

13/77

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT MECANIQUE

lex

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE D'UNE STATION
DE COMPRESSION

Sujet Proposé Par :

SONATRACH

Suivi Par :

Daniel Marquis

(assistant)

Etudié Par :

HOCINE Fayçal

BOURROUGA Brahim

BOUNOUH Mustapha

Promotion 77

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE D'UNE STATION
DE COMPRESSION

Sujet Proposé Par :
SONATRACH
Suivi Par :
Daniel Marquis
(assistant)

Etudié Par :
HOCINE Fayçal
BOURROUGA Brahim
BOUNOUH Mustapha

Promotion 77

-o- R E M E R C I E M E N T S -o-

QUE MONSIEUR DANIEL MARQUIS VEUILLE BIEN TROUVER ICI
NOS REMERCIEMENTS LES PLUS VIFS ET NOTRE PROFONDE
GRATITUDE.

NOUS REMERCIONS EGALEMENT TOUS LES PROFESSEURS
AYANT CONTRIBUE A NOTRE FORMATION, EN PARTICULIER
MONSIEUR PIEROZAK POUR L'AIDE ET LES CONSEILS QU'IL
NOUS A DONNE.

JE DEDIE CE TRAVAIL A MON PERE QUI N'EST PLUS.

H. Fayçal.

- SOMMAIRE -

ETUDE THERMODYNAMIQUE DU GAZ.

- Généralités	3
- Composition du gaz	3
- Compressibilité	5
- Densité	8
- Chaleur spécifique	9

ETUDE DU COMPRESSEUR .

- Problème générale du compresseur	16
- Etude du 1 ^{er} étage	20
- Calcul de la 1 ^{ere} cellule	22
- Pertes d'énergie	37
- Rendement global	51
- Puissances	51
- Paramètres d'arrêt	52
- Bilan énergétique	56
- Travail	57
- Rendement	57
- Puissance	59
- Etude qualitative de la réfrigération	60
- Conclusion	61

ETUDE DU MULTIPLICATEUR DE VITESSE .

- Introduction	62
- Caractéristique technique	62
- Détermination du module	63
- Etude de l'engrenement	65
- Rapport de conduite total	66
- Etude dynamique	69
- Efforts sur les dentures	71
- Efforts sur les arbres et paliers	71
- Détermination des arbres	73
- Calcul des dentures pour les engrenages parallèles	78
- A) Rupture	78
- B) Pression superficielle	88

- Détermination de la vitesse critique de l'arbre d'entrée et de sortie94
- Détermination des paliers et butées106
 - Choix du lubrifiants106
 - Dimensionnement des paliers et butées ..107
- Rendement général du multiplicateur118
- Carter120
- Matériaux pour les engrenages121

ETUDE DE LA TURBINE A GAZ .

- Généralités123
- Principe de fonctionnement123
- Calculs thermodynamiques et dimensionnement des différents organes de la turbine124
 - Description du cycle124
 - Diffuseur d'entrée129
 - Compresseur axial129
 - Chambre de combustion142
 - Roue haute pression153
 - Roue basse pression158
- Etude de la variation de la puissance et du rendement suivant les condition climatique ..166

-||-||-||-||-||-||-||-||-||-

La réinjection de fluide (eau, gaz, ou eau et gaz) dans les puits de pétrole est un procédé qui permet une meilleure récupération du pétrole et qu'on applique aux gisements dits "de condensats".

La réinjection, incluse dans son contexte appelé "CYCLING" (Cf planche A), consiste à extraire d'abord toutes les parties condensables du gaz humide provenant du gisement et à reinjecter dans celui-ci, le gaz sec résiduel afin de maintenir la pression donc la production.

La station de compression de la société SONATRACH telle que construite actuellement, fait partie d'un certain nombre d'installations, dont le but est d'améliorer le coefficient de récupération de l'huile de gisement (pétrole) et de maintenir une certaine pression dans les puits.

La station comprime à une pression de 420 Kg/cm^2 le gaz-pétrole (GP) produit sur les installations locales et fait augmenter ainsi le rendement d'extraction d'environ $1/3$.

DESCRIPTION GENERALE DE L'UNITE

Process et Instruments

L'unité comprend :

- 1 préaspirateur d'aspiration.
- 2 séparateurs d'aspiration.
- 1 groupe de traitement fuel-gaz composé de :
 - 1 séparateur.
 - 1 réchauffeur.
 - 1 filtre.
- 1 groupe de compression 1^{er} et 2^{eme} étage composé de :
 - 1 turbine à gaz.
 - 1 multiplicateur de vitesse.
 - 1 compresseur double corps.
- 1 aéro-réfrigérant 1^{er} étage.
- 1 séparateur 2^{eme} étage.
- 1 aéro-réfrigérant 2^{eme} étage.
- 1 séparateur d'aspiration 3^{eme} étage.

- 1 groupe de compression 3^{eme} et 4^{eme} étage composé de :
 - 1 turbine à gaz.
 - 1 multiplicateur de vitesse.
 - 2 compresseur.
- 1 aéro-réfrigérant 3^{eme} étage.
- 1 séparateur 4^{eme} étage.
- 1 aéro-réfrigérant 4^{eme} étage.

On a porté sur la planche A, le process du gaz qui est le principal circuit du gaz depuis son entrée à une pression de 28 Kg/cm², jusqu'à sa sortie de la station, ainsi que le "CYCLING" montrant d'une manière générale le principe de la réinjection de gaz dont les caractéristiques seront données plus loin.

Notre travail comportera l'étude des trois principales machines à savoir les compresseurs centrifuges, le multiplicateur de vitesse et la turbine à gaz.

Il s'agira d'une étude assez générale qui comportera une partie thermodynamique et une autre où l'on essayera de dimensionner les différents organes des machines. Cependant il s'avère qu'une étude thermodynamique du gaz à comprimer est nécessaire .

ETUDE THERMODYNAMIQUE DU GAZ

GENERALITES

Dans le but de mieux connaître les performances des compresseurs, il est indispensable d'étudier le comportement du gaz à comprimer, comportement qui varie suivant la pression et la température.

Certaines équations d'état $f(P, V, T, \dots) = 0$ ont été proposées pour définir les caractéristiques P, V , et T , et leur précision est d'autant plus grande que le nombre de constantes qu'elles comportent est grand. Il en est de même pour leur complexité.

Dans le cas des gaz parfaits, la loi $PV = RT$ (1) de Boyle-Mariotte caractérise un modèle de gaz dont les molécules sont considérées comme des masses ponctuelles sans interaction les unes sur les autres. Elles sont considérées comme valables pour des pressions très voisines de l'atmosphère et des températures très voisines de 0°C .

On introduit dans le cas des gaz réels un facteur sans dimension pour corriger l'équation (1) et l'approcher des résultats expérimentaux: c'est le facteur de compressibilité Z (étudier ultérieurement). L'équation (1) devient alors : $PV = ZRT$.

Cette étude portera sur la composition du gaz, sa compressibilité, sa densité et surtout sur sa chaleur spécifique à pression constante.

COMPOSITION DU GAZ

Le gaz qu'on étudie est appelé gaz pétrole (GP). L'analyse chromatographique nous permet de déterminer ses constituants ainsi que leur différent pourcentage volumique ou fraction molaire et finalement, on peut connaître sa densité par rapport à l'air (0,6925) grâce au densimètre

ce qui nous donne :

Constituants	% volumiques	fractions molaires	masses(g)	% massiques
C_2H_4	79,59	0,7959	12,7344	63,50
C_2H_6	11,70	0,1170	3,51	17,50
C_3H_8	4,27	0,0427	1,8788	9,370
nC_4H_{10}	0,42	0,0042	0,2436	1,21
iC_4H_{10}	0,84	0,0084	0,4872	2,43
nC_5H_{12}	0,20	0,0020	0,144	0,72
iC_5H_{12}	0,17	0,0017	0,1224	0,61
C_6H_{14}	0,07	0,0007	0,0602	0,30
N_2	2,08	0,0208	0,5824	2,90
CO_2	0,66	0,0066	0,2904	1,45
	100 %	1,0000	20,0534	100 %

- Tableau 1 -

D'autre par sa densité ρ_0 par rapport à l'air nous permet de connaître son poids moléculaire M par le biais de la relation :

$$M = 28,9 \cdot \rho_0$$

avec : $\rho_0 = 0,6925$

ce qui nous donne :

$$M = 28,9 \cdot 0,6925 = 20,01$$

On remarquera une différence très légère entre ce poids moléculaire " experimental " et celui calculé plus haut (20,0534)

Cet écart de 0,2 % est dû aux rendement de mesures du chromatographe et du densimètre .

COMPRESSIBILITE

La compressibilité d'un gaz est définie par son facteur de compressibilité Z, (égal à 1 pour les gaz parfaits), important puisqu'il intervient dans le calcul de la hauteur polytropique du compresseur. Deux méthodes sont utilisées pour calculer ce coefficient :

- méthode analytique.
- méthode graphique.

On se limitera à cette dernière du fait qu'elle présente avec l'expérience des résultats acceptables .

Les valeurs réduites de la température (T_r) et de la pression (P_r) sont nécessaires, donc la connaissance des valeurs critiques des composants du gaz.

La température critique (T_c) d'un gaz est la température au-dessus de laquelle, liquide et vapeur ne peuvent subsister en équilibre.

A cette température correspond une pression critique (P_c), un volume et une densité critique (V_c, ρ_c).

Soit un gaz à n constituants et soit le constituant i, sa fraction molaire y_i , ses valeurs critiques : T_c et P_c .

On cherche :

$$\sum_{i=1}^n y_i \cdot T_{ci} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^n y_i \cdot P_{ci} \quad (\text{équation de Kay})$$

Les conditions réduites sont alors :

$$T_r = \frac{T}{\sum_{i=1}^n y_i \cdot T_{ci}} \quad \text{et} \quad P_r = \frac{T}{\sum_{i=1}^n y_i \cdot P_{ci}}$$

où $T(^{\circ}K)$ et $P(\text{atm})$ sont les conditions du système on se réfère ensuite à la figure 8bis et on tire Z

On a pour tous les constituants :

Constituants	i	y_i (%)	T_{ci} (°K)	$y_i T_{ci}$ (K)	P_{ci} (atm)	$y_i P_{ci}$ (atm)
C_1H_4	1	0,7959	190,7	151,78	45,8	36,45
C_2H_6	2	0,1170	305,4	35,73	48,2	5,64
C_3H_8	3	0,0427	369,9	15,79	42,0	1,79
nC_4H_{10}	4	0,0042	425,2	1,79	37,5	0,16
iC_4H_{10}	5	0,0087	408,1	3,55	36	0,31
nC_5H_{12}	6	0,0020	469,5	0,94	33,3	0,07
iC_5H_{12}	7	0,0017	460,4	0,78	32,9	0,06
C_6H_{14}	8	0,0007	507,3	0,36	29,9	0,02
N_2	9	0,0208	126,2	2,62	33,5	0,70
CO_2	10	0,0066	304,2	2,01	72,9	0,48

- Tableau 2 -

On en déduit :

$$\sum_i y_i \cdot T_{ci} = 215,35 \cdot K$$

$$\sum_i y_i \cdot P_{ci} = 45,68 \text{ atm}$$

d'où :

$$Tr = \frac{T}{215,35} \quad \text{et} \quad Pr = \frac{P}{45,68}$$

Sont résumées sur le tableau.3 les différentes valeurs de Z pour les 4 compresseurs.

Rappelons que pour un compresseur ayant une entrée(1) et une sortie(2),le facteur Z s'écrit :

$$Z_{\text{moyen}} = Z = \frac{Z_1 + Z_2}{2}$$

Compresseurs		I	II	III	IV
Entrée (1)	T ₁ (°K)	323	333	338	338
	Tr ₁ (°K)	1,501	1,547	1,570	1,570
	P ₁ (atm)	28	57	117	245
	Pr ₁	0,61	1,25	2,56	5,36
	Z ₁	0,942	0,893	0,822	0,853
Sortie (2)	T ₂ (°K)	398	408	428	403
	Tr ₂	1,849	1,895	1,988	1,872
	P ₂ (atm)	58	119	247	425
	Pr ₂	1,27	2,61	5,41	9,30
	Z ₂	0,947	0,920	0,964	1,106
Z _{moyen}		0,945	0,907	0,893	0,980

- Tableau 3 -

Remarque : Si les valeurs critiques des constituants ne sont pas connues, on peut utiliser des abaques donnant le facteur Z et ce partant du poids moléculaire M et de la densité relative à l'air ρ_0

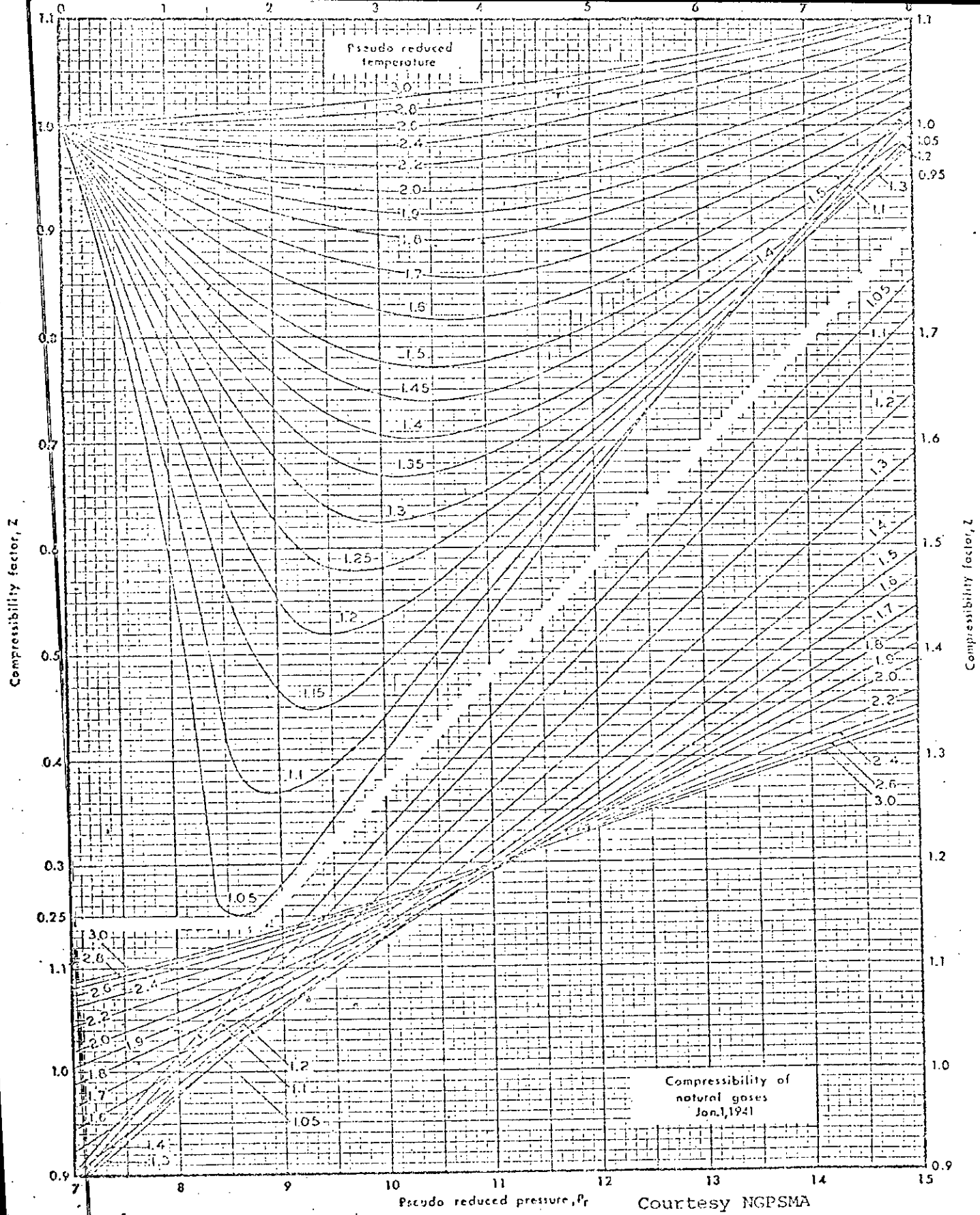


Figure 6

8615

DENSITE

On peut éxprimer la densité d'un gaz en fonction de Z,P, T et de M

$$\rho = \frac{g}{V} = \frac{P \cdot M}{Z \cdot R \cdot T} \text{ (g/l) avec } R = 0,08205 \text{ l.atm/}^\circ\text{K}$$

de même que Z, $\rho_{\text{moyen}} = \bar{\rho} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$

le tableau 4 nous donne les valeurs calculées pour les 4 compresseurs.

