



École Nationale Polytechnique  
Département d'Électrotechnique  
Laboratoire de Recherche en Électrotechnique



## Projet de fin d'études en Électrotechnique

Présenté par :  
**DJEBLI Abdelmalek**  
**ROUBACHE Lazhar**

Intitulé :

# Étude de la ferrorésonance dans les Transformateurs

Directeur(s) de mémoire :

TOUHAMI Omar  
ABOURA Faouzi

Professeur  
Doctorant

ENP Alger  
ENP Alger

**ENP 2015**

## ملخص

الهدف من هذا البحث هو القيام بدراسة تجريبية على ظاهرة الرنين غير الخطي التي تسمى المحولات الكهربائية، أستعمل في هذه الدراسة نوعان من المحولات : احادي الوجه وثلاثي الأوجه. تم استعمال نموذج "Tellinen" لمحاكات منحنى المغناطيسية حيث تم كتابته بواسطة برنامج "Matlab/Simulink". وتمت مقارنة الإشارات الكهربائية المحاكات مع الإشارات المسجلة تجريبيا.

**كلمات مفتاحية :** الرنين غير الخطي، المحولات الكهربائية، نموذج منحنى المغناطيسية، التشعب،  
*Matlab/Simulink*

## Résumé :

L'objectif de notre travail concerne une étude expérimentale sur le phénomène de la ferorrésonance. A cet effet, deux transformateurs, à savoir : un transformateur monophasé du type "Shell" et un transformateur triphasé asymétrique de type "Core" ont fait l'objet de la détermination des modes ferorrésonants. Un modèle a été élaboré pour les transformateurs monophasé et triphasé pour les simulations du régime transitoire. Ce modèle, implémenté sur Matlab/Simulink, utilise le modèle d'hystérésis de Tellinen. Les résultats issus des tests expérimentaux sont comparés à ceux obtenus par simulation, montrant la validité du modèle élaboré.

**Mots-Clés :** Ferorrésonance, Transformateur, Modèle d'hystérésis, Bifurcation, Matlab\Simulink

## Abstract :

The objective of this work is making an experimental study on the ferorrésonance phenomenon ; the study ported on tow transformer : a single-phase Shell type transformer and a three-phase core type transformer. An accurate model for the tow transformers for transient simulation implemented on Matlab\Simulink using Tellinen hysteresis model. We make the experimental tests on the tow transformers, we obtained the different ferroresonants modes, the comparison between the experimental, and the simulation results, validate the elaborated model.

**Key words :**Ferroresonance, Transformer, hysteresis model, Bifurcation, Matlab\Simulink.

A nos parents,

# Remerciements

Nous remercions vivement nos promoteurs le Pr **O.Touhami** et Mr **F.Aboura** pour nous avoir proposés et diriger cet intéressant thème.

Nos remerciements vont également à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation et plus particulièrement ceux du département d'Électrotechnique.

Nous remercions également les membres du jury qui ont bien voulu examiner notre travail.

Il s'agit de messieurs les professeurs **R. Ibtouen**, **A. Boubakeur** et de Monsieur **R. Tahmi** maître de conférences.

# Table des matières

Table des matières	iv
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Aperçu sur la ferrorésonance</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Définitions . . . . .	4
1.2.1 Résonance . . . . .	4
1.2.2 Ferrorésonance . . . . .	5
1.2.3 Différence entre résonance et ferrorésonance . . . . .	5
1.3 Classification des régimes ferrorésonants . . . . .	5
1.3.1 Diagramme du plan de phase . . . . .	6
1.3.2 Section de Poincaré . . . . .	6
1.3.3 Régime périodique . . . . .	7
1.3.4 Régime quasi-périodique . . . . .	7
1.3.5 Régime chaotique . . . . .	7
1.4 Méthodes d'analyse de la ferrorésonance . . . . .	8
1.4.1 Mise en équation d'un circuit électrique . . . . .	9
1.4.2 Méthode des harmoniques équilibrés . . . . .	10
1.4.3 La méthode de Galerkin . . . . .	13
1.5 Situation réelles pouvant donner lieu à la ferrorésonance . . . . .	15
1.5.1 Transformateur de tension alimenté par la capacité d'un ou de plusieurs disjoncteurs ouverts . . . . .	15
1.5.2 Transformateur condensateur de tension (TCT) . . . . .	17
1.5.3 Reprise de service ou renvoi de tension sur une longue ligne . . . . .	19
1.5.4 Transformateurs de tension (TT) raccordés à un réseau à neutre isolé . . . . .	21
1.6 Conclusion . . . . .	22
<b>2 Analyse de la ferrorésonance</b>	<b>24</b>
2.1 Introduction . . . . .	24
2.2 Modèle du transformateur . . . . .	25
2.3 Modélisation du cycle d'hystérésis . . . . .	26
2.3.1 Tests expérimentaux . . . . .	27
2.3.2 Modèle par approximation polynomiale . . . . .	28

2.3.3	Modèle de Tellinen . . . . .	30
2.4	Domaine d'apparition de la ferrorésonance par le diagramme de la bifurcation . . . . .	34
2.4.1	Méthode des harmoniques équilibrés . . . . .	34
2.4.2	Méthode de Galerkin . . . . .	35
2.4.3	Application de la méthode de Galerkin sur le mode fondamental . . . . .	36
2.4.4	Application de la méthode de Galerkin pour un mode contenant deux fréquences . . . . .	38
2.5	Simulation numérique . . . . .	44
2.5.1	Diagramme de bifurcation par le modèle d'approximation polynomiale . . . . .	44
2.5.2	Diagramme de bifurcation utilisant le modèle de Tellinen . . . . .	46
2.6	Conclusion . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Tests expérimentaux de la ferrorésonance sur Transformateur monophasé</b> . . . . .	<b>49</b>
3.1	Introduction . . . . .	49
3.2	Circuit de test ferrorésonant . . . . .	50
3.3	Recherche des modes de la ferrorésonance . . . . .	51
3.3.1	Mode fondamental . . . . .	51
3.3.2	Mode sous-harmonique . . . . .	53
3.3.3	Mode quasi-périodique . . . . .	56
3.3.4	Mode chaotique . . . . .	58
3.4	Courant de démarrage . . . . .	60
3.5	Influence des conditions initiales sur les différents modes . . . . .	61
3.6	Influence de la capacité parallèle . . . . .	62
3.7	Conclusion . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Étude Expérimentale de la ferrorésonance sur un transformateur triphasé</b> . . . . .	<b>65</b>
4.1	Introduction . . . . .	65
4.2	Modèle dynamique du transformateur triphasé asymétrique à trois colonnes . . . . .	66
4.3	Identification du transformateur d'essai . . . . .	67
4.3.1	Mesure des caractéristiques non-linéaires ( $\phi - i$ ) . . . . .	67
4.3.2	Mesure de la séquence zero ( $\phi_0 - i_0$ ) . . . . .	69
4.4	Résultats théoriques obtenus par le modèle de Tellinen . . . . .	70
4.5	Circuit de tests de la ferrorésonance . . . . .	73
4.6	Résultats expérimentaux et simulés . . . . .	74
4.6.1	Mode fondamental . . . . .	74
4.6.2	Mode sous-harmonique . . . . .	76
4.6.3	Mode quasi-périodique . . . . .	77
4.6.4	Mode chaotique . . . . .	79
4.7	Cas où le neutre est relié à la terre . . . . .	80
4.8	Conclusion . . . . .	81

<b>Conclusion Générale</b>	<b>82</b>
<b>A Annexe</b>	<b>83</b>
	<b>83</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>89</b>

## Introduction Générale

La ferrorésonance est une interaction oscillatoire complexe de l'énergie échangée entre les inductances de magnétisation non-linéaires des noyaux ferromagnétiques et un système de condensateurs,[1]. Ces oscillations se manifestent par des tensions et courants élevés et déformés conduisant potentiellement à un échauffement excessif, un défaut d'isolation dans les transformateurs ainsi que d'importantes perturbations sur les réseaux électriques.

L'apparition de ce phénomène dépend de plusieurs paramètres et situations dans le réseau électrique. Pour comprendre le phénomène de la ferrorésonance, il est nécessaire de :

- Spécifier les facteurs qui l'influencent ;
- Identifier les situations réelles qui peuvent donner naissance à ce phénomène ;
- Effectuer une analyse de la ferrorésonance par l'utilisation des méthodes déjà existantes telles que les méthodes numériques, la méthode de la bifurcation, etc., [2], [3].

Plusieurs études sur la ferrorésonance regroupant un grand nombre de travaux de recherche ont été menées depuis une soixantaine d'années, [4 - 6]. A titre d'exemple, on peut citer :

Horak John [4] qui présente une étude, regroupant 25 références publiées depuis 1950 à 2003, traite principalement de la confusion sur ce qui constitue un circuit ferrorésonant. S. Hassan et Al [5] ont élaboré une étude regroupant 14 références, publiées depuis 1950 à 1993. Celle-ci traite de la ferrorésonance dans les réseaux de distribution de puissance et des diverses conditions qui donnent lieu à l'apparition de cette ferrorésonance dont la plus répandue résulte des conditions de tension indésirable. Elle propose également la prévention de l'apparition de la ferrorésonance. J.P. Bickford et Al [6] ont également traité le cas des surtensions transitoires sur les systèmes de puissance. Cette étude de 175 références publiées depuis 1955 à 1985 couvre une large plage sur la dynamique des tensions transitoires à partir desquelles se posent des problèmes de stabilité dans la distribution d'énergie en basse tension.

Depuis 2003 à ce jour, un grand nombre de publications sont parues et dont nous ne citons que quelques unes par rapport au thème que nous étudions, [7, 8, 9]. Il s'agit principalement des oscillations qui présentent des modes sans fréquence de résonance définie. Ces modes sont de quatre types. Il s'agit du mode fondamental, du mode sous-harmonique, du mode quasi-périodique et du mode chaotique que nous expliquerons dans les chapitres suivants.

L'objet de notre travail concerne l'étude de la ferrorésonance dans les transformateurs

---

monophasé et triphasé ainsi que son impact sur le réseau électrique. Nous avons mené des simulations et des tests expérimentaux sur des transformateurs de laboratoire. Les transformateurs utilisés sont de type "Shell" pour le monophasé et de type "Core" pour le triphasé.

# Chapitre 1

## Aperçu sur la ferrorésonance

### 1.1 Introduction

Le circuit général pouvant donner naissance à la ferrorésonance est essentiellement constitué :

- d'une inductance de magnétisation non-linéaire (cas des transformateurs) ;
- d'un condensateur mis en série avec cette inductance et court-circuité à l'aide d'un interrupteur ;
- d'une source de tension alternative sinusoïdale ;
- de faibles pertes (résistance de ligne, pertes fer du transformateur, etc...).

L'apparition de la ferrorésonance est d'autant plus accentuée qu'en l'absence d'un amortissement, cas du transformateur à vide ou faiblement chargé.

Avant de procéder à l'expérimentation, il est nécessaire d'effectuer des simulations dans les mêmes conditions d'essais pour l'étude de la ferrorésonance. Les résultats obtenus permettent de déterminer les valeurs de la capacité pour les différents modes de fonctionnement. La précision des résultats dépendra du modèle de l'inductance de magnétisation non-linéaire du noyau ferromagnétique du transformateur et les performances du modèle du transformateur dépendent principalement de la représentation de ces paramètres non linéaires. La détermination du cycle d'hystérésis pour les simulations transitoires reste compliquée. Plusieurs modèles et algorithmes ont été élaborés pour approximer le comportement du circuit magnétique[7].

La détermination des modes de la ferrorésonance s'effectue par le spectre des signaux, par le diagramme du plan de phase ou encore par la section de Poincaré. Différentes techniques d'analyse de la ferrorésonance sont utilisées. Il s'agit principalement de

la méthode des harmoniques équilibrés, de la méthode de Galerkin ou encore de la résolution numérique des équations différentielles.

Des exemples de situation de réseaux électriques propices à la ferrorésonance sont présentés dans ce chapitre.

## 1.2 Définitions

### 1.2.1 Résonance

La résonance est un phénomène selon lequel le système est sensible à une fréquence. Un circuit de résonance simple est présenté à la Fig.1.1a. La relation entre les tensions est :

$$U = V_c + V_l + V_r \text{ Avec } (U = U_0 \sin(\omega t))$$

Pour des valeurs spécifiques de L et C telle que  $LC\omega_0^2 = 1$ , les tensions  $V_l$  et  $V_c$  se compensent ( $V_l + V_c = 0$ ) Fig.1.1b On dit que le circuit est en résonance, le courant dans le circuit n'est limité que par la résistance R. Son expression est :  $I = \frac{U_0}{R}$   
L'amplitude des tensions  $V_c$  et  $V_l$  sont égales à  $kU_0$  telle que :  $k = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega}$   
k étant le facteur de qualité.

Exemple d'un circuit RLC série, Fig.1.1, dont les paramètres  $U_0 = 220V$ ,  $R = 1\Omega$ ,  $L = 0.02H$  et  $C = 100\mu F$

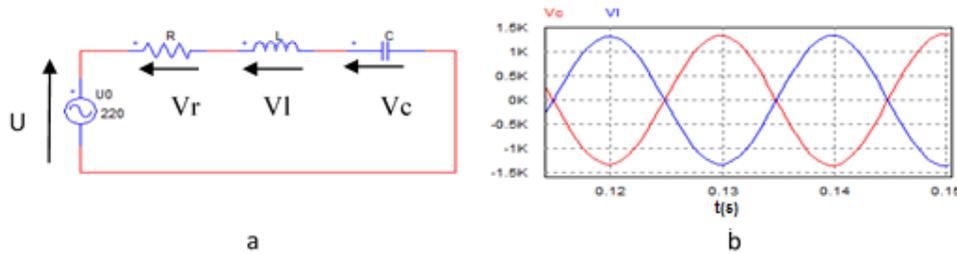


FIGURE 1.1: Circuit de résonance série

### 1.2.2 Ferrorésonance

Nous avons défini précédemment la ferrorésonance et son incidence sur les systèmes électriques. Cependant, dans un réseau électrique il existe plusieurs inductances non-linéaires à savoir : les transformateurs de puissance, les transformateurs inductifs de mesure de tension (TT), et les condensateurs tels que les câbles, les longues lignes, les transformateurs capacitifs de tension, les condensateurs de compensation série ou shunt, les condensateurs de répartition de tension entre les chambres de coupure de disjoncteurs, les postes blindés, etc.,[8].

### 1.2.3 Différence entre résonance et ferrorésonance

Les différences majeures d'un circuit ferrorésonant par rapport à un circuit résonant sont :

- La possibilité de raisonner dans une large plage de valeur de la capacité  $C$  ;
- L'apparition des fréquences différentes de celles de la source (régime quasi-périodique, chaotique, etc.) ;
- L'existence de plusieurs régimes permanents stables pour des valeurs spécifiques de paramètres.

## 1.3 Classification des régimes ferrorésonants

A partir des formes d'onde des tensions et des courants on classe les régimes de ferrorésonance. Cette classification correspond en régime permanent, c'est-à-dire, après extinction du régime transitoire. On peut reconnaître le type de la ferrorésonance soit par le contenu spectral des signaux de courant et de tension soit en utilisant le diagramme du plan de phase ou encore la section de Poincaré.

Il est préférable de se baser sur le signal de tension qui est de forme sinusoïdale avant l'apparition de la ferrorésonance, donc son spectre ne présente que la fréquence fondamentale, alors que le signal du courant d'excitation contient des fréquences impaires multiple de la fréquence fondamentale ( $3f, 5f, \dots$ ).

Nous présentons brièvement le diagramme de plan de phase et la section de Poincaré.

### 1.3.1 Diagramme du plan de phase

L'espace de phase est un espace mathématique abstrait dont le comportement dans le temps d'un système est représenté par le mouvement d'un point représentant les variables d'état du système avec le temps. L'étude du comportement d'un système est basée sur le comportement de sa trajectoire dans l'espace de phase. Si la trajectoire se referme sur elle-même après chaque période  $T$ , l'oscillation sera périodique, de période  $T$ . Si la solution donne le mode quasi-périodique, la trajectoire ne revient au point de départ qu'après deux ou trois périodes ( $2T$ ,  $3T$ ). Il en est de même pour la solution sous-harmonique, Fig.1.2a.

Si la solution donne un mode chaotique alors le comportement est non-répétitif, et la trajectoire ne se referme jamais sur elle-même.

### 1.3.2 Section de Poincaré

La section de Poincaré est une représentation du diagramme du plan de phase enregistré comme une séquence de points après chaque période  $T$ , Fig.1.2b. La section de Poincaré donne une information sur le rapport entre la fréquence de la source d'excitation et la fréquence du système. Pour une solution périodique, de période  $T$ , la section de Poincaré est un point. Le mode chaotique produit une section de Poincaré comme une surface des points aléatoires.

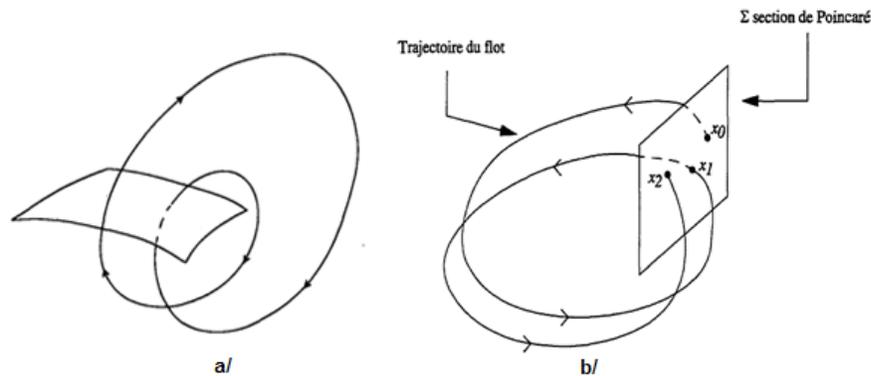


FIGURE 1.2: a/ sous-harmonique de période  $2T$   
b/ Interprétation géométrique de la section de Poincaré

On distingue différents types de régime ferrorésonant :

1. la ferrorésonance périodique (mode fondamental et mode sous-harmonique)

2. la ferrorésonance quasi-périodique
3. la ferrorésonance chaotique.

La Figure 1.3 montre les trois modes, à savoir : le mode fondamental, le mode quasi-périodique et le mode chaotique.

### 1.3.3 Régime périodique

La ferrorésonance périodique est soit fondamentale soit sous-harmonique. Pour la ferrorésonance fondamentale, les signaux sont à la fréquence de la source d'alimentation 50 Hz, bien que plusieurs harmoniques peuvent exister et sont généralement des multiples entiers impairs de la fréquence fondamentale, à savoir : 150Hz, 250Hz, 350Hz, Fig.1.3.a.

Pour la ferrorésonance sous-harmonique, les oscillations s'effectuent avec une période multiple de la période de la source  $nT$ . Sur le spectre du signal, il apparaît des fréquences sous-multiples, impaires de la fréquence fondamentale (50Hz /3, 50Hz/5, 50Hz/7, etc.).

### 1.3.4 Régime quasi-périodique

Ce régime n'est pas périodique. Il se caractérise par des oscillations ayant au moins deux fréquences de base : une fréquence fondamentale est une autre différente. Le spectre de fréquence est composé de plusieurs raies distinctes dont les fréquences s'expriment sous la forme :  $nf_1 + mf_2$  ( $n$  et  $m$  sont des nombres entiers), Fig.1.3.d.

### 1.3.5 Régime chaotique

Les régimes chaotiques se caractérisent par un comportement qui semble aléatoire, leur spectre de fréquence est continu, c'est-à-dire, qu'il ne s'annule pour aucune fréquence, Fig.1.3.g. La section de Poincaré est une surface de points, Fig.1.3.k.

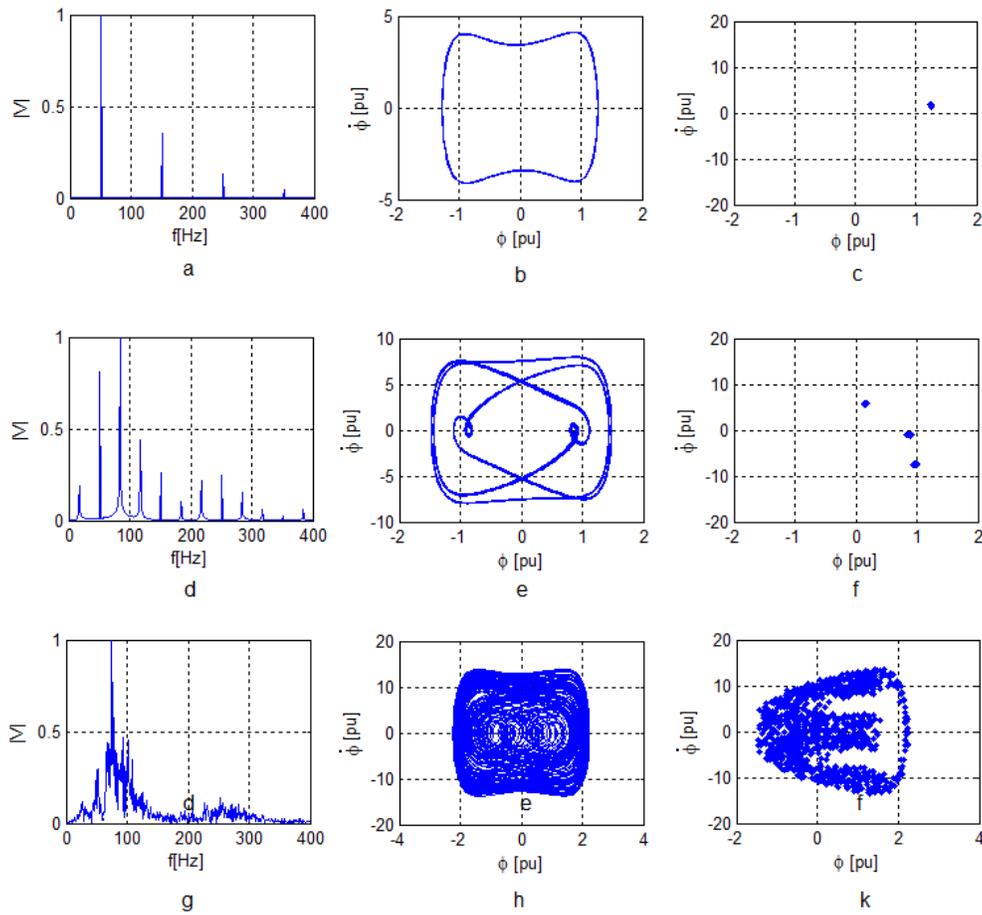


FIGURE 1.3: a, d, g/ Spectre du signal b, e, h/ Diagramme du plan de phase  
c, f, k/ Section de Poincaré des trois régimes

## 1.4 Méthodes d'analyse de la ferrorésonance

La modélisation d'un circuit ferrorésonant conduit à un système d'équations différentielles non-linéaires dépendant du temps  $t$  et de divers paramètres physiques. Il est impossible de trouver une solution analytique d'un système non-linéaire. Cependant, diverses méthodes [9],[10],[11] sont proposées pour la recherche des solutions analytiques approchées ou pour une résolution numérique. Ce qui permet de comprendre le phénomène, le classifier et étudier l'influence des divers paramètres du circuit ferrorésonant sur la solution ou en d'autres termes "la bifurcation".

Il existe trois approches pour l'étude de ce phénomène que nous citerons :

- La méthode de Galerkin qui consiste à supposer une solution approximative périodique sous forme de série de Fourier, afin d'obtenir un système d'équations non-linéaires qui

peut se résoudre numériquement ou analytiquement comme il est expliqué dans les références [2], [9] ;

- La méthode des harmoniques équilibrés qui est un cas particulier de la méthode de Galerkin, [12] ;
- Et, les méthodes utilisant les modèles dynamiques du cycle d'hystérésis [1, 9] [1],[13].

### 1.4.1 Mise en équation d'un circuit électrique

Un circuit ferrorésonant est généralement modélisé par un transformateur alimenté par une tension sinusoïdale  $U(t) = U_m \sin(\omega t)$ . Ce circuit contient des éléments électriques passifs (inductance, résistance, capacité) (Fig.1.4). Comme la caractéristique magnétique du transformateur est non-linéaire, il est nécessaire alors d'approximer le courant actif et réactif, absorbés par la branche magnétisante du transformateur, par des polynômes de degré  $n$ , Eqs. 1.1, 1.2.

$$i_{lm}(\phi) = A_1 \phi + A_n \phi^n \quad (1.1)$$

$$i_{Rm}(\phi) = B_1 \frac{d\phi}{dt} + B_n \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^n \quad (1.2)$$

Le degré  $n$  du polynôme est un nombre impair qui dépend de la précision désirée dans l'approximation des courbes de variation de l'inductance et de la résistance équivalentes de la branche magnétisante.  $A_1, A_n, B_1, B_n$  sont les coefficients d'ajustement de ces courbes.

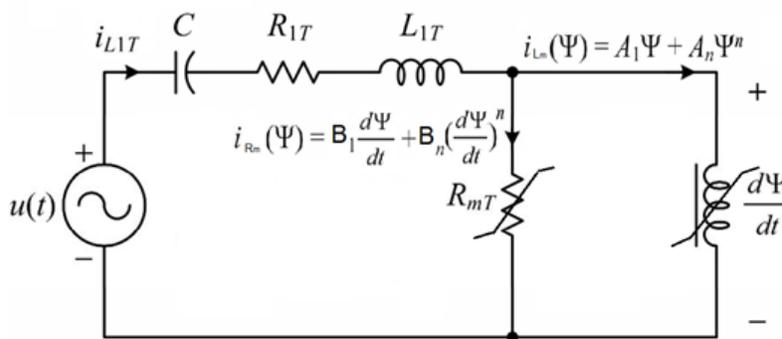


FIGURE 1.4: Circuit Ferrorésonant série

Les équations mathématiques du circuit ferrorésonant série peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned}
U(t) &= U_c + R_{1T}i_{1T} + L_{1T}\frac{di_{1T}}{dt} + \frac{d\psi}{dt} \\
\frac{dU}{dt} &= \frac{dU_c}{dt} + R_{1T}\frac{d^2i_{1T}}{dt^2} + \frac{d\psi^2}{dt^2} \\
\frac{dU_c}{dt} &= \frac{1}{c}i_{1T} \\
i_{1T} &= i_{Rm}(\psi) + i_{Lm}(\psi)
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Ce qui donne :

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{d^2\psi}{dt^2} + L_{1T}\frac{d^2i_{Rm}(\psi)}{dt^2} + R_{1T}\frac{di_{Rm}(\psi)}{dt} + \frac{1}{c}i_{Rm}(\psi) + L_{1T}\frac{d^2i_{Lm}}{dt^2} + R_{1T}\frac{di_{Lm}(\psi)}{dt} + \frac{1}{c}i_{Lm}(\psi) \tag{1.4}$$

Les équations 1.1, 1.2 et 1.4 forment une équation différentielle non-linéaire ordinaire, facile à résoudre numériquement par les outils du logiciel Matlab. Deux solutions peuvent être alors proposées pour la détermination de la bifurcation à savoir :

- Résolution numérique de l'équation 1.4 ;
- Résolution analytique.

### 1.4.2 Méthode des harmoniques équilibrés

Cette méthode consiste à remplacer l'inconnue du système par une solution définie comme une somme des sinusoides (série de Fourier) qui comprend la fréquence d'excitation plus les harmoniques importants. Par exemple, pour déterminer la solution fondamentale approximative de l'équation différentielle 1.4, on néglige tous les harmoniques dans l'expression du flux magnétique et du courant magnétisant.

$$\begin{cases} \psi(t) = \psi_m \sin(\omega.t + \phi) \\ \psi(t) = \psi_{1s} \sin(\omega.t) + \psi_{1c} \cos(\omega.t) \\ \psi_m^2 = \psi_{1s}^2 + \psi_{1c}^2 \end{cases} \tag{1.5}$$

En remplaçant 1.5 dans 1.1 et 1.2, on obtient :

$$\begin{aligned}
i_{Lm}(\psi) &= A_1\psi_m \sin(\omega.t + \phi) + A_n\psi^n \sin^n(\omega.t + \phi) \\
i_{Rm}(\psi) &= B_1\psi_m\omega.\cos(\omega.t + \phi) + B_n\psi_m^n\omega.\cos^n(\omega.t + \phi)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Sachant que  $n$  est impair, la décomposition binomiale de  $\sin^n(\omega.t+\phi)$ , et de  $\cos^n(\omega.t+\phi)$  est donnée dans 1.7

$$\begin{cases} \sin^n(\omega.t + \phi) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{j=0}^{\frac{n-1}{2}} (-1)^j C_n^{\frac{n-1}{2}-j} \sin((2j+1)(\omega.t + \phi)) \\ \cos^n(\omega.t + \phi) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{j=0}^{\frac{n-1}{2}} (-1)^j C_n^{\frac{n-1}{2}-j} \sin((2j+1)(\omega.t + \phi + \frac{\pi}{2})) \end{cases} \quad (1.7)$$

En éliminant tous les harmoniques d'ordre supérieur, on obtient :

$$\begin{cases} i_{Lm}(\psi) = (A_1 + d_n A_n \psi_m^{n-1}) \psi_m \sin(\omega.t + \phi) \\ i_{Rm}(\psi) = (B_1 + d_n B_n \omega^{n-1} \psi_m^{n-1}) \omega \psi_m \cos(\omega.t + \phi) \end{cases} \quad (1.8)$$

Avec :  $d_n = \frac{1}{2^{n-1}} C_n^{\frac{n-1}{2}}$

En remplaçant 1.5 et 1.8 dans 1.4 on obtient :

$$a.\psi_m \sin(\omega.t + \phi) - b.\psi_m \cos(\omega.t + \phi) = \omega.U.\cos(\omega.t) \quad (1.9)$$

Ou, en d'autres termes :

$$a.\psi_{1s} + b.\psi_{1c} \sin(\omega.t) + (a.\psi_{1c} - b.\psi_{1s} \cos(\omega.t)) = \omega.U_m \cos(\omega.t) \quad (1.10)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a &= a_1 + a_2 \psi_m^{n-1} \\ b &= b_1 + b_2 \psi_m^{n-1} \\ a_1 &= -\omega^2 (1 + R_{1T} B_1 + L_{1T} A_1) + \frac{A_1}{c} \\ a_2 &= \left( \frac{A_n}{c} - \omega^2 A_n L_{1T} - R_{1T} B_n \omega^n \right) d_n \\ b_1 &= \omega^3 L_{1T} B_1 - \omega \left( \frac{B_1}{c} + R_{1T} A_1 \right) \\ b_2 &= -\omega.R_{1T} A_n d_n + \left( L_{1T} \omega^2 - \frac{1}{c} \right) B_n d_n \omega^n \end{aligned}$$

De l'équation 1.10, on peut écrire :

$$\begin{aligned} a.\psi_{1s} + b.\psi_{1c} &= 0 \\ a.\psi_{1c} - b.\psi_{1s} &= \omega.U_m \end{aligned} \quad (1.11)$$

La résolution de ce système donne :

$$(a_2^2 + b_2^2) \psi_m^{2n} + 2(a_1 a_2 + b_1 b_2) \psi_m^{\frac{n+1}{2}} + (a_1^2 + b_1^2) \psi_m^2 = (\omega.U_m)^2 \quad (1.12)$$

A partir de l'équation 1.12, nous peut tracer la courbe  $U_m = f(\psi_m)$  Intéressons-nous aux points de fonctionnement correspondant à diverses valeurs de la tension source  $U_m$  « bifurcation en tension ». nous peut construire la courbe  $\psi_m = f(U_m)$  (Fig 1.5), en changeant simplement les axes. nous obtient une courbe, dite "courbe en S typique de la ferrorésonance". Son analyse permet de faire certaines constatations qui illustrent des comportements typiques et des notions générales de la ferrorésonance.

