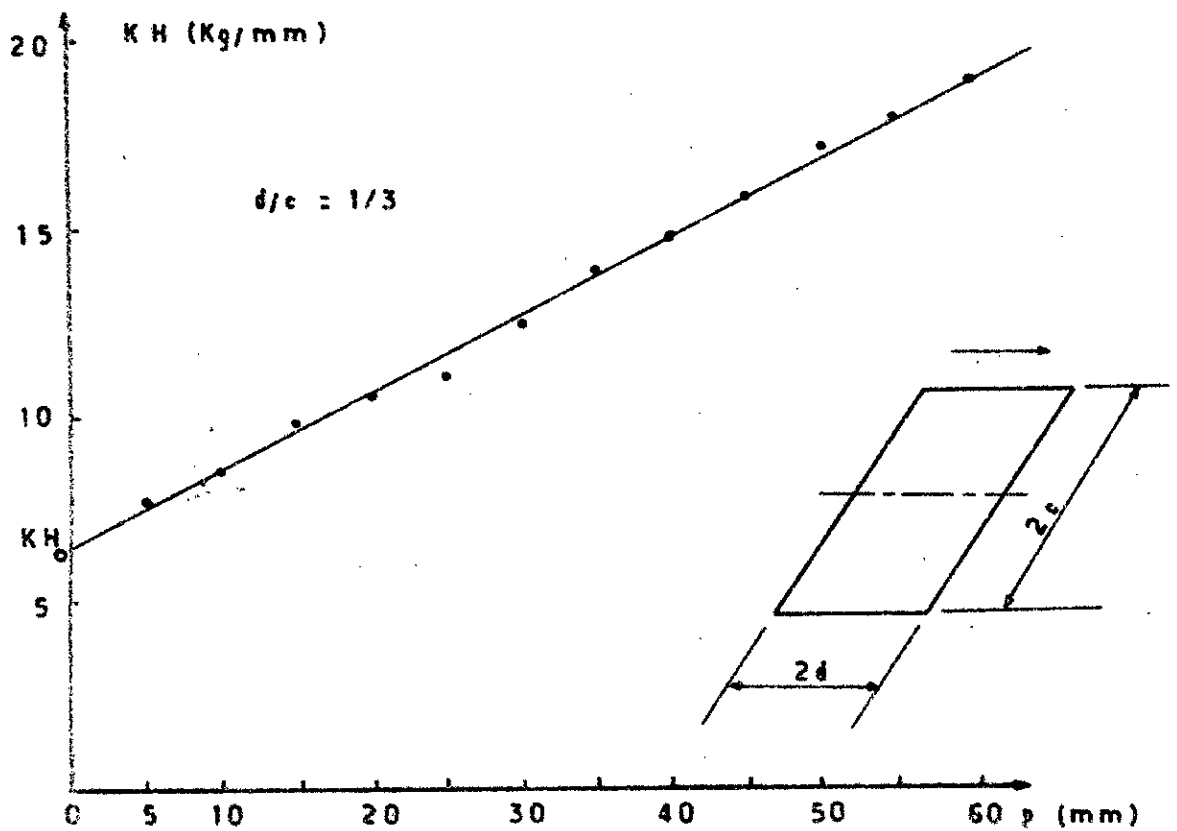
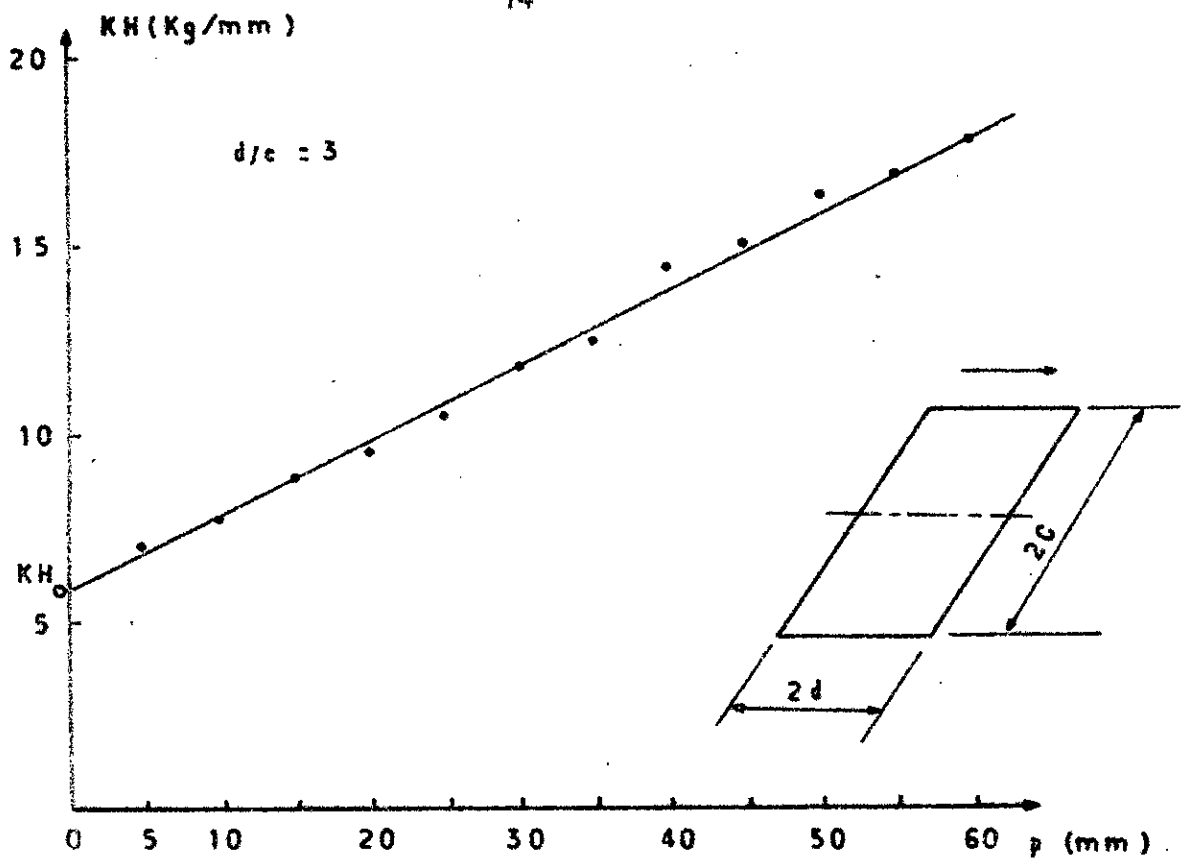


Fig IV-7 Rigidité horizontale K_H des fondations rectangulaires enterrées en fonction de la profondeur p
 Modèle 40×120

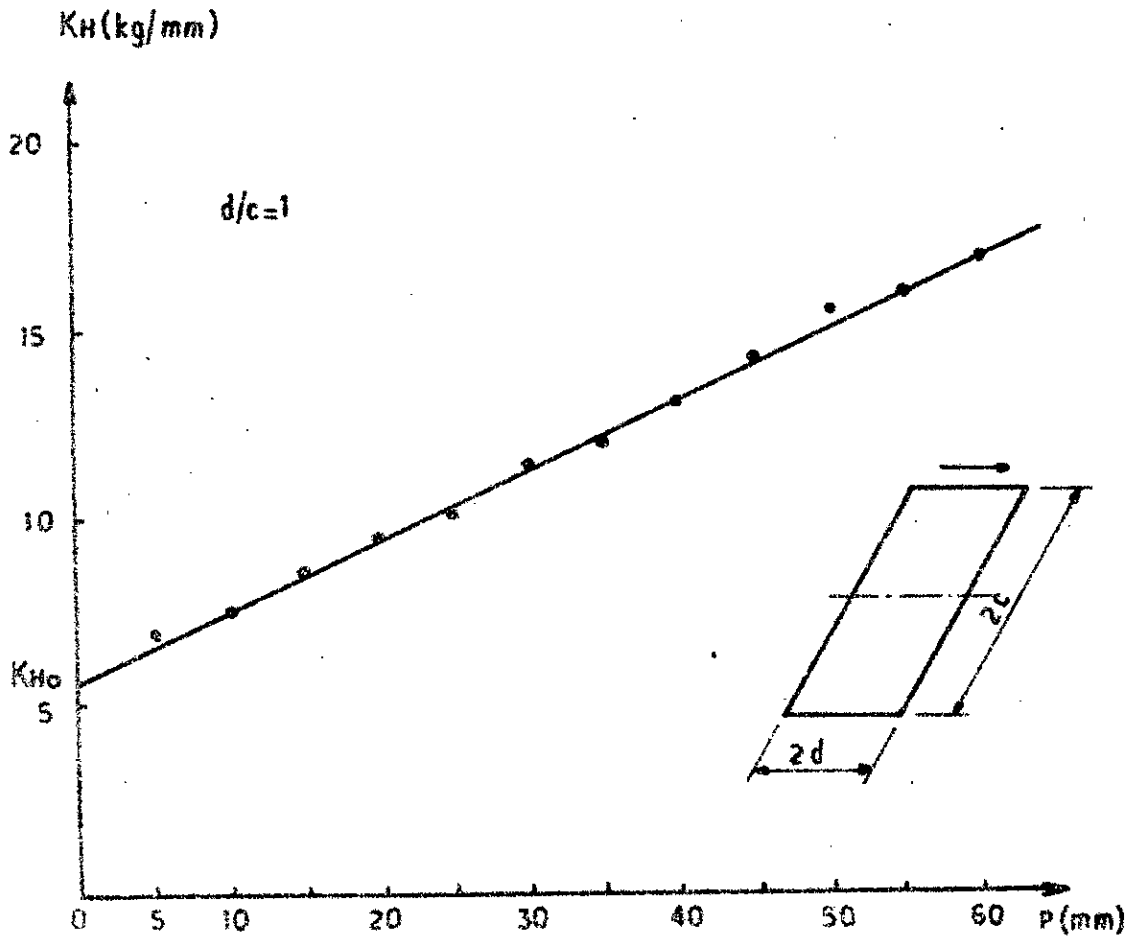


Fig. IV-2 Rigidité horizontale des fondations rectangulaires
enterrées en fonction de la profondeur P
Modèle 60=60

Pour le modèle 60 X 120 , le principe de calcul est le suivant :

- Le sens du mouvement se fait selon la longueur $2d = 120 \text{ mm}$ et $2c = 60 \text{ mm}$

$d / c = 2$ il vient $\beta_X = 0,96$ (voir Annexe " C " Fig C-1) .

$$E = 10 \text{ Kg} / \text{cm}^2$$

$$\nu = 0,5$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 3,33 \text{ Kg} / \text{cm}^2$$

d'où $K_X = 8,14 \text{ Kg} / \text{mm}$ (voir formule IV-4)

- Le sens du mouvement se fait selon la largeur $2d = 60 \text{ mm}$ et $2c = 120 \text{ mm}$

$d / c = 1 / 2$ il vient $\beta_X = 1,02$

d'où $K_X = 8,65 \text{ Kg} / \text{mm}$ (voir formule IV-4)

Par un calcul analogue, il est déduit les valeurs de K_X pour les modèles 40 X 120 mm et 60 X 60 mm. Les résultats de tous ces calculs sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau IV-4

| Modèles | 60 X 60 | | 60 X 120 | | 40 X 120 | |
|---------------|---------|------|----------|------|----------|--|
| | 1 | 2 | 1/2 | 3 | 1/3 | |
| K_X (kg/mm) | 5,81 | 8,14 | 8,65 | 6,78 | 7,2 | |

A partir de ces deux tableaux IV-3 et IV-4 , il est déduit les valeurs de $K_{Ho} / \sqrt{c d}$ et $K_X / \sqrt{c d}$, indépendamment de l'échelle de la fondation, qui sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau IV-5

| Modèles | 60 X 60 | | 60 X 120 | | 40 X 120 | |
|--|---------|-------|----------|-------|----------|--|
| | 1 | 2 | 1/2 | 3 | 1/3 | |
| $K_{Ho} / \sqrt{c d}$
(Kg / mm ²) | 0,187 | 0,172 | 0,191 | 0,173 | 0,191 | |
| $K_X / \sqrt{c d}$
(Kg / mm ²) | 0,194 | 0,192 | 0,204 | 0,196 | 0,208 | |

Les valeurs de ce tableau sont portées sur le graphe présenté sur la figure IV-9. D'après ce graphe les résultats des rigidités horizontales superficielles obtenues expérimentalement et théoriquement sont très voisins soit avec un écart moyen de 9 % et présentent une même variation avec le rapport d/c . Ceci montre bien que le modèle sol fondation utilisé correspond à une modélisation satisfaisante de demi-espace élastique dans le cas de fondation superficielle.

IV-1.3.c) Etablissement de la loi de variation de K_H en fonction de la profondeur p .

Les valeurs des rapports $\frac{K_H}{K_{Ho}}$ rigidités rapportées à la rigidité

superficielle, en fonction du coefficient d'enfoncement $\chi = p/2d$ sont calculées à partir des tableaux IV-2 et IV-3 et sont présentées dans le tableau IV-6.

Des graphes $\frac{K_H}{K_{Ho}} = f(\chi)$ sont établis à partir des valeurs du tableau IV-6

(voir figures IV-10 et IV-11) ; chacun de ces graphes correspond à un rapport d/c donné.

Les points obtenus dans tous ces graphes sont pratiquement alignés avec une très faible dispersion ; par suite la variation de $\frac{K_H}{K_{Ho}}$ en fonction de χ

est linéaire pour tous les rapports d/c .

Les équations des droites ainsi obtenues sont données dans chaque graphe

$$\frac{K_H}{K_{Ho}} = \lambda \cdot \chi + 1$$

où λ correspond au coefficient angulaire de chaque droite obtenue et donc variable avec le rapport d/c .

La variation de ce coefficient angulaire λ en fonction du rapport d/c est donnée dans la figure IV-12 ; la position des différents points de ce graphe permet uniquement d'estimer cette variation vu la dispersion assez importante de l'ordre de 15 % au maximum, ce qui correspond sur la valeur des rigidités à une dispersion maximale de 12 % ; l'approche la plus simple est celle d'une loi linéaire .

Soit : $\lambda = 1,1 \frac{d}{c} + 1,2$ (IV-5)

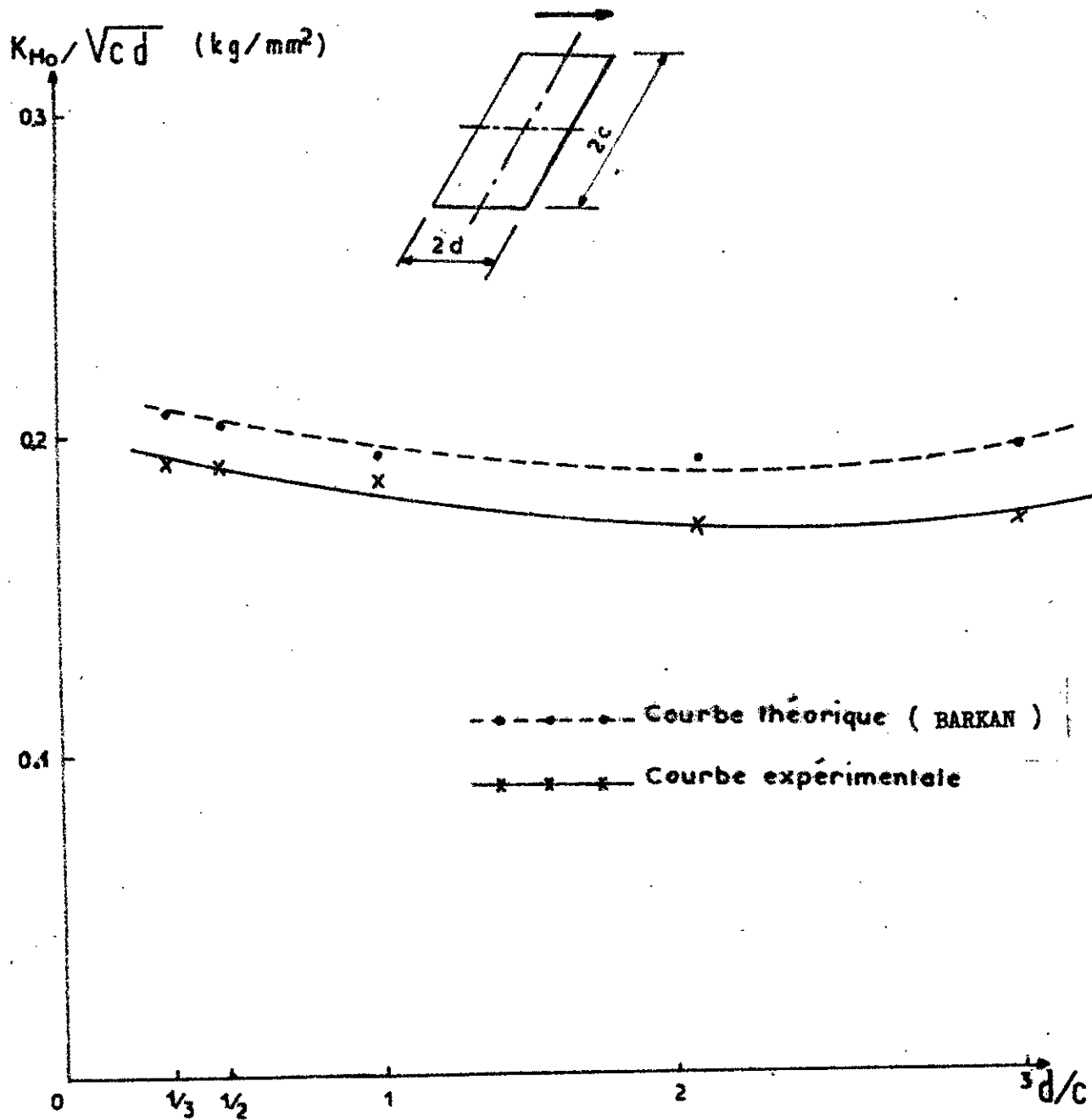


Fig 149 Graphe des valeurs expérimentales et théoriques de $K_{Ho} / \sqrt{c d}$ en fonction du rapport d/c

Tableau IV-6

Valeurs des rigidités horizontales
rapportées à la rigidité en surface
 K_H/K_{H_0} en fonction du coefficient
d'enfoncement $\chi = p/2d$

| Modèle
60 X 60 | | Modèle 60 X 120 | | | | Modèle 40 X 120 | | | |
|--|---------------|---|---------------|--|---------------|--|---------------|---|---------------|
| $d/c = 1$
$2d = 60 \text{ mm}$
$K_{H_0} = 5,6 \text{ kg/mm}$ | | $d/c = 2$
$2d = 120 \text{ mm}$
$K_{H_0} = 7,3 \text{ kg/mm}$ | | $d/c = 1/2$
$2d = 60 \text{ mm}$
$K_{H_0} = 8,1 \text{ kg/mm}$ | | $d/c = 3$
$2d = 120 \text{ mm}$
$K_{H_0} = 60 \text{ kg/mm}$ | | $d/c = 1/3$
$2d = 40 \text{ mm}$
$K_{H_0} = 66 \text{ kg/mm}$ | |
| χ | K_H/K_{H_0} | χ | K_H/K_{H_0} | χ | K_H/K_{H_0} | χ | K_H/K_{H_0} | χ | K_H/K_{H_0} |
| 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 |
| 0,083 | 1,21 | 0,042 | 1,18 | 0,083 | 1,17 | 0,042 | 1,18 | 0,125 | 1,18 |
| 0,166 | 1,34 | 0,083 | 1,30 | 0,166 | 1,29 | 0,083 | 1,30 | 0,250 | 1,30 |
| 0,250 | 1,52 | 0,125 | 1,48 | 0,250 | 1,47 | 0,125 | 1,48 | 0,375 | 1,48 |
| 0,333 | 1,69 | 0,166 | 1,59 | 0,333 | 1,57 | 0,166 | 1,60 | 0,500 | 1,60 |
| 0,416 | 1,81 | 0,208 | 1,67 | 0,416 | 1,75 | 0,208 | 1,75 | 0,625 | 1,68 |
| 0,500 | 2,02 | 0,250 | 1,93 | 0,500 | 1,81 | 0,250 | 1,96 | 0,750 | 1,90 |
| 0,583 | 2,14 | 0,292 | 2,10 | 0,583 | 2,07 | 0,292 | 2,08 | 0,875 | 2,10 |
| 0,666 | 2,30 | 0,333 | 2,26 | 0,666 | 2,27 | 0,333 | 2,40 | 1,00 | 2,24 |
| 0,750 | 2,50 | 0,375 | 2,41 | 0,750 | 2,34 | 0,375 | 2,50 | 1,125 | 2,41 |
| 0,833 | 2,75 | 0,416 | 2,61 | 0,833 | 2,54 | 0,416 | 2,70 | 1,250 | 2,61 |
| 0,916 | 2,85 | 0,458 | 2,71 | 0,916 | 2,64 | 0,458 | 2,80 | 1,375 | 2,71 |
| 1,00 | 3,02 | 0,500 | 2,86 | 1,00 | 2,80 | 0,500 | 2,96 | 1,500 | 2,86 |