Compresseurs		I	II	III	IV
Entrée (1)	T ₁ (°K)	323	333	338	338
	P ₁ (atm)	28	57	117	245
	Z ₁	0,942	0,893	0,822	0,853
	ρ ₁ (g/l)	22,477	46,819	102,859	207,560
Sortie (2)	T ₂ (°K)	398	408	428	403
	P ₂ (atm)	58	119	247	425
	Z ₂	0,947	0,920	0,964	1,106
	ρ ₂ (g/l)	37,590	77,442	146,238	232,918
ρ _{moyen} (g/l)		30,033	62,130	124,548	220,239

- Tableau 4 -

CHALEUR SPECIFIQUE Cp

La chaleur spécifique à pression constante est une fonction d'état. Elle dépend par conséquent de l'état du gaz c'est à dire sa pression et sa température.

Le calcul de la variation totale de la chaleur spécifique avec la température et la pression se fera donc en 2 parties :

- Calcul du $C_p(T)$ à $P=1$ atm et une température $T(^{\circ}K)$.
- Calcul de la variation de $C_p(\Delta C_p)$ avec la pression allant de $P=1$ atm à P .

Rappelons que pour un gaz à n constituants ayant chacun une chaleur spécifique $C_{pi}(i=1, \dots, n)$ et un pourcentage volumique m_i , C_p s'écrit :

$$C_p = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot C_{pi}}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

On commencera par chercher séparément, pour chaque constituant les différents C_{pi}

On aura pour un constituant i :

$$C_{pi} = C_{pi}(T) + \Delta C_{pi}$$

et pour le gaz :

$$C_p = \frac{\sum_{i=1}^n m_i C_{pi}(T) + \Delta C_{pi}}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Chaleur spécifique $C_p(T)$

Elle est définie par :

$$C_p(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^{-2}$$

a, b, c étant des coefficient expérimentaux qui varient d'un composant à l'autre et qui sont donnés dans le tableau 5 où a été effectué le calcul à $T = 362 \text{ }^{\circ}K$

Constituants	a	b.10 ³	c.10 ⁶	d.10 ⁻⁵	C _p (T) cal/mole°K
C ₂ H ₄	3,422	17,845	-4,165	-	9,336
C ₂ H ₆	1,375	41,852	-13,827	-	14,713
C ₃ H ₈	0,410	64,71	-22,582	-	20,876
nC ₄ H ₁₀	4,357	72,552	-22,145	-	27,719
iC ₄ H ₁₀	2,296	82,407	-38,792	-	27,044
nC ₅ H ₁₂	3,140	100,532	-35,560	-	34,873
iC ₅ H ₁₂	-	-	-	-	-
C ₆ H ₁₄	7,313	104,906	-32,397	-	41,044
N ₂	6,65	1,00	-	-	7,012
CO ₂	10,55	2,16	-	-2,04	9,775

- Tableau 5 -

Variation du Cp avec la pression : ΔCp

Cette variation est relativement plus complexe à calculer qu'avec la température.

La combinaison du premier et du second principe de la thermodynamique nous donne :

$$dS = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \cdot dP + \frac{C_p}{T} \cdot dT \quad (1)$$

Soit d'autre part $z=f(x,y)$

on a :

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy = M \cdot dx + N \cdot dy$$

avec

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y \quad (2)$$

en combinant (1) et (2) on a :

$$\left(\frac{\partial \left(-\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial \left(\frac{C_p}{T}\right)_T}{\partial P}\right)_T$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_T$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P \quad (3)$$

L'intégration de (3) à $T=\text{constante}$ nous donne la variation de C_p avec la pression.

D'où :

$$\Delta C_{pi} = C_{pi}(P) - C_p(P=1) = -T \int_1^P \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P dP$$

Cette intégrale se calcule graphiquement ou analytiquement. Pour les pressions allant jusqu'à une vingtaine d'atmosphères l'équation de Berthelot:

$$PV = RT + \frac{9}{128} \cdot \frac{RTc}{Pc} \left[1 - 6 \frac{Tc^2}{T^2} \right] P$$

après seconde dérivation donne :

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P = -\frac{324}{128} \cdot \frac{RTc^3}{T^4 Pc}$$

En portant cette valeur dans (3) on a :

$$C_{pi}(P) - C_{pi}(P=1) = \Delta C_{pi} = \frac{324 \cdot R \cdot Tc^3}{128 \cdot Tc^3 \cdot Pc} (P_i - 1)$$

Notre étude nous amène jusqu'aux environ de 400 atm, région où l'équation de Berthelot n'est plus applicable

Soit pour cela l'équation de Van Der Waals :

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = R \cdot T \quad (4)$$

où a et b sont les constantes de Van Der Waals.
Pour 1 mole de gaz on a :

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_p$$

En différenciant l'équation (4) deux fois, on a :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P &= \frac{R}{P - a \cdot v^{-2} + 2 \cdot a \cdot b \cdot v^{-3}} \\ \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P &= -R \left(\frac{2 \cdot a \cdot v^{-3} - 6 \cdot a \cdot b \cdot v^{-4}}{P - a \cdot v^{-2} + 2 \cdot a \cdot b \cdot v^{-3}} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \\ &= -R^2 \left(\frac{2 \cdot a \cdot v^{-3} - 6 \cdot a \cdot b \cdot v^{-4}}{(P - a \cdot v^{-2} + 2 \cdot a \cdot b \cdot v^{-3})^3} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

L'intégration de (5) donne :

$$\begin{aligned} \Delta C_p &= - \int_1^P T \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P \cdot dP \\ \Delta C_p &= T \cdot R^2 \int_1^P \frac{2 \cdot a \cdot v^{-3} - 6 \cdot a \cdot b \cdot v^{-4}}{(P - a \cdot v^{-2} + 2 \cdot a \cdot b \cdot v^{-3})^3} \quad (6) \end{aligned}$$

où : a, b, T, P, sont les constantes de Van Der Waals,
la température et la pression du corps i.

Le volume v est tiré de l'équation (4) qui se transforme
en :

$$P \cdot v^3 - v^2 (P \cdot b + R \cdot T) + a \cdot v - a \cdot b = 0 \quad (7)$$

On a fait notre étude pour une température moyenne à tous les compresseurs : $T = 362 \text{ }^\circ\text{K}$; on détermine le volume par approximations successives (Méthode de Newton) et pour les corps présentant un point d'inflexion aux environs de la solution, on a incluse dans le programme un test nous menant aux limites de la zone d'inflexion.

On procède ensuite à une intégration graphique de la fonction :

$$f(v) = \left(\frac{\int^2 v}{\int T^2} \right)_P$$

pour des pas allant de 0,5 en 0,5 bar et ce par la méthode des trapèzes .

Il s'avère que pour certains points et pour certains corps, la valeur de $f(v)$ présente des maximums abhérants qui ne signifient rien du point de vue physique et qui nous donne des valeurs du C_p abhérantes.

Ce sont des particularités que l'étude mathématique de l'équation de Van Der Waals a fait apparaître.

On a ,à ce niveau aussi, inclus un test rejettant les valeurs abhérantes choisies après vérification des puissances données par le constructeur.

Sont donnés ci-dessous les différents coefficient (a,b) de l'équation de Van Der Waals pour les différents constituants de notre gaz

Constituants	a(1.atm/ mole ²)	b(1/mole)	Constituants	a	b
C H ₄	2,256	0,04271	nC ₅ H ₁₂	19,01	0,1460
C ₂ H ₆	5,849	0,06380	iC ₅ H ₁₂	18,05	0,1417
C ₃ H ₈	8,664	0,08445	C ₆ H ₁₄	24,39	0,1735
nC ₄ H ₁₀	14,47	0,1226	N ₂	1,390	0,0391
iC ₄ H ₁₀	12,87	0,1142	CO ₂	3,592	0,0426

N'oublions pas de mentionner que les valeurs de C_p considérées sont corrigées en fonction des valeurs trouvées sur ordinateur, car la méthode de Van Der Waals présente, avec l'expérience des pourcentages d'erreurs, donnés par les graphes du % d'erreur = $f(P)$ avec :

$$C_p = C_p (\text{ordinateur}) - x\% \cdot C_p (\text{ordinateur}).$$

On pourrait dire qu'il y a plusieurs méthodes nous donnant la chaleur spécifique d'un gaz.

On choisit celle de Van Der Waals pour les différentes données qui sont disponibles.

La méthode la plus exacte est la méthode expérimentale mais son inconvénient réside dans la difficulté d'avoir un matériel approprié.

PROGRAMME ET LISTINGS .

La détermination du Cp de notre gaz a necessiter un calcul sur ordinateur (I.B.M. 1130) dont on donne le programme ainsi que les listings et ce dans l'ordre : C_4H_4 , C_2H_6 , C_3H_8 , nC_4H_{10} , iC_4H_{10} , nC_5H_{12} , iC_5H_{12} , C_6H_{14} , N_2 , CO_2 .

Programme :

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST ALL
*IOCS(CARD,1132 PRINTED)
    DIMENSION AA(10),BB(10),BT(10),AT(10),CT(10),
              DT(10),IP(40),
    1 CPT(10),RES(40,10),PMAX(10),TMAX(10),GAZ(40),X(10)
    READ(2,200)(AA(L),BB(L),AT(L),BT(L),CT(L),DT(L),X(L),
              L=1,10)
    200 FORMAT(F7.3,3X,F8.5,2X,F7.3,3X,F8.3,2X,F7.3,3X,
              F5.2,5X,F7.4)

    T=420.
    R=0.08205
    DP=2.
    TDMAX=500.
    DO 8 L=1,10
    CPMAX=0.
    II=1
    P=4.
    V=R*T/P*1000.
    CP=0.
    TDM1=0
    K=1
    A=AA(L)
    B=BB(L)
    CPT(L)=AT(L)+BT(L)*T/1000.-CT(L)*T**2./1000000.
    1 -DT(L)*100000./T**2.
```

```

DO 7 I=1,399
V=V/1000.
J=1
5 Y=P*V**3.-(P*B+R*T)*V**2.+A*V-A*B
  YP=3.*P*V**2.-2*(P*B+R*T)*V+A
  IF(YP)11,11,12
12 VP1=V-Y/YP
  IF(VP1)11,11,13
13 DIF=ABS(VP1-V)
  IF(ABS(VP1-V7-1./1000000.))2,2,1
  1 V=VP1
  GOTO 14
11 V=V-V/10.
14 J=J+1
  IF(J-30)5,5,4
  4 WRITE(3,500) P,V
500FORMAT(10X,'CALCUL IMPOSSIBLE POUR PP(I)= ',F7.2
,5X,E14.7,/)
  CP=CP+DP*TDM1
  2 V =VP1*1000.
  RM=R*1000.
  BM=B*1000.
  AM=A*1000000.
  TDV2=TRM**2.*(2.*AM/V**3.-6.*AM*BM/V**4.)/
  1 (P*AM/V**2.+2.*AM*BM/V**3.)*3.
  IF(ABS(TDV2-TDMAX)17,17,16
16 IF(TDV2)20,21,21
21 CP=CP+DP*TDM1
20 TDM1=TDM1*(-1.)
  IF(II-1)18,19,18
19 PMINI=P
18 PMAXI=P
  II=II+1
  GOTO 15
17 CP=CP+DP*(TDV2+TDM1)/2.
  TDM1=TDV2
15 CPC=CP*24.2179/1000.
  CPTP=CPT(L)+CPC
  IF(CP-CPMAX)23,23,22
22 CPMAX=CP
  PMAX(L)=P
  TMAX(L)=CPTP
23 CONTINUE
  C=(FLOAT(I)-4.)/5.
  TT=C-IFX(C)
  IF(TT) 7,9,7
  9 IP(K)=K*10
  RES(K,L)=CPTP
  K=K+1
  7 P=P+DP
  WRITE(3,101)AA(L),BB(L),AT(L),BT(L),CT(L),DT(L),X(L)

