

7/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

— o O o —

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES

Thème

**CONCEPTION D'UN CONTROLEUR PID NON LINEAIRE
PAR LA METHODE
D'AUTO-AJUSTAGE D'ASTRÖM-HÄGGLUND
POUR LA COMMANDE D'UN BRAS MANIPULATEUR**

Présenté et soutenu publiquement en vue de l'obtention du diplôme

D'INGENIEUR D'ETAT EN ELECTRONIQUE

Par : Amel BOUROUBA

Membres du Jury :

Président :	M. ZERGUERRAS -	Maître de conférence -	E.N.P
Promoteurs :	M. AÏT-CHEÏKH -	Chargé de cours -	E.N.P
	M. LARBES -	Chargé de cours -	E.N.P
Examineur :	M. BOUSSEKSOU -	Chargé de cours -	E.N.P

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

— o O o —

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES

Thème

**CONCEPTION D'UN CONTROLEUR PID NON LINEAIRE
PAR LA METHODE
D'AUTO-AJUSTAGE D'ASTRÖM-HÄGGLUND
POUR LA COMMANDE D'UN BRAS MANIPULATEUR**

Présenté et soutenu publiquement en vue de l'obtention du diplôme

D'INGENIEUR D'ETAT EN ELECTRONIQUE

Par : Amel BOUROUBA

Membres du Jury :

Président :	M. ZERGUERRAS	-	Maître de conférence	- E.N.P
Promoteurs :	M. AÏT-CHEÏKH	-	Chargé de cours	- E.N.P
	M. LARBES	-	Chargé de cours	- E.N.P
Examineur :	M. BOUSSEKSOU	-	Chargé de cours	- E.N.P

Promotion : Octobre 1997

ERRATUM

Page 105 :

Lire :

[17] Cherid N., 'Conception de contrôleurs PID par la méthode d'ajustage automatique et optimisation appliquées aux systèmes monovariables (SISO) et multivariables (TITO)', Thèse de magister, ENP, octobre 1995.

Dédicace

*A mes parents,
A mes deux frères, Djamel Eddine et Mehdi,
Avec tout mon amour et ma profonde gratitude.*

Amel

REMERCIEMENTS

Je tiens avant tout à exprimer ma reconnaissance envers Monsieur AÏT-CHEÏKH (Chargé de cours au département d'électronique, E.N.P) pour m'avoir d'une part, permis de découvrir le vaste domaine du non linéaire ; d'autre part, pour l'attention, la disponibilité, la gentillesse et le soutien qu'il m'a témoignés tout au long de ce projet.

Je remercie également Monsieur LARBES (Chargé de cours au département d'électronique, E.N.P) qui m'a orienté vers le thème de l'application de ce projet, pour l'intérêt et l'amabilité qu'il m'a prodigués.

Je remercie Monsieur ZERGUERRAS (Maître de conférence au département d'électronique, E.N.P) qui nous fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, ainsi que Monsieur BOUSSEKSOU (Chargé de cours au département d'électronique, E.N.P) pour avoir accepté d'examiner ce travail.

J'adresse également mes remerciements à :

- Monsieur OUIGUINI (Secrétaire général du C.D.T.A) pour m'avoir ouvert les portes du C.D.T.A.
- Monsieur HAMER-EL-AÏN (Chercheur au C.D.T.A) pour sa disponibilité.

Je remercie d'autre part, 'Ami Salah' et 'Krimo' de la bibliothèque de l'E.N.P pour leur serviabilité.

Enfin, je ne saurais oublier de remercier mes amis (es) pour leur soutien et leurs encouragements.

Résumé

Ce travail a pour objectif l'étude et l'investigation de contrôleurs PID non linéaires, par la méthode d'Aström-Hägglund, pour la commande d'un bras manipulateur. Les différentes non-linéarités du bras et leurs effets sur la commande sont analysés dans cet objectif.

Abstract

This work concerns the analysis of nonlinear PID controllers. Emphasis is made on the autotuning method of Aström-Hägglund. This latter is applied to a robot's arm. Its different nonlinearities and their effects are also investigated for this purpose.

ملخص

هدف هذا العمل هو دراسة في مجال المتحكمات PID الأخطية. تعطى أهمية خاصة لأسلوب التسوية الذاتية لـ Aström - Hägglund و تطبق هذه الأخيرة على ذراع آلي بغرض التحكم. كذلك تدرس الأخطيات الكامنة في الذراع وأثارها على تركيب القيادة بنفس الهدف.

Sommaire



<i>Introduction Générale</i>	1
<i>Chapitre I Généralités</i>	4
<i>I.1 Contrôleurs PID</i>	4
I.1.1 Algorithme des contrôleurs PID.....	6
I.1.2 Compensateur proportionnel.....	6
I.1.3 Compensateur Proportionnel Intégral (PI).....	7
I.1.4 Compensateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID).....	8
<i>I.2 Modélisation et dynamique</i>	8
I.2.1 Modélisation temporelle.....	9
I.2.2 Modélisation fréquentielle.....	10
<i>I.3 Méthodes de conception de contrôleurs PID</i>	12
I.3.1 Méthode de réglage adaptatif.....	12
I.3.2 Méthode du gain programmé.....	12
I.3.3 Méthode d'optimisation.....	13
I.3.4 Méthode d'ajustage automatique.....	13
<i>Chapitre II Conception de contrôleurs PID linéaires par la méthode d'ajustage automatique</i>	14
<i>II.1 Principes</i>	14
<i>II.2 Méthodes de conception</i>	15
II.2.1 Méthodes de Ziegler – Nichols.....	15
II.2.1.1 Méthode de Ziegler – Nichols à essai indiciel.....	15
II.2.1.2 Méthode de Ziegler – Nichols à réponse fréquentielle.....	16
II.2.1.3 Méthode de Ziegler – Nichols améliorée.....	16
II.2.2 Méthode d'Aström – Hägglund.....	17
II.2.3 Méthode de placement des pôles.....	19
II.2.4 Méthode d'annulation des pôles du système.....	20
II.2.5 Méthodes des pôles dominants.....	20
<i>II.3 Détermination du point critique (K_c, ω_c)</i>	20
II.3.1 Cycles limites.....	20
II.3.2 Méthode de la Fonction Descriptive (FD).....	23
II.3.3 Méthode de Tsytkin.....	26
II.3.4 Méthode de simulation.....	27
II.3.5 Commentaire.....	27

Chapitre III Conception de contrôleurs PID non linéaires par la méthode d'ajustage automatique d'Aström – Hägglund	28
III.1 Introduction : systèmes non linéaires	28
III.1.1 Non - linéarités usuelles.....	29
III.2 Classification des systèmes non linéaires	29
III.2.1 Non - linéarités continues et discontinues.....	29
III.2.2 Caractéristiques univoques et hystérésis.....	30
III.2.3 Non - linéarités essentielles et accidentelles.....	30
III.2.4 Classification fréquentielle.....	30
III.2.4.1 Systèmes non linéaires de première catégorie.....	30
III.2.4.2 Systèmes non linéaires de seconde catégorie.....	31
III.2.4.3 Systèmes non linéaires de troisième catégorie.....	32
III.2.4.4 Systèmes non linéaires de quatrième catégorie.....	32
III.2.4.5 Catégories des non-linéarités standards.....	32
III.2.4.6 Systèmes non linéaires de première et deuxième classe.....	32
III.3 Conception de contrôleurs non linéaires.....	34
III.3.1 Fonction Descriptive Inverse (FDI).....	35
III.3.2 Conception de contrôleurs PID pour systèmes non linéaires de première et seconde catégorie.....	36
III.3.2.1 Procédure d'auto - ajustage d'Aström-Hägglund pour systèmes non linéaires.....	36
III.3.2.2 Organigramme de la méthode.....	46
 Chapitre IV Application	 48
IV.1 Présentation	48
IV.2 Modélisation linéaire	49
IV.2.1 Dynamique de l'actionneur.....	50
IV.2.1.1 Moteur.....	50
IV.2.1.2 Réducteur.....	51
IV.2.2 Dynamique du bras.....	52
IV.2.3 Synoptique du modèle linéaire.....	52
IV.2.4 Simulation.....	53
IV.3 Modélisation non linéaire	57
IV.3.1 Synoptique du modèle non linéaire.....	57
IV.3.2 Simulation.....	58
IV.3.2.1 Saturation du couple moteur.....	58
IV.3.2.2 Frottements visqueux du moteur.....	63
IV.3.2.3 Flexibilité non linéaire du réducteur.....	73
IV.3.2.4 Frottements visqueux du bras.....	78
IV.3.2.5 Saturation de l'amplificateur de puissance.....	78
IV.3.2.6 Correction non linéaire.....	83
 Conclusion Générale	 93

<i>Annexes</i>	95
<i>A.1 Méthode de Lagrange</i>	95
<i>A.2 Non-linéarités usuelles</i>	97
A.2.1 Saturation (ou limiteur)	97
A.2.2 Zone morte	97
A.2.3 Hystérésis.....	97
A.2.4 Backlash.....	97
A.2.5 Frottements.....	98
A.2.5.1 Frottements visqueux.....	98
A.2.5.2 Frottements statiques	98
A.2.5.3 Frottements de Coulomb.....	99
A.2.6 Plus - ou - moins	99
A.2.7 Ressort non linéaire.....	99
<i>A.3 Diagrammes de Bode des non-linéarités standards</i>	100
<i>Bibliographie</i>	104

Table des Figures



Figure 1 Configuration d'un asservissement PID	6
Figure 2 Réponse indicielle d'un système stable (en boucle ouverte).....	9
Figure 3 Réponse indicielle d'un système en boucle fermée.....	10
Figure 4 Localisation du point critique dans le plan de Nyquist	11
Figure 5 Diagramme-bloc d'un auto-ajusteur.....	14
Figure 6 Détermination du point critique par la méthode fréquentielle de Ziegler-Nichols.....	16
Figure 7 Auto - ajusteur à relais.....	17
Figure 8 Configuration générale d'un système non linéaire pour la détermination de sa FD.....	23
Figure 9 Interception du lieu critique dans le plan de Nyquist.....	25
Figure 10 Diagramme de Bode d'un système non linéaire de première catégorie.....	31
Figure 11 Diagramme de Bode d'un système non linéaire de seconde catégorie.....	31
Figure 12 Configuration d'un système non linéaire de première classe.....	33
Figure 13 Configuration d'un système non linéaire de seconde classe.....	33
Figure 14 Procédure d'auto-ajustage pour systèmes non linéaires.....	37
Figure 15 Evolution du diagramme de Nyquist d'un système de première catégorie pour différentes amplitudes d'entrée.....	39
Figure 16 Configuration d'un PID pour systèmes non linéaires de première catégorie.....	39
Figure 17 Evolution du diagramme de Nyquist d'un système de deuxième catégorie pour différentes amplitudes d'entrée.....	42
Figure 18 Configuration d'un PID pour systèmes non linéaires de deuxième catégorie.....	44
Figure 19 Configuration modifiée du PID de deuxième catégorie.....	45
Figure 20 Organigramme de la l'algorithme de conception.....	47
Figure 21 Représentation schématique d'un Robot SCARA.....	49
Figure 22 Robot à segment unique.....	50
Figure 23 Moteur continu à commande par induit.....	51
Figure 24 Schéma d'un robot à segment unique et réducteur flexible.....	52
Figure 25 Synoptique SIMULINK du modèle linéaire.....	53
Figure 26 Réponse en position du bras (modèle linéaire).....	54
Figure 27 Ecart de position arbre-bras (modèle linéaire).....	54
Figure 28 Vitesse angulaire du bras (modèle linéaire).....	55
Figure 29 Accélération angulaire du bras (modèle linéaire).....	55
Figure 30 Vitesse angulaire du moteur (modèle linéaire).....	56
Figure 31 Couple du moteur (modèle linéaire).....	56
Figure 32 Diagramme de Bode du modèle linéaire.....	57
Figure 33 Synoptique SIMULINK du modèle non linéaire.....	58
Figure 34 Caractéristique de saturation du couple moteur.....	59
Figure 35 Réponse en position du bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur.....	60
Figure 36 Ecart de position arbre-bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur.....	60
Figure 37 Vitesse angulaire du bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur.....	61
Figure 38 Accélération angulaire du bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur.....	61
Figure 39 Vitesse angulaire du moteur du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur.....	62
Figure 40 Saturation du couple moteur du modèle non linéaire.....	62
Figure 41 Diagramme de Bode du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur.....	63
Figure 42 Caractéristique du coefficient de frottements visqueux du moteur.....	64
Figure 43 Vitesse angulaire du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Diminution de V_{ml}).....	65
Figure 44 Vitesse angulaire du moteur sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Diminution de V_{ml}).....	65
Figure 45 Couple du moteur sous effet des frottements visqueux (Diminution de V_{ml}).....	66
Figure 46 Position du bras sous effet non linéaire des coefficients de frottements visqueux du moteur (Diminution de V_{ml}).....	66
Figure 47 Réponse en position du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_{ml}).....	67
Figure 48 Ecart de position arbre-bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_{ml}).....	67

Figure 49 Vitesse angulaire du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de Vml).....	68
Figure 50 Accélération angulaire du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de Vml).....	68
Figure 51 Vitesse angulaire du moteur sous effet non linéaire de ses frottements visqueux (Augmentation de Vml).....	69
Figure 52 Couple du moteur sous effet non linéaire de ses frottements visqueux (Augmentation de Vml)	69
Figure 53 Diagramme de Bode du modèle non linéaire sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de Vml).....	70
Figure 54 Position du bras sous asservissement linéaire.....	71
Figure 55 Vitesse angulaire du bras sous asservissement linéaire.....	71
Figure 56 Vitesse angulaire du moteur sous asservissement linéaire	72
Figure 57 Couple du moteur sous asservissement linéaire.....	72
Figure 58 Ecart de position pour une variation de 20% de la constante de rigidité du réducteur.....	74
Figure 59 Accélération angulaire du bras pour une variation de 20% de la constante de rigidité du réducteur	74
Figure 60 Ecart de position pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur.....	75
Figure 61 Accélération du bras pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur	75
Figure 62 Vitesse du moteur pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur	76
Figure 63 Couple moteur pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur.....	76
Figure 64 Réponse en position du bras pour une variation de 75% de la constante de rigidité du réducteur.....	77
Figure 65 Réponse en vitesse du bras pour une variation de 75% de la constante de rigidité du réducteur.....	77
Figure 66 Structure générale d'un système de commande numérique	78
Figure 67 Caractéristique de saturation de l'amplificateur de puissance.....	79
Figure 68 Position du bras sous saturation de l'amplificateur de puissance.....	80
Figure 69 Ecart de position sous saturation de l'amplificateur de puissance	80
Figure 70 Vitesse angulaire du bras sous saturation de l'amplificateur de puissance.....	81
Figure 71 Accélération angulaire du bras sous saturation de l'amplificateur de puissance.....	81
Figure 72 Vitesse angulaire du moteur sous saturation de l'amplificateur de puissance	82
Figure 73 Couple du moteur sous saturation de l'amplificateur de puissance.....	82
Figure 74 Diagramme de Bode du modèle non linéaire sous saturation de l'amplificateur de puissance.....	83
Figure 75 Position du bras sous correction linéaire.....	84
Figure 76 Ecart de position arbre-bras sous correction linéaire	84
Figure 77 Vitesse angulaire du bras sous correction linéaire	85
Figure 78 Accélération angulaire du bras sous correction linéaire.....	85
Figure 79 Vitesse angulaire du moteur sous correction linéaire.....	86
Figure 80 Couple du moteur sous correction linéaire	86
Figure 81 Fonction descriptive du gain non linéaire de correction.....	87
Figure 82 Caractéristique du gain non linéaire de correction.....	88
Figure 83 Position du bras sous correction non linéaire	89
Figure 84 Ecart de position arbre-bras sous correction non linéaire.....	89
Figure 85 Vitesse angulaire du bras sous correction non linéaire.....	90
Figure 86 Accélération angulaire du bras sous correction non linéaire	90
Figure 87 Vitesse angulaire du moteur sous correction non linéaire.....	91
Figure 88 Couple du moteur sous correction non linéaire	91
Figure 89 Erreur de position du système sous correction non linéaire	92
Figure 90 Signal de commande du PID non linéaire.....	92
Figure 91 Localisation des zéros d'une sinusoïde.....	95
Figure 92 Non - linéarités standards.....	97
Figure 93 Caractéristiques des frottements.....	98
Figure 94 Diagramme de Bode d'un plus-ou-moins	101
Figure 95 Diagramme de Bode d'une saturation	101
Figure 96 Diagramme de Bode de frottements de Coulomb	102
Figure 97 Diagramme de Bode d'une Zone morte.....	102
Figure 98 Diagramme de Bode d'un relais à hystérésis	103
Figure 99 Diagramme de Bode d'un Backlash.....	103

Table des Tableaux

Tableau 1 Paramètres de PID recommandés par la méthode de Ziegler-Nichols à essai indiciel.....	15
Tableau 2 Paramètres de PID recommandés par la méthode de Ziegler-Nichols à réponse fréquentielle	16
Tableau 3 Catégories des non - linéarités standards	32
Tableau 4 Points d'observation de la dynamique du système.....	52
Tableau 5 Paramètres du système.....	53
Tableau 6 Paramètres du PID linéaire	70
Tableau 7 Résultats de la conception du PID nominal	83
Tableau 8 Base de données.....	87
Tableau 9 Paramètres de simulation des non-linéarités standards.....	100

Liste des Abréviations Principales

a	Amplitude d'entrée d'une non-linéarité
a_0	Amplitude nominale
α	Constante de conception d'un PID
$C(s)$	Fonction de transfert d'un contrôleur PID
$C(a)$	Lieu critique
D	Facteur d'amortissement
$\Delta\theta$	Ecart de position angulaire
$e(t), E(s)$	Erreur du système asservis
e_{ss}	Erreur de régime permanent
ε	Demie largeur de l'hystérésis du relais
f	Fréquence
FD	Fonction descriptive
FDI	Fonction descriptive inverse
ϕ_m	Marge de phase du système corrigé
ϕ_N	Déphasage d'un relais à hystérésis
ϕ_{Gf}	Déphasage d'un filtre
$G(s)$	Fonction de transfert d'un système
$G_f(s)$	Fonction de transfert d'un filtre
g_m	Gain du système corrigé
h	Amplitude d'oscillation du relais
J_{L1}	Inertie du bras
J_m	Inertie du rotor du moteur
K	Constante de raideur
K_h	Constante d' fcm
K_c	Gain critique
K_d	Gain de dérivation
K_i	Constante de couple
K_{in}	Gain d'intégration
K_p	Constante proportionnelle
K_s	Gain statique
L_a	Inductance de l'induit
N	Nombre de division pour l'interpolation linéaire
N_1	Rapport de réduction

Ψ	Angle de déviation par rapport à l'axe réel négatif
$r(t)$	Consigne
R_a	Résistance d'induit
t	Temps
T	Constante de temps
T_c	Période critique
T_d	Constante de dérivation
T_i, T_{in}	Constante d'intégration
T_m	Temps de montée
T_p	Couple de perturbation
T_r	Temps d'établissement
θ, θ_b	Position angulaire du bras
θ_m	Position angulaire de l'arbre moteur
τ	Temps mort (retard)
τ_m	Couple du moteur
$u(t), U(s)$	Sortie du correcteur
V_m, V_{ml}	Coefficients de frottements visqueux du moteur
V_{Ll}	Coefficient de frottements visqueux du bras
ω	Pulsation
ω_c	Pulsation critique
$y(t)$	Sortie d'un système
$\eta(x)$	Caractéristique non linéaire d'un système
Γ	couple

Introduction Générale

La théorie du contrôle a connu un énorme progrès durant les dernières décennies, entraînant l'existence actuelle de plusieurs méthodes d'analyse et de conception. Cependant une très grande proportion de celles-ci est uniquement applicable aux systèmes linéaires.

Le plus souvent ces méthodes peuvent être appliquées aux systèmes non linéaires en faisant appel aux techniques de linéarisation. Ceci étant, la plupart des systèmes électromécaniques contient des effets non linéaires tels que Backlash, frottements et non-linéarités discontinues pour lesquels cette approche s'avère impropre.

Un outil important pour l'examen du comportement non linéaire des systèmes est la simulation, très fortement développée durant les trois dernières décennies. La simulation nécessite cependant un modèle : normalement un ensemble d'équations mathématiques. Ainsi, peu importe que l'outil de simulation soit performant, les résultats peuvent être dépourvus de sens si le modèle utilisé est impropre ou imprécis.

Malgré le développement de théories permettant d'assumer des techniques de conception de contrôleurs pour des systèmes à dynamique incertaine ou n'utilisant pas de modèle mathématique, il est toujours nécessaire en Ingénierie de conception d'essayer d'obtenir autant d'informations que possible, concernant le système. Ceci a pour but d'assurer le choix adéquat de la technique de conception, de comprendre le comportement du système et d'être capable de mener à bien des études de simulation en toute rigueur et clairvoyance.

Les études par simulation sont également très importantes pour l'investigation du comportement de systèmes sous l'influence de paramètres en dehors de leur gamme de fonctionnement, ce qui pour des raisons de sécurité ne pourrait être fait sur le processus réel.

A l'opposé des systèmes linéaires, il n'existe pas de méthodes générales pour la conception de systèmes de contrôle non linéaires, applicables à n'importe quel modèle mathématique de système non linéaire.

Les problèmes suivants : difficulté d'obtenir des modèles mathématiques exacts, erreurs lors d'identification expérimentale et manque de ressources ou de temps pour réaliser des expériences de modélisation, ont rendu les techniques simples de conception de contrôleurs, très attrayantes dans le domaine industriel. Ces dernières doivent donner suffisamment d'informations concernant un système dans l'objectif de permettre la mise au point d'un contrôle satisfaisant, le plus souvent par PID.

Deux développements récents dans l'utilisation de techniques simples sont : l'auto-ajustage et la logique floue [15].

De même et bien que la conception d'instruments de contrôle de mouvement de haute performance pour robots industriels dépende de la précision des modèles du bras du robot et des systèmes de commande, presque la totalité des publications concernant le contrôle en robotique est basée sur des modèles de bras qui restent inadéquats pour une large classe de concepts mécaniques contemporains [20].

La principale limitation des modèles de robots industriels est l'hypothèse que leur comportement dynamique soit adéquatement représenté par des corps rigides interconnectés et commandés par des actionneurs modélisés comme de pures sources de couple. Il convient de noter, qu'il existe très peu de publications présentant des résultats expérimentaux justifiant cette hypothèse [20].

A l'opposé, des travaux ont montré l'importance des interactions dynamiques entre les liaisons multiples de bras manipulateurs et leurs systèmes de commande électromécanique [20, 25, 26]. Ces derniers ont notamment insisté sur :

- L'identification de comportements résonnants, induits par des interactions dynamiques des moteurs de commande et du bras manipulateur, couplés via des réducteurs et liaisons en série,
- La caractérisation de l'importance relative de la flexibilité des systèmes de commande versus les liaison du bras,
- La caractérisation des non-linéarités dans les systèmes de commande, dues aux limiteurs de courant des moteurs, frottements de Coulomb et raidissement de l'élasticité des réducteurs.

Il existe deux sources principales de flexibilité mécanique des bras :

- Courbure et torsion des membres du bras,
- Flexibilité des articulations et liaisons mécaniques connectant les systèmes de commande aux membres du bras, eux-même modélisés comme des corps solides.

Cependant, la source principale de flexibilité et de dissipation d'énergie est le réducteur du système de commande.

Les frictions non linéaires causent quand à elles, des changements substantiels du gain et de la largeur de bande du système, fonctions du changement d'amplitude : l'amortissement visqueux effectif peut ainsi varier d'un facteur de cinq et plus [20].

Dans l'optique de tout ce que nous venons d'évoquer, le présent travail a été réalisé avec trois objectifs principaux :

- a). Analyse de la méthode de conception d'un PID non linéaire par auto-ajustage d'Aström - Hägglund,
- b). Analyse des effets non linéaires potentiels dans un système de commande de bras manipulateur à un degré de liberté,
- c). Conception d'un contrôleur PID par la méthode en étude, quand cela est nécessaire (système instable, sensible à l'amplitude d'entrée) et possible (système statiquement non linéaire de première ou de seconde catégorie).

Nous présentons en chapitre I, les contrôleurs PID, leur algorithme ainsi que les méthodes principales d'évaluation de leurs paramètres.

En chapitre II, les techniques d'ajustage automatique pour la conception de contrôleurs PID linéaires sont introduites ainsi que trois méthodes de détermination du point critique.

En chapitre III, l'extension de la méthode d'Aström - Hägglund aux systèmes non linéaires de première et seconde catégories est présentée après classification des non-linéarités standards.

Enfin, le chapitre IV est celui de l'application de la méthode présentée en chapitre III, après évaluation des effets non linéaires multiples du système de commande d'un bras manipulateur à segment unique.

Notons que l'ensemble des simulations menées dans ce projet ont été réalisées sous MATLAB version 4.2b pour Microsoft Windows, muni du toolbox SIMULINK version 1.3a.

Chapitre I

Généralités

I.1 Contrôleurs PID

La majorité des régulateurs utilisés en industrie sont de type PID : contrôleurs à trois actions :

- Proportionnelle,
- Intégrale,
- Dérivée.

Grâce à leur simplicité et leur robustesse, les régulateurs PID ont survécus à de nombreux bouleversements technologiques de l'ère des pneumatiques à celle des tubes électroniques, des transistors et circuits intégrés pour aboutir à celle que nous connaissons : l'ère des microprocesseurs.

Bien que de nombreux travaux aient attiré l'attention sur d'autres contrôleurs donnant de meilleures performances, les avantages potentiels de la régulation PID restent néanmoins appréciables :

- elle assure un asservissement,
- elle anticipe le futur via l'action dérivée et,
- elle accélère la réponse transitoire du processus régulé grâce à l'action proportionnelle.

La régulation PID s'est avérée être une solution adéquate et suffisante à de nombreux problèmes de contrôle, plus particulièrement quand il s'agit de processus à dynamique bénigne et/ou à modestes exigences de performance. Ainsi, le contrôleur PID est devenu un élément très important du **«toolbox»** de l'ingénieur contrôle.

Associé à des systèmes logiques, machines séquentielles, sélecteurs ou, à des blocs fonctionnels simples, il est utilisé dans l'automatisation d'équipement de production d'énergie, de transport et de manufacture.

De nombreuses procédures conceptuelles, ainsi que de nombreux algorithmes de calcul nécessaires à sa conception ont été proposés. Son algorithme de contrôle s'est ainsi développé durant plusieurs décennies.

Malgré leur grande popularité et leur mise en œuvre facile, les régulateurs PID restent bien souvent mal ajustés. L'action dérivée est ainsi, le plus fréquemment, mise hors-service pour la simple raison que son réglage approprié s'avère être très difficile.

L'ajustage manuel par essais et erreurs, entraînant des ratés considérables, plusieurs approches ont été développées dans le domaine d'ajustage des contrôleurs PID. Les microprocesseurs offrent notamment, d'intéressantes possibilités d'assurer un ajustage automatique des régulateurs ainsi que l'adaptation aux changements lents des conditions opérationnelles [1].

Dans ce qui suit, nous entendons par «**auto-ajustage**» [1,2], l'ajustage automatique des paramètres du régulateur, sur la demande d'un opérateur ou d'un signal externe. L'adaptation signifie quand à elle la mise à jour continue de ces paramètres [1].

La première des méthodes d'ajustage des PI(D) fut proposée par Ziegler-Nichols (1942). Depuis, la conception de régulateurs a connu un développement important axé sur trois grandes lignes, à savoir :

- l'auto-ajustage,
- le gain pré-programmé,
- l'adaptation.

Les techniques utilisées en ajustage automatique et en adaptatif sont similaires. Dans les deux cas on distingue deux types de méthodes : directes et indirectes. Les méthodes directes ajustent les paramètres du contrôleur directement à partir des paramètres du système en boucle fermée. Les méthodes indirectes déterminent quand à elles, les paramètres du contrôleur à partir d'un modèle du système, pré-développé à partir de données **on-line**.

L'ajustage automatique (**autotuning**) est une nouvelle procédure d'ajustage des contrôleurs PID. Pour réaliser cet ajustage, des éléments externes sont reliés à la boucle de contrôle durant la phase d'ajustage ; une fois cette phase achevée, les paramètres du contrôleur sont déterminés à partir de l'estimation du point critique du système [1,2,5].

Connaissant les paramètres du point critique, les paramètres du contrôleur sont calculés par l'une des méthodes de conception existantes, essentiellement les suivantes :

- de Ziegler-Nichols simple ou modifiée,
- d'Astöm – Hägglund,
- des pôles dominants,
- d'optimisation.

C'est l'ensemble de ces techniques que nous allons présenter dans la suite de ce chapitre, après la présentation de certaines notions de base.

1.1.1 Algorithme des contrôleurs PID

L'algorithme de base des contrôleurs PID se présente comme suit :

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.1)$$

où : $u(t)$ est la variable de contrôle et $e(t)$ l'erreur ou variable à contrôler : différence entre une consigne $r(t)$ et la sortie du système $y(t)$.

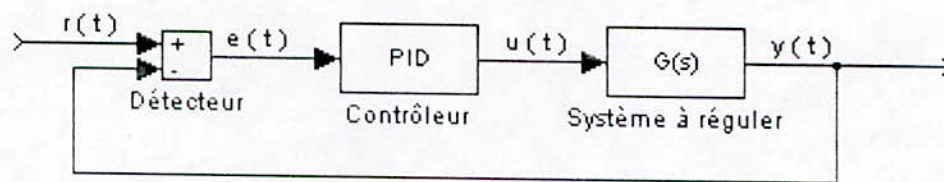


Figure 1 Configuration d'un asservissement PID

La variable de contrôle est ainsi la somme de trois termes :

- un terme P : proportionnel à l'erreur,
- un terme I : proportionnel à l'intégrale de l'erreur,
- un terme D : proportionnel à la dérivée de l'erreur.

Les paramètres du contrôleur sont : K_p : la constante proportionnelle, T_i : la constante d'intégration et T_d : la constante de dérivation.

Seules ou combinées, les actions P, I, D mènent à trois types de compensateurs :

1.1.2 Compensateur proportionnel

Le contrôleur proportionnel est un des compensateurs les plus simples à réaliser et à calculer, il est donné par la fonction suivante :

$$u(t) = K_p(t) = K_p(r(t) - y(t)) = K_p e(t) \quad (1.2)$$

avec : $r(t)$ la référence et $y(t)$ la variable contrôlée à la sortie du système.

La sortie du contrôleur est dans ce cas proportionnelle à la différence entre la référence et le signal de sortie.

Bien que simple et très utilisé, le compensateur proportionnel est insuffisant et présente des inconvénients :

- Il ne permet pas de contrôler l'erreur statique en régime permanent, ce qui engendre des insuffisances quand à la précision du système,
- Alors que le gain déterminant la variation de la sortie du contrôleur par rapport à la variation de l'erreur, augmente la rapidité du système en régime transitoire (temps de montée), il ne peut être augmenté au-delà d'un seuil fixé par la marge de gain du processus, ceci au risque de déstabiliser le système [1].

La fonction de transfert du contrôleur est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p = C^{ste} \quad (1.3)$$

1.1.3 Compensateur Proportionnel Intégral (PI)

L'action dérivée est le plus souvent non utilisée. Il est intéressant de noter qu'un grand nombre de régulateurs industriels possèdent uniquement l'action PI, alors que pour d'autres l'action dérivée, bien que présente, est mise hors service.

Il est indiqué que le contrôle PI est adéquat pour tous les processus dont les dynamiques sont essentiellement de 1^{er} ordre et que l'addition d'un élément intégrateur à l'action proportionnelle améliore la précision en régime permanent [1].

L'équation décrivant le contrôleur PI est donnée par :

$$u(t) = K_p [r(t) - y(t)] + \frac{K_p}{T_i} \int [r(t) - y(t)] dt \quad (1.4)$$

soit :

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e(t) dt \quad (1.5)$$

La fonction de transfert du contrôleur est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (1.6)$$

Notons qu'une réponse satisfaisante en boucle fermée du processus, dépend directement du choix adéquat des deux paramètres : K_p et T_i .

1.1.4 Compensateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) :

Dans ce compensateur une action de dérivation est introduite. Celle-ci permet une amélioration de la réponse transitoire du système car elle impose les valeurs de la fréquence naturelle et du facteur d'amortissement.

La régulation PID est suffisante pour les processus dont les dynamiques sont du second ordre. Les dynamiques d'ordre supérieur limitent le gain de l'action proportionnelle pour un contrôle satisfaisant. Avec une action dérivée, l'amortissement du système est amélioré ; ce qui permet l'utilisation d'un gain d'action proportionnelle, plus élevé et d'accélérer la réponse transitoire.

L'équation décrivant le contrôleur PID est donnée ci-dessous :

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e(t) dt + K_p T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (1.7)$$

La fonction de transfert associée est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (1.8)$$

Remarque : Le contrôle des systèmes à retard dominant, s'avère être difficile. Il est un sujet de débat dont les opinions concernant le mérite d'une régulation PID sont très mitigées. Un avis général tend à assurer l'inefficacité d'une action dérivée sur de tels systèmes. Les processus à retard sont donc des candidats pour une régulation plus sophistiquée.

1.2 Modélisation et dynamique

Afin de déterminer les paramètres du contrôleur, les méthodes d'ajustage nécessitent la connaissance des paramètres dynamiques du système. Ces derniers découlent de deux types de modèles :

- Modèles temporels,
- Modèles fréquentiels.

1.2.1 Modélisation temporelle

Les caractéristiques temporelles typiques sont :

- le gain statique,
- la constante de temps dominante et
- le temps mort dominant.

Leurs détermination est basée sur l'analyse de la réponse transitoire du processus à un échelon unitaire.

La réponse indicielle d'un système stable en boucle ouverte est en général de la forme suivante :

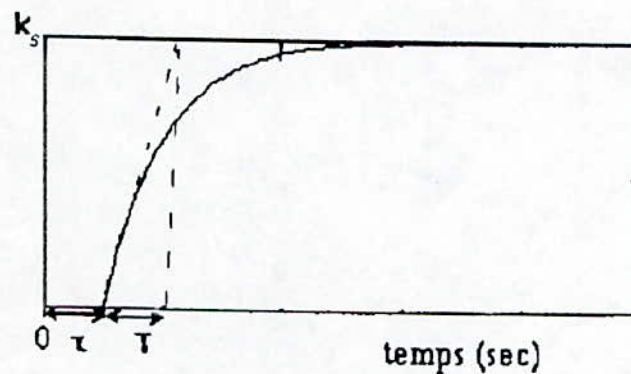


Figure 2 Réponse indicielle d'un système stable (en boucle ouverte)

De cette réponse trois paramètres sont déterminés : le gain K_s , la constante de temps T et le retard τ ; puis une approximation du premier ordre avec retard de la fonction de transfert du système testé est établie conformément à l'équation :

$$G(s) = \frac{K_s \cdot e^{-\tau s}}{Ts + 1} \quad (1.9)$$

Le gain K_s est égal au rapport de la valeur statique du signal de sortie et l'amplitude du signal d'entrée. T et τ sont représentés sur la courbe de la Figure 2.

L'analyse de la réponse du système en boucle fermée est particulièrement intéressante dans le contrôle des systèmes. En général, cette réponse est oscillatoire (Figure 3).

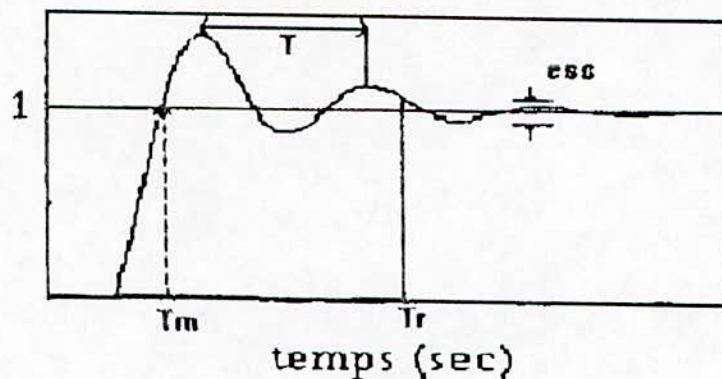


Figure 3 Réponse indicielle d'un système en boucle fermée

Le régime transitoire doit posséder deux qualités fondamentales, qu'il est difficile à concilier. Il doit être bien amorti tout en demeurant assez rapide. Le degré d'amortissement est caractérisé par les dépassements successifs. On s'intéresse principalement au 1^{er} dépassement en considérant qu'il ne doit pas dépasser un certain pourcentage de la valeur définitive.

La rapidité de la réponse est appréciée sur deux grandeurs représentées sur la Figure 3 : le temps de montée T_m , et le temps de réponse T_r .

En général, les performances désirées sont :

- une réponse transitoire assez rapide (faible temps de réponse),
- un bon amortissement,
- un dépassement raisonnable,
- une erreur statique quasiment nulle.

Ces objectifs sont indépendants les uns des autres et il est difficile de les réaliser à la fois. Ainsi on diminuera le temps de réponse au dépend du dépassement et inversement [1,17].

1.2.2 Modélisation fréquentielle

Les caractéristiques fréquentielles typiques sont :

- la marge d'amplitude,
- la marge de phase,
- le gain critique,
- la pulsation critique.