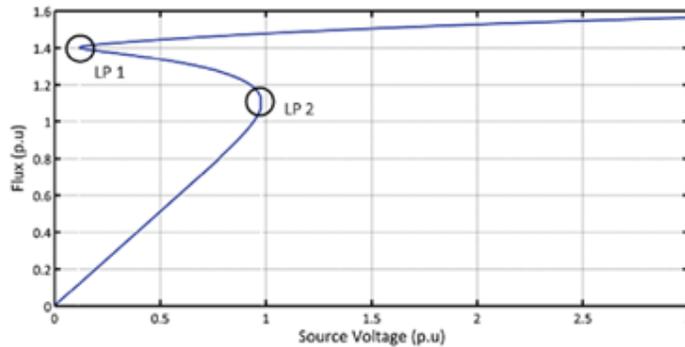


FIGURE 1.5: Diagramme de bifurcation du flux magnétique en fonction de la tension d'alimentation

Dans le premier intervalle  $U_m < U_m(LP1)$ , il n'existe que le mode normal, au second intervalle  $U_m(LP1) < U_m < U_m(LP2)$  il y a trois solutions possibles :

- La solution qui représente le mode normal qui n'est pas ferrorésonant,
- La solution qui représente le mode ferrorésonant,
- et la solution instable,

L'un des deux premiers modes stables peut apparaître selon les conditions initiales (charge de la capacité, flux rémanent à l'instant d'enclenchement, etc.).  $U_m(LP1)$  est l'amplitude de la tension source à partir de laquelle le phénomène de ferrorésonance risque d'avoir lieu. Le troisième intervalle  $U_m(LP2) < U_m$  est le cas où le transformateur est totalement saturé et que le mode ferrorésonant existe.

Les points  $LP1$  et  $LP2$  (Fig.1.5) sont des points critiques dans la bifurcation en tension où l'amplitude du flux peut prendre une variation brusque pour une petite variation de tension (phénomène de saut).

Le tracé de la courbe  $\psi_m = f(U_m)$  pour différentes valeurs de la capacité ou de la résistance montre l'influence de ces paramètres sur la Ferrorésonance Fig.1.6.

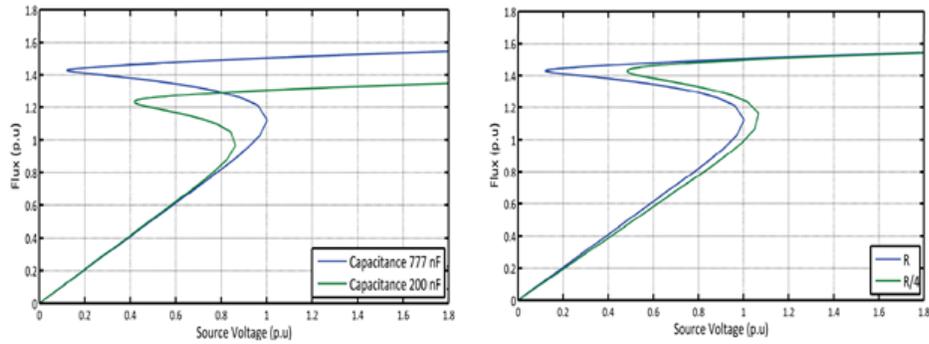


FIGURE 1.6: Influence de la capacité et de la résistance

### 1.4.3 La méthode de Galerkin

Il est très difficile de résoudre analytiquement l'équation différentielle (Eq.1.4) avec des valeurs élevées de "n", car sa solution contient plusieurs fréquences (décomposition en série de Fourier). La méthode de Galerkin étudie le circuit dans un domaine fréquentiel. La recherche des harmoniques spécifiques peut se faire de manière différente que dans le cas de la méthode analytique.

$$\psi(t) = \sum_{k=1}^n \psi_{kc} \cos(k\omega.t) + \sum_{k=1}^n \psi_{ks} \sin(k\omega.t) \quad (1.13)$$

L'avantage de cette méthode est qu'elle est applicable à n'importe quel circuit. Le circuit se décompose en partie linéaire de Thévenin et en partie non-linéaire, Fig. 1.7.

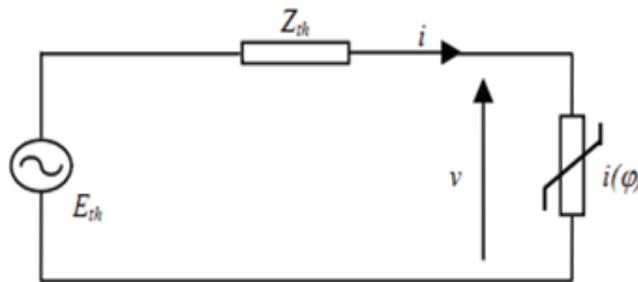


FIGURE 1.7: Modèle de Thévenin

L'équation de ce circuit pour une fréquence  $k\omega$  peut s'écrire en notation complexe :

$$jk\omega\psi_k = E_k - Z_k I_k \quad (1.14)$$

Avec

$$\psi_k = \psi_{kc} + j\psi_{ks}; E_k = E_{kc} + jE_{ks}; I_k = I_{kc} + jI_{ks}; Z_k = R_{kc} + jX_{ks} \quad (1.15)$$

Les expressions des composantes de  $E_k$  et de  $Z_k$  sont données à partir du circuit initial. Les expressions des composants de courant  $I_k$  sont également données par :

$$I_{kc} = \frac{2}{T} \int_0^T i_m(\psi_k) \cos(k\omega) dt$$

$$I_{ks} = \frac{2}{T} \int_0^T i_m(\psi_k) \sin(k\omega) dt$$

A partir des équations 1.14 et 1.15, nous peut tirer le système d'équations non-linéaires :

$$\begin{cases} \omega\psi_{1s} + R_{1c}I_{1c} + X_{1s}I_{1s} - E_{1c} = \xi_{1c} \\ \omega\psi_{1c} - R_{1c}I_{1s} + X_{1s}I_{1c} + E_{1s} = \xi_{1s} \\ \vdots \\ k\omega\psi_{ks} + R_{kc}I_{kc} + X_{ks}I_{ks} - E_{kc} = \xi_{kc} \\ k\omega\psi_{kc} - R_{kc}I_{ks} + X_{kc}I_{kc} + E_{ks} = \xi_{ks} \end{cases} \quad (1.16)$$

Le system d'équation  $\xi(\psi, P) = 0$  peut être résolu par la méthode de Newton Raphson en donnant des valeurs initiales correspondant aux coefficients de Fourier du flux.

P est le paramètre libre, il peut être une source de tension, une capacité ou une résistance du système ;

Si la source de tension est supposée purement sinusoïdale, toutes les composantes  $E_{ks}, E_{kc}$  sont nulles pour  $k \neq 1$

Pour effectuer le tracé de la bifurcation en fonction d'un paramètre P, il est nécessaire d'ajouter l'équation 1.17 au système 1.16 appelée "méthode de la continuation", [14].

$$g(\psi_s, \psi_c, P) = (\psi_{1s} - \psi_{1sm})^2 + (\psi_{1c} - \psi_{1cm})^2 + \dots + (\psi_{xs} - \psi_{xsm})^2 + (\psi_{xc} - \psi_{xcm})^2 + (P - P_m)^2 - r^2 = 0 \quad (1.17)$$

L'indice "m" représente le coefficient connu ou le paramètre de la dernière itération.

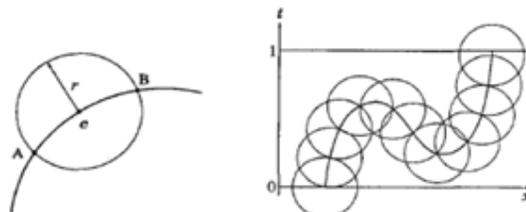


FIGURE 1.8: La méthode hyper-sphère [14]

## 1.5 Situation réelles pouvant donner lieu à la ferrorésonance

Supposons que dans un circuit monophasé ou triphasé on distingue les configurations "séries" où la capacité est en série entre l'élément non-linéaire et la source de tension et, les configurations "parallèles" où la capacité qui donne la ferrorésonance est en parallèle avec l'élément non-linéaire. Les cas de la ferrorésonance qui peuvent se présenter sur un réseau électrique sont, [10]

- Transformateur de tension alimenté par la capacité d'un ou de plusieurs disjoncteurs ouverts.
- Transformateur condensateur de tension (TCT).
- Reprise de service ou renvoi de la tension sur une ligne longue.
- Transformateur de tension raccordé à un réseau à neutre isolé.

### 1.5.1 Transformateur de tension alimenté par la capacité d'un ou de plusieurs disjoncteurs ouverts

On considère le cas d'un transformateur de tension raccordé à une barre par l'intermédiaire d'un disjoncteur ouvert. Ce disjoncteur contient des capacités de répartition de la tension entre les chambres du disjoncteur qui sont responsables du phénomène de la ferrorésonance. La Figure 1.9.a présente le schéma de base où la capacité  $C_t$  représente l'ensemble des capacités shunt mises à la terre (capacité du transformateur, capacité entre la ligne et la terre, etc.). Le circuit de Thévenin du schéma équivalent est présenté à la Fig. 1.9.c.

avec :

$$V_{th} = V_n \frac{C_d}{C_d + C_t}$$

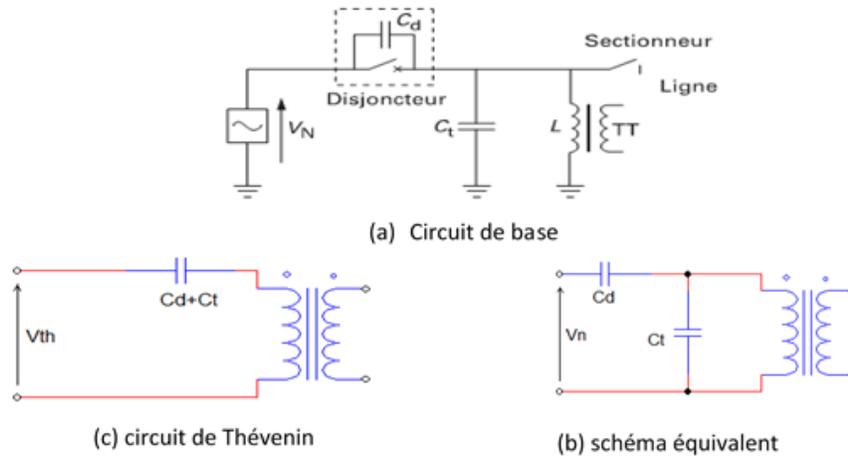


FIGURE 1.9: Schéma d'un circuit ferrorésonant dans un transformateur de tension en série avec le Disjoncteur [10]

Le circuit de Thévenin montre que le circuit de base est en série avec la capacité  $(C_d + C_t)$  alimenté à tension réduite  $V_{th}$ . C'est donc une configuration de ferrorésonance série. Dans ce schéma, la décharge de la capacité entraîne la saturation du transformateur et les différents régimes de ferrorésonance pouvant avoir lieu sont généralement périodiques de type fondamental ou sous-harmonique.

Durant le régime fondamental les surtensions sont importantes et entraînent une destruction rapide du transformateur. Dans le cas du régime sous-harmonique, la fréquence et la tension sont généralement faibles et le flux atteint le niveau de saturation conduisant à l'échauffement. Pour des capacités de valeur spécifique, le régime quasi-périodique peut apparaître pour des fréquences plus importantes que celles du fondamental et les surtensions sont également plus élevées.

### Solution pratique proposée

Si le transformateur n'est pas construit de façon à supporter les régimes sévères (surtensions), c.-à-d., que les pertes ne sont pas importantes pour amortir la ferrorésonance, alors il est possible d'équiper les postes de transformateur par des dispositifs d'amortissement. Ces dispositifs sont constitués d'une résistance en série avec une inductance placés au secondaire du transformateur Fig.1.10

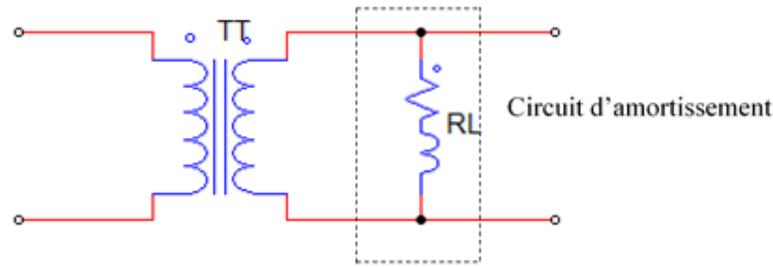


FIGURE 1.10: Schéma du transformateur avec circuit d'amortissement,[10]

### 1.5.2 Transformateur condensateur de tension (TCT)

Les transformateurs magnétiques de tension sont des appareils performants dont le coût devient vite important en haute tension. Le transformateur condensateur de tension (TCT) est un dispositif économique utilisé pour passer de la haute tension vers la basse tension par l'emploi d'un diviseur de tension capacitif et d'un transformateur. Le TCT est constitué de la mise en cascade d'un quadripôle abaisseur de tension ( $C_1$ ,  $C_2$  et  $L$ ) et d'un transformateur magnétique de tension, Fig.1.11. L'inductance  $L$  est choisie de façon à respecter la relation :

$$L(C_1 + C_2)(2\pi.f)^2 = 1$$

avec : la fréquence du réseaux  $f = \frac{\omega_0}{2\pi}$

La tension intermédiaire à l'entrée du transformateur  $U_i$  tell que :

$$U_p = \frac{C_1 + C_2}{C_1} U_i = K.U_i$$

Quelque soit la valeur de l'impédance  $Z$  dans les limites d'un fonctionnement linéaire, on peut adapter le niveau de tension intermédiaire  $U_i$  à la valeur désirée par le choix de  $K$ .

Ce type de transformateur possède deux condensateurs. En plus des éléments non-linéaires du transformateur, il contient les conditions nécessaires à l'apparition de la ferrorésonance. Il s'agit d'une configuration de ferrorésonance série monophasée. Les phénomènes de la ferrorésonance apparaissent généralement pendant les essais de tenue de court-circuit du secondaire. Pendant le court-circuit, il y a accumulation considérable de l'énergie dans le condensateur  $C_2$  et dans l'inductance  $L$  qui se sature. Le circuit résonant série conduit à une élévation considérable de la tension aux bornes de  $C_2$  et du courant dans  $L$ . le transformateur n'est pas saturé. Pendant l'ouverture du court-circuit la F.m.m de l'enroulement primaire n'est pas compensée par celle du secondaire. Le

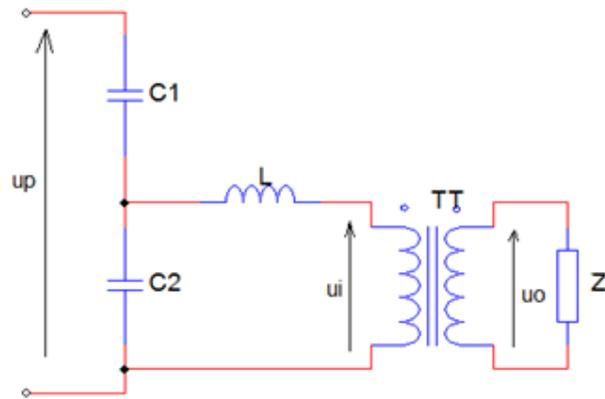


FIGURE 1.11: Schéma électrique d'un transformateur condensateur de tension (TCT), [15]

circuit magnétique se sature et l'induction magnétique devient très élevée pendant que le circuit entre en ferrorésonance, [15].

### Solution pratique proposée

La technique la plus utilisée est de placer un circuit résonnant en parallèle au secondaire Fig.1.12. Au moment de l'ouverture du court-circuit, les grandes intensités du courant qui traverse le secondaire se referme par le circuit  $R_1 - C_3$  limitant ainsi le niveau de saturation du transformateur.

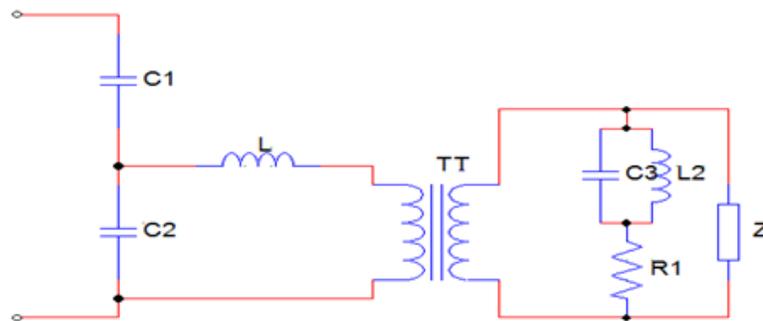


FIGURE 1.12: Transformateur capacitif de tension avec circuit anti-ferrorésonant [15]

### 1.5.3 Reprise de service ou renvoi de tension sur une longue ligne

Il s'agit d'une situation pratique d'une ligne triphasée longue. La source de tension provient d'un alternateur et, en fin de ligne se trouve une inductance saturable d'un transformateur comme le montre le schéma équivalent monophasé donné à la Fig.1.13. Cette ligne est modélisée par une cellule en  $\Pi$  et les capacités responsables de la ferrorésonance sont placées en parallèle avec le transformateur. Il s'agit donc de la ferrorésonance parallèle. Une étude analytique de la ferrorésonance de ce circuit par les méthodes de stabilité des systèmes a été réalisée pour déterminer les valeurs critiques de  $C$  et  $L$  conduisant à la ferrorésonance [11], [16].

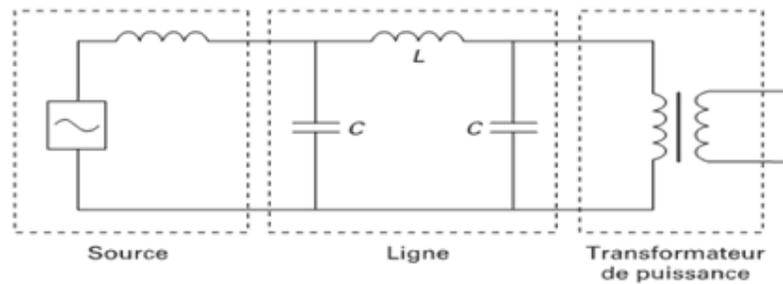


FIGURE 1.13: Schéma équivalent sans pertes d'un circuit ferrorésonant parallèle [10]

Les phénomènes de ferrorésonance apparaissent dans les procédures de renvoi de la tension sur une longue ligne, ou lors de la reprise de service sur un réseau très capacitif. Il existe deux types de renvoi de tension : brusque et progressif. Pour un renvoi brusque de tension, la fermeture du disjoncteur, côté transformateur cible, se fait à 90 % de la tension nominale du groupe source afin de limiter les surtensions transitoires (surtension de manœuvre, ferrorésonance et surtensions harmoniques) et les surtensions permanentes (Fig.1.14).



FIGURE 1.14: Représentation d'un renvoi de tension brusque

Pour le renvoi progressif de tension, le groupe source doit être équipé de la fonctionnalité renvoi de tension progressif, par action sur son excitation. Le disjoncteur côté source est fermé à tension nulle puis la tension est augmentée progressivement jusqu'à 90 % de la tension nominale (Fig.1.15). Avec ce type de renvoi de tension, les risques de surtensions sont très limités mais existent tout de même.

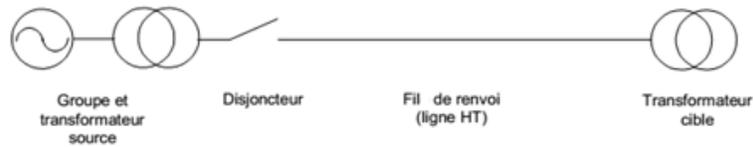


FIGURE 1.15: Représentation d'un renvoi progressif de tension

Les régimes de ferrorésonance (permanent ou transitoire) rencontrés dans cette situation sont généralement du type fondamental ou quasi-périodique. Les régimes de ferrorésonance permanents apparaissent pour des valeurs critiques des éléments de la ligne. Par contre les régimes transitoires peuvent être issus d'une manœuvre violente comme les enclenchements brusques de transformateur.

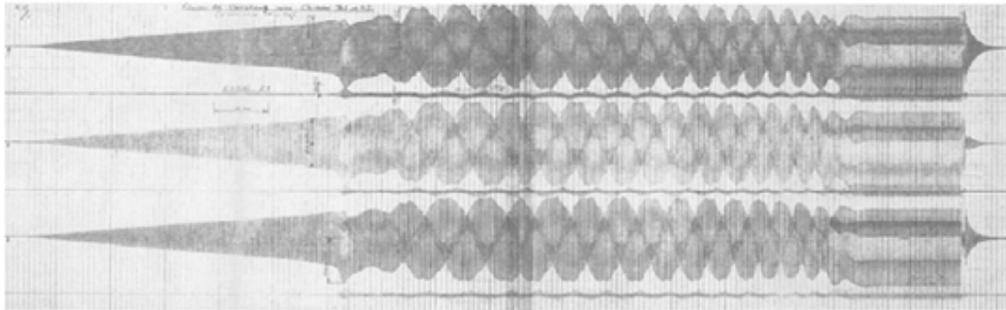


FIGURE 1.16: Surtension enregistrée! lors d'un renvoi de tension [10]

### **Solution pratique proposée**

Les solutions pratiques de ces problèmes consistent à éviter de se trouver dans une situation à risque. Des critères pratiques permettent d'estimer la zone à risque en fonction des paramètres du réseau (fréquence de réseau, rapport de puissance nominale sur la puissance de court-circuit du réseau). On peut aussi connecter une charge résistive au réseau pour amortir le phénomène.

### 1.5.4 Transformateurs de tension (TT) raccordés à un réseau à neutre isolé

Cette situation résulte du couplage d'une source de secours à neutre isolé, ou d'une défaillance du système de mise à la terre. L'inductance saturable est représentée par les transformateurs de tension, la capacité  $C_0$  entre phase et terre est en parallèle avec l'inductance non-linéaire, Fig.1.17. Il s'agit donc de la ferrorésonance parallèle.

Les manœuvres en réseau (pertes de charge, élimination de défaut, etc.) peuvent conduire au phénomène de la ferrorésonance, selon certaines valeurs de la capacité. La ferrorésonance est du type fondamental, sous-harmonique ou quasi-périodique. Les surtensions apparaissent entre phase et terre et également entre phase et point neutre ( $V_N$ ).

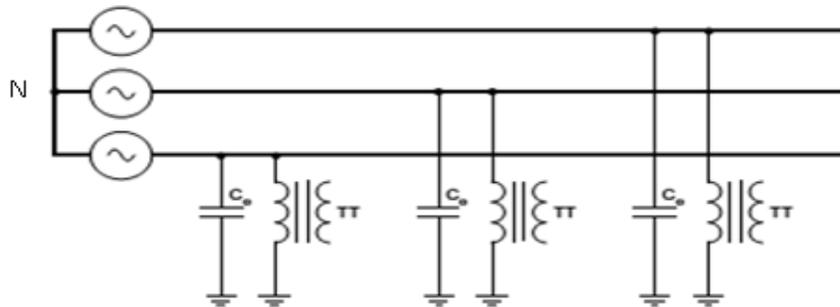


FIGURE 1.17: Transformateurs de tension (TT) raccordés à un réseau à neutre isolé,[8]

#### Solution pratique proposée

Une solution pratique pour tenter d'éliminer le phénomène est de placer des résistances au secondaire des transformateurs de valeur suffisamment faible pour amortir de façon efficace le phénomène, (Fig.1.18.a). Dans ce cas les résistances absorbent en permanence de la puissance lorsque les transformateurs sont sous tension. Les résistances choisissent de manière à assurer que la puissance consommée par ces résistances n'affecte pas les conditions de précision requises pour la mesure. Les valeurs minimales de la résistance  $R$  sont :

$$R = \frac{U_s^2}{kP_t - P_m}; P_r = \frac{U_s^2}{R}$$

avec :

$P_t$  : puissance de précision du TT(VA).

$P_m$  : puissance nécessaire à la mesure(VA).

$U_s$  : la tension assignée au secondaire.

$k$  : facteur entre 0.25 et 1 (par exemple  $P_t$  est de 30 W pour une puissance de précision de 50 VA),[8].

Dans le cas des TT à deux enroulements secondaires, il est recommandé de connecter une résistance aux bornes du triangle ouvert formé par les enroulements tertiaires des trois transformateurs, Fig.1.18b. L'avantage de ce montage est de ne pas perturber la précision de mesure et de ne pas introduire des pertes en régime équilibré.

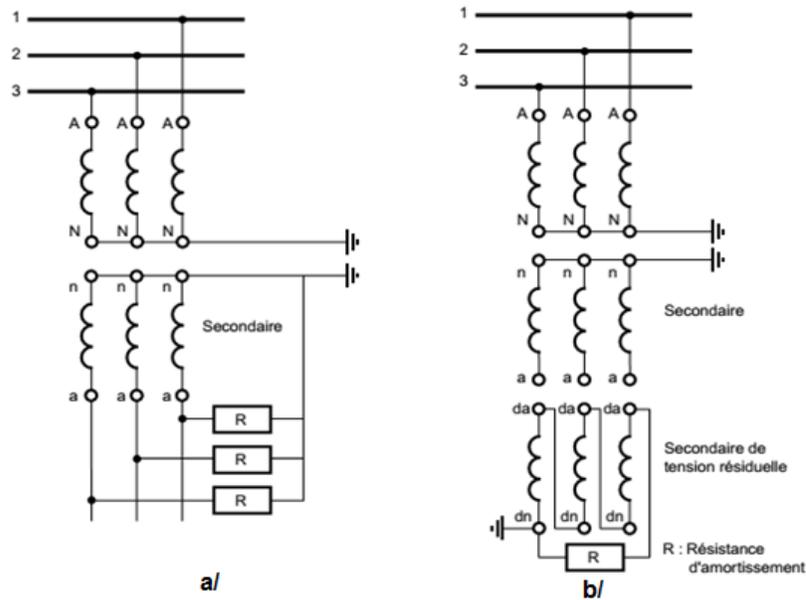


FIGURE 1.18: Dispositif de protection contre la ferrorésonance pour les TT [8]

## 1.6 Conclusion

Nous avons présenté un aperçu sur la notion de la ferrorésonance par la classification des régimes obtenus à partir des formes des signaux. Nous avons également illustré les méthodes les plus utilisées pour l'analyse de la ferrorésonance (méthode des harmoniques équilibrés, méthode de Galerkin) ainsi que les configurations sur le réseau qui peuvent donner lieu à la ferrorésonance.

Ces risques doivent être pris en considération lors d'une conception d'une installation électrique. Il est nécessaire de connaître les situations réelles qui peuvent engendrer

---

la ferrorésonance sur les réseaux électriques et de faire une analyse complète sur la configuration pour éviter les valeurs des certaine grandeurs (tension, capacités, etc.) qui peuvent donner les différents modes de la ferrorésonance (bifurcation).

# Chapitre 2

## Analyse de la ferrorésonance

### 2.1 Introduction

L'apparition des différents modes de la ferrorésonance dépend, en plus des conditions initiales, de plusieurs paramètres dans le circuit ferrorésonant. De plus, il peut arriver qu'un mode de ferrorésonance apparaisse seulement pour une ou deux valeurs de paramètres. Donc, avant d'entamer les tests expérimentaux sur la ferrorésonance et pour éviter de passer par toutes les possibilités, c'est-à-dire, effectuer un grand nombre de tests avec le risque de ne pas réaliser le mode désiré, on doit effectuer une analyse du circuit qui permet de spécifier le domaine des paramètres conduisant aux différents modes de la ferrorésonance (bifurcation). Ceci est effectué par des méthodes analytiques ou par simulation numérique dans un domaine temporel.

Il devient alors évident d'établir un modèle du transformateur pour les méthodes analytiques basées sur l'approximation de la caractéristique  $i = f(\Psi)$  par un polynôme de degré  $n$ . Par contre, pour la simulation numérique, c'est le modèle de Tellinen que nous appliquerons au circuit magnétique, [17].

Ce chapitre traite de deux principaux points, à savoir :

- le premier concerne le modèle du transformateur et du cycle d'hystérésis,
- le second est la recherche du domaine des paramètres pouvant conduire à la ferrorésonance par le diagramme de bifurcation.

## 2.2 Modèle du transformateur

Les modèles du transformateur les plus précis sont élaborés sur une base physique. Ils sont du type topologique c'est-à-dire que le noyau ferromagnétique du transformateur est modélisé par une réluctance non linéaire et les flux de fuite sont donnés par des reluctances de valeur constante. Il existe plusieurs modèles topologiques dont la différence est due au flux de fuite.

Le choix du trajet du flux donne la différence entre les modèles topologiques. Le premier est connu sous le nom de "flux divisé" et le second de "flux intégral", Fig.2.1, [18].

Dans un transformateur monophasé "type Shell" et pour une approche du flux divisé, le flux magnétique est divisé en trois, Fig.2.1.a.

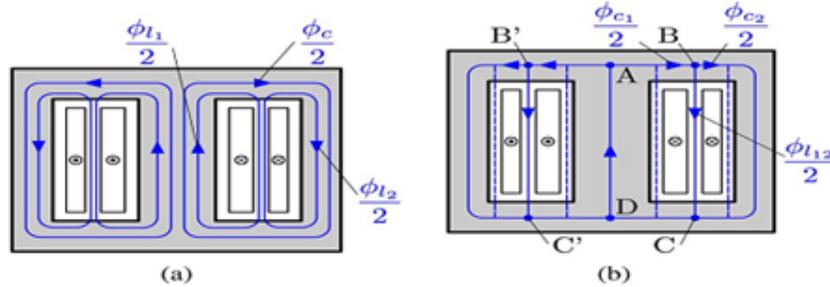


FIGURE 2.1: Flux dans un transformateur monophasé Shell,[18]  
a/ approche flux divisé b/ approche flux intégral

Le flux principal  $\Phi_c$  qui s'établit dans le noyau ferromagnétique est représenté par une réluctance non linéaire  $\mathcal{R}_c$ , le flux de fuite de la bobine primaire  $\Phi_{l1}$  ( $\mathcal{R}_{l1}$ ) et le flux de fuite du secondaire  $\Phi_{l2}$  ( $\mathcal{R}_{l2}$ ).

Cependant, pour l'approche du flux intégral, il y a un seul flux de fuite entre les bobines primaire et secondaire  $\Phi_{l12}$ , Fig.2.1.b. Dans cette approche, la réluctance qui représente le flux de fuite entre le noyau et la bobine (traits pointillés) peut être ajoutée à la réluctance non linéaire ( $\mathcal{R}_c$ ). Le circuit magnétique équivalent pour les deux approches est présenté à la Fig.2.2. Dans les circuits électriques équivalents Fig.2.3, l'approche du flux divisé conduit au schéma équivalent en T, alors que l'approche du flux intégral donne le schéma équivalent en  $\Pi$  Fig.2.3. Les pertes fer contiennent les pertes par courant de Foucault et les pertes par hystérésis dans le noyau sont introduites dans la réluctance non-linéaire  $R_c$ .

les résistances des bobines primaire et secondaire sont en série avec les inductances de fuite. Ces paramètres sont linéaires et de valeurs faibles comparés à ceux de la branche

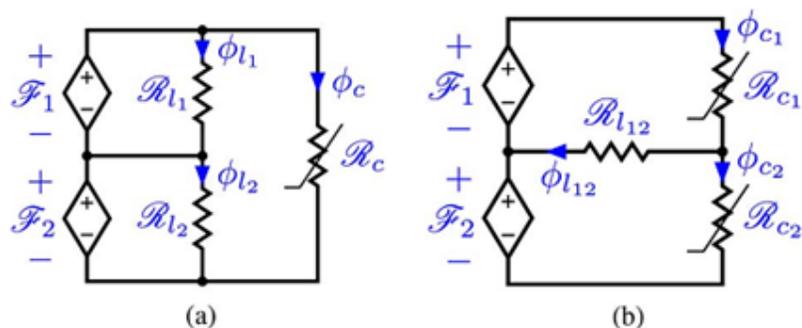


FIGURE 2.2: Circuit magnétique équivalent du transformateur monophasé type Shell,[18] a/ approche flux divisé b/ approche flux intégral

magnétisante ( $R_c$ ,  $L_c$ ). La résistance qui représente les pertes fer  $R_c$  peut être supposée linéaire, elle dépend de la tension et de la fréquence. Or, le courant d'excitation présente un grand nombre d'harmoniques dus à la saturation magnétique du noyau du transformateur, il serait donc plus juste de le considérer comme non-linéaire.

