

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

3/96

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT *Electronique*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

*Modélisation cinématique et dynamique  
de bras manipulateurs*

Proposé par :

M<sup>r</sup> C. LARBES

M<sup>r</sup> M.S. AIT-CHEIKH

Etudié par :

M<sup>lle</sup> B. DRIBINE

M<sup>lle</sup> N. DJEDI

Dirigé par :

M<sup>r</sup> C. LARBES

M<sup>r</sup> M.S. AIT-CHEIKH

PROMOTION

*juin 1996*

ربي أدخلني مدخل صدق  
وأخرجني مخرج صدق  
وأجعل لي من لسانك  
سلطانا نصيرا

# DEDICACE

*J e dedie ce travail*

*A la mémoire de ma mère,*

*A mon père qui m'a toujours encouragée, soutenue et entourée de son affection*

*A ma seconde mère pour tous ses efforts,*

*A Rabah qui j'espère connaîtra le bonheur et la paix,*

*A mes frères et soeurs ,*

*A toutes mes amies en particulier Kahina ,  
Nadia, Khalida et Nadjeh,*

*A toute ma promotion d'ELECTRONIQUE de juin 1996 de  
l'ENP avec qui j'ai partagé les moments les plus exaltants  
de ma vie,*

*A Monsieur Larbes qui nous a épaulées tout le  
temps, nous a jamais privées de ses conseils fructueux et a  
été pour nous le maître et l'ami*

**Que tous ces gens soient dûment remerciés**

**DRIBNE DJAMILA**

# DEDICACE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

A la mémoire de ma chère cousine Malika ,victime de la peur, l'injustice, l'ignorance et la zizanie que connaît le pays .

A mes très chers parents, A mes frères et soeurs pour la joie qu'ils apportent dans ma vie, pour leur soutien, leur compréhension et leurs encouragements.

A ma soeur Naima et son mari, Mohammed.

A mes tous précieux :niece et neveux.

A toute la grande famille.

A mes amis Hassina, Sara, Nadjoua, Nouzha, Madjda, Moncef, Farouk, Raïfa,

Djamhi, Nadjeh, Khalida... et tant d' autres. Tous ceux qui ont partagé avec moi les affres des études à la polytec.

A la mémoire de Azzizi Hacène

A la mémoire de H'ssen ,Mourad, Toufik, Boualem... ce sont tous des Hommes.

A la mémoire de tous ceux qui se sont sacrifiés pour que les autres vivent.

A monsieur Larbes pour sa patience et son suivi.

A Laïd pour sa compréhension,qu'il soit un homme musulman fort et juste

Je tiens à dédier ce modeste ouvrage -fruit de mon labeur -pour exprimer tout mon respect et ma sincère affection.

DJEDI NADIA

# REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Nous remercions tout d'abord le TOUT PUISSANT qui a fait que cette thèse se fasse malgré les hauts et les bas.

Nous tenons ensuite à exprimer tous nos remerciements à nos promoteurs C.LARBES et L.AIT CHEIKH pour leurs concours incessables et leurs judicieux conseils et-ce tout le long de l'élaboration de ce PFE.

Nos sincères remerciements vont également à nos amis L.GUENFAF, CHAABANE BOUBAKEUR, BENJAHIA ZEKRINI, HACENE, FLALA CHAHRAZED, HAMIDI OKBA ET AIT DAOUUD SIHEM en lesquels nous avons trouvé appui, soutien et orientation .

Enfin notre reconnaissance est grande envers tous ceux qui d'une manière ou d'une autre ont placé une pierre dans l'édifice qu'est notre thèse.

إعتراف خاص للرفيق والهدية والأخ حبرية فاروق

الذي لم يبخل علينا بنصائح القيمة لإبجازة العمل

## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b>	1
<b>CHAPITRE I: Définitions et classification des robots.</b>	
1.1 Définitions:	I-1
1.1.1-Définition selon un dictionnaire.	
1.1.2-Définition selon AFNOR.	
1.1.3-Définition selon JIRA.	
1.2 Structure et caractéristiques spécifique des robots :	I-2
1-Structure mécanique.	
2-Les actionneurs.	
3-les capteurs.	
4-Systeme décisionnel.	
5-Systeme de commande :	
Programmation par apprentissage.	
Programmation hors ligne.	
1.3 Classification des système robotique :	
1.3.1-Classification en fonction de leurs types.	I-4
1-Les machines non asservies de point à point.	
2-Les machines asservies de point à point.	
3-Les robots à déplacement continu asservi.	
1.3.2-Classification en fonction de leurs asservissement.	
1.3.3-Classification en fonction de la structure de leurs bras :	
1-Robot à structure cartésienne : T.T.T.	
2-Robot à structure cylindrique.	
3-Robot à structure sphérique ou polaire.	
4-Robot à structure articulé.	
1.4 Sources d'énergie dans un système robotique :	I-6
1-Actionneurs électriques.	
2-Actionneurs hydrauliques.	
3-Actionneurs pneumatiques.	

**CHAPITRE II: Modélisation cinématique des bras manipulateurs**

II.1-Introduction.	
II.2-Matrices de transformation.	II-1
II.3-Modélisation cinématique directe des robots	II-1
1-Présentation de la méthode D-H.	II-3
2-Modélisation cinématique directe de quelques bras manipulateur	
1-Bras PUMA.	
2-Bras T.T.T(robot cartésien).	
3-Bras T.R.T(robot cylindrique).	
4-Bras R.R.T(robot sphérique).	
5-Bras R.R.R(robot articulé).	
6-L'organigramme des modèle cinématique directes.	
II.4-Modélisation géométrique des robots :	II-13
1-Modélisation géométrique directe du bras PUMA.	
2-Modélisation géométrique directe du bras T.T.T.	
3-Modélisation géométrique directe du bras T.R.T.	
4-Modélisation géométrique directe du bras R.R.T.	
5-Modélisation géométrique directe du bras R.R.R.	
II.5-Modélisation cinématique inverse :	II-16
1-Présentation de la méthode de NEWTON-RAPHSON.	
2-Présentation de la méthode de GAUSS.	
3-Modèles cinématique inverses :	
3-1-Etablissement des équations.	
3-2-Programmation.	

**CHAPITRE III: Modélisation dynamique**

III.1-Introduction.	III-1
III.2-Formalisme d'EULER-LAGRANGE (équation dynamique d'une chaîne complexe)	III-2
1-Calcul de la vitesse.	
2-Energie cinétique.	
3-Energie potentiel.	
4-Le lagrangien.	
5-L'équation dynamique d'une chaîne complexe.	
III.3-La modélisation dynamique de deux bras manipulateur :	III-5
1-Le modèle dynamique du bras PUMA	
2-Le modèle dynamique du bras T.R.T	
3-L'organigramme des modelés dynamiques.	III-17
III.4-conclusion.	III-18

**CHAPITRE IV: La réalisation du logiciel**

IV.1-Introduction	
IV.2-Graphisme en robotique	IV-1
IV.3- Technique graphique tridimensionnelle	IV-1
IV.4- Programmation	IV-2
	IV-3

- 1 Choix du langage
- 2 Présentation du travail
- 3 Sous programmes graphiques

**CONCLUSION**

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**



## INTRODUCTION

Le développement des technologies nouvelles, particulièrement dans les domaines de l'électronique, de l'informatique et de la mécanique de précision, a donné naissance à une nouvelle discipline qui est la robotique. Cette discipline entreprend le lien entre la science et les techniques différentes pour réaliser et contrôler des ensembles de production qui sont les robots.

L'étude et le développement du mécanisme des robots remontent à 1940 quand les manipulateurs maître-esclaves ont été fabriqués par les laboratoires Oak Ridge Argonne National Laboratories.

Une révolution industrielle et technologique considérable s'est opérée dans les deux dernières décennies avec l'avènement des robots. Ces robots qui sont devenus un aspect de la vie moderne, ont été inventés surtout pour palier aux difficultés de certaines tâches très délicates.

Des travaux de recherche considérables ont été faits dans le domaine de la robotique. La modélisation et la commande des robots manipulateurs constituent maintenant, un des axes importants de la recherche en matière de robotique.

Dans ce mémoire on s'intéresse à la modélisation cinématique et dynamique de bras manipulateurs. Une visualisation graphique avec animation de ces derniers est aussi abordée.

L'objectif de ce travail est de développer un logiciel de modélisation qui peut servir de support pour le cours de robotique.

Ce travail comporte quatre chapitres:

Dans le chapitre un, qui est une introduction générale à la robotique, on trouve les définitions de base d'un robot, les structures générales, la classification et les sources d'énergie dans un système robotique.

Dans le chapitre deux, on s'intéresse à la modélisation cinématique. Ce chapitre est divisé en trois parties. La première partie concerne la modélisation cinématique directe ou nous allons établir les matrices de transformations. La deuxième partie concerne la modélisation géométrique. La troisième partie traite la modélisation cinématique inverse.

Le chapitre trois présente la modélisation dynamique de deux bras manipulateurs en utilisant le formalisme d'EULER-LAGRANGE.

La représentation graphique, avec animation sur un PC, de trois bras manipulateurs est développée dans le chapitre quatre où on trouve aussi le logiciel qui englobe tous les programmes développés.

Une conclusion générale terminera ce mémoire.

# CHAPITRE I

## DEFINITIONS ET CLASSIFICATION DES ROBOTS

### I.1 DEFINITION

Qu'entend-on par «Robot», aucune définition simple et précise n'a été donnée à ce mot? Toutes celles qu'on lui trouve correspondent à certains des engins qui apparaîtront, le mieux est peut-être de définir les Robots comme des machines programmables dont le fonctionnement ou l'apparence imitent ceux de l'homme, ainsi beaucoup de définitions bien différentes en ont été données.

#### I.1.1 Définition selon un dictionnaire

**Robot:** Du mot tchèque Robota (1921) qui signifie ouvrier, travail forcé pour désigner des ouvriers artificiels dans une pièce. Machine à l'aspect humain, capable de se mouvoir et d'agir mécaniquement. Mécanisme automatique à commande électromagnétique pouvant se substituer à l'homme pour effectuer certaines opérations.

#### I.1.2 Définition selon AFNOR (Association Française de Normalisation)

AFNOR définit deux termes: manipulateur et Robot.

**Manipulateur:** C'est un mécanisme composé d'éléments articulés dont l'objectif est le déplacement suivant plusieurs degrés de liberté. Il est commandé par un opérateur humain (cas des télémanipulateurs) ou par un système logique.

**Robot:** C'est un manipulateur automatique, reprogrammable polyvalent, capable d'exécuter des tâches variées de positionnement, d'orientation d'objets, de composants ou d'outils.

#### I.1.3 Définition selon JIRA (Japan Industriel Robot Association)

Un Robot est un système versatile doté d'une mémoire et pouvant effectuer des mouvements comme ceux d'un opérateur humain.

Ainsi, le Robot est un manipulateur automatique, asservi en position, reprogrammable, polyvalent, capable de positionner et d'orienter des matériaux, pièces, outils ou des

dispositifs spécialisés au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution de tâches variées.

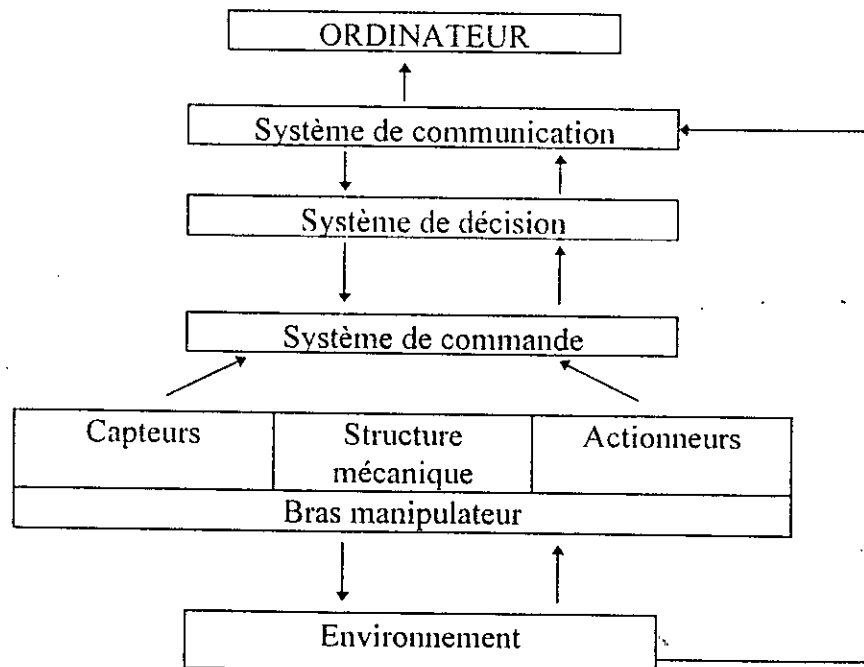
Le mot programmable est très important, il signifie que l'engin n'est pas limité à l'exécution d'une tâche donnée, mais que son comportement peut être modifié. La plupart des Robots modernes comprennent un ordinateur qui détermine les opérations que l'engin est capable d'effectuer. En changeant le programme ou les instructions on modifie les opérations.

## 1.2 STRUCTURE GENERALE ET CARACTERISTIQUE SPECIFIQUE DES ROBOTS

En première approximation, les constituants d'un Robot et de son environnement sont des corps solides en mouvement ou non les uns par rapport aux autres. Une tâche dans la Robotique consiste à modifier l'état de cet univers dans le cas général, l'état de chaque objet est défini par un grand nombre de variables : position, orientation, vitesse, forme, couleur, masse, etc. La spécification et le calcul de ces variables d'état sont indispensables pour déterminer l'évolution d'un Robot et de son environnement.

Dans le cadre d'une définition restrictive fréquente d'un Robot industriel, l'unité centrale est constituée mécaniquement par un bras manipulateur formé de plusieurs articulations successives à partir d'une base fixe, de façon à donner à l'outil terminal les mobilités nécessaires ( jusqu'à 3 degrés de liberté en déplacement et 3 en orientation). Des contraintes technologiques peuvent augmenter le nombre d'articulations mécaniques réelles du bras, des considérations d'économie peuvent au contraire le réduire pour certains cas particuliers d'utilisation.

Généralement, le Robot manipulateur est constitué de cinq parties. Le schéma synoptique d'un système Robotique est le suivant.



**Figure 1-1: Schéma synoptique d'un système Robotique.**

## 1) Structure mécanique

La partie la plus visible du Robot est le bras lui-même qui est caractérisé par plusieurs articulations successives à partir d'une base fixe, de façon à donner à l'outil terminal les mobilités.

## 2) Les actionneurs

C'est la partie qui agit sur la structure mécanique pour en modifier sa configuration. Les actionneurs produisent les forces nécessaires pour déplacer l'une par rapport à l'autre les parties du bras en faisant jouer ses articulations. Sous la direction des instructions que leur fournit le programme de l'ordinateur du Robot, les mécanismes de commande ou actionneurs qui produisent les forces, régissent la manière dont la machine exécute l'opération désirée. En effet les actionneurs représentent la source d'énergie du bras manipulateur. La 4<sup>ème</sup> partie de ce chapitre va traiter en détail les différentes sources d'énergie.

## 3) Les capteurs

Les capteurs sont nécessaires pour la perception et le bon contrôle des actions.

## 4) Système décisionnel

Ce système élabore le mouvement du Robot industriel; Il travaille en coordination avec la commande.

## 5) Système de commande

- Ce système pilote les actionneurs à partir des informations reçues par le système décisionnel sur le mouvement ou exécuter, et des informations de livrées par les capteurs. C'est le système de contrôle, dans lequel l'ordinateur joue en générale le rôle principal.
- La programmation est le moyen d'introduire dans la mémoire du dispositif de commande les informations nécessaires au travail du Robot, selon la norme AFNOR, on distingue différents modes de programmation des Robots.

### • Programmation par apprentissage

Dans ce mode de programmation, l'opération fait décrire à l'organe terminal du Robot le parcours nécessaire pour accomplir le travail demandé et le cycle de travail est exécuté par reproduction fidèle de l'opération réalisée manuellement.

### • Programmation hors ligne

Ce type de programmation est effectué soit par définition des trajectoires et des séquences, soit par description de la tâche à accomplir sans définition préalable de la trajectoire. Ces séquences d'opérations sont décrites comme instructions d'un programme écrit dans un langage évolué.

## 1.3 CLASSIFICATION DES SYSTEMES ROBOTIQUE

On peut classer les Robots de trois façons différentes

### 1.3.1 Classification en fonction de leurs types

Cette classification s'appuie sur les systèmes de commande. Les systèmes de commande des Robots se répartissent en trois catégories principales:

- 1- Non asservi de point à point.
- 2- Asservi de point à point.
- 3- A déplacement continu asservi.

#### 1) Les machines non asservies de point à point

Les possibilités de ces robots sont très réduites, ils peuvent réaliser un mouvement de balayage d'un point à autre, mais sans que le programme qui les dirige ait la possibilité de leur faire exécuter des manoeuvres contrôlées entre les deux points. De telles machines peuvent servir pour des opérations simples; il suffit pour cela que le superviseur du Robot spécifié deux point dans l'espace entre lesquels doit se déplacer l'organe terminal.

#### 2) Les machines asservies de point à point

Ici les servomécanismes peuvent arrêter le Robot en autant d'endroit qu'on le souhaite entre deux points présents comme début et comme fin de l'axe de mouvement de programme de commande d'un Robot de cette catégorie emmagasine dans la mémoire des points distincts dans l'espace. Ces Robots peuvent se voir confier des tâches relativement difficiles.

