

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

7/98

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



D.E.R de Génie Electrique & Informatique  
Département d'Electronique

*Projet de fin d'études  
Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat*

**S U J E T**

**ETUDE D'UN SYSTEME DE  
COMPRESSION D'IMAGE FIXE  
PAR TRANSFORMATION EN  
ONDELETTE DE HAAR**

Proposé par :

*M. L. SAADAOU*

Présenté par :

*AMIRA ABBES  
NIBOUCHE OMAR*

Promotion : 1997 - 1998

E.N.P. 10, Avenue Hacén Badi, EL-HARRACH, ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

D.E.R de Génie Electrique & Informatique  
Département d'Electronique

*Projet de fin d'études  
Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat*

**S U J E T**

**ETUDE D'UN SYSTEME DE  
COMPRESSION D'IMAGE FIXE  
PAR TRANSFORMATION EN  
ONDELETTE DE HAAR**

Proposé par :

*M. L. SAADAoui*

Présenté par :

*AMIRA ABBES  
NIBOUCHE OMAR*

*Promotion : Septembre 1998*

E.N.P. 10, Avenue Hacén Badi, EL-HARRACH, ALGER



## دراسة نظام لضغط الصور الثابتة بتطبيق تحويل بموجات "آر"

لقد أصبح لضغط الصور اليوم أهمية كبيرة سواء كان هذا في ميدان تخزين أو إرسال المعلومات. إن الهدف من عملنا هذا هو دراسة نظام لضغط الصور الثابتة بتطبيق تحويل بموجات "آر" ، وقد ركزنا في دراستنا على تأثير مختلف النظريات الخاصة بهذا التحويل وكذلك مختلف أنواع التحديدات على نوعية الصورة المعاد تشكيلها مع إدخال مبدأ السلم من خلال دراسة التحليل المتعدد الدقة في ميدان ضغط الصورة .

**المصطلحات :** ضغط الصور ، موجات ، التحويل بالموجات ، آر ، التحديد ، السلم ، التحليل المتعدد الدقة .

### RESUME :

#### *Etude D'un Système De Compression D'image Fixe Par Transformation En Ondelette De HAAR*

La compression d'images est devenue aujourd'hui très utilisés que ce soit pour le cas d'archivage ou de transmission de données. Le but de notre travail est l'étude d'un système de compression d'image fixes par transformation en ondelette de HAAR, en basant sur l'influence des différentes approches de cette transformée et les différents types du seuillage sur l'image reconstruite et introduire ainsi la notion d'échelle par l'analyse multirésolution dans la compression des images.

#### **Mots clés :**

Compression, ondelette, transformation en ondelette, Haar, seuillage, échelle, analyse multirésolution.

### ABSTRACT :

#### *Analysis of fixed images compression system using Haar wavelet transformation*

Image compression is now essential for application such as transmission and storage in data bases. The aim of our work is the study of a compressing system of a fixed images using the Haar wavelets transformation based on the influence of different approaches of this transformation, the different types of thresholding on the reconstructed image and the scale notion by the multiresolution analysis in the domain of image compression.

#### **Keywords :**

Compression, wavelets, wavelets transformation, Haar, thresholding, scale, multiresolution analysis.

## Remerciements

⊗ Nos Remerciements les plus distingués à nos chers parents qui nous ont encouragé pour finir ce travail.

⊗ Nous adressons nos sincères remerciements et notre profonde gratitude à notre promoteur, M<sup>r</sup>. L. SAADAOUI, pour l'aide qu'il nous a apporté, ses excellents conseils, son attention, si aimable, et sa grande patience.

Tous nos remerciements :

⊗ A M<sup>r</sup>. M. NIBOUCHE Chargé de Cours au centre universitaire de Jijel pour l'aide qui nous a fourni pour la recherche bibliographique.

⊗ A Dr. D. BERKANI et M<sup>me</sup> L. HAMMAMI Chargés de Cours à l'E.N.P d'Alger.

⊗ A M<sup>r</sup>. C. BOUBAKIR, M<sup>r</sup>. B. ZEKRINI et M<sup>elle</sup>. FIALA..

⊗ A Tous nos enseignants qui ont contribué à notre formation .

⊗ A nos camarades et amis de la promotion.

Nous tenons à remercier tous ceux qui nous ont aidé à élaborer ce modeste travail.





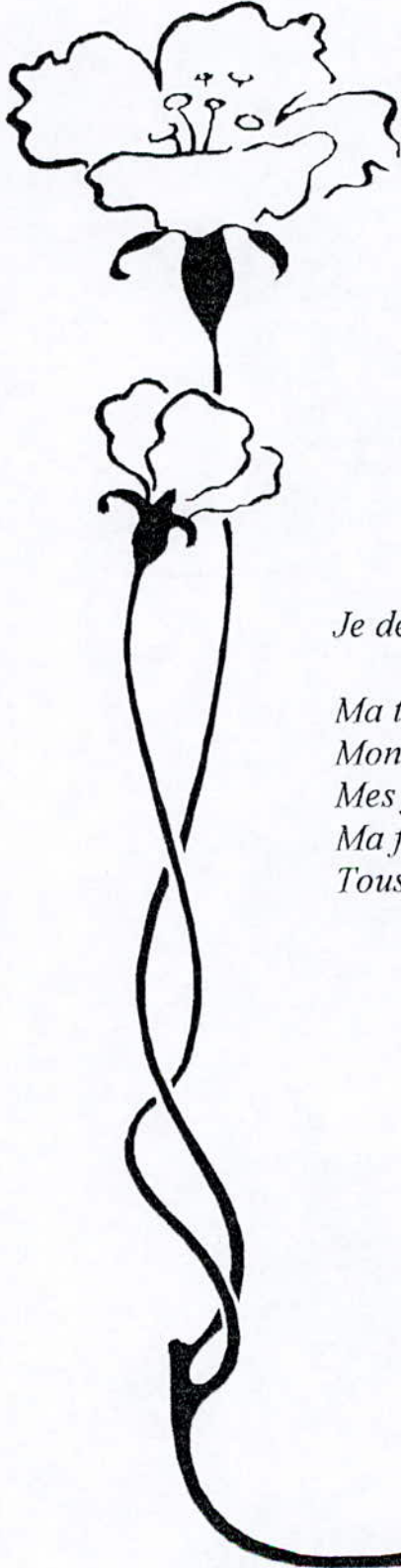


## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail à :*

*Ma très chère Mère ;  
Mon très chère Père ;  
Mes frères et mes sœurs ;  
Ma famille ;  
Tous mes amis et tous ceux que j'aime.*

*Omar*



## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail à :*

*Ma très chère Mère ;*

*Mon très chère Père ;*

*Mes frères ;*

*Ma famille ;*

*Tous mes amis et tous ceux que j'aime.*

*Abbes*



# SOMMAIRE



<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE I : Acquisition et prétraitement</b>	
I.1- Système d'acquisition et de traitement .....	3
I.2- Techniques de rehaussement d'images .....	5
I.2.1- Filtre moyenneur.....	5
I.2.2- Filtre médiane.....	5
I.2.3- Filtrage passe-haut.....	6
I.2.3.1- Le gradient.....	6
I.2.3.2- Laplacien.....	7
<b>CHAPITRE II : Généralités</b>	
II.1- La compression.....	12
II.1.1- Modèle d'un système de compression.....	12
II.1.2- Classification des méthodes de compression.....	12
II.1.3- Méthodes par transformée.....	13
II.1.4- Méthodes pyramidales.....	13
II.1.5- Méthodes par quantification vectorielle.....	13
II.1.6- Comparaison et choix d'une approche.....	14
II.1.7- Les transformations orthogonales.....	14
II.2- L'analyse multirésolution.....	16
II.3- Ondelettes et traitement de signal.....	18
II.4- Implémentation de l'algorithme.....	21
II.5- Ondelettes à deux dimensions.....	22
II.6- Algorithme de la décomposition /recomposition bidimensionnelle.....	25
<b>CHAPITRE III : La transformée en ondelette de HAAR</b>	
III.1- Ondelettes à une dimension.....	26
III.1.1- Transformation en ondelette de HAAR (1D).....	26
III.1.2- Les fonctions de la base d'ondelette de HAAR (1D).....	27
III.2- Ondelettes à deux dimensions.....	31
III.2.1- Transformation en ondelette de HAAR (2D).....	31
• La décomposition standard.....	31
• La décomposition non standard.....	31
III.2.2- Les fonctions de la base de HAAR (2D).....	32
<b>CHAPITRE IV : Implémentation et résultats</b>	
A. Implémentation.....	37
IV.1- Langage de programmation.....	37
IV.2- Architecture générale du logiciel.....	37
IV.3- Système de compression / décompression.....	39
IV.4- Le seuillage.....	39
IV.4.1- Les différents types du seuillage.....	40
• Le seuillage hard.....	40
• Le seuillage soft.....	40

• Le seuillage quantitatif.....	40
• Le seuillage universel.....	41
IV.5- Le codage.....	41
IV.5.1- Stratégie du codage.....	41
IV.5.2- Le codage par plage.....	42
IV.5.3- Les mesures de la compression.....	44
B. Tests et résultats.....	45
1. Effet du type de la décomposition.....	45
2. Effet de la taille des blocs.....	45
3. Effet du type de seuillage.....	45
4. Effet de la valeur du seuil.....	46
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	51
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	52



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# Table Des Illustrations

# Table des illustrations



## Liste des figures

Figure «I.1» : Organisation d'un fichier.....	4
Figure «I.2» : Organisation d'une IFD.....	4
Figure «I.3» : Filtre moyenneur.....	9
Figure «I.4» : Filtre médian.....	9
Figure «I.5» : Opérateur Laplacien.....	10
Figure «I.6» : Opérateur Roberts.....	10
Figure «I.7» : Opérateur Sobel.....	11
Figure «II.1» : Schéma fonctionnel de la compression/ décompression de données.....	12
Figure «II.2» : Schéma de décomposition en ondelettes.....	21
Figure «II.3» : Schéma de reconstruction.....	22
Figure «II.4» : Représentation d'une image par coefficients d'ondelette.....	24
Figure «II.5» : L'algorithme de décomposition d'une image.....	25
Figure «II.6» : L'algorithme de recombinaison.....	25
Figure «III.1» : Les fonctions de la base de $V_{2^2}$ .....	28
Figure «III.2» : Les ondelettes de HAAR pour $W_{2^1}$ .....	29
Figure «III.3» : Décomposition standard de l'image Lenna (256*256).....	34
Figure «III.4» : Décomposition non standard de l'image Lenna (256*256).....	35
Figure «III.5» : Décomposition standard en ondelettes de Haar par bloc de 8x8.....	36
Figure «III.6» : Décomposition standard en ondelettes de Haar de l'image entière.....	36
Figure «IV.1» : Processing pour la compression des images fixes.....	38
Figure «IV.2» : Schéma bloc du système de compression / décompression.....	39
Figure «IV.3» : Le balayage zig-zag.....	42
Figure «IV.4» : Effet de la décomposition standard ou non standard sur l'image reconstruite.....	47
Figure «IV.5» : Effet de la taille des blocs sur l'image reconstruite.....	48
Figure «IV.6» : Effet du type de seuillage sur l'image reconstruite.....	49
Figure «IV.7» : Effet de la valeur du seuil sur l'image reconstruite.....	50

## Liste des tables

Table «III.1» : Décomposition d'une image à quatre pixels.....	26
--	----



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# Introduction Générale

## INTRODUCTION GENERALE

A cause du rôle dominant du système visuel humain dans le rassemblement, le traitement, le stockage et la reconnaissance de nos données propres et à cause du succès des techniques numériques dans diverses modalités d'imagerie, les chercheurs se sont dirigés actuellement vers l'étude des signaux 2D et 3D, dont *l'image* est le sujet le plus abordé, vu le nombre important de ses applications dans plusieurs domaines (imagerie médicale, imagerie radar, vision artificielle, vision aérospatiale...).

Dans le domaine de l'imagerie médicale et la vision artificielle - dont l'un des buts est la reconnaissance de formes et la détection des contours - la *segmentation* d'image connaît actuellement un grand intérêt de recherche, car c'est l'étape décisive d'une bonne qualité de reconnaissance de formes. Pour cela des étapes de prétraitement - dont le *filtrage* est le plus important - sont nécessaires.

La représentation de l'image de façon numérique est nécessaire que se soit pour la *compression* d'information, l'analyse ou le codage d'image. Cependant le très grand nombre de données rend la transmission souvent trop longue et le stockage trop coûteux, par exemple une image de télévision de 720 pixels par ligne et de 576 lignes digitalisée à 24 bits par pixels nécessite environ 1.2 Moctets d'espace, il est donc nécessaire de compresser l'information contenue dans l'image. Les techniques de compression permettent d'atteindre des taux de compression de 10 à 50, sans altération visible de la qualité de l'image compressée. On peut citer parmi ces techniques les méthodes de compression sans pertes où l'image originale est exactement reconstruite à partir de la version compressée, et ceux avec pertes où l'image obtenue est seulement une approximation de l'image originale.

Notre travail, qui consiste en l'élaboration d'un logiciel de compression d'images fixes par transformée en ondelettes de HAAR et codage par seuil, se situe dans le deuxième type de méthodes de compression avec pertes. Pour cela, on a utilisé conjointement deux approches de compression d'image :

L'approche par transformée, qui se base sur la corrélation qui existe entre les pixels constituant l'image, et l'approche par quantification qui utilise des différents types de seuillage. L'analyse multirésolution par ondelettes fournit un cadre théorique et pratique pour intégrer la notion d'échelle pour l'étude et la compression des images.

Après cette brève introduction, ce présent mémoire est organisé comme suit :

- Le premier chapitre présente en générale le système d'acquisition et de traitement et les différents filtres d'images (élimination du bruit) utilisés dans l'étape de prétraitement (filtre : moyenneur, médiane et passe-haut).
- Le deuxième chapitre est consacré pour des concepts généraux de la compression des images et un exposé sur l'analyse multirésolution par ondelettes et la relation entre cette analyse et le traitement du signal en général et le traitement d'images en particulier.



- Au troisième chapitre, nous présentons la transformée en ondelettes de HAAR. Nous décrivons le processus de construction de la base d'ondelettes de HAAR. les deux approches standard et non standard de la décomposition par ce type d'ondelettes.
- Le quatrième chapitre est divisé en deux parties :
  - Partie d'implémentation où nous décrivons notre système de compression /décompression en présentant les différents types de seuillage et la méthode utilisée pour le codage des coefficients seuillés de l'image transformée.
  - Partie consacrée pour les résultats des tests appliqués sur des images diverses.



# CHAPITRE I

## Acquisition et prétraitement



## I.1- Système d'acquisition et de traitement :

Les tests appliqués aux différentes images sont exécutés sur un micro ordinateur (SIEMENS) doté :

- D'un micro processeur Intel 486 DX.
- D'une RAM de 8MO.
- D'une mémoire de 340MO de DD.

Les images que nous avons manipulés sont codées selon le format TIFF (Tagged Image File Format). Ce dernier est développé par la société Hewlett-Packard. Il est particulièrement répandu dans le monde de la publication assistée par ordinateur (PAO) et du traitement d'image. Les scanners génèrent aussi des fichiers images au format TIFF. Les avantages de ce format sont surtout sa flexibilité et l'image peut être en couleur, en échelle de gris, d'une taille aussi grande que possible. Ce type de fichier est constitué de :

### a) *L'entête du fichier :*

Cette partie est composée de huit octets, elle contient trois informations :

- Les deux premiers octets (0 et 1) contiennent le code ASCII du caractère (I) pour Intel ou du (M) pour Motorola.
- Les deux octets (2 et 3) contiennent le numéro de la version (42 pour une compatibilité éventuelle).
- Les derniers quatre octets (4,5,6 et 7) contiennent un pointeur vers la première IFD.

### b) *L'IFD (Image File Directory) :*

C'est le répertoire du fichier, il contient des informations sur l'image comme : les dimensions, les couleurs... Au début d'un IFD on trouve le nombre de tags ou de champs que contient cet IFD, écrit sur deux octets, juste après on trouve les Tags. Un Tag est composé de 12 octets quand peut les diviser en 4 parties :

- Les octets (0,1) correspondent au type d'information représentée sur le champ (largeur, hauteur de l'image, échelle de gris...).
- Les deux octets suivants indiquent le type (au sens informatique) des données.
- Les quatre octets suivants indiquent le nombre de données (par exemple la longueur d'une chaîne de caractères).
- Les derniers octets (8,9,10 et 11) contiennent la donnée elle-même. Si la donnée ne tient pas sur 4 octets alors ces quatre octets contiennent un pointeur vers la donnée (en dehors de l'IFD).

Un IFD se termine par quatre octets qui contiennent un pointeur vers la deuxième IFD d'une autre image dans le même fichier, c'est l'un des avantages du fichier TIFF : On peut trouver plusieurs images dans un fichier.