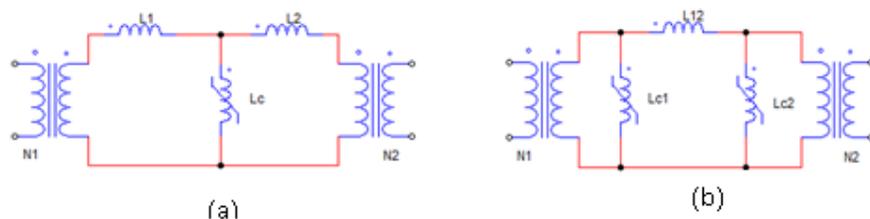


FIGURE 2.3: Circuit électrique équivalent du transformateur monophasé type Shell a/ approche flux divisé b/ approche flux intégral

Généralement, le comportement non linéaire du noyau ferromagnétique est donné par le cycle d'hystérésis où les paramètres  $L_c$  et  $R_c$  ne sont pas linéaires. Il existe plusieurs modèles de cycle d'hystérésis qui donnent le comportement des paramètres  $L_c$  et  $R_c$ .

## 2.3 Modélisation du cycle d'hystérésis

Le comportement de circuit magnétique a été modélisé par différentes fonctions non linéaires (polynomiale, arctangente, exponentielle) pour approximer la caractéristique non-linéaire B-H. Cette approximation est suffisante pour l'analyse du régime permanent. Pour l'étude du comportement transitoire et dynamique comme dans le cas de

la ferrorésonance, des modèles plus précis sont exigés. Plusieurs modèles de l'hystérésis ont été élaborés, Jiles Atherton [19] et Preisach [20] sont les plus connus. Cependant, ces modèles exigent des tests assez compliqués à mettre en œuvre.

### 2.3.1 Tests expérimentaux

Pour déterminer le cycle d'hystérésis expérimentalement on effectue un test à vide sur un transformateur de type Shell de puissance 220VA, Fig.2.4.

La bobine du primaire alimentée par une tension de 220V, crée un champ magnétique  $H(t)$ . Le courant  $I(t)$  qui traverse la résistance  $R1$  est proportionnel au champ magnétique  $H(t)$  par la relation  $H(t).L = N1.I(t)$  et le champ magnétique  $H$  peut être déterminé à partir de la tension aux bornes de la résistance  $R1$  :

$$H(t) = N_1 \cdot \frac{V_{R1}(t)}{R_1 \cdot L}$$

L'induction dans le circuit magnétique du transformateur  $B(t)$  est calculée à partir de la f.e.m. induite dans la bobine secondaire  $e(t)$ , telle que :

$$e(t) = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \cdot S \cdot \frac{dB}{dt}$$

avec :  $S$  la section du circuit magnétique et  $L$  : la longueur moyenne du circuit magnétique, L'intégrale de  $e(t)$  donne l'induction  $B(t)$ .

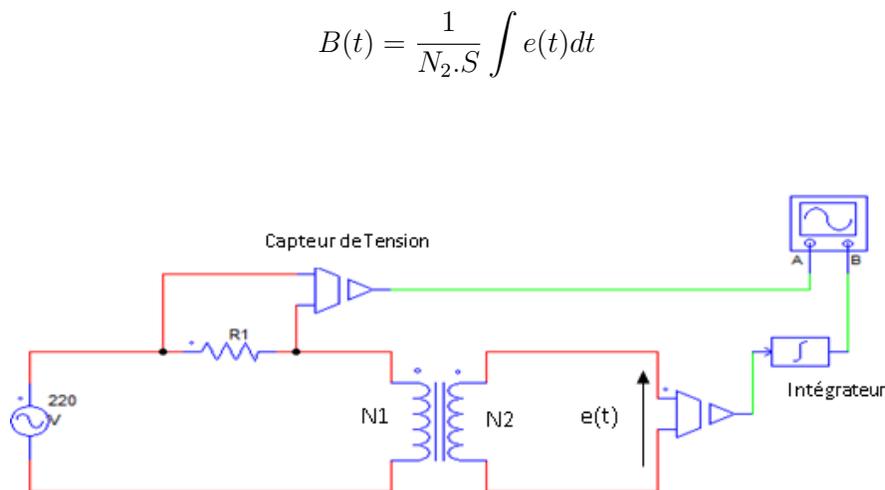


FIGURE 2.4: Schéma utilisé pour la mesure du cycle d'hystérésis

Nous avons effectués les tests sur un transformateur monophasé ayant les caractéristiques présentées au tableau 1 et les résultats expérimentaux sont présentés à la Fig.2.5.

TABLE 2.1: Caractéristiques du transformateur d'essai Shell

$S_n$	220 VA
$U_n$	220 V
$N_1, N_2$	630, 43
$r_1, r_2$	7.5 $\Omega$ , 0.7 $\Omega$
S	1420 mm <sup>2</sup>
$L_{moy}$	0.13 m
$P_{fer}$	3.60 W

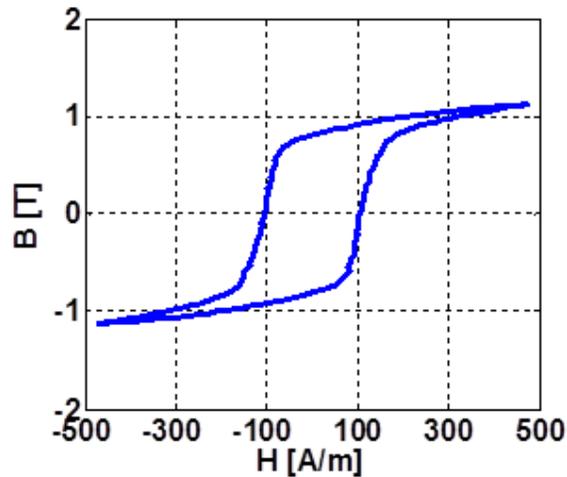


FIGURE 2.5: Cycle d'hystérésis expérimental du transformateur d'essai Shell

### 2.3.2 Modèle par approximation polynomiale

Dans ce modèle, la branche magnétisante est représentée par une résistance équivalente constante qui traduit les pertes fer, en parallèle avec une inductance non-linéaire. Le courant absorbé par cette inductance est exprimé en fonction du flux par un polynôme de degré  $n$ , Fig.2.6.

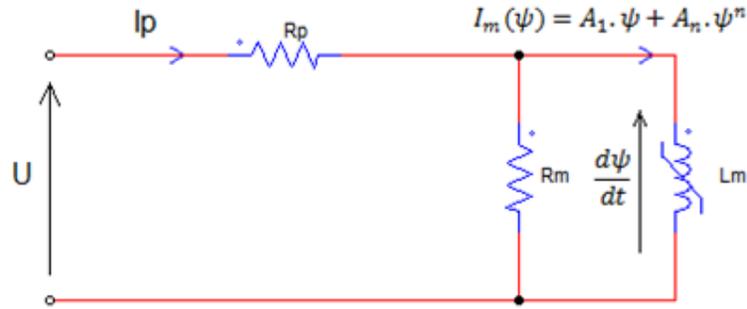


FIGURE 2.6: Schéma équivalent du transformateur à vide

Le courant  $I_m$  est approximé par l'expression (2.1) et du cycle d'hystérésis expérimental, Fig.2.7

$$I_m(\psi) = A_1 \cdot \psi + A_n \cdot \psi^n \quad (2.1)$$

avec :  $n = 5$  ;  $A_1 = 9.8 \cdot 10^{-4}$  ;  $A_n = 9.8 \cdot 10^{-2}$

Le système d'équation d'état du circuit électrique (Fig.2.6) est :

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{1 + \frac{R_p}{R_m}} (U - R_p(A_1 \cdot \psi + A_n \cdot \psi^n)) \quad (2.2)$$

$$I_p = \frac{1}{R_m} \frac{d\psi}{dt} + A_1 \cdot \psi + A_n \cdot \psi^n \quad (2.3)$$

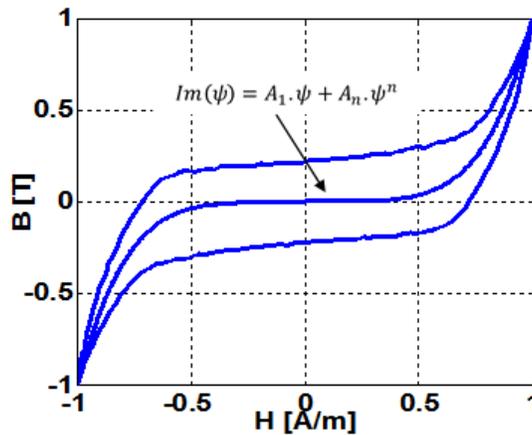


FIGURE 2.7: Approximation polynomiale de la caractéristique magnétique inverse du transformateur

Par une simple intégration numérique de l'équation (2.2), on obtient le flux et le courant d'excitation.

La comparaison des résultats obtenus par la résolution de ce système et ceux expérimentaux est donnée à la Fig.2.8.

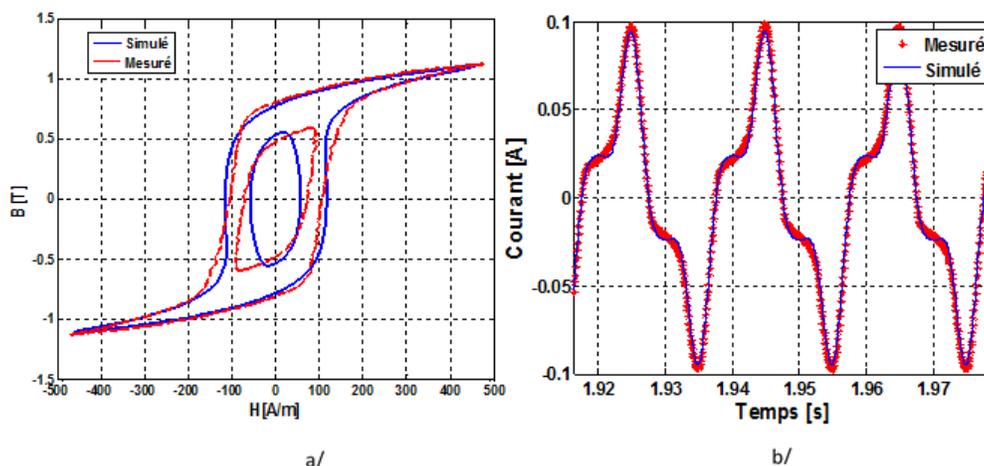


FIGURE 2.8: Comparaison des résultats expérimentaux et de simulation par le modèle d'approximation polynomiale a/ cycles d'hystérésis b/ courant d'excitation

On voit bien que ce modèle est approximatif et ne donne pas de très bons résultats lorsque la tension est différente de la tension pour laquelle nous avons effectué l'approximation (2.1), Fig.2.8.a. Donc ce modèle ne convient pas pour l'étude de la ferrorésonance. Par contre, il est utilisé pour établir le diagramme de bifurcation pour approximer les valeurs des paramètres qui conduisent à la ferrorésonance. Le temps de calcul pour ce modèle est relativement court.

### 2.3.3 Modèle de Tellinen

Un modèle simple de l'hystérésis a été proposé par Tellinen [17]. Il présente une bonne précision pour estimer les cycles majeurs et mineurs à partir seulement d'un cycle majeur mesuré expérimentalement. Ce modèle peut être implémenté de façon simple dans les logiciels de simulation (PSPIICE, par exemple) [1]. Dans le cas de notre travail, nous allons l'implémenter sous MATLAB. Pour estimer les cycles on doit d'abord évaluer les limites ascendantes et descendantes du cycle majeur en utilisant la fonction suivante :

$$B(h) = \text{sgn}(h) \cdot \alpha \cdot \log(\beta \cdot |h| + 1)$$

Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  sont choisis pour contrôler la partie verticale et celle horizontale de la fonction  $B(h)$ . Le paramètre  $\sigma$  permet de déplacer les limites ascendantes et

descendantes. Donc  $\sigma$  donne la largeur du cycle majeur et les limites  $B^-(h)$  et  $B^+(h)$  deviennent, Fig.2.9.

$$B^+(h) = \text{sgn}(h - \sigma) \cdot \alpha \cdot \log(\beta \cdot |h - \sigma| + 1)$$

$$B^-(h) = \text{sgn}(h + \sigma) \cdot \alpha \cdot \log(\beta \cdot |h + \sigma| + 1)$$

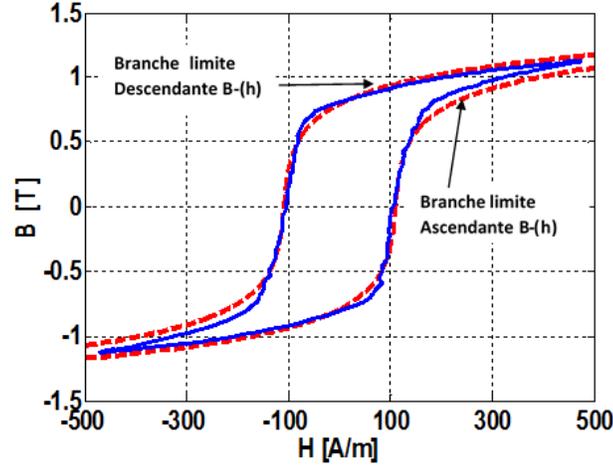


FIGURE 2.9: Branches limites ascendante et descendante  $B^+(h)$ ,  $B^-(h)$

Les équations utilisées pour estimer l'hystérésis sont :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\mu_0 + \frac{B^-(h) - b}{B^-(h) - B^+(h) \left( \frac{dB^+(h)}{dh} - \mu_0 \right)}} \cdot \frac{db}{dt} \quad ; \text{si } \frac{db}{dt} > 0$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\mu_0 + \frac{B^+(h) - b}{B^-(h) - B^+(h) \left( \frac{dB^-(h)}{dh} - \mu_0 \right)}} \cdot \frac{db}{dt} \quad ; \text{si } \frac{db}{dt} < 0$$

Le signal de tension étant connu, et par suite la variation de  $b(t)$ . À partir des équations précédentes, on peut calculer le champ  $h(t)$ . Le terme  $\frac{dB^\pm(h)}{dh}$  représente la pente des fonctions ascendantes et descendantes.

$$\frac{dB^\pm(h)}{dh} = \frac{\alpha \cdot \beta}{\beta \cdot |h \pm \sigma| + 1}$$

Pour un comportement dynamique de l'hystérésis, les courants de Foucault doivent être pris en compte et le modèle dynamique devient alors :  $h_d = h(b) + \sigma_e \cdot \frac{db}{dt}$  avec  $h_d$  : Champ magnétique dynamique

$\sigma_e$  : Facteur du courant de Foucault dépendant des pertes par courant de Foucault ( $P_e$ ). Son expression [17], est :

$$\sigma_e = \frac{P_e N^2 S}{U^2 L}$$

N : Nombre de spires, S : La surface de noyau, L : Longueur moyenne.  $\sigma_e$  Peut-être approximé à partir de deux cycles pris à des tensions différentes.

Les coefficients utilisés pour la simulation utilisant les fonctions  $\Phi_x^+(i_x)$  et  $\Phi_x^-(i_x)$  sont présenter au tableau suivant :

TABLE 2.2: Caractéristiques du transformateur d'essai Shell

Fonction Ascendante $\Phi_x^+(i_x)$	Fonction Descendante $\Phi_x^-(i_x)$
$\alpha=0.00031, \beta=2.3, \sigma=3.9$	$\alpha=0.00031, \beta=2.3, \sigma=3.9$
$\sigma_e=20$	

La comparaison entre le comportement dynamique et celui quasi-statique du modèle de Tellinen est montrée à la Fig.2.10

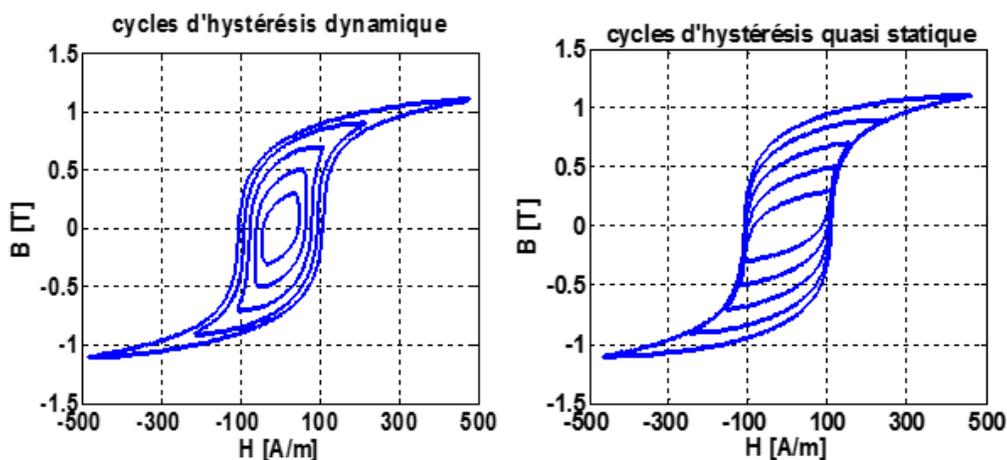


FIGURE 2.10: Comparaison entre les cycles dynamique et quasi-statique obtenus par le modèle de Tellinen

Le modèle du cycle d'hystérésis est utilisé pour la simulation de la ferrorésonance. Les résultats obtenus par ce modèle et par expérimentation sont montrés à la Fig.2.12. La topologie du modèle du transformateur, [18], contient les bobines primaire et secondaire qui donnent deux sources de Forces magnéto-motrices.

Le circuit magnétique est représenté par une reluctance non-linaire et les fuites par

une réactance de valeur constante. A vide, on peut négliger les fuites et la réactance non-linéaire est contenue dans le modèle de Tellinen Fig.2.11.

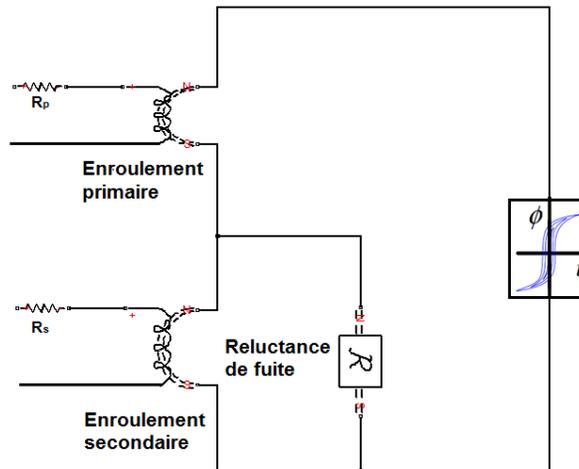


FIGURE 2.11: Schéma du transformateur utilisant le modèle de Tellinen

La comparaison des résultats obtenus par implémentation de ce modèle sur Matlab/-Simulink avec ceux expérimentaux présentés à la Fig.2.12 montre que le modèle de Tellinen convient bien à l'étude de la ferrorésonance.

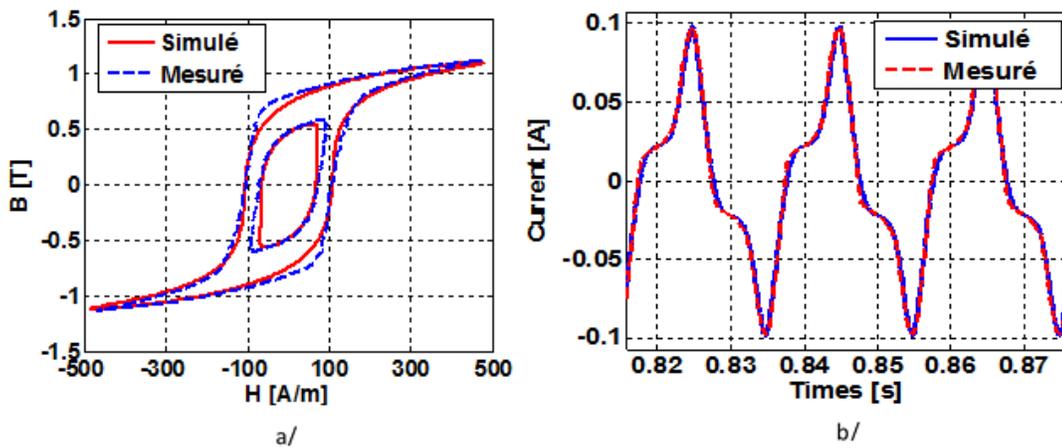


FIGURE 2.12: Comparaison des résultats expérimentaux et simulés par le modèle de Tellinen a/ cycles d'hystérésis b/ courant d'excitation

## 2.4 Domaine d'apparition de la ferrorésonance par le diagramme de la bifurcation

L'étude effectuée sur un transformateur monophasé de type Shell, par un modèle d'approximation polynomiale, est appliquée au circuit ferrorésonant de la Fig.2.13.

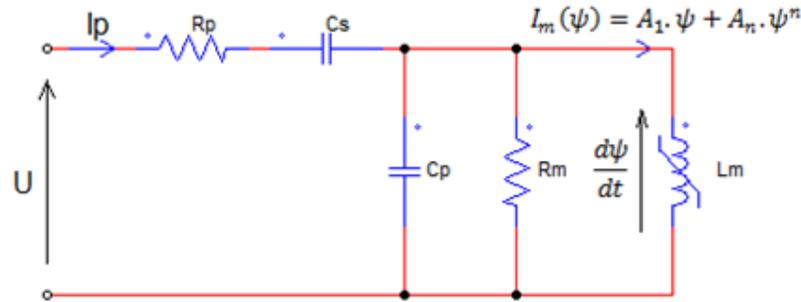


FIGURE 2.13: Schéma d'un circuit ferrorésonant basé sur l'approximation polynomiale

### 2.4.1 Méthode des harmoniques équilibrés

Comme il a été expliqué au chapitre 1, il est possible de résoudre analytiquement l'équation différentielle non-linéaire du circuit ferrorésonant Fig.2.13, en supposant que le flux ne contienne qu'une composante fondamentale, et en supposant également que la capacité  $C_p$  est très faible.

En remplaçant dans l'équation 1.12 les valeurs des paramètres obtenus caractérisant le transformateur d'essai, on peut alors tracer les diagrammes de bifurcation de l'amplitude du flux en fonction de l'amplitude de la tension d'alimentation, pour différentes valeurs de la capacité série  $C_s$ , Fig.2.14.

$$n = 5; A_1 = 9.8 \cdot 10^{-4}; A_n = 9.8 \cdot 10^{-2}; B_1 = \frac{1}{R_m} = 7.69; B_n = 0; R_{1T} = 4\Omega; L_{1T} = 0; C_p = 0$$

Seul le mode normal existe pour des valeurs de capacité inférieures à  $1 \mu F$  ( $C_s \approx 0.1 \mu F$ ), l'amplitude du courant étant faible.

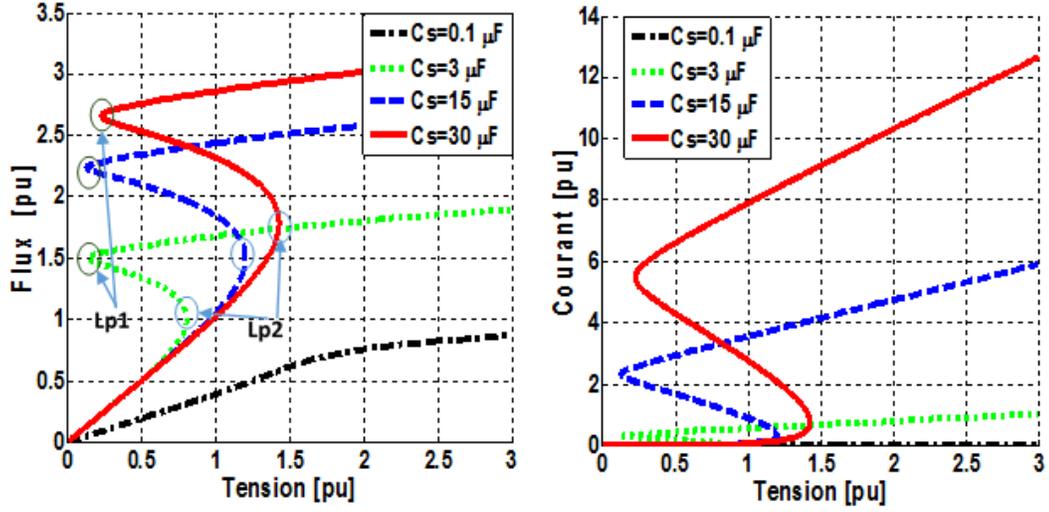


FIGURE 2.14: Diagramme de bifurcation utilisant la méthode des harmoniques équilibrés

La plage de variation des valeurs de tension limitée par les points  $Lp_1$  et  $Lp_2$  augmente en fonction de la valeur de la capacité (comme il a été présenté au chapitre 1). L'amplitude du courant est très importante pour des capacités de valeur élevée ( $15 \mu F$ ,  $30 \mu F$ ). Cette méthode est approximative et ne permet d'analyser que le mode présentant une seule fréquence. Il s'agit du mode fondamental.

## 2.4.2 Méthode de Galerkin

Cette méthode permet d'obtenir une solution contenant plus d'une seule fréquence. En transformant le circuit de la Fig.2.13 en un ensemble de circuits équivalents tel que chaque circuit représente l'équivalent de Thévenin pour chaque fréquence, Fig.2.15. Les résultats obtenus par cette méthode restent approximatives à cause de l'élimination des harmoniques d'ordre supérieur du flux, de l'erreur sur l'approximation de la résistance équivalente et des caractéristiques magnétiques du transformateur. L'équation de la maille s'écrit :

$$E_{th_k} = \frac{Z_{p_k}}{Z_{p_k} + Z_{s_k}} E = (a + jb) \cdot E \text{ avec } Z_{th_k} = \frac{Z_{p_k} Z_{s_k}}{Z_{p_k} + Z_{s_k}}; Z_{p_k} = \frac{R_m}{1 + j R_m \cdot C_p \cdot k \cdot \omega} \text{ et } Z_{s_k} = R_{1T} + j(L_{1T} \cdot k \cdot \omega - \frac{1}{C_s \cdot k \cdot \omega})$$

$$\text{où } R_k = \text{Re}(Z_{th_k}); Z_k = \text{imag}(Z_{th_k}); E_{k_c} = b \cdot E \text{ et } E_{k_s} = a \cdot E$$

### 2.4.3 Application de la méthode de Galerkin sur le mode fondamental

On ne considère que la fréquence fondamentale dans le système d'équations 1.13 (Chap.1), et on lui applique la méthode de continuation en choisissant la tension d'alimentation comme étant le paramètre de la bifurcation.

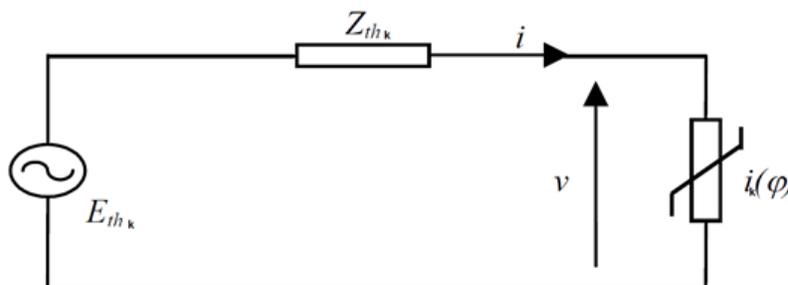


FIGURE 2.15: Circuit équivalent de Thévenin du montage ferrorésonant

Le système d'équations ainsi obtenu est :

$$\begin{cases} \omega \cdot \psi_{1c} - R_1 I_{1s} + X_1 I_{1c} + E_{1s} = \xi_{1s} \\ \omega \cdot \psi_{1c} + R_1 I_{1c} + X_1 I_{1s} - E_{1c} = \xi_{1c} \\ (\psi_{1s} - \psi_{1sm})^2 + (\psi_{1c} - \psi_{1cm})^2 + (E_1 - E_m)^2 - r^2 = \xi_E \end{cases} \quad (2.4)$$

avec :  $\psi(t) = \psi_{1c} \cos(\omega \cdot t) + \psi_{1s} \sin(\omega \cdot t)$

Les courants  $I_{1s}, I_{1c}$  sont calculés par intégration numérique en posant :

$$I_m(\psi) = A_1 \psi + A_n \psi^n = A_1 \cdot (\psi_{1c} \cos(\omega \cdot t) + \psi_{1s} \sin(\omega \cdot t)) + A_n \cdot (\psi_{1c} \cos(\omega \cdot t) + \psi_{1s} \sin(\omega \cdot t))^n$$

avec :  $I_{1c} = \frac{2}{T} \int_0^T I_m(\psi) \cos(\omega \cdot t) dt$  et  $I_{1s} = \frac{2}{T} \int_0^T I_m(\psi) \sin(\omega \cdot t) dt$

On résout le système d'équations 2.4 par l'algorithme de Newton-Raphson, Fig.2.16, qui permet ensuite de tracer les diagrammes de bifurcation présentés à la Fig.2.17.

La méthode de Newton-Raphson nécessite des conditions initiales proches de celles réelles du système. Pour cela, on choisit le pas de continuation "r" relativement faible, et on initialise les inconnus par des valeurs proches aux solutions de dernière itération, par exemple :  $E_1^i = E_m + (E_m - E_{m-1})$  et  $E_m, E_{m-1}$  sont les solutions des deux dernières itérations.

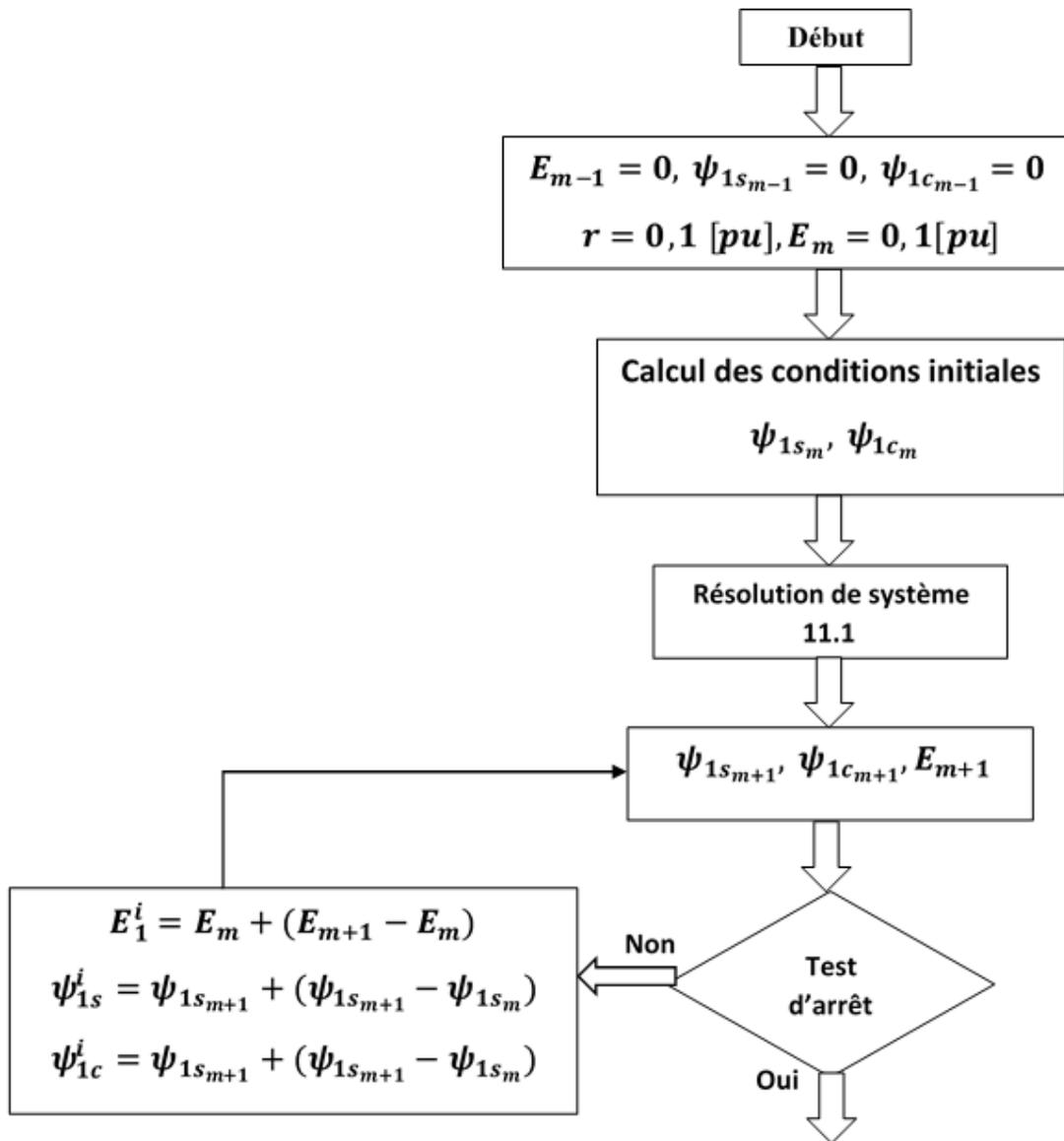


FIGURE 2.16: Algorithme de Newton-Raphson pour la résolution du système d'équations (2.4)

Pour le mode fondamental, cette méthode donne des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode des harmoniques équilibrés Fig.2.17.