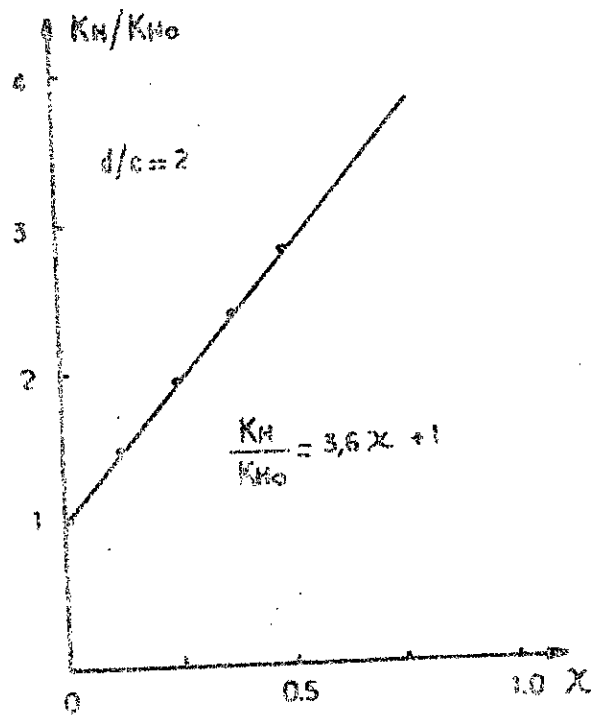
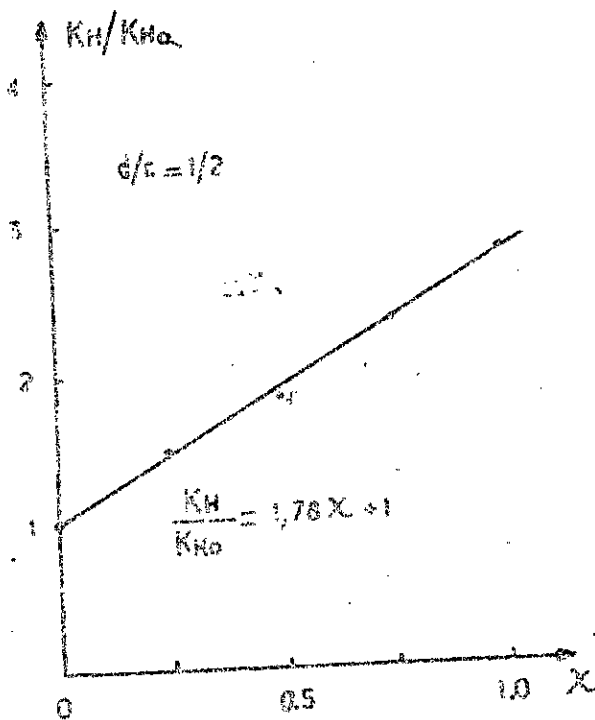
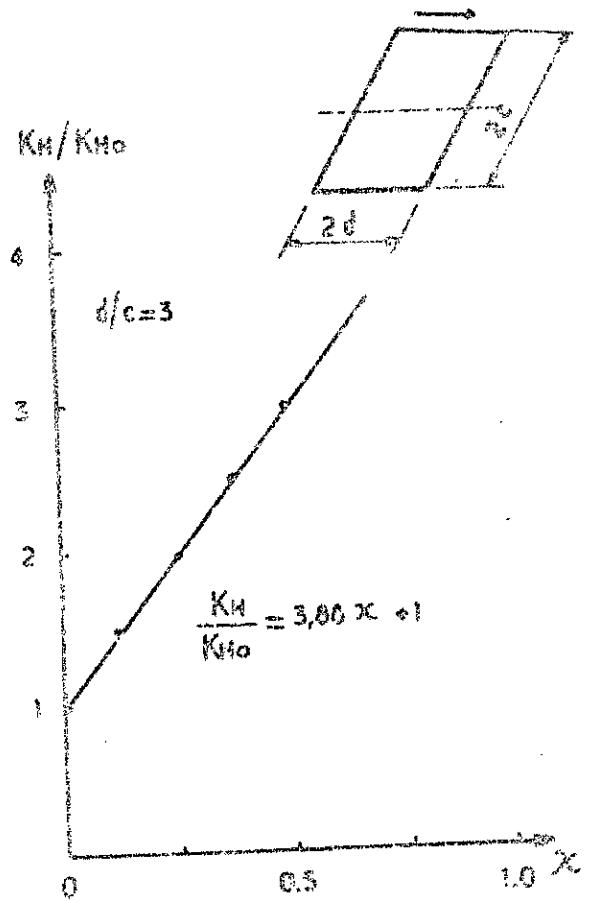
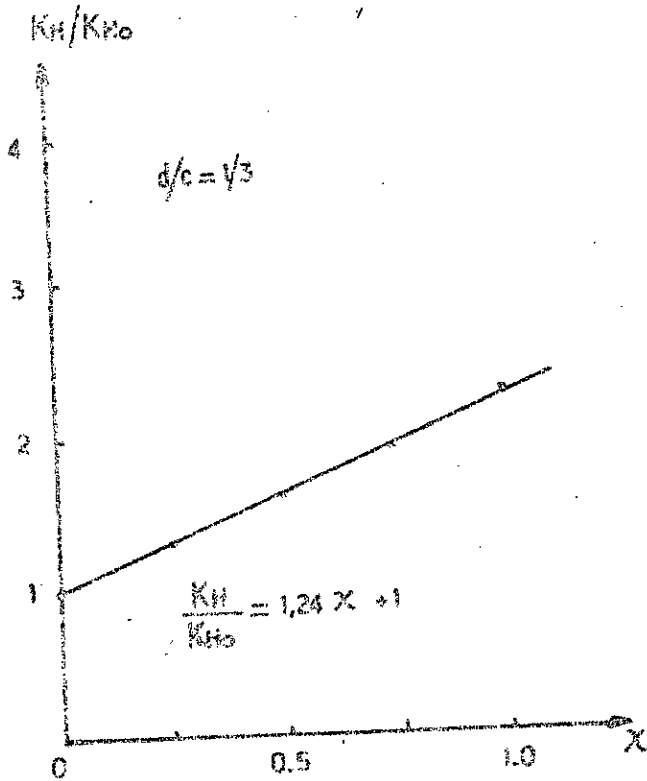


Fig. 13-10 Rigidité horizontale K_H des fondations rectangulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface K_{H0} en fonction du coefficient d'enfoncement $X = F/2c$

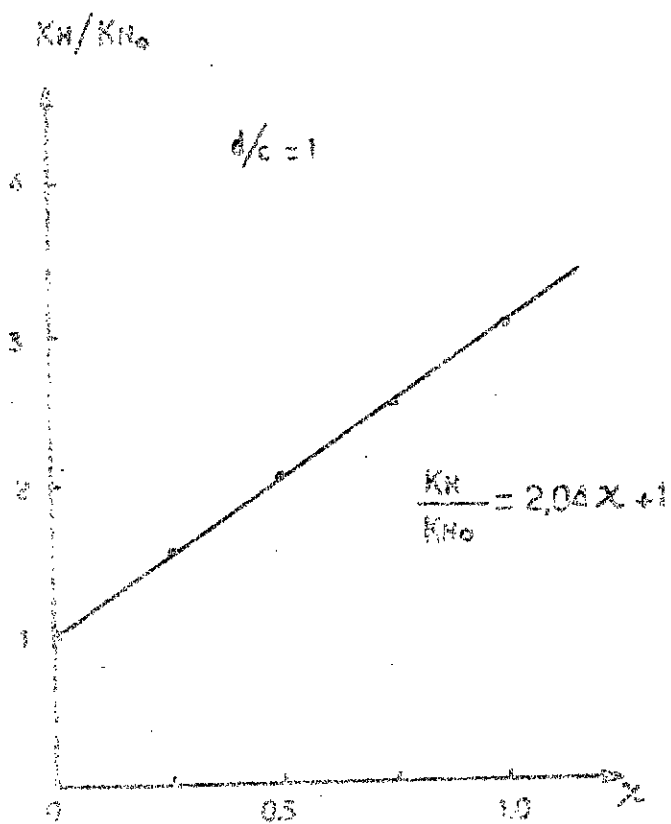


Fig. 17-40. Rigidité horizontale K_H des fondations rectangulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface K_{H_0} en fonction du coefficient d'enfoncement $\alpha = P/d$.

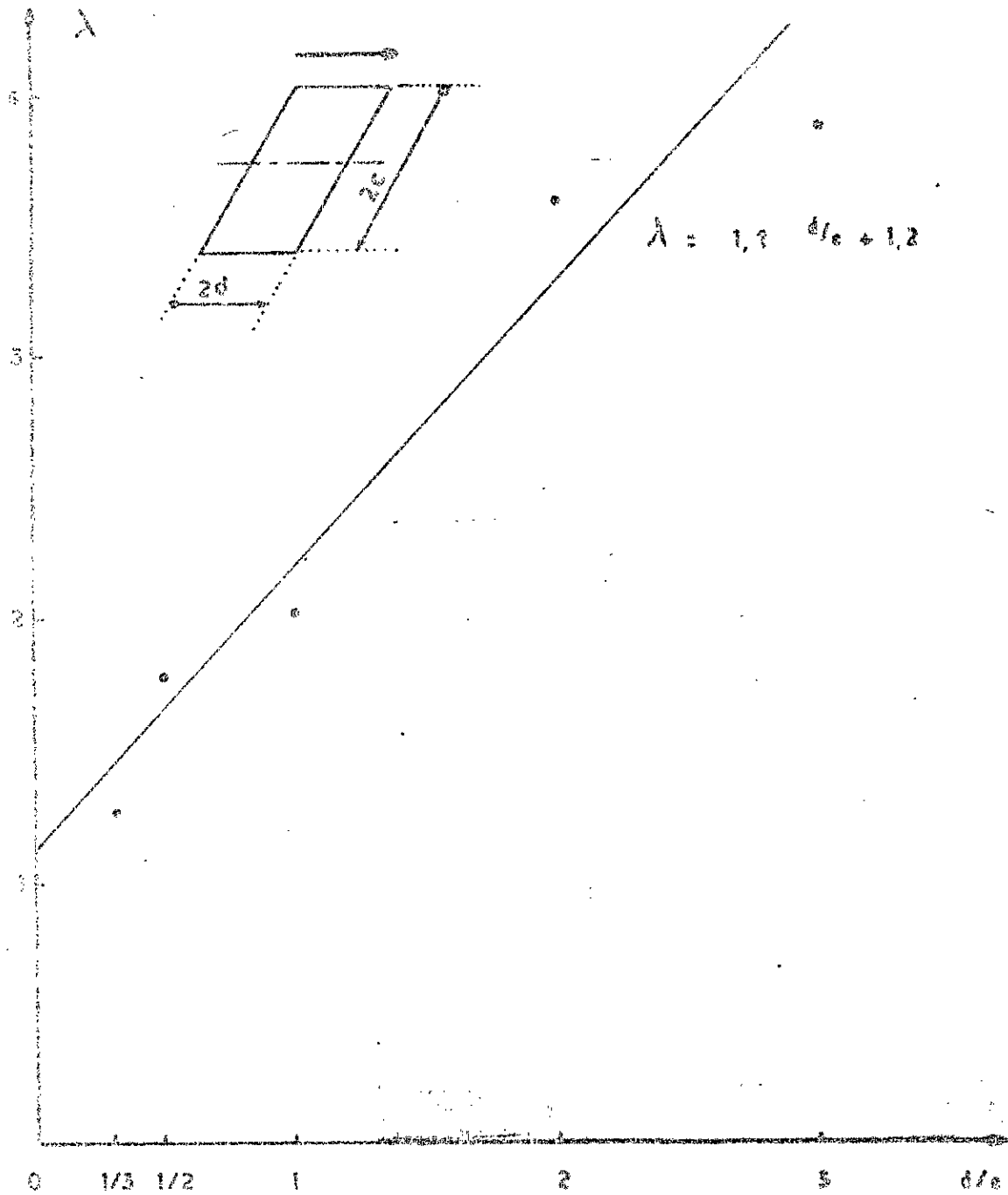


Fig 10-12 Coefficient angulaire λ en fonction du rapport d/c

Cette dispersion est due aux caractéristiques différentes des différents modèles de sol; en effet d'un modèle à un autre, d'une part les plaques de caoutchouc constituant chaque modèle peuvent présenter de légères différences de composition, et les essais sur le caoutchouc § (II-5 et II-6) ont été effectués sur des échantillons séparés de plaques de même type et, d'autre part, le collage des plaques peut ne pas être rigoureusement le même pour deux modèles de sol.

Pour l'établissement de la loi empirique :

$$\frac{K_H}{K_{H0}} = \lambda X + 1$$

le coefficient λ sera donné par l'équation (IV-5), variation linéaire de λ .

Il vient :

$$\frac{K_H}{K_{H0}} = \left(1,1 \frac{b}{c} + 1,2 \right) X + 1 \quad (IV-6)$$

pour $1/3 \leq b/c \leq 5$ et avec $X = P/2c$, $X \leq 1$

IV-1.3.c) Comparaison de cette loi de variation de K_H / K_{H0} en fonction de X à celle obtenue à partir du modèle bidimensionnel (voir page 50.)

La loi empirique donnée dans le cas du modèle bidimensionnel § (I-1.2.) est la suivante :

$$\frac{K_H}{K_{H0}} = 1,6X + 1 \quad (IV-7)$$

avec $X = P/2b$

où K_H désigne K_{H0} et $2b$ désigne $2d$

D'après l'équation (IV-7) la variation de K_H/K_{H0} en fonction de X est donc linéaire, ce qui est conforme avec nos résultats obtenus à partir du modèle tridimensionnel.

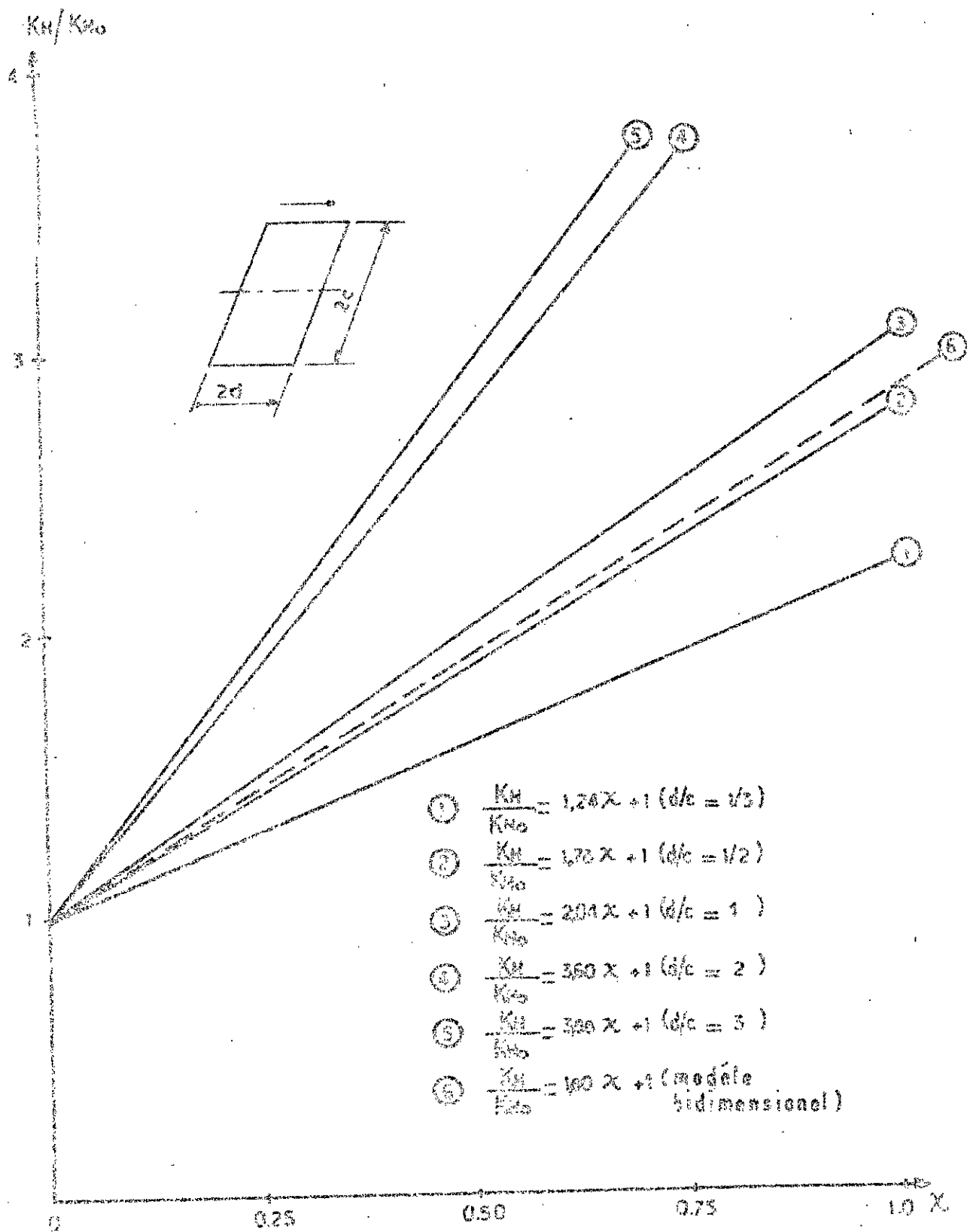


Fig. 11-13 Rigidité horizontale K_H des fondations rectangulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface K_{H0} en fonction du coefficient d'enfoncement $\alpha = P/2a$

La comparaison graphique de ces deux résultats est donnée à la figure (IV-13) : cette figure regroupe à la fois les graphes de K_H / K_{Hc} en fonction de λ pour chaque rapport d/c (en trait continu) et pour le modèle bidimensionnel (en trait interrompu) .

Pour tous les rapports d/c considérés, les valeurs extrêmes de λ sont $\lambda_{\min} = 1,8$ et $\lambda_{\max} = 3,08$. La valeur du coefficient angulaire correspondant au modèle bidimensionnel étant $\lambda_0 = 1,8$, elle est donc comprise entre λ_{\min} et λ_{\max} .

$$\lambda_{\min} < \lambda_0 < \lambda_{\max}$$

ce qui est très visible sur le graphe (fig IV-13) où la droite (6) se trouve bien dans le faisceau de droites (1) à (5) ; plus précisément le modèle bidimensionnel donne des résultats assez proches du modèle carré 60X60 ($d/c = 1$) et du modèle 60X120 ($d/c = 1/2$) .

IV -1.4. Loi de variation de la rigidité verticale K_v en fonction de la profondeur p

IV -1.4.a) Détermination des rigidités K_v

Comme pour les rigidités horizontales, K_H , les rigidités verticales K_v correspondront aux valeurs du coefficient de proportionnalité reliant la charge verticale F au déplacement vertical Δ du fait que les graphes $F-d(\Delta)$ obtenus sont des droites (Cf § III 3.1.2 et fig B-4 à B-6 , annexe "B")

Les valeurs de ces rigidités verticales K_v sont résumées dans le tableau IV-7.

Pour le cas de cet essai de translation verticale , les valeurs des rigidités verticales superficielles K_{s0} (pour $p=0$) sont déduites directement des résultats de mesure de l'essai superficiel, alors que dans le cas de l'essai de translation horizontale, les valeurs de K_{s0} étaient déduites par extrapolation .

IV -1.4.b) Comparaison des rigidités superficielles expérimentales K_{s0} avec celles obtenues théoriquement

- Comparaison avec la formule de Barkan [6]

Soit pour la rigidité superficielle verticale, dans le cas des fondations rectangulaires, la formule de Barkan [6] donnée dans la méthode des " researchs de sol " et calculée selon l'hypothèse du demi-

Tableau IV-7

Valeurs des rigidités verticales
Kz en fonction de la profondeur p

| p
(mm) | Valeurs des rigidités Kz(kg/cm) | | |
|-------------|---------------------------------|--------------------|--------------------|
| | Modèle
60 X 60 | Modèle
60 X 120 | Modèle
40 X 120 |
| 0 | 81 | 120 | 100 |
| 5 | 94 | 149 | 115 |
| 10 | 103 | 170 | 127 |
| 15 | 113 | 184 | 140 |
| 20 | 124 | 200 | 150 |
| 25 | 136 | 210 | 163 |
| 30 | 142 | 225 | 172 |
| 35 | 152 | 237 | 181 |
| 40 | 162 | 246 | 190 |
| 45 | 169 | 255 | 201 |
| 50 | 178 | 265 | 209 |
| 55 | 186 | 275 | 220 |
| 60 | 194 | 290 | 229 |

espace élastique (cf § 1-3) :

soit avec les notations utilisées dans cette thèse :

$$K_{s_0} = \frac{G}{1-\mu^2} \beta_z \sqrt{4cd} \quad (\text{IV-8})$$

où

G : module de glissement du sol

μ : coefficient de poisson

β_z : coefficient sans dimension donné par les graphes de
Winkler et Richart [7] (voir annexe "C" fig C-1)

$2c, 2d$: dimensions de la base de la fondation

Cette formule a été établie dans le cas d'une fondation rigide
reposant sur la surface du demi-espace élastique.

Un exemple de calcul est présenté pour le modèle 40X120

$$* \frac{d}{c} = 3 \quad \beta_z = 2,25 \quad (\text{voir annexe "C" fig C-1})$$

$$E = 10 \text{ Kg / cm}^2$$

$$\mu = 0,5$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = 3,33 \text{ Kg / cm}^2$$

Il vient : $K_{s_0} = 103,8 \text{ Kg / cm}$

$$* \frac{d}{c} = 1/3 \quad \beta_z = 2,25 \quad (\text{la valeur de } \beta_z \text{ pour } d/c = 1/3$$

est la même que pour $d/c = 3$ vu la symétrie
du graphe de la figure C-1, annexe "C")

Il vient donc : $K_{s_0} = 103,8 \text{ Kg / cm}$

Par un calcul analogue, il est déduit les valeurs de K_{s_0} pour
les modèles 60X120 et 60X60 .

Il est à remarquer que les valeurs de β_z sont les mêmes pour les
rapports d/c et c/d .

Les résultats de ces calculs sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau IV-8

| Modèles | 60 X 60 | | 60 X 120 | | 40 X 120 | |
|----------------------------|---------|-------|----------|-------|----------|--|
| d/c | 1 | 2 | 1/2 | 3 | 1/3 | |
| K_{z_0} théo.
(kg/cm) | 85,9 | 124,3 | 124,3 | 103,8 | 103,8 | |

A partir des valeurs de K_{z_0} expérimentales (voir Tableau IV-7 pour $p = 0$) et celles de K_{z_0} théo (voir Tableau IV-8), les valeurs de $K_{z_0, exp} / \sqrt{cd}$ et $K_{z_0, théo} / \sqrt{cd}$ sont présentées dans le Tableau suivant (indépendantes de l'échelle de la fondation) :

Tableau IV-9

| Modèles | 60X60 | | 60X120 | | 40X120 | |
|---|-------|-------|--------|-------|--------|--|
| d/c | 1 | 2 | 1/2 | 3 | 1/3 | |
| $\frac{K_{z_0, exp}}{\sqrt{cd}}$ (kg/cm ²) | 27,00 | 29,30 | 29,30 | 28,87 | 28,87 | |
| $\frac{K_{z_0, théo}}{\sqrt{cd}}$ (kg/cm ²) | 27,97 | 28,28 | 28,28 | 29,96 | 29,96 | |

Les valeurs K_{z_0} / \sqrt{cd} de ce Tableau sont portées sur le graphique présenté à la figure IV-14 .

D'après ce graphique les résultats de K_{z_0} obtenus expérimentalement et théoriquement sont très voisins, soit avec un écart peu variable de 7 % en moyenne, et présentent une même variation avec le rapport d/c . Ceci montre bien comme dans le cas de la translation horizontale que les valeurs expérimentales vérifient les formules théoriques et que par conséquent l'hypothèse du demi-espace élastique est vérifiée de façon satisfaisante pour cette modélisation dans le cas des fondations superficielles .