Toutes ces grandeurs se rapportent à de simples propriétés de la courbe de Nyquist représentant la fonction de transfert du système en boucle ouverte.

Toutes ces grandeurs se rapportent à de simples propriétés de la courbe de Nyquist représentant la fonction de transfert du système en boucle ouverte.

La réponse en fréquence d'un système est donnée par le tracé dans le plan complexe de Nyquist ; du module et de la phase du rapport fréquentiel de la sortie du système à une entrée harmonique (sinusoïdale ou cosinusoidale) de pulsation ω .

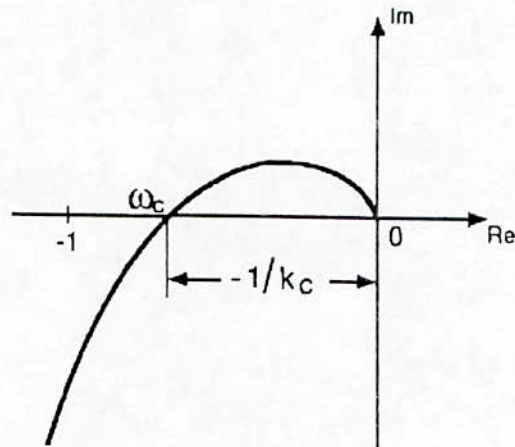


Figure 4 Localisation du point critique dans le plan de Nyquist

Pour un système linéaire, la sortie est de même pulsation que l'entrée, amplifiée et déphasée. Si $G(j\omega)$ représente la réponse en fréquence du système :

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (1.10)$$

où : $A(\omega) = |G(j\omega)|$: est le module de la réponse,

$\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega))$: la phase de la réponse.

Les méthodes d'ajustage des contrôleurs PID se basent sur la détermination du point critique qui correspond à l'intersection de la réponse du système en boucle ouverte $G(j\omega)$ avec la partie négative de l'axe des réels du plan de Nyquist.

Ce point caractérise le système par deux paramètres importants : le gain critique K_c et la pulsation critique ω_c (Figure 4).

Le gain critique correspondant à la fréquence critique est donné par l'équation :

$$K_c = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \quad \text{lorsque} \quad \arg[G(j\omega_c)] = -\pi \quad (1.11)$$

Rappelons que pour quantifier le degré de stabilité d'un système on fait appel à deux notions complémentaires : la marge de phase et la marge de gain.

1.3 Méthodes de conception de contrôleurs PID

1.3.1 Méthode de réglage adaptatif

De manière très générale, la commande adaptative peut être définie comme un ensemble de techniques utilisées pour ajuster automatiquement, durant le fonctionnement d'un procédé, le réglage des régulateurs mis en œuvre dans un système de contrôle – commande.

L'avantage principal du réglage adaptatif est qu'il offre la possibilité de détecter en temps réel des variations anormales des caractéristiques du procédé.

L'algorithme de contrôle adaptatif fût un des algorithmes les plus exploités durant les décennies passées. Il s'en dégage deux approches principales :

- l'auto-ajustable (self tuning « STR »),
- modèle de référence (MRAC),

L'auto – ajustable (STR) consiste en un algorithme d'identification semblable à la méthode des moindres carrés récursive ou à la méthode de placement des pôles qui permettent de calculer les paramètres du PID.

Le MRAC repose sur un système à 4 blocs: le système asservi à réguler, un modèle de référence, un module d'adaptation des gains et un contrôleur.

Lorsque les paramètres du système asservi et les gains du contrôleur ont les valeurs nominales, le comportement de la sortie du système correspond à celui de la sortie désirée, procurée sur le modèle de référence [17] .

1.3.2 Méthode du gain programmé

Le gain programmé est utilisé pour les systèmes où les paramètres du contrôleur changent selon les conditions de l'opération de mesure. La variable de programmation peut par exemple, être un signal de mesure de la sortie du contrôleur ou un signal externe.

Le gain programmé est souvent utilisé si les paramètres comme le temps de dérivation ou le temps d'intégration changent de valeur. Il est une des techniques efficaces du contrôle des systèmes, pour lesquels la dynamique change avec les conditions de fonctionnement.

Le gain programmé n'a cependant pas été beaucoup utilisé car de grands efforts sont exigés pour son implémentation et son utilisation. Cependant, son utilisation devient très aisée lorsqu'il est combiné avec l'auto - ajustage [2].

1.3.3 Méthode d'optimisation

Une autre possibilité d'estimation de la qualité de la régulation peut être recherchée avec l'idée de minimiser l'erreur qui évolue au cours de la régulation.

Si la fonction de transfert du système est connue, les paramètres du contrôleur PID peuvent être déterminés en minimisant un critère qu'on appelle indice de performance. Il existe différents indices de performance :

- l'intégrale de l'erreur quadratique (ISE) est la plus utilisée,
- l'intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE) est aussi utilisée, mais ne peut être calculée dans le domaine fréquentiel,
- l'intégrale de l'erreur absolue pondérée par le temps (ITAE),
- l'intégrale de l'erreur quadratique pondérée par le temps (ITSE).

ainsi, que d'autres variantes.

Le contrôleur PID optimal est trouvé à partir de la minimisation de l'un de ses critères, ce qui permet d'obtenir une réponse satisfaisante du système en boucle fermée.

1.3.4 Méthode d'ajustage automatique

L'ajustage automatique des contrôleurs PID, consiste à ajuster les paramètres de ces derniers de manière automatique. Cette méthode s'est développée en combinant les procédures d'identification de systèmes avec le calcul des paramètres de régulateurs PID, basé sur des méthodes de conception telles que :

- la méthode de Ziegler – Nichols,
- la méthode d'Astöm-Hägglund basée sur la spécification de la marge de gain et de la marge de phase,
- la méthode des pôles dominants,

Nous développerons ces différentes méthodes en chapitre II.

Chapitre II

Conception de contrôleurs PID linéaires par la méthode d'ajustage automatique

II.1 Principes

Un régulateur à ajustage automatique est composé de quatre systèmes :

- un régulateur à paramètres ajustables,
- un générateur de perturbations,
- un estimateur de paramètres,
- un bloc de calcul et programmation du régulateur.

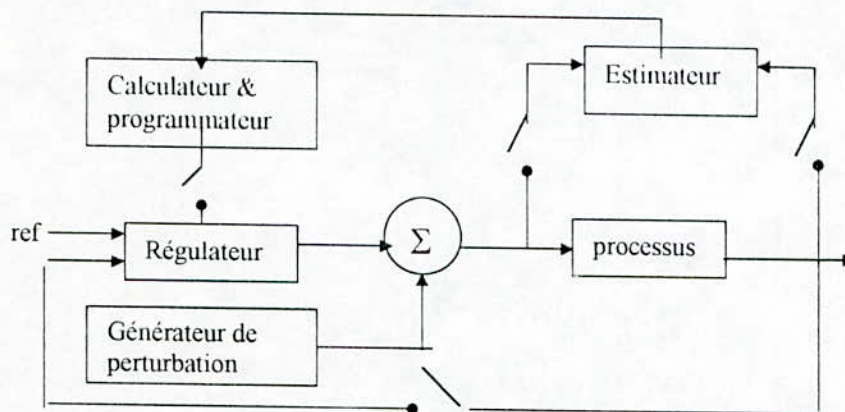


Figure 5 Diagramme-bloc d'un auto-ajusteur

Le générateur de perturbations fournit des signaux de test appropriés permettant l'identification du processus. Le système fonctionne de la manière suivante :

- le processus à réguler est soumis à une perturbation. La dynamique de celui-ci est estimée à sa réponse, puis les paramètres du régulateur sont calculés.
- Le générateur de perturbation, l'estimateur et le calculateur sont alors déconnectés, et le système mis en service, comme un régulateur à gain fixe. [1,2,3]

Ainsi, l'ajustage automatique des contrôleurs PID ne nécessite pas de modèle mathématique du système, comme cela est utilisé en général dans les milieux industriels.

Nous analyserons, dans ce chapitre les méthodes d'ajustage appliquées aux systèmes linéaires, invariables dans le temps et monovariables (LTI – SISO).

II.2 Méthodes de conception

II.2.1 Méthodes de Ziegler – Nichols

Deux méthodes classiques furent présentées par Ziegler et Nichols en 1942 et sont jusqu'à ce jour très utilisées sous leur forme de base ou modifiées.

Notons avant toute chose, que les règles de conception de Ziegler – Nichols furent choisies, suite à d'intensives simulations de différents systèmes. Le critère de conception [1] consistait à donner au processus un amortissement de 0.25 pour un système équivalent d'ordre 2.

II.2.1.1 Méthode de Ziegler – Nichols à essai indiciel

La première méthode présentée par Ziegler – Nichols est basée sur l'enregistrement de la réponse indicielle du système en boucle ouverte. Dans le cas où le système ne présente ni intégration ni pôle complexes dominants, la réponse en boucle ouverte est celle de la Figure 2.

Le tracé de la tangente au point d'inflexion de la réponse permet de mesurer le retard τ , la constante T , et le gain statique K_s .

Ziegler et Nichols ont défini les paramètres du PID comme des fonctions directes de ces trois grandeurs, telles que spécifiées dans le tableau ci-dessous :

Contrôleur	K_p	T_i	T_d
P	$T/K_s\tau$		
PI	$0.9T/K_s\tau$	3.3τ	
PID	$1.2T/K_s\tau$	2τ	0.5τ

Tableau 1 Paramètres de PID recommandés par la méthode de Ziegler-Nichols à essai indiciel

Notons que :

- ces formules sont valables pour des valeurs de $\frac{\tau}{T}$ dans l'intervalle [0.1, 1],
- La réponse à une régulation PI est faiblement amortie, et meilleure avec une régulation PID,
- Le dépassement (*overshoot*) de la réponse au signal de commande est excessif, même pour une régulation PID.

II.2.1.2 Méthode de Ziegler – Nichols à réponse fréquentielle

Lorsque le système présente une intégration ou est instable en boucle ouverte, on réalise un essai de pompage en boucle fermée. Cette méthode est basée sur une très simple caractérisation de la dynamique du processus. Elle nécessite la seule détermination du point critique, (Figure 4).

Ziegler et Nichols proposèrent de déterminer ce point en introduisant un régulateur proportionnel dont le gain est augmenté jusqu'à obtention de l'oscillation critique (K_c, ω_c).

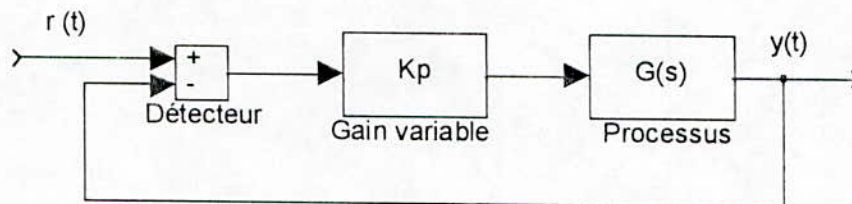


Figure 6 Détermination du point critique par la méthode fréquentielle de Ziegler-Nichols

Cette méthode n'est cependant pas pratique à mettre en œuvre, car elle ne permet pas de contrôler l'amplitude des oscillations, et peut ainsi mener à la destruction du système.

Le tableau suivant indique les paramètres de conception recommandés par Ziegler et Nichols en termes du gain critique (K_c) et de la période critique T_c [1,3].

contrôleur	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_c$		
PI	$0.45K_c$	$0.83T_c$	
PID	$0.6K_c$	$0.5T_c$	$0.125T_c$

Tableau 2 Paramètres de PID recommandés par la méthode de Ziegler-Nichols à réponse fréquentielle

Remarque : Les paramètres et performances des régulateurs obtenus par la méthode fréquentielle sont très proches de ceux obtenus par la méthode à essai indiciel.

II.2.1.3 Méthode de Ziegler – Nichols améliorée

La méthode d'ajustage de Ziegler-Nichols engendrant une réponse oscillatoire avec un grand dépassement, des améliorations apportées par Hang [22], permettent d'obtenir des systèmes plus performants.

Cette méthode utilise le temps mort et le gain, normalisés pour modifier les paramètres trouvés initialement par Ziegler – Nichols. Un facteur de pondération β est introduit dans le terme proportionnel pour réduire le dépassement.

La loi de contrôle modifiée est :

$$u(t) = K_p \left[(\beta r(t) - y(t)) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right] \quad (11.1)$$

β étant donné par différentes lois empiriques dépendants des valeurs du gain critique, statique, et du retard du système. Le dépassement est ainsi réduit de 10% à 20% de sa valeur initiale [22].

11.2.2 Méthode d'Aström – Hägglund

Pour palier aux insuffisances de la méthode de Ziegler – Nichols, Aström et Hägglund proposèrent une nouvelle technique pour la détermination des points critiques. Cette dernière est basée sur l'observation qu'un système présentant un retard d'au moins π radians aux hautes fréquences, oscille avec une périodicité correspondant à sa fréquence critique, sous le contrôle d'un relais.

Pour déterminer ce point, le système est asservi via un relais (mode A), comme présenté ci-dessous :

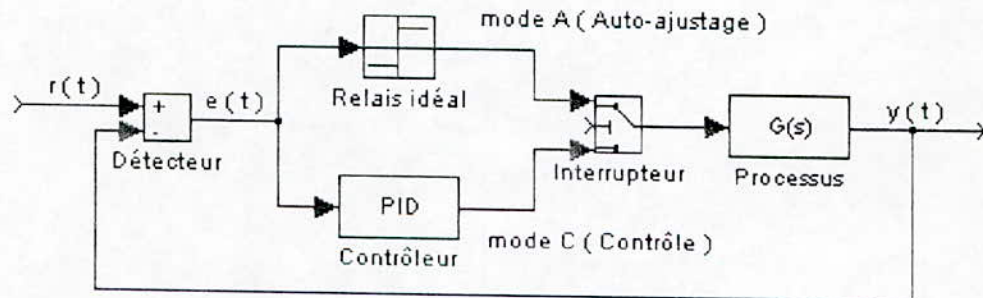


Figure 7 Auto - ajusteur à relais

L'erreur $e(t)$ est alors un signal périodique et les paramètres K_c et ω_c peuvent être déterminés approximativement du premier harmonique de l'oscillation. Une analyse plus précise sera donnée en section 11.3.

Soit $G(s)$ la fonction de transfert du système, l'algorithme de conception d'un PID, proposé par Aström – Hägglund se base sur l'équation :

$$G_0(s) = K_p \left[1 + sT_d + \frac{1}{sT_i} \right] G(s) = g_m e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (11.2)$$

où : $G_0(s) = g_m e^{j(\pi + \phi_m)}$ correspond à la fonction de transfert du système corrigé, avec ϕ_m la marge de phase et g_m le gain souhaités.

$$\text{Au point critique : } G(j\omega_c) = |G(j\omega_c)| e^{j\pi} \quad (II.3)$$

L'équation (II.2) peut alors s'écrire :

$$K_p e^{j \left[\arctg(\omega_c T_d - \frac{1}{\omega_c T_i}) \right]} = \frac{g_m}{|G(j\omega_c)|} e^{j\phi_m} = K_c g_m e^{j\phi_m} \quad (II.4)$$

En égalant les phases de part et d'autre de l'équation, nous obtenons :

$$\omega_c T_d - \frac{1}{\omega_c T_i} = \text{tg}\Phi_m \quad (II.5)$$

Plusieurs couples de valeurs (T_d, T_i) peuvent y satisfaire. La constante d'intégration est cependant choisie telle que :

$$T_d = \frac{T_i}{\alpha} \quad (II.6)$$

où α est un paramètre de conception.

La constante de dérivation est alors donnée par :

$$T_d = \frac{\text{tg}\phi_m + \sqrt{\frac{4}{\alpha} + \text{tg}^2\phi_m}}{2\omega_c} \quad (II.7)$$

L'égalisation des parties réelles de part et d'autre de l'équation (II.2) indique que :

$$K_p = \frac{g_m}{|G(j\omega_c)|} \cos\phi_m \quad (II.8)$$

Ainsi, le système corrigé présente un gain unitaire en ω_c , si le gain du régulateur est choisi tel que :

$$K_p = \frac{\cos \phi_m}{|G(j\omega_c)|} = K_c \cos \phi_m \quad (II.9)$$

C'est l'ensemble de cette procédure [3,4] qui est appelée : « l'auto-ajustage à relais ».

Remarque : La détermination de point critique par la méthode d'Aström-Hägglund présente deux avantages appréciables ; par rapport à celle de Ziegler-Nichols :

- elle permet le contrôle de l'amplitude des oscillations par le contrôle de l'amplitude du relais,
- elle est facile et rapide à mettre en œuvre.

II.2.3 Méthode de placement des pôles

Si le processus est décrit par une fonction de transfert à ordre faible, un modèle complet de placement de pôles peut être performant [2]. Considérons le système décrit par le modèle du second ordre :

$$G(s) = \frac{K_G}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \quad (II.10)$$

Ce modèle possède trois paramètres. En utilisant un contrôleur PID, il est possible de placer arbitrairement les trois pôles du système. Une équation caractéristique en boucle fermée d'un système du troisième ordre est :

$$(s + \alpha\omega)(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2) = 0 \quad (II.11)$$

qui contient deux pôles dominants avec l'amortissement ξ , une pulsation ω et un pôle réel en $-\alpha\omega$.

Des calculs directs montrent que cette équation caractéristique est obtenue avec les paramètres de contrôleur, suivants :

$$K_p = \frac{T_1 T_2 \omega^2 (1 + 2\xi\alpha) - 1}{K_G} \quad (II.12)$$

$$T_i = \frac{T_1 T_2 \omega^2 (1 + 2\xi\alpha) - 1}{T_1 T_2 \alpha \omega^3} \quad (II.13)$$

$$T_d = \frac{T_1 T_2 \omega (\alpha + 2\xi) - T_1 - T_2}{T_1 T_2 (1 + 2\xi\alpha) \omega^2 - 1} \quad (II.14)$$

II.2.4 Méthode d'annulation des pôles du système

Le contrôleur PID a deux zéros. Une méthode populaire est de choisir ces zéros tels qu'ils annulent les deux pôles dominants du système. Cette méthode donne de bon résultats, cependant son application entraîne de faibles réponses dans le cas de présence de perturbations [1,2].

II.2.5 Méthodes des pôles dominants

Le comportement transitoire d'un système dépend de la localisation dans le plan complexe des racines de son équation caractéristique en boucle fermée.

Si on ne peut limiter à deux l'ordre de la fonction désirée, on peut envisager de déplacer les autres pôles loin de l'axe imaginaire [1]. Les pôles dominants recherchés seront placés au voisinage des demi-droites d'amortissement ξ , la pulsation naturelle ω_n devant être choisie la plus grande possible afin d'améliorer la rapidité de la réponse.

II.3 Détermination du point critique (K_c , ω_c)

II.3.1 Cycles limites

Dans les méthodes d'ajustage étudiées, la connaissance du point critique est nécessaire, notamment pour la version fréquentielle de Ziegler – Nichols et la méthode d'Aström – Hägglund.

La technique de détermination du point critique par la méthode de Ziegler – Nichols est basée sur les étapes suivantes :

- a). Un régulateur proportionnel est relié au système tel que l'indique la figure 5 et le gain augmenté jusqu'à l'obtention d'une oscillation. Si K_p est le gain du régulateur et $G(j\omega)$ la fonction de transfert du système, une oscillation stable est obtenue lorsque le lieu de $G(j\omega)$ est déplacé sous l'effet du régulateur au point limite d'instabilité donné par -1 dans le plan de Nyquist. L'équation caractéristique du système est alors :

$$K_p(\omega_c)G(j\omega_c) = -1 \Rightarrow G(j\omega_c) = \frac{-1}{K_p(\omega_c)} \quad (\text{II.15})$$

comme : $G(j\omega_c) = \frac{-1}{K_c} \quad (\text{II.16})$

nous obtenons : $K_p(\omega_c) = K_c \quad (\text{II.17})$

- b). Ainsi, le gain critique du système correspond au gain du régulateur entraînant une oscillation stable, que l'on déterminera par : « cycle limite »
- c). La pulsation critique ω_c est aisément déterminée par la mesure de la période de cette même oscillation.

Ce procédé ainsi qu'indiqué en section précédente (II.2), présente deux inconvénients majeurs :

- il ne permet pas le contrôle de l'amplitude des oscillations et peut mener à la destruction de certains composants du système,
- il est difficile, voir impossible, de prévoir le degré de rapprochement du gain du régulateur de celui entraînant l'instabilité,

La procédure se complique d'ailleurs d'avantage si la constante de temps du système est grande ou s'il y a présence de bruits.

Aström et Hägglund proposèrent une variante de cette technique et l'améliorèrent. Pour déterminer le gain et la fréquence critique, un relais est relié en série avec le système en mode d'ajustage, comme l'indique la Figure 7.

Une fois le bouclage réalisé, il apparaît un phénomène de pompage du servomécanisme. On parlera également de « cycle limite ».

Le système oscille sous le contrôle du relais avec une fréquence correspondant à la fréquence critique. Cette oscillation est régie par l'équation caractéristique de la boucle :

$$1 + N(a)G(j\omega_c) = 0 \quad (\text{II.18})$$

Où : $N(a)$ est la fonction descriptive du relais et a l'amplitude du 1^{er} harmonique de l'erreur.

Lorsque le relais est idéal (sans hystérésis) d'amplitude h , sa fonction descriptive est donnée par l'équation :

$$N(a) = \frac{4h}{\pi a} \quad (II.19)$$

Lorsqu'il y a oscillation :

$$G(j\omega_c) = \frac{-1}{N(a)} = \frac{-\pi a}{4h} \quad (II.20)$$

Etant donné (II.16), nous obtenons :

$$K_c = \frac{4h}{\pi a} \quad (II.21)$$

La période d'oscillation est estimée en mesurant l'intervalle de temps séparant deux zéros successifs (Annexe A.1), son amplitude en mesurant la valeur crête à crête de l'oscillation [1,16,19].

Ces méthodes d'estimation sont faciles à mettre en œuvre car elles sont basées sur le comptage et la comparaison. Notons que l'utilisation d'un relais avec hystérésis permet de réduire le bruit et de déplacer le point critique ailleurs que sur l'axe réel négatif. Ainsi, les paramètres du point critique sont déterminés pratiquement sans avoir recours à la connaissance à priori, de la fonction de transfert du système à réguler.

Le cycle limite avec relais se déduit facilement grâce à différentes méthodes analytiques ou par simulation. Nous décrivons dans ce qui suit trois méthodes pour la détermination du gain critique et de la fréquence critique :

- Méthode de la fonction descriptive,
- Méthode de Tsytkin,
- Méthode de simulation.

II.3.2 Méthode de la Fonction Descriptive (FD)

La technique la plus largement utilisée pour l'étude des systèmes non linéaires est celle de la fonction descriptive, habituellement notée : 'FD'.

Elle consiste à remplacer la non-linéarité supposée indépendante de la fréquence et invariante dans le temps, par un gain dépendant de l'amplitude d'entrée de la non - linéarité. Ce même gain étant évalué sous la supposition que la non - linéarité soit sujette à une entrée sinusoïdale.

La fonction descriptive (également dénotée par : Gain équivalent) notée $N(a)$, est le rapport complexe de la composante fondamentale de la sortie $y(\theta)$ de l'organe non linéaire à son entrée : $x(\theta) = a \cos(\theta)$ où $\theta = \omega t$

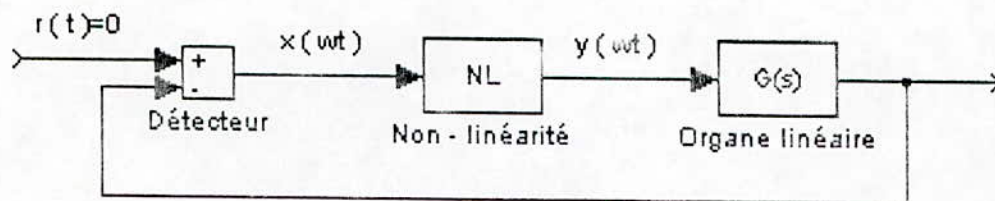


Figure 8 Configuration générale d'un système non linéaire pour la détermination de sa FD

Note : L'étage de puissance de tout servomécanisme réel présentant un comportement de filtre passe - bas, les harmoniques d'ordre supérieur sont négligés [16,17].

La sortie de la non - linéarité peut être décomposée en série de Fourier :

$$y(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta) \quad (II.22)$$

$$\text{avec : } A_n(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (II.23)$$

$$\text{et } B_n(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (II.24)$$

La FD est alors donnée par :

$$N(a) = \frac{A_1(a)}{a} - j \frac{B_1(a)}{a} \quad (II.25)$$

soit :

$$N(a) = p(a) + jq(a) \quad (II.26)$$

où : $p(a)$ est le terme en phase et $q(a)$ le terme en quadrature.

- Pour une non - linéarité à symétrie impaire, dépourvue d'hystérésis :

$$q(a) = 0 \text{ et } N(a) = \frac{4}{\pi a} \int_0^{\pi/2} y(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (II.27)$$

- Pour une non - linéarité présentant un hystérésis à symétrie impaire, la FD est donnée par l'équation (II.25) où :

$$A_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (II.28)$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (II.29)$$

Lorsque l'élément non linéaire fait partie d'un asservissement (Figure 8), avec un système linéaire de fonction de transfert $G(s)$, l'équation caractéristique est donnée par :

$$1 + N(a)G(s) \Big|_{s=j\omega} = 0 \quad (II.30)$$

La condition d'oscillation est alors :

$$G(j\omega) = \frac{-1}{N(a)} = C(a) \quad (II.31)$$

$C(a)$ est un nombre complexe décrivant le « lieu critique » de l'élément non linéaire. Son évolution pour différentes valeurs de a est représentée sur le plan de Nyquist [19].

La fréquence et l'amplitude de l'oscillation sont obtenues par la résolution du système d'équation :

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[1 + N(a)G(j\omega)] = 0 \\ \operatorname{Im}[N(a)G(j\omega)] = 0 \end{cases} \quad (II.32)$$

Ainsi, lorsque le lieu critique de la non-linéarité intercepte le diagramme de Nyquist du système linéaire $G(s)$, il apparaît un cycle limite. Lorsque l'élément non linéaire est un relais idéal oscillant entre $\pm h$, sa fonction descriptive est réelle de valeur donnée par l'équation (II.19).

Le lieu critique $C(a)$ est alors représenté par la partie négative de l'axe réel du plan Nyquist :

$$C(a) = -\frac{\pi a}{4h} \quad (II.33)$$

La figure ci-dessous schématise cette interception pour deux types de relais : l'un idéal (à gauche), l'autre avec hystérésis (à droite).

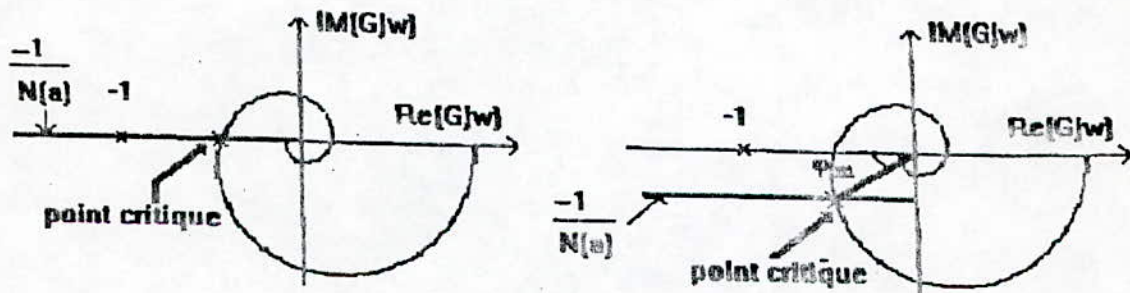


Figure 9 Interception du lieu critique dans le plan de Nyquist

Le point critique étant donné par l'intersection de $G(j\omega)$ avec la partie négative de l'axe des réels (relais idéal), son gain et sa période sont obtenus par le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} K_c = \frac{4h}{\pi a} \\ T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} \end{cases} \quad (II.34)$$

Afin de déterminer d'autres points du diagramme de Nyquist de $G(s)$, on utilise un relais avec hystérésis. Si h est l'amplitude d'oscillation de ce relais et ε la demi largeur de son hystérésis, la fonction descriptive du relais est complexe et d'expression :

$$N(a) = \frac{4h}{\pi a} e^{-j\phi_N} \quad \text{où : } \phi_N = \arcsin\left(\frac{\varepsilon}{a}\right) \quad (II.35)$$

Son lieu critique est alors une demi-droite horizontale d'ordonnée négative : $-\frac{\pi\varepsilon}{4h}$,
en effet :

$$C(a) = \frac{-\pi}{4h} \sqrt{(a^2 - \varepsilon^2) + j\varepsilon} \quad (II.36)$$

Note : La validité de cette méthode repose essentiellement sur la supposition que la fonction de transfert linéaire atténue complètement l'ensemble des harmoniques d'ordre supérieur à un, de la sortie de la non-linéarité. Cependant, si cela venait à ne pas être vérifié, les harmoniques d'ordre supérieur à un affecteraient la fréquence et l'amplitude du cycle limite et les résultats de la FD seraient inadéquats. D'autres méthodes devraient alors être utilisés.

II.3.3 Méthode de Tsytkin

Contrairement à la méthode de la fonction descriptive, dont les résultats restent approximatifs, la méthode Tsytkin [3, 9, 12] tient compte de tous les harmoniques. C'est une méthode exacte, pour la détermination des cycles limites des systèmes à relais.

C'est également l'unique méthode qui permettent à la fois l'exacte détermination des cycles limites et leur stabilité dans les systèmes non linéaires de grands ordres.

Les conditions nécessaires pour l'obtention de solutions périodiques sous le contrôle d'un relais furent exprimé par Tsytkin en termes d'une fonction $\Lambda(s)|_{s=j\omega}$ définie par :

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[\Lambda(j\omega)] = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{Re}[G(j\omega(2k+1))] \\ \operatorname{Im}[\Lambda(j\omega)] = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \operatorname{Im}[G(j\omega(2k+1))] \end{cases} \quad (II.37)$$

où : $G(j\omega)$ est la fonction de transfert caractérisant l'ensemble linéaire du système.

II.3.4 Méthode de simulation

Les paramètres du point critique peuvent également être déterminés par simulation. Pour cela, le système est excité par des conditions initiales en mode d'ajustage. Dès que le système atteint un régime oscillatoire stable, la période du cycle limite est calculée et l'amplitude d'oscillation déterminée.

La procédure à suivre est la suivante :

- a). Une fois que le système atteint l'état oscillatoire, les points zéros successifs sont identifiés par la méthode d'interpolation de Lagrange, et la période déterminée sur le simple calcul de l'intervalle de temps Δt_0 séparant deux zéros successifs.
- b). La procédure ci-dessus est arrêtée si des périodes d'oscillation stables sont atteintes. Ces dernières sont détectées quand la différence entre deux périodes voisines est faible (une tolérance est choisie). Les périodes et valeurs de sortie du système sont enregistrées.
- c). La période d'oscillation est mesurée en calculant la valeur moyenne de plusieurs périodes mesurées. L'amplitude d'oscillation est obtenue en calculant la valeur moyenne des pics enregistrés.
- d). Le gain critique est calculé à partir de l'équation (II.21) avec comme amplitude α , la valeur moyenne de toutes les amplitudes enregistrées

II.3.5 Commentaire

Les méthodes auto - ajustables de Ziegler - Nichols et d'Aström - Hägglund sont basées sur le calcul du point critique.

- La méthode de la fonction descriptive est utilisée lorsque la composante fondamentale du signal de sortie du système à réguler est suffisamment importante pour négliger les harmoniques d'ordre supérieurs, ou lorsque le système est suffisamment passe - bas. Une solution approximative du cycle limite est alors obtenue.
- Lorsque tous les harmoniques doivent être pris en compte, la méthode de Tsytkin est conseillée. Bien que celle-ci donne une solution exacte pour la fréquence de l'oscillation, le calcul du gain critique peut présenter une erreur dépendant de la somme des distorsions de l'oscillation.
- La méthode de simulation est, quand à elle, souvent utilisée vu qu'elle donne de bons résultats et son implémentation facile.

Moyennant certaines modifications, les méthodes de simulation et d'auto-ajustage d'Aström-Hägglund ont été combinées [16], pour permettre la conception de PID non linéaires pour systèmes non linéaires de première et seconde catégorie, c'est là, ce que nous allons présenter en chapitre III.

Chapitre III

Conception de contrôleurs PID non linéaires par la méthode d'ajustage automatique d'Aström – Hägglund

III.1 Introduction : systèmes non linéaires

Bien que les ingénieurs aient réalisé très tôt que le comportement de la majorité des systèmes était non linéaire, la procédure commune d'analyse était de linéariser les équations différentielles régissant le système autour d'un point de fonctionnement et d'utiliser les méthodes linéaires les plus accessibles comme : Bode, Nyquist, le lieu des racines ainsi que, les plus récentes méthodes de la théorie moderne de contrôle comme l'analyse de l'espace d'état.

Toutes, fournissent des approches raisonnables tant que l'étendue des signaux auxquels le système est sujet n'excède pas une certaine limite. Cette approche était due à l'absence de méthodes analytiques, générales pour la résolution d'équations différentielles résultant de modèles mathématiques non linéaires. Faiblesse, qui rendait leur analyse mathématique des plus compliquées.

Cependant, le besoin de trouver d'autres méthodes ne laissant pas de côté la nature non linéaire de certains systèmes, revient essentiellement à ce que travailler dans la zone linéaire des composants du système soit une restriction pas toujours possible en pratique.

A titre d'exemple, un servomoteur n'est pas toujours capable de fournir un couple proportionnel au signal de contrôle. Lorsque le signal croît constamment, le moteur atteint éventuellement la limite de sa puissance de sortie, dû à la saturation magnétique ou à d'autres causes. Les amplificateurs électroniques introduisent souvent des non - linéarités lorsque les signaux qui leurs sont appliqués deviennent de grande amplitude.

Par ailleurs, dans d'autres cas, des caractéristiques non linéaires sont intentionnellement introduites dans l'objectif d'améliorer les performances d'un système.

Les processus non linéaires, à l'opposé de leur contrepartie linéaire, n'obéissent pas au principe de superposition qui établit que si un système produit une sortie $y_1(t)$ lorsqu'il est soumis à une entrée $r_1(t)$, et s'il produit une sortie $y_2(t)$ pour une entrée $r_2(t)$, alors pour une entrée $ar_1(t)+br_2(t)$ il produit une sortie $ay_1(t)+by_2(t)$, où a et b sont des constantes quelconques.

Pour cela, dans le cas d'un système non linéaire, la manière dont celui-ci répond à une entrée particulière ne donne pas nécessairement d'indication claire quand à la

manière dont il répondrait à une autre entrée ou même à la même entrée avec une amplitude différente [21].

III.1.1 Non - linéarités usuelles

Les non - linéarités d'un système asservi peuvent se trouver dans n'importe lequel des organes du système : détecteur, réseau correcteur, amplificateur, servomoteur, système à asservir, etc.

La caractéristique d'amplitude : sortie *versus* entrée, en régime statique d'un organe parfaitement linéaire est rectiligne pour toutes les valeurs de l'amplitude d'entrée, de zéro à l'infini, ce qui exprime la propriété d'homogénéité et traduit l'équation suivante en régime statique,

$$s(t) = ke(t) \quad (\text{III.1})$$

où k est un facteur de proportionnalité.

A l'opposé, les systèmes non linéaires présentent des caractéristiques différentes.

Les non - linéarités inhérentes et inévitables des systèmes, sont au nombre de huit :

1. Saturation,
2. Zone morte,
3. Hystérésis,
4. Plus ou moins,
5. Backlash,
6. Frottements statiques, visqueux et autres frottements non linéaires,
7. Ressort non linéaire,
8. Compressibilité de fluide.

Globalement, la présence de telles non-linéarités au sein d'asservissements affecte leurs performances. Un Backlash peut ainsi, causer une instabilité alors qu'une zone morte entraînerait une erreur de régime permanent.

III.2 Classification des systèmes non linéaires

Il existe plusieurs façons de classer les non-linéarités rencontrées dans les systèmes asservis [19] :

III.2.1 Non - linéarités continues et discontinues

Pour l'application des méthodes mathématiques, il est important de distinguer les non - linéarités continues et discontinues. Ainsi, le tout-ou-rien est essentiellement discontinu alors que la saturation est continue.

III.2.2 Caractéristiques univoques et hystérésis

On peut distinguer les éléments non linéaires présentant une relation univoque entre l'entrée et la sortie, de ceux dans lesquels la sortie est une fonction non uniforme de l'entrée. Ces derniers possèdent des caractéristiques d'amplitude avec boucles, à cause de la présence d'hystérésis.

La plupart des théories mathématiques considèrent des fonctions univoques, l'introduction d'hystérésis apporte ainsi une complication non négligeable.

III.2.3 Non - linéarités essentielles et accidentelles

On peut distinguer les non - linéarités parasites ou accidentelles inhérentes au système, de celles qu'a voulu l'ingénieur qui a fait le projet du système et qu'on pourrait appeler non - linéarités essentielles.