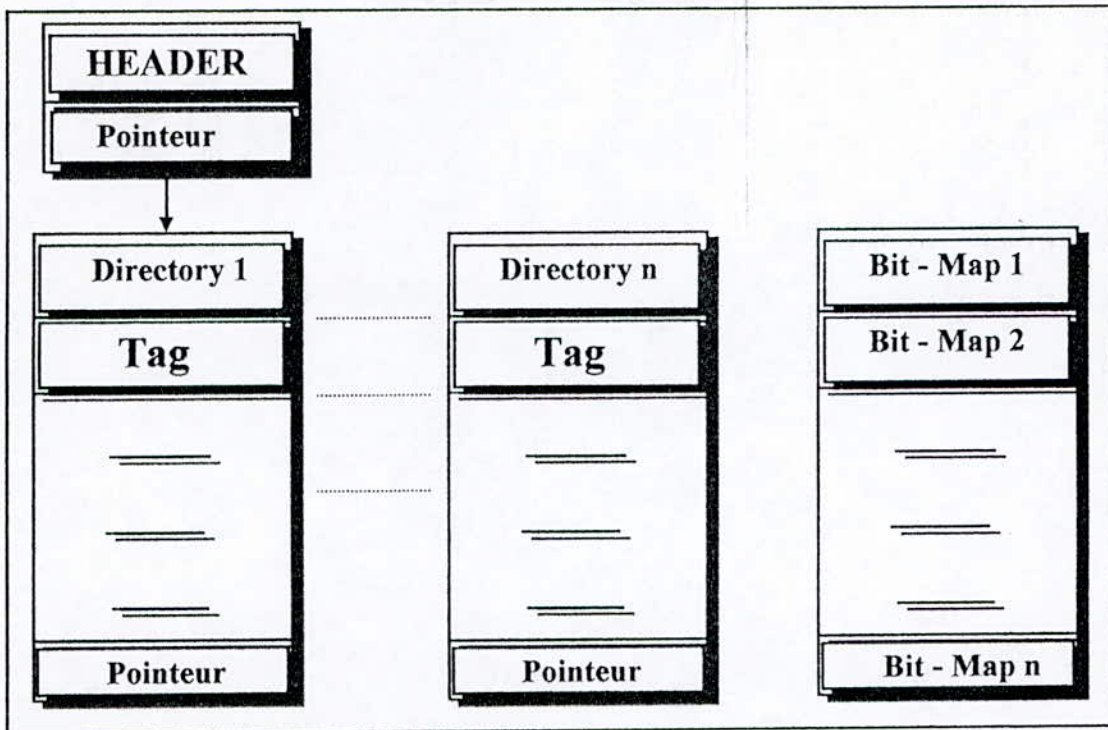


Figure « I.1 ». Organisation d'un fichier

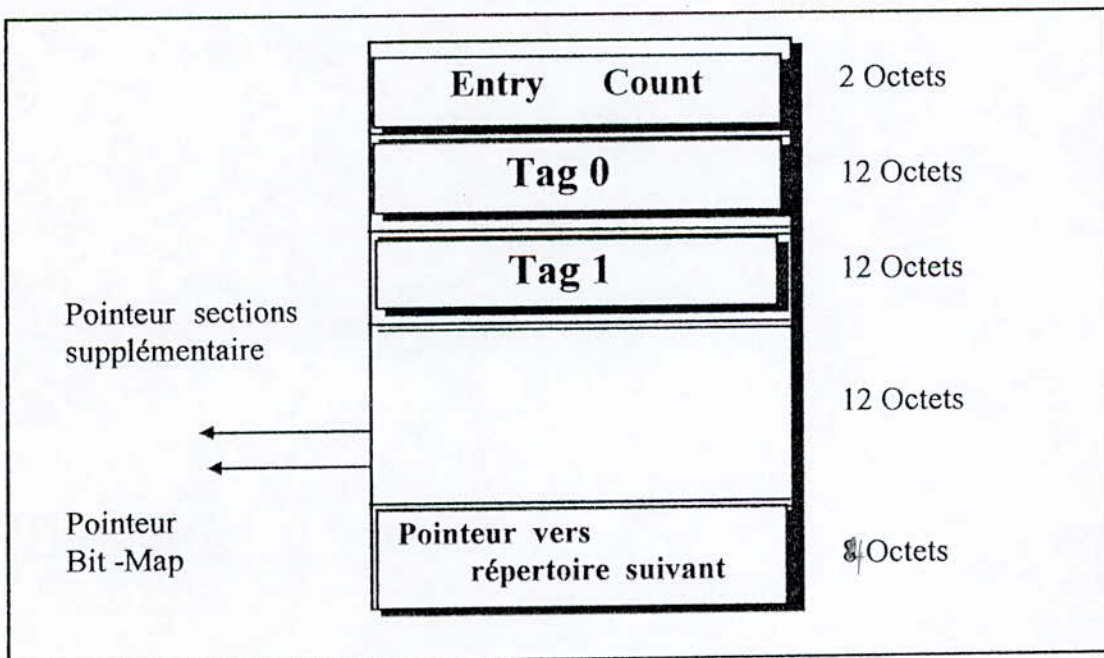


Figure « I.2 ». Organisation d'une IFD



## I.2-Techniques de rehaussement d'images :

Les prétraitements regroupent un ensemble de méthodes qui ont pour but d'atténuer les effets indésirables. Ces techniques utilisent principalement la forte redondance spatiale de l'image. En effet les pixels voisins d'une image ont pratiquement les mêmes caractéristiques physiques. Les prétraitements ont pour rôle d'améliorer les images. Il y a plusieurs approches pour réaliser cela :

- Les opérations qui visent à palier certains défauts de prise de vue, basées sur l'analyse de l'histogramme.
- Le filtrage dont le but est de minimiser l'influence du bruit dans l'image.

Dans ce chapitre on va baser sur la notion du filtrage et les différents filtres utilisés dans l'étape de prétraitement.

### I.2.1-Filtre moyenneur :

Cette technique est une opération non linéaire implémentée dans le domaine spatial. Le principe est de glisser une fenêtre appelée aussi « masque de convolution » de taille  $N \times N$  le long de l'image à traiter et remplacer la valeur du pixel par la moyenne des pixels se trouvant dans cette fenêtre. En générale, on utilise une matrice de taille  $(3 \times 3)$  tel que :

$$g(x,y) = \text{moyenne}[A,B,C,D,f(x,y),E,F,G,H].$$

$g(x,y)$  : nouvelle pixel.

$f(x,y)$  : pixel originale. Avec  $A,B,C,D,E,F,G,H$  sont les pixels voisins de  $f(x,y)$ .

Parmi les masques de convolution qui présentent la forme d'un filtre passe bas

$$M1 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad M2 = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad M3 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

*Remarques :*

- Lorsque la taille du masque augmente, il est préférable de calculer le produit de convolution indirectement par les techniques de filtrage de Fourier.
- L'utilisation du filtre passe bas réduit le bruit (effet poivre et sel), mais elle engendre un effet de flou (appelé aussi Blurring).

### I.2.2-Filtre médiane :

C'est aussi une opération non linéaire développée par Tuckey en 1971. Elle est utilisée pour éliminer le bruit et préserver les contours dans une image.

Le principe est de ranger les éléments de la matrice à traiter par ordre croissant, c'est-à-dire les pixels de la fenêtre d'analyse, et à prendre l'élément de rang  $(L+1)/2$ .  $L$  est impair représente la taille de la fenêtre.

$$g(x,y) = \text{med}(A,B,C,D,f(x,y),E,F,G,H).$$

$g(x,y)$  : nouvelle pixel.

$f(x,y)$  : pixel originale. Avec A,B,C,D,E,F,G,H sont les pixels voisins de  $f(x,y)$ .

Dans notre cas la valeur de L est de 9, donc la médiane est l'élément de rang 5.

### 1.2.3-Filtrage passe-haut :

C'est une technique qui a pour objectif principale la détection des contours et faire apparaître les détails haute fréquence. Dans le domaine de la robotique elle trouve son emploi dans l'extraction destinée à la reconnaissance des formes. On peut citer deux opérateurs utilisés dans cette technique :

- Le gradient.
- Laplacien.

#### 1.2.3.1-Le gradient :

Sachant que le gradient est une différentiation qui se voit comme un processus inverse du moyennage(intégration), cette peut être utiliser pour minimiser le problème du « blurring ».

Le gradient d'une image en chaque point  $(x,y)$  est un vecteur dont la phase indique la direction dans lequel le taux de changement du niveau de gris est le plus grand, et dont le module est une mesure de ce taux de changement maximale.

On peut noter le gradient comme suit :

$$G = \text{grad} (f(x,y)) = \begin{bmatrix} \frac{df}{dx} \\ \frac{df}{dy} \end{bmatrix} \quad (\text{I-1})$$

$$|G| = \left[ \left( \frac{df}{dx} \right)^2 + \left( \frac{df}{dy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I-2})$$

On peut avoir que l'équation (I-1) a la forme d'une dérivée bidimensionnelle positive, et que les dérivées partielles peuvent être approximées par les différences locales des intensités des points de l'image, cela représente une approximation locale.

$G(x,y) = F(x,y) - F(x,y+1)$  . Pour l'accentuation des contours horizontaux.

$G(x,y) = F(x,y) - F(x+1,y)$  . Pour le côté vertical.

En ce qui concerne l'affectation dans la direction diagonale, elle peut être effectuer par la différence entre deux pixels. L'accentuation de la luminance horizontale peut être effectuer selon la relation suivante :

$$\begin{aligned} G(x,y) &= [F(x,y) - F(x,y-1)] - [F(x,y+1) - F(x,y)] \\ &= 2F(x,y) - F(x,y-1) - F(x,y+1) \end{aligned} \quad (\text{I-3})$$



Des expressions similaires existent pour les directions verticales et diagonales. On peut citer parais les masques de Gradient utilisés :

- Masque de Roberts :

$$\text{Sur une fenêtre de } 3 \times 3 \text{ on a : } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Masques de Sobel :

Ces masques ou opérateurs sont appliqués à une fenêtre de taille  $3 \times 3$ .

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

On note que la somme des éléments des masques gradients est nulle.

### 1.2.3.2-Laplacien :

C'est un opérateur dont la procédure est la double différentiation représentée par la somme des deuxièmes dérivées partielles des points de l'image.

$$\nabla^2 = \frac{\delta^2 f(x,y)}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 f(x,y)}{\delta y^2} \quad (\text{I-4})$$

où  $f(x,y)$  représente l'intensité lumineuse du point de coordonnées  $(x,y)$ .

Les dérivées partielles de (I-4) seront remplacées par les différences locales des intensités des de l'image. On aura :

$$\begin{aligned} \frac{\delta f(x,y)}{\delta x} &= f(x+1,y) - f(x,y) \\ \frac{\delta f(x,y)}{\delta y} &= f(x,y+1) - f(x,y) \end{aligned} \quad (\text{I-5})$$

En passant aux dérivées secondes, on aura :

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 f(x,y)}{\delta x^2} &= f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y) \\ \frac{\delta^2 f(x,y)}{\delta y^2} &= f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1) \end{aligned} \quad (\text{I-6})$$

D'où :

$$\nabla^2 = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 4f(x, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) \quad (I-7)$$

D'après l'équation (I-7) on peut obtenir le masque de convolution de l'opérateur Laplacien donné par :

$$\nabla^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

*Remarques :*

- Le filtrage passe-haut met en relief des composantes HF de l'image tout en réduisant les composantes BF, il augmente le contraste et fait apparaître les détails de l'image, mais il représente une limitation à cause de la nature HF du bruit, il tend à brouter d'avantage une image dégradée, ce qui constitue une limitation majeure de ces filtres.



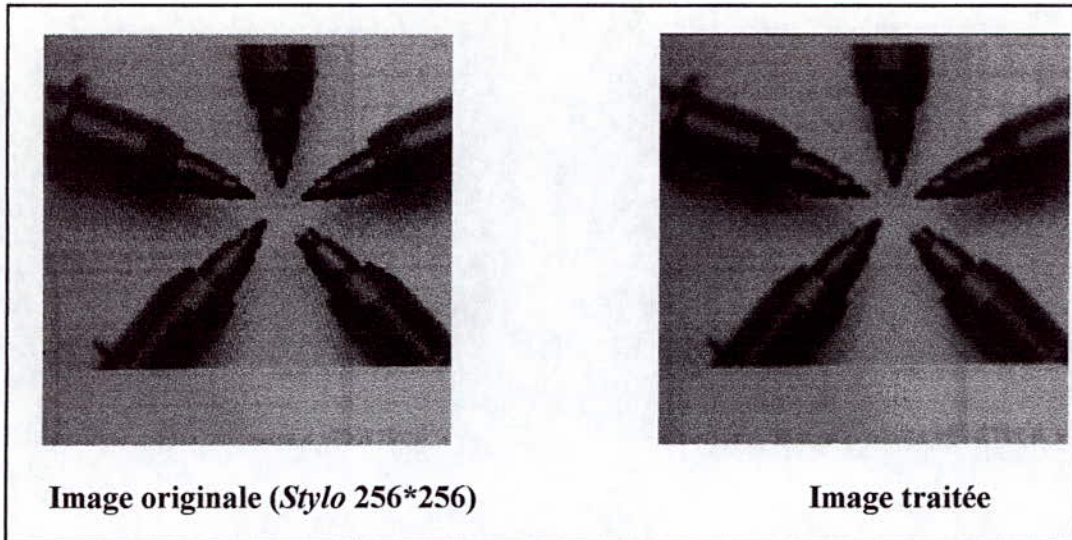


Figure «I.3». *Filtre moyennneur*

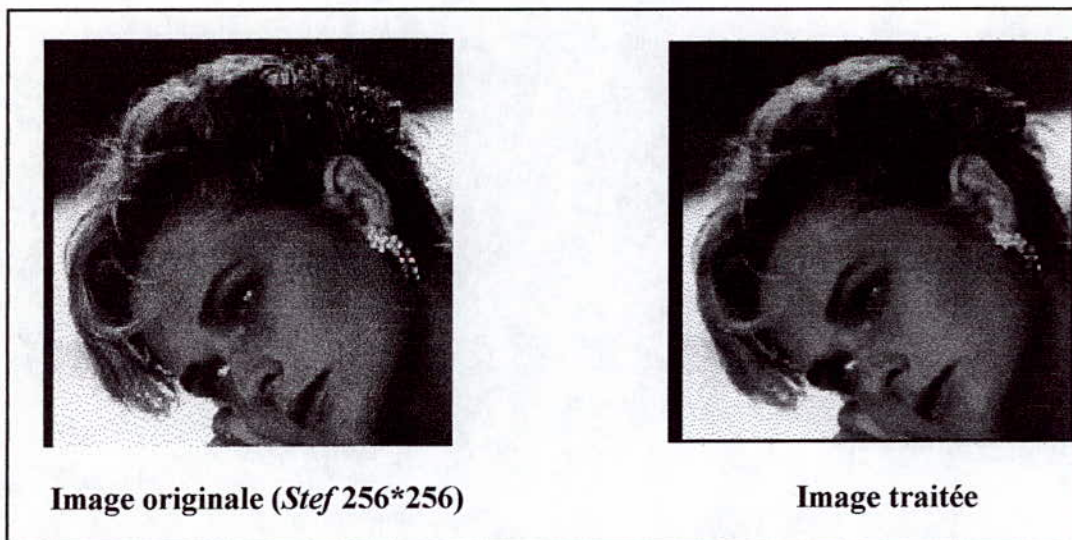
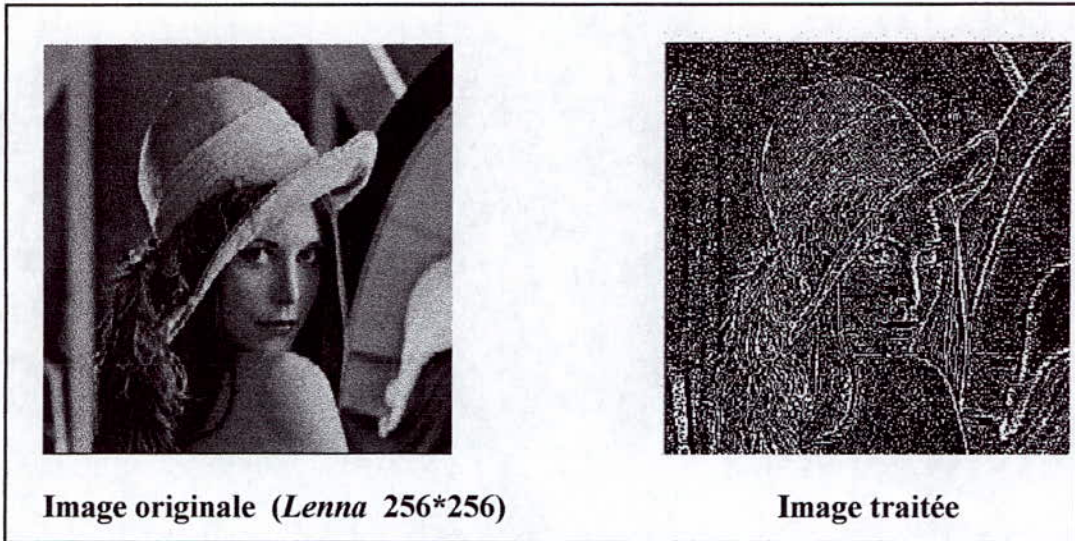
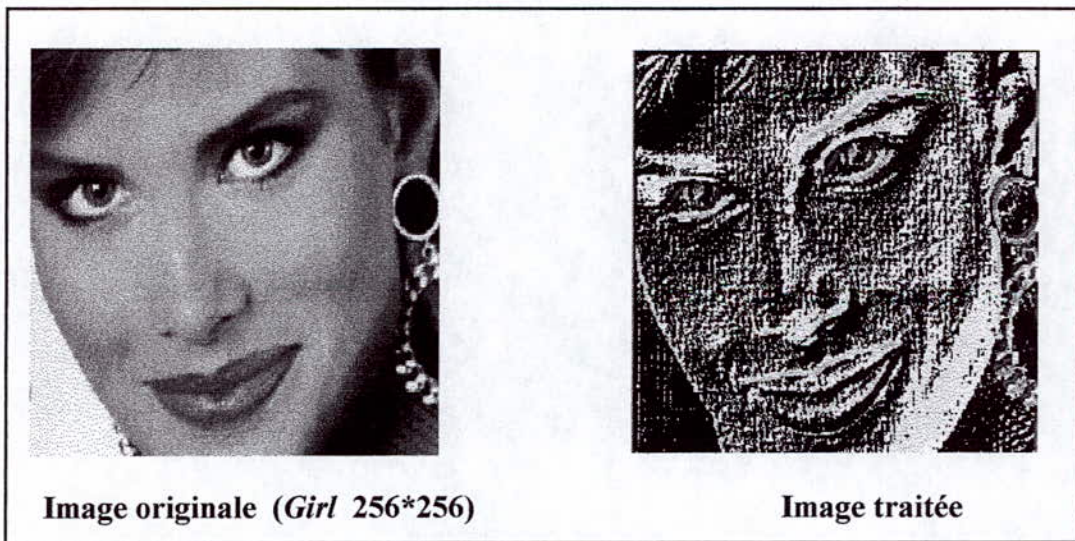


