



9/86<sup>22</sup>

L'ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE DÉPARTEMENT GÉNIE - CIVIL

Par : Madame MORSLI Meriem Née OUHACHI

Pour l'Obtention du Diplôme de MAGISTER  
en Génie - Civil, Option Structures

**ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE  
DES DEFORMATIONS INSTANTANÉES DES POUTRES  
HYPERSTATIQUES EN BETON ARME**

Soutenue le 28 Mai 1986 devant la Commission d'Examen :

Président : **M. B. TILIOUINE**

Maitre de Conférence

Rapporteurs: **M. P. BONNEVILLE**

Professeur

**M. A. CHARIF**

P. H. D

**M. W. KUCZYNSKI**

Professeur

Examineurs: **M. M. BELAZOUGUI**

Dr. Ingénieur

Invité **M. M.S. BARAKA**

Dr. Ingénieur

/ / - ) MON MARI

/ / - ) MES PARENTS

/ / - ) MON FILS TAREK

/ / - ) MA FAMILLE

/ / - ) MES AMIS

## REMMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Ce travail a été accompli au laboratoire structures du Département de Genie civil de l'Ecole Nationale Polytechnique sous la Direction scientifique de Monsieur W. KUCZYNSKI, Professeur à l'université des sciences et de la technologie d'ORAN.

Il m'est très agréable aujourd'hui de lui exprimer ma gratitude de m'avoir proposé ce sujet et s'être déplacé autant de fois qu'il était nécessaire.

J'exprime également ma gratitude à Messieurs P. BONNEVILLE (Professeur) et A. CHARIF (P.H.D) pour l'intérêt qu'ils ont porté à cette étude et pour toutes les suggestions qu'ils ont bien voulu me prodiguer dans la rédaction de la présente thèse.

Je remercie Monsieur B. TILIOUINE, Maître de conférence, d'avoir accepté de présider le jury, Monsieur BELAZOUGUI, chargé de cours, et Monsieur M.S. BARAKA Maître assistant, d'avoir bien voulu me faire l'honneur d'être membres du jury

Je ne terminerai pas sans remercier :

\* La SNMC, sous la Direction de Monsieur GHERNAOUT, pour l'aide matérielle qu'elle nous a apportée lors de l'élaboration des pièces d'essais

\* La SONATRO, en citant particulièrement Monsieur SASSI, Technicien supérieur au laboratoire central, pour sa précieuse collaboration.

\* Le CNERIB, les laboratoires de résistances de matériaux des universités des sciences et de la technologie d'ORAN et de TIZI OUZOU sans oublier le laboratoire d'Electronique de l'E.N.P pour le matériel de mesures qu'ils ont bien voulu mettre à notre disposition.

De même j'exprime ma reconnaissance au personnel du laboratoire de l'université de Liège, sous la Direction du Professeur DEHOUSSE, pour l'accueil et les conseils qui nous ont été donnés lors du stage effectué durant le mois de Février 1984.

Que toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de la présente thèse soient remerciées .

## /// CONTENTS

<u>CHAPITRE I : INTRODUCTION</u>	
I.1 : Généralités .....	10
I.2 : Recherches antérieures.....	12
I.21 : Etudes théoriques.....	12
I.22 : Etudes expérimentales.....	18
I.3 : But et limites de la recherche.....	29
 <u>CHAPITRE II : ETUDES THEORIQUES</u>	
II.1 : Introduction.....	31
II.2 : Lois moments-courbures d'une poutre en béton armé, relations de base.....	33
II.3 : Présentation de la loi de la dégradation continue de la rigidité selon les travaux du professeur KUCZYNSKI.....	35
II.31 : Expression de la rigidité.....	35
II.32 : Courbure.....	38
II.4 : Méthodes de calcul des déformations des poutres hyperstatiques en béton armé.....	43
II.42 : Méthode continue de KUCZYNSKI - Pelonaise.....	44
II.43 : Méthode bilinéaire du C.E.B.....	45
II.44 : Méthode bilinéaire de BRANSON - ACI.....	48
II.45 : Méthode du B A E L - française.....	49
 <u>CHAPITRE III : EXPERIMENTATION</u>	
III.1 : Programme.....	53
III.11 : Dimensions et mode de chargement.....	54
III.12 : Ferrailage des poutres.....	55
III.13 : Confection des poutres d'essais.....	56

III.2 : Caractéristiques mécaniques des matériaux.....	60
III 21 : Les bétons.....	60
III 22 : L'acier.....	60
III.3 : Exécution des essais.....	61
III 31 : Machine d'essai.....	61
III 32 : Mesures et appareils de mesure.....	64
III 33 : Conditions d'exécution des essais.....	69
III.4 : Résultats de mesure.....	69

**CHAPITRE IV : CALCUL DES POUTRES D'ESSAIS**

IV.1 : Schémas statiques.....	71
IV.2 : Relations de base.....	71
IV.3 : Moments ultimes, capacités portantes des poutres étudiées.....	73
III 31 : Résultats théoriques.....	73
III 32 : Résultats expérimentaux.....	73
IV.4 : Calcul des déformations instantanées.....	74
IV 41 : Méthode KUCZYWSKI.....	74
IV 42 : Méthode du C.E.B.....	82
IV 43 : Méthode de BRANSON.....	84
IV 44 : Méthode du B A E L.....	86

**CHAPITRE V : ANALYSE DES RESULTATS**

V.1 : Comparaison des résultats des présents essais avec ceux réalisés par MONNIER.....	88
V.2 : Analyse des flèches.....	88
V 21 : Influence de la classe du béton.....	88
V 22 : Influence du pourcentage d'armature.....	89
V 23 : Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.....	89
V 231 : Comparaison numérique.....	89
V 232 : Remarques générales sur les différentes méthodes.....	90

V.3 : Angles de rotation.....	92
V.4 : Redistribution des moments.....	108
IV - CONCLUSIONS GENERALES.....	116

A N N E X E S

ANNEXE "A" : Graphes des essais antérieurs.....	117
ANNEXE "B" : Caractéristiques des matériaux.....	123
ANNEXE "C" : Etalonnage de la presse.....	137
ANNEXE "D" : Tableaux de mesures et de calculs.....	141

Bibliographie

---

## NOTATIONS

- $a, f$  : flèche  
 $ac$  : flèche élastique  
 $A', A''$  : section d'acier comprimé, tendu,  
 $B$  : rigidité d'une section  
 $d, d'$  : enrobage  
 $E_b$  : module de déformation longitudinal du béton  
 ( $E_{b0}$  : avant chargement,  $E_{bI}$  : au stade I,  $E_{bII}$  : stade II)  
 $E_a$  : module de déformation longitudinale de l'acier  
 $f_{ck}, f_{cj}$  : résistance caractéristique à la compression  
 $f_{ct}$  : résistance caractéristique à la traction  
 $h_t$  : hauteur totale de la section  
 $h$  : hauteur utile de la section  
 $I$  : moment d'inertie d'une section ( $I_0$  : avant chargement,  $I_1$  : au stade I,  $I_{II}$  : au stade II).  
 $I_c$  : moment d'inertie du béton seul  
 $K, K'$  : coefficient de souplesse de la poutre en travée, en appui.  
 $K_s$  : coefficient tenant compte de l'effet de l'armature ( $K_{s1}$  au stade I,  $K_{s2}$  au stade II).  
 $L$  : portée d'une travée de poutre  
 $M$  : moment de flexion  
 $M_0$  : moment isostatique  
 $M_u, M'_u$  : moment ultime en travée, en appui  
 $M_{cr}, M_R$  : moment de fissuration  
 $M_{le}$  : moment limite élastique  
 $m_i$  : taux de sollicitation de la section  $i$   
 $m_c$  : taux de sollicitation global du système ou degré d'avancement de charge.  
 $P_u, q_u$  : charges ultimes.  
 $\bar{R}_a$  : résistance moyenne de l'acier  
 $f_c; \bar{R}_b$  : résistance moyenne en compression du béton.  
 $W_c$  : module de résistance ( $W_c$  : module de résistance du béton seul;  $W_I$  : béton + armature).  
 $X$  : position de l'axe neutre ( $X_1$  en stade I,  $X_2$  en stade II).  
 $Z$  : bras de levier des forces.

- $\beta$  : rapport des résistances  $\bar{R}_a / \bar{R}_b$   
 $\epsilon$  : déformation relative ( $\epsilon_s$  : acier,  $\epsilon_c$  : béton)  
 $\xi$  : position relative d'une section sur la poutre ( $x/l$ )  
 $\chi_i$  : courbure au point  $i$   
 $\chi_{le}$  : courbure limité élastique  
 $\chi_u$  : courbure ultime  
 $\omega, \omega'$  ou  $\rho$  et  $\rho'$  : pourcentage d'armature tendue, comprimé  
 $\psi$  : coefficient de plastification et de fissuration  
 $\sigma$  : coefficient de correction de la rigidité initiale  
 $\psi_i$  : angle de rotation de la section  $i$   
 $\eta_i$  : flèche réduite de la section  $i$   
 $\bar{x}, \bar{\phi}, \bar{y}$  : fonctions de base  
 $\xi_b$  : coefficient de répartition tenant compte de la contribution du béton tendu entre les fissures.  
 $\beta_1$  : coefficient caractérisant la qualité de l'acier (adhérence)  
 $\beta_2$  : coefficient tenant compte de l'influence de la durée du chargement.

**LISTE DES FIGURES, GRAPHES ET TABLEAUX'**

—:—:—:—:—:—:—:—:—:—

FIGURES

1.1 : Modélisation d'un corps élastique linéaire - parfait.....10

1.2 : Modélisation d'un corps :

a - élastique - parfaitement plastique.....11

b - rigide - parfaitement plastique.....11

1.3 : Comportement sous charge d'une poutre reposant sur appuis  
 simples.....13

1.4 : Variation de la position de l'axe neutre entre deux  
 fissures.....14

1.5 : Redistribution des moments dans les sections critiques  
 d'une poutre encastree à ses deux extrémités.

a - sous charge concentrée.....16

b - sous charge linéaire avec redistribution parfaite.....16

c - sous charge linéaire avec redistribution imparfaite.....17

d - cas d'une poutre armée d'une manière "illogique".....17

1.6 : Allure des diagrammes moments-courbures présentés par  
 différents auteurs.....18

1.7 : Diagramme moments-courbures proposé par MALDAGUE.....22

1.7 : Caractéristiques géométriques et mode de chargement des  
 poutres essayées par KUCZYWSKI - TRACZYK.....25

1.8 : Schémas de ferrailage des poutres de KUCZYWSKI-TRACZYK.....26

2.1 : Comportement d'une poutre sur deux appuis simples soumise  
 à la flexion.....32

2.2 : Variation du module de déformation du béton.....32

2.3 : Courbure d'une section.....34

2.4 : Abaque donnant les valeurs de  $\psi$  .....37

2.5 : Illustration graphique de la dégradation de la rigidité.....37

2.6 : Figure schématisant les hypothèses de la méthode continue...39

2.7	: Définition géométrique du terme $\xi_i$ .....	41
2.8	: Notation des appuis.....	44
2.9	: Travée de poutre chargée selon la méthode de MOHR modifiée.....	44
2.10	: Définition des termes $\zeta_i$ et $\zeta_{i-1}$ .....	45
2.11	: Modèle de calcul de la méthode du C E B.....	47
2.12	: Modèle de calcul de la méthode de BRANSON.....	48
2.13	: Modèle de calcul du B.A.E.L.....	49
2.14	: Courbure dans une section.....	50
31	: Caractéristiques géométriques et mode de chargement des poutres des présents essais.....	55
32	: Ferrailage des poutres d'essais.....	55
33	: Détails des cadres.....	57
34	: Détails répartisseur de charge.....	62
35	: Détails d'appuis extrêmes.....	63
36	: Détails d'appui central.....	63
37	: Position des comparateurs sur la poutre.....	65
41	: Diagramme des moments élastiques des poutres d'essais.....	71
42	: Illustration du principe de calcul par la méthode de KUCZYWSKI - GOSZCZYNSKI.....	75
 <u>GRAPHES</u> :		
51.52	Flèches expérimentales à mi-travée - poutres élasto-conformes.....	93
	- poutres élasto-non conformes.....	94
53.54	: Angles de rotations expérimentaux de l'appui de rive des : - poutres élasto-conformes.....	95
	- poutres élasto-non conformes.....	96
55a-b-d	Flèches moyennes expérimentales à mi-travée et flèches	
56a-b-c	calculées par différentes méthodes.....	97-98-99
57-58	Valeurs moyennes expérimentales et résultats de calcul des angles de rotations de rive.....	100-101

59 : Réaction d'appui central..... 111

510-511 : Redistribution des moments et dislocation du point de moment nul..... 112-113

512 : Déplacement du point de moment nul..... 114

AI1 : Flèches des poutres d'essais de MALDAGUE..... 117

AI2 : Angles de rotation des poutres d'essais de MALDAGUE..... 118

AI3 : Flèches et redistribution des moments des poutres d'essais de MONNIER..... 119

AI4-AI5 : Flèches des poutres essayées par KUCZYWSKI..... 120-121

AI6 : Courbures des poutres essayées par KUCZYWSKI..... 122

B1 : Courbes granulométriques..... 125

B2 : Courbes de références et composition granulométrique..... 128

C1 : Equation du capteur de force..... 150

C2 : Equation du vérin..... 150

TABLEAUX :

1.1 : Caractéristiques des poutres de MALDAGUE..... 20

1.2 : Résultats des essais de MALDAGUE..... 21

41-42 : Résultats expérimentaux des moments ultimes, capacités portantes des poutres d'essais..... 73 - 74

43 : Caractéristiques mécaniques des poutres..... 77

45 : Inerties et rigidités initiales des poutres d'après la méthode continue..... 78

46-47 : Coef. de souplesse et de plastification du béton des séries de poutres étudiées..... 78 - 79

48 : Exemple de calcul selon la méthode continue..... 81

49 : Inertie, rigidité, module de résistance du béton et moments de fissuration selon C.E.B..... 82

410-411 : Coefficient de correction KS1 et KS2..... 83

412 : Module de déformation du béton, moment d'inertie du béton seul et moments de fissuration des poutres selon BRANSON.. 84

412'-413: Position de l'axe neutre et moments d'inertie des poutres au stade II..... 85

414 : Valeurs des paramètres définis dans la méthode du B.A.E.L..... 87

51 : Influence de la classe du béton sur les flèches..... 102

52 : Influence de la disposition des armatures sur les flèches..... 102

53-54-55: Comparaison des flèches expérimentales avec celles obtenues par différentes méthodes.....103-104-105

56 : Valeurs du module de déformation du béton selon les différentes méthodes..... 105

57 : Valeurs des moments de fissuration d'après les différentes méthodes..... 105

58 : Influence de la classe du béton sur les rotations d'appui de rive..... 106

59 : Influence de la disposition des armatures sur les rotations..... 106

510 : Comparaison des angles de rotation expérimentaux avec ceux obtenus par la méthode continue..... 107

511 : Influence de la disposition des armatures sur la redistribution ..... 115

B1 : Caractéristiques des agrégats utilisés..... 126

B2-a,b,c: Compositions des différents bétons..... 129 - 130

B3-a,b,c: Résultats d'essais de rupture en compression sur éprouvettes de béton à 28 jours.....133-134-135

B4 : Résultats d'essais de rupture à la traction sur éprouvettes d'acier..... 136

01-a,b : Tableaux des mesures pour étalonnage de la presse..... 138-139

## CHAPITRE I

### - Introduction -

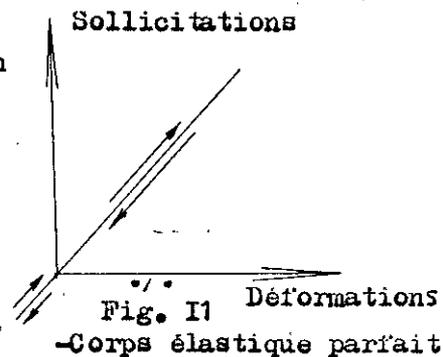
#### I - 1 - Généralités :

L'observation montre que tous les solides réels se déforment sous l'action de sollicitations.

Pour un essai de courte durée, on constate en général que, jusqu'à une certaine intensité de charge, les déformations sont réversibles, la réversibilité des déformations est le caractère essentiel de ce que l'on appelle "le domaine élastique" du comportement du solide. Cette réversibilité a pour conséquences :

- Que les déformations sous l'action des sollicitations sont à tout instant indépendantes de ce qui s'est passé antérieurement.

- Que les déformations sont proportionnelles aux sollicitations. on définit ainsi le "Corps élastique linéaire parfait" figure I.1.



Cependant, les corps solides utilisés dans la construction sont caractérisés par deux phénomènes très importants concernant la loi de déformation en fonction des sollicitations : lorsque les sollicitations dépassent un certain niveau d'intensité :

1/ - Les déformations cessent d'être réversibles. Il y a des déformations permanentes.

2/ - Au delà du domaine élastique, les déformations deviennent relativement grandes par rapport à la variation d'intensité des sollicitations.

Lorsque le solide subit de grandes déformations permanentes on dit qu'on est entré dans le "domaine plastique".

En pratique, on illustre ce comportement par des modèles simplifiés :

- Modèle élastique parfaitement plastique
- Modèle rigide - plastique

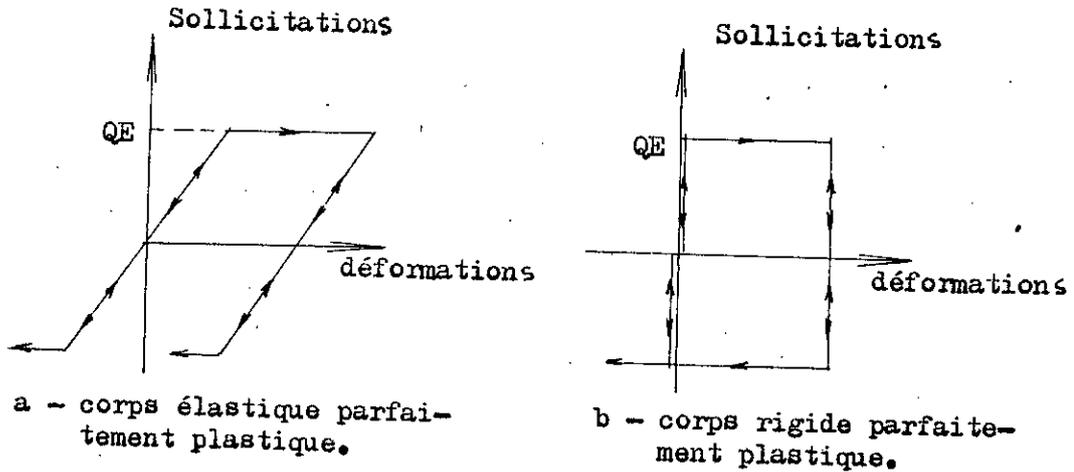


Fig. I - 2

- Ces modèles restent valables pour les matériaux qui manifestent un palier de plasticité, (acier), mais les autres matériaux de construction et surtout le béton armé manifestent un comportement plus complexe.

En effet, lorsqu'une structure en béton armé est soumise à des charges croissantes, il se produit dans les zones les plus sollicitées de cette structure des fissures et une plastification du béton comprimé ou de l'acier. Les zones plastifiées ne participent plus pleinement à la transmission des augmentations de la charge et leur rigidité diminue. Les moments fléchissants se déplacent vers les parties de la structure où la plastification n'a pas du tout commencé, où elle est plus faible, on dit que la "structure s'adapte" en donnant naissance à une nouvelle répartition des moments, ce processus est appelé redistribution des moments ; cette redistribution est à l'origine de la distribution anélastique des efforts internes et des déformations dans une section donnée.

La nécessité de se rapprocher du comportement réel des structures en béton armé implique donc une modélisation plus adéquate tenant compte de la non linéarité des efforts internes et des déformations.

#### I - 2 : RECHERCHES ANTERIEURES

Le calcul et la vérification des pièces en béton armé étaient basés sur la théorie de l'élasticité : selon le dimensionnement en question, les déformations et les contraintes restent proportionnelles aux sollicitations jusqu'à l'état critique ; l'état critique étant atteint dès que, dans un seul point de la structure, la contrainte maximale dépasse la limite élastique. Ce critère néglige les possibilités d'adaptation élastoplastique de la structure : en effet, on sait depuis le début du siècle que la résistance limite en flexion d'une poutre isostatique excède nettement les prédictions de la théorie de l'élasticité.

KAZINCZY (1914) (19) a été le premier à observer et expliquer théoriquement la redistribution des moments des systèmes hyperstatiques en béton armé. Depuis son mémoire, on a étudié en détail le comportement inélastique des poutres et ossatures en béton armé qui s'accompagne d'une redistribution plus ou moins complète des moments (10-16-22-26-30-31).

#### I - 2 1 : ETUDES THEORIQUES

##### . Origine de la redistribution des moments :

- La redistribution des moments concerne les structures hyperstatiques, mais, pour appréhender ce phénomène il est nécessaire d'observer d'abord les propriétés de déformations post-élastiques d'une poutre en béton armé reposant sur deux appuis simples en prêtant attention au comportement local (section) et global de la poutre.

Comportement sous charge de la poutre reposant sur deux appuis simples :

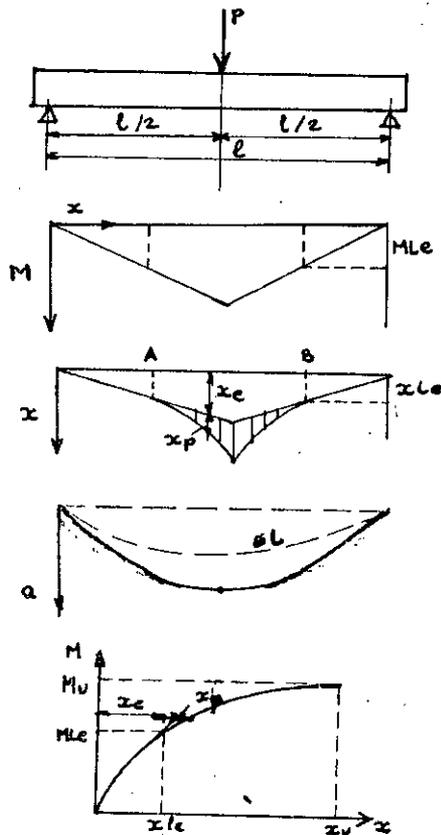


FIG. I.3

a - Schéma de la poutre

b - Diagramme des moments

c - Diagramme des courbures le long de la poutre.

d - Déformations de la poutre.

e - Diagramme moments-courbures de la section médiane de la poutre.

Pour des valeurs de la charge  $P$  plus petites que la charge  $P_{le}$  correspondant à la limite élastique, nous observons une linéarité entre la charge appliquée et les déformations  $[p - a]$  et entre le moment fléchissant et les courbures  $[M - \chi]$  de sorte que :

$$\chi_e = \frac{M}{B_0} \quad 1.1. \quad \text{où } M \text{ et le moment appliqué}$$

$B_0$  : rigidité initiale de la poutre

Pour  $P \gg P_{le}$  les flèches augmentent plus vite car le béton tendu commence à se déformer plastiquement et, peu après, se forme, à proximité de la charge concentrée la 1ère fissure : à au droit de la fissure l'acier seul équilibre la résultante des tractions, mais dans les sections voisines, une partie de cette résultante est transmise par adhérence au béton d'enrobage.



Figure I - A

Cette mise en traction progressive du béton entraîne une modification d'équilibre des sections successives qui se traduit par une variation de la position de l'axe neutre figure I A et une redistribution complète des contraintes à l'intérieur du bloc compris entre deux fissures consécutives. De ce fait, la loi moments-courbures varie, elle aussi, d'une section à l'autre de la poutre, figure 1-3-C. Dans les sections où le moment appliqué est supérieur au moment correspondant à la charge  $P_1e$  ( $M > M_{1e}$ ), aux valeurs de la courbure résultant de la formule (1-1) s'ajoutent des composantes plastiques, non linéaires  $\chi_p$ . La zone AB où cela se produit fig. (1-3-C) est appelée zone plastique.

Lorsque la charge P continue à augmenter, la section située au droit de la charge atteint le moment ultime  $M_u$  (le béton ou l'armature se rempt). La courbure en section critique prend également sa valeur limite  $\chi_u$ .

Dans les cas d'une structure n fois hyperstatiques, les premières zones plastifiées (qui correspondent aux sections les plus sollicitées) cessent de participer à la transmission des augmentations de charge; les moments fléchissants se déplacent vers les parties de la structure où la plastification n'a pas encore eu lieu et de proche en proche ce processus affecte toutes les régions où existe une section critique, jusqu'à l'apparition de (n + 1) rotules prévues par la théorie de la capacité portante. C'est le cas d'une structure constituée d'un matériau plastique idéal. Ce n'est généralement pas le cas des ouvrages en béton armé, dans lesquels la capacité de rotation des articulations est limitée par la rupture locale qui peut se produire avant ou au cours même de la formation de l'articulation.

. Capacité de rotation des sections en béton armé (26)

Il a été observé que les poutres en béton armé ont une capacité de rotation plastique limité avant l'éclatement final du

béton comprimé. Cette capacité de rotation plastique est une fonction complexe des paramètres suivants :

- pourcentage d'armature
- nuance de l'acier
- existence ou non d'une armature comprimée
- plasticité du béton
- existence d'un effort normal
- pourcentage d'étriers.

*I affecte la longueur plastique*

*Effort normal*

Par exemple, il a été montré qu'une majoration du nombre d'étriers augmentait considérablement la ductibilité du béton comprimé et que la dilatation de la rupture pouvait passer de la valeur standard C - E - B  $\epsilon_r = 35 - 10^{-4}$  à plus de  $80 - 10^{-4}$ .

La variation de ductilité des poutres fléchies a été étudiée d'une manière approfondie en 1973 par COHN et GHOSH.

#### . Ampleur de la redistribution des moments

L'ampleur de la redistribution effective des moments à la ruine a été étudiée théoriquement avec calculs à l'ordinateur par FERKYBORGES (21) et expérimentalement par TOLOCCIA et d'autres (31). Leur conclusion commune est que cette redistribution est d'autant plus faible que les pourcentages d'acier dans les sections plastifiées sont plus voisins du pourcentage critique.  $\leq 9$

#### . Allure de la redistribution des moments (30)

La redistribution des moments fléchissants en fonction du chargement extérieur peut se présenter sous différentes allures suivant les propriétés de l'élément étudié (poutre encastrée, travée ou poteau d'ossature etc...), la disposition de l'armature, la géométrie, les conditions d'extrémités et suivant les propriétés de la charge à laquelle cet élément est soumis.

- Une poutre de section constante encastrée à ses deux extrémités et soumise à une charge concentrée appliquée au milieu de la travée ne présente aucune redistribution.

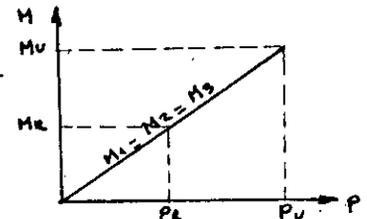
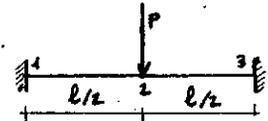
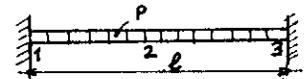


Fig. 15 a

D'après la théorie élastique les sections 1,2,3 sont également sollicitées. Le moment de fissuration  $M_R$  est atteint pour une valeur de  $P_R$ , simultanément dans les trois sections critiques 1,2,3, la rigidité s'y réduit de la même manière pour les sections critiques en question et au fur et à mesure que la charge augmente, la symétrie est gardée ; ainsi, lorsque la capacité portante est atteinte, les sections critiques se rompent toutes les trois en même temps. Les moments ultimes étant identiques en travée et en appuis.

- La même poutre, chargée uniformément se comporte différemment :

La première fissure se produit simultanément dans les deux encastresments ( $M_1 = M_3$ ;  $M_1 / M_2 = 2$ ).



La rigidité dans les zones d'appui diminue et les augmentations de charge suivantes entraînent des augmentations du moment en travée où la rigidité initiale est encore conservée. Dès que la limite de fissuration est atteinte en travée, la rigidité s'y réduit également et dans les zones critiques les rigidités s'égalisent partiellement.

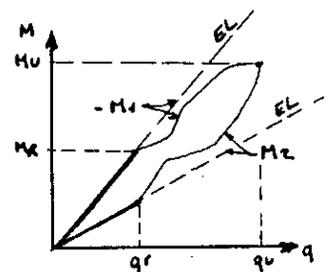


fig. 15 b

L'accroissement des moments aux encastresments s'accroissent à nouveau.

La redistribution peut-être parfaite si les sections critiques ont une déformabilité plastique suffisante F. 15b, si l'une des sections critiques se rompt avant les autres ~~ona~~ alors une redistribution imparfaite f. 1.5c

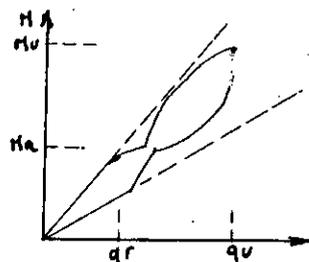


Fig. 15 c

— Le cas présenté sur la fig. 15d correspond à une poutre armée d'une manière "illogique". Les moments ultimes sont en rapport inverse des moments calculés élastiquement. Après réduction de la rigidité en section II, le rapport  $M_I/M_{II}$  a été approximativement inversé. La rupture s'est donc produite en section I, la capacité portante de la section II n'ayant pas été épuisée.

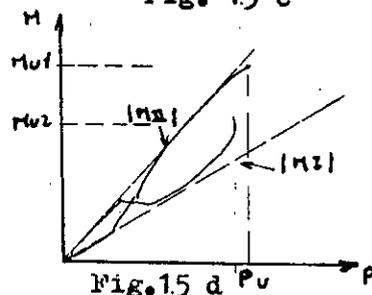


Fig. 15 d

#### Diagrammes moments - courbures

Beaucoup d'auteurs ont fait des recherches théoriques étayées par l'expérimentation en vue de modéliser le comportement des sections en béton armé. Un certain nombre de diagrammes idéalisés ont été proposés : diagrammes moments - courbures de LEVI en (1954 (21) ; JOHNSON et SAWYER (1958), TYCHY (1959) (29), KUCZYNSKI (1965) (14), MALDAGUE (1965) (23) (24); BRANSON (1977) (3), O.E.B. (1962) (4), MURACHOV (1973).

— Les diagrammes obtenus peuvent être regroupés en deux catégories :

1/ Diagrammes composés uniquement de droites et on distingue des diagrammes bilinéaires (fig. I.6a) et des diagrammes trili- néaires (fig. I.6b)

2/ Diagrammes continus non linéaires qui sont soit représentés par une seule fonction (fig. I.6c), soit simplifiés par une droite avec une parabole (fig. I.6d)

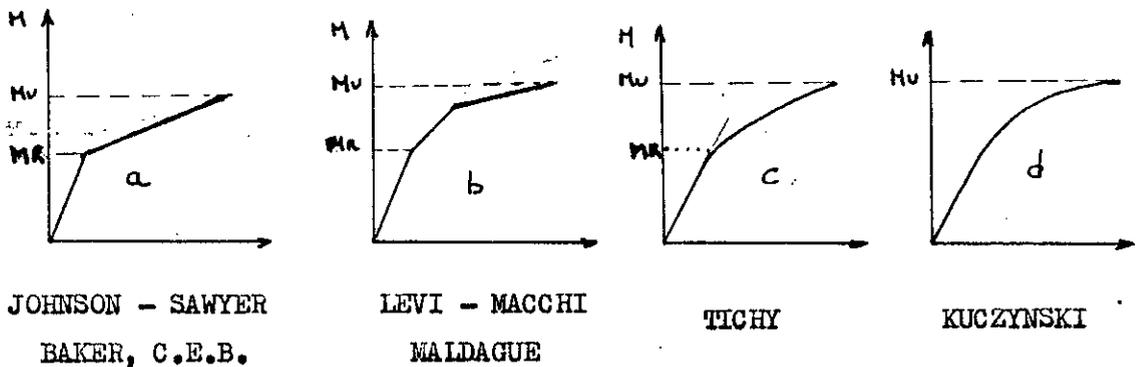


Fig. 16

## I - 22 : ETUDES EXPERIMENTALES

Dans la même optique et parallèlement aux études théoriques un grand nombre de travaux expérimentaux ont été effectués dans différents laboratoires.

### . Essais sur poutres isostatiques

Les essais les plus significatifs réalisés dans ce domaine sont sans conteste ceux effectués au centre d'essais des structures (PARIS) en 1965 par MALDAGUE (24). Ils entrent dans le cadre d'un programme international de recherche établi par le C.E.B.

Le but assigné à ces essais par le C.E.B. est de définir expérimentalement les lois moments-courbures qui régissent les déformations des poutres.

Les éléments d'essais sont des poutres reposant sur deux appuis simples, classées en 06 séries ; chaque série est conçue en vue de l'étude des effets d'un paramètre particulier sur les déformations des poutres.

Série 1 : poutres A2 - A5 - A8 - A.11 : étude de l'influence de la position de l'axe neutre.

Série 2 : poutres B2 - B5 - B8 - B11 : étude du même paramètre mais avec des qualités d'aciers différentes.

Série 3 : poutres E6 - E9 - F6 - F9 : effet de la qualité du béton.

Série 4 : poutres H2 - H5 - H8 - H11 : influence des étriers.

Série 5 : poutres N2 - N5 - N8 - N9 : étude de l'influence du rapport de la hauteur à la portée et de l'effet d'échelle.

Série 6 : poutres R4 - R5 - R6 : influence des aciers comprimés.

Selon les objectifs de la présente recherche, nous présentons dans ce paragraphe la série 3 : effet de la qualité du béton sur les déformations. *et les autres ? 1 et 2, 4, 5, 6*

Caractéristiques des poutres d'essai - série 3 -

Caractéristiques des poutres d'essais - série 3 -

S E R I E 3	Poutre N	portée	sect.	armat. tract	armat. comp.	cadres	béton Kg/cm <sup>2</sup>	Acier Kg/cm <sup>2</sup>
	E 6	2,80m	rect. b=15cm ht=28cm	6T 12	2 ∅ 6	∅ 5mm C=20cm	250	5200
	E 9			4T 8	2 ∅ 6		250	
	F 6			6T 12	2 ∅ 6		450	
	F 9			4 T 8	2 ∅ 6		450	

T.II

Ces éléments ont été soumis à une force concentrée croissante appliquée au centre de la travée.

La recherche se limite au comportement des poutres sous charge de service.

Mesures et appareils de mesures

\*Flèches : elles sont mesurées à partir de comparateurs au  $\frac{1}{100}$  de mm placés tous les 10cm.

\*Le raccourcissement du béton et l'allongement des aciers sont mesurés à l'aide d'extentiomètres à cordes vibrantes.

\*La rotation des sections d'appui est déterminée en mesurant, par des comparateurs, les déplacements d'une tige métallique boulonnée sur la surface supérieure de la poutre.

Conditions d'exécution des essais

La mise en charge de chaque poutre est réalisée par des paliers successifs, séparés par des retours à zéro, dans le but de mesurer les flèches résiduelles.

. Résultats de mesures

- Les flèches maximales sont mesurées dans l'axe de la poutre sans charge totale.

Rotation : Elles sont mesurées sous charge totale.

Tableau récapitulatif des résultats concernant les flèches sous charge  $Q$  ; ces flèches sont données en fonction du degré d'avancement de charge  $mc = \frac{Q}{Q_u}$  ; où  $Q_u$  est la capacité portante de la poutre en question.

Poutres	E6	F6	E9	F9
Capacités portantes kg				
$Q_u$	12410	13180	1000	4230
Flèches mm				
$mc=0,45$	5,20	5,02	3,00	3,00
$mc=0,60$	8,00	7,09	4,78	3,73

T 1 - 2

#### Analyse des résultats de la série 3

- L'influence de la classe du béton sur les déformations n'est pas très importante (de l'ordre de 17% dans le domaine d'exploitation).

- La capacité portante des poutres réalisées avec le béton fort excède seulement de 6% celle des poutres en béton moyen.

- Par contre, le ferrailage joue un très grand rôle dans le comportement des poutres : les poutres ferrillées avec les 6T 12 ont une capacité portante trois (03) plus grande que celles ferrillées avec 4 T8, ce qui fait passer les flèches des premières citées dans le domaine d'exploitation, du simple au double.

•/•

Interprétation générale des essais réalisés par MALDAGUE

- Le but de ces essais étant de définir expérimentalement les lois moments-courbures, MALDAGUE a proposé un diagramme composé de trois tronçons de droites avec des passages arrondies (AB, et CD) entre les parties rectilignes (24).

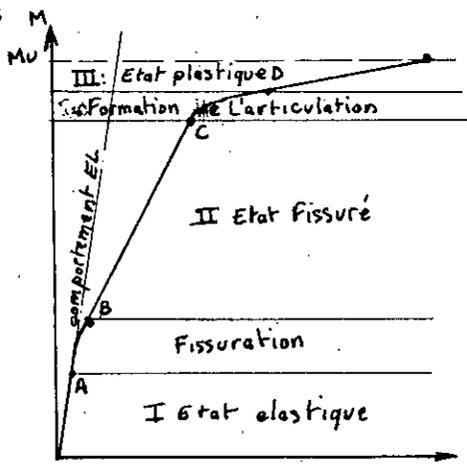


Fig. 1.7

- L'interprétation expérimentale a été suivie d'une étude théorique dans laquelle MALDAGUE donne une expression analytique de la loi moments-courbures sous charges de service (stade II) de courte durée, qui permet le calcul des déformations instantanées des poutres. Ces relations font intervenir :

- Le moment de fissuration "efficace", qui correspond au passage effectif de la phase élastique à la phase de fissuration.
- Le moment d'inertie moyen des régions fissurées, la définition de ce dernier exige l'étude de la position de l'axe neutre et de la distribution des contraintes dans un tronçon de poutre limitée par deux fissures.
- Dans une troisième phase MALDAGUE compare les rotations et flèches calculées à celles des résultats expérimentaux et trouve une bonne concordance entre les deux figures (annexe AI.1.)

Essais sur poutres hyperstatiques

- Le nombre de travaux sur poutres hyperstatiques est assez restreint par rapport à ceux réalisés sur poutres isostatiques.

Nous connaissons les essais roumains de COHN et PECTU (1958 - 1968), ils portent sur des modèles réduits ; ils avaient pour but l'évaluation de l'ordre de grandeur de la redistribution des moments fléchissants sous l'effet de charge croissante (7). Nous connaissons également les essais américains de BERWANGER (2), les essais d'Amérique du Sud de CHAVES et CARNEIRO (1978) (6), les essais de MONNIER des pays bas en 1969 (27), les plus récents étant ceux de KUCZYNSKY - TRACZYK (18) réalisés en Pologne en 1980 pour le compte de l'Académie Polonaise des Sciences.

#### Essais de MONNIER (27)

L'étude a pour but de déterminer les possibilités de redistribution des efforts internes dans les structures hyperstatiques en béton armé, d'établir la relation charge-flèche et d'évaluer l'influence du pourcentage d'acier et de la disposition des armatures sur les déformations.

#### Caractéristiques des poutres d'essai B1 et B2

Les poutres essayées sont des poutres continues à deux travées de 2,00 m de portée, de sections rectangulaires  $ht = 26,0\text{cm}$ ,  $b = 15,0\text{ cm}$ , chargées par deux forces concentrées identiques, distantes de 50cm et disposées symétriquement par rapport aux milieux des travées (fig. 3 - 1.)

- Les armatures de la poutre B1 sont disposées d'une manière conforme au diagramme de moments fléchissants à raison de 3T 12 en appui et 2T 12 en travée (fig. 32 b.)

- Les armatures de la poutre B2 sont inversées.

- Les armatures longitudinales sont filantes et les armatures transversales sont en  $\phi 8$ , soudées, espacées de 15cm. fig. (3.2a).

Les poutres sont chargées progressivement, sans <sup>dé</sup>chargement jusqu'à rupture.

- Les aciers utilisés sont en Fe E40 :  $\sigma_{en} = 4350 \text{ kg/cm}^2$  et la résistance du béton en compression est de  $345 \text{ kg/cm}^2$  pour B1 et  $324 \text{ kg/cm}^2$  pour B2.

#### Mesures et appareils de mesures

Flèches : elles sont mesurées à l'aide de comparateurs.

- Répartition des moments : elle est évaluée grâce à un capteur de force placé en guise d'appui central.

- Rotations d'appui : par des clinomètres.

#### Résultats de mesures

Les résultats de mesures exploités concernent surtout l'évolution des flèches et moments fléchissants en fonction de la charge croissante des sections critiques (mi-travée et appui central) (fig. A.IB.)