Les premières résultent des limitations des matériels, des imperfections de la réalisation. Leur effet est le plus souvent défavorable du point de vue des performances du système. Exemples : courbures de caractéristiques des amplificateurs, seuils des détecteurs et relais, butées des détecteurs, saturation des amplificateurs, etc.

Les deuxièmes (les non-linéarités essentielles), résultent d'une intention délibérée de l'ingénieur soucieux soit de simplicité de réalisation, soit de certaines performances particulières. L'exemple le plus typique est celui des détecteurs ou des commandes par tout ou rien, dont l'idée est tellement différente de celle des asservissements continus, qu'on oppose généralement les « asservissements par plus-ou-moins » aux « asservissements (en principe) continus ».

III.2.4 Classification fréquentielle

Contrairement à un système linéaire et conformément au non - respect des systèmes non linéaires du principe de superposition, un processus non linéaire présente, pour différentes amplitudes du même signal d'entrée :

- des réponses temporelles normalisées (par rapport à l'entrée) distinctes,
- une famille de lieux de transfert gradués en fréquence (plan de Nyquist), un par amplitude d'entrée,
- Une famille de caractéristiques gain/fréquence et/ou phase/fréquence des courbes de Bode, une par amplitude d'entrée.

L'étude des diagrammes de Bode des systèmes non linéaires investis jusqu'à présent a permis la classification fréquentielle des non - linéarités en quatre catégories distinctes :

III.2.4.1 Systèmes non linéaires de première catégorie

Ils présentent :

- une sensibilité de la caractéristique gain/fréquence à l'amplitude d'entrée, qui se traduit par une famille de courbes parallèles, une par amplitude d'entrée.

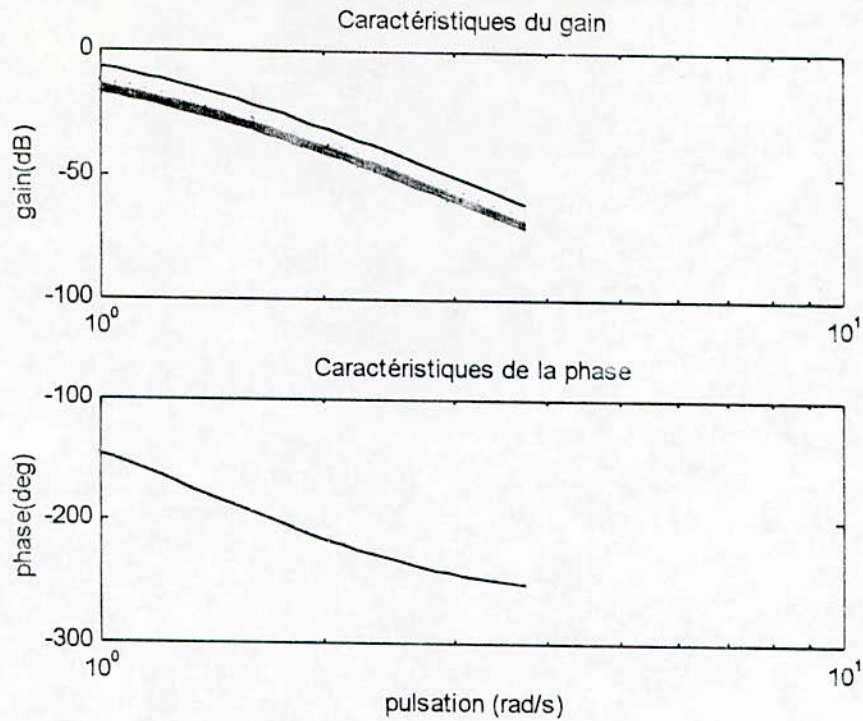


Figure 10 Diagramme de Bode d'un système non linéaire de première catégorie

III.2.4.2 Systèmes non linéaires de seconde catégorie

Ils présentent une sensibilité des deux caractéristiques gain/fréquence et phase/fréquence à l'amplitude d'entrée, qui se traduit par deux familles de courbes parallèles les unes aux autres, une par amplitude d'entrée.

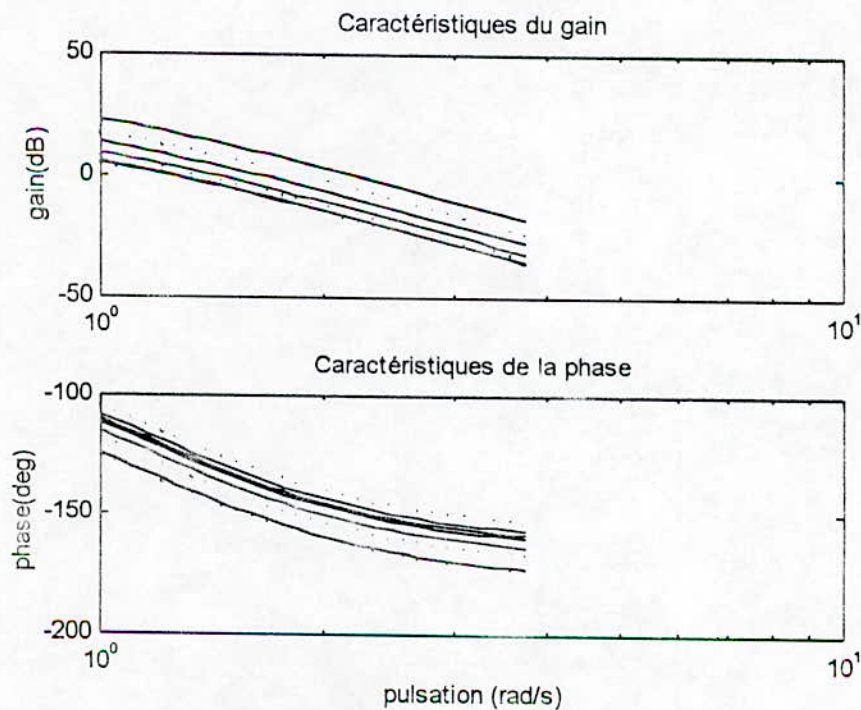


Figure 11 Diagramme de Bode d'un système non linéaire de seconde catégorie

III.2.4.3 Systèmes non linéaires de troisième catégorie

Ils présentent également, une sensibilité des deux caractéristiques gain/fréquence et phase/fréquence à l'amplitude d'entrée, qui se traduit cette fois par :

- une familles de courbes gain/fréquence croisées, une par amplitude d'entrée,
- une famille de courbes phase/fréquence parallèles, une par amplitude d'entrée.

III.2.4.4 Systèmes non linéaires de quatrième catégorie

Inversement à la catégorie précédente, les diagrammes de Bode indiquent l'existence :

- d'une famille de courbes gain/fréquence parallèles, une par amplitude d'entrée,
- d'une famille de courbes phase/fréquence croisées, une par amplitude d'entrée.

III.2.4.5 Catégories des non-linéarités standards

Conformément aux définitions de ces quatre catégories, l'étude de quelques non-linéarités standards nous a permis la classification suivante :

Non linéarité	Catégorie
Plus - ou - moins	1ère
Saturation	2ème
Frottements de Coulomb	2ème
Zone morte	4ème
Relais à hystérésis	4ème
Backlash	4ème

Tableau 3 Catégories des non - linéarités standards

Notons, que ces résultats ont été établis par l'étude des tracés de Bode des non linéarités à elles seules (Annexe : A.3). Ils restent donc fiables, sous réserve que l'adjonction de blocs linéaires à la suite de ces dernières, puisse éventuellement modifier la catégorie établie.

III.2.4.6 Systèmes non linéaires de première et deuxième classe

La linéarisation des systèmes non linéaires excités par différentes amplitudes a_i d'échelon, définit des fonctions de transfert :

$$G(\omega, a_i) = \frac{Num(\omega, a_i)}{Den(\omega, a_i)} \quad (\text{III.2})$$

où : $Num(\omega, a_i)$ est le numérateur de $G(\omega, a_i)$ et $Den(\omega, a_i)$ son dénominateur .

- On appelle **systèmes de la première classe**, des systèmes non linéaires présentant une seule boucle de retour avec la structure suivante :

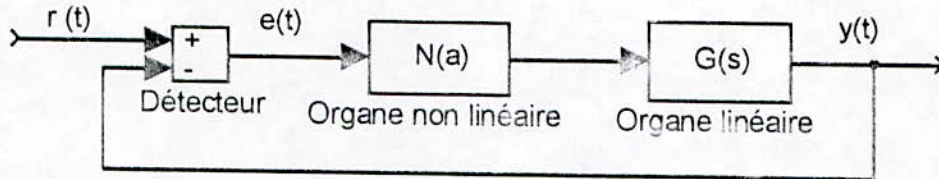


Figure 12 Configuration d'un système non linéaire de première classe

Où l'organe non linéaire peut être composé de plusieurs non linéarités statiques.

Un système non linéaire est de première classe lorsque :

$$Den(\omega, a_i) - Num(\omega, a_i) = Den_L(\omega) \quad (III.3)$$

où : $Den_L(\omega)$ est une fonction de transfert indépendante des entrées a_i , qui représente le dénominateur de l'organe linéaire $G_L(\omega)$ [24].

- On appelle **systèmes de la deuxième classe**, les systèmes présentant deux boucles de retour et une fonction de transfert $G(\omega, a_i)$ telle que :

$$Den(\omega, a_i) - Num(\omega, a_i) = F(\omega, a_i) \quad (III.4)$$

où : $F(\omega, a_i)$ est une fonction de transfert dépendante des fréquences ω et des entrées a_i [24]. Ces systèmes ont la structure suivante :

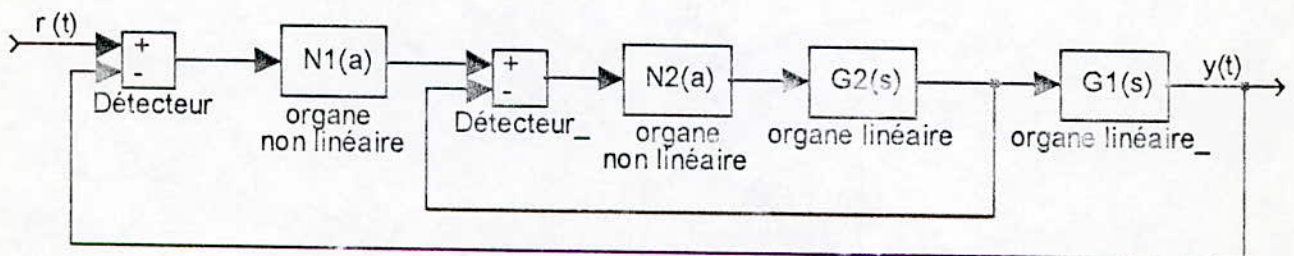


Figure 13 Configuration d'un système non linéaire de seconde classe

III.3 Conception de contrôleurs non linéaires

Pour palier aux insuffisances de la régulation linéaire, des procédures de conception de contrôleurs non linéaires ont été développées pour des systèmes SISO non linéaires, dans l'objectif d'obtenir des réponses en boucle fermée approximativement insensibles aux amplitudes d'entrée du processus, sur une gamme raisonnable d'amplitudes.

La technique de conception est une approche dans le domaine fréquentiel et requiert la connaissance des caractéristiques fréquentielles du système pour une suite d'amplitudes d'entrée.

Ainsi qu'indiqué en section précédente, les systèmes monovariabiles (SISO) investis, ont été classés en quatre catégories conformément à leurs caractéristiques gain et phase versus fréquence.

Dû aux approximations faites dans l'application des procédures de conception proposées, il n'est pas réaliste de s'attendre à ce que leurs mérites relatifs accordés sur la base de résultats obtenus utilisant un système non linéaire particulier, puisse être généralisés.

Une possibilité est d'investir la valeur de la procédure de conception pour différentes catégories de système non linéaires. En analysant les résultats obtenus pour chaque catégorie, les avantages de la procédures peuvent être établis, sous une certaine réserve pour les diverses catégories [8].

Principe : La procédure de base [7,8] est d'évaluer les paramètres du contrôleur requis pour différentes amplitudes d'entrée sinusoïdale du système. Chaque amplitude est alors convertie en une amplitude équivalente d'entrée de chaque paramètre du contrôleur de manière à définir des paires : amplitude - gain, notés : (e_i, k_i) .

Un problème de fonction descriptive inverse est alors résolu pour déterminer la non linéarité possédant la fonction descriptive k_i aux amplitudes e_i .

Si les réponses fréquentielles du système sont disponibles pour différentes amplitudes d'entrée, plusieurs approches de conception peuvent être utilisées pour obtenir les paires (e_i, k_i) , à savoir :

- la méthode du cercle M,
- la méthode de Taylor,
- la méthode à contrainte fréquentielle (CF) : modification du critère d'erreur (CE),
- des approches à auto - ajustage.

Plus loin nous concentrerons notre étude sur l'approche nous intéressant : l'auto-ajustage d'Aström - Hägglund.

III.3.1 Fonction Descriptive Inverse (FDI)

Le problème de la fonction descriptive inverse (FDI) est la détermination d'une non linéarité $\eta(x)$ connaissant sa fonction descriptive (FD) [7,8,16].

Par définition, la fonction descriptive $N(e)$ d'une non linéarité $\eta(x)$ est :

$$N(e) = \frac{4}{\pi e^2} \int_0^e \frac{x \eta(x)}{\sqrt{e^2 - x^2}} dx \quad (III.5)$$

connue comme étant l'équation intégrale de Volterra de première espèce et de solution :

$$\eta(x) = \frac{1}{2x} \frac{d}{dx} \left[\int_0^x \frac{e^3 N(e)}{\sqrt{x^2 - e^2}} de \right] \quad (III.6)$$

L'équation (III.5) transformée en équation d'Abel, présente la solution :

$$\eta(x) = \frac{1}{2} \int_0^x \frac{d[e^2 N(e)]}{\sqrt{x^2 - e^2}} \quad (III.7)$$

Ayant les paires $(e_i, N(e_i))$ qui sont les paires (e_i, k_i) , la non linéarité correspondante peut aisément être obtenue.

En pratique, la non linéarité est évaluée utilisant peu de valeurs de la gamme d'amplitude du système non linéaire. Pour générer une base de donnée conséquente, de nouvelles valeurs sont obtenues par interpolation linéaire des points de la FD.

Les points expérimentaux et interpolés sont alors utilisés pour l'évaluation de la caractéristique de la non linéarité, utilisant une approximation numérique de l'équation (III.7), donnée par :

$$\eta(x) = (A_\theta / 2N) \sum_{j=1}^N C(e_j) \quad (III.8)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} c(e) = 1 / \sqrt{(x^2 - e^2)} \\ A_\theta(e) = e^2 N(e) \end{cases} \quad (III.9)$$

où : A_θ est l'excursion totale de $A_\theta(e)$ entre 0 et θ , pour une approximation numérique de l'intégrale :

$$I_s = \int_{e=0}^{\theta} c(e) d[A_\theta(e)] \quad (\text{III.10})$$

par :

$$I_s \approx \sum_{j=1}^N c(e_j) A_\theta / N \quad (\text{III.11})$$

N est le nombre d'intervalles égaux, en lesquels A_θ est divisé et e_j pour $j = 1, 2, \dots, N$; les valeurs de e au milieu de ces intervalles.

Note : La précision de ces approximations, a été examinée [8] pour des fonctions descriptives, d'une caractéristique cubique et saturation.

Il fut alors établi que ces calculs donnent des résultats satisfaisants pour des FD de type 'doux' (à concavité tournée vers l'axe des entrées), alors que pour des FD discontinues, telles que celle d'une saturation, des résultats plus précis doivent être recherchés par des méthodes d'intégration graphique.

III.3.2 Conception de contrôleurs PID pour systèmes non linéaires de première et seconde catégorie

III.3.2.1 Procédure d'auto - ajustage d'Aström-Hägglund pour systèmes non linéaires

Ainsi que déjà présentée en chapitre II, la méthode d'Aström-Hägglund propose de remplacer le contrôleur proportionnel de Ziegler-Nichols par un relais idéal de sortie $\pm h$ et de mesurer l'amplitude et la pulsation ω_0 du cycle limite résultant.

Assumant l'hypothèse que le cycle limite soit parfaitement sinusoïdal à l'entrée du relais, d'amplitude a , K_c est déterminé par l'équation (II.21) et $\omega_c = \omega_0$.

En pratique, l'entrée du relais n'est pas sinusoïdale, donc ' a ' est mesurée et calculée comme la demi-valeur crête à crête du cycle limite. La meilleure estimation de ' a ' est, conformément à la théorie de la fonction descriptive, l'amplitude fondamentale de l'entrée du relais. Cependant, celle-ci est difficilement mesurable en pratique. La fréquence de l'oscillation f_0 est d'autre part, considérée comme exactement égale à f_c .

Il est relativement aisé de montrer par la méthode de Tsytkin pour systèmes à relais, que pour des processus typiques, ω_0 est inférieure à ω_c .

Il est possible d'obtenir l'exacte fréquence critique, en ajoutant un filtre passe-bande ajusté en ω_0 , à la suite de la non-linéarité, tel qu'indiqué ci-dessous :

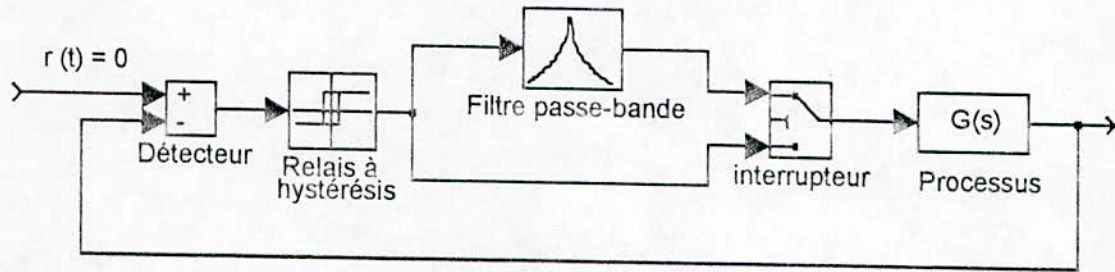


Figure 14 Procédure d'auto-ajustage pour systèmes non linéaires

Considérant le cas d'un filtre de fonction de transfert $G_f(j\omega)$ ajusté en ω_0 et ajouté à la suite du relais avec hystérésis, il existe un cycle limite pour :

$$G_f(j\omega_1)G(j\omega_1) = \frac{-1}{N(a)} \quad (\text{III.12})$$

où : $N(a)$ est la fonction descriptive du relais définie par l'équation (II.35) et ω_1 la nouvelle pulsation d'oscillation.

Si $\varepsilon=0$ alors, typiquement, $\omega_0 < \omega_1 < \omega_c$ et $G_f(j\omega_1)$ présente un faible retard de phase puisque $\arg[G_f(j\omega_0)] \cong 0$. L'entrée du processus est ainsi, essentiellement sinusoïdale et d'amplitude 'a'.

Le point exact du lieu de Nyquist de $G(j\omega)$ à la pulsation ω_1 est connu et défini par l'équation :

$$G(j\omega_1) = \frac{-1}{N(a)G(j\omega_f)} = \frac{1}{|N(a)G_f(j\omega_1)|} e^{j(\phi_N - \phi_{G_f})} \quad (\text{III.13})$$

où : $\phi_N = \sin^{-1}\left(\frac{\varepsilon}{a}\right)$ et ϕ_{G_f} , sont les déphasages à la pulsation ω_1 du relais et du filtre, respectivement.

Comme ω_0 est très souvent proche de quelques centièmes de ω_c , avec les systèmes linéaires, un bon ajustage est obtenu en prenant ω_0 comme pulsation critique.

Cependant, un système non linéaire peut engendrer une différence considérable entre une réponse fréquentielle obtenue correctement avec une entrée sinusoïdale et une autre obtenue avec une onde d'entrée carrée.

Cette différence est bien sûr due à l'interaction entre les harmoniques qui prennent place dans un système non linéaire.

Il est pour cela plus important pour les systèmes non linéaires d'utiliser un filtre après le relais comme il est cité ci-dessus, ceci afin d'exciter le système non linéaire avec une onde sinusoïdale dont l'amplitude déterminera les valeurs de ω_c et K_c [16].

III.3.2.1.1 Systèmes de première catégorie

Les réponses fréquentielles des systèmes non linéaires sont le plus souvent de première ou de seconde catégorie.

Les systèmes de première catégorie (Figure 15) se distinguent par le fait que la fréquence critique ω_c soit essentiellement la même pour toutes les amplitudes d'entrée a_i . Ainsi, le temps d'intégration T_{in} et le temps de dérivation T_d , seront les mêmes pour chaque contrôleur $C_i(s)$, conçu à l'amplitude a_i . Chaque $C_i(s)$ étant de la forme :

$$C_i(s) = K_{p_i} \left(1 + \frac{1}{sT_{in}} + sT_d \right) \quad (III.14)$$

où : K_{p_i} est le gain non linéaire, T_{in} et T_d : les constantes d'intégration et de dérivation, respectivement.

Note : L'indice du temps d'intégration est 'in' pour éviter toute confusion avec l'entier 'i'.

Deux approches peuvent être utilisées pour la conception du gain non linéaire. Elles sont présentées en étapes comme suit :

a) Première approche

1. Les fréquences aux points critiques sont déterminées utilisant un relais avec filtre et désignées par :

$$G(j\omega_{c_i}, a_i) = G(j\omega_c, a_i) \quad (III.15)$$

Puisque pour ce cas : $\omega_{c1} = \omega_{c2} = \dots = \omega_c$,

Le gain critique est donné par :

$$K_{ci} = \frac{1}{|G(j\omega_c, a_i)|} \quad (III.16)$$

2. Un ensemble de compensateurs $C_i(s)$ est conçu de manière à ce que :

$$C_i(j\omega_c)G(j\omega_c, a_i) = g_m e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (III.17)$$

Le système compensé présente un gain g_m et une phase ϕ_m en ω_c . Ceci veut dire, que tous les diagrammes de Nyquist pour différentes amplitudes, sont déplacés au même point $g_m e^{j(\pi + \phi_m)}$ à la même fréquence ω_c .

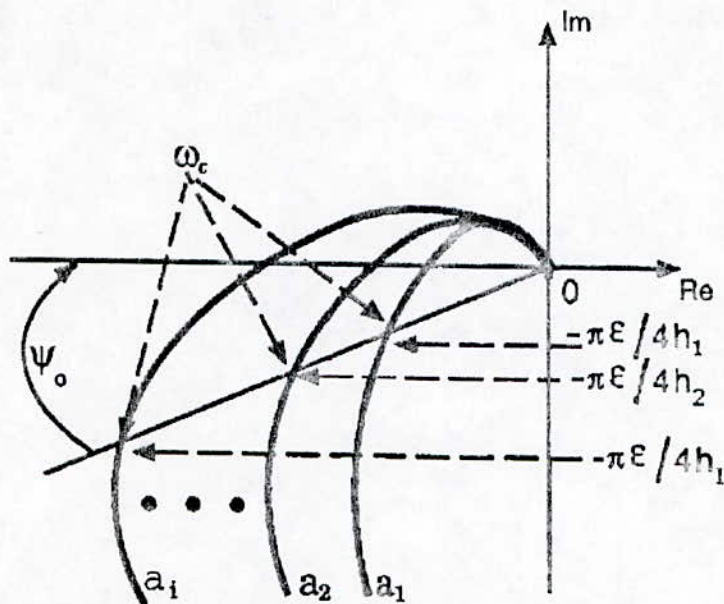


Figure 15 Evolution du diagramme de Nyquist d'un système de première catégorie pour différentes amplitudes d'entrée

3. Le contrôleur est conçu tel qu'indiqué en figure ci-dessous :

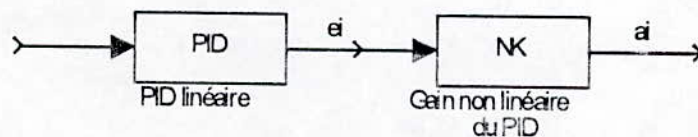


Figure 16 Configuration d'un PID pour systèmes non linéaires de première catégorie

Pour la conception du bloc 'NK' de gain non linéaire, les amplitudes e_i correspondant aux sorties a_i du filtre, sont requises et déterminées par l'équation :

$$e_i = \frac{a_i}{K_{p_i}} \quad (III.18)$$

avec :

$$G(j\omega_c, a_i) = \frac{1}{K_{c_i}} e^{j\pi} \quad (III.19)$$

$$K_{p_i} \left(1 + \frac{1}{sT_{in}} + sT_d\right) \frac{1}{K_{c_i}} e^{j\pi} = g_m e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (III.20)$$

En égalant les parties réelles de part et d'autre de cette équation, nous obtenons :

$$K_{p_i} = g_m K_{c_i} \cos(\phi_m) \quad (III.21)$$

Les valeurs de K_{p_i} définissent la fonction descriptive d'entrée e_i , de la non linéarité du contrôleur. Un problème de fonction descriptive inverse est alors résolu pour l'ensemble : $\{e_i, K_{p_i}\}$.

4. Le contrôleur non linéaire est implémenté comme en Figure 16, où la composante dynamique du contrôleur est $\left(1 + sT_d + \frac{1}{sT_{in}}\right)$ et NK la non-linéarité ; puis la conception est validée par l'évaluation de la réponse indicielle normalisée du système compensé, dans la gamme d'amplitudes considérée.

Note : Les mêmes résultats sont obtenus, utilisant l'algorithme suivant, qui est similaire à celui décrit pour la méthode du cercle M. A la différence du cercle M, cette procédure entraîne des résultats indépendants du choix de a_0 .

b) Deuxième approche

1. Une amplitude nominale a_0 est choisie dans la gamme d'amplitudes, et un contrôleur PID $C_0(s)$, linéaire, conçu tel que :

$$C_0(j\omega_c)G(j\omega_c, a_0) = g_m e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (III.22)$$

2. Un ensemble de gains K_i sont calculés pour chaque a_i , tel que :

$$K_i C_0(j\omega_c) G(j\omega_c, a_i) = C_0(j\omega_c) G(j\omega_c, a_0) \quad (\text{III.23})$$

Ayant :

$$C_i(j\omega_c) = K_i C_0(j\omega_c) = K_i K_{p0} \left(1 + sT_d + \frac{1}{T_{in}}\right) \quad (\text{III.24})$$

$$K_i = g_m K_{c_i} \frac{\cos(\phi_m)}{K_{p0}} = \frac{K_{p_i}}{K_{p0}} \quad (\text{III.25})$$

Cette fois : $e_i = \frac{a_i}{K_i} \quad (\text{III.26})$

L'ensemble $\{e_i, K_i\}$ est alors utilisé pour l'obtention de la non-linéarité avec $C_0(s)$ comme composante dynamique [16].

Remarque : Pour les deux approches, les temps d'intégration et de dérivations sont calculés conformément à l'algorithme de conception d'un PID linéaire, D'Aström-Hägglund (section II.2.2).

III.3.2.1.2 Systèmes de seconde catégorie

Lorsque le gain et la phase sont tous deux sensibles à l'amplitude d'entrée, les fréquences aux points critiques sont différentes pour chaque amplitude (Figure 17).

Le critère de conception de PID $C_i(s)$ est de déplacer les diagrammes de Nyquist du système, pour différentes amplitudes a_i , au même point $g_m e^{j(\pi + \phi_m)}$, pour une même pulsation ω_{c0} . Il est donc requis de localiser ce point sur chaque diagramme. Ceci peut être fait en changeant la largeur de l'hystérésis ε du relais avec un petit pas de manière à définir un intervalle $[\omega_1 \omega_2]$ contenant ω_{c0} . Une interpolation linéaire est alors exécutée entre ces deux points, afin d'estimer l'angle ψ , entre l'axe réel négatif et le point de pulsation ω_{c0} .

Une autre méthode de localisation de ω_{c0} consiste à implémenter un hystérésis adaptatif [16, 31] conformément à l'équation ci-dessous:

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n - (\omega_n - \omega_{c0}) \frac{\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}}{\omega_n - \omega_{n-1}} \quad (\text{III.27})$$

Comme, ω_{c0} se présente à différents angles ψ_i sur chaque tracé de Nyquist du système, les temps d'intégration et de dérivation sont différents pour chaque contrôleur conçu à une amplitude a_i .

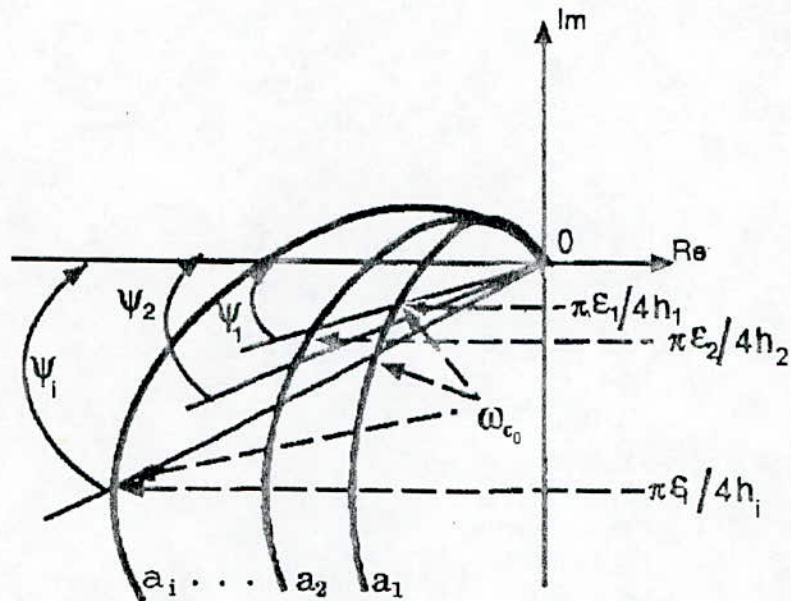


Figure 17 Evolution du diagramme de Nyquist d'un système de deuxième catégorie pour différentes amplitudes d'entrée

Il existe deux approches de conception d'un contrôleur PID non linéaire de deuxième catégorie :

a) Première approche

1. Une amplitude a_0 correspondant à la fréquence critique ω_{c0} , est sélectionnée dans le gamme des amplitudes. Un contrôleur PID $C_0(s)$ est alors conçu tel que :

$$C_0(j\omega_{c0})G(j\omega_{c0}, a_0) = g_m e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (\text{III.28})$$

2. La même pulsation ω_{c0} est obtenue pour d'autres amplitudes, en faisant varier la largeur de l'hystérésis ε . L'angle ψ_i est donc estimé sur un petit intervalle de fréquence comprenant la fréquence de coupure ω_{c0} , comme indiqué précédemment.

2. Pour chaque amplitude a_i et angle ψ_i mesurés, le contrôleur requis est alors :

$$C_i(j\omega_{c_0}) = \frac{g_m}{|G(j\omega_{c_0}, a_i)|} e^{j(\phi_m - \psi_i)} \quad (\text{III.29})$$

avec :

$$G(j\omega_{c_0}, a_i) = |G(j\omega_{c_0}, a_i)| e^{j(\pi + \psi_i)} \quad (\text{III.30})$$

ce qui donne pour chaque amplitude les paramètres du PID, suivants :

$$K_{p_i} = \frac{g_m}{|G(j\omega_{c_0}, a_i)|} \cos(\phi_m - \psi_i) \quad (\text{III.31})$$

$$T_{d_i} = \frac{\text{tg}(\phi_m - \psi_i) + \sqrt{\text{tg}^2(\phi_m - \psi_i) + 4/\alpha}}{2\omega_{c_0}} \quad (\text{III.32})$$

$$T_{in_i} = \alpha T_{d_i} \quad (\text{III.33})$$

Il est requis que $\psi_i < \phi_m$ autrement, ϕ_m doit être augmenté ou une amplitude nominale différente, sélectionnée.

Un contrôleur acceptable sera conçu pour :

$$15^\circ < \phi_m - \psi_i < 35^\circ \quad (\text{III.34})$$

Typiquement, l'amplitude a_0 est sélectionnée en milieu de gamme. Notons que, les résultats varient avec le choix de a_0 .

3. Un ensemble d'amplitudes d'entrée e_i est trouvé pour l'ensemble des contrôleurs, avec :

$$e_i = \frac{a_i}{|C_i(j\omega_{c_0})|} \quad (\text{III.35})$$

puis, un ensemble d'amplitudes :

$$\begin{cases} e_{i1} = e_i \\ e_{i2} = e_i / \omega_{c0} \\ e_{i3} = e_i \omega_{c0} \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

correspondant aux trois branches du PID, comme l'indique la figure ci-dessous :

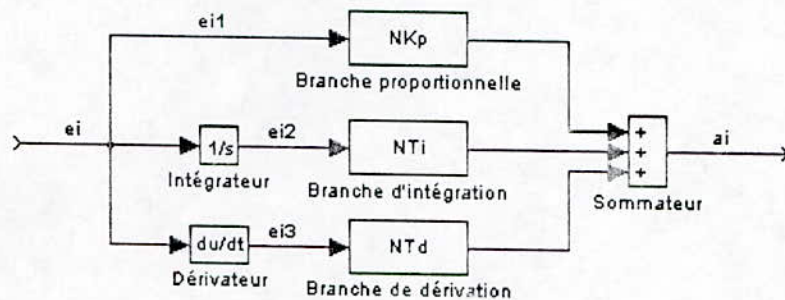


Figure 18 Configuration d'un PID pour systèmes non linéaires de deuxième catégorie

5. Les éléments non linéaires NK_p , NT_i et NT_d sont implémentés en résolvant trois problèmes de fonction descriptive inverse pour les paires : $\{e_{i1}, K_{p_i}\}$, $\{e_{i2}, K_{in_i}\}$ et $\{e_{i3}, K_{d_i}\}$ avec :

$$\begin{cases} K_{in_i} = \frac{K_{p_i}}{T_{in_i}} \\ K_{d_i} = K_{p_i} T_{d_i} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

les gains d'intégration et de dérivation, respectivement.

b) Deuxième approche

Pour certains systèmes non linéaires, particulièrement là où la durée du temps de dérivation est relativement petite, il est souvent suffisant de garder la constante d'intégration fixe. Dans ce cas, l'implémentation de la figure ci-dessous indique la procédure suivante.

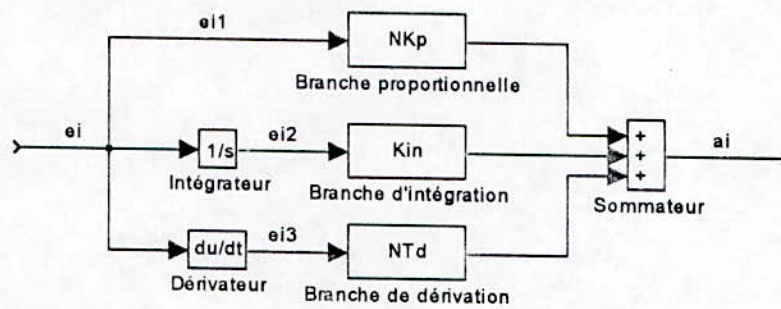


Figure 19 Configuration modifiée du PID de deuxième catégorie

1. La fréquence critique est mesurée pour une amplitude sélectionnée a_0 et le temps d'intégration calculé comme :

$$T_{in0} = \alpha T_{d0} \quad (III.38)$$

Le gain d'intégration est alors fixé à :

$$K_{in} = K_{in0} = \frac{K_{p0}}{T_{in0}} \quad (III.39)$$

pour toutes les amplitudes de la gamme considérée.

2. Un ensemble de gains K_{p_i} et K_{d_i} est déterminé, utilisant l'équation suivante :

$$\left[K_{p_i} + j \left(K_{d_i} \omega_{c_0} - \frac{K_{in_0}}{\omega_{c_0}} \right) \right] G(j\omega_{c_0}, a_i) = g_m e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (III.40)$$

qui définit les paramètres du PID, suivants :

$$K_{p_i} = g_m K_{c_i} \cos(\phi_m - \psi_i) \quad (III.41)$$

$$\text{où : } K_{c_i} = \frac{1}{|G(j\omega_{c_0}, a_i)|} \quad (\text{III.43})$$

3. Un ensemble d'amplitudes e_i est déterminé pour l'ensemble des contrôleurs à partir de l'équation (III.35), puis l'ensemble d'amplitudes :

$$\begin{cases} e_{i1} = e_i \\ e_{i2} = e_i \omega_{c_0} \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

4. Le contrôleur PID non linéaire est implémenté comme en Figure 19, avec une non linéarité statique dans les branches : gain proportionnel et dérivation, uniquement [16].

III.3.2.2 Organigramme de la méthode

La conception d'un contrôleur PID non linéaire par la méthode d'auto - ajustage d'Aström-Hägglund, peut être résumée par l'organigramme global suivant, avec les indications ci-dessous :

- La gamme d'amplitudes a_i , est celle dans laquelle le système est sensé fonctionner,
- Le mode A, est le mode d'auto - ajustage d'Aström-Hägglund défini en Figure 7,
- Le mode C, est le mode correcteur, défini par la même figure,
- Les amplitudes h_i du relais, sont celles qui engendrent un signal de sortie du relais dont la fondamentale a pour amplitude :

$$a_i = \frac{4h_i}{\pi} \quad (\text{III.45})$$

C'est cette procédure que nous appliquerons en chapitre IV.