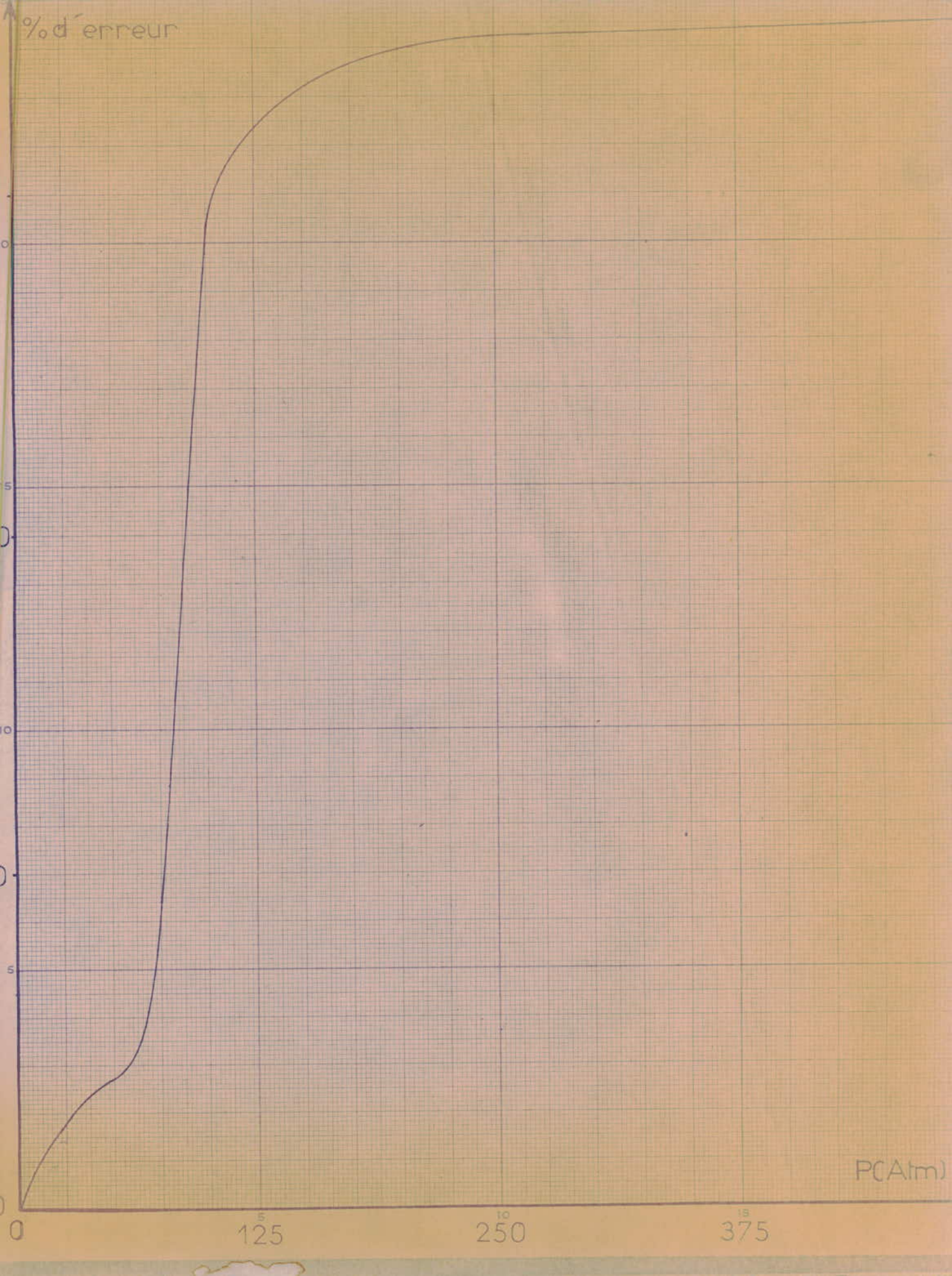
```

```

101FORMAT(1X,7(4X,F9.3))
  8 CONTINUE
    DO24 K=1,40
      CPGAZ=0.
      DO24 L=1,10
        CPGAZ=RES(K,L)*X(L)+CPGAZ
24  GAZ(K)=CPGAZ
    DO 25 I=1,30
      WRITE(3,401)(CPT(L),L=1,10)
25  WRITE(3,400)(IP(K),(RES(K,L),L=1,10),GAZ(K),K=1,40)
401FORMAT(1X,/////,9X,10(F8.3,2X),/,3X,116(' '))
400FORMAT(3X,I4,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,
          2X,
          1 F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X)
      STOP
    END

```

% d'erreur



P(Atm)

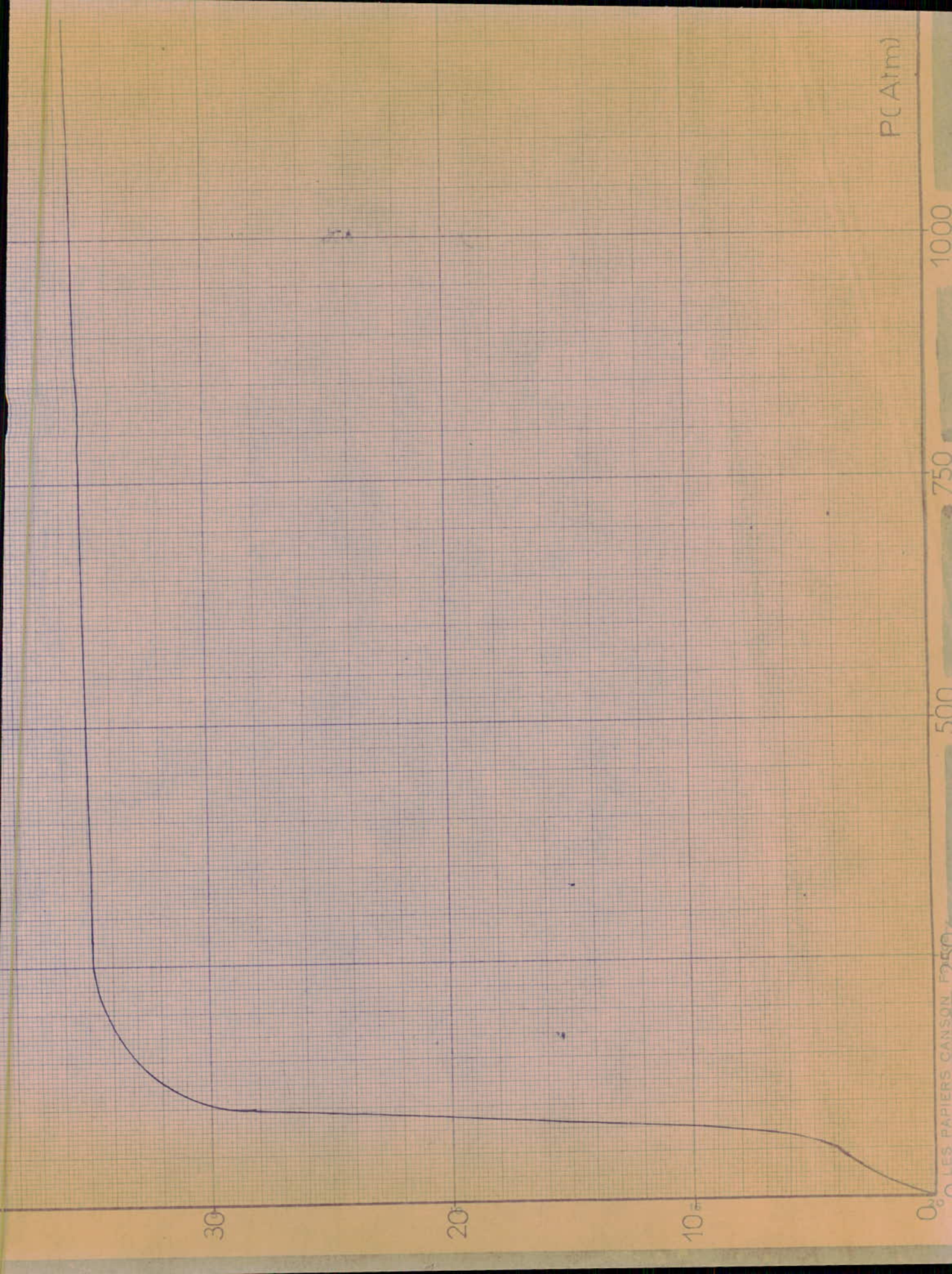
0

125

250

375

P(Arm)



1000

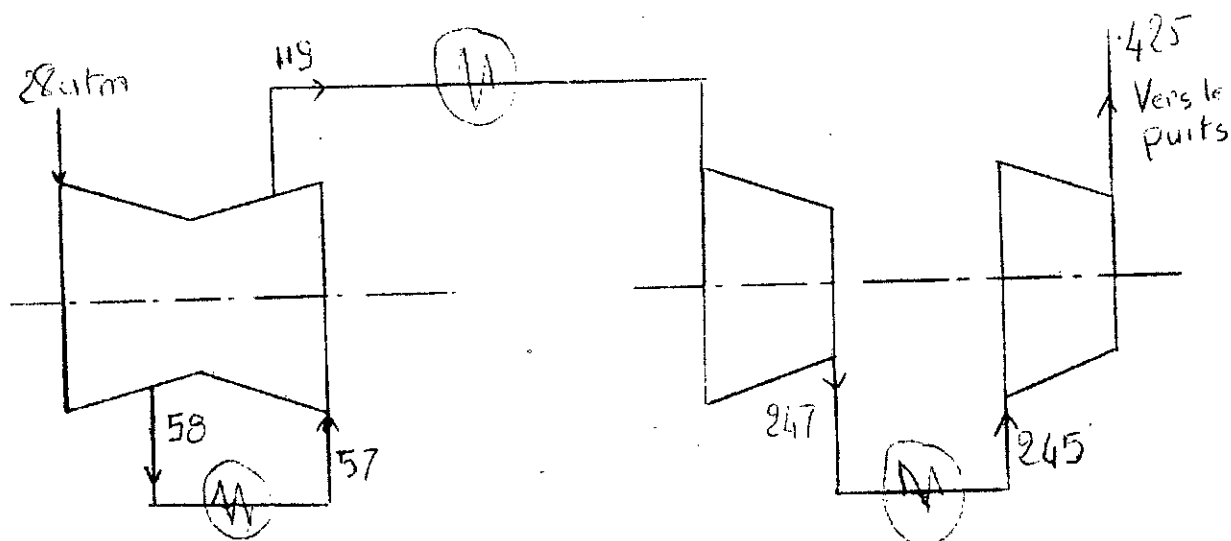
750

500

0° LES PAPIERS CANSON F400

ETUDE DES COMPRESSEURS

La compression est assurée par 4 compresseurs centrifuges avec réfrigérants intermédiaires, dont le principe est schématisé sommairement ci-dessous :



Nous étudierons successivement la 1^{er} roue du 1^{er} compresseur en détail (le calcul pour les autres roues étant similaire), les différents rendements de ce dernier et enfin le bilan énergétique pour tous les compresseurs. pour cela, nous disposant entre autre de quelques données relevées sur station et sur dessin.

Cette étude se fera pour des conditions climatiques défavorables c'est à dire en été, avec une température d'entrée pour le 1^{er} compresseur de 50°C (323°K) et une température de sortie de 125°C (398°K).

PROBLEME GENERALE DU COMPRESSEUR

Avant de commencer l'étude détaillée de la roue, on étudiera le problème du compresseur en général. On admettra une valeur de $C_p = 2 \text{ Kj/Kg}$ qui est très sensiblement égale à celle calculée dans la partie thermodynamique.

$$C_p = 2 \text{ Kj/kg}$$

$$C_p - C_v = r = \frac{R}{M} = \frac{8,314}{20,05} = 0,415 \text{ Kj/Kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = \frac{C_p}{C_p - r} = \frac{2}{2 - 0,415} = 1,26$$

$$C_p = 2 \text{ Kj/Kg}$$

$$\gamma = 1,26$$

L'énergie impartie au fluide par la roue centrifuge peut être calculée soit à partir de la relation pour fluides compressibles, soit à partir de l'équation d'Euler :

$$(W + Q)_{1,2} = H_2 - H_1 + \frac{1}{2} (C_2^2 - C_1^2) + g (z_2 - z_1)$$

Énergie thermique et mécanique échangées avec l'extérieur = Variation d'enthalpie + Variation de l'énergie cinétique + variation de l'énergie potentielle.

D'une façon générale il n'y a pas d'échange de chaleur entre le fluide traversant la machine et l'extérieur donc :

$$Q_{12} = 0$$

La différence d'altitude entre les brides d'entrée et de sortie du compresseur, étant négligée, de même que les vitesses du fluide dans ces brides étant égales, on a :

$$g (z_2 - z_1) = 0$$

$$C_1 = C_2$$

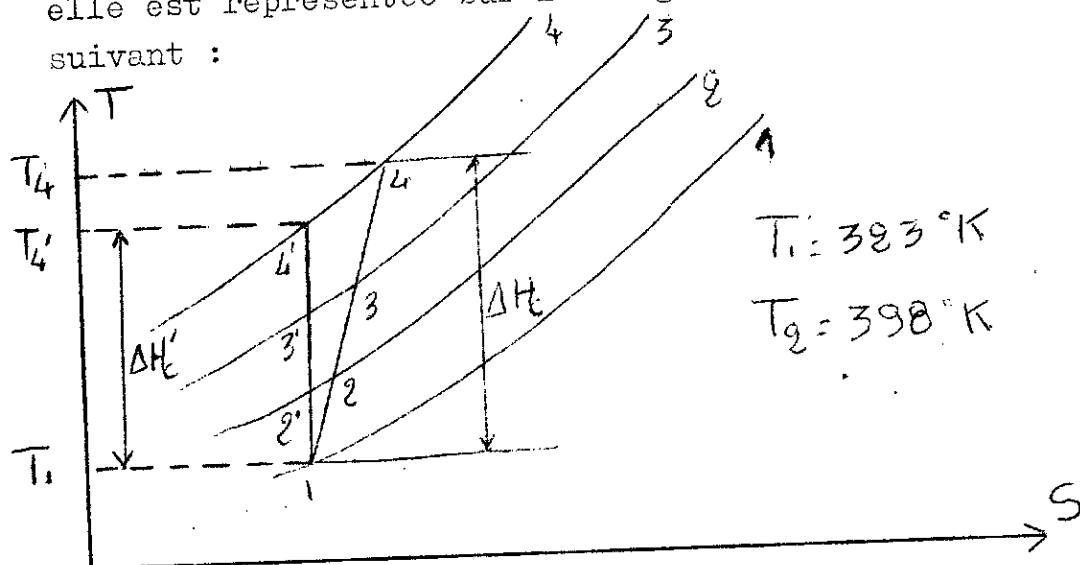
ce qui nous donne :

$$W_{12} = H_2 - H_1 = \Delta H = C_p \cdot \Delta T$$

La relation D'Euler en fonction des composantes des vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue en régime permanent avec un débit constant, des vitesses angulaires constantes, des pertes constantes avec l'extérieur, donne pour une entrée radiale $C_{1u} = 0$

$$W_{12} = U_2 \cdot C_{2u} - U_1 \cdot C_{1u} = U_2 \cdot C_{2u}$$

La compression se fait à travers 3 étages ou cellules; elle est représentée sur le diagramme Entropie-température suivant :



1-4 est une compression polytropicque, c'est à dire une transformation réversible s'exprimant par $P \cdot V^k = \text{const}$ où l'exposant k est le facteur polytropicque tenant compte de la température réellement obtenue dans le compresseur; elle est supposée sans pertes.

1-4' est une transformation à entropie constante de manière réversible donc de rendement égal à 1, s'exprimant par la formule : $P \cdot V^\gamma = \text{const}$, où γ est l'exposant adiabatique.

On a que : $k > \gamma$

La différence entre ces 2 compression nous permet de définir l'efficacité adiabatique.

Travail idéale de compression : W'_c

$$W'_c = \Delta H'_c = C_p (T'_4 - T_1) = C_p \left(\frac{T'_4}{T_1} - 1 \right)$$

$$\frac{T'_4}{T_1} = \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$W'_c = C_p \cdot T_1 \left[\left(\frac{P_4}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = 2.323 \cdot \left[\left(\frac{58}{28} \right)^{\frac{0,26}{1,26}} - 1 \right]$$

$$W'_c = 104,75 \text{ Kj/Kg}$$

Efficacité adiabatique : η_c

η_c est défini par $\frac{W'_c}{W_c} = \frac{\text{travail adiabatique}}{\text{travail polytropique}}$

$$W_c = C_p \cdot T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

d'où :

$$\eta_c = \frac{C_p \cdot T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}{C_p \cdot T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_4}{T_1} - 1} = \frac{0,16}{\frac{398}{323} - 1}$$

$$\eta_c = 0,70$$

η_c ou rendement adiabatique est d'autant plus faible que le rapport de pression est élevé même si toutes les roues ont le même rendement adiabatique. Il est d'autant plus faible que le nombre d'étages est grand.

Travail réel de compression : W_c

$$W_c = \frac{W'_c}{\eta_c} = \frac{104,75}{0,70} = 150 \text{ Kj/Kg}$$

Hauteur totale idéale : H'

C'est l'énergie ou la quantité d'énergie à fournir par kilogramme de gaz pour faire passer sa pression de P_1 à P_4 en admettant un rendement de 100 % .

$$W_c = g \cdot H' \quad \text{d'où} \quad H' = \frac{W_c}{g} = \frac{150000}{9,81} = 15290 \text{ m}$$

D'autre part, l'équation d'Euler nous donne :

$$W_c = U_2 \cdot C_{2u} = g \cdot H_{t\infty} = g \cdot H'$$

donc :

$$H' = H_{t\infty}$$

cette hauteur maximum correspond à un nombre d'aubes de la roue, infinie .

Hauteur idéale par étage : H'_1, H'_2, H'_3 .

$$H'_1 = H'_2 = H'_3 = \frac{H'}{n} = 15290 / 3 = 5097 \text{ m}$$

Température adiabatique : T'_4

$$\frac{T'_4}{T_1} = \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{d'où} \quad T'_4 = T_1 \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T'_4 = 323 \left(\frac{58}{28} \right)^{\frac{0,26}{1,26}} = 375 \text{ °K}$$

ETUDE DU 1^{er} ETAGE

Au lieu de choisir certains coefficients dimensionnels ou valeurs expérimentales pour être dans la "plage" des machines correspondant à notre compresseur, on a relevé certaines caractéristiques que voici :

--N = 10355 Tr/mn (donné)

--D_m = 186 mm

--D'_o = 322 mm

--D_o = 280 mm

--D₁ = 314 mm

--D₂ = 530 mm

--b₁ = 34 mm

--b₂ = 16 mm = b₃ = b₄

--x = 17 = nombre de dents roue

--x_c = 17 = nombre de dents canal de retour

--Z = nombre de labyrinthes

--Q = 208000 Nm³/h

--D_e = 300 mm

--D₃ = 540 mm

--D₄ = 820 mm

--b₅ = 25 mm

--L_s = 398 mm = convergent d'entrée

--D'_m = 282 mm.

--Z_o = 5

--Z_m = 30

--l = 324 mm = longueur du canal

L'indice e	concerne	: l'entrée du convergent d'entrée
" " " " 0	" " " "	: l'ouie de la roue
" " " " 1	" " " "	: L'entrée des aubes
" " " " 2	" " " "	: la sortie des aubes
" " " " 3	" " " "	: l'entrée du diffuseur
" " " " 4	" " " "	: la sortie du diffuseur
" " " " 5	" " " "	: l'entrée du canal de retour
" " " " 6	" " " "	: la sortie du canal de retour
" " " " es	" " " "	: la sortie du convergent de sortie

" " " " 1,2,3 " " " " : la 1^{er}, 2^{eme}, 3^{eme} cellule
 " " " " u " " " " : la composante tangentielle
 de la vitesse
 " " " " r " " " " : la composante radiale de la
 vitesse
 " " " " c " " " " : le canal de retour
 " " " " d " " " " : le diffuseur

Cette étude s'échelonne ainsi :

- calcul de la 1^{er} cellule
 - *Roue : -caractéristiques principales
 - triangles des vitesses
 - *Volute et convergent d'entrée
 - *Diffuseur et canal de retour
 - *Pression sans tenir compte des pertes de charges
- pertes d'énergie
 - *Pertes hydrauliques :
 - Rendements hydrauliques
 - Pressions tenant compte des pertes
de charges
 - *Pertes par frottement des flasques:
 - Rendements polytropiques
 - *Pertes par fuites:
 - Rendements volumétriques
 - *Pertes mécaniques :
 - Rendements mécaniques
- rendement globale et puissances . .
- paramètres d'arrêt du compresseur.

CALCUL DE LA 1^{er} CELLULECaractéristiques principales

Taux de compression : r

$$r = \frac{P_2}{P_e} = \left[1 + \eta_c \cdot \frac{W_1}{C_p \cdot T_1} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

avec : $W_1 = \frac{W_c}{2} = 50 \text{ Kj/Kg}$

$$r = \left[1 + 0,70 \cdot \frac{50}{2 \cdot 323} \right]^{\frac{1,26}{0,26}} = 1,291$$

Pression et température : P_2 , T_2

$$P_2 = r \cdot P_e = 1,291 \cdot 28 \cdot 1.013 \cdot 10^5 = 36,618 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$T_2 = T_e + \frac{W_1}{C_p} = 323 + \frac{50}{2} = 348 \text{ K}$$

Densité : ρ_2

$$\rho_2 = \frac{P_2}{Z_2 \cdot r \cdot T_2} = \frac{36,618 \cdot 10^5}{0,944 \cdot 415 \cdot 348} = 26,859 \text{ Kg/m}^3$$

Vitesses et diamètres :

$$U_2 = \omega \cdot R_2 = \frac{2 \cdot \cdot N \cdot R_2}{60} \quad \Rightarrow U_2 = 286,8 \text{ m/s}$$

$$N = 10355 \text{ Tr/mn}$$

Le coefficient de débit est défini par :

$$\phi = \frac{Q_2}{\frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot U_2}$$

$$Q = 208000 \text{ Nm}^3/\text{h}$$

$$\frac{P_n \cdot V_n}{P_2 \cdot V_2} = \frac{Z_n \cdot r \cdot T_n}{Z_2 \cdot r \cdot T_2} \quad \text{d'où : } Q_2 = \frac{P_n \cdot Z_2 \cdot T_2 \cdot Q_n}{P_2 \cdot Z_n \cdot T_n}$$

Condition normales :

$$Z_n = 1$$

$$T_n = 273 \text{ °K}$$

$$Q_n = 208000/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_n = 1 \text{ atm}$$