#### Analyse des résultats et conclusions

Les essais de MONNIER ont permis de conclure que la charge ultime expérimentale est, quelque soit le cas considéré, supérieure à la charge ultime théorique ; que les courbes charges-flèches ne présentent pas de point de discontinuité correspondant à la charge fissurante ; que la redistribution des moments dépend d'une manière très étroite de la disposition des armatures : la figure AI 3b montre que la section d'appui-sous-armée dans ce cas précis se décharge sur la section de travée (sur-armée) ; le comportement en phase finale ( $\alpha_c \geq 0,80$ ) des deux sections est complètement inversé par rapport à la solution prévue par la

théorie élastique, tandis que la poutre B2 armé conformément au diagramme des moments élastiques, ne présente pratiquement pas de redistribution des moments fig. A I 3 d.

Essais réalisés par KUCZYNSKI et TRACZYK (18)

Ces essais rentrent dans le cadre d'un programme de recherche réalisé pour l'académie polonaise des sciences sous la direction du Professeur KUCZYNSKI de l'université technique de Varsovie.

Le but de cette recherche est l'étude expérimentale du comportement des poutres hyperstatiques de section en T avec la vérification expérimentale de la loi de dégradation continue de la rigidité ( 14 - 15 - 16 ) appliquée aux poutres hyperstatiques de section en T en faisant varier le pourcentage et la disposition des armatures.

Caractéristiques des poutres d'essais

Ce sont des poutres continues à deux travées de même portée et sollicitées par des forces concentrées croissantes de zéro jusqu'à rupture.

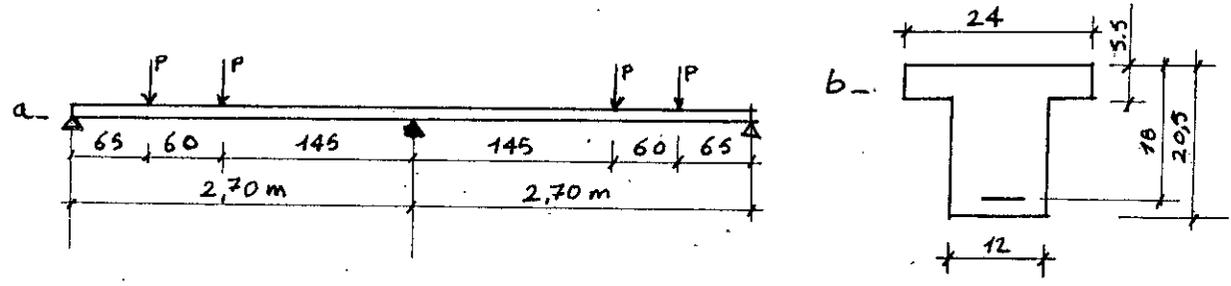


Fig: I8

./.



Rotations d'appuis : elles sont évaluées à l'aide de deux comparateurs distants de 12 cm et sont portées sur des graphes en fonction de  $m_c$  - fig. A I 6.

Courbure : elle est mesurée grâce aux déformations  $\epsilon_a$  de l'acier et  $\epsilon_c$  du béton relevées par un extensiomètre, fig. A I 6.

Redistribution : elle est déterminée à partir des réactions d'appuis déterminées au moyen de dynamomètres.

Les résultats d'essais ont permis de reconfirmer la continuité du phénomène de flexion, de donner une définition analytique de la dégradation de la rigidité des poutres continues, fléchies, de section en T, permettant d'arriver au calcul des courbures, des flèches, des angles de rotations et à la redistribution des moments fléchissants. La comparaison des résultats théoriques et expérimentaux fig. (A I 4, A I 5, A I 6) donne lieu à constater que cette méthode d'analyse statique se prête à la pratique de l'ingénieur (18).

Tous les essais cités dans ce chapitre ont pour but une meilleure connaissance du comportement des systèmes hyperstatiques en béton armé : certains chercheurs se sont attachés à évaluer le degré de redistribution des poutres hyperstatiques en béton armé (MONNIER, COHN et PECTO ) et d'autres à définir des lois moments-courbures (MALDAGUE - KUCZYNSKI) ; de nombreux paramètres ont été pris en compte lors de ces essais :

- le pourcentage d'armature
- la disposition d'armature
- la forme de la section
- les dimensions des sections et travées
- le mode de chargement.

*négligé*

mais dans tous ces travaux le facteur béton semble être négligé, c'est la raison pour laquelle nous reprenons un des modèles des essais antérieurs et nous élargissons l'étude en introduisant différentes classes de béton et un acier dont la limite d'élasticité est supérieure à celle des aciers déjà utilisés.

I - 3 - BUT ET LIMITES DE LA RECHERCHE

Les règlements actuels évoluent vers le calcul aux états limites ultimes. Ces règlements prennent en compte le domaine plastique, mais, tout en admettant une distribution anélastique des contraintes dans la section, consentent de maintenir le calcul élastique des efforts intérieurs sous le contrôle de la compatibilité des déformations.

Le but de ce travail est de contribuer, par la réalisation et l'analyse d'une série d'essais destructifs sur des poutres hyperstatiques en béton armé, à définir les méthodes de calcul et de justification des déformations qui se rapprochent le plus des résultats expérimentaux et qui tiennent compte du phénomène de redistribution des efforts internes.

La présente recherche est consacrée à l'étude de l'influence de deux paramètres :

- Classe du béton et disposition des armatures sur les déformations instantanées exprimées par :

- les flèches
- et les angles de rotations

des poutres hyperstatiques en béton armé.

Pour permettre une étroite comparaison avec les essais antérieurs et la variation des paramètres déjà étudiés, le

modèle d'essai est identique à celui de MONNIER (27), il correspond à des poutres continues à deux travées, sollicitées par des forces concentrées croissantes de zéro jusqu'à rupture.

- L'étude est limitée aux déformations instantanées sous charges de service. ?

Le mémoire est divisé en six chapitres :

- Le chapitre II, traite du problème des déformations d'un point de vu théorique avec, en particulier, l'étude de la loi de dégradation continue de la rigidité. Des méthodes de calcul relativement récentes sont également exposées.

- Le troisième chapitre est consacré à l'étude expérimentale, nous présentons le programme des essais; la description du dispositif d'essai et des corps d'éprouve.

- Dans le quatrième chapitre, nous procédons au calcul des déformations théoriques des poutres d'essais par différentes méthodes.

- Le chapitre cinq est consacré à l'analyse et l'interprétation des résultats, il est suivi d'un dernier chapitre de conclusions et recommandations pour des recherches futures.

## II H A P I T R E II

### Etudes théoriques

#### II - 1 : INTRODUCTION

Le calcul des déformations des éléments de structures en béton armé était initialement basé sur les théories établies pour les matériaux homogènes après introduction de la "section fictive". On définissait alors deux phases de travail pour l'élément : une première phase avant l'apparition de la première fissure, pour laquelle on se sert de toute la section du béton ainsi que des armatures pour calculer le moment d'inertie, une deuxième phase qui correspond à l'état fissuré, où l'on introduit dans le calcul du moment d'inertie la section fictive rendue homogène qui se compose de l'armature et du béton comprimé, le béton tendu étant négligé.

Cette procédure suppose que la transition de l'état I non fissuré à l'état II complètement fissuré se produit brusquement pour tout l'élément, alors qu'il existe des tronçons de poutres non fissurés.

En réalité, le phénomène est plus complexe, on peut distinguer sur un même élément des régions dans lesquelles on observe les différentes phases de travail. Par exemple, la zone centrale d'une poutre simple fonctionne en état fissuré très proche de la rupture (la phase III) ; à une certaine distance de cette zone la fissuration commence à peine à se développer (phase II) et, à proximité des appuis, la poutre est encore soumise aux lois de la phase I, fig. 21 (extrait de l'article de Mr. KUCZYNSKI annale I T B T P N° 206 p. 186).

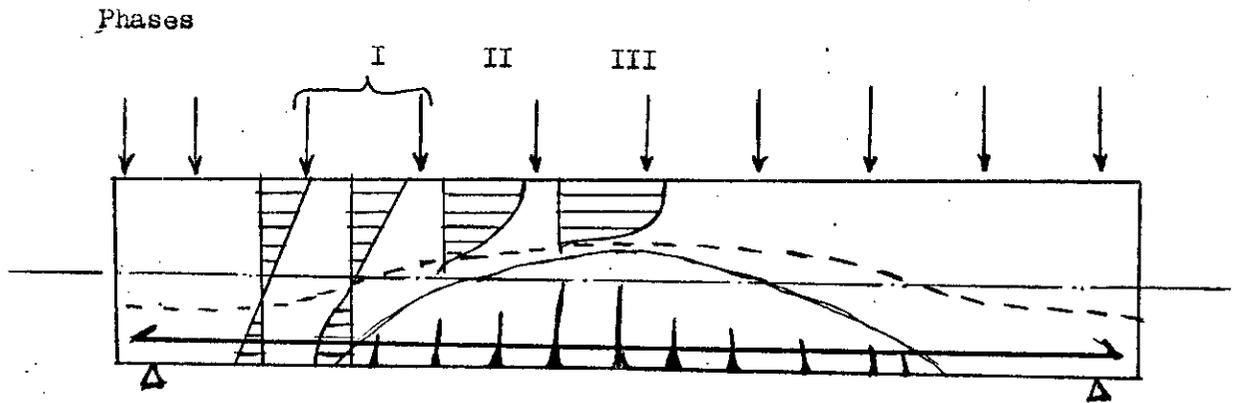


Fig. 2.1

D'autre part, le module d'élasticité  $E_b$  du béton varie en fonction du chargement :

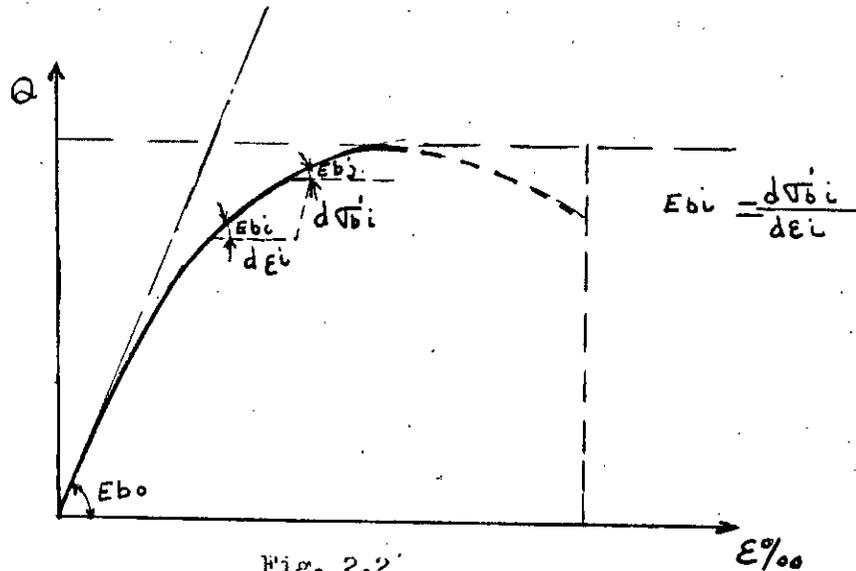


Fig. 2.2

- Les termes  $E_b$  et  $I$  sont donc variables tous les deux ; il s'en suit une dispersion de la valeur de la rigidité ( $E_b I$ ) le long d'un élément d'une structure pour un état de chargement donné, ainsi qu'une dégradation continue au fur et à mesure que l'on augmente le degré de sollicitation.

./.

- Les causes de cette variation sont nombreuses et peuvent être classées en trois groupes :

Variations dues :

- \* Aux propriétés plastiques du béton
- \* A la fissuration du béton tendu
- \* Aux pourcentages d'armature et aux qualités d'adhérence de l'acier.

- Cette variation de rigidité le long d'un élément de structure et au cours d'un chargement est à l'origine de la redistribution des moments (efforts internes d'une façon générale) provoquant des flèches non linéaires ; ce qui justifie les différences que l'on note entre les valeurs des flèches et des réactions d'appuis mesurées expérimentalement et celles obtenues par les calculs classiques.

Ainsi, la détermination des déformations d'un élément fléchi en béton armé repose sur la connaissance de la loi qui régit la dégradation de sa rigidité ( $B = E_b I$ ), ou alors sur la connaissance de la loi moment-courbure en rappelant que la courbure est directement liée à la rigidité :  $(\frac{1}{R} = y'' = \frac{M}{B} = \frac{M}{E_b I})$ .

## II - 2 : LOIS MOMENTS COURBURES D'UNE POUTRE EN BETON ARME

### Relations de base

- La courbure d'une poutre est géométriquement définie par la relation :

$$\frac{1}{R} = \frac{de}{dx}$$

l'angle de dont tourne la section  $m_2 m_1$  par rapport à la section  $m_1 m'$ , distante de  $ds = dx$  est déterminé par l'hypothèse de NAVIER et peut s'inscrire sous plusieurs formes équivalentes :

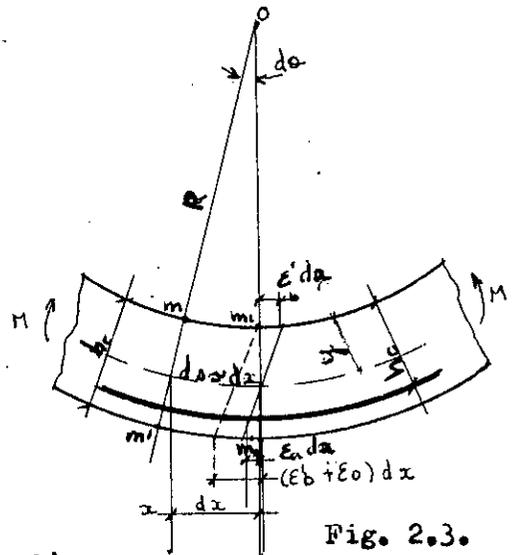


Fig. 2.3.

$$de = \frac{(\epsilon'_b + \epsilon_a) dx}{h_0} = \frac{\epsilon'_b dx}{y} = \frac{\epsilon_a dx}{h_0 - y} = (\text{figure 2.3})$$

- En résistance des matériaux, la courbure est définie par l'expression :

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{B} = \frac{M}{EI}$$

- Expérimentalement : la mesure directe de la courbure conduit à des dispersions assez importantes qui rendent les résultats inexploitable ; c'est la raison pour laquelle de nombreux chercheurs ont consacré d'importants travaux à l'établissement des lois moments-courbures théoriques dont ils vérifient la validité par comparaison des rotations et des flèches qu'elles permettent de calculer avec les valeurs mesurées correspondantes.

II - 3 : PRESENTATION DE LA LOI DE DEGRADATION CONTINUE DE LA RIGIDITE  
SELON LES TRAVAUX DU PROFESSEUR KUCZYNSKI (14 - 15 - 16 )

Analyse non linéaire des poutres hyperstatiques en béton armé

Les résultats d'essais des poutres fléchies en béton armé (24 - 25 ) ( 18 ) (y compris ceux de la présente recherche) montrent que les déformations sous charge constamment croissantes se présentent, d'un point de vue statistique, sous l'aspect d'un phénomène continu et que la rigidité de flexion d'une poutre est une fonction du rapport entre le moment appliqué et le moment de rupture de la section.

La théorie présentée ci-dessous est basée sur l'hypothèse de la continuité du phénomène de flexion. Elle permet de déterminer les courbures, angles de rotations et flèches en un point quelconque de la poutre et pour n'importe quel taux de sollicitation, elle offre la possibilité de tenir compte de plusieurs facteurs agissant sur la dégradation continue de la rigidité en utilisant un seul paramètre

$$B = E_p I$$

qui est introduit dans l'équation différentielle de la loi moments-courbures.

Le point de départ de cette théorie est la loi expérimentale de la dégradation non linéaire de la rigidité d'un élément au fur et à mesure de l'accroissement de la charge.

II - 3 - 1 : EXPRESSION DE LA RIGIDITE

• Présentation analytique

La rigidité d'un élément d'une structure en béton armé se dégrade au fur et à mesure de l'accroissement de la charge selon la

loi expérimentale définie par W. KUCZYNSKI comme suit :

$$B(x) = B_0 (1 - m(x)^\psi) \quad 2.1$$

où

- $B(x)$  : est la rigidité flexionnelle.
- $B_0 = E_{b0} I_1$  : rigidité initiale de la poutre ou d'un tronçon de poutre.
- $\psi$  : coefficient de correction initiale déterminée expérimentalement, il est justifié par l'existence de micro-fissures, fissures techniques, accidentelles, retrait... ( $\psi(1)$ ).
- $E_{b0}$  : module de déformation moyen du béton.
- $I_1$  : moment d'inertie d'une section en phase I (béton comprimé plus béton tendu plus armatures).
- $m(x) = \frac{M(x)}{M_u}$  : taux de sollicitation de la section considérée.
- $M(x)$  : moment fléchissant dans la section considérée.
- $M_u$  : moment ultime d'une poutre ou tronçon de poutre.
- $S(x) = \frac{1}{m(x)}$  : sécurité locale.
- $\psi$  : Coefficient de fissuration et de plastification du béton, fonction de plusieurs paramètres, dont la valeur est donnée par la formule empirique suivante :

~~$\psi$  dépend-il de redistribution~~



Poutres de section rectangulaire  $\psi = 29 \frac{+ 0,05}{\beta/n - 0,17\beta\omega + 1}$  2.2.

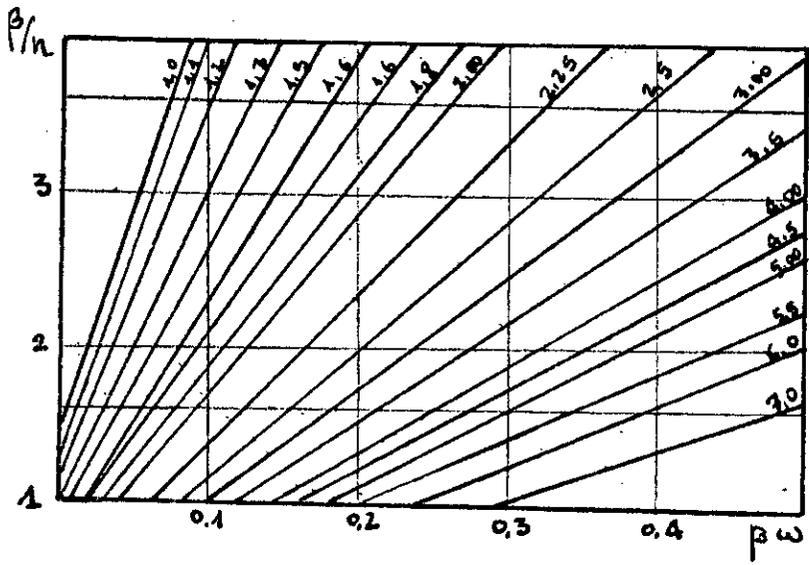


fig. 224

où  $\beta = \frac{Ra}{Rb}$  ;  $n = \frac{Es}{Ec}$  ;  $\omega = \frac{A}{bh}$

• Présentation graphique

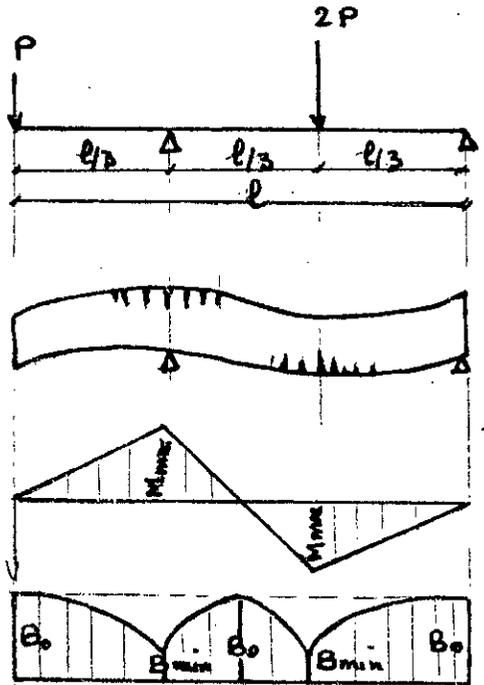


schéma statique de la poutre.

déformation de la poutre.

dégradation de la rigidité de la poutre.

fig. 225.

### II. 3.2. : COUREURE :

- L'équation de la courbure se présente sous la forme suivante :

$$\mathcal{X} = \frac{1}{r} = \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{M(x)}{Bo(1-m^\psi)} = \frac{m}{Bo(1-m^\psi)} \frac{M_1}{Bo} = \frac{M_1}{Bo} \frac{m(x)}{1-m^\psi} \quad (2.2.)*$$

- Introduisons les notations sans dimensions :

$$X = \xi l \rightarrow \xi = \frac{X}{l} \quad : \text{coordonnée réduite d'une section de la travée}$$

$$Y = \eta l \rightarrow \eta = \frac{Y}{l} \quad : \text{flèche réduite, } l \text{ étant la portée d'une pièce.}$$

- Nous obtenons alors :

$$\mathcal{X} = \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = K \frac{m(\xi)}{1-m(\xi)^\psi} = K \sum_{n=0}^{\infty} m^{n\psi} \quad (2.3.) = K \bar{\mathcal{X}}$$

$$\mathcal{X}_i = \frac{d^2 \eta_i}{d\xi_i^2} = K_i \frac{m_i}{1-m_i^\psi} = K_i \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n\psi+1} = K_i \bar{\mathcal{X}}_i$$

. La série (2.3.) est convergente : ( $m_i$  étant une fonction linéaire  $\langle 1 \text{ et } \psi \rangle 1$ ; ( $\psi \geq 1,4$ )).

.  $\bar{\mathcal{X}}$  : courbure réduite

.  $K = \frac{M_1}{Bo} l$  : coef. de souplesse dépendant des caractéristiques et géométriques de la travée ou tronçon.

Car on sait que :

$$\limite \sum_{n=0}^{\infty} m^{n\psi} = \frac{1}{1-m^\psi} \quad ; \text{ la courbure réduite}$$

$$\bar{\mathcal{X}} = m \sum_{n=0}^{\infty} m^{n\psi} = \sum_{n=0}^{\infty} m^{n\psi+1}$$

- L'équation de la courbure décrit tout le processus de flexion de  $m = 0$  à  $m = 1$  ( $M_1$  à  $M = M_0$ )

Quand  $m \rightarrow 0$   $B = B_0$  solution élastique

Quand  $m \rightarrow 1$   $B = 0$  solution plastique.

- L'équation (2.3) peut être facilement résolue pour les deux cas :

Cas A : lorsque l'effort tranchant est nul  $T_i = 0$

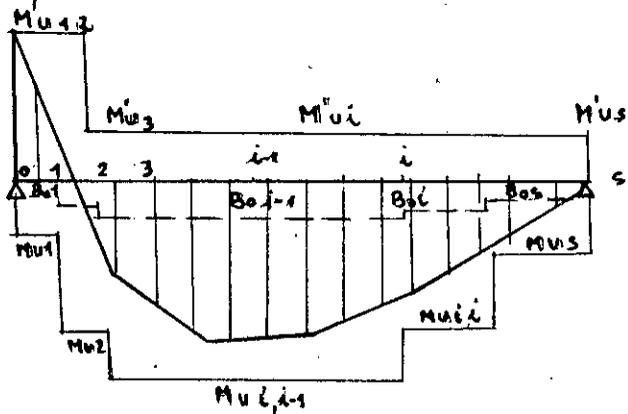
C'est à dire le moment constant

Cas B : lorsque l'effort tranchant  $T_i \neq 0$ .

- Pour faire l'analyse d'une travée, on applique la méthode de

linéarisation du moment fléchissant dans l'intervalle (i, i-1). On introduit quelques simplifications : Nous divisons la travée en tronçons quelconques fig (2.6) pour lesquels on admet que :

- 1 - le moment ultime est constant sur toute la longueur du tronçon  $M_{ui} = \text{cte}$
- 2 - la rigidité initiale reste invariable  $B_{oi} = \text{cte}$
- 3 - la variation du moment fléchissant reste linéaire  $\frac{dM_i}{dx} = T_i = \text{cte}$



- figure : 2.6

- La courbure au pt i :

$$\frac{d^2 \eta_i}{d \xi^2} = K_i \bar{\alpha}_i \quad \text{où } K_i = \frac{M_{uil}}{B_{oi}} ; \bar{\alpha}_i = \sum m_i^{n \psi + 1}$$

- Angle de rotation du pti

$$\phi_i = \frac{d \eta_i}{d \xi} = \int K_i \bar{\alpha}_i d \xi = K_i \int \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n \psi + 1} d \xi \quad (2.4)$$

deux cas peuvent se présenter :

- cas A :  $T_i = 0$
- Cas B :  $t_i \neq 0$

Etude du cas A :

$$T_i = 0 \iff M_i = \text{cte} , \text{ donc } m_i = \frac{M_i}{M_{ui}} = \text{cte}$$

$$\phi_i = K_i \int \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n \psi + 1} d \xi = K_i \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n \psi + 1} \xi + A_i = K_i \bar{\alpha}_i \xi + A_i \quad (2.5)$$

posons :

$$\int \bar{\alpha}_i d \xi = \bar{\alpha}_i \xi = \phi_i \quad (2.6)$$

./.

On obtient :  $\varphi_i = K_i \phi_i + A_i$

Si on intègre une deuxième fois, on retrouve la flèche réduite :

$$M_i = \int (K_i \bar{x}_i \xi + A_i) d\xi = K_i \bar{x}_i \frac{1}{2} \xi^2 + A_i \xi + C_i \quad (2.7)$$

En posant  $\int \bar{x}_i \xi d\xi = \bar{x}_i \frac{\xi^2}{2} = \int^c \phi_i d\xi = \bar{y}_i$

On obtient :  $\eta_i = K_i \bar{y}_i + A_i \xi + C_i$

$$M_i = K_i \bar{y}_i + A_i \xi + C_i \quad (2.8.)$$

Etude du cas B : ( $T_i \neq 0$ )

$$T_i = \frac{dM}{dx} = Cte \quad (2.9)$$

En substituant  $dx$  par  $l d\xi$  et en divisant les deux membres de l'équation (3.9.) par  $M_{ui}$  on obtient :

$$\frac{T_i}{M_{ui}} = \frac{dM_i}{l d\xi} = \frac{d \left( \frac{M_i}{M_{ui}} \right)}{l d\xi} = \frac{d m_i}{l d\xi}$$

En posant  $t_i = \frac{d m_i}{d \xi} =$  : effort tranchant réduit

l'angle de rotation

$$\varphi_i = K_i \int \bar{x}_i d\xi = K_i \int \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n\varphi} d\xi = K_i \int \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n\varphi+1} \frac{d m_i}{d t_i}$$

$$\varphi_i = \frac{K_i}{t_i} \int \sum m_i^{n\varphi+1} d m_i = K_i \frac{1}{t_i} \sum \frac{m_i^{n\varphi+2}}{n\varphi+2} + A_i \quad (2.10)$$

Remarque :  $\int \sum = \sum \int$

On introduit la notation :

$${}^c \phi_i = \frac{1}{t_i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_i^{n\varphi+2}}{n\varphi+2}$$

l'angle de rotation devient

$$\varphi_i = K_i {}^c \phi_i + A_i \quad (2.11)$$

on obtient la flèche réduite en intégrant une seconde fois au pt i :

$$M_i = \int \left( K_i \frac{1}{t_i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_i^{n\varphi+2}}{n\varphi+2} + A_i \right) d\xi = K_i \frac{1}{t_i} \int \sum \frac{m_i^{n\varphi+2}}{n\varphi+2} d\xi + A_i \int d\xi$$

$$= K_i \frac{1}{t_i} \int \sum_{h=0}^{\infty} \frac{m_i^{h\varphi+2}}{h\varphi+2} \frac{d m_i}{t_i} + A_i \xi + C_i$$

./.

$$M_i = \frac{K_i}{t_i^2} \frac{m_i^{n\psi+3}}{(n\psi+2)(n\psi+3)} + A_i \xi + C_i \quad (2.12)$$

Si on introduit :

$${}^t y_i = \frac{1}{t_i^2} \sum \frac{m_i^{n\psi+3}}{(n\psi+2)(n\psi+3)} = \int {}^t \phi_i d\xi$$

$$M_i = K_i {}^t y_i + A_i \xi + C_i \quad (2.13.)$$

finalement on arrive à :

$$\phi_i = \begin{cases} K_i {}^c \phi_i + A_i & \text{quant } T_i = 0 \quad (2.14.) \\ K_i {}^t \phi_i + A_i & \text{quant } T_i \neq 0 \quad (2.15) \end{cases}$$

$$\eta_i = \begin{cases} K_i {}^c \eta_i + A_i \xi + c_i & \text{quant } T_i = 0 \quad (2.16) \\ K_i {}^t \eta_i + A_i \xi + c_i & \text{quant } T_i \neq 0 \quad (2.17) \end{cases}$$

Dans le cas B ( $T_i \neq 0$ ), on peut encore transformer ces formules sous une forme contenant les termes de fonctions de base :

$\bar{X}_i$ ;  $\bar{Y}_i$ ,  $\bar{\Phi}_i$ , qui seront tabulées en fonction de  $m$  et de  $\psi$ .

Pour un intervalle ( $i, i-1$ ) d'une poutre continue :

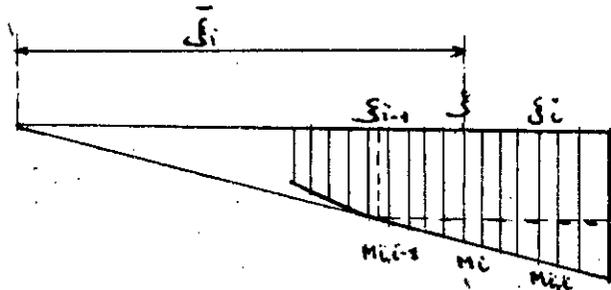


figure : 2.7

$$\frac{\bar{\xi}_i}{m_i} = \frac{\xi_i - \xi_{i-1}}{m_{i,i} - m_{i-1}} \Rightarrow \bar{\xi}_i = \frac{m_i(\xi_i - \xi_{i-1})}{m_{i,i} + m_{i-1}} = \frac{m_i}{t_i}$$

Pour le point  $i$  :

$m_i = t_i \bar{\xi}_i$  :  $\bar{\xi}_i$  représente la position du point  $i$  sur la travée.

./.

dans le cas B :

$$\begin{aligned} \cdot \varphi_i &= K_i \frac{1}{t_i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_i^{n\psi+2}}{n\psi+2} + A_i \\ \varphi_i &= K_i \frac{m_i}{t_i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_i^{n\psi+1}}{n\psi+2} + A_i \\ \varphi_i &= K_i \bar{\xi}_i \cdot \bar{\Phi}_i + A_i \quad (3.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \bar{\Phi}_i &= \sum \frac{m_i^{n\psi+1}}{n\psi+2} \\ \cdot \eta_i &= K_i \frac{1}{t_i^2} \sum \frac{m_i^{n\psi+3}}{(n\psi+2)(n\psi+3)} + A_i \xi + c_i \\ \eta_i &= K_i \frac{m_i^2}{t_i^2} \sum \frac{m_i^{n\psi+1}}{(n\psi+2)(n\psi+3)} + A_i \xi + c_i \\ \eta_i &= K_i \bar{\xi}_i^2 \bar{\gamma}_i + A_i \xi + c_i \quad (3.19) \\ \text{avec } \bar{\gamma}_i &= \sum \frac{m_i^{n\psi+1}}{(n\psi+2)(n\psi+3)} \end{aligned}$$

comme on a vu précédemment :

$$\bar{\alpha}_i = \sum_{n=0}^{\infty} m_i^{n\psi+1}$$

Les formules deviennent :

$$\varphi_i = \begin{cases} K_i \xi \bar{\alpha}_i + A_i & \text{--- } T_i = 0 \quad (3.20) \\ K_i \bar{\xi}_i \bar{\Phi}_i + A_i & \text{--- } T_i \neq 0 \quad (3.21) \end{cases}$$

$$\eta_i = \begin{cases} K_i \bar{\alpha}_i \frac{\xi^2}{2} + A_i \xi + c_i & \text{--- } T_i = 0 \quad (3.22) \\ K_i \bar{\xi}_i^2 \bar{\gamma}_i^2 + A_i \xi + c_i & \text{--- } T_i \neq 0 \quad (3.23) \end{cases}$$

• Les termes  $\bar{\alpha}_i$ ,  $\bar{\Phi}_i$ ,  $\bar{\gamma}_i$  sont tabulés en fonction de  $m$  et  $\psi$  (une table est donnée à titre d'exemple dans l'annexe. E).

• Les constantes  $A_i$  et  $C_i$  sont déterminées d'après les conditions aux limites.

./.

## II - 4 : METHODES DE CALCUL DES DEFORMATIONS DES POUTRES HYPERSTATIQUES EN BETON ARME

### II - 41 : Généralités

Le problème qui se pose au constructeur, une fois connues les propriétés des matériaux, est de concevoir un ouvrage et de dimensionner les éléments qui le composent de manière à ce que celui-ci puisse assurer convenablement les services demandés et résister avec une sécurité suffisante aux actions qui peuvent le solliciter au cours de sa durée de référence.

Le dimensionnement et la vérification de la sécurité doivent être basés sur des règles de calculs précises.

Les règlements antérieurs (C.C.B.A. 68) utilisaient la méthode des contraintes admissibles qui consistaient à vérifier que les contraintes calculées par la résistance des matériaux en tout point d'une structure sous une sollicitation donnée étaient inférieures à une contrainte dite admissible, obtenue en divisant la contrainte dite de ruine du matériau (généralement cette contrainte était prise égale à la limite d'élasticité du matériau) par <sup>un</sup> coefficient de sécurité  $k$

$$\sigma \leq \bar{\sigma} = \frac{\sigma_r}{k}$$

Cette conception s'est peu à peu révélée insuffisante pour les raisons citées dans les chapitres antérieurs ; il a fallu donc développer d'autres méthodes basées sur le calcul aux états limites dont on distingue :

#### Les états limites ultimes :

- . état limite ultime d'équilibre statique
- . état limite ultime de résistance
- . état limite ultime de stabilité de forme.

#### Les états limites de service :

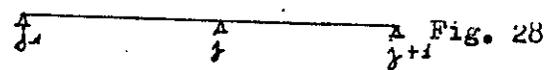
- . état limite de compression du béton
- . état limite d'ouverture de fissure
- . état limite de déformation.

Les méthodes exposés dans ce chapitre concernent l'état limite de déformation.

II - 42 : METHODE KUCZYNSKI : d'après la théorie continue non linéaire .

C'est une méthode numérique pour le calcul des poutres hyperstatiques en béton armé. Le point de départ est l'exploitation du principe de la compatibilité des angles de rotations au point d'appui commun  $j$ .

$$\theta_{jd} = \theta_j \alpha$$



• Hypothèses :

- Hypothèses : admises dans cette méthode sont celles citées au paragraphe II - 22, et schématisées par la figure 2.6.

• Principe de calcul :

- Le calcul se fait par la méthode de MOHR modifiée par KUCZYNSKI - GOSZYNSKI : on considère la fonction de la courbure en tant que variable de la charge de la travée :

Ainsi le calcul des efforts tranchants est équivalent au calcul des angles de rotation et le calcul des moments fléchissants à celui des flèches.

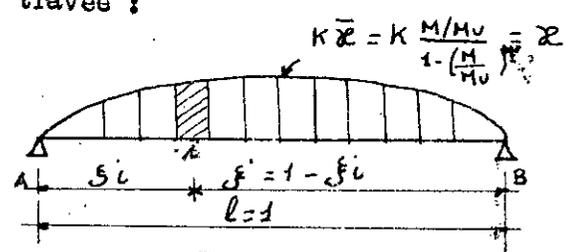


Fig. 2.9

Sur la base de la figure 2.9 nous déterminons :

- La réaction fictive  $\bar{R}_A$  :

$$\bar{R}_A = \int_0^1 \alpha \xi' d\xi = \int_0^1 \alpha d\xi - \int_0^1 \alpha \xi d\xi \tag{2.24}$$

- Les angles de rotations  $\varphi_i$

$$\varphi_i = + \bar{T}_i = - \left( \bar{R}_A - \int_0^{\xi_i} \alpha d\xi \right) \tag{2.25}$$

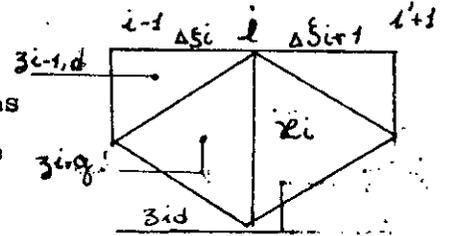
- Les angles de rotation d'appui  $\theta_A ; \theta_B$

$$\theta_A = \int_0^1 x d\xi \quad 2.26$$

$$\theta_B = \int_0^1 x \xi' d\xi = \theta_A - \int_0^1 x d\xi \quad 2.27$$

• Calcul des intégrales

Les intégrales sont déterminées par la méthode des trapèzes de sorte que les relations 2.26 et 2.27 deviennent :



$$\theta_B \approx \frac{1}{2} \sum (\alpha_{i-1,d} z_{i-1,d} + \alpha_{i,g} z_{i,g}) \Delta \xi_i \quad 2.27'$$

$$\theta_A \approx \theta_B - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\alpha_{i-1,d} + \alpha_{i,g}) \Delta \xi_i \quad 2.26'$$

Fig. 2.10

- Les angles de rotation aux points particuliers de la travée partagée :

$$\varphi_k = \theta_A + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (\alpha_{i-1,d} + \alpha_{i,g}) \Delta \xi_i = \varphi_{k-1} + \frac{1}{2} (\alpha_{k-1,d} + \alpha_{k,g}) \Delta \xi_k \quad 2.28$$

- Les flèches

$$\eta_k = \int_0^{\xi_k} \varphi d\xi \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (\varphi_{i-1} + \varphi_i) \Delta \xi_i = \eta_{k-1} + \frac{1}{2} (\varphi_{k-1} + \varphi_k) \Delta \xi_k \quad 2.29$$

On rappelle que dans ces notations :

-  $\alpha_i$  est la courbure au point  $i$  :

$$\alpha_i = K_i \cdot \frac{M_i}{1 - m_i} ; \quad m_i = \frac{M_i}{M_{0i}} ; \quad K_i = \frac{M_{0i}}{B_{0i} l}$$

-  $\Delta \xi_i$  : longueur relative de l'intervalle à gauche du point  $i$

$$- z_{i,d} = \xi_i + \frac{1}{3} \Delta \xi_{i-1}$$

$$- z_{i,g} = \xi_i - \frac{1}{3} \Delta \xi_i$$

d'après la figure 2.10

II - 43 : METHODE BILINEAIRE DU C.E.B.

La méthode proposée par le C.E.B. est basée sur la constatation que, à l'état de service, la relation moment-courbure peut-être

approchée au moyen d'une loi bilinéaire qui représente en quelque sorte une loi pondérée des relations moments-courbures.

Il s'agit d'une méthode simplifiée qui consiste à calculer d'abord la flèche de base  $a_c$  (résultant d'un calcul élastique avec les rigidités  $E_c I_c$  du béton seul) qui est ensuite corrigé pour tenir compte de l'armature en se basant sur une section dite déterminante définie comme étant la section au milieu de la travée dans le cas des poutres simples et continues ou comme la section d'encastrement dans le cas des consoles, calculée selon la R.D.M. avec  $B = E_{bo} \cdot I_1$

#### Hypothèses fondamentales :

a - L'état I non fissuré est conventionnellement pris comme base pour toutes les parties de la structure dans lesquelles les contraintes normales de traction n'excèdent pas  $f_{ct}$  5% s'il s'agit d'éviter des dommages et  $f_{ctm}$  s'il s'agit de calculer des contre-flèches.

- Pour ces parties, le calcul est basé sur la section homogène, avec  $E_c = 9500 (f_{ck} + 8)^{1/3}$  (fck MPa).

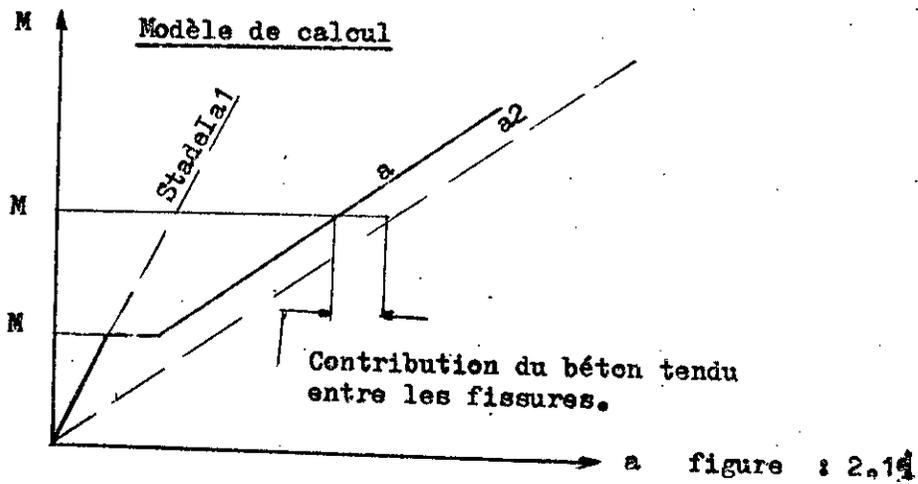
- Les déformations dues à l'effort tranchant peuvent être négligées.