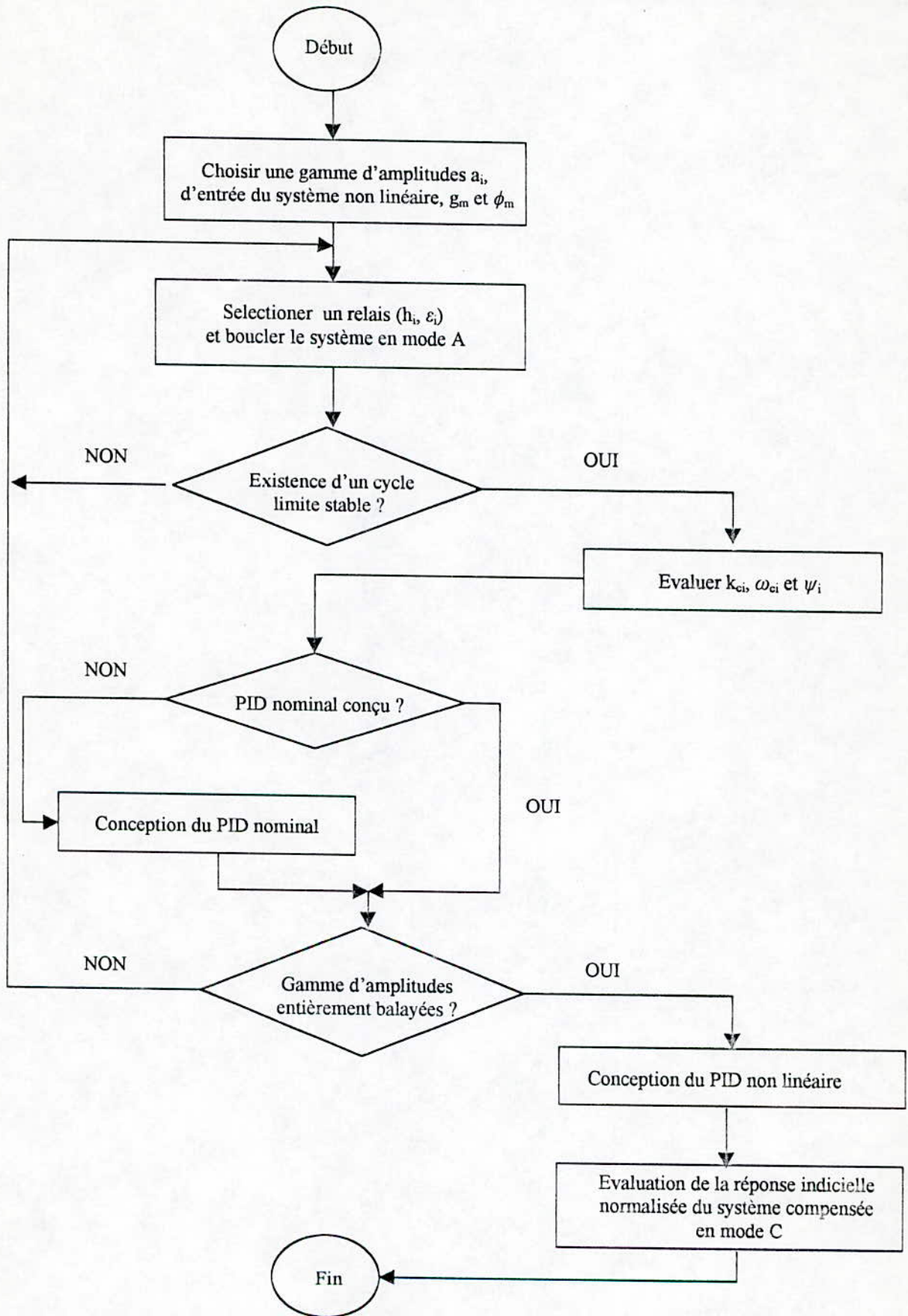


Figure 20 Organigramme de l'algorithme de conception

Chapitre IV

Application

IV.1 Présentation

Le robot étant un générateur de mouvements souvent effectués à grande vitesse, la synthèse de sa commande automatique doit prendre en compte les équations différentielles qui relient ses variables d'état aux commandes.

Dans le cas d'actionneurs de type moteurs électriques à courant continu, les couples moteurs sont proportionnels aux courants dans ces moteurs.

Lorsque les articulations du robot sont entraînées par l'intermédiaire de réducteurs aux rapports de réduction importants, les inerties vues par les moteurs varient assez peu en fonction de la configuration du robot, et les asservissements de position et/ou de vitesse articulaire sont réalisés de manière classique avec des correcteurs numériques de type PID, ou mixtes avec des boucles de vitesse, analogiques utilisant les signaux de génératrices tachymétriques.

Pour les faibles rapports de réduction (et à la limite lorsque les articulations sont à entraînement direct, par les moteurs) et pour les grandes vitesses, les variations de charge des moteurs ainsi que les forces centrifuges et de Coriolis (couplage entre les mouvements articulaires) peuvent ne pas être négligeables, et des améliorations importantes par rapport à la commande axe par axe, peuvent être théoriquement apportées par la prise en compte et la compensation de ces phénomènes [30].

Les non linéarités associées à la géométrie du bras d'un robot ainsi qu'aux interactions des liaisons du bras ont été reconnues comme importantes à la conception de systèmes de contrôle de mouvement [20].

En plus des non linéarités du bras, les caractéristiques non linéaires d'éléments du système de commande, jouent un rôle important dans le contrôle robotique. La structure du modèle non linéaire inclue :

- Les caractéristiques de raidissement du ressort (modélisation flexible) des réducteurs,
- L'amortissement des frottements visqueux et de Coulomb du moteur et des inerties de charge,
- La limitation du courant dans les boucles de contrôle du moteur,

Bien que le plus souvent négligées, les simulations dans le domaine temporel nécessitent d'inclure toutes les non linéarités citées, afin d'obtenir une bonne correspondance avec les grandeurs mesurées lors de mouvements de robots, de petites et de grandes amplitudes.

C'est l'ensemble de ces phénomènes que nous nous sommes proposés d'étudier dans le cadre d'une commande de position par PID non linéaire, d'un bras manipulateur à segment unique, basée sur la méthode de conception présentée en chapitre III.

Notons avant toute chose, que la modélisation et les ordres de grandeur de ses variables, sont basés sur deux travaux essentiels :

- L'un portant sur la justification d'un modèle dynamique théorique d'un robot SCARA (Figure 21), via l'étude expérimentale de sa dynamique par identification 'Black - Box' et optimisation des paramètres [25],
- L'autre, étudiant la modélisation et le contrôle de bras manipulateurs à articulations et réducteurs flexibles [26].

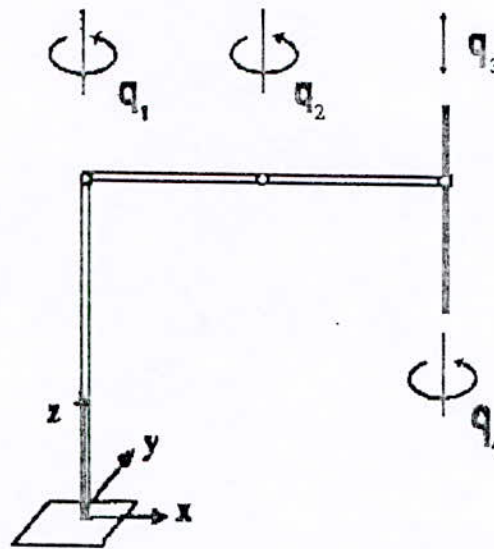


Figure 21 Représentation schématique d'un Robot SCARA

IV.2 Modélisation linéaire

Dans cette étude on considérera l'articulation de la base et le premier segment, vu que la plus grande influence des non linéarités citées, se trouve sur cette articulation [25]. Ainsi, notre étude se ramène à un bras à un seul degré de liberté, invariant dans le temps (Figure 22). Le système ainsi défini, se compose de deux blocs principaux :

- L'actionneur composé d'un moteur à courant continu et d'un réducteur de vitesse,
- Le segment du bras.

La modélisation du système n'étant pas l'objectif de ce travail, nous présenterons uniquement et sans développements les équations principales de cette dernière .

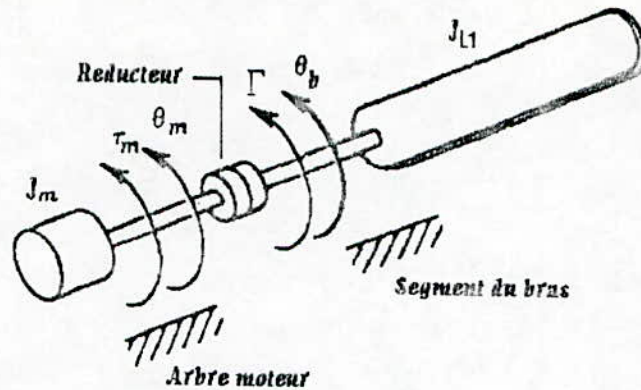


Figure 22 Robot à segment unique

IV.2.1 Dynamique de l'actionneur

L'actionneur consiste en un moteur à courant continu, à commande par induit et un réducteur de vitesse (harmonic-drive) :

IV.2.1.1 Moteur

La fonction de transfert [25,27] entre le déplacement angulaire $\theta_m(t)$ de l'arbre du moteur et sa tension d'entrée $u(t)$ est :

$$\frac{\Theta_m(s)}{U(s)} = \frac{K_i}{L_a J_m s^3 + (R_a J_m + V_m L_a) s^2 + (K_b K_i + R_a V_m) s} \quad (IV.1)$$

comme :

$$K_b (V/rad.s) = K_i (Nm/A)$$

$$\text{nous notons : } K_b = K_i = K_T \quad (IV.2)$$

Note : La signification de tous les paramètres est donnée en liste des abréviations.

Supposé sujet à un couple de perturbation T_p , le moteur est schématisé par le diagramme - bloc ci-dessous.

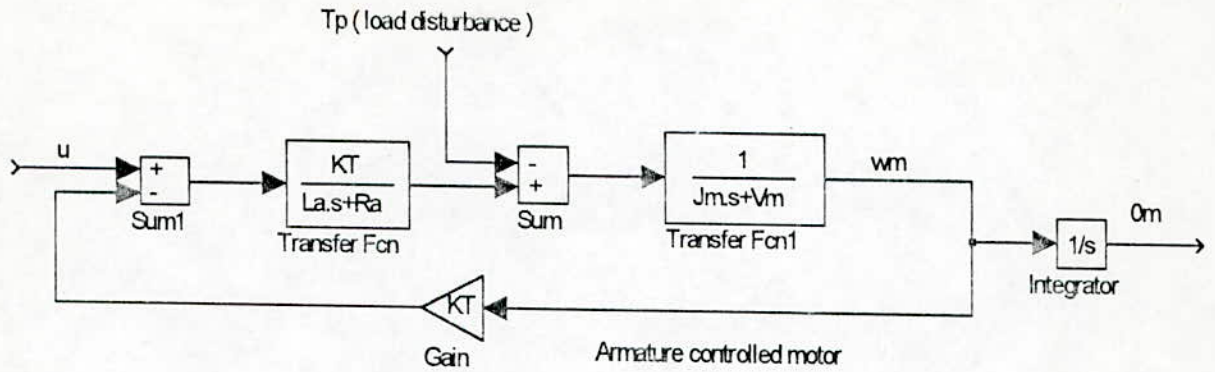


Figure 23 Moteur continu à commande par induit

IV.2.1.2 Réducteur

Comme mentionné précédemment, les réducteurs de vitesse sont connus pour introduire une flexibilité non négligeable.

Il a été démontré [26] que cette flexibilité est correctement modélisée par un ressort à torsion entre l'actionneur et le segment (Figure 24). Les propriétés dynamiques du ressort sont décrites par la constante de raideur K et le facteur d'amortissement D , conformément à l'équation ci - dessous :

$$\Gamma = K\Delta\theta + D \frac{d\Delta\theta}{dt} \quad (IV.3)$$

où : Γ représente le couple transmis au bras et $\Delta\theta$ l'écart de position entre les deux extrémités du ressort, soit :

$$\Delta\theta = \frac{\theta_m}{N_1} - \theta_b \quad (IV.4)$$

avec : N_1 le rapport de réduction et θ_b la position angulaire du bras.

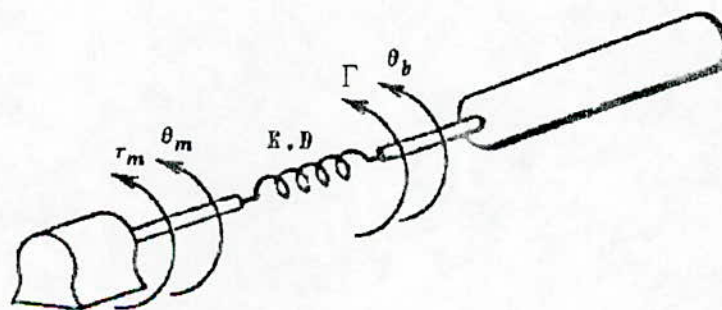


Figure 24 Schéma d'un robot à segment unique et réducteur flexible

IV.2.2 Dynamique du bras

A un degré de liberté, l'expression complète de sa dynamique est :

$$J_{L_1} \frac{d^2\theta}{dt^2} + V_{L_1} \frac{d\theta}{dt} = \Gamma \quad (IV.5)$$

avec : J_{L_1} l'inertie du bras et V_{L_1} son coefficient de frottements visqueux [25,27].

IV.2.3 Synoptique du modèle linéaire

L'ensemble : actionneur plus bras, est modélisé tel que l'indique la Figure 25, avec cinq points d'observation :

Point d'observation	Grandeur observée
Cpl	Couple du moteur
Wm	Vitesse angulaire du moteur
Deltat	Ecart de position $\Delta\theta$
Acc	Accélération du bras
Tetap	Vitesse du bras

Tableau 4 Points d'observation de la dynamique du système

Notons, que la perturbation T_p du moteur est la somme de deux couples :

- L'un dû au frottements visqueux du moteur, de coefficient V_{ml} ,
- L'autre, dû à la présence du réducteur de vitesse.

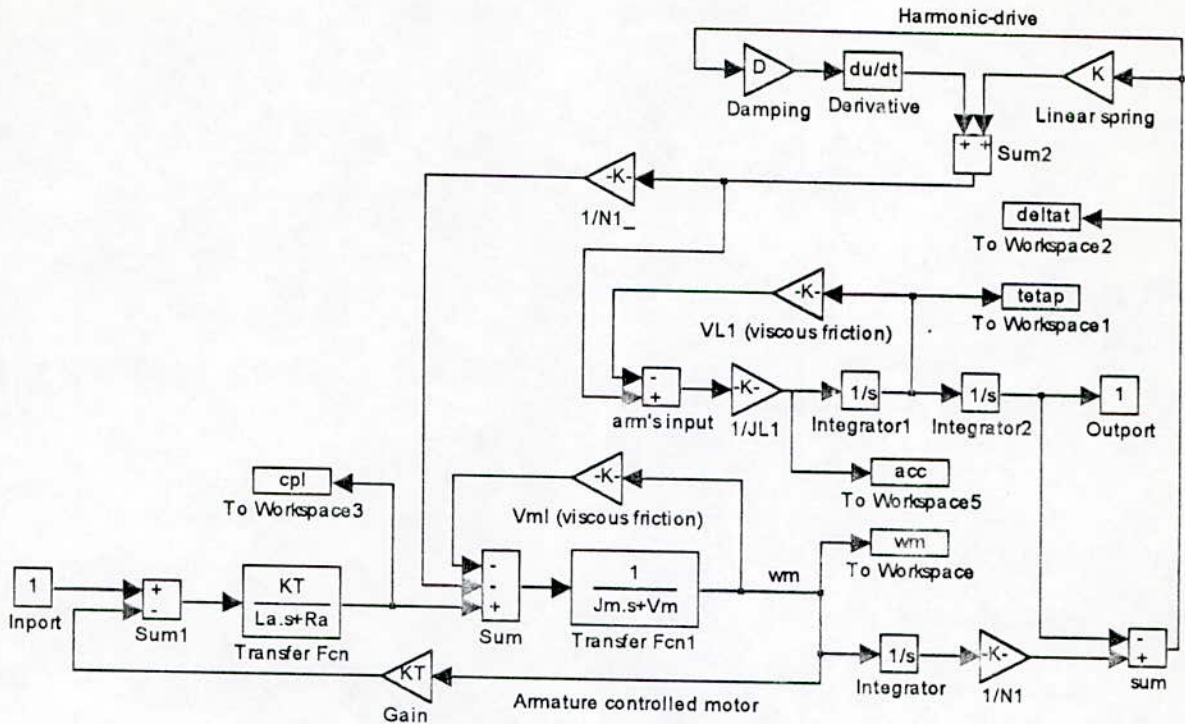


Figure 25 Synoptique SIMULINK du modèle linéaire

IV.2.4 Simulation

Le modèle présenté est soumis en boucle ouverte, à une série d'échelons d'amplitudes appartenant à sa gamme de fonctionnement. Cette série est la suivante : 10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 (V), avec les paramètres de simulation suivants :

Moteur						Réducteur			Bras	
KT (Nm/A)	Ra (Ω)	La (H)	Jm (Kgm ²)	Vm (Nm/ (rad/s))	Vml (Nm/ (rad/s))	N1	K (Nm/rad)	D (Nm/ (rad/s))	JL1 (Kgm ²)	VL1 (Nm/ (rad/s))
0.240	1.45	1 e-3	1.07 e-3	1 e-3	1 e-3	10	8.2 e+4	21	10.8	1 e-3

Tableau 5 Paramètres du système

L'enregistrement des réponses temporelles normalisées (par rapport aux différentes amplitudes de test) aux différents points d'observation indiqués, montre :

1. Une insensibilité du système aux amplitudes d'entrée, ce qui était prévisible vu la linéarité du modèle,
2. Une instabilité de la réponse en position du bras, ce qui indique la nécessité d'un asservissement en position.

Ces réponses ainsi que le diagramme de Bode pour les mêmes valeurs de test sont joints ci-après.

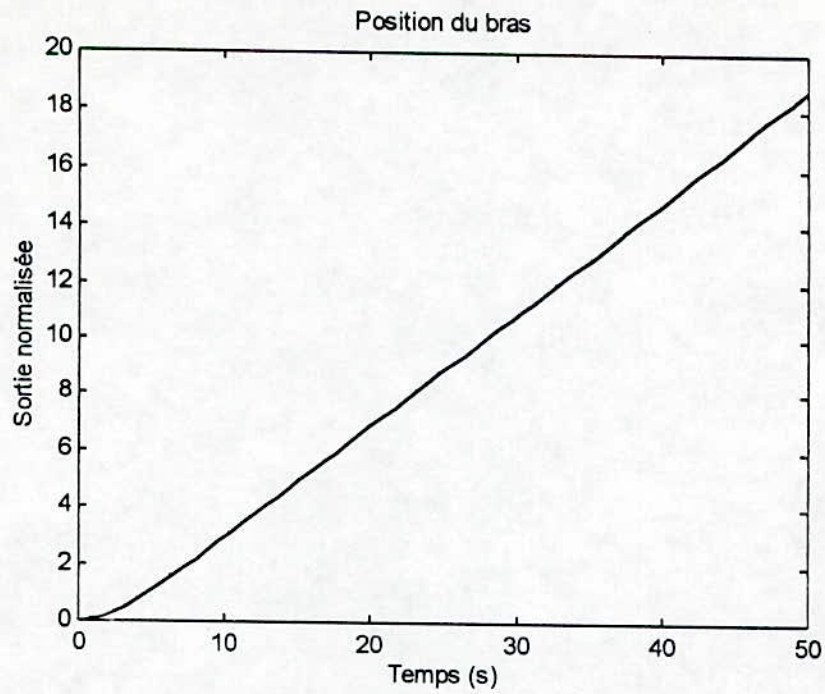


Figure 26 Réponse en position du bras (modèle linéaire)

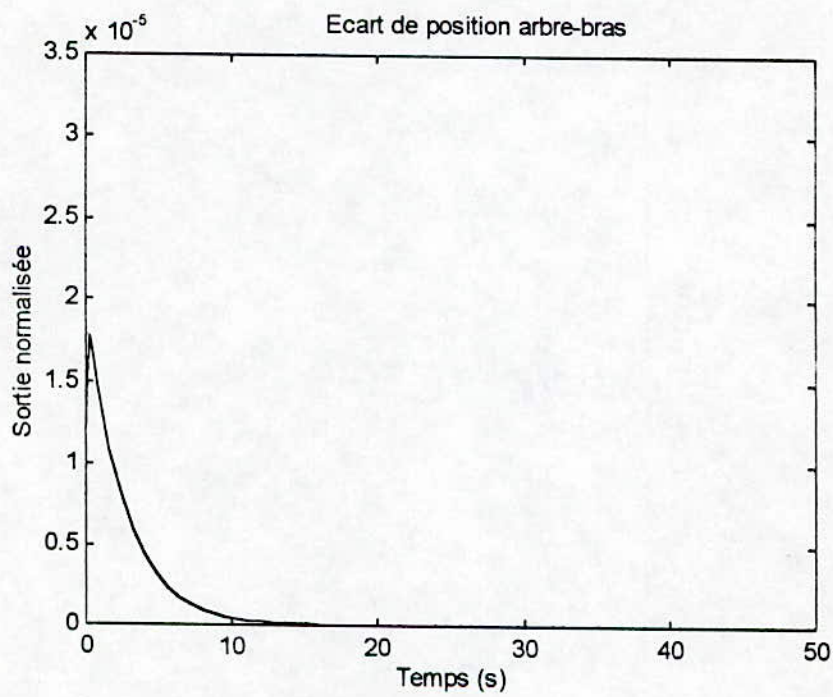


Figure 27 Ecart de position arbre-bras (modèle linéaire)

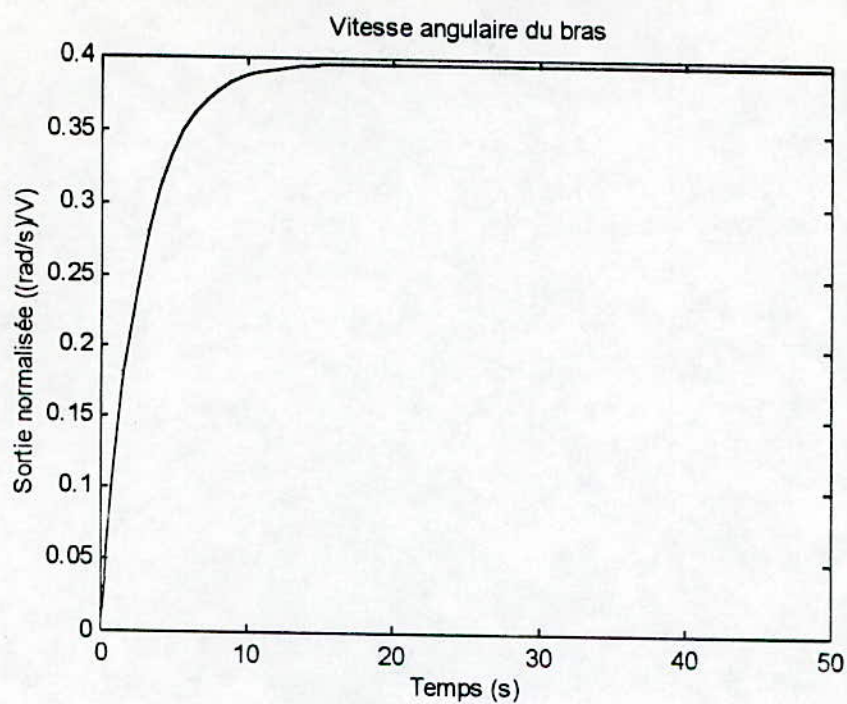


Figure 28 Vitesse angulaire du bras (modèle linéaire)

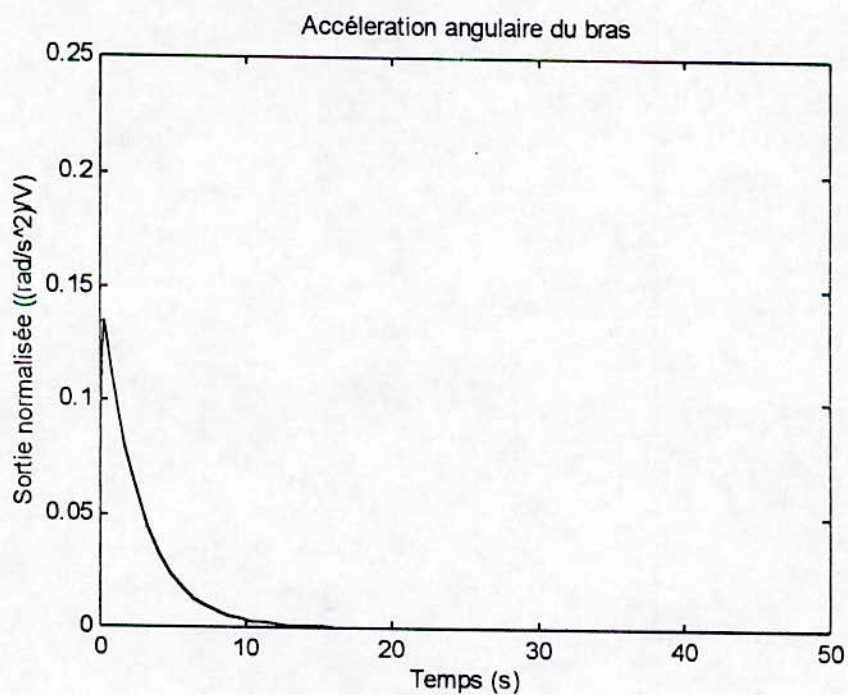


Figure 29 Accélération angulaire du bras (modèle linéaire)

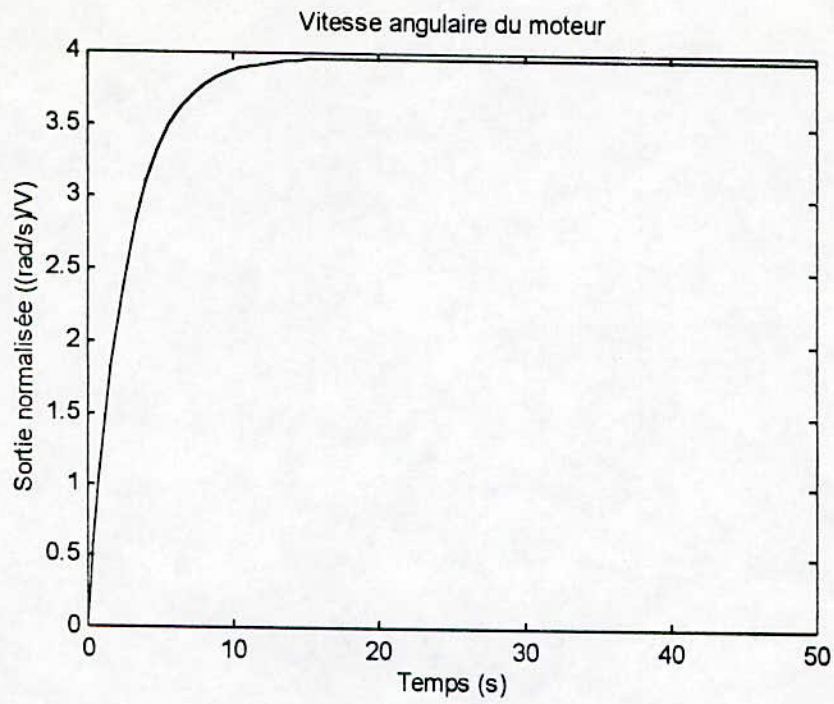


Figure 30 Vitesse angulaire du moteur (modèle linéaire)

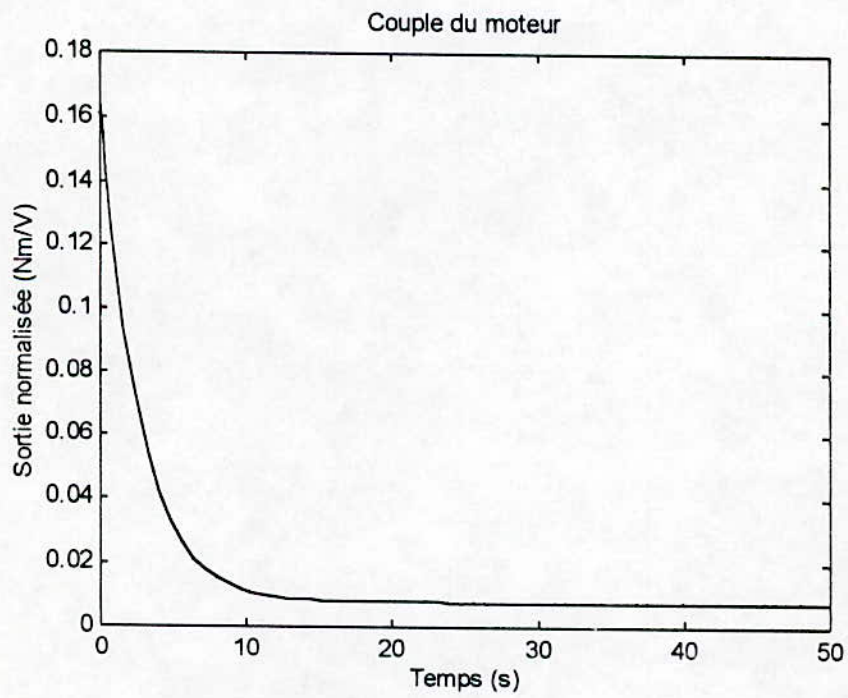


Figure 31 Couple du moteur (modèle linéaire)

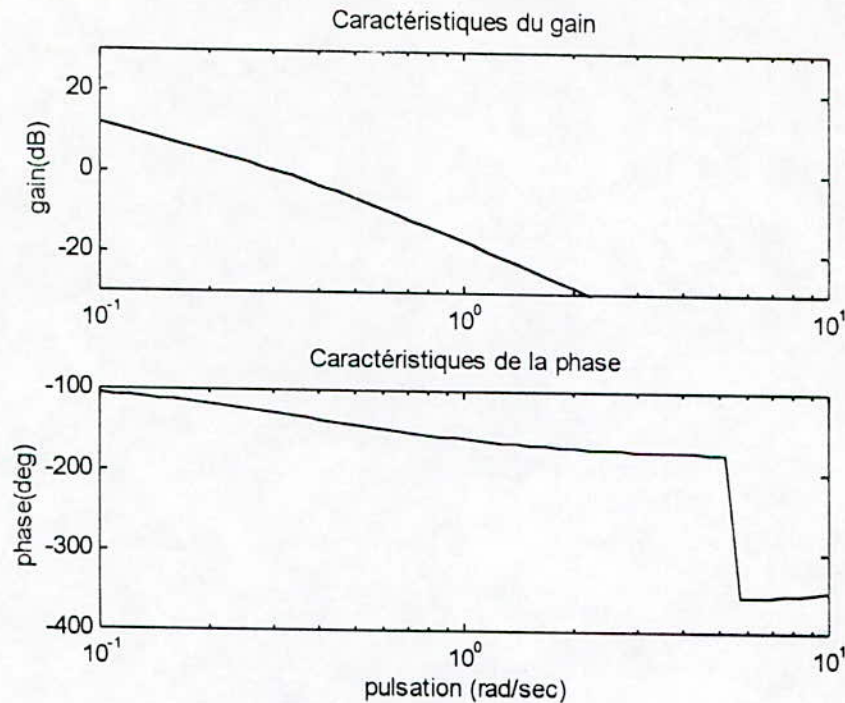


Figure 32 Diagramme de Bode du modèle linéaire

IV.3 Modélisation non linéaire

IV.3.1 Synoptique du modèle non linéaire

Le système de commande (Actionneur plus bras) choisi, présente quatre sources principales de non linéarité, à savoir :

- Saturation du couple moteur,
- Frottements visqueux du moteur,
- Flexibilité non linéaire du réducteur,
- Frottements visqueux du bras,

Ces non-linéarités sont toutes représentées à la fois et en leurs lieux, sur le synoptique du modèle non linéaire (Figure 33).

Afin d'étudier l'influence de chacune de ces non-linéarités sur la réponse en position du bras, elles seront introduites une à une tout en supposant la linéarité des trois grandeurs restantes.

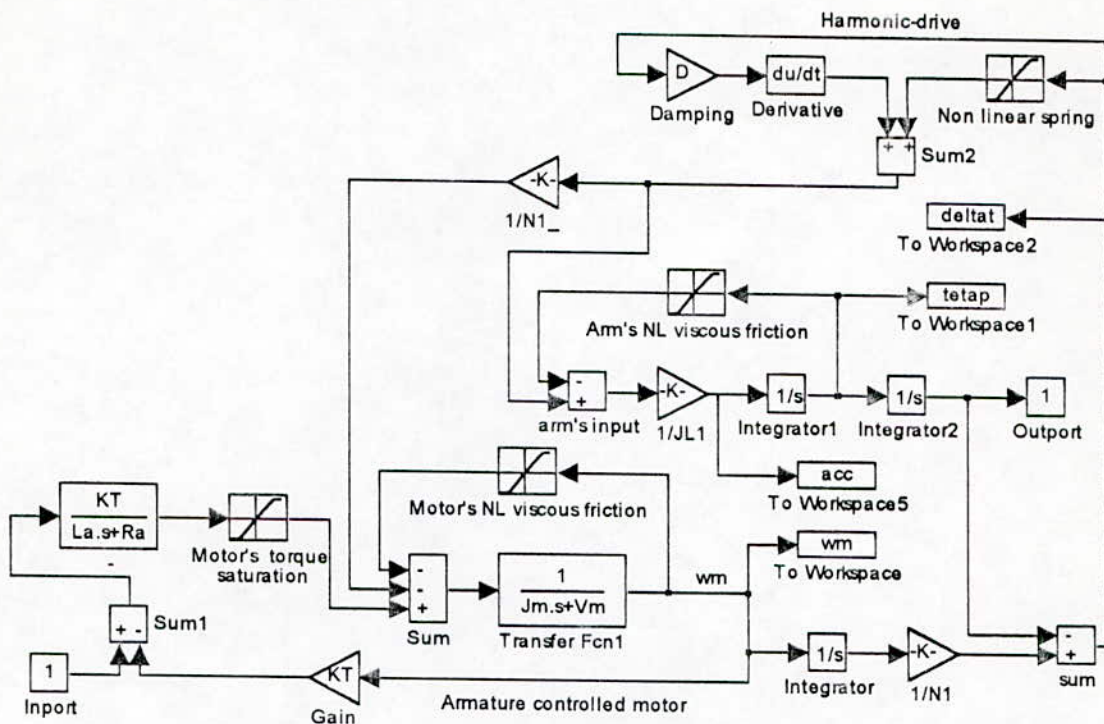


Figure 33 Synoptique SIMULINK du modèle non linéaire

IV.3.2 Simulation

IV.3.2.1 Saturation du couple moteur

Dû aux caractéristiques magnétiques (notamment l'hystérésis) du moteur, il existe un phénomène de saturation de couple.

L'observation de la réponse temporelle normalisée, du couple du moteur, du modèle linéaire (Figure 31), indique que celui-ci est proportionnel à la tension d'entrée dans un rapport, approximativement, de 0.16.

Ainsi, pour la gamme d'amplitude de test choisie, le couple moteur prend les valeurs nominales suivantes : 1.6, 3.2, 4.8, 6.4, 8.0, 9.6, 11.2 et 12.8 (Nm).

Nous avons alors supposé que le couple moteur présente une caractéristique non linéaire dans cette gamme de fonctionnement (Figure 34), approchée par une non-linéarité à deux pentes, dotée d'un point de bifurcation situé en milieu de gamme, choisi égal à 8 Nm.

En dessous du point de bifurcation le comportement du moteur reste linéaire, ainsi la première pente est unitaire. Au delà, le phénomène de saturation prend place, il est simulé par une seconde pente très faible, choisie égale à 0.1.

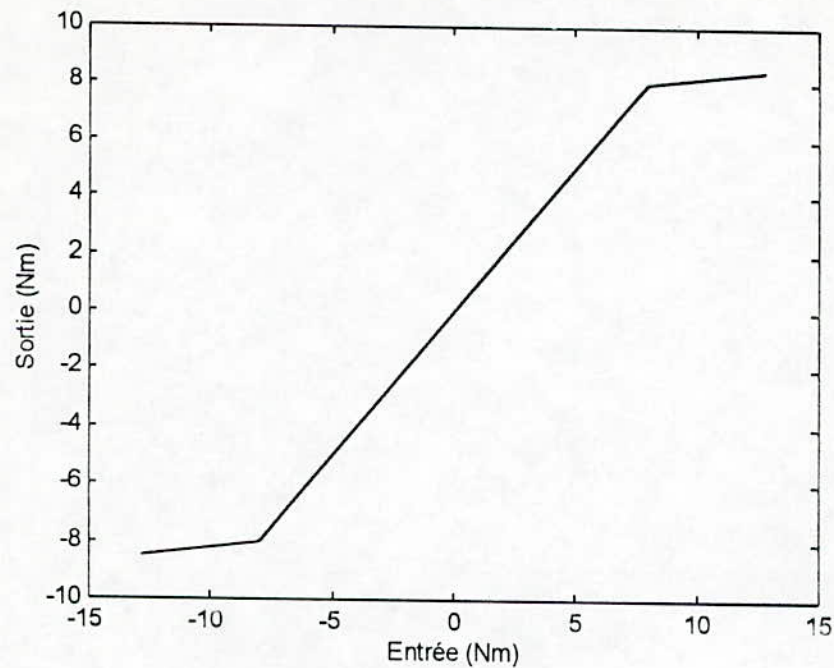


Figure 34 Caractéristique de saturation du couple moteur

Le système ainsi simulé, les réponses temporelles enregistrées indiquent un comportement non linéaire quoique faible, prépondérant au niveau du couple du moteur (Figure 40), mais pratiquement indétectable sur la réponse en position du bras (Figure 35). La réponse en fréquence (Figure 41) indique quant à elle, un comportement linéaire aux très basses fréquences inférieures à 0.05 Hz (0.3 rad/s) et sensiblement non linéaire au delà, particulièrement au dessus de 0.95 Hz (6 rad/s).