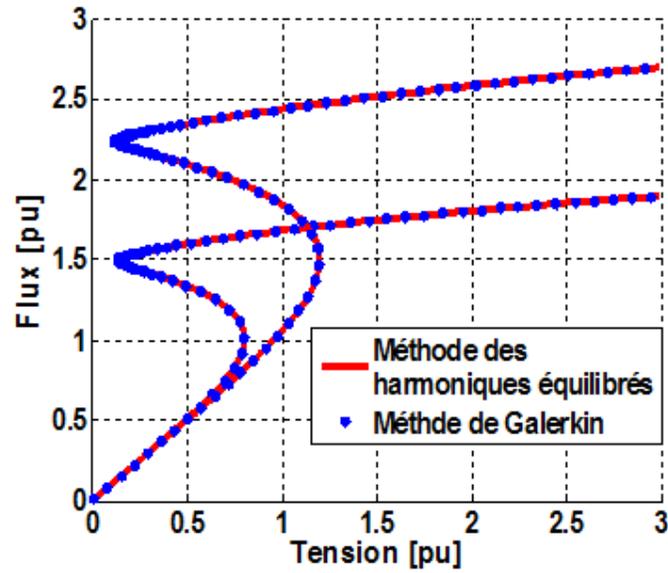


FIGURE 2.17: Comparaison des résultats obtenus par la méthode de résolution analytique et la méthode de Galerkin

#### 2.4.4 Application de la méthode de Galerkin pour un mode contenant deux fréquences

Supposons que le flux s'écrit sous la forme :

$\psi(t) = \psi_{1c}\cos(\omega.t) + \psi_{1s}\sin(\omega.t) + \psi_{hc}\cos(h.\omega.t) + \psi_{hs}\sin(h.\omega.t)$  avec : h le rang d'harmonique

Le système d'équations (1.16) (chap.1) devient

$$\begin{cases} \omega.\psi_{1c} - R_1 I_{1s} + X_1 I_{1c} + E_{1s} = \xi_{1s} \\ \omega.\psi_{1s} + R_1 I_{1c} + X_1 I_{1s} - E_{1c} = \xi_{1c} \\ h.\omega.\psi_{1c} - R_1 I_{hs} + X_1 I_{hc} = \xi_{hs} \\ h.\omega.\psi_{1s} + R_1 I_{hc} + X_1 I_{hs} = \xi_{hc} \\ (\psi_{1s} - \psi_{1sm})^2 + (\psi_{1c} - \psi_{1cm})^2 + (\psi_{hs} - \psi_{hsm})^2 + (\psi_{hc} - \psi_{hcm})^2 + (E_1 - E_m)^2 - r^2 = \xi_E \end{cases} \quad (2.5)$$

La solution du système d'équations 2.5 s'obtient de la même manière que pour le système d'équations 2.4.

##### - Analyse du mode ferrorésonant sous-harmonique (1/3)

Pour obtenir le mode sous-harmonique 1/3 on choisit la valeur de h=1/3 et on le remplace dans le système d'équations (2.5). Nous présentons les diagrammes de bifurcation

des composantes fondamentale, sous-harmonique (1/3) et de l'amplitude des flux en fonction de la tension, Fig.2.18.

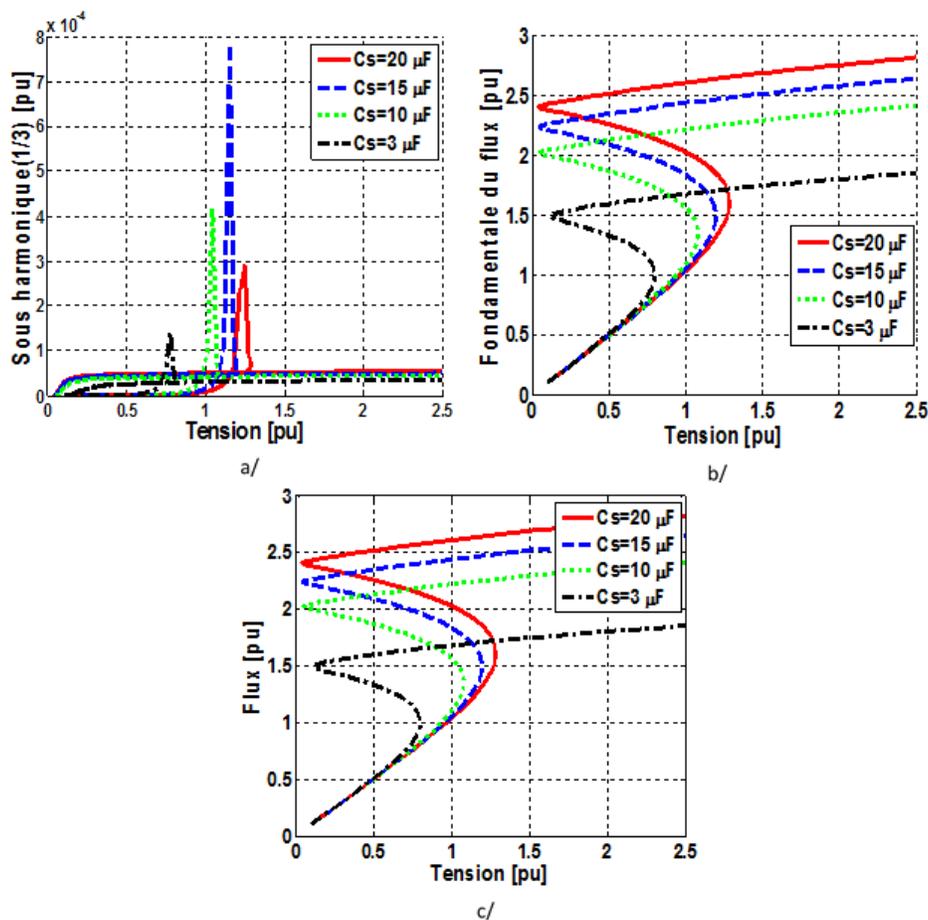


FIGURE 2.18: Diagrammes de la bifurcation a/ sous-harmonique (1/3) b/ fondamentale c/ amplitude du flux en fonction de la tension

L'amplitude de la composante sous-harmonique (1/3) du flux est très faible; pour chaque valeur de la capacité, il apparait une valeur maximale de la tension spécifique. Ce pic maximal est obtenu pour une capacité de  $C_s = 15 \mu\text{F}$  et pour une valeur de la tension de 1.2 (pu). Ces paramètres sont les plus convenables pour l'obtention du mode sous-harmonique 1/3. Le diagramme de la bifurcation de la Fig.2.19 montre l'influence des pertes fer sur l'amplitude des harmoniques. L'amplitude des harmoniques est plus faible pour des pertes fer importantes. Dans cette figure, il est également montré l'influence de la résistance de la branche magnétisante sur l'amplitude de la composante sous-harmonique.

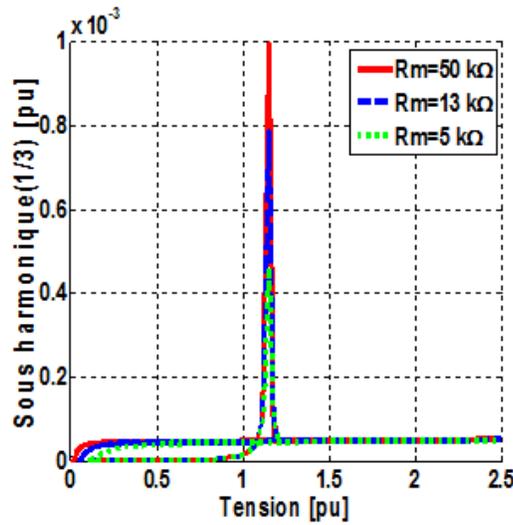


FIGURE 2.19: Influence de la résistance  $R_m$  sur l'amplitude de la composante sous-harmonique

### - Analyse du mode ferrorésonant harmonique (3)

La solution contient la fréquence fondamentale en plus de l'harmonique 3, on pose alors  $h=3$ . L'amplitude de la composante harmonique 3 du flux peut prendre des valeurs importantes, Fig.2.20.a. Pour des valeurs de  $C_s = 3\mu F$  (voir Fig.2.20c), il apparaît deux points limites  $Lp_1$  et  $Lp_2$  où lesquels la solution est soit normale ou ferrorésonante fondamentale. Entre les points  $Lp_3$  et  $Lp_4$ , deux solutions stables donnent : le mode fondamental ou fondamental avec l'harmonique 3. Il existe également une solution instable qui apparaît entre les points limites  $Lp_3$  et  $Lp_4$ .

Les meilleurs paramètres d'essai pour obtenir un mode contenant l'harmonique 3 sont : Une valeur de tension comprise entre 1 et 2 (p.u) et une valeur de capacité comprise entre 1 et 3  $\mu F$ , car l'amplitude de l'harmonique en ces points est élevé.

Il existe plusieurs solutions stables pour une seule valeur de tension, ce qui est expliqué par l'effet des conditions initiales. Les pertes fer amortissent l'amplitude de l'harmonique 3 du flux, Fig.2.21

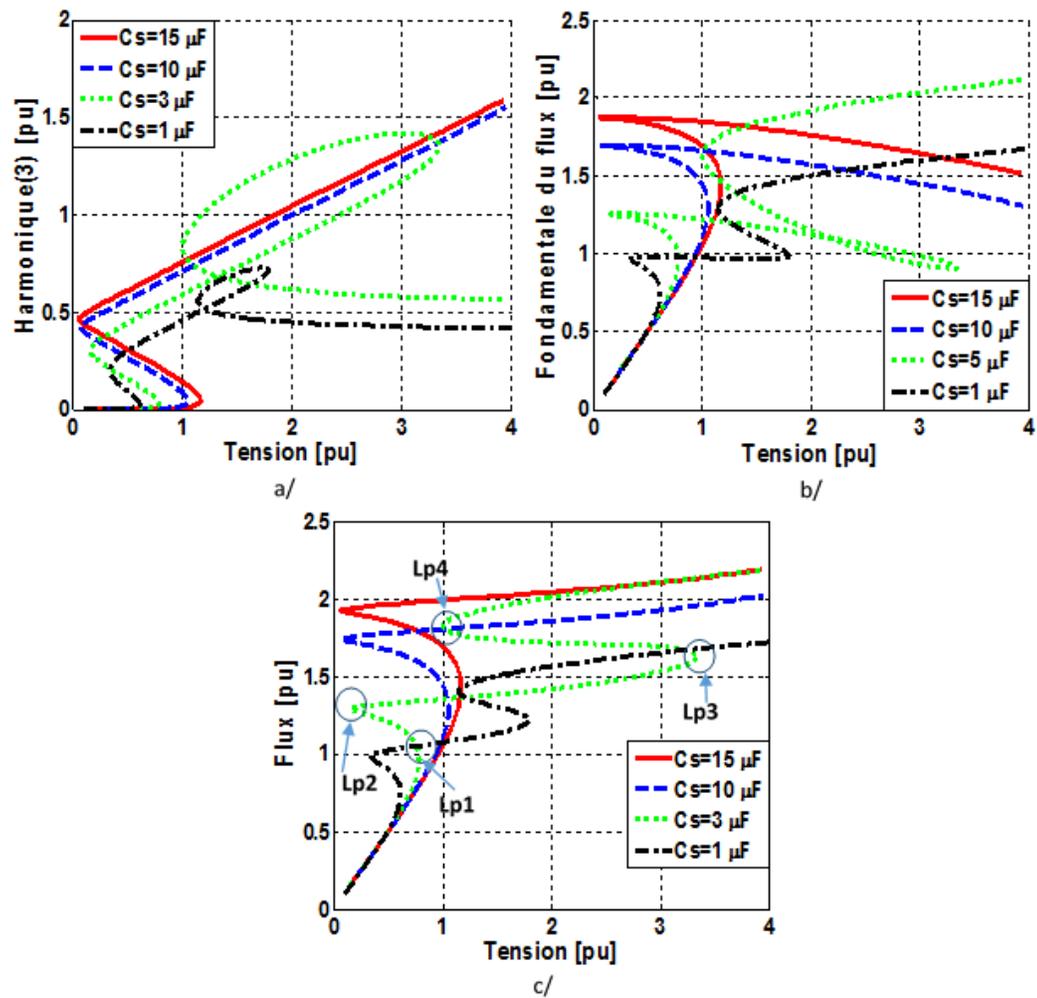


FIGURE 2.20: Diagrammes de la bifurcation a/ harmonique 3 b/ fondamental c/ amplitude du flux en fonction de la tension

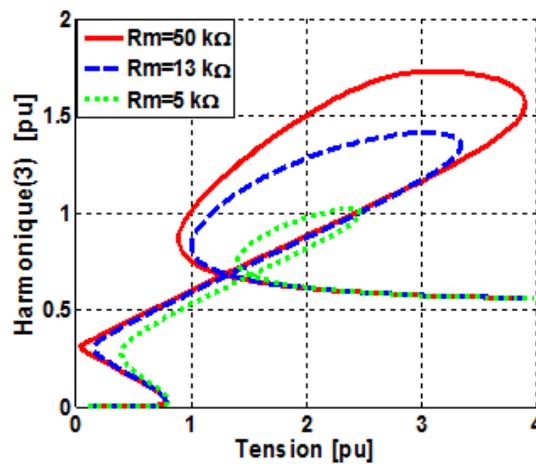


FIGURE 2.21: Influence de la résistance  $R_m$  sur l'amplitude de l'harmonique (3)

**- Analyse du mode quasi-périodique**

Dans ce mode, il apparaît dans le flux des fréquences qui ne sont pas multiples de la fréquence de la tension d'alimentation. Sur la Fig.2.22, on représente la superposition de trois solutions du système d'équations (2.5) pour différentes valeurs de  $h$  (3, 5 et 7). On remarque bien que pour des valeurs de tension comprises entre 1 et 2 (p.u), on peut avoir les deux harmoniques 3 et 5 dans la solution. Chaque harmonique peut engendrer ses sous-harmoniques ( $5/3, 5/7, 3/5, 3/7 \dots$ ). Ce qui peut conduire à l'apparition des fréquences non multiples de la fréquence d'alimentation.

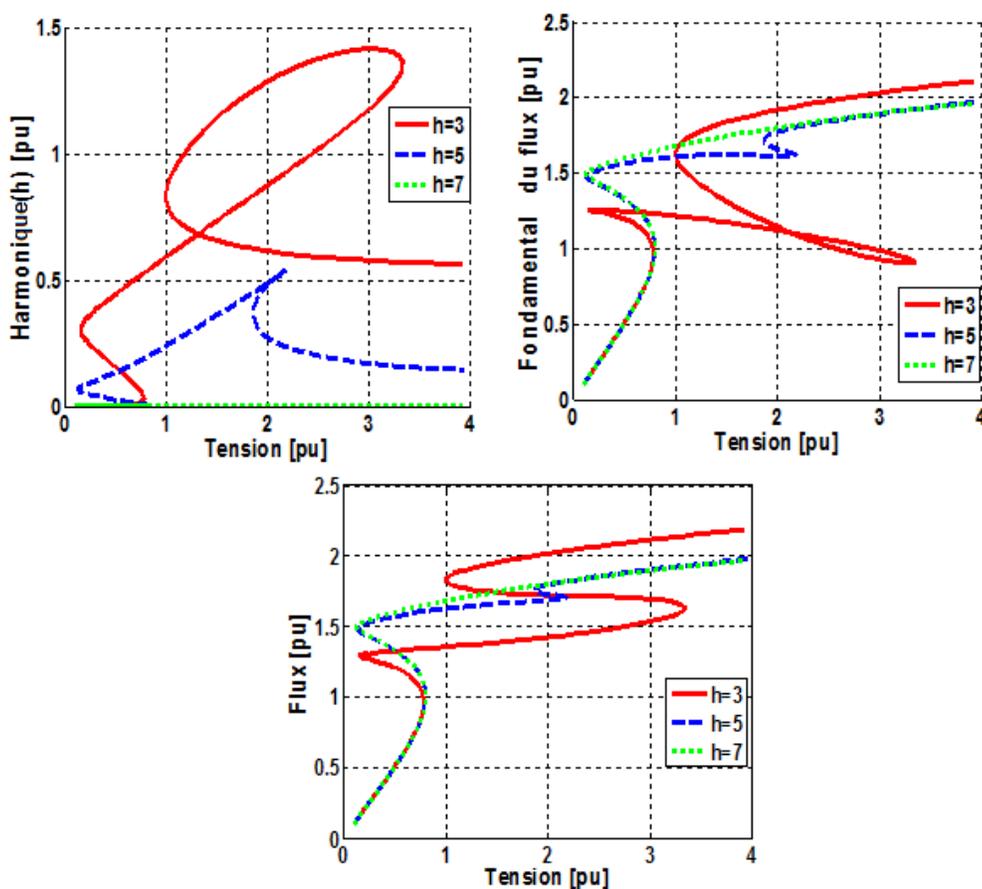


FIGURE 2.22: Superposition des trois solutions pour différentes valeurs de  $h$ ,  
 $C_s = 3\mu F$

### - Influence de la capacité parallèle sur les modes Ferrorésonants

L'augmentation de la capacité parallèle conduit à des valeurs élevées de la tension pour lesquelles la Ferrorésonance apparaît, car elle représente un diviseur de tension avec la capacité série.

On représente quelques bifurcations pour différentes valeurs de la capacité  $C_p$  aux Figs.2.23 et 2.24.

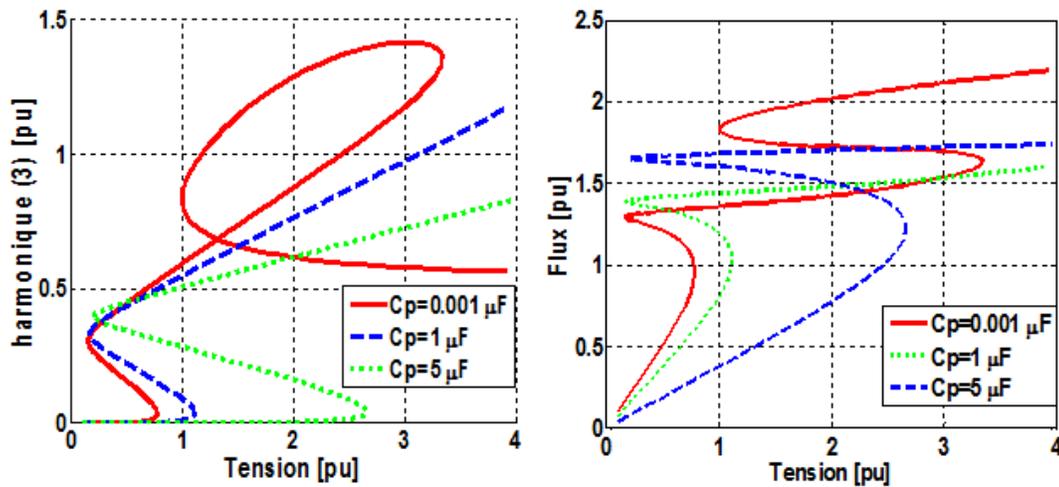


FIGURE 2.23: Influence de la capacité parallèle sur l'harmonique 3 et l'amplitude des flux pour  $C_s = 3\mu F$

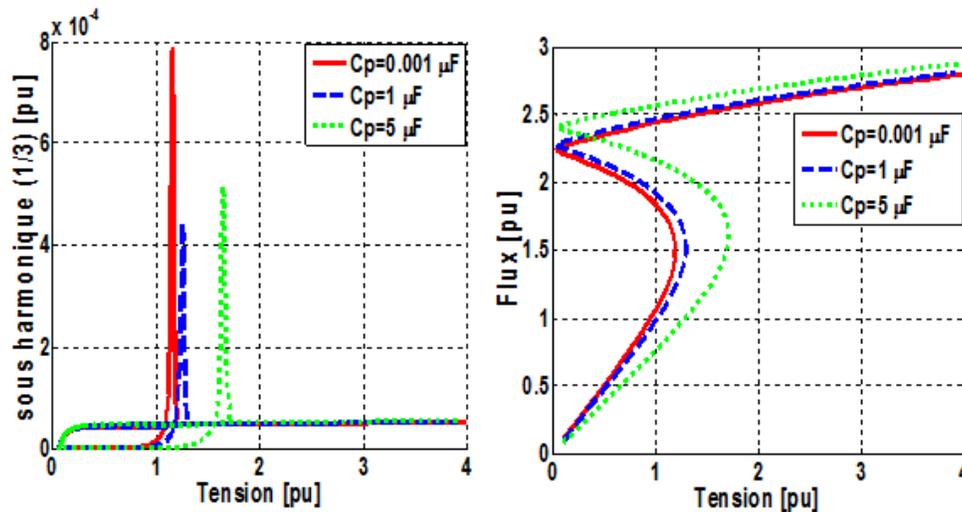


FIGURE 2.24: Influence de la capacité parallèle sur l'amplitude du sous-harmonique (1/3) du fondamental des flux pour  $C_s = 17\mu F$

## 2.5 Simulation numérique

### 2.5.1 Diagramme de bifurcation par le modèle d'approximation polynomiale

En utilisant le modèle d'approximation polynomiale (Eq. 2.1) et à partir du circuit de la Fig.2.13, on écrit l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} = \frac{1}{\frac{r_p}{R_m} + 1} \left\{ \frac{dU}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \left( \frac{1}{R_m C} + r_p A_1 + n \cdot r_p A_n \Psi^{n-1} \right) - \frac{1}{C} (A_1 \Psi + A_n \Psi^n) \right\} \quad (2.6)$$

Les paramètres les plus importants pour l'apparition des différents modes de la ferrorésonance sont : la tension d'alimentation  $U$  et la capacité série  $C_s$ . Le diagramme de bifurcation est un outil qui permet de trouver les valeurs des paramètres qui conduisent à ces différents modes. On fixe alors un paramètre et on fait varier l'autre pour tracer le diagramme de bifurcation. Les conditions initiales, c'est-à-dire, l'instant où l'on ouvre l'interrupteur, influent fortement sur les réponses.

La figure.2.25 présente le diagramme de bifurcation obtenu par simulation numérique. L'amplitude de la tension d'alimentation est utilisée comme paramètre de bifurcation avec une incrémentation de 0.01 (p.u) allant de 0 jusqu'à 4 (p.u). Le signal du courant primaire obtenu par chaque valeur de la tension est échantillonné par une période de 20ms. On prend les points résultant du régime permanent et on les trace en fonction de chaque valeur de tension. La section de Poincaré est tracée de la même façon avec l'échantillonnage de la trajectoire dans le plan de phase.

Les conditions initiales sont les valeurs initiales du flux et de la Fem., c'est-à-dire,  $\Psi(0)$  et  $\frac{d\Psi(0)}{dt}$ , or ces deux grandeurs physiques avant l'ouverture de l'interrupteur sont sinusoïdales. L'une est déphasée de  $\pi/2$  par rapport à l'autre et si  $\Psi(0)$  est maximal alors  $\frac{d\Psi(0)}{dt}$  est nul et vice versa.

Prenons un exemple sur une période  $T$ , quatre cas où on ouvre l'interrupteur à  $t=T$ ,  $t=T/2$ ,  $t=T/4$  et à  $t=0$ . Les quatre diagrammes de bifurcation sont tracés pour voir l'influence des conditions initiales sur le régime permanent, Fig.2.25. Pour passer par toutes les conditions initiales possibles, on fait varier le temps d'ouverture de l'interrupteur sur une période  $T=20$  ms.

- **Zone 1.** Lorsque la tension est  $0 < U < 1.2$  (p.u), on voit un seul point. La solution est périodique, de période  $T=1/f$ . Malgré la variation des conditions initiales, la solution n'est pas affectée. C'est le mode normal ou ferrorésonant fondamental qui est obtenu. Le début d'apparition de la ferrorésonance sur le diagramme de bifurcation

est caractérisé par un saut du point de fonctionnement du mode normal au mode ferrorésonant fondamental à  $U=0.8$  (p.u).

- **Zone 2.** on obtient trois branches (bifurcation). Selon les conditions initiales, la solution n'est pas périodique et les amplitudes du courant sont importantes, il s'agit du mode quasi-périodique. Cependant, on remarque une petite zone autour de  $U=1.7$  (p.u) où la solution est fondamentale.

- **Zone 3.** Pour des tensions  $3.5 < U < 4$  (p.u), plus de quatre branches sont obtenues. Selon les conditions initiales, c'est le mode chaotique qui apparaît. Une infinité de valeurs dont les amplitudes sont très grandes est obtenue, mais la solution n'est pas répétitive.

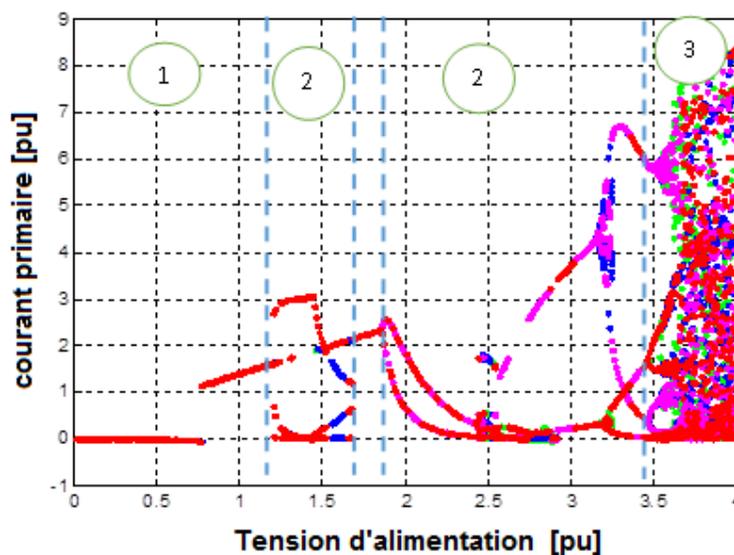


FIGURE 2.25: Diagramme de bifurcation avec la tension d'alimentation comme paramètre de bifurcation

Dans le mode sous-harmonique, la période  $T$  multipliée par  $n$ , dépend du nombre de sous-harmoniques. Dans le diagramme de bifurcation il apparaît comme dans le cas du mode quasi-périodique (2 ou 3 branches), alors les surtensions et les surintensités enregistrées lors du mode sous-harmonique sont faibles. Si on effectue un zoom autour du point 0.61 (p.u), on voit apparaître trois points pour la même valeur de tension.

La simulation numérique donne le mode sous-harmonique 3, Fig.2.26.

Ce modèle donne des résultats approximatifs. A partir de ce modèle pour une valeur de capacité de  $3 \mu F$  le mode quasi-périodique apparaît pour une tension  $U=1.2$  (pu).

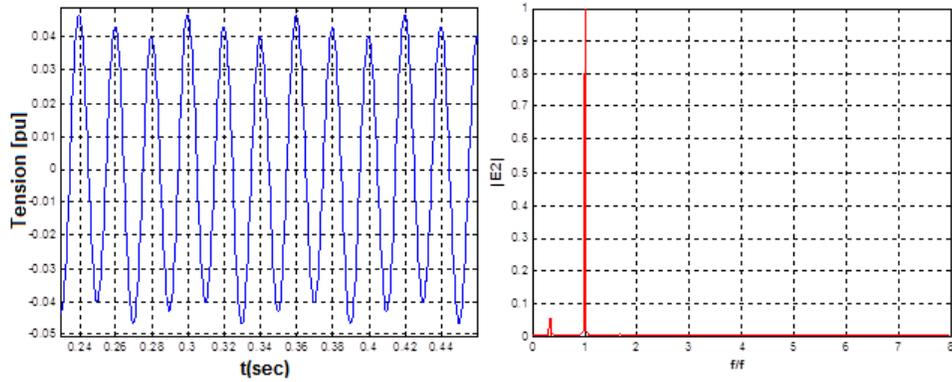


FIGURE 2.26: Tension secondaire dans le cas du mode sous-harmonique et la FFT obtenue

### 2.5.2 Diagramme de bifurcation utilisant le modèle de Tellinen

On trace le diagramme de bifurcation, utilisant le modèle de Tellinen, en fixant la valeur de la capacité série à  $C_s = 3\mu F$ , Fig.2.27. Le mode quasi-périodique commence à apparaître à  $U=0.9$  (p.u). Le mode de ferrorésonance apparaît à  $U=0.73$  (p.u). C'est ce point de saut où la surintensité est très importante, Fig.2.28. L'amplitude du courant avant et après le point de saut en mode ferrorésonant est presque 56 fois plus grande que celle du régime normal.

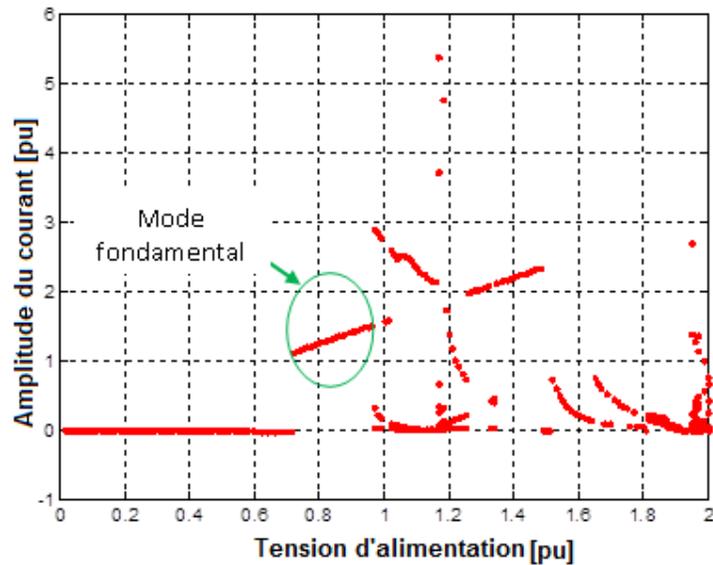


FIGURE 2.27: . Diagramme de bifurcation pour une valeur de  $C_s$  ( $\mu F$ ) et pour des valeurs de tension de 0 à 2 (p.u) utilisant le modèle de Tellinen

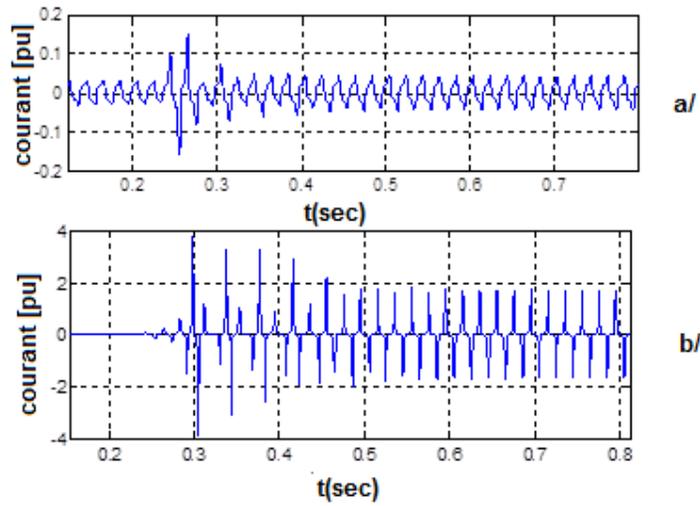


FIGURE 2.28: a/ Courant en mode normal ( $U=0.72$  (pu))  
b/ Courant en mode ferrorésonant ( $U=0.73$  (pu))

On trace le diagramme de bifurcation en prenant la capacité  $C_s$  comme paramètre de bifurcation. On fixe la valeur de la tension à  $U=1$  (p.u) et on fait varier la valeur de la capacité jusqu'à  $C_s = 30\mu F$ . La zone encadrée de la Fig.2.29 présente le domaine de la capacité où le mode quasi-périodique peut apparaître. Le mode sous-harmonique est obtenu pour des valeurs de  $C_s = 17\mu F$ . Il y a apparition de branches (bifurcation) où l'amplitude du courant n'est pas importante.