L'écart faible, sensiblement constant, entre les courbes expérimentales et théoriques est dû, comme dans le cas de la translation horizontale, à l'imprécision sur la valeur du module élastique utilisé pour le calcul, et à l'homogénéité importante du modèle de sol (le module d'élasticité E mesuré sur échantillons par allongement selon l'axe d'une plaque peut différer légèrement du module dans le sens transversal; il en est de

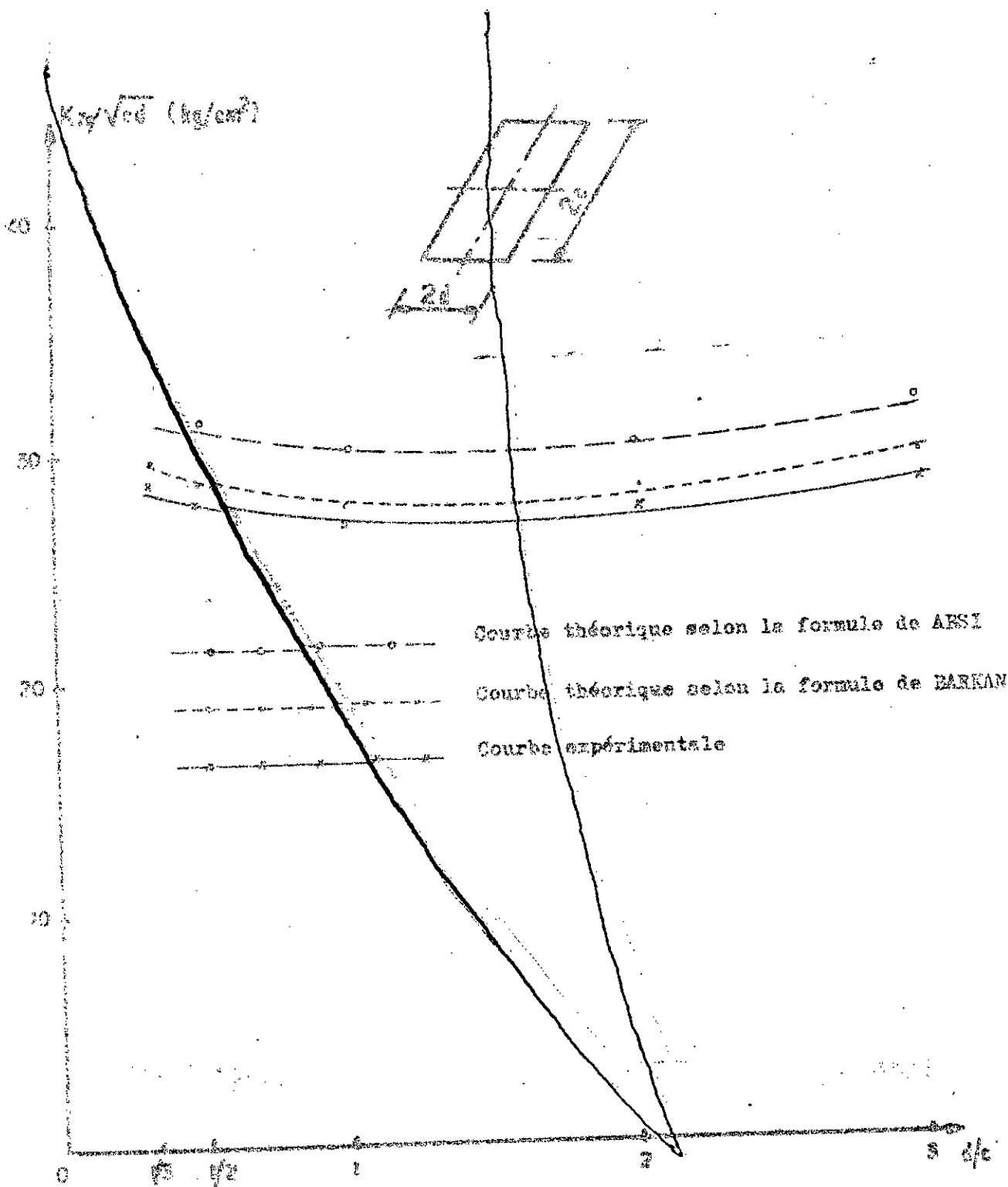


Fig. 45-46 Graphs des valeurs expérimentales et théoriques de K_{xy}/\sqrt{cd} en fonction du rapport d/c

même pour le module de glissement (selon ces deux directions) .

- Comparaison avec la formule d'Abai [16]

Comme il a été indiqué au § (I-2) , les valeurs du coefficient de forme f ont été déterminées à partir des méthodes numériques (voir Abai [16]) appliquées au cas des fondations rectangulaires superficielles rigides reposant sur un sol élastique et soumises à une charge verticale P concentrée en O , centre de gravité de la base de la fondation . Par suite le déplacement vertical W_0 est alors uniforme et l'on a (voir § I-2) :

$$W_0 = f \frac{1 - \nu^2}{E B} P \quad (IV - 9)$$

où :

- B : Longueur de la fondation
- A : Largeur de la fondation
- f : Coefficient de forme dépendant du rapport B / A (les valeurs de f sont données au §(I-2), Tableau I-1)
- P : Charge verticale
- E : Module d'élasticité du sol
- ν : Coefficient de Poisson .

Il s'agit tout d'abord de déterminer les rigidités superficielles K_{s_0} des modèles à partir de cette formule (IV-9), ensuite de les comparer aux rigidités expérimentales .

En exprimant la proportionnalité entre le déplacement vertical et la charge verticale, on a :

$$P = K_{s_0} \cdot W_0$$

soit

$$W_0 = \frac{1}{K_{s_0}} P \quad (IV-10)$$

En identifiant les équations (IV-2) et (IV-10), il vient :

$$K_{s_0} = \frac{E B}{f (1 - \nu^2)} \quad (IV-11)$$

Pour les trois modèles considérés on a les valeurs de f qui sont les suivantes (voir § I-2, Tableau I-1) :

Modèle 60 X 60 : $A = B = 60$ mm ; $B / A = 1$, $f = 0,87$

Modèle 60 X 120 : $A = 60$ mm , $B = 120$ mm ; $B / A = 2$, $f = 1,19$

Modèle 40 X 120 : $A = 40$ mm , $B = 120$ mm ; $B / A = 3$, $f = 1,40$

$\nu = 0,5$

$E = 10 \text{ Kg/cm}^2$

Les résultats de calcul obtenus à partir de la formule IV-11 sont :

Modèle 60 X 60 : $K_{z_0} = 91,9 \text{ Kg/cm}$

Modèle 60 X 120 : $K_{z_0} = 135,6 \text{ Kg/cm}$

Modèle 40 X 120 : $K_{z_0} = 114,3 \text{ Kg/cm}$

Le Tableau suivant regroupe les valeurs théoriques et expérimentales de K_{z_0} .

Tableau IV-10

| Modèles | 60 X 60 | 60 X 120 | 40 X 120 |
|------------------------|---------|----------|----------|
| K_{z_0} théo (kg/cm) | 91,9 | 135,6 | 114,3 |
| K_{z_0} exp (kg/cm) | 81 | 120 | 100 |

D'après ces résultats, on constate que les valeurs de rigidités expérimentales sont comparables aux rigidités théoriques calculées à partir de la formule d'Absi, soit un écart de 12 % ; ceci montre bien la concordance des résultats expérimentaux et théoriques (fig IV-14).

De même on peut remarquer que les rigidités expérimentales sont beaucoup plus proches des rigidités superficielles calculées selon la formule de Barkan (7 %) que les rigidités superficielles calculées selon la formule d'Absi (12 %)

IV - 1.4.3) Etablissement de la loi de variation de K_x en fonction de la profondeur p

Les valeurs des rapports K_x / K_{x_0} , rigidités rapportées à la rigidité en surface, en fonction du coefficient d'enfoncement $X = p / \sqrt{4cd}$, sont calculées à partir des valeurs du Tableau IV - 7 et sont présentées dans le Tableau IV - 11.

À partir de ce Tableau IV - 11, on établit les graphes $\frac{K_x}{K_{x_0}} = f(X)$

(voir figure IV-15).

Chacun de ces graphes correspond à un modèle de sol donné. Les graphes obtenus sont des courbes présentant une continuité régulière et une faible dispersion (de l'ordre de 1 %)

La courbure étant très faible, il est légitime, en vue d'établir une loi empirique générale de variation ne nécessitant pas une grande précision, de remplacer ces courbes par des droites moyennant une faible erreur pour un enfoncement $X \leq 0,5$.

Cette approximation est présentée sur les graphes de la figure IV-16. Pour les modèles 60 X 60 et 40 X 120 les droites s'écartent très peu (1 à 3 %) des points expérimentaux. Pour le modèle 60 X 120, les points expérimentaux présentent également un bon alignement, à l'exception des deux points superficiels. Cet écart (qui n'apparaît pas dans les autres essais) peut être attribué aux caractéristiques élastiques des plaquettes superficielles de remplissage sous la fondation (§ II-3.1).

Les équations de chacune des droites obtenues sont données avec chaque graphe (voir fig IV-16).

Soit :

$$\frac{K_x}{K_{x_0}} = \mu \cdot X + 1 \quad \text{où } \mu \text{ est le coefficient angulaire}$$

des droites obtenues.

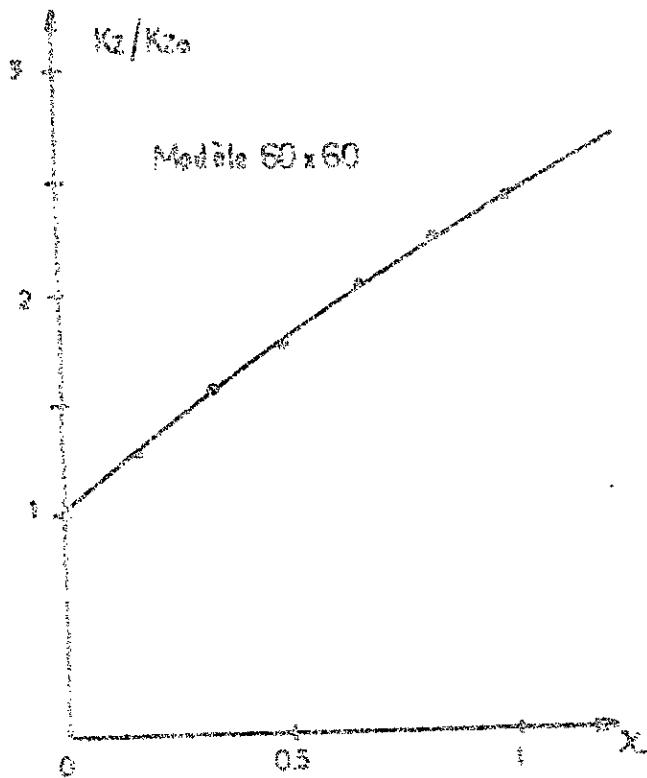
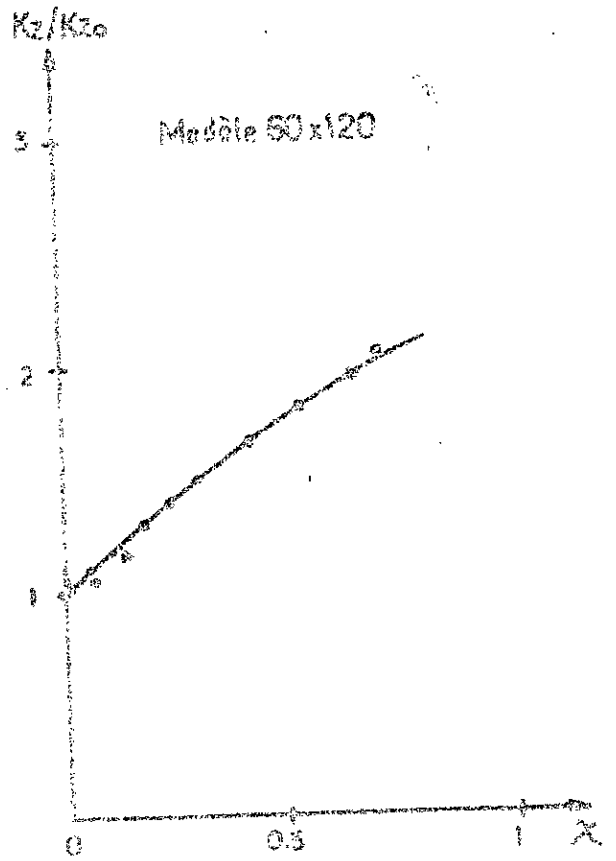
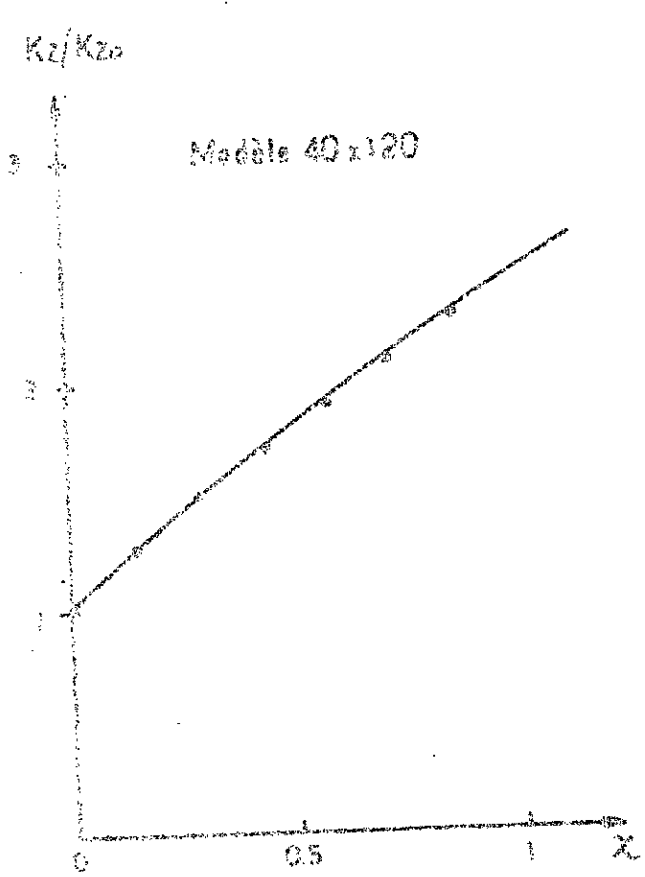
La variation de ce coefficient μ en fonction du rapport d/c est donnée dans la figure IV-17. La courbe moyenne présentant l'écart minimum avec les points expérimentaux peut être assimilée à une droite horizontale correspondant à la valeur constante $\mu = 1,6$; les points expérimentaux

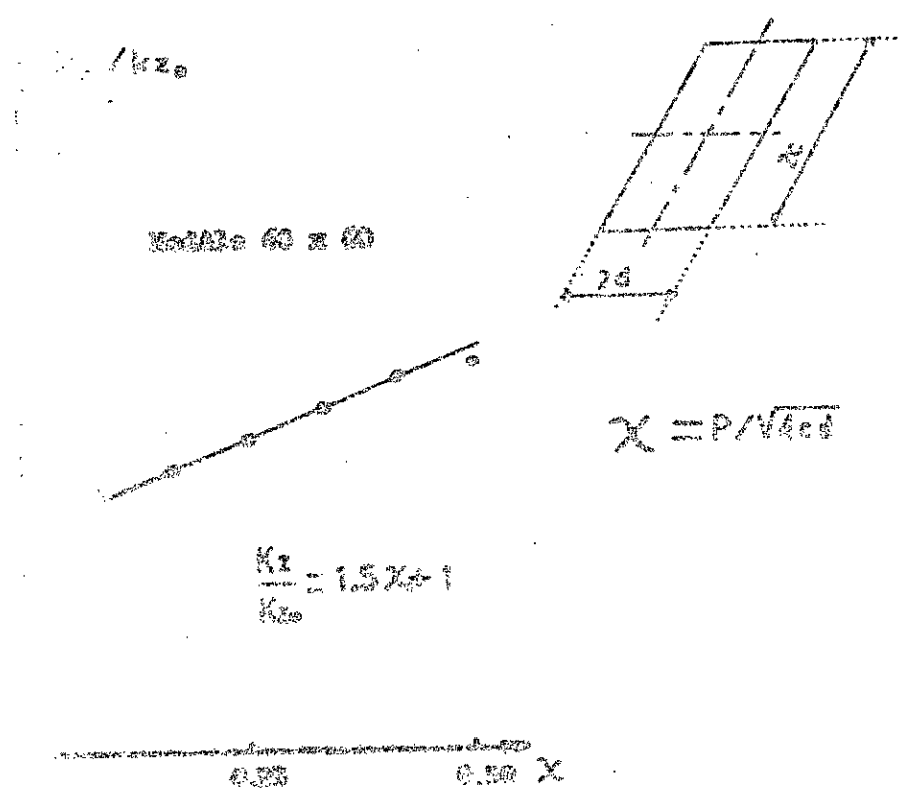
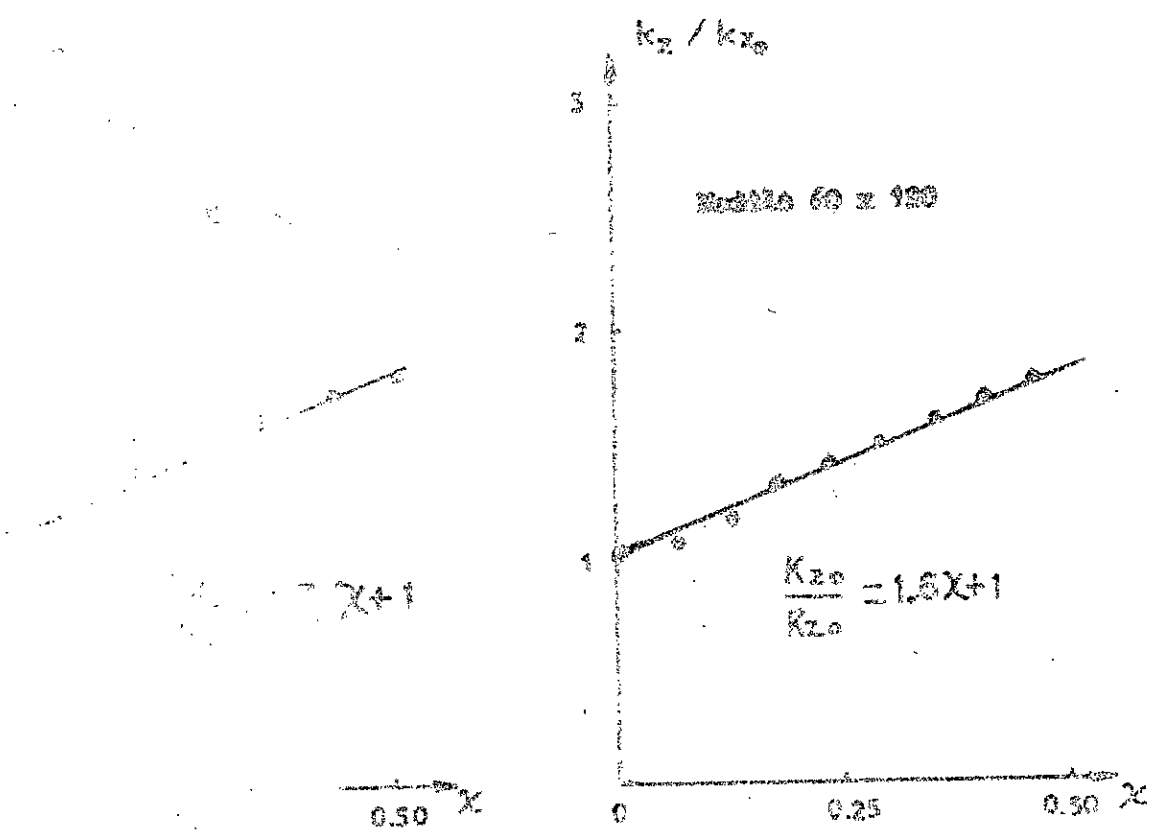
Tableau IV-11

Valeurs des rigidités verticales
reportées à la rigidité en surface
 K_z/K_{z_0} en fonction du coefficient
d'armement $\chi = \rho/l^2ed$

| Modèle 60 X 50
$K_{z_0} = 81 \text{ kg/cm}$ | | Modèle 60X120
$K_{z_0} = 140^* \text{ kg/cm}$ | | Modèle 40X120
$K_{z_0} = 100 \text{ kg/cm}$ | |
|--|---------------|--|---------------|--|---------------|
| χ | K_z/K_{z_0} | χ | K_z/K_{z_0} | χ | K_z/K_{z_0} |
| 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 |
| 0,083 | 1,16 | 0,059 | 1,06 | 0,072 | 1,15 |
| 0,166 | 1,27 | 0,118 | 1,21 | 0,144 | 1,27 |
| 0,250 | 1,40 | 0,177 | 1,31 | 0,216 | 1,40 |
| 0,333 | 1,53 | 0,236 | 1,42 | 0,288 | 1,50 |
| 0,416 | 1,68 | 0,295 | 1,50 | 0,361 | 1,63 |
| 0,500 | 1,75 | 0,353 | 1,54 | 0,433 | 1,72 |
| 0,583 | 1,88 | 0,412 | 1,69 | 0,505 | 1,81 |
| 0,666 | 2,00 | 0,471 | 1,75 | 0,577 | 1,90 |
| 0,750 | 2,09 | 0,530 | 1,82 | 0,649 | 2,01 |
| 0,833 | 2,20 | 0,589 | 1,88 | 0,721 | 2,09 |
| 0,916 | 2,30 | 0,648 | 1,96 | 0,794 | 2,20 |
| 1,00 | 2,40 | 0,707 | 2,07 | 0,866 | 2,29 |

* Pour le modèle 60x120, la valeur de K_{z_0} prise en compte est celle obtenue par extrapolation du graphique $K_z = f(\rho)$ (droite linéaire pour $\chi \leq 0,5$)





Relation linéaire pour K_z 0.5
 en fonction de $X = \frac{P}{\sqrt{4d^2}}$

n'en écartent selon une dispersion de l'ordre de 7 %. Cette dispersion est due aux conditions expérimentales différentes d'un modèle à un autre.

Une loi approchée de variation de K_z / K_{z_0} en fonction de X sera ainsi donnée par la formule suivante :

$$\frac{K_z}{K_{z_0}} = 1,6 X + 1 \quad (IV - 12)$$

avec

$$X = \frac{P}{\sqrt{4 \sigma z}} \quad \text{et} \quad X \leq 0,5 \quad , \quad 1/3 \leq d/c \leq 3$$

Cette variation linéaire de K_z / K_{z_0} en fonction de X n'étant valable que pour $X \leq 0,5$.