Figure «I.4». *Filtre médian*

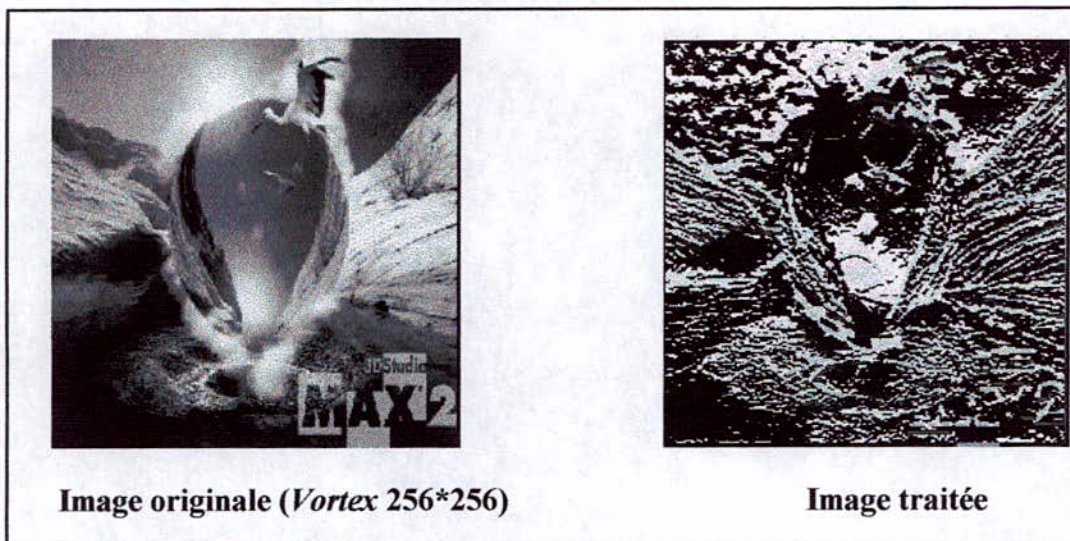


**Figure «I.5». Opérateur Laplacien**



**Figure «I.6». Opérateur Roberts**





**Figure «I.7». Opérateur Sobel**

# CHAPITRE II

## Généralités



## II.1- La compression :

### II.1.1- Modèle d'un système de compression :

La compression est l'opération qui consiste à transformer un flot de données en informations codées qui seront de taille plus petite que les données originales dans le cas où la compression est efficace. On considère un système de *compression / décompression* comme une boîte noire à double entrée, qu'on peut la réaliser sous forme d'un logiciel ou matériel, et dans les deux cas le principe reste le même représenté par la figure «II.1 ».

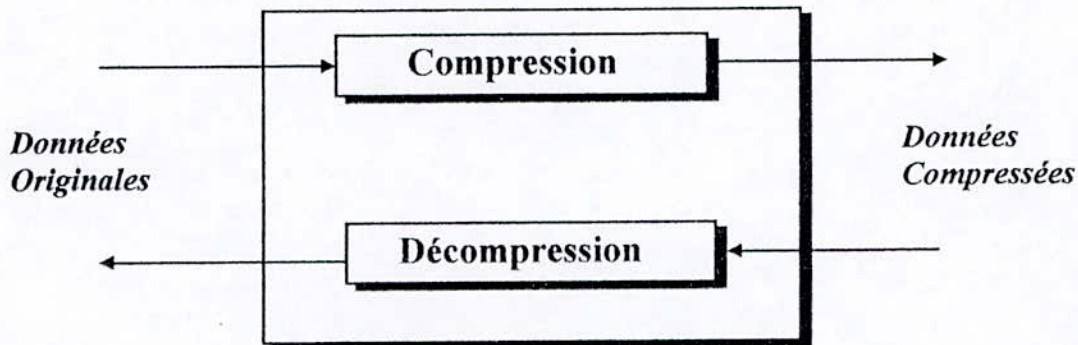


Figure « II.1 ». Schéma fonctionnel de la compression/ décompression de données

### II.1.2- Classification des méthodes de compression :

D'après leurs propriétés, les techniques de compression peuvent être classées de plusieurs manières différentes. La première classification est liée à la distorsion apportée à l'image originale, ainsi on distingue :

- ◇ *Les méthodes exactes* : Ce sont les méthodes qui permettent de retrouver exactement les échantillons de l'image numérique originale.
- ◇ *Les méthodes psychovisuelles* : Ce sont les méthodes qui apportent une distorsion aux images reconstruites en exploitant les propriétés visuelles de l'œil. Ces distorsions doivent être indécélables à l'œil nu ou tout au moins tolérables.

Le deuxième critère de classification est lié aux domaines de réalisation. On distingue ainsi :

- ◇ *Les méthodes spatiales* : Ce sont les méthodes qui travaillent directement avec les pixels de l'image dans le domaine spatiale.
- ◇ *Les méthodes transformées* : Qui agissent sur une transformée de l'image originale.

Une autre classification peut exister basée sur l'utilisation des différents types de codage utilisés dans la compression.



### II.1.3- Méthodes par transformées :

Une image peut être représentée dans deux domaines différents suivant les variables utilisées dans la description de cette image :

- ◇ Si ces variables sont les coordonnées  $x$  et  $y$ , la description est dite spatiale.
- ◇ Si ces variables sont les fréquences  $u$  et  $v$ , la description est dite fréquentielle.

La méthode qui nous permet d'aboutir à un autre mode de représentation de l'image dans lequel les coefficients sont mieux décorrelés est dite méthode par transformée. Dans cette méthode l'image est découpée en blocs de taille réduite sous forme de matrices carrées de  $n \times n$  pixels.

Après cette étape de découpage de l'image, chaque bloc subit alors une transformation orthogonale linéaire du domaine spatiale vers le domaine fréquentiel indépendamment des autres blocs. Parmi les transformations linéaires existantes, la DCT (la transformation en cosinus discrète) qui est la plus utilisée dans la compression des images.

L'image transformée fait ensuite l'objet d'une réduction de redondance par une quantification et un codage des coefficients transformés en tenant compte des amplitudes de ces coefficients (la distribution statistique de l'énergie dans le plan transformé).

Les principaux avantages des méthodes par transformées sont les suivants :

- ⇒ ◇ La concentration de l'énergie en un petit nombre de points de l'espace transformé, ce qui conduit à des procédés de compression particulièrement efficaces dans cet espace.
- ⊗ ◇ Les coefficients d'amplitude non négligeable, se trouvent statistiquement concentrés dans une région restreinte correspondant aux hautes fréquences, par conséquent les basses fréquences seront éliminées pour la transmission.

### II.1.4- Méthodes pyramidales :

Le codage en pyramide consiste en une description de l'image en un nombre de points de plus en plus réduit par un filtrage passe-bas successifs. A la limite, toute l'image se réduirait en un point au sommet de la pyramide. Ce type de codage est relativement plus récent que le codage par transformée.

### II.1.5- Méthodes par quantification vectorielle :

Pour réduire l'erreur de quantification (ou le bruit de quantification), il est possible de quantifier et de reconstituer simultanément une série d'échantillons en les groupant dans un vecteur. On parle dans ce cas de la quantification vectorielle.

Dans ce type de quantification, l'image est découpée en petits blocs de pixels, et chaque bloc sera comparé à un ensemble de vecteurs prédéfinis appelé dictionnaire et qui existe au niveau du décodeur (ce dictionnaire est construit en choisissant statistiquement un ensemble de blocs représentatifs d'un ensemble fini d'image, l'algorithme de création le plus connu est celui de *LINDE BUZO et GRAY (LBG)*).



L'adresse du bloc le plus proche dans le dictionnaire est alors transmise. L'avantage de cette méthode c'est qu'elle peut être combinée avec d'autres schémas de codage pour donner un codeur plus efficace.

### II.1.6- Comparaison et choix d'une approche :

L'étude comparative des performances des techniques de codage avec compression à l'objet de nombreux travaux. On peut citer trois aspects comparatifs pour les codeurs d'images :

1. La qualité visuelle des images restituées à la réception.
2. Le taux de compression défini par :

$$\text{Taux} = \left(1 - \frac{\text{Taille des données compressées}}{\text{Taille des données originales}}\right) \times 100$$

Ce taux de compression est fixé par le coût de transmission d'une part et la qualité de l'image à obtenir d'autre part.

3. L'universalité et la compatibilité des *codeurs /décodeurs*. L'universalité est l'aptitude d'un algorithme de codage à traiter une image indépendamment de ses statistiques et à des débits variés.

La compatibilité permet l'usage du même logiciel pour diverses applications.

### II.1.7- Les transformations orthogonales :

Les transformations orthogonales se caractérisent par un certain nombre de paramètres tels que la décorrélation, les fonctions de base utilisées pour faire la transformation et la complexité d'implantation.

Selon le critère de décorrélation dans le plan transformé qui se manifeste par les propriétés de concentration de l'information sur un nombre réduit de coefficients de la quantité de données à transmettre, il existe essentiellement deux catégories de transformations :

Les transformations dites optimales (comme celle par ondelette), et les transformations sous optimales.

◇ *Notion d'optimalité :*

Soient les échantillons  $f(0), \dots, f(n-1)$  d'un signal discret  $f$ .

Alors il est possible que le vecteur  $f$  soit une représentation qui partage avec plus ou moins de redondance l'information contenue dans le vecteur entre les  $n$  différents éléments.

La transformation de  $f$  en  $G$  (qui est la nouvelle représentation de dimension  $n$  dans laquelle l'information serait répartie sans redondance sur les composantes  $G(0), \dots, G(n-1)$  considérées comme des variables aléatoires) est dite optimale si les composantes  $G(0), \dots, G(n-1)$  sont non corrélées.

La non - corrélation s'exprime par :

$$\text{COR}[G(u), G^*(v)] = E[G(u) \times G^*(v)] = 0 \quad \text{pour } u = v \\ u, v = 0, 1, \dots, n-1.$$

Où :

$E[\ ]$  : espérance mathématique.

$G^*(u)$  : complexe conjugué du coefficient  $G(u)$ .

COR : c'est la corrélation .

◇ *Remarque :*

En générale, les méthodes les plus utilisées dans la compression des images sont les méthodes avec distorsion car elles offrent des taux de compression élevés, par contre les méthodes sans distorsion engendrent des taux de compression très faibles et ne sont utilisées que dans les applications sensible telle que l'imagerie médicale.

La pratique a montrée par l'application des différents algorithmes de compression que celui utilisant l'approche par transformée orthogonale est le plus performant de point vue taux de compression et qualité de l'image reconstruite.



## II.2- L'analyse multirésolution :

L'analyse multirésolution vise à représenter un signal à différents niveaux de résolution. Pour une séquence décroissante de résolution les détails d'un signal ayant  $N$  échantillons et représenté à la résolution  $r_j$  par  $2^j N$  échantillons sont définis comme étant la différence entre l'approximation de ce signal à la résolution  $r_j$  et son approximation à la résolution  $r_{j-1}$  ayant  $2^{j-1} N$  échantillons.

Soit  $A_{2^j}$  l'opérateur qui approxime le signal à énergie finie  $f(x)$  - soit  $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$  - à la résolution  $r_j$ .

1.  $A_{2^j} f(x)$  qui est l'approximation de  $f(x)$  à la résolution  $r_j$  est la projection de  $f(x)$  sur un sous-espace  $V_{2^j} \subset L^2(\mathbb{R})$  et qui peut être interprétée comme l'ensemble de toutes les approximations possibles à une résolution des fonctions de  $L^2(\mathbb{R})$ .
2. Pour toutes les fonctions ayant une résolution  $r_j$ ,  $A_{2^j} f(x)$  est la fonction la plus similaire à  $f(x)$  au sens des moindres carrés c'est à dire :

$$\forall g(x) \in V_{2^j} : \|g(x) - f(x)\| \geq \|A_{2^j} f(x) - f(x)\| \quad (\text{II-1})$$

Donc l'opérateur  $A_{2^j}$  est la projection orthogonale sur  $V_{2^j}$ .

3. L'approximation d'un signal à une résolution  $r_{j+1}$  contient toutes les informations nécessaires pour passer à une résolution inférieure :

$$\forall j \in \mathbb{Z} : V_{2^j} \subset V_{2^{j+1}} \quad (\text{II-2})$$

4. Toutes informations disponibles à la résolution  $r_j$  l'est aussi à la résolution supérieure :

$$\forall j \in \mathbb{Z}, f(x) \in V_{2^j} \Leftrightarrow f(2x) \in V_{2^{j+1}} \quad (\text{II-3})$$

5. Si  $f_k(x) = f(x - k)$  :  $A_{2^j} f_k(x) = A_{2^j} f(x - k) \in V_{2^j}$ . L'approximation par l'opérateur  $A_{2^j}$  est invariante temporellement.
6.  $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_{2^j} = \{0\}$ .  
 $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_{2^j}$  est dense dans  $L^2(\mathbb{R})$ .



L'opérateur  $A_{2^j}$  est totalement défini en déterminant une base orthonormale qui engendre le sous - espace  $V_{2^j}$ . **Mallat** a montré que si  $(V_{2^j})_{j \in \mathbb{Z}}$  est une approximation à multirésolution de  $L^2(\mathbb{R})$ . alors il existe une unique fonction  $\Phi(x) \in L^2(\mathbb{R})$  appelée fonction échelle et est telle que si :

$\Phi_{2^j}(x) = 2^j \Phi(2^j x), j \in \mathbb{Z}$  . Alors :  $(\sqrt{2^{-j}} \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n))_{n \in \mathbb{Z}}$  est une base orthonormale de  $V_{2^j}$ .

De ce qui a précédé, n'importe qu'elle fonction appartenant à  $V_{2^j}$  peut être exprimée en fonction de la base  $(\sqrt{2^{-j}} \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n))_{n \in \mathbb{Z}}$ , en particulier  $A_{2^j} f(x)$  :

$$A_{2^j} f(x) = 2^{-j} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \langle f(u), \Phi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \rangle \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \tag{II-4}$$

L'approximation du signal  $f(x)$  à la résolution  $r_j$  est définie par l'ensemble des produits scalaires :

$$A_{2^j}^d f = \left( \langle f(u), \Phi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \rangle \right)_{n \in \mathbb{Z}} \tag{II-5}$$

$A_{2^j}^d f$  est appelé *approximation discrète* de  $f(x)$  à la résolution  $r_j$ , et peut être réécrite sous la forme :

$$A_{2^j}^d f = \left( (f(u) * \Phi_{2^j}(-u))(2^{-j}n) \right)_{n \in \mathbb{Z}} \tag{II-6}$$

Disons dès maintenant que l'approximation de  $f(x)$  à la résolution  $r_j$  peut être interprétée comme étant une convolution, donc un filtrage - comme on le verra, c'est un filtrage passe-bas puisque il y aura perte des détails les plus fins du signal - suivit par un échantillonnage à la cadence  $2^j$ .

et schéma .  
Les approximations du signal  $f(x)$  aux résolutions  $r_{j+1}$  et  $r_j$  sont des projections orthogonales de ce signal sur  $V_{2^{j+1}}$  et  $V_{2^j}$ . Les détails perdus en passant de  $r_{j+1}$  à  $r_j$  peuvent être interprétés comme une projection orthogonale de  $f(x)$  sur le complément orthogonale de  $V_{2^j}$  dans  $V_{2^{j+1}}$  qu'on notera  $W_{2^j}$  :  $V_{2^{j+1}} = V_{2^j} \oplus W_{2^j}$ .