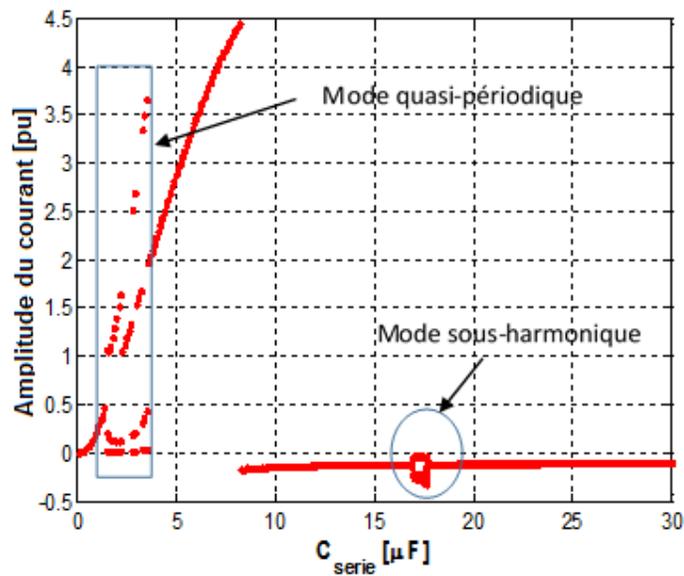


FIGURE 2.29: Diagramme de bifurcation avec  $C_s$  comme paramètre de bifurcation

## 2.6 Conclusion

La détermination des paramètres pouvant donner lieu aux différents modes de la ferrorésonance constitue une étape importante, en dépit du fait que les résultats sont approximatifs. Le diagramme de bifurcation utilisant le modèle de Tellinen donne de meilleurs résultats lorsque le choix des paramètres est adéquat.

La méthode de Galerkin donne des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode des harmoniques équilibrés notamment pour le mode fondamental. Elle permet de trouver une solution contenant deux fréquences. Ces méthodes permettent d'approximer les valeurs des paramètres qui peuvent donner les modes ferrorésonants, à savoir : le fondamental, le sous-harmonique et le quasi-périodique.

Nous avons également effectué le calcul de la bifurcation sur un transformateur d'essai par différentes méthodes (analytique, méthode de Galerkin et méthode numérique) afin de déterminer les valeurs des paramètres d'essais. Les résultats obtenus par ces méthodes sont assez proches.

# Chapitre 3

## Tests expérimentaux de la ferrorésonance sur Transformateur monophasé

### 3.1 Introduction

La ferrorésonance est un phénomène stochastique qui concerne les réseaux électriques. Les différents modes ferrorésonants pouvant apparaître aléatoirement dans certaines situations engendrent des surtensions et des surintensités sévères et très dangereuses pour les transformateurs. Pour étudier ce phénomène, il est nécessaire de disposer d'un banc d'essais expérimental.

Le circuit le plus utilisé pour les tests expérimentaux est celui du type "ferrorésonance série" où l'on alimente un transformateur monophasé par une tension sinusoïdale par l'intermédiaire d'une capacité shuntée par un interrupteur. Les tests consistent à ouvrir l'interrupteur pendant quelques secondes et à relever les signaux de tension et de courant plusieurs fois, et ce, pour différentes valeurs des paramètres.

Pour cela, l'étude de bifurcation est indispensable pour connaître les plages de variation des paramètres pouvant donner lieu aux modes ferrorésonants, à savoir : le mode fondamental, le mode sous-harmonique, le mode quasi-périodique et le mode chaotique. Cette étude qui a été effectuée au chapitre précédent nous a permis de connaître les limites de variation de ces paramètres.

Dans ce chapitre, nous expliquerons les différentes étapes de réalisation des tests sur la

ferrorésonance en précisant certaines contraintes liées aux éléments du circuit, puis nous présenterons la comparaison des résultats obtenus expérimentalement à ceux simulés.

### 3.2 Circuit de test ferrorésonant

Pour effectuer des tests de ferrorésonance, on alimente le transformateur d'essai par une source de tension sinusoïdale par l'intermédiaire d'une capacité série, variable et shuntée par un interrupteur. Une capacité parallèle est placée aux bornes du primaire du transformateur d'essai, comme il est indiqué sur la Fig.3.1.

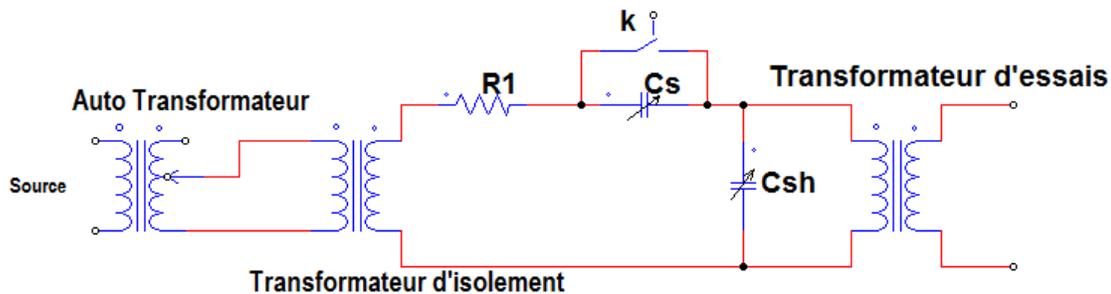


FIGURE 3.1: Circuit d'essais

Les tests de la ferrorésonance s'effectuent pour différentes valeurs de la tension d'alimentation, pour différentes valeurs de la capacité série et de la capacité parallèle. Ce qui nécessite l'utilisation d'un autotransformateur pour l'alimentation du transformateur d'essai. Nous disposons d'un pupitre d'alimentation d'impédance importante. Cette impédance amortit fortement les modes ferrorésonants. Nous avons alors utilisé un autotransformateur. Sa résistance au secondaire est également importante, ce qui constitue un amortissement des modes ferrorésonants dans le circuit. Ceci nous a poussés à ajouter un transformateur d'isolement dans le but d'avoir une résistance série minimale dans le circuit, Fig.3.1.

Lors de la ferrorésonance et en fonction du mode, les courants peuvent atteindre jusqu'à dix fois le courant nominal du transformateur. Les tests sur les transformateurs de grande puissance exigent l'utilisation de capacités de haute tension. Ce qui nous a poussés à choisir un transformateur d'essai de faible puissance.

La tension aux bornes de la capacité série dans le cas de la ferrorésonance est très grande. Lors de nos tests, elle a atteint une valeur de 800 Volts dans le cas du mode quasi-périodique. Le choix d'une capacité série pouvant supporter ces valeurs de tension doit être adéquat.

Au début du test la capacité série est shuntée par l'interrupteur K, on ouvre l'interrupteur pendant une durée suffisante (1 à 2 s) pour que le régime permanent s'établisse pendant le mode.

Plus le rapport entre la résistance et la réactance équivalente de la branche magnétisante du transformateur est grand plus l'amortissement des harmoniques diminue. Ce qui donne la possibilité d'obtenir les modes ferrorésonants sous-harmonique, quasi-périodique et chaotique.

### 3.3 Recherche des modes de la ferrorésonance

Le transformateur monophasé d'essai est du type Shell de tension 220/15V. La capacité parallèle est mise égale à 0. Ensuite, on effectue un certain nombre de tests pour voir l'influence de cette valeur de capacité sur l'apparition des modes ferrorésonants.

#### 3.3.1 Mode fondamental

Dans ce mode, les amplitudes de tension et du courant sont importantes. Le signal de la tension est déformé mais reste périodique, de période T. Ce mode est le plus simple à obtenir. D'après le diagramme de bifurcation (Fig.2.13 du chap.2), pour une valeur spécifique de capacité, le mode fondamental est obtenu pour des valeurs de tension supérieures à celles correspondant au point limite  $Lp_1$ .

Un exemple de valeurs pour lesquelles nous avons obtenu le mode fondamental est celui de la capacité  $C_s = 9\mu F$  et d'une tension de 1 (p.u).

La tension aux bornes du primaire du transformateur est plus élevée que celle de la source (220 V) Fig.3.2. La tension aux bornes de la capacité en régime permanent est de l'ordre de 640 (V).

Le spectre du signal de tension du transformateur pendant le régime permanent de la ferrorésonance est dominé par une fréquence fondamentale (50 Hz) avec l'existence des harmoniques d'ordre impair (3f, 5f, 7f, ...), (Fig.3.3). Le cycle d'hystérésis montre que le transformateur est fortement saturé dans le cas du mode fondamental. Le courant de magnétisation étant très élevé.

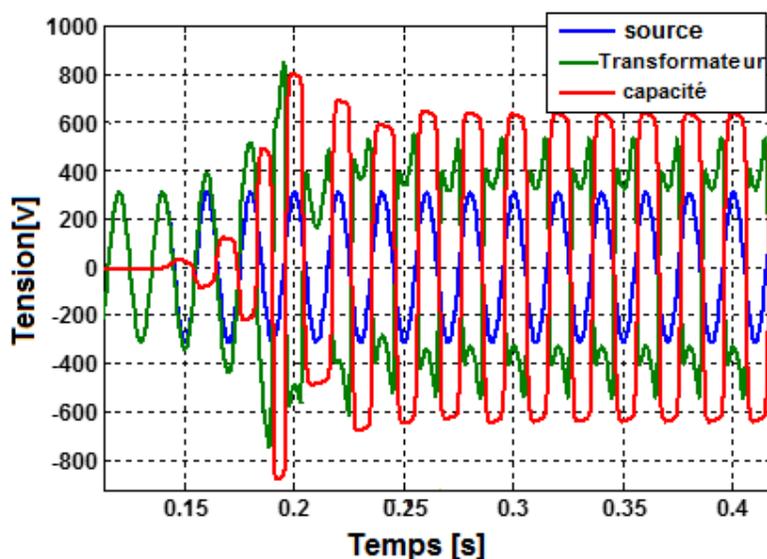


FIGURE 3.2: Tension source, Tension au primaire du transformateur et Tension aux bornes de la capacité pendant l'apparition de la ferrorésonance

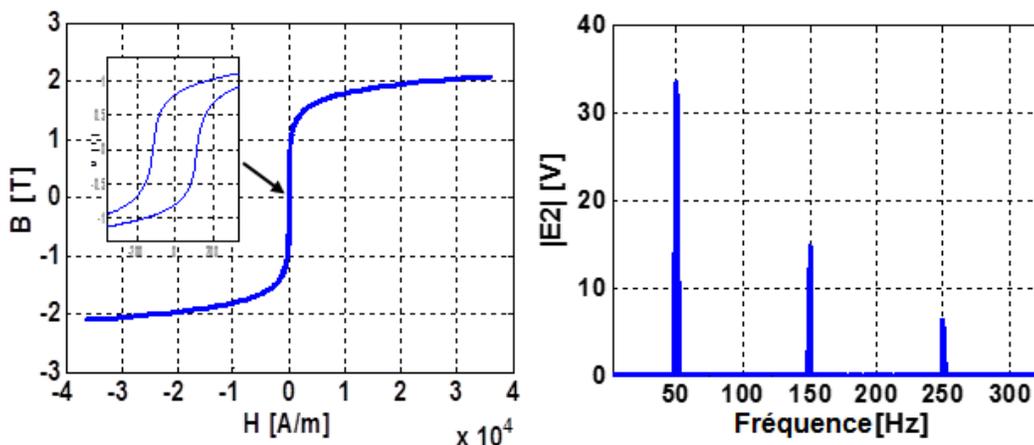


FIGURE 3.3: Cycle d'hystérésis et le spectre de la tension secondaire durant le mode fondamental

Les résultats de simulation utilisant le modèle de Tellinen implémenté sur Matlab \Simulink, donnent les signaux du courant primaire et de la tension secondaire qui sont comparés à ceux mesurés expérimentalement, Figs.3.4. La tension, durant le régime transitoire, contient des harmoniques à des fréquences élevées.

L'évolution de la tension, après l'ouverture de l'interrupteur, passe par un régime transitoire où le pic de la tension atteint 50 V, Fig.3.4a, puis elle se stabilise en régime permanent à 40 V, Fig.3.5a. Le pic du courant prend des valeurs très fortes 12 A, Fig.3.4b, et en régime permanent, il est de l'ordre de 8 A, Fig.3.5b.

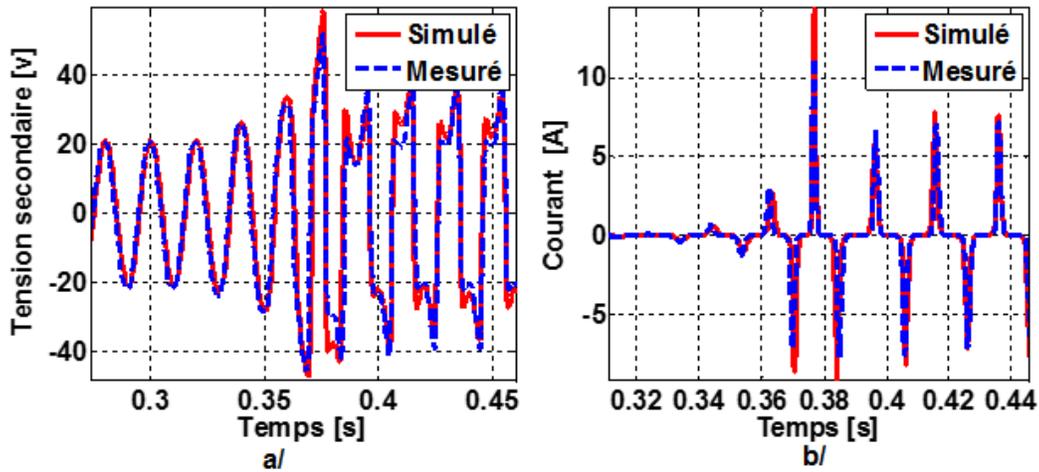


FIGURE 3.4: Signaux durant le régime transitoire du mode fondamental  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

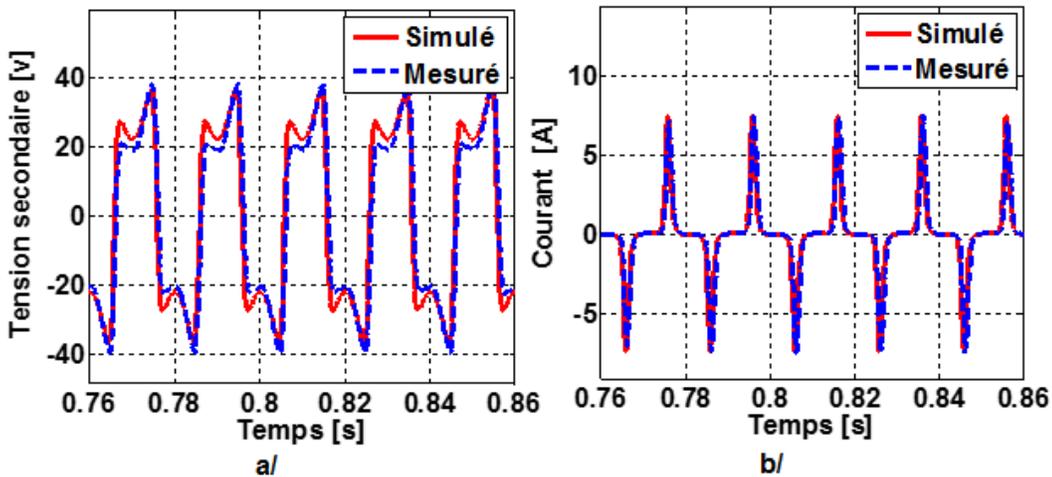


FIGURE 3.5: Signaux durant le régime permanent en mode fondamental  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

Ces valeurs sont extrêmement dangereuses pour le transformateur. Ceci nous a poussés à effectuer le test rapidement (ouverture de l'interrupteur pendant 1 à 2 s). Ce mode est très dangereux pour les équipements sur un réseau électrique. Une protection rapide doit agir pour l'éliminer.

### 3.3.2 Mode sous-harmonique

Dans ce mode, le signal du flux contient des périodes multiple de la période de la tension aux bornes de la source ( $n.T$ ),  $n$  est un entier. La bifurcation, obtenue dans le chapitre

2 sur le transformateur d'essais montre la possibilité d'avoir des sous-harmoniques dans le signal du flux pour des valeurs précises de la tension et de la capacité. L'amplitude de ces sous-harmoniques est très faible par rapport à celle du fondamental notamment pour les sous-harmoniques de rang élevé (5T, 7T,..). L'influence des conditions initiales sur le régime permanent et l'amortissement dans le circuit (résistance magnétisante, résistance série) rendent l'obtention de ce mode très difficile expérimentalement.

La bifurcation, par la méthode de Galerkin, montre l'existence d'un pic de sous-harmonique (3T) pour une valeur de tension comprise entre deux valeurs correspondantes aux points limites ( $Lp_1$ ,  $Lp_2$ ), Fig.2.18. Ce pic est maximal pour des valeurs de la capacité série ( $\approx 15\mu F$ ) et des valeurs de tension de l'ordre de (1 p.u).

Une autre bifurcation obtenue par simulation numérique du modèle de Tellinen, pour une valeur de tension égale à (1 p.u), Fig.2.29, montre l'existence des modes sous-harmoniques pour des valeurs de capacité comprises entre  $16\mu F$  et  $18\mu F$ .

Pour obtenir expérimentalement ce mode nous avons fixé la tension d'alimentation à (1 p.u) et nous avons varié la capacité de  $16\mu F$  à  $18\mu F$ . Et comme la solution dépend des conditions initiales, le même test a été effectué plusieurs fois. Nous avons obtenu ce mode pour une valeur de la capacité de  $17\mu F$  et une tension de (1 p.u).

Les résultats expérimentaux sont comparés à ceux obtenus par simulation du modèle de Tellinen, Fig.3.6. Ce qui prouve la validité du modèle de Tellinen.

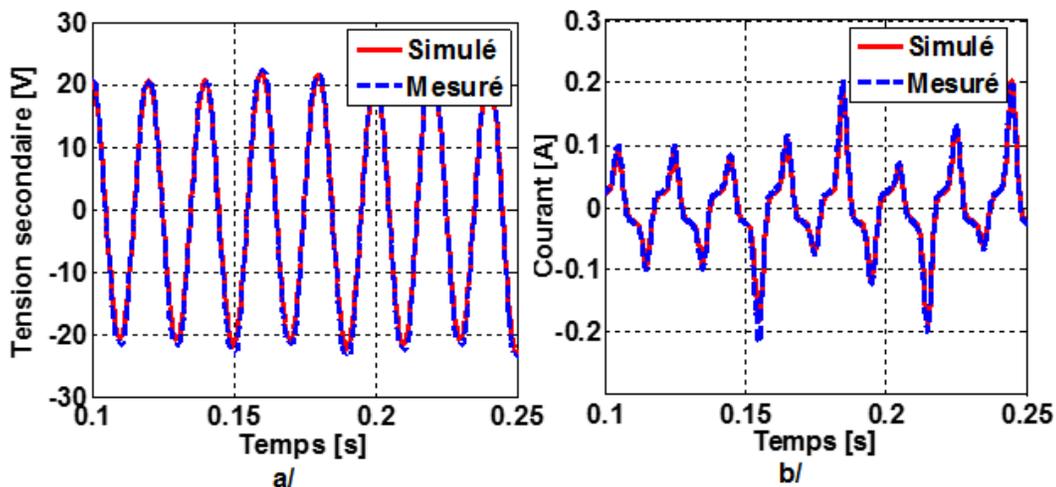


FIGURE 3.6: Signaux en régime transitoire du mode sous-harmonique  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

La surtension enregistrée en mode sous-harmonique est très faible, par contre, durant le mode ferrorésonant, l'amplitude du courant est de 0.2 A, Fig.3.6.b. Ce qui représente

deux fois le courant à vide en mode normal.

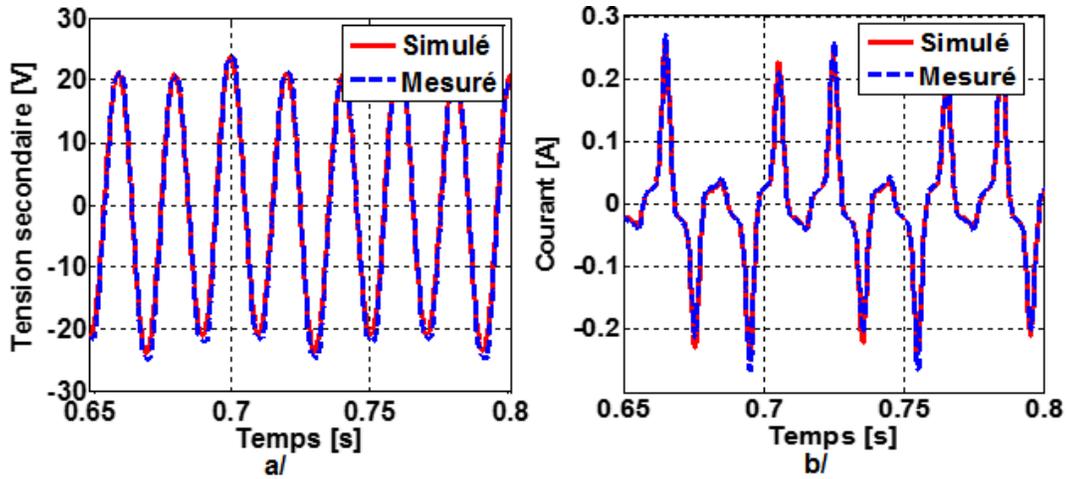


FIGURE 3.7: Signaux en régime permanent du mode sous-harmonique  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

Le signal de la tension montre l'existence, en plus de la fréquence fondamentale, une fréquence  $T/3$ , donc il apparaît le sous-harmonique 3, Fig.3.7. Le cycle d'hystérésis, Fig.3.8, au moment du régime permanent du mode sous-harmonique montre que le transformateur n'est très saturé, comme c'est le cas du mode fondamental. Ce mode n'est pas très dangereux car pour le transformateur, le courant à vide est faible (0.25 A).

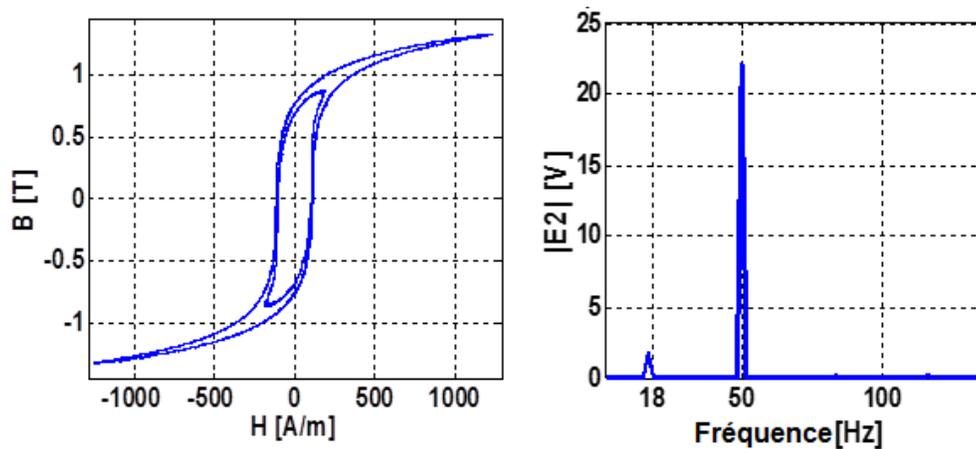


FIGURE 3.8: Cycle d'hystérésis et le spectre du signal de la tension secondaire durant le mode sous-harmonique 3

### 3.3.3 Mode quasi-périodique

Ce mode est difficile à obtenir. Il nécessite dans le circuit d'essai l'élimination de tout amortissement possible (résistance série). Le signal de tension n'est pas périodique, il comporte plusieurs harmoniques généralement d'ordre supérieur à la fréquence fondamentale. Ces harmoniques ont des amplitudes importantes. A partir du diagramme de bifurcation, Fig.2.29, on obtient la possibilité d'obtenir ce mode pour des valeurs de capacité série autour de  $3 \mu F$ . Durant le test expérimental nous avons utilisé une tension de (1 p.u) avec une capacité série de  $3 \mu F$ . Le mode quasi-périodique ainsi obtenu a donné des résultats comparables à ceux simulés, Figs.3.9.

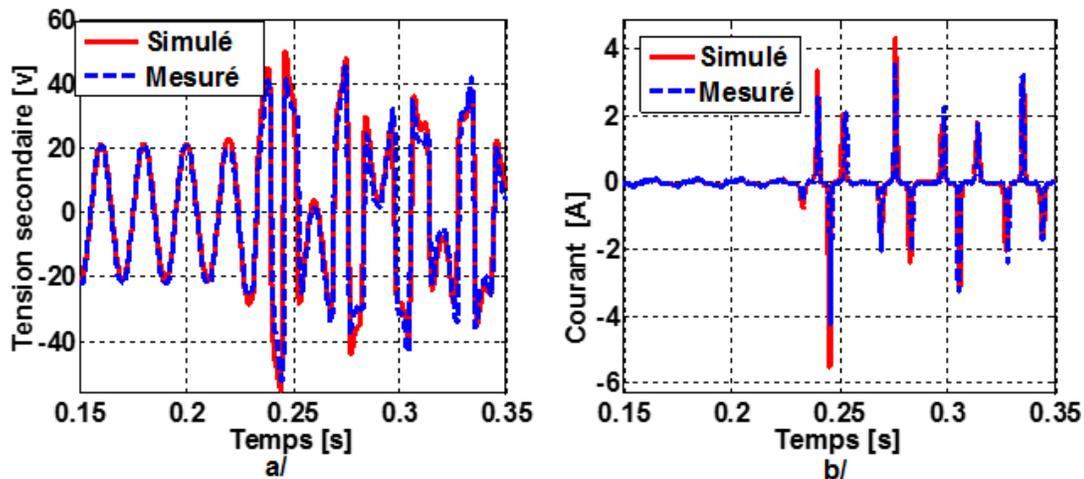


FIGURE 3.9: Signaux transitoires du mode quasi-périodique  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

L'amplitude du courant en régime transitoire a atteint 4 A i.e, 4 fois le courant nominal. Durant ce mode, en plus des surintensités et de surtensions enregistrées, le signal de tension est plein d'harmoniques. Les Figures 3.10 montrent la forme d'onde de la tension secondaire et celle du courant primaire pendant le mode quasi-périodique en régime permanent.

Les Figures 3.11 donnent le cycle d'hystérésis en régime permanent durant le mode quasi-périodique. Le transformateur est très saturé pendant ce mode, la déformation du cycle d'hystérésis est due au flux qui devient non-périodique et ayant une forme non-sinusoïdale..

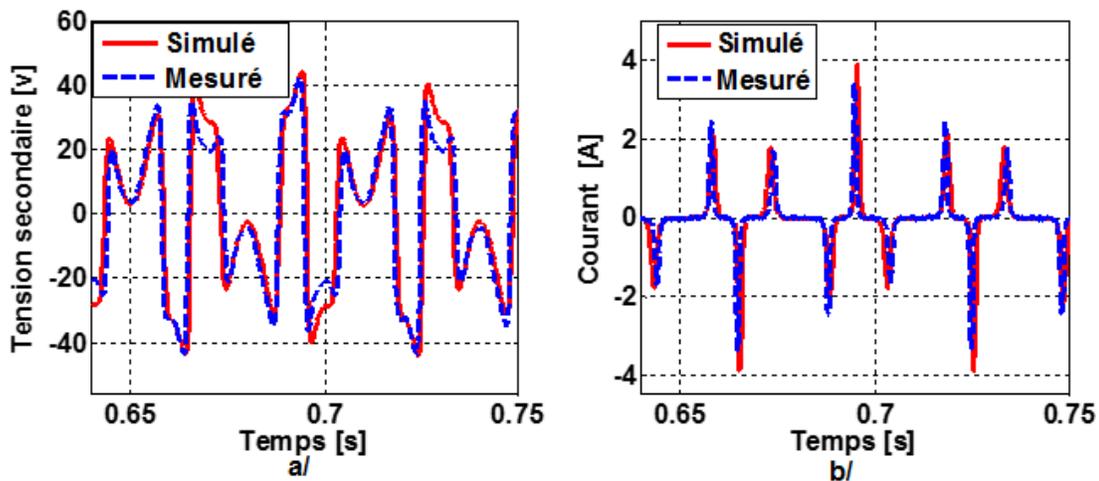


FIGURE 3.10: Signaux en régime permanent du mode quasi-périodique  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

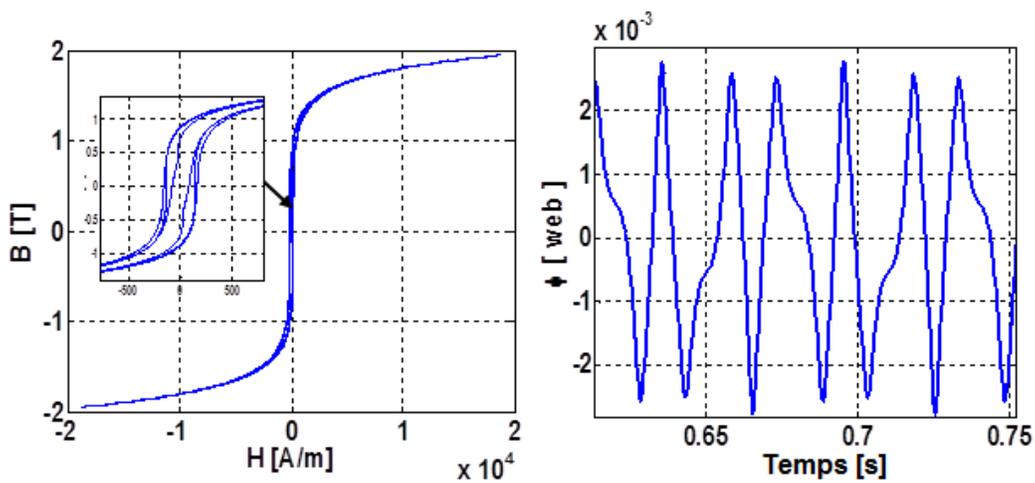


FIGURE 3.11: Cycle d'hystérésis et signal du flux  $\phi(t)$  durant le mode quasi-périodique

Le spectre de la tension Fig.3.12 montre l'existence de deux fréquences de base  $f_1$  et  $f_2$  telle que  $f_1=50$  Hz (fréquence de la source) et  $f_2= 84$  Hz. Cette dernière  $f_2$  est générée par le passage du courant magnétisant riche en harmoniques. Ces deux fréquences créent leur propre harmonique et sous-harmonique ; ce qui donne une onde de tension contenant des fréquences multiples linaires de  $f_1$  et  $f_2$ . Exemple, la fréquence  $f=118$  Hz correspond à  $2f_2 - f_1$ .