- La résistance à la traction  $f_{ctm}$  fonction de la résistance caractéristique à la compression  $f_{ck}$  peut être obtenu par la formule  $f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$  (fck en MPa).

b - L'état II fissuré est pris comme base pour toutes les autres parties de la structure.

- La contribution du béton tendu entre les fissures qui réduit la contrainte de traction moyenne des armatures doit être prise en compte en définissant, par analogie au tirant, des coefficients de répartition rapprochant les deux stades extrêmes.

c - L'influence des armatures de compression peut être prise en compte s'il s'agit d'éviter les dommages. Elle doit l'être dans le calcul des contre-flèches.



- La flèche probable  $a$ , prend une valeur intermédiaire comprise entre la flèche  $a_1$  calculée en stade I (extrême inférieur) et la flèche  $a_2$  calculée au stade II (extrême supérieure). Cette valeur est définie par la relation bilinéaire suivante :

$$a = (1 - \xi_b) a_1 + \xi_b a_2 \quad (2.30)$$

équation dans laquelle le coefficient de répartition est définie comme suit :

$$\begin{cases} \xi_b = 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{rd}}{M_d} \right)^2 \\ \xi_b = 0 \text{ pour } M_d < M_{rd} \end{cases}$$

$\beta_1 = 1/2,5 K_1$  : coefficient caractérisant les qualités d'adhérence d'armature.

$K_1 = 0,4$  barre à haute adhérence,  $K_1 = 0,8$  barre lisse

$\beta_2$  = coefficient représentant l'influence de la durée d'application de la charge ou la répétition des charges.

$\beta_2 = 1,0$  premier chargement

$\beta_2 = 0,5$  pour charge de longue durée ou répétée.

-  $M_{rd}$  : moment de fissuration calculé dans la section déterminante.

$$M_{rd} = W_{ifct} \approx W_c f_{ct} \quad \text{avec}$$

$W_1$  = module de résistance au stade I (armature y comprise)

$W_c$  = module de résistance du béton seul  
 $f_{ct}$  = résistance à la traction.

#### II 4.A. - Méthode de BRANSON

BRANSON propose également une méthode Bilinéaire pour le calcul des déformations.

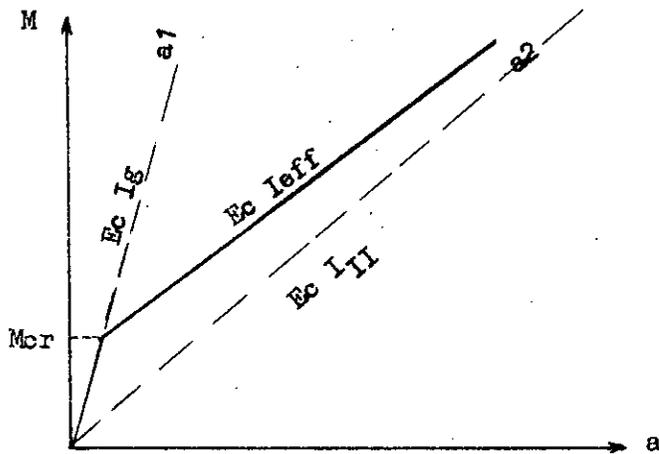


figure : 2.12

figure : 2.12

- Quand le moment de sollicitation est inférieur au moment de fissuration ( $M < M_{cr}$ ) les flèches sont calculées à partir de la rigidité initiale  $B = E_c I_g$ .

- Lorsque le moment de sollicitation est supérieur au moment de fissuration ( $M > M_{cr}$ ) les flèches sont calculées en utilisant une rigidité effective correspondant à l'état II :

$B = E_c I_{eff}$ , où  $I_{eff}$  désigne le moment d'inertie dans l'état fissuré en tenant compte du béton tendu.

$$I_{eff} = \min \left( \begin{array}{l} \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{II} \\ I_g \end{array} \right) \quad 2.31$$

avec :

$I_g$  : moment d'inertie de la section de béton seul.

$I_{II}$  : moment d'inertie de la section homogène réduite (béton comprimé plus armatures).

$M_{cr}$  : moment de fissuration

$$M_{cr} = \frac{I_g \cdot f_r}{y_t}$$

où

$f_r$  : résistance à la traction égale à  $0,62 \sqrt{f'c}$ ,  $f_c$  (Mpa)

$y_t$  : distance du centre de gravité de la section de béton seul à la fibre extrême la plus tendue.

$M$  : moment maximal auquel l'élément est soumis au stade du changement.

$E_c$  : module de déformation du béton =  $4730 \sqrt{f'c}$  Mpa

- Pour les poutres hyperstatiques, on détermine  $I_{eff}$  en appui et  $I_{eff}$  en travée et on calculera les déformations en utilisant une inertie effective moyenne.

*Comment*

II - 45 : METHODE PROPOSEE PAR LE B.A.E.L.

Elle est basée sur un diagramme moments-courbures trilineaire.

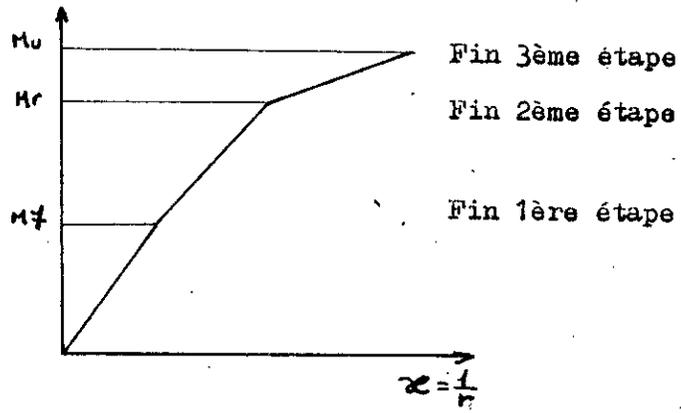


Fig. 2.13

- La 1ère phase correspond à une contrainte du béton inférieure ou égale à  $0,5 f_{cj}$  pour laquelle la valeur du module  $E_i$  peut aisément être déterminé sous la forme

$$E_i = 12\,000 f_{cj}^{1/3} \text{ Mpa}$$

Dans cette phase le calcul des déformations peut être mené selon les règles de la résistance des matériaux, car on se trouve dans un domaine parfaitement élastique. Le moment d'inertie est calculé en tenant compte de la section totale du béton ainsi que des armatures avec le coefficient d'équivalence  $n$  correspondant à chaque type d'action ( $n = 15 - 18$  pour les actions permanentes,  $n = 5 - 6$  pour les actions instantanées).

- 2ème étape : le béton est fissuré et sa contrainte de compression atteint et peut même dépasser  $0,5 f_{cj}$ , c'est une étape où l'on peut considérer que l'élément reste dans le domaine élastique mais les déformations ne peuvent être appréciées en déterminant, comme l'étape précédente, la rigidité  $EI$ , mais en utilisant par exemple, le calcul de la courbure dans différentes sections et en intégrant ces courbures sur la longueur de l'élément considéré.

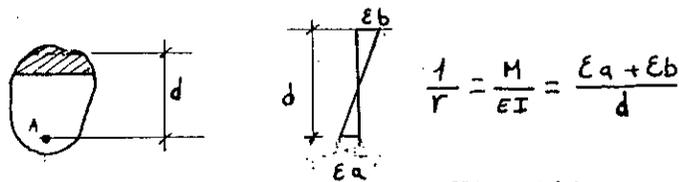


Fig. 214

$\epsilon_a$  et  $\epsilon_b$  étant respectivement l'allongement de l'acier et le raccourcissement du béton sur la fibre la plus comprimée, dans la section de hauteur utile  $d$ .

### Hypothèses de calcul

Dans cette deuxième étape, qui correspond à l'état de service de l'élément on admet :

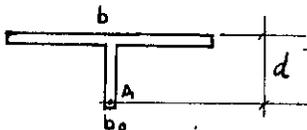
- Le fonctionnement élastique de la pièce ( $\sigma \leq 0,5f_{cj}$  pour le béton comprimé,  $\sigma_a \leq \sigma_{en}$  pour les armatures tendues).
- La conservation des sections planes
- Le non glissement relatif entre armatures et le béton en dehors du voisinage immédiats des fissures.
- Une légère réduction d'allongement de l'armature tendue pour ne pas négliger l'intervention du béton tendu compris entre deux fissures.

Compte-tenu de ces hypothèses le B.A.E.L. propose un calcul de la courbure, dans les éléments fissurés, passant par la détermination d'un moment d'inertie fictif de la section ; les formules empiriques proposées résultent de mesures de flèches, au cours d'essai, généralement sous chargement instantané.

$$I_f = \frac{I_0}{1 + \lambda \mu} ; E_i = 12000 f_{cj}^{1/3} \text{ (Mpa)}$$

$$\lambda = \lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3 \frac{b_0}{b}) \rho} ; \text{ pour déformations instantanées}$$

$$\mu = 1 - \frac{1,75 f_t 28}{4 \rho \sigma_a + f_t 28} , \text{ (on adopte } \mu = 0 \text{ si l'expression de } \mu \text{ est négative).}$$



$I_0$  : moment d'inertie de la section totale rendue homogène.

$f_{t28}$  : résistance caractéristique du béton à la traction exprimé en MPa.

$\sigma_a$  : contrainte de traction effective de l'armature correspondant au cas de chargement considéré.

$\rho = \frac{A}{b \cdot d}$  : pourcentage d'armatures tendues en appelant M le moment fléchissant qui sollicite la section, on écrira :

$$\frac{1}{\rho_i} = \frac{M_i}{E_i I_i}$$

## /// H A P I T R E    I I I

### -Expérimentation-

#### III - 1 : PROGRAMME

Les essais ont été effectués au laboratoire structure de l'Ecole Nationale Polytechnique; département génie-civil. Le programme a été conçu en vue d'étudier l'influence de deux paramètres :

- la classe du béton
- le pourcentage des armatures principales sur les déformations instantanées exprimées par :
  - les flèches
  - les angles de rotation
  - et la redistribution des moments fléchissants des poutres hyperstatiques en béton armé, soumises à des charges concentrées croissantes de zéro jusqu'à rupture.

Le programme comporte six (06) séries de poutres réalisées avec trois (03) différents bétons (fort, moyen et faible : A,B,C) et deux types d'armatures (I et II).

Armature type I : correspondant au pourcentage d'armature conforme aux diagramme des moments en phase élastique.

Armature type II : correspondant à un pourcentage non conforme au diagramme des moments fléchissants en phase élastique.

#### DESIGNATION

##### • Séries élasto-conformes

Série AI — poutres AI-1, AI-2, AI-3

Série BI — poutres BI-1, BI-2, BI-3

Série CI — poutres CI-1, CI-2, CI-3

• Séries élasto non conformes

Série A II — poutres AII-1, AII-2, AII-3

Série B II — poutres BII-1, BII-2, BII-3

Série C II — poutres CII-1, CII-2, CII-3

Les séries dites élasto-conformes correspondent à des poutres ferraiUées selon la disposition I et réalisées respectivement avec le béton A, B et C.

Les poutres dites élasto-non-conformes correspondent aux poutres ferraiUées selon la disposition II et réalisées respectivement avec le béton A, B et C.

Seules les poutres 1 et 2 ont servi pour les essais ; les poutres N° 3 ont été utilisées pour le réglage des appareils ou gardées en réserve.

III - 11 : DIMENSIONS ET MODE DE CHARGEMENT

Le modèle choisi pour ces essais est le modèle de MONNIER (27) ; les dimensions géométriques des poutres et le mode de chargement y sont respectés. La différence entre les deux types d'essais réside dans le choix des matériaux utilisés : alors que MONNIER n'a travaillé qu'avec une seule catégorie de béton, les présents essais sont effectués pour différentes classes de béton. De plus, l'acier utilisé présente une limite d'élasticité supérieure à celle des armatures de MONNIER.

Les poutres étudiées sont donc du point de vue dimensions et mode de chargement identiques à celles de MONNIER. Ce sont des poutres continues à deux travées d'égales dimensions, de deux mètres (02 mètres) de portée et 20 cm de débord. La section droite

est rectangulaire de 15 cm de base et 26 cm de hauteur.

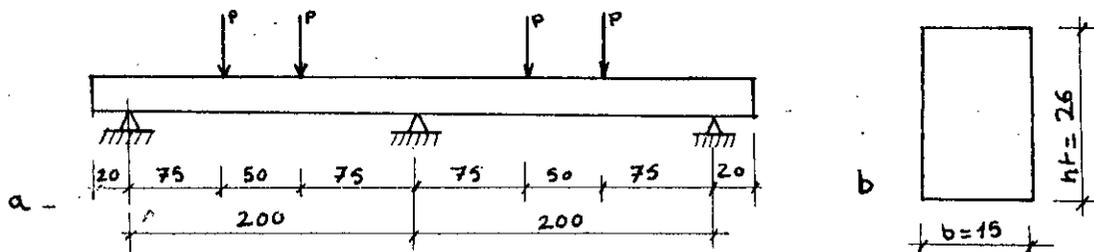


Fig. 3.1

Les travées sont chargées par deux forces concentrées, égales, espacées de 50 cm et disposées symétriquement par rapport aux milieux des travées (voir figure ci-dessus).

### III - 12 : FERRAILLAGE DES POUTRES D'ESSAIS

Le pourcentage et la disposition des armatures longitudinales et transversales correspondent également au modèle de MONNIER.

Les armatures principales sont des barres filantes en acier tor de 12 mm de diamètre (T 12).

Les armatures transversales sont en acier doux, de 08mm de diamètre et sont disposées tous les 15 cm ( $\phi 8, e = 15$  cm).

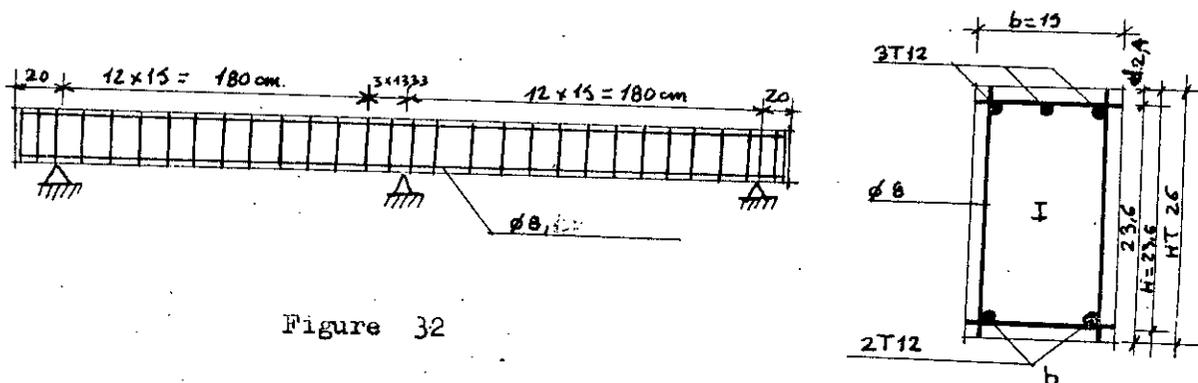


Figure 32

- La figure 3.2 a , représente le ferrailage transversal de toutes les poutres d'essai.

- La figure 32 b, représente la section d'appui et de travée des poutres ferrillées selon la disposition conforme avec 3T 12 en appui et 2T 12 en travée, le ferrailage des poutres non conformes (II) étant inversé (2T 12 en appuis et 3T 12 en travée).

### III - 13 : CONFEC TION DES POUTRES D'ESSAI

#### . Armatures des poutres :

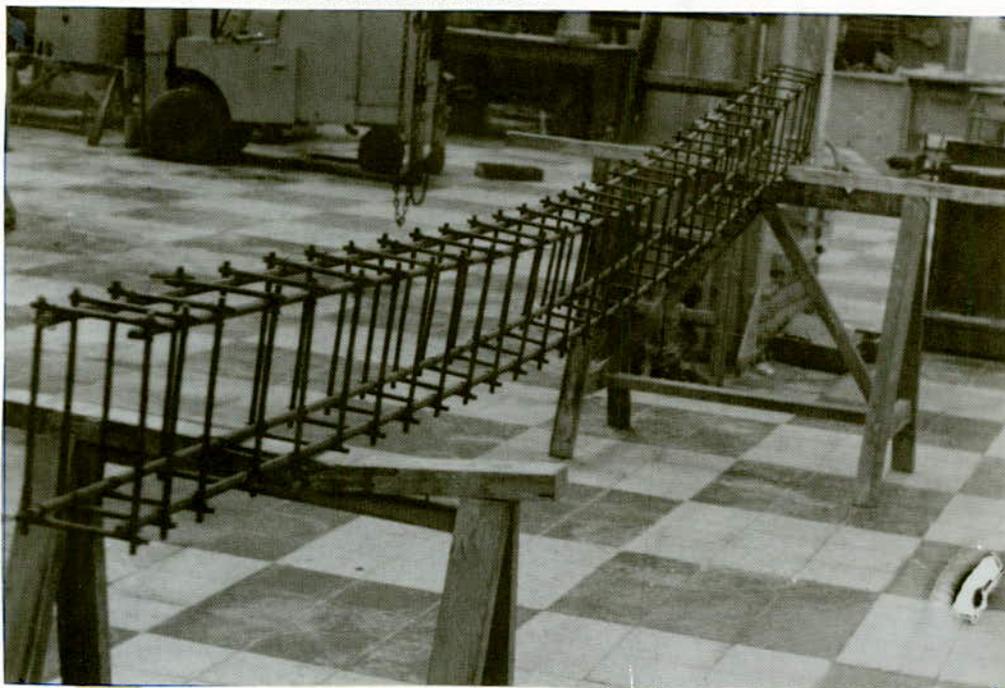


Photo 1

- Toutes les barres longitudinales ont été nettoyées à l'aide d'une brosse métallique de sorte à dégager les nervures de l'acier tor et favoriser ainsi l'adhérence acier - béton.

- Les cadres sont soudés, ils ont été conçu de manière à garder la distance d'enrobage -d- constante sur toute la longueur

de la poutre. Pour réaliser ces cadres, un gabarit rectangulaire a été confectionné par assemblage de plaques métalliques ayant pour dimensions selon ses faces internes celles de la section des poutres ; les quatre barres de chaque cadre sont alors limées à la meule mécanique de façon à pouvoir les inscrire dans le gabarit et réaliser des cadres identiques.

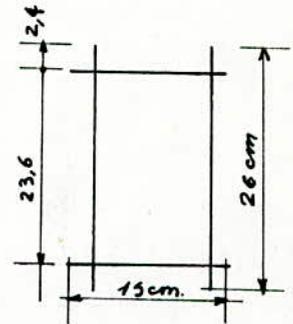
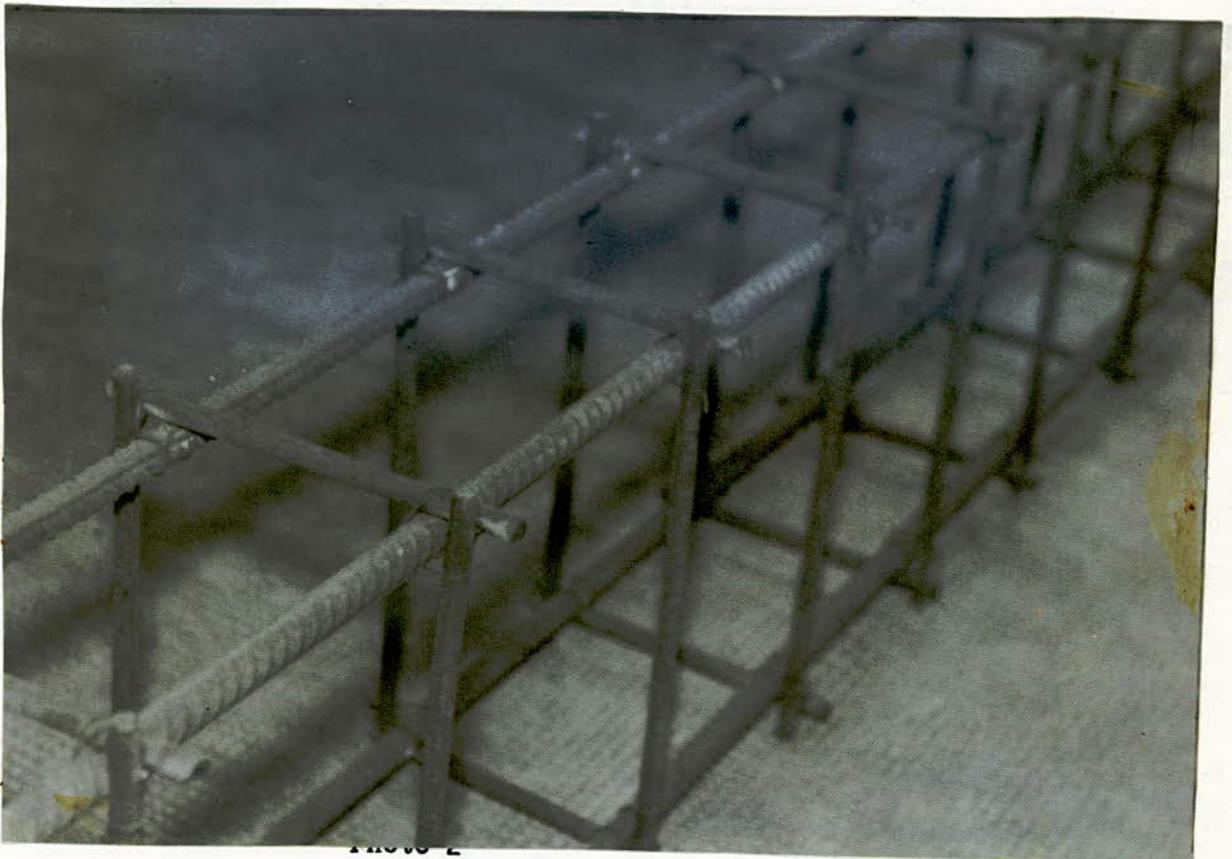


Figure 3.3



• Coffrage des poutres

Le coffrage a été prévu pour le coulage de 06 poutres à la fois, ils correspondent au nombre de poutres à réaliser avec un même béton (03 exemplaires pour le ferrailage I et 03 autres pour le type II).



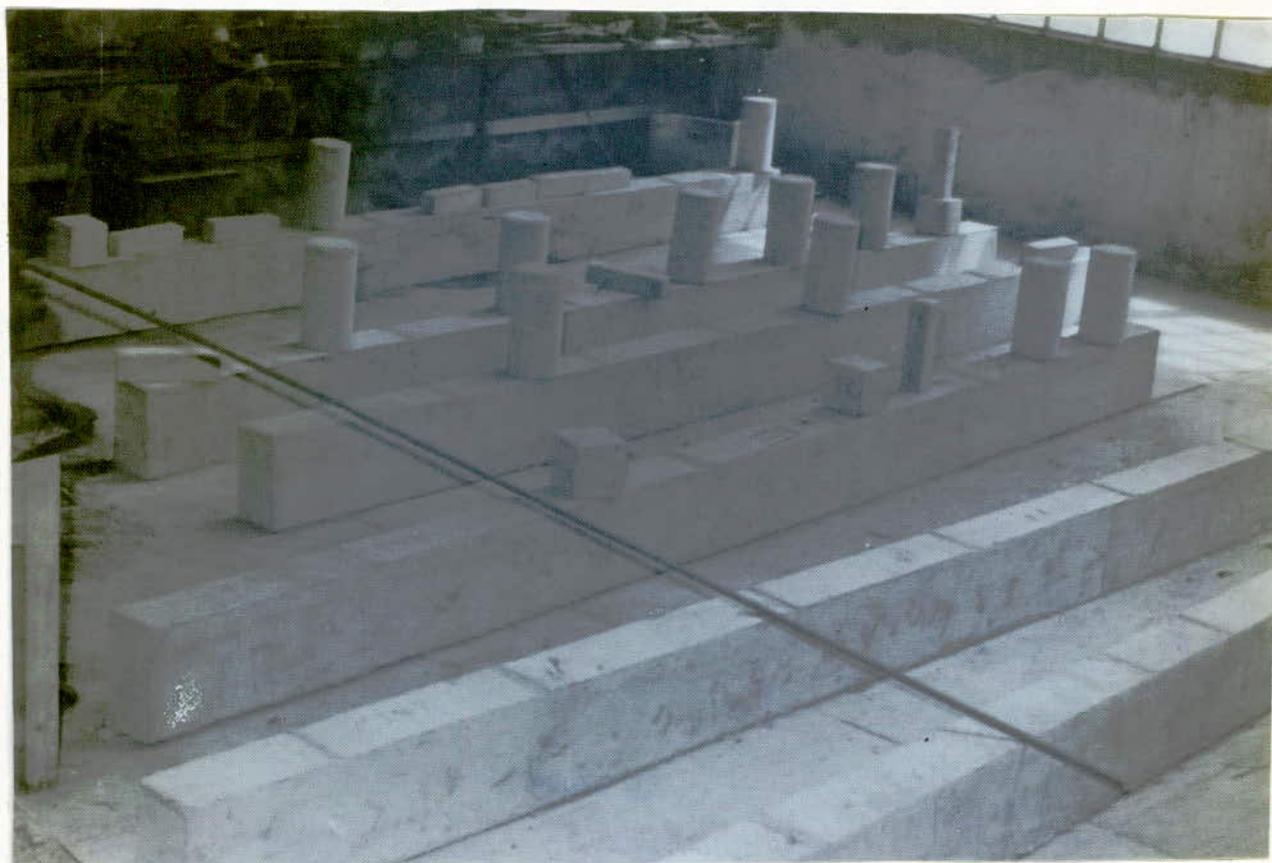
Photo 3

L'intérieur du coffrage est tapissé de contre plaqué afin d'obtenir des poutres à faces lisses pour faciliter le relevé de fissures.

• Coulage des poutres

Les compositions des différents bétons ont été réalisées avec beaucoup de soins (voir annexe ). Tous les agrégats ont été lavés à la main et séchés. Le malaxage du béton s'est fait à la pelle, ce qui a conduit, malgré la disponibilité du coffrage à limiter le nombre de

poutres coulées à la fois (une gâchée de trois poutres représente environ 1300 Kg de béton). L'omogénéité du béton est assurée par vibrations à l'aide de deux aiguilles, des éprouvettes ont été prélevées lors du coulage.



x photo 4

### III - 2 : CARACTERISTIQUES MECANIQUES DES MATERIAUX

#### III - 21 : Les bétons

La résistance du béton est un des principaux paramètres étudiés dans cette thèse, de ce fait, nous avons donné un soin particulier à la formulation de la composition des différents bétons. Nous avons procédé à une étude complète au laboratoire central de la SONATIBA voir annexe - C -

Nous avons abouti aux compositions suivantes :

#### Propositions pondérales sur agrégats secs, sauf ciment :

- Gravier concassé :	15/25	—————	25 %
	8/15	—————	33 %
	3/8	—————	12 %
- Sable de mer :	0/3	—————	30 %

#### Dosage en ciment et résistances moyennes obtenues sur éprouvettes

Classe de béton	Dosage en ciment	Résistance moy. sur éprouvettes
A	400 kg/m <sup>3</sup>	400 kg/cm <sup>2</sup>
B	300 kg/m <sup>3</sup>	300 kg/cm <sup>2</sup>
C	250 kg/m <sup>3</sup>	200 kg/cm <sup>2</sup>

Les résistances moyennes données dans le tableau ci-dessus correspondent aux résistances moyennes obtenues après écrasement des éprouvettes prélevées lors du coulage des poutres (voir annexe C - ).

#### III - 22 : L'acier

La limite d'élasticité apparente moyenne obtenue après essais de traction sur éprouvettes d'acier est de  $\sigma_{en} = 5620 \text{ kg/cm}^2$  (voir annexe - C - ).

III - 3 : EXECUTION DES ESSAIS

III - 31 : Machines d'essai

- La machine utilisée est une table d'essai équipée de trois portiques déplaçables dans le sens longitudinal de la table. Chaque portique comporte un verin hydraulique, coulissant sur la traverse.

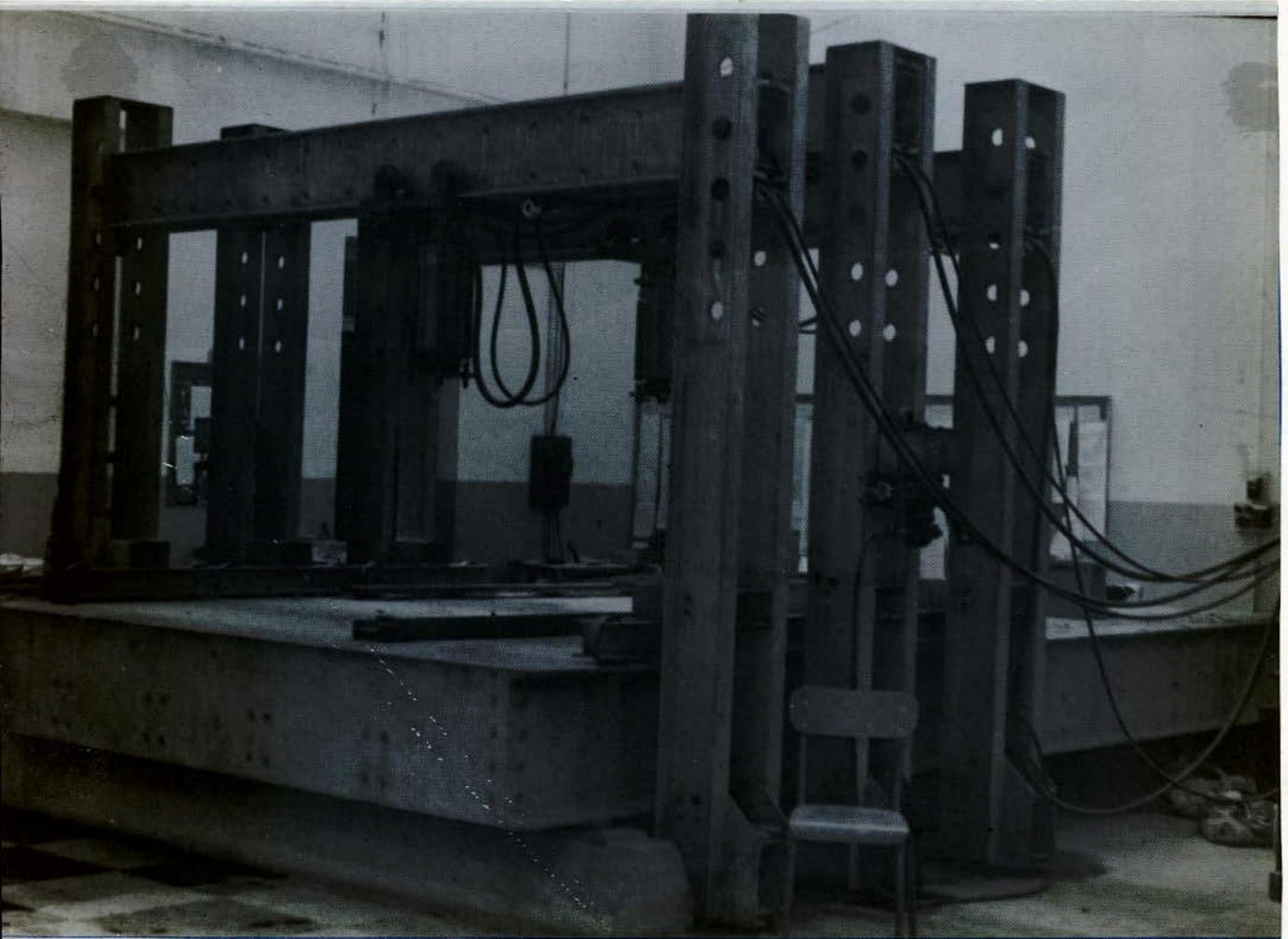


Photo 5

Cette machine a été remise en marche, réétalonnée (voir annexe C) et adaptée aux présents essais.

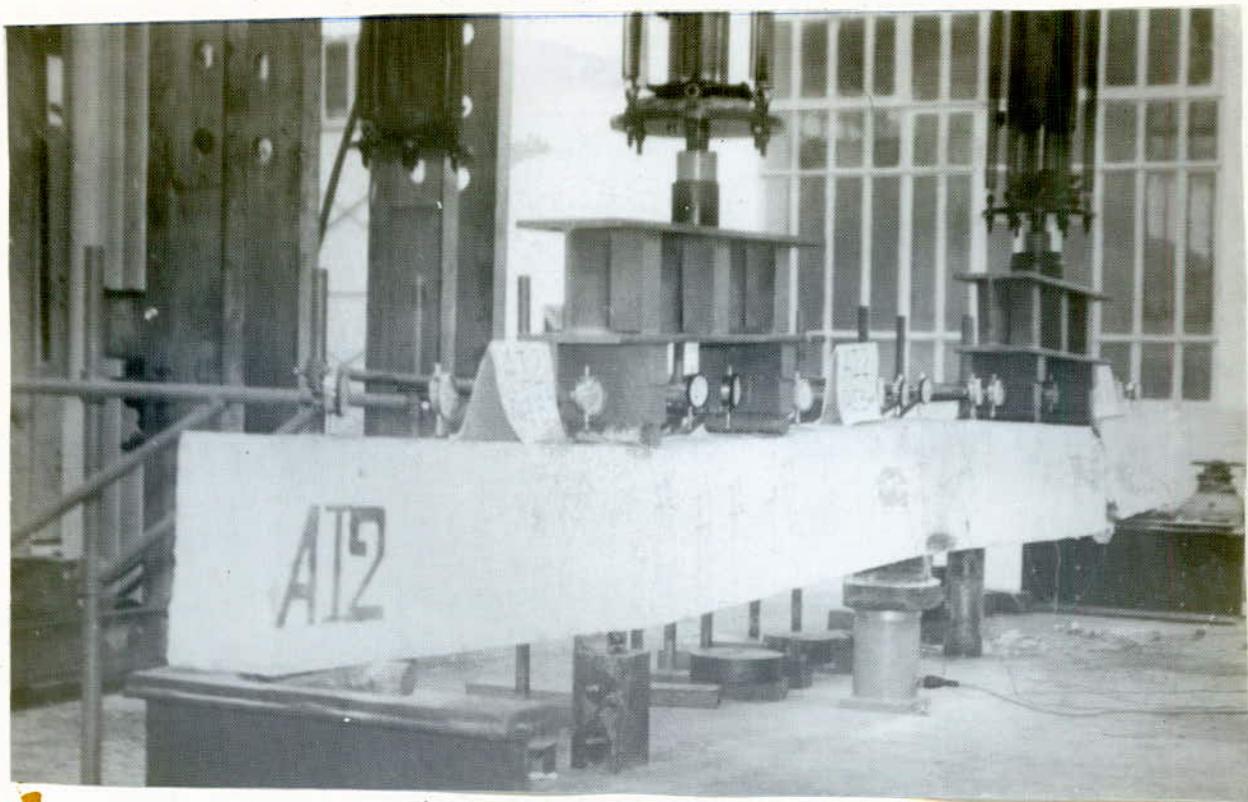


Photo 6

• Contact vérin - répartisseur :

La face inférieure de chaque vérin comporte un creux où vient se loger une bille pour transmission de la charge au répartisseur.

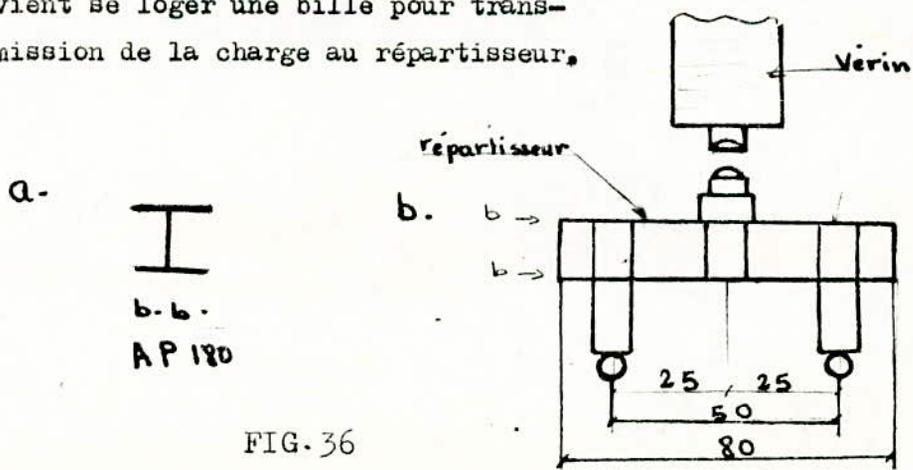


FIG. 36

Le répartisseur a pour rôle de décomposer la charge en deux charges égales.

• Répartisseur de charge :

Les deux répartisseurs présentés sur la photo N° 6 et qui sont schématisés par la fig. 3.4 ont été réalisés pour ces essais. Deux poutrelles de 80 cm de longueur ont été découpées à partir d'un profilé métallique AP fig. 3.5 b. A 25 cm de part et d'autre du milieu de chaque poutrelle sont disposés des "pieds fig. 35 a qui serviront à décomposer en deux forces égales la charge communiquée par le vérin et à les transmettre uniformément sur la largeur de la poutre (détail f. 34 c) au droit de la section désirée.

L'âme du profilé est renforcé dans les zones de transmission par des plaques de fer soudées.

La hauteur des pieds est conçue de façon à laisser suffisamment de place entre la face inférieure du répartisseur et la face supérieure de la poutre pour placer les appareils de mesures.

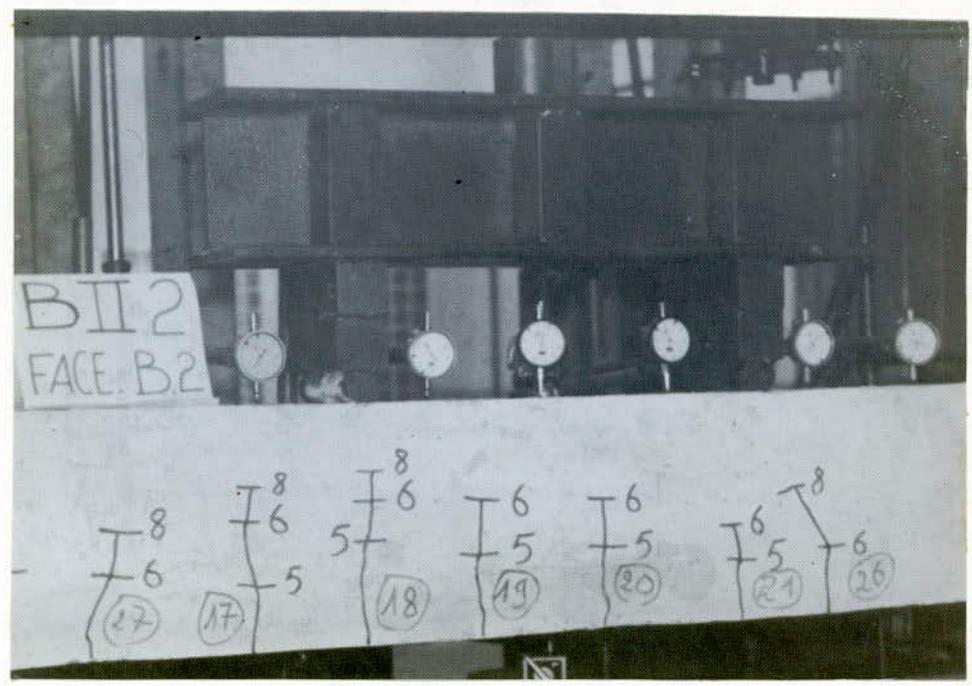


Photo 7

./.

• Les appuis :

Les deux appuis extrêmes sont des appuis simples réalisés à partir d'un IPN 260 surmonté d'un fer rond.

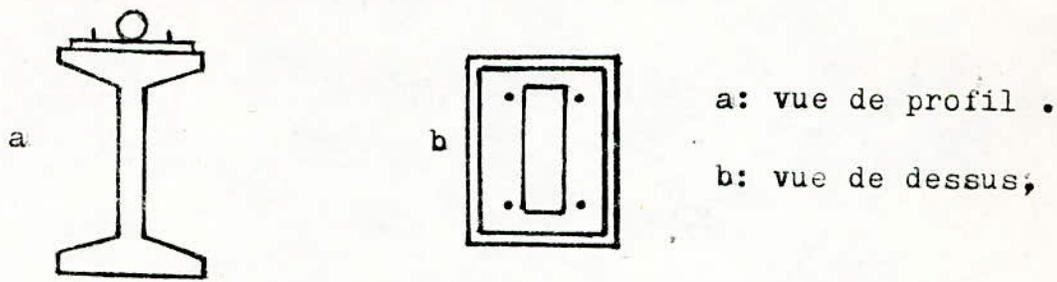


fig. 35: Détails d'appuis extrêmes

L'appui central est un capteur de force surmonté d'un sommier d'appui fig. 36, photo N° 8.