Les sous - espaces  $(W_{2^j})_{j \in \mathbb{Z}}$  sont complètement définis en déterminant une base les engendrant.

transparent

Si  $\left(\sqrt{2^{-j}}\Psi_{2^j}(x-2^{-j}n)\right)_{(n,j)\in\mathbb{Z}^2}$  est une base orthonormale de  $W_{2^j}$  et qui est une version translaturée et dilatée d'une fonction  $\Psi(x)$ , alors cette dernière est appelée « *Ondelette* ».

L'ensemble  $\left(\sqrt{2^{-j}}\Psi_{2^j}(x-2^{-j}n)\right)_{(n,j)\in\mathbb{Z}^2}$  doit vérifier deux propriétés très importantes :

1. Chaque fonction de la base engendrant  $W_{2^j}$  est orthogonale sur chaque fonction de la base engendrant  $V_{2^j}$ .

2.  $\left(\sqrt{2^{-j}}\Psi_{2^j}(x-2^{-j}n)\right)_{(n,j)\in\mathbb{Z}^2}$  base de  $W_{2^j}$ , avec  $(\sqrt{2^{-j}}\Phi_{2^j}(x-2^{-j}n))_{n\in\mathbb{Z}}$  base  $V_{2^j}$  forment une base orthonormale pour  $V_{2^{j+1}}$ .

### II.3- Ondelettes et traitement de signal :

Dans ce chapitre nous allons essayer de faire le lien entre l'analyse par ondelettes et les outils de traitement du signal tels que la convolution, le filtrage ...etc.

Soit  $(V_{2^j})_{j\in\mathbb{Z}}$  une analyse multirésolution et  $\Phi(x)$  sa fonction échelle associée. Chaque fonction de  $V_{2^j}$  peut être exprimée en fonction de la base de  $V_{2^{j+1}}$ , en particulier  $\Phi_{2^j}(x-2^{-j}n)$  :

$$\Phi_{2^j}(x-2^{-j}n) = 2^{-j-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left\langle \Phi_{2^j}(u-2^{-j}n), \Phi_{2^{j+1}}(u-2^{-j-1}k) \right\rangle \Phi_{2^{j+1}}(x-2^{-j-1}k) \quad (\text{II-7})$$

$$\text{On montre que : } 2^{-j-1} \left\langle \Phi_{2^j}(u-2^{-j}n), \Phi_{2^{j+1}}(u-2^{-j-1}k) \right\rangle = \left\langle \Phi_{2^{-1}}(u), \Phi(u-(k-2n)) \right\rangle \quad (\text{II-8})$$

Alors :

$$\left\langle f(u), \Phi_{2^j}(u-2^{-j}n) \right\rangle = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left\langle \Phi_{2^{-1}}(u), \Phi(u-(k-2n)) \right\rangle \left\langle f(u), \Phi_{2^{j+1}}(u-2^{-j-1}k) \right\rangle \quad (\text{II-9})$$

Notons H le filtre discret qui a pour réponse impulsionnelle :

$$\forall n \in \mathbb{Z}, h(n) = \left\langle \Phi_{2^{-1}}(u), \Phi(u+n) \right\rangle \quad (\text{II-10})$$



Alors :

$$\left\langle f(u), \Phi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \right\rangle = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(2n - k) \left\langle f(u), \Phi_{2^{j+1}}(u - 2^{-j-1}k) \right\rangle \quad (\text{II-11})$$

Cette relation montre que  $A_{2^j}^d f$  peut être calculée en convoluant  $A_{2^{j+1}}^d f$  avec le filtre H et en prenant un échantillon sur deux seulement. Cela signifie qu'après le filtrage passe - bas on a effectué un sous échantillonnage (appelé aussi décimation) par interpolation.

H( $\omega$ ) doit vérifier les deux propriétés suivantes :

$$\begin{cases} |H(0)| = 1 \\ |H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{II-12})$$

Inversement si H( $\omega$ ) est une série de Fourier vérifiant les deux propriétés précédentes et si :

$|H(\omega)| \neq 0$  pour  $\omega \in [0, \pi/2]$ , alors la fonction définie par :  $\hat{\Phi}(\omega) = \prod_{p=1}^{+\infty} H(2^{-p}\omega)$  est la transformée de Fourier de la fonction échelle  $\Phi(x)$ .

Mallat montra aussi que si :  $G(\omega) = e^{-i\omega} \overline{H(\omega + \pi)}$ , alors :  $\hat{\Psi}(\omega) = G(\frac{\omega}{2}) \hat{\Phi}(\frac{\omega}{2})$  est la transformée de Fourier de la fonction ondelette  $\Psi(x)$  dite *ondelette mère*.

Considérons la projection orthogonale de  $f(x)$  sur  $W_{2^j}$  notée  $\tilde{A}_{2^j} f(x)$  :

$$\tilde{A}_{2^j} f(x) = 2^{-j} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\langle f(u), \Psi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \right\rangle \Psi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \quad (\text{II-13})$$

Cette projection nous fournit les détails du signal  $f(x)$  à la résolution  $r_j$ , elle est caractérisée par l'ensemble de produits scalaires :

$$\tilde{A}_{2^j}^d f = \left( \left\langle f(u), \Psi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \right\rangle \right)_{n \in \mathbb{Z}} \quad (\text{II-14})$$

$\tilde{A}_{2^j}^d f$  est appelé signal détails discret à la résolution  $r_j$ , qu'on peut interpréter comme une convolution de  $f(x)$  avec  $\Psi_{2^j}(-x)$  évaluée en  $2^{-j}n$  :

$$\tilde{A}_{2^j}^d f = ((f(x) * \Psi_{2^j}(-u))(2^{-j}n))_{n \in \mathbb{Z}} \quad (\text{II-15})$$

C'est à dire, échantillonnage après convolution à la cadence  $2^j$  par unité de longueur.

Puisque de la projection de  $f(x)$  sur l'espace  $W_{2^j}$  résultent les détails les plus fins à la résolution  $r_j$ , on peut déduire que  $\Psi_{2^j}(x)$  est un filtre passe - bande, donc  $\tilde{A}_{2^j}^d f$  décrit le signal  $f(x)$  dans la bande fréquentielle  $[-2^{-j+1}\pi, -2^{-j}\pi] \cup [2^{-j}\pi, 2^{-j+1}\pi]$ .

Comme précédemment pour la fonction échelle, on peut montrer que :

$$\langle f(u), \Psi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \rangle = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle \Psi_{2^{-1}}(u), \Phi(u - (k - 2n)) \rangle \cdot \langle f(u), \Phi_{2^{j+1}}(u - 2^{-j-1}k) \rangle \quad (\text{II-16})$$

Notons G le filtre ayant pour réponse impulsionnelle :  $g(n) = \langle \Psi_{2^j}(u), \Phi(u + n) \rangle$ , alors nous pouvons voir que :

$$\langle f(u), \Psi_{2^j}(u - 2^{-j}n) \rangle = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(2n - k) \langle f(u), \Phi_{2^{j+1}}(u - 2^{-j-1}k) \rangle \quad (\text{II-17})$$

Cette relation montre que  $\tilde{A}_{2^j}^d f$  peut être calculé en convoluant  $A_{2^{j+1}}^d f$  avec le filtre G et on ne gardant qu'un échantillon sur deux.

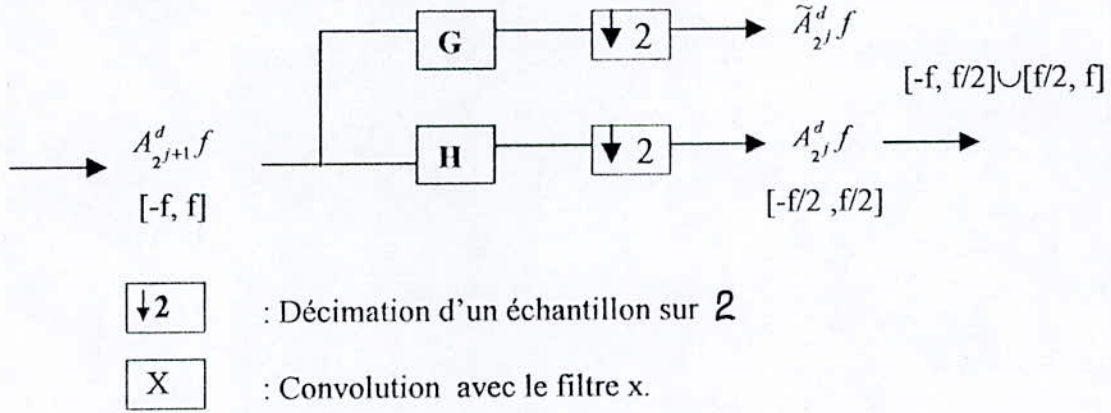
Les réponses impulsionnelles des filtres G et H sont liées par la relation :  $g(n) = (-1)^{1-n} h(1 - n)$ . G est le filtre miroir de H, c'est un filtre passe - haut. Et dans la littérature G et H sont appelés filtres miroirs quadratiques.

La décomposition en coefficients d'ondelette est obtenue en répétant les opérations d'approximation à chaque résolution. Cette méthode est connue dans la littérature sous l'appellation d'algorithmes pyramidaux.

Dans la section suivante nous allons montrer l'implémentation d'un algorithme de décomposition - recomposition en coefficients d'ondelette.



II.4- Implémentation de l'algorithme :



**Figure « II.2 ». Schéma de décomposition en ondelettes**

En répétant cette procédure à chaque résolution sur le signal discret  $A_{2^j}^d f$ , on aboutit à une décomposition en coefficients d'ondelette. Pour un signal  $f(x)$  ayant N échantillons, cette décomposition peut être résumée en une ligne :

$$f(x) \longrightarrow \left\{ \tilde{A}_{2^{N-1}}^d f, \tilde{A}_{2^{N-2}}^d f, \dots, \tilde{A}_{2^0}^d f, A_{2^0}^d f \right\}$$

Pour la recombinaison, nous pouvons montrer que :

$$\begin{aligned} \left\langle f(u), \Phi_{2^{j+1}}(u - 2^{-j-1} n) \right\rangle = \\ 2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(2k - n) \left\langle f(u), \Phi_{2^j}(u - 2^{-j} k) \right\rangle + 2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(2k - n) \left\langle f(u), \Psi_{2^j}(u - 2^{-j} k) \right\rangle \end{aligned} \quad (II-18)$$

Cette équation montre qu'on peut reconstruire l'approximation  $A_{2^{j+1}}^d f$  à partir de  $A_{2^j}^d f$  et  $\tilde{A}_{2^j}^d f$  et on sur-échantillonne en définissant un échantillon sur deux.

La figure suivante illustre le principe de reconstruction :

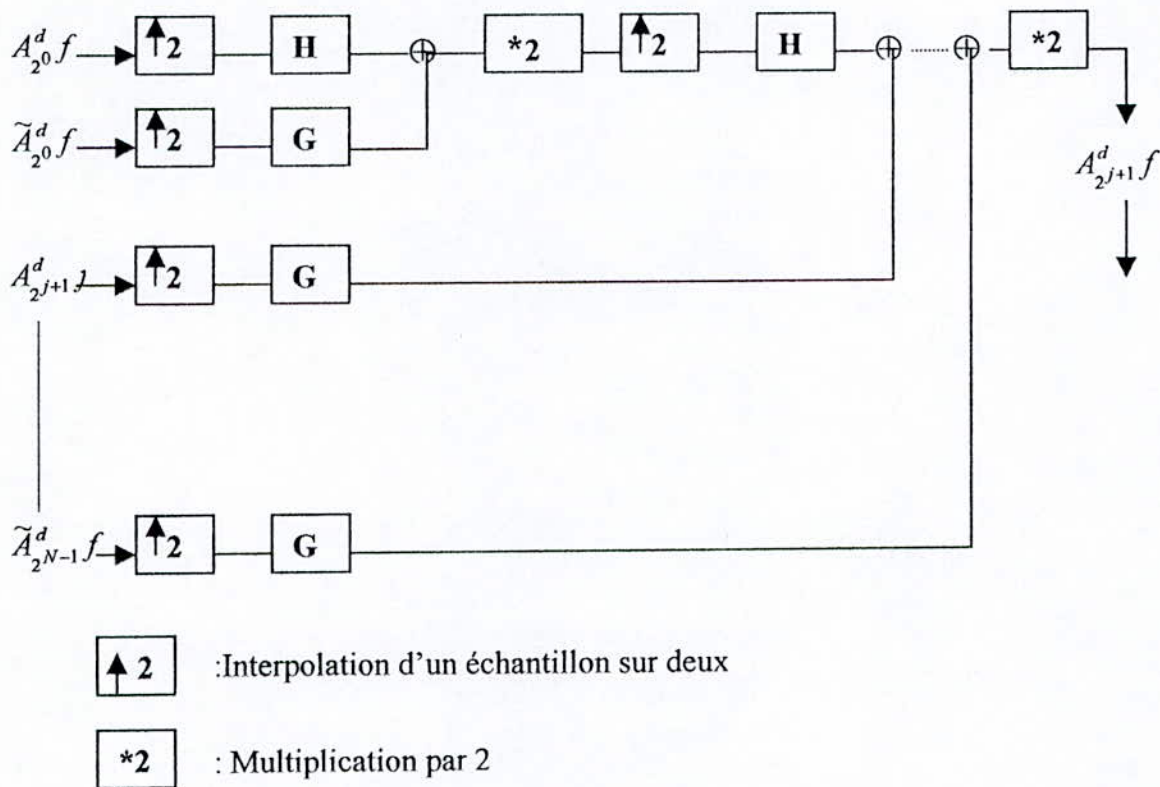


Figure « II.3 ». Schéma de reconstruction

### II.5- Ondelettes à deux dimensions :

Dans ce chapitre nous allons étendre la définition d'une ondelette unidimensionnelle aux ondelettes à deux dimensions nécessaires en traitement d'image.

Soit la fonction à énergie finie  $f(x, y) \in L^2(R^2)$ , une approximation multirésolution de  $L^2(R^2)$  est une séquence de sous - espaces à deux dimensions qui lui sont inclus et vérifiant les propriétés déjà énoncées dans la section (II.2) pour le cas unidimensionnel.

Soit  $\Phi(x, y)$  la fonction échelle associée à cette analyse multirésolution et qui par dilatation et translation engendre une base du sous - espaces à deux dimensions  $V_{2^j}$ .

Nous allons évoquer le cas étudié par Meyer où l'on a des approximations multirésolutions séparables, dans ce cas le sous - espace  $V_{2^j}$  peut être décomposé en un produit vectoriel de deux sous - espaces identiques de  $L^2(R)$  :

$$V_{2^j} = V_{2^j}^1 \otimes V_{2^j}^1 \tag{II-19}$$



La séquence de sous - espaces  $(V_{2^j})_{j \in \mathbb{Z}}$  est une approximation multirésolution de  $L^2(R^2)$  si et seulement si  $(V_{2^j}^1)_{j \in \mathbb{Z}}$  forment une approximation multirésolution de  $L^2(R)$ , on peut montrer alors que :

$$\Phi(x, y) = \Phi(x)\Phi(y) \quad (\text{II-20})$$

Avec  $\Phi(x)$  est la fonction échelle associée à l'approximation multirésolution  $(V_{2^j}^1)_{j \in \mathbb{Z}}$ . La base orthonormale de  $(V_{2^j})_{j \in \mathbb{Z}}$  est donnée par :

$$\begin{aligned} & \left( 2^{-j} \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m) \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} = \\ & \left( 2^{-j} \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \Phi_{2^j}(y - 2^{-j}m) \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \end{aligned} \quad (\text{II-21})$$

L'approximation du signal  $f(x, y)$  à la résolution  $r_j$  est caractérisée par l'ensemble de produits scalaires :

$$A_{2^j}^d f = \left( \left\langle f(x, y), \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \Phi_{2^j}(y - 2^{-j}m) \right\rangle \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \quad (\text{II-22})$$

Si  $\Psi(x)$  est l'ondelette associée à la fonction échelle  $\Phi(x)$ , alors les trois ondelettes :

$$\begin{aligned} \Psi^1(x, y) &= \Phi(x)\Psi(y) \\ \Psi^2(x, y) &= \Psi(x)\Phi(y) \\ \Psi^3(x, y) &= \Psi(x)\Psi(y) \end{aligned} \quad (\text{II-23})$$

sont tels que :

$$\begin{aligned} & 2^{-j} \Psi_{2^j}^1(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m), \\ & 2^{-j} \Psi_{2^j}^2(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m), \\ & 2^{-j} \Psi_{2^j}^3(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m) \end{aligned} \quad (\text{II-24})_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2}$$

forment une base orthonormale de  $W_{2^j}$ .