IV - 1.4.0) Comparaison avec les résultats des rigidités verticales des fondations circulaires enterrées (voir Keldîlar [13])

Comme indiqué § (I-4.1), des études ont été faites pour la détermination des rigidités verticales dans le cas des fondations circulaires enterrées par la méthode des éléments finis.

Deux cas ont été envisagés (voir fig I-1 du chapitre I)

1er cas : Fondation circulaire rigide qui adhère au sol le long des parois verticales développant ainsi une résistance de frottement latéral en mouvement vertical, de même qu'une résistance par pression à la base

2ème cas : Fondation circulaire rigide reposant sur le sol sans frottement latéral.

Cette figure (I-1) montre pour ces deux cas la variation de K_{ZH} / K_Z en fonction de H/r_0 , où

K_{ZH} : rigidité verticale en profondeur

K_Z : rigidité verticale en surface

H : profondeur de la fondation

r_0 : rayon de la fondation

K_{ZH} , K_Z et H sont désignés respectivement dans cette thèse par K_{zH} , K_{z_0}

et p

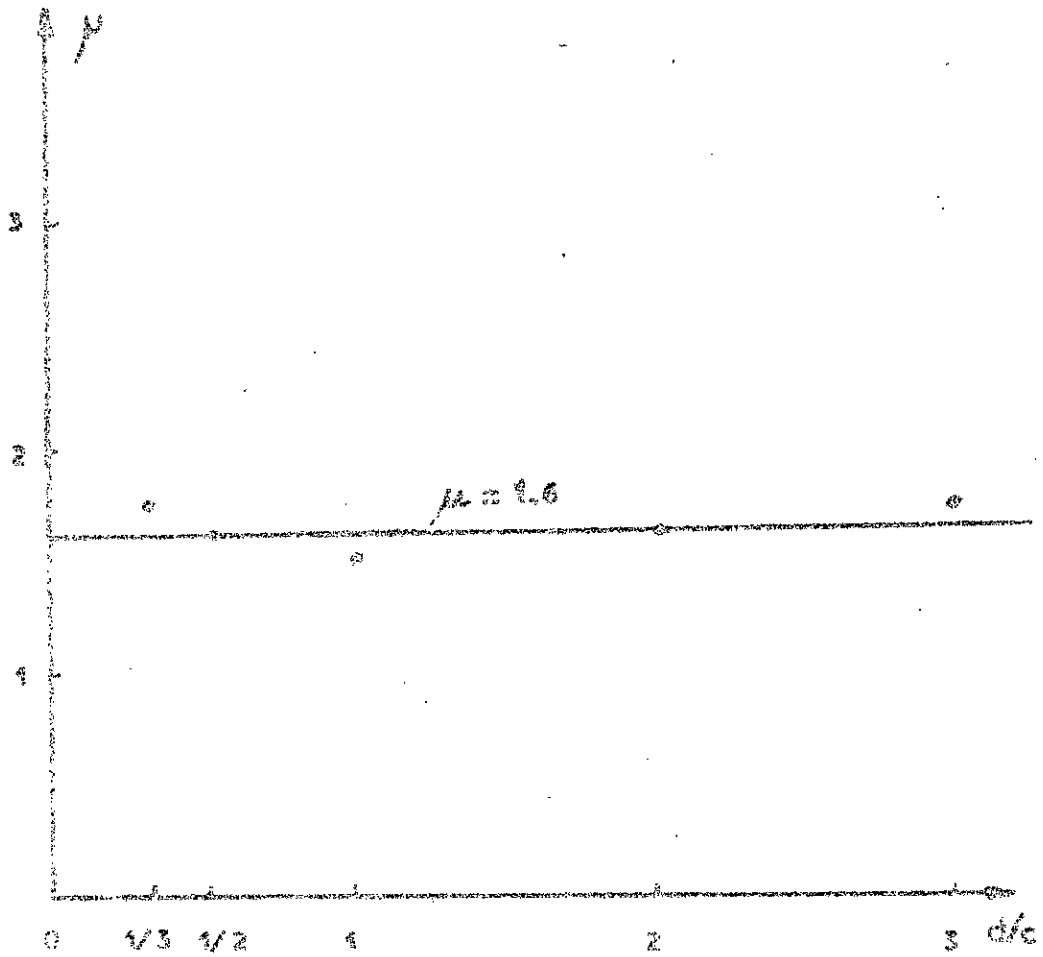


Fig IV-17 Graphs de la pente μ en fonction du rapport de d/c

La comparaison des ces résultats obtenus pour les fondations circulaires enterrées avec ceux obtenus pour les fondations rectangulaires enterrées se fera en remplaçant la base rectangulaire de dimensions $2c$ et $2d$ par une base circulaire "équivalente" de rayon r_0 , par égalisation de surface $\frac{1}{2}(I - 3)$

il vient :

$$r_0 = \sqrt{\frac{4cd}{\pi}} \quad (\text{IV} - 13)$$

on aura :

$$r_0 = 3,38 \text{ cm pour le modèle } 60 \times 60$$

$$r_0 = 4,78 \text{ cm pour le modèle } 60 \times 120$$

$$r_0 = 3,90 \text{ cm pour le modèle } 40 \times 120$$

Sur la figure IV - 18, il est représenté les graphes de K_z/K_{z0} en fonction de $X = p/r_0$ pour les deux cas de fondations circulaires et rectangulaires.

Les graphes de K_z/K_{z0} en fonction $X = p/r_0$ pour les fondations rectangulaires sont établis à partir des valeurs du tableau A-16 (voir annexe "A") et pour les trois modèles considérés.

Cette figure IV-18 montre que les courbes de $K_z/K_{z0} = f(X)$ obtenues dans le cas des fondations circulaires et rectangulaires, présentent la même allure. Cependant les résultats expérimentaux pour les fondations rectangulaires enterrées font apparaître un accroissement de la rigidité en profondeur nettement plus élevé que celui des fondations circulaires enterrées avec frottement latéral qui ont elles même un accroissement en profondeur plus rapide que les fondations circulaires enterrées sans frottement latéral.

Tout d'abord ceci permet d'admettre que les essais de translation verticale sur les modèles de fondations ont été effectués dans des conditions de frottement latéral élevé (voire de glissement latéral négligeable). Par ailleurs, parmi les résultats obtenus pour les fondations rectangulaires enterrées (voir fig. IV-18, ① ② ③), le plus proche des résultats des fondations circulaires enterrées est celui de la fondation carrée ($d/c = 1$) ce qui paraît logique vu que la forme carrée est la plus proche de la forme circulaire en excluant l'effet des angles. Cependant les accroissements des rigidités verticales des fondations rectangulaires enterrées sont supérieures à celles des fondations circulaires enterrées avec frottement latéral soit en moyenne une différence de 20 % pour ① ; cette différence peut être due, indépendamment des erreurs expérimentales, à l'assimilation

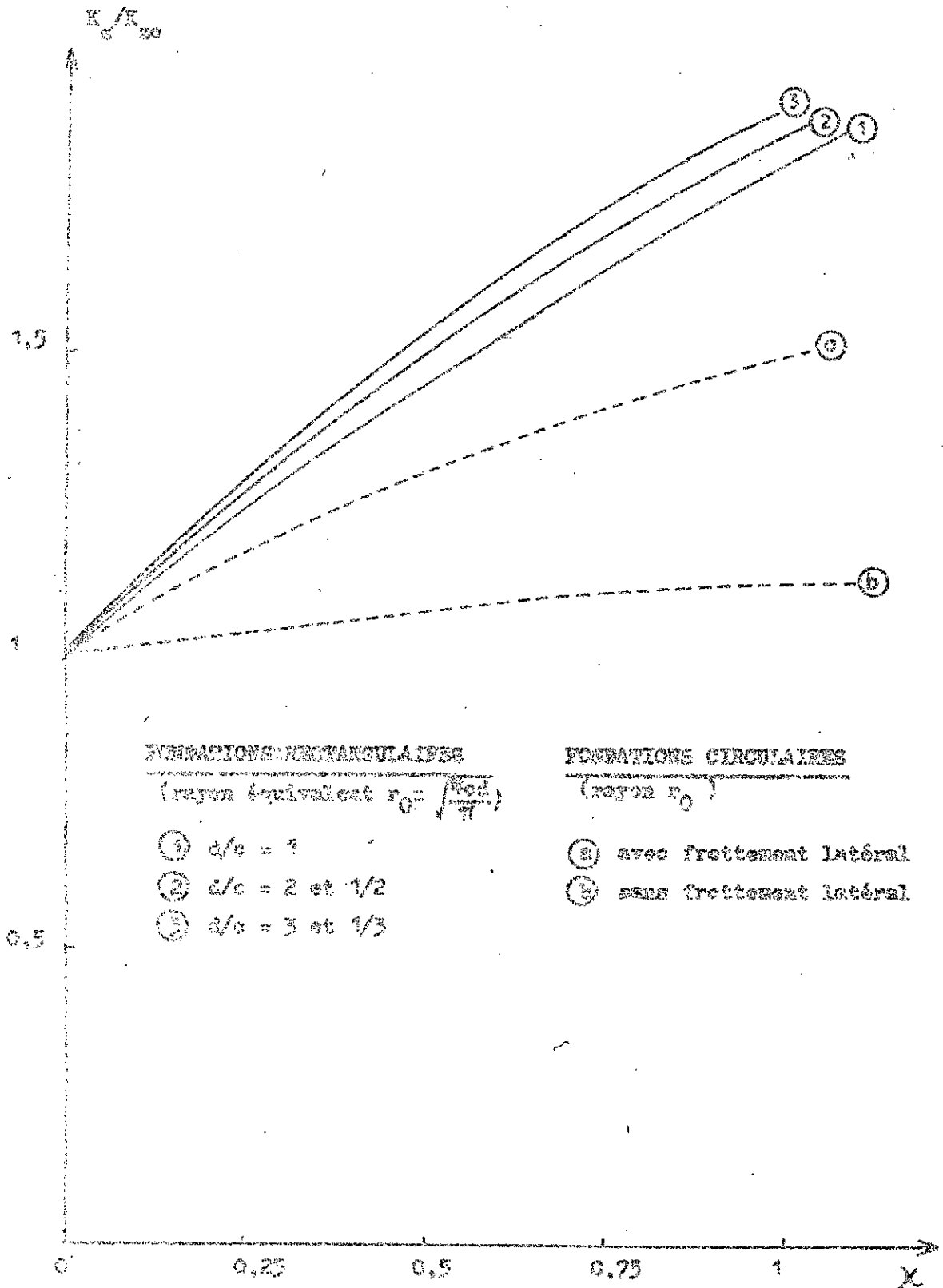


FIG. 4-13 Rigidité verticale K_g des fondations enterrées, rectangulaires et circulaires, rapportée à la rigidité en surface K_{g0} en fonction du coefficient d'enfoncement $\alpha = y/c_0$

de la surface rectangulaire à une surface circulaire équivalente. En effet si l'on admet en première approximation que le frottement latéral unitaire est le même à un niveau donné pour une fondation circulaire et une fondation rectangulaire de même surface, le frottement latéral total dépendra du périmètre de la fondation qui n'est pas le même dans les deux cas.

En effet, si l'on considère par exemple une fondation de base carrée $a \times a$; la base circulaire équivalente aura pour rayon :

$$r_0 = \frac{a}{\sqrt{\pi}} \quad (\text{dédit de la formule IV - 13})$$

Les périmètres sont alors respectivement :

$$P_1 = 4a \quad \text{pour la base carrée}$$

$$P_2 = 2\pi r_0 = 2\pi \frac{a}{\sqrt{\pi}} = 2\sqrt{\pi} a \quad \text{pour la base circulaire équivalente}$$

d'où un rapport :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad \text{soit environ } 1,13 .$$

Donc le périmètre de la base carrée est supérieur d'environ 13 %, à celui de la base circulaire équivalente; par suite sur les 20 % de différence entre les lois de variation en profondeur des rigidités verticales des fondations rectangulaires et circulaires, la moitié environ peut être attribuée à l'assimilation de la base carrée à une base circulaire.

Une autre cause de l'accroissement plus rapide de la rigidité en profondeur pour les modèles expérimentaux peut être attribuée à l'imperfection du modèle pour la représentation du demi - espace élastique.

Les conditions de contour rigide à distance finie agissent de toute façon dans le sens d'une agmentation des rigidités. Le rapport des dimensions du modèle de fondations par rapport au modèle de sol (rapport de la demi longueur de la fondation à la plus petite dimension du modèle de sol inférieur ou égal à $1/4$) rend cette influence faible, comme le montre la bonne concordance des essais en surface, mais pas forcément négligeable pour la loi de variation en profondeur. En particulier, pour l'essai vertical, l'épaisseur de la couche élastique sous la surface de fondation diminue de 24 à 18 cm. soit de 25 %, entre l'essai de surface et l'essai le plus profond.

Il n'est pas surprenant que cette diminution d'épaisseur dans une zone où se concentre une partie importante de l'énergie de déformation entraîne une augmentation de rigidité verticale de l'ordre de 10 %.

La loi de variation de la rigidité en profondeur déduite des essais est donc, vraisemblablement, un peu surestimée par rapport au cas du demi-espace élastique. Pour la plupart des calculs dynamiques de la structure, cette majoration est d'ailleurs dans le sens de la sécurité.

IV-(4e) - Courbe d'hystérésis

Dans cet essai de translation verticale, une courbe d'hystérésis a été établie (fig. B-7 annexe "B"). La description de cet essai a été faite au § (III - 2.2.3). On constate que les déplacements obtenus lors du déchargement sont légèrement supérieurs à ceux du chargement, soit environ 1/100 mm; ce déplacement résiduel est dû probablement à un léger glissement le long des parois au cours du chargement. Il s'agit d'une valeur très faible et l'essai montre que le glissement latéral lors des essais est très réduit et que, par ailleurs, le phénomène d'hystérésis ne présente pas d'influence appréciable sur la précision des résultats de mesures.

IV - 2 Extension des fonctions d'impédances aux fondations rectangulaires enterrées

IV - 2.1 Introduction

Comme indiqué au § (1-5), les fonctions d'impédance ont été établies, d'une part, pour les fondations circulaires superficielles à partir des fonctions de déplacement f_1 et f_2 définies selon les différents auteurs (C.f § 1-5.2) et d'autre part pour les fondations circulaires enterrées (C.f § 1-5.3)

Cette étude a pour objet d'étendre la notion de fonctions d'impédance aux fondations rectangulaires enterrées.

IV - 2.2 Comparaison des rigidités superficielles K_{H_0} et K_{Z_0} obtenues expérimentalement dans le cas des fondations rectangulaires superficielles avec celles obtenues, pour les fondations circulaires superficielles, à partir des fonctions d'impédance K_{xx} et K_{zz}

Pour comparer les résultats obtenus d'une part pour les fondations rectangulaires superficielles et d'autre part pour les fondations circulaires

superficielles, il sera utilisé le rayon équivalent r_0 défini au § (I-3) soit :

$$r_0 = \sqrt{\frac{Ac d}{\pi}}$$

K_{Ho} et K_{Ho} sont données dans les tableaux IV-3 et IV-7.

K_{KX} et K_{KZ} sont calculées à partir des formules données au § (I-5.2) et faisant intervenir les fonctions de déplacement f_1 et f_2 ; ces dernières sont données en fonction de $a_0 = \frac{\omega r_0}{V_s}$ (annexe "C") et pour des fondations circulaires.

Il a été montré au § (I-5.1) que ces fonctions de déplacement f_1 et f_2 , définies pour des fondations circulaires superficielles, peuvent être utilisées dans le cas des fondations rectangulaires superficielles en considérant le rayon équivalent, à condition que le rapport a/d soit inférieur à 2.

Afin de montrer le principe de calcul, il sera présenté le cas du modèle 60 X 60 pour le mouvement de translation horizontale et selon la formule donnée par Hsieh [29] (cf. § I-5.2) :

Modèle 60 X 60 : $2d = 2c = 60$ mm

$$K_{KX} = G r_0 \frac{f_{1h}}{f_{1h}^2 + f_{2h}^2} = G r_0 \bar{F}_{1h} \quad (\text{voir formule I-11})$$

\bar{F}_{1h} est donnée en fonction de $a_0 = \frac{\omega r_0}{V_s}$ (voir annexe "C" tableau C-1)

comme il s'agit de considérer la rigidité statique, on prendra la valeur de \bar{F}_{1h} pour $\omega = 0$

soit : $\bar{F}_{1h} = 3,3$

le rayon équivalent $r_0 = \sqrt{\frac{Ac d}{\pi}}$ sera donc $r_0 = 3,385$ cm

$G = 3,33$ kg/cm²

il vient :

$$K_{KX} = 59,74 \text{ kg/cm.}$$

La valeur expérimentale K_{Ho} obtenue pour le modèle 60 X 60 (pour la profondeur nulle) est $K_{Ho} = 56$ kg/cm (voir tableau IV-3), soit une différence de 7 % entre K_{KX} et K_{Ho} , cet écart montre que la valeur expérimentale est assez comparable à la valeur théorique.

Pour les modèles 60 X 120 et 40 X 120, le calcul est identique à celui du modèle 60 X 60. Les résultats de tous ces calculs sont présentés dans les tableaux suivants :

Tableau IV-12 (translation horizontale)

| Modèles | 60 X 120 | | 40 X 120 | | 60 X 60 |
|---------------------------------------|----------|-------|----------|-------|---------|
| d / c | 1 / 2 | 2 | 1 / 3 | 3 | 1 |
| r_0 (cm) | 4,787 | 4,787 | 3,909 | 3,909 | 3,385 |
| K_{rs} (Kg/cm)
théo.
(Bleich) | 84,48 | 84,48 | 68,98 | 68,98 | 59,74 |
| K_{rs} exp.
(Kg/cm) | 81,0 | 73,0 | 66,0 | 60,0 | 56,0 |

Tableau IV-13 (translation verticale)

| Modèles | 60 X 120 | | 40 X 120 | | 60 X 60 |
|--|------------|--|------------|--|---------|
| d / c | 1 / 2 et 2 | | 1 / 3 et 3 | | 1 |
| r_0 (cm) | 4,787 | | 3,909 | | 3,385 |
| K_{zo} (Kg/cm)
théo.
(Luce & Venturon) | 127,5 | | 104,1 | | 90,22 |
| K_{zo} exp.
(Kg/cm) | 120,0 | | 100,0 | | 81,0 |

D'après ces tableaux, les valeurs expérimentales des rigidités superficielles K_{zo} et K_{rs} sont respectivement assez comparables aux valeurs théoriques K_{zo} et K_{rs} (voir [29] , [30]).

Ces résultats montrent que l'on peut en première approximation, d'une part, appliquer les fonctions d'impédance donnant les rigidités superficielles dans le cas des fondations circulaires, aux fondations rectangulaires superficielles, et, d'autre part, utiliser les fonctions de déplacement données pour les fondations superficielles circulaires (f_1 et f_2) dans le cas des fondations rectangulaires superficielles; ceci est confirmé par les recherches antérieures [26] qui précèdent que l'on peut utiliser, dans le cas des fondations rectangulaires, les mêmes fonctions de déplacement définies pour les fondations circulaires en remplaçant r_0 par le rayon équivalent (I-5.1).

IV - 2.3 Cas des fondations enterrées

Les lois de variations des rigidités horizontale et verticale ont été déterminées théoriquement à partir des fonctions d'impédance dans le cas des fondations circulaires enterrées, et sont données par les formules suivantes : (voir formules IV-46 , IV-48 , § I - 5.3)

$$\frac{K_{HH}}{K_{H0}} = 0,80\zeta + 1 \quad \text{(translation horizontale)}$$

et

$$\frac{K_{VV}}{K_{V0}} = 0,36\zeta + 1 \quad \text{(translation verticale)}$$

avec $\zeta = \frac{D}{r_0}$

De même pour l'amortissement on a les formules suivantes (voir formules IV-47 et IV-49 § I - 5.3)

$$\frac{C_{HH}}{C_{H0}} = 3,56\zeta + 1 \quad \text{(translation horizontale)}$$

et

$$\frac{C_{VV}}{C_{V0}} = 0,99\zeta + 1 \quad \text{(translation verticale)}$$

avec $\zeta = \frac{D}{r_0}$

On peut suggérer pour les fondations rectangulaires enterrées, d'utiliser ces formules citées ci-dessus qui sont définies pour les fondations circulaires, en remplaçant le rayon r_0 par le rayon équivalent; toutefois cette extension des fonctions d'impédance aux fondations rectangulaires enterrées reste très approximative et des vérifications par méthodes dynamiques seraient très souhaitables.

IV-3. Validité des résultats et du modèle

IV-3.1 Précision de la méthode expérimentale utilisée

- Afin d'obtenir la variation des rigidités à partir d'un grand nombre de points expérimentaux il a été effectué une série de 12 profondeurs pour l'essai de translation horizontale et 13 profondeurs pour l'essai de translation verticale.

- la coulée de plâtre tout autour des plaques de caoutchouc et le collage de ces plaques ont été faits dans le but d'éliminer tout jeu éventuel entre ses plaques.

- le montage des poulies sur des roulements a permis de diminuer considérablement les frottements entre la poulie et son axe.

- les déplacements étaient mesurés avec une bonne précision (utilisation de plusieurs comparateurs et dont la précision était de 1/100mm)

IV-3.2 Validité du modèle

* Validité expérimentale

- Lors de l'interprétation des résultats, une vérification de validité a été faite pour le cas des fondations superficielles par comparaison aux valeurs théoriques basées sur l'hypothèse du demi-espace élastique. Cette comparaison fait apparaître une bonne concordance des résultats, à la précision de la valeur du module d'élasticité du caoutchouc obtenue lors d'essais sur échantillons. (Cf § IV-1.3.b) et IV-1.4.b)

* Conditions aux limites

- Comme indiqué au § (2-1), Hoshida et Whitman ([9], [10]) ont donné la condition pour laquelle le sol pouvait être considéré comme un demi-espace; soit de ne pas dépasser le rapport de 1/4 entre la demi-largeur de la fondation carrée et l'épaisseur de la couche de sol; ce qui est donc vérifié pour le modèle utilisé.

- Par ailleurs, des recherches précédentes sur modèle bidimensionnel [4] avaient mentionnées la faible incidence des conditions aux limites à une similitude près lorsque le rapport de 1/4 entre la plus grande dimension au plan de la fondation et celle du modèle sol, ou entre la profondeur de la fondation et la hauteur du modèle sol, n'est pas dépassé. Dans le cas de ce modèle utilisé, ce rapport de 1/4 n'a pas été dépassé.

(L'ensemble) lors de l'interprétation de la phrase.

de la phrase), et une phrase avec déplacement partiel par une phrase (comme phrase avec le contact local aux deux extrémités) (hypothèse de l'absence d'un déplacement). Le contact partiel est le contact local aux deux extrémités.

d'autres déplacements opérables en cours d'analyse. Les autres, lors de face à face, ont été observés dans les conditions de déplacement. Les autres sont les déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux.