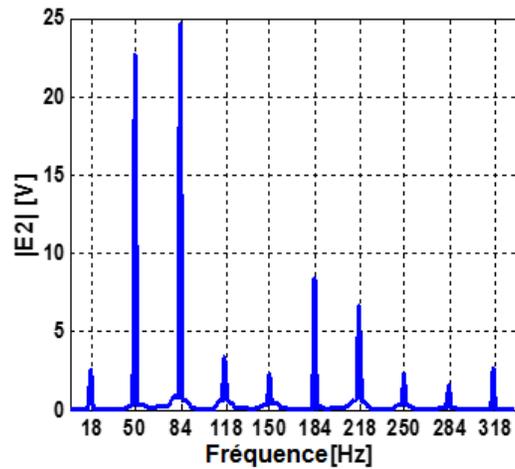
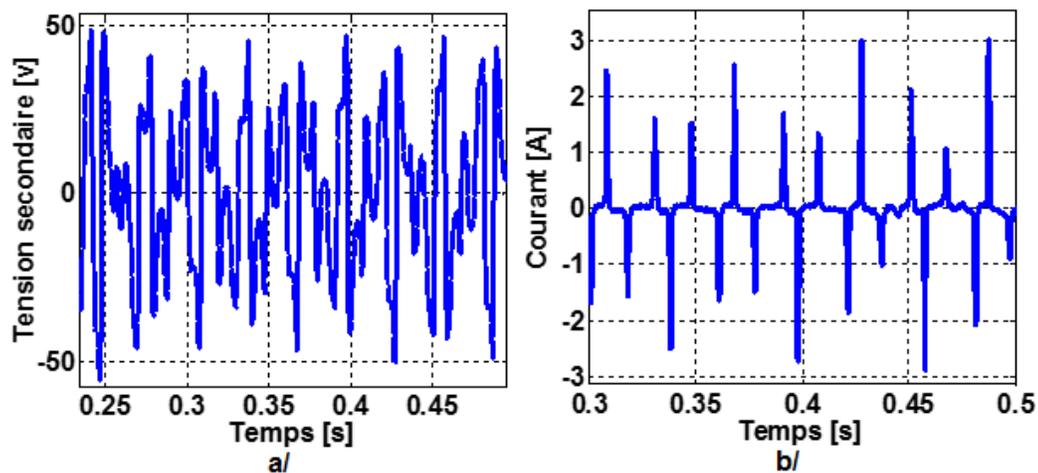


FIGURE 3.12: Spectre de la tension secondaire en mode quasi-périodique

### 3.3.4 Mode chaotique

Le mode chaotique est très difficile à obtenir expérimentalement, car il apparaît, généralement, à des tensions d'alimentation beaucoup plus élevées que la tension nominale. Durant ce test, le montage présente deux transformateurs mis en cascade avant le transformateur d'essai pour augmenter la tension à des niveaux très élevés. Le test est effectué plusieurs fois à cause de l'influence des conditions initiales.

Nous avons fixé la valeur de tension à 360 V avec une capacité de  $3\mu F$ , le mode chaotique est apparu pendant le régime transitoire (0.3 s) puis il disparaît et devient quasi-périodique avec beaucoup d'harmoniques. Les signaux de tension et du courant en régime transitoire durant le mode chaotique sont présentés sur la Fig.3.13.

FIGURE 3.13: Signaux expérimentaux de tension et courant durant le mode chaotique  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

Cependant, si nous appliquons une tension supérieure à 360 V, on peut obtenir de meilleurs résultats pour le mode chaotique, mais le test devient dangereux car le transformateur atteint un niveau de saturation très élevé avec le risque d'être détruit.

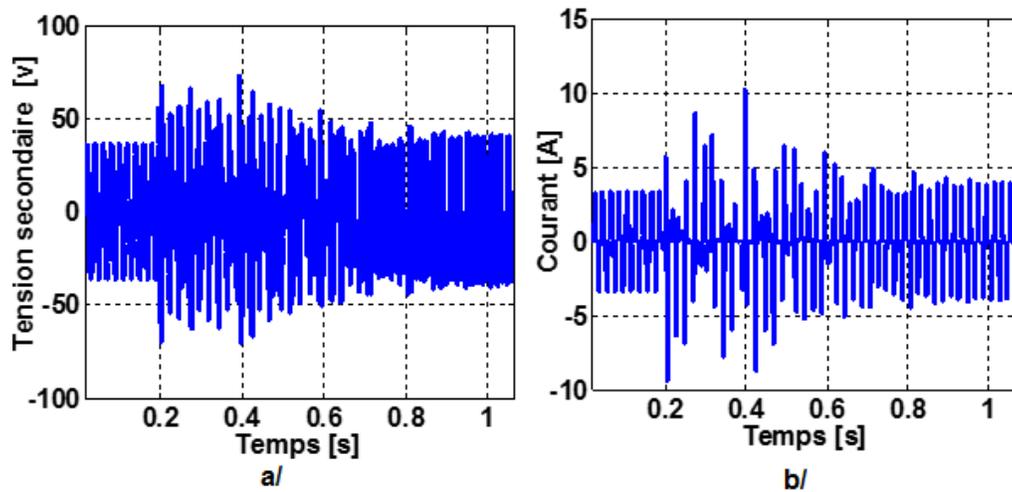


FIGURE 3.14: Tension et Courant obtenus par simulation  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

Le mode chaotique devient permanent pour une tension de 440 V et une capacité  $C=3\mu F$ . Les Figures 3.15 présentent la tension secondaire et le courant primaire durant ce mode. Le diagramme du plan de phase Fig.3.16 montre bien que le régime est chaotique car la trajectoire n'est pas répétitive et le spectre de la tension est continu.

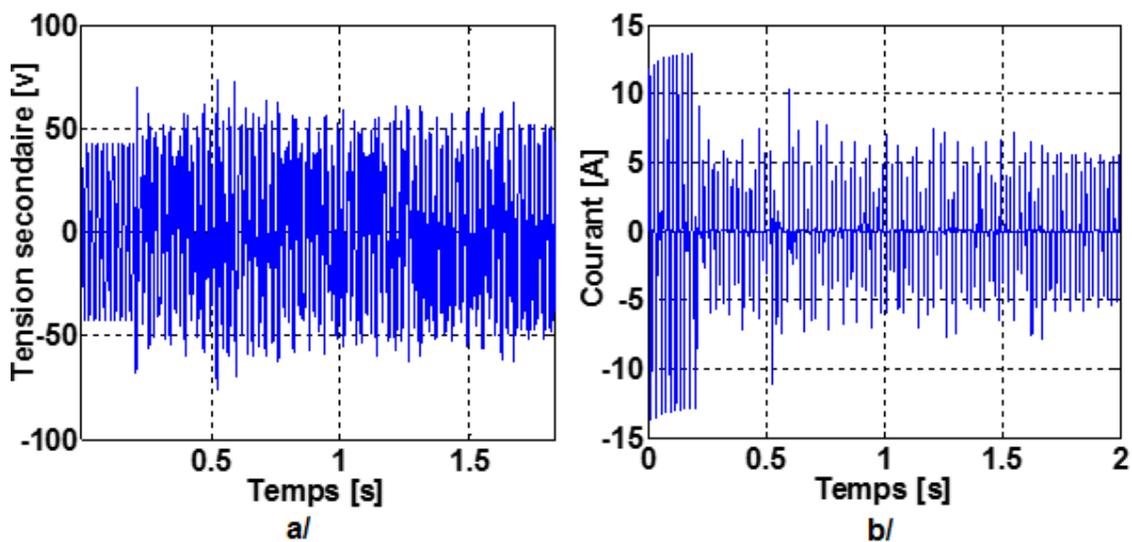


FIGURE 3.15: Tension secondaire et Courant primaire obtenus par simulation durant le mode chaotique  
a/ Tension secondaire b/ Courant primaire

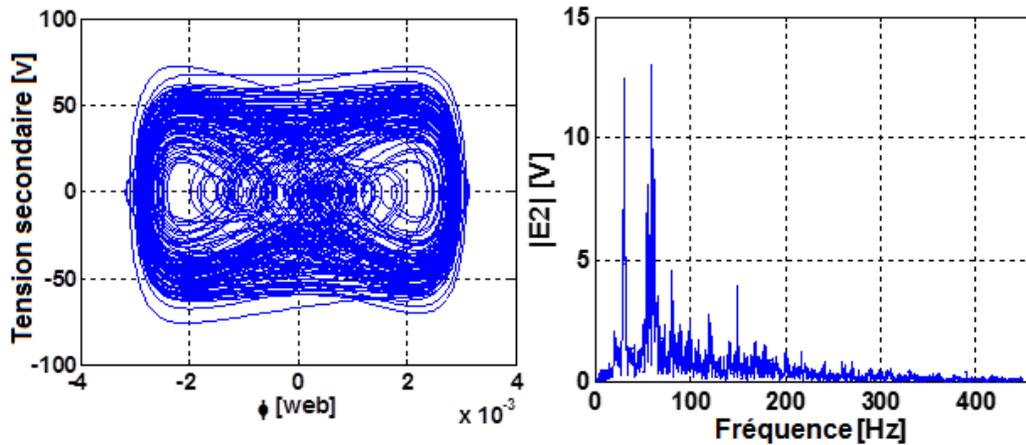


FIGURE 3.16: Spectre de la tension secondaire et diagramme du plan de phase pendant le mode chaotique

### 3.4 Courant de démarrage

Pendant les essais de la ferrorésonance, et après fermeture de l'interrupteur pour court-circuiter la capacité, il apparaît un phénomène transitoire où le courant à vide prend une valeur très élevée puis il s'atténue avec une enveloppe en forme d'exponentielle. Cette valeur de l'amplitude du courant dépend des conditions initiales. Les Figures 3.17 présentent les courants de démarrage obtenus lors des essais de la ferrorésonance des quatre modes. Dans le cas du mode sous-harmonique où l'amplitude du courant est faible, le courant de démarrage n'est pas important et le régime transitoire passe rapidement, Fig.3.17.b. Par contre, durant les autres modes (fondamental, quasi-périodique et chaotique) où l'amplitude du courant pendant le mode est élevée, le courant de démarrage prend des valeurs très importantes et dure plus longtemps avant d'atteindre le régime permanent, Fig.3.17.a,c, et d.

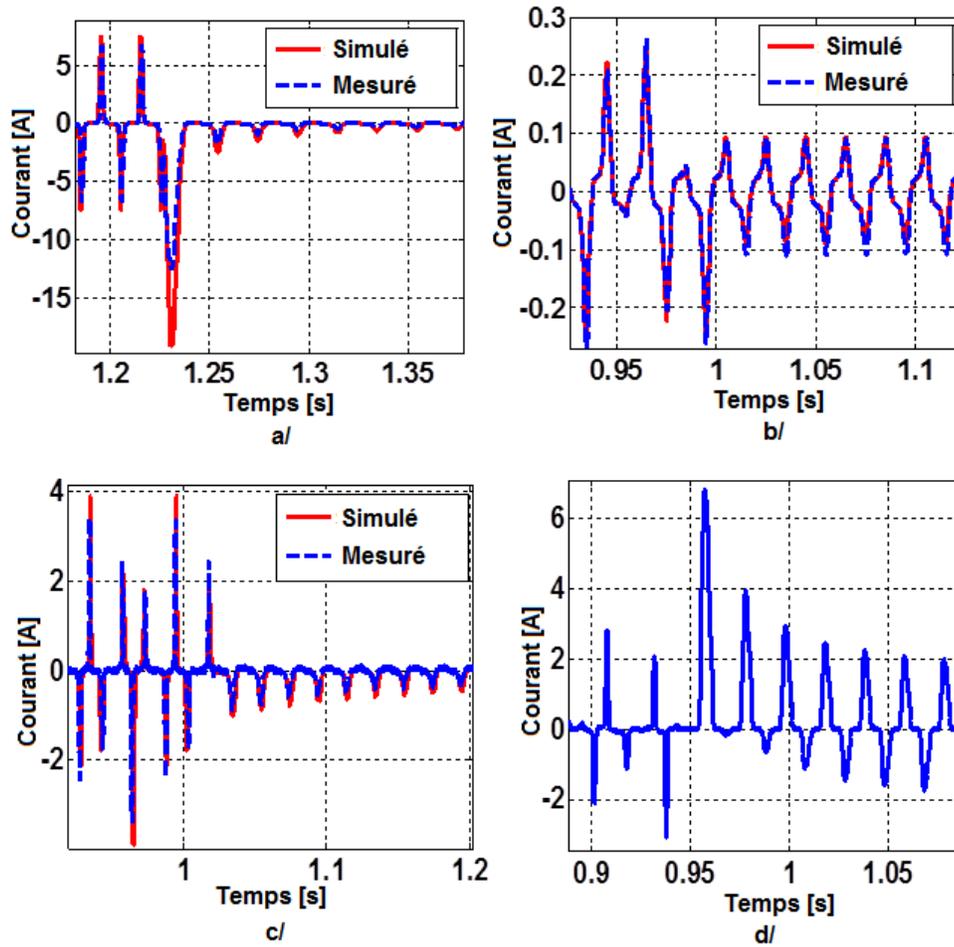


FIGURE 3.17: . Courant de démarrage durant les tests de la ferrorésonance pour les quatre modes a/ mode fondamental b/ mode sous-harmonique c/ mode quasi-périodique d/ mode chaotique

### 3.5 Influence des conditions initiales sur les différents modes

Les résultats obtenus théoriquement par la bifurcation, dans le chapitre précédent, montre l'existence de plusieurs valeurs du flux donnant lieu à des modes différents et ce, pour les mêmes valeurs de paramètres du circuit. Ceci est expliqué par l'effet des conditions initiales.

Pour confirmer expérimentalement l'influence des conditions initiales nous avons effectué plusieurs tests en fixant à des valeurs précises la tension et la capacité.

Deux exemples sont donnés dans les Figs.3.18 et Figs.3.19. Les résultats obtenus pour une valeur de tension égale à (1 p.u) et des valeurs de capacité égales à  $3 \mu F$  et à  $17 \mu F$  respectivement. Dans les deux cas, on voit bien l'apparition des différentes fréquences contenues dans le signal de tension en régime transitoire, mais elles se stabilisent en régime permanent pour certaines conditions initiales, et disparaissent pour d'autres.

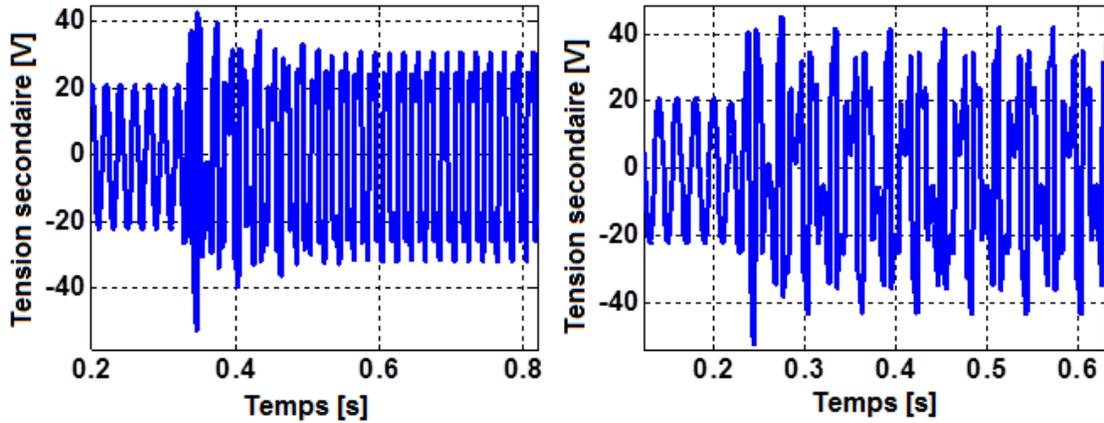


FIGURE 3.18: Influence des conditions initiales sur l'apparition du mode quasi-périodique

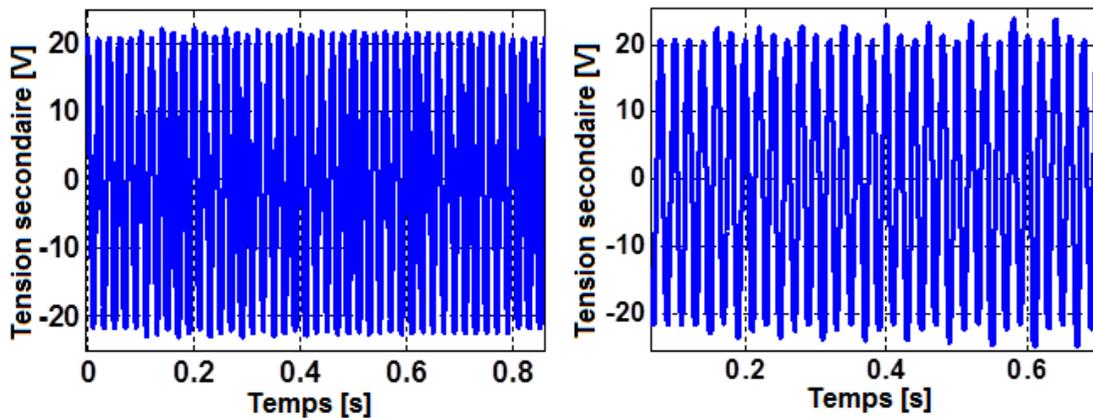


FIGURE 3.19: Influence des conditions initiales sur l'apparition du mode sous-harmonique

### 3.6 Influence de la capacité parallèle

Afin de confirmer les résultats théoriques obtenus, au chapitre 2, concernant l'influence de la capacité parallèle sur l'apparition des modes ferrorésonants, nous avons effectué

un ensemble de tests en variant la capacité parallèle de  $0 \mu F$  jusqu'à  $1 \mu F$ , pour des valeurs de la capacité série comprises entre  $1 \mu F$  et  $20 \mu F$ . La tension d'alimentation est fixée à (1 p.u). Chaque test est effectué plusieurs fois pour avoir des conditions initiales variées. En visualisant les signaux de tension et de courant à l'oscillogramme, on peut identifier le mode ferrorésonant qui apparaît pour chaque valeur de capacité. La figure.3.20 présente les résultats expérimentaux obtenus. Les valeurs des capacités série et parallèle donnant les modes fondamental, sous-harmonique et quasi-périodique sont égales à celles obtenues par simulation. L'augmentation de la capacité parallèle amorce les modes ferrorésonants. A titre d'exemple, pour des valeurs supérieures à  $0.3 \mu F$ , nous n'avons pu avoir que le mode fondamental. Ce dernier est amorcé également pour des valeurs supérieures à  $0.7 \mu F$ .

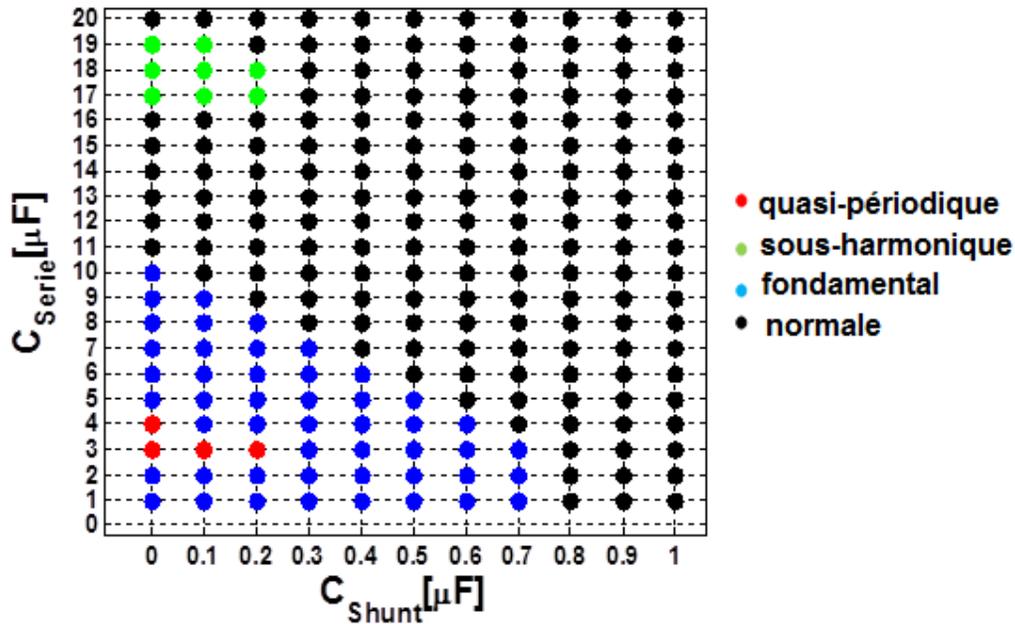


FIGURE 3.20: Influence de la capacité parallèle sur les modes ferrorésonants

### 3.7 Conclusion

Les tests expérimentaux que nous avons effectués montrent que la ferrorésonance est réellement un phénomène stochastique. Son obtention expérimentalement nécessite un nombre important de tests, notamment pour les modes sous-harmonique, quasi-périodique et chaotique où certaines fréquences diffèrent complètement de la fréquence

de réseau. Elles peuvent apparaître dans la tension, mais leur stabilité en régime permanent dépend des conditions initiales et de l'amortissement qui existe dans le circuit (cas de la résistance série). Cependant, et pour certaines valeurs critiques, les harmoniques peuvent prendre des amplitudes beaucoup plus grandes que celle du fondamental. Ce qui pourrait créer une grande perturbation sur le réseau.

L'étude effectuée dans le chapitre II pour la détermination des paramètres donnant lieu aux différents modes ferrorésonants est validée expérimentalement, notamment pour le diagramme de bifurcation utilisant le modèle de Tellinen.

À partir des amplitudes des courants obtenus pour les différents modes, on peut conclure que le mode fondamental est le mode le plus dangereux. Le courant atteint 8A en mode fondamental pendant le régime, en mode quasi-périodique il atteint 4 A, et 3A en mode chaotique. Le mode sous-harmonique n'a pas de risque potentiel sur le transformateur car le courant est de l'ordre de 0.3 A.

Les résultats obtenus expérimentalement sont confondus avec ceux simulés grâce au modèle dynamique de Tellinen malgré l'apparition de plusieurs fréquences contenues dans le signal de tension. Ce qui prouve la validité de ce modèle et montre qu'il est très proche de la réalité.

# Chapitre 4

## Étude Expérimentale de la ferrorésonance sur un transformateur triphasé

### 4.1 Introduction

L'étude de La ferrorésonance dans les transformateurs monophasés nous a permis de situer les conditions d'apparition de ce phénomène, ses conséquences sur les réseaux électriques et sur leur équipements (transformateurs, disjoncteurs, etc... ). Cependant, la situation la plus courante sur les réseaux électriques reste le cas du transformateur triphasé. Ceci nous a poussés à explorer cette voie en effectuant une étude expérimentale. Plusieurs études analytiques et numériques basées sur l'approximation par phase des transformateurs triphasés ont été effectuées mais donnant des résultats imprécis. Dans ces approximations, il a été négligé :

- les interactions magnétiques entre les flux générés par les trois phases dans le noyau du transformateur,
- la différence entre les trois courants absorbés par le transformateur à vide,
- et la différence entre les harmoniques existants dans le courant à vide d'un transformateur triphasé par rapport à ceux du transformateur monophasé.

Pour aboutir à des résultats beaucoup plus précis, il est nécessaire d'établir une simulation du modèle complet du transformateur en tenant en compte des différentes interactions magnétiques.

Ce chapitre traite du domaine d'apparition de la ferrorésonance dans un transformateur

triphase asymétrique à trois colonnes, tout en prenant en compte l'effet du couplage magnétique, l'hystérésis et les pertes par courant de Foucault.

Pour cela, un modèle dynamique approprié est implémenté sur Matlab\Simulink pour la simulation du phénomène transitoire du transformateur. Ce modèle est basé sur la théorie des circuits électromagnétiques utilisant le modèle dynamique de Tellinen, [17]. L'étude est effectuée en suivant les mêmes étapes que celles du transformateur monophasé. Nous commençons par l'identification du transformateur, puis on élabore le modèle magnétique pour la simulation, ensuite on détermine le domaine d'apparition des différents modes ferrorésonants. Suite à cela, on passe aux tests expérimentaux. La précision des tests, lors de l'identification du transformateur, est très importante car elle permet de déterminer les valeurs des paramètres influençant les modes ferrorésonants. Les tests expérimentaux sont effectués sur un transformateur de laboratoire triphasé asymétrique de puissance 3kVA.

## 4.2 Modèle dynamique du transformateur triphasé asymétrique à trois colonnes

La plupart des études de transformateurs triphasés sont basées sur des modèles de transformateur monophasé "représentation par phase". C'est une approche qui consiste à considérer l'hypothèse de noyaux magnétiques isolés pour chaque phase tout en négligeant l'interaction magnétique des flux entre eux. Pour les transformateurs triphasés, cette approximation n'est valable que pour un transformateur à "noyau triplex".

L'étude théorique de la ferrorésonance nécessite un modèle précis qui tient compte :

- du couplage électrique dû aux connexions des enroulements,
- du couplage magnétique ou interaction magnétique entre les flux des trois phases,
- de la représentation non-linéaire de la branche magnétisante,
- et enfin, de la représentation des pertes résistives, du cycle d'hystérésis et des pertes par courants de Foucault.

Un modèle dynamique récent de transformateur triphasé asymétrique pour des conditions de fonctionnement en régime permanent et transitoire est proposé dans la référence [1]. Ce modèle est basé sur l'utilisation de deux topologies, à savoir : électrique et magnétique (modèle hybride) pour introduire le comportement dynamique de l'hystérésis par l'utilisation des modèles d'hystérésis connus tels que : le modèle de Preisach, le modèle de Jiles-Atherton où encore le modèle de Tellinen.

Dans ce chapitre, nous avons implémenté sur Matlab/Simulink le modèle dynamique du transformateur triphasé asymétrique en considérant chaque branche du transformateur par une reluctance non-linéaire (modèle dynamique de Tellinen, [17]) et en représentant les flux des fuites par une reluctance homopolaire en parallèle avec les trois branches, Fig.4.1.

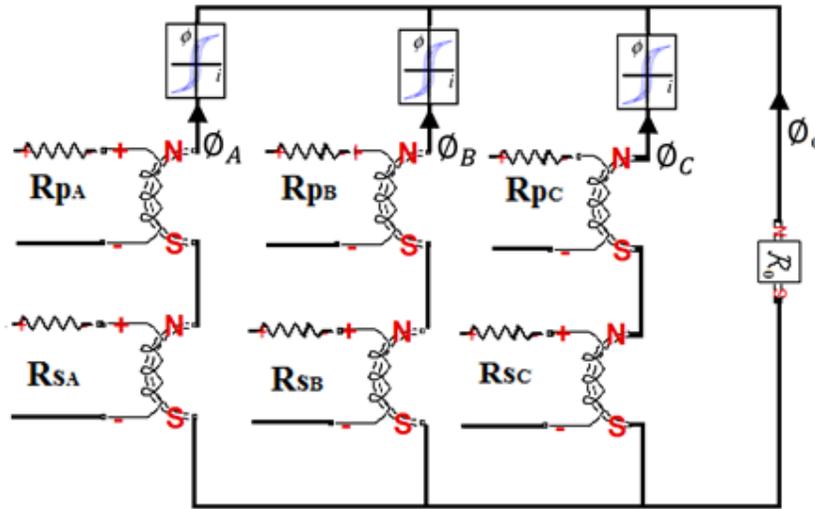


FIGURE 4.1: Schéma du modèle du transformateur triphasé asymétrique

### 4.3 Identification du transformateur d'essai

Les tests d'identification du transformateur doivent être effectués avec précision tout en s'assurant que, lors de la mesure des caractéristiques  $(\phi - i)$ , le flux dans la troisième colonne est nul.

#### 4.3.1 Mesure des caractéristiques non-linaires $(\phi - i)$

La réponse des transformateurs ayant des noyaux à trois colonnes est différente de celle des transformateurs à noyaux triplex, en raison des différentes longueurs des trois colonnes du noyau et des mutuelles existantes entre elles. Ce qui rend la détermination des caractéristiques magnétiques  $(\phi - i)$  du transformateur difficile. Une méthode de mesure est proposée dans la référence [21]. Cette méthode consiste à utiliser une source de tension monophasée et à alimenter deux bobines en parallèle et inversées, Fig.4.2.

Ce qui se traduit par un flux nul dans la troisième colonne.

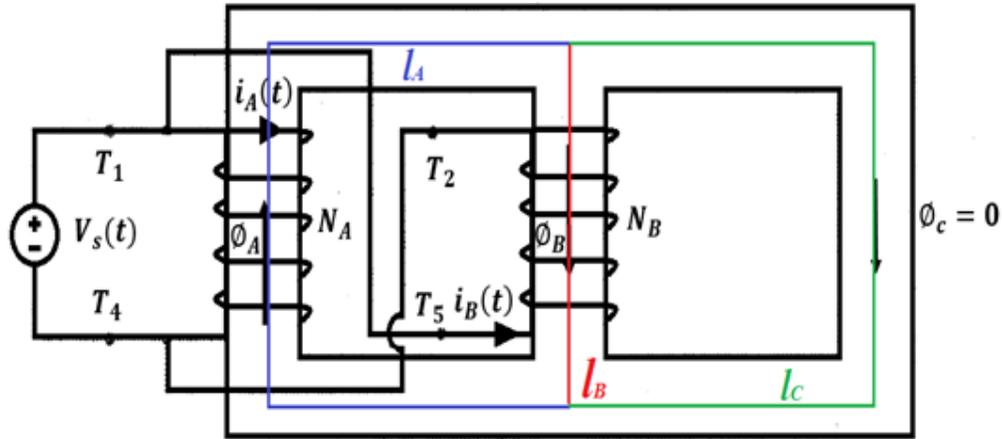


FIGURE 4.2: Circuit de mesure de la caractéristique  $(\phi - i)$

L'alimentation de la bobine B par une tension inverse à celle de la bobine A impose au flux créé par cette dernière de traverser la branche B, de telle sorte que le flux de la branche C soit nul, alors il vient :

$$\phi_A = \phi_B \text{ et } \phi_C = 0$$

D'où

$$H_A = H_B \text{ et } H_C = 0$$

En appliquant la loi d'Ampère, nous obtenons :

$$\oint H dl = Ni$$

$$H_A \cdot l_A + H_C \cdot l_C = N_A i_A$$

$$H_B \cdot l_B + H_C \cdot l_C = N_B i_B$$

Alors que,

$$H_C \cdot l_C = 0$$

Donc,

$$H_A.l_A = N_A i_A$$

$$H_B.l_B = N_B i_B$$

En réalité  $l_A = 2.l_B$  et comme  $H_A = H_B$  et  $N_A = N_B$ , alors le courant  $i_A$  doit être le double du courant  $i_B$ , ce qui est obtenu expérimentalement.

Les tests effectués sur un transformateur triphasé à trois colonnes, ayant les caractéristiques présentées au tableau 4.1, ont donné les résultats expérimentaux des cycles d'hystérésis ( $\phi_A - i_A$  et  $\phi_B - i_B$ ) qui caractérisent ce transformateur. Ces cycles sont présentés aux Figs.4.3.