Et :

$$\begin{aligned} & 2^{-j} \Psi_{2^j}^1(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m), \\ & 2^{-j} \Psi_{2^j}^2(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m), \\ & 2^{-j} \Psi_{2^j}^3(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m), \\ & 2^{-j} \Phi_{2^j}(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m) \end{aligned} \quad (\text{II-25})_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2}$$

est une base orthonormale de  $V_{2^{j+1}}$ .

Une image peut être représentée à la résolution  $r_j$  par son approximation qui est la convolution de l'image originale avec  $\Phi_{2^j}(-x)\Phi_{2^j}(-y)$  suivie par échantillonnage bidimensionnelle à la cadence  $2^j$  par unité de longueur :

$$A_{2^j}^d f = \left( \left( f(x,y) * \Phi_{2^j}(-x)\Phi_{2^j}(-y) \right) (2^{-j}n, 2^{-j}m) \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \quad (II-26)$$

et par trois images détails, résultats de la convolution de l'image originale avec les trois ondelettes déjà citées, et suivie par échantillonnage bidimensionnelle à la cadence  $2^j$  par unité de longueur :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2^j}^1 f &= \left( \left( f(x,y) * \Phi_{2^j}(-x)\Psi_{2^j}(-y) \right) (2^{-j}n, 2^{-j}m) \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \\ \tilde{A}_{2^j}^2 f &= \left( \left( f(x,y) * \Psi_{2^j}(-x)\Phi_{2^j}(-y) \right) (2^{-j}n, 2^{-j}m) \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \\ \tilde{A}_{2^j}^3 f &= \left( \left( f(x,y) * \Psi_{2^j}(-x)\Psi_{2^j}(-y) \right) (2^{-j}n, 2^{-j}m) \right)_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \end{aligned} \quad (II-27)$$

Cette décomposition peut être interprétée comme un filtrage passe - bas représenté par  $A_{2^j}^d f$  et par un filtrage passe - bande de qui il résulte  $\tilde{A}_{2^j}^1 f$  qui représente les hautes fréquences verticales (contours horizontaux),  $\tilde{A}_{2^j}^2 f$  qui représente les hautes fréquences horizontales (contours verticaux) et  $\tilde{A}_{2^j}^3 f$  qui représente les hautes fréquences dans les deux directions (les coins). La figure suivante montre la décomposition d'une image en coefficients d'ondelette après trois étapes d'analyse :

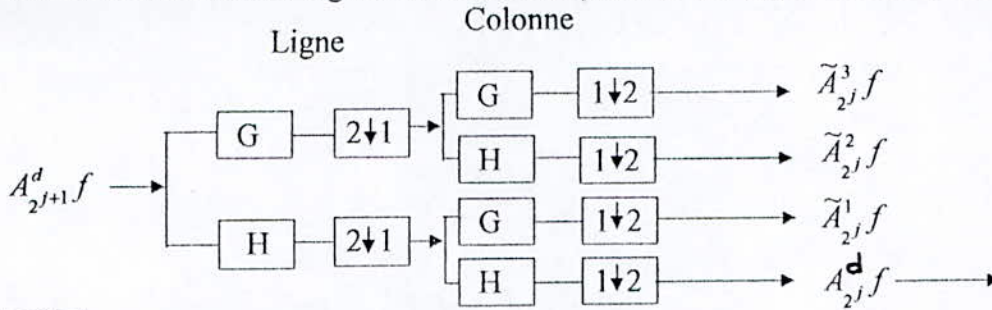
$A_{2^{N-3}}^d f$	$\tilde{A}_{2^{N-3}}^1 f$	$\tilde{A}_{2^{N-2}}^1 f$	$\tilde{A}_{2^{N-1}}^1 f$
$\tilde{A}_{2^{N-3}}^2 f$	$\tilde{A}_{2^{N-3}}^3 f$		
$\tilde{A}_{2^{N-2}}^2 f$		$\tilde{A}_{2^{N-2}}^3 f$	
$\tilde{A}_{2^{N-1}}^2 f$			$\tilde{A}_{2^{N-1}}^3 f$

**Figure « II.4 ». Représentation d'une image par coefficients d'ondelette.**



**II.6- Algorithme de décomposition / recombinaison bidimensionnelle :**

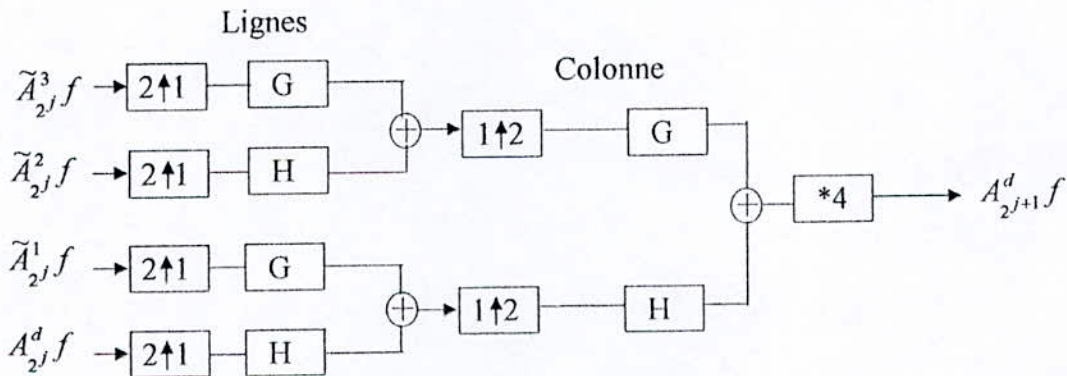
En deux dimension, la représentation en coefficients d'ondelette peut être construite par un algorithme pyramidal comme celui déjà exposé pour le cas unidimensionnelle. Les deux figures suivantes illustrent l'algorithme de décomposition et l'algorithme de reconstruction.



$2 \downarrow 1$  : Décimation d'une colonne sur deux .

$1 \downarrow 2$  : Décimation d'une ligne sur deux.

**Figure « II.5 ». L'algorithme de décomposition d'une image.**



$1 \uparrow 2$  : Interpolation des lignes : une ligne parmi deux

$2 \uparrow 1$  : Interpolation des colonnes : une colonne parmi deux

$*4$  : Multiplication par 4

**Figure « II.6 ». L'algorithme de recombinaison.**

## CHAPITRE III

### La transformée en ondelette de HAAR



**Introduction :**

Les ondelettes sont un outil mathématique pour une décomposition hiérarchique des fonctions. Se sont les solutions dans la théorie d'approximation et du traitement du signal. Maintenant elles deviennent applicables dans plusieurs problèmes de graphisme tel que la compression d'image, les problèmes d'animation ...ect. La plus simple des bases d'ondelettes est la base de HAAR.

**III.1- Ondelettes à une dimension :****III.1.1- Transformation en ondelette de HAAR (1D) :**

Pour donner un sens comment le traitement par ondelettes est fait, commençant par un simple exemple. Supposant qu'on a une image à une dimension à une résolution de quatre pixels ayant les valeurs suivantes :

12      10      6      8

On peut représenter cette image dans la base de HAAR par le calcul de la transformé en ondelette. Pour faire ceci, en commençant par le calcul de la moyenne de chaque deux pixels voisins pour obtenir une résolution plus basse d'image avec les valeurs des pixels :

11                      7

Clairement, quelques informations seront perdues dans ce processus de moyennage. Pour trouver les valeurs originales des quatre pixels avec la récupération de l'information perdue, il faut stocker quelques coefficients appelés « *coefficients détails* ». Ces coefficients seront dans notre cas :

$$1=(12-10)/2 \quad -1=(6-8)/2$$

L'image originale est donc décomposée en une version à résolution basse (deux pixels) et deux coefficients détails. En répétant le processus recursivement, on trouve la table « III.1 ».

Résolution	Les moyennes	Coefficients détails
4	12 10 6 8	
2	11 7	1 -1
1	9	2

**Table «III.1». Décomposition d'une image à quatre pixels**

Finalement, nous définissons la transformée en ondelette (aussi appelée décomposition en ondelettes) des quatre pixels de l'image originale, comme la représentation de cette image par les moyennes et les coefficients détails calculés dans un ordre décroissant de la résolution. Aussi pour la base de HAAR, la transformée en ondelette à une dimension des quatre pixels de l'image originale est donnée par :

$$9 \quad 2 \quad 1 \quad -1$$

Le chemin suivi pour le calcul de la transformation ondelette par le processus de moyennage et de différentiation successive est appelé «*banc de filtre*». Notons que :

- ◇ Pas d'information qui peut être gagnée ou perdue par ce processus, l'image originale ainsi que sa transformé ont quatre pixels.
- ◇ On peut reconstruire l'image par l'addition et la différentiation des coefficients détails de la version à basse résolution.
- ◇ L'un des avantages de cette transformation en ondelette est qu'elle offre un grand nombre de coefficients détails qui seront très petits de point vu amplitude. L'élimination ou la transformation de ces petits coefficients de cette représentation introduit des petites erreurs dans l'image reconstruite.

**III.1.2- Les fonctions de la base d'ondelette de HAAR (1D) :**

On a vu comment les images à une dimension peuvent être traitées comme des séquences de coefficients. Une image à un seule pixel est juste une fonction qui est constante sur l'intervalle [0,1).

L'utilisation de la notion des espaces vectoriels nous permettent de dire que  $V_{2^0}$  est l'espace vectoriel de ces fonctions. De même, une image de deux pixels a deux parties constantes dans les intervalles [0,1/2) et [1/2,1), et dans ce cas on peut nommer l'espaces contenant ces fonctions par  $V_{2^1}$ . En continuant de cette manière, on peut dire que l'espace  $V_{2^j}$  sera l'espace des fonctions constantes sur l'intervalle[0,1) des images ayant  $2^j$  pixels.

Les fonctions de la base de ces espaces vectoriels  $V_{2^j}$  sont appelées «*fonctions échelles* » notées par  $\Phi(x)$ . La plus simple des bases est donnée par l'ensemble des fonctions :

$$\Phi_{2^j}^i(x) = \Phi(2^j x - i), \quad i=0, \dots, 2^j - 1 \tag{III-1}$$

Avec :

$$\Phi_{2^j}(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{III-2}$$

L'exemple de la figure « III.1 » montre les quatre fonctions formant la base de  $V_{2^2}$  :



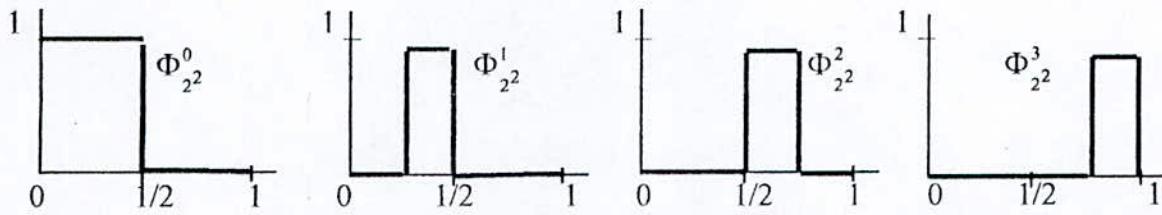


Figure « III.1 ». Les fonctions de la base de  $V_{2^2}$

L'étape suivante est de choisir un produit interne défini dans l'espace vectoriel  $V_{2^j}$ . Le produit interne standard est le produit scalaire défini par :

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx, \text{ avec } f, g \in V_{2^j} \quad (\text{III-3})$$

On peut construire un nouveau espace vectoriel  $W_{2^j}$  comme un complément orthogonal à  $V_{2^j}$  dans  $V_{2^{j+1}}$ . Dans un autre sens  $W_{2^j}$  est l'espace de toutes les fonctions appartenant à  $V_{2^{j+1}}$  qui sont orthogonales à toutes les fonctions de  $V_{2^j}$ , en utilisant la notion du produit scalaire défini dans (III-3).

$W_{2^j}$  contient donc les détails dans  $V_{2^{j+1}}$  qu'on ne peut pas les représenter dans  $V_{2^j}$ .

L'ensemble des fonctions  $\Psi_{2^j}^i(x)$  linéairement indépendant qui engendrent l'espace  $W_{2^j}$  sont appelées « ondelettes ». Cette base des fonctions a deux propriétés importantes :

- ◇ La base des fonctions  $\Psi_{2^j}^i(x)$  de  $W_{2^j}$  forme avec la base des fonctions  $\Phi_{2^j}^i(x)$  de  $V_{2^j}$  une base pour  $V_{2^{j+1}}$ .
- ◇ Chaque fonction  $\Psi_{2^j}^i(x)$  de la base de  $W_{2^j}$  est orthogonale à chaque fonction  $\Phi_{2^j}^i(x)$  de la base de  $V_{2^j}$ .

Les coefficients détails décrits précédemment sont donc les coefficients des fonctions de la base d'ondelette données par :

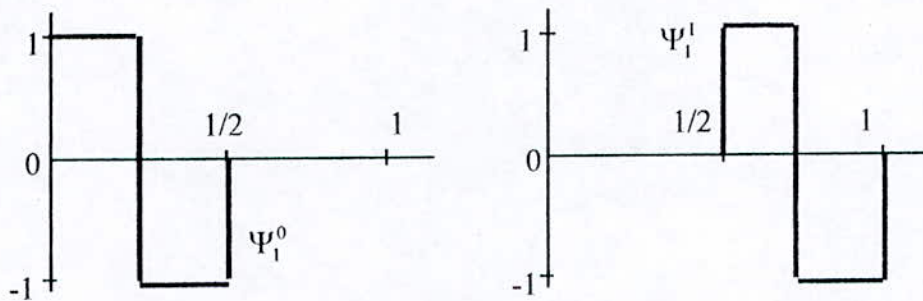
$$\Psi_{2^j}^i(x) = \Psi(2^j x - i), \quad i=0, \dots, 2^j - 1 \quad (\text{III-4})$$

L'expression de l'ondelette de HAAR est donnée par :

Avec :

$$\Psi_{2^j}(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq x \leq 1/2 \\ -1 & \text{for } 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III-5})$$

La figure « III-2 » montre les deux ondelettes de HAAR engendrant  $W_{2^1}$  :



**Figure « III.2 ». Les ondelettes de HAAR pour  $W_{2^1}$**

Prenons l'exemple de la décomposition de l'image formée par quatre pixels illustré par la table « III.1 ». Nous commençons au début par la représentation de l'image originale  $I(x)$  comme une combinaison des fonctions de la base de  $V_{2^2}$  :

$$\begin{aligned} I(x) &= A_{2^2}^0 \Phi_{2^2}^0(x) + A_{2^2}^1 \Phi_{2^2}^1(x) + A_{2^2}^2 \Phi_{2^2}^2(x) + A_{2^2}^3 \Phi_{2^2}^3(x) \\ &= 12\Phi_{2^2}^0(x) + 10\Phi_{2^2}^1(x) + 6\Phi_{2^2}^2(x) + 8\Phi_{2^2}^3(x) \end{aligned} \quad (\text{III-6})$$

Avec  $\Phi_{2^j}^i(x), i=0,3, j=2$ , sont les fonctions échelles données par (III-1).

Dans la deuxième étape en représente l'image  $I(x)$  par les termes des fonctions de la base de  $V_{2^1}$  et  $W_{2^1}$  en utilisant les moyennes et les différences :

$$\begin{aligned} I(x) &= A_{2^1}^0 \Phi_{2^1}^0(x) + A_{2^1}^1 \Phi_{2^1}^1(x) + \tilde{A}_{2^1}^0 \Psi_{2^1}^0(x) + \tilde{A}_{2^1}^1 \Psi_{2^1}^1(x) \\ &= 11\Phi_{2^1}^0(x) + 7\Phi_{2^1}^1(x) + 1\Psi_{2^1}^0(x) - 1\Psi_{2^1}^1(x) \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

finalment, l'image originale  $I(x)$  sera représentée par une combinaison des fonctions de la base de  $V_{2^0}, W_{2^0}$  et  $W_{2^1}$  :



$$\begin{aligned}
 I(x) &= A_{2^0}^0 \Phi_{2^0}^0(x) + \tilde{A}_{2^0}^0 \Psi_{2^0}^0(x) + \tilde{A}_{2^1}^0 \Psi_{2^1}^0(x) + \tilde{A}_{2^1}^1 \Psi_{2^1}^1(x) \\
 &= 9\Phi_{2^0}^0(x) + 2\Psi_{2^0}^0(x) + 1\Psi_{2^1}^0(x) - 1\Psi_{2^1}^1(x)
 \end{aligned}
 \tag{III-8}$$

◇ **Orthogonalité :**

La base de HAAR présente une propriété très importante qui ne se trouve pas souvent dans les autres bases, c'est l'orthogonalité. Une base est orthogonale si ses fonctions de base sont orthogonales l'une par rapport à l'autre. (dans notre cas ces fonctions sont  $\Phi_{2^0}^0, \Psi_{2^0}^0, \Psi_{2^1}^0$  et  $\Psi_{2^1}^1$ ).