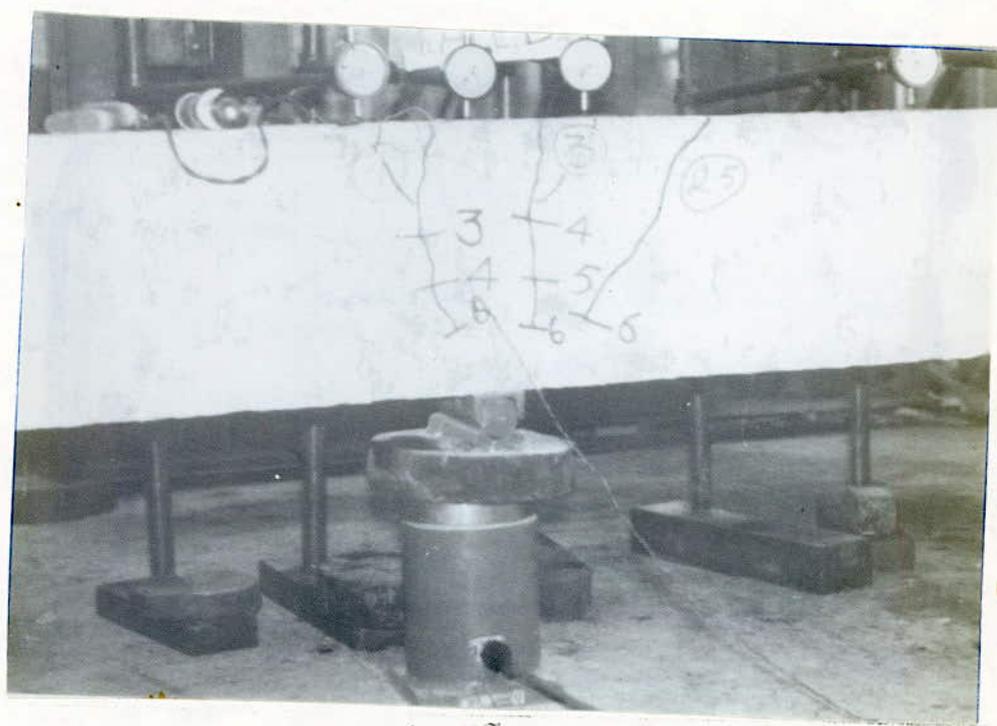
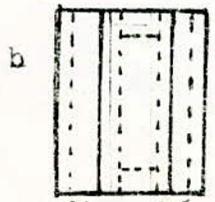
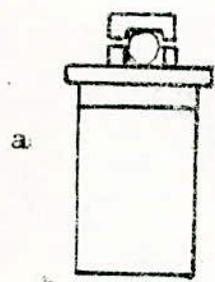


photo N° 8



a: vue de face.

b: vue de dessus.

fig. 36: details d appui central

fig. 36

### III - 32 : APPAREILS ET METHODES DE MESURES

#### . Réaction d'appui centrale :

- Le capteur de force (photo N° 8) est relié à une alimentation stabilisée et à un milli voltmètre.

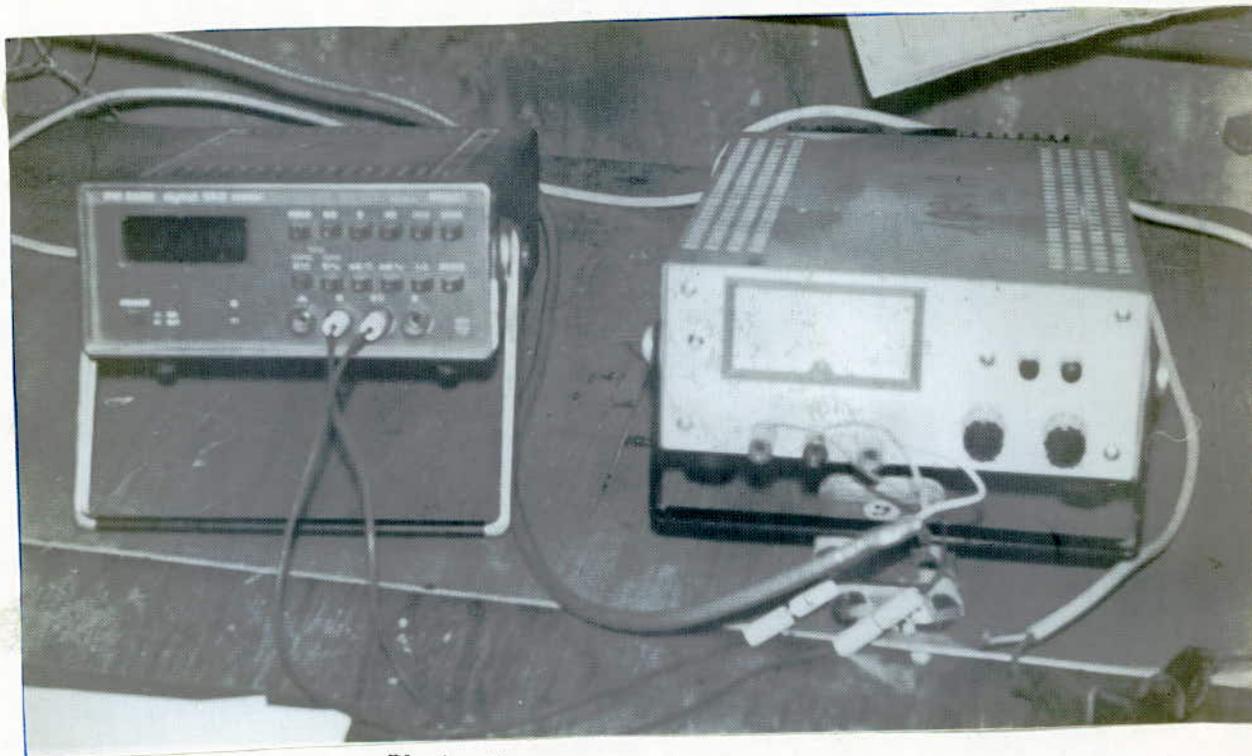


Photo-9

- A chaque pas de chargement, le milli voltmètre affiche une valeur qui est relevée, et d'où grâce à une courbe d'étalonnage préalablement établie (voir annexe) la réaction d'appui centrale qui est exprimée en fonction de la charge globale.

#### . Flèches :

Elles sont mesurées à l'aide de comparateurs de ho ayant une précision de  $10^{-2}$  mm,  $2 \cdot 10^{-3}$  et  $10^{-4}$  mm. Les plus sensibles ont été placés dans les zones de faibles déformations. Le nombre (19) et l'espacement des comparateurs ont été choisis de telle sorte à

pouvoir définir les déformées sous charge avec précision.

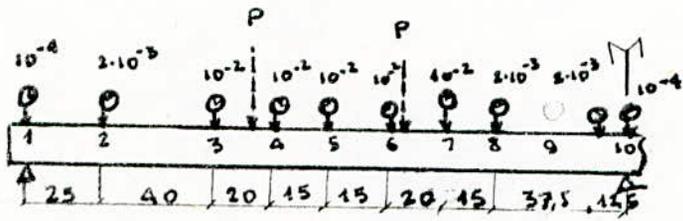
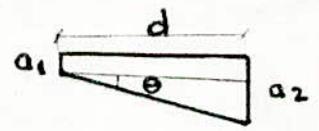


Figure 3.7  
emplacement des comparateurs.

- Les comparateurs 1 et 10 sont placés comme témoins (au cas où il y aurait affaissement d'appui).
- Les comparateurs 2 et 9 sont prévus pour déterminer les rotations d'appui.
- Le comparateur 8 est placé au point de moment nul.
- Les autres comparateurs d'une précision moindre sont placés dans les zones des grandes flèches.

• Rotations :

Les rotations d'appui de rive et d'appui central sont déterminées, respectivement, par les couples de comparateurs (1 et 2) et (9 et 10) disposés de façon à former des clinomètres :



Le comparateur 1 donne la lecture  $a_1$ , le comparateur 2  $\rightarrow a_2$ , la rotation d'appui est déterminée par

$$\theta \approx \frac{a_2 - a_1}{d} \text{ qui sera ensuite converti en Rd.}$$

• Support des comparateurs :

Chaque comparateur est supporté par un socle pesant en acier, muni de béquilles réglables formant un système indépendant de la poutre. Les supports ont été également conçus et réalisés pour ces essais.

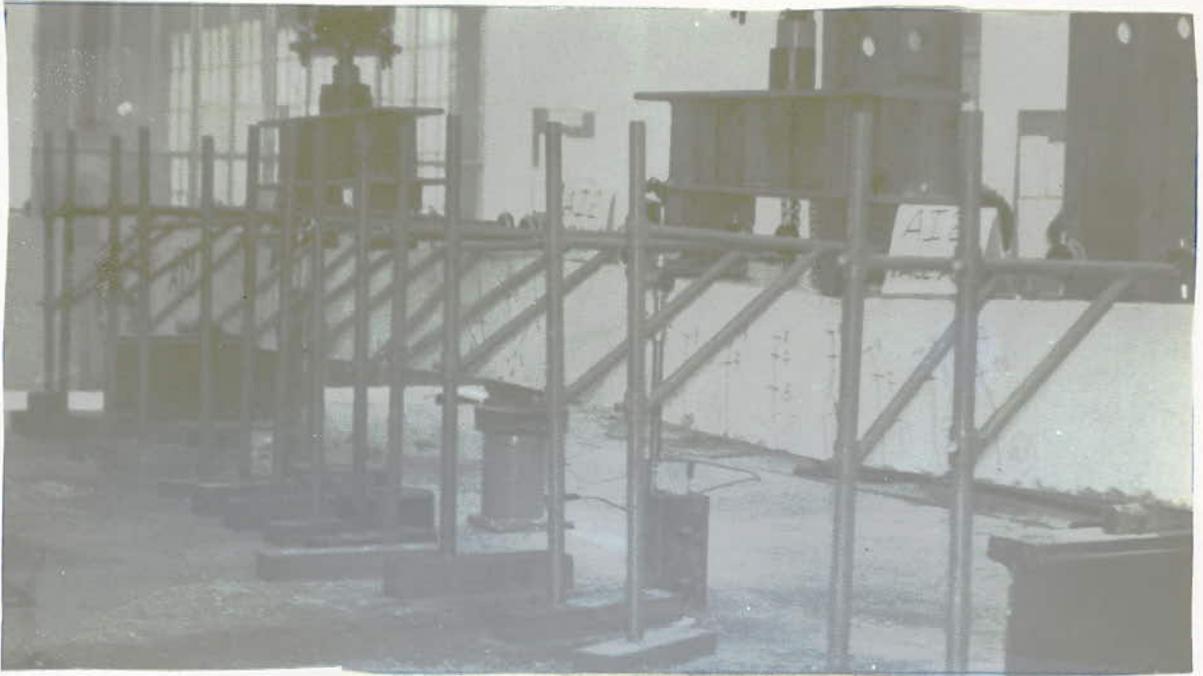


Photo 10

Contact comparateur - poutre :

En tout point de contact comparateur - poutre, nous avons prévu une plaque de plexiglas pour avoir une surface de contact lisse et parer ainsi à toute erreur de mesure due au déplacement local du comparateur.

Déformations unitaires :

Les allongements de l'acier et les raccourcissements du béton au voisinage des sections critiques sont déterminés à l'aide de jauges *ohmiques*. Les valeurs sont lues directement en  $1m/m$  sur un pont d'extensiométrie à 10 voies. Les paramètres K (facteur de sensibilité des jauges) et R (résistance en  $\Omega$ ) sont introduit directement dans le pont.





Photo N° 11

- Pour l'acier : les jauges sont collées directement sur l'armature après polissage de la surface de contact.
- Pour le béton : Elles sont placées au niveau de la fibre la plus comprimée.

. Fissuration :

- a - ouverture : elle est mesurée au niveau du centre de gravité des aciers à l'aide d'un fissuromètre muni d'une lampe d'éclairage et permettant d'apprécier le 1/100 mm.



Photo 12

b - Position, hauteur des fissures : les fissures sont notées et retracées à chaque pas de chargement. Elles sont repérées par deux numéros : un numéro encadré, il correspond à l'ordre d'apparition de la fissure et le deuxième au pas de chargement.



III - 33 : CONDITIONS D'EXECUTION DES ESSAIS

- La mise en charge de chaque poutre se fait par paliers successifs sans déchargement ; chaque pas est défini comme un pourcentage de la charge limite ultime du système. L'intervalle entre deux pas de chargement est de 25 mm pendant lesquelles, après stabilisation des appareils, nous relevons les mesures, chaque essai dure en moyenne 7 heures.

*et les autres flèches*

III - 4 : RESULTATS DE MESURES

Dans la présente recherche, seules les mesures concernant les flèches au milieu de travée, les angles de rotations d'appuis de rive et la redistribution des moments sont exploités.

- Les résultats de mesures sont donnés en annexe.

• Flèches : mesures sont relevées par série de poutres et par palier de chargement grâce aux comparateurs 5 et 5' fig. 3.7. Les mesures sont alors portées sur un même graphe en fonction du degré d'avancement de charge  $m_c = \frac{Q}{Q_{ue}}$  où  $Q$  est la charge appliquée au moment du relevé et  $Q_{ue}$  la charge de ruine de la poutre en question. Une courbe moyenne est alors tracée permettant de déduire la valeur moyenne de la flèche pour une série donnée et un degré d'avancement désiré.

(voir graphes 51, 52 et tableaux annexe D).

• Angles de rotation : Les résultats de mesures sont présentés de la même manière que les flèches (graphes 53, 54, annexe D)

• Redistribution : Elle est évaluée à partir des lectures de la réaction centrale à raison de deux mesures par série et par palier de chargement. De la même manière les mesures sont portées sur des graphes et une courbe moyenne par série de poutre est tracée. A partir de la courbe moyenne sont alors déduites les valeurs de la réaction centrale correspondant aux degrés

d'avancement désiré, à partir desquelles grâce aux équations d'équilibre statique, sont déterminées les réactions d'appui de rive. Les différentes réactions étant alors connues, il est aisé de tracer le diagramme des moments.

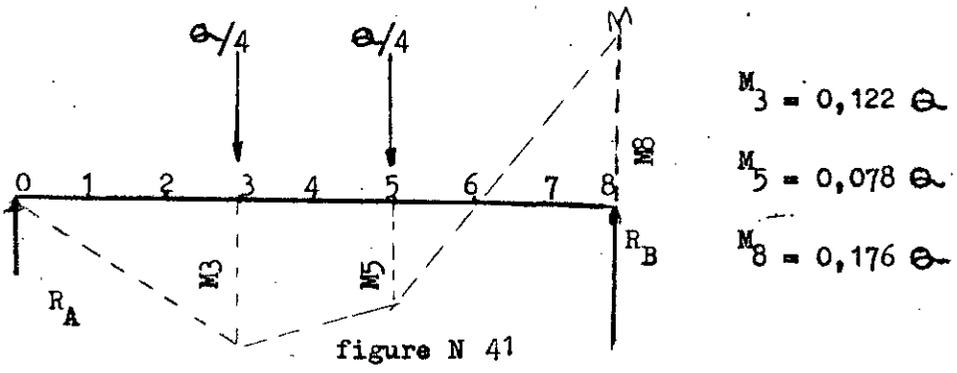
CHAPITRE IV

- Calcul des poutres d'essais -

IV - 1 : SCHEMAS STATIQUES - DIAGRAMME DES MOMENTS

Voir figures 3.1, 4.1

IV - 2 : RELATIONS DE BASE



- Charge

$$Q = 4 \left( \frac{4}{3} M_3 + 0,5 M_8 \right) \quad 4.1.$$

- Flèche élastique

$$a_c = 0,0322 \frac{Q}{EI_1} \quad 4.2.$$

- Point de moment nul

$x = \lambda a$  où

$$\lambda = \frac{|M_8|}{|M_8| + |M_5|} \quad 4.3.$$

$$a = \frac{3}{8} l$$

- Capacité portante  $Q_u$

$$Q_u = 4 \left( \frac{4}{3} M_u + 0,5 M'u \right) \quad 4.4.$$

-  $M_u = A (h - d')$  Ten  $M'u = A' (h - d')$  Ten

Mu et M'u moments ultimes respectivement en travée et en appui.

$M_u$  est le moment ultime en travée.

$M'u$  est le moment ultime en appui.

Déterminés d'après la théorie de la plasticité.

Dans ces relations les moments sont exprimés en KN-m et la charge en KN.

IV - 3 : MOMENTS ULTIMES, CAPACITES PORTANTES DES POUTRES ETUDIÉES

IV - 3.1. : RESULTATS THEORIQUES

. Séries élasto non conformes

$M_{u_t} = 40,49 \text{ KN. m}$

$M'u_t = 26,93 \text{ KN. m}$

$Q_{ut} = 269,30 \text{ KN}$

. Séries élasto conformes

$M_{u_t} = 26,93 \text{ KN. m}$

$M'u_t = 40,39 \text{ KN. m}$

$Q_{ut} = 224 \text{ KN. m}$

IV - 3.2 : RESULTATS EXPERIMENTAUX

Séries élasto non conformes

Séries	SERIES	SERIES A II		SERIE B II		SERIE C II	
	Poutres	A II 1	A II 2	B II 2	B II 2	C II 1	C II 2
Résultats expérimentaux par poutres	Q <sub>UE</sub> KN	291	336	298	268	283	247
	$\delta = \frac{Q_{UE}}{Q_{ut}}$	1,080	1,250	1,110	0,997	1,045	0,920
Résultats Moyens par classe de poutres	$\delta$ .moyen	1,160		1,050		0,985	
	Q <sub>UE</sub> KN	313		282		265	
	M <sub>UE</sub> KN-m	46,85		42,55		39,78	
	M'u <sub>E</sub> KN-m	31,24		28,37		26,52	

• Séries élasto conformes

Séries		SERIES AI		SERIE BI		SERIE CI	
Résultat		AI 1	AI 2	BI 1	BI 2	CI 1	CI 2
	Poutres						
	QUE KN	253	298	262	247	253	226
	$\delta = \frac{Que}{Qut}$	1,130	1,330	1,170	1,100	1,130	1,010
	$\delta$ .moyen	1,230		1,130		1,070	
	Que (KN)	275		255		240	
	MUE KN·m	33,12		30,56		28,81	
	M'UE KN·m	49,68		45,84		43,22	

T 42

IV. 4. : CALCUL DES DEFORMATIONS INSTANTANÉES

IV. 4.1. : METHODE DE KUCZYNSKI

• Principe de calcul

Le calcul se fait par la méthode de MOHR modifiée par KUCZYNSKI - COSZCZYNSKI : on considère la fonction de la courbure  $\mathcal{X} = k \mathcal{Z}$  en tant que variable de la charge de la travée et ainsi le calcul des efforts tranchants est équivalent au calcul des angles de rotations et le calcul des moments fléchissants à celui des flèches.

• Itération

Le calcul se fait selon un processus itératif. La réalisation de la compatibilité des angles de rotations sur appui intermédiaire se fait par la recherche des valeurs inconnues des moments sur appuis.

- La 1ère ligne du tableau représente les numéros de sections considérées ( de zéro à huit).

- Les autres lignes correspondent respectivement à :

-  $\xi = \frac{x}{L}$  coordonnée des sections

-  $\Sigma z = z_{id} + z_{ig}$

-  $M_0$  : moment fléchissant isostatique dans chaque section.

-  $M_i$  : moment fléchissant hyperstatique.

-  $m_i$  : taux de sollicitation de la section.

-  $\mathcal{X}_i$  : courbure de chaque section.

-  $\Sigma \pm$  : représente le bilan de l'itération.

-  $\Delta \varphi_i$  : accroissement des angles de rotations.

-  $\varphi_i$  : angle de rotation.

-  $\Delta \eta_i$  : accroissement des flèches réduites

-  $\eta_i$  : flèche réduite de chaque section

-  $a_i$  : flèche de chaque section.

. Calcul

- Le moment  $M_0$  dû au chargement fictif

$Q = k \bar{x} = K \frac{m}{1-m^2}$  est équivalent au déplacement au point o

$y_0 \equiv M_0 / o = \frac{1}{2} \Delta \xi [\mathcal{X}_1 z_{ig} + \mathcal{X}_2 z_{id} + \mathcal{X}_3 z_{ig} + \dots + \mathcal{X}_8 z_{ig}] - R_8 \cdot 1 = 0$

$\Rightarrow R_8 = \frac{1}{2} \Delta \xi \sum_{i=1}^8 \mathcal{X}_i (z_{ig} + z_{id})$  3.5.

où  $R_8$  est la réaction fictive équivalente à l'angle de rotation  $\varphi_8$ .

Sachant que l'angle de rotation de l'appui intermédiaire  $\varphi_8$  est nul (symétrie totale) et que  $\Delta \xi = \frac{1}{8} = \alpha$ , la relation 4-5 devient :

$\Sigma \mathcal{X}_i (z_{ig} + z_{id}) = 0$  4.6.

./.

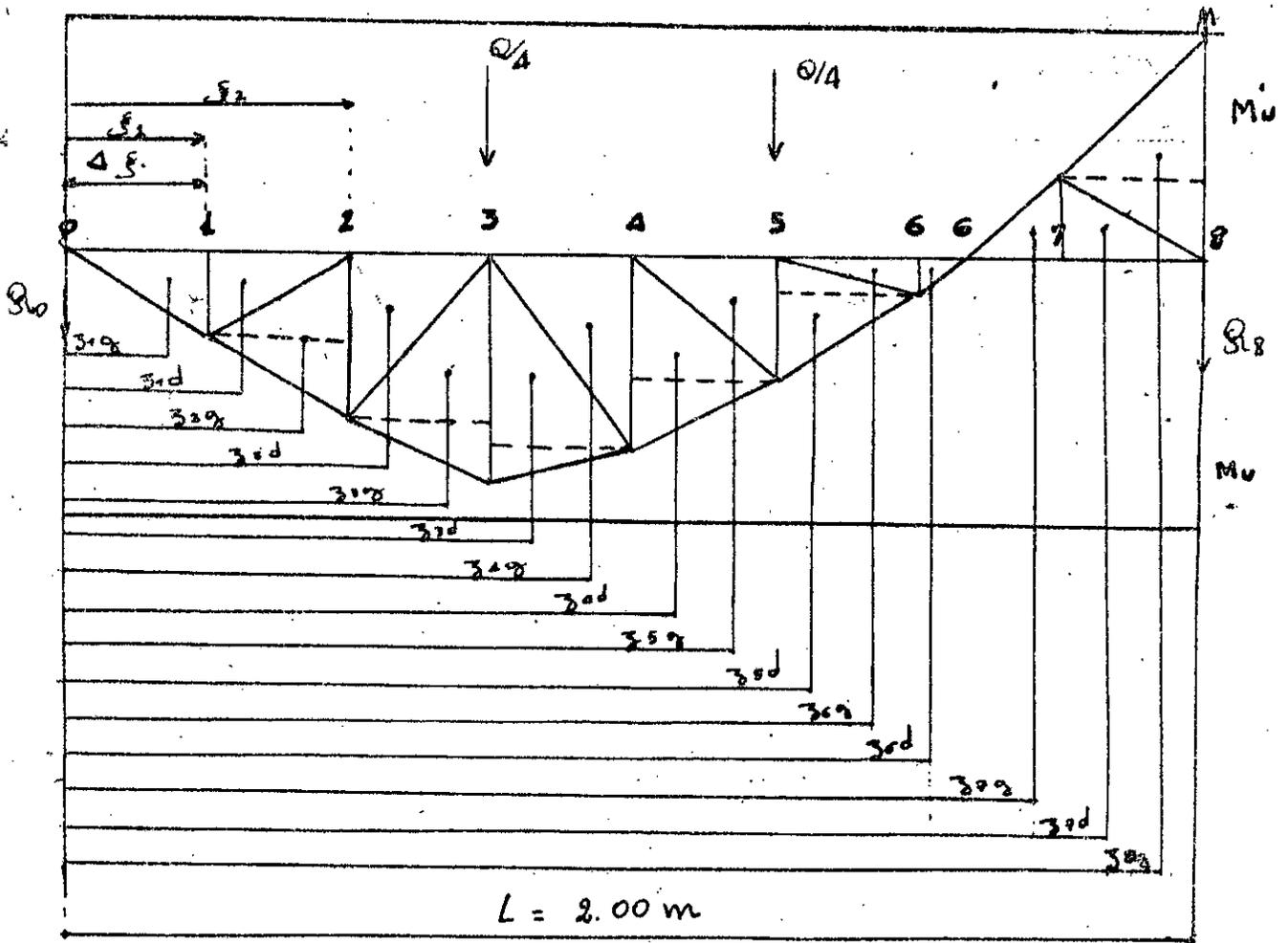


Figure N 42

L'élément essentiel de ce calcul est le tableau d'itération qui comporte tous les paramètres numériques nécessaires pour le déroulement des itérations.

Dans notre cas, vu la symétrie totale, nous considérons uniquement une travée divisée en huit (08) tronçons égaux de telle manière que les charges concentrées coïncident avec les points 3 et 5 comme l'indique la figure ci-dessus.

relation de base dans les tableaux d'itération ; pour la recherche des valeurs inconnues des moments fléchissants sur appui.

Paramètres entrant dans les calculs de la méthode non linéaire

$$\begin{aligned}
 - M_{ut} &= A \bar{R}_a z & K_i &= \frac{M_{ui}}{B_{oi}} l \\
 - M'_{ut} &= A' \bar{R}_a z & K'_i &= \frac{M'_{ui}}{B'_{oi}} l \\
 - B_o &= \gamma E_b I_1 \text{ avec}
 \end{aligned}$$

$$E_b = 19\,000 \sqrt{R_b} \quad (\text{Rilem})$$

$$I_1 = \frac{bX^3}{3} + \frac{b(ht - x_o)^3}{3} + n_1A(h - x_o)^2 + n_1A'(X_1 - d')^2$$

$$n_1 = \frac{E_a}{E_b}$$

$$X_1 = \frac{0,5bh^2 + n_1Ah + n_1A'd'}{bht + n_1A + n_1A'} \quad \text{position de l'axe neutre}$$

$$0,48 \leq \gamma \leq 0,58 \text{ en travée}$$

$$0,32 \leq \gamma \leq 0,38 \text{ en appui}$$

$\varphi$  : Le coefficient  $\varphi$  est déterminé expérimentalement.

Nous avons pris la valeur qui donne une courbe théorique la plus proche de la courbe expérimentale, la formule empirique n'étant pas conçue pour les cas où l'acier a une haute limite d'élasticité ( $\sigma_{en} > 3600 \text{ Kg/cm}^2$ ).

Caractéristiques mécaniques des poutres

Séries	$\bar{R}_b$ Kg/cm <sup>2</sup>	$\bar{R}_a$ Kg/cm <sup>2</sup>	$E_b \cdot 10^{-5}$ Kg/cm <sup>2</sup>	$E_c \cdot 10^{-5}$ Kg/cm <sup>2</sup>
AI;AII	400	5260	3,80	21
BI;BII	300	5620	3,29	21
CI;CII	200	5620	2,33	21

• Inerties et rigidités initiales

Séries	M	X1 cm (I)	X1 cm (II)	I1 10 <sup>-4</sup> cm <sup>4</sup>	EbI1 kg/cm <sup>2</sup> 10 <sup>-3</sup>	$\gamma$	$\gamma'$	Bo 109 kg.cm <sup>2</sup>	B'109 kg.cm <sup>2</sup>
A I A II	5,52	12,84	13,15	2,558	9,7214	0,53	0,35	5,152	3,400
B I B II	6,38	12,82	13,17	2,600	8,554	0,53	0,35	5,533	2,994
C I C II	9,02	12,75	13,24	2,766	6,444	0,53	0,35	3,415	2,255

T 45

• Coefficients de souplesse et de plastification du béton séries élasto - non - conformes.

Séries	A II (400)	B II (300)	C II (150)
Résultats			
Kt - 10 <sup>6</sup>	15,72	17,82	23,65
K't - 10 <sup>6</sup>	15,87	17,99	15,59
KE - 10 <sup>6</sup>	18,23	18,76	23,29
K'E - 10 <sup>6</sup>	18,42	18,94	19,30
$\psi$	2,2	2,1	2,0

T 46

./.

Séries élasto - conformes

Séries / Résultats	AI (400)	BI (300)	CI (150)
Kt - 10	10,48	11,87	15,55
K't - 10	23,81	26,97	35,81
KE - 10	12,89	13,47	16,52
K'E - 10	29,28	30,62	38,32
	2,2	2,1	2,0

T.47

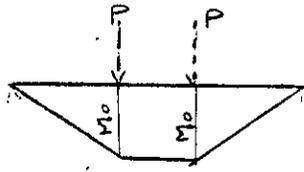
Exemple de calcul

- Voir tableau d'itération.

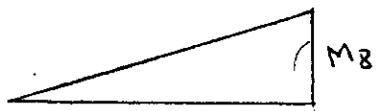
Déroulement des calculs :

- 1 - On se donne un degré d'avancement  $m_c$
- 2 - On détermine la charge correspondante à ce degré d'avancement  $Q = m_c Q_u$ .
- 3 - On trace le diagramme des moments isostatiques sous

$$P = \frac{Q}{A}$$



- 4 - On se donne une valeur arbitraire du moment  $M_8$  sur appui.



- 5 - On détermine dans chacune des huit sections, les moments hyperstatiques  $M_i$ .

6 - Pour chaque section on calcule le taux de sollicitation

$$m_i = \frac{M_i}{M_{ui}}$$

7 - Les coefficients de souplesses en travée  $K_i$  et en appui  $K'_i$  ( $K_i = \frac{M_{ui}}{B_{oi}} l$  ;  $K'_i = \frac{M'_{ui}}{B_{oi}} l$ ) étant déjà déterminé, on procède au calcul des courbures locales  $\alpha_i$ .

8 - On fait le bilan des courbures positives et des courbures négatives d'après l'équation 4 - 6.

9 - On refait les itérations autant de fois nécessaire jusqu'à ce que la différence entre les courbures  $> 0$  et  $< 0$  ne dépasse pas les 1%. A ce stade on peut admettre que le moment  $M_8$  correspond au moment recherché et on procède alors au calcul des angles de rotation et des flèches d'après les formules 228 et 229.

Travée

$$K = 18,23 \cdot 10^{-3}$$

$$M_a = 46,85 \text{ KN m}$$

$$Q_{uexp} = 313 \text{ KN}$$

$$\varphi = 2,2$$

$$K' = 18,42$$

$$M'u = 31,24 \text{ KNm}$$

Appu

	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8°
	$S_i$	0.000	0.125	0.250	0.375	0.500	0.625	0.750	0.825	1.000
	$\Sigma S_i$	0.000	0.250	0.500	0.750	1.000	1.250	1.500	1.750	0.958
m_c = 0,60	$M_0 \text{ KNm}$	0.000	11,730	23,460	35,190	35,190	35,190	23,460	11,730	0.000
	$M_i \text{ KNm}$	0.000	8,784	17,448	26,172	23,166	20,160	5,424	-9,313	-24,050
	$m_i$	0.000	0,186	0,372	0,558	0,494	0,430	0,116	0,298	0,770
	$\Sigma_i \cdot 10^{-3}$	0.000	3,476	7,650	14,117	11,464	9,320	2,133	-5,903	-32,434
	$\Sigma$	0.000	0,869	3,826	10,588	11,464	11,65	3,200	-10,331	-31,072
	$\Delta \varphi = \frac{\Sigma_i}{16} \cdot 10^{-3}$	0.000	0,217	0,478	0,882	0,716	0,582	0,133	-0,368	-2,027
	$\varphi$	3,254	3,036	2,341	0,981	-0,616	-1,915	-2,630	-2,396	0.000
	$\Delta \varphi = \frac{\varphi}{16} \cdot 10^{-3}$	0,203	0,190	0,146	0,061	-0,038	-0,119	-0,164	-0,149	0.000
	$\pi \cdot 10^{-3}$	0.000	0,393	0,729	0,936	0,959	0,802	0,519	0,206	0,057
	$\alpha_L \text{ (mm)}$	0.000	0,736	1,458	1,872	1,918	1,604	1,038	0,412	0,114

- Calcul des déformations par la méthode KUCZYNSKI

- SERIE AII -

T. 48

8  
11

IV - 2. : METHODE DU C.E.B.

• Paramètres entrant dans les calculs :

$$- M_{rd} = W_1 f_{ct} \frac{\sim}{2/3} W_c f_{ct}$$

$$- f_{ct} = 0,3 f_{ck}$$

$$- W_c = \frac{bh^2t}{6}$$

$$- M_d = 0,0995 \text{ @}$$

$$- \beta_1 = \beta_2 = 1$$

$$\xi_b = 1 - \frac{M_{rd}}{M_d}$$

$$\xi_b = 0 \text{ pour } M_d \leq M_{rd}$$

$$- a_c = 0,0322 \frac{\text{@}}{E_c I_c}; E_c = 9500 (f_{ck} + 8) 1/3 \text{ (Mpa)}$$

$$\left. \begin{array}{l} - d/h \\ - nw \\ - w/w' \end{array} \right\} \text{abaques} \left\{ \begin{array}{l} K_{s1} \\ K_{s2} \end{array} \right.$$

$$- a_1 = K_{s1} a_c \quad a_2 = K_{s2} a_c$$

$$- a = (1 - \xi_b) a_1 + \xi_b a_2$$

• Inertie, rigidité, module de résistance du béton et moment de fissuration

Séries	$E_c - 10$ Mpa	n	$I_c$	$E_c - I_c$ KN - M2	$W_c$ cm3	$f_{tk}$ kg/cm2	$M_{rd}$ KN - m
AI AII	3,43	6,00	2,197	7 535	1 690	35 29	5 964
BI BII	3,17	6,49	2,197	6 964	1 690	29 07	4 913
CI CII	2,69	7,65	2,197	5 910	1 690	18,36	3,042

• Coefficients de correction Ks1, Ks2.

• Séries élasto non conformes

	A II	B II	C II
$w/w'$	0,0623	0,0623	0,0623
$h/ht$	0,907	0,907	0,907
$d'/ht$	0,092	0,092	0,092
$n_{no}$	0,0576	0,0623	0,0734
Ks1	0,86	0,85	0,83
Ks2	3	3	2,6

T 410

• Séries élasto conformes

	A I	B I	C I
$w/w'$	1,5	1,5	1,5
$h/ht$	0,907	0,907	0,907
$d'/ht$	0,092	0,092	0,092
$n_{no}$	0,0384	0,0415	0,0489
ks1	0,88	0,88	0,88
ks2	4	4	4

• Exemple de calcul

T 411

Série A II ; détermination de la flèche à mi-travée

- Rb = 400 kg/cm<sup>2</sup>                      Ks1 = 0,680
- Que = 313 kN                              Ks2 = 3
- Md = 18,686 kN.m                       $\xi_b = 0,680$

./.

$$\begin{aligned}
 M_{rd} &= 5,964 \text{ kNm} & 1 - b &= 0,320 \\
 a_c &= 0,802 & \beta_1 &= \beta_2 = 1 \\
 a_1 &= 0,689 \text{ mm} \\
 a_2 &= 2,406 \text{ mm} \\
 a &= (1 - b) a_1 + b a_2 \\
 a &= 0,220 + 1,636 = 1,856 \text{ mm} \\
 a &= 1,856 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

IV - 3. : METHODE DE BRANSON

• Paramètres entrant dans les calculs

$$\begin{aligned}
 - E_c &= 4730 \sqrt{f'c} \text{ (Mpa)} \\
 - f'_{rt} &= 0,62 \sqrt{f'c} \text{ (Mpa)} \\
 - M_{rc} &= \frac{I_g f_{rt}}{t} \\
 - y_t &= \frac{ht}{2} \\
 - a &= 0,0322 \frac{Q}{I_{eff}} \\
 - I_{eff} &= \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^3\right] I_2 \\
 - M &= 0,122 Q \\
 - I_2 &= 5 \times \frac{3}{2} + nA (h - X_2)^2 + nA' (X_2 - d')^2
 \end{aligned}$$

• Modale de déformation du béton, moment d'inertie du béton seul et moment de fissuration des poutres

SERIES	AI ; AII	BI ; BII	CI ; CII
$E_c \cdot 10^{-4}$ kg/cm <sup>2</sup>	30,19	26,11	18,46
$I_g \cdot 10^{-4}$ cm <sup>4</sup>	2,197	2,197	2,197
f <sub>rt</sub> Kg/cm <sup>2</sup>	39,60	34,30	24,45
M <sub>cr</sub> KMrn	6,692	5,79	4,13

• Position de l'axe neutre et moment d'inertie des poutres au stade II

Séries élasto non conformes

SÉRIES	A II	B II	C II
n	6,95	8,04	11,37
x <sub>2</sub> cm	6,65	7,00	7,87
I <sub>2</sub> cm <sup>4</sup>	8218	8588	9570

Séries élasto conformes

T 4 12'

SERIES	A I	B I	C I
n	6,95	8,04	11,37
x <sub>2</sub> cm	5,37	5,63	6,65
I <sub>2</sub> cm <sup>4</sup>	5619	7043	8218

• Exemple de calcul

T 413

Série A II

R<sub>b</sub> = 400 kg/cm<sup>2</sup>

Q<sub>ue</sub> = 313 KN

./.

Pour  $m_c = 0,60$

-  $Q = 187,8 \text{ KN}$

-  $M = 22,911 \text{ KNm}$

-  $M_{cr} = 6,692 \text{ KNm}$

-  $I_g = 2,197 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$

=  $12 = 0,5619 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$

=  $I_{eff} = 6026 \text{ cm}^4$

$$a = 0,0322 \frac{Q}{I_{eff}}$$

$$a = 1,003 \text{ mm}$$

#### IV - 4 : METHODE DU B.A.E.L.

• Paramètre entrant dans la méthode du B.A.E.L.

-  $E_i = 12000 f_{cj}^{1/3} \text{ MPa}$

-  $f_{cj} = \bar{R}_b$

-  $I_1$  : moment d'inertie au stade I déterminé en tenant compte de la section totale du béton + armatures avec  $n$  compris centre 5 et 6.

La flèche au stade I est alors égale :

$$a \text{ (stade I)} = 0,0322 \times \frac{Q}{E_i I_1}$$

- La flèche au stade II est déterminée à partir de I fictif :

$$I_f = \frac{I_0}{1 + \lambda \mu}$$

$I_0$  : même définition que  $I_1$  avec  $n=15$

$$\lambda = \frac{0,05 \cdot f_{t28}}{5 \cdot \rho} ; \rho = \frac{A}{bh}$$

$$\mu = 1 - \frac{1,75 \lambda f_{t28}}{4 \cdot \rho \sigma_a + 2,5}$$

-  $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28}$

-  $\sigma_a \approx \frac{\bar{R}_a}{1,5}$  (état de service)

$$a = 0,0322 \frac{Q}{E_i I_f}$$

./.

Valeurs des paramètres

Séries	AI	AII	BI	BII	CI	CII
I1 cm <sup>4</sup>	2,60.10 <sup>4</sup>		2,60.10 <sup>4</sup>		2,60.10 <sup>4</sup>	
Io cm <sup>4</sup>	2,5674.10 <sup>4</sup>		2,5674.10 <sup>4</sup>		2,5674.10 <sup>4</sup>	
Ei kg/cm <sup>2</sup>	41.10 <sup>4</sup>		37,3.10 <sup>4</sup>		32,60.10 <sup>4</sup>	
ft 28 Mpa	3		2,4		1,80	
$\rho$	0,0064	0,0096	0,0064	0,0096	0,0064	0,0096
$\lambda$	4,6875	3,125	3,750	2,500	2,812	1,875
$\mu$	0,58	0,70	0,65	0,75	0,723	0,760
If 10cm <sup>2</sup>	0,690	0,805	0,746	0,893	0,846	1,0587
Bef-10 <sup>9</sup> Kg/cm <sup>2</sup>	2,829	3,308	2,782	3,331	2,759	3,451

T 4.14

Exemple de calcul : série AII - Qu = 313 KN

$\bar{R}_b = 40 \text{ MPa}$   
 $\bar{R}_a = 562 \text{ MPa}$   
 $E_i = 41 \cdot 10^3 \text{ MPa}$   
 $f_t 28 = 3 \text{ MPa}$   
 $\bar{F}_a = \frac{\bar{R}_a}{1,5} = 350 \text{ MPa}$

$I_1 = 2,60 \cdot 10^4 \text{ cm}^4 \text{ (n = 5)}$   
 $I_o = 2,5674 \cdot 10^4 \text{ cm}^4 \text{ (}\eta = 15\text{)}$   
 $\mu = 0,700$   
 $\lambda = 3,125$   
 $I_f = 0,821 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$   
 $B_f = 3,308 \cdot 10^9 \text{ Kg cm}^2$

Stade I :

$mc = 0,20 \quad a = 0,0322 \times \frac{0,20 \times 313 \cdot 10^8}{2,60 \cdot 10^4 \cdot 41 \cdot 10^4} = 0,0189 \text{ cm}$   
 soit a 0,19 mm

Stade II :

$mc = 0,60 \quad a = 0,0322 \times \frac{0,60 \times 313 \cdot 10^8}{3,308 \cdot 10^9} = 0,182 \text{ cm}$   
 soit a = 1,82 mm.