L'ensemble de ces réponses est ci-après présenté:

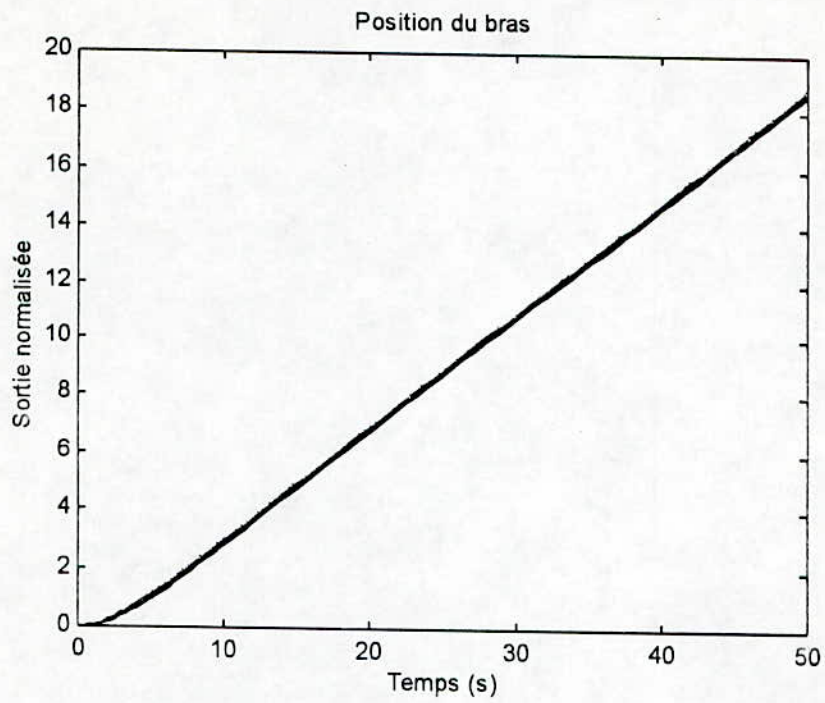


Figure 35 Réponse en position du bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur

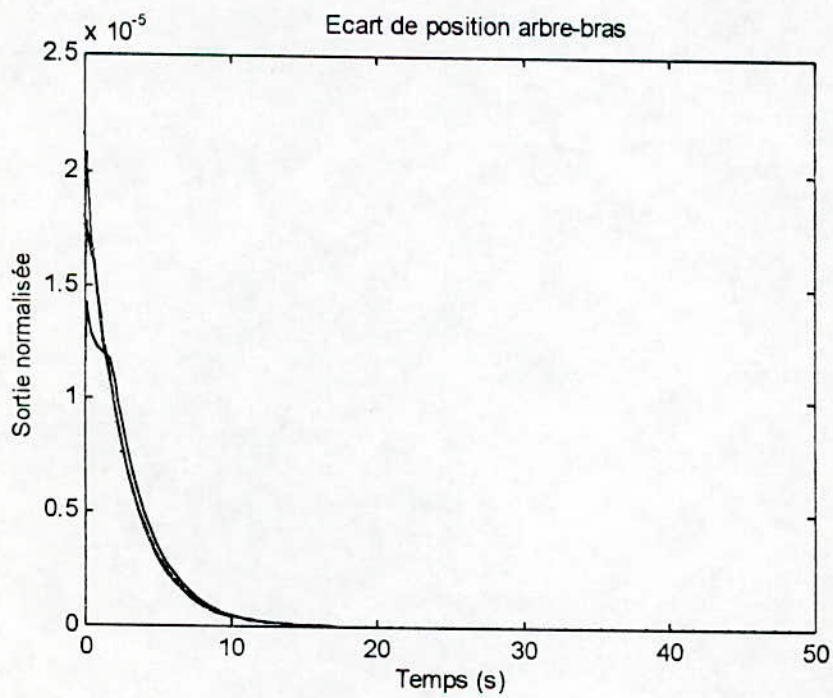


Figure 36 Ecart de position arbre-bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur

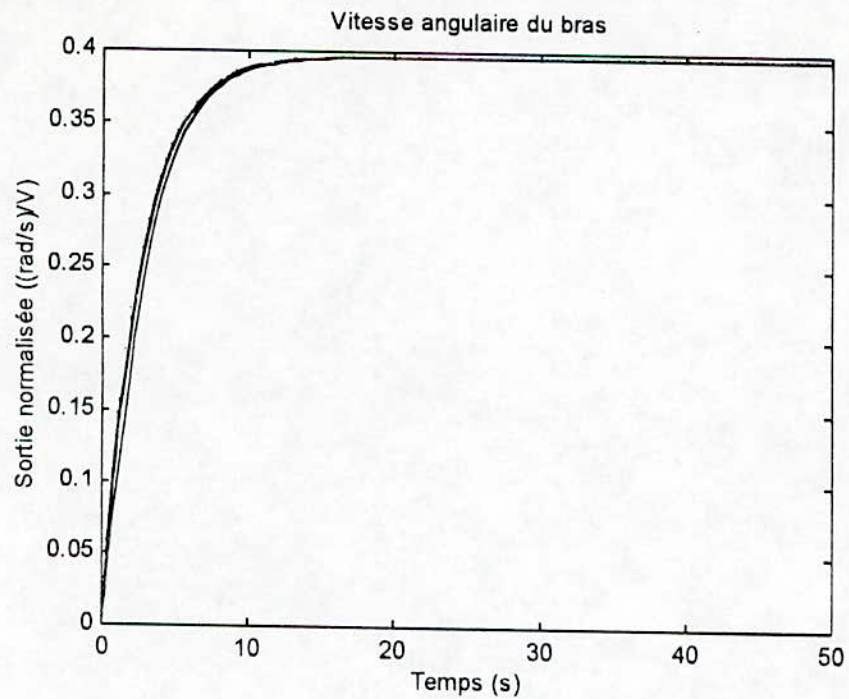


Figure 37 Vitesse angulaire du bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur

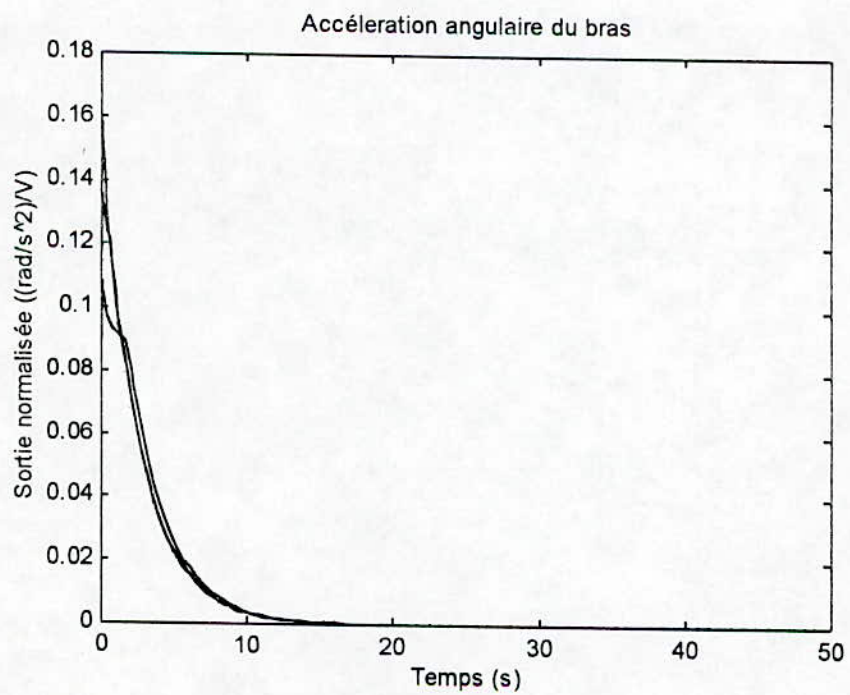


Figure 38 Accélération angulaire du bras du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur

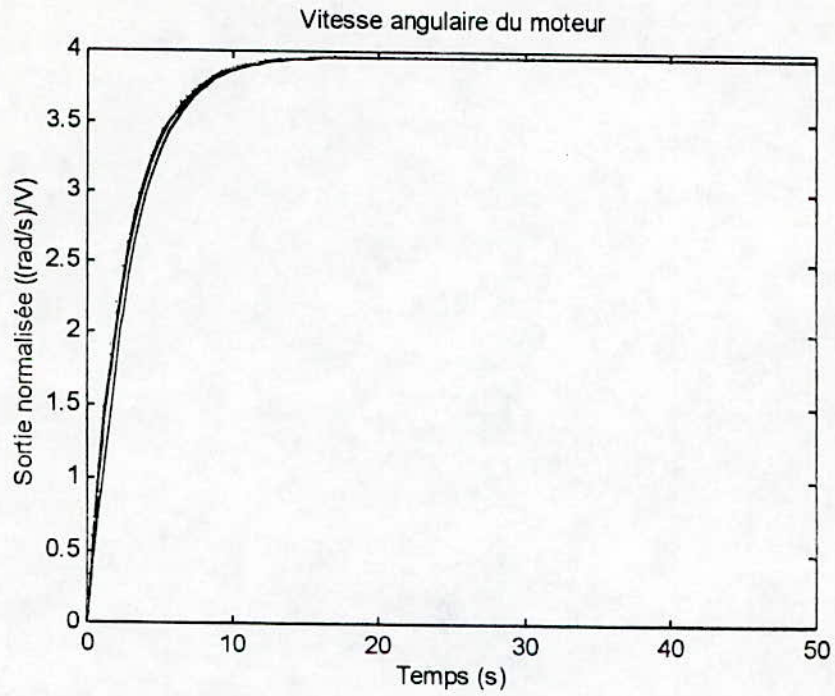


Figure 39 Vitesse angulaire du moteur du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur

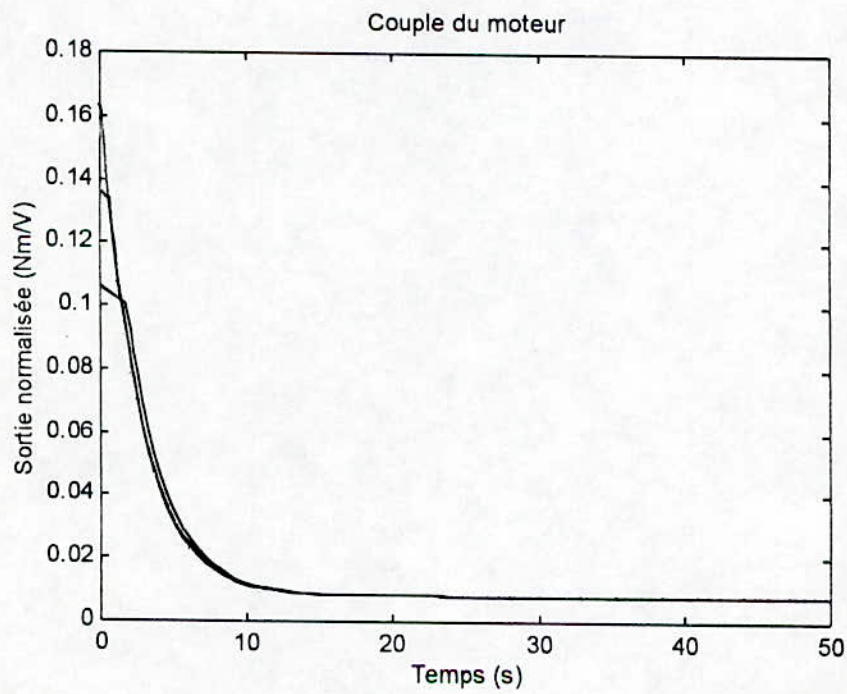


Figure 40 Saturation du couple moteur du modèle non linéaire

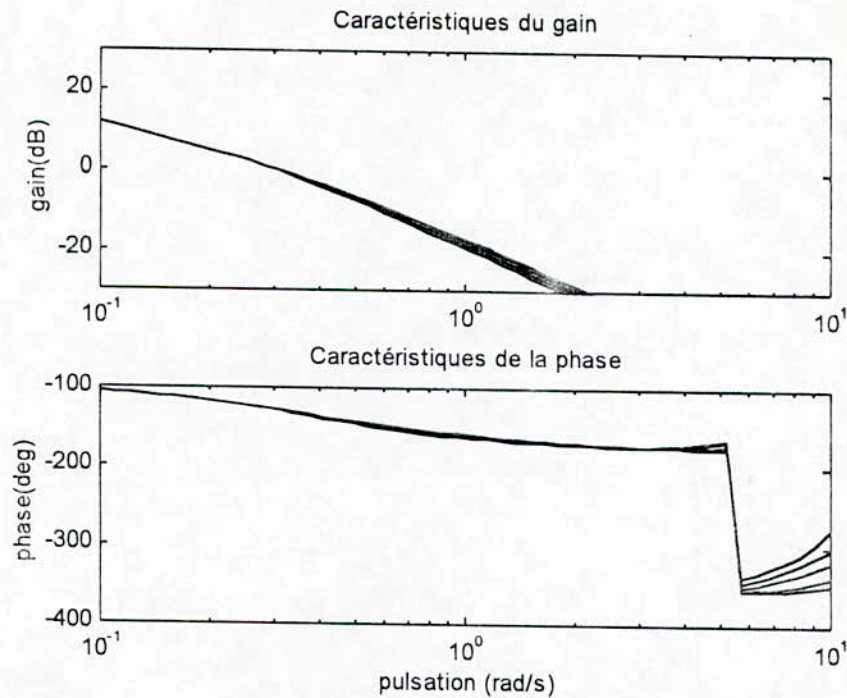


Figure 41 Diagramme de Bode du modèle non linéaire sous saturation du couple moteur

La commande du bras se faisant par consigne indicielle, le comportement du système est celui des basses fréquences. Ainsi une correction linéaire suffit amplement à éliminer les faibles non linéarités existantes aux niveau des réponses temporelles.

IV.3.2.2 Frottements visqueux du moteur

Un résultat général [25] indique que les frottements visqueux des systèmes électromécaniques sont beaucoup trop complexes pour être modélisés ; ils varient de manière pas tout - à - fait prévisible, notamment en fonction du temps et de l'amplitude d'entrée ; ils sont ainsi une source importante de non linéarité. Pour cette raison, un contrôleur adaptatif est le plus souvent recommandé.

Les résultats établis [25] montrent cependant que ce type de frottements a tendance à augmenter durant un certain intervalle de temps et pour une tension d'entrée constante, cette variation pouvant atteindre les 25 %. Cela dit, aucun modèle de ces variations n'est fourni.

D'autre part, le coefficient de frottements visqueux pouvant varier d'un facteur de cinq et plus [20], nous avons tenté de restituer cette variation au sein du modèle que nous étudions, en simulant la variation du coefficient de frottements visqueux par une caractéristique à deux pentes présentant un point de bifurcation en milieu de gamme de variation de la vitesse du moteur (Figure 42).

Les résultats du modèle linéaire pour la gamme d'amplitudes de test choisie, indiquent que la vitesse du moteur prend les valeurs nominales suivante : 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280 et 320 rad/s.

Nous avons arbitrairement choisi un point de bifurcation à 100 rad/s et avons supposé deux comportements possibles :

- Au delà du point de bifurcation, le coefficient de frottements visqueux (V_{ml}) diminue d'un facteur de cinq pour passer d'une valeur de $1 \text{ e-}3$ à $2 \text{ e-}4$ (Figure 42.a),
- Au delà du point de bifurcation, le coefficient de frottements visqueux (V_{ml}) augmente d'un facteur de cinq pour passer d'une valeur de $1 \text{ e-}3$ à $5 \text{ e-}3$ (Figure 42.b).

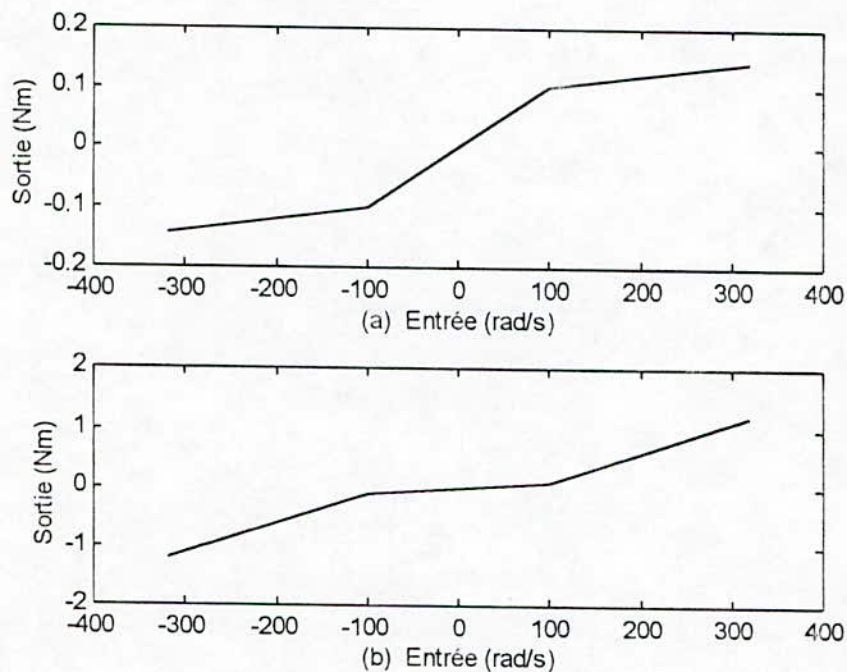


Figure 42 Caractéristique du coefficient de frottements visqueux du moteur

Les réponses temporelles enregistrées indiquent :

- un comportement faiblement non linéaire, lorsque V_{ml} décroît au delà du point de bifurcation. Cette non-linéarité porte essentiellement sur les réponses en vitesse (Figure 43 et Figure 44) et couple (Figure 45) et est pratiquement indiscernable sur la réponse en position du bras (Figure 46).
- Un comportement clairement non linéaire, lorsque V_{ml} augmente au delà du point de bifurcation. Cette non-linéarité étant prépondérante au niveau des réponses en vitesse (Figure 49 et Figure 51) et couple (Figure 52) et clairement discernable sur la réponse en position du bras (Figure 47).

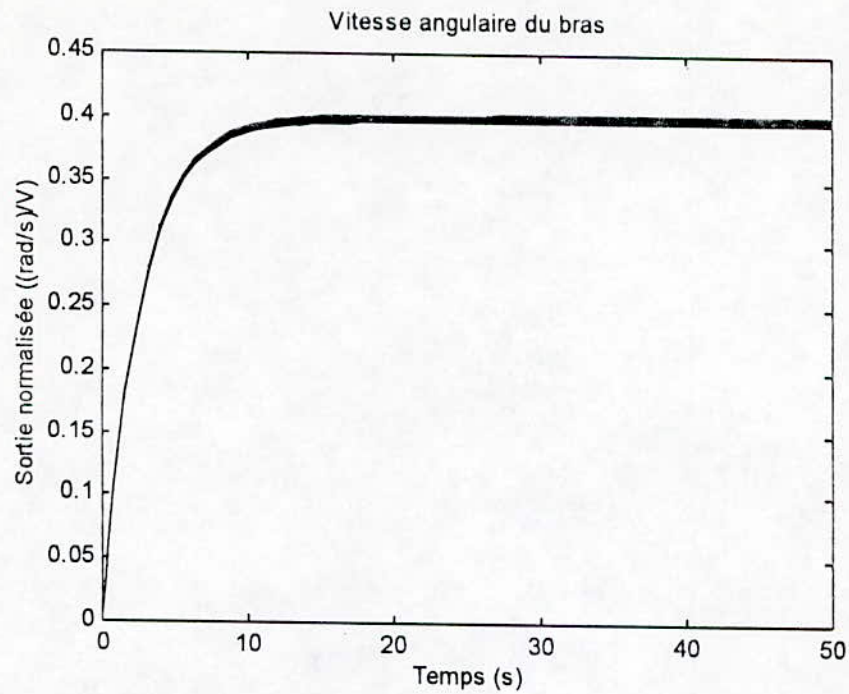


Figure 43 Vitesse angulaire du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Diminution de V_{ml})

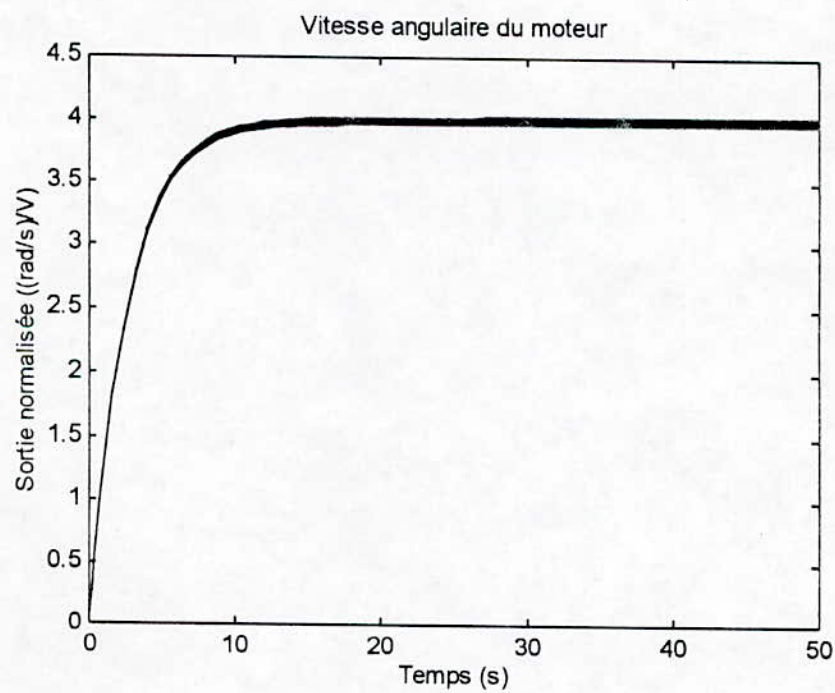


Figure 44 Vitesse angulaire du moteur sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Diminution de V_{ml})

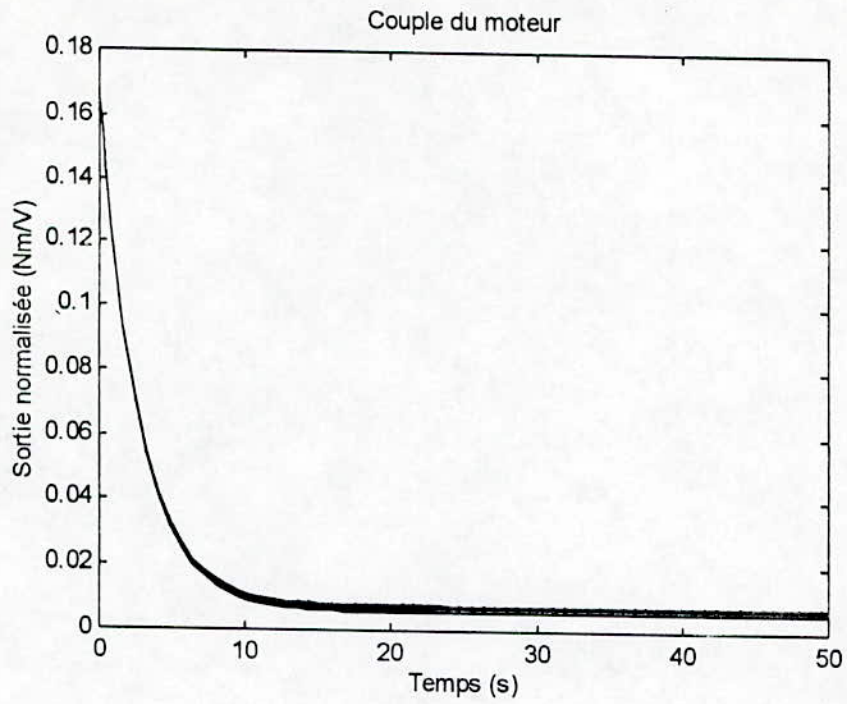


Figure 45 Couple du moteur sous effet des frottements visqueux (Diminution de V_m)

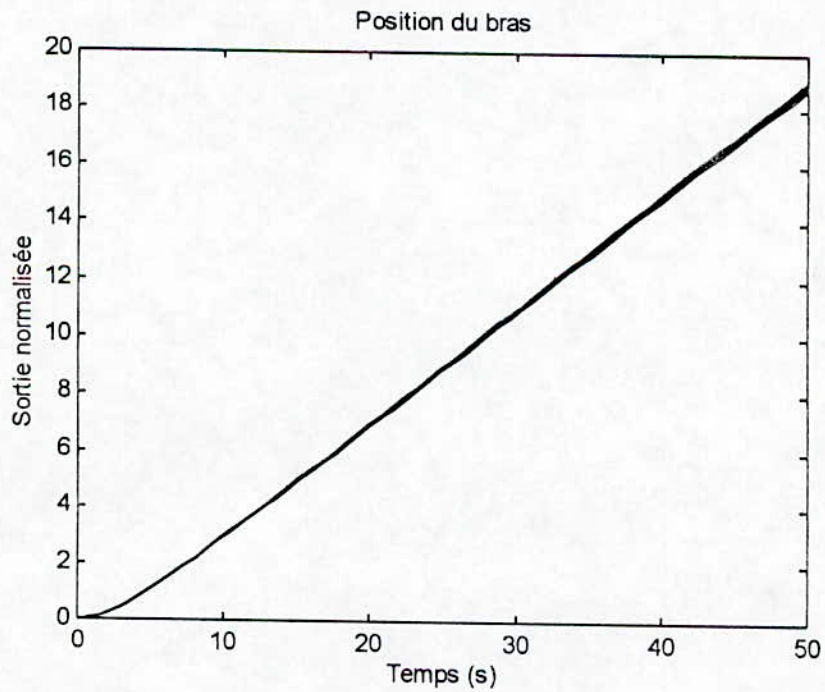


Figure 46 Position du bras sous effet non linéaire des coefficients de frottements visqueux du moteur (Diminution de V_m)

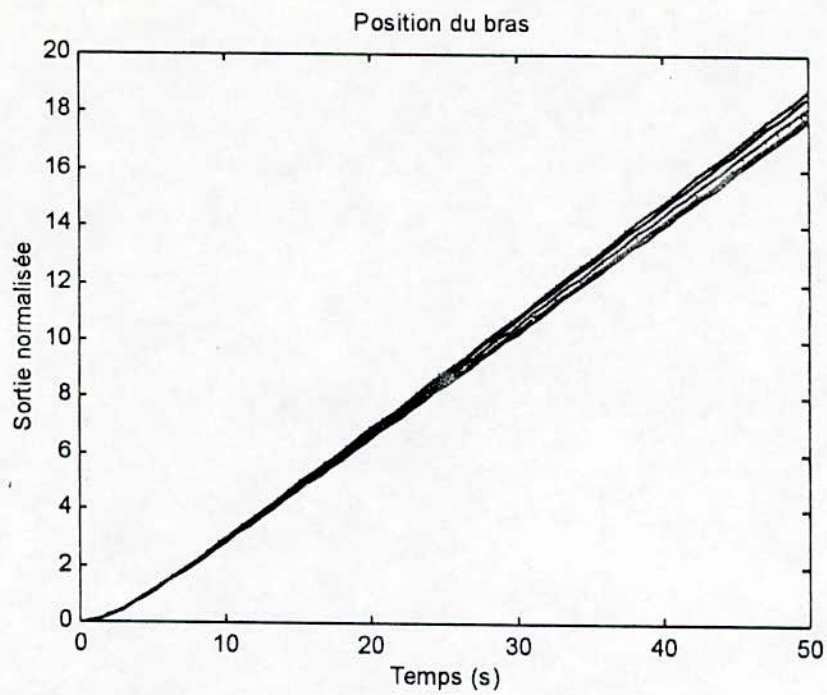


Figure 47 Réponse en position du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_{ml})

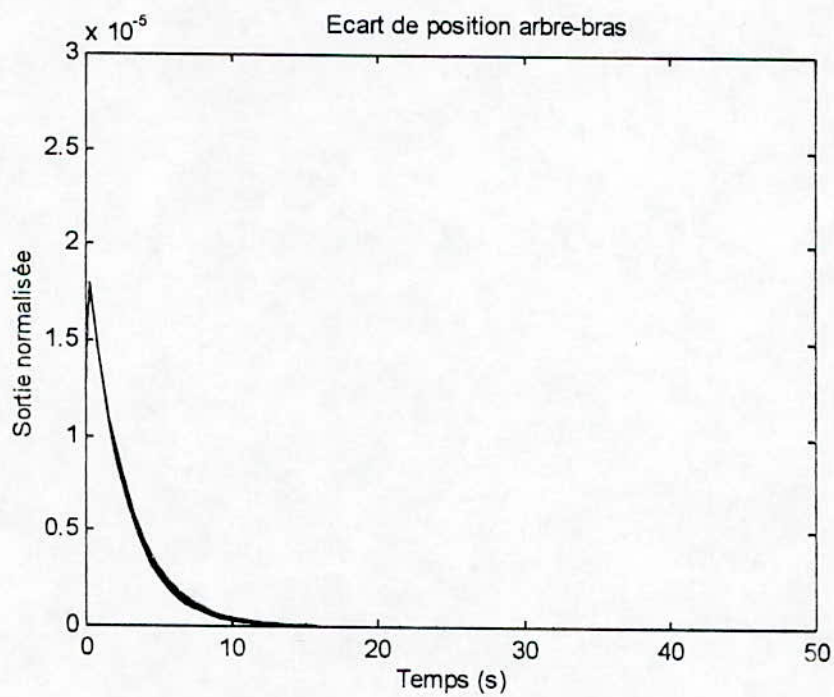


Figure 48 Ecart de position arbre-bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_{ml})

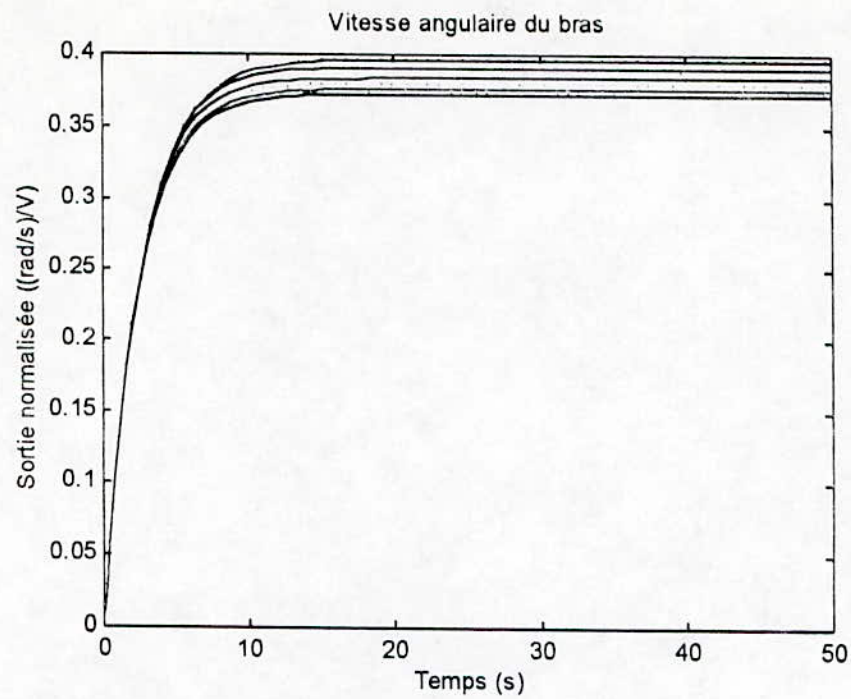


Figure 49 Vitesse angulaire du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_m)

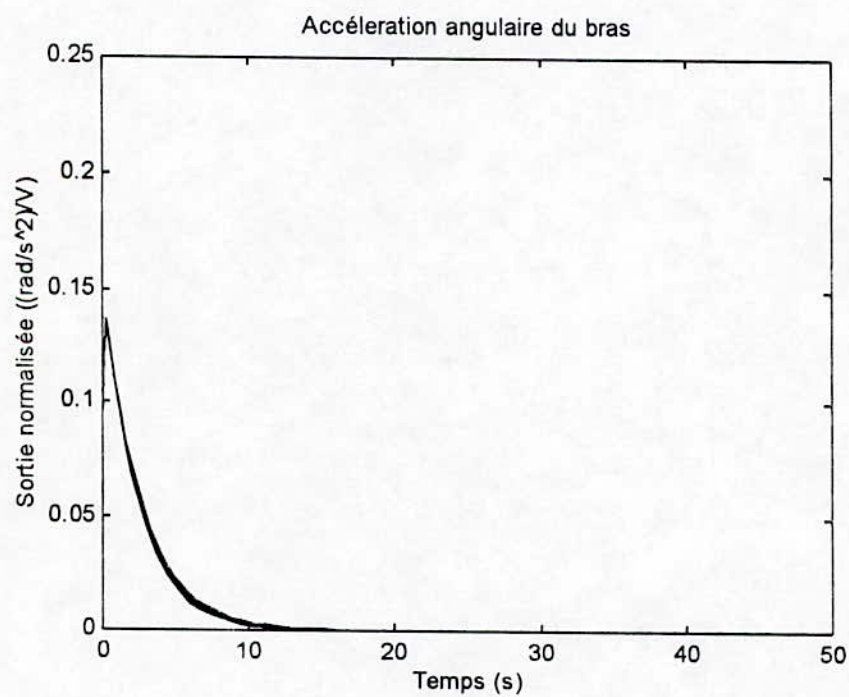


Figure 50 Accélération angulaire du bras sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_m)

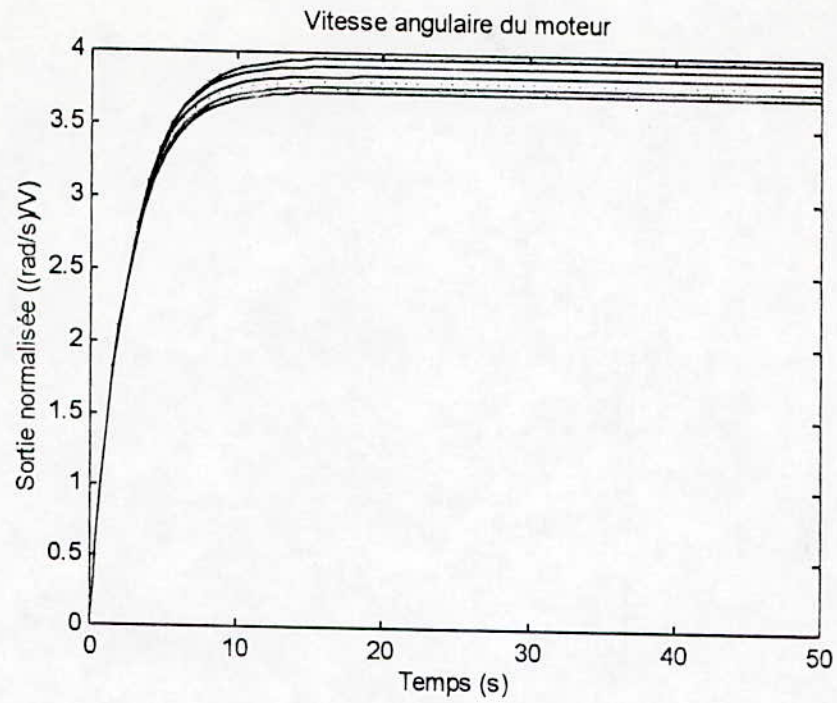


Figure 51 Vitesse angulaire du moteur sous effet non linéaire de ses frottements visqueux (Augmentation de V_{ml})

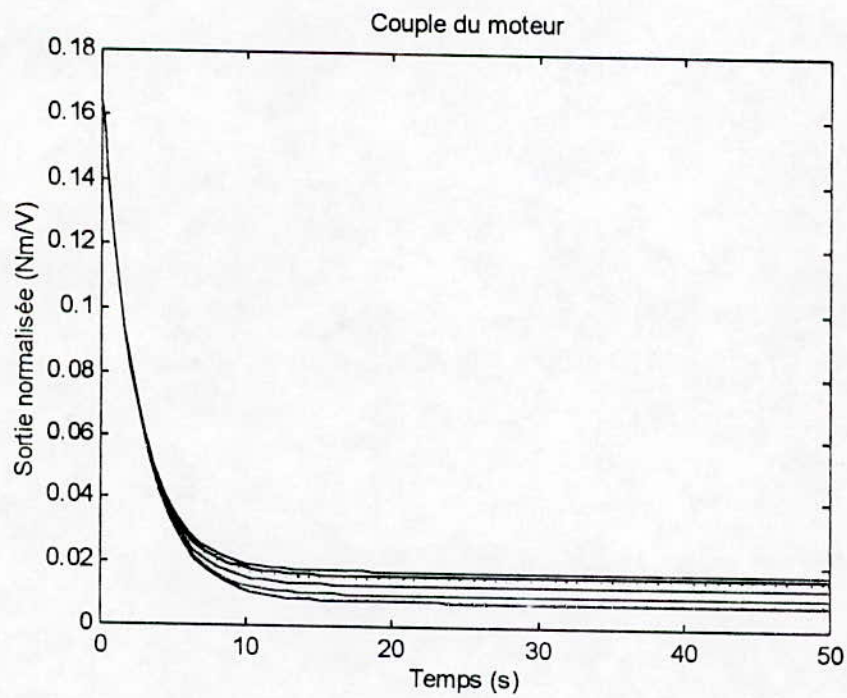


Figure 52 Couple du moteur sous effet non linéaire de ses frottements visqueux (Augmentation de V_{ml})

Bien que l'effet non linéaire soit clairement visible sur les réponses temporelles du système, le diagramme de Bode se présente comme linéaire.