Les autres déplacements sont les déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux.

* Contact local

Le modèle de contact local est réalisé par une superposition de plusieurs déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux.

* Intégration du modèle de contact local

La valeur du coefficient de contact local est déterminée par la valeur du coefficient de contact local. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux.

* Coefficient de contact local

Le modèle de contact local est réalisé par une superposition de plusieurs déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux. Les déplacements partiel et les déplacements locaux sont les déplacements partiel et les déplacements locaux.

Malgré cette apparition du décollement sur une face, on constate que les points expérimentaux restent alignés avec précision, sans rupture de pente. Ce résultat apparaît sur les graphes de rigidités (Fig. IV-10, IV-11), aussi bien que sur la position du centre de rigidité (Fig. IV-4, IV-2, IV-3).

Il montre que lors de la rupture du contact, les efforts sont pratiquement reportés sur la face opposée sans modification de la position de la résultante et que la variation reste linéaire selon la même pente. Par suite, le modèle reste valable aussi bien pour l'hypothèse mathématiquement plus simple de l'appui à double liaison, que pour l'hypothèse plus conforme à la pratique de l'appui à simple liaison avec décollement partiel.

IV. 3.3 Validité des résultats

Pour le modèle étudié, la précision sur la loi de variation des rigidités horizontales et verticales en fonction de la profondeur (§ IV-1.3 et IV-1.4) est très satisfaisante. En effet les graphes efforts-déplacements obtenus dans le cas de la translation horizontale et verticale (§ III - 2.1 et III - 2.2) présentaient des points expérimentaux très alignés, soit une dispersion ne dépassant pas 4 % dans tous les cas.

La comparaison des lois de variation des rigidités et de la position du ressort horizontal aux résultats obtenus pour les fondations circulaires par la méthode des éléments finis d'une part et aux résultats obtenus à partir du modèle bidimensionnel d'autre part, a bien montré la validité de ces résultats expérimentaux.

Les modèles réels représentent avec une très bonne approximation le comportement d'un sol élastique. L'assimilation à un demi espace élastique peut être faite avec une approximation satisfaisante, compte tenu de l'approximation que comporte cette modélisation du demi espace pour un sol réel.

Les lois de variation des rigidités en profondeur obtenues donnent une valeur des rigidités vraisemblablement un peu supérieures à celle du modèle théorique en demi-espace (majoration généralement sécuritaire), avec une précision que l'on peut estimer à 10 à 15 %. Cette précision est très suffisante pour les problèmes pratiques, comportant une incertitude beaucoup plus grande sur les caractéristiques réelles du sol.

Chapitre V

CONCLUSION

La présente recherche a permis en premier lieu de préciser

le rôle de la déformation élastique, en vue de déterminer le comportement

des matériaux à l'égard des déformations de torsion.

Les résultats de ces expérimentations, réalisés à cet effet par

le service de physique des matériaux, ont été publiés dans

la Revue de physique des matériaux, sous le titre "Essais de

torsion des alliages d'aluminium". Ils ont été effectués

sur des échantillons de dimensions variables, et ont permis

de constater que la déformation élastique est caractérisée

par une courbe de déformation qui est linéaire jusqu'à un

certain point, au-delà duquel elle se courbe et tend à se

ramollir. Ce ramollissement est dû à la déformation

plastique qui se produit au-delà du point de limite

élastique. Les résultats de ces essais ont permis de préciser

le rôle de la déformation élastique, en vue de déterminer

le comportement des matériaux à l'égard des déformations

de torsion. Les résultats de ces expérimentations, réalisés

à cet effet par le service de physique des matériaux,

ont été publiés dans la Revue de physique des matériaux,

sous le titre "Essais de torsion des alliages d'aluminium".

Ils ont été effectués sur des échantillons de dimensions

variables, et ont permis de constater que la déformation

élastique est caractérisée par une courbe de déformation

qui est linéaire jusqu'à un certain point, au-delà duquel

elle se courbe et tend à se ramollir. Ce ramollissement

est dû à la déformation plastique qui se produit au-delà

du point de limite élastique. Les résultats de ces essais

ont permis de préciser le rôle de la déformation élastique,

en vue de déterminer le comportement des matériaux à

l'égard des déformations de torsion. Les résultats de ces

expérimentations, réalisés à cet effet par le service de

physique des matériaux, ont été publiés dans la Revue de

physique des matériaux, sous le titre "Essais de torsion

des alliages d'aluminium". Ils ont été effectués sur des

échantillons de dimensions variables, et ont permis de

constater que la déformation élastique est caractérisée

par une courbe de déformation qui est linéaire jusqu'à un

La détermination des rigidités statiques en translation horizontale et verticale pour les fondations rectangulaires enterrées permet ainsi, pour ces paramètres de rigidité, une extension de la méthode dynamique simplifiée des "ressorts de sol" au cas des fondations profondes tridimensionnelles, les résultats restant applicables, en première approximation, pour des sollicitations dynamiques de faible pulsation, c'est à dire pour les premiers modes propres de vibration des structures courantes. La méthodologie des présents essais pourrait servir de base à la mise au point de nouvelles données dynamiques, pour une connaissance plus précise du comportement dynamique de ce type de fondation sur sols élastiques homogènes. Par ailleurs, il reste un champ de recherche étendu pour étudier la variation de différents paramètres du sol, le comportement non linéaire, le cas de couches de caractéristiques différentes etc...

BIBLIOGRAPHIE

- 1- JEAN B. LICO & R.A. WESTFALL " Dynamic response of circular footings " Jour Eng Mech Div EMT Oct 1971
- 2- LAFLECHE D. " Mesure des constantes rhéologiques du sol pour le calcul des fondations vibrantes " Thèse Doct Ing 1980 E.C.P.
- 3- WYNDHAM G. " Dynamique des fondations de machines " Eyrolles 1972
- 4- WILLIAMS BERKANE Z. " Influence du deuxième mode de vibrations sur le comportement sismique des structures rigides sur sol sable élastique " Thèse Magister E.N.P 1984
- 5- RICHART F.E. , HALL J.R. & WOODS R.D. " Vibrations of soils and foundations " Prentice Hall N.Y. U . S . A 1970
- 6- BARKAN D.O. " Dynamics of beams and foundations " M O Gray-Hill Book Co U . S . A 1962
- 7- WESTFALL R.V. & RICHART F.E. " Design procedure for dynamically loaded foundations " Jour Soil Mech and Found Div SEM V 93 Nov 1967
- 8- Pallier G. " La pratique des sols et fondations " Editions du constructeur
- 9- HASHIM , TOMORI & WESTFALL Robert V " Soil-structure interaction during earthquakes " Soil and foundation Juin 1968
- 10- WESTFALL Robert V " Equivalent lumped systems for structure founded upon strata of soil " 4th World conf on earthquake eng; SANTIAGO CHILE 1969
- 11- DELBOSQ G. " Réponse à un mouvement sismique d'un édifice pond sur un sol élastique " Suppl Ann I.T.B.T.F. N° 234 Juin 1967
- 12- COSENE "Constructions et sciences" R.F.F.C. Conf ALGER Juin 1981
- 13- BLANCHARD M.J. , WESTFALL & RICHART " Discussion of design- dynamics- of foundation " J. Soil Mech and Found. Div V 95 1969
- 14- BOVAX N. & SACHS " Transient and coupled vibrations of embedded footings " J. Eng Struct Dyna 2 1973

- 15- SATOH K. " Etude expérimentale des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires enterrées soumises à des mouvements de rotation " These Magister A.N.P.
- 16- ABEI E. " Fondations rectangulaires rigides sur sol élastique " Suppl Ann I.T.B.T.P. N° 265 Jan 1970
- 17- TERZAGHI K. " Evaluation of coefficients of subgrade reaction geotechnique " Vol 5 1955
- 18- MANNING J. " Appuis et fondations " C.B.S.C. Mars 1976
- 19- DUNTON & MORGENTHAUEN H.R. "The influence of structural rigidity on the foundation loads " Canadian Geotechnical J. Vol 8 Nov 1971
- 20- MINELER E. " The laws of elasticity and strength " Prague 1867
- 21- RABOAZES, MAURICIO A. " Soil-structure interaction in earthquake resistant design " Dist of tech Dept of civil Eng 1970
- 22- BOLTON H., BOBBER J. SWANE R. " Soil-structure interaction - Analyse for seismic response " A.S.C.E., Jour Geotech Eng Div Mai 1975
- 23- HENCKY G.V. " Forced vibration of rigid circular plate on a semi-infinite elastic space and on an elastic stratum " Philosophical Trans Roy Society 1956
- 24- IYKO J.R., WOLF H.L. & TRIPATHI M.D. " Earthquake engineering research Laboratory California Institute of technology Pasadena California U.S.A. Dec 1974
- 25- COSTES D. " Monodimensionnal schematisation of soil seismic response analysis " SMIRT 1977
- 26- ELORDUY J, NINYO J.A. SZEKELY EK "Dynamic response of bases of arbitrary shape subjected to periodic vertical loading " 1971
- 27- REISSNER H. " Stationäre axisymmetrische durch eine schüttende mass bewegt erdingerungen eines homogenen elastischen halbraumes " Vol 7 Par 6 Dec 1936
- 28- SENG R.T. " Vibrations in semi - infinite solids due to periodic surface loading " A.S.C.E. Special technical publication N° 156 Jul 1957

- 20- BISHOP R.K. " Foundation vibrations " Proc. Institution of engi-
neers Vol 22 P. 211 - 226 1962
- 21- VILKINS A.S. , WET Y.T. "Lateral and rocking vibration of footings"
Journal of the soil mechanics and foundations division Sept 1971
- 22- BENTON S.W. , WESCHKE R.A. " Dynamic response of circular footings "
Journal of the engineering mechanics division Oct 1971
- 23- VALLEJO A.S. & STUBBS W.M. "Dynamic behaviour of building founda-
tion systems " Earthquake engineering and structural dynamics Vol 3
P.121 - 138 1974
- 24- CHAMPAG SAÏDI M. " Modèles de fonction d'impédance constantes "
Thèse Supé Ing S.C.P. 1982
- 25- CASLA A. & DAVIDOVICI V. " Calcul dynamique des structures en zone
sismique " HIRONLES 1980
- 26- BERNARDI L. & ROBERTO P. " Calcul des structures parasismiques "
S.C.P. (Thèse en cours)

ANNEX

ANNEXE " A "

- Tableaux A - 1 à A - 12 : Résultats des essais de translation horizontale .
- Tableaux A - 13 à A - 15 : Résultats des essais de translation verticale .
- Tableau A - 16 : Résultats de calcul des rigidités verticales (le coefficient d'enfoncement est donné en fonction du rayon équivalent .

RAPPEL DES PRINCIPALES NOTATIONS UTILISEES DANS LE CAS DES ESSAIS DE TRANSLATION HORIZONTALE.

F_1, F_2 : charges appliquées avec tare (tare = 1,950 kg)

F'_1, F'_2 : charges appliquées sans tare

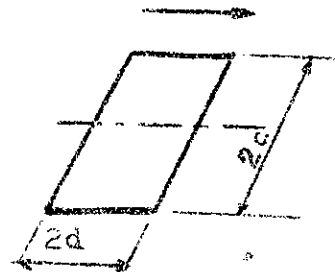
$$F_1 = F'_1 + 1,950 \text{ kg}$$

$$F_2 = F'_2 + 1,950 \text{ kg.}$$

$2c, 2d$: dimensions de la base de la fondation définies selon la direction sismique considérée (voir schéma ci-contre).

$R = F'_2 - F'_1$: Réaction élastique du sol

d/c : rapport définissant la direction sismique considérée et le déplacement horizontal correspondant de la fondation.



Δ_x : déplacement horizontal de la fondation se faisant parallèlement à la longueur; par suite $d/c = 2$ ou 3 suivant le modèle 60 X 120 ou 40 X 120.

Δ_y : déplacement horizontal de la fondation se faisant parallèlement à la largeur; par suite $d/c = 1/2$ ou $1/3$ suivant le modèle 60 X 120 ou 40 X 120.

: déplacement horizontal de la fondation dans le cas du modèle carré 60 X 60 ($d/c = 1$)

p : profondeur de la fondation

p' : côte du centre de rigidité C par rapport à la base de la fondation

\bar{p}' : valeur moyenne de p' (moyenne quadratique)

$$\bar{p}' = \sqrt{\frac{\sum p_i'^2}{n}} \quad (\text{nombre de valeurs expérimentales égal à } 5 : n = 5).$$

$a = 285 \text{ mm}$: distance constante entre les forces F_1 et F_2

h : distance variable selon la profondeur entre la base de la fondation et le point d'application de F_2 (valeur mesurée).

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| p (mm) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
| h (mm) | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 | 215 | 220 | 225 | 230 |

l : distance du centre de rigidité C au point d'application de F_2 .

F.B. Comme indiqué lors de l'analyse des résultats (cf. § III.2.1:1) la force d'équilibre F_1 obtenue pour une même profondeur d'un modèle donné et généralement identique (sauf cas rares où la différence n'atteint pas 20 g) dans les deux sens du mouvement de translation horizontale considérés.

$$F_{1x} = F'_{1y} = F_1$$

ou encore

$$F'_{1x} = F_{1y} = F'_1$$



Par suite, la valeur de p' est la même dans les deux sens et pour une profondeur donnée.

Translation horizontale

Modèle 60 X 120

| μ
(mm) | $F'_1 \times \frac{a}{c} = F'_1$
(kg) | F'_2
(kg) | $R = \frac{F'_1 + F'_2}{2}$
(kg) | $\frac{d}{a} = 2$
Δx
(mm) | $\frac{d}{c} = \frac{1}{2}$
Δy
(mm) | F_1
(kg) | $\frac{a \cdot F_1}{R}$
(mm) | $\bar{p} = h - d$
(mm) |
|------------------------|--|----------------|-------------------------------------|---|---|---------------|---------------------------------|---------------------------|
| $p = 5mm$ (h = 175mm) | 2,600 | 10 | 7,400 | 0,75 | 0,68 | 4,550 | 175,24 | - 0,24 |
| | 6,400 | 20 | 13,600 | 1,43 | 1,30 | 8,350 | 174,98 | 0,02 |
| | 10,180 | 30 | 19,820 | 2,13 | 1,98 | 12,130 | 174,42 | 0,58 |
| | 13,980 | 40 | 26,020 | 2,90 | 2,58 | 15,930 | 174,48 | 0,52 |
| | 17,780 | 50 | 32,220 | 3,50 | 3,28 | 19,730 | 174,52 | 0,48 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 0,27$ |
| $p = 10mm$ (h = 180mm) | 2,660 | 10 | 7,340 | 0,60 | 0,50 | 4,610 | 179,00 | 1,00 |
| | 6,580 | 20 | 13,420 | 1,23 | 1,05 | 8,530 | 181,15 | - 1,15 |
| | 10,400 | 30 | 19,600 | 1,83 | 1,68 | 12,550 | 179,58 | 0,42 |
| | 14,200 | 40 | 25,800 | 2,48 | 2,25 | 16,150 | 178,40 | 1,60 |
| | 18,100 | 50 | 31,900 | 3,13 | 2,85 | 20,050 | 179,13 | 0,87 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 0,55$ |
| $p = 15mm$ (h = 185mm) | 2,680 | 10 | 7,320 | 0,57 | 0,53 | 4,630 | 180,27 | 4,73 |
| | 6,550 | 20 | 13,450 | 1,13 | 1,05 | 8,500 | 180,11 | 4,89 |
| | 10,410 | 30 | 19,590 | 1,72 | 1,57 | 12,360 | 179,82 | 5,18 |
| | 14,360 | 40 | 25,640 | 2,27 | 2,10 | 16,310 | 181,29 | 3,71 |
| | 18,160 | 50 | 31,840 | 2,05 | 2,60 | 20,110 | 180,00 | 5,00 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 4,73$ |

Tableau A - 1

Translation horizontale

Modèle 60 X 120

| p
(mm.) | $F'_{1x}=F'_{1y}$
$= F'_1$
(kg) | F'_2
(kg) | $R=F'_2-F'_1$
(kg) | $\frac{d}{c}=2$
Δx
(mm) | $\frac{d}{c}=\frac{1}{2}$
Δy
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p'=h-l$
(mm) |
|-----------------------|---|------------------|-------------------------|---------------------------------------|---|-----------------|---------------------------------|--------------------|
| p = 20mm (h = 190mm) | 2,700 | 10 | 7,300 | 0,45 | 0,40 | 4,650 | 181,54 | 8,46 |
| | 6,640 | 20 | 13,360 | 1,03 | 0,90 | 8,590 | 183,24 | 6,76 |
| | 10,580 | 30 | 19,420 | 1,50 | 1,40 | 12,530 | 183,89 | 6,11 |
| | 14,480 | 40 | 25,520 | 2,00 | 1,88 | 16,430 | 183,49 | 6,51 |
| | 18,380 | 50 | 31,620 | 2,50 | 2,38 | 20,330 | 183,24 | 6,76 |
| | | | | | | | | |
| p = 25 mm (h = 195mm) | 2,780 | 10 | 7,220 | 0,45 | 0,43 | 4,730 | 186,71 | 8,29 |
| | 6,800 | 20 | 13,200 | 1,00 | 0,88 | 8,750 | 188,92 | 6,08 |
| | 10,700 | 30 | 19,300 | 1,50 | 1,33 | 12,650 | 186,80 | 8,20 |
| | 14,660 | 40 | 25,340 | 2,00 | 1,75 | 16,610 | 186,81 | 8,19 |
| | 18,600 | 50 | 31,400 | 2,43 | 2,10 | 20,550 | 186,52 | 8,48 |
| | | | | | | | | |
| p = 30mm (h = 200mm) | 2,800 | 10 | 7,200 | 0,43 | 0,35 | 4,750 | 188,02 | 11,98 |
| | 6,900 | 20 | 13,100 | 0,83 | 0,75 | 8,850 | 192,54 | 7,46 |
| | 10,860 | 30 | 19,140 | 1,25 | 1,15 | 12,810 | 190,74 | 9,26 |
| | 14,860 | 40 | 25,140 | 1,68 | 1,55 | 16,810 | 190,57 | 9,43 |
| | 18,860 | 50 | 31,140 | 2,05 | 1,98 | 20,810 | 190,46 | 9,54 |
| | | | | | | | | |

Tableau A - 2

Translation horizontale

Modèle 60 X 120

| h
(mm) | $F'_{1x} = F'_{1y}$
(kg) | F'_2
(kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg) | $\frac{d}{c} = 2$
Δx
(mm) | $\frac{d}{c} = \frac{1}{2}$
Δy
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p = h - l$
(mm) |
|-----------------------|-----------------------------|----------------|---------------------------|---|---|---------------|-------------------------------|---------------------|
| $p = 20 \text{ mm}$ | 2,830 | 10 | 7,120 | 0,35 | 0,33 | 4,830 | 193,34 | 11,66 |
| | 6,900 | 20 | 13,100 | 0,73 | 0,55 | 8,850 | 192,54 | 12,46 |
| | 10,980 | 30 | 19,020 | 1,10 | 1,00 | 12,930 | 193,75 | 11,25 |
| | 15,000 | 40 | 25,000 | 1,53 | 1,35 | 16,950 | 193,23 | 11,77 |
| | 19,000 | 50 | 31,000 | 1,88 | 1,73 | 20,950 | 192,60 | 12,40 |
| | | | | | | | | $\bar{p} = 11,91$ |
| $p = 21 \text{ mm}$ | 2,960 | 10 | 7,040 | 0,30 | 0,28 | 4,910 | 198,77 | 11,23 |
| | 7,000 | 20 | 13,000 | 0,68 | 0,60 | 8,950 | 196,21 | 13,79 |
| | 11,100 | 30 | 18,900 | 1,00 | 0,93 | 13,050 | 196,79 | 13,21 |
| | 15,180 | 40 | 24,820 | 1,38 | 1,25 | 17,130 | 196,70 | 13,30 |
| | 19,240 | 50 | 30,760 | 1,75 | 1,55 | 21,190 | 196,33 | 13,67 |
| | | | | | | | | $\bar{p} = 13,07$ |
| $p = 21,5 \text{ mm}$ | 2,980 | 10 | 7,020 | 0,33 | 0,30 | 4,930 | 200,15 | 14,85 |
| | 7,100 | 20 | 12,900 | 0,68 | 0,63 | 9,030 | 199,94 | 15,06 |
| | 11,280 | 30 | 18,720 | 1,00 | 0,93 | 13,230 | 201,42 | 13,58 |
| | 15,360 | 40 | 24,640 | 1,35 | 1,24 | 17,310 | 200,22 | 14,78 |
| | 19,480 | 50 | 30,520 | 1,70 | 1,54 | 21,430 | 200,12 | 14,88 |
| | | | | | | | | $\bar{p} = 14,64$ |

Tableau A - 5

Translation horizontale

Modèle 60 X 120

| p
(mm.) | $F'_{1x} = F'_{1y}$
$= F'_1$ | F'_2
(kg.) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg.) | $\frac{d}{a} = 2$ | $\frac{d}{c} = \frac{1}{2}$ | F_1
(kg.) | $\frac{a F_1}{R}$ | $\bar{p} = h - l$
(mm.) |
|----------------------|---------------------------------|-----------------|----------------------------|---------------------|-----------------------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|
| | (kg.) | | | Δx
(mm.) | Δy
(mm.) | | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm.) | |
| p = 50mm (h = 220mm) | 3,000 | 10 | 7,000 | 0,28 | 0,25 | 4,950 | 201,54 | 18,46 |
| | 7,180 | 20 | 12,820 | 0,55 | 0,53 | 9,130 | 202,97 | 17,03 |
| | 11,360 | 30 | 18,640 | 0,88 | 0,83 | 13,310 | 203,51 | 16,49 |
| | 15,580 | 40 | 24,420 | 1,20 | 1,10 | 17,530 | 204,59 | 15,41 |
| | 19,680 | 50 | 30,320 | 1,48 | 1,38 | 21,630 | 203,32 | 16,68 |
| | | | | | | | | |
| p = 55mm (h = 225mm) | 3,080 | 10 | 6,920 | 0,28 | 0,25 | 5,030 | 207,16 | 17,84 |
| | 7,280 | 20 | 12,720 | 0,55 | 0,53 | 9,230 | 206,80 | 18,20 |
| | 11,500 | 30 | 18,500 | 0,85 | 0,80 | 13,450 | 207,20 | 17,80 |
| | 15,700 | 40 | 24,300 | 1,13 | 1,08 | 17,650 | 207,01 | 17,99 |
| | 19,900 | 50 | 30,100 | 1,43 | 1,33 | 21,850 | 206,89 | 18,11 |
| | | | | | | | | |
| p = 60mm (h = 230mm) | 3,100 | 10 | 6,900 | 0,23 | 0,20 | 5,050 | 208,59 | 21,41 |
| | 7,340 | 20 | 12,660 | 0,53 | 0,48 | 9,290 | 209,14 | 20,86 |
| | 11,580 | 30 | 18,420 | 0,78 | 0,73 | 13,530 | 209,34 | 20,66 |
| | 15,800 | 40 | 24,200 | 1,05 | 0,98 | 17,750 | 209,04 | 20,96 |
| | 20,080 | 50 | 29,920 | 1,35 | 1,25 | 22,030 | 209,84 | 20,16 |
| | | | | | | | | |