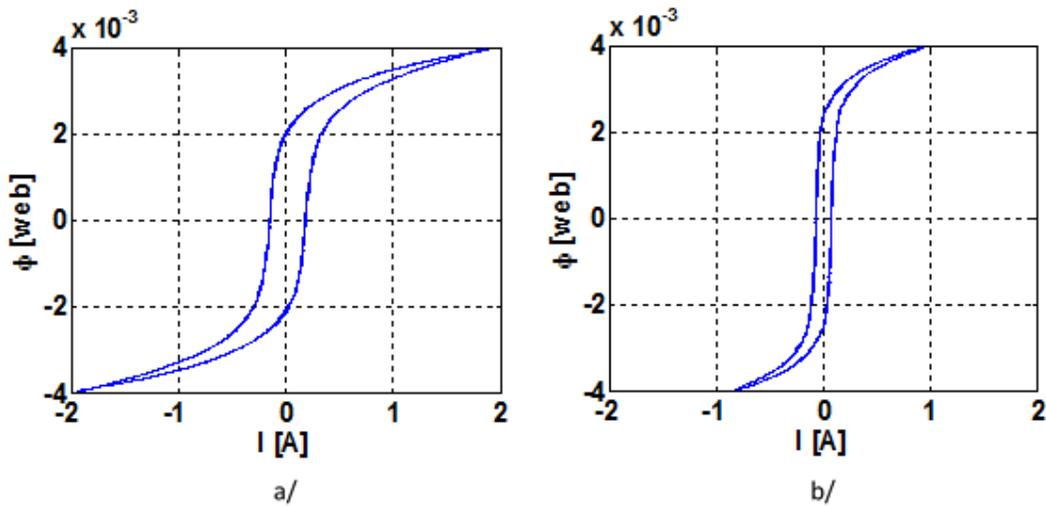


FIGURE 4.3: Caractéristiques ( $\phi - i$ )  
a/ colonne latérale b/ colonne centrale

### 4.3.2 Mesure de la séquence zero ( $\phi_0 - i_0$ )

Pour la mesure de la réluctance de fuite, les bobines primaires et secondaires sont connectées en série, Fig.4.4. On alimente alors le primaire ou le secondaire par une source de tension  $V_0(t)$  puis on mesure  $e_0(t)$  et  $i_0(t)$ . On détermine ensuite la caractéristique magnétique ( $\phi_0 - i_0$ ).

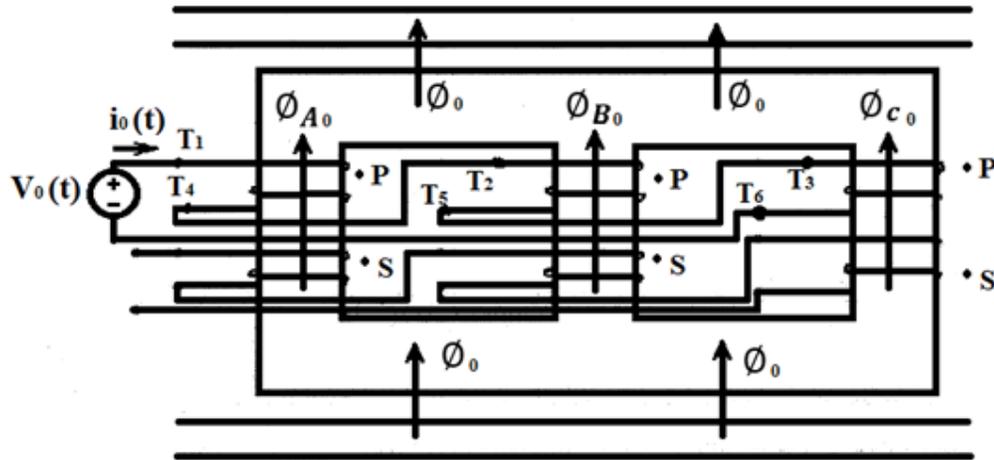


FIGURE 4.4: Mesure de la caractéristique  $(\phi_0 - i_0)$  du transformateur triphasé trois colonnes [21]

On suppose que la séquence  $(\phi_0 - i_0)$  est linéaire donc  $\mathfrak{R}$  est constante. On tire la réluctance de fuite  $\mathfrak{R}$ .

$$V_0 = 3N\omega\phi_0$$

$$\text{D'où } \mathfrak{R}_0 = \frac{3NI_0}{\phi_0} = \frac{3N^2\omega I_0}{V_0}$$

TABLE 4.1: Caractéristiques du transformateur triphasé d'essais

$S_n$	3 kVA
$U_n$	380/220 V
$I_n$	4.5/7.8 A
$N_1, N_2$	250, 153
$R_{p1}, R_{p1}, R_{p1}$	0.65 $\Omega$
$R_{s1}, R_{s1}, R_{s1}$	0.45 $\Omega$

## 4.4 Résultats théoriques obtenus par le modèle de Tellinen

La simulation du modèle de transformateur triphasé à trois colonnes, 220/110 V, de puissance 3kVA, utilisant le modèle d'hystérésis de Tellinen, est effectuée sur Matlab/Simulink (voir annexe). On applique au modèle une intégration par la méthode

d'Euler simple. Après obtention du cycle d'hystérésis qui caractérise le transformateur, on détermine les paramètres du modèle de Tellinen en suivant la même procédure présentée au chapitre 2. Ces paramètres sont donnés au tableau.4.2

TABLE 4.2: Données du modèle d'hystérésis

Fonction Ascendante $\Phi_x^+(i_x)$	Fonction Ascendante $\Phi_x^-(i_x)$
$\alpha_a = 0.00078, \beta_a = 0.3214, \sigma_a = 9.520$	$\alpha_a = 0.00078, \beta_a = 0.3214, \sigma_a = 9.5200$
$\alpha_b = 0.00078, \beta_b = 0.6429, \sigma_b = 7.7600$	$\alpha_b = 0.00078, \beta_b = 0.6429, \sigma_b = 7.7600$
$\alpha_c = 0.00078, \beta_c = 0.3214, \sigma_c = 9.520$	$\alpha_c = 0.00078, \beta_c = 0.3214, \sigma_c = 9.520$
$\sigma_{e(a,c)} = 26.2500; \sigma_{e(b)} = 13.1250$	

On reproduit les tests de mesure des caractéristiques  $(\Phi - i)$  par simulation, ensuite on compare les résultats obtenus par simulation avec ceux expérimentaux, Fig.4.5.a. Avant d'effectuer les tests de la ferrorésonance on effectue deux tests de confirmation du modèle par la détermination du courant à vide et du courant d'appel. Les résultats obtenus par simulation sont comparés à ceux expérimentaux, Fig.4.5.b.

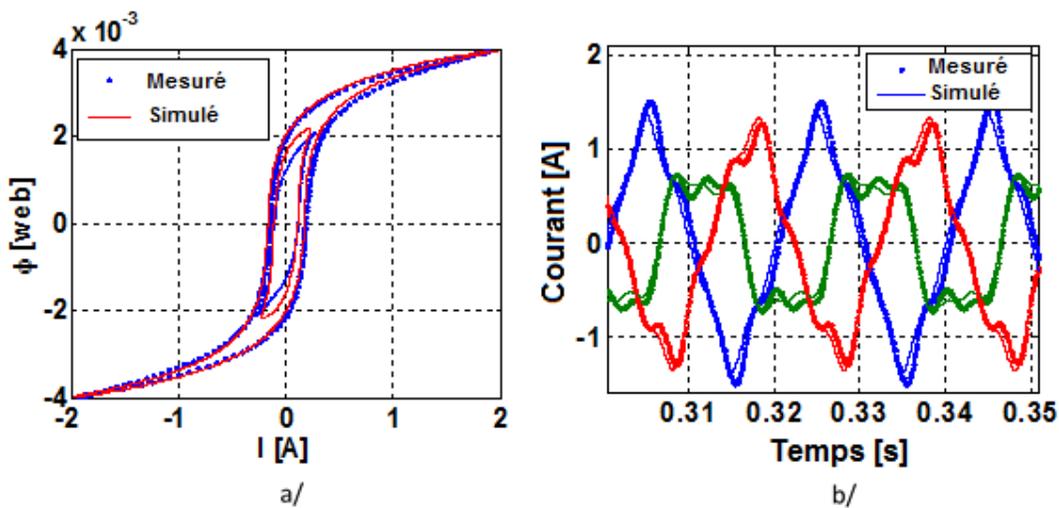


FIGURE 4.5: Comparaison des résultats obtenus par simulation avec ceux expérimentaux a/ caractéristique  $(\Phi - i)$  de la colonne A b/ courants à vide

On alimente le transformateur par une source de tension triphasée brusque et on relève les courants  $i_A, i_B$  et  $i_C$  pendant le régime transitoire. Les résultats expérimentaux obtenus sont comparés à ceux simulés sont présentés, Fig.4.6.

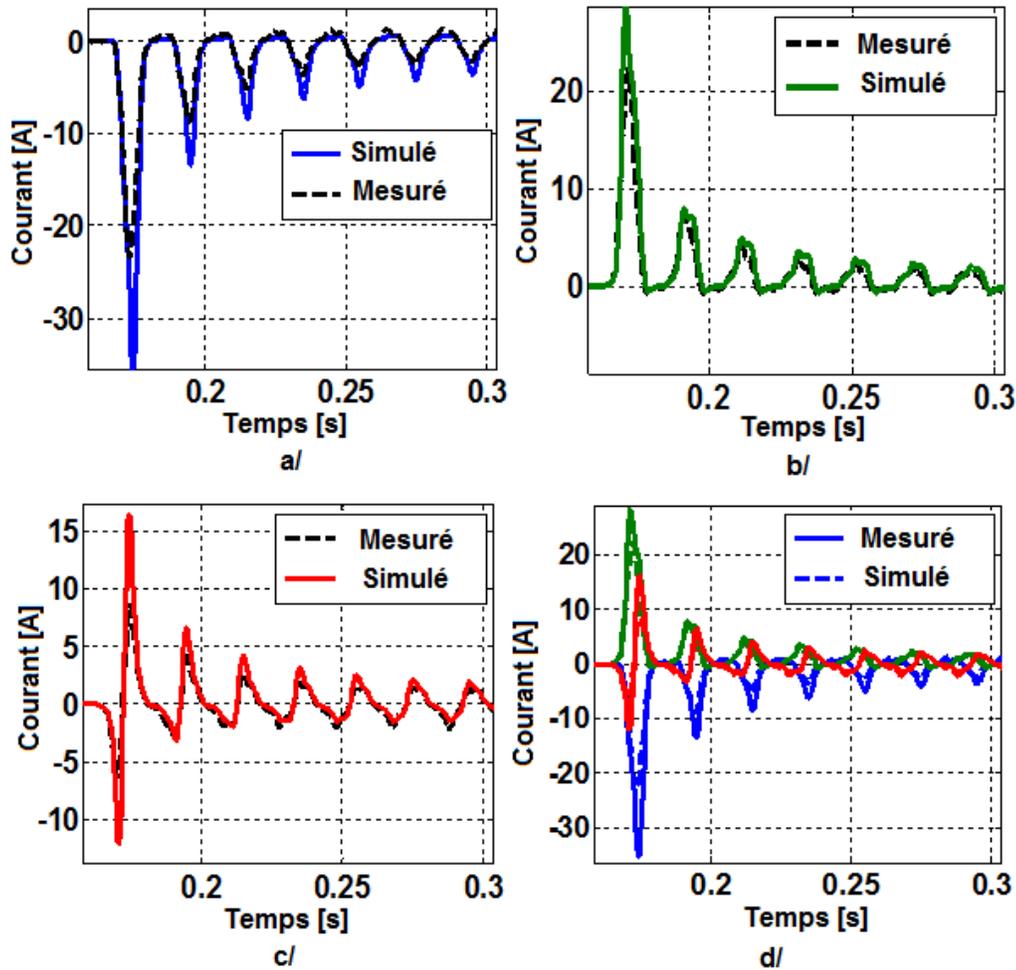


FIGURE 4.6: Comparaison du courant de démarrage expérimental et simulé  
 a/ phase A b/ phase B c/ phase C, d/ les trois phases (A, B et C)

Les amplitudes du courant de démarrage en régime transitoire sont proches bien qu'il existe une différence notamment pour la deuxième phase. Ce qui est logique car on ne connaît pas exactement les conditions sur lesquelles nous avons alimenté le transformateur. En régime permanent, les signaux expérimentaux et simulés deviennent plus proches. L'enclenchement du transformateur engendre un courant à vide très fort, il atteint 35 A pour la phase A.

## 4.5 Circuit de tests de la ferrorésonance

Les tests de la ferrorésonance sur un transformateur triphasé de 3 kV doivent être effectués avec précaution. Pour éviter de passer par des situations non désirés sur le banc d'essais, une simulation doit être effectuée préalablement pour des raisons qu'on a déjà citées au chapitre 3, à savoir : Les grandeurs électriques (courant, Tension) dans un tel circuit peuvent atteindre des amplitudes extrêmement dangereuses dans certains modes ferrorésonants.

Le courant de démarrage, au moment de la fermeture de l'interrupteur pour court-circuiter la capacité, est le plus grand problème rencontré en expérimentation. Il atteint près de 100 A. Pour éviter ce problème nous avons placé un interrupteur tripolaire pour ouvrir le circuit au lieu de le refermer lors du court-circuit de la capacité. Le schéma du circuit réalisé est donné à la Fig.4.7.

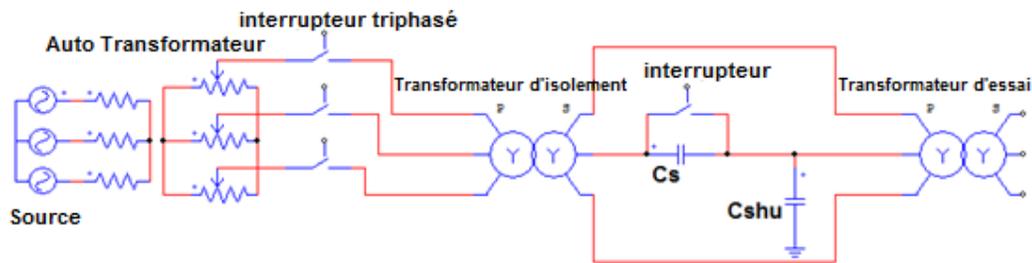


FIGURE 4.7: Schéma du circuit expérimental

Les capacités série et parallèle peuvent provenir des disjoncteurs et des lignes de transmission. Cette situation peut être traduite par le circuit de la Fig.4.7. Elle apparaît sur les réseaux électriques en cas de défaut du disjoncteur, d'une phase ouverte et les autres fermées ou encore d'un transformateur à vide ou faiblement chargé.

Le placement de la capacité sur la phase du milieu (phase B) favorise l'apparition des modes ferrorésonants, puisque le courant de la phase B contient plus d'harmoniques que les courants des phases A et C.

La capacité parallèle est mise  $C_{sh} = 0\mu F$ , les essais sont effectués à tension nominale égale à 220 V entre phase et neutre.

## 4.6 Résultats expérimentaux et simulés

Après obtention des valeurs des paramètres théoriques conduisant aux différents modes ferrorésonants, on commence les tests pour obtenir ces modes expérimentalement. On refait l'essai plusieurs fois à cause de l'influence des conditions initiales jusqu'à l'obtention du mode qui est en même temps recueilli à travers une carte d'acquisition de données. Les formes d'onde des courants et des tensions dans le cas du transformateur triphasé sont différentes de celles du transformateur monophasé. On peut reconnaître le mode obtenu à partir de la forme du signal de tension visualisé sur un oscillogramme. Pour les modes : fondamental, quasi-périodique et sous-harmonique, la surtension est faible. Mais on peut l'identifier également à travers le signal du courant.

### 4.6.1 Mode fondamental

Dans ce cas d'essai, le neutre du transformateur est isolé, cela arrive souvent dans les systèmes électriques en cas de défaut de mise à la terre. Pour une valeur de capacité  $C_s = 3\mu F$ , le mode ferrorésonant fondamental est obtenu, Fig.4.8.

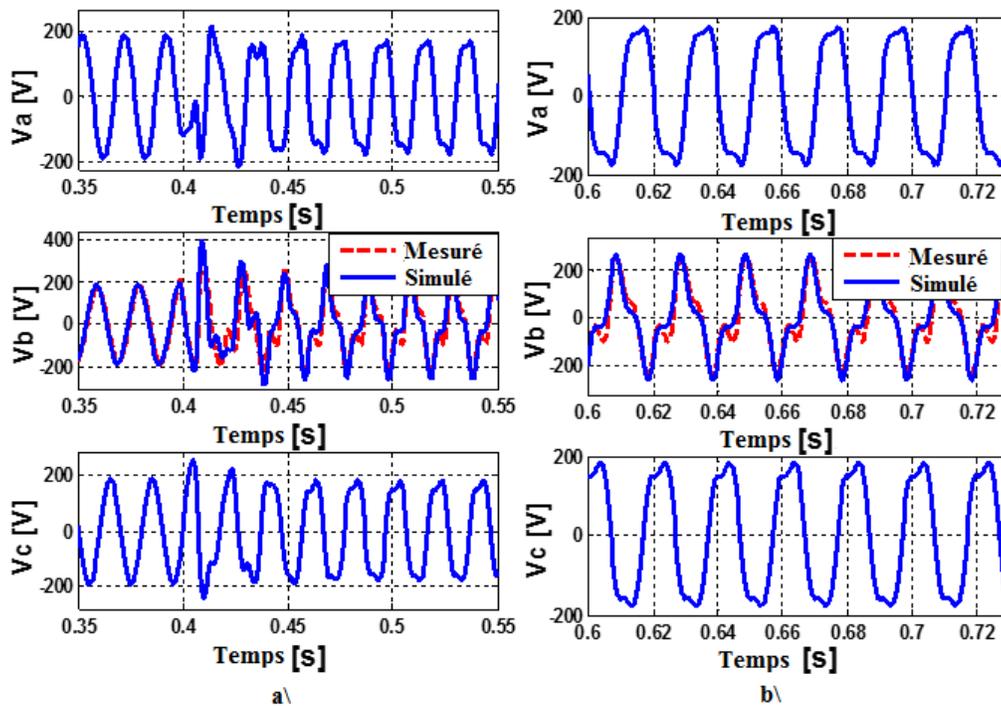


FIGURE 4.8: Tension des trois phases durant le mode fondamental  
a/ régime transitoire b/ régime permanent

L'amplitude de la tension de la phase centrale est  $V_b = 300V$ . La phase B devient plus saturée que les phases A et C. Pour les phases A et C, il y a une surtension juste en régime transitoire mais le signal est déformé, donc il contient des harmoniques.

Les courants simulés et ceux expérimentaux des trois phases en mode fondamental sont présentés aux Figs.4.9.

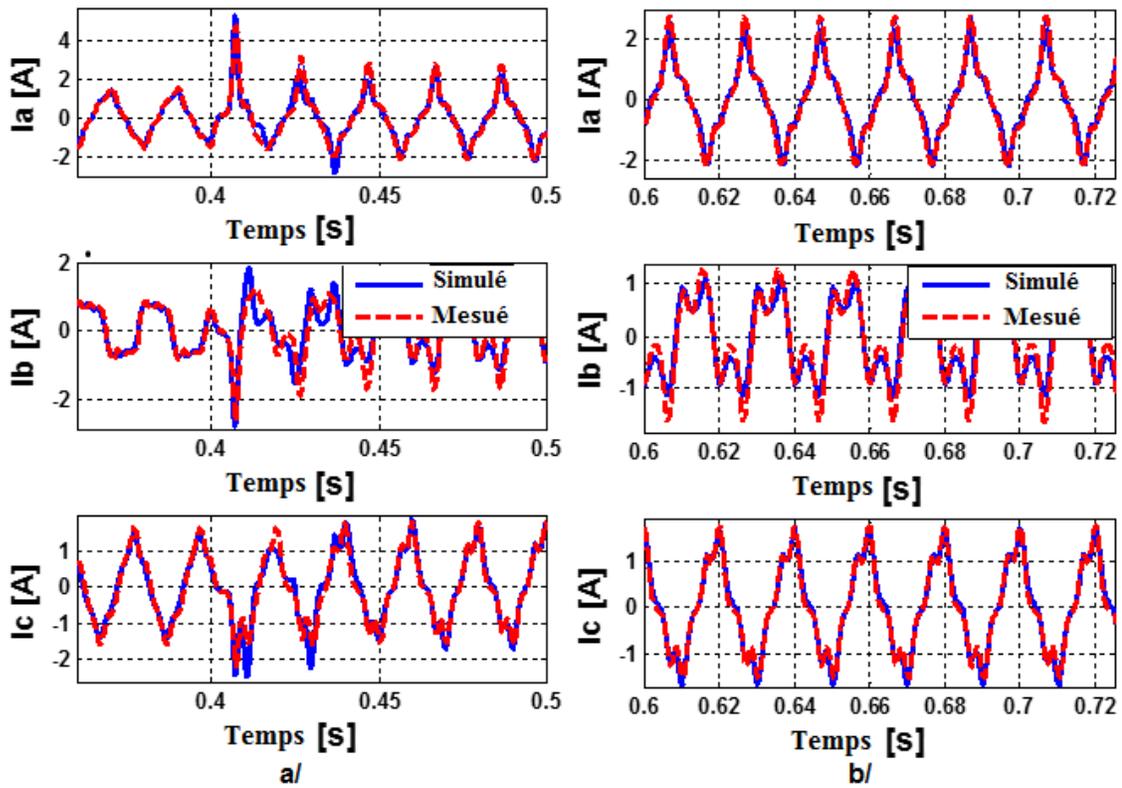


FIGURE 4.9: . Courants des trois phases durant le mode fondamental  
a/ régime transitoire b/ régime permanent

Lors du mode fondamental, les amplitudes des harmoniques en tension et en courant sont faibles par rapport au fondamental, Fig.4.10. L'amplitude des harmoniques ne caractérisent pas le mode fondamental.

Le spectre du signal de la tension en mode fondamental et la trajectoire du plan de phase sont présentés à la Fig.4.10.

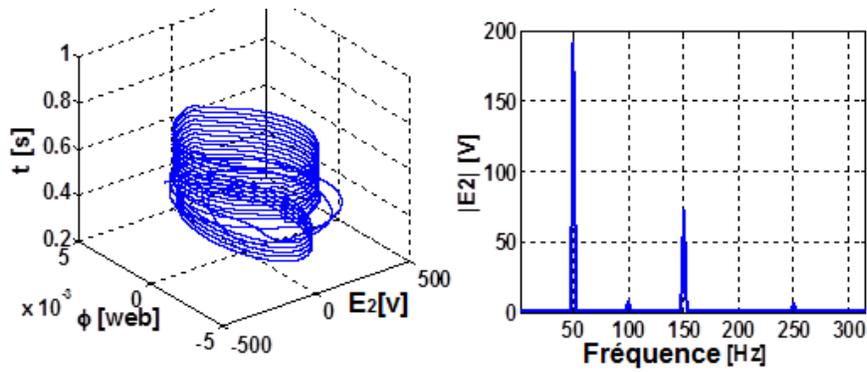


FIGURE 4.10: Trajectoire du plan de phase et le spectre de la tension secondaire lors du mode fondamental

### 4.6.2 Mode sous-harmonique

Les essais expérimentaux conduisant au mode sous-harmonique sont effectués pour des valeurs de capacité allant de  $68 \mu F$  jusqu'à  $100 \mu F$ . Les résultats obtenus lors du mode sous-harmonique montrent que le mode apparaît seulement en régime transitoire puis disparaît en régime permanent. Les signaux expérimentaux sont comparés à ceux simulés, Fig.4.11.

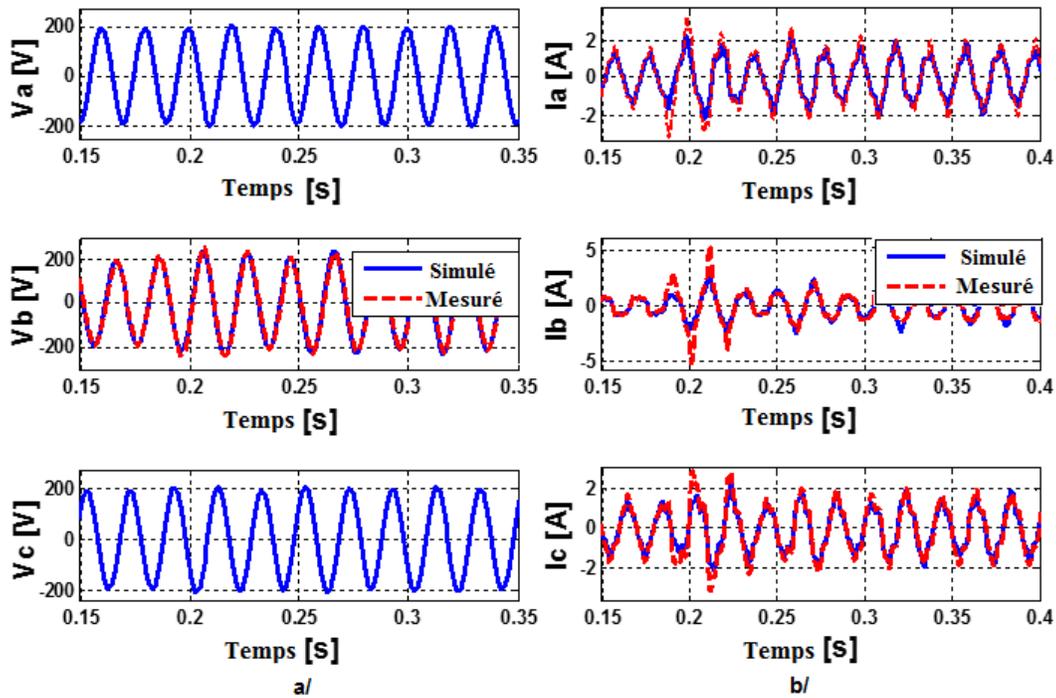


FIGURE 4.11: Tensions et courants des trois phases durant le mode sous-harmonique

### 4.6.3 Mode quasi-périodique

Les valeurs des capacités  $C_s$  allant de  $10$  à  $30\mu F$  ont donné le mode quasi-périodique. Nous avons effectué l'essai avec une capacité de  $20\mu F$  pour obtenir ce mode. Il s'est manifesté par une surtension avec déformation du signal. La Figure 4.12 présente les tensions des trois phases A, B et C en régime transitoire et permanent. On peut observer que le mode quasi-périodique est obtenu sur la phase B où l'on a placé la capacité, alors que dans les phases A et C c'est le mode fondamental qui est apparu.

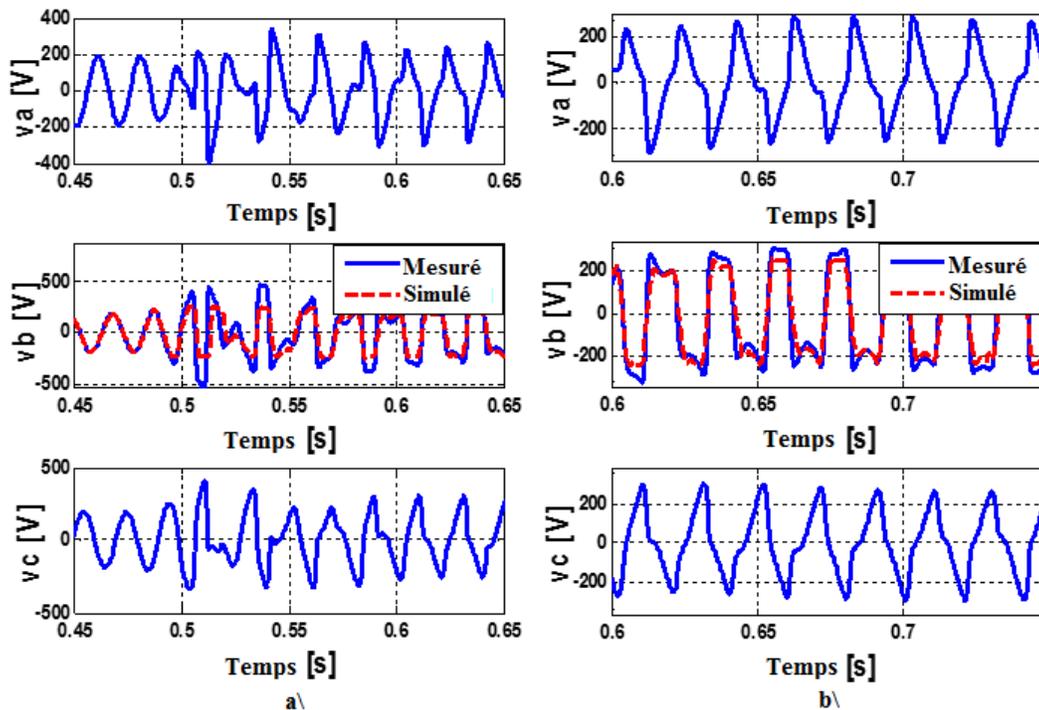


FIGURE 4.12: Tension des trois phases durant le mode quasi-périodique  
a/ régime transitoire b/ régime permanent

Ce mode contient deux fréquences de base plus des harmoniques. Dans le cas du transformateur monophasé (chapitre 3) les fréquences de base sont à  $50$  Hz et  $84$ Hz. Par contre, dans ce cas précis les deux fréquences de base sont très proches l'une à  $50$  Hz (fréquence de la source) et l'autre à  $52$  Hz. Le spectre du signal de la tension est donné à la Fig.4.13b montre l'existence de deux fréquences proches.

Le diagramme de la Fig.4.13a montre l'évolution de la trajectoire lors du mode en fonction de temps après l'instant d'ouverture de l'interrupteur.

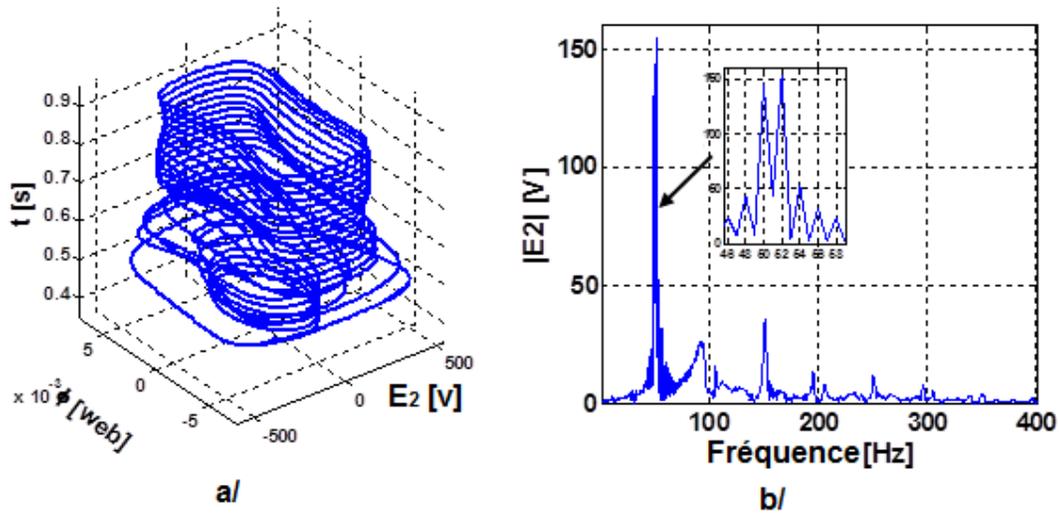


FIGURE 4.13: Trajectoire du plan de phase et le spectre de la tension secondaire lors du mode quasi-périodique

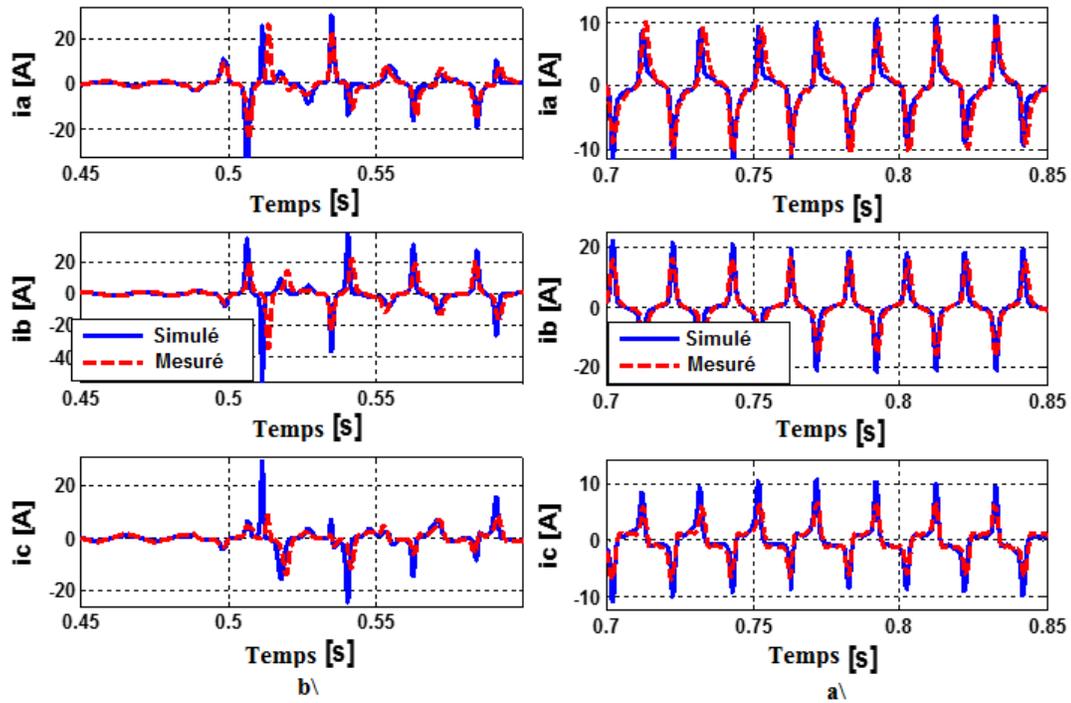


FIGURE 4.14: Courants des trois phases durant le mode quasi-périodique  
a/ régime permanent b/ régime transitoire

Les courants des trois phases sont également présentés à la Fig.4.14. Leur amplitude est importante. Sur les phases A et C elles atteignent 10 A et pour la phase B le courant est de 20A. La phase sur laquelle nous avons placé la capacité est traversée par un courant plus important que celui des deux autres phases.