#### 3) Les Robots à déplacements continus asservis

utlle Ils sont les plus perfectionnés, ici, la mémoire de l'ordinateur ne contient plus les détails du mouvement enregistrés en certains points du chemin suivi, mais des informations de base stockées au fil du temps. Le chemin suivi et la vitesse de l'outil terminal sont essentiels pour un bon fonctionnement de ce type de Robot. Une telle machine est très utile lorsque les applications exigent que le bras ne dévie pas.

### 1.3.2 Classification en fonction de leurs asservissements

Les systèmes Robotique peuvent être asservis en boucle ouverte ou en boucle fermée. Dans le premier cas, l'exécution d'un mouvement n'a aucun effet sur les commandes qui l'ont provoqué. Pour asservir ce système en boucle fermée, on dispose un capteur de vitesse sur l'axe qui augmente la tension d'entrée du moteur si la vitesse sur l'axe tend à décroître.

### 1.3.3 Classification en fonction de la structure de leurs bras

On classe les Robots en fonction des systèmes de coordonnées dans lesquels ils travaillent. Dans ce cas on s'intéresse à l'architecture ou à la morphologie du bras. Cette description

description décrit les organes du robot et leurs déplacements les uns par rapport aux autres. Il existe quatre classes:

### **1) Robot à structure cartésienne (TTT)**

Dans ce cas, le bras se déplace suivant les trois axes de translation x, y, z donc la structure possède 03 degrés de libertés de translation (TTT).

Les Robots cartésiens ne sont pas utilisés dans les industries et ils manquent de flexibilité c'est-à-dire ils ne peuvent atteindre certains objectifs.

### **2) Robot à structure cylindrique (TTR)**

Dans ce cas, le bras se déplace suivant deux axes par translation et tourne aussi autour de l'axe vertical donc la structure possède deux degrés de liberté de translation et un degré de rotation (TTR).

### **3) Robot à structure sphérique ou polaire (TRR)**

Dans ce cas, le bras se déplace suivant un axe de translation et tourne autour des deux autres (TRR). Le volume de travail de ce bras est une portion de sphéroïde.

### **4) Robot à structure articulé (RRR)**

Dans ce cas, le bras est articulé à l'épaule au coude et au poignet et ressemble donc plus au bras humain, les parties du bras peuvent tourner autour des trois axes pour permettre un mouvement dans différents plans (RRR).

Ces Robots sont plus souples et flexibles par rapport aux autres. Généralement on ajoute un poignet à ce genre de Robot. Ce poignet possédant l'outil terminal ajoutera trois degrés de liberté au bras.

## **1.4 SOURCES D'ENERGIE DANS UN SYSTEME ROBOTIQUE**

La source d'énergie d'un système Robotique est présentée par les actionneurs. Trois types d'actionneurs sont courants dans l'industrie Robotique pour commander les mouvements des différents segments de la structure mécanique.

### **1) Actionneurs électriques**

Ce type d'actionneur utilise des moteurs pas à pas ou de moteurs à courant continu en général. Chaque articulation est contrôlée par un moteur particulier commandé par des signaux qui lui apportent des câbles courant le long du Robot. L'énergie électrique est intéressante du point de vue de la propreté, du silence, des facilités de maintenance et de la sécurité, mais atteint des limites pour les charges importantes, les bras de grande longueur et les vitesses très importantes ou au contraire très faible. Ainsi les fabricants de Robots donnent la préférence aux actionneurs électriques parce que leur rendement énergétique est assez élevé et qu'ils permettent de déplacer les parties mécaniques avec une grande précision.

## **2) Actionneurs hydrauliques**

Dans ce type de Robot, la force motrice est fournie par un liquide maintenu sous haute pression dans un système de conduite. L'actionneur hydraulique a un grand désavantage, les conduites sont sujettes à des fuites. En outre, une pompe hydraulique consomme de l'énergie non seulement lorsqu'elle travaille mais aussi quand elle est au repos, puisque son liquide doit être maintenu continuellement sous pression.

L'énergie hydraulique est bien adaptée aux engins génie civil, aux couples importants et aux vitesses très rapides comme très lentes, mais pose des problèmes de mise en oeuvre et de maintenance.

## **3) Actionneur pneumatique**

Ces actionneurs alimentés à l'air comprimé sont difficiles à contrôler avec précision lorsqu'on leur demande des manoeuvres compliquées, de plus, ils sont bruyants et les fuites dans les conduites d'air comprimé sont fréquentes. Cette énergie est excellente pour les systèmes de transfert simple, mais vite limitée dès que les charges déplacées atteignent plusieurs kilogrammes et surtout lorsque les trajectoires doivent être contrôlées en vitesse et en position.

# MODELISATION CINEMATIQUE DES BRAS MANIPULATEURS

## II.1 INTRODUCTION

Un manipulateur, est un cas concret de structure topologique arborescente comportant «n» corps rigides articulés entre eux. Chaque configuration géométrique du manipulateur est associée à chaque position et orientation de l'organe terminal du robot et peut être définie par un ensemble de variables dites articulaires. Une variable articulaire traduit les déplacements relatifs intervenant entre deux corps rigides adjacents sous l'action d'une force extérieure produite par un ou plusieurs actionneurs, ainsi les variables articulaires des moteurs (appelées également coordonnées articulaires ou généralisées) permettent de faire le lien entre la position et l'orientation de l'organe terminal dans un repère ( $R_0$ ), et par la suite la connaissance des matrices de transformation permettant d'exprimer les coordonnées d'un point de l'espace dans deux repères différents ( repère  $R_0$  et repère  $R_i$ ).

## II.2 LA MATRICE DE TRANSFORMATION [9] [6]

Le terme «transformation» recouvre un ensemble d'opérations mathématiques relatives aux système de coordonnées. avant tout développement mathématique, il convient de définir les systèmes d'axes et de coordonnées sur lesquels on va travailler, on attache à chaque segment d'indice «i» d'un manipulateur un système de coordonnées cartésiens appelé « $O_i$ ».

Les matrices de transformation définissent les relations géométriques qui existent entre deux systèmes de coordonnées consécutifs  $O_{i+1}$  et  $O_i$ , en fonction de la variable d'articulation « $q_i = \theta_i$ » s'il s'agit d'un axe de rotation.

La transformation qui permet de passer d'un référentiel  $O_i$  à un référentiel  $O_{i+1}$ , fait appel à une matrice de transformation homogène  $T_i^{i+1}$ , (la représentation homogène d'un vecteur à deux dimensions s'obtient en lui ajoutant une troisième composante de valeur unitaire), appelée encore matrice de déplacement. Elle résulte des considérations purement géométrique sur la position du référentiel  $O_i$  relativement à  $O_{i+1}$ . La matrice  $T_i^{i+1}$  se compose d'une matrice de rotation et d'une matrice de translation.

Le passage de  $R_i$  à  $R_{i+1}$  peut a priori s'effectuer à l'aide de six (06) transformations (3R & 3T) par introduction de cinq (05) corps intermédiaires fictifs au maximum.



Nous avons

$$(X_i, Y_i, Z_i, 1)^T = T_i^{i+1} (X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1}, 1)^T \dots\dots\dots(II-1)$$

La transformation  $T_i^{i+1}$  est définie selon le type de mouvement comme suit:

Si on a une rotation autour de «X» d'un angle  $\theta$  on a d'après le schéma de la figure II-1

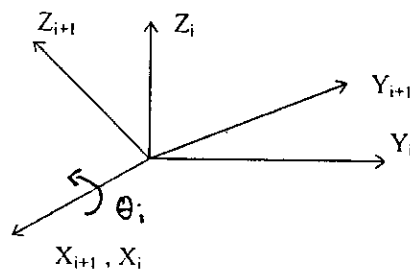
$$\begin{aligned} X_i &= X_{i+1} \\ Y_i &= \cos \theta Y_{i+1} - \sin \theta Z_{i+1} \\ Z_i &= \sin \theta Y_{i+1} + \cos \theta Z_{i+1} \end{aligned} \dots\dots\dots(II-2)$$

$$Rot(\theta_i, X_i) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ 0 & \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \dots\dots\dots(II-3)$$

De la même manière on aura

$$Rot(q_i, Y_i) = \begin{vmatrix} \cos q_i & 0 & \sin q_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q_i & 0 & \cos q_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \dots\dots\dots(II-4)$$

$$Rot(q_i, Z_i) = \begin{vmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \dots\dots\dots(II-5)$$



**Figure II-1**

## II.3 MODELISATION CINEMATIQUE DES ROBOTS

Tout manipulateur peut être considéré comme une chaîne de liaisons connectées par des articulations. Chaque liaison est caractérisée par son propre repère. Utilisant les transformations homogènes, on peut décrire la position et l'orientation de chaque repère par rapport à un autre.

Un robot manipulateur qui doit exécuter une tâche doit au préalable positionner et orienter son organe terminal, le problème géométrique consiste à prévoir la position et l'orientation de l'organe terminal dans l'espace opérationnel (espace de la tâche). Cet espace est lié à un repère fixe, choisi a priori par l'utilisateur. La tâche à exécuter par le robot consiste à déplacer l'organe terminal d'un point à un autre.

La maîtrise de ces déplacements est importante, le modèle géométrique nous permet d'être maître de ces déplacements. Le modèle est la description de l'orientation et la position de l'organe terminal (situation du robot) en fonction de l'état de ses articulations géométrique directe. Il nous permet de connaître la situation du robot.

Sa modélisation inverse permet de résoudre le problème inverse: connaissant la situation du robot, on peut connaître sa configuration.

Pour décrire la relation de translation et de rotation entre les segments, DENAVIT et HARTENBERG, en 1955, proposent une méthode matricielle qui détermine systématiquement les coordonnées du système pour chaque segment de la chaîne articulée. La représentation D-H détermine une matrice de transformation homogène  $4 \times 4$  qui représente les coordonnées de chaque segment du système, ainsi à travers cette transformation, les coordonnées de l'outil terminal peuvent être représentées et transformées au repère de la base.

### 1) PRESENTATION DE LA METHODE D-H [4] [1] [5]

DENAVIT et HARTENBERG ont établi la transformation qui permet le passage d'une liaison à la prochaine. En utilisant quatre paramètres:  $\theta_i$ ,  $d_i$ ,  $a_i$ ,  $\alpha_i$ .

L'implémentation des repères dans chaque liaison, en utilisant la transformation D-H est présentée ci-dessous ( figure II-2).

Pour appliquer cette transformation il faut d'abord fixer les différents repères dans chaque articulation d'une façon successive, en procédant comme suit:

#### Etape 1

Numéroter chaque liaison et articulation en commençant de la base, notée liaison «0» et l'élément terminal noté liaison n, la liaison «i» se déplace soit autour (rotative) de l'axe «i-1», soit le long (prismatique) de cet axe.

#### Etape 2

Etablir le repère de chaque articulation en suivant les règles suivantes:

- L'axe  $Z_{i-1}$  correspond au déplacement du segment  $i$  dans le référentiel  $(i-1)$ .
- L'axe  $X_i$  est choisi perpendiculaire à  $Z_{i-1}$  et  $Z_i$  :
  - si  $Z_i$  et  $Z_{i-1}$  ne se coupent pas  $X_i$  est choisi colinéaire à la perpendiculaire commune à  $Z_i$  et  $Z_{i-1}$ .
  - si  $Z_i$  et  $Z_{i-1}$  se coupent on choisi  $X_i$  arbitrairement.
- L'axe  $Y_i$  est choisi de telle sorte à former un trièdre droit.

### Etape 3

Définir les paramètres  $\theta_i$ ,  $d_i$ ,  $\alpha_i$ , et  $a_i$ .

- $\theta_i$  : L'angle entre  $X_{i-1}$  et  $X_i$  obtenu par rotation de  $X_{i-1}$  vers  $X_i$  autour de  $Z_{i-1}$ .
- $d_i$  : C'est la valeur de sa coordonnée de l'origine.  $O_i$  sur l'axe  $Z_{i-1}$  autrement dit c'est la distance entre  $O_{i-1}$  et l'intersection de  $Z_{i-1}$  avec  $X_i$ .
- $\alpha_i$  : C'est l'angle  $Z_{i-1}$  et  $Z_i$  obtenu en visant  $Z_{i-1}$  vers  $Z_i$  autour de  $X_i$ .
- $a_i$  : C'est la distance entre  $Z_{i-1}$  et  $Z_i$  mesurée sur l'axe  $X_i$ .

### Etape 4

Former la matrice de déplacement homogène relative à l'articulation  $i$ .  
D'après les trois étapes précédentes on a

1. Une rotation  $d_i$  autour de l'axe  $X_i$ .
2. Une translation  $\theta_i$  le long de l'axe  $X_i$ .
3. Une translation  $d_i$  le long de l'axe  $Z_i$ . Trans  $(0,0,d_i)$ .
4. Une rotation  $\theta_i$  autour de l'axe  $Z_{i-1}$ .

Donc la matrice de transformation  $A_i$  :

$$A_i = \text{Rot}(Z_{i-1}, \theta_i) \times \text{Trans}(0,0,d_i) \times \text{Trans}(Q_i, 0, 0) \times \text{Rot}(X_i, \alpha_i) \dots \dots \dots (\text{II-6})$$

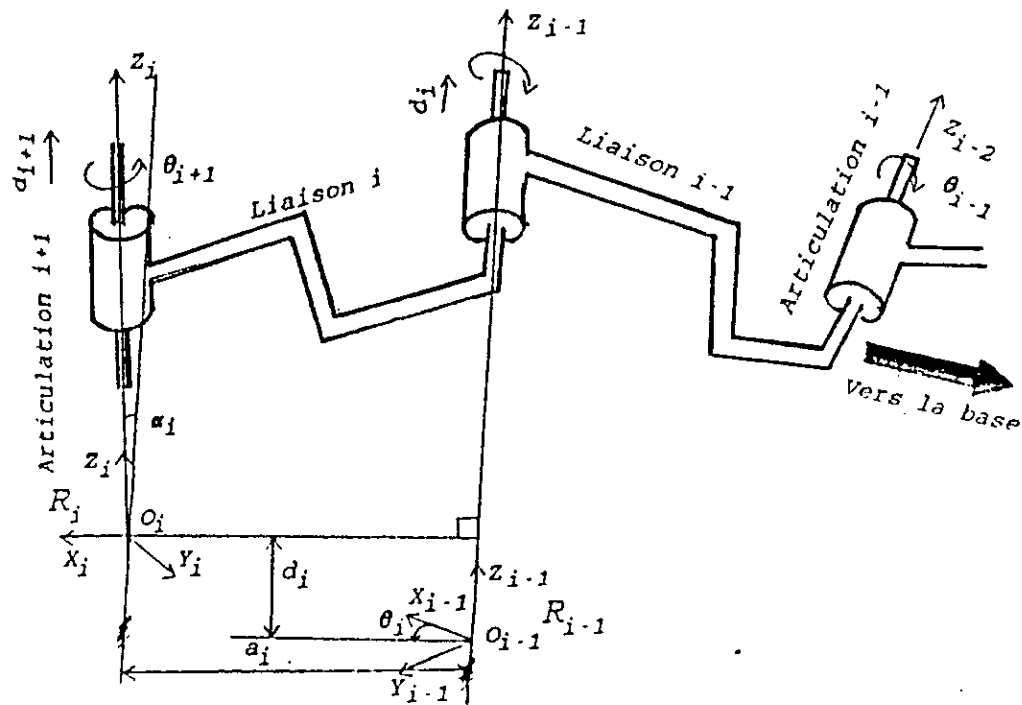
On pose

$$\begin{aligned} \cos \theta_i &= C\theta_i \text{ et } \cos \alpha_i = C\alpha_i \\ \sin \theta_i &= S\theta_i \text{ et } \sin \alpha_i = S\alpha_i \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$A_i = \begin{vmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_i = \begin{vmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{II-7})$$



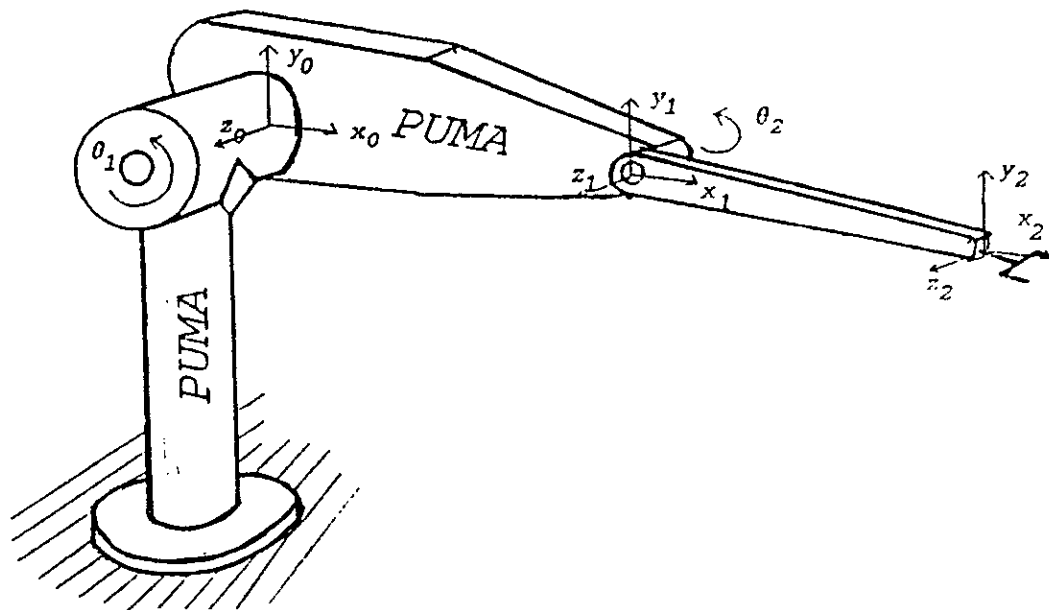
**Figure II-2: Représentation des repères dans les articulations**

**2) MODELISATION CINEMATIQUE DE QUELQUES BRAS MANIPULATEURS**

On applique la matrice de transformation D-H pour 5 robots manipulateurs: le robot PUMA (2 degrés de liberté), Les robots TTF, TRT, RRT et RRR (3 degrés de liberté).