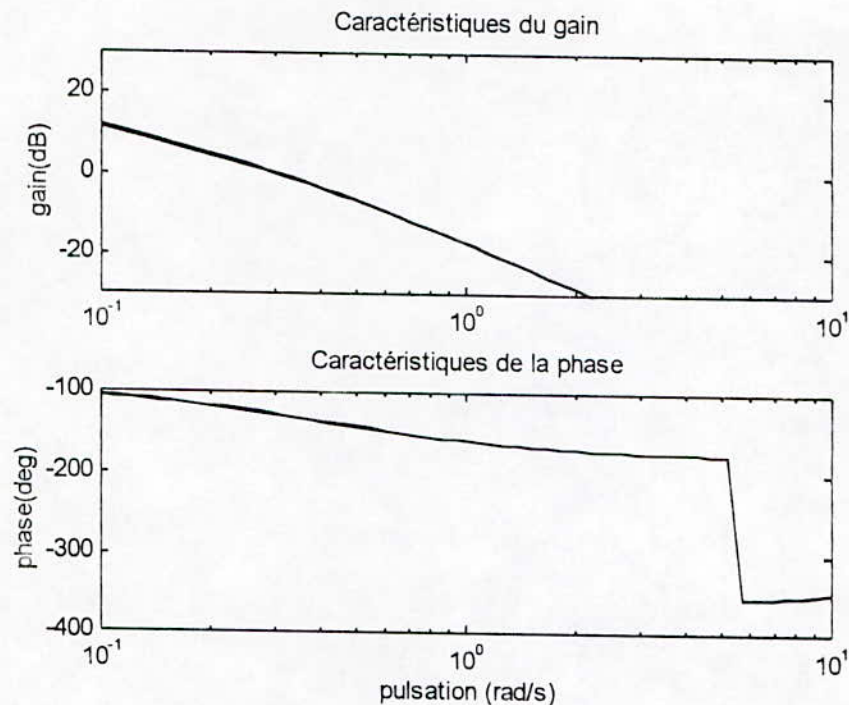


Figure 53 Diagramme de Bode du modèle non linéaire sous effet non linéaire des frottements visqueux du moteur (Augmentation de V_{ml})

Correction :

La compensation du système par un correcteur PID linéaire, conçu par la méthode d'Aström-Hägglund avec pour critères de conception, une marge de gain unitaire et une marge de phase de 45° avec $\alpha = 4$, suffit à corriger le système et à désensibiliser sa réponse en boucle fermée, de l'amplitude d'entrée.

Notons que la conception du contrôleur est faite pour l'amplitude nominale $a_0 = 10$ et pour un hystérésis $\varepsilon_0 = 0.1$. Les paramètres du PID linéaire ainsi conçu (Tableau 6), ainsi que les réponses temporelles du système compensé sont jointes ci-après.

K_{p_0}	T_{i_0}	T_{d_0}
0.9672	12.2003	3.0501

Tableau 6 Paramètres du PID linéaire

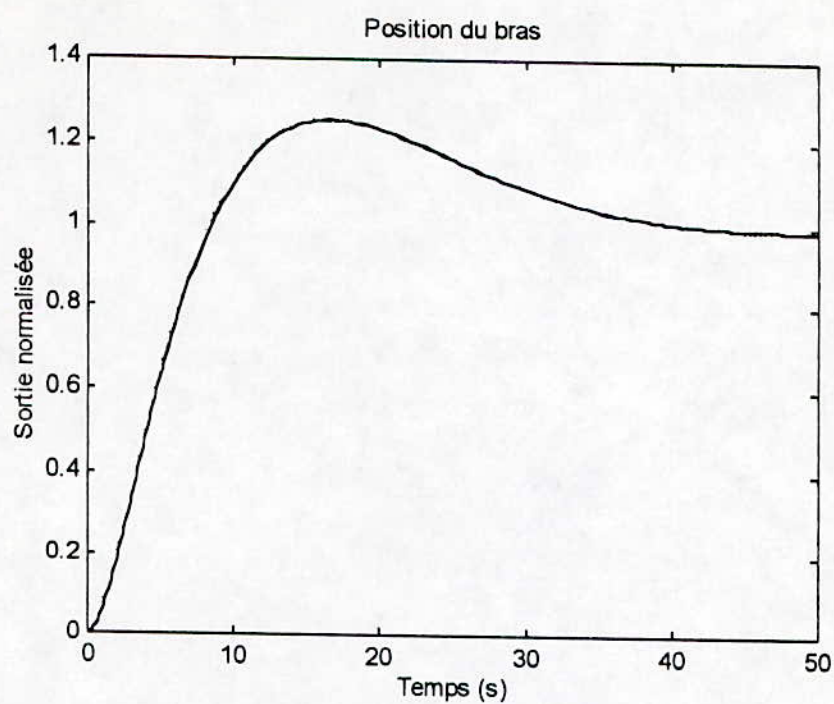


Figure 54 Position du bras sous asservissement linéaire

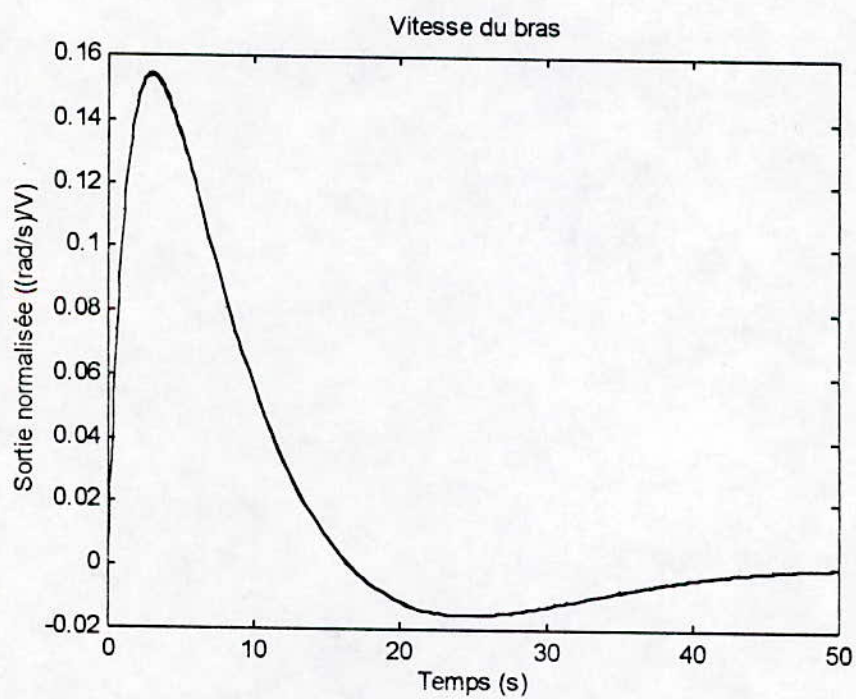


Figure 55 Vitesse angulaire du bras sous asservissement linéaire

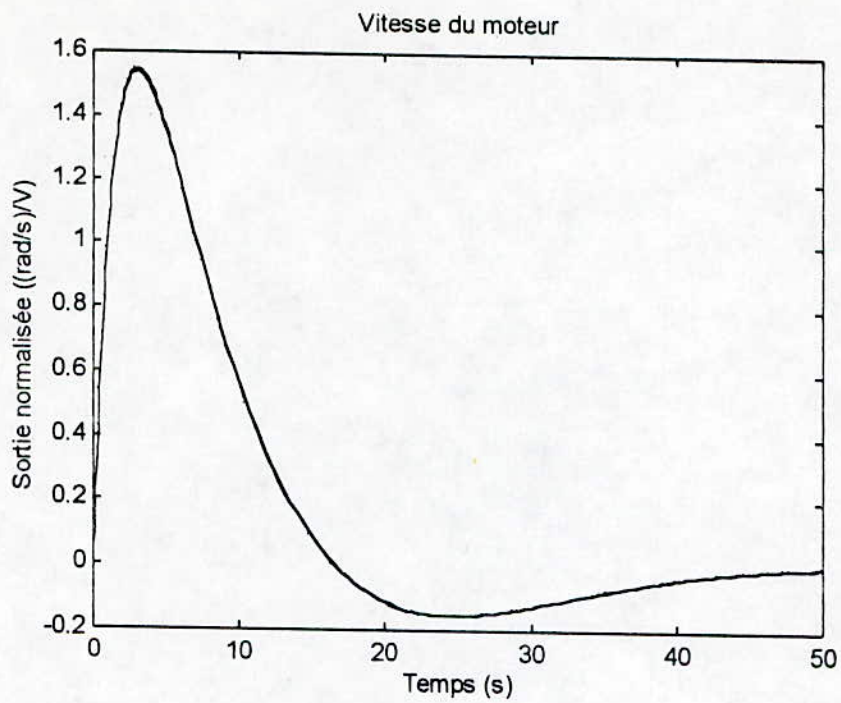


Figure 56 Vitesse angulaire du moteur sous asservissement linéaire

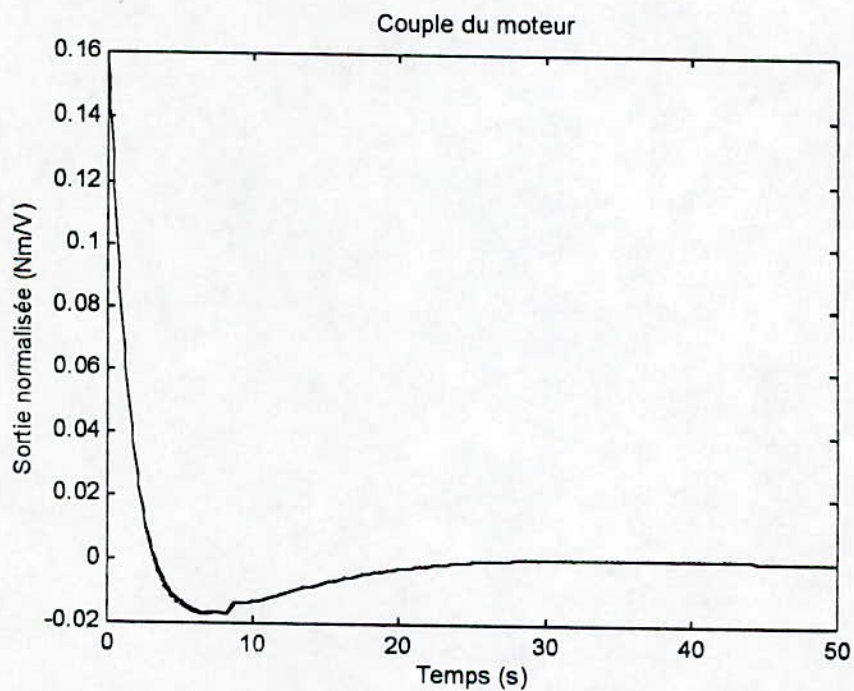


Figure 57 Couple du moteur sous asservissement linéaire

IV.3.2.3 Flexibilité non linéaire du réducteur

Les réducteurs de vitesse sont constitués par un jeu d'engrenages, à roues dentées, de diamètres différents. Le rapport du nombre de dents d'une roue par rapport à une autre définit le rapport de réduction. La qualité du contact entre dents lors de l'entraînement (transmission du mouvement) définit quand à elle, la rigidité du réducteur.

Soumises à des efforts multiples les dents sont sujettes à usure, entraînant ainsi une détérioration de la qualité de la transmission et une diminution de la constante de rigidité du réducteur.

Le contact entre dents n'étant pas continu, il est également à noter que cette même constante présente une variation en créneau par rapport au temps, indiquant un saut périodique de la constante de rigidité du réducteur d'un maximum à un minimum et inversement.

Ainsi, la transmission n'est jamais tout-à-fait rigide, et le réducteur devient une source irrévocable de flexibilité.

Puisque la constante de rigidité du réducteur correspond (vu le modèle utilisé) à la constante de raideur K de l'équation (IV.3) et que l'étude du modèle linéaire (Figure 27) indique que le déplacement relatif $\Delta\theta$ prend les valeurs nominales suivantes : (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 et 24) e -4 (rad) ; nous avons supposé qu'au delà d'un déplacement relatif de 12 e-4 (rad) la constante de rigidité K diminue d'un certain pourcentage, et avons enregistré les résultats suivants :

- Pour une variation de 14% de K , l'ensemble des réponses reste linéaire. L'allure de ces réponses est celle de l'ensemble : (Figure 26 à Figure 31),
- Pour une variation de 20%, il apparaît une non-linéarité sur la position de l'arbre moteur et l'accélération du bras, prépondérante au démarrage (Figure 58 et Figure 59), les autres réponses restant linéaires,
- Pour une variation de 25%, les deux non-linéarités précédentes sont accentuées et accompagnées d'une vibration, de très basse fréquence : 0.6 Hz (Figure 60 et Figure 61) alors que de très faibles non-linéarités sont distinguées sur les réponses restantes (Figure 62 et Figure 63).
- Pour une variation de l'ordre de 50%, le phénomène vibratoire et non linéaire de ces mêmes réponses est fortement accentué (la fréquence des vibrations atteint les 17 Hz), ce phénomène étant d'autant plus important pour des pourcentages de variations de K plus grands,

Il est à noter que la non-linéarité dont est affectée le réponse en position ainsi qu'en vitesse, du bras reste insignifiante même pour une variation de K de l'ordre de 75% (Figure 64 et Figure 65). Une régulation linéaire est donc amplement suffisante pour l'asservissement en position.

Pour la commande des autres grandeurs du système, présentant des non-linéarités importantes (vibrations), une approche alternative fréquemment proposée est le contrôle adaptatif avec cependant, de sévères problèmes de stabilité et robustesse [20].

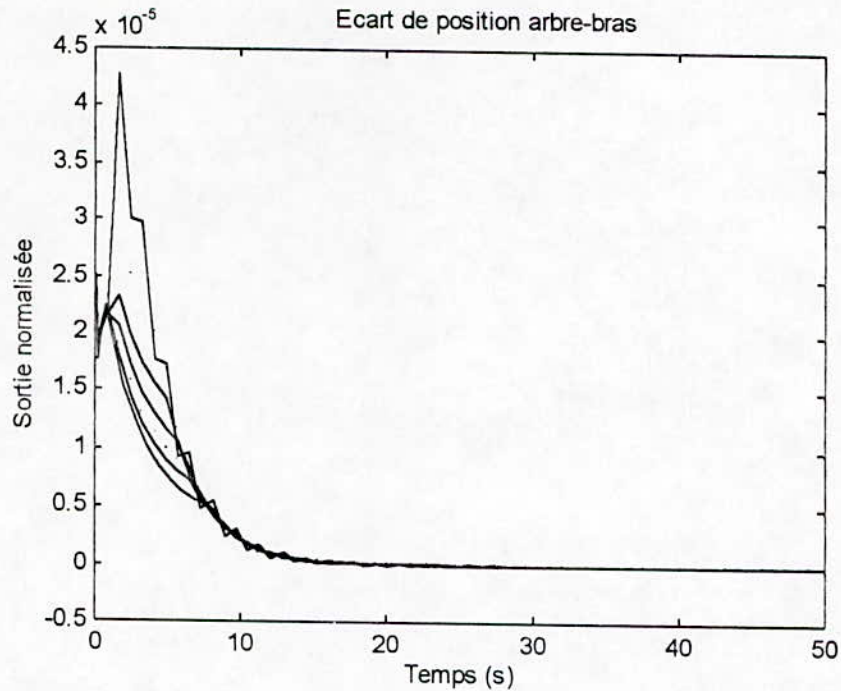


Figure 58 Ecart de position pour une variation de 20% de la constante de rigidité du réducteur

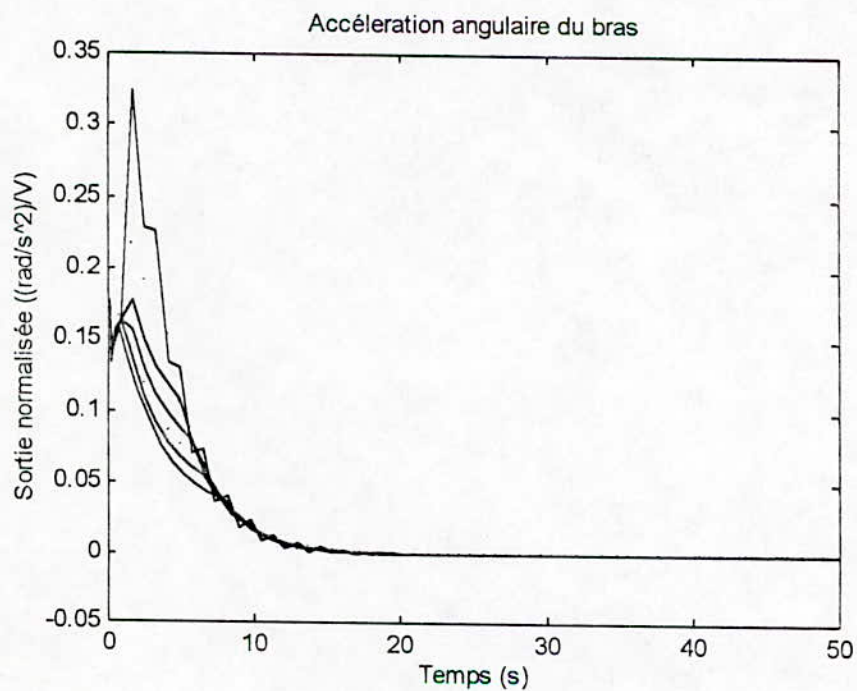


Figure 59 Accélération angulaire du bras pour une variation de 20% de la constante de rigidité du réducteur

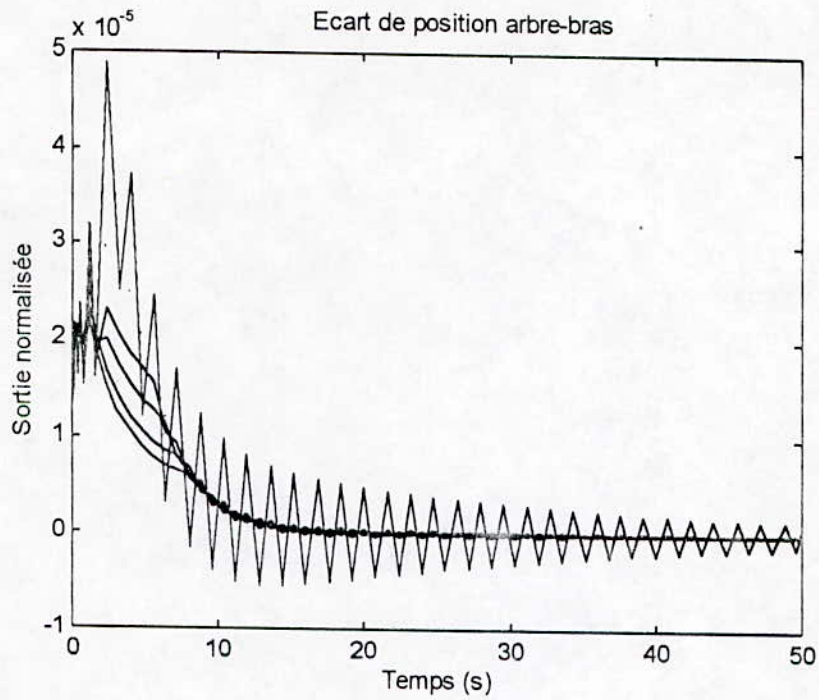


Figure 60 Ecart de position pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur

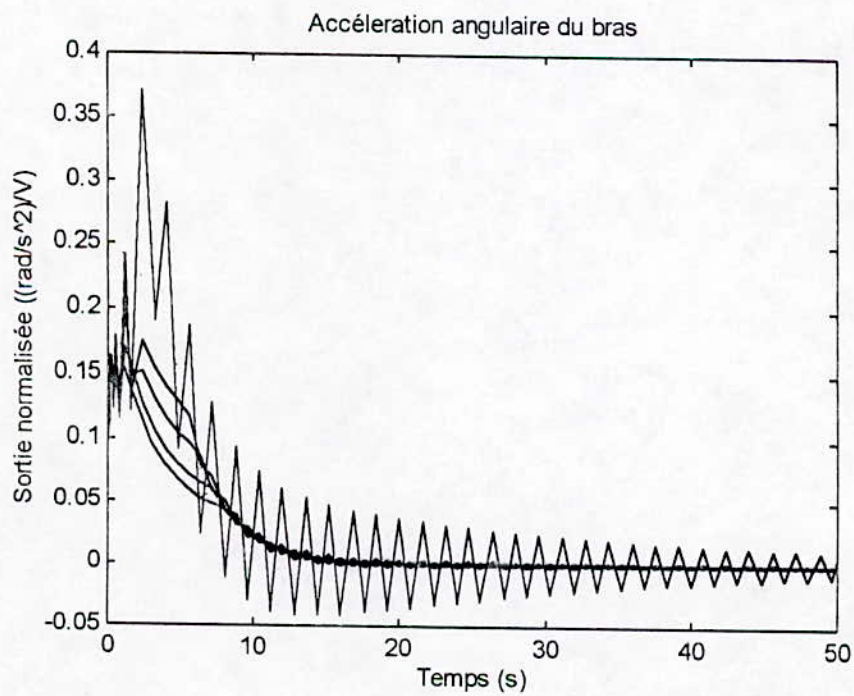


Figure 61 Accélération du bras pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur

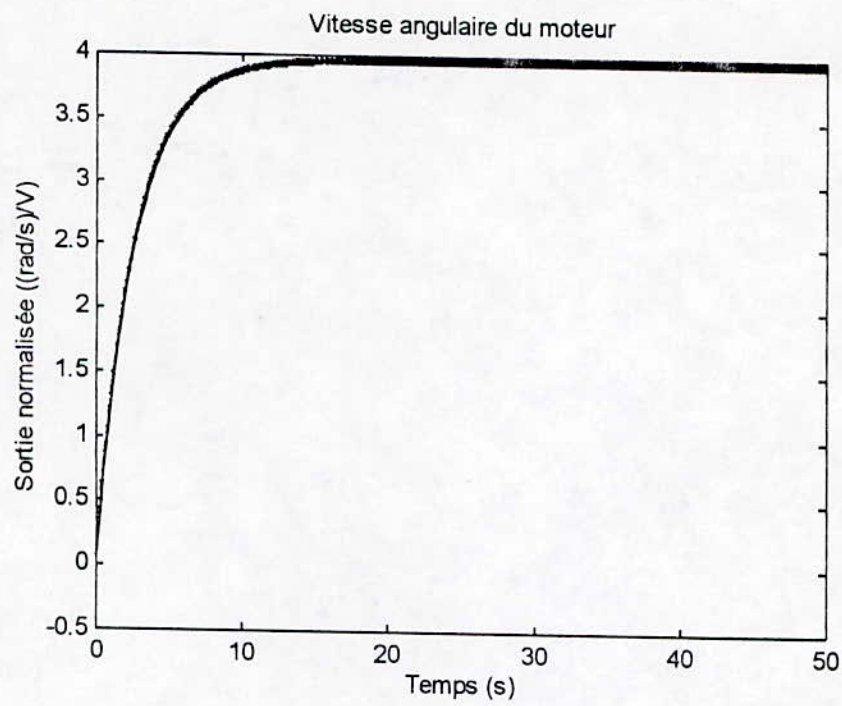


Figure 62 Vitesse du moteur pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur

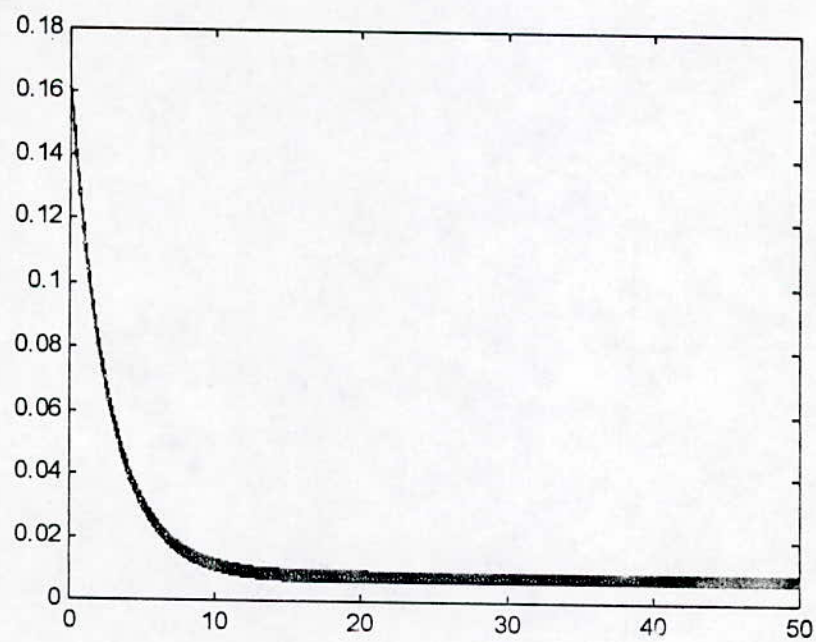


Figure 63 Couple moteur pour une variation de 25% de la constante de rigidité du réducteur

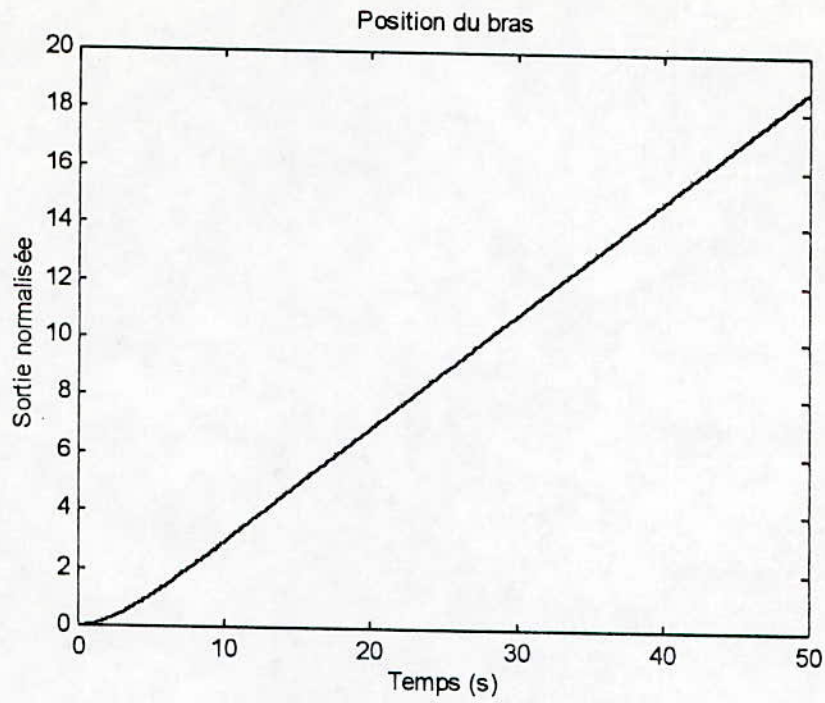


Figure 64 Réponse en position du bras pour une variation de 75% de la constante de rigidité du réducteur

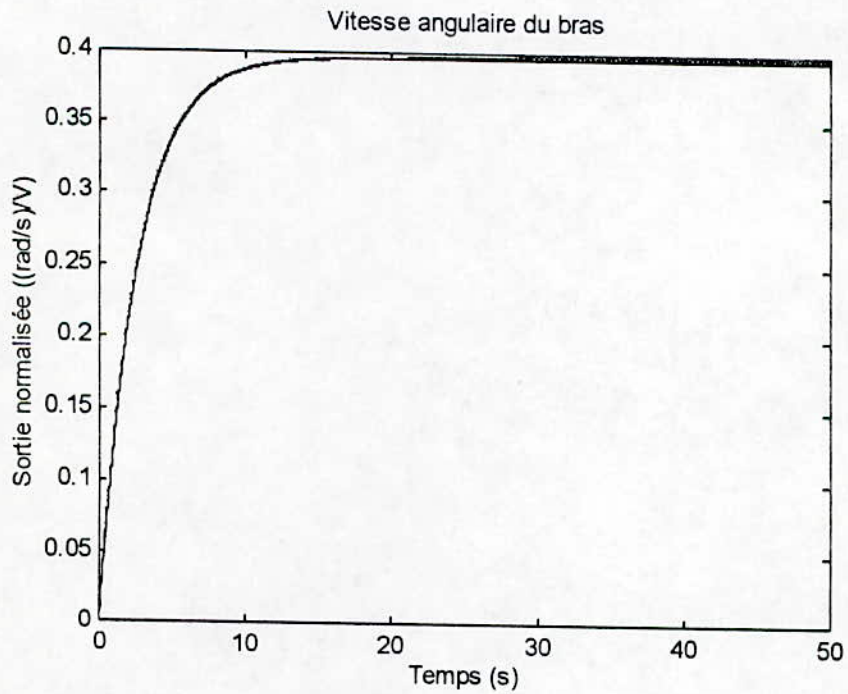


Figure 65 Réponse en vitesse du bras pour une variation de 75% de la constante de rigidité du réducteur

IV.3.2.4 Frottements visqueux du bras

Les résultats de simulation du modèle linéaire, indiquent que la vitesse du bras prend (pour les valeurs de test choisies) les valeurs nominales suivantes : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 et 32 (rad/s).

Pour étudier l'influence d'une caractéristique non linéaire des frottements visqueux du bras, la procédure adoptée est exactement celle définie lors de la caractérisation de l'influence des frottements visqueux du moteur. Les valeurs associées au coefficient de frottements visqueux sont identiquement celles des pentes de la Figure 42.

Les résultats obtenus, indiquent des réponses parfaitement linéaires, identiquement à l'ensemble (Figure 26 à Figure 31). La non-linéarité des frottements visqueux du bras n'a visiblement aucune influence sur la dynamique du système.

IV.3.2.5 Saturation de l'amplificateur de puissance

Le signal d'entrée du système régulé en boucle fermée provient du système de contrôle et commande. La structure générale d'un système en boucle fermée, corrigé à l'aide d'un calculateur numérique est représentée sur la figure ci-dessous.

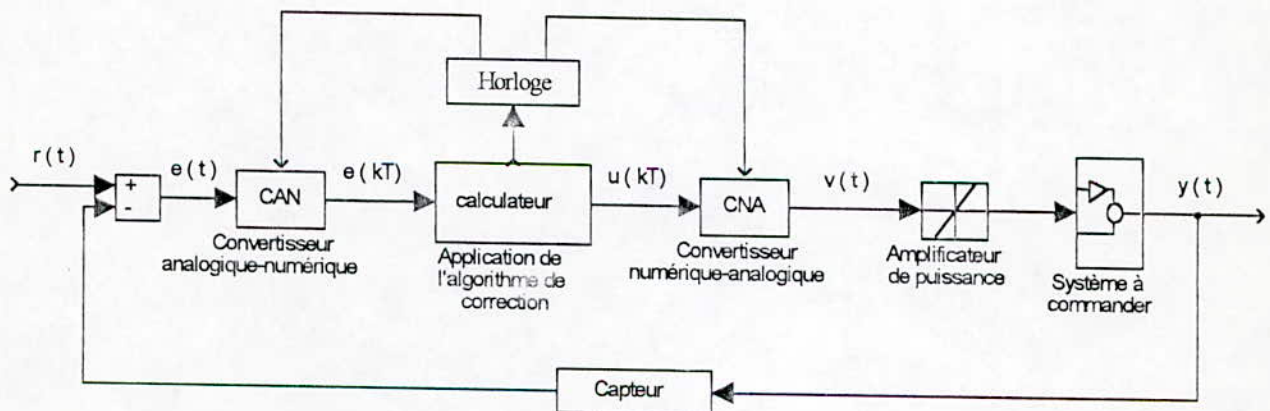


Figure 66 Structure générale d'un système de commande numérique

Le convertisseur analogique - numérique (CAN) convertit l'erreur $e(t)$ entre l'entrée et la sortie en une valeur numérique et échantillonne cette erreur toutes les T secondes. Le calculateur numérique lit la valeur numérique de l'erreur, la met en mémoire et à partir d'un algorithme, produit un signal numérique de commande $u(kT)$. Ce signal est ensuite transformé par un convertisseur numérique - analogique (CNA) en un signal continu $v(t)$ [30].

Ce signal $v(t)$ étant généralement amplifié par un amplificateur de puissance avant d'être appliqué au système physique à commander, il fut intéressant d'étudier l'influence de la saturation de cet amplificateur, sur la dynamique de notre système.

Nous avons donc supposé que le signal $v(t)$ prennent les valeurs nominales suivantes : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 V. Correspondants à la zone de fonctionnement définie dans nos essais précédents, nous avons associé à l'amplificateur de puissance une amplification par 10 et une saturation de pente 0.1, prenant effet au delà de 3 V.

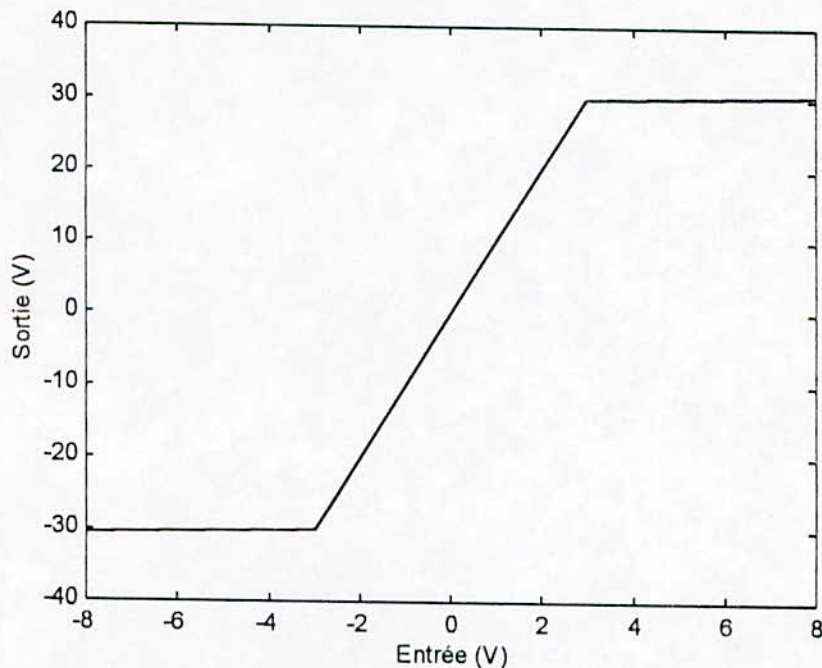


Figure 67 Caractéristique de saturation de l'amplificateur de puissance

Note : L'objectif de cette simulation étant uniquement d'étudier la répercussion d'une saturation de l'amplificateur de puissance du système de commande sur le système en étude, nous insistons sur le fait que le seuil de saturation choisi ne correspond pas forcément au seuil de saturation réel, défini par les caractéristiques de l'amplificateur et des signaux de commande : grandeurs que nous ne possédons pas.

Le système ainsi défini, présente des réponses temporelles fortement non linéaires ainsi qu'un diagramme de Bode de système non linéaire de première catégorie.

Nous présentons dans ce qui suit les réponses temporelles et fréquentielle du système saturé, en boucle ouverte.