Condition en 2 :

$$Z_2 = 0,944$$

$$T_2 = 348 \text{ °K}$$

Donc :

$$Q_2 = \frac{1 \cdot 0,944 \cdot 348 \cdot 208000}{36,15 \cdot 1 \cdot 273 \cdot 3600} = 1,92 \text{ m}^3/\text{s}$$

d'où :

$$\phi = \frac{1,92 \cdot 4}{\pi(0,53)^2 \cdot 286,8} = 0,03$$

Pour notre compresseur ϕ va de 0,02 à 0,13

Le coefficient de pression est défini par :

$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot H_t}{U_2^2}$$

avec : H_t = hauteur théorique qui correspond à un nombre d'aubes fini, tel que : $H_t = \epsilon \cdot H_{t\infty}$

ϵ est défini par la méthode de Pfeleiderer comme étant :

$$\epsilon = \frac{1}{1 + \psi \cdot \frac{2}{x \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}}$$

$$\psi = 0,55 + 0,6 \cdot \sin \beta_2 = \text{coefficient correctif}$$

Prenons $\beta_2 = 36^\circ$ (calculé ultérieurement)
ce qui nous permet d'écrire :

$$\varphi = 0,55 + 0,6 \sin 36^\circ = 0,904$$

d'où :

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 0,904 \cdot \frac{1}{17(1-0,59^2)}} = 0,8598$$

$$H_t = 0,8598 \cdot 5097 = 4382 \text{ m}$$

$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot H_t}{U_2^2} = \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 4382}{286,8^2} = 1,05$$

Vitesse périphérique n_s :

$$n_s = \frac{N \cdot \sqrt{\psi}}{H_t^{3/4}} = \frac{10335 \cdot \sqrt{1,92}}{(4382)^{0,75}} = 26,59 \text{ m/s}$$

compresseurs

On voit bien que comme pour les centrifuges haute pression
que $n_s < 40 \text{ m/s}$ pour $1 < \psi < 1,2$

et que :

$$\frac{D_1}{D_2} = 0,59 \text{ est compris entre } 0,5 \text{ et } 0,7$$

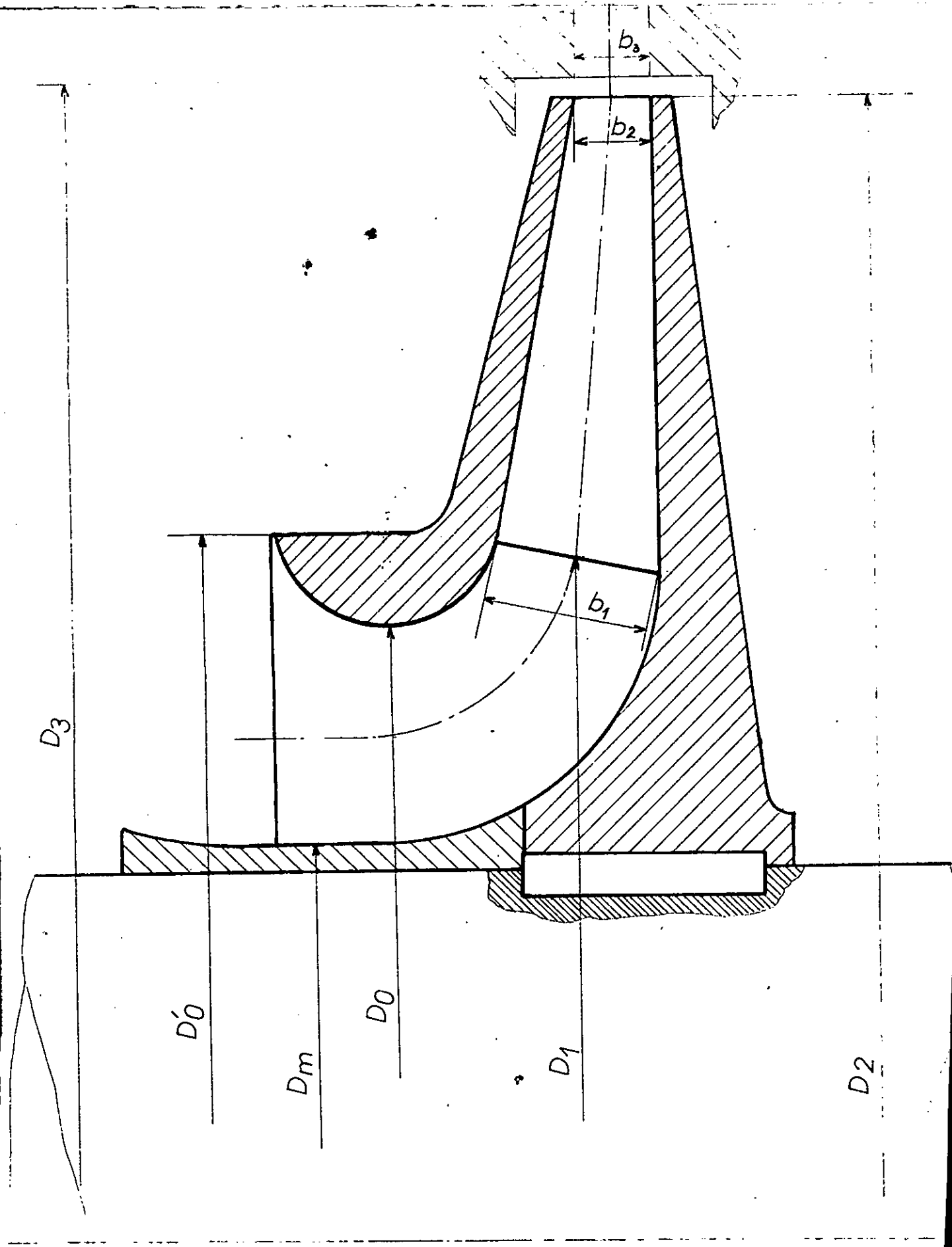
$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{U_1}{U_2} \text{ d'où } U_1 = \frac{D_1}{D_2} \cdot U_2 = 0,59 \cdot 286,8 = 170 \text{ m/s}$$

$D_1 = 1,05 \text{ à } 1,1 \cdot D_0$ pour éviter les courbures à l'entrée
de la roue;

On a dans notre cas $D_0 = 0,280 \text{ m}$ ($D_1 = 1,1 \cdot D_0$)
ce qui coïncide avec les limites de cet intervalle.

$$\frac{D_0}{D_2} = \frac{U_0}{U_2} \text{ d'où } U_0 = \frac{D_0}{D_2} \cdot 286,8 = 151,5 \text{ m/s}$$

$$\frac{D_m}{D_0} = \frac{U_m}{U_0} \text{ d'où } U_m = \frac{D_m}{D_0} \cdot 151,5 = 100,6 \text{ m/s}$$



L'équation de continuité nous donne :

$$\dot{m}_t = C_o \cdot \rho_o \cdot \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_m^2)$$

Soit : $\eta_v = \frac{\text{Débit d'air refoulé}}{\text{Débit traversant la roue}} = 0,95$

(η_v doit varier entre 0,93 et 0,96)

$$\eta_v = \frac{51,69}{\dot{m}_t} \text{ d'où } \dot{m}_t = \frac{51,69}{0,95} = 54,41 \text{ Kg/s}$$

Le débit d'air refoulé se calcule de la façon suivante:

$$Q = \frac{P_n \cdot Z_2 \cdot T_2 \cdot Q_n}{P_2 \cdot Z_n \cdot T_n} \quad \text{avec : } \begin{aligned} Z_2 &= 0,942 \\ T_2 &= 323 \text{ }^\circ\text{K} \\ P_2 &= 28 \text{ atm} \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$Q = 2,3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho_o = 22,477 \text{ Kg/m}^3 \Rightarrow \dot{m}_t = Q \cdot \rho_o = 51,69 \text{ Kg/s}$$

$$C_o = \frac{\dot{m}_t}{\rho_o \cdot \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_m^2)} = \frac{54,41 \cdot 4}{22,477 \cdot \pi \cdot (0,28^2 - 0,186^2)}$$

$$C_o = 70,4 \text{ m/s}$$

Triangles des vitesses théoriques

L'équation d'Euler donne :

$$H' = \frac{W_c}{g} = H_{t\infty} = \frac{U_2 \cdot C_{2u}}{g}$$

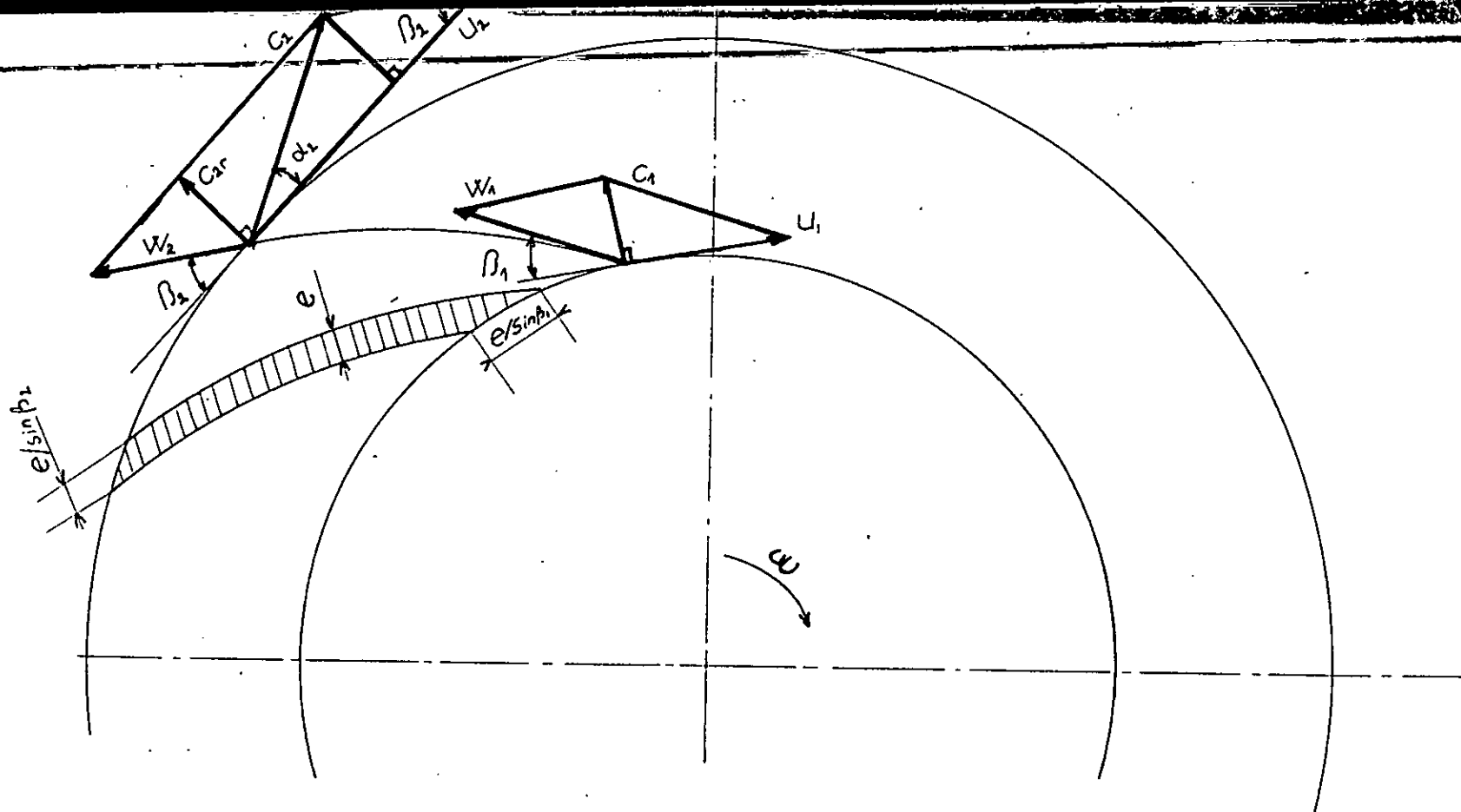
d'où :

$$C_{2u} = \frac{g \cdot H_{t\infty}}{U_2} = \frac{9,81 \cdot 5097}{286,8} = 174,4 \text{ m/s}$$

Les vitesses radiales théoriques sont données par :

$$C'_{1r} = \frac{\dot{m}_t}{1 \cdot D_1 \cdot b_1} = \frac{54,41}{22,477 \cdot 3,14 \cdot 0,314 \cdot 34 \cdot 10^{-3}}$$

$$C'_{1r} = 72,2 \text{ m/s}$$



Triangles des vitesses

$$C'_{2r} = \frac{\dot{m}_t}{\rho_2 \cdot \Pi \cdot D_2 \cdot b_2} = \frac{54,41}{26,859 \cdot 3,14 \cdot 0,53 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}$$

$$C'_{2r} = 76 \text{ m/s}$$

Angles théoriques :

$$\text{Tg } \beta'_1 = \frac{C'_{1r}}{U_1} = \frac{72,2}{170} = 0,425 \text{ d'où } \beta'_1 = 23^\circ$$

$$\text{Tg } \beta'_2 = \frac{C'_{2r}}{U_2 - C_{2u}} = \frac{76}{112,4} = 0,676 \quad \beta'_2 = 34^\circ$$

$$W'_1 = \frac{C'_{1r}}{\sin \beta'_1} = \frac{72,2}{0,391} = 184,7 \text{ m/s}$$

$$W'_2 = \frac{C'_{2r}}{\sin \beta'_2} = \frac{76}{0,559} = 136 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg } \alpha'_2 = \frac{C'_{2r}}{C_{2u}} = \frac{76}{174,4} = 0,436 \quad \alpha'_2 = 23^\circ 32'$$

$$\text{Tg } \alpha'_2 = \frac{C'_{2r}}{\sin \alpha'_2} = \frac{76}{0,399} \quad C'_{2r} = 190,2 \text{ m/s}$$

Triangles des vitesses réels

On tiendra compte de l'épaisseur des aubes supposée pour l'instant à $e = 4 \text{ mm}$, ce qui implique une diminution de surface.

On a :

$$e'_1 = \frac{e}{\sin \beta'_1} = \frac{4}{0,391} = 10,2 \text{ mm}$$

$$e'_2 = \frac{e}{\sin \beta'_2} = \frac{4}{0,559} = 7,2 \text{ mm}$$

e'_1 et e'_2 sont les projections des épaisseurs sur les diamètres D_1 et D_2 , l'équation de continuité devient alors :

$$C_{1r} = \frac{\dot{m}_t}{\rho_1 (\pi \cdot D_1 - x \cdot e_1) b_1} = \frac{54,41}{22,477(3,14 \cdot 0,314 - 17 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot 10^{-3}}$$

$$C_{1r} = 87,6 \text{ m/s}$$

$$C_{2r} = \frac{\dot{m}_t}{\rho_2 (\pi \cdot D_2 - x \cdot e_2) b_2} = \frac{54,41}{26,859(3,14 \cdot 0,53 - 7,2 \cdot 17 \cdot 10^{-3}) \cdot 16 \cdot 10^{-3}}$$

$$C_{2r} = 82 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg } \beta_1 = \frac{C_{1r}}{U_1} = \frac{87,6}{170} = 0,515 \quad \beta_1 = 27^\circ 15'$$

$$\text{Tg } \beta_2 = \frac{C_{2r}}{U_2 - C_{2u}} = \frac{82}{112,4} = 0,730 \quad \beta_2 = 36^\circ$$

$$W_1 = \frac{C_{1r}}{\sin \beta_1} = \frac{87,6}{0,458} = 191,3 \text{ m/s}$$

$$W_2 = \frac{C_{2r}}{\sin \beta_2} = \frac{82}{0,589} = 139 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg } \alpha_2 = \frac{C_{2r}}{C_{2u}} = \frac{82}{174,4} = 0,470 \quad \alpha_2 = 25^\circ 10'$$

$$C_2 = \frac{C_{2r}}{\sin \alpha_2} = \frac{82}{0,425} = 192,7 \text{ m/s}$$

$$e_1 = \frac{e}{\sin \beta_1} = \frac{4}{0,458} = 8,7 \text{ mm}$$

$$e_2 = \frac{e}{\sin \beta_2} = \frac{4}{0,589} = 6,8 \text{ mm}$$

Calcul d'aubes

Avec la formule semi-empirique on vérifie bien que :
 $x \approx 10 \cdot \pi \cdot D_2 = 10 \cdot 3,14 \cdot 0,530 = 16,6$ car on a $x=17$ aubes

t_1 et t_2 sont les pas des aubages qui sont donnés par :

$$t_1 = \frac{\pi \cdot D_1}{x} = \frac{3,14 \cdot 314}{17} = 58 \text{ mm}$$

$$t_2 = \frac{\pi \cdot D_2}{x} = \frac{3,14 \cdot 530}{17} = 98 \text{ mm}$$

l'épaisseur d'aube sera :

$$e = \frac{\pi \cdot D_1}{x} \cdot \sin \beta_1 \left(1 - \frac{t_1}{t_1 + e_1}\right)$$

$$= \frac{3,14 \cdot 314}{17} \cdot 0,458 \left(1 - \frac{58}{58+8,7}\right) = 3,5 \text{ mm}$$

on prend :

$$e = 4 \text{ mm}$$

Triangles des vitesses modifiés

L'indice * concerne les éléments (vitesses et angles) fonctionnels, on a généralement :

$$\beta_1^* - \beta_1 = 0 \text{ à } 4^\circ$$

$$\beta_2 - \beta_2^* = 2 \text{ à } 8^\circ$$

On peut trouver $\beta_1^*, \beta_2^*, C_{1u}^*, C_{2u}^*, C_1^*, C_2^*$ par approche en partant de :

$$H_t = \frac{1}{g} (C_{2u}^* \cdot U_2 - C_{1u}^* \cdot U_1) = 4382 \text{ m}$$

posons :

$$\beta_2 - \beta_2^* = 4^\circ \text{ d'où } \beta_2^* = 32^\circ$$

$$C_{2u}^* = U_2 - \frac{C_{2r}}{\text{Tg } \beta_2^*} = 286,8 - \frac{82}{0,625} = 155,6 \text{ m/s}$$

$$C_{1u}^* = \frac{C_{2u}^* \cdot U_2 - H_t \cdot g}{U_1} = \frac{155,6 \cdot 286,8 - 4382 \cdot 9,81}{170}$$

$$C_{1u}^* = 9,6 \text{ m/s}$$

$$C_{1u}^* = U_1 - \frac{C_{1r}}{\text{Tg } \beta_1^*} \quad \text{d'où} \quad \text{Tg } \beta_1^* = \frac{C_{1r}}{U_1 - C_{1u}^*} = \frac{87,6}{170 - 9,6}$$

$$\text{Tg } \beta_1^* = 0,546 \quad \beta_1^* = 28^\circ 38'$$

On voit bien que :

$$\beta_1^* - \beta_1 = 1^\circ 23' \text{ est bien compris entre } 0 \text{ et } 4'$$

On a de plus :

$$C_1^* = \sqrt{C_{1u}^{*2} + C_{1r}^2} = \sqrt{9,6^2 + 87,6^2} \\ = 88,1 \text{ m/s}$$

$$C_2^* = \frac{C_{2r}}{\text{Sin } \alpha_2^*}$$

avec :

$$\text{Tg } \alpha_2^* = \frac{C_{2r}}{C_{2u}^*} = \frac{82}{155,6} = 0,527 \quad \alpha_2^* = 27^\circ 47'$$

donc :

$$C_2^* = \frac{82}{0,466} = 175,9 \text{ m/s}$$

Vérifions que $H_t = 4382 \text{ m}$

$$H_t = \frac{1}{g} (C_{2u}^* - C_{1u}^* \cdot U_1) = \frac{155,6 \cdot 286,8 - 9,6 \cdot 170}{9,81}$$

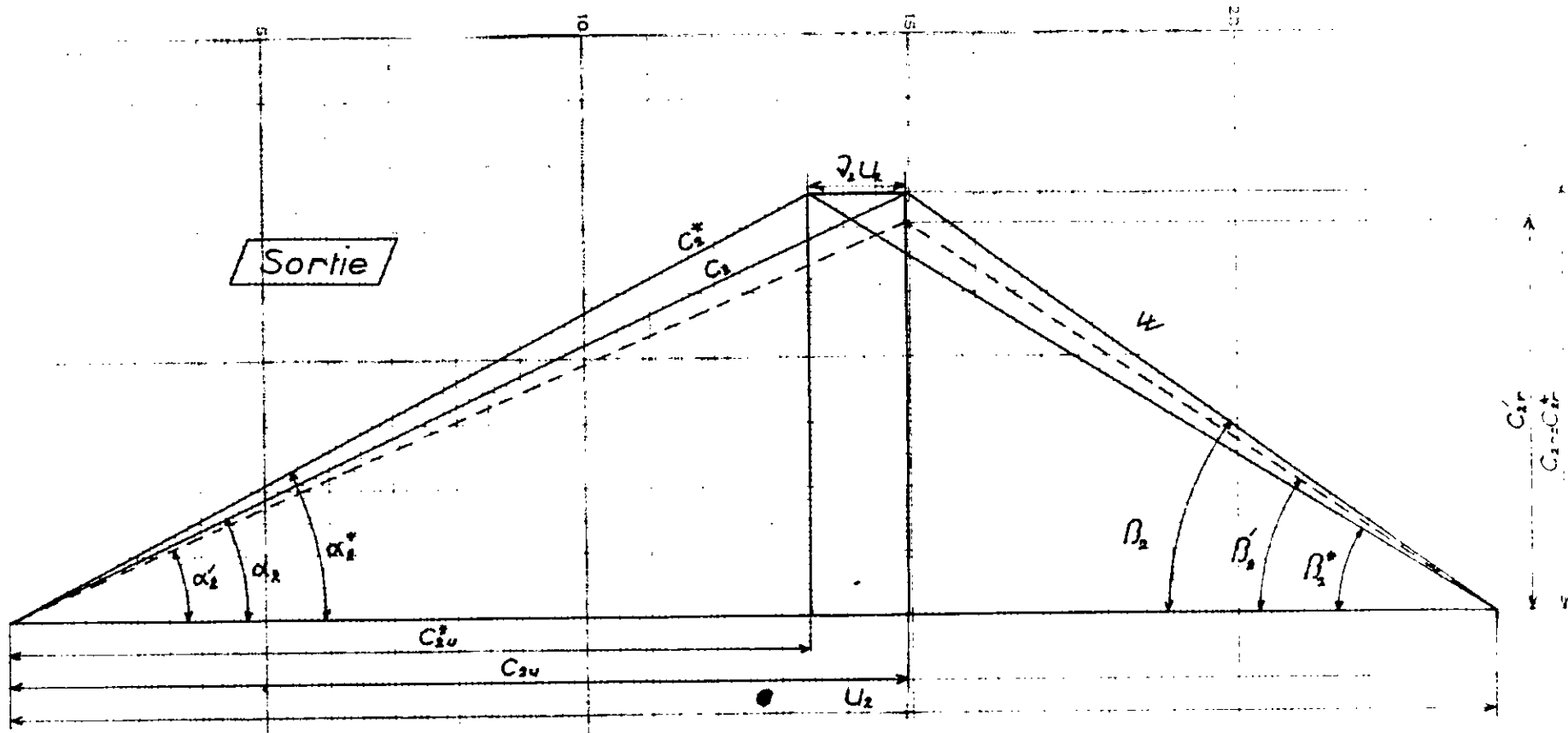
$$H_t = 4382 \text{ m}$$

Les valeurs fonctionnelles sont donc acceptables.

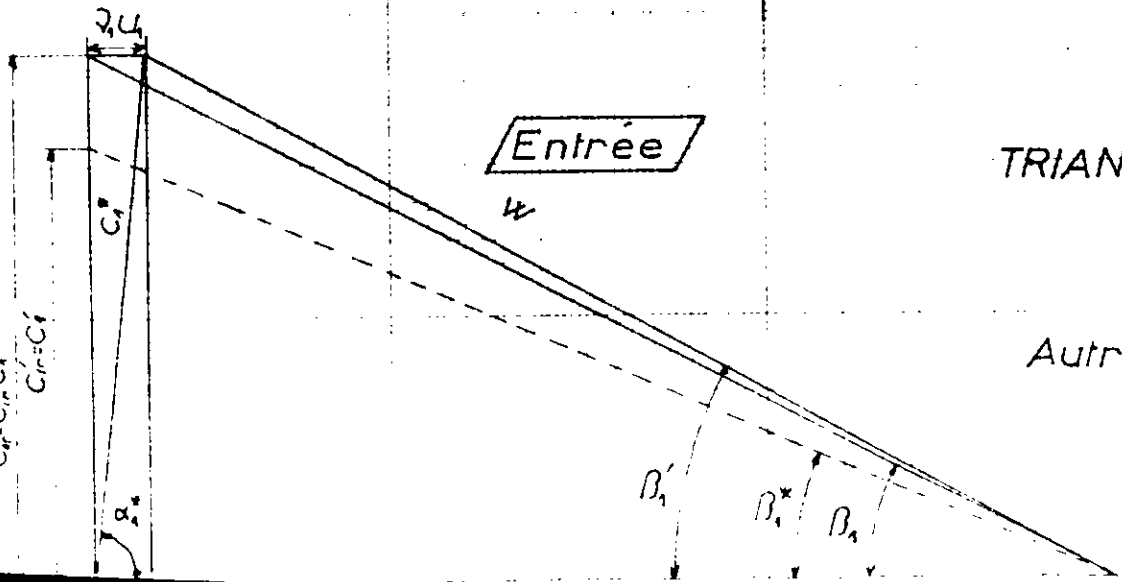
L'écart par rapport aux caractéristique réelles est donné

par : $C_{1u}^* = \gamma_1 \cdot U_1$ d'où $\gamma_1 = C_{1u}^* / U_1 = 9,6 / 170$

$$\gamma_1 = 0,056 = 5,6 \%$$



Sortie



Entrée

TRIANGLES DES VITESSES

- *: Eléments fonctionnels
- : Eléments théoriques
- Autres: Eléments réels de construction

$C_1 = C_1^* = C_1$
 $C_{1u} = C_{1u}^* = C_{1u}$
 $C_{1w} = C_{1w}^* = C_{1w}$

C_2^*
 $C_2 = C_2^*$

Ecole Supérieure de Technologie de Sétif

$c_{2u} - c_{2u}^* = \sqrt{2} \cdot U_2$ ce qui nous donne :

$$\sqrt{2} = \frac{c_{2u} - c_{2u}^*}{U_2} = \frac{174,4 - 155,6}{286,8}$$

$$\sqrt{2} = 0,066 = 6,6 \%$$

(voir triangles des vitesses)

Volute et convergent d'entrée :

La volute est précédée d'un convergent à l'entrée où l'équation de continuité nous donne :