Tableau A - 4

Translation horizontale

Modèle 40 X 120

| p
(mm) | $F'_{1x} - F'_{1y}$
$= F'_1$ | F'_2
(kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg) | $\frac{d}{c} = 3$
Δx
(mm) | $\frac{d}{c} = \frac{1}{3}$
Δy
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p' = h - l$
(mm) |
|---|---------------------------------|----------------|---------------------------|---|---|---------------|-------------------------------|----------------------|
| $p = 5\text{mm}$
($h = 175\text{mm}$) | 2,590 | 10 | 7,410 | 0,85 | 0,78 | 4,540 | 174,61 | 0,38 |
| | 6,390 | 20 | 13,610 | 1,68 | 1,50 | 8,340 | 174,64 | 0,35 |
| | 10,190 | 30 | 19,810 | 2,50 | 2,30 | 12,140 | 174,66 | 0,34 |
| | 14,00 | 40 | 26,00 | 3,38 | 3,10 | 15,950 | 174,83 | 0,16 |
| | 17,790 | 50 | 32,210 | 4,25 | 3,85 | 19,740 | 174,66 | 0,34 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 0,32$ |
| $p = 10\text{mm}$
($h = 180\text{mm}$) | 2,660 | 10 | 7,340 | 0,83 | 0,75 | 4,610 | 178,99 | 1,01 |
| | 6,530 | 20 | 13,470 | 1,58 | 1,43 | 8,480 | 179,42 | 0,58 |
| | 10,380 | 30 | 19,620 | 2,40 | 2,13 | 12,330 | 179,10 | 0,90 |
| | 14,240 | 40 | 25,760 | 3,10 | 2,88 | 16,190 | 179,12 | 0,88 |
| | 18,100 | 50 | 31,900 | 3,88 | 3,58 | 20,05 | 179,13 | 0,87 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 0,86$ |
| $p = 15\text{mm}$
($h = 185\text{mm}$) | 2,670 | 10 | 7,330 | 0,73 | 0,68 | 4,620 | 179,63 | 5,37 |
| | 6,530 | 20 | 13,470 | 1,40 | 1,25 | 8,480 | 179,42 | 5,58 |
| | 10,430 | 30 | 19,570 | 2,03 | 1,85 | 12,380 | 180,30 | 4,70 |
| | 14,340 | 40 | 25,660 | 2,73 | 2,55 | 16,290 | 180,93 | 4,07 |
| | 18,190 | 50 | 31,810 | 3,48 | 3,13 | 20,140 | 180,44 | 4,56 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 4,88$ |

Tableau A - 5

Translation horizontale

Modèle 40 X 120

| p
(mm) | $F'_{1x} = F'_{1y}$
= F'_1 | F'_2
(Kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(Kg) | $\frac{d}{c} = 3$ | $\frac{d}{c} = \frac{1}{3}$ | F_1
(Kg) | $l = \frac{a F_1}{P}$
(mm) | $p' = h - l$
(mm) |
|-------------------------|---------------------------------|----------------|---------------------------|--------------------|-----------------------------|---------------|-------------------------------|----------------------|
| | (Kg) | | | Δx
(mm) | Δy
(mm) | | | |
| p = 20mm
(h = 190mm) | 2,720 | 10 | 7,280 | 0,65 | 0,58 | 4,670 | 182,82 | 7,18 |
| | 6,620 | 20 | 13,380 | 1,25 | 1,18 | 8,570 | 182,54 | 7,46 |
| | 10,570 | 30 | 19,430 | 1,90 | 1,75 | 12,520 | 183,64 | 6,36 |
| | 14,440 | 40 | 25,560 | 2,50 | 2,25 | 16,390 | 182,25 | 7,25 |
| | 18,360 | 50 | 31,640 | 3,15 | 2,88 | 20,310 | 182,94 | 7,06 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 7,07$ |
| p = 25mm
(h = 195mm) | 2,800 | 10 | 7,200 | 0,50 | 0,48 | 4,750 | 188,02 | 6,98 |
| | 6,630 | 20 | 13,270 | 1,08 | 1,03 | 8,680 | 186,42 | 8,58 |
| | 10,680 | 30 | 19,320 | 1,63 | 1,55 | 12,630 | 186,31 | 8,69 |
| | 14,680 | 40 | 25,320 | 2,25 | 2,10 | 16,630 | 187,18 | 7,82 |
| | 18,670 | 50 | 31,330 | 3,00 | 2,75 | 20,620 | 187,60 | 7,40 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 7,92$ |
| p = 30mm
(h = 200mm) | 2,800 | 10 | 7,200 | 0,53 | 0,48 | 4,750 | 188,02 | 11,98 |
| | 6,860 | 20 | 13,140 | 1,00 | 0,93 | 8,810 | 191,08 | 8,92 |
| | 10,800 | 30 | 19,200 | 1,53 | 1,40 | 12,750 | 189,26 | 10,74 |
| | 14,800 | 40 | 25,200 | 2,00 | 1,90 | 16,750 | 189,43 | 10,57 |
| | 18,800 | 50 | 31,200 | 2,58 | 2,38 | 20,750 | 189,54 | 10,46 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 10,57$ |

Tableau A - 6

Translation horizontale

Modèle 40 X 120

| P
(mm) | $F'_{1x}=F'_{1y}$
$=F'_1$
(Kg) | F'_2
(Kg) | $R=F'_2-F'_1$
(Kg) | $\frac{d}{c} = 3$
Δx
(mm) | $\frac{d}{c} = \frac{1}{3}$
Δy
(mm) | F_1
(Kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p' = h - l$
(mm) |
|-----------|--------------------------------------|----------------|-----------------------|---|---|---------------|-------------------------------|----------------------|
| p = 205mm | 2,860 | 10 | 7,140 | 0,50 | 0,45 | 4,810 | 192,00 | 13,00 |
| | 6,900 | 20 | 13,100 | 0,98 | 0,88 | 8,850 | 192,54 | 12,46 |
| | 10,960 | 30 | 19,040 | 1,48 | 1,33 | 12,910 | 193,24 | 11,76 |
| | 14,980 | 40 | 25,020 | 2,15 | 1,95 | 16,930 | 192,85 | 12,15 |
| | 19,080 | 50 | 30,920 | 2,40 | 2,18 | 21,030 | 193,84 | 11,16 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 12,12$ |
| p = 210mm | 2,900 | 10 | 7,100 | 0,35 | 0,33 | 4,850 | 194,68 | 15,32 |
| | 6,980 | 20 | 13,020 | 0,78 | 0,73 | 8,930 | 195,47 | 14,53 |
| | 11,080 | 30 | 18,920 | 1,20 | 1,13 | 13,030 | 196,28 | 13,72 |
| | 15,160 | 40 | 24,840 | 1,60 | 1,50 | 17,110 | 196,31 | 13,69 |
| | 19,240 | 50 | 30,760 | 2,03 | 1,93 | 21,190 | 196,33 | 13,67 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 14,20$ |
| p = 45mm | 2,980 | 10 | 7,020 | 0,40 | 0,38 | 4,930 | 200,15 | 14,85 |
| | 7,100 | 20 | 12,900 | 0,80 | 0,75 | 9,050 | 199,94 | 15,06 |
| | 11,240 | 30 | 18,760 | 1,18 | 1,13 | 13,190 | 200,38 | 14,62 |
| | 15,360 | 40 | 24,640 | 1,58 | 1,50 | 17,310 | 200,22 | 14,78 |
| | 19,480 | 50 | 30,520 | 1,95 | 1,88 | 21,430 | 200,12 | 14,88 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 14,84$ |

Tableau A - 7

Translation horizontale

Modèle 40 X 120

| p
(mm) | $F'_1 = F'_2 = F'_1$
(kg) | F'_2
(kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg) | $\frac{d}{c} = 3$
Δx
(mm) | $\frac{d}{c} = \frac{1}{3}$
Δy
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{aF_1}{R}$
(mm) | $p' = h - l$
(mm) |
|-------------------------------|------------------------------|----------------|---------------------------|---|---|---------------|------------------------------|----------------------|
| $p = 50\text{mm}$ (h = 220mm) | 3,00 | 10 | 7,00 | 0,33 | 0,30 | 4,950 | 201,54 | 18,46 |
| | 7,180 | 20 | 12,820 | 0,68 | 0,63 | 9,130 | 202,97 | 17,03 |
| | 11,340 | 30 | 18,660 | 1,03 | 0,98 | 13,290 | 202,98 | 17,02 |
| | 15,500 | 40 | 24,500 | 1,40 | 1,30 | 17,450 | 202,99 | 17,01 |
| | 19,660 | 50 | 30,340 | 1,75 | 1,65 | 21,610 | 202,99 | 17,01 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 15,55$ |
| $p = 55\text{mm}$ (h = 225mm) | 3,080 | 10 | 6,920 | 0,33 | 0,30 | 5,030 | 207,16 | 17,84 |
| | 7,280 | 20 | 12,720 | 0,68 | 0,65 | 9,230 | 206,80 | 18,20 |
| | 11,480 | 30 | 18,520 | 0,88 | 0,83 | 13,430 | 206,67 | 18,33 |
| | 15,680 | 40 | 24,320 | 1,33 | 1,28 | 17,630 | 206,60 | 18,40 |
| | 19,880 | 50 | 30,120 | 1,65 | 1,60 | 21,830 | 206,56 | 18,44 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 18,24$ |
| $p = 60\text{mm}$ (h = 250mm) | 3,100 | 10 | 6,900 | 0,28 | 0,25 | 5,050 | 208,58 | 21,42 |
| | 7,300 | 20 | 12,700 | 0,60 | 0,58 | 9,250 | 207,58 | 22,42 |
| | 11,610 | 30 | 18,390 | 0,93 | 0,88 | 13,560 | 210,15 | 19,85 |
| | 15,900 | 40 | 24,100 | 1,25 | 1,18 | 17,850 | 211,09 | 18,91 |
| | 20,130 | 50 | 29,870 | 1,58 | 1,50 | 22,080 | 210,67 | 19,33 |
| | | | | | | | | $\bar{p}' = 20,43$ |

Tableau A - 8

Translation horizontale

Modèle 60 X 60

| p
(mm) | $F'_{1x} = F'_{1y}$
$= F'_1$
(kg) | F'_2
(kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg) | $\Delta_x = \Delta_y$
$= \Delta \left(\frac{R}{C} \right)$
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p = h - l$
(mm) |
|-------------------------|---|----------------|---------------------------|--|---------------|-------------------------------|---------------------|
| p = 5mm
(h = 175mm) | 2,590 | 10 | 7,410 | 0,96 | 4,540 | 174,61 | 0,39 |
| | 6,390 | 20 | 13,610 | 1,85 | 8,34 | 174,54 | 0,36 |
| | 10,180 | 30 | 19,820 | 2,75 | 12,130 | 174,42 | 0,58 |
| | 13,970 | 40 | 20,030 | 3,68 | 15,920 | 174,30 | 0,70 |
| | 17,770 | 50 | 32,230 | 4,55 | 19,720 | 174,38 | 0,62 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 0,55$ |
| p = 10mm
(h = 180mm) | 2,640 | 10 | 7,360 | 0,88 | 4,590 | 177,73 | 2,27 |
| | 6,470 | 20 | 13,530 | 1,68 | 8,420 | 177,36 | 2,64 |
| | 10,320 | 30 | 19,680 | 2,50 | 12,270 | 177,69 | 2,31 |
| | 14,150 | 40 | 25,850 | 3,30 | 16,100 | 177,50 | 2,50 |
| | 18,000 | 50 | 32,000 | 4,13 | 19,95 | 177,68 | 2,32 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 2,41$ |
| p = 15mm
(h = 185mm) | 2,690 | 10 | 7,310 | 0,78 | 4,640 | 180,90 | 4,10 |
| | 6,570 | 20 | 13,430 | 1,45 | 8,520 | 180,80 | 4,20 |
| | 10,460 | 30 | 19,540 | 2,13 | 12,41 | 181,00 | 4,00 |
| | 14,340 | 40 | 25,660 | 2,85 | 16,29 | 180,93 | 4,07 |
| | 18,220 | 50 | 31,780 | 3,55 | 20,170 | 180,88 | 4,12 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 4,09$ |

Translation horizontale

Modèle 60 X 60

| h
(mm) | $F'_{1x} = F'_{1y}$
$= F'_1$
(kg) | F'_2
(kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg) | $\frac{d}{c} = 1$
Δ
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p = h - l$
(mm) |
|--|---|----------------|---------------------------|---------------------------------------|---------------|-------------------------------|---------------------|
| $p = 20\text{mm}$ ($h = 190\text{mm}$) | 2,740 | 10 | 7,260 | 0,65 | 4,690 | 184,11 | 5,89 |
| | 6,670 | 20 | 13,330 | 1,30 | 8,620 | 184,29 | 5,71 |
| | 10,600 | 30 | 19,400 | 1,95 | 12,550 | 184,36 | 5,64 |
| | 14,540 | 40 | 25,460 | 2,60 | 16,490 | 184,58 | 5,42 |
| | 18,440 | 50 | 31,560 | 3,25 | 20,390 | 184,13 | 5,87 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 5,71$ |
| $p = 25\text{mm}$ ($h = 195\text{mm}$) | 2,780 | 10 | 7,220 | 0,60 | 4,730 | 186,71 | 8,29 |
| | 6,720 | 20 | 13,280 | 1,20 | 8,670 | 186,06 | 8,94 |
| | 10,680 | 30 | 19,320 | 1,78 | 12,630 | 186,31 | 8,69 |
| | 14,620 | 40 | 25,380 | 2,38 | 16,570 | 186,06 | 8,94 |
| | 18,530 | 50 | 31,470 | 3,00 | 20,480 | 185,47 | 9,53 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 8,89$ |
| $p = 30\text{mm}$ ($h = 200\text{mm}$) | 2,820 | 10 | 7,180 | 0,58 | 4,770 | 189,34 | 10,66 |
| | 6,810 | 20 | 13,190 | 1,15 | 8,760 | 189,28 | 10,72 |
| | 10,800 | 30 | 19,200 | 1,65 | 12,750 | 189,25 | 10,75 |
| | 14,790 | 40 | 25,210 | 2,20 | 16,74 | 189,24 | 10,76 |
| | 18,750 | 50 | 31,250 | 2,75 | 20,70 | 188,78 | 11,22 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 10,82$ |

Tableau A - 10

Translation horizontale

Modèle 60 X 60

| p
(mm) | $F'_{1x} = F'_{1y}$
$= F'_1$
(kg) | F'_2
(kg) | $R = F'_2 - F'_1$
(kg) | $\frac{d}{c} = 1$
Δ
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $\bar{p} = h - l$
(mm) |
|---|---|----------------|---------------------------|---------------------------------------|---------------|-------------------------------|---------------------------|
| $p = 35\text{mm}$
($h = 205\text{mm}$) | 2,870 | 10 | 7,130 | 0,55 | 4,820 | 192,66 | 12,34 |
| | 6,880 | 20 | 13,120 | 1,03 | 8,830 | 191,81 | 13,19 |
| | 10,930 | 30 | 19,070 | 1,53 | 12,880 | 192,49 | 12,51 |
| | 14,990 | 40 | 25,010 | 2,03 | 16,940 | 193,04 | 11,96 |
| | 18,980 | 50 | 31,020 | 2,75 | 20,930 | 192,30 | 12,70 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 12,55$ |
| $p = 40\text{mm}$
($h = 210\text{mm}$) | 2,910 | 10 | 7,090 | 0,50 | 4,860 | 195,36 | 14,64 |
| | 6,990 | 20 | 13,010 | 0,98 | 8,940 | 195,84 | 14,16 |
| | 11,040 | 30 | 18,960 | 1,45 | 12,990 | 195,25 | 14,34 |
| | 15,090 | 40 | 24,910 | 1,95 | 17,040 | 194,96 | 15,04 |
| | 19,200 | 50 | 30,800 | 2,40 | 21,15 | 195,70 | 14,30 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 14,52$ |
| $p = 45\text{mm}$
($h = 215\text{mm}$) | 2,980 | 10 | 7,020 | 0,43 | 4,930 | 200,15 | 14,85 |
| | 7,110 | 20 | 12,890 | 0,65 | 9,060 | 200,32 | 14,68 |
| | 11,200 | 30 | 18,800 | 1,28 | 13,150 | 199,35 | 15,65 |
| | 15,350 | 40 | 24,650 | 1,70 | 17,300 | 200,02 | 14,98 |
| | 19,430 | 50 | 30,570 | 2,13 | 21,380 | 199,32 | 15,68 |
| | | | | | | | $\bar{p} = 15,17$ |

Tableau A - 11

Translation horizontale

Modèle 60 x 60

| q
(mm) | $F_1 = F_1' = F_1''$
(kg) | F_2'
(kg) | $R = F_2' - F_1'$
(kg) | $\frac{h}{c} = 1$
Δ
(mm) | F_1
(kg) | $l = \frac{a F_1}{R}$
(mm) | $p' = h - l$
(mm) |
|--------------------------------|------------------------------|----------------|---------------------------|---------------------------------------|---------------|-------------------------------|----------------------|
| $p = 50$ mm
($h = 220$ mm) | 3,020 | 10 | 6,980 | 0,38 | 4,970 | 202,92 | 17,08 |
| | 7,180 | 20 | 12,820 | 0,75 | 9,130 | 202,96 | 17,04 |
| | 11,310 | 30 | 18,690 | 1,13 | 13,260 | 202,20 | 17,80 |
| | 15,450 | 40 | 24,550 | 1,50 | 17,400 | 202,00 | 18,00 |
| | 19,630 | 50 | 30,370 | 1,88 | 21,580 | 202,51 | 17,49 |
| | | | | | | | $\bar{p}' = 17,48$ |
| $p = 55$ mm
($h = 225$ mm) | 3,060 | 10 | 6,940 | 0,35 | 5,010 | 205,74 | 19,26 |
| | 7,230 | 20 | 12,770 | 0,73 | 9,180 | 204,87 | 20,13 |
| | 11,450 | 30 | 18,550 | 1,08 | 13,400 | 205,87 | 19,13 |
| | 15,620 | 40 | 24,380 | 1,45 | 17,570 | 205,39 | 19,61 |
| | 19,830 | 50 | 30,170 | 1,80 | 21,780 | 205,34 | 19,26 |
| | | | | | | | $\bar{p}' = 19,48$ |
| $p = 60$ mm
($h = 230$ mm) | 3,120 | 10 | 6,880 | 0,33 | 5,070 | 210,02 | 19,98 |
| | 7,310 | 20 | 12,690 | 0,65 | 9,260 | 207,97 | 22,03 |
| | 11,610 | 30 | 18,390 | 1,00 | 13,560 | 210,14 | 19,86 |
| | 15,730 | 40 | 24,270 | 1,33 | 17,680 | 207,61 | 22,39 |
| | 19,980 | 50 | 30,020 | 1,68 | 21,930 | 208,19 | 21,81 |
| | | | | | | | $\bar{p}' = 21,24$ |

Tableau A - 12

Valeurs du déplacement vertical en cm

Translation verticale

Modèle 60 X 120

| F(kg)
p(mm.) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0,08 | 0,16 | 0,23 | 0,31 | 0,39 | 0,47 |
| 5 | 0,07 | 0,13 | 0,20 | 0,28 | 0,33 | 0,40 |
| 10 | 0,06 | 0,12 | 0,18 | 0,23 | 0,30 | 0,35 |
| 15 | 0,05 | 0,11 | 0,16 | 0,22 | 0,27 | 0,33 |
| 20 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
| 25 | 0,05 | 0,10 | 0,14 | 0,19 | 0,24 | 0,29 |
| 30 | 0,04 | 0,09 | 0,14 | 0,18 | 0,23 | 0,27 |
| 35 | 0,04 | 0,09 | 0,13 | 0,17 | 0,21 | 0,25 |
| 40 | 0,04 | 0,08 | 0,12 | 0,16 | 0,20 | 0,25 |
| 45 | 0,04 | 0,08 | 0,12 | 0,16 | 0,20 | 0,24 |
| 50 | 0,04 | 0,08 | 0,11 | 0,15 | 0,19 | 0,23 |
| 55 | 0,04 | 0,08 | 0,11 | 0,15 | 0,18 | 0,22 |
| 60 | 0,03 | 0,07 | 0,10 | 0,14 | 0,17 | 0,21 |

Tableau A - 13

Valeurs du déplacement vertical en cm

Translation verticale

Modèle 40 X 120

| F (kg) \ P (mm) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0,10 | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,60 |
| 5 | 0,09 | 0,18 | 0,25 | 0,35 | 0,43 | 0,52 |
| 10 | 0,08 | 0,16 | 0,23 | 0,31 | 0,40 | 0,47 |
| 15 | 0,07 | 0,14 | 0,22 | 0,29 | 0,36 | 0,44 |
| 20 | 0,07 | 0,13 | 0,20 | 0,27 | 0,33 | 0,40 |
| 25 | 0,06 | 0,12 | 0,18 | 0,25 | 0,31 | 0,37 |
| 30 | 0,06 | 0,12 | 0,18 | 0,24 | 0,29 | 0,35 |
| 35 | 0,06 | 0,11 | 0,17 | 0,23 | 0,28 | 0,34 |
| 40 | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 | 0,27 | 0,32 |
| 45 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
| 50 | 0,05 | 0,10 | 0,14 | 0,19 | 0,24 | 0,28 |
| 55 | 0,05 | 0,09 | 0,14 | 0,18 | 0,23 | 0,27 |
| 60 | 0,04 | 0,09 | 0,13 | 0,18 | 0,22 | 0,26 |

Tableau A - 14

Valeurs du déplacement vertical en cm

Translation verticale

Modèle 60 X 60

| F (kg)
ρ (mm) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0,12 | 0,25 | 0,37 | 0,49 | 0,61 | 0,73 |
| 5 | 0,12 | 0,22 | 0,33 | 0,43 | 0,53 | 0,65 |
| 10 | 0,10 | 0,20 | 0,29 | 0,39 | 0,48 | 0,58 |
| 15 | 0,09 | 0,18 | 0,27 | 0,35 | 0,44 | 0,53 |
| 20 | 0,08 | 0,16 | 0,24 | 0,33 | 0,40 | 0,49 |
| 25 | 0,08 | 0,15 | 0,22 | 0,30 | 0,37 | 0,45 |
| 30 | 0,07 | 0,14 | 0,21 | 0,28 | 0,35 | 0,42 |
| 35 | 0,07 | 0,13 | 0,20 | 0,27 | 0,34 | 0,40 |
| 40 | 0,06 | 0,13 | 0,19 | 0,25 | 0,31 | 0,37 |
| 45 | 0,06 | 0,12 | 0,18 | 0,24 | 0,30 | 0,35 |
| 50 | 0,06 | 0,11 | 0,17 | 0,23 | 0,28 | 0,34 |
| 55 | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 | 0,27 | 0,33 |
| 60 | 0,05 | 0,11 | 0,16 | 0,21 | 0,26 | 0,31 |

Tableau A - 15

Valeurs des rigidités verticales
rapportées à la rigidité en surface
 K_z/K_{z_0} en fonction du coefficient
d'enfoncement $\chi = p/r_0$
 $r_0 = \sqrt{\frac{4cd}{\pi}}$ (rayon equivalent)

| Modèle 60 X 60
$K_{z_0} = 81 \text{ kg/cm}$ | | Modèle 60X120
*
$K_{z_0} = 140 \text{ kg/cm}$ | | Modèle 40X120
$K_{z_0} = 100 \text{ kg/cm}$ | |
|--|---------------|---|---------------|--|---------------|
| χ | K_z/K_{z_0} | χ | K_z/K_{z_0} | χ | K_z/K_{z_0} |
| 0 | 1,00 | 0 | 1,00 | 0 | 1,00 |
| 0,147 | 1,16 | 0,104 | 1,06 | 0,127 | 1,15 |
| 0,294 | 1,27 | 0,209 | 1,24 | 0,255 | 1,27 |
| 0,443 | 1,40 | 0,314 | 1,31 | 0,383 | 1,40 |
| 0,590 | 1,53 | 0,418 | 1,42 | 0,510 | 1,50 |
| 0,737 | 1,68 | 0,523 | 1,50 | 0,640 | 1,63 |
| 0,886 | 1,75 | 0,626 | 1,64 | 0,767 | 1,72 |
| 1,033 | 1,88 | 0,730 | 1,69 | 0,895 | 1,81 |
| 1,180 | 2,00 | 0,835 | 1,75 | 1,022 | 1,90 |
| 1,329 | 2,09 | 0,939 | 1,82 | 1,150 | 2,01 |
| 1,476 | 2,20 | 1,044 | 1,89 | 1,278 | 2,09 |
| 1,623 | 2,30 | 1,148 | 1,96 | 1,407 | 2,20 |
| 1,772 | 2,40 | 1,253 | 2,07 | 1,535 | 2,29 |

Tableau A - 16

* Voir tableau IV-10 .