**1) LE ROBOT PUMA**

La figure (II-3) donne représente un bras du type PUMA à deux degrés de liberté.



**FIGURE II-3 LA REPRESENTATION DU ROBOT PUMA**

L'implantation des repères dans chaque liaison, en utilisant l'algorithme cité avant (D-H) est représenté sur la figure (II-4).

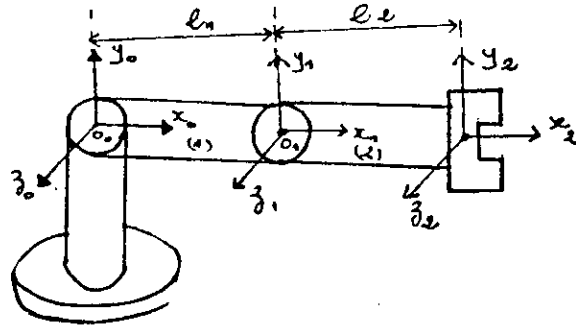


FIGURE II-4 IMPLEMENTATION DES REPERES

Tous les axes de rotation des articulations sont autour de l'axe z, cet axe est perpendiculaire au plan de la feuille.

On définit les paramètres suivant:

$\theta_1, \theta_2$ : variables articulaire.

$m_1, m_2$ : masses des liaisons.

$\alpha_1, \alpha_2, d_1, d_2, a_1, a_2$ : paramètres de liaison.

On construit alors le tableau suivant:

Les segments	variables	$\theta_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$a_i$
segment 1	$\theta_1$	0	0	0	$a_1$
segment 2	$\theta_2$	0	0	0	$a_2$

$$a_1 = l_1 \quad a_2 = l_2$$

$l_i$ : La longueur du segment i.

Les matrices  $A_1, A_2$  sont données par

$$A_1 = \begin{vmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & l_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & l_1 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A_2 = \begin{vmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & l_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & l_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice de transformation du repère  $R_0$  à  $R_2$  est

$$A_{1 \times A_2} = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_{12} + l_2 C_1 \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_{12} + l_2 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Dans notre cas  $l_1 = l_2 = 1$ ;  $C_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$ ;  $S_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$

donc

$$A_{1 \times A_2} = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l(C_{12} + C_1) \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l(S_{12} + S_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (II-8)$$

## 2) LE ROBOT CARTESIEN (TTT)

La figure II-5a représente un robot cartésien. D'après le schéma de la figure II-5b on construit le tableau suivant:

Les segments	Variables	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$
1	$d_1$	0	-90	0	$d_1$
2	$d_2$	90°	-90	0	$d_2$
3	$d_3$	-90	0	0	$d_3$

L'implantation des repères dans chaque liaison, en utilisant l'algorithme D-H est représenté sur la figure II-5b.

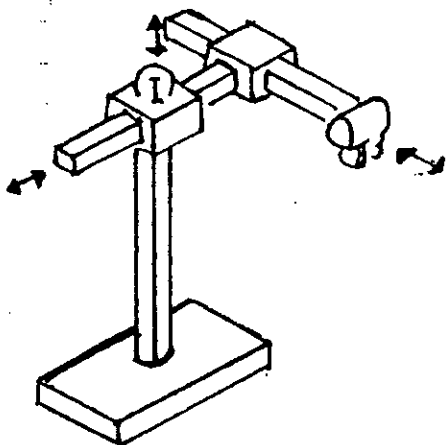


FIGURE II-5a

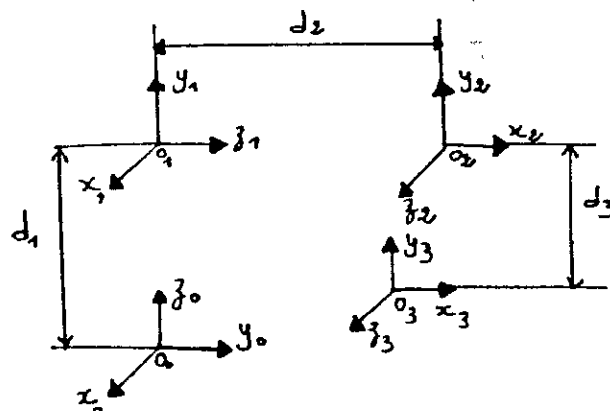


FIGURE II-5b

LA REPRESENTATION DU ROBOT T.T.T IMPLEMENTATION DES REPERES

$A_1$  la matrice de passage du repère  $R_0$  vers  $R_1$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ; A_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ; A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice de passage du repère  $R_0$  vers  $R_3$  est A

$$A = A_1 A_2 A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 1 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{II-9})$$

### 3) LE ROBOT CYLINDRIQUE (TRT)

La figure II-6 représente un robot cylindrique.

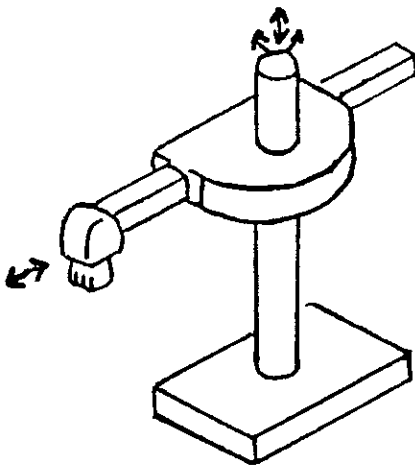


FIGURE II-6a

LA REPRESENTATION DU BRAS T.R.T

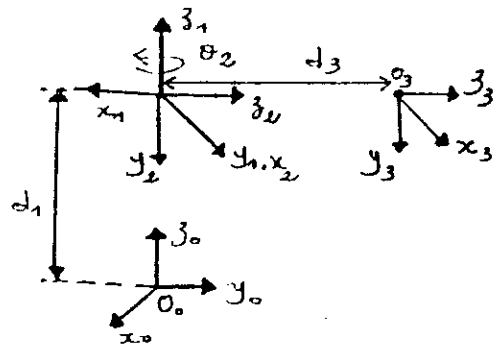


FIGURE II-6b

IMPLEMENTATION DES REPERES

L'implantation des repères dans chaque liaison, en utilisant la méthode D-H est représentée sur la figure II-6b.

Les coordonnées généralisées du robot sont  $d_1, \theta_2, d_3$ .

On construit alors le tableau suivant:

Les segments	Variables	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$
1	$d_1$	0	0	0	$d_1$
2	$\theta_2$	0	$-90^\circ$	0	0
3	$d_3$	0	0	0	$d_3$

Nous tirons les matrices de transformation représentant en deux translations et la rotation

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ; \quad A_2 = \begin{vmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ; \quad A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice de passage du repère  $R_0(x_0, y_0, z_0)$  à l'élément terminale est :

$$A_1 \times A_2 \times A_3 = \begin{vmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -d_3 S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & d_3 C_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (II-10)$$

#### 4) ROBOT SPHERIQUE (RRT)

La représentation du robot sphérique est donnée par la figure II-7 a.

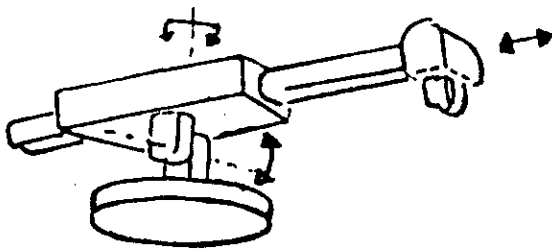


FIGURE II-7a

LA REPRESENTATION DU ROBOT R.R.T

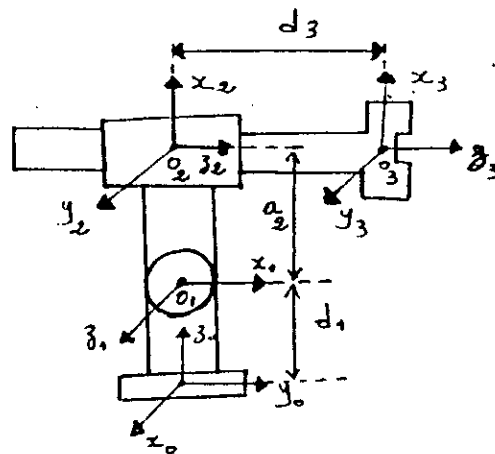


FIGURE II-7b

IMPLEMENTATION DES REPERES



Les coordonnées généralisées du robot sont:  $\theta_1, \theta_2$  et  $d_3$ .

On construit alors le tableau suivant:

Les segments	Variabes	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$
1	$\theta_1$	$90^\circ$	$90^\circ$	0	$d_1$
2	$\theta_2$	$90^\circ$	$+90^\circ$	$a_2$	0
3	$d_3$	0	0	0	$d_3$

Les matrices de transformation, représentent les deux rotations et la translation d'un repère à un autre.

$$A_1 = \begin{vmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A_2 = \begin{vmatrix} -S_2 & 0 & C_2 & -a_2 S_2 \\ C_2 & 0 & S_2 & a_2 C_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice de passage du repère  $R_0(x_0, y_0, z_0)$  à l'élément terminale est:

$$A = A_1 A_2 A_3 = \begin{vmatrix} S_1 S_2 & C_1 & -S_1 C_2 & -S_1 C_2 d_3 + S_1 S_2 a_2 \\ -C_1 S_2 & S_1 & C_1 C_2 & C_1 C_2 d_3 - C_1 S_2 a_2 \\ C_2 & 0 & S_2 & S_2 d_3 + a_2 C_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{II-11})$$

### 5) LE ROBOT ARTICULE (RRR)

Le schéma représentatif est donné par la figure II-8 a

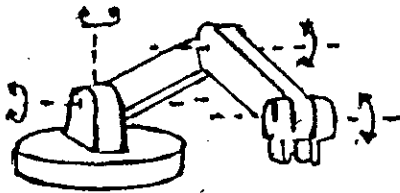


FIGURE II-8a

LA REPRESENTATION DU ROBOT R.R.R

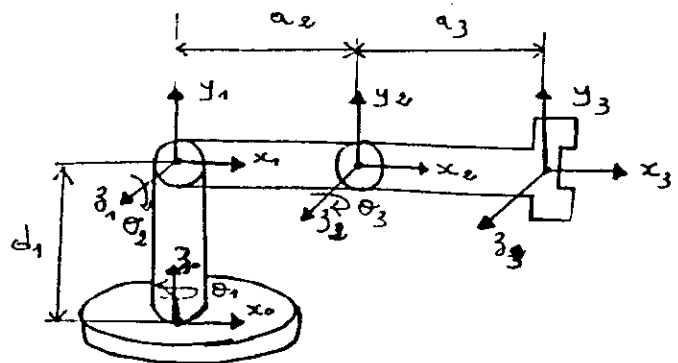


FIGURE II-8b

IMPLEMENTATION DES REPERES

L'implantation des repères dans chaque liaison est représentée sur la figure II-8 b

Les coordonnées généralisées du robot sont:  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$ .

On construit alors le tableau suivant:

Les segments	Variables	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$
1	$\theta_1$	0	$90^\circ$	0	$d_1$
2	$\theta_2$	0	0	$a_2$	0
3	$\theta_3$	0	0	$a_3$	0

Les matrices de transformation, représentant les trois (3) rotations sont:

$$A_1 = \begin{vmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ; A_2 = \begin{vmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ; A_3 = \begin{vmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & a_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice de passage du repère  $R_0(x_0, y_0, z_0)$  à l'élément terminal est:

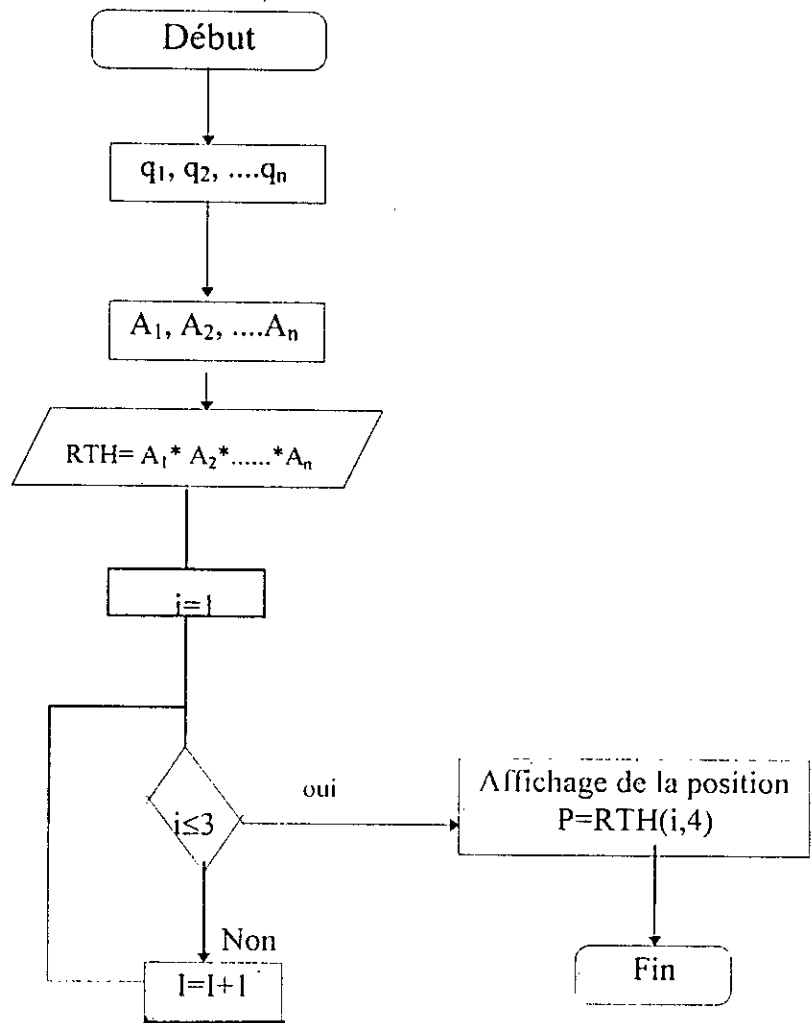
$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = \begin{vmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 & C_1 a_3 C_{23} + a_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 & S_1 a_3 C_{23} + a_2 S_1 C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_3 S_{23} + a_2 S_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{II-12})$$

### 3) L'ORGANIGRAMME DES MODELES CINEMATIQUE DIRECTES

L'organigramme ci-dessous est généralisé pour un bras à n degrés de liberté.

Les paramètres qui sont utilisés dans l'organigramme sont:

1.  $q_1, q_2, \dots, q_n$ : les variables des articulations.
2.  $A_1, A_2, \dots, A_n$ : les matrices de transformation entre segments.
3. RTH: La matrice de transformation générale.
4. P: la position



Donc, pour chaque robot, il suffit de spécifier le nombre de degrés de liberté.

## II.4 MODELISATION GEOMETRIQUE DES ROBOTS

### 1) Modélisation géométrique directe

La modélisation géométrique directe permet de connaître la situation du robot ( position et l'orientation) en fonction de sa configuration, grâce à cette relation entre les coordonnées opérationnelles et les variables articulaires.

Les transformations précédentes permettent d'exprimer la position de l'organe terminal par rapport au repère  $R_0$  sous la forme d'une fonction  $r(R_0)$  à partir des variables articulaires  $q_i$ .

$$r(R_0) = F(q) \quad (\text{II-13})$$

$$q^T = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]$$

avec:

$$r^T = [x \ y \ z]$$

$$F(q) = {}_0T^1 r^i = [x \ y \ z]^T = [f_1(q), f_2(q), f_3(q)]^T$$

et  $r^i$  la coordonnée de l'élément terminal dans  $R_i$   
 $F(q)$  Fonction vectorielle.

L'équation précédente est appelée modèle géométrique du robot c'est à partir de cette équation qu'on peut tirer les coordonnées généralisées  $q_i$ . On peut remarquer qu'il est difficile de tirer les coordonnées généralisées en fonction des coordonnées cartésiennes.