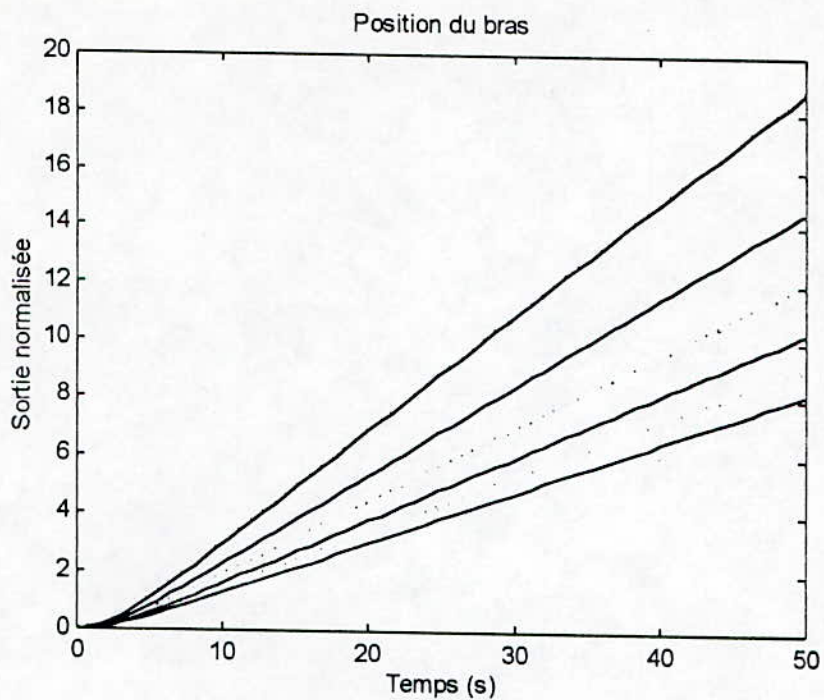


Figure 68 Position du bras sous saturation de l'amplificateur de puissance

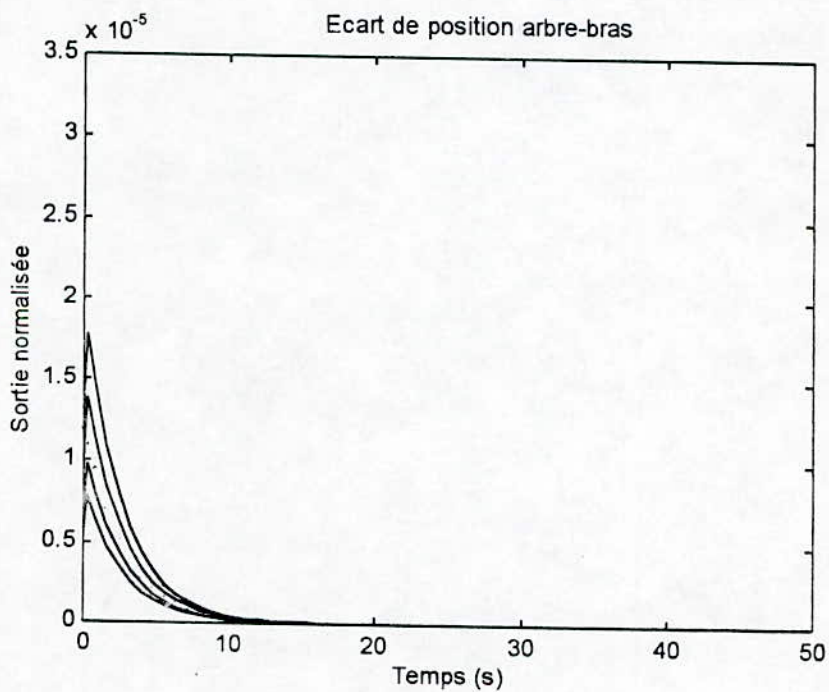


Figure 69 Ecart de position sous saturation de l'amplificateur de puissance

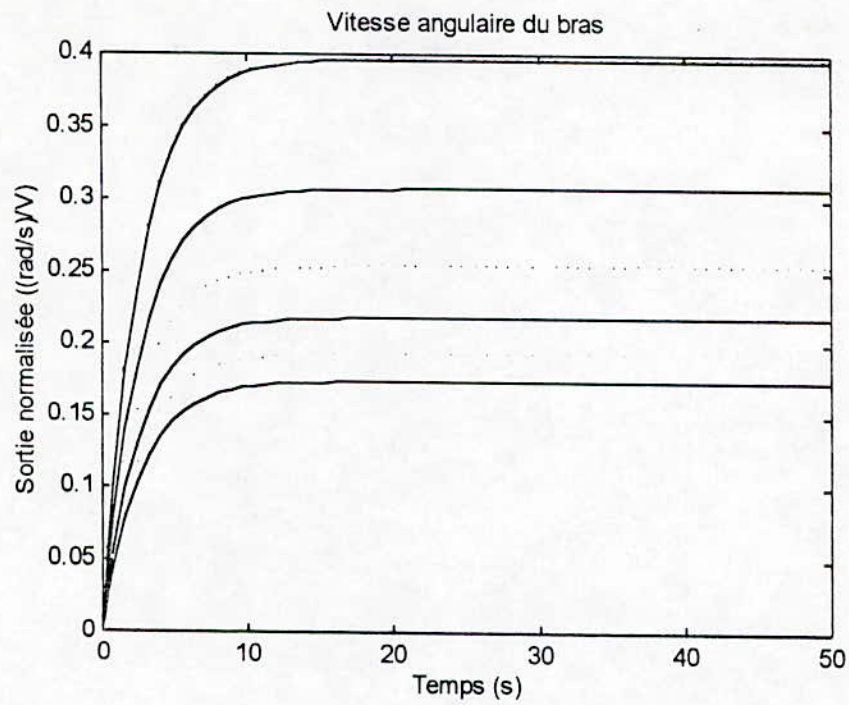


Figure 70 Vitesse angulaire du bras sous saturation de l'amplificateur de puissance

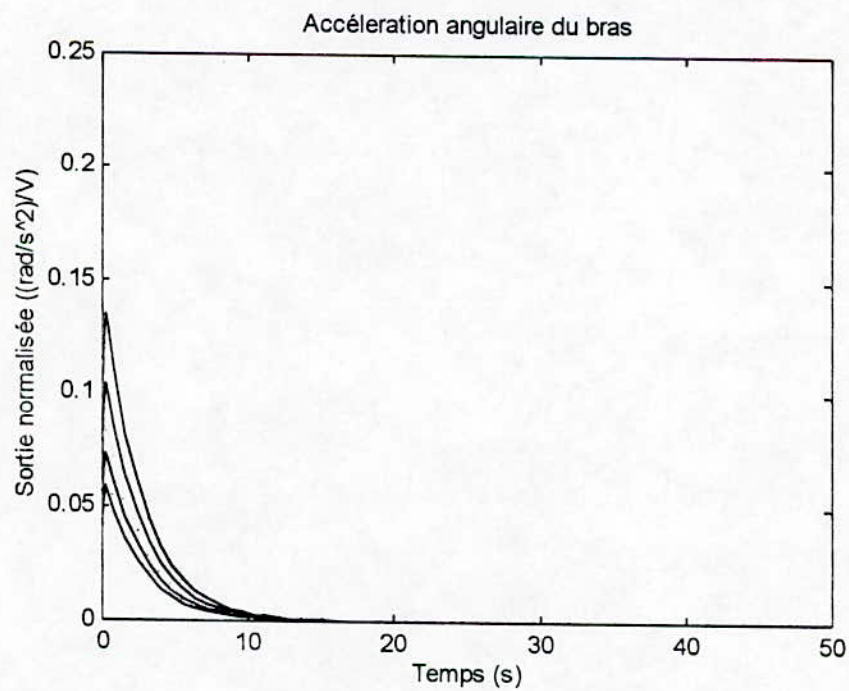


Figure 71 Accélération angulaire du bras sous saturation de l'amplificateur de puissance

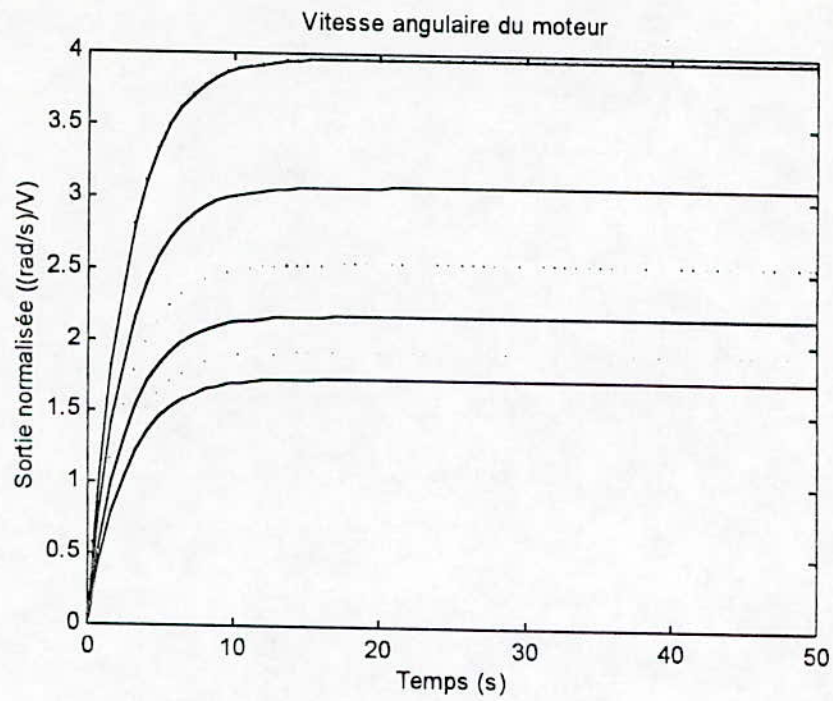


Figure 72 Vitesse angulaire du moteur sous saturation de l'amplificateur de puissance

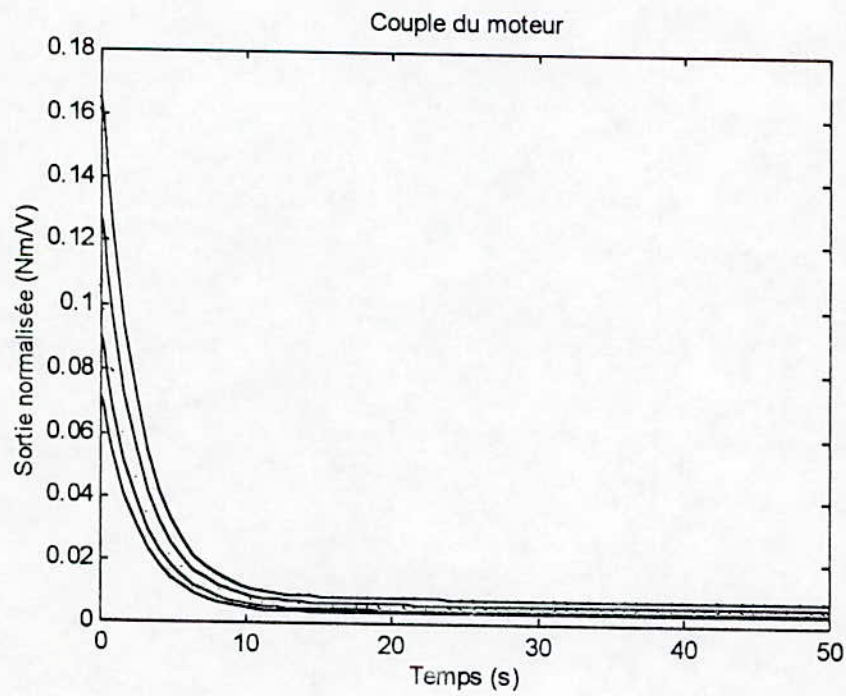


Figure 73 Couple du moteur sous saturation de l'amplificateur de puissance

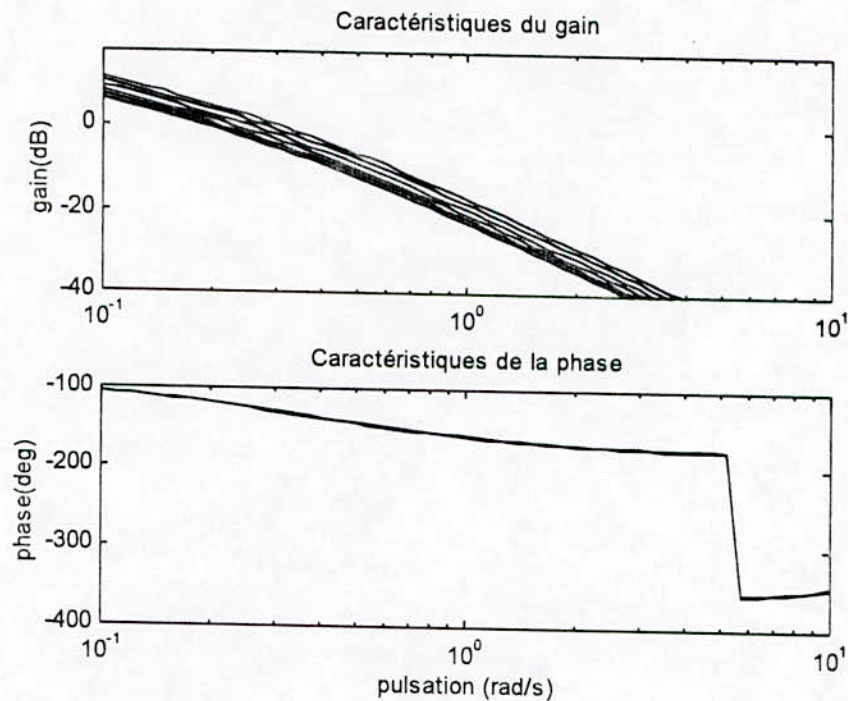


Figure 74 Diagramme de Bode du modèle non linéaire sous saturation de l'amplificateur de puissance

IV.3.2.6 Correction non linéaire

Le système sous saturation de l'amplificateur de puissance étant non linéaire de première catégorie (Figure 74), nous appliquons l'algorithme présenté dans le cadre de ce projet, en utilisant les lois de la deuxième approche (III.3.2).

Le PID nominal est conçu pour l'amplitude nominale $a_0 = 10$ et l'hystérésis $\varepsilon_0 = 0.1$ avec pour critères de conception une marge de gain $g_m = 1$ et une marge de phase $\phi_m = 45^\circ$ avec $\alpha = 4$.

Les résultats obtenus à l'issue de la conception du PID nominal sont les suivants :

Paramètres du PID nominal		Paramètres du cycle limite	
Kp_0	0.9748	ω_{c0} (rad/s)	0.3903
Td_0	3.0345	Amp_0 (V)	7.3520
Ti_0	12.1382	ψ_0 ($^\circ$)	0.7793

Tableau 7 Résultats de la conception du PID nominal

Où : Amp_0 est l'amplitude du cycle limite.

Les réponses du système corrigé par le PID nominal (correction linéaire), présentées ci-dessous, indiquent qu'une correction non linéaire soit nécessaire.

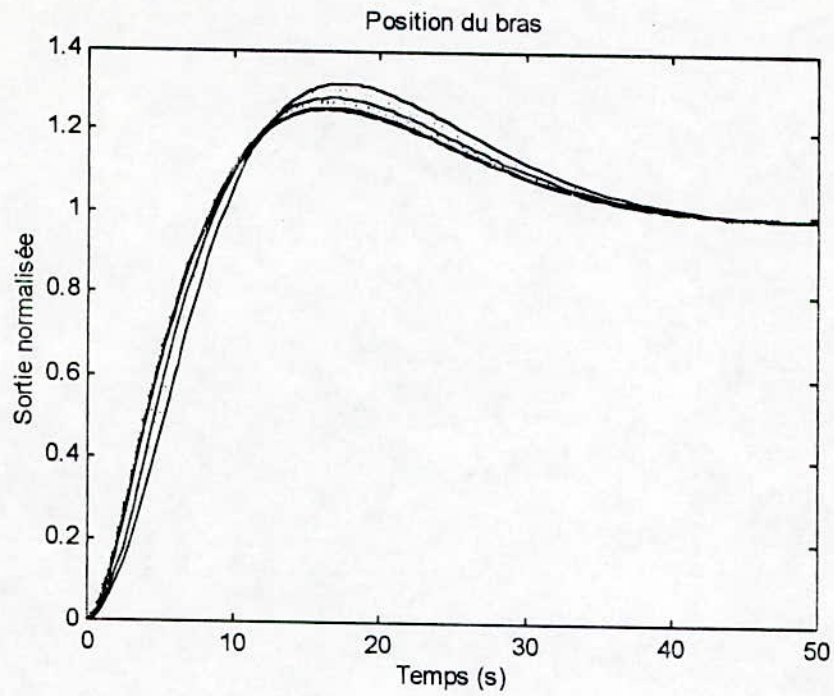


Figure 75 Position du bras sous correction linéaire

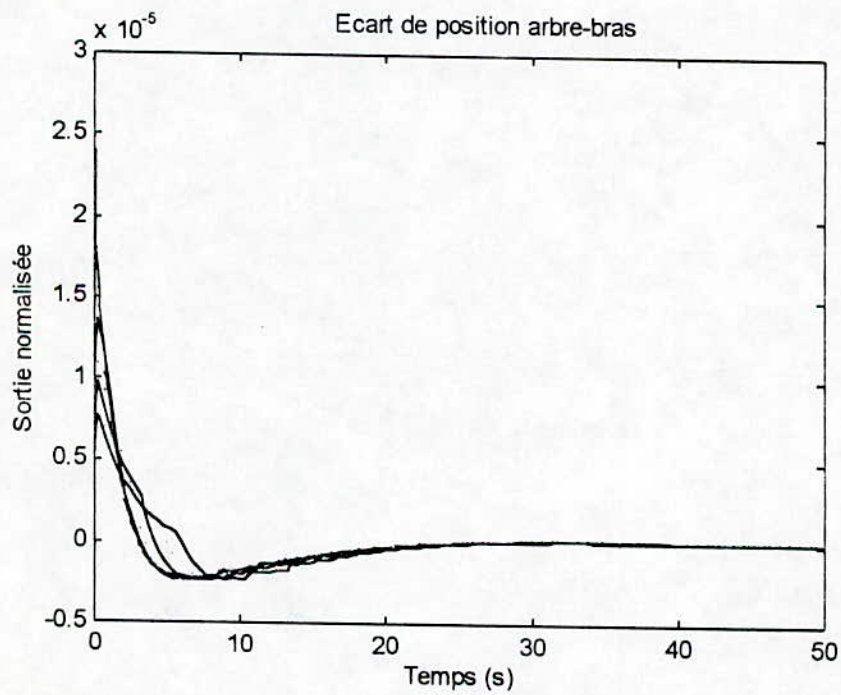


Figure 76 Ecart de position arbre-bras sous correction linéaire

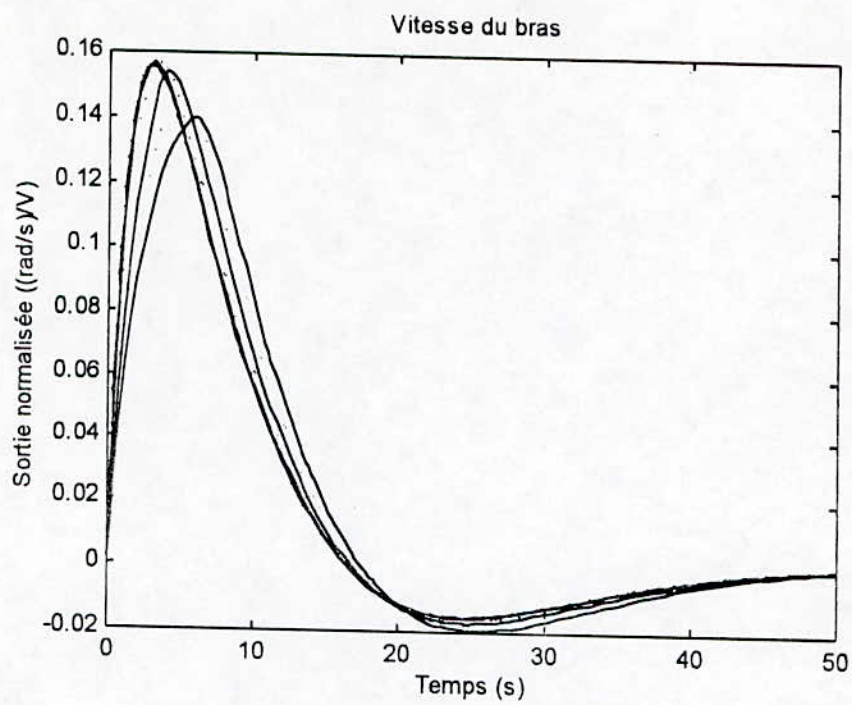


Figure 77 Vitesse angulaire du bras sous correction linéaire

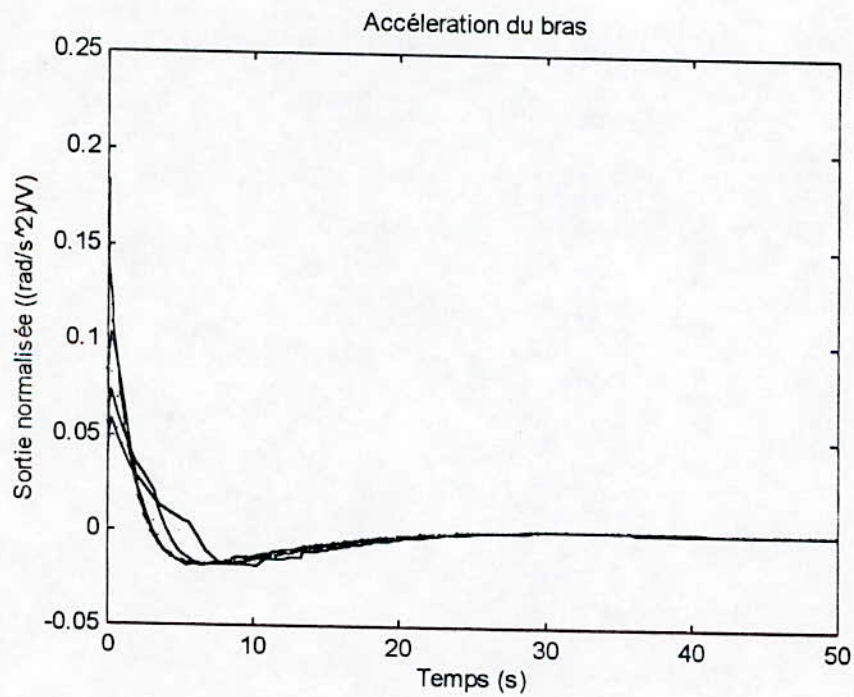


Figure 78 Accélération angulaire du bras sous correction linéaire

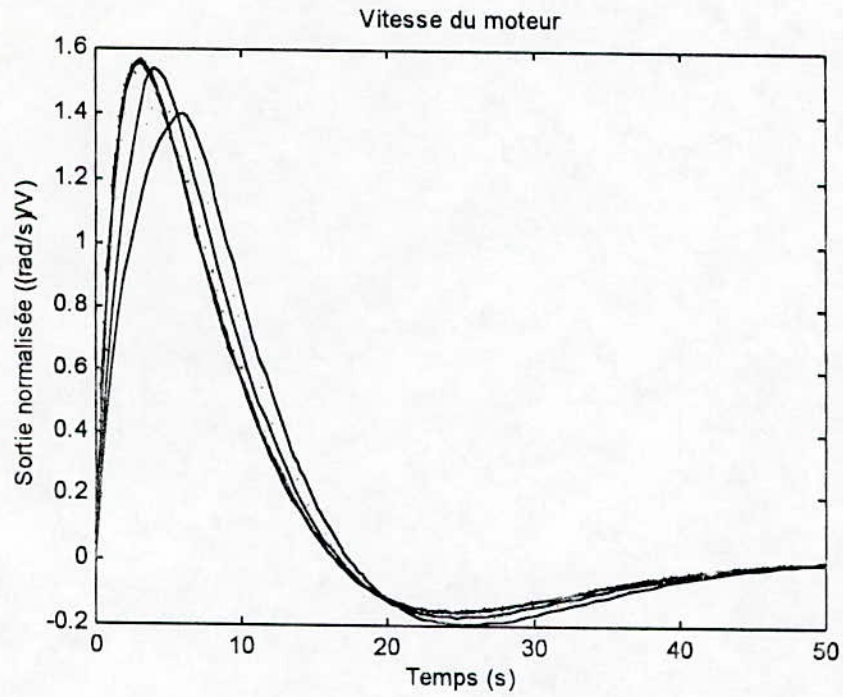


Figure 79 Vitesse angulaire du moteur sous correction linéaire

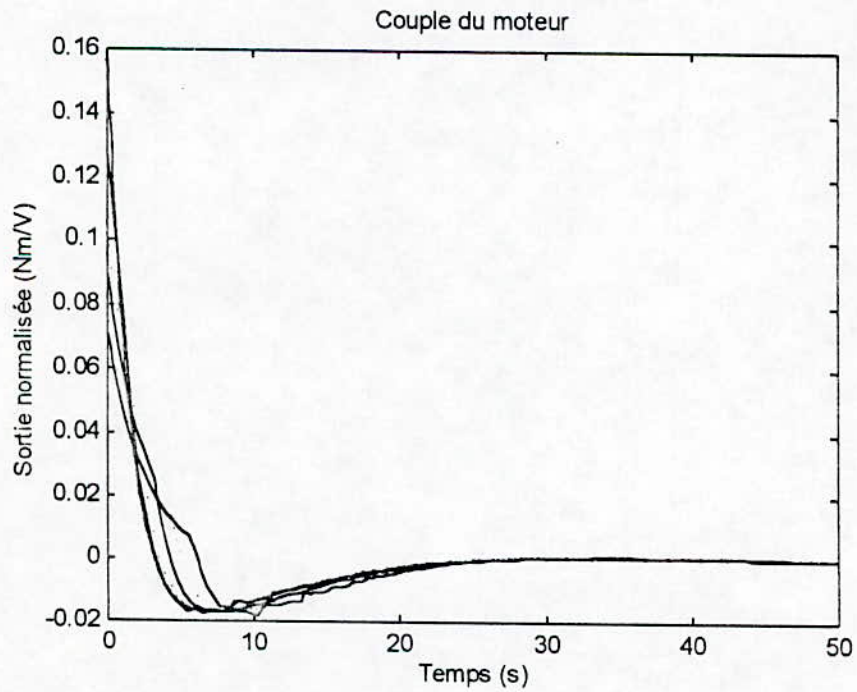


Figure 80 Couple du moteur sous correction linéaire

L'identification du système à l'issue des huit cycles limites engendrés en mode d'auto-ajustage, permet l'établissement de la base de données suivante :

ε_i (V)	h_i (V)	ψ_i (°)	ω_{ci} (rad/s)	e_i (V)	K_{pi}
0.3000	7.8540	2.2940	0.3855	10.4582	0.9562
0.5000	15.7080	1.9115	0.3855	20.9164	0.9562
0.7000	23.5619	1.7840	0.3855	31.3746	0.9562
-0.2937	31.4159	-0.6091	0.3865	38.5487	1.0376
-0.0937	39.2699	-0.1849	0.3838	40.5231	1.2339
0.1063	47.1239	0.2016	0.3814	42.1597	1.4232
-0.3984	54.9779	-0.7481	0.3855	42.5821	1.6439
-0.1984	62.8319	-0.3624	0.3849	43.7745	1.8275

Tableau 8 Base de données

Note : L'auto-ajustage est réalisé avec un filtre de Tchebychev d'ordre 4 (Figure 14), ce dernier nous permettant l'obtention d'un filtrage satisfaisant.

Le problème de fonction descriptive inverse est résolu pour les couples de valeurs $\{e_i, K_{pi}\}$ avec $N = 10$ de manière à obtenir après interpolation linéaire une fonction descriptive (FD) et une fonction descriptive inverse (FDI) de quatre vingt points.

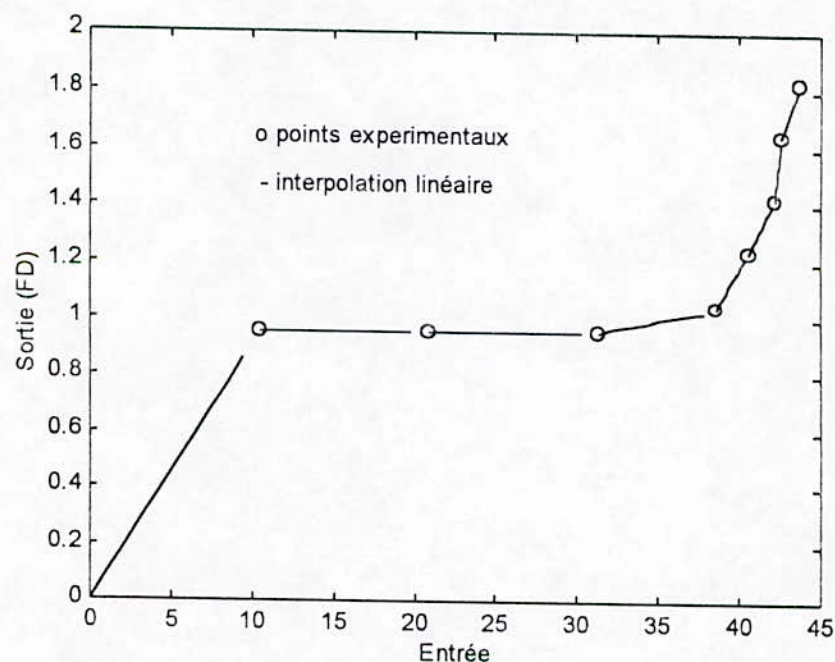


Figure 81 Fonction descriptive du gain non linéaire de correction

Ne possédant pas l'expression mathématique définissant la fonction descriptive inverse calculée, il est nécessaire (afin de l'implémenter) de procéder à une interpolation linéaire de ses points. On recherche (étant donné son allure), une caractéristique à deux segments de droite d'équations connues, s'interceptant en un point de bifurcation ajusté par essai et erreur jusqu'à s'approcher le mieux possible de la caractéristique expérimentale établie.

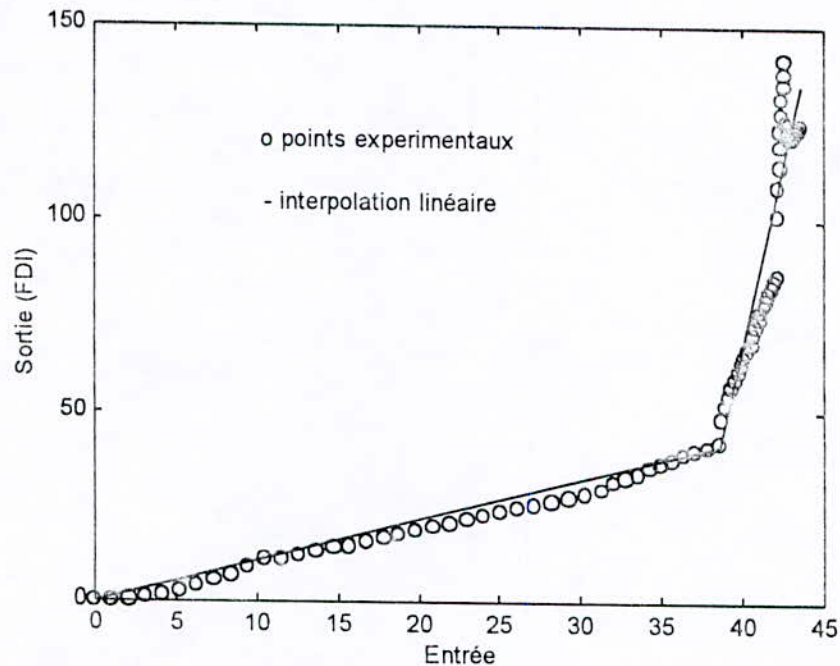


Figure 82 Caractéristique du gain non linéaire de correction

La non-linéarité de compensation est ainsi approchée par une simple caractéristique à symétrie impaire (la partie négative correspondant à des consignes négatives), de pente 1.0665 de 0 à 38.5487 (V) et de pente 18.4110 de 38.5487(V) à 43.6552 (V) (entrées de la non-linéarité) .

Résultats :

✓ Les réponses du système sous correction non linéaire, indiquent que l'objectif fixé ait été atteint : les réponses normalisées en boucle fermée sont tout-à-fait ou presque insensibles à l'amplitude du signal d'entrée.

La réponse en position que nous devons asservir, est nettement désensibilisée de l'effet non linéaire de l'amplificateur et la correction achevée avec succès.

L'ensemble de ces réponses ainsi que les signaux d'erreur et de commande sont donnés ci-dessous.