$$c_e = \frac{\dot{m}}{\rho_o \cdot S_e} = \frac{\dot{m}}{\rho_o \cdot \pi \cdot D_e^2 / 4} = \frac{51,69 \cdot 4}{22,477 \cdot 3,14 \cdot 0,3^2} = 32,5 \text{ m/s}$$

ou a une volute de section circulaire (pour que l'écoulement se fasse avec le minimum de pertes).

Ce mouvement théorique du gaz doit être régi par la loi des aires $R \cdot C_u = \text{constante}$.

Divisons la volute en 8 sections de façon que le 1/8 du débit traverse la section 1, et ainsi de suite jusqu'à ce que les 8/8 traversent toute la section numéro 8.

$$\text{On a : } \dot{m} = \frac{Sv_i \cdot \rho_o \cdot c_o}{i} \Rightarrow Sv_i = \frac{\dot{m}}{\rho_o \cdot c_o} \cdot i$$

$$Sv_i = \frac{51,69}{70,4 \cdot 22,477} \cdot i = 0,0327 \cdot i$$

On aura donc :

$Sv_1 = Sv \cdot 1/8 = 0,041 \text{ m}^2$	d'où	$Dv_1 = 72 \text{ mm}$
$Sv_2 = \text{""} \cdot 2/8 = 0,082 \text{ m}^2$	""	$Dv_2 = 102 \text{ mm}$
$Sv_3 = \text{""} \cdot 3/8 = 0,0123 \text{ m}^2$	""	$Dv_3 = 125 \text{ mm}$
$Sv_4 = \text{""} \cdot 4/8 = 0,0164 \text{ m}^2$	""	$Dv_4 = 144 \text{ mm}$
$Sv_5 = \text{""} \cdot 5/8 = 0,0204 \text{ m}^2$	""	$Dv_5 = 161 \text{ mm}$
$Sv_6 = \text{""} \cdot 6/8 = 0,0245 \text{ m}^2$	""	$Dv_6 = 177 \text{ mm}$
$Sv_7 = \text{""} \cdot 7/8 = 0,0286 \text{ m}^2$	""	$Dv_7 = 191 \text{ mm}$
$Sv_8 = \text{""} \cdot 8/8 = 0,0327 \text{ m}^2$	""	$Dv_8 = 204 \text{ mm}$

Diffuseur

C'est grâce au diffuseur d'une part et au canal de retour d'autre part que s'effectue la transformation de l'énergie cinétique du fluide en pression.

Ce dernier suit en tout point du diffuseur; la loi des aires
Le compresseur comporte des diffuseurs lisses. (sans aubes et à faces parallèles)

L'expérience montre que si $C_{2r}/U_2 = 0,26$ à $0,32$, on emploie des diffuseurs lisses. Ca se vérifie bien dans notre cas puisqu'on a :

$$\frac{C_{2r}}{U_2} = \frac{82}{286,8} = 0,29$$

Supposons que la masse volumique soit constante dans tout le diffuseur et le canal de retour:

$$\rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = 26,859 \text{ Kg/m}^3$$

La loi des aires nous donne:

$$C_{ste} = R_2 \cdot C_{2u} = (0,530 \cdot 174,4) / 2$$

$$C_{ste} = 46,2 \text{ m}^2/\text{s}$$

Dimensions :

On a : $b_2 = b_3 = b_4$

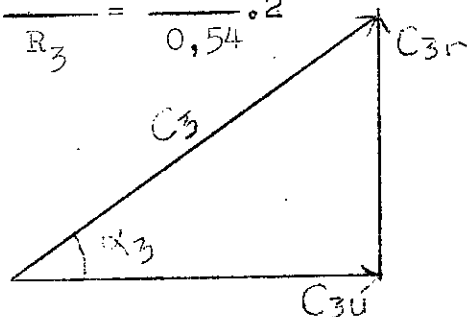
$$D_3 = 540 \text{ mm (généralement } D_2 + 6 \text{ à } 12 \text{ mm)}$$

$$D_4 = 820 \text{ mm (généralement } D_4/D_2 = 1,35 \text{ à } 1,6 \text{ dans notre cas on a } D_4/D_2 = 1,55)$$

Point 3 : entrée du diffuseur

$$R_3 \cdot C_{3u} = C_{ste} \implies C_{3u} = \frac{C_{ste}}{R_3} = \frac{46,2}{0,54} \cdot 2$$

$$C_{3u} = 171 \text{ m/s}$$



$$\dot{m} = \rho_3 \cdot C_{3r} \cdot \Pi \cdot D_3 \cdot b_3$$

$$C_{3r} = \frac{\dot{m}}{3 \cdot \Pi \cdot D_3 \cdot b_3} = \frac{51,69}{26,859 \cdot 3,14 \cdot 0,54 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}$$

$$C_{3r} = 70,9 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg} \alpha_3 = \frac{C_{3r}}{C_{3u}} = \frac{70,9}{171} = 0,415 \Rightarrow \alpha_3 = 22^\circ 31'$$

Finalement :

$$C_3 = \frac{C_{3r}}{\sin \alpha_3} = \frac{70,9}{0,383} = 185,1 \text{ m/s}$$

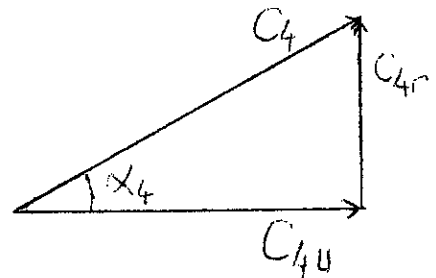
Point 4 : sortie diffuseur

$$R_4 \cdot C_{4u} = C_{3e} \quad C_{4u} = \frac{C_{3e}}{R_4} = \frac{46,2}{0,820} \cdot 2 = 112,7 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg} \alpha_4 = \frac{C_{4r}}{C_{4u}} \Rightarrow C_{4r} = \text{Tg} 22^\circ 31' \cdot 112,7 = 46,2 \text{ m/s}$$

avec : $\text{Tg} \alpha_4 = \text{Tg} \alpha_3$

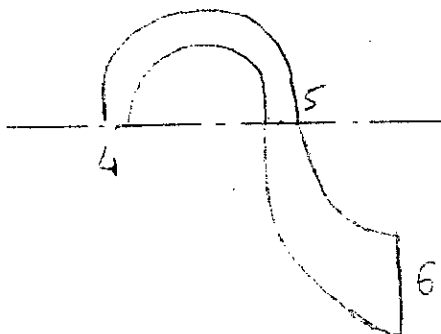
$$\alpha_4 = \alpha_3 = 22^\circ 31' \text{ (loi des aires)}$$



$$C_4 = \sqrt{C_{4r}^2 + C_{4u}^2} = \sqrt{46,2^2 + 112,7^2} = 121,8 \text{ m/s}$$

Canal de retour :

Il y a dans le canal des aubes guidant le gaz vers le 2^{eme} étage, afin d'éviter les décollements, et d'avoir une entrée radiale.



Point 5 : entrée canal

$$C_{5u} = C_{4u} = 112,7 \text{ m/s}$$

On a aussi :

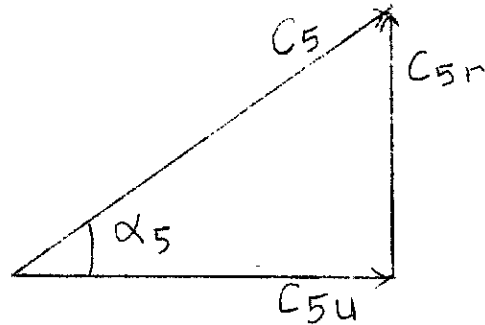
$$C_{5r} = \frac{\dot{m}}{\rho_5 \cdot b_5 (\pi \cdot D_5 - x_c \cdot e_s)}$$

avec :

$$D_5 = D_4 = 820 \text{ mm}$$

$$b_5 = 25 \text{ mm}$$

$$e_5 = 10 \text{ mm (Epaisseur de l'aube projeté sur le diamètre, valeur supposée)}$$



$$C_{5r} = \frac{51,69}{26,859 \cdot 25 \cdot 10^{-3} (3,14 \cdot 0,82 - 17,10 \cdot 10^{-3})} = 32 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg } \alpha_5 = \frac{C_{5r}}{\sin \alpha_5} = \frac{32}{112,7} = 0,284 \Rightarrow \alpha_5 = 15^\circ 51'$$

$$C_5 = \frac{C_{5r}}{\sin \alpha_5} = \frac{32}{0,273} \Rightarrow C_5 = 117,2 \text{ m/s}$$

Point 6 : Sortie canal

Considérons la vitesse C_6 à la sortie de canal sensiblement égale à la vitesse C_0 d'entrée du fluide dans la 2^{ème} roue.

Supposons aussi que D_0 et D_m pour les deux premières roues sont égaux (il sont sur dessin) et que $\rho_0 \approx \rho_2$

On a :

$$C_6 \approx C_0 = \frac{\dot{m}}{\rho_0 \cdot \pi/4 (D_0^2 - D_m^2)} = \frac{51,69 \cdot 4}{26,859 \cdot \pi \cdot (0,28^2 - 0,186^2)}$$

$$C_6 = 56 \text{ m/s}$$

Coefficient de ralentissement

L'effet du diffuseur est défini par son coefficient de ralentissement :

$$Cd = \frac{C_3}{C_4} = \frac{185,1}{121,8} = 1,52$$

Degré de réaction

Il est défini par $X = \frac{H_{s\infty}}{H_{t\infty}}$ avec $H_{s\infty}$ = charge statique

et $H_{t\infty}$ = charge théorique = $H_{s\infty} + H_{d\infty}$

où $H_{d\infty}$ = charge dynamique.

$$H_{d\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g} = \frac{192,7^2 - 87,6^2}{2 \cdot 9,81} = 1501,5 \text{ m}$$

$$H_{t\infty} = \frac{U_2 \cdot C_{2u}}{g} = 5097 \text{ m}$$

D'où :

$$X = \frac{H_{s\infty}}{H_{t\infty}} = 1 - \frac{H_{d\infty}}{H_{t\infty}} = 1 - \frac{1501,5}{5097}$$

$$X = 0,705 = 70,5 \%$$

Calcul de pressions sans tenir compte des pertes de charges.

Entrée convergent et ouïe de la 1^{er} roue.

Considérons que dans cet espace $\Delta p = 0$ (fluide incompressible)
Bernouilli donne :

$$\frac{p_e}{\rho_e} + \frac{c_e^2}{2} = \frac{p_o}{\rho_o} + \frac{c_o^2}{2}$$

$$\Delta p = \rho_o \left(\frac{c_o^2 - c_e^2}{2} \right) = \frac{22,477}{2} (70,4^2 - 32,5^2) = 43829,14 \text{ N/m}^2$$

$$p_o = p_e - \Delta p = (28.1,013 - 0,43829)10^5$$

$$p_o = 27,92571 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Ouie et entrée de la 1^{er} roue .

$$\frac{p_o}{\rho_o} + \frac{c_o^2}{2} = \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{c_1^2}{2} \quad \text{avec } \rho_o = \rho_1 = 22,477 \text{ Kg/m}^3$$

$$\Rightarrow \Delta p = p_1 - p_o = \frac{\rho_o}{2} (c_o^2 - c_1^2) = \frac{22,477}{2} (70,4^2 - 87,6^2)$$

$$\Delta p = -30541,7 \text{ N/m}^2 \text{ (depression)}$$

$$\Rightarrow p_1 = \Delta p + p_o = (-0,30542 + 27,92571) \cdot 10^5$$

$$p_1 = 27,62029 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

1^{er} roue :

Prenons dans la roue la masse volumique moyenne

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{22,477 + 26,859}{2} = 24,668 \text{ Kg/m}^3$$

Appliquons la relation d'Euler pour les machines radiales:

$$\frac{p_2 - p_1}{\bar{\rho}} = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2)$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{24,668}{2} [(191,3^2 - 139^2) + (286,8^2 - 170^2)]$$

$$\Delta p = 871137 \text{ N/m}^2$$

$$p_2 = \Delta p + p_1 = (8,71137 + 27,62029)10^5 \text{ N/m}^2$$

$$p_2 = 36,33166 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Diffuseur :

Bernouilli donne, entre les points 2 et 4 avec une masse volumique supposée égale à ρ_2

$$\Delta p = p_4 - p_2 = \frac{\rho_2}{2} (c_2^2 - c_4^2) = \frac{26,859}{2} (192,7^2 - 121,8^2)$$

$$\Delta p = 299452 \text{ N/m}^2$$

donc :

$$p_4 = (2,99452 + 36,33166) \cdot 10^5$$

$$p_4 = 39,32618 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Canal de retour :

On suppose que dans le canal de retour $\rho = \rho_2$

$$\Delta p = \frac{\rho_2}{2} (c_4^2 - c_6^2) = \frac{26,859}{2} (121,8^2 - 56^2) =$$

$$\Delta p = 157115 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$p_6 = \Delta p + p_4 = (1,57115 + 39,32618) \cdot 10^5$$

$$p_6 = 40,89733 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

PERTES D'ENERGIE

Pertes hydrauliques

Elles se composent des

- Pertes par frottement h_p''

- Pertes de transformation d'énergie cinétique en pression h_p'

Elles définissent un rendement hydraulique et elles seront déterminées par des formules expérimentales.

Convergent d'entrée:

soient :

$$L = 0,398 \text{ m}$$

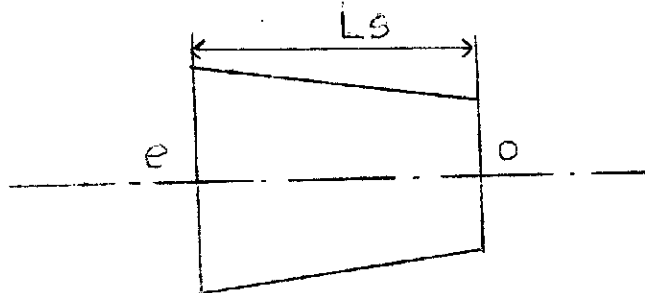
$$c_e = 32,5 \text{ m/s}$$

$$c_o = 70,4 \text{ m/s}$$

$$D_m = \phi_{\text{moyen}} = \frac{D_e + D_g}{2} = \frac{300 + 204}{2} = 252 \text{ mm}$$

$$V_m = \text{vitesse moyenne} = \frac{m}{\rho_o \cdot S_m} = \frac{51,69 \cdot 4}{22.477 \cdot 0,252^2} =$$

$$V_m = 46,1 \text{ m/s}$$



Dans le cas des compresseurs, les courants correspondent à très peu d'exception près au régime turbulent (Re 2300 à 2500). Dans ce cas si la surface du canal est polie (ce qui est le cas du convergent d'entrée car il est en acier, usiné intérieurement) la valeur de λ , coefficient de frottement, est donnée par Blazius :

$$\lambda = 0,3164 \cdot Re^{-0,25}$$

$$\text{où : } Re = \frac{D_m \cdot V_m}{\nu}$$