◇ **Normalisation :**

Une autre propriété qui est quelque fois désirable, c'est la normalisation. Une fonction  $f(x)$  d'une base donnée est normalisée si  $\langle f, f \rangle = 1$ . On peut normaliser la base de HAAR en remplaçant chaque définition de la fonction échelle et ondelette de HAAR par :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{2^j}^j(x) &= 2^j \Phi(2^j x - i) \\
 \Psi_{2^j}^j(x) &= 2^j \Psi(2^j x - i)
 \end{aligned}
 \tag{III-9}$$

Le facteur  $2^j$  est choisit de tel sorte que le produit  $\langle f, f \rangle = 1$ . Avec cette nouvelle définition les coefficients d'indice « j » calculés précédemment doivent être multipliés par un facteur  $2^{-j}$ .

Dans notre exemple les coefficients de la transformée  $(9 \quad 2 \quad 1 \quad -1)$  deviennent des coefficients normalisés soient  $(9 \quad 2 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad -\frac{1}{\sqrt{2}})$ .

D'après ces notions, on peut montrer l'algorithme des deux procédures de la décomposition en ondelettes de HAAR.

**Proc Décomposition Step (C :array[1..h]of reals )**  
 for i ← 1 to h/2 do

$$\begin{aligned}
 C'[i] &\leftarrow (C[2i-1]-C[2i])/\sqrt{2} \\
 C'[h/2+i] &\leftarrow (C[2i-1]+C[2i])/\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

end for

C ← C'

end proc

**Proc Décomposition ( C :array[1..h]of reals)**

$$C \leftarrow C/\sqrt{h} \quad \{\text{Normalisation des coefficients}\}$$

while h>1 do

*Décomposition step(C[1..h])*

h ← h/2

end while

end proc

### III.2- Ondelettes à deux dimensions :

#### III.2.1- Transformation en ondelette de HAAR(2D) :

La compression des images nous oblige de généraliser la transformation en ondelette de HAAR (1D) à une transformation (2D). Pour cela, il y a deux chemins qu'on peut les suivre pour transformer les pixels d'une image.

##### ◇ La décomposition *standard* :

Nous commençons d'abord par l'application de la transformation en ondelette(1D) sur les valeurs des pixels de chaque ligne. Cette opération donne pour chaque ligne des valeurs moyennes et des coefficients détails. Après ceci, on applique sur cette image transformée la transformation (1D) sur chaque colonne( voir figure « III.3 »). L'algorithme de calcul de cette décomposition est donné ci dessous.

```

Proc Décomposition Standard(C :array[1..h,1..w]of reals)

  for ligne ← 1 to h do
    Décomposition(C[ligne,1..w])
  end for

  for col ← 1 to w do
    Décomposition(C[1..h,col])
  end for

end proc

```

##### ◇ La décomposition *non standard* :

La décomposition non standard alterne entre les opérations sur les lignes et les colonnes. Premièrement, on applique seulement une étape de décomposition sur les valeurs des pixels de chaque lignes. Après ça on applique sur cette transformée une seule étape de décomposition sur les colonnes, et en permute entre les opérations jusqu'à le processus sera terminé(voir la figure « III.4 »). L'algorithme de cette décomposition est donné comme suit :



**Proc Décomposition non standard**(C :[1..h,1..h]of reals)

```

C ← C/h {Normalisation des coefficients d'entrée}
  while h>1 do

    for ligne ← 1 to h do
      Décomposition Step(C[ligne,1..h])
    end for

    for col ← 1 to h do
      Décomposition Step(C[1..h,1..col])
    end for

    h ← h/2

  end while
end proc

```

### III.2.2- Les fonctions de la base de HAAR (2D) :

Les deux méthodes de décomposition d'une image donnent des coefficients correspondants à deux bases de fonctions différentes. La décomposition standard d'une image donne des coefficient pour une base formée par construction standard de la base à deux dimensions. La même chose pour une décomposition non standard qui donne des coefficients pour une construction non standard de la base des fonctions.

La construction non standard de la base d'ondelette(2D) consiste les produits vectoriels possibles des fonctions de la base (1D). par exemple, quand on commence par la base de HAAR (1D) de  $V_{2^2}$ , on obtient la base (2D) pour  $V_{2^2}$ . Notons que si on applique une construction standard à une base(1D) orthonormale, on obtient une base orthonormale (2D).

La construction non standard (2D) produit premièrement par la définition des fonctions échelles à deux dimensions :

$$\Phi(x, y) = \Phi(x)\Phi(y) \quad (\text{III-10})$$

Et les trois fonctions d'ondelette :

$$\begin{aligned} \Psi^1(x, y) &= \Phi(x)\Psi(y) \\ \Psi^2(x, y) &= \Psi(x)\Phi(y) \\ \Psi^3(x, y) &= \Psi(x)\Psi(y) \end{aligned} \quad (\text{III-11})$$

La base non standard consiste la fonction d'échelle :  $\Phi\Phi_{2^0}^{00}(x,y) = \Phi\Phi(x,y)$  avec les trois fonctions d'ondelette :

$$\begin{aligned}\Phi\Psi_{2^j}^{kl}(x,y) &= 2^j \Phi\Psi(2^j x - k, 2^j y - l) \\ \Psi\Phi_{2^j}^{kl}(x,y) &= 2^j \Psi\Phi(2^j x - k, 2^j y - l) \\ \Psi\Psi_{2^j}^{kl}(x,y) &= 2^j \Psi\Psi(2^j x - k, 2^j y - l)\end{aligned}\tag{III-12}$$

Avec  $k$  et  $l$  correspondent respectivement à des translations horizontales et verticales. La constante  $2^j$  normalise les ondelettes pour donner une base orthonormale.

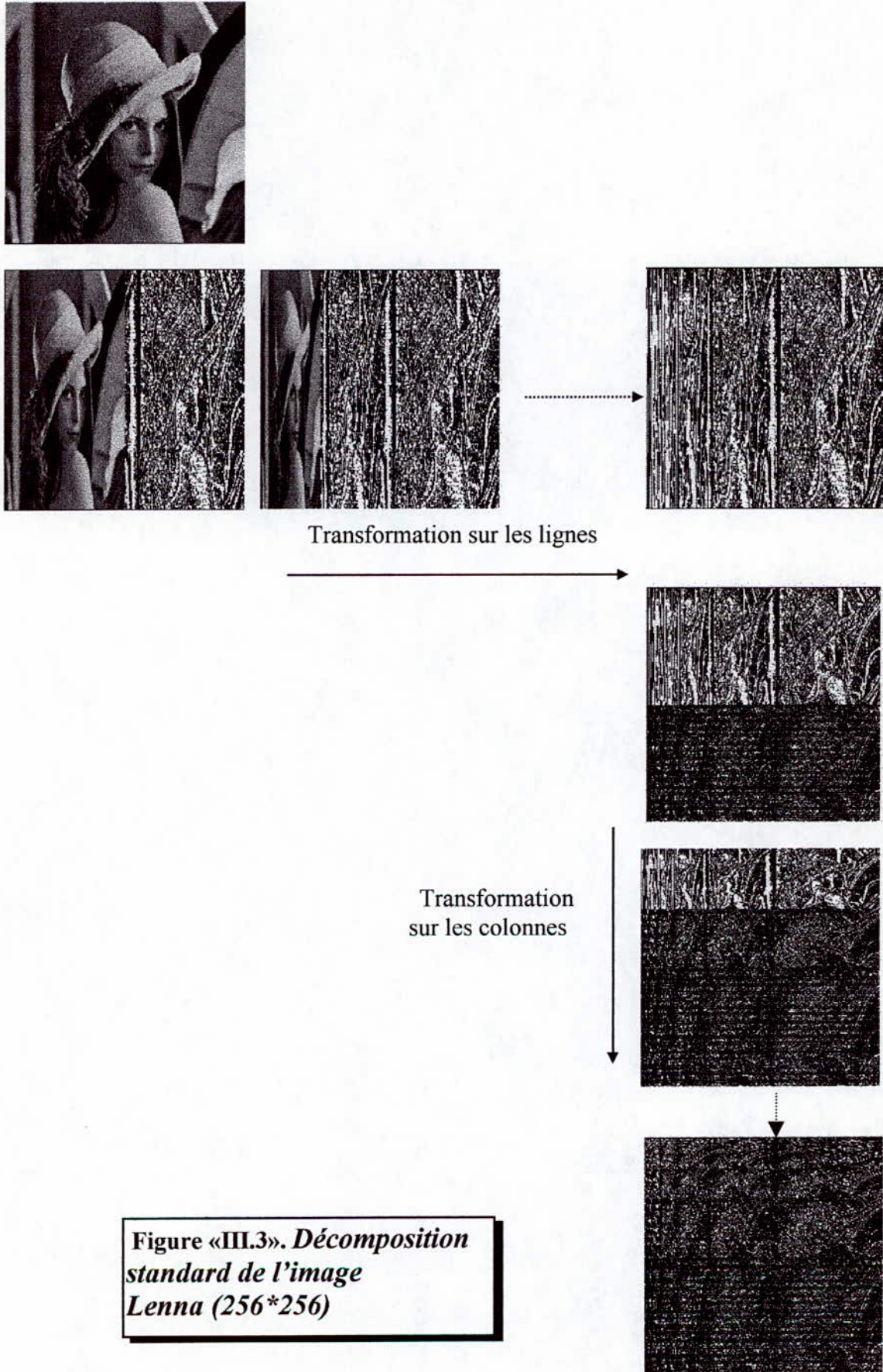
On a présenté les approches standard et non standard de la transformation en ondelette et les fonctions de la base parce que les deux ont des avantages :

- ◇ La décomposition standard exige des simples exécutions sur toutes les lignes ainsi que sur toutes les colonnes. De l'autre côté il est plus efficace de calculer la décomposition non standard. Pour une image de taille  $m \times m$ , la décomposition standard exige  $4(m^2-m)$  opérations, tandis que la décomposition non standard exige  $(8/3)(m^2-1)$  opérations.
- ◇ Une autre considération c'est le support de chaque fonction de base.

#### Remarque :

L'importance de la qualité de l'image reconstruite et les taux de compression obtenus dans un système de compression nous oblige de faire des transformations sur des petits blocs de l'image –ce qu'on va voir dans le chapitre IV-. Un exemple de la transformée standard en ondelette de HAAR sur des blocs de  $8 \times 8$  est représenté sur la figure «III.5».





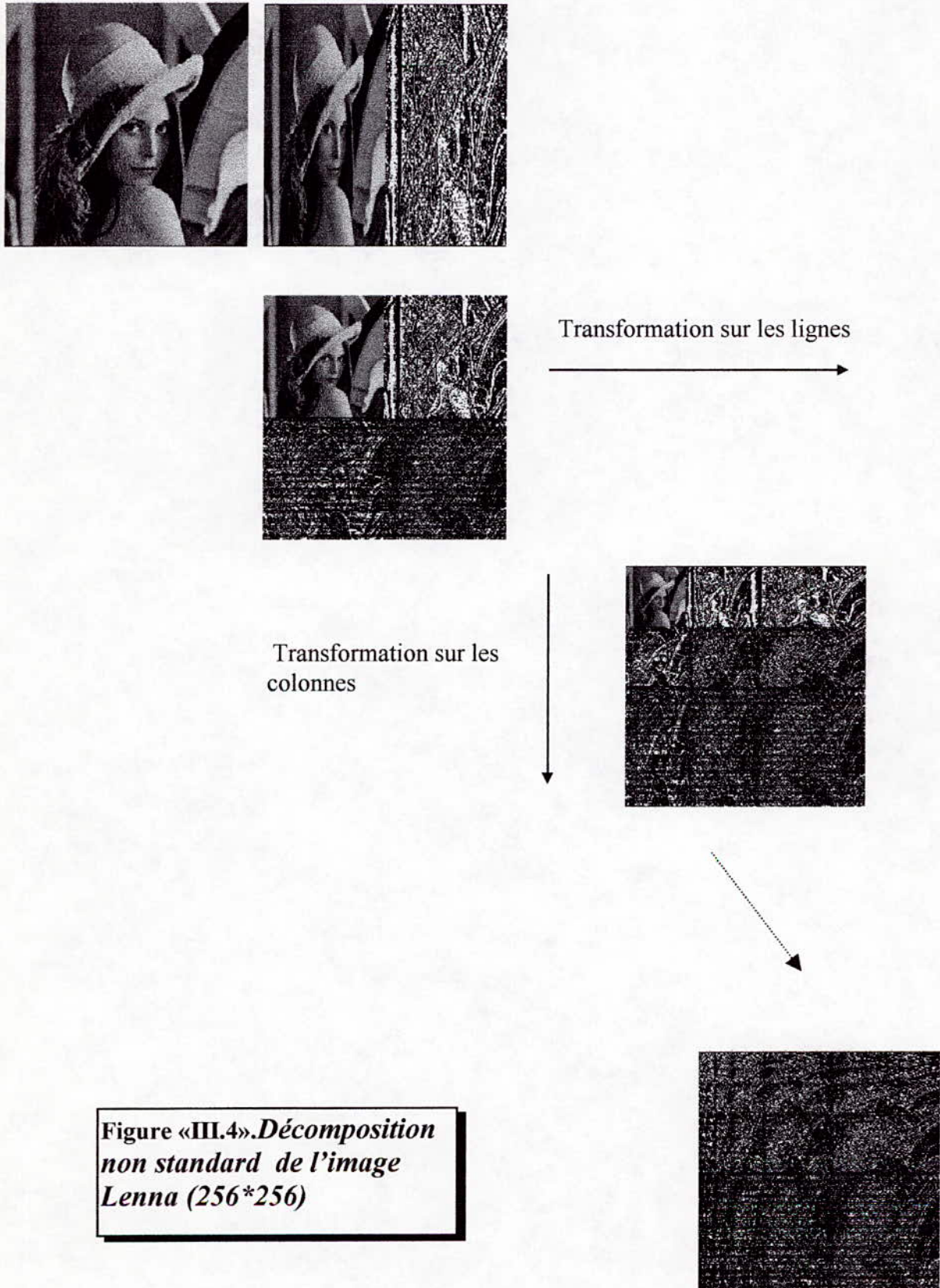


Figure «III.4». Décomposition non standard de l'image Lenna (256\*256)



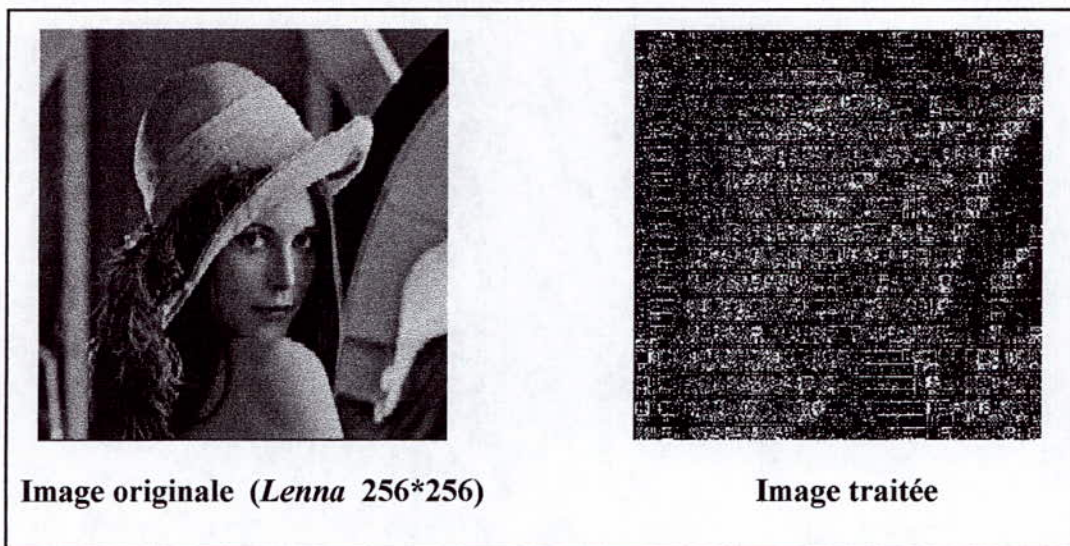


Figure «III.5». Décomposition standard en ondelettes de Haar par bloc de 8x8

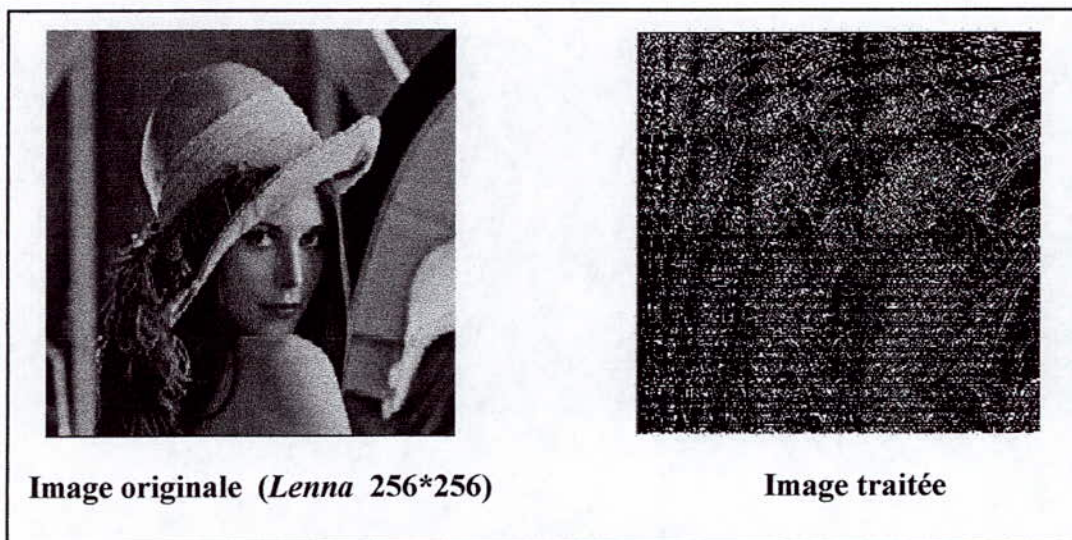


Figure «III.6». Décomposition standard en ondelettes de Haar de l'image entière

# CHAPITRE IV

## Implémentation et résultats



## A. IMPLEMENTATION

### IV.1- Langage de programmation :

Le développement d'un logiciel se fait généralement à l'aide d'un langage évolué, car ce dernier offre une simplicité que ne permet pas un langage de bas niveau. Le logiciel que nous avons développé est conçu à l'aide du langage *Visual C++* version 4.2 sous *Windows*.