ANNEXE " B "

- Figures B - 1 à B - 3 : Graphes expérimentaux de la réaction R en fonction du déplacement horizontal.
- Figures B - 4 à B - 6 : Graphes expérimentaux de la force verticale F en fonction du déplacement vertical .
- Figure B - 7 & Tableau B - 1 : Courbe d'hysteresis et tableau de calcul

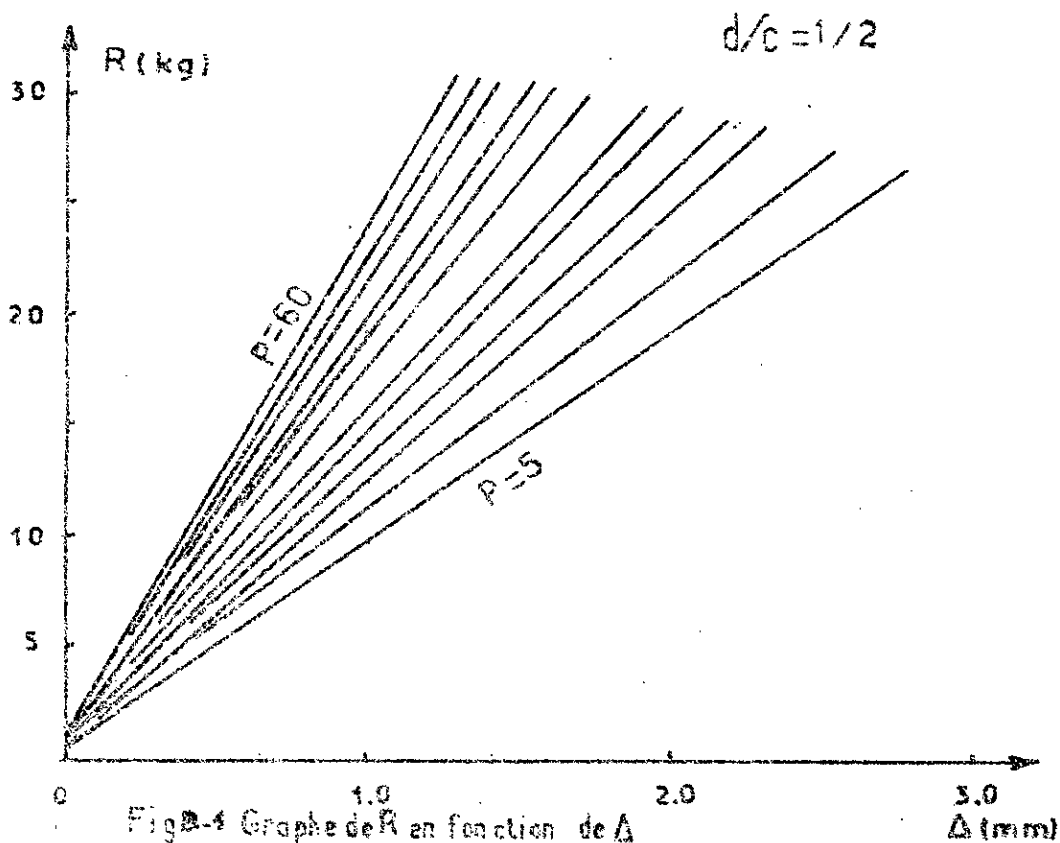
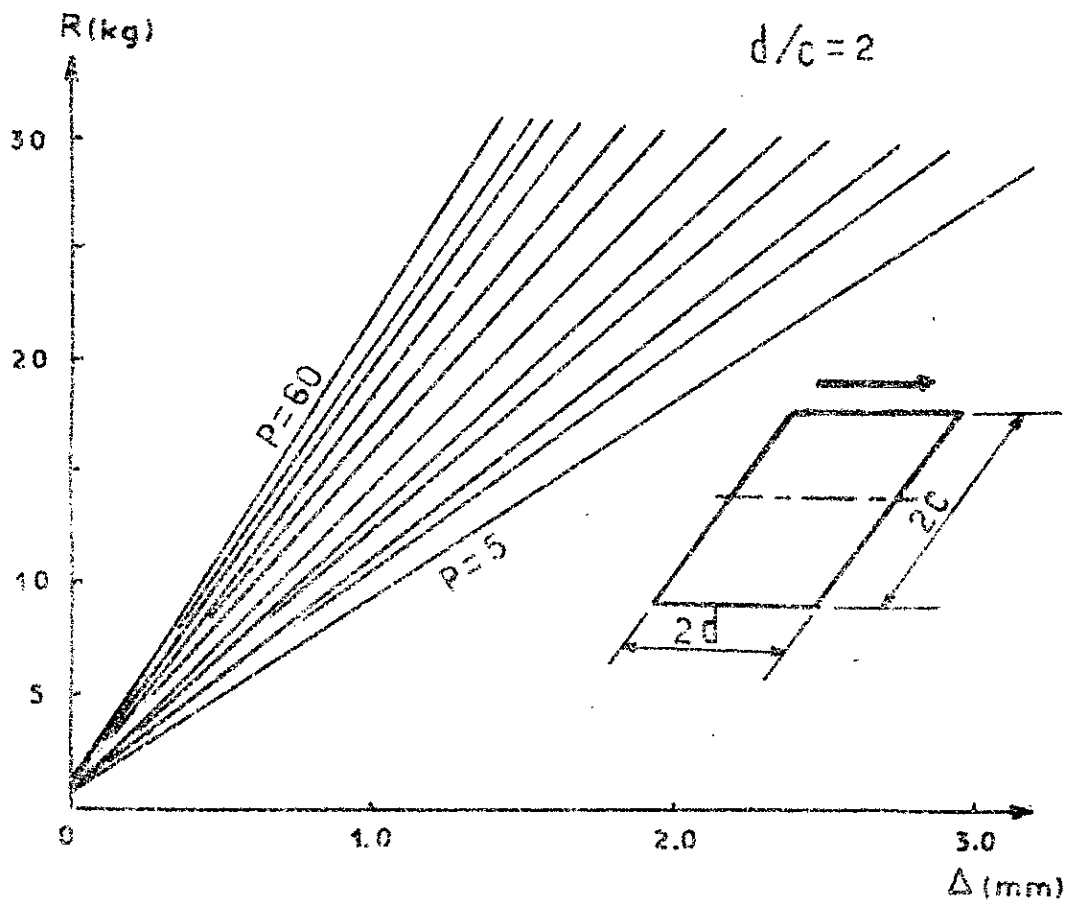
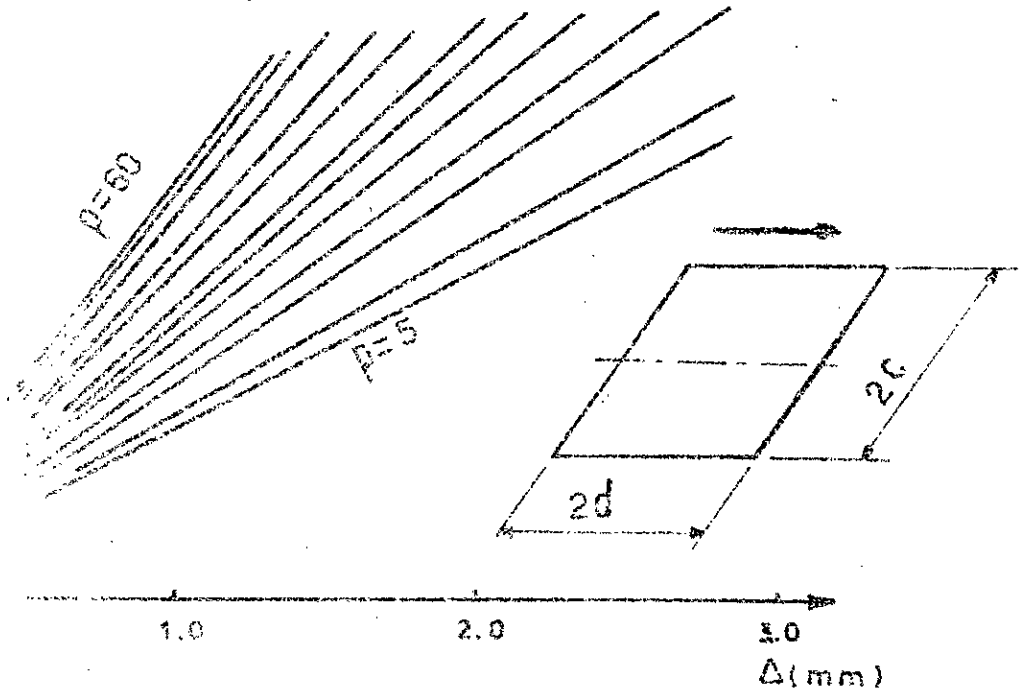
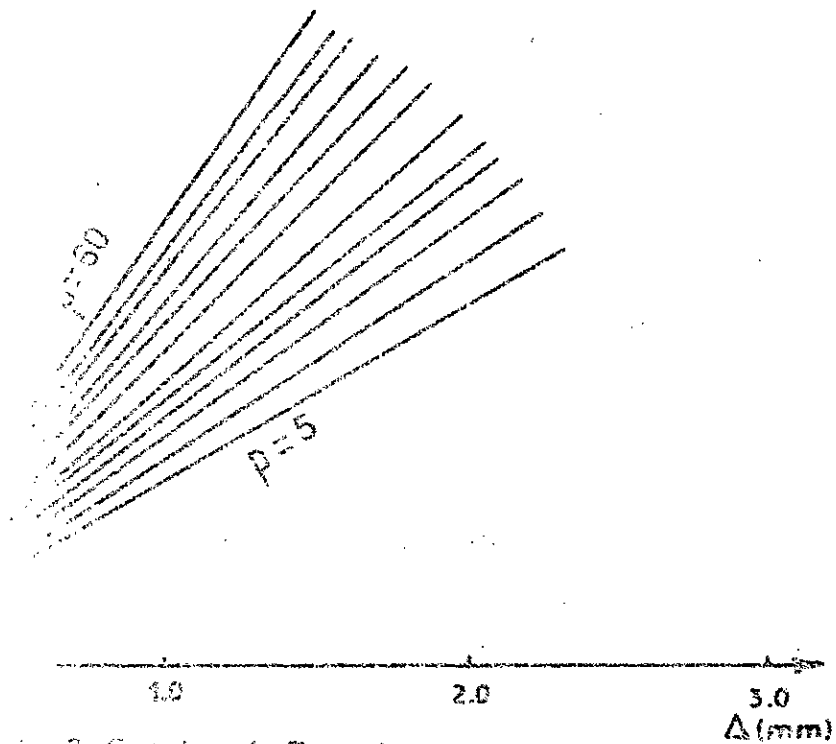


Fig. 4 Graph of R in function of Δ
translation horizontale
modele 60x120

$d/c = 3$



$d/c = 1/3$



2. Graphe de R en fonction de Δ
 transition horizontale
 $40 \leq A \leq 100$

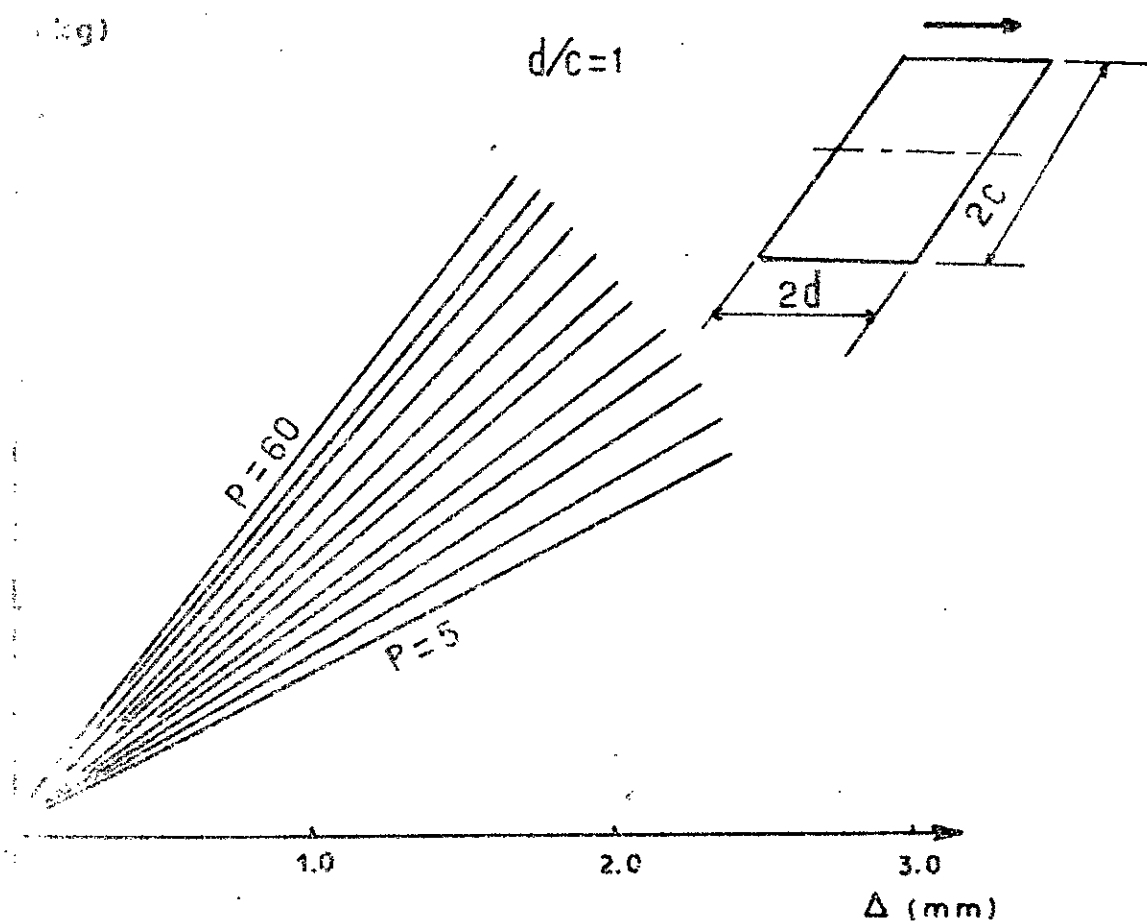


Fig. 3 Graphe de R en fonction de Δ
 translation horizontale
 modele 60 x 60

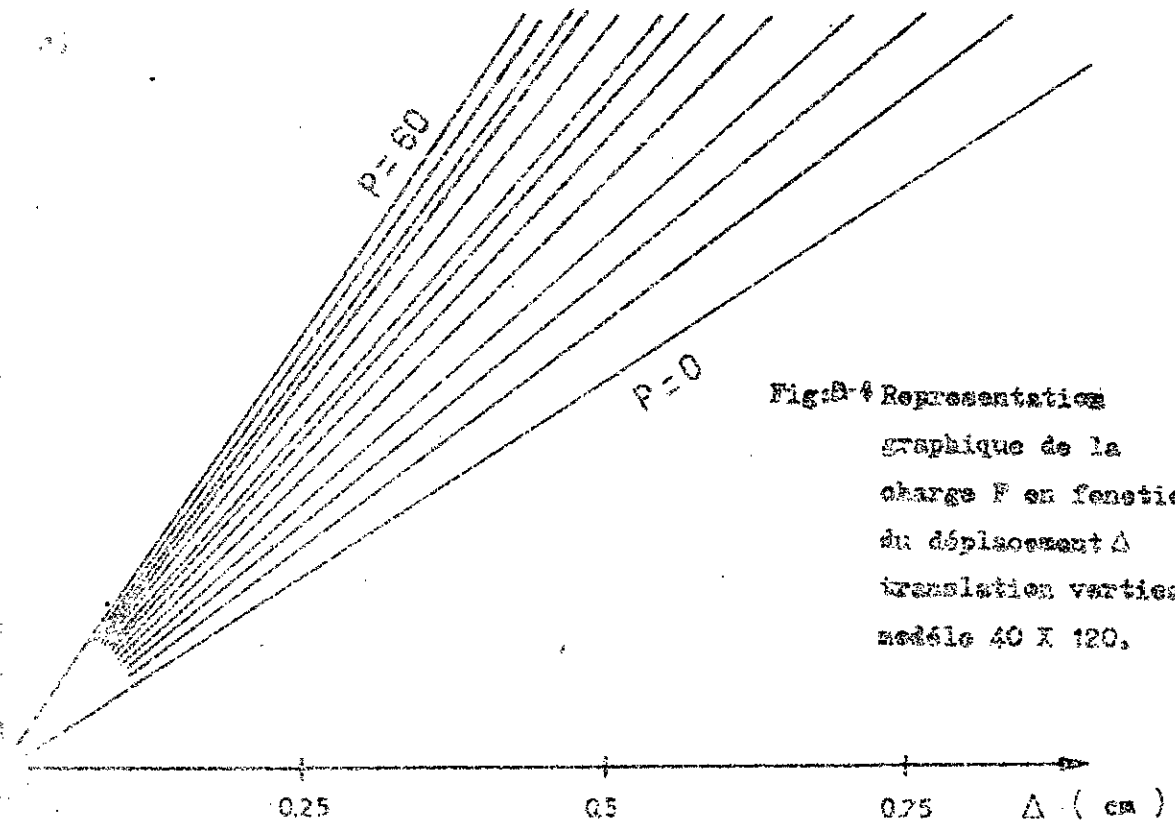


Fig. 4 Representation graphique de la charge F en fonction du déplacement Δ translation verticale modèle 40 x 120.