ν = viscosité cinématique = $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ d'après le diagramme n° 1 où notre gaz est considéré comme étant

de l'air (la difference est négligeable)

$$\text{d'où : } \lambda = 0,3164 \left(\frac{D_m \cdot V_m}{\nu} \right)^{-0,25} = 0,3164 \left(\frac{0,252 \cdot 46,1}{1,8 \cdot 10^{-5}} \right)^{-0,25}$$

$$\lambda = 0,011 + 10 \% (\text{Rugosité}) = 0,012$$

posons :

$$\lambda_v = 0,85 \cdot \lambda = 0,85 \cdot 0,012 = 0,010$$

On a alors la perte en mètre de fluide donnée par la relation:

$$E = \lambda_v \cdot \frac{L_s}{D_m} \cdot \frac{V_m^2}{2 \cdot g} = 0,010 \cdot \frac{0,398}{0,252} \cdot \frac{46,1^2}{2 \cdot 9,81} =$$

$$E = 1,711 \text{ m}$$

Volute d'entrée :

$$\frac{h_p' + h_p''}{H_1} = \frac{\psi}{4} \cdot 0,05 + \lambda \cdot \psi \cdot 0,075 \left[\left(0,5 \cdot y + \frac{1}{1,5 \cdot y} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1+y} \right)^2 \right]$$

$$\text{avec : } \psi = 1,05 \quad y = \frac{D_8}{D_2} = \frac{204}{530} = 0,385$$

$$\lambda = 0,012$$

Donc :

$$\frac{h_p' + h_p''}{H_1} = 0,0141 \quad (h_p' + h_p'') = 0,0141 \cdot H_1$$

1^{er} roue :

$$\frac{h_p' + h_p''}{H_1} = \left(1 - \frac{\psi}{4} \right) 0,05 + \lambda \left[0,125 \cdot \frac{x}{\psi} \left(\frac{0,64 \cdot x}{(1+A) \sin B_m} + \frac{B}{1,3} \right) \cdot \left(\frac{1+A-0,75 \cdot \psi^2}{\cos B_m} \right)^2 \right]$$

avec :

$$A = \frac{D_0}{D_2} = \frac{280}{530} = 0,528$$

$$B = \frac{D_2}{b_2} = \frac{530}{16} = 33,125$$

$$B_m = \frac{B_1 + B_2}{2} = 31,37'$$

$$\sin B_m = 0,524$$

$$\cos B_m = 0,852$$

$$x = \frac{L}{D_2} = \frac{\text{Longueur d'aube}}{D_2} = \frac{D_2 - D_1}{D_2 \cdot 2 \cdot \sin B_m} = \frac{0,530 - 0,314}{2 \cdot 0,524 \cdot 0,530} =$$

$$x = 0,389 \text{ m}$$

d'où :

$$\frac{h'_p + h''_p}{H_1} = 0,0533$$

Diffuseur :

$$\frac{h'_p + h''_p}{H_1} = 0,012 + \frac{1,5 \cdot 0,01}{\sin \alpha \cos^2 \alpha} \cdot \left(\frac{0,27 \cdot x d}{\sin \alpha} + B \right)$$

xd = nombre d'aubes dans le diffuseur =

$$\alpha = \alpha_3 = \alpha_4 = 22 \cdot 31' \quad \text{d'où : } \sin \alpha = 0,383$$

$$\cos^2 \alpha = 0,853$$

$$\frac{h'_p + h''_p}{H_1} = 0,0254$$

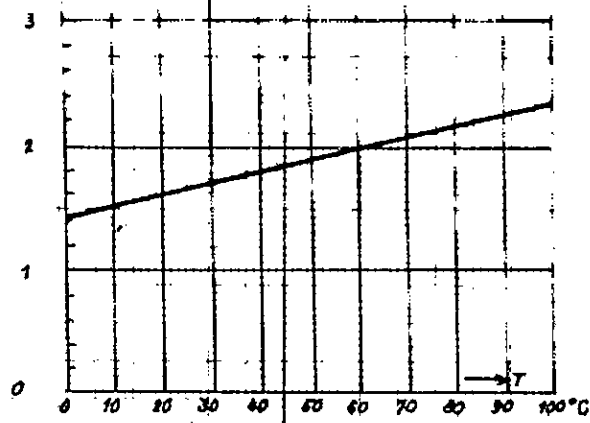


Diagramme N°1

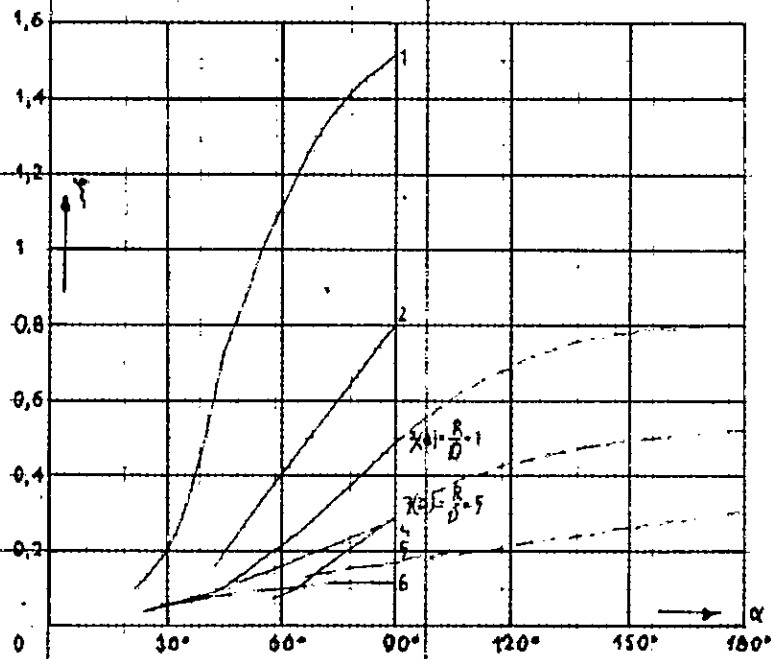


Diagramme N°2

Coudes :

On a 2 coudes à 90° .

Si on prend $R/D = 1$

(dans notre cas $R \cong D$)

Le diagramme n° 2 nous donne pour

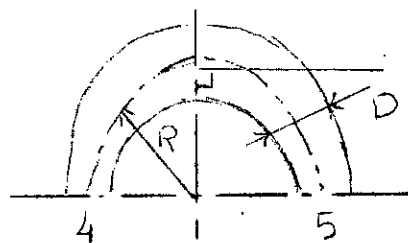
$$\alpha = 90^\circ \quad \xi = 0,48$$

La perte dans les 2 coudes s'écrit :

$$h_p = 2 \cdot \xi \cdot \frac{V_m^2}{2 \cdot g}$$

$$V_m = \frac{\dot{m}}{\rho_m \cdot \Pi \cdot D_4 \cdot b_4} = \frac{51,69}{26,859 \cdot 3,14 \cdot 0,82 \cdot 16 \cdot 10^{-3}} = 46,7 \text{ m/s}$$

$$h_p = 0,48 \cdot \frac{46,7^2}{9,81} = 106,7 \text{ m}$$

Canal de retour :

Assimilons le canal de retour à un canal rectangulaire où la perte s'écrit :

$$h_p = \frac{l}{d} \cdot \lambda \cdot \frac{C_m^2}{2 \cdot g}$$

avec :

$$d = \text{diamètre hydraulique} = \frac{4 \cdot S_m}{p_m} \quad p_m = \text{perimètre mouillé}$$

C_m = vitesse moyenne du fluide dans le canal.

l = longueur du canal .

$$C_m = \frac{\dot{m}}{\rho_m \cdot S_m}$$

$$\text{avec : } S_m = \text{Section moyenne du canal, relevée} = 0,252 \cdot 0,011 = 27,72 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

soit

$$C_m = \frac{51,69}{17,26 \cdot 26,859 \cdot 27,72 \cdot 10^{-4}} = 40,8 \text{ m/s}$$

$$d = \frac{4 \cdot S_m}{P_m} = \frac{4 \cdot 27,72 \cdot 10^{-4}}{2(0,252 + 0,011)} = 0,0211 \text{ m}$$

$$l = 0,324 \text{ m}$$

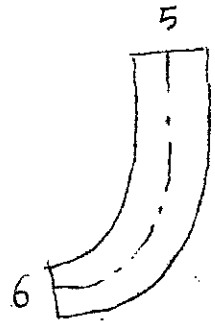
On aura pour tout le canal :

$$h_p = x_c \cdot d \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{C_m^2}{2 \cdot g} = 17 \cdot 0,012 \cdot \frac{0,324}{0,0211} \cdot \frac{40,8^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$h_p = 265,8 \text{ m}$$

3^{eme} coude :

$$h_p = \xi \cdot \frac{C_m^2}{2 \cdot g} = 0,48 \cdot \frac{40,8^2}{2 \cdot 9,81} = 40,7 \text{ m}$$



Roues 2 et 3 :

On admet le même pourcentage de pertes que dans la roue 1

$$\frac{h_p' + h_p''}{H_2} = \frac{h_p' + h_p''}{H_3} = 0,0533$$

Diffuseurs 2 et 3 :

de même on admet :

$$\frac{h_p' + h_p''}{H_2} = \frac{h_p' + h_p''}{H_3} = 0,0254$$

Volute de sortie :

de même :

$$\left(\frac{h_p' + h_p''}{H_1} \right) \text{ Volute de sortie} = 0,0141$$

Divergent de sortie :

On admet les mêmes pertes que dans le convergent d'entrée augmentées de 40 % ceci du fait que le gaz est plus lourd.

$$E_d = E_c + 40 \% . E_c = 1,711 + 0,684 = 2,395 \text{ m}$$

Autres coudes et canaux de sortie :

Etant donné qu'il y a 3 roues, on aura 3 coudes et 1 canal de sortie à prévoir en plus dans les pertes.

$$\text{Pertes pour les deux premiers coudes} = 106,7 \text{ m}$$

$$\text{Pertes } 3^{\text{eme}} \text{ coude} = 40,7 \text{ m}$$

$$\text{Pertes canal de retour} = 265,8 \text{ m}$$

Rendement hydrauliques1^{er} Cellule :

$$\eta_{h1} = \frac{H_1}{H_{t1}}$$

$$H_{t1} = H_1 + \sum (h'_p + h''_p) = 4382 \text{ m}$$

$$= H_1 + H_1(0,0141 + 0,0533 + 0,0254) + 1,711 + 106,7 + 265,8 + 40,7 =$$

donc :

$$H_1 = \text{Hauteur réelle} = 3630,2 \text{ m}$$

d'où :

$$\eta_{h1} = \frac{H_1}{H_{t1}} = \frac{3630,2}{4382} = 0,828$$

2^{eme} Cellule :

$$H_2 = 3680 \text{ m}$$

$$\eta_{h2} = \frac{3680}{4382} = 0,840$$

3^{eme} Cellule :

$$H_3 = 4103 \text{ m}$$

$$\eta_{h3} = \frac{4103}{4382} = 0,936$$

Compresseur :

$$H = H_1 + H_2 + H_3 = 3630,2 + 3680 + 4103 = 11413,2 \text{ m}$$

$$\eta_{hc} = \frac{11413,2}{13146} = 0,868$$

Evaluation des pertes hydrauliques pour la 1^{er} cellule.

Convergent et volute d'entrée :

$$\sum h_p = 1,711 + 0,0141 \cdot H_1 = 63,5 \text{ m}$$

$$\Delta p = \rho_0 \cdot g \cdot \sum h_p = 22,477 \cdot 9,81 \cdot 63,5 = 14000 \text{ N/m}^2$$

Roue :

$$h_p' + h_p'' = 0,0533 \cdot H_1 = 233,6 \text{ m}$$

$$\Delta p = \rho_1 \cdot g \cdot (h_p' + h_p'') = 24,668 \cdot 9,81 \cdot 233,6 =$$

$$p = 56530 \text{ N/m}^2$$

Diffusour :

$$h_p' + h_p'' = 0,0254 \cdot H_1 = 111,3 \text{ m}$$

$$\Delta p = 26,859 \cdot 9,81 \cdot 111,3 = 29327 \text{ N/m}^2$$

Coudes :

$$\sum h_p = 106,7 + 40,7 = 147,4 \text{ m}$$

$$\Delta p = 26,859 \cdot 9,81 \cdot 147,4 = 38838 \text{ N/m}^2$$

Canal de retour :

$$h_p = 265,8 \text{ m}$$

$$\Delta p = 26,859 \cdot 9,81 \cdot 265,8 = 70035 \text{ N/m}^2$$

Tableau récapitulatif des pertes de pression
pour la 1^{ère} cellule.

Pressions (bar) Pertes de charge non comprises	Pertes hydrauliques	m	N/m ²	Pressions (bar) pertes de charges comprises
$p_e = 28,364$	Convergent et volute d'entrée	63,5	14000	$p_e = 28,364$
$p_o = 27,92571$	$p_o = 27,78571$
$p_1 = 27,62029$	Roue	233,6	56530	$p_1 = 27,48029$
$p_2 = 36,33166$	Diffuseur	111,3	29327	$p_2 = 35,62636$
$p_4 = 39,32618$	Coudes	147,4	38838	$p_4 = 38,32761$
$p_6 = 40,89733$	Canal retour	265,8	70035	$p_6 = 38,81003$

Pertes par frottement des flasques :

Ce sont des pertes d'énergie par frottement de la roue sur le fluide et elles ne constituent pas des pertes de transformation d'énergie, on les considère de même que les pertes par frottement des paliers, comme étant des pertes mécaniques.

Elles forment avec les pertes hydrauliques, les pertes internes qui, elles définissent le rendement polytrophique

1^{ère} Cellule :

La puissance absorbée par frottement s'écrit :

$$\mathcal{L}_{f1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot C \cdot U_2^3 \cdot D_2^2 \cdot \left(1 + 5 \frac{b_2}{D_2}\right) \quad (\text{cv})$$

C'est un facteur dépendant du coefficient de frottement du fluide sur le disque.

Pour les gaz $C = 2 \text{ à } 2,5 \cdot 10^{-6}$; on prend $C = 2 \cdot 10^{-6}$
donc :

$$\mathcal{L}_{f1} = \frac{26,859}{22,477} (286,8)^3 (0,530)^2 \left(1 + 5 \cdot \frac{16}{530}\right) \cdot 2 \cdot 10^{-6}$$

$$\mathcal{L}_{f1} = 18,23 \text{ cv} = 13,42 \text{ Kw}$$

Cette fuite équivaut à h_{f1} en m :

$$h_{f1} = \frac{\mathcal{L}_{f1}}{\rho \cdot g} = \frac{13420}{51,69 \cdot 9,81} = 26,5 \text{ m}$$

Le rendement polytropique s'écrit :

$$\eta_{p1} = \frac{H_1}{H_1 + \sum (h'_p + h''_p)_1 + h_{f1}} = \frac{3630,2}{3630,2 + 821,6 + 26,5}$$

$$\Rightarrow \eta_{p1} = 0,810$$

2^{ème} Cellule et 3^{ème} Cellule :

Considérons que c'est les mêmes puissances que pour la 1^{ère} cellule, augmentées du coefficient dû au rapport des densités à ce niveau

$$\text{vu que } (D_2)_1 = (D_2)_2 = (D_2)_3$$

$$\text{donc : } (U_2)_1 = (U_2)_2 = (U_2)_3$$

$$(b_2)_1 = 16 \text{ mm}$$

$$(b_2)_2 = 15 \text{ mm}$$

$$(b_2)_3 = 12 \text{ mm}$$

on aura : $\left(1 + 5 \cdot \frac{b_2}{D_2}\right)$ à peu près le même pour les 3 roues.

Le graphe n°1 des densités (extrapolation linéaire) nous permet d'avoir les densités pour chaque étage .

$$C_{f2} = \frac{32,23}{26,859} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (286)^3 \cdot (0,530)^2 \cdot \left(1 + 5 \cdot \frac{15}{530}\right)$$

$$C_{f2} = 17,48 \text{ cv} = 12,86 \text{ Kw}$$

$$h_{f2} = \frac{C_{f2}}{\rho \cdot g} = \frac{12860}{51,69 \cdot 9,81} = 25,4 \text{ m}$$

$$C_{f3} = \frac{37,59}{32,23} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (286)^3 \cdot (0,52)^2 \cdot \left(1 + 5 \cdot \frac{12}{530}\right)$$

$$C_{f3} = 16,56 \text{ cv} = 12,19 \text{ Kw}$$

$$h_{f3} = \frac{C_{f3}}{\rho \cdot g} = \frac{12190}{51,69 \cdot 9,81} = 24 \text{ m}$$