- Le Langage *C* permet la réalisation d'applications professionnelles surtout dans le domaine du traitement d'images en général et la compression d'image en particulier.
- Le *Visual C++* qui nous facilite la réalisation des fenêtres d'affichage et les boîtes de dialogues avec son puissant interface.

### IV.2- Architecture générale du logiciel :

Le but de notre travail est de développer un Logiciel de compression d'images fixes, en utilisant la transformée en ondelettes de HAAR avec codage par seuil en étudiant les différentes approches de cette transformée et l'effet des différents types de seuillage sur l'image reconstruite.

Ce Logiciel se décompose en une structure modulaire ayant cinq modules principaux qui contribuent ensemble au fonctionnement du système. Le premier module est consacré à l'étape de prétraitement où on présente les différents filtres qui sont déjà traités au chapitre (I).

Le deuxième module traite les deux approches standard et non standard de la transformée en ondelettes de HAAR sur une image entière, par contre le troisième module étudie la transformée de HAAR sur des blocs de 8x8 d'une image. Le quatrième module est consacré pour l'étape du seuillage en présentant les deux types de seuillages hard et soft. Finalement, un cinquième module pour donner le nombre de bits obtenus après l'étape du codage et même la réalisation de l'étape du décodage.

Ce logiciel contient aussi les autres modules nécessaires pour la gestion d'un logiciel sous Windows tel que la gestion des fichiers, la barre d'outils ou d'état et les fenêtres.

Le Logiciel « *Processing* » est représenté par la figure «IV.1 ».



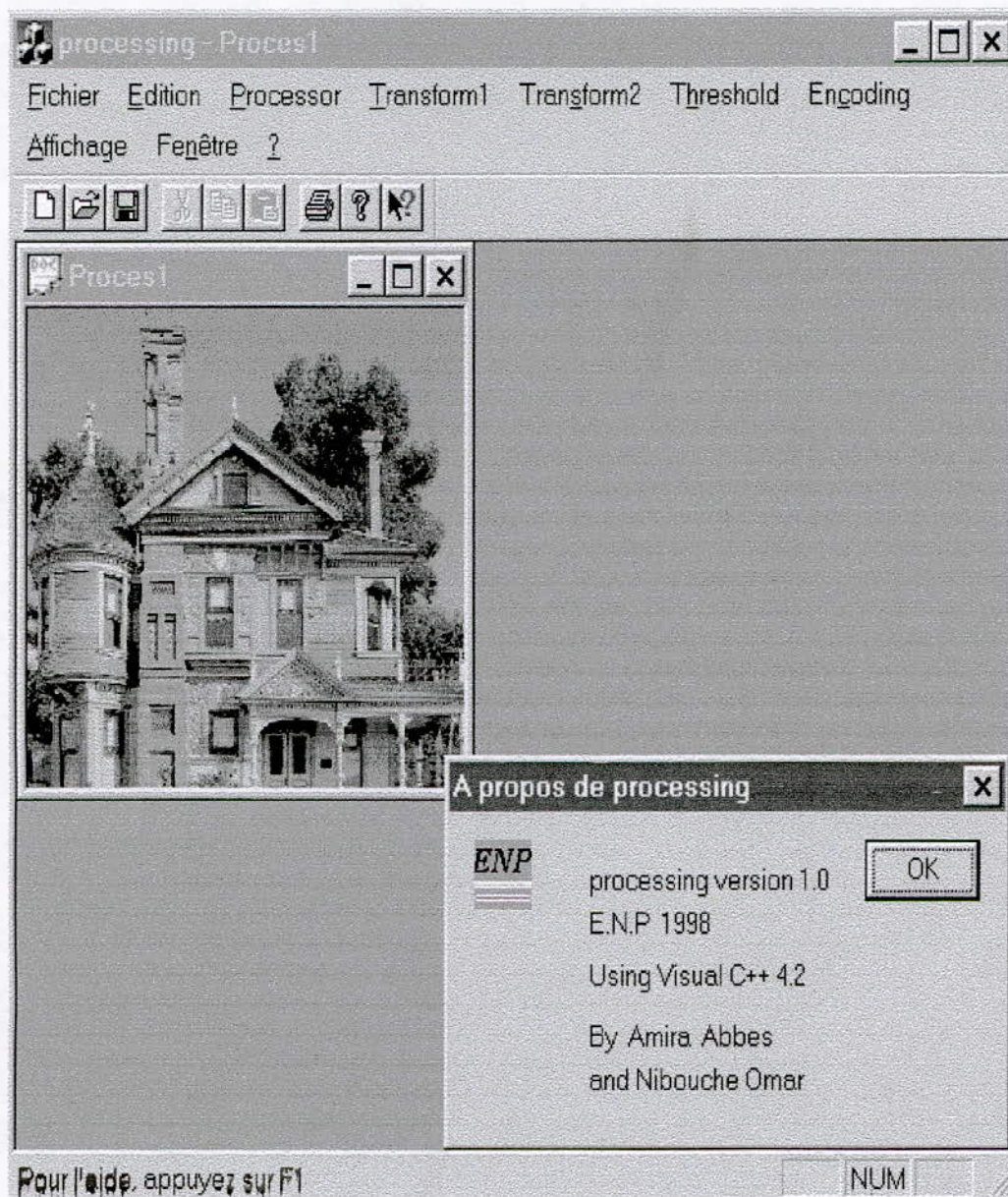
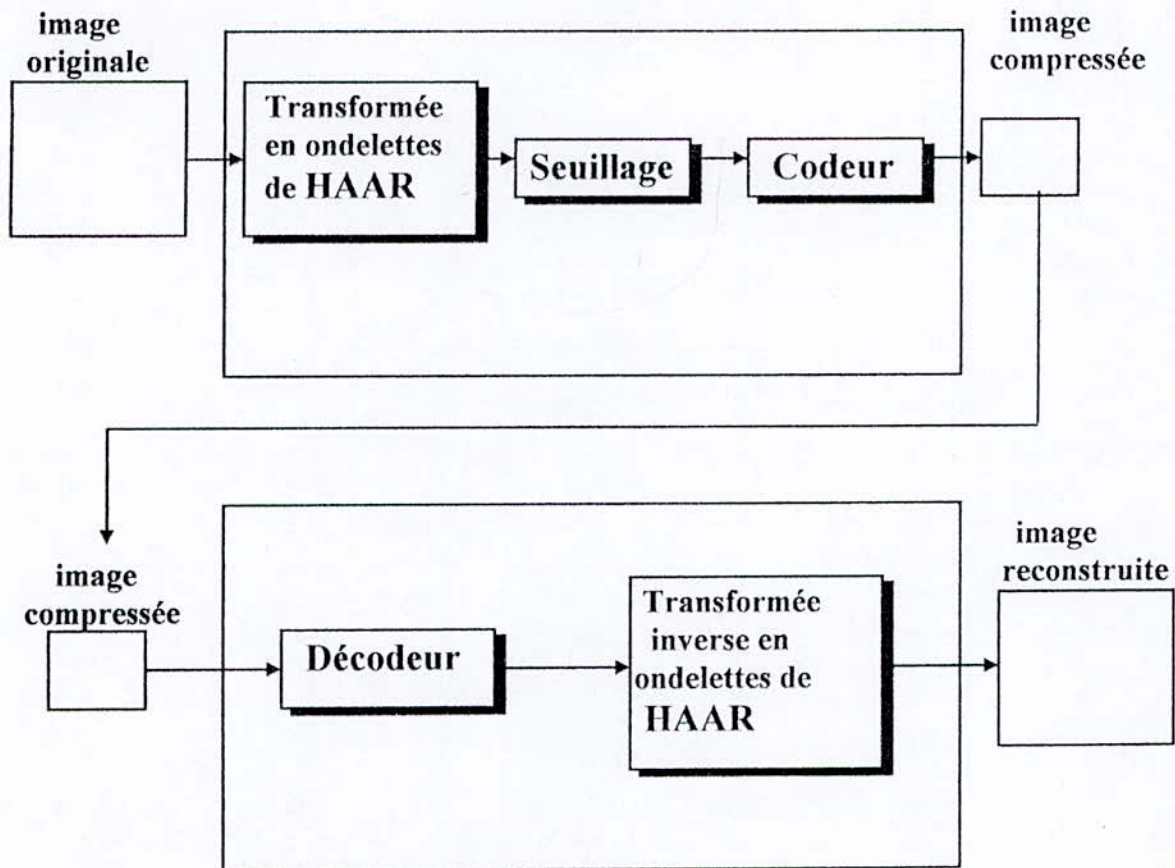


Figure « IV.1 ». *Processing pour la compression des images fixes.*



*transparent*

**IV.3- Système de compression /décompression :**



**Figure « IV.2». Schéma bloc du système de compression / décompression**

**IV.4- Le Seuillage :**

Dans la décomposition en ondelettes le filtre H est un filtre moyennneur tandis que le filtre G produit les détails. Les coefficients en ondelettes correspondent aux détails. L'idée du seuillage est venue de l'amplitude des coefficients ondelettes ou des détails qui sont en générale de petite amplitude. On peut illustrer cette idée par cet exemple :

Le vecteur de données (1,0,-3,2,1,0,1,2) est transformé en ondelettes de HAAR à un vecteur :  $\left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-5}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1, -1, -\sqrt{2}, \sqrt{2} \right)$ . Si tous les coefficients ayant une amplitude inférieure à 0.9 (un seuil choisi) sont remplacés par zéro, le vecteur résultant ou seuillé serait :  $\left( 0, \frac{-5}{\sqrt{2}}, 0, 0, 1, -1, -\sqrt{2}, \sqrt{2} \right)$ .

#### IV.4.1- Les différents types de seuillage:

##### Le seuillage Hard :

Le seuillage « hard » est basé sur le principe de « garder ou changer ». les valeurs absolues de tous les coefficients d'ondelettes sont comparées à un seuil fixe  $T$ . Si l'amplitude du coefficient est inférieure à  $T$ , le coefficient est remplacé par zéro :

$$d_{jk}^{hard} = \begin{cases} 0, d_{jk} < T \\ d_{jk}, d_{jk} \geq T \end{cases} \quad (IV.1)$$

Le seuillage « hard » est utilisé quand on s'intéresse à un codage des coefficients d'ondelettes le plus efficace possible. Les séquences longues des zéros qui sont obtenues habituellement dans le vecteur de décomposition en ondelettes après seuillage sont codées dans un chemin effectif.

##### Le seuillage Soft :

Ce type de seuillage décale tout les coefficients vers l'origine et les nouveaux coefficients seront calculés comme suit :

$$d_{jk}^{soft} = \text{sign}(d_{jk}) (|d_{jk}| - \lambda) \quad (IV.2)$$

##### Le seuillage quantitatif :

Le principe de ce type de seuillage est donné par :

$$d_{jk}^{quant} = \begin{cases} 0, d_{jk} < P \\ d_{jk}, d_{jk} \geq P \end{cases} \quad (IV.3)$$

Ou  $P$  est un pourcentage des coefficients d'ondelette. Par exemple, on peut remplacer 30% des coefficients qui ont une petite amplitude par zéro.



**Le seuillage universel :**

Donoho et Johenstone (1992) ont proposé d'utiliser un seuil  $\lambda$  donnée par :

$$\lambda = \frac{\sigma \sqrt{2 \log(n)}}{\sqrt{n}} \quad (\text{IV.4})$$

avec :

$n$  est la taille d'échantillon,  $\sigma$  est l'échelle du bruit sur une échelle de déviation standard.

**IV.5- Le codage :****IV.5.1- Stratégie du codage :**

Il y a plusieurs stratégies de codage par transformées. Le premier point important est la détermination de la dimension de la transformation. Une image statique peut être transformée, soit par une transformation bidimensionnelle, soit une transformation unidimensionnelle appliquée ligne par ligne ou colonne par colonne. Même s'il est concevable de transformer l'image entière par une seule transformation, les contraintes de mise en œuvre et les distorsions obtenues ne le justifient pas.

Les limitations de base sont la taille des mémoires et le temps de calcul. En plus, comme les coefficients qui ont une petite amplitude sont éliminés, les grandes transformations dégradent davantage les images que les petites transformations. Finalement, la nature fortement non homogène (non stationnaire) de l'image ne justifie pas la transformation globale de l'image.

Une stratégie répandue consiste à diviser l'image en blocs de taille  $M \times M$  avec  $M$  nettement plus petit que la taille  $N$  de l'image (par exemple  $N=256$  et  $M=8$ ) et de transformer chaque bloc séparément.

D'après la caractéristique importante de ces transformations qui est la concentration des coefficients importants point de vue leurs modules ou leurs énergies, on peut citer deux types de codage :

- *Codage de zone :*

Dans ce type de codage on utilise un masque qui couvre une telle région et qui élimine les coefficients restants. En fait, on les met à zéro. Seuls les coefficients qui sont interceptés par le masque sont quantifiés et codés. Des taux de compression importants peuvent être obtenus selon la taille du masque.

Pour la reconstruction, les coefficients décodés sont placés à leur position et le reste du domaine transformé est rempli par des zéros avant de calculer la transformation inverse.





- Processus du codage :

Plutôt que de coder binaires les valeurs des coefficients seuillés directement, on procède à un regroupement des valeurs nulles successives avec le coefficient non nul selon deux étapes :

- La formation d'une séquence de symboles intermédiaire.
- La conversion de cette séquence à une séquence binaire et en utilisant pour cela la table d'Huffman.

Dans la séquence de symboles intermédiaire chaque coefficient est représenté par une paire de symboles ou' :

Symbole 1	Symbole 2
(RLE, Taille)	(Amplitude)

RLE est le nombre des zéros successifs détectés avant chaque coefficient non nul et la gamme de variation de cette valeur serait entre 0 et 15. Sa représentation nécessite donc 4 bits.

TAILLE est le nombre de bits utilisé pour coder AMPLITUDE. Le nombre de bits pour AMPLITUDE est compris entre 0 et 10 bits, donc la TAILLE est codée sur 4 bits.

AMPLITUDE est l'amplitude du coefficient transformé non nul dans la gamme +1024 à -1023 qui nécessite 10 bits pour le codé.

Dans cet exemple la séquence des coefficients transformés est donnée par :

**0, 0, 0, 0, 0, 476**

Le symbole représentant le coefficient 476 est : (5, 9) (476) ou' RLE = 5 TAILLE = 9 et AMPLITUDE = 476. Si RLE est supérieur à 15, le symbole 1 (15, 0) est interprété comme un symbole d'extension avec RLE = 16.

Dans l'étape de la conversion de la séquence des symboles intermédiaires en binaire, La table d'Huffman est utilisée pour le codage des paires (RLE, TAILLE) en binaire tandis que L'AMPLITUDE est codée directement en binaire. Dans l'exemple ou' un coefficient transformé est représenté par : (1, 4) (12), la représentation binaire serait (111101101100) avec (11110110) est le code Huffman de la paire (1, 4) et (1100) est le code binaire de 12.