./.

## V - ANALYSE DES RESULTATS

### V - 1. COMPARAISON DES RESULTATS DES PRESENTS ESSAIS AVEC CEUX REALISES PAR MONNIER

- L'allure générale des graphes charges-flèches des présents essais est semblable à celle des essais de MONNIER : courbes continues non linéaires avec une tendance asymptotique lorsqu'on s'approche de la capacité portante ultime (graphes (51-52-53-54) (AI3 a, b)).

- De même que MONNIER, les capacités portantes expérimentales sont supérieures aux capacités portantes théoriques. (MONNIER  $\frac{Q_{\text{exp}}}{Q_{\text{th}}}$  = 1,18 pour B1, présents essais voir tableaux T 41, T 42.

- La redistribution des moments fléchissants observée par MONNIER et lors des présents essais est plus effective pour les poutres élasto non conformes et les flèches y sont plus grandes.

graphes annexes AI3b, AI 3d

graphes 510a, 511a.

- Les résultats des essais de MONNIER sont très proches des résultats obtenus avec les poutres de la classe B, et s'inscrivent dans le fuseau décrit par les poutres de la classe A et C.

Toutefois les capacités portantes des poutres des présents essais sont supérieures à celles de MONNIER ce qui peut-être expliqué par le fait que la limite d'élasticité des aciers utilisés est supérieure à celle des aciers de MONNIER.

## V - II. ANALYSE DES FLECHES

### V - 2 - 1 : INFLUENCE DE LA CLASSE DU BETON

D'après les essais l'influence de la classe du béton n'est pas négligeable : les flèches du béton moyen et faible sont respectivement plus grandes que celles du béton fort d'environ 16% et 63 % tableaux T 51 - a - T 51b.

V - 2.2 : INFLUENCE DU POURCENTAGE D'ARMATURE

- Les flèches des poutres élasto non conformes sont plus grandes que les flèches des poutres élasto conformes (+ 16% pour le béton 1, + 10% pour le béton B et + 7% pour le béton C. T.52

V - 2.3 : COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET THEO-  
RIQUES

V - 2.31 : Comparaison numérique :

Elle est basée sur les tableaux T 53-T 54 et T 55 donnant le rapport des flèches théoriques/flèches expérimentales.

- La méthode de l'A C I donne des flèches par excès par rapport aux résultats expérimentaux : ( + 31% pour le béton A, + 17% pour le béton B et + 10% pour le béton C ).

- La méthode du C.E.B. donne des résultats par défaut ( - 1,5% pour le béton A, - 12 % pour le béton B et - 24% pour le béton C ).

- Tout comme les deux autres méthodes, le BAEL donne des précisions différentes en passant d'une classe de béton à une autre mais également en passant, pour un même béton, de la série élasto-conforme à la série élasto non conforme.

(+ 23% pour A I      + 11% pour B I      - 30% pour CI )  
(+ 7% pour A II    - 17% pour B II      - 42% pour CII)

- La méthode KUCZYNSKI aboutit aux résultats suivants  
(+ 8% pour A, 5% pour B et 18 % pour C ).

V - II.32 : REMARQUES GÉNÉRALES SUR LES DIFFÉRENCES ET COMMENTAIRES

• Les méthodes bilinéaires et trilinéaires étudiées ont toutes pour point commun la définition d'une phase I non fissurée et d'une phase II fissurée. La différence entre ces méthodes réside dans la manière de définir la contribution du béton tendu, le moment de fissuration marquant le passage de la phase I à la phase II et enfin dans le choix des caractéristiques du béton (résistance à la traction et module de déformation longitudinal du béton).

- L'A.C.I. et le C.E.B. partent du principe que la flèche probable relative à la phase II prend une valeur intermédiaire entre deux stades extrêmes : stade non fissuré, et stade entièrement fissuré sans aucune contribution du béton tendu.

- Partant de cette hypothèse l'A.C.I. définit une inertie efficace  $I_{eff} = f(I_I, I_{II})$  où  $I_I$  et  $I_{II}$  l'inertie relative au stade I et l'inertie au stade II, permettant un calcul direct de la flèche probable. Quand au C.E.B., la flèche en question est déterminée à partir d'une combinaison linéaire - moyennant des coefficients de correction - des flèches des deux stades extrêmes,

$$a = f(a_1, a_2).$$

- Le B.A.E.L. calcule la flèche relative à la phase II à partir d'une inertie fictive basée sur l'inertie  $I_0$  avant fissuration corrigée par des coefficients tenant compte du pourcentage d'armature et de la résistance à la traction du béton.

$$I = (I_0, \lambda, \mu).$$

• Les deux premières méthodes citées définissent également les moments de fissuration <sup>et</sup> aboutissent à des résultats numériques pratiquement identiques T 57.

- Le B.A.E.L. par contre, n'explécite pas le calcul du moment de fissuration, il peut-être déduit à partir des graphes charges-flèches.

Les résultats numériques <sup>déduits</sup> sont d'une part plus grands que ceux obtenus par les autres méthodes et de plus stationnaires en passant d'un béton à un autre, T.57.

• Module de déformation longitudinal du béton : Le B.A.E.L. prend les plus fortes valeurs et l'A.C.I. les plus petites, pour le C.E.B. les valeurs sont intermédiaires entre les deux, T 56.

Conséquences :

- Les valeurs des flèches relativement grandes obtenues par l'A.C.I. et celles relativement petites obtenues par le C.E.B. peuvent être justifiées par le choix de  $E_c$  ; en effet le rapport entre les flèches calculées par ces deux méthodes est du même ordre de grandeur que le rapport de leur module de déformation respectif :

$$\frac{a \text{ (ACI)}}{a \text{ (CEB)}} = \frac{E_c \text{ (ACI)}}{E_c \text{ (CEB)}}$$

- Pour une méthode donnée (ACI, CEB, BAEL) la position de la droite des flèches par rapport à la courbe expérimentale varie en passant d'un béton à un autre, graphes (55a - 55b - 55c), (56a - 56b - 56c); cette différence peut-être rattachée aux valeurs attribuées aux moments de fissuration, on notera que ce phénomène est beaucoup plus accentué pour le BAEL pour lequel le moment de fissuration reste quasiment stationnaire pour les trois bétons. On remarque également, toujours, pour le BAEL, que la position relative change également en passant d'une série à une autre pour un même béton (graphes (55b - 56b - 55c - 56c). La prise en compte du pourcentage d'armature dans le calcul du moment d'inertie fictive reste à vérifier de plus près.

- La méthode continue présente l'avantage de ne pas dépendre d'un point bien particulier, néanmoins, elle a nécessité dans ces présents essais un ajustement des courbes théoriques et expérimentales permettant la déduction du paramètre  $\psi$ , la formule empirique ne prévoyant pas le cas de systèmes réalisés avec des aciers dont la

limite d'élasticité dépasse 4200 kg/cm<sup>2</sup>, d'autre part les résultats obtenus incitent à prendre dans le futur des valeurs différentes du coefficient de réduction de la rigidité initiale  $\gamma$  ( $B=B_0 (1-m \psi)$ ),  $B_0 = \gamma E_0 I$ ) en passant d'un béton à un autre  $\gamma(C) < \gamma(B) < \gamma(A)$ .

#### V - Angles de rotation

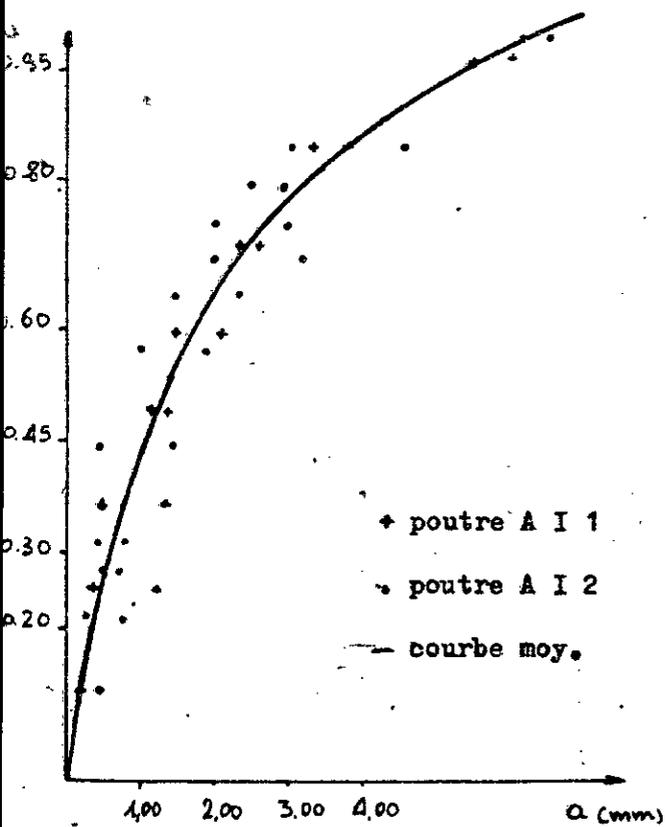
- L'influence de la classe du béton sur les <sup>angles de rotation</sup>  $\psi$  est du même ordre que celle observée pour les flèches

T. 58a, T 58b

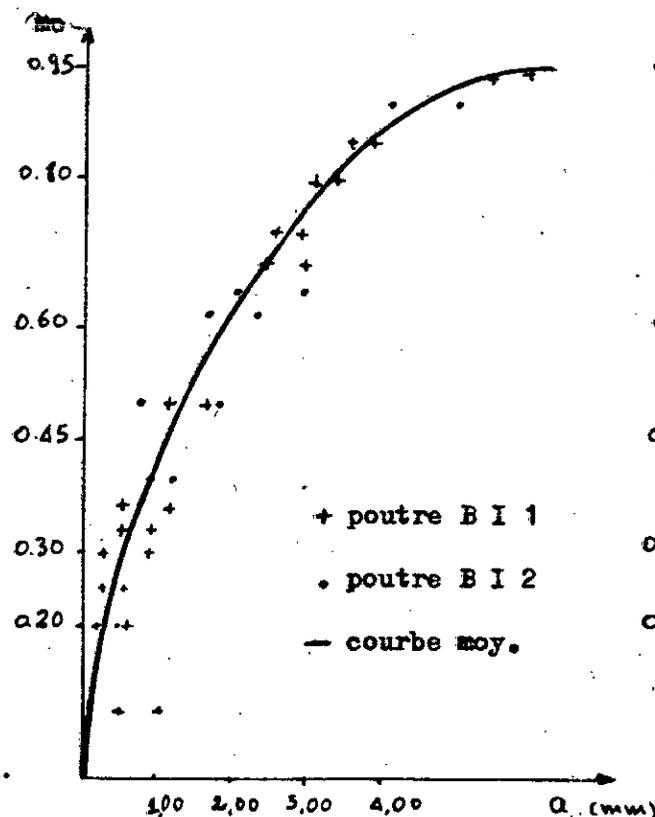
- Les angles de rotation des séries non conformes sont plus importants que les angles de rotation des séries conformes.

- Parmi les méthodes étudiées, seule la méthode continue donne des résultats concernant les angles de rotation, ils sont sous estimés par rapport aux essais T. 510a, b.

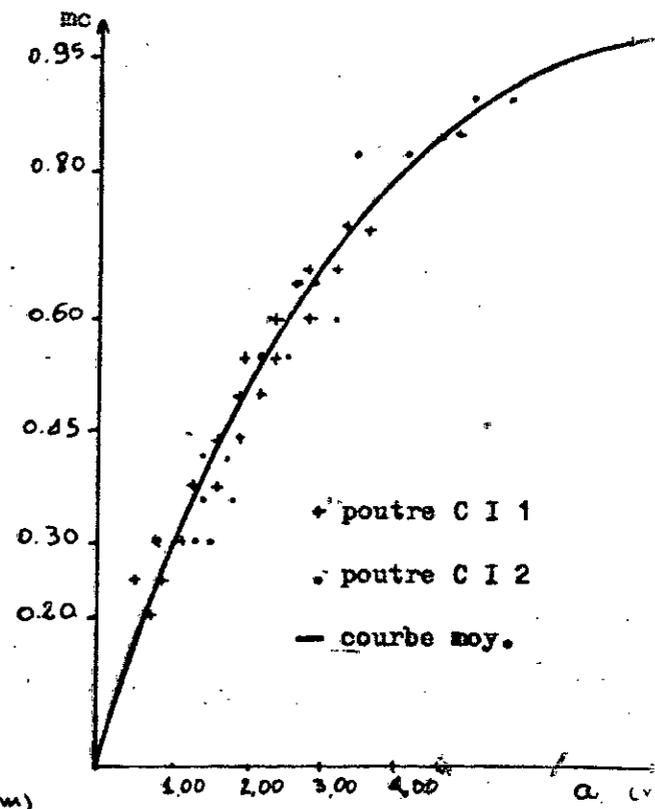
FLECHES A MI-TRAVÉE DES POUTRES ELASTO-CONFORMES



SERIE A I



SERIE B I

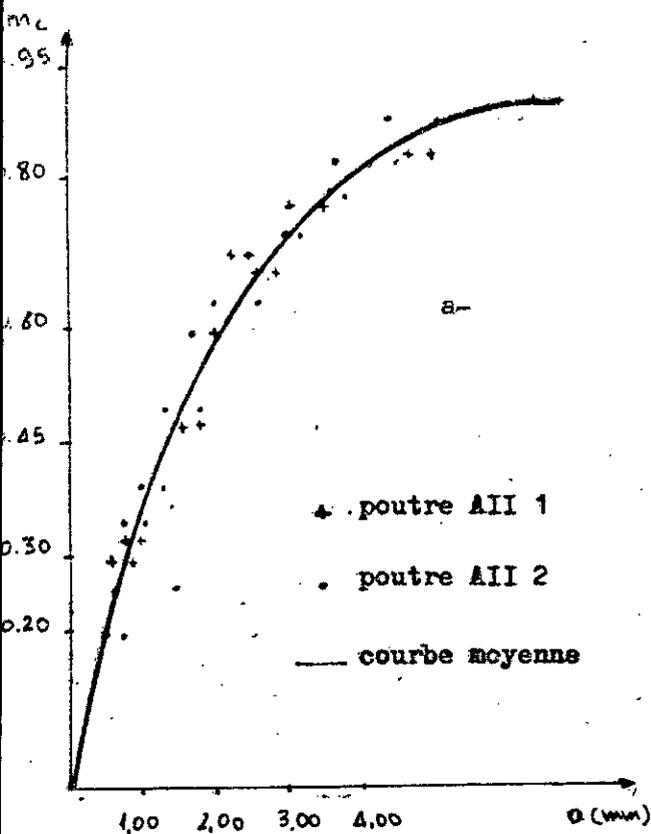


SERIE C I

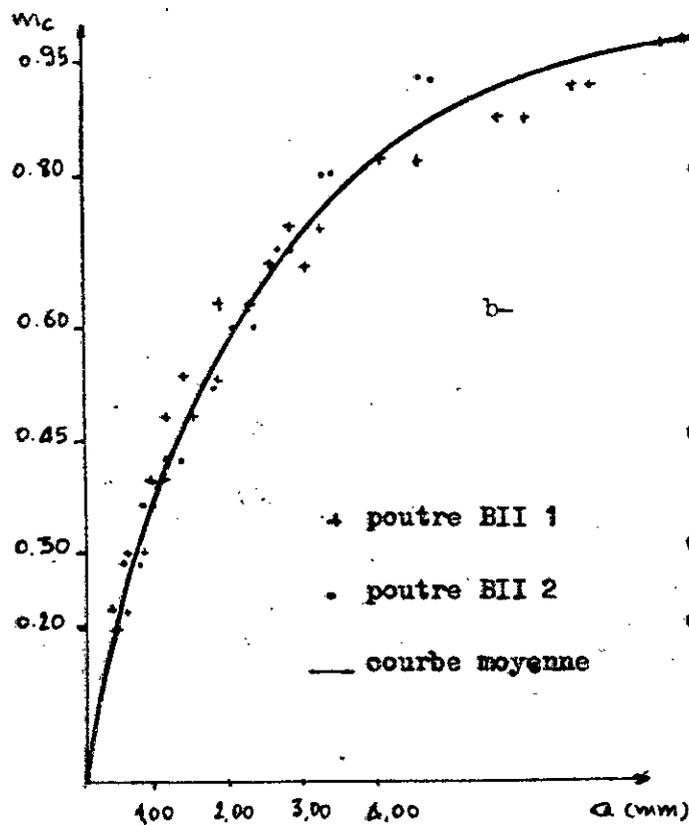
— Mesures de laboratoire

GRAP. 51

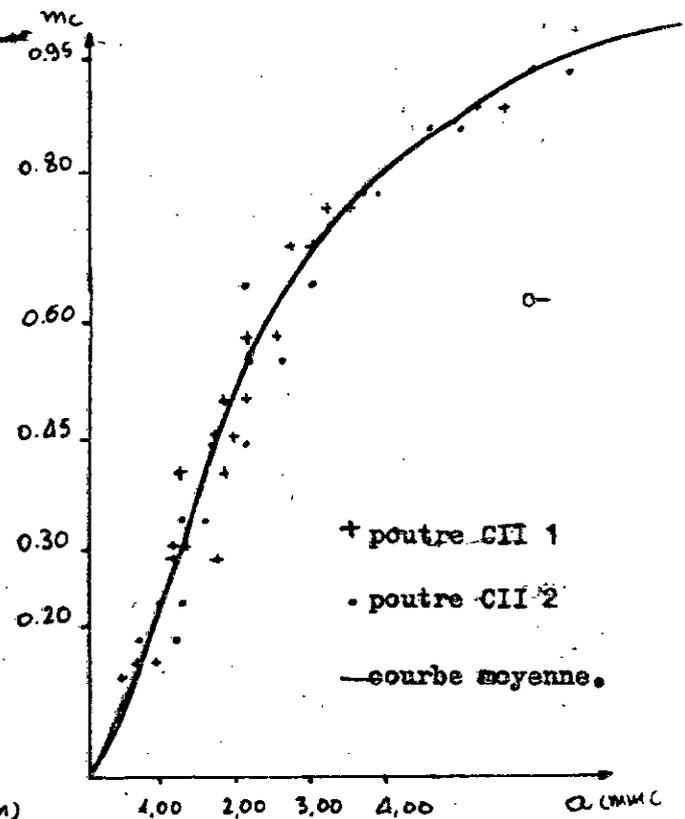
— FLECHES A MI - TRAVÉE DES POUTRES ELASTO NON CONFORMES



SERIE AII



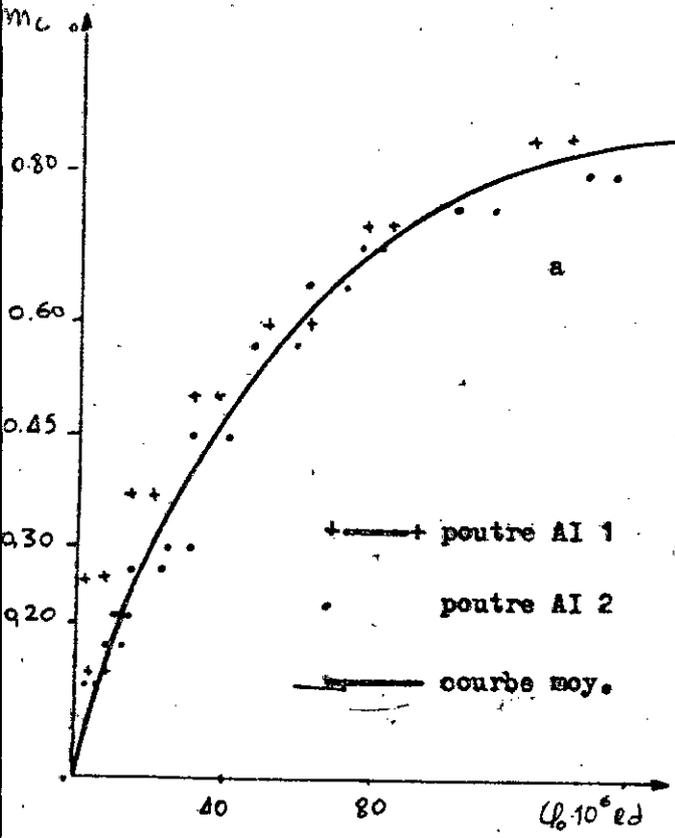
SERIE BII



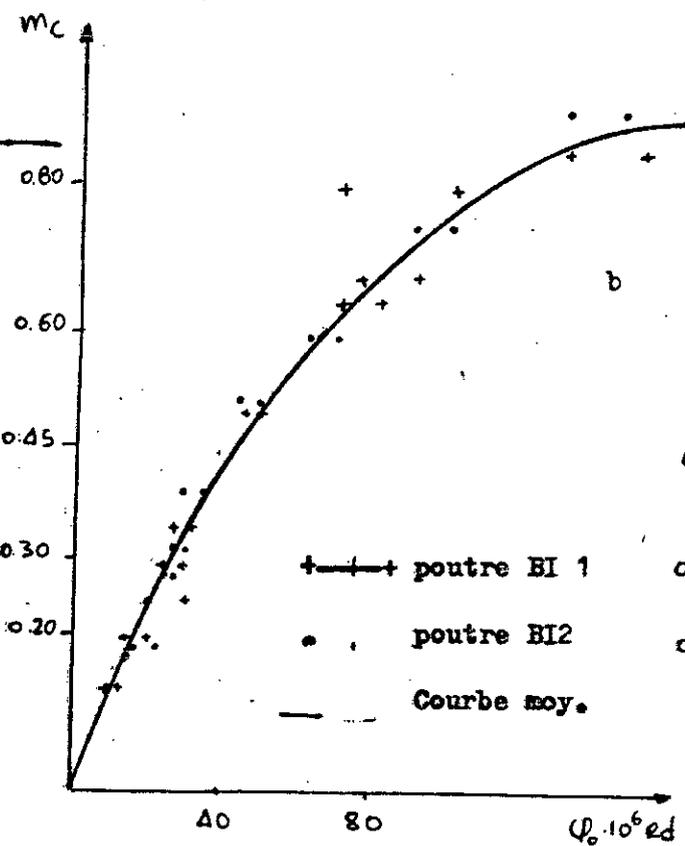
SERIE CII

ANGLES DE ROTATION DE L'APPUI DE RIVE

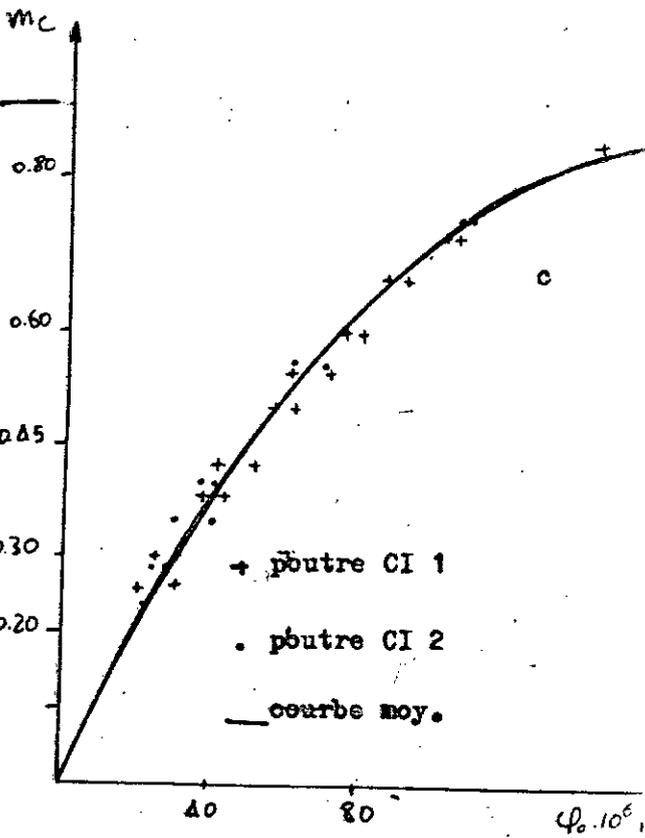
Poutres élasto - conformes



SERIE AI



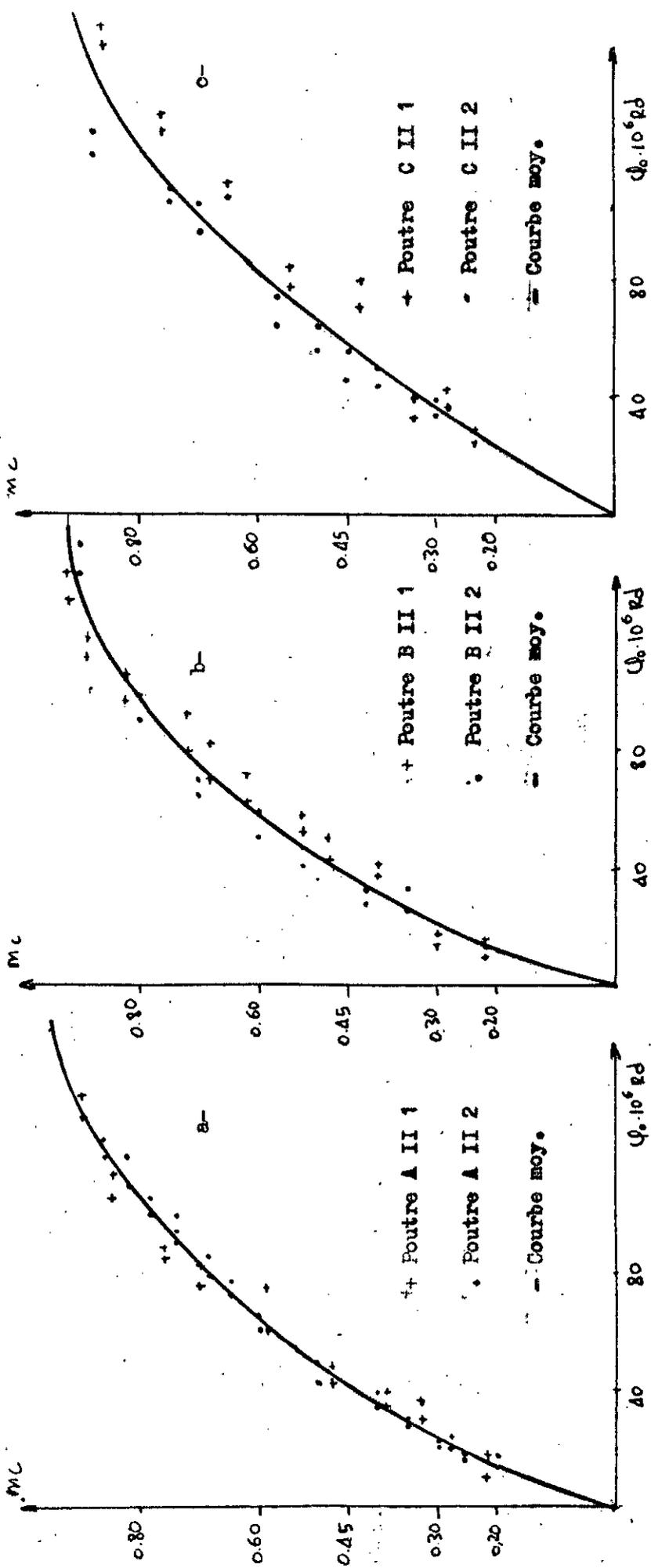
SERIE BI



SERIE CI

• Angles de rotation de l'appui de rive.

• Poutres élasto-non conformes.



Série A II

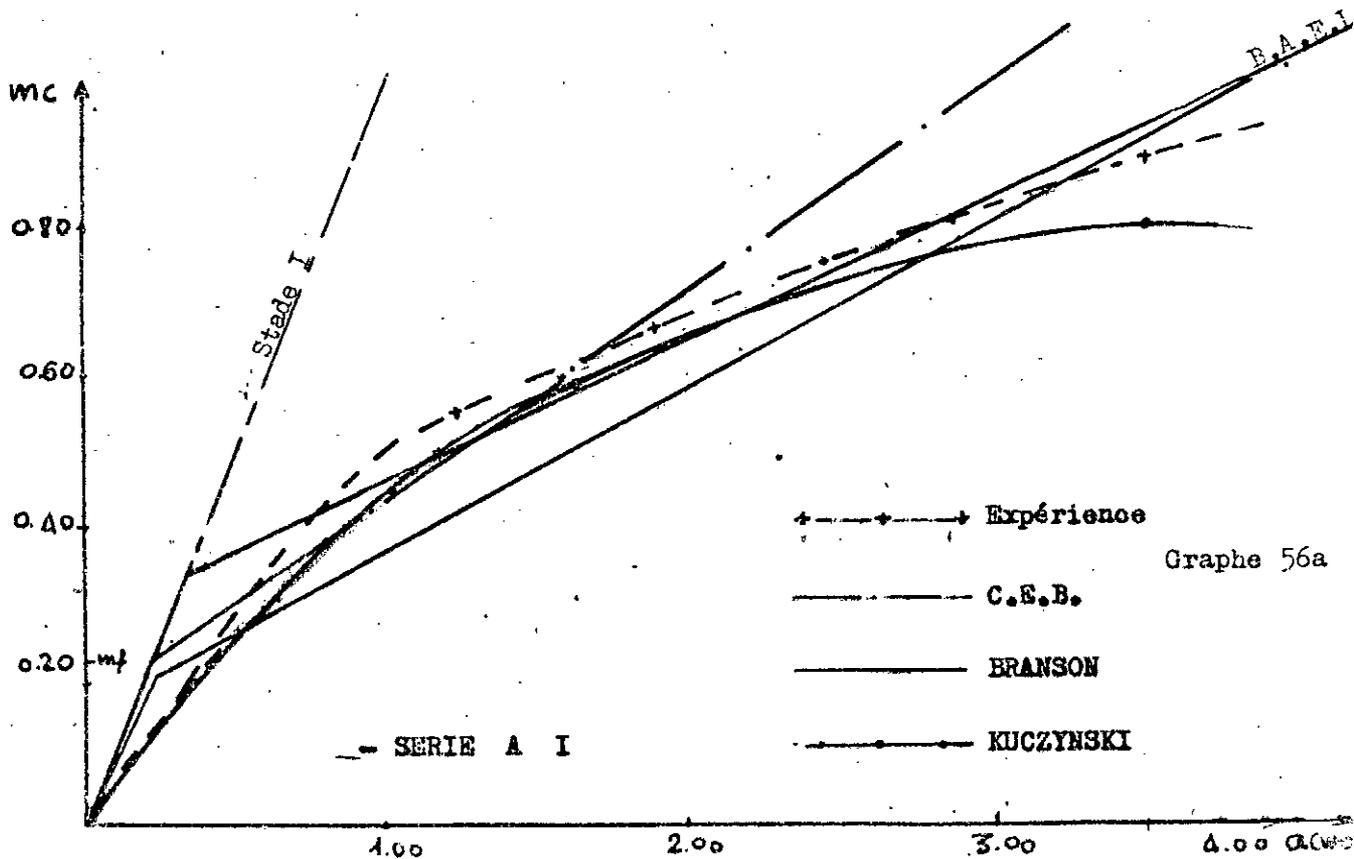
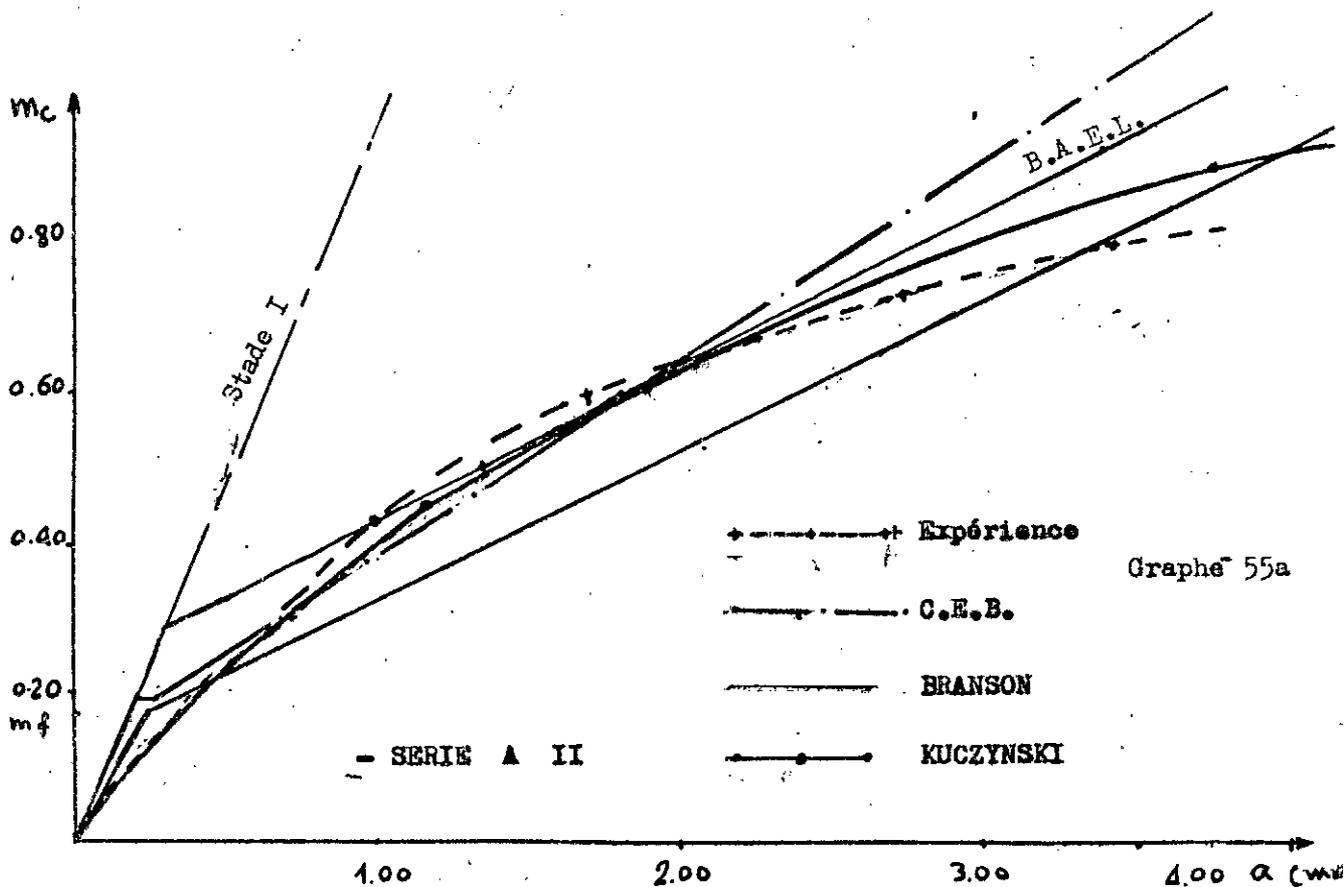
Série B II

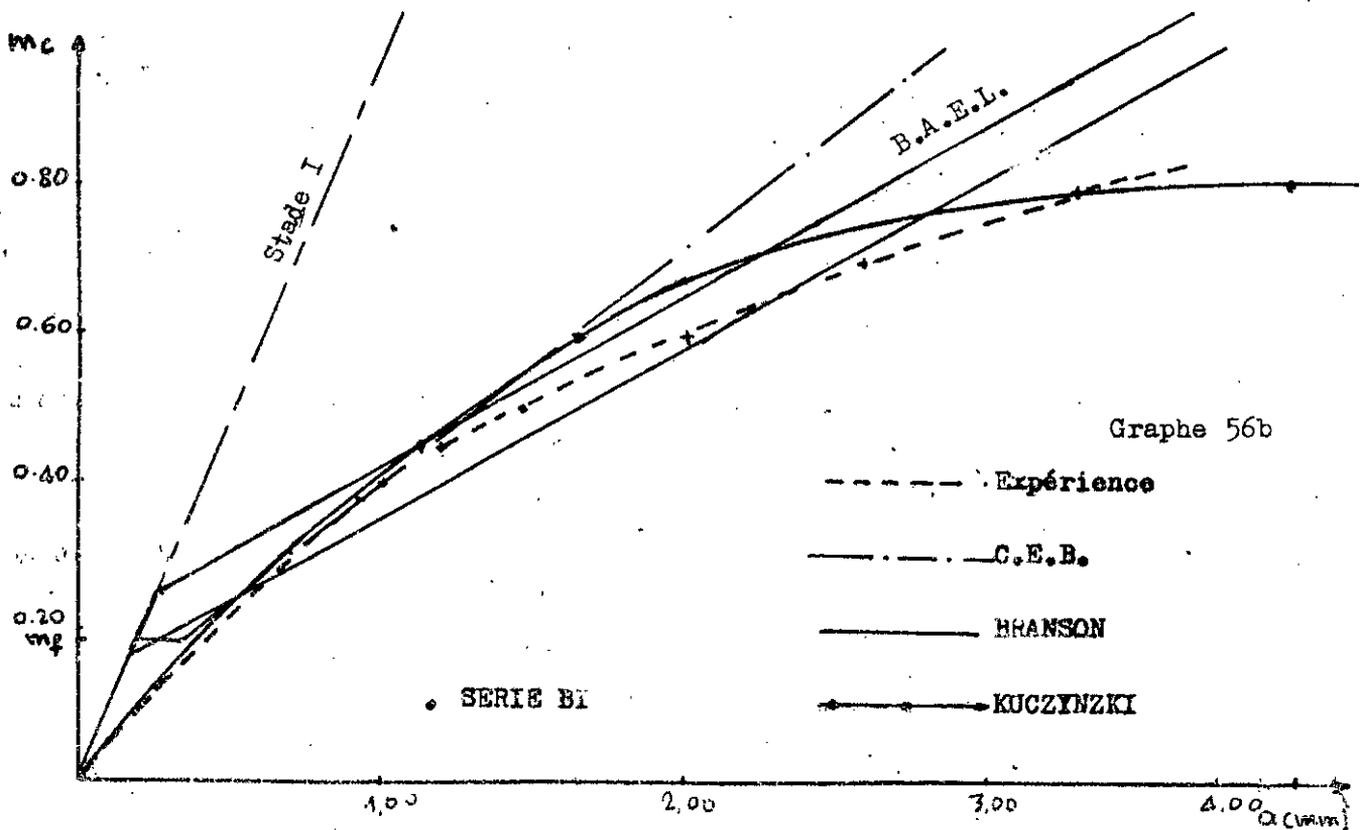
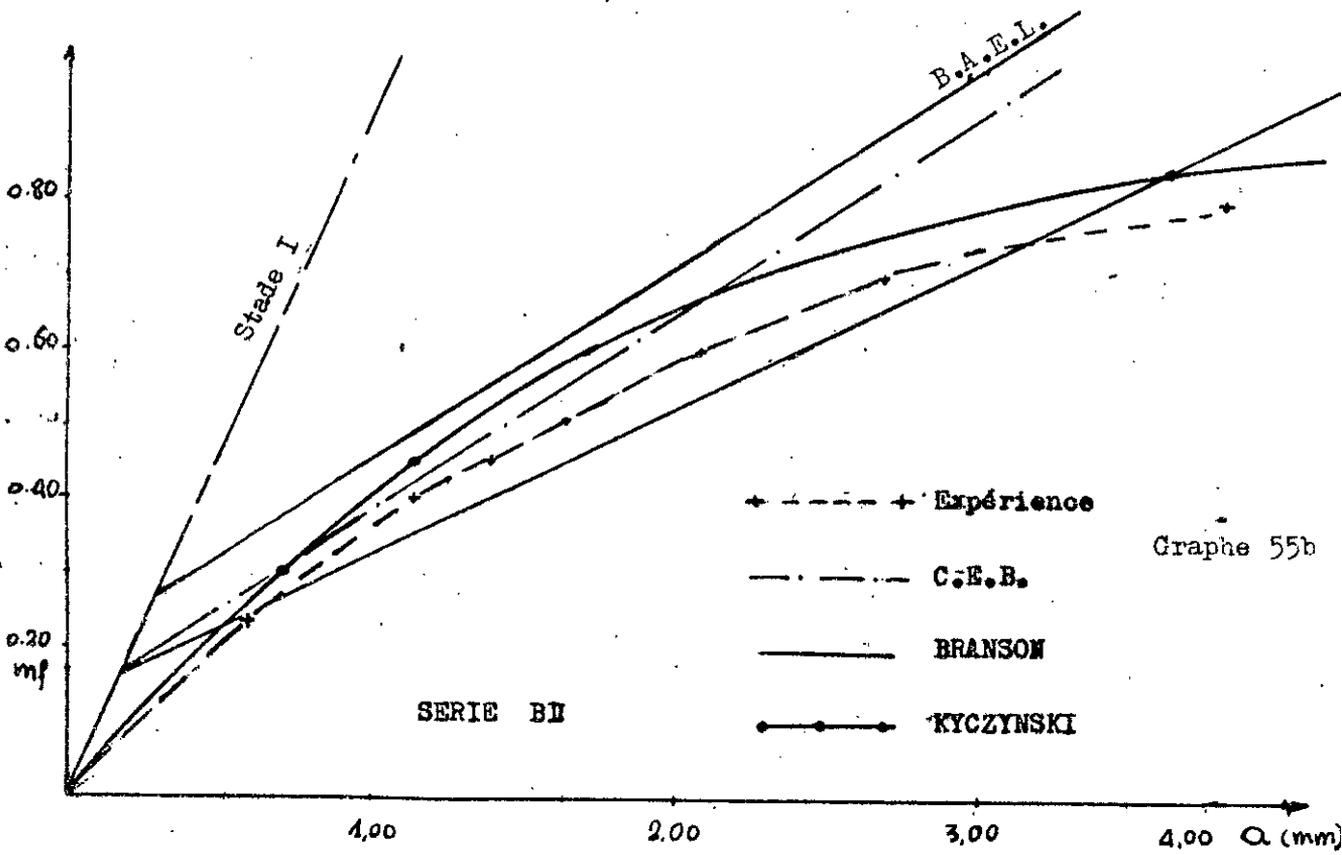
Série C II