Les rendements seront :

$$\eta_{p2} = \frac{3680}{3680 + 758,1 + 25,4} = 0,824$$

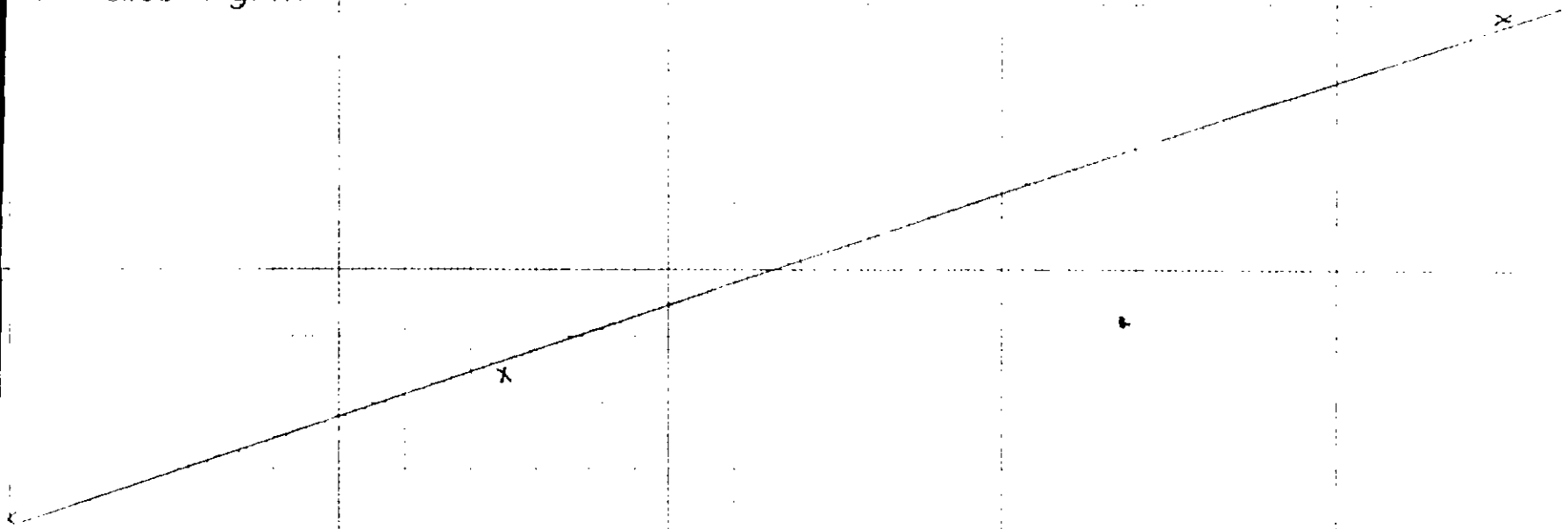
$$\eta_{p3} = \frac{4103}{4103 + 409,3 + 24} = 0,904$$

Compresseur :

$$P = \frac{H}{H + \sum (h_p' + h_p'') + \sum h_f} = \frac{11413,2}{11413,2 + 1989 + 75,9}$$

$$\eta_p = 0,847$$

Densités Kg/m^3



Grappe N°1

Pertes par fuites :

Ces fuites ont lieu aux ouïes munies de flasques, aux diaphragmes et vers l'extérieur. Elles définissent un rendement volumétrique.

Le poids d'air passant par une garniture à labyrinthes (c'est notre cas) est égal à :

$$\dot{m}_{f1} = S \sqrt{\frac{(p_b^2 - p_a^2) \rho_b}{Z \cdot p_b}}$$

avec :

S = Section de passage du fluide

p_b et p_a = pressions des 2 cotés du labyrinthe.

Z = nombre de chambre de détente.

Fuite par l'ouïe de la roue 1

On a $D'_0 = 322 \text{ mm}$

jeu $j = 0,5 \text{ mm}$ (0,3 à 0,5) = $0,5 \cdot 10^{-3}$

$$\begin{aligned} \text{La section de fuite est } S &= \pi \cdot D'_0 \cdot j = \\ &= 3,14 \cdot 0,322 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \\ &= 5,05 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

La pression $p_b = p_2 - \Delta p$ par suite de rotation du fluide

$$\Delta p = \rho_2 \cdot g \cdot \Delta h = \rho_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2 \cdot g} \left[\frac{3}{4} \cdot U_2^2 + \frac{U_0^2}{4} - (U_2 - C_{2u})^2 \right]$$

$$\Delta p = \frac{26,859}{2} \left[\frac{3}{4} (286,8)^2 + \frac{(151,5)^2}{4} - (286,8 - 174,4)^2 \right]$$

$$\Delta p = 735869 \text{ N/m}^2$$

Donc :

$$p_b = p_2 - \Delta p = (35,62636 - 7,35869) 10^5$$

$$p_b = 28,26767 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$p_a = p_1 = 27,48029 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$Z_0 = 5$$

$$\rho_b = 26,859 \text{ Kg/m}^3$$

$$\dot{m}_{f1} = 5,05 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{[(28,26767)^2 - (27,48029)^2] \cdot 10^{10} \cdot 26,859}{5 \cdot 28,26767 \cdot 10^5}}$$

$$\dot{m}_{f1} = 0,4612 \text{ Kg/s}$$

Fuites par le diaphragme entre la 1^{ere} et la 2^{eme} cellule

On admet : $\dot{m}_{f2} = 0,2 \text{ à } 0,3 \cdot \dot{m}_{f1}$

on prend : $\dot{m}_{f2} = 0,25 \cdot \dot{m}_{f1}$

$$\dot{m}_{f2} = 0,1153 \text{ Kg/s}$$

Fuites à l'exterieur :

Le compresseur dispose de 2 labyrinthes vers l'exterieur l'un donnant sur une étanchéité d'huile haute-pression (240 bar) où les fuites sont quasiment nulles et l'autre sur le second compresseur qui est avec lui dans le même corps.

La section de fuite est :

$$S = \pi \cdot D_m^2 \cdot j = \pi \cdot 0,282^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 4,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

p_b étant la pression de refoulement du second compresseur

$$p_b = 119,1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$p_a = 58,1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\rho = 37,59 \text{ Kg/m}^3$$

$$Z_m = 30$$

donc :

$$\dot{m}_{fe} = 4,43 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{[(119.1,013)^2 - (58.1,013)^2] \cdot 10^{10} \cdot 37,59}{30.119.1,013 \cdot 10^5}}$$

$$\dot{m}_{fe} = 1,5034 \text{ Kg/s}$$

Rendement volumétrique :

Pour le compresseur, ne sont intéressantes que les fuites vers l'extérieur.

Le rendement volumétrique sera donc :

$$\eta_v = \frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_t + \dot{m}_{fe}} = \frac{51,69}{51,69 + 1,5034} = 0,972$$

Pour la cellule 1 on aura :

$$\eta_{v1} = \frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_t + \dot{m}_{f1} + \dot{m}_{f2}} =$$

avec :

$$\dot{m}_t = \dot{m} + \dot{m}_{fe} = 51,69 + 1,5034 = 53,1934 \text{ Kg/s}$$

$$\eta_{v1} = \frac{53,1934}{53,1934 + 0,4612 + 0,1153} = 0,989$$

Pertes mécaniques :

Ces pertes correspondent aux différents frottements mécaniques et elle définissent un rendement mécanique.

Frottements des disques :

On avait trouvé une puissance absorbée de

$$P_m = 13,42 + 12,86 + 12,19 = 38,47 \text{ Kw}$$

Paliers :

La puissance perdue dans les paliers est en général égale à 1 % de la puissance théorique P_t

Rendements mécaniques :

Pour le compresseur on a :

$$\eta_m = \frac{P_t}{P_t + P_m + 1 \% \cdot P_t}$$

avec :

$$P_t = \frac{\dot{m}_t \cdot H_t \cdot g}{1000} = \frac{53,1934 \cdot 13146,9,81}{1000} = 6860 \text{ Kw}$$

donc :

$$\eta_m = \frac{6860}{6860 + 38,47 + 1 \% (6860)} = 0,985$$

Pour les autres étages on a :

$$\eta_{m1} = \frac{P_{t1}}{P_{t1} + P_{m1} + 1 \% (P_{t1})}$$

avec :

$$P_{t1} = \frac{H_{t1} \cdot \dot{m}_t \cdot g}{1000}$$

on a :

$$H_{t1} = H_{t2} = H_{t3} = 4332 \text{ m}$$

$$P_{m1} = 13,42 \text{ Kw}$$

$$P_{m2} = 12,86 \text{ Kw}$$

$$P_{m3} = 12,19 \text{ Kw}$$

Ce qui donne après calcul :

$$\eta_{m1} = 0,984$$

$$\eta_{m2} = 0,985$$

$$\eta_{m3} = 0,985$$

RENDLEMENT GLOBAL

Le rendement global est défini par :

$$\eta_G = \eta_h \cdot \eta_v \cdot \eta_m = 0,868 \cdot 0,972 \cdot 0,985$$

$$\eta_G = 0,831$$

PUISSANCES

Puissance théorique pour $x = \infty$

$$P_t = \frac{\dot{m}_t \cdot g \cdot H_t}{1000} = \frac{53,1934 \cdot 9,81 \cdot 15290}{1000}$$

$$P_t = 7979 \text{ Kw}$$

Puissance pour x fini

$$P_t = \frac{\dot{m}_t \cdot g \cdot H_t}{1000} = \frac{53,1934 \cdot 9,81 \cdot 13146}{1000}$$

$$P_t = 6860 \text{ Kw}$$

Puissance utile :

$$P_u = \frac{\dot{m} \cdot g \cdot H}{1000} = \frac{51,69 \cdot 9,81 \cdot 11413,2}{1000}$$

$$P_u = 5787 \text{ Kw}$$

Puissance totale :

$$P = \frac{P_u}{\eta_G} = \frac{5787}{0,831} = 6964 \text{ Kw}$$

PARAMETRES D'ARRET

Nombre de Mach : M

- Entrée du compresseur : Mo

$$Mo = \frac{C_o}{a_o}$$

Si la vitesse du son est atteinte (M=1) en un point quelconque du compresseur, des chocs se produisent et peuvent diminuer le rendement d'une façon considérable.

a_o = vitesse du son définie par :

$$a_o = \sqrt{\gamma_o \cdot r \cdot T_o}$$

$$a_o = \sqrt{1,26 \cdot 415 \cdot 323} = 411 \text{ m/s}$$

$$C_o = 70,4 \text{ m/s}$$

d'où :

$$Mo = 0,171$$

- Sortie du compresseur : Ms

a la sortie du compresseur on a :

$$Ms = \frac{C_s}{a_s}$$

avec :

$$a_s = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_s}$$

$$a_s = \sqrt{1,26 \cdot 415 \cdot 398} = 456,2 \text{ m/s}$$

$$Ms = \frac{C_s}{a_s} = 0,07$$

$$\text{avec : } C_s = \frac{\dot{m}}{s \cdot D_s^2/4} =$$

$$= \frac{51,69}{37,59 \cdot (0,234)^2} = 32 \text{ m/s}$$

-Pressions :

Les pressions sont données par la relation :

$$P_{to} = P_o \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_o^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{ts} = P_s \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_s^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

ce qui nous permet de tirer :

$$P_{to} / P_o = 1,019$$

$$P_{ts} / P_s = 1,003$$

On tire :

$$P_{to} = 1,019 \cdot P_o = 27,78571 \cdot 1,019 \cdot 10^5$$

$$P_{ts} = 1,003 \cdot P_s = 58,1,013 \cdot 10^5 \cdot 1,003$$

$$P_{to} = 28,31364 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$P_{ts} = 58,93026 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

On tire le taux de compression réel :

$$r = \frac{P_{ts}}{P_{to}} = \frac{58,93026 \cdot 10^5}{28,31364 \cdot 10^5}$$

Le taux de compression calculé avec les données de départ c'est à dire $r = 58/28 = 2,071$ représente un écart de 0,5 % par rapport au taux de compression réel.

- Températures :

Elles sont données par :

$$T_{to} = T_o \left[\frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_o^2 + 1 \right]$$

$$T_{ts} = T_s \left[\frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_s^2 + 1 \right]$$

On a :

$$\frac{T_{to}}{T_o} = 1,004$$

$$\frac{T_{ts}}{T_s} = 1,001$$

d'où :

$$T_{to} = 324,3 \text{ °K}$$

$$T_{ts} = 398,3 \text{ °K}$$

Rendement adiabatique :

Retrouvons la valeur de l'efficacité adiabatique calculée au début, avec les paramètres d'arrêt .

$$\eta_c = \frac{r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{ts}}{T_{to}} - 1} = 0,715$$

Ce rendement présente un écart de 2 % par rapport à celui qui a été calculé au début.

L'erreur est donc très faible .

Le compresseur qu'on vient d'étudier comporte 3 roues. Chaque roue communique au gaz le même travail théorique W'_c .

Le premier étage aspire le gaz à la vitesse C_0 et l'évacue à la vitesse C_6 , vitesse sensiblement égales, et ainsi de suite pour les 3 cellules.

Si on admet une efficacité adiabatique égale pour chacun des étages, on peut conclure qu'ils travaillent de la même façon.

Les roues ont le même diamètre et les sections de passage du gaz sont calculées de façon à avoir à peu près les mêmes vitesses aux mêmes points de chaque étage, on peut se contenter alors de n'étudier qu'un seul étage.

On a, à travers cette étude, montré, tenant compte des principales pertes et des suppositions faites à leur sujet, comment arriver au calcul du rendement globale et des puissances d'un turbocompresseur.

On prendra pour l'étude qui va suivre, pour le 1^{er} compresseur, la chaleur spécifique calculée dans la partie thermodynamique.

Les calculs avec l'ancienne valeur ($C_p = 2 \text{ Kj/Kg}$) ne varieront pas beaucoup.

Cette étude comportera une recherche sur les rendements et les puissances des 4 compresseurs, d'une part, et une étude qualitative de la réfrigération, d'autre part.

BILAN ENERGETIQUE

Données