## 2) Modélisation géométrique directe du robot PUMA

$${}_0T^2 = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l(C_{12} + C_1) \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l(S_{12} + S_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

${}_2r^2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$  la position de l'outil de terminal dans la base  $R_2 (x_2 \ y_2 \ z_2)$

$$F(q) = {}_0T^2 {}_2r^2 = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l(C_{12} + C_1) \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l(S_{12} + S_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$F(q) = \begin{vmatrix} l(C_{12} + C_1) \\ l(S_{12} + S_1) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$q^T = [q_1 \ q_2] = [\theta_1 \ \theta_2]$$

$$f_1(q) = x = l(C_{12} + C_1)$$

$$f_2(q) = y = l(S_{12} + S_1)$$

$$f_3(q) = 0$$

$$f_4(q) = 1$$

$$r(R_0) = F(q) \quad (\text{II-13})$$

$$q^T = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]$$

avec:

$$r^T = [x \ y \ z]$$

$$F(q) = {}_0T^1 r^T = [x \ y \ z]^T = [f_1(q), f_2(q), f_3(q)]^T$$

et  ${}_i r^i$  la coordonnée de l'élément terminal dans  $R_i$   
 $F(q)$  Fonction vectorielle.

L'équation précédente est appelée modèle géométrique du robot c'est à partir de cette équation qu'on peut tirer les coordonnées généralisées  $q_i$ . On peut remarquer qu'il est difficile de tirer les coordonnées généralisées en fonction des coordonnées cartésiennes.

## 2) Modélisation géométrique directe du robot PUMA

$${}_0T^2 = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l(C_{12} + C_1) \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l(S_{12} + S_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

${}_2r^2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$  la position de l'outil terminal dans la base  $R_2 (x_2 \ y_2 \ z_2)$

$$F(q) = {}_0T^2 {}_2r^2 = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l(C_{12} + C_1) \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l(S_{12} + S_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$F(q) = \begin{vmatrix} l(C_{12} + C_1) \\ l(S_{12} + S_1) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$q^T = [q_1 \ q_2] = [\theta_1 \ \theta_2]$$

$$f_1(q) = x = l(C_{12} + C_1)$$

$$f_2(q) = y = l(S_{12} + S_1)$$

$$f_3(q) = 0$$

$$f_4(q) = 1$$

l'ensemble d'équations est le modèle géométrique du robot.

### 3) Modèle géométrique directe du Bras TTT

$${}^0T^3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 1 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$q^T = [d_1 \ d_2 \ d_3]$$

Le modèle géométrique est:

$$\begin{aligned} f_1(q) &= -d_3 \\ f_2(q) &= d_2 \\ f_3(q) &= d_1 \\ f_4(q) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{II-15})$$

### 4) Modèle géométrique directe du Bras TRT

$${}^0T^3 = \begin{vmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -d_3 S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & d_3 C_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$q^T = [d_1 \ \theta_2 \ d_3]$$

En procédant de la même manière que pour le bras P.U.M.A on trouve le modèle géométrique du robot T.R.T.

$$\begin{aligned} f_1(q) &= x = -d_3 S_2 \\ f_2(q) &= y = d_3 C_2 \\ f_3(q) &= z = d_1 \\ f_4(q) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

### 5) Modèle géométrique directe du robot RRT

$J^3$  : matrice de passage du repère 0 au repère 3

$$J^3 = \begin{vmatrix} S_1 S_2 & C_1 & -S_1 C_2 & -S_1 C_2 d_3 + S_1 S_2 a_2 \\ -C_1 S_2 & S_1 & C_1 C_2 & C_1 C_2 d_3 - C_1 S_2 a_2 \\ 0 & 0 & S_2 & S_2 d_3 + a_2 C_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$q^T = [\theta_1 \theta_2 d_3]$$

$$\begin{aligned} f_1(q) &= x = -S_1 C_2 d_3 + S_1 S_2 a_2 \\ f_2(q) &= y = C_1 C_2 d_3 - C_1 a_2 S_2 \\ f_3(q) &= z = S_2 d_3 + a_2 C_2 + d_1 \\ f_4(q) &= 1 \end{aligned} \quad (II-16)$$

l'ensemble d'équation représente le modèle géométrique du robot RRT.

### 6) Modèle géométrique directe du robot RRR

$J^3$  : matrice de passage du repère  $R_0$  au repère  $R_3$

$$J^3 = \begin{vmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 & C_1 a_3 C_{23} + S_1 S_2 a_2 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 & S_1 a_3 C_{23} + a_2 S_1 C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_3 S_{23} + a_2 S_2 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

En procédant de la manière que précédemment, on trouve le modèle géométrique du robot R.R.R. Seulement cette fois-ci les variables articulaires sont

$$[\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T = [q_1 q_2 q_3] = q$$

$$\begin{aligned} f_1(q) &= C_1 a_3 C_{23} + a_2 C_1 C_2 \\ f_2(q) &= S_1 a_3 C_{23} + a_2 S_1 C_2 \\ f_3(q) &= a_3 S_{23} + a_2 S_2 + d_1 \\ f_4(q) &= 1 \end{aligned} \quad (II-18)$$

## II.5 MODELISATION CINEMATIQUE INVERSE

Comme on l'a défini précédemment, le modèle géométrique direct fournit les variables articulaires, mais dans la pratique, c'est le modèle inverse qui se pose.

Le problème cinématique directe est toujours soluble. On peut en effet toujours déduire une position géométrique à partir d'un vecteur commande. Par contre le problème inverse n'est pas toujours soluble, ce qui signifie que l'on ne peut pas atteindre n'importe quelle position, sous une attitude quelconque, avec un robot donnée. De plus on se trouve souvent face à des équations ou un système d'équations dont la résolution est généralement complexe. Dans ce cas, on fait appel à l'une des méthodes numériques utilisées pour la résolution des systèmes d'équations linéaires. Dans notre travail on utilise la méthode de NEWTON-RAPHSON.

## 1) PRESENTATION DE LA METHODE DE NEWTON - RAPHSON [3]

Soit un système d'équations non linéaire de " n " variables  $X_1, X_2, \dots, X_n$ :

$$\begin{aligned} f_1(X_1, \dots, X_n) &= 0 \\ f_2(X_1, \dots, X_n) &= 0 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ f_n(X_1, \dots, X_n) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II-19})$$

Notons  $X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)^t$ , le vecteur solution du système non linéaire  $f_i(X)=0$ ;  $i=1, n$ .

Si chaque fonction «  $f_i$  » est continue et continûment différentiable alors par développement en série de TAYLOR dans le voisinage d'un estimé  $X^{(k)}$  proche de  $X^*$  (les éléments  $(X_i^* - X_i^{(k)})^2$  sont négligeables, ainsi que les termes de degrés supérieur), le système s'écrit donc:

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \Big|_{x=X^{(k)}} [X_j^* - X_j^{(k)}] = -f_i(X^{(k)}) \quad (\text{II-20})$$

On définit la matrice  $E^{(k)}$  des dérivées premières telles que:

$$E^{(k)}_{ij} = \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \Big|_{x=X^{(k)}} \quad (\text{II-21})$$

et le vecteur d'erreur par:

$$\Delta X^{(k)}_j = X_j^* - X_j^{(k)} \quad (\text{II-22})$$

puis le vecteur  $F^{(k)}$  par

$$F^{(k)} = -f_i(x) \quad (\text{II-23})$$

Alors la relation matricielle (II-20) s'écrit

$$E^{(k)} \cdot \Delta X^{(k)} = F^{(k)} \quad (\text{II-24})$$

Dans l'équation II-24, toutes les quantités sont connues hormis les  $\Delta X^{(k)}_i$ : C'est un système linéaire.

$\Delta X$  est un estimé de l'erreur commise en approximant  $X^*$  par

$$X^{(k)} \text{ par } X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)} \quad (\text{II-25})$$

En pratique,  $X^*$  étant l'inconnue, on arrête les opérations par l'un des tests suivant:



- $|X^{(k+1)}_i - X^{(k)}_i| < \varepsilon_1$
- $|X^{(k+1)}_i - X^{(k)}_i| / |X^{(k+1)}_i| < \varepsilon_2$
- $|f_i(X^{(k+1)})| < \varepsilon_3$
- $k > k_{\max}$

ou  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  sont des bornes supérieures de l'erreur fixés à priori et  $k_{\max}$  est le nombre maximum admissible d'itérations.

En résumé l'algorithme de NEWTON - RAPHSON est:

Etant donné un estimé  $X^{(0)}$  de  $X^*$  :

1- Calculer  $E_{ij} = \left. \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \right|_{x=X^{(k)}} \quad i=1,n ; j=1,n$   
 $F_i = -f_i(x^{(k)})$

2- Résoudre le système linéaire : (II - 24)

3- Calculer  $X^{(k+1)}_i = X^{(k)}_i + \Delta X^{(k)}_i ; i=1,n.$

4- Calculer  $|X^{(k+1)}_i - X^{(k)}_i|$  et si l'un des tests est vérifié, arrêter.

La deuxième étape de l'algorithme consiste à résoudre le système d'équation linéaire. Toutes les méthodes de résolution des systèmes linéaires sont applicables pour déterminer  $\Delta X_i$ . Dans notre travail nous utilisons la méthode de GAUSS.

## 2) PRESENTATION DE LA METHODE DE GAUSS [3]

La méthode de GAUSS pour la résolution des systèmes linéaires, consiste à transformer le système  $AX=b$  à matrice « A » quelconque en un système équivalent  $A'X=b'$  ou  $A'$  est une matrice triangulaire supérieur. La résolution de ce système étant immédiatement avec l'algorithme.

### Algorithme de résolution

Dans cet algorithme nous avons deux étapes:

- Etape de triangularisation:

Dans cette étape on utilise l'algorithme suivant :

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} ; \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

En appliquant les formules suivantes on aura une matrice triangulaire supérieure:

$$\begin{aligned}
 a^{(k+1)}_{ij} &= a^{(k)}_{ij} - m_{ik} a^{(k)}_{kj} & k=1, n-1. \\
 b^{(k+1)}_i &= b^{(k)}_i - m_{ik} b^{(k)}_k & i= k+1, n \\
 m_{ik} &= a^{(k)}_{ik} / a^{(k)}_{kk} & j= k+1, n
 \end{aligned}
 \tag{II-26}$$

• **Etape de résolution:**

Après avoir obtenue la matrice triangulaire le système devient  $A' X = b'$ . la résolution se fait par l'algorithme suivant ;

$$\begin{aligned}
 X_n &= b_n / a_{nn} \\
 X_i &= \frac{\left( b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} X_j \right)}{a_{ii}} \quad a_{ii} \neq 0, \quad i= n-1, 1
 \end{aligned}$$

### **3) LES MODELES CINEMATQUES INVERSE**

Dans cette partie, nous allons établir les équations cinématiques inverse des cinq robots en donnant un algorithme général de résolution (généralisé pour bras de « n » degrés de liberté).

#### **3.1 ETABLISSEMENT DES EQUATIONS**

##### **1) Modèle TRT**

D'après l'étude cinématique directe, la matrice de transformation de ce bas est :

$$A_1 \times A_2 \times A_3 = \begin{vmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -d_3 S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & d_3 C_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

On remarque pour ce modèle qu'on peut avoir les variables d'articulation sans faire appel à la méthode de résolution numérique.

$$\begin{aligned}
 P_x &= -d_3 S_2 & P &= (P_x, P_y, P_z) \\
 P_y &= d_3 C_2 \\
 P_z &= d_1
 \end{aligned}
 \tag{II- 28 a}$$

Ou P est la position de l'effecteur .

Les variables d'articulations seront :

$$d_1 = P_z$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \text{Arctg}_2(-P_x, P_y) \\ d_3 &= P_y/C_2 \end{aligned}$$

(II- 28 b)

## 2) Modèle TTT

Comme pour le modèle TRT, l'obtention des variables d'articulations ne nécessite pas l'utilisation d'une méthode numérique. Elles sont obtenues directement de la matrice de transformation :

$$A = A_1 \times A_2 \times A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } d_1 &= P_z \\ d_2 &= P_y \\ d_3 &= -P_x \end{aligned}$$

## 3) Modèle RRT

La matrice de transformation de ce bras est :

$$A = A_1 \times A_2 \times A_3 = \begin{vmatrix} S_1 S_2 & C_1 & -S_1 C_2 & -S_1 C_2 d_3 + S_1 S_2 a_2 \\ -C_1 S_2 & S_1 & C_1 C_2 & C_1 C_2 d_3 - C_1 S_2 a_2 \\ C_2 & 0 & S_2 & S_2 d_3 + a_2 C_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La position de l'effecteur est donné par le système suivant :

$$\begin{aligned} P_x &= -d_3 S_1 C_2 + a_2 S_1 S_2 \\ P_y &= d_3 C_1 C_2 - a_2 C_1 S_2 \\ P_z &= d_3 S_2 + a_2 C_2 + d_1 \end{aligned} \quad (\text{II-30 a})$$

Pour la résolution de ce système ( système non linéaire) ou « téta 1 », « téta 2 » et « d<sub>3</sub> » sont les variables, on utilise la méthode de NEWTON - RAPHSON.

D'après l'algorithme de résolution on a :

$$E_{ij} = \left. \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \right|_{x=x^{(k)}}$$

$$f_i(x) = f_i(q) ; q = (\text{téta } 1, \text{ téta } 2, d_3)$$

et le système d'équation (II- 30 a) devient

$$\begin{aligned} f_1(q) &= P_x + d_3 S_1 C_2 - a_2 S_1 S_2 \\ f_2(q) &= P_y - d_3 C_1 C_2 + a_2 C_1 S_2 \end{aligned} \quad (\text{II-30 b})$$

$$f_3(q) = P_z - d_3 S_2 - a_2 C_2 - d_1$$

et la matrice  $E_{ij}$  est :

$$E = \begin{vmatrix} d_3 C_1 C_2 - a_2 C_1 S_2 & -d_3 S_1 S_2 - a_2 S_1 C_2 & S_1 C_2 \\ d_3 S_1 C_2 - a_2 S_1 S_2 & d_3 C_1 S_2 + a_2 C_1 C_2 & -C_1 C_2 \\ 0 & -d_3 C_3 + a_2 S_2 & -S_2 \end{vmatrix}$$

#### 4) Modèle RRR

De même que pour le modèle R.R.T on a :

Matrice de transformation :

$$A_1 A_2 A_3 = \begin{vmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 & C_1 a_3 C_{23} + S_1 S_2 a_2 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 & S_1 a_3 C_{23} + a_2 S_1 C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_3 S_{23} + a_2 S_2 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La position de l'effecteur :

$$\begin{aligned} P_x &= C_1 a_3 C_{23} + a_2 C_1 C_2 \\ P_y &= S_1 a_3 C_{23} + a_2 S_1 C_2 \\ P_z &= a_3 S_{23} + a_2 S_2 + d_1 \end{aligned} \quad (\text{II-31 a})$$

Le vecteur  $F = (-f_1 \ -f_2 \ -f_3)^T$

$$\begin{aligned} f_1(q) &= P_x - C_1 a_3 C_{23} - a_2 C_1 C_2 \\ f_2(q) &= P_y - S_1 a_3 C_{23} - a_2 S_1 C_2 \\ f_3(q) &= P_z - a_3 S_{23} - a_2 S_2 - d_1 \end{aligned} \quad (\text{II-31 b})$$

La matrice  $E$  :

$$E = \begin{vmatrix} a_3 S_1 C_{23} - a_2 S_1 C_2 & a_3 C_1 S_{23} + a_2 C_1 S_2 & a_3 C_1 S_{23} \\ -a_3 C_1 C_{23} - a_2 C_1 C_2 & a_3 S_1 S_{23} + a_2 S_1 S_2 & a_3 S_1 S_{23} \\ 0 & -a_3 C_3 + a_2 S_2 & -a_3 C_{23} \end{vmatrix}$$

#### 5) Modèle PUMA

De même que pour les deux modèles RRR et RRT on a :

Matrice de transformation:

$$A_1 A_2 = \begin{vmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l(C_{12} + C_1) \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l(S_{12} + S_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

La position de l'effecteur

$$\begin{aligned} P_x &= l(C_{12} + C_1) \\ P_y &= l(S_{12} + S_1) \\ P_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II- 32 a})$$

Le vecteur  $F(-f_1 -f_2)^T$

$$\begin{aligned} f_1(q) &= P_x - l(C_{12} + C_1) \\ f_2(q) &= P_y - l(S_{12} + S_1) \end{aligned} \quad (\text{II- 32 b})$$