#### IV.5.3- Les mesures de la compression :

Une mesure de base pour la performance d'un algorithme de compression est le calcul du taux de compression donnée par :

$$C_r = \frac{\text{La taille des données originales}}{\text{La taille des données compressées}}$$

Pour des taux de compressions très élevés, l'image reconstruite aurait une mauvaise qualité.

Une autre mesure de la qualité de l'image reconstruite proposée par *Wallace* est le nombre de bits dans l'image compressée ( $N_b$ ) défini comme le rapport du nombre total des bits de l'image compressée sur le nombre des pixels :

$$N_b = \frac{\text{Nombre de bits pour le codage}}{\text{Nombre de pixels}}$$

$\gamma$  L'autre mesure statistique qui peut être calculée pour juger la performance d'un algorithme de compression est l'erreur quadratique moyenne (*RMS*) donnée par :

$$RMS = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}_i)^2}$$

Avec :

$X_i$  : La valeur du pixel originale.

$\hat{X}_i$  : La valeur du pixel après décompression.

$n$  : Le nombre total des pixels dans l'image.



## B. TESTS ET RESULTATS

L'implémentation vue dans le chapitre précédent, comportait plusieurs points critiques qui dépendent des données et informations qui ne pouvaient être déterminées qu'à travers des tests. Dans cette deuxième partie nous allons effectuer plusieurs tests concernant les deux approches standard et non standard de la transformation en ondelette de HAAR, la taille des bloc pris pour le traitement et l'influence de la valeur et du type du seuil appliqué dans l'étape de quantification sur la qualité de l'image reconstruite.

### 1. Effet du type de la décomposition :

Dans cette section nous allons tester l'influence du type de la décomposition standard ou non standard sur la qualité de l'image reconstruite. Pour les deux approches on utilise le même type et la même valeur du seuil sur une image entière.

#### *Résultat*

On constate d'après les images obtenues après le test – voir figure « IV.4 » - que les deux décompositions standard ou non standard présentent les mêmes résultats concernant la qualité de l'image reconstruite. De point vue temps de calcul, la décomposition non standard reste toujours la plus rapide car pour une image de 256\*256 elle exige 174 760 opérations tandis que la décomposition standard exige 261 120 opérations.

### 2. Effet de la taille des blocs :

Ce test consiste à voir l'influence de la taille des blocs sur la qualité de l'image reconstruite. Pour cela on a appliqué une décomposition standard sur l'image entière puis sur des blocs de 8x8 de la même image avec l'utilisation du même type du seuil et avec la même valeur.

#### *Résultat*

On remarque d'après les résultats donnés par la figure « IV.5 » que les résultats obtenus avec la transformation sur des blocs de 8x8 sont meilleurs que ceux obtenus sur l'image entière de point vue la qualité de l'image reconstruite et donc des taux de compression plus élevés.

### 3. Effet du type de seuillage :

Dans cette section nous allons voir l'influence du type du seuillage sur l'image reconstruite en comparant le seuillage hard avec le seuillage soft. Dans ce test on applique une décomposition standard sur des blocs de 8x8 de l'image avec la même valeur du seuil pour les deux types du seuillage soft ou hard.

**Résultat**

On constate d'après les résultats obtenus après ce test que pour la même valeur du seuil, l'image reconstruite est plus dégradée dans le cas où on applique un seuil soft. Logiquement on obtient des taux de compression plus élevés dans le cas d'un seuillage soft. (illumination de beaucoup d'informations sur l'image). *Elim*

**4. Effet de la valeur du seuil :**

Ce test consiste à voir l'influence de la valeur du seuil sur la qualité de l'image reconstruite. Pour cela, on a appliqué une décomposition standard sur l'image entière et un seuillage hard avec des valeurs différentes.

**Résultat**

On remarque d'après les résultats donnés par la figure « IV.7 », que la qualité de l'image reconstruite est inversement proportionnelle avec la valeur du seuil utilisé. Pour des valeurs plus élevées des seuils l'image reconstruite sera plus dégradée mais avec un taux de compression plus élevé.

**Conclusion :**

On comparant les résultats des différents tests précédents, on remarque qu'une décomposition non standard sur des blocs de 8x8 avec des valeurs qui ne sont pas vraiment très élevées d'un seuil hard vont nous donner des bons résultats concernant la qualité de l'image reconstruite et les taux de compression. Cela reste relative à la nature de l'image (les caractéristiques statistiques de l'image), et le domaine d'application de la compression d'image.





Image originale (*House 256\*256*)

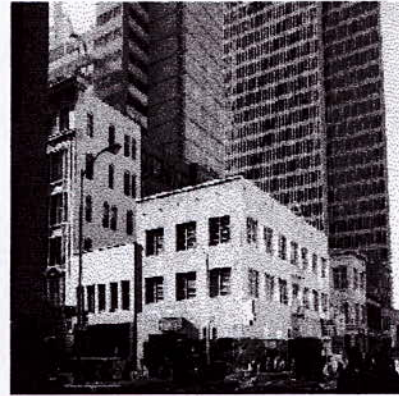


Image originale (*Build 256\*256*)



Image reconstruite  
(*Recomposition standard sur l'image entière  
avec un seuil Hard=2*)

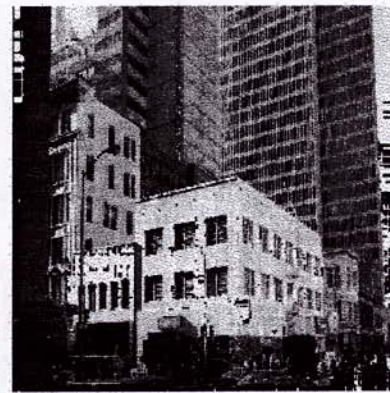


Image reconstruite  
(*Recomposition standard sur l'image entière  
avec un seuil Hard=3*)



Image reconstruite  
(*Recomposition non standard sur l'image entière  
avec un seuil Hard=2*)



Image reconstruite  
(*Recomposition non standard sur l'image entière  
avec un seuil Hard=3*)

Figure «IV.4». *Effet de la décomposition standard ou non standard sur l'image reconstruite*





Image originale (*Vortex256\*256*)

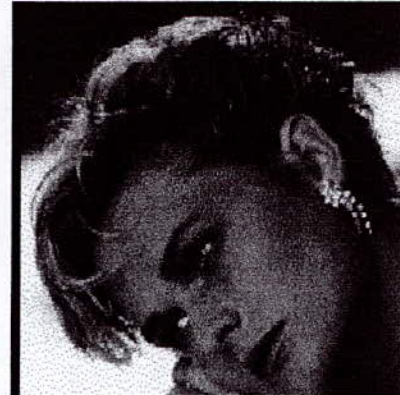


Image originale (*Stef 256\*256*)



Image reconstruite  
(*Recomposition standard sur des blocs de 8x8 avec un seuil Hard =3*)

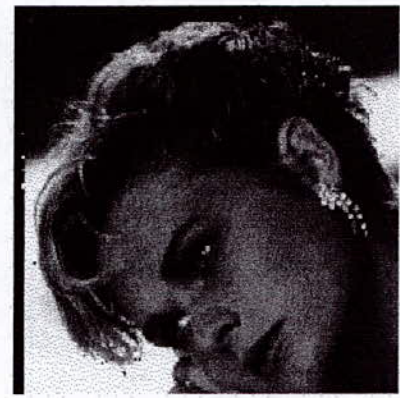


Image reconstruite  
(*Recomposition standard sur des blocs de 8x8 avec un seuil Hard =2*)



Image reconstruite  
(*Recomposition standard sur l'image entière avec un seuil Hard=3*)



Image reconstruite  
(*Recomposition standard sur l'image entière avec un seuil Hard=2*)

Figure «IV.5». *Effet de la taille des blocs sur l'image reconstruite*



# Conclusion Générale



Image originale (*Girl 256\*256*)

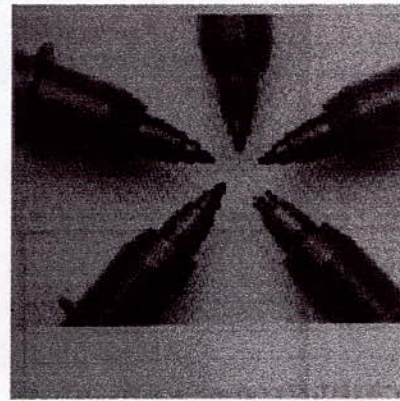
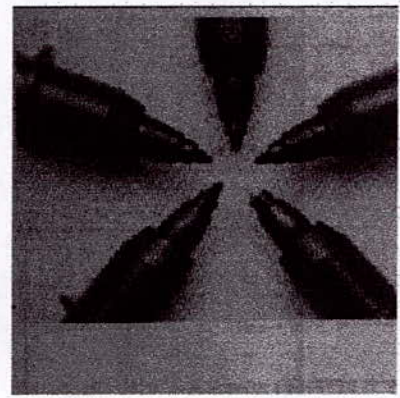


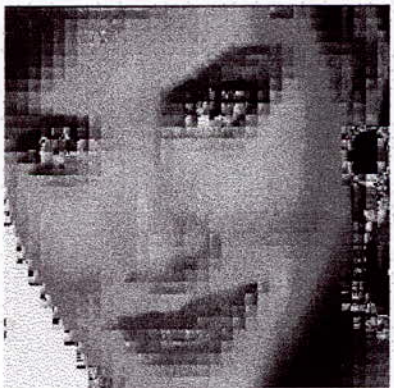
Image originale (*Stylo 256\*256*)



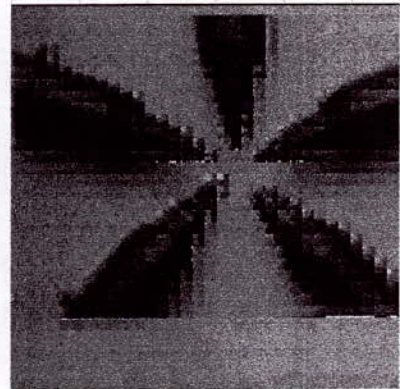
**Image reconstruite**  
(*Recomposition standard sur des blocs de 8x8 avec un seuil Hard=1*)



**Image reconstruite**  
(*Recomposition standard sur des blocs de 8x8 avec un seuil Hard=2*)



**Image reconstruite**  
(*Recomposition standard sur des blocs de 8x8 avec un seuil Soft =1*)



**Image reconstruite**  
(*Recomposition standard sur des blocs de 8x8 avec un seuil Soft =2*)

**Figure «IV.6». Effet du type de seuillage sur l'image reconstruite**



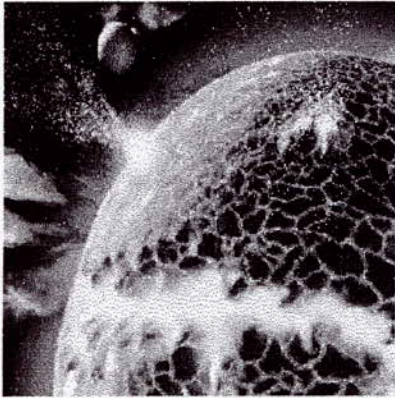


Image originale(Ioxnsun 256\*256)



Image originale (Lenna 256\*256)



Image reconstruite  
(Recomposition standard sur l'image entière  
avec un seuil  $Hard=1$ )



Image reconstruite  
(Recomposition standard sur l'image entière  
avec un seuil  $Hard=2$ )

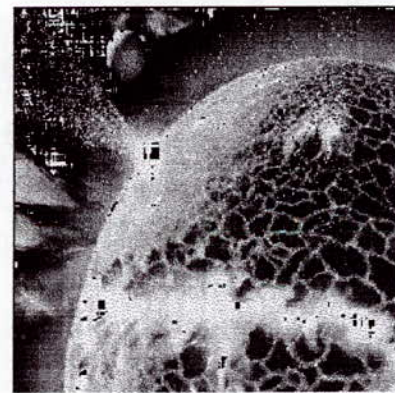


Image reconstruite  
(Recomposition standard sur l'image entière  
avec un seuil  $Hard=3$ )



Image reconstruite  
(Recomposition standard sur l'image entière  
avec un seuil  $Hard=3$ )

Figure «IV.7». Effet de la valeur du seuil sur l'image reconstruite



## CONCLUSION GENERALE

L'aboutissement de ce modeste travail consiste à étudier un système de compression d'image fixe par transformée en ondelette de HAAR où nous avons précisé les différentes approches de cette transformée ainsi que l'influence des différents types de seuillage sur la qualité de l'image reconstruite.

Cependant, il est impératif de songer à la préconisation de méthodes plus performantes dans le domaine de traitement d'image en général et la compression d'image en particulier. L'image, ce précieux élément d'information et d'analyse à rôle capital dans de nombreux secteurs stratégiques de communication, d'industrie, de santé et autres.

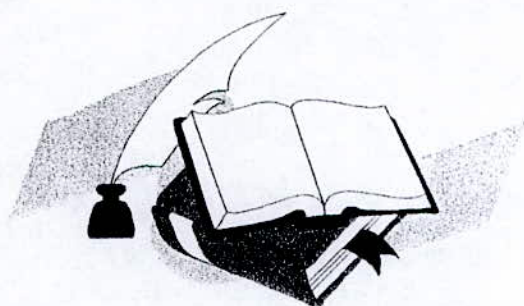
Par conséquent, d'autres études devront être consacrées à la partie codage, particulièrement le codage par plage utilisé généralement dans les méthodes de compression d'image par transformation en ondelette et codage par seuil. Ainsi, dans le cadre de cette préconisation de méthodes concernant l'augmentation des taux de compression et l'amélioration de la qualité de l'image décompressée dans le domaine de la compression d'image, nous souhaitons dans le proche avenir consacrer d'autres études portant sur :

- L'influence des différents types de codage sur la qualité de l'image reconstruite et les taux de compression obtenus.
- La comparaison entre les performances des méthodes exactes où on applique un type de codage directement sur l'image dans le domaine spatial et ceux des méthodes avec pertes comme celle ci représentée dans notre travail.
- La recherche de d'autres types de seuillage qui nous permet de bien adapter l'image transformée avec le type du codage utilisé.
- L'amélioration des méthodes de compression qui associent la transformée en ondelette et la quantification vectorielle en tenant compte du choix de l'ondelette analysante et les temps de compression – élevés en général- présentés par ces méthodes.
- Introduire la notion des fractales et des quantificateurs arborescents dans le domaine de la compression d'image.





# Bibliographie



## Bibliographie

- [1] **Eric J. Stollnitz, Tony D. Deroose,  
And David H. Salesin, university of Washington.**  
Wavelets for Computer Graphics : A Premier, Part 1. IEEE 1995.
- [2] **STEPHANE. G. Mallat**  
A Theory for Multiresolution Signal Decomposition The Wavelet Representation  
IEEE, Vol 7, N°7, Juillet 1989.
- [3] **Brani Vidakovic and Peter Müller, Duke University 1991.**  
Wavelets For Kids  
A Tutorial Introduction
- [4] **Borko**  
A Survey of Multimedia Compression Techniques and Standards.  
Part I : JPEG Standard.  
Real - Time Imaging 1, 49 - 67. 1995.
- [5] **Marc Antonini, Michel Barlaud, Pierre Mathieu, and Ingrid Daubichies**  
Image Coding Using Wavelet Transform  
IEEE Transactions on image processing, avril 1992.
- [6] **Murat Kunt**  
Traitement numérique des images. DIFFUSION 1985.
- [6] **Jean-Paul Guillois**  
Techniques de compression des images. HERMES 1996.
- [7] **Dahmane, Rachid**  
Compression d'image fixe par transformation ondelette et quantification vectorielle  
Mémoire, Ingéniorat INI 1997.
- [8] **Xavier Marsault**  
Compression et cryptage des données multimédias. HERMES 1995.
- [9] **Toumazet**  
Traitement de l'image sur micro ordinateur. SYBEX 1987
- [10] **Rafael C. Gonzales**  
Digital image processing. Addison-Wesley Publishing 1992.



- [11] **William Pratt**  
Digital image processing. 1986.
- [12] **L.Saadaoui**  
Traitement et acquisition d'images.  
Ingéniorat ENP. 38/87.
- [13] **Andre Marion**  
Introduction aux techniques de traitement d'image. 1985.
- [14] **Berriche**  
Techniques de filtrage numérique appliquées aux traitement d'images .  
Ingéniorat ENP.8/95.
- [15] **Barbara Burke Hubbard**  
Ondes et ondelettes  
La saga d'un outil mathématique. Collection « Science d'avenir ». 1995.
- [16] **Christian Dorize**  
Ondelettes discrètes orthogonales et signaux acoustiques.  
Mémoire d'ingénieur acoustique CNAM 1987-1988. TELECOM, Paris.
- [17] **Pratt Harsy**  
Transform image coding. 1979.
- [18] **Zekrini et Zerouati**  
Etape de décision et reconnaissance des caractères arabes multitalle, multifonte par  
méthode structurelle.  
Ingéniorat ENP. 69/95.
- [19] **Randy K. Young**  
Wavelet Theorie and Its Applications. Kluwer Academic Publishers 1993.