Les courants obtenus par simulation sont proches de ceux expérimentaux. Ce qui confirme la validité du modèle élaboré.

#### 4.6.4 Mode chaotique

On effectue une simulation pour l'obtention du mode chaotique, on alimente avec une tension de 380V et pour une capacité de  $C_s = 3\mu F$ . Le mode chaotique est obtenu dans les trois phases et les résultats sont présentés à la Fig.4.15. Les courants obtenus lors de ce mode sont très importants.

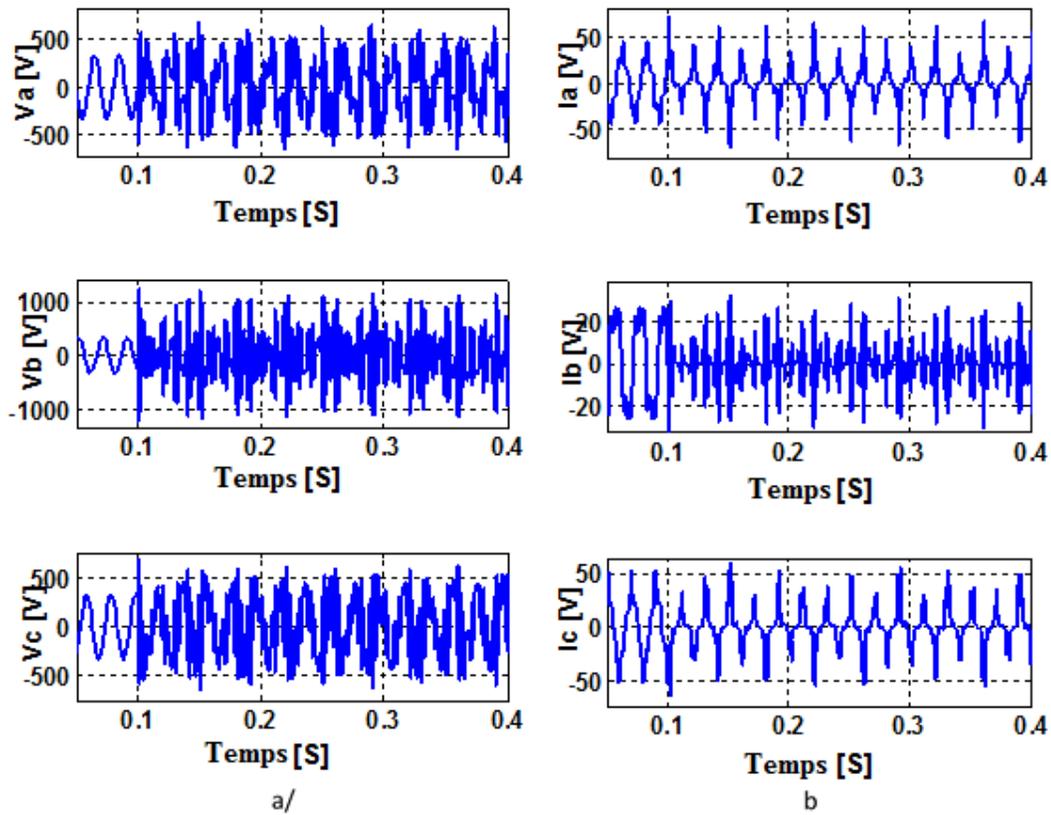


FIGURE 4.15: Résultats de simulation du mode chaotique  
a/ Tension b/ courant

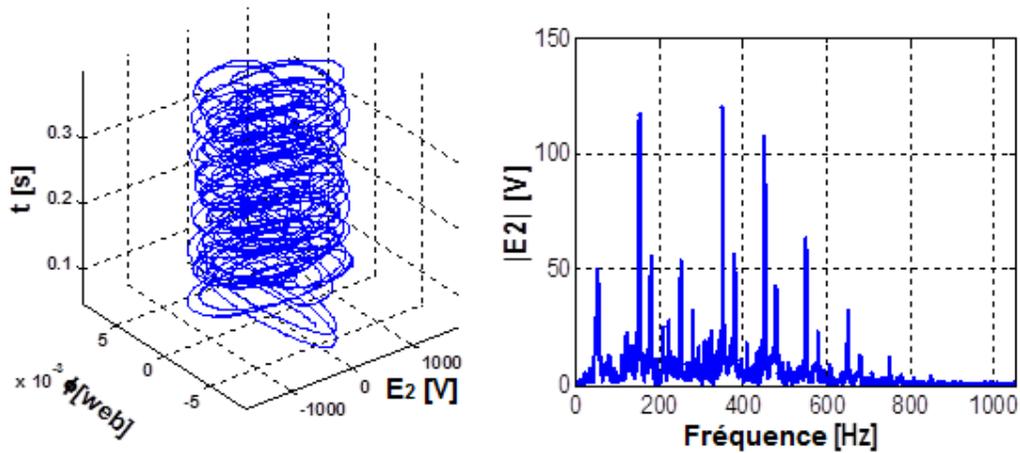


FIGURE 4.16: Trajectoire du plan de phase et le spectre de la tension secondaire lors du mode chaotique

## 4.7 Cas où le neutre est relié à la terre

Les résultats de simulation obtenus dans le cas où le neutre est relié sont indiqués aux Figs.4.17. Les paramètres sont les mêmes pour lesquelles nous avons obtenu le mode quasi-périodique  $V=220$  V,  $C_s = 20\mu F$ . Le courant de la phase B sur laquelle nous avons placé la capacité  $C_s$  est présenté à la Fig.4.17.a, tandis que les tensions secondaires du transformateur ne changent pas.

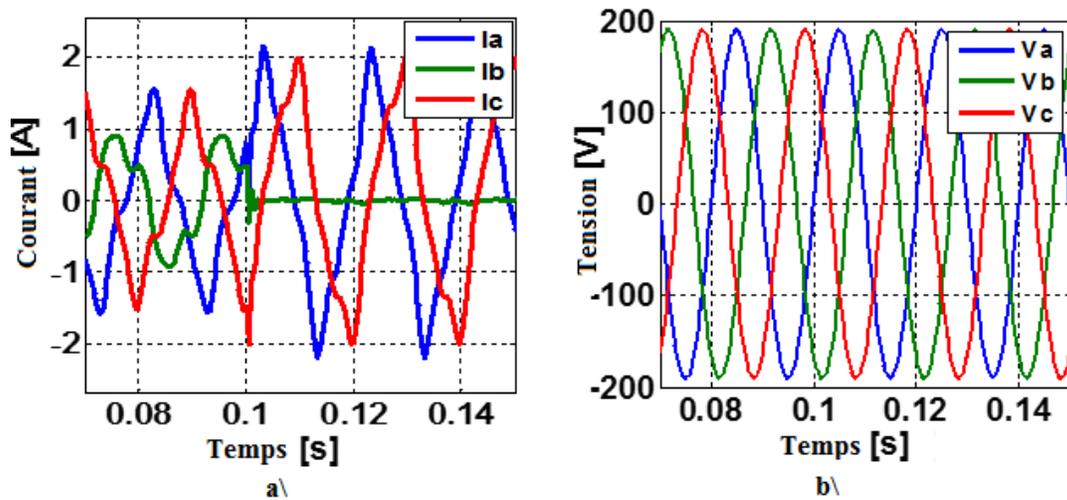


FIGURE 4.17: a/ Courant primaire des trois phases b/ Tension secondaire avec cas du neutre relié

## 4.8 Conclusion

Une situation qui peut survenir dans les réseaux électriques est celle d'un transformateur triphasé asymétrique à vide ou à faible charge, à neutre isolé avec défaut de disjoncteur. Cette situation met le système électrique dans une disposition propice à l'apparition des différents modes de la ferrorésonance. La reproduction d'une telle situation a été effectuée sur un banc d'essai au laboratoire pour voir comment se comporte le réseau électrique pendant l'apparition de ce phénomène. Les résultats obtenus ont montré que le problème de la ferrorésonance doit être pris en considération à cause du danger qui peut engendrer des courants et des tensions d'amplitude très importante aussi bien sur le transformateur que sur le réseau.

Notons que les tensions et courants des différents modes ferrorésonants d'un transformateur triphasé asymétrique obtenus expérimentalement et par simulation sont très comparables, ce qui confirme la validité du modèle élaboré.

## Conclusion Générale

Il est bien connu que le phénomène de la ferrorésonance, comme tous les phénomènes non linéaires, est assez complexe. Son apparition est rare, mais son effet sur le réseau électrique est très dangereux parce qu'il engendre des surtensions pleines d'harmoniques, et des surintensités sévères qui peuvent parfois détruire un transformateur. C'est pourquoi nous avons effectué des travaux sur ce phénomène afin de mieux le comprendre.

Les travaux effectués sont basés sur des cas réels qui peuvent apparaître dans les réseaux électriques. Il s'agit du cas d'un transformateur monophasé de type Shell et d'un autre transformateur triphasé asymétrique de type Core. Les études menées consistent en l'analyse de la ferrorésonance par des méthodes analytiques et par simulation numérique dans un domaine temporel.

Un modèle dynamique, de transformateurs monophasé et triphasé, qui tient compte de l'hystérésis et des courants de Foucault, a été élaboré. Ce modèle a été implémenté sur Matlab/Simulink pour la simulation du phénomène transitoire du transformateur. Il est basé sur la théorie des circuits électromagnétiques utilisant le modèle dynamique de Tellinen. Il a été également validé par la comparaison des résultats expérimentaux avec ceux simulés.

L'étude analytique par la méthode de Galerkin et par celle des harmoniques équilibrés nous a permis de définir une plage de variations des paramètres permettant de donner les modes ferrorésonants expérimentalement.

Enfin, nous n'omettons pas de signaler qu'il reste beaucoup à faire dans le domaine de la ferrorésonance notamment pour les transformateurs de grande puissance ainsi que pour les transformateurs spéciaux de haute fréquence utilisés principalement dans le domaine de l'électronique de puissance.

# Annexe A

## Annexe

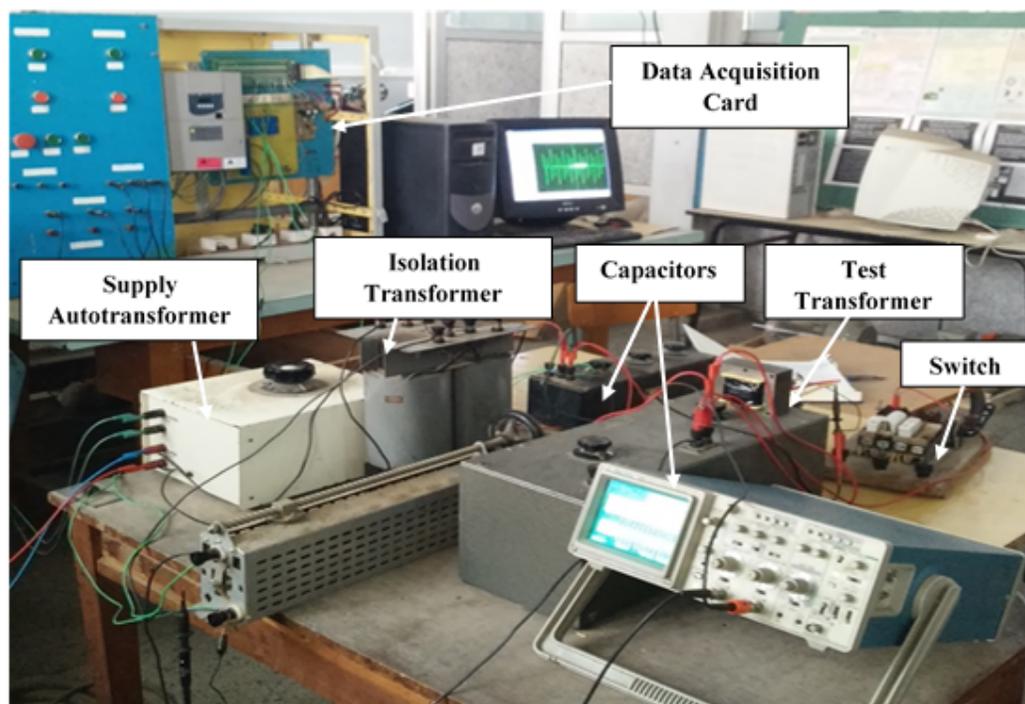


FIGURE A.1: Banc d'essai du transformateur monophasé

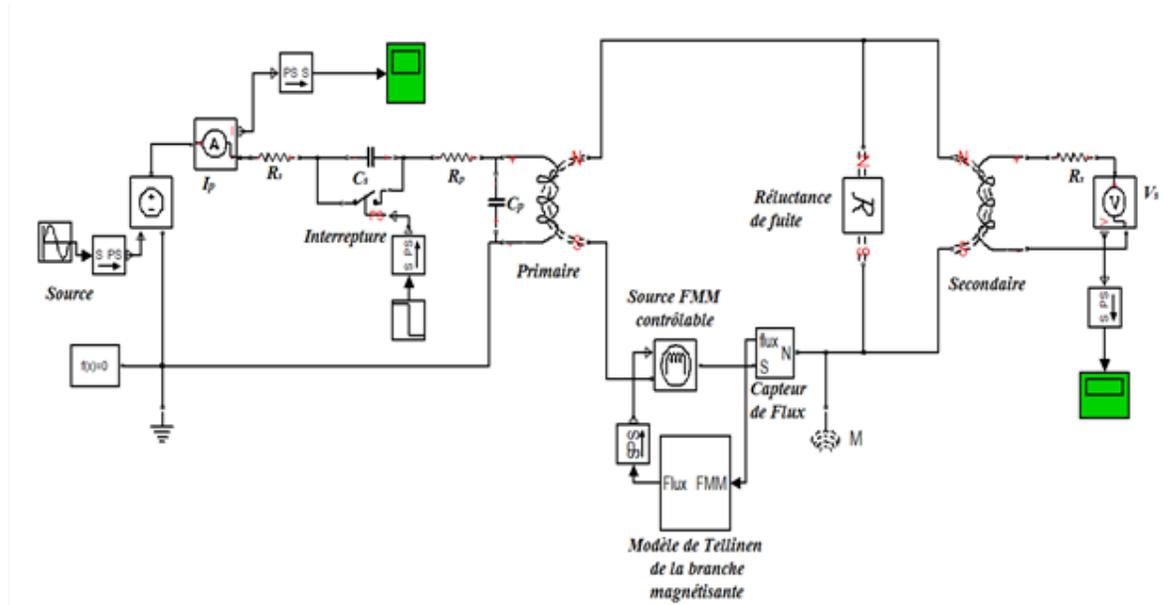


FIGURE A.2: Modèle du transformateur monophasé implémenté sur Matlab/Simulink

Photos prises sur oscillogramme pendant les tests expérimentaux sur le transformateur monophasé

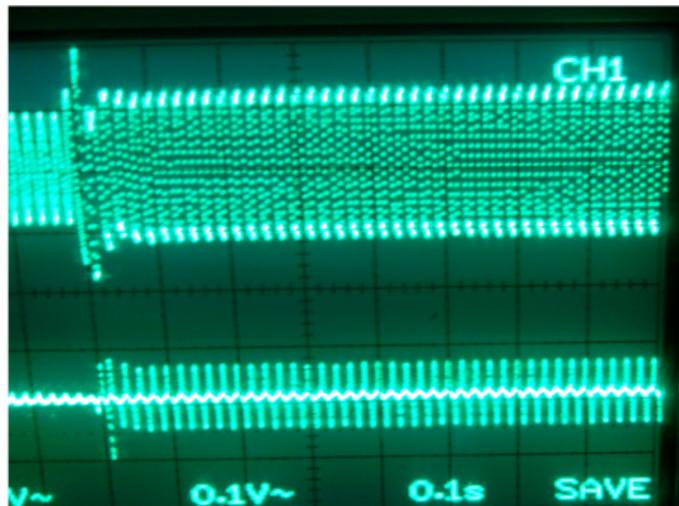


FIGURE A.3: Tension et courant pendant le mode fondamental

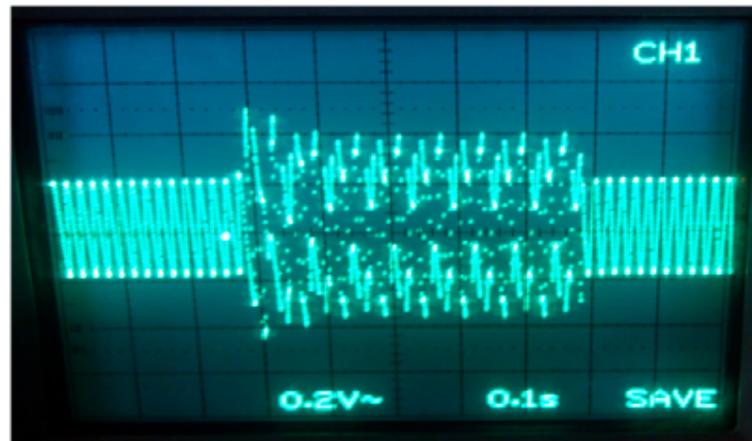


FIGURE A.4: Signal de la tension pendant le mode quasi-périodique

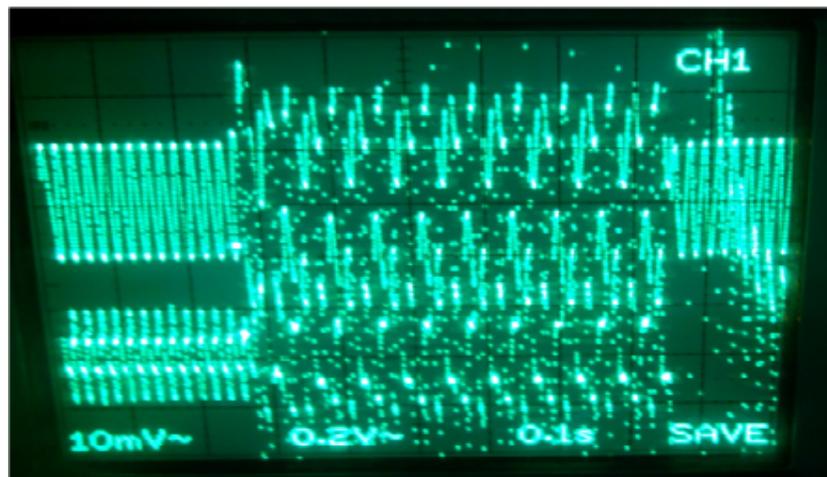


FIGURE A.5: Courant et tension lors du mode quasi-périodique



FIGURE A.6: Courant et tension lorsque le mode quasi-périodique apparaît puis il disparaît



FIGURE A.7: Tension et courant pendant le mode sous-harmonique

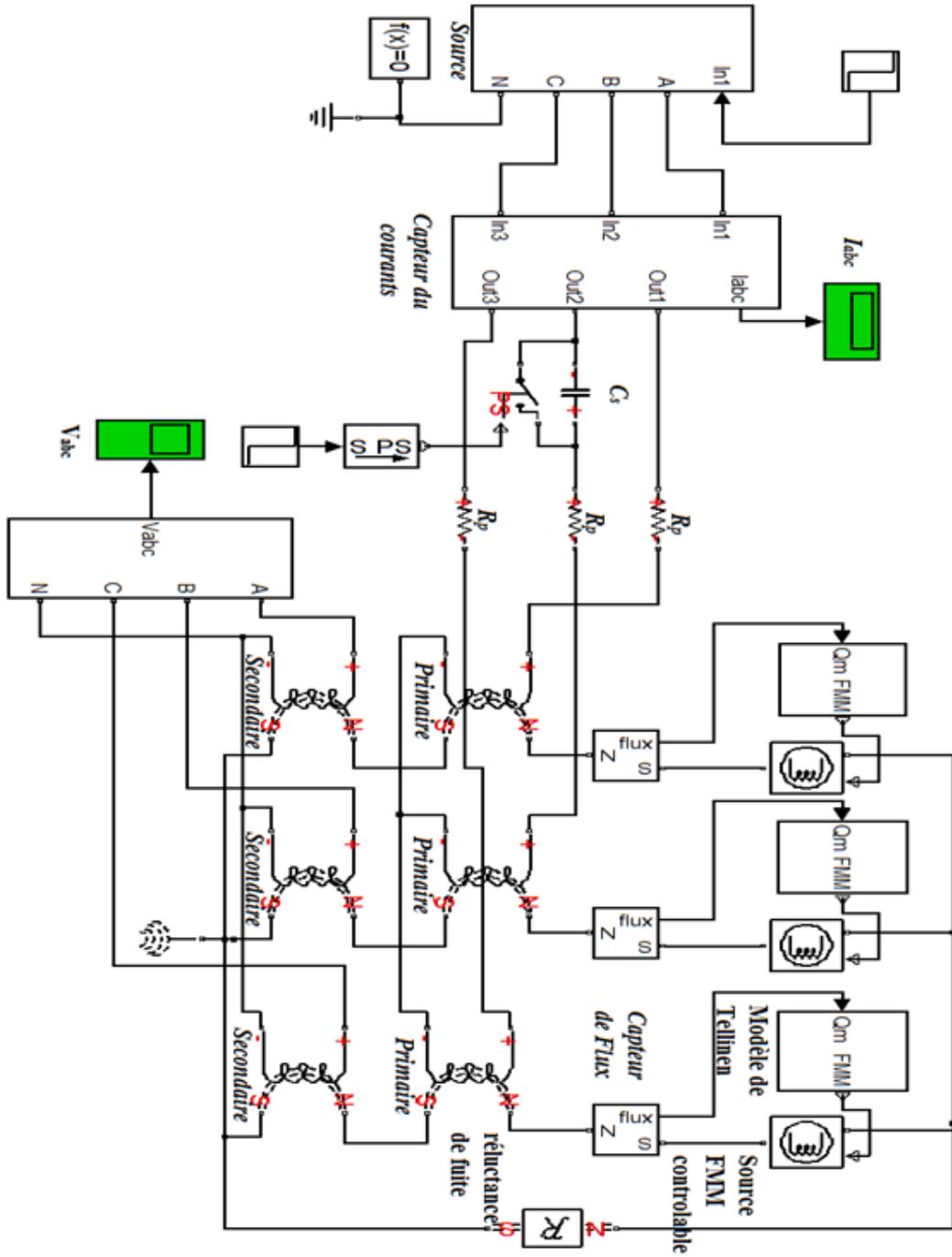


FIGURE A.8: Modèle du transformateur triphasé utilisé pour la simulation

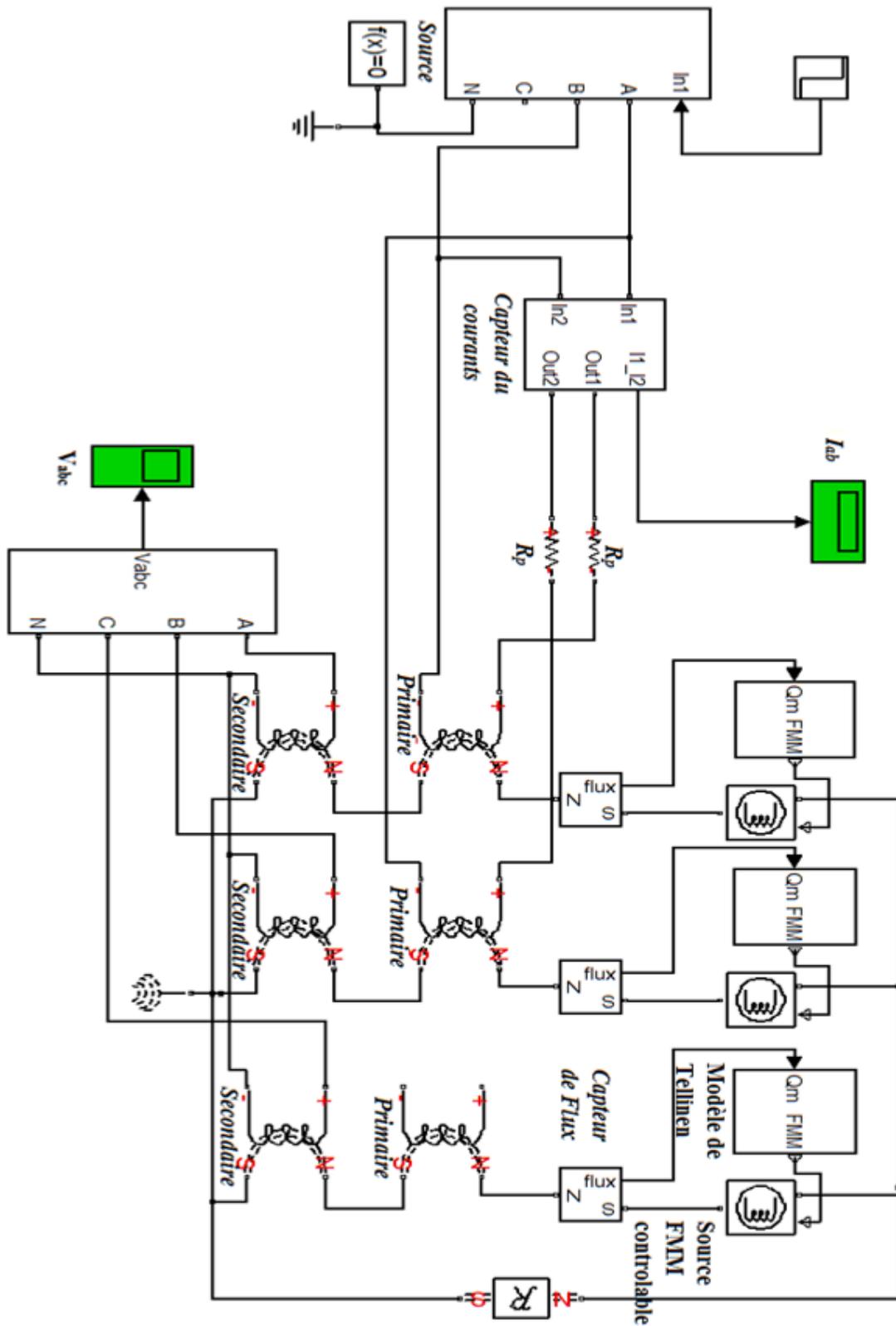


FIGURE A.9: Modèle pour la simulation de l'essai de mesure de la caractéristique  $(\Phi - i)$

# Bibliographie

- [1] P. S. Moses, M. A. Masoum, and H. A. Toliyat, "Impacts of hysteresis and magnetic couplings on the stability domain of ferroresonance in asymmetric three-phase three-leg transformers," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 26, no. 2, pp. 581–592, June 2011.
- [2] F. B. Amar and R. Dhifaoui, "Bifurcation lines calculations of period-1ferroresonance," *International Conference on Power Systems*, pp. 46–53, Lisbon, Portugal, Sept.22-24 2006.
- [3] F. Wörnle, D. K. Harisson, and C. Zhou, "Analysis of a ferrorésonnant circuit using bifurcation theory and continuation techniques," *IEEE Trans. On Power Delivery*, vol. 20, no. 1, pp. 191–196, 2005.
- [4] H. John, "A review of ferroresonance," *IEEE, 57th Annual Conference for Protective Relay Engineers*, pp. 1–25, April 2004.
- [5] S. Hassan, M. Vaziri, and S. Vadhva, "Review of ferroresonance in power distribution grids," *Proceedings of the IEEE International Conference on Information Reuse and Integration, IRI 2011, ,Las Vegas, USA*, pp. 444–448, August 2011.
- [6] J. Bickford and A. Heaton, "Transient overvoltages on power systems," *IEE Proceedings C Generation, Transmission and Distribution*, vol. 133.Pt.C, no. 4, pp. 2001–2025, 1986.
- [7] A. Tokic, V. Madzarevic, and I. Uglesic., "Hysteresis model in transient simulation algorithm based on bdf numerical method," *Power Tech. Conf., 2005 IEEE Russia, 72*, pp. 1–7, Dec 2005.
- [8] P. Ferracci, "ferrorésonance," *Group Schneider : Cahier technique*, no. 190, pp. 1–28, Mars 1998.

- [9] R. G. Kavasseri, "Analysis of subharmonic oscillations in a ferroresonant circuit," *Electrical Power and Energy Systems(28)*, p. 207–214, Sept 2005.
- [10] M. Rioual, J.-C. Kieny, and J. Mahserdjian, "Ferroresonance dans les réseaux modélisation et application aux typologies de circuit," *Techniques de l'ingénieur*, vol. d92, p. 1–15, 2009.
- [11] G. W. Swift, "An analytical approach to ferroresonance," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. Pas-88, no. 1, pp. 42–46, January 1969.
- [12] A. Bardhi, P. Cipo, and M. Braneshi, "Study of a ferroresonant circuit using analytic harmonic balance, numerical integration of nonlinear ode and experimental methods," *Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), 14th International*, pp. T8–12 – T8–19, 2010.
- [13] A. Rezaei-Zare, M. Sanaye-Pasand, H. Mohseni, S. Farhangi, and R. Iravani, "Analysis of ferroresonance modes in power transformers using preisach-type hysteretic magnetizing inductance," *IEEE Trans. on Power Del*, vol. 22, no. 2, pp. 919–929, April 2007.
- [14] K. Yamamura, "Simple algorithms for tracing solution curves," *IEEE Transactions Circuit and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, vol. 40, no. 8, pp. 537–541, August 1993.
- [15] J.-P. Dubraz, "Transformateur de mesure généralités. théorie. fonctionnement," *Techniques de l'ingénieur*, vol. d4720, p. 1–23, 1990.
- [16] S. Prusty and S. Sanyal, "New approach for study of ferroresonance," *Proc. IEE., Part. G*, vol. 123, no. 9, pp. 916–918, September 1976.
- [17] J. Tellinen, "A simple scalar model for magnetic hysteresis," *IEEE Trans. On Magn*, vol. 34, no. 4, pp. 2200–2206, Jul 1998.
- [18] M. Lambert, M. Martínez-Duró, J. Mahserdjian, F. de León, and F. Sirois, "Transformer leakage flux models for electromagnetic transients : Critical review and validation of a new model," *IEEE Trans. on Power Del*, vol. 29, no. 5, pp. 2180–2188, October 2014.
- [19] D. Jiles and D. Atherton, "Ferromagnetic hysteresis," *IEEE Trans. On Magn*, vol. 19, no. 5, pp. 2183–2185, Sept 1983.

- 
- [20] A. A. Adly and I. D. Mayergoyz, "Experimental testing of the average preisach model of hysteresis," *IEEE Transactions On Magnetics*, vol. 28, no. 5, pp. 2268–2270, Sept 1992.
- [21] E. F. Fuchs and Y. You, "Measurement of  $\lambda-i$  characteristics of asymmetric three-phase transformers and their applications," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 17, no. 4, pp. 983–990, october 2002.