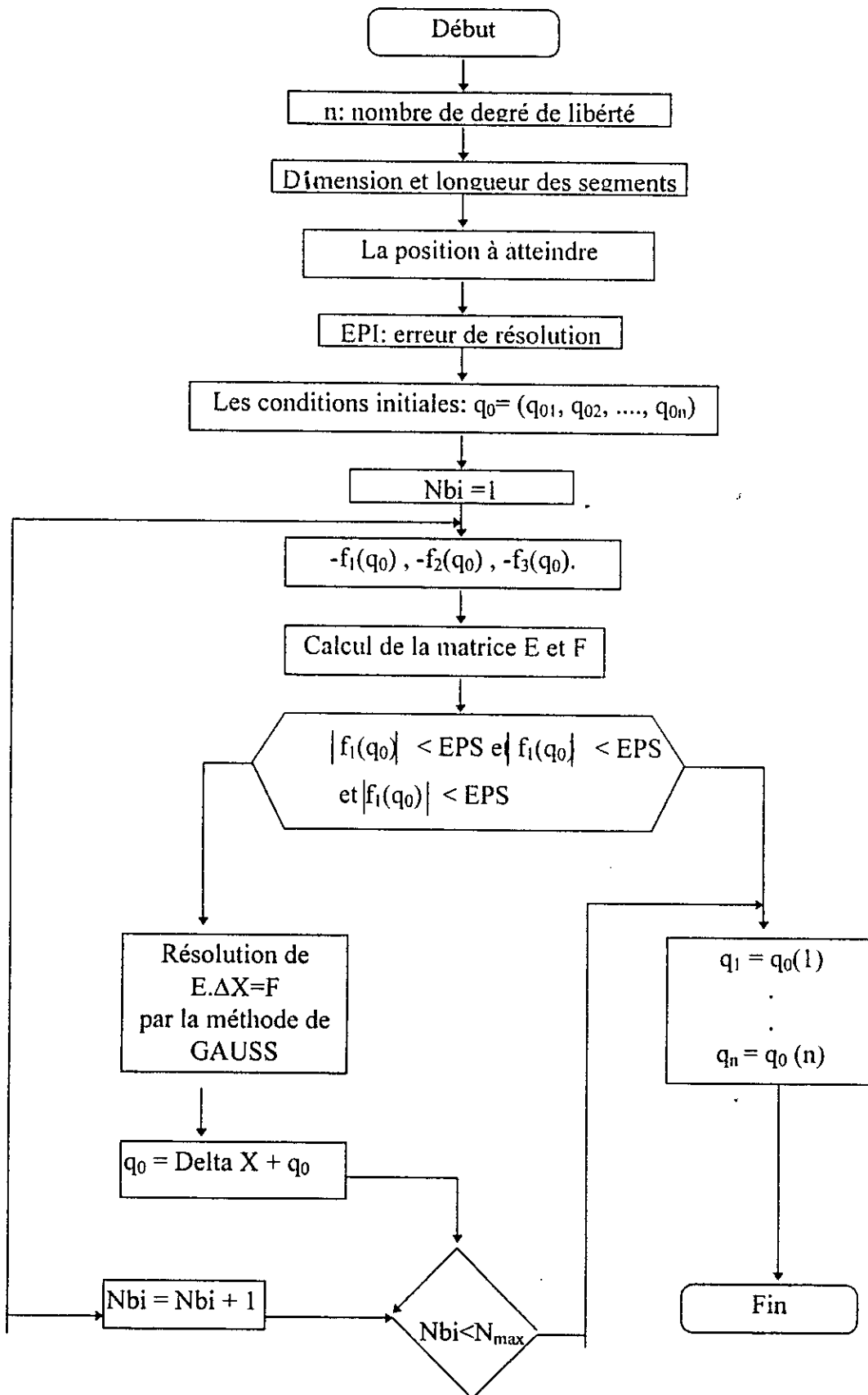
La matrice E:

$$E = \begin{vmatrix} l(S_{12} + S_1) & lS_{12} \\ -l(C_{12} + C_1) & -lC_{12} \end{vmatrix}$$

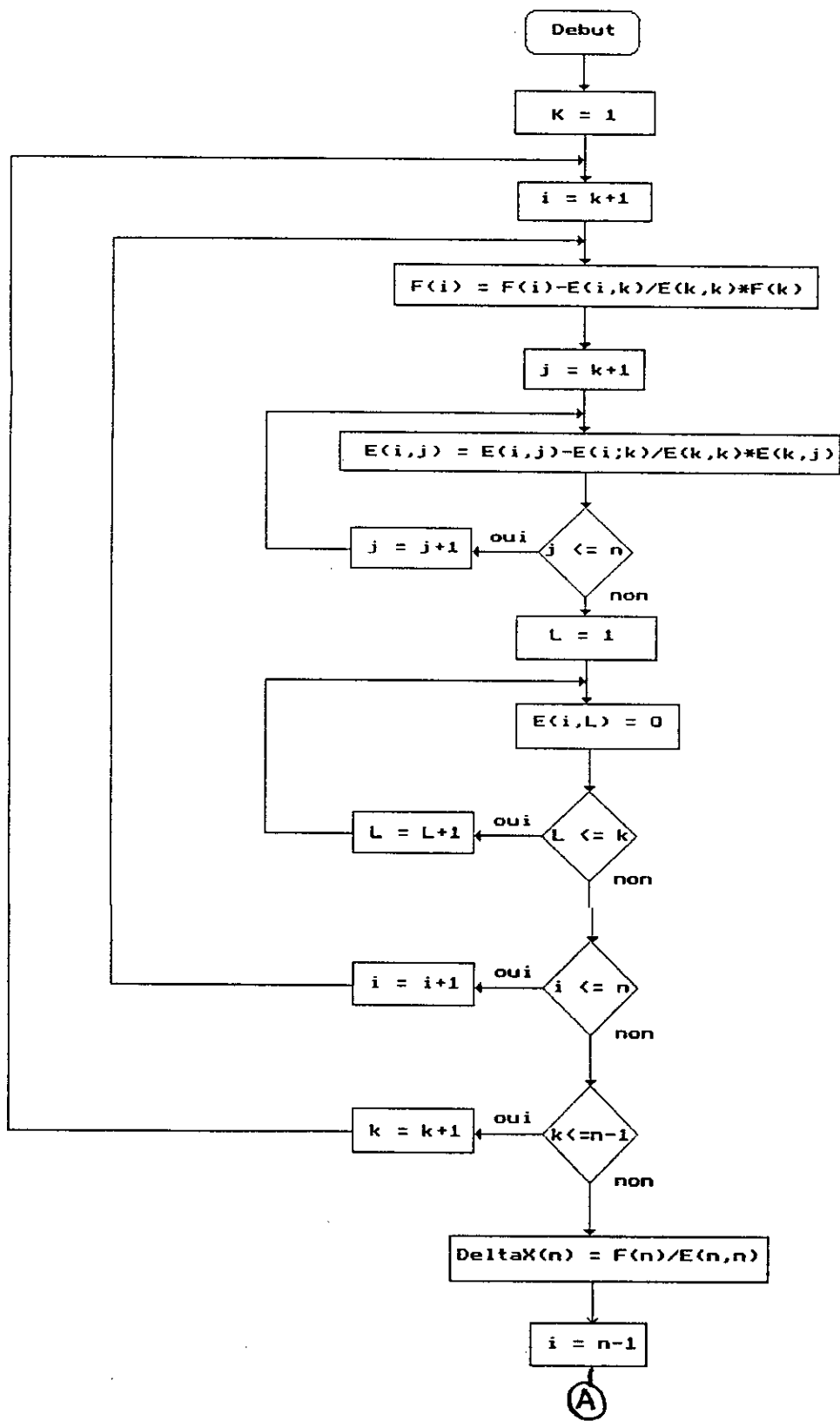
### 3.2 PROGRAMMATION

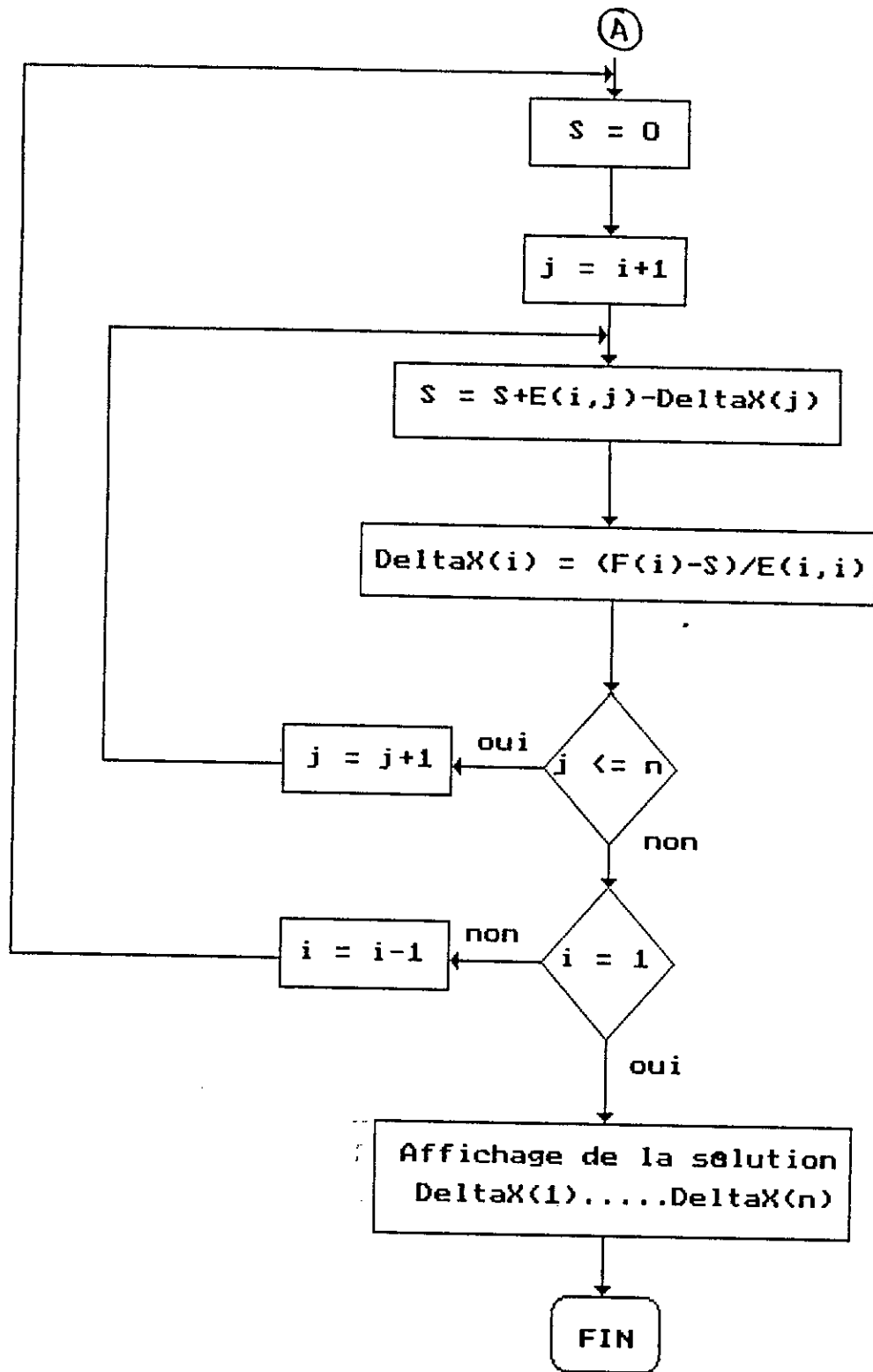
L'organigramme donné dans cette partie est généralisé pour un bras à «n» degrés de liberté. Comme il est déjà indiqué dans les chapitres I et II, le domaine du travail de chaque manipulateur est limité selon sa structure géométrique. Donc pour une bonne utilisation de cet organigramme, il faut bien définir les caractéristiques du manipulateur (nombre de degrés de liberté, forme, dimension, etc.) ce qui permet de limiter les positions ou le nombre de points à atteindre.

# 1) Organigramme de la méthode de NEWTON-RAPHSON



## 2) L'organigramme de la méthode de GAUSS







## CHAPITRE III

# MODELISATION DYNAMIQUE

### III.1 INTRODUCTION

Après avoir défini la modélisation cinématique, on s'intéresse maintenant à l'élaboration du modèle dynamique. Dans le cas simple on peut établir directement le modèle dynamique du système et aboutir ainsi aux équations dynamiques. La détermination des équations dynamiques n'est possible que si l'on dispose d'une description complète du manipulateur: degrés de liberté, nombre, dimension, masse, position du centre de gravité et tenseur d'inertie.

L'élaboration des équations dynamiques d'un système mécanique articulé nécessite de nombreux calculs et transformation mathématiques, cette opération est généralement confiée à un ordinateur qui génère de façon automatique les équations sous forme littérale.

La dynamique, comme son nom l'indique, fait intervenir la notion de force, elle établit les relations entre forces et mouvements. Un modèle de la dynamique d'un système mécanique articulé traduit les relations qui existent entre les variables d'état du mécanisme, leurs dérivées, et les forces extérieures descriptives ou non agissant sur chaque corps. Dans la plus part des robots industriels actuels, les forces perturbatrices prépondérantes sont dues aux poids des segments du robot et de la charge et aux frottements importants.

Donc le modèle dynamique prend en compte les variations dans le temps des moments d'inertie, de gravité, des effets centrifuges et de Coriolis, ainsi que des interactions causées par l'accélération des autres articulations.

La connaissance du modèle dynamique du robot est nécessaire pour le calcul de la commande du robot et pour pouvoir contrôler au mieux les trajectoires de chaque articulation. Le modèle dynamique des robots manipulateurs permet l'étude de leurs comportements sous l'action des couples ou des forces développées par les moteurs, il a donc pour objet la commande des actionneurs de chaque articulation du système mécanique articulé. Le modèle utilise l'un des formalismes suivants :

Equation de NEWTON - EULER.

La fonction de GIBBS.

Les travaux virtuels de d'ALEMBERT.

Les équations de LAGRANGE.

Nous avons préféré l'utilisation des équations de LAGRANGE pour l'obtention de nos modèles, du fait de leurs facilités de manipulation. L'écriture du modèle sous forme d'équations d'état et d'équation de mesure permet d'obtenir les résultats de simulation. [14].

$$\Gamma_i = A\theta'' + B\theta'^2 + C\theta'\theta'. \quad (\text{III-1})$$

A: matrice d'inertie.

B: matrice des forces centrifuges.

C: matrice des forces de Coriolis.

### III.2 FORMALISME D'EULER-LAGRANGE

#### L'EQUATION DYNAMIQUE DU MANIPULATEUR (UNE CHAINE COMPLEXE)

[12][13]

Le formalisme de LAGRANGE est utilisé pour modéliser le comportement dynamique d'un robot, cette approche est assez simple à mettre en oeuvre et elle est bien adaptée aux techniques de calcul manuel ainsi qu'aux méthodes de calcul assistées par ordinateurs le formalisme est utilisé pour décrire les équations du mouvement de plusieurs corps articulés les uns par rapport aux autres.

Le formalisme de mise en équation d'un système est assez pratique car les énergies cinétiques et potentielles sont des grandeurs qui sont additives ainsi leur détermination est aisée.

Le LAGRANGIEN d'un système mécanique « L » est défini comme étant la différence entre l'énergie cinétique « k » et l'énergie potentielle « p » du système.

$$L = k - p \quad (\text{III - 2})$$

Les énergies cinétique « k » et potentielle « p » peuvent être exprimées à n'importe quel repère, ce n'est pas nécessaire d'utiliser le repère cartésien.

L'équation dynamique pour un système mécanique est:

$$F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial q'_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (\text{III-3})$$

$q_i$ : Les coordonnées ou « k » et « p » sont exprimés.

$q'_i$ : correspond à la vitesse.

$F_i$ : Correspond à la force ou le couple

si «  $q_i$  » est une coordonnée linéaire «  $F_i$  » est une force.

si «  $q_i$  » est une coordonnée angulaire «  $F_i$  » est un couple

En utilisant le formalisme de LAGRANGE, on va introduire le problème de mise en équation d'un système mécanique à plusieurs corps pouvant se déplacer les uns par rapport aux autres., Cette formulation conduit à décrire les mécanismes en mouvement par un ensemble d'équations dynamiques générales. Pour ceci on doit suivre cinq étapes:

- 1- l'évaluation de la vitesse de chaque point dans chaque segments.
- 2- L'évaluation de l'énergie cinématique « k ».
- 3- L'évaluation de l'énergie potentiel « p ».
- 4- L'évaluation de « L » .
- 5- Procéder à la dérivation de « L » pour obtenir l'équation dynamique.

### 1) Calcul de la vitesse

On défini les coordonnées d'un point de la chaîne articulée comme:

$$r = T_i {}^i r \quad (\text{III-4})$$

$r$  : position par rapport à la base.

${}^i r$  : position par rapport au repère « i ».

$T_i$  : matrice de transformation qui relie le repère « i » à la base.

La vitesse du point de masse «  $d_m$  » situé aux coordonnées «  $r$  » vaut :

$$v = \frac{dr}{dt} = \left[ \sum_{j=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right] \times {}^i r \quad (\text{III-5})$$

et son carré vaut:

$$(dr/dt)^2 = \text{trace} (dr/dt \cdot dr/dt)$$

par définition la « trace » d'une matrice est la somme de ses éléments diagonaux donc la vitesse au carrée.

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)^2 = \text{trace} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \times {}^i r \times {}^i r' \times \left( \frac{\partial T_i}{\partial q_k} \right)' \times \dot{q}_j \times \dot{q}_k \quad (\text{III-6})$$

### 2) L'énergie cinétique

L'énergie cinématique associée à une particule de masse «  $dm$  » localisée au segment  $i$  est:

$$dK_i = \frac{1}{2} (dr/dt)^2 \cdot dm \quad (\text{III-7})$$

l'énergie cinétique du segment considéré est  $k_i$ .

$$K_i = \int dK_i = \frac{1}{2} \text{trace} \left[ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \left( \int {}^i r \times {}^i r' dm \right) \left( \frac{\partial T_i}{\partial q_k} \right)' \times \dot{q}_j \dot{q}_k \right]$$

L'intégrale qui apparaît dans l'équation ci dessus (III-8) est connue comme étant la matrice des pseudo-inerties du segment  $i$  et elle notée « $J_i$ ».

$$J_i = \begin{vmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int z_i y_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{vmatrix}$$

L'énergie cinétique totale d'un ensemble articulé formé de « $n$ » segments comme celui d'un robot à « $n$ » segments s'exprime en sommant les énergies cinétiques de chaque segment ce qui s'écrit comme:

$$K = \sum_{i=1}^n k_i \quad (\text{III-9})$$

Donc l'énergie cinétique totale du robot est:

$$K = \sum_{i=1}^n k_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_i \dot{q}_i^2 \quad (\text{III-10})$$

où le deuxième terme de  $K$  représente l'énergie cinétique introduite par les actionneurs.