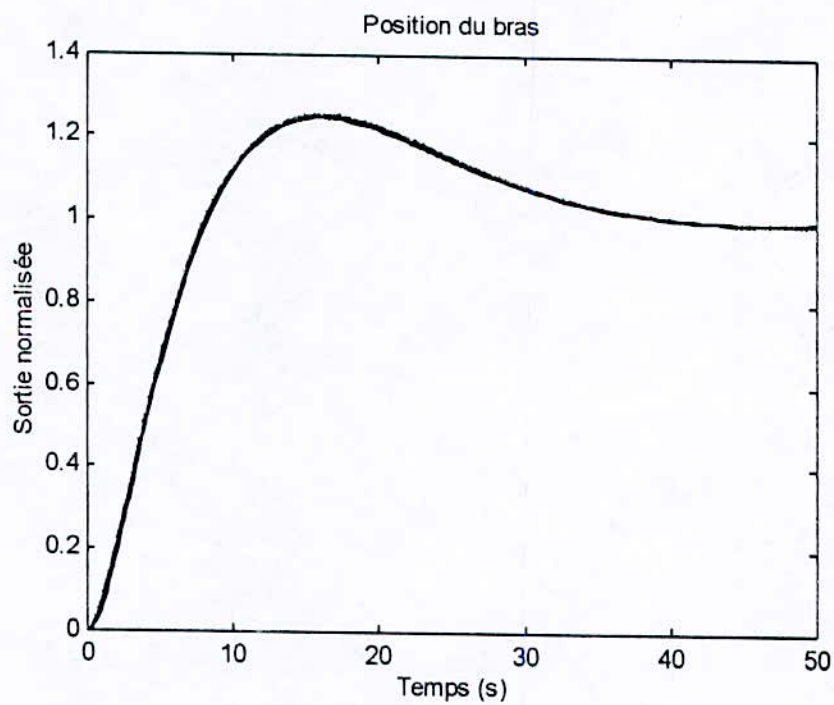


Figure 83 Position du bras sous correction non linéaire

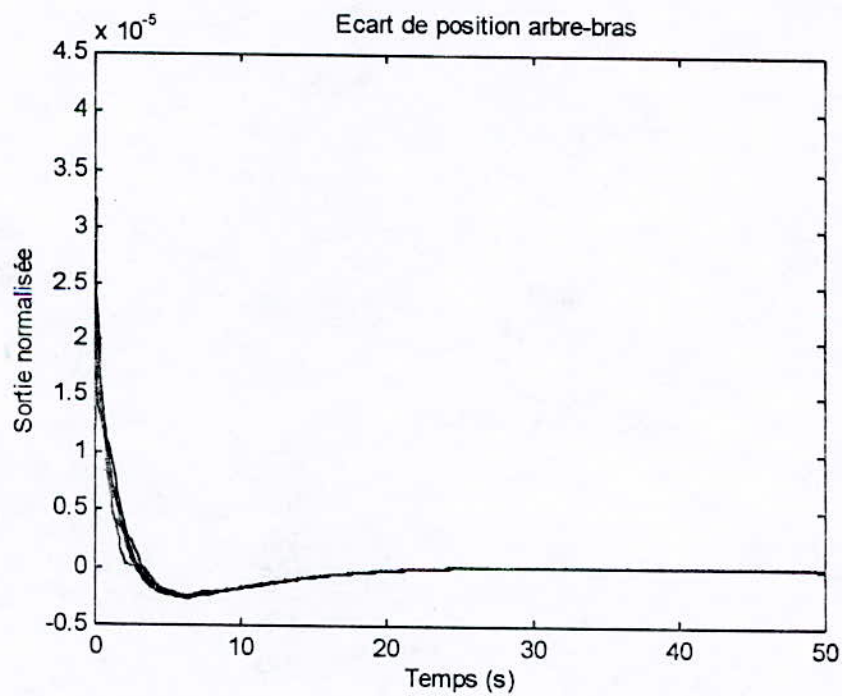


Figure 84 Ecart de position arbre-bras sous correction non linéaire

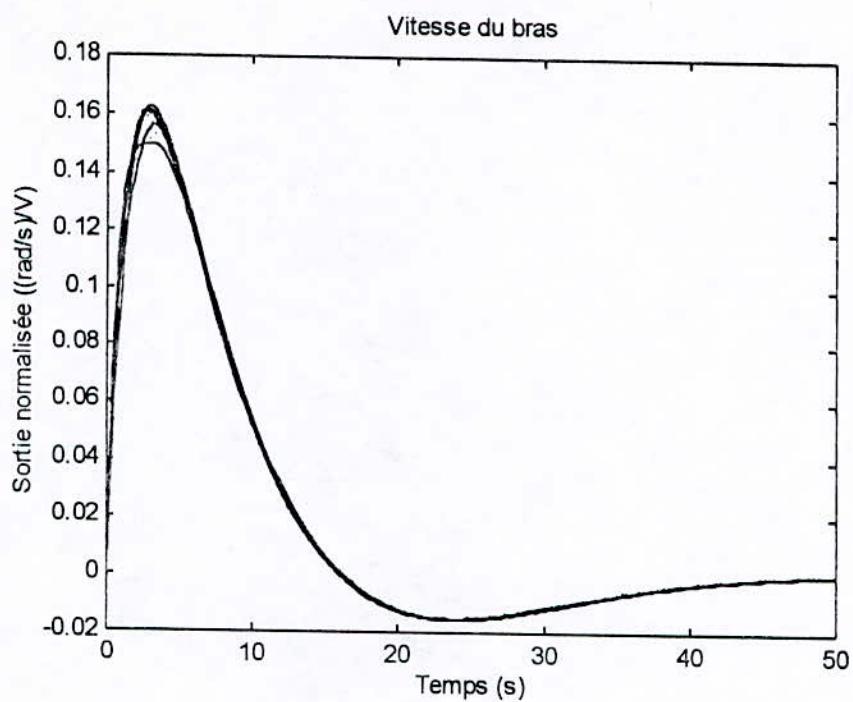


Figure 85 Vitesse angulaire du bras sous correction non linéaire

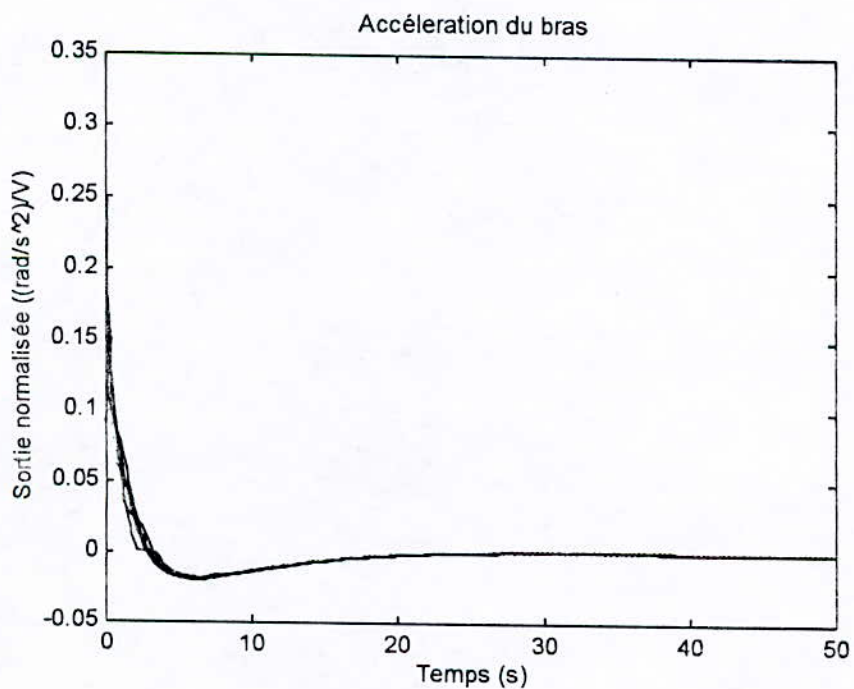


Figure 86 Accélération angulaire du bras sous correction non linéaire

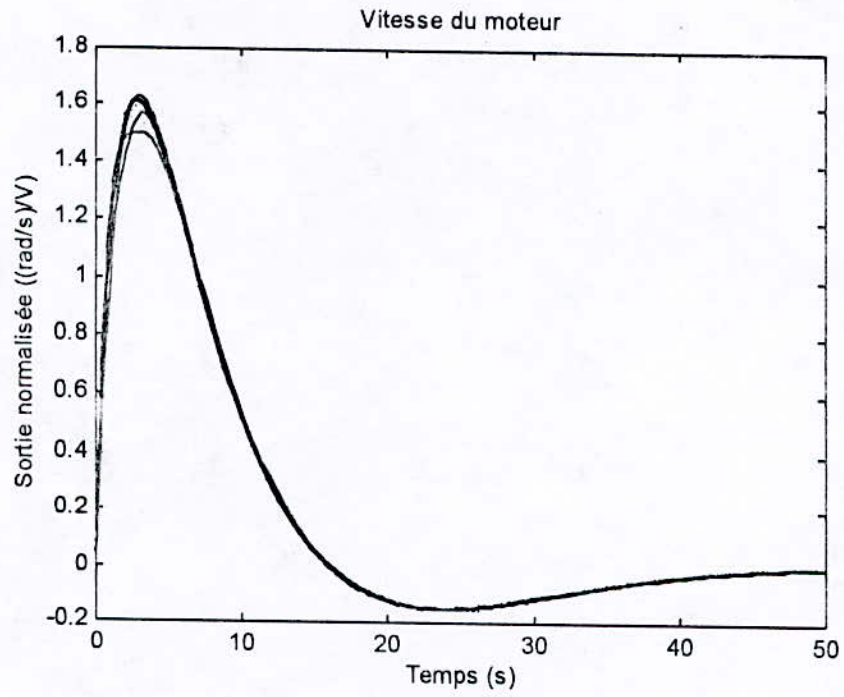


Figure 87 Vitesse angulaire du moteur sous correction non linéaire

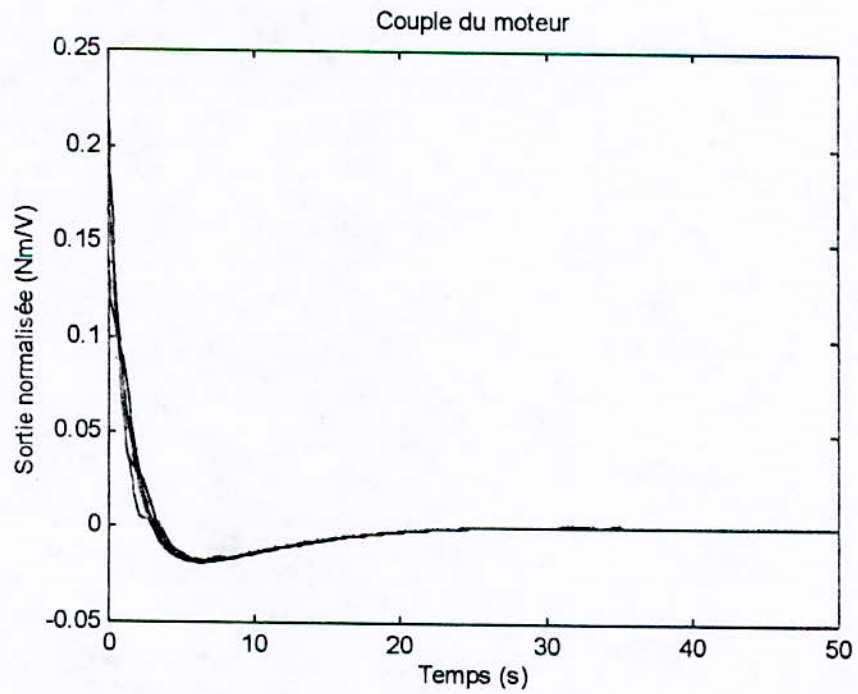


Figure 88 Couple du moteur sous correction non linéaire

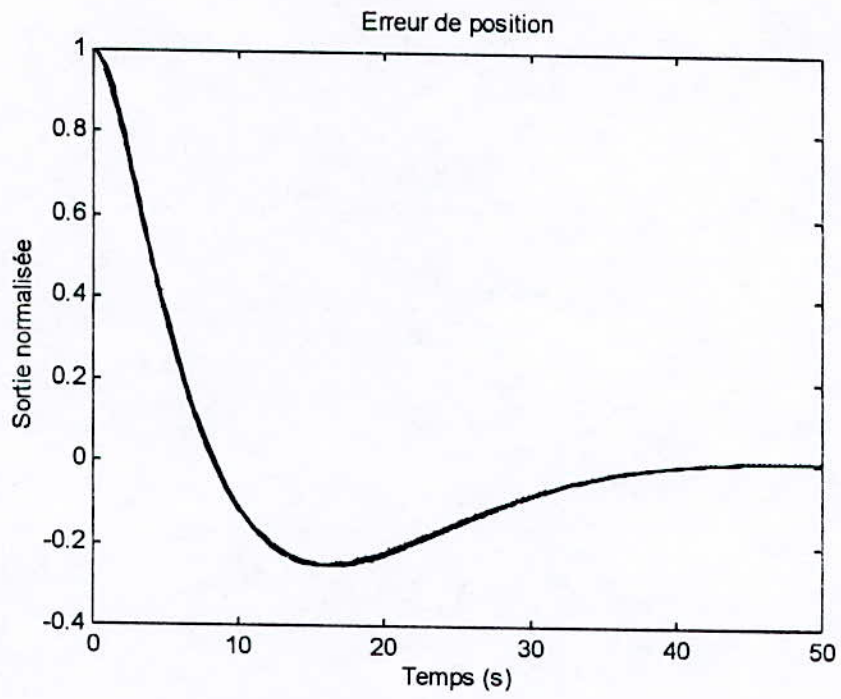


Figure 89 Erreur de position du système sous correction non linéaire

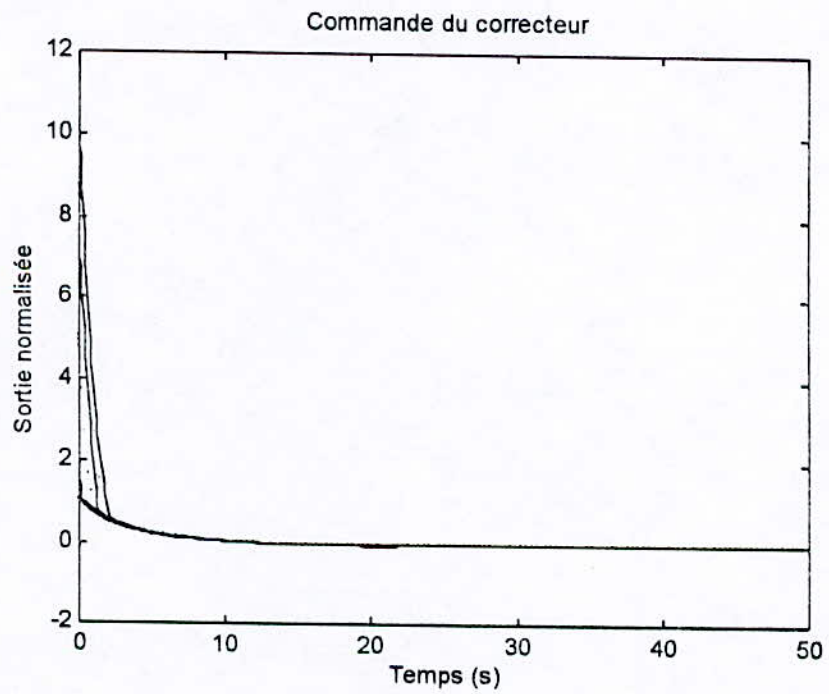


Figure 90 Signal de commande du PID non linéaire

Conclusion Générale

Le présent travail a pour objectif l'analyse et la conception d'un contrôleur PID pour la commande d'un bras manipulateur :

1. sous l'influence des différents paramètres non linéaires inhérents à sa dynamique, notamment :

- Saturation du couple moteur,
- Frottements visqueux du moteur,
- Flexibilité non linéaire du réducteur,
- Frottements visqueux du bras,

2. sous influence de la saturation de l'amplificateur du système de commande.

Etant donné l'intérêt relativement récent et croissant que suscitent les méthodes d'auto-ajustage sur le plan académique et industriel, notre étude s'est axée sur l'implémentation par simulation de l'une de ces méthodes : méthode d'auto-ajustage d'Aström-Hägglund, étendue aux systèmes non linéaires, telle que développée par l'équipe de recherche du Professeur D.P.Atherton (Université de Sussex, UK).

Le choix de la méthode d'auto-ajustage d'Aström-Hägglund, a été motivé par le fait que cette méthode a été testée sur des modèles mathématiques non linéaires [16,17,24] avec des résultats bien plus satisfaisants que ceux obtenus par la méthode de Ziegler-Nichols.

Il est à noter que la méthode en question est relativement simple à implémenter tant qu'on l'associe à des outils informatiques et mathématiques puissants, tels que MATLAB et SIMULINK. Ceci étant, l'application d'un tel algorithme est susceptible d'apporter des résultats satisfaisants sous les restrictions suivantes : les non linéarités doivent être statiques (uniquement dépendantes de l'amplitude d'entrée, non du temps) ; de première ou de seconde catégorie (ce résultat a été vérifié), aucune solution n'ayant été apportée à ce jour pour les systèmes non linéaires d'autres catégories, avec cette méthode spécifique [8].

De plus et bien que cet algorithme soit à l'origine développé pour des systèmes monovariables (SISO), il peut être étendu à des systèmes multivariables, en choisissant un procédé de découplage adéquat [17]. Cependant, un tel travail pourrait s'avérer compliqué et nécessitant des délais importants, proportionnellement au degré de complexité du système à réguler.

Notre étude s'est focalisée sur un système SISO, pour les raisons citées précédemment et vu l'extrême complexité des équations dynamiques des bras manipulateurs à 'n' degrés de liberté. Complexité d'autant plus grande si les articulations sont considérées comme élastiques, sous l'influence d'effets non linéaires tels que : saturation des couples moteurs et frottements visqueux.

Il faut rappeler aussi, que le choix de l'articulation de la base et du premier segment (bras à un degré de liberté), est justifié par le fait que celle-ci est la plus affectée par ces phénomènes[25].

Dans notre étude nous avons en première étape étudié le comportement du modèle linéaire de notre système, en boucle ouverte, dans une gamme de fonctionnement choisie, et avons constaté une divergence de sa réponse en position.

En deuxième étape, nous avons introduit les quatre sources de non - linéarité, une à une pour étudier l'effet de chacune d'elles indépendamment des autres, sur la dynamique du système. Nous avons constaté que seuls les frottements visqueux du moteur et une réduction de plus de 25% de la constante de raideur du réducteur peut influencer de manière significative les réponses du système : dans le premier cas, une compensation linéaire suffit amplement à éliminer l'effet non linéaire, part contre, dans le second il s'agit d'un phénomène vibratoire (non - linéarité dynamique) pour lequel il faudrait développer un contrôleur spécifique de type adaptatif, tel qu'il est généralement conseillé [25]. Les deux autres sources de non linéarité influençant que de manière négligeable les réponses du système, un PID linéaire suffit à corriger ce dernier.

Enfin, nous nous sommes intéressés à la saturation de l'amplificateur de puissance du signal de commande, situé en amont du système étudié jusqu'à ce stade. Suite à cette considération, nous avons constaté que le système devenait fortement non linéaire de première catégorie. L'algorithme de correction appliqué, les réponses du système ont été considérablement et de manière très satisfaisante désensibilisées totalement (réponse en position) ou presque, de l'amplitude d'entrée.

Ainsi, la technique d'auto-ajustage d' Aström-Hägglund s'avère très efficace et intéressante car elle permet la conception de contrôleurs PID simples et robustes, via la détermination aisée de deux paramètres seulement : le gain critique et la fréquence critique du système, et ne nécessite donc pas (en pratique) une connaissance détaillée du processus à réguler.

Il reste à noter que le choix approprié de modèles mathématiques pour la conception de systèmes de contrôle, est une étape cruciale dans le développement de stratégies de contrôle pour tout système quel qu'il soit et plus particulièrement pour les robots manipulateurs, dû à leurs dynamiques compliquées.

Enfin, l'extension de la méthode de conception de PID non linéaires par la méthode d'auto - ajustage à relais d'Aström-Hägglund, à des systèmes non linéaires autres que de première et seconde catégorie, tout comme à des non-linéarités dynamiques, reste un domaine à investir.

Annexes

A.1 Méthode de Lagrange

La méthode de Lagrange est une procédure mathématique permettant la localisation des zéros d'une fonction. Supposons que nous ayons à déterminer les zéros successifs de la sinusoïde représentée ci-dessous :

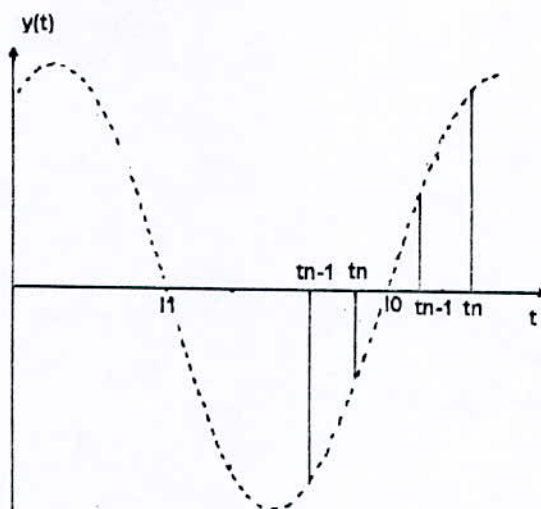


Figure 91 Localisation des zéros d'une sinusoïde

Si $y(t) > 0$,

le premier zéro l_0 est donné par :

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{y_n}{t_n - l_0} \Rightarrow l_0 = t_n - y_n \frac{t_n - t_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} \quad (\text{A.1})$$

et le deuxième zéro l_1 par :

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{-y_{n-1}}{l_1 - t_{n-1}} \Rightarrow l_1 = t_{n-1} + y_{n-1} \frac{t_n - t_{n-1}}{y_{n-1} - y_n} \quad (\text{A.2})$$

Si $y(t) < 0$,

le premier zéro l_0 est donné par :

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{-y_{n-1}}{l_0 - t_{n-1}} \Rightarrow l_0 = t_{n-1} + y_{n-1} \frac{t_n - t_{n-1}}{y_{n-1} - y_n} \quad (\text{A.3})$$

et le deuxième zéro l_1 par :

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{y_n}{t_n - l_1} \Rightarrow l_1 = t_n - y_n \frac{t_n - t_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Non-linéarités usuelles

A.2.1 Saturation (ou limiteur)

Elle peut exister dans des amplificateurs et moteurs. La sortie est proportionnelle à l'entrée tant que cette dernière n'atteint pas une valeur limite ; au-delà, la sortie est approximativement constante. Dans certains systèmes, cette non-linéarité est combinée avec une zone morte.

A.2.2 Zone morte

Un exemple typique est la valve, dont l'ouverture est effective, uniquement si la valeur de son entrée excède une valeur minimale correspondant au seuil de la non-linéarité.

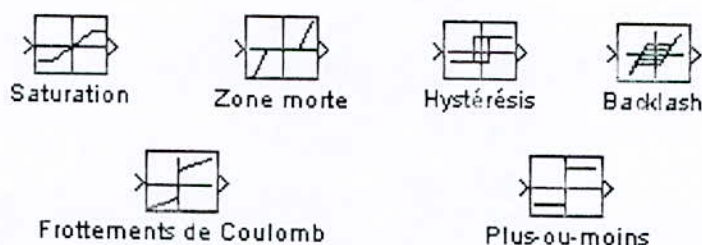


Figure 92 Non - linéarités standards

A.2.3 Hystérésis

Il est dû à la courbe de magnétisation des matériaux ferromagnétiques et se trouve dans les systèmes en utilisant. Un exemple typique est un relais électromécanique, pour lequel la valeur de mise à l'état haut est différente de celle de mise à l'état bas.

Les non-linéarités possédant un hystérésis sont dites : « à mémoire », dû au fait que la sortie ne dépend pas uniquement de l'entrée mais également, du signe de sa dérivée.

A.2.4 Backlash

Est une non-linéarité typique, que l'on rencontre dans les systèmes électromécaniques utilisant des freins pour lesquels, lorsqu'il y a un changement de direction à l'entrée, la sortie reste constante jusqu'à atteindre une limite au-delà laquelle, elle devient proportionnelle à l'entrée.

A.2.5 Frottements

A.2.5.1 Frottements visqueux

Ils représentent une force de retardement, liant de façon linéaire la force appliquée à la vitesse. Son expression mathématique est :

$$f(t) = B \frac{dy(t)}{dt} \quad (\text{A.5})$$

Où B est le *coefficient de frottements visqueux*, d'unité dans le système SI : $N/m/sec$.

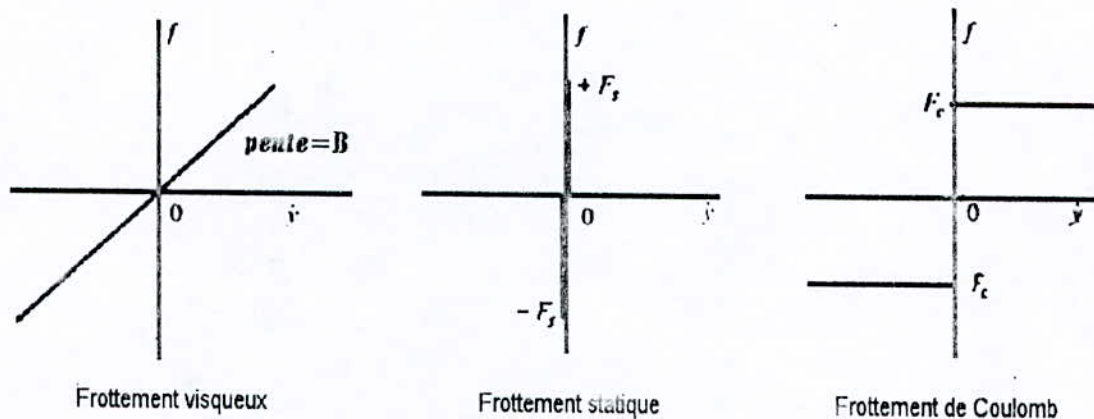


Figure 93 Caractéristiques des frottements

A.2.5.2 Frottements statiques

Ils représentent une force de retardement qui tend à empêcher le mouvement de commencer. La force de frottement statique peut être représentée par l'expression :

$$f(t) = \pm (F_s)_{y=0} \quad (\text{A.6})$$

Où $(F_s)_{y=0}$ est définie comme la force de frottements statiques qui existe uniquement lorsque le corps est stationnaire, mais a une tendance au mouvement. Le signe de $f(t)$ dépend de la direction du mouvement.

A.2.5.3 Frottements de Coulomb

Sont une force retardatrice d'amplitude constante, respectant tout changement de vitesse. Son expression mathématique est :

$$f(t) = F_c \left(\frac{dy}{dt} / \left| \frac{dy}{dt} \right| \right) \quad (\text{A.7})$$

où F_c est le coefficient de frottements de Coulomb

Note : Dans les définitions précédentes, le mot 'force' devrait être remplacé par 'couple' et la translation 'y' par le déplacement angulaire ' θ ', dans le cas de mouvements rotatifs.

A.2.6 Plus - ou - moins

Il est surtout utilisé comme amplificateur de puissance. Il présente deux niveaux de sortie et peut être décrit comme une fonction 'signe'.

A.2.7 Ressort non linéaire

Tout ressort présente une force de rappel proportionnelle à l'élongation qu'il subit. Si Δx est cette élongation, $f(t)$ cette force, alors :

$$f(t) = k\Delta x \quad (\text{A.8})$$

Où k est la constante de raideur du ressort (N/m). Il existe cependant une modélisation non linéaire de ressort, dictée par l'équation :

$$f(t) = k\Delta x + k'(\Delta x)^3 \quad (\text{A.9})$$

Où k' peut être positif, négatif ou nul. Le ressort est alors : 'doux', 'mou' ou 'linéaire', respectivement.

A.3 Diagrammes de Bode des non-linéarités standards

La classification fréquentielle (III.2.4) des non-linéarités étudiées, en catégories a été effectuée pour les amplitudes de test suivantes : 0.1, 1, 5, 10, 50 et 100 avec les paramètres suivants :

Non-linéarité	Paramètres
Plus-ou-moins	Amplitude=1
Saturation	Point de bifurcation =0.5
Frottements de coulomb	Sortie au point de bifurcation=1
Zone morte	Largeur=6
Relais à hystérésis	Amplitude=1, hystérésis=3
Backlash	Largeur =3

Tableau 9 Paramètres de simulation des non-linéarités standards

Les diagrammes de Bode ainsi obtenus sont présentés ci-après.



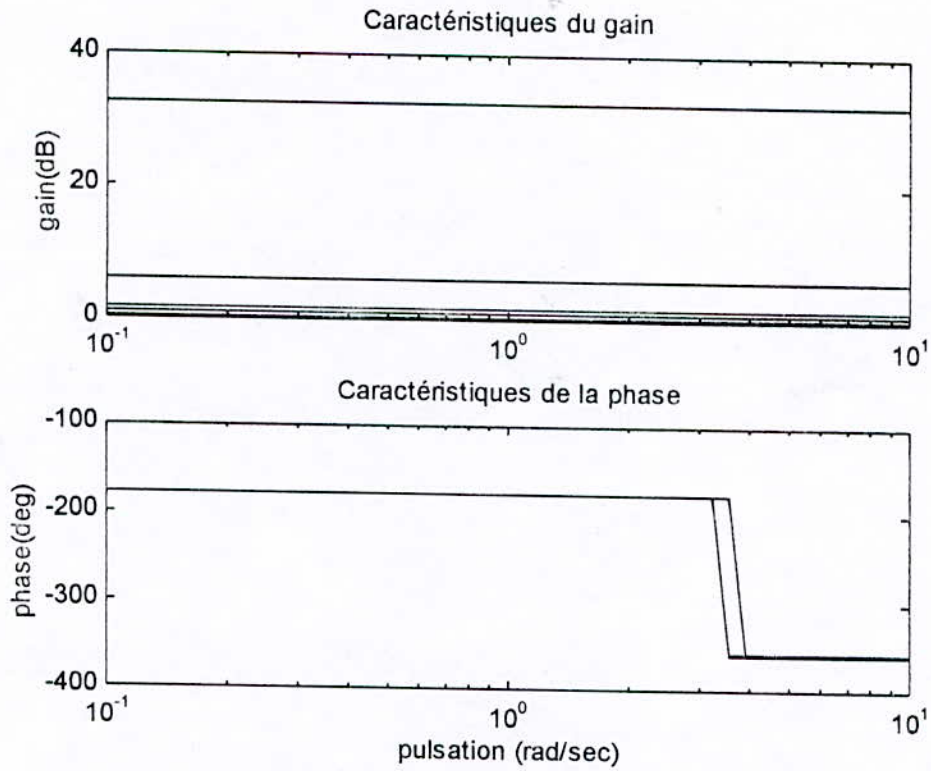


Figure 96 Diagramme de Bode de frottements de Coulomb

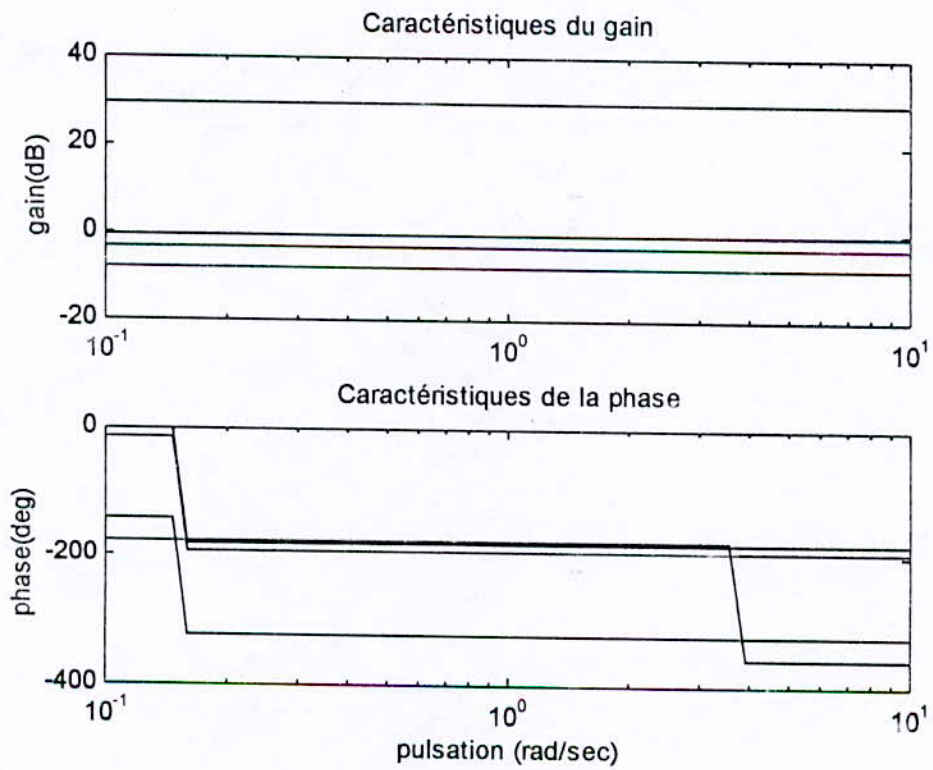


Figure 97 Diagramme de Bode d'une Zone morte

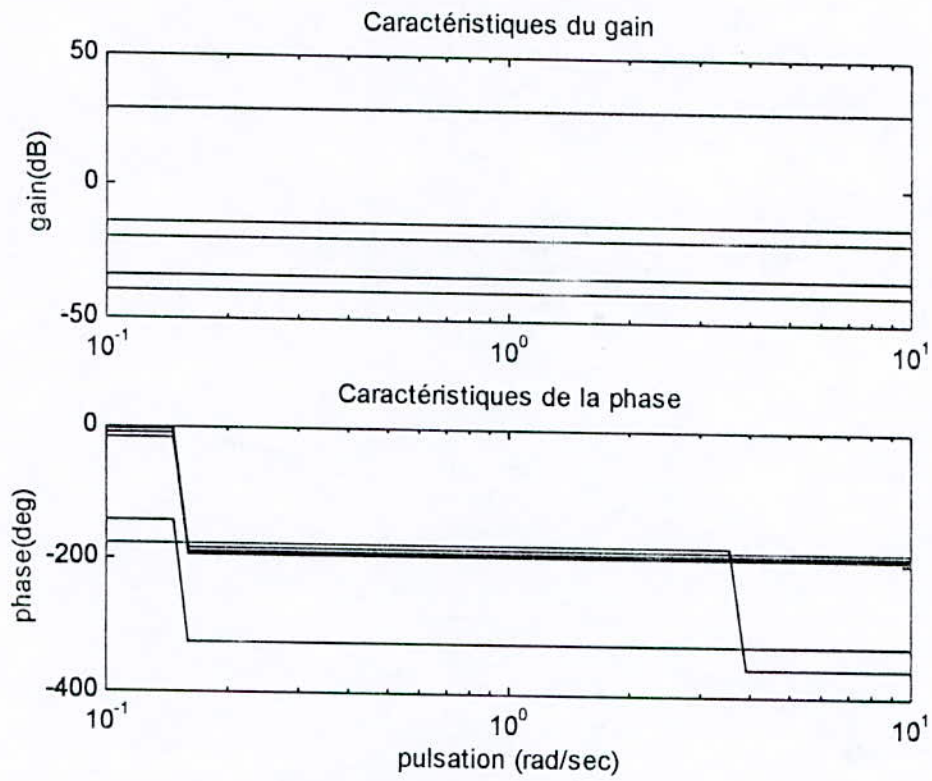


Figure 98 Diagramme de Bode d'un relais à hystérésis

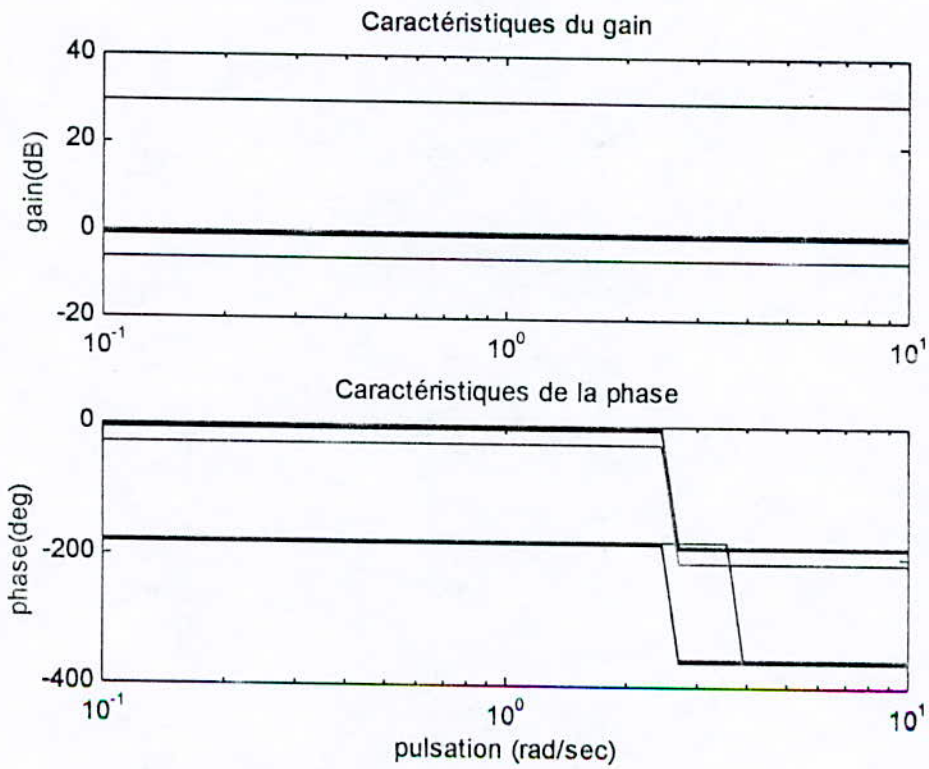


Figure 99 Diagramme de Bode d'un Backlash

Bibliographie

- [1] Aström K.J. and Hägglund T., 'Automatic tuning of PID regulators', Research triangle park, N.C. Instrument Society of America, 1988.
- [2] Aström K.J., Hägglund T., Hang C.C. and HO W.K., 'Automatic tuning and adaptation for PID controllers, a survey', IFAC International Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing, Grenoble, France, July 1992, pp. 121- 126.
- [3] Aström K.J. and Hägglund T., 'Automatic tuning of simple regulators', Proceeding IFAC 9th World Congress, Budapest, 1984.
- [4] Aström K.J. and Hägglund T., 'Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins', Automatica, Vol. 20, No. 5, 1984, pp. 645-651.
- [5] Aström K.J. and Hägglund T., 'A frequency domain method for automatic tuning of simple feedback loops', Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1985.
- [6] Aström K.J. and Hägglund T., 'A non linear PID autotuning algorithm', American Control Conference, Seattle, WA, June 1986.
- [7] Atherton D.P., Benouarets M. and Nanka - Bruce O., 'Design of non linear PID controllers for non linear plants', Proceedings, Vol.3, IFAC World Congress, Sydney, Australia, 1993, pp.355 - 358.
- [8] Atherton D.P. and Nanka-Bruce D., 'Design of non linear controllers for non linear plants', IFAC Congress, Tallin, Vol.6 , 1990, pp.75 - 80.
- [9] Atherton D.P. and Wadey M., 'Limit cycles in relay systems', American Control Conference, Virginia USA, June 14-16, 1982.
- [10] Atherton D.P., 'Non linear systems, A survey', Encyclopedia of Systems and Control, 1987, pp.3366 - 3373.
- [11] Atherton D.P., 'Autotuning of phase advance controllers', 4 th IEEE Conference on Control Applications, Albany, New York, September 1995.
- [12] Atherton D.P., 'Computer aided design of non linear control systems', Invited paper presented at 8 th Congresso Brasileiro de Automatica, Brazil, 16 pages, September 1990.

- [13] Atherton D.P., 'Plant models for non linear controller design', presented at IEE Colloquium on Non linear Systems, London, 24 May 1994, pp.1-4.
- [14] Atherton D.P., 'Oscillations in relay systems', Trans. Inst. M.C., Vol. 3, No. 4, October.-December, 1981.
- [15] Atherton D.P., 'Control problems of non linear electromechanical systems'. Proceedings of 2nd International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice - Invited Keynote Address, September 1995, pp. 5-14.
- [16] Benouarets M., 'Some design methods for linear and non-linear controllers', PhD Thesis, School of Engineering and Applied Sciences, The University of Sussex, UK, April 1993, pp.122 - 146.
- [17] Cherid N., 'Conception d'un contrôleur PID non linéaire pour la compensation des systèmes non linéaires', Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, El Harrach, Algérie, juin 1995.
- [18] Choudhury S.K. and Atherton D.P., 'Limit cycles in high-order non linear systems', IEEE proceedings, Vol.121, No.7, July 1974.
- [19] Gille J.Ch., Decaulne P. et Pelegrin M., 'Systèmes asservis non linéaires', Tome 1 et 2, Edition Donod, 1975.
- [20] Good M.C. Sweet L.M. and Strobel K.L., 'Dynamic models for control systems design of integrated robot and drive systems', Trans. ASME, Journal of Dynamical Systems, Measurement and Control., Vol. 107, March 1985, pp. 53-59,.
- [21] Goucem A., 'Computer aided design of non linear sampled data systems', PhD Thesis, School of Engineering and Applied Sciences, The University of Sussex, UK, December 1987, pp. 1-14.
- [22] Hang C.C., Aström K.J. and Ho W.K., 'Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula', IEE proceedings-D, Vol. 138, No. 2, March 1991.
- [23] Holunberg U., 'Relay feed-back of sampled systems', Student litterature, 1991.
- [24] Kara N., 'Conception d'un contrôleur PID non linéaire pour la compensation des systèmes non linéaires', Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, El Harrach, Algérie, Juin 1995.
- [25] Reieswijk T.A., de Haas J., Honderd G. and Jongkind W., 'A comparison between theoretically derived and experimentally verified dynamic modelling of a SCARA-ROBOT', S.G.,Tzafestas (ED.), Robotic Systems, 1992, pp. 61-69.
- [26] Spong M.W., 'Modeling and control of elastic joint robots', Trans. of ASME, Journal of Dynamical Systems, Measurement and Control, Vol. 109, December 1987, pp. 310-319.

- [27] Spong M.W. and Vidyasagar M., 'Robot Dynamics and Control', Edition John Wiley & Sons, Inc, 1989.
- [28] The Math Works Inc., 'SIMULINK User's Guide', for Microsoft Windows, April 1993.
- [29] The Math Works Inc., 'MATLAB Reference Guide', Reprinted in July 1993.
- [30] Les Techniques de l'Ingénieur, Vol. R7, article R7420, 'Introduction à la commande numérique des systèmes', Mise à Jour Mars 1996.