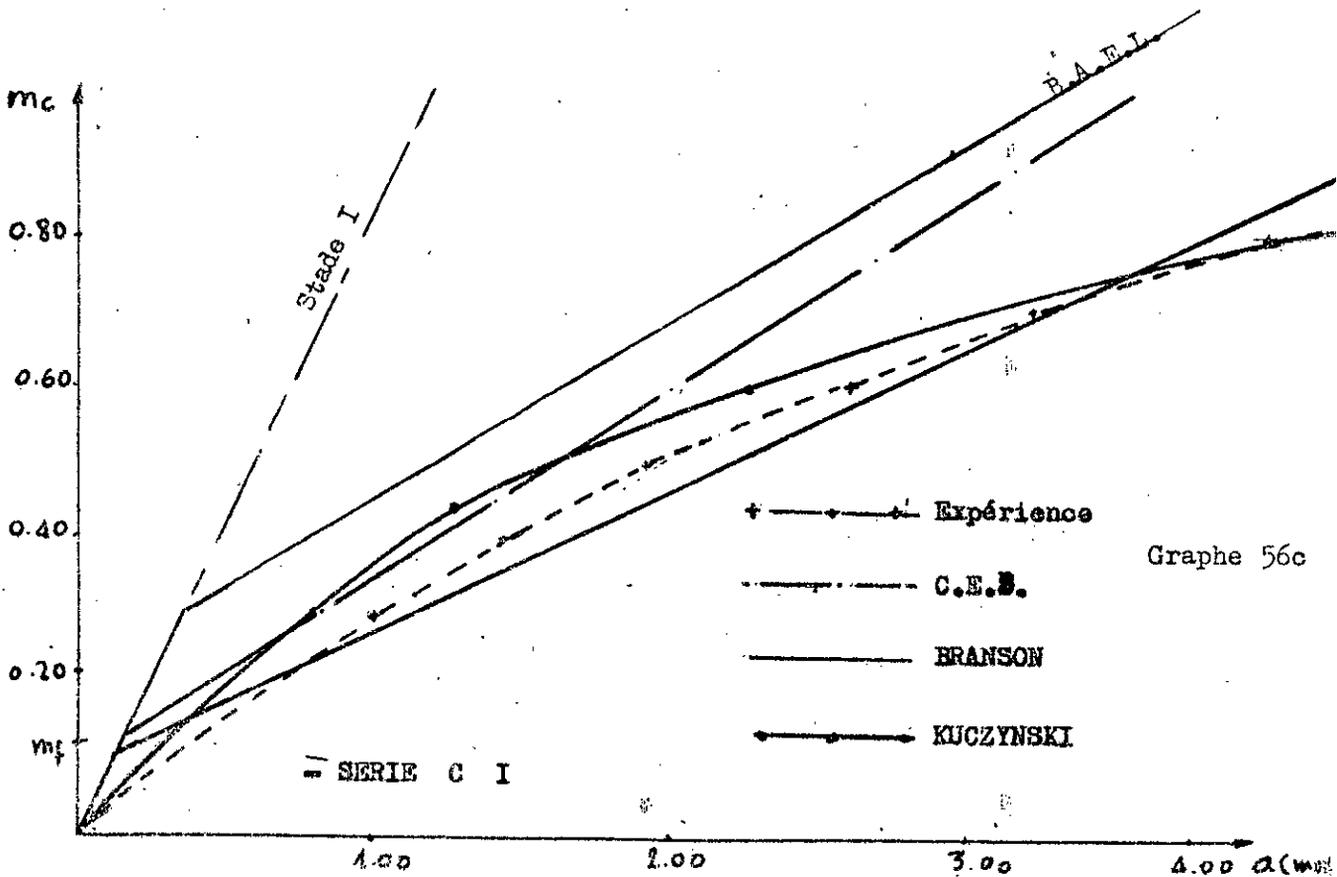
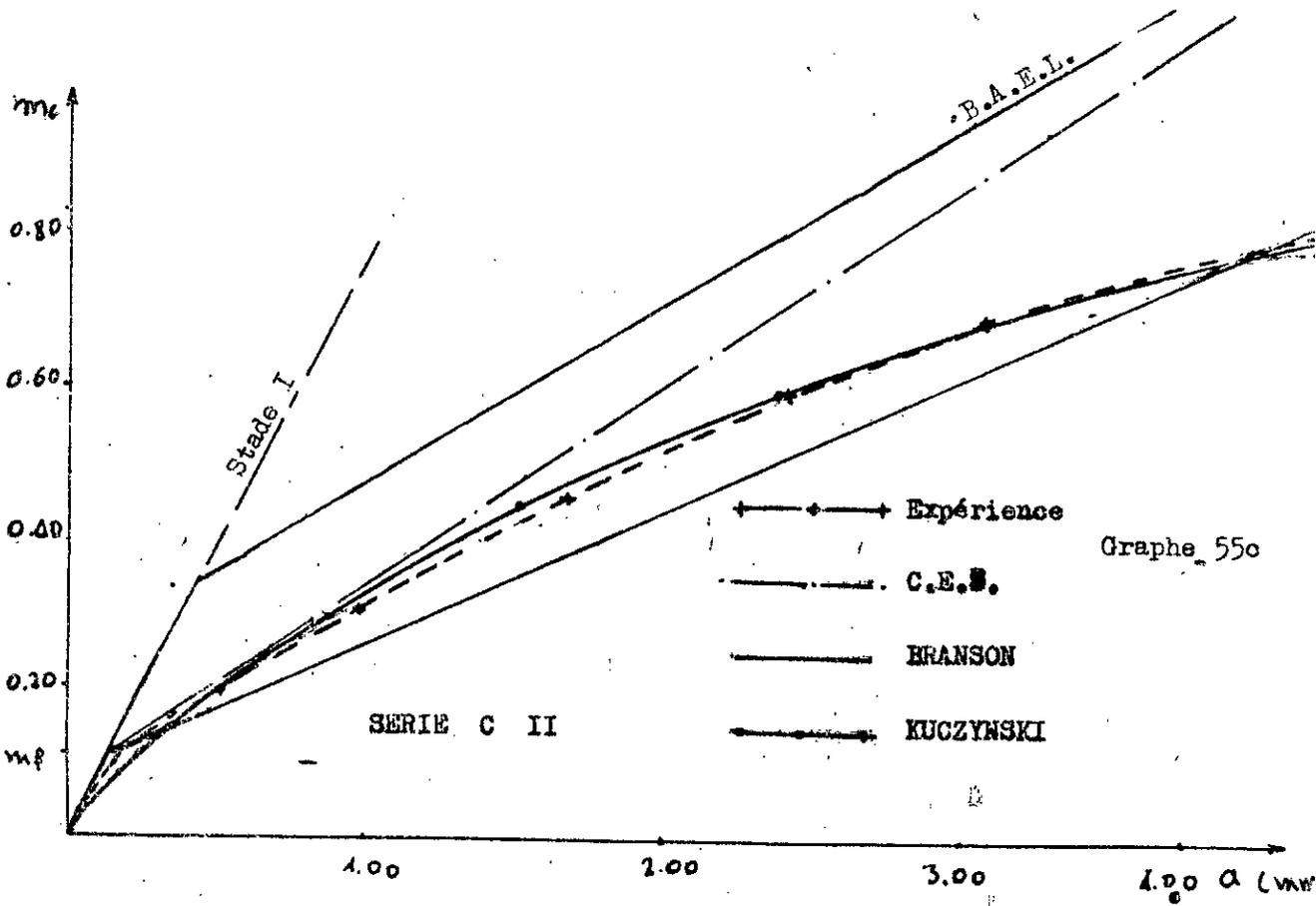
- Mesures de laboratoire.

Graphe 54

FLECHES A MI - TRAVEE ( a4)

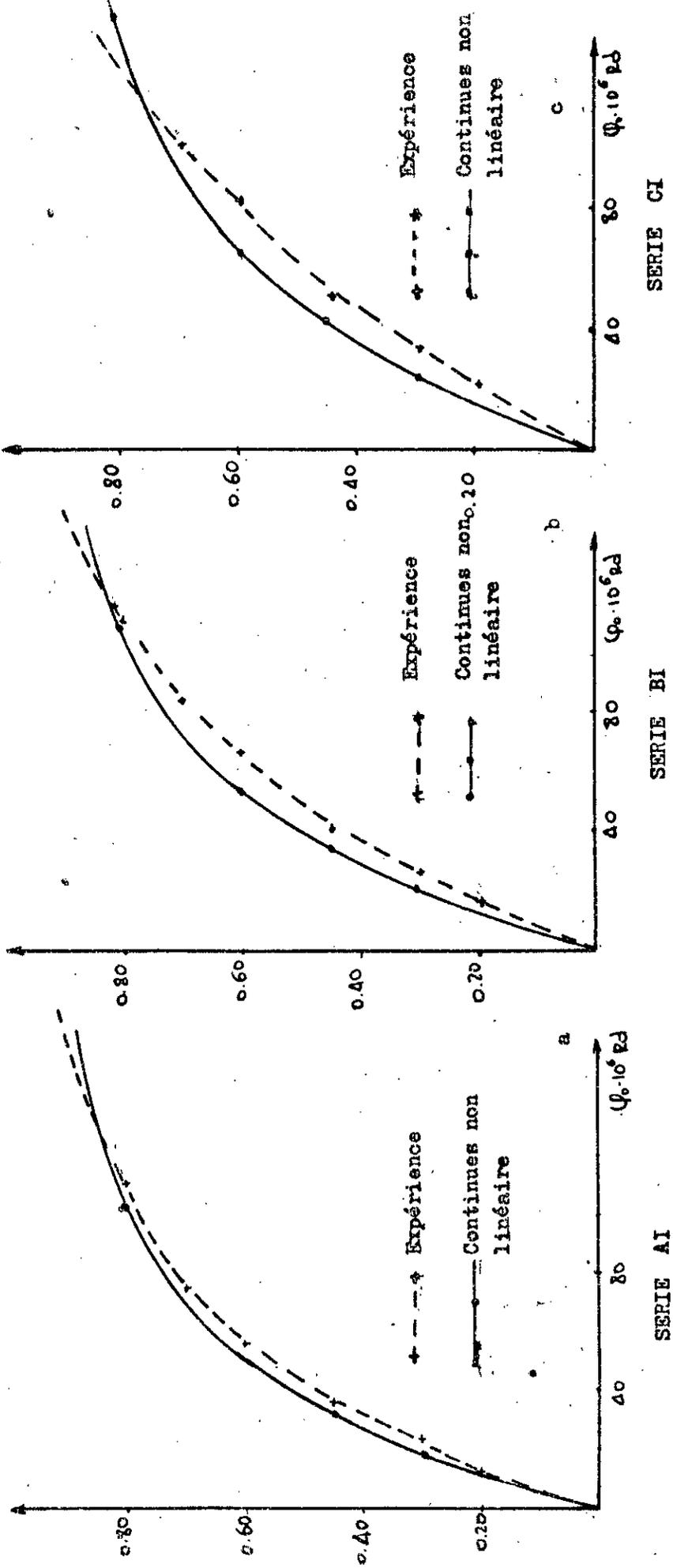






- ROTATIONS D'APPUI. DE RIVE

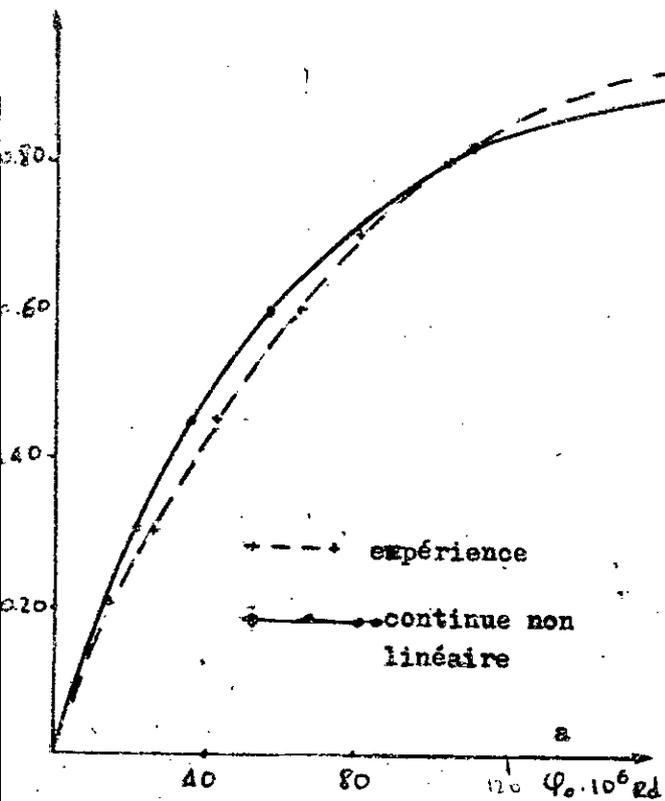
- SERIES ELASTO - CONFORMES



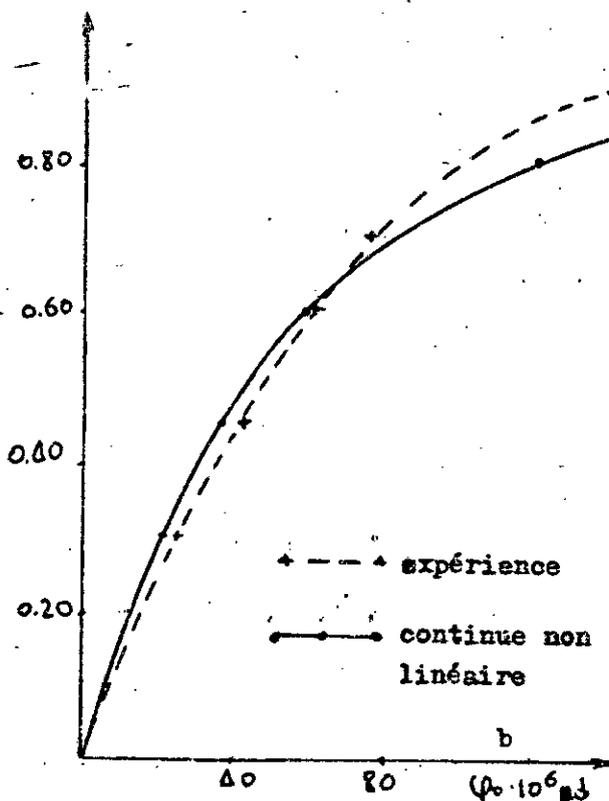
Graphe 57

ROTATIONS D'APPUI DE RIVE

SERIES ELASTO NON CONFORMES

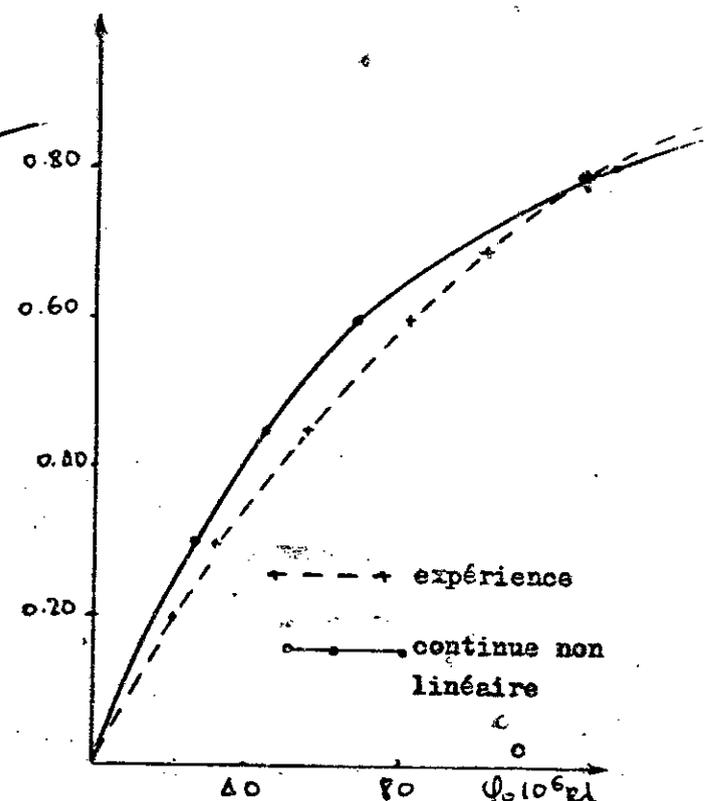


• SERIE AII



• SERIE BII

Graphe 58



• SERIE CII

TABLEAUX DE COMPARAISON DES FLÈCHES

I/ Influence de la classe du béton sur les flèches

a. Séries élasto - conformes

mc	a (BI)/a (AI)	a (CI)/ a (AI)
0,30	1,16	1,16
0,45	1,20	1,70
0,60	1,25	1,62
Moyenne	20 %	66 %

a

b. Séries élasto non conformes

T 51

mc	a (BII)/ a(AII)	a (CII)/ a(AII)
0,30	1,00	2,00
0,45	1,16	1,50
0,60	1,25	1,33
Moyenne	13 %	61 %

b

II/ Influence de la disposition des armatures sur les flèches

mc	a (AII)/a(AI)	a (BII)/a(BI)	a (CII)/a(CI)
0,30	1,16	1,60	1,140
0,45	1,20	1,16	1,15
0,60	1,12	1,15	0,923
Moyenne	16 %	10 %	7 %

T 52

III- Comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par différentes méthodes

a. Séries élasto conformes

SERIE AI	mc	$\frac{a \text{ C.E.B.}}{a \text{ exp.}}$	$\frac{a \text{ BRANSON}}{a \text{ exp.}}$	$\frac{a \text{ KUCZYNSKI}}{a \text{ exp.}}$
	0,30	0,855	1,200	1,060
	0,45	1,044	1,400	1,036
	0,60	0,982	1,270	1,007
	Moy.	0,960	1,290	1,034

a

SERIE BI	0,30	0,821	1,148	0,960
	0,45	0,921	1,239	0,935
	0,60	0,819	1,053	0,819
	Moy.	0,853	1,146	0,904

b

SERIE CI	0,30	0,822	1,186	0,809
	0,45	0,830	1,119	0,733
	0,60	0,769	1,017	0,863
	Moy.	0,807	1,107	0,801

c

b. Séries élasto non conformes

SERIE AII	mc	$\frac{a \text{ CMB}}{a \text{ exp}}$	$\frac{a \text{ BRANSON}}{a \text{ exp}}$	$\frac{a \text{ KUCZYNSKI}}{a \text{ exp}}$
	0,30	0,934	1,307	1,102
	0,45	1,062	1,386	0,966
	0,60	1,032	1,300	1,065
	Moy.	1,009	1,330	1,133

SERIE BII	0,30	0,964	1,304	1,090
	0,45	0,897	1,193	0,890
	0,60	0,875	1,110	0,979
	Moy.	0,912	1,200	0,986

SERIE CII	0,30	0,595	0,940	0,645
	0,45	0,775	1,172	0,856
	0,60	0,815	1,191	1,00
	Moy.	0,728	1,101	0,833

Comparaison des flèches expérimentales avec celles obtenues par le B.A.E.L.

a (B.A.E.L./ a (exp.))

Séries mc	Séries					
	AI	AII	BI	BII	CI	CII
0,30	1,48	1,30	1,25	1,16	0,70	0,53
0,45	1,34	1,14	1,10	0,87	0,74	0,61
0,60	1,12	1,01	1,13	0,77	0,64	0,62
Moy.	1,31	1,15	1,16	0,93	0,70	0,58

T. 55

Valeurs du module de déformation du béton ( $E_c$ ) selon les différentes méthodes

$E_c - 10^4 \text{ Kg/cm}^2$

Béton Méthodes	Béton		
	A	B	C
ACI	29,9	25,0	21,2
CEB	35,0	32,0	29,0
BAEL	41,0	37,3	32,0
KUCZY.	38	32,9	26,87

T. 56

Valeurs des moments de fissuration  $M_f \text{ KN.m.}$

Béton Méthodes	Béton		
	A	B	C
ACI	6,692	5,79	4,13
CEB	5,964	4,913	3,042
BAEL	12,64	11,50	12
Exp.	8,98	6,78	4,50

T. 57

I. Influence de la classe du béton sur les rotations d'appuis de rive

a - Séries élasto-conformes

mc	$\varphi_0 (BI) / \varphi_0 (AI)$	$\varphi_0 (CI) / \varphi_0 (AI)$
0,30	1,30	1,70
0,45	1,17	1,70
0,60	1,17	1,50
Moyenne	21%	63%

a

b - Séries élasto non conformes

mc	$\varphi_0 (BII) / \varphi_0 (AII)$	$\varphi_0 (CII) / \varphi_0 (AII)$
0,30	0,92	1,41
0,45	1,33	1,62
0,60	1,15	1,31
Moyenne	13%	44%

T. 58

b

II - Influence de la disposition des armatures

mc	$\varphi_0 (AII) / \varphi_0 (AI)$	$\varphi_0 (BII) / \varphi_0 (BI)$	$\varphi_0 (CII) / \varphi_0 (CI)$
0,30	1,20	0,84	1,00
0,45	1,23	1,40	1,17
0,60	1,14	1,12	1,13
Moyenne	19%	12%	10%

T. 59

Comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par la méthode continue

a - Séries élasto conformes

Série	AI	BI	CI
mc	$\frac{\varphi_0 \text{ Kucz.}}{\text{exp.}}$	$\frac{\varphi_0 \text{ Kucz.}}{\text{exp.}}$	$\frac{\varphi_0 \text{ Kucz.}}{\text{exp.}}$
0,30	1,00	0,80	0,74
0,45	0,94	0,90	0,58
0,60	0,88	0,78	0,91
Moy.	0,94	0,82	0,74

b - Séries élasto non conformes

Série	AII	BII	CII
mc	$\frac{\varphi_0 \text{ Kucz.}}{\text{exp.}}$	$\frac{\varphi_0 \text{ Kucz.}}{\text{exp.}}$	$\frac{\varphi_0 \text{ Kucz.}}{\text{exp.}}$
	0,92	1,07	0,82
	0,98	0,70	0,69
	0,90	0,87	0,84
	0,93	0,88	0,78

#### V4 - REDIS TRIBUTION

- Les graphes de la réaction d'appui en fonction du degré de chargement se présentent <sup>en</sup> sous l'allure d'une courbe tangente à la solution élastique pour  $m_c \approx 0,30$  s'éloignant de cette dernière au fur et à mesure qu'on augmente le chargement. Ce phénomène est beaucoup plus marqué pour les séries élasto-<sup>non</sup> conformes.

Graphes 59a, 59b

#### Influence du pourcentage d'armature sur la redistribution des moments fléchissants

La redistribution des moments concernent principalement les sections les plus sollicitées d'un système hyperstatique. Si les sections en question sont armées d'une manière logique, c'est à dire proportionnellement aux moments qu'elles reçoivent les rigidités s'y réduisent de la même façon pour l'ensemble des sections critiques et au fur et à mesure que la charge augmente, la symétrie est gardée et la distribution élastique est ainsi pratiquement conservé jusqu'à rupture du système.

Ce phénomène a été observé lors des essais sur poutres élasto-conformes pour lesquelles la redistribution n'a pratiquement pas eu lieu,

Graphes 59b - 511a - Tab. 511a.

- Le graphe 5 11a représente l'évolution du taux de sollicitation local ( $m_3 = \frac{M_3}{M_u}$ ,  $m_8 = \frac{M_8}{M_u'8}$ ) des sections critiques respectivement en travée et en appui en fonction du degré de sollicitation global du système ( $m_c = \frac{Q}{Q_u}$ ). L'analyse de ce graphe montre que la valeur de  $m_8/m_3$  est pratiquement constante et s'élève en moyenne à environ  $m_8/m_3 = 1,15$ . Cette remarque confirme les conclusions tirées par les autres chercheurs (KYZYNZKI, COHN, PIETU) des essais expérimentaux [7], [32] en ce qui concerne l'apparition simultanée des articulations

plastiques des poutres en béton armé à armature idéal.

- Le tableau 5.11a donne les rapports entre moments expérimentaux et moments élastiques des sections critiques en fonction de  $m_c$ , on observe que globalement, et, pour les 3 bétons, les rapports sont voisins de l'unité, avec une légère diminution du moment sur appui :  $M_{B\text{ ex}}/M_{B\text{ el}} = 0,946$  qui indique un transfert de 5% du moment prévu par l'élasticité vers les autres sections, la section 3 en prend 2,6%.

- Dans le cas de section armée d'une manière "illogique" (c'est le cas le plus fréquent en pratique car souvent les ouvrages calculés sont destinés à des services autres au ceux prévus), on observe une véritable adaptation du système avec un transfert des moments des régions les plus sollicitées et sous-armées vers les régions qui le sont moins avec tendance à égaliser les rigidités des sections critiques.

Les poutres élasto non conformes illustrent bien ce phénomène. Graphes 510 a tab. 5 11b.

L'appui (8) fortement sollicité et sous armé se décharge sur les autres sections. La section de travée, relativement moins sollicitée et sur-armée, reprend une partie du moment transféré : le tableau 511b, que pour  $m_c = 0,60$ , le transfert du moment sur appui est de l'ordre de : 33,5% par rapport au moment élastique et le moment en travée augmente de 18%.

Influence de la classe du béton sur la redistribution

Les tableaux 511a, 511b montrent que la redistribution ne dépend pas de la classe du béton.

Conséquence de la redistribution des moments

- Du point de vue théorique :

- La redistribution des moments provoque la dislocation du point de moment nul :

graphes 5 10b, 5 11 b.

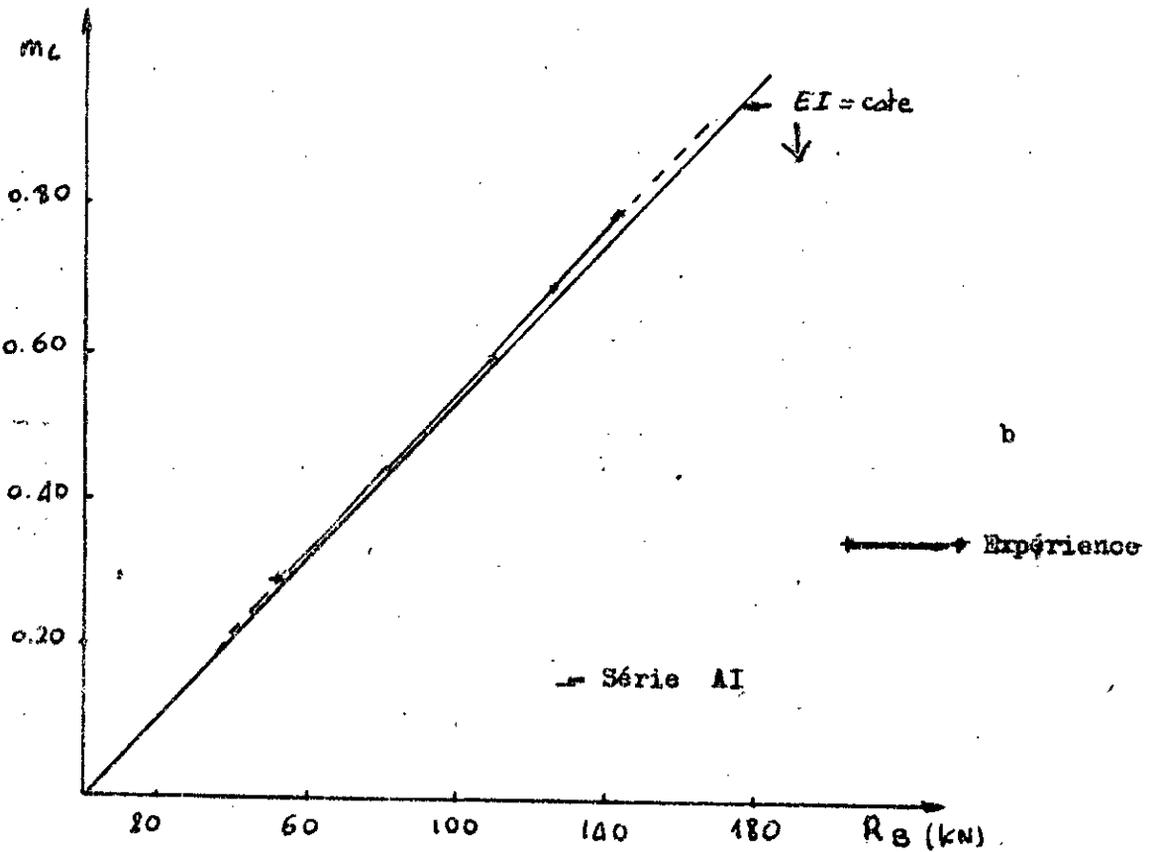
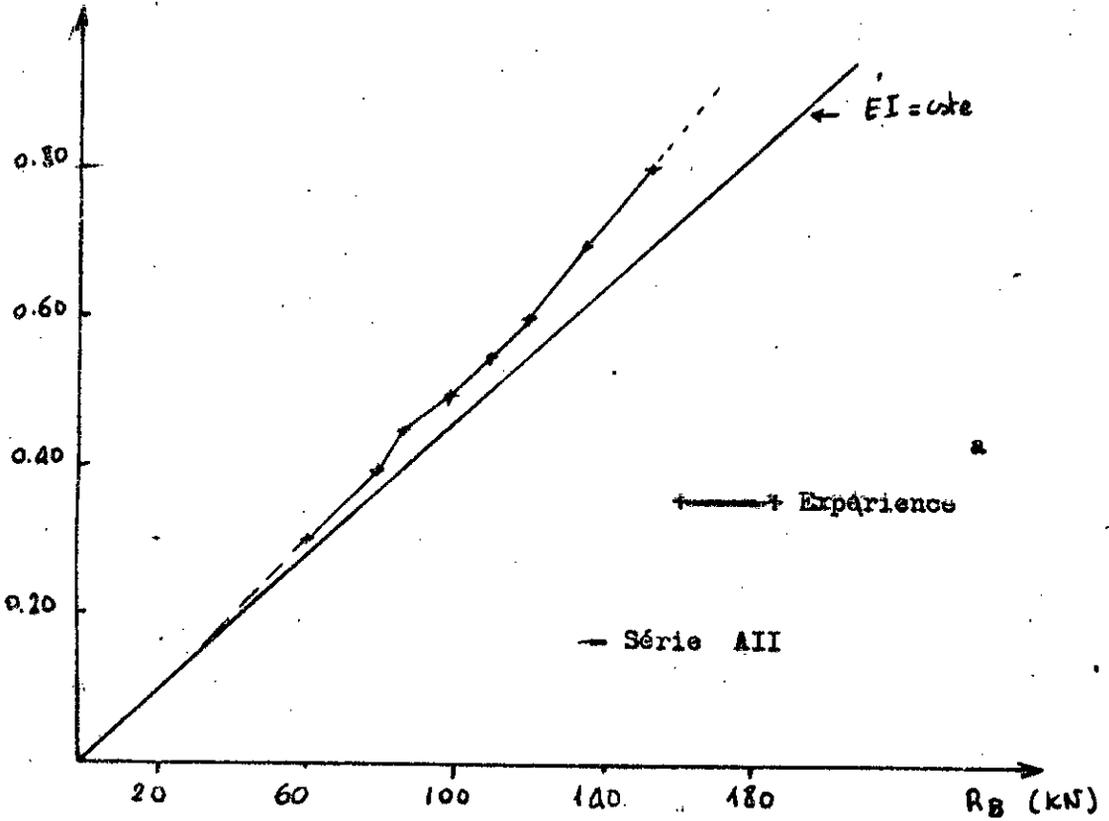
D'après les essais le point de moment nul se déplace de la position prévue par la théorie élastique pour acheminer vers celle prévue par la solution plastique.

Graphes 512a, 512b.

La théorie continue donne des résultats concordants dans le cas des poutres élasto non conformes graphe 512a, et divergeants dans le cas des poutres conformes.

- Du point de vue pratique :

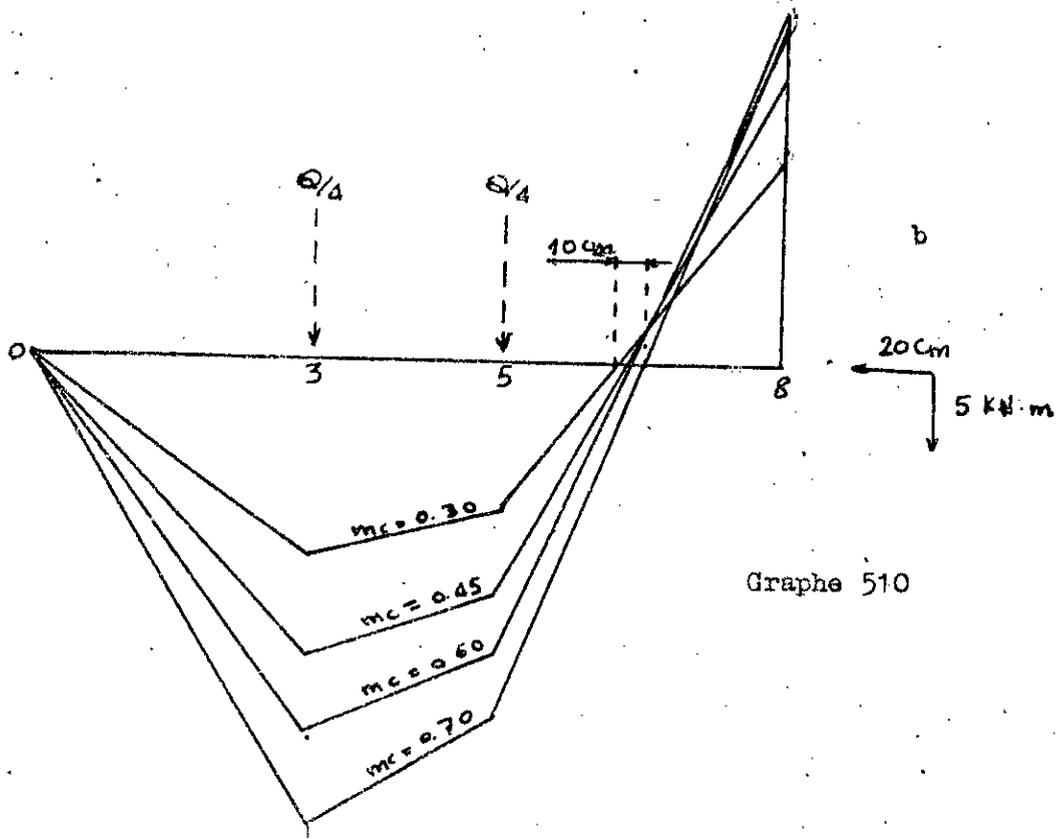
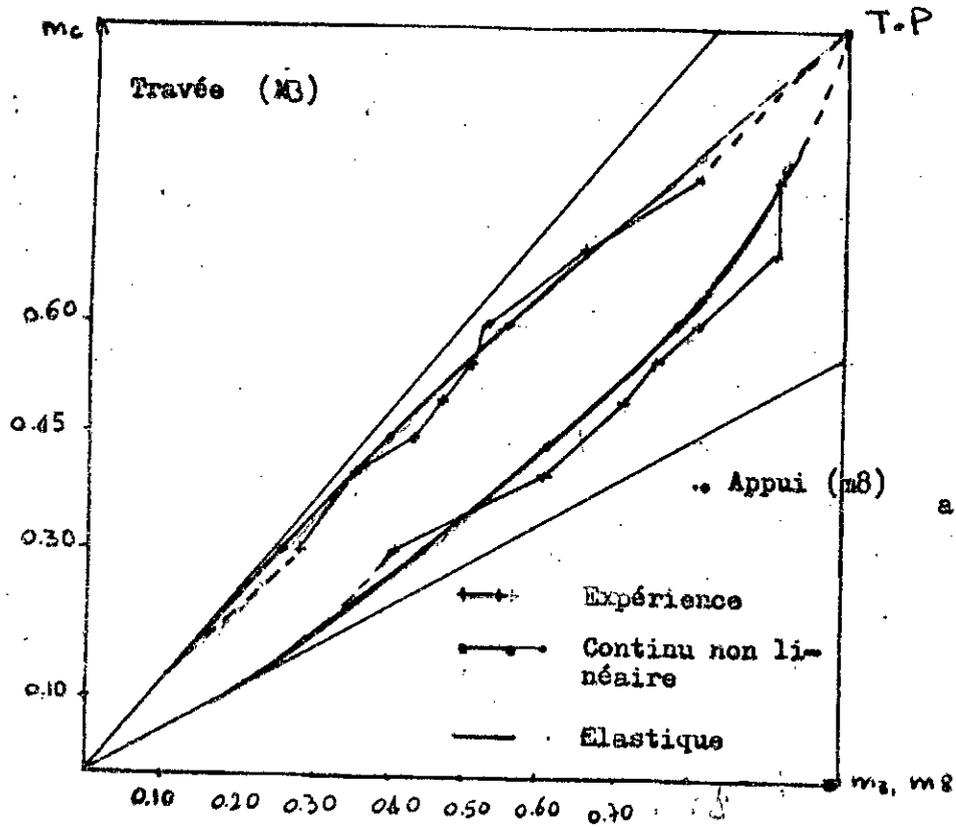
Les poutres élasto non conformes présentent dans le domaine d'exploitation des déformations (flèches, angles de rotation) plus importantes que les poutres élasto conformes : En effet, les grandes redistributions des moments s'accompagnent de déformations excessives : plus on s'éloigne de la solution élastique plus les flèches sont grandes, la fissuration devient excessive et les contraintes dans le béton comprimé élevées ce qui risque de provoquer des épaufréments importants et des fissures qui représentent des dégâts irréversibles et mettent en danger la durabilité de la construction.