### 3) L'énergie potentielle

L'énergie potentielle d'un objet de masse « $m$ » situé à une hauteur « $h$ » de l'origine est donnée par:  $p = m g h$ , si on exprime  $g$  en vecteur et la position de la masse en vecteur on aura

$$p = -m \bar{g} \bar{r}.$$

L'énergie potentielle d'une liaison où le centre de masse est direct par le vecteur  $r_i$  est :

$$p_i = -m_i \bar{g}' T_i' \bar{r}_i \quad (\text{III-11})$$

L'énergie de dissipation

$$E_d = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_i \dot{q}_i^2 \quad (\text{III-12})$$

$f_i$  ; coefficient de frottement visqueux.

Donc l'énergie potentielle totale est

$$P = -\sum m_i \bar{g}' T_i' \bar{r}_i + E_d \quad (\text{III-13})$$

#### 4) Le LAGRANGIEN

Comme elle a été définie, la forme du LAGRANGIEN est:

$$L = k - p$$

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^j \text{trace} \left[ \frac{\partial T_i}{\partial \dot{q}_j} J_j \left( \frac{\partial T_i}{\partial \dot{q}_k} \right)^t \right] \times \dot{q}_j \times \dot{q}_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_i \dot{q}_i^2 + \sum_{i=1}^n m_i \bar{g}'^t T_i^t \bar{r}_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_i \dot{q}_i^2$$

#### 5) L'équation dynamique d'une chaîne complexe

$$F_i = d/dt \left( \partial L / \partial \dot{q}_i \right) - \partial L / \partial q_i$$

Après le calcul de chaque terme de la formule précédente, on trouve que:

$$F_i = \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \text{trace} \left[ \frac{\partial T_j}{\partial \dot{q}_k} J_j \left( \frac{\partial T_j}{\partial \dot{q}_i} \right)^t \right] \times \ddot{q}_k + \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^k \text{trace} \left[ \frac{\partial^2 T_j}{\partial \dot{q}_k \partial \dot{q}_m} J_j \left( \frac{\partial T_j}{\partial \dot{q}_i} \right)^t \right] \times \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=i}^n m_j \times \bar{g}'^t \times \frac{\partial T_j}{\partial \dot{q}_i} \times J_j^t \bar{r}_j + I_i \ddot{q}_i + f_i \dot{q}_i$$

Cette dernière équation représente l'équation dynamique générale.

### III.3 LA MODELISATION DYNAMIQUE DE DEUX ROBOTS [1] [5]

Dans cette partie nous allons simuler le comportement dynamique de deux manipulateurs rigides, en utilisant une commande classique. Mais avant de simuler on doit trouver le modèle dynamique des deux bras

Les manipulateurs à simuler sont :

- Le manipulateur PUMA à deux degrés de liberté.
- Le manipulateur TRT à trois degrés de liberté.

#### 1) LE MODELE DYNAMIQUE DU ROBOT PUMA

Les matrices de transformations sont déjà calculées dans la partie cinématique (chapitre II).

$$T_1 = A_1$$

$$T_2 = A_1 \cdot A_2$$

En appliquant la formule générale de l'équation dynamique trouvée dans la partie précédente on trouve les forces généralisées suivantes:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \left( \frac{1}{3} m_1 l^2 + \frac{4}{3} m_2 l^2 + m_2 l^2 C_2 \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{3} m_2 l^2 + \frac{1}{2} m_2 l^2 C_2 \right) \ddot{q}_2 \\ & - m_2 l^2 S_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \frac{1}{2} m_2 l^2 S_2 \dot{q}_2^2 + \left( m_1 g \frac{l}{2} + m_2 g l \right) C_1 \\ & + \frac{1}{2} m_2 g l C_{12} + b_1 \dot{q}_1 \end{aligned}$$

( III-16 )

$$\begin{aligned} \tau_2 = & \left( \frac{1}{3} m_2 l^2 + \frac{1}{2} m_2 l^2 C_2 \right) \ddot{q}_1 + \frac{1}{3} m_2 l^2 \ddot{q}_2 + \frac{1}{2} m_2 l^2 S_2 \dot{q}_1^2 \\ & + \frac{1}{2} m_2 g l C_{121} + b_2 \dot{q}_2 \end{aligned}$$

Dans notre configuration on a  $g^i = (0, -g, 0, 1)$  dans le repère  $R_0 ( X_0 \ y_0 \ Z_0 )$

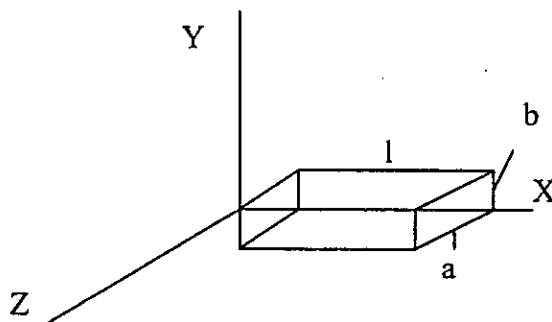
$b_i$  : coefficients de frottement visqueux

$\Gamma_i$  : coordonnées du point  $i$  dans le repère  $R_i$

$i_j$  : dynamique des actionneurs négligeable pour la matrice  $j_i$

Les produits d'inertie sont nuls car  $R_i ( x_i \ y_i \ z_i )$  est parallèle au repère principal de la liaison  $i$ , donc les matrices d'inertie sont données par :

$$j_1 = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} m_1 l^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} m_1 l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} m_1 l & 0 & 0 & m_1 \end{vmatrix} ; \quad j_2 = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} m_2 l^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} m_2 l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} m_2 l & 0 & 0 & m_2 \end{vmatrix}$$



Suivant le schéma ci-dessus on a :

$$\begin{aligned} \int x^2 \, dm &= m l^2 / 3 \\ \int y^2 \, dm &= m b^2 / 3 \end{aligned}$$

avec  $b \ll 1$   
 et  $a \ll 1$

On suppose que les actionneurs sont idéaux, c'est à dire que la force généralisée est directement proportionnelle au signal de commande

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= K_1 \cdot U_1 \\ \Gamma_2 &= K_2 \cdot U_2 \end{aligned}$$

avec

$K_1, K_2$  : les coefficients de proportionnalités des actionneurs

Pour voir l'évolution du robot PUMA en position, vitesse, il est nécessaire de simuler le modèle de connaissance établi par le formalisme EL. La mise sous forme d'état des équations différentielles non linéaires trouvées nous permet d'utiliser la méthode de RUNGE KUTTA d'ordre 4 sous les conditions initiales suivantes:

Le vecteur d'état  $X$  s'écrit:

$$X' = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4] = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]$$

Tel que initialement on a:

$$X^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

On détermine alors la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \frac{\left[ \frac{(K_1 U_1 - f_1 - g_1 - b_1 \dot{q}_1)}{\alpha} + (-K_2 U_2 + f_2 + g_2 + b_2 \dot{q}_2) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha \gamma} \beta \right]} \\ \dot{X}_3 &= X_4 \\ \dot{X}_4 &= \frac{\left[ \frac{(K_2 U_2 - f_2 - g_2 - b_2 \dot{q}_2)}{\gamma} + (-K_1 U_1 + f_1 + g_1 + b_1 \dot{q}_1) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha \gamma} \beta \right]} \end{aligned} \tag{III-17}$$

avec:

$$\alpha = 1/3 l^2 (m_1 + 4 m_2 + 3 m_2 \cos(q_2))$$

$$\beta = m_2 l^2 (1/3 + 1/2 \cos(q_2))$$

$$\gamma = 1/3 m_2 l^2$$

$$g_1 = 1/2 m_1 g l \cos(q_1) + m_2 g l (1/2 \cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1))$$

$$g_2 = 1/2 m_2 g l \cos(q_1 + q_2)$$

$$f_1 = -m_2 l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) \left( \frac{1}{2} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \right)$$

$$f_2 = \frac{1}{2} m_2 \sin(q_2) l^2 \dot{q}_1^2$$

Dans notre application on choisi les valeurs suivantes:

$$l_1 = l_2 = l = 1\text{m}$$

$$m_1 = m_2 = 10\text{kg}$$

$$b_1 = 75 \text{ N/rd/s}$$

$$b_2 = 10 \text{ N/rd/s}$$

$$K_1 = 40 \text{ Nm/V}$$

$$K_2 = 20 \text{ Nm/V}$$

$$g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

Les réponses du robot en position, vitesse pour une entrée échelon sur un intervalle de temps suffisant sont consignées sur les figures suivantes (III.1a et III.1b):



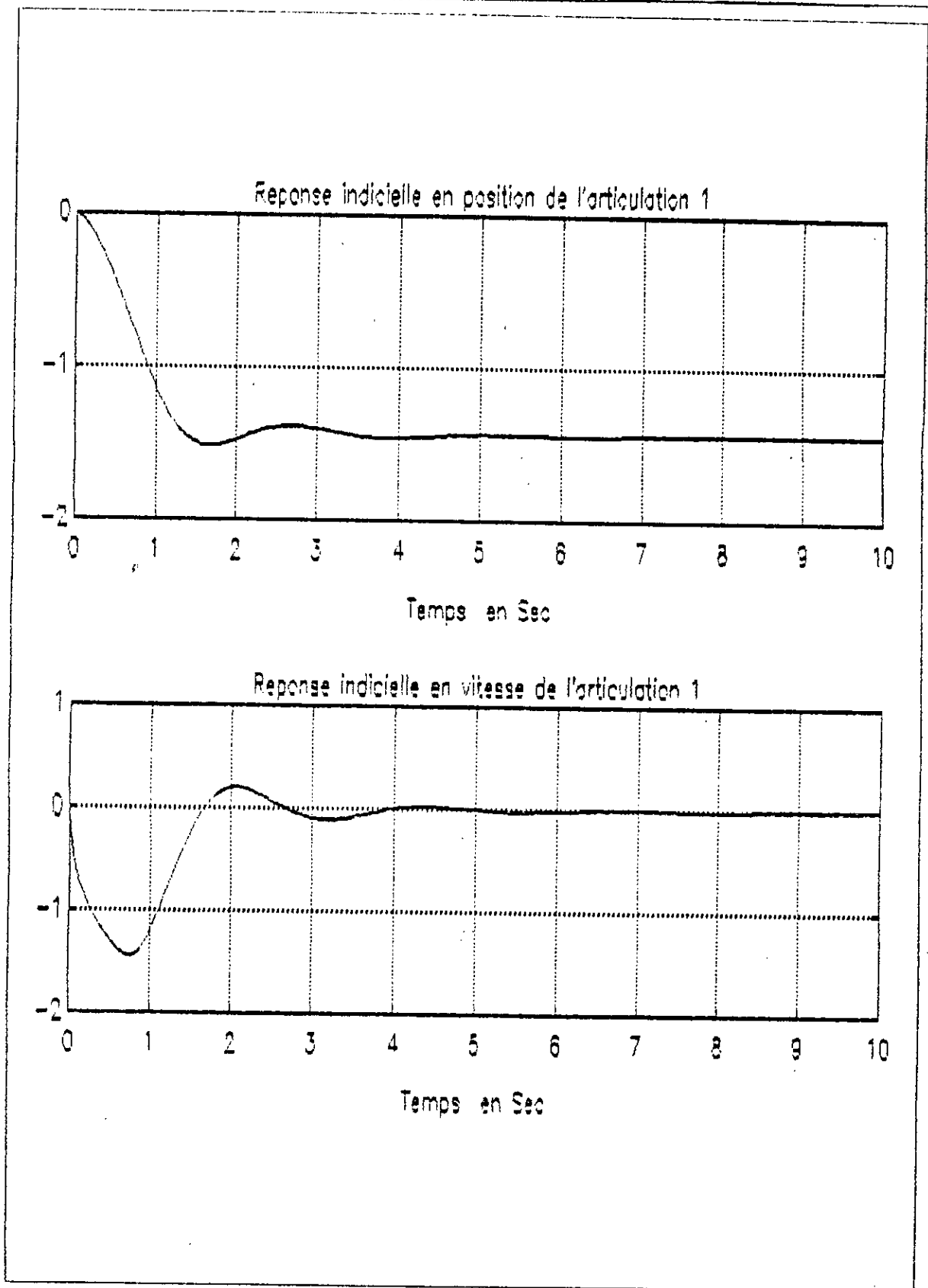


FIGURE III-1a SIMULATION DYNAMIQUE DE BRAS PUMA ( L'articulation 1 )

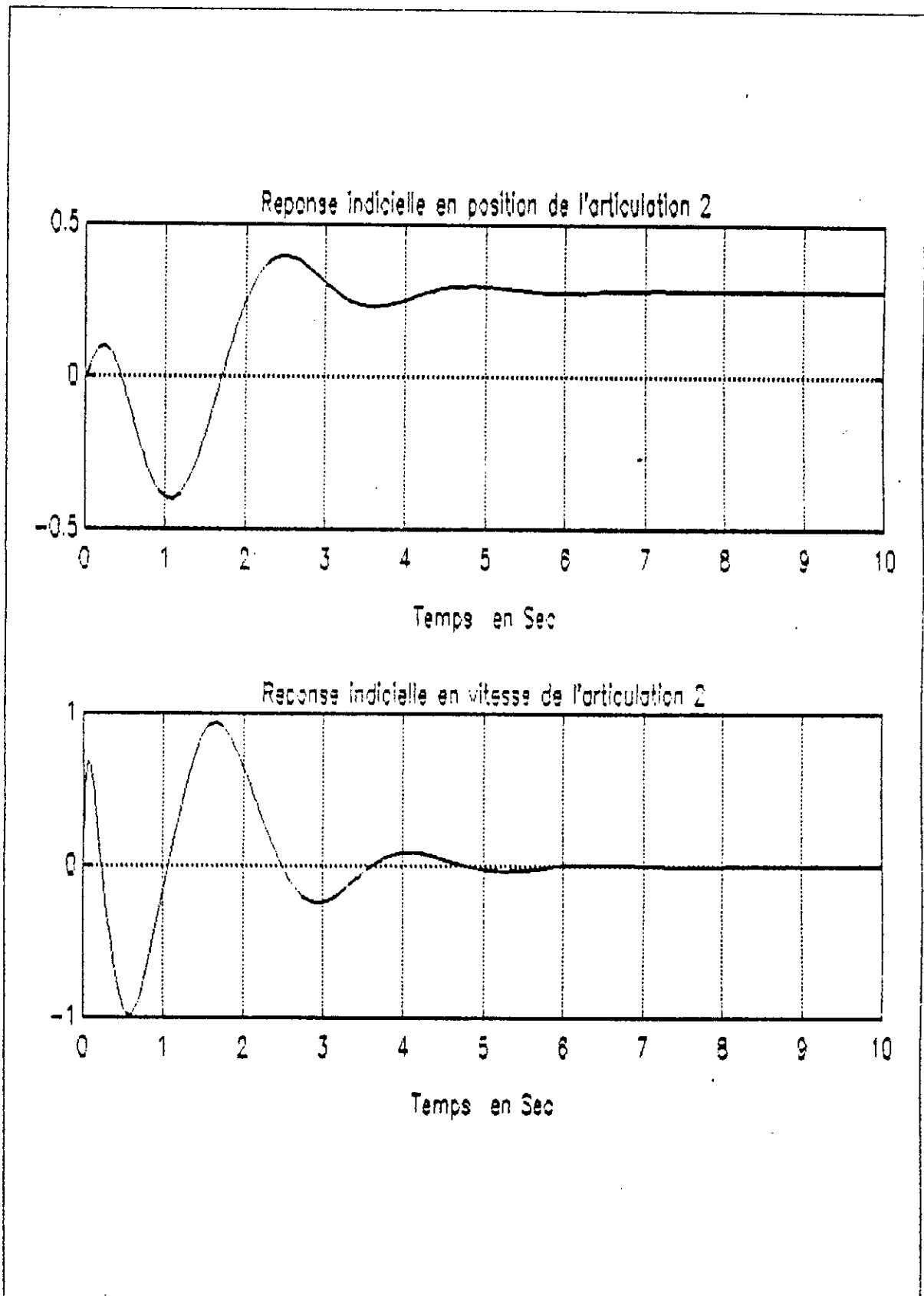


FIGURE III-1b SIMULATION DYNAMIQUE DE BRAS PUMA ( L'articulation 2 )

## 2) LE MODELE DYNAMIQUE DU ROBOT TRT

D'après les matrices de transformation calculées dans la partie cinématique on a

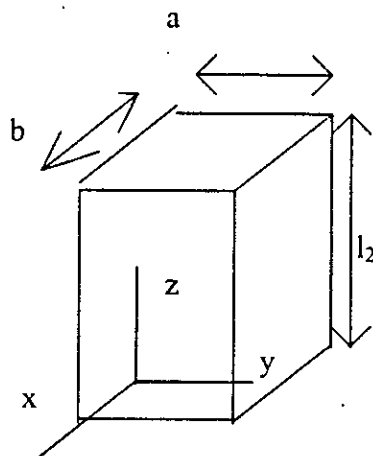
$$\begin{aligned} T_1 &= A_1 \\ T_2 &= A_1.A_2 \\ T_3 &= A_1.A_2.A_3 \end{aligned}$$