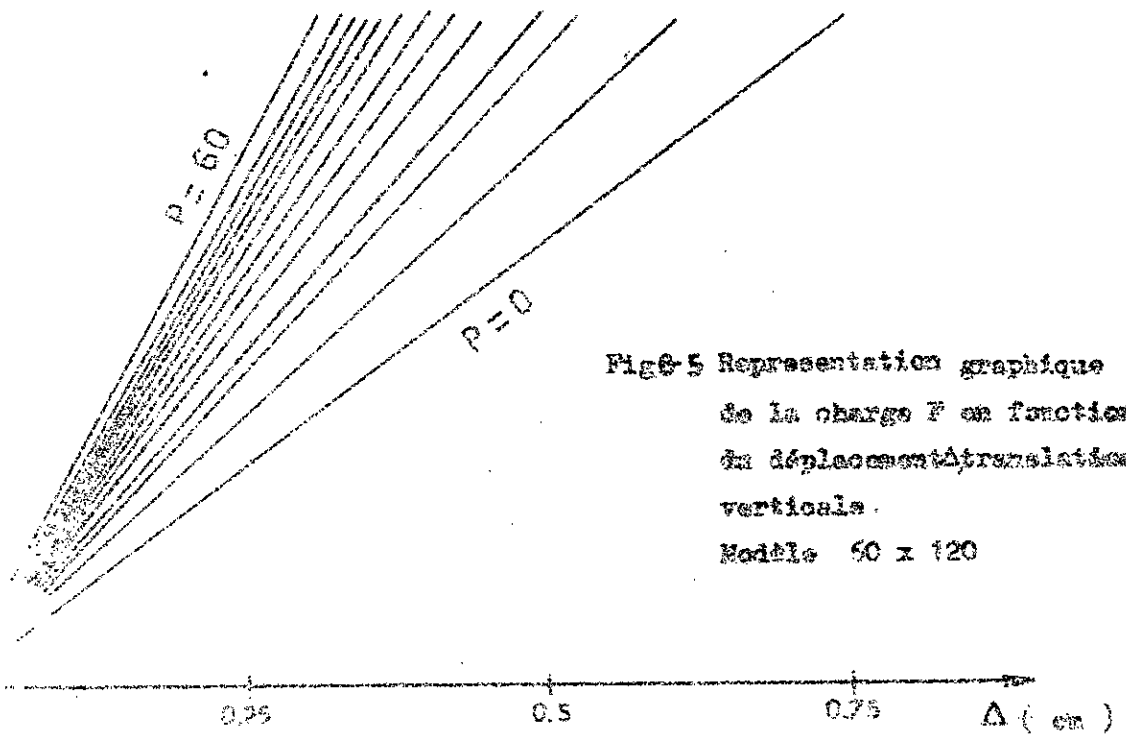


Fig. 5 Representation graphique de la charge F en fonction du déplacement Δ translation verticale. Modèle 50 x 120

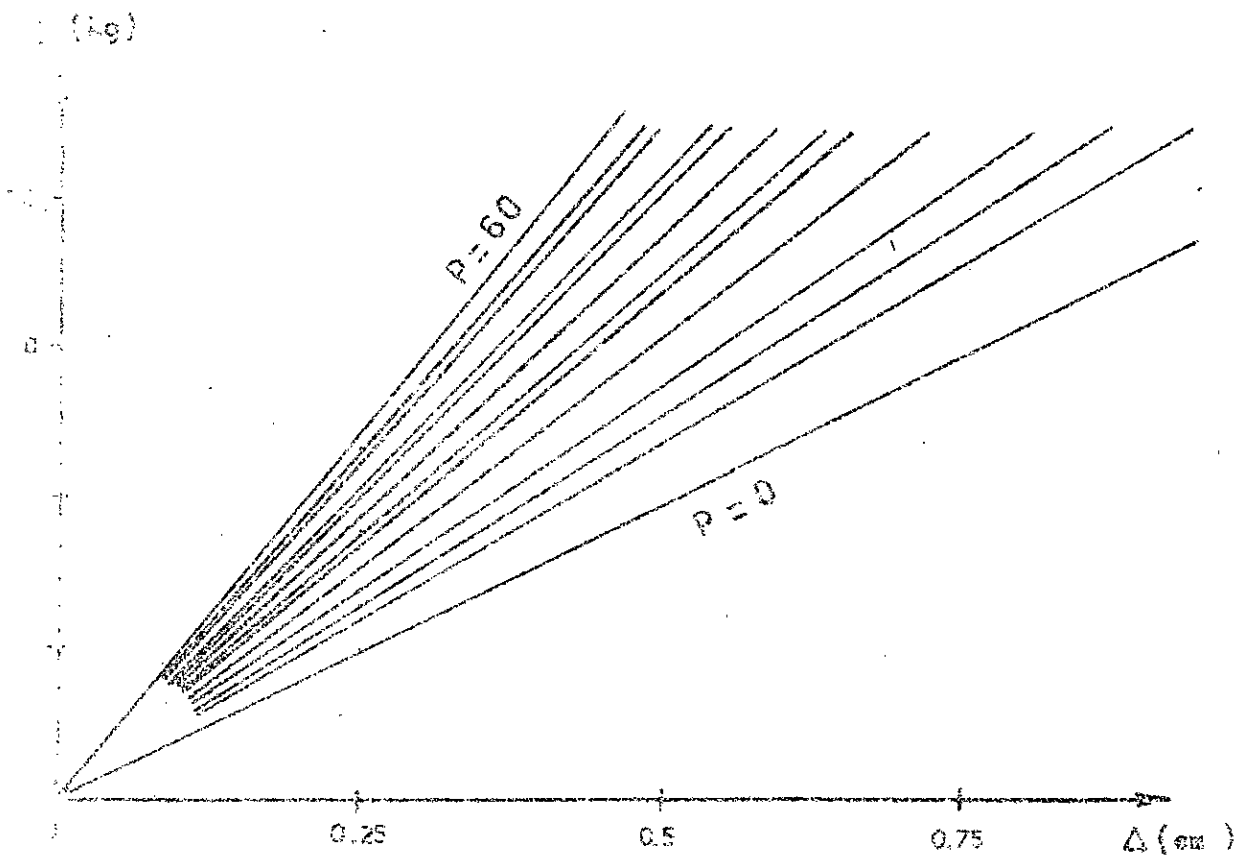


Fig. 18-6 Représentation graphique
de la charge P en fonction du déplacement Δ
translation verticale
Modèle 60 x 60.

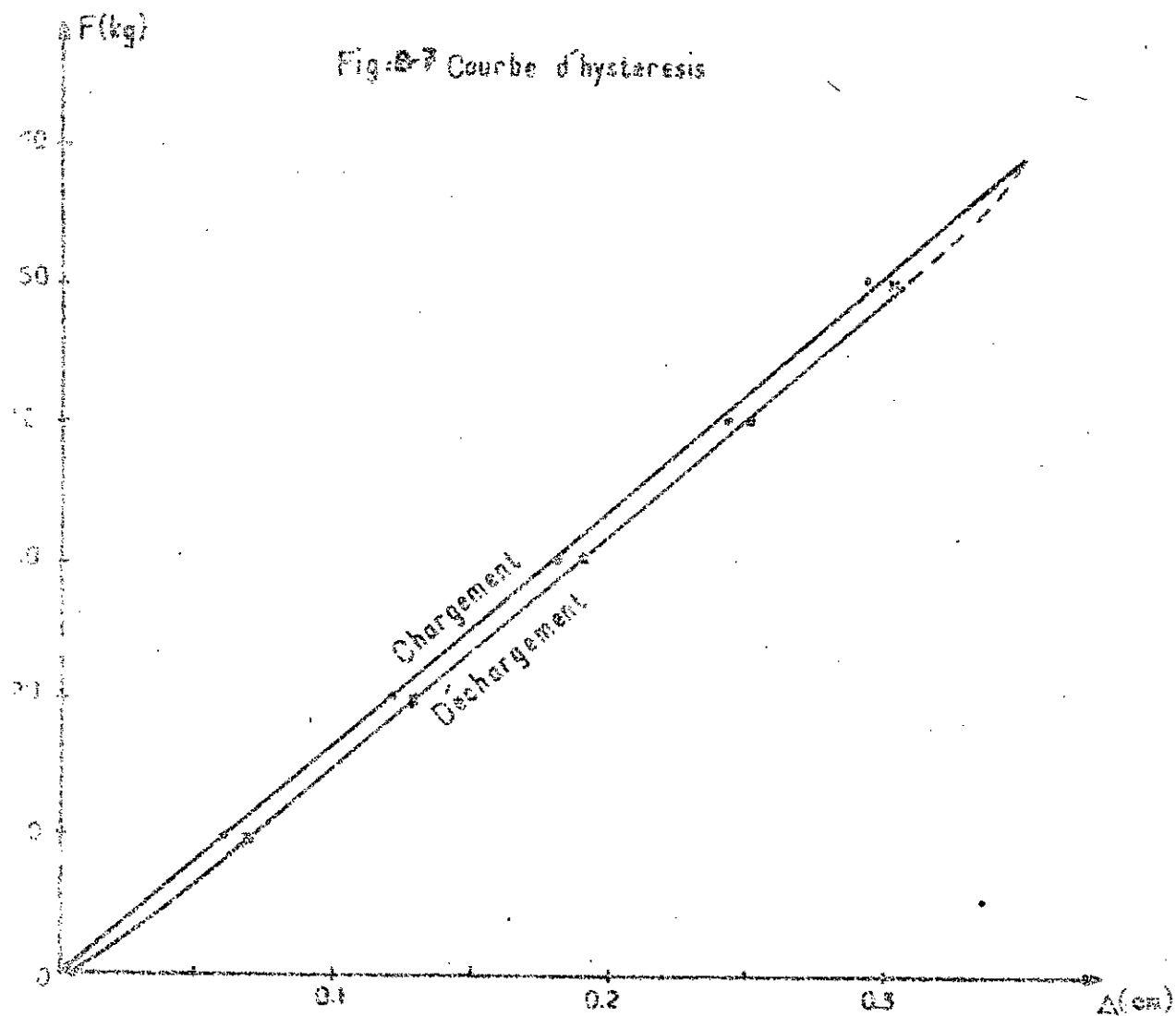


Tableau 0-1 Valeurs du déplacement au cours du chargement et déchargement obtenues pour

- Essai vertical
- Modèle 40x120
- Profondeur $p = 30\text{mm}$

| | | | | | | | |
|-----------------|-------|------|------|------|------|------|------|
| F (kg) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| Δ_1 (cm) | 0 | 0,06 | 0,12 | 0,16 | 0,24 | 0,29 | 0,35 |
| Δ_2 (cm) | 0,005 | 0,07 | 0,13 | 0,19 | 0,25 | 0,30 | 0,35 |

Δ_1 : Déplacement vertical dans le cas du chargement

Δ_2 : Déplacement vertical dans le cas du déchargement

ANNEXE " C "- Abaques

- Figure C - 1 : Coefficients β_x , β_z en fonction du rapport d/c
- Figure C - 2 : Fonction de déplacement selon Lucc et Westman
- Figure C - 3 : Fonction de déplacement selon Veletsos et Jethro
- Tableau C - 1 : Fonction de déplacement selon Hsieh

- Calcul simplifié de la déformation "en tonneau"
d'un échantillon de caoutchouc

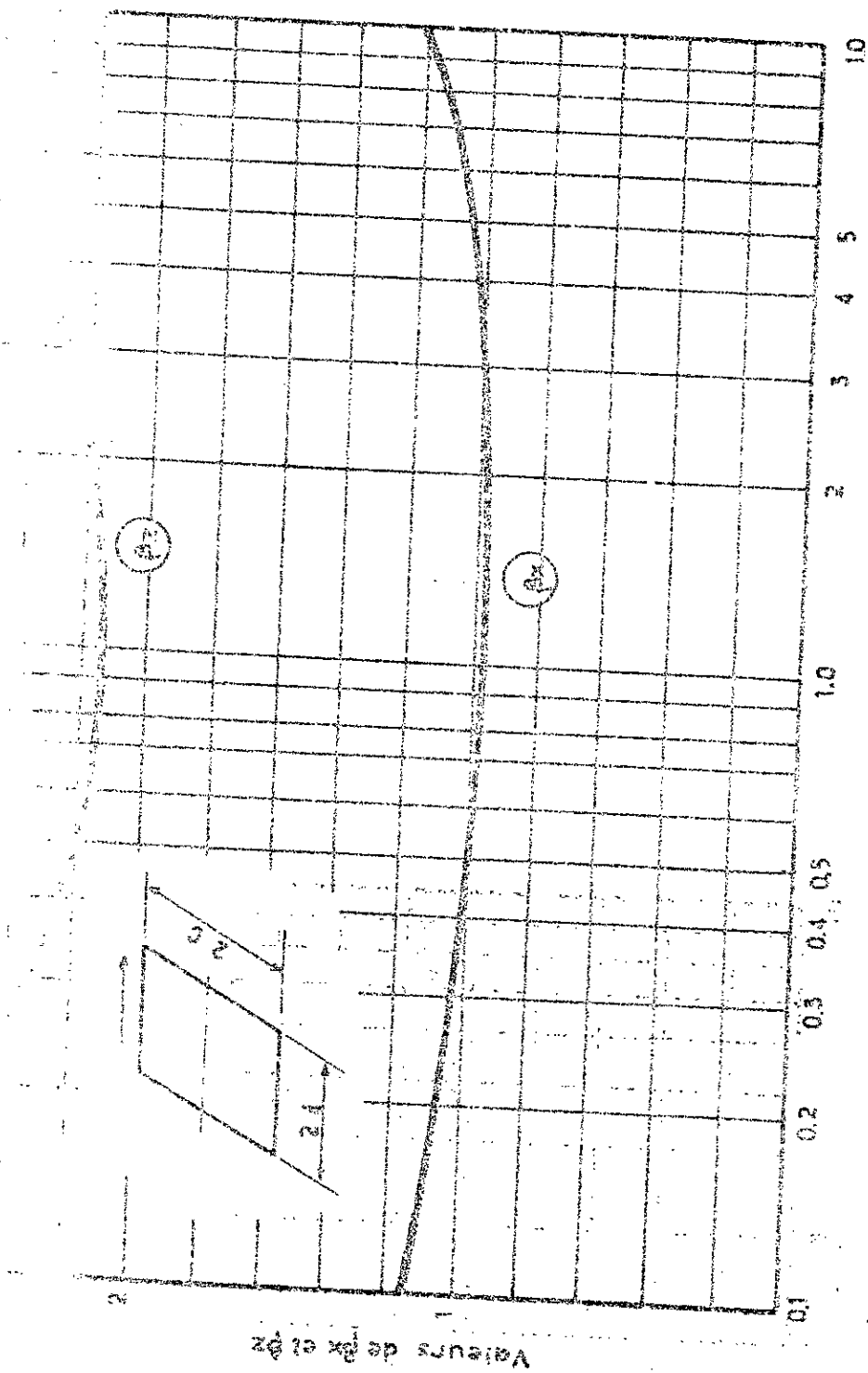


Fig. 1. Spectral density S_{Pz} and Pz in function of $\log p$.
 Parameters: $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.01$, $\gamma = 0.01$, $\delta = 0.01$, $\epsilon = 0.01$, $\zeta = 0.01$, $\eta = 0.01$, $\theta = 0.01$, $\iota = 0.01$, $\kappa = 0.01$, $\lambda = 0.01$, $\mu = 0.01$, $\nu = 0.01$, $\xi = 0.01$, $\omicron = 0.01$, $\pi = 0.01$, $\rho = 0.01$, $\sigma = 0.01$, $\tau = 0.01$, $\upsilon = 0.01$, $\phi = 0.01$, $\chi = 0.01$, $\psi = 0.01$, $\omega = 0.01$, $\delta = 0.01$, $\epsilon = 0.01$, $\zeta = 0.01$, $\eta = 0.01$, $\theta = 0.01$, $\iota = 0.01$, $\kappa = 0.01$, $\lambda = 0.01$, $\mu = 0.01$, $\nu = 0.01$, $\xi = 0.01$, $\omicron = 0.01$, $\pi = 0.01$, $\rho = 0.01$, $\sigma = 0.01$, $\tau = 0.01$, $\upsilon = 0.01$, $\phi = 0.01$, $\chi = 0.01$, $\psi = 0.01$, $\omega = 0.01$.
 (Source: *Journal of Applied Meteorology*, 1967)

Figure 2/6

| ν | \bar{F}_{1h} | \bar{F}_{2h} | a_0 |
|-------------------|--|--|--------------------------|
| 0
0,25
0,50 | 4,51 - 0,15a ₀ ²
4,80 - 0,20a ₀ ²
5,30 - 0,10a ₀ ² | 2,50 + 0,07a ₀ ²
2,50 + 0,30a ₀ ²
3,00 + 0,25a ₀ ² | 0 ≤ a ₀ ≤ 2,0 |
| 0 ≤ 0,50 | 2,50 - 0,40a ₀ ² | 0,4a ₀ | 0 ≤ a ₀ ≤ 2,0 |
| 0 | 5,10 - 0,30a ₀ ² | 0,5a ₀ | 0 ≤ a ₀ ≤ 1,5 |

Tableau C - 1 Fonctions de raideur d'après Hsieh

Fig C - 2
Fonctions de déplacement
d'une fondation circulaire
rigide d'après Luco et
Westman.

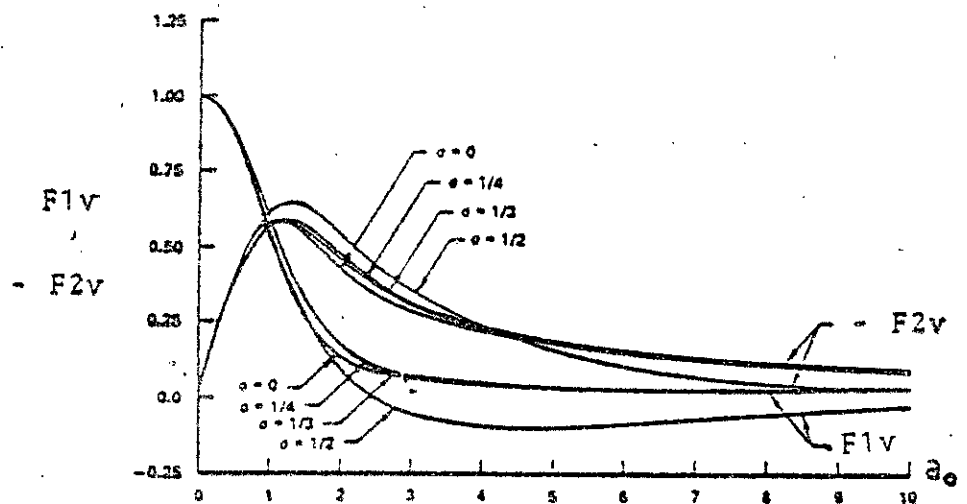
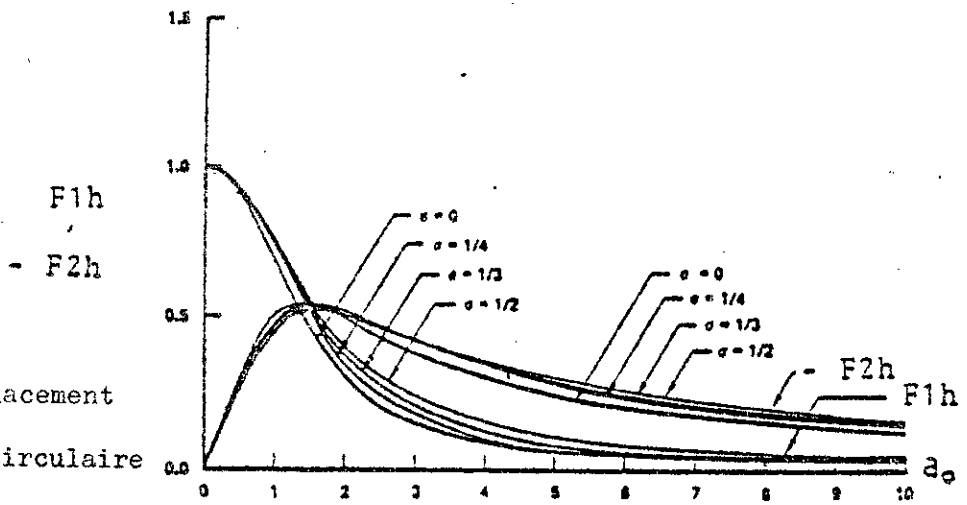
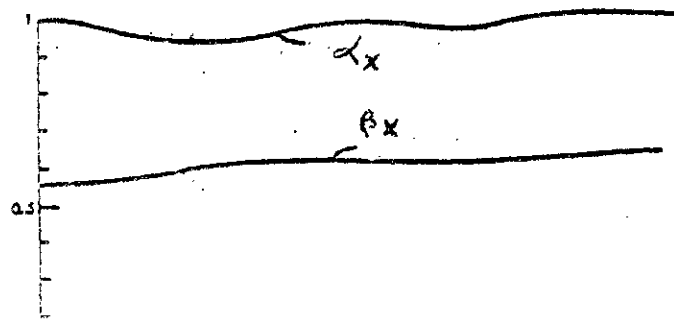
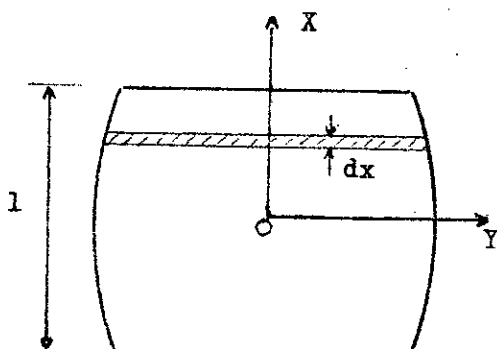


Fig C - 3 Fonctions
de raideur et d'amor-
tissement selon



CALCUL SIMPLIFIE DE LA DEFORMATION " EN TONNEAU "

D'UN ECHANTILLON DE CAOUTCHOUC



En supposant un bombement parabolique, on a pour chaque tranche horizontale une contrainte moyenne verticale σ_1 , et une contrainte moyenne transversal σ_2

La déformation longitudinale est donnée par la formule établie selon théorie d'élasticité soit :

$$e_1 = \frac{\sigma_1}{E} + 2\nu \frac{\sigma_2}{E}$$

avec :

ν : coefficient de Poisson

E : module d'élasticité

L'équilibre d'une tranche horizontale de faible épaisseur montre que la contrainte horizontale moyenne σ_2 est due au cisaillement différentiel horizontal de x à $x + dx$, donc proportionnelle à la déviation le long des faces latérales $\frac{dy}{dx}$ en admettant une dilatation uniforme .

En section du milieu $\frac{dy}{dx} = 0$ pour $x = 0$ par suite, la contrainte transversale sur l'axe est nulle $\sigma_2 = 0$;

Comme la déformation latérale est supposée parabolique on admet une équation de la forme $Y = AX^2 + B$ d'où $\frac{dy}{dx} = 2AX$;

$\frac{dy}{dx}$ varie donc linéairement, par suite σ_2 varie également selon une

loi linéaire de 0 à σ_{2max} pour $x = l/2$.

Or sur les faces extrêmes (pour $X = \pm 1/2$), la dilatation latérale est nulle : $e_2 = e_3 = 0$; il vient :

$$e_2 = \frac{-\sigma_2}{E} + \frac{\nu(\sigma_1 + \sigma_2)}{E} = 0$$

Comme dans notre cas $\nu = 0,5$, on aura donc sur les faces extrêmes :

$$\sigma_1 = \sigma_2 \quad (\text{ pour } X = \pm 1/2)$$

Donc $\sigma_{2\max} = \sigma_1$, par suite σ_2 varie linéairement de 0 à σ_1

$$\text{d'où } \sigma_{2\text{moy}} = \frac{\sigma_1}{2}$$

Par conséquent $e_1 = \frac{-\sigma_1}{E} + \frac{2\nu}{E} \sigma_2$ varie également linéairement avec pour valeur moyenne :

$$e_{1\text{moy}} = \frac{-\sigma_1}{E} + \frac{2\nu}{E} \sigma_{2\text{moy}}$$

Soit avec $\sigma_{2\text{moy}} = \frac{\sigma_1}{2}$ et $\nu = 0,5$ il vient : $e_{1\text{moy}} = -\frac{\sigma_1}{2E}$

Le déplacement total du plateau sera donné par :

$$\Delta l = 2 \int_0^{1/2} e_1 dx$$

Comme e_1 varie linéairement , on peut prendre $e_1 = e_{1\text{moy}} = -\frac{\sigma_1}{2E}$

$$\text{d'où } \Delta l = -2 \frac{1}{2} \frac{\sigma_1}{2E} \quad \text{et donc } E = \frac{1}{2} \frac{|\sigma_1|}{\frac{\Delta l}{1}}$$

Le module d'élasticité réel est ainsi sensiblement égal à la moitié du module apparent $\sigma_1 / e_{1\text{moy}}$