SERIES AII et AI

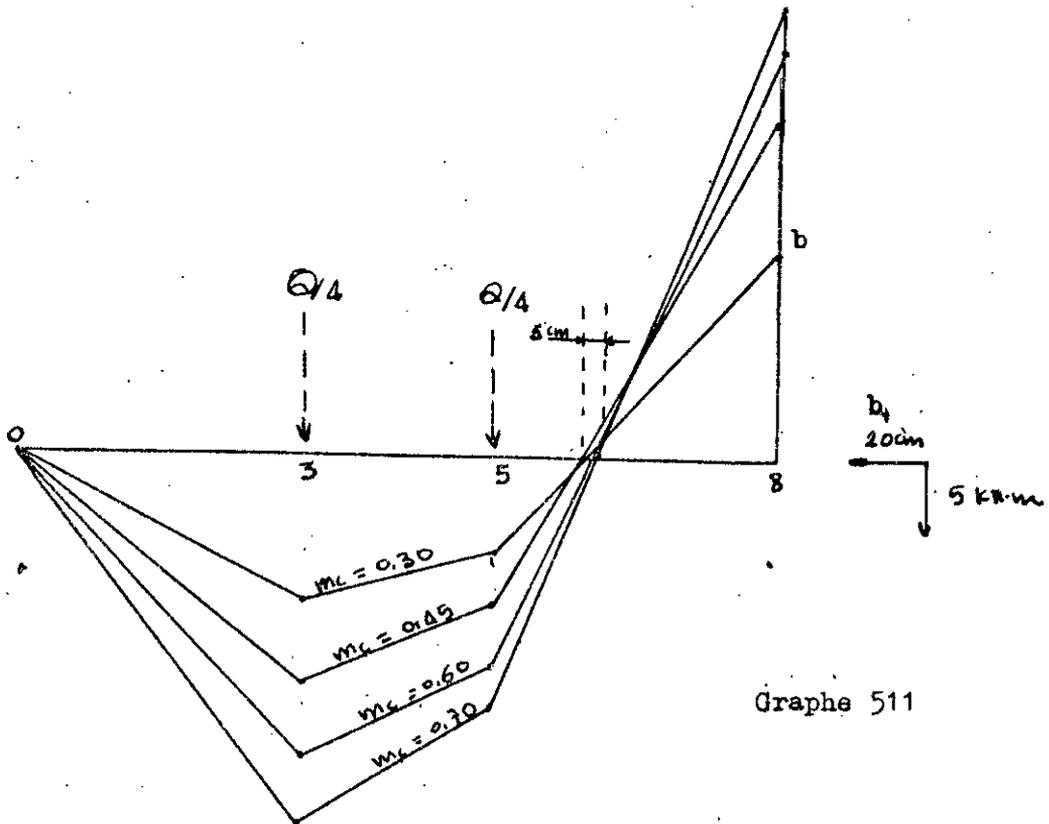
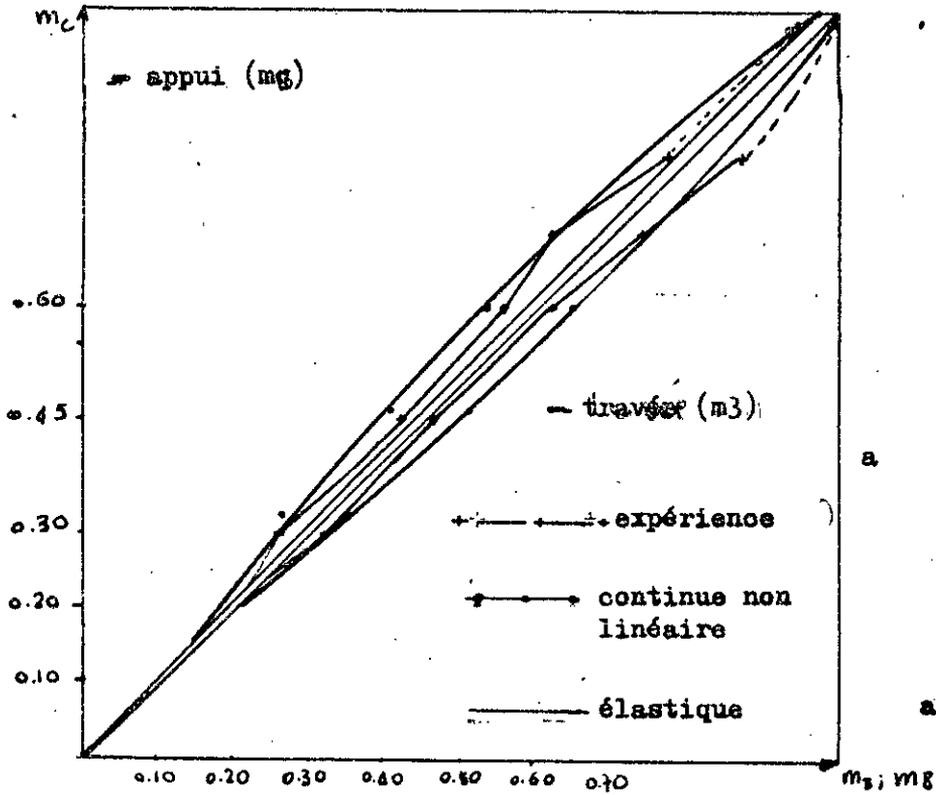
Graphe 59'

Série élasto-non conforme A II

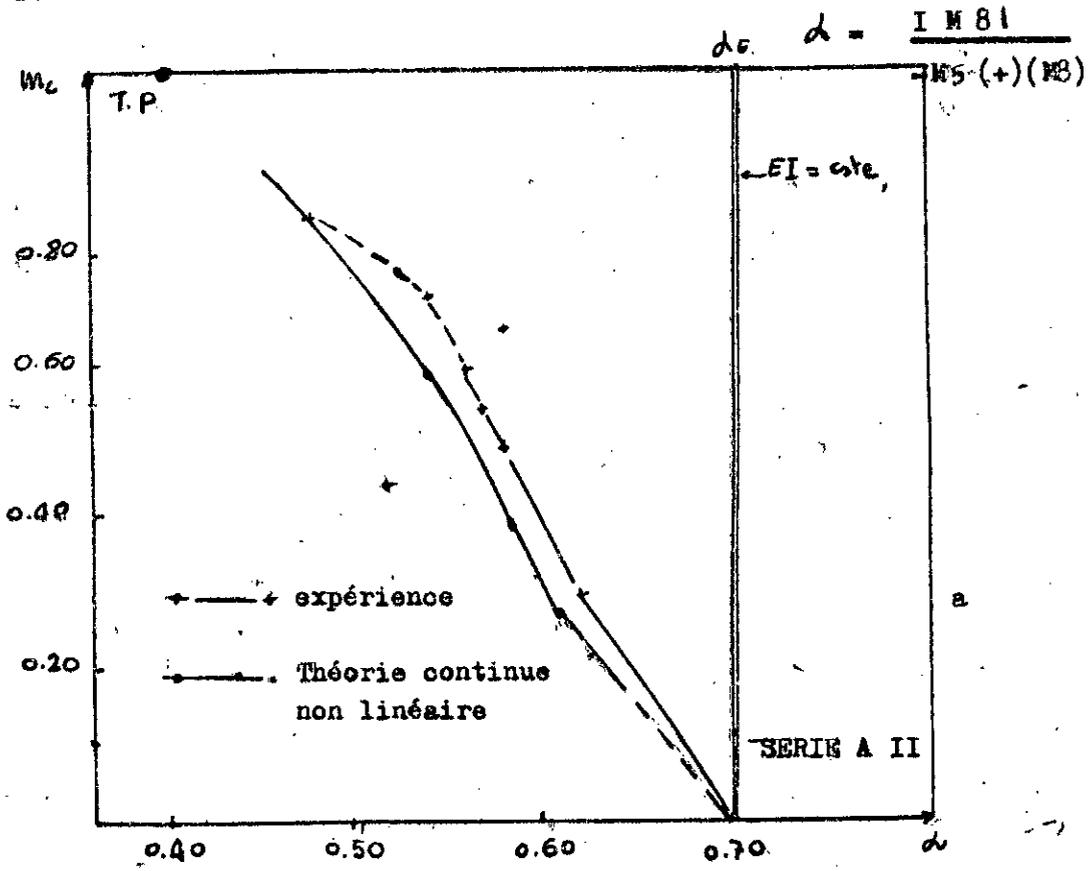


Graph 510

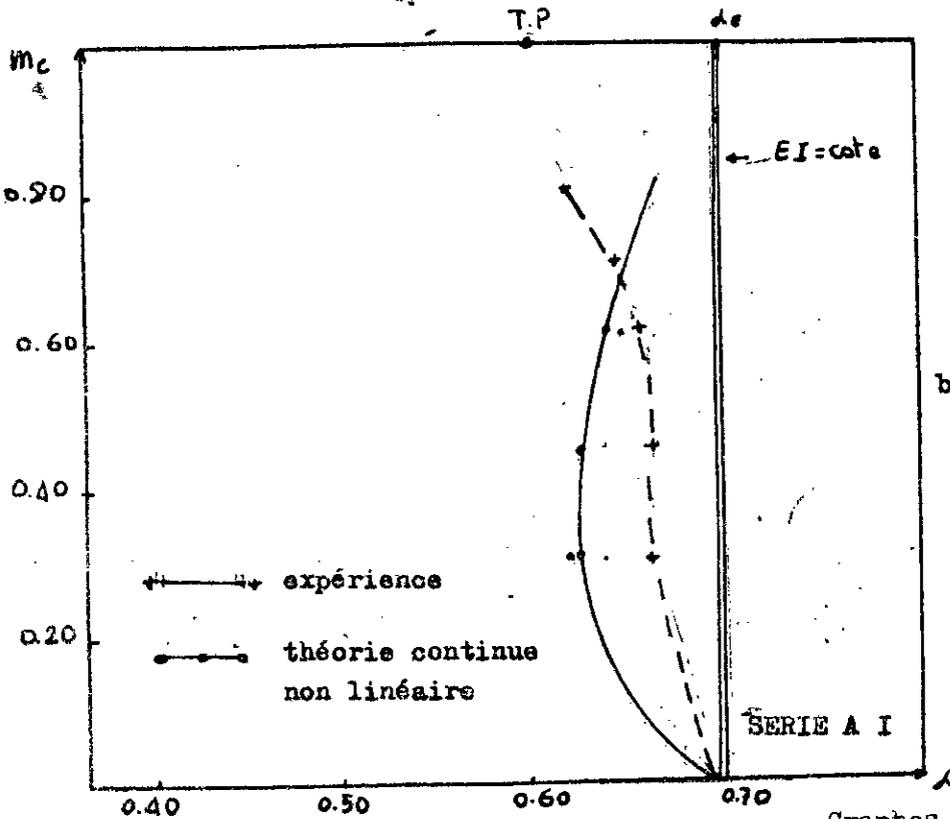
REDISTRIBUTION DES MOMENTS ET DISLOCATION DU POINT DE MOMENT NUL



Graph 511



Série élasto non conforme



Série élasto conforme

III/ Influence de la disposition des armatures sur la redistribution

a. Séries élasto - conformes

SERIES	SERIE AI		SERIE BI		SERIE CI	
	$\frac{M3 \text{ exp}}{M3 \text{ el}}$	$\frac{M8 \text{ exp}}{M8 \text{ el}}$	$\frac{M3 \text{ exp}}{M3 \text{ el}}$	$\frac{M8 \text{ exp}}{M8 \text{ el}}$	$\frac{M3 \text{ exp}}{M3 \text{ el}}$	$\frac{M8 \text{ exp}}{M8 \text{ el}}$
0,30	0,901	0,946	0,981	0,951	1,092	0,952
0,45	1,027	0,946	1,030	0,937	1,025	0,960
0,60	1,026	0,946	1,027	0,938	1,021	0,956

b. Séries élasto non conformes

SERIES	SERIE AII		SERIE BII		SERIE CII	
	$\frac{M3 \text{ exp}}{M3 \text{ el}}$	$\frac{M8 \text{ exp}}{M8 \text{ el}}$	$\frac{M3 \text{ exp}}{M3 \text{ el}}$	$\frac{M8 \text{ exp}}{M8 \text{ el}}$	$\frac{M3 \text{ exp}}{M3 \text{ el}}$	$\frac{M8 \text{ exp}}{M8 \text{ el}}$
0,30	1,129	0,761	1,110	0,772	1,131	0,770
0,45	1,200	0,766	1,192	0,767	1,198	0,768
0,60	1,181	0,665	1,176	0,635	1,152	0,650

## C O N C L U S I O N S

L'exploitation des résultats a montré que le comportement des poutres hyperstatiques reste linéaire au début du chargement, ( $m_c \leq 0,30$ ) conformément aux calculs élastiques, puis s'en éloigne peu à peu, au fur et à mesure que la charge augmente, pour se rapprocher du comportement plastique par formation de rotules.

La qualité du béton exerce une influence non négligeable sur les déformations des poutres hyperstatiques en béton armé ce qui n'est pas pris en compte par les différentes méthodes étudiées.

Des armatures disposées proportionnellement aux diagrammes des moments élastiques évitent les grandes redistributions, sources de déformations excessives pouvant nuire à la serviabilité de l'ouvrage.

Les méthodes bilinéaires et trinéaires étudiées ne décrivent pas le comportement global des poutres hyperstatiques en béton armé. Elles ne donnent qu'une appréciation grossière du phénomène de redistribution mais néanmoins elles restent un instrument rapide et efficace pour le calcul des flèches.

La méthode continue décrit suffisamment bien le comportement des poutres continues en flexion simple et offre la possibilité de calculer en même temps les flèches, les angles de rotation et la redistribution des moments.

Toutefois, à la lumière des présents essais, il est recommandé de procéder au calcul de flèches par la méthode du B.A.E.L., ou KUCZYNSKI pour les poutres réalisées avec un béton fort et moyen  $\bar{R}_a \geq 300 \text{ kg/cm}^2$  et par l'A.C.I. pour le béton faible  $\bar{R}_a \approx 200 \text{ kg/cm}^2$ . D'autres recherches seraient orientées dans le même sens en vue d'une meilleure maîtrise du comportement des éléments réalisés avec différents bétons. D'autres paramètres peuvent être introduit tel que le mode de chargement, le rapport  $h/l$ , le pourcentage d'armatures transversales.

II-2 N N E X E -A-

Graphes des essais de :

- MALDAGUE AI1, AI2
- MONNIER AI3
- KUCZYNSKI AI4, AI5, AI6

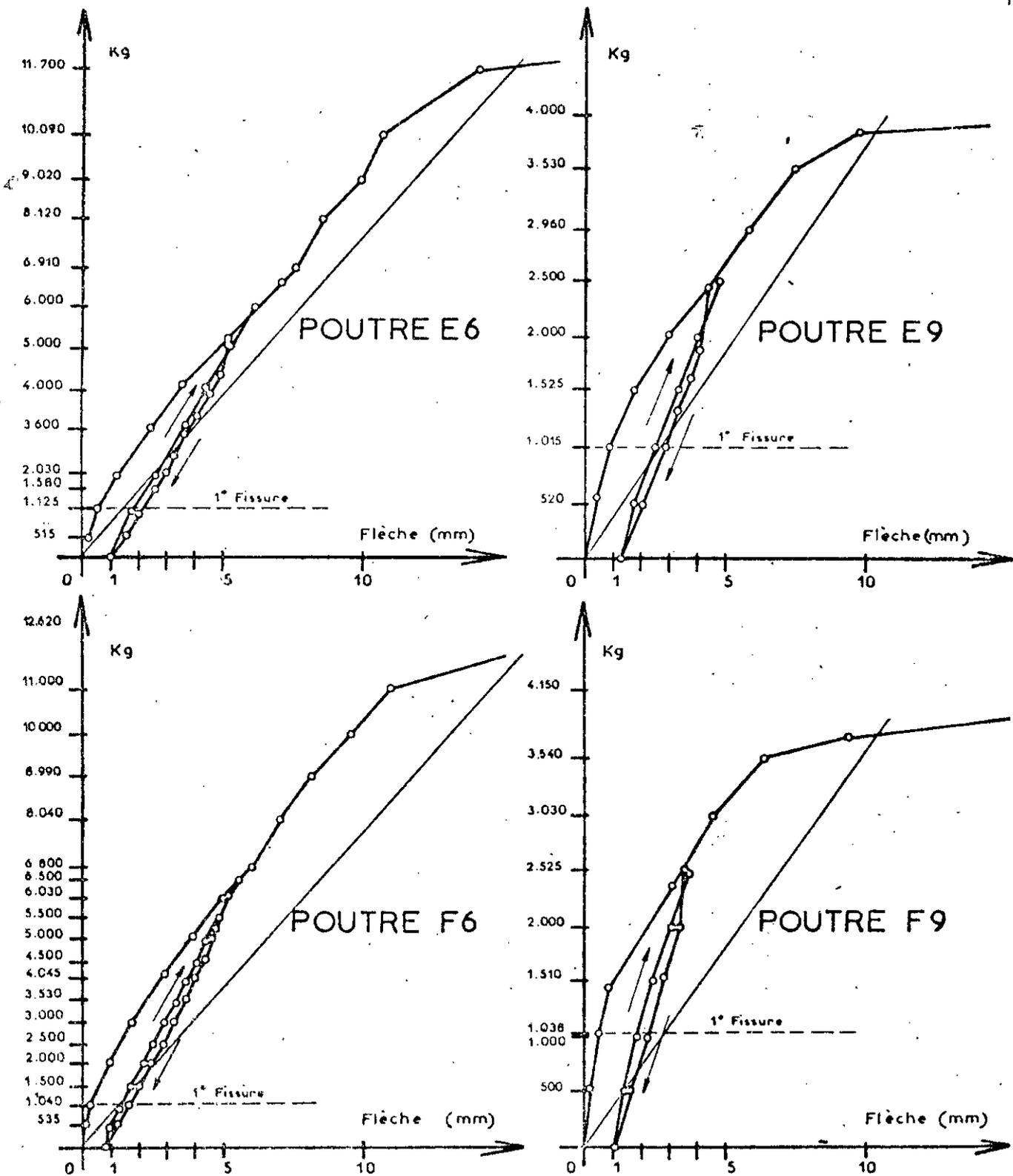


Fig. AI 1.

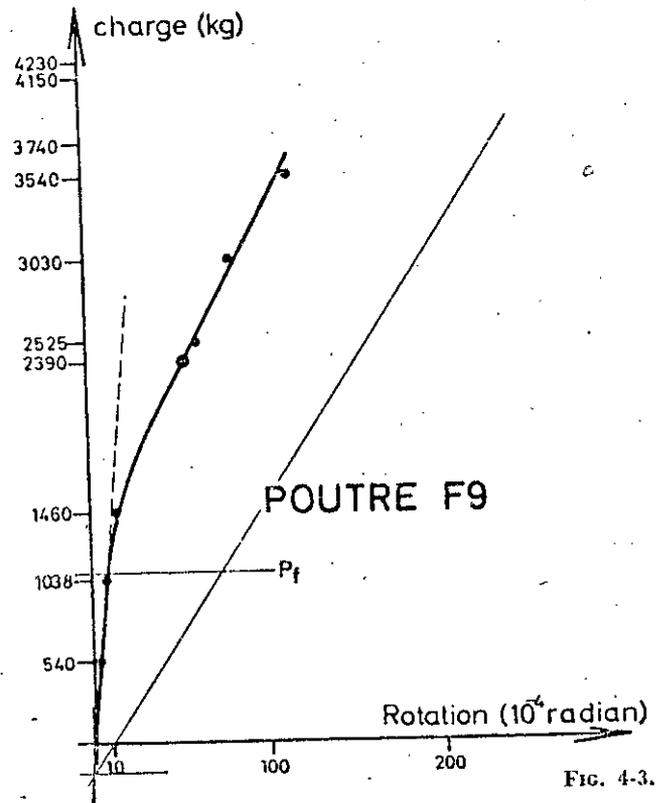
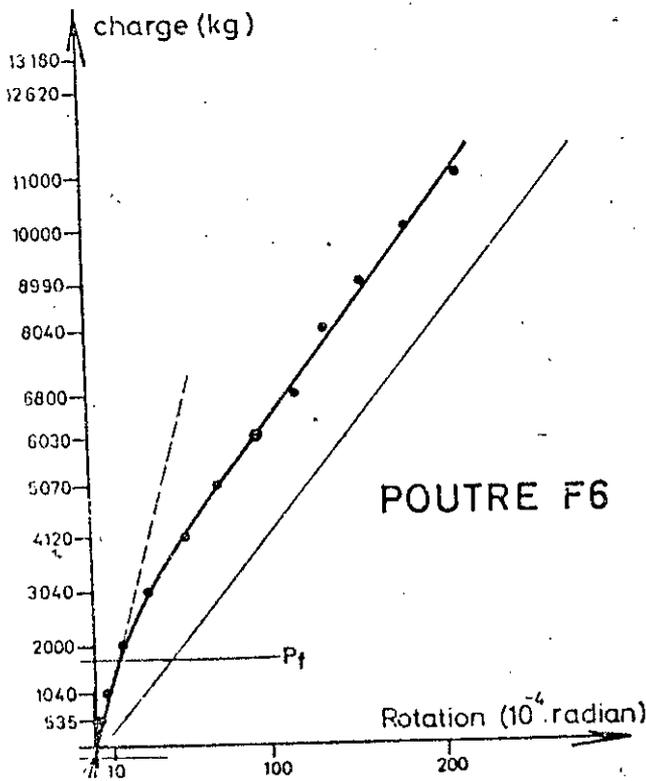
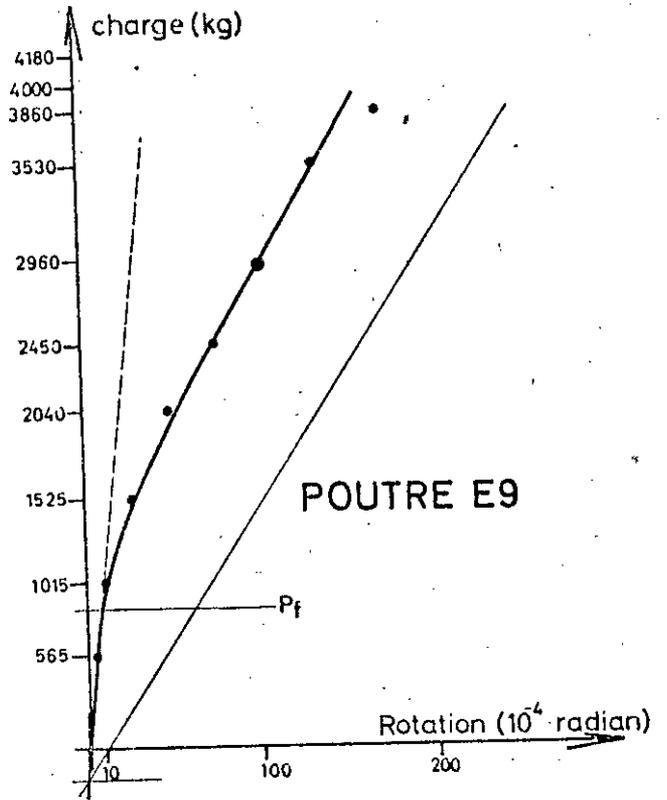
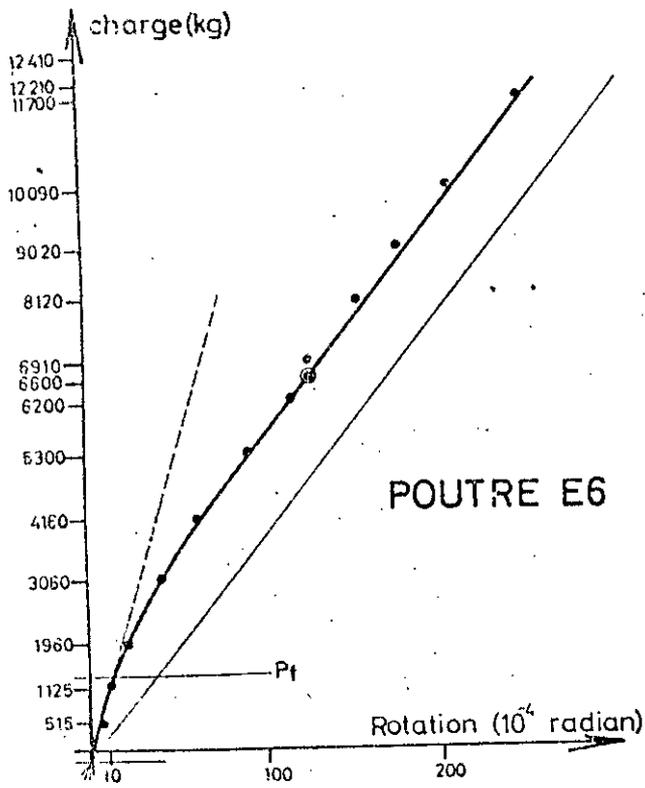


FIG. 4-3.

Fig. AI2

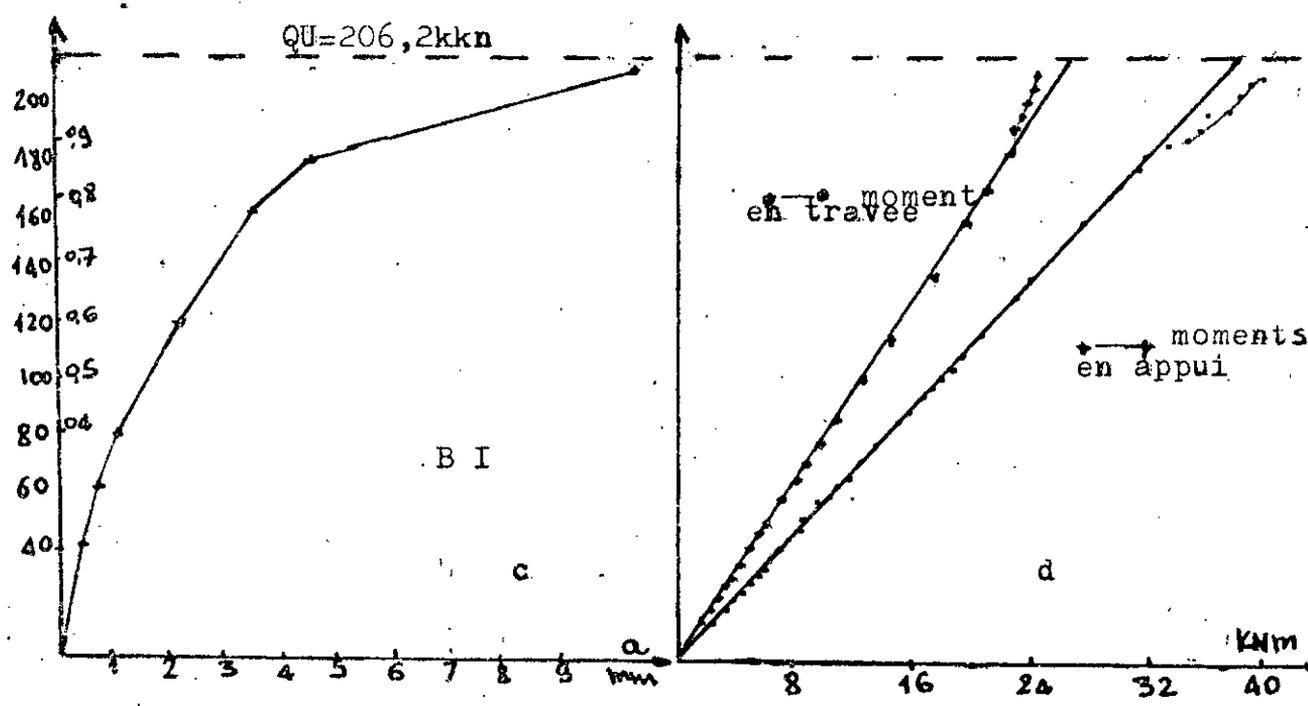
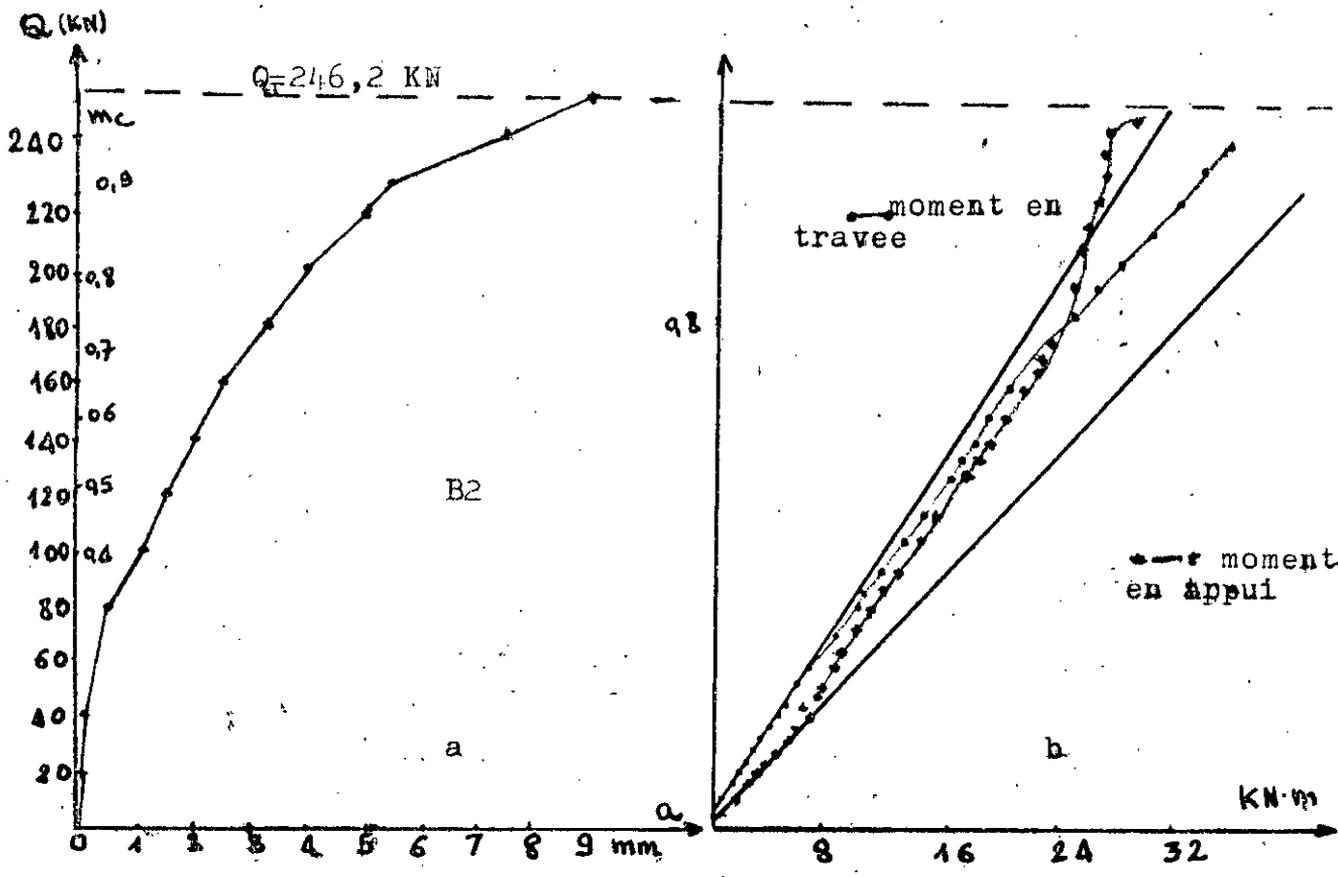


FIG. AI3

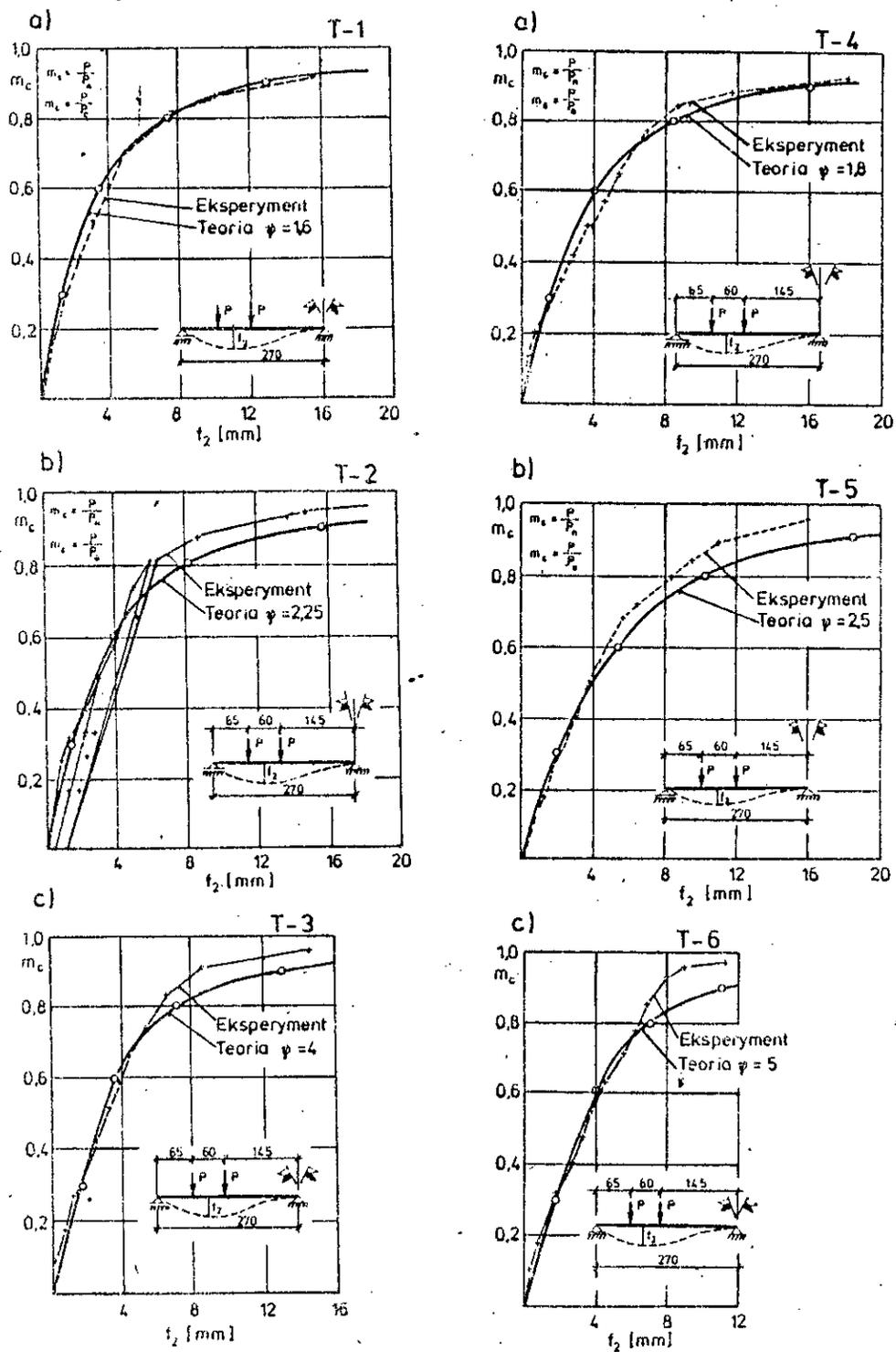
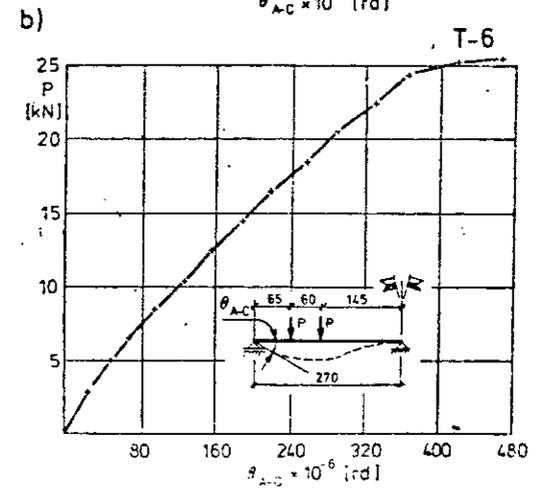
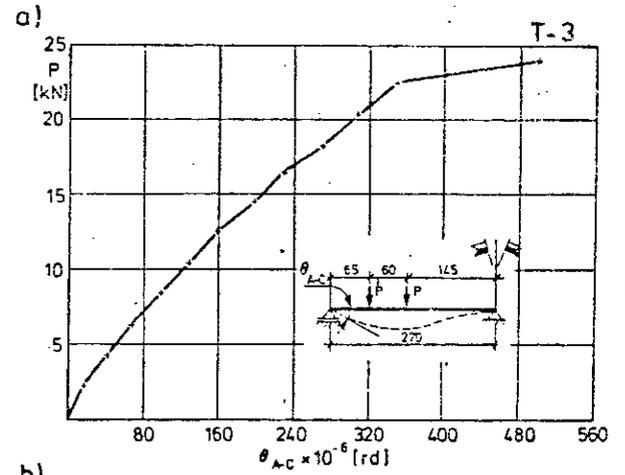
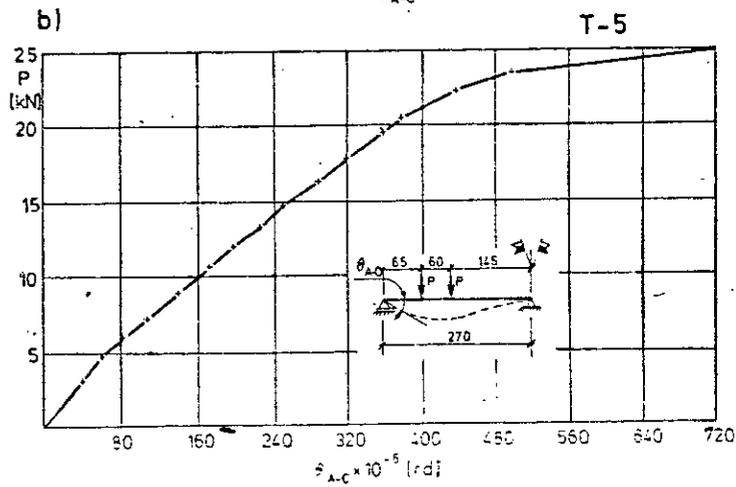
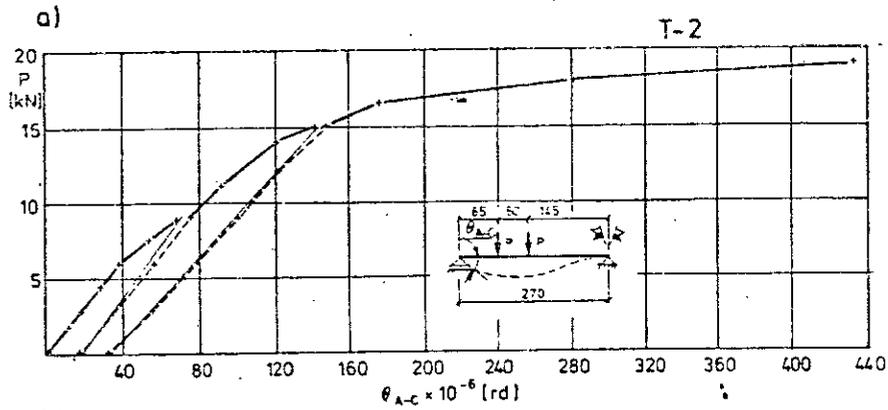
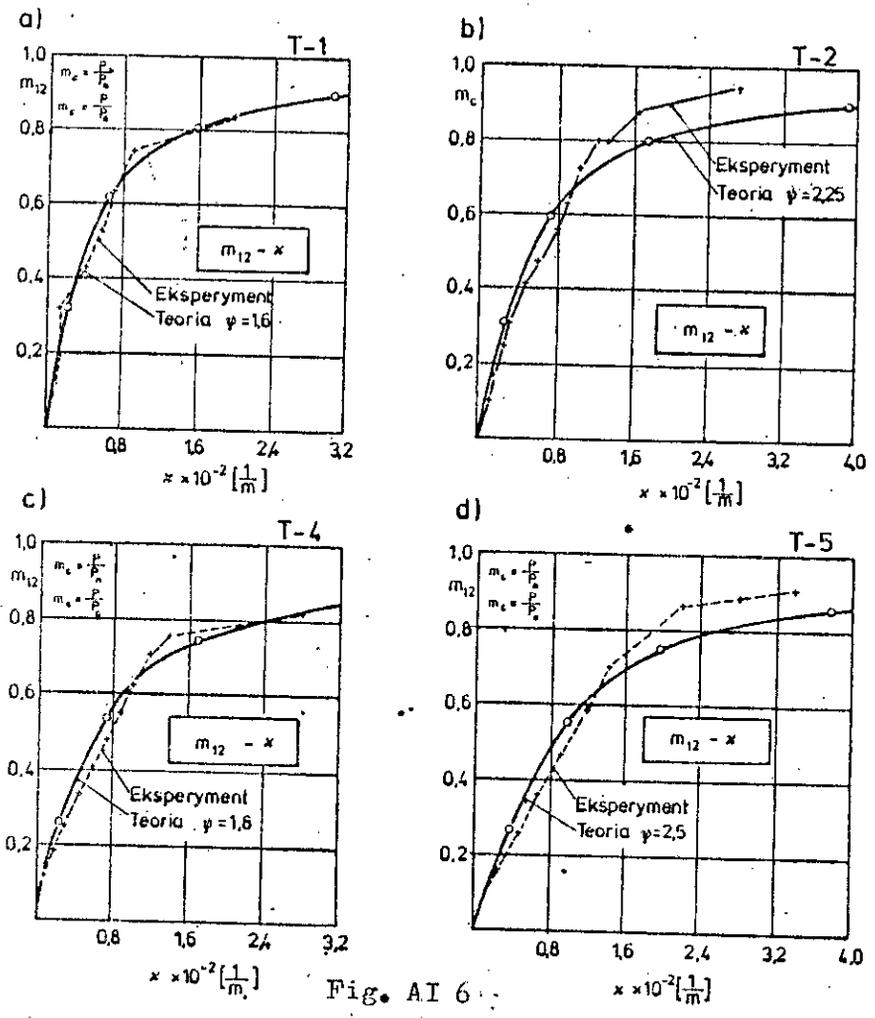


Fig. AI 4

FIG. A15

(370)





CARACTERISTIQUES MECANQUES DES MATERIAUX.I - FORMULATION DE BETON POUR CONFEC TION DE POUTRES

En collaboration avec le laboratoire central de la SONATRO, nous avons procédé à la composition des bétons à différent dosage à savoir :

Béton A dosé à 400 kg de ciment /M<sup>3</sup> de béton.