En utilisant l'équation générale de la dynamique on peut calculer les forces généralisées donc la méthode est la même que celle utilisée pour le robot PUMA

La matrice  $J_i$  est donnée par :

$$j_i = \begin{bmatrix} \alpha_i & 0 & 0 & m_i \bar{x}_i \\ 0 & \beta_i & 0 & m_i \bar{y}_i \\ 0 & 0 & \gamma_i & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix}$$

Suivant la structure suivante de notre bras on a :



$$m_2 \approx 0 \quad ; \quad \bar{x}_i = \bar{y}_i = 0 \quad ; \quad \alpha_2 = \gamma_2 = 0 \quad ; \quad \bar{z}_2 = 0 \quad ; \quad \bar{z}_1 = -\frac{l_1}{2} \quad ; \quad \bar{z}_3 = -\frac{l_2}{2}$$

$$\alpha_3 = \int x^2 dm_3 = m_3 b^2/12$$

$$\gamma_3 = \int z^2 dm_3 = m_3 l_2^2/3$$

Les forces généralisées sont:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= (m_1 + m_3) \times (\ddot{q}_1 + g) + f_1 \dot{q}_1 \\
 \tau_2 &= (\alpha_3 + \gamma_3 + d_3 m_3 \bar{z}_3 + m_3 (d_3 \bar{z}_3 + d_3^2)) \ddot{q}_2 \\
 &\quad + 2m_3 (\bar{z}_3 + d_3) \dot{q}_3 \dot{q}_2 + f_2 \dot{q}_2 \\
 F_3 &= m_3 \ddot{q}_3 - m_3 (\bar{z}_3 + d_3) \dot{q}_2^2 + f_3 \dot{q}_3
 \end{aligned}
 \tag{III-18}$$

$f_i$  : représente les coefficients de frottement visqueux

de faite que  $b \ll 1$  on a :  $\alpha_3 \approx 0$

La force généralisée est directement proportionnelle au signal de commande, en prenant:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= K_1 U_1 \\
 F_2 &= K_2 U_2 \\
 F_3 &= K_3 U_3
 \end{aligned}$$

L'équation d'état des équations différentielles non linéaires est:

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= AX + BU + D \\
 Y &= CX
 \end{aligned}$$

$$\dot{X} = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6] = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2 \ q_3 \ \dot{q}_3]$$

avec

$$\begin{aligned}
 Y^T &= [y_1 \ y_2 \ y_3] = [q_1 \ q_2 \ q_3] & : \text{vecteur de sorties} \\
 U^T &= [U_1 \ U_2 \ U_3] & : \text{vecteur de commande}
 \end{aligned}$$

-et

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f_1}{m_1 + m_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{f_2}{m_3 j^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_3}{m_3} \end{vmatrix} ; \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_1}{m_1 + m_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{m_3 j^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_3}{m_3} \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$d^t = \begin{bmatrix} 0 & -g & 0 & -2.(x_5-l_2/2).x_4.x_6/j^* & 0 & (x_5-l_2/2).x_4^2 \end{bmatrix}$$

$$j^* = l_2^2/3 - l_2.x_5 + x_5^2$$

Pour le bras TRT on choisi les valeurs suivantes:

$$m_1 = 20 \text{ kg}$$

$$m_3 = 10 \text{ kg}$$

$$l_2 = 0.75\text{m}$$

$$g = 9.81 \text{ ms}^{-1}$$

$$K_1 = 100 \text{ N/V}$$

$$K_2 = 10 \text{ Nm/V}$$

$$K_3 = 10 \text{ N/V}$$

$$f_1 = 30 \text{ Nm s}^{-1}$$

$$f_2 = 7.825 \text{ N m rd}^{-1} .s$$

$$f_3 = 10 \text{ Nm s}^{-1}$$

Les réponses du robot TRT en position et vitesse pour une entrée échelon sur un intervalle de temps suffisant sont consignées sur les figures suivantes (III-2a, III-2b et III-2c):

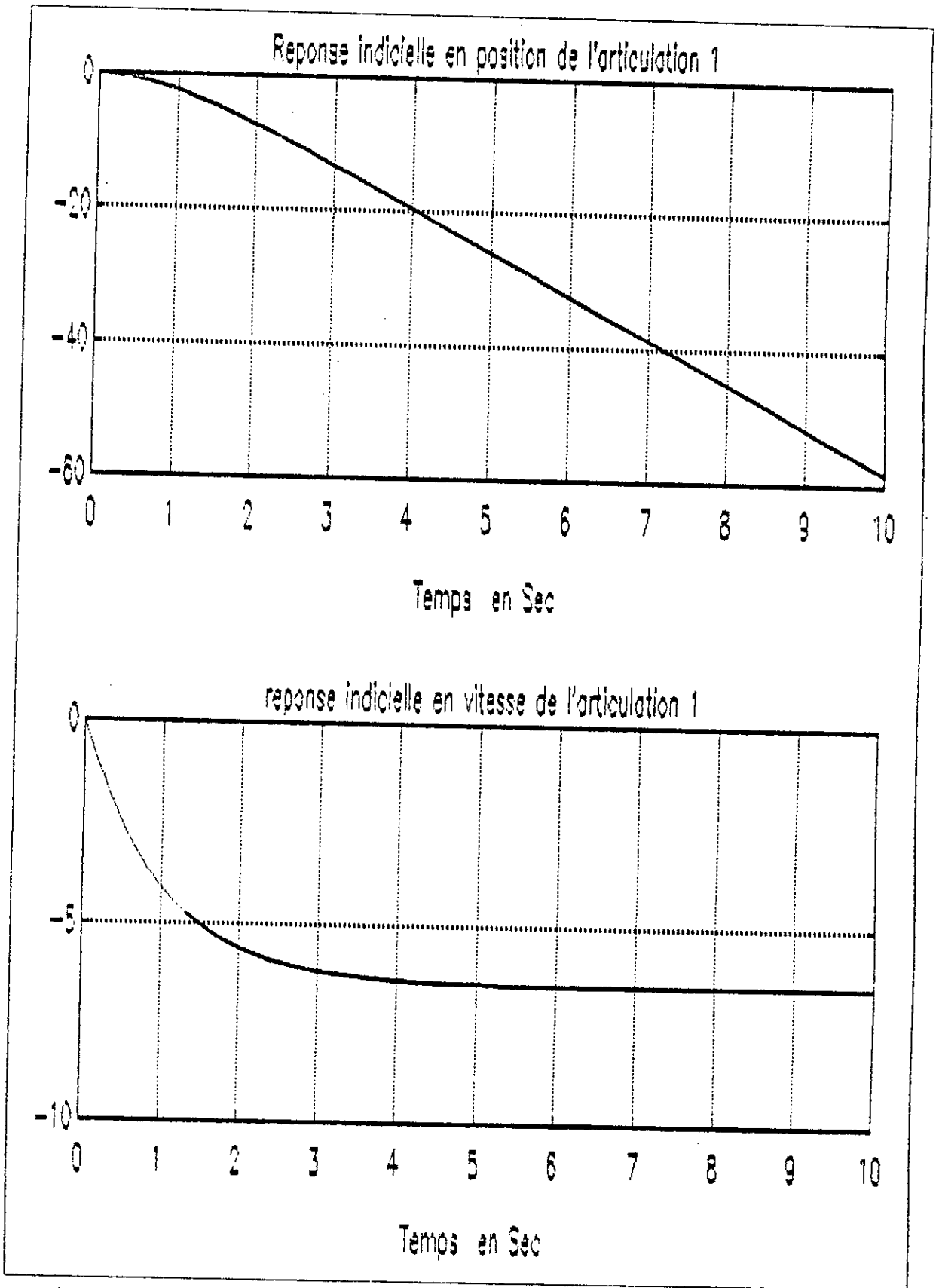
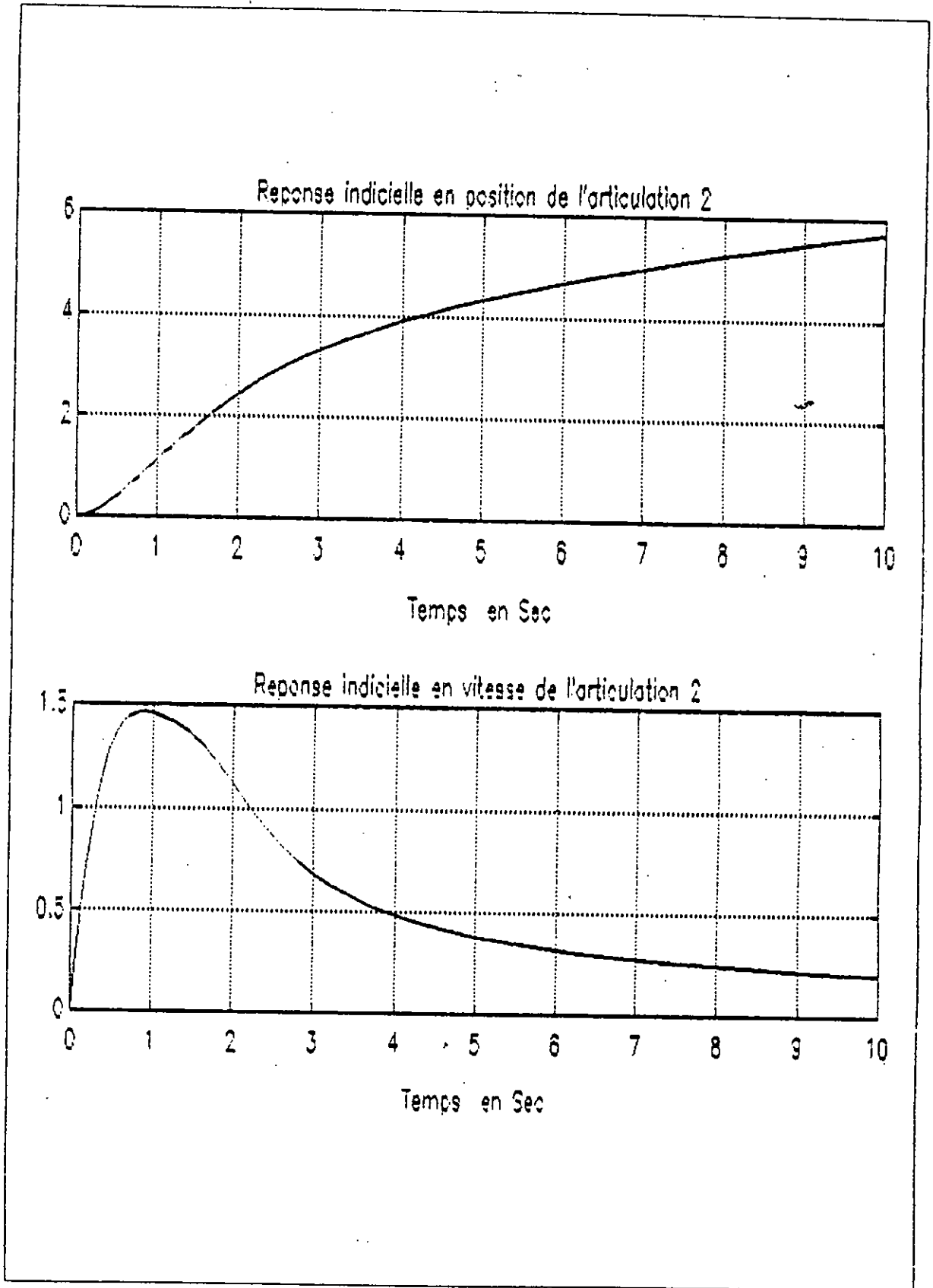


FIGURE III-2a SIMULATION DYNAMIQUE DE BRAS T.R.T (articulation 1)

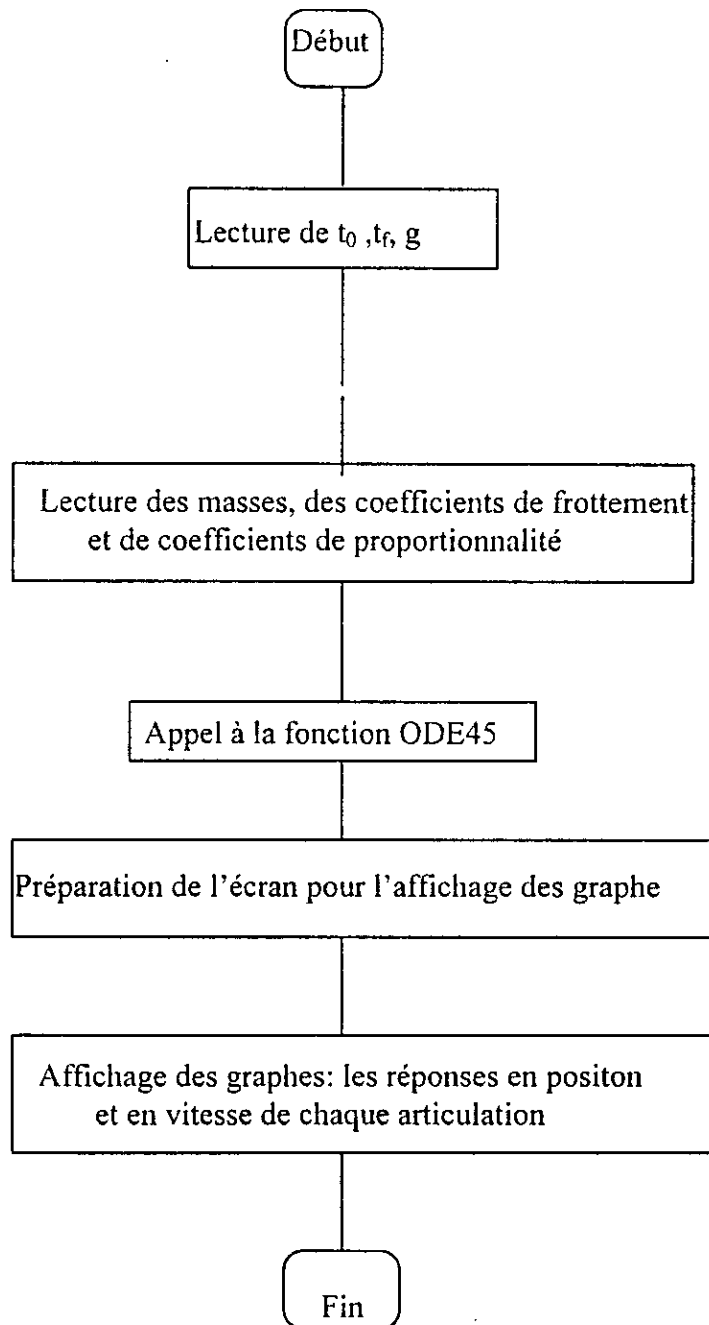


**FIGURE III-2b SIMULATION DYNAMIQUE DE BRAS T.R.T (L'articulation 2)**

### III.4 L'ORGANIGRAMME DES MODELES DYNAMIQUES

L'organigramme ci-dessous est généralisé pour un bras à n degrés de liberté. On remarque que cet organigramme fait appel à ODE 45. ODE 45 est une fonction du logiciel MATLAB elle permet de résoudre les équations différentielles simples ou de simuler les systèmes dynamiques complexes par la méthode de RUNGE -KUTTA du 4<sup>ème</sup> ordre.

Il faut noter que l'utilisation de ces fonctions nécessite la mise sous forme d'état des équations différentielles dans une sous fonction qui sera appelé par ODE 45, dans notre programme la sous fonction porte le nom REPONSE.m.





### III.5 CONCLUSION

Le but de ce travail était d'établir les équations générales de la dynamique, en utilisant le formalisme d'EULER-LAGRANGE, pour simuler un bras manipulateur. A la fin de cette partie nous avons constaté que l'établissement de ces équations nécessite de nombreux calculs et transformations.

D'après les résultats de la simulation, on remarque que les réponses obtenues, avec les valeurs des variables choisit (masses, longueurs des segments, coefficients de frottements visqueux et coefficients de proportionnalité des actionneurs), ne sont pas acceptables, autrement dit, les réponses en positions et en vitesses de chaque articulation ne suit pas le signal d'entrée qui est un échelon unitaire. Donc l'obtention d'une bonne réponse n'est possible.

Dans ce cas, pour obtenir des résultats fiables, il est nécessaire d'appliquer une technique de commande supplémentaire qui forcera le bras à suivre le signal de commande original.

## CHAPITRE IV

# LA REALISATION DU LOGICIEL

### IV.1 INTRODUCTION

Les progrès croissants de l'informatique ont permis le développement de systèmes de conception et de fabrication assistées par ordinateur utilisant l'informatique graphique (visualisation) tridimensionnelle. Ces systèmes très élaborés facilitent la conception et la fabrication d'objets de forme géométrique complexe en liaison avec la commande des machines automatiques.

Le but du présent chapitre est de décrire des algorithmes graphiques utilisés pour l'animation de quelque bras manipulateurs et d'élaborer un logiciel qui englobe les programmes de la modélisation de ces bras : cinématique, dynamique et graphique.

### IV.2 GRAPHISME EN ROBOTIQUE [11]

L'introduction des robots industriels dans les cellules de travail automatisées pose de nouveaux problèmes. Ces machines possèdent de nombreuses articulations dont les mouvements sont complexes. Leurs performances statiques et dynamiques sont des fonctions de leurs configurations, des vitesses etc. Ces robots doivent de plus coopérer avec d'autres machines et varier leurs mouvements pour s'adapter à des modifications.

La programmation d'un système robotisé peut faire appel aux méthodes C.A.O (Conception Assistée par Ordinateur) pour évaluer son comportement lorsqu'il réalisera sa tâche, il s'agit en somme d'une simulation complète sur ordinateur.

L'utilisation du graphisme en programmation robotique présente les intérêts suivants:

- 1) Mise au point accélérée du programme de commande, d'où un appréciable gain de temps sur la mobilité du bras lui même.
- 2) Programmation expérimentale du robot possible avant même que celui-ci ne soit acheté, cela permet notamment de simuler sur écran différents robots avant d'investir dans un système robotique.

Ce mode de programmation assistée par ordinateur n'est pas très répandu dans l'industrie. Il présente en effet quelques inconvénients:

- 1) Le prix de base d'un système informatique parfait capable de supporter une telle application est très élevé.
- 2) L'expérience du programmeur n'a rien avoir avec celle de l'utilisateur du robot en usine.
- 3) Il n'existe pas de standard commun aux équipements de conception assistée par ordinateur et aux matériels robotique, l'utilisateur est donc obligé d'acquérir des connaissances sur des systèmes très divers, ce qui demeure coûteux. Donc, notre travail consiste à réaliser une commande assistée par ordinateur très simple, visualisée sur l'écran d'un PC. Cela en variant les différentes articulations du système robotique sans tenir compte de son environnement.

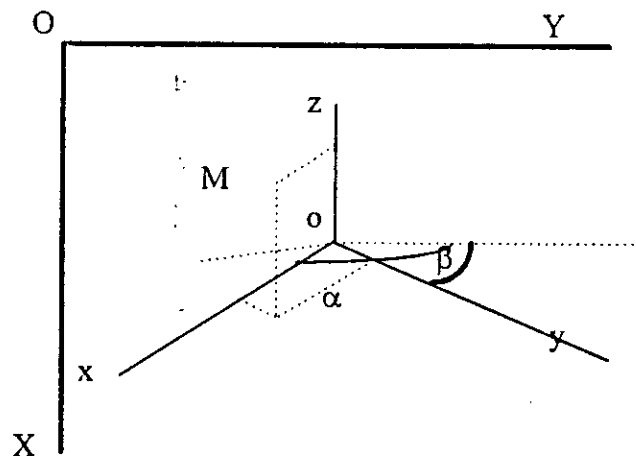
### IV.3 TECHNIQUE GRAPHIQUE TRIDIMENSIONNELLE [12] [13]

La production d'une image à trois dimensions sur un écran de deux dimensions présente beaucoup de problèmes, la difficulté fondamentale est comment représenter la 3<sup>ème</sup> dimension sur l'écran ?.

Pour résoudre ce problème, il faut un moyen de projeter l'espace dans le plan ou une représentation plane de l'espace, les méthodes possibles sont variées, nous irons au plus simple et utiliserons une projection perspective.

Soit OXY le repère de l'écran et Oxyz le repère tridimensionnel.

La figure (IV-1) montre la représentation plane de oxyz dans OXY



**Figure (IV-1): REPRESENTATION PLANE DE L'ESPACE**

L'angle entre l'axe OX et l'axe ox sera  $\alpha$ , l'angle entre l'axe OY et oy sera  $\beta$  et le point o aura  $(X_0, Y_0)$  pour coordonnées dans l'écran:

$$\vec{Oo} = X_0\vec{I} + Y_0\vec{J} \quad (IV-1)$$

Soit M un point de l'espace, ses coordonnées dans repère (o x y z) seront trois réels(x,y,z):

$$o\vec{M} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (\text{IV-2})$$

Sa projection dans le plan (l'écran) aura pour coordonnées (X,Y) dans le repère (O,X,Y) :

$$O\vec{M} = X\vec{I} + Y\vec{J} \quad (\text{IV-3})$$

Les vecteurs unitaires i,j,k seront représentés dans le repère (O,X,Y) par les formules suivantes:

$$\begin{aligned} \vec{i} &= \cos(\alpha)\vec{I} + \sin(\alpha)\vec{J} \\ \vec{j} &= \cos(\beta)\vec{I} + \sin(\beta)\vec{J} \\ \vec{k} &= -\vec{J} \end{aligned} \quad (\text{IV-4})$$

Ce qui donne les formules pour passer des coordonnées de l'espace aux coordonnées de l'écran:

$$X = X_0 + x.\cos(\alpha) + y.\cos(\beta) \quad (\text{IV-5})$$

$$Y = Y_0 + x.\sin(\alpha) + y.\sin(\beta) - z$$

Pour une bonne application de cette méthode, on aura besoin des positions intermédiaires et de la position finale de l'effecteur présent  $\vec{e}$  par la quatrième colonne des matrices de transformation. Donc l'utilisation de ces matrices, présentées dans le chapitre II de ce mémoire, facilitera davantage l'application de cette technique.

#### IV.4 PROGRAMMATION

##### 1) CHOIX DU LANGAGE

Pour tous les travaux de programmation, le choix du langage est évidemment fondamental. Certains langages sont mieux adaptés à des traitements particuliers, d'autres conviennent pour un très large champs d'applications. Ainsi les langages BASIC, PASCAL, FORTRAN et C sont couramment utilisés dans de nombreux domaines et sont assez pratiques pour les traitements graphiques. Cependant, pour des applications volumineuses, et assez pointues, le langage C se révèle particulièrement efficace: Il permet aussi bien l'écriture des fonctions primitives, très proche du matériel et des périphériques que la réalisation des programmes lourds. Le langage C a d'autres points forts: il est modulaire et débouche donc sur des bibliothèques prêtes à l'emploi. Il autorise l'allocation dynamique de la mémoire et facilite l'emploi des pointeurs.

Les spécifications de ce langage sont précises et reconnues par un très grand nombre de système d'exploitation. Le langage C est donc un langage destiné pour des machines puissantes pour des traitements sérieux à haut niveau.

## 2) PRESENTATION DU TRAVAIL

Dans cette partie nous allons présenter le travail réalisé et qui concerne la programmation pour développer le logiciel.

Le logiciel réalisé se présente sous forme d'un programme graphique comportant plusieurs parties situées à des niveaux différents et il est important en langage C de bien les distinguer.

Ce programme englobe quinze (15) programmes principaux répartis comme suit :

Cinq (5) programmes pour la simulation cinématique directe écrits en 'MATLAB'.

Cinq (5) programmes pour la simulation cinématique inverse écrits en 'MATLAB'.

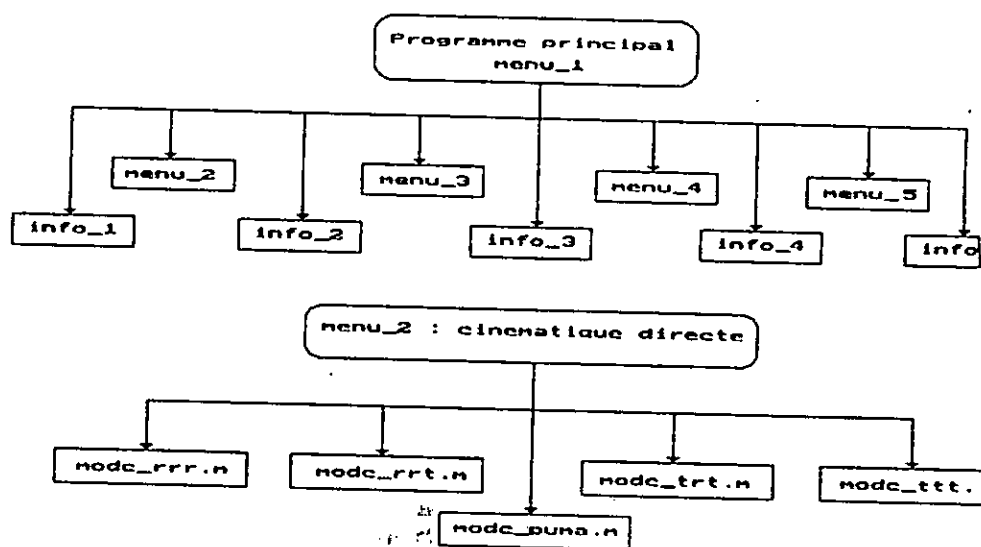
Deux (2) programmes pour la simulation dynamique écrits en 'MATLAB'.

Trois (3) programmes pour la visualisation graphique écrits en langage C. De là on constate que le logiciel comporte quatre menus secondaires et deux menus principaux.

Le premier menu principal est indiqué dans le programme par la fonction 'info\_1'. Cette fonction permet de donner une image écran ou on trouve une représentation générale du logiciel.

Dans le deuxième menu principal, on trouve la représentation des quatre menus secondaires: titre et mode de sélection. La sélection de l'un des quatre menus, par le choix de son chiffre représentatif, entraîne l'apparition d'une information ou on trouve une description du menu et les différentes limitations concernant la structure du bras à simuler. Les quatre menus secondaires se présentent sous la même forme. La différence réside dans le nombre de programme à sélectionner et le mode de sélection. La sélection d'un chiffre des trois premiers menus entraîne l'exécution de l'instruction 'spawnlp' qui permet de lancer le 'MATLAB', ou on peut exécuter les douze premiers programmes. Le choix d'un chiffre du quatrième menu entraîne l'exécution d'un programme en C déclaré comme fonction externe

Le schéma de la figure IV-2 donne une représentation générale du travail réalisé et le chemin à suivre pour l'exécution de chaque programme.



### 3) SOUS PROGRAMMES GRAPHIQUES

Dans cette partie nous allons donner un algorithme graphique général pour l'établissement des programmes concernant la visualisation graphique des trois bras: RRR, TRT et PUMA.

En général, chaque sous-programme comporte plusieurs fonctions. Les plus importantes sont celles décrivant les variations des variables d'articulations.

L'organigramme simplifié, représentant un programme graphique est le suivant:

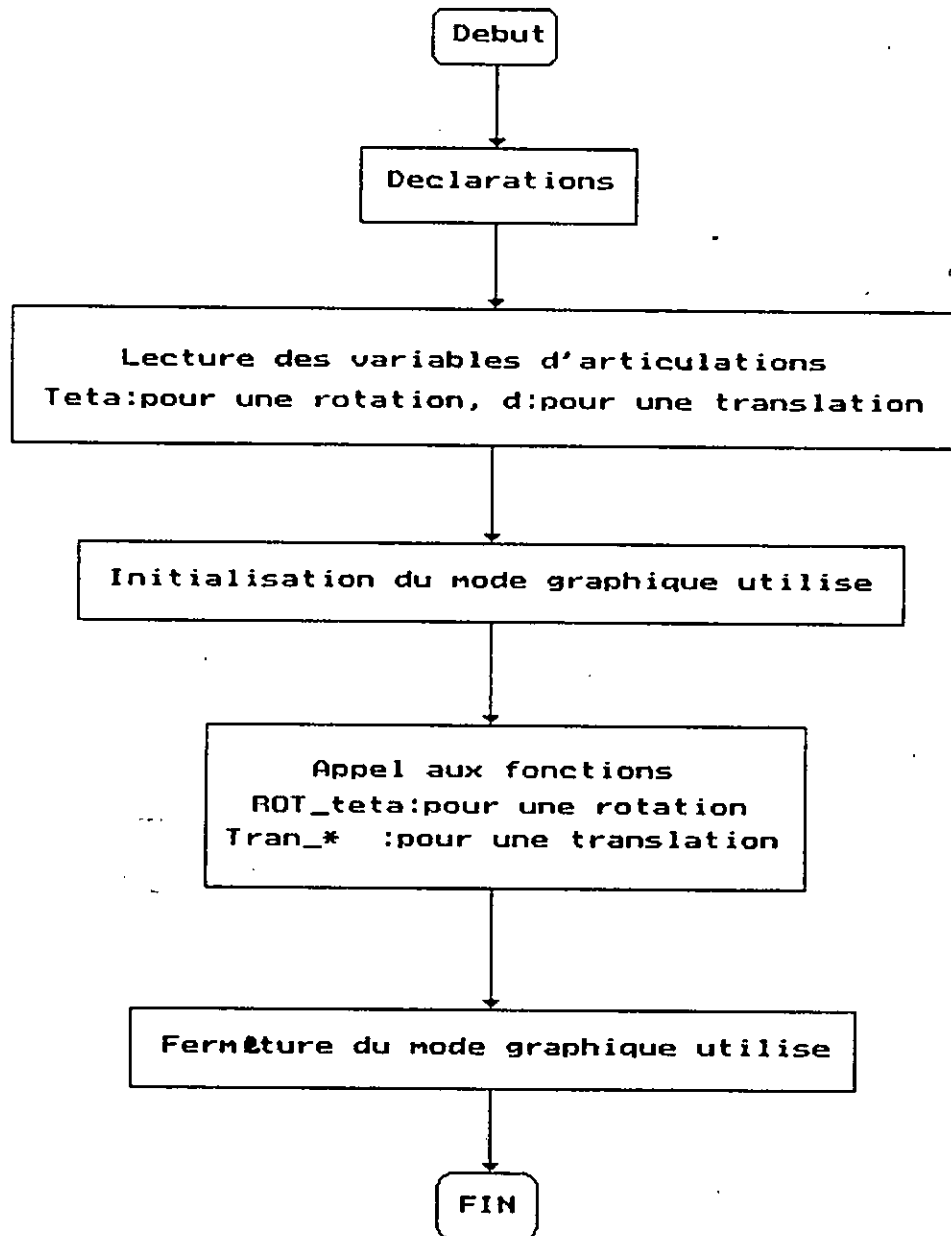


Figure IV-3: Organigramme des sous-programmes graphiques

Les fonctions 'ROT\_teta' et 'Trans' présentent le corps du programme graphique. C'est grâce à ces fonctions qu'on aura l'animation des bras.

La visualisation du bras sur écran consiste à calculer les différentes positions de chaque articulation en utilisant les matrices de transformations. Cette position, donnée par la quatrième colonne de ces matrices, sera transformée sur écran en utilisant la technique graphique exposée dans la troisième partie de ce chapitre. Etant donné les positions sur écran, on utilise les transformations géométriques et les fonctions graphiques (définies dans la bibliothèque graphique) pour relier ces différentes positions et avoir une image graphique. Pour avoir l'animation ou le mouvement du bras sur écran, nous avons utilisé une technique très simple.

Cette technique consiste à visualiser le bras dans des positions différentes commençant par l'état initial et terminant par l'état désiré, décrit par les variables d'articulations. Donc pour atteindre la position finale désirée, le chemin suivi est divisé en plusieurs étapes qui donnent différentes images écrans dans des positions différentes et l'apparition de chaque image élimine l'image précédente.

La vitesse de déplacement du bras varie d'un PC à un autre, pour contrôler cette vitesse, une boucle de temporisation est réalisée à la fin de chaque mouvement.

## CONCLUSION

La modélisation des robots est une étape très importante pour la synthèse de n'importe quelle loi de commande, la connaissance du modèle permet, en premier lieu une simulation numérique du robot, en second lieu, ce modèle est nécessaire pour l'implémentation des lois de commande.

La modélisation cinématique directe ou inverse permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal ou de donner la configuration du robot, la méthode utilisée pour la modélisation directe est «La méthode D-H» cette dernière permet d'élaborer une matrice de transformation d'une liaison à une autre.

Les équations qu'on trouve dans la modélisation cinématique inverse sont souvent non linéaires ce qui fait appel à l'une des méthodes numériques, dans notre cas la méthode utilisée est celle NEWTON-RAPHSON.

Dans la modélisation dynamique on a utilisé le formalisme d'EULER-LAGRANGE mais cette méthode conduit à un énorme calcul.

Un logiciel, qui englobe toute la partie modélisation en plus de la visualisation graphique de trois bras manipulateurs en animation, est réalisé à partir des outils de programmation et des informations de la géométrie.



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] N. BALI, "Etude des performances de la commande prédictive généralisée: application aux robots manipulateurs PUMA & SCARA", Thèse de magister, ENP, 1995.
- [2] C. BERGMANN & Y. BOUCHAT, "Point en robotique", vol 2, AFNOR, 1985.
- [3] M. BOUMAH RAT & A. GOURDIN, 'Méthodes numériques appliquées", OPU, 1983.
- [4] K. S. FU, R C. GONZALEZ & C S G.LEE, 'Robotics: control, sensing, vision and intelligence", MC GRAW-HILL Book Company, 1987.
- [5] L. GUENFAFE, "Etude des différentes stratégies de commande adaptative: application à un robot manipulateur", Thèse de magister, ENP, 1995.
- [6] Y. KOREN, "La robotique pour ingénieurs", MC GRAW-HILL, 1986.
- [7] A. LEVINE, "Turbo C: initiation", Edition BERTI, 1993.
- [8] A. LIEGEOIS, "Les robots", tome 7: "Analyse des performances et CAO", Edition HERMES, 1984.
- [9] P. LOPEZ & J.NUMA FOULC, "Introduction à la robotique", Edition TESTS, 1984.
- [10] D. MERAH & L MOKHTARI, "Modélisation et commande d'un bras manipulateur", Thèse PFE, USTHB, 1995 .
- [11] W. M. NEWMAN & R F SPROULL, "Principles of interactive computer graphics", International Student Edition, MC GRAW-HILL, 1984.
- [12] R. P. PAUL, "Robots manipulators: Mathematics, programming & control", MIT Press, 1981.
- [13] C. VIBET, "Robots: principes et contrôles", Edition Ellipses, 1987.