Béton B dosé à 300 kg de ciment /M<sup>3</sup> de béton.

Béton C dosé à 250 kg de ciment /M<sup>3</sup> de béton.

La formulation servira à la confection de poutres.

- Les constituants composants ont été prélevés du chantier S.N.M.C. pour les agrégats, chantier SONATRO pour le sable et le ciment.

Provenance :

Graviers concassés 15/25 )

8/15 ) carrière de KEDDARA

3/ 8 )

Sable de mer 0/ 3 ) sablière CAP LAJINET

Ciment C.P.A. 325 ) S.N.M.C. MEF'IAH

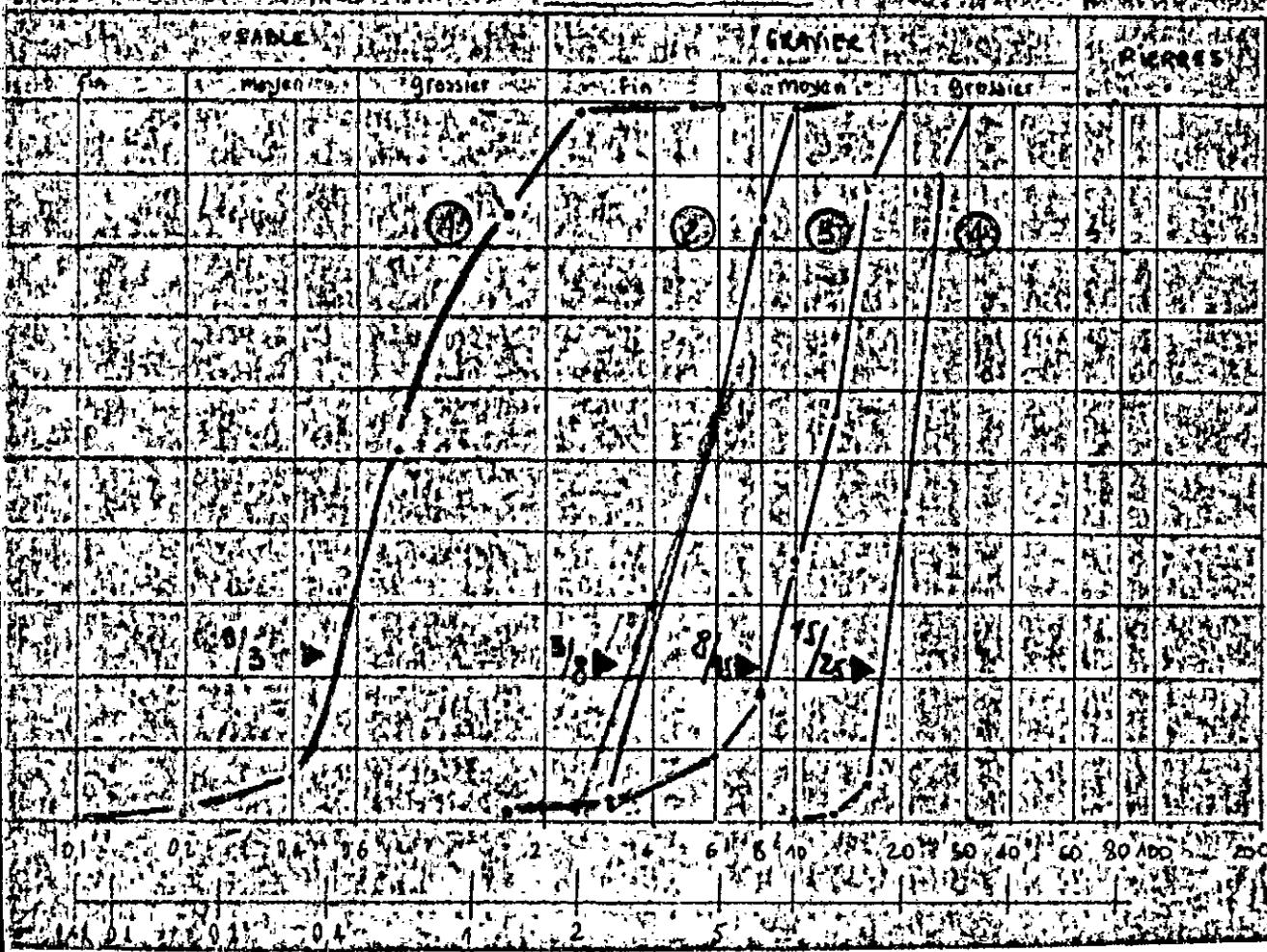
L'étude comprend notamment :

L'analyse granulométrique, teneur en eau naturelle des agrégats.

Poids spécifiques des grains : densités apparentes, teneur en éléments minéraux inertes (  $\hookrightarrow$  à 0,08 m/m). L'équivalent de sable, module de finesse, dureté LOS ANGELES, essai d'absorption.

- Recherche théorique de la composition :
  - Courbes de référence et composition théorique.
  - Mélange de pratique.
- Cachées d'essai :
  - Confection des éprouvettes cylindriques.
  - Densité apparente du béton frais.
  - Teneur en eau du béton frais.
  - Consistance (essai du cône d'ABRAMS).
  - Analyse granulométrique sans ciment.
  - Abrasement des éprouvettes à 3 et 7 jours à la compression.
- Essais d'étude :

### GRANULOMETRIE



Graphe B-1

• Teneur en eau des agrégats :

- La teneur en eau des agrégats est variable. Le tableau ci-après donne les valeurs moyennes et les fourchettes de variation, qui permettront de corriger les poids partiels de chaque composant de la gachée.

<u>Classes</u>	<u>Teneur en eau naturelle (%)</u>	
	<u>Moyenne</u>	<u>variation</u>
0/3	8	6 - 10
3/8	4	2 - 6
8/15	2,5	1 - 4
15/25	1,5	0,5 - 2,5

Il est recommandé de mesurer la teneur en eau des agrégats tous les jours ou au début de chaque bétonnage.

Provenance nature	Numéro courbes	Densité APP kg/dm <sup>3</sup>	Poids spécif. Kg/dm <sup>3</sup>	Dureté los-Angeles %	E.S. %
Sable de mer CAP DJINET 0/3	1	1,61	2,69	/	97,8
Gravier concassé 3/8	2	1,30	2,71	/	
8/15	3	1,38	2,69	Granulométrie adoptée "B"	
15/25	4	1,40	2,68		29,23 %
Ciment CPA 225 en vrac	/	/	Poids spécifique adopté 3,1	/	/

- Module de finesse sable 0/3 CAP DJINET = 2,586.

Compris dans la phase de bon sable à béton qui doit avoir un module,

de finesse de 2-2 à 2,8 ce qui permet d'obtenir une bonne ouvrabilité et une bonne résistance avec des risques de ségrégation limites.

• Détermination des impuretés, des éléments minéraux inertes :

-	Sable de mer CAP DJINET	_____	1,8 %
-	Gravier concassé KEDDARA	3/8 _____	7,3 %
		8/15 _____	2,4 %
		15/25 _____	2,5 %

Les pourcentages tolérés sont de :

2 % pour les sables

1,5 % pour les graviers concassés.

Au vu des résultats obtenus, le lavage des différentes fractions d'agrégats (3/8, 8/15, 15/25) s'avère indispensable.

• Essais d'absorption :

A 24 Heures

Gravier	3/8 _____	1 %
	8/15 _____	0,7 %
	15/25 _____	1,4 %

Granulats à faible absorption.



• Béton N° A : dosé à 400 KG de ciment /M<sup>3</sup> de béton.

Composants	%	Poids /M <sup>3</sup> (KG)	Poids spécif. (KG/DM <sup>3</sup> )	Volume (L.)
Gravier concassé Carrière KEDDARA				
15/25	25	453	2,68	169
8/15	33	600	2,69	223
3/8	13	238	2,71	88
Sable de mer CAP DJINET				
0/3	29	527	2,69	196
Ciment CPA/325	/	400	3,1	129
Eau (E/C=0,48)	/	192	1,0	192
Air occlus	/	/	/	3

a

TOTAL                      100%                      2410KG/M<sup>3</sup>                      1000 L.

Densité théorique = 2,41 T/M<sup>3</sup>

• Béton N° B : dosé à 300 KG de ciment/M<sup>3</sup> de béton.

Gravier concassé Carrière KEDDARA				
15/25	25	506	2,68	189
8/15	33	670	2,69	249
3/8	13	266	2,71	98
Sable de mer CAP DJINET				
0/3	29	589	2,69	219
Ciment C.P.A. 325	/	300	3,1	97
Eau (E/C=0,08)	/	144	1,0	144
Air occlus	/	/	/	4

b

TOTAL                      100%                      2475KG/M<sup>3</sup>                      1000L.

Densité théorique : 2,475 T/M<sup>3</sup>

T B2

• Béton N° C : dosé à 250 kg de ciment /m<sup>3</sup> de béton.

Composants	%	Poids/m <sup>3</sup> (kg)	Poids spécif. (kg/dm <sup>3</sup> )	Volume (l.)
Gravier concassé Carrière KEDDARA				
15/25	25	555	2,68	208
8/15	33	736	2,69	273
3/8	13	292	2,71	108
Sable de mer CAP DJINET 0/3	29	647	2,69	240
Ciment C.P.A.325	/	250	3,1	65
Eau(E/c=0,51)	/	102	1,0	102
Air occlus	/	/	/	4

Total :                    100%            2582kg/m<sup>3</sup>                    1000 l

Densité théorique = 2,53 t/m<sup>3</sup>

• Contrôle sur béton frais :

	<u>Béton N° 1</u>	<u>N° 2</u>	<u>N° 3</u>
- Densité apparente	2,49t/m <sup>3</sup>	2,48t/m <sup>3</sup>	2,40t/m <sup>3</sup>

- Affaissement au cône d'ABRAMS

1cm	1,5cm	4cm
-----	-------	-----

- Confection d'éprouvettes cylindriques pour contrôle de résistance à la compression.

- Trois gachées d'essai de 45l ont été préparée au laboratoire, pour servir notamment à la confection de 18 éprouvettes cylindriques de 16 X 32. La teneur en eau a été définie expérimentalement.

• Essais de rupture sur éprouvettes de béton :

Béton A

AGE = 3 jours

N° éprouvettes	Densité appa- rente (kg/dm <sup>3</sup> )	Section (cm <sup>3</sup> )	Compression sur éprouvettes cylindriques 16 X 32	
			Chaise (kg)	Résist. rupture kg/cm <sup>2</sup> )
I	2,48 <sup>6</sup>	201,06	49,500	246,2
II	2,49 <sup>5</sup>	201,06	54,500	271
III	2,48	201,06	49,500	246,2
Moyenne	2,48 <sup>7</sup>	201,06		254,5

AGE = 7 jours

IV	2,48 <sup>7</sup>	201,06	88,000	437,7
V	2,47 <sup>9</sup>	201,06	85,700	426,2
VI	2,49 <sup>5</sup>	201,06	83,000	412,8
Moyenne	2,487	201,06		425,6

Béton B

AGE = 3 jours

A	2,49 <sup>4</sup>	201,06	46,000	228,8
B	2,45 <sup>5</sup>	201,06	48,000	238,7
C	2,47	201,06	46,500	231,3
Moyenne	2,47 <sup>3</sup>	201,06		232,9

AGE = 7 jours

D	2,49 <sup>5</sup>	201,06	80,500	400,4
E	2,47 <sup>1</sup>	201,06	79,000	392,9
F	2,48 <sup>7</sup>	201,06	78,500	390,4
Moyenne	2,48 <sup>4</sup>	201,06		394,6

• Béton N° C

AGE : 3 jours

N° épreuves	Densité appa- rente (kg/dm <sup>3</sup> )	Section (cm <sup>2</sup> )	Compression sur éprouvettes cylindriques 16 X 32	
			Charge (kg)	Résist. ruptu- re (kg/cm <sup>2</sup> )
1	2,48 <sup>6</sup>	201,06	32.000	159
2	2,47	201,06	33.500	166 <sup>6</sup>
3	2,47	201,06	32.000	159
Moyenne	2,47 <sup>5</sup>	201,06		161,5

AGE : 7 jours

4	2,48 <sup>7</sup>	201,06	51.500	256
5	2,47 <sup>9</sup>	201,06	56.500	281
6	2,45 <sup>6</sup>	201,06	55.500	276
Moyenne	2,47 <sup>4</sup>	201,06		271

• Observations :

- La teneur en eau obtenue pour les différents bétons les classe dans la catégorie terre humide et pourraient être plastifiés en relevant la teneur en eau totale de :

118 l/m<sup>3</sup> ——— E/C = 0,59 pour le béton N° C

161 l/m<sup>3</sup> ——— E/C = 0,53<sup>5</sup> pour béton N° B

- L'excès de résistance obtenu permettra au chantier de jouer sur la teneur en eau afin d'obtenir un béton plus maléable.

II. - Résultats d'essais de rupture en compression sur éprouvettes de béton

- Les éprouvettes sont cylindriques (16 X 32).
- Les échantillons ont été prélevés lors du coulage des poutres et écrasés trois mois après.

II. 1. Béton A

Résistances		Rai
238,70	422,2	399,0
422,10	404,8	379,0
393,4	328,7	469,0
288,5	379,0	445,2
298,4	388,5	349,7
435,6	398,4	328,3
409,0	408,9	335,9
358,6	446,2	351,1
437,4	441,3	474,8
370,0	485,2	493,4
447,3	545,9	485,2
388,5	365,5	438,5
438,9	439,2	

a

T B3 a

- n = 38

Résistance moyenne :  $\bar{R}_a = 400,65 \text{ kg/cm}^2$

Ecart type  $\sigma_x = 60,94$

Variance  $\sigma_x^2 = 3615,48$

II. 2. Béton B

Résistances		R <sub>bi</sub>
209	290,5	379
358,6	238,5	306,1
308,4	279,0	288,5
298,0	349,7	288,5
297,9	241,0	319,2
320	270	278,5
288,5	288,5	335,0
328,8	312,1	315,5
305,2	340,0	293,4
264,0	266,1	246,2
328,3	337,2	340
319,3	305,2	298,4
285,7	273,2	

b

T B3 b

$$- n = 38$$

$$- \text{Résistance moyenne} : \bar{R}_b = 298,68 \text{ kg/cm}^2$$

$$- \text{Ecart type} : \sigma_x = 34,92 \text{ kg/cm}^2$$

$$- \text{Variance} : \sigma_x^2 = 1186,29$$

II. 3. - Béton C

Résistances		Rei
99,5	155	107
151	127	160,7
126,8	158	121,9
162,3	133,5	164,2
125,2	165	135,9
161,5	138,0	172,1
141,3	174,9	145,2
176,5	147,9	168,4
147,5	171,6	148,3
179,2	149,2	184,7
150	186,6	157,3
200,8	157,5	

T B3 b

- n = 38

- Résistance moyenne  $\bar{R}_a = 152,61 \text{ kg/cm}^2$

- Ecart type  $\sigma_x = 22,06 \text{ KG/CM}^2$

- Variance  $\sigma_x^2 = 472,93$

III - BARRES A HAUTE ADHERANCE POUR BETON ARME

TABLEAU DES RESULTATS

Numéro éprouvettes	Diamètre nominal en mm	Section nominale en mm <sup>2</sup>	Masse métrique en Kg/m	Limite apparente d'élasticité en kgf/mm <sup>2</sup>	Résistance à la traction en Kgf/mm <sup>2</sup>	% d'allongement à la rupture
1	12	113,1	0,953	56	66	22,5
2	"	1	0,950	56	65	22,8
3	"	"	0,953	55	64	22
4	"	"	0,970	57	65	22,8
5	"	"	0,949	57	66	22,5

T B4

ANNEXE - C -

- Etalonnage de la presse -

Dans le but de connaître avec précision la charge réelle appliquée à notre système nous avons procédé à l'étalonnage de la presse.

I - Appareils utilisés :

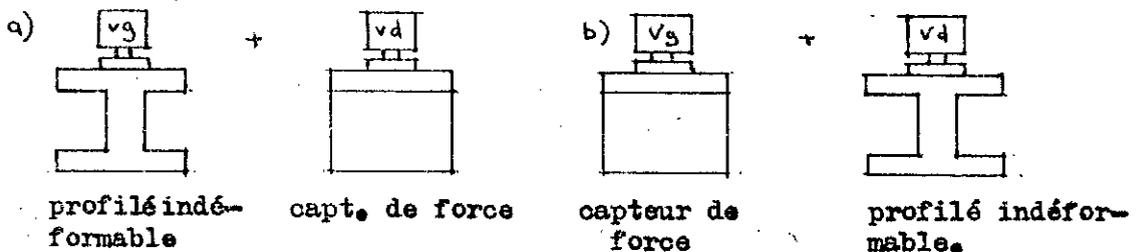
Nous avons utilisé un capteur de force relié à un millivoltmètre.

II - Opérations réalisées

1 - Nous avons le capteur de force de façon à avoir une relation entre les millivolts et la charge appliquée, comme  $e/y$  (mr) =  $f(e)$  Eq. B1 - courbe B1.

2 - Nous avons purgé les deux vérins qui devaient servir lors de nos essais.

3 - Nous avons réalisé un schéma de chargement équivalent à celui de nos essais et nous avons alors étalonner chacun des deux vérins selon les schémas ci-dessous.



4 - Nous avons ensuite tracé des courbes reliant les divisions de la presse aux millivolts affichées :

$$y \text{ (mv)} = (\text{division du manomètre}) \text{ Eq. C2}$$

courbe C2

5 - Nous avons déduit la relation recherchée (passage direct des divisions de la presse à la charge réelle appliquée) par substitution des équations B1 et B2 -- Equation B3.

III - Tableaux de mesures

a - Capteur de force :

q (KN)	mv *	q (KN)	mv *
100	1,80	180	3,25
110	1,95	190	3,40
120	2,15	200	3,60
130	2,30	220	3,90
140	2,40	240	4,30
150	2,60	260	4,75
160	2,85	280	5,00
170	3,00	300	5,37

T Cl a

IV - Equations obtenues

- A partir des courbes B1 et B2 relatives aux tableaux T B1 et T B2, nous avons déduit les équations suivantes :

$y (mv) = 0,0179 q (KN)$  Eq. B1

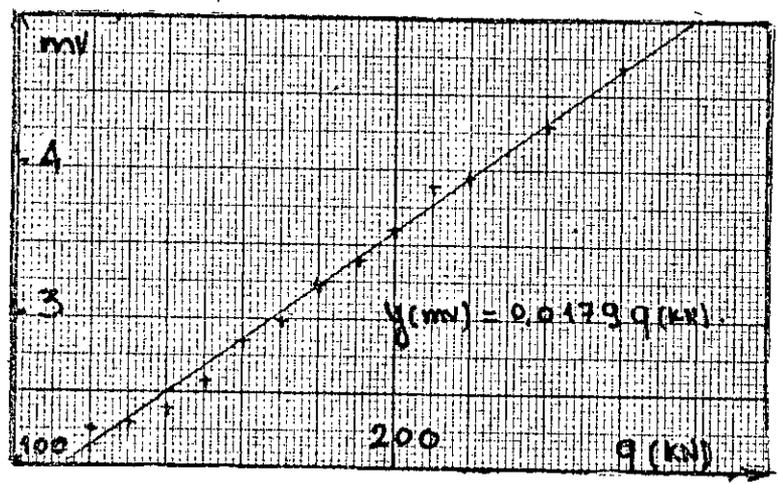
$y (mv) = 0,0135 D$  Eq. B2 relative à la courbe moyenne des vérins.

- A partir des équations B1 et B2, nous obtenons l'équation moyenne par vérin reliant les divisions D à la charge réelle.

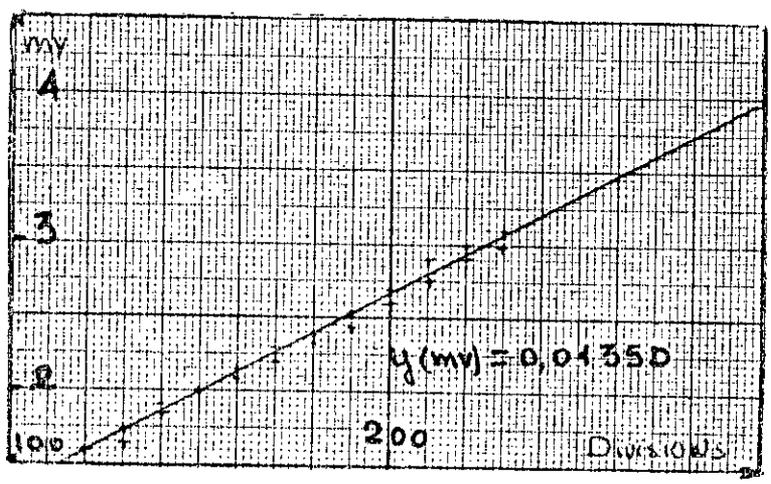
$q (KN) = 0,75 D$  . Eq. B3,

soit pour les deux vérins fonctionnant en même temps, la charge globale Q correspondant aux divisions de la presse est :

$Q = 1,50 D$  . Eq. B4.



G RAPHE C-I



GRAPHE C-I

	Division de la poutre	Q (KN)	m <sub>c</sub>	a <sub>4</sub> (mm)	a <sub>4</sub> (mm)	φ <sub>0</sub> <sup>10°</sup> Rd	φ <sub>0</sub> <sup>10°</sup> Rd	R <sub>a</sub> KN
POUTRE AI 1	20	35	0,142	0,32	0,50	6,40	4,60	25,60
	40	66	0,260	0,70	0,60	3,80	5,50	44,89
	60	96	0,378	0,47	0,70	14,30	20,15	64,38
	80	126	0,497	1,24	1,30	30,12	38,20	83,75
	100	156	0,615	1,50	2,10	50,00	62,00	103,85
	120	186	0,734	2,44	2,50	74,85	82,70	122,00
	140	216	0,852	3,64	3,50	120,20	130,18	141,80
	160	246	0,970	5,50	6,00			161,04
	165	253,5	1					165
POUTRE AI 2	20	36	0,120			6,30	4,50	
	30	51	0,171	0,240		8,80	12,70	34,90
	40	66	0,221	0,38	0,70	10,10	13,35	44,89
	50	81	0,271	0,49	0,50	14,00	21,95	55,00
	60	96	0,322	0,85	0,40	22,60	29,90	64,10
	85	133,5	0,450	1,50	0,50	40,20	30,00	87,78
	110	171	0,574	1,90	1,00	58,45	46,80	112,5
	125	193,5	0,649	2,38	1,50	70,30	60,13	126,72
	135	208,5	0,700	3,25	2,00	78,80	80,20	135,90
	145	223,5	0,750	3,00	2,200	110	100	145,39
	155	238,5	0,800	3,50	2,50	142,10	135	155
	165	253,5	0,850	4,80	3,00	160	170	164,77
	175	268,5	0,900	6,60	6,30			174,80
	193	295,5	0,991					
POUTRE BI 1	20	36	0,137	0,50	0,80	10,00	10,00	
	30	51	0,194	0,60	0,60	14,20	20,30	
	40	66	0,250	0,52	0,30	21,40	24,90	44,20
	50	81	0,308	0,88	1,20	23,12	28,50	54,27
	60	96	0,365	1,18	0,50	26,00	39,40	63,00
	85	133,5	0,508	1,58	1,20	50,18	45,30	87,24
	110	171	0,651	2,40	2,20	70,25	80,15	112,17
	115	178,5	0,680	2,45	3,00	74,95	89,90	117,09
	125	193,5	0,737	2,90	3,40	80,60	94,58	126,93
	135	208,5	0,794	3,00	3,00	92,00	100,00	70,85
	145	223,5	0,851	3,53	3,50	130,0	159,00	146
	160	246	0,937	6,38	6,50			160,37
	175	268,5						
POUTRE BI 2	20	36	0,145	0,50	0,30	8,00	20,00	
	30	51	0,206	0,35	0,40	14,30	22,66	34,05
	45	73,5	0,297	0,70	0,65	23,12	26,54	48,21
	50	81	0,328	0,50	0,70	25,22	22,14	53,93
	60	96	0,388	0,80	1,20	26,38	23,70	63,00
	80	126	0,510	0,80	1,60	50,80	42,10	82,65
	100	156	0,631	1,70	2,45	70,00	64,23	101,95
	120	186	0,753	2,10	2,80	90,20	100,00	121,30
	145	223,5	0,905	4,00	5,00	130,15	145,00	146,00
	160	246	0,995					155,00

POUTRE CI 1	30	51	0,201	1,00	0,60			
	40	66	0,260	1,20	1,21	30,00	20,00	45,00
	50	81	0,319	1,20	0,80	30,20	25,61	50,4
	60	96	0,378	1,66	1,60	39,85	40,18	60,32
	70	111	0,437	1,95	1,72	51,75	40,23	70,37
	80	126	0,497	2,10	1,90	56,00	60,15	82,65
	90	141	0,556	2,35	2,00	60,17	70,30	93,00
	100	156	0,615	2,75	2,40	80,00	74,53	103,33
	110	171	0,674	3,15	2,80	90,70	85,15	110,17
	120	186	0,734	3,20	3,00	104,30	100,95	120,10
	140	216	0,852	4,50	4,00	166,00	170,00	182,00
	160	246	0,970	7,00	7,500			160,37
170	261							
POUTRE CI 2	20	36	0,159					
	40	66	0,291	1,50	1,20	24,00	28,00	45,00
	50	81	0,357	1,70	1,40	30,66	38,57	52,00
	60	96	0,423	1,40	1,60	50,19	48,23	63,65
	80	126	0,556	2,00	2,50	79,13	60,34	81,90
	90	141	0,622	2,60	2,80	99,88	70,40	90,65
	110	171	0,754	2,80	3,00	108,95	107,75	112,02
	125	193,5	0,854	3,80	2,40	156,00	159,20	123,50
	135	208,5	0,918	5,50	5,00	190,00	180,00	135,00
POUTRE AII 1	20	36	0,124	0,45				
	40	66	0,226	0,58		10,00	18,00	43,00
	50	81	0,278	0,60	0,84	20,30	24,19	53,20
	60	96	0,329	0,80	1,00	30,41	36,35	62,40
	70	111	0,381	1,00	1,20	34,68	39,73	70,00
	90	141	0,484	1,80	1,60	43,88	48,12	88,83
	110	171	0,587	2,40	2,20	161,74	74,50	107,38
	130	201	0,690	3,50	3,00	75,32	81,06	126,52
	145	223,5	0,768	4,00	3,500	84,09	85,00	136,33
	160	246	0,845	5,00	4,80	105,00	112,49	150,06
	170	261	0,897	6,200	6,00	132.	140.	158,60
POUTRE AII 2	20	36	0,107					
	35	58,5	0,170					
	45	73,5	0,218	0,70	0,50	14,00	17,00	48,51
	55	88,5	0,263	1,50	0,575	16,30	18,70	53,985
	65	103,5	0,308	0,60	0,44	20,17	22,33	67,17
	75	118,5	0,352	0,80	0,60	28,50	30,41	76,90
	90	141	0,419	1,30	1,00	33,88	39,67	87,42
	110	171	0,508	2,06	1,70	44,29	50,50	106,02
	130	201	0,598	1,80	1,30	60,20	65,40	124,00
	140	216	0,643	2,65	2,00	72,85	78,22	133,30

POUTRE AII2	150	231	0,687	2,83	2,62	82,77	85,35	110,59
	160	246	0,732	3,20	3,00	96,10	100,90	149,07
	170	261	0,776	4,00	3,80	100,30	105,40	158,70
	180	276	0,821	4,57	4,10	110,56	120,29	168,25
	190	291	0,866	6,25	5,80	120	125	175,30
POUTRE BII 1	20	36	0,120					
	30	51	0,171	0,30				33,66
	40	66	0,221	0,40	0,60	10,42	16,58	43,56
	60	96	0,322	0,62	0,87	14,38	18,62	62,80
	75	118,5	0,397	1,00	1,12	38,21	42,97	77,05
	90	141	0,473	1,50	1,30	50,73	42,61	91,00
	100	156	0,523	1,90	1,60	52,25	58,86	98,00
	120	186	0,624	2,30	1,90	62,56	72,50	116,80
	130	201	0,674	3,00	2,60	70,60	82,25	126,22
	140	216	0,725	2,90	3,20	80,47	92,30	135,00
	160	246	0,825	4,50	4,00	95,72	98,20	149,07
	170	261	0,875	5,90	5,70	120,50	125,30	158,90
	180	276	0,926	6,60	6,50	130	140	167,25
190	291	0,976	8,00	7,80			175,74	
POUTRE CII 2	30	51	0,154					
	50	81	0,308	0,50	0,60	16,50	19,90	53,00
	60	96	0,365	0,70	0,80	28,86	33,75	62,50
	70	111	0,423	1,25	1,30	28,86	32,07	68,50
	90	141	0,537	1,70	1,80	46,25	40,50	85,00
	100	156	0,594	2,05	2,35	60,35	50,59	96,72
	120	186	0,708	2,70	2,90	70,86	64,16	115,32
	140	216	0,822	3,25	3,38	90,20	80,23	130,50
	160	246	0,937	4,50	4,60	120	130	152,52
POUTRE CII 1	20	36	0,127	0,50	0,40			
	30	51	0,180	0,70	1,20			
	40	66	0,232	0,90	1,35	24,50	30,15	33,15
	50	81	0,285	1,10	1,80	38,48	42,60	52,65
	60	96	0,338	1,30	1,60	32,86	40,35	60,43
	80	126	0,444	1,70	2,10	72,80	80,16	79,38
	100	156	0,550	2,20	2,60	78,20	84,52	97,96
	120	186	0,656	2,20	3,00	110,25	108,32	116,74
	140	216	0,762	3,00	3,60	130,72	134,00	130,89
	160	246	0,867	4,00	4,40	160,20	170,00	148,00
	170	261	0,920	5,20	5,60			158,20

## RESULTATS DE MESURES - par série -

- Capacité portante
- Flèche à mi-travée
- Angle de rotation de l'appui de rive
- Réaction d'appui central

		$m_c$	$Q$ (kN)	$a$ (mm)	$\varphi_{\frac{10^6}{20}}$	$R_0$ (kN)
SERIE AI	Q exp. moyenne: 275 kN	0.20	55,00	0,40	12	46,75
		0.30	82,50	0,60	20	55,00
		0.45	123,75	1,00	34	82,50
		0.60	165,00	1,60	56	110,00
		0.70	192,50	2,20	74	126,50
		0.80	220	2,90	110	143,00
SERIE BI	Q exp. moyenne: 255 kN	0.20	51,00	0,40	20	43,35
		0.30	76,50	0,70	26	51,00
		0.45	114,75	1,20	40	76,50
		0.60	153,00	2,00	66	99,45
		0.70	178,00	2,60	84	117,30
		0.80	204,00	3,30	110	132,60
SERIE CI	Q exp. moyenne: 240 kN	0.20	48,00	0,70	22	40,80
		0.30	72,00	1,00	34	48,00
		0.45	108,00	1,70	58	108,00
		0.60	144,00	2,60	74	93,60
		0.70	168,00	3,20	104	110,40
		0.80	192,00	4,00	140	124,80

SERIES ELASTO-CONFORMES

RESULTATS DE MESURES

- Capacité portante
- Flèche à mi-travée
- Angle de rotation de l'appui de rive
- Réaction d'appui central

		$m_c$	$Q$ (kN)	$a$ (mm)	$\varphi_0 \cdot 10^6$ p.d.	$R_B$ kN
- SERIE A II	Q <sub>Exp</sub> moyenne : 313 kN	0.20	62,60	0,50	14	37,56
		0.30	93,90	0,70	24	59,47
		0.45	140,85	1,20	42	84,51
		0.60	187,80	1,80	64	115,84
		0.70	219,10	2,70	80	134,59
		0.80	250,40	3,60	104	153,34
+ SERIE B II	Q <sub>Exp</sub> moyenne : 283 kN	0.20	56,60	0,50	12	33,96
		0.30	84,90	0,70	22	53,77
		0.45	127,35	1,40	56	76,41
		0.60	169,80	2,10	74	104,71
		0.70	198,10	2,70	82	121,69
		0.80	226,40	3,80	104	135,84
- SERIE C II	Q <sub>Exp</sub> moyenne : 265 kN	0.20	53,00	0,50	22	31,80
		0.30	79,50	1,40	34	50,35
		0.45	119,25	1,80	68	71,55
		0.60	159,00	2,40	84	98,05
		0.70	185,50	3,10	102	113,95
		0.80	212,00	4,00	130	127,20

.. Séries élasto non conformes

RESULTATS DE CALCUL

- Angles de rotation de l'appui de rive
- Flèches à mi-travée

	m <sub>c</sub>	Q (KN)	Rotation KUCZYNSKI $\varphi_0 \cdot 10^6$ rad	Flèches calculées :		
				C.E.B. a (mm)	BRANSON a (mm)	KUCZYNSKI a (mm)
SERIE AI	0.30	82,50	20.000	0,513	0,722	0,640
	0.45	123,75	31.950	1,044	1,410	1,036
	0.60	165,00	49,235	1,572	2,032	1,612
SERIE BI	0.30	76,50	20,944	0,575	0,804	0,672
	0.45	114,75	34,620	1,106	1,487	1,122
	0.60	153,00	51,399	1,638	2,107	1,638
SERIE CI	0.30	72,00	25,377	0,822	1,186	0,809
	0.45	108,00	33,877	1,411	1,903	1,247
	0.60	144,00	67,492	2,000	2,646	2,244

SERIES ELASTO-CONFORMES

RESULTATS DE CALCUL

- Angles de rotation de l'appui de rive  $\varphi_0$  (Rd)
- Flèches à mi-travée  $a$  (mm)

	$m_c$	$Q$ (kN)	KUCZYNSKI $\varphi_0 \cdot 10^6$ Rd	C. E. B $a$ (mm)	BRANSON $a$ (mm)	KUCZYNSKI $a$ (mm)
- SERIE A II	0,30	93,90	22,113	0,654	0,915	0,772
	0,45	140,85	35,814	1,275	1,664	1,160
	0,60	187,80	56,793	1,858	2,340	1,918
- SERIE B II	0,30	84,00	23,544	0,675	0,913	0,764
	0,45	124,00	38,083	1,257	1,671	1,246
	0,60	168,00	60,039	1,839	2,333	2,056
- SERIE C II	0,30	79,50	27,995	0,831	1,317	0,904
	0,45	119,25	46,950	1,395	2,110	1,542
	0,60	159,00	70,616	1,956	2,86	2,400

= Séries élasto- non conformes

Références bibliographiques

Abréviations :

- A.C.I. : Américan concrete institue  
 A.I.P.C. : Association internationale des ponts et char-  
 pentes.  
 B.A.E.L. : Béton armé aux états limites  
 C.E.B. : Comité euro-international du béton  
 I.T.B.T.P. : Institut technique du bâtiment et des travaux  
 publics.

Références :

- (1) : BAKER A. L.L. and AMARAKONE  
 "Inelastic hyperstatical frames - analysis and application  
 of the C.E.B. international - tests " symposium on the  
 flexural méchanics of reinforced concrete Miami Florida  
 U.S.A. 1964 - préprints N° 9.
- (2) BERWANGER, MARSHAL :  
 "Discussion of comparaisn of mesured and calculed stiffness  
 of beams reinforced in tension only" A.C.I. 1960.
- (3) BRANSON D.E.  
 "Déformation of concrete structure"  
 Edition Mc CRNWHILL International book compagny, 1977.
- 4 - C.E.B.  
 " Manuel de calcul et limitation des flèches"  
 Bulletin d'information n° 81, mars 1972.
- 5 - C.E.B.  
 "Fissuration et déformation"  
 Bulletin d'information N° 158 F, Octobre 1983.

- 120
- 6 - CHAVES P.I., SILVA A., HOLCK Ch., CARNEIRO  
" Redistribution des moments fléchissants dans les structures hyperstatiques en béton armé".  
Rilem, 61, 1978.
- 7 - COHN et PECTU  
"On the influence steel percentage on the plastic adaptibility of Redmedent reinforced concrete beams" Bulletin de l'Académie Polonaise des sciences - série des sciences techniques - vol VIII  
N° 11 - 12 - 1960.
- 8 - DEBERNARDI P.G.  
Analyse systématique de la courbure instantanée et à long terme des pièces en béton armé.  
Annales ITBTP, N° 119, Novembre 1983.
- 9 - FAVRE R., KOPRNA M., RADOJIVIC A.  
Effets différés fissuration et déformation des structures en béton.  
Edition Georgi, SUISSE, 1980.
- 10 - FUENTES A.  
Béton armé après fissuration.  
Ed. Eyrolles, 1980.
- 11 - GRELAT A.  
Comportement non linéaire et stabilité des structures en béton armé.  
Annales ITBTP N° 366, 1978.

- 12 - INSTITUT BELGE DE NORMALISATION NB B 15.103  
Béton, béton armé, béton précontraint,  
Bruxelles, IBN, 1977.
- 13 - KUCZYNSKI W.  
Wartosci paramentrow doswiadczalnych v plastycznienia I  
Zarysowania Zelbety.  
Arch. INZ LADO tome XV 1-2/1969.
- 14 - KUCZYNSKI W.  
Nouvelle théorie des variations des rigidités des poutres en  
béton armé.  
Annales ITBTP, N° 206, Février 1965.
- 15 - KUCZYNSKI W.  
Konstrukcje betonowe kontynalna  
teoria zginania zelbetu  
PWN, WARSZAWA 1971.
- 16 - KUCZYNSKI W., GOSZCZYNSKI S.  
Behaviour of hyperstatic reinforced concrete beams subject  
to increasing load.  
Arch. INZ Lado vol. XXVI 1/1980.
- 17 - KUCZYNSKI W.,  
Nieliniowa statyka zelbetowych belek ciaglych w swietle  
zweryfigowanego  
Przykladu INZ BUD 3/1981.
- 18 - KUCZYNSKI W., TRACZYK S.  
Badania ciaglych belek zelbetowych oprzekroju teowym  
pod oboiazieniem narastajacym  
Arch. FNZ LADO vol. XXVII 4/1981.

- 19 - KAZYNCZY G :  
" Recherche sur les poutres encastrées dans les murs".  
2/1914.
- 20 - LACROIX R, FUENTES A, THONIER H. :  
" Traité de béton armé "  
Edition EYROLLES 1982.
- 21 - FERRY BORGES J., ARIENTES, OLIVERA :  
" Non linéar analysis of reinforced concrete structures"  
Mémoires AIPC Vol. 23/1963.
- 22 - LEVI F :  
" Phénomènes d'adaptation et calcul à la rupture dans  
les constructions hyperstatiques en béton armé".  
Revue C. TIJDSCHRIFT 8/1961.
- 23 - MACCHI :  
Proposition de calcul basée sur la théorie des rotations  
imposées".  
Bulletin du C.E.B. N° 21 "Commission hyperstatique".
- 24 - MALDAGUE J.C. :  
Détermination expérimentale des lois moments courbures  
des poutres en béton armé.  
Annales ITBTP N° 209, Mai 1965.
- 25 - MALDAGUE J.C. :  
Contribution à l'étude des déformations instantanées des  
poutres en béton armé.  
Annales ITBTP, N° 213, 1965.

- 26 - MASSONET CH., SAVEN :  
Calcul plastique des constructions, ossatures planes  
Bruxelles, 1961.
- 27 - MONNIER TH. :  
The behaviour of continuous beams in reinforced concrete  
Heron, vol. 17/1, Delft 1970.
- 28 - MONNIER TH. :  
The moment curvature relation of reinforced concrete.  
Heron, vol. 17/2, Delft 1970.
- 29 - SAWYER M.A., STEPHENS And ALLING :  
"The behaviour of under - reinforced concrete Beams under  
long - term loads".  
Bulletin university of connecticut  
Ingenieering expériment station N° 12 sep. 1956.
- 30 - TICHYM, RAKOSNIK R. :  
" Calcul plastique des ossatures en béton armé"  
Edition EYROLLES 1975.
- 31 - TOLOCCIAS :  
"Contribution expérimentale au calcul plastique des  
poutres hyperstatiques en béton armé  
Mémoire AIPC vol. 22/1962.
- 32 - RYZYNSKI A :  
Recherche sur modèle de rotules plastiques et de l'équi-  
libre plastique des moments fléchissants.  
Dissertation de doctorat  
19963 - POZMAN.