Ayant pour un compresseur, la chaleur spécifique à l'entrée et à la sortie, les températures et pressions respectives, on tire le $C_{p_{moyen}}$, γ , et k , sachant que :

$$C_{p_{moyen}} = \frac{C_{p_{entrée}} + C_{p_{sortie}}}{2}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - r}$$

$$k = \frac{1}{1 - \frac{\ln T_2/T_1}{\ln P_2/P_1}}$$

d'où le tableau :

Compresseurs		T(°K)	Patm	Cp Kj/Kg	Cp _{moyen}		k	Z	Kg/m ³
I	Asp	323	28	2,338	2,417	1,21	1,402	0,945	30,033
	Ref	398	58	2,495					
II	Asp	333	57	2,495	2,206	1,26	1,381	0,907	62,130
	Ref	408	119	1,916					
III	Asp	338	117	1,916	1,863	1,29	1,462	0,893	124,54
	Ref	428	247	1,810					
IV	Asp	338	245	1,810	1,755	1,31	1,469	0,980	220,23
	Ref	403	425	1,699					

Expression du travail

- Travail adiabatique : W_c

Il correspond à une compression isentropique (adiabatique et réversible).

$$W_c = Z \cdot r \cdot T_1 \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(r^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right)$$

- Travail hydraulique : W_k

Il correspond à un gaz réel avec 100 % de rendement et aucune perte par friction ou turbulence.

$$W_k = Z \cdot r \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k - 1} \left(r^{\frac{k - 1}{k}} - 1 \right)$$

- Travail pratique : W_p

Il correspond à un gaz réel et un compresseur réel

$$W_p = Z \cdot r \cdot T_1 \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(r^{\frac{k - 1}{k}} - 1 \right)$$

Expression des rendements

- Rendement ou efficacité adiabatique : c

Lors d'une compression réelle, il y a toujours des pertes irréversibles, ce qui se traduit du point de vue travail par :

$$\text{réel} = \text{réversible} + \text{pertes}$$

Le rendement adiabatique est défini par :

$$c = \frac{W_c}{W_p} = \frac{r^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1}{r^{\frac{k - 1}{k}} - 1}$$

Le rendement adiabatique d'un compresseur est inférieur à celui de ses roues.

Il est d'autant plus faible, qu'il y a plus d'étages.

- Rendement hydraulique : η_k

Il est défini par :

$$\eta_k = \frac{W_c}{W_k} = \frac{\gamma (k-1)}{k (\gamma - 1)} = \frac{\frac{\gamma - 1}{r^{\frac{\gamma - 1}{k}} - 1}}{\frac{k - 1}{r^{\frac{\gamma - 1}{k}} - 1}}$$

- Rendement polytropique : η_p

Il est défini par :

$$\eta_p = \frac{W_k}{W_P} = \frac{k (\gamma - 1)}{\gamma (k - 1)}$$

Il correspond à une machine effectuant sans pertes la même compression que dans la machine réelle.

Il est égal, pour un compresseur, à celui de ses roues si celles-ci ont le même rendement ou leur moyenne si les rendements sont différents.

Remarquons que η_p est indépendant de r ; il varie peu avec la température et la vitesse.

Il exprime les performances réelles d'une machine.

On peut aussi vérifier que : $\eta_p = \eta_c / \eta_k$

- Rendements volumétrique et mécanique : η_v et η_m

On admet pour les 2 premiers compresseurs, les mêmes rendements volumétrique et mécanique, ceci parce qu'ils sont conçus de la même manière.

L'erreur faite sur ce point peut être très faible.

Pour les deux autres, supposons une baisse de 10 % du rendement volumétrique du fait de l'augmentation des frottements (augmentation de la densité) et gardons le même rendement mécanique.

On avait trouvé précédemment pour le 1^{er} compresseur :

$$\eta_v = 0,972 \quad ; \quad \eta_m = 0,985$$

- Rendement global : η

Il est défini par :

$$\eta = \eta_k \cdot \eta_v \cdot \eta_m$$

Expression de la puissance :

- Puissance utile : P_u

$$P_u = \dot{m} \cdot W_p$$

- Puissance totale absorbée sur l'arbre : P

$$P = P_u / \eta$$

Resultats :

On va résumer sur un même tableau tous les calculs correspondants à ce qu'on a vu, et ce partant du tableau des données et formules.

Le travail est exprimé en Kj/Kg et la puissance en Kw.

Comp.	W_{2k}	W_k	W_p	η_L	η_k	η_p	η_v	η_m	η
I	98,33	102,59	163,88	0,600	0,958	0,630	0,972	0,985	0,917
II	99,64	102,30	136,77	0,729	0,974	0,748	0,972	0,985	0,933
III	101,9	105,57	148,40	0,687	0,965	0,711	0,875	0,985	0,832
IV	80,88	82,79	111,69	0,724	0,977	0,741	0,875	0,985	0,842

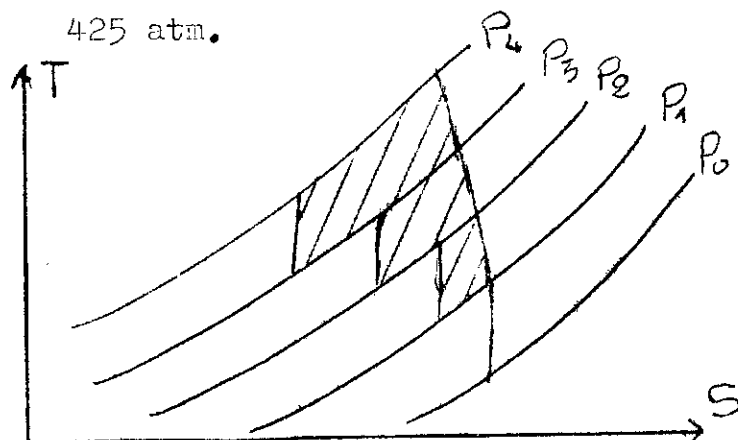
P_u : 8471 (1^{er} Compresseur)
 7070 (2^{eme} " " "
 7671 (3^{eme} " " "
 5773 (4^{eme} " " "

P : 9238 Kw On voit que les
 7577 " " 4 compresseurs
 9220 " " absorbent :
 6857 " " 32892 Kw

ETUDE QUALITATIVE DE LA REFRIGERATION

La compression isothermique exige moins de travail que la compression isentropique pour les mêmes conditions. Nous allons voir que serait la puissance des 4 compresseurs si on venait à supprimer les réfrigérants.

Supposons que les compresseurs ne sont pas réfrigérés et que le gaz passe de l'un à l'autre pour aller de 28 à 425 atm.



Dans le cas d'une non réfrigération on perdrait toute l'aire hachurée

Voyons ce que cette aire représente en énergie.

Soit les données : $Z = Z_{\text{moyen}} = 0,931$

$$C_p = C_{p_{\text{moyen}}} = (2,338 + 1,699) / 2 = 2,019$$

$$\gamma = 1,26$$

$$T_1 = 323 \text{ °K}$$

$$r = 425/28$$

$$k = 1,402 \text{ (polytropes du 1}^{\text{er}} \text{ et de}$$

l'ensemble des compresseurs

supposées identiques)

$$\text{On a : } W_c = 0,931 \cdot 0,415 \cdot 323 \cdot \frac{1,26}{0,26} \left[\left(\frac{425}{28} \right)^{0,26/1,26} - 1 \right] = 455,31 \text{ Kj/Kg}$$

$$W_k = 0,931 \cdot 0,415 \cdot 323 \cdot \frac{1,402}{0,402} \left[\left(\frac{425}{28} \right)^{0,402/1,402} - 1 \right] = 514,10 \text{ Kj/Kg}$$

$$W_p = 0,931 \cdot 0,415 \cdot 323 \cdot \frac{1,26}{0,26} \left[\left(\frac{425}{28} \right)^{0,402/1,402} - 1 \right] = 714,37 \text{ Kj/Kg}$$

$$c = \frac{W_c}{W_p} = \frac{455,31}{714,37} = 0,637$$

$$k = \frac{W_c}{W_k} = \frac{455,31}{514,10} = 0,886$$

$$p = \frac{W_k}{W_p} = \frac{514,10}{714,37} = 0,720$$

Admettons un rendement mécanique $\eta_m = 0,985$ et un rendement volumétrique comme étant la moyenne des rendements volumétriques des 2 séries de compresseurs:

$$\eta_v = 0,924$$

Donc le rendement global s'écrit :

$$\eta = 0,886 \cdot 0,924 \cdot 0,985 = 0,806$$

$$P_u = \dot{m} \cdot W_p = 51,69 \cdot 714,37 = 36926 \text{ Kw}$$

$$\text{Puissance totale : } P_t = P_u / \eta = \frac{36926}{0,806} = 45814 \text{ Kw}$$

La puissance qui était à 32892 Kw avec réfrigérants, passe à 45814 Kw sans réfrigérants.

On voit bien ici, que comme nos pressions sont relativement élevées, on a intérêt à refroidir le gaz entre les compresseurs et c'est ce qui nous fait une économie de 12922 Kw c'est à dire 28% du cas sans réfrigération.

Cette étude est assez grossière.

Il y a beaucoup de facteurs qui influent dans des cas semblables, mais elle nous permet d'avoir un ordre de grandeur des pertes de puissances causées à cet effet, ordre de grandeur assez valable.

Conclusion .

Il est de plus grand intérêt, afin d'avoir des hauteurs élevées de déterminer les caractéristiques des roues d'un compresseur et des compresseurs ainsi que les limites de pompage.

Les performances d'un compresseur peuvent être déterminées au moyen de coefficients sans dimensions.

Cette représentation a l'avantage d'être indépendante de la nature du gaz et de la vitesse de rotation des roues; le pompage peut être aussi défini:

Un compresseur a un fonctionnement instable lorsque la pression différentielle qui lui est imposée par le système sur lequel il débite est supérieure à celle qu'il peut développer au point de fonctionnement considéré ; il en est des conséquences telles que les vibrations du rotor , les poussées violentes sur les butées, etc...

La vitesse du son (engendre une diminution du rendement si elle est atteinte en un point quelconque du compresseur), la fatigue du matériel et la vitesse, constituent aussi des contraintes pour la réalisation de hauteurs élevées.

Il y a aussi la question du ref roidissement qui devient une question de prix d'investissement car la compression isotherme est la plus économique. L'étude faite ici est très générale et n'est pas une fin en elle même dans la mesure où l'on veut passer à la réalisation pratique d'un compresseur. Elle est faite pour des conditions climatiques d'été et les écarts avec le constructeur sont dû comme nous l'avons cité auparavant au manque de données... et aux suppositions faites quand aux pertes, etc ...

INTRODUCTION

Dès 1919 commença la construction des multiplicateurs (réducteurs) avec dentures trempées et réctifiées pour turbines à vapeur et compresseurs.

Ce n'est qu'en 1930 que furent construits les premiers multiplicateurs (réducteurs) avec dentures hélicoïdales simples. Cette conception s'est révélée sûre et réussie; aussi a-t-elle été conservée au cours des années.

Le multiplicateur qu'on se propose d'étudier est un multiplicateur Suisse de la maison MAAG. Il est utilisé dans la station de reinjection de HASSI-MESSBAUD. Il a été conçu pour transmettre la puissance de la turbine à gaz au compresseur dans un service continu et avec toute la sécurité nécessaire pour une telle installation. Sous condition d'une lubrification impeccable et d'un montage et alignement parfaits avec les machines accouplées le constructeur assure pratiquement une endurance illimitée.

CARACTERISTIQUE TECHNIQUE (relevées sur station)

Puissance transmise	:	52550 HP (cv)
Vitesse	:	4670 / 10355 tr/mn
Entraxe Δ	:	470 mm
Nombres de dents	:	61 / 135
Largeur de denture	:	360 mm
Angle de pression α	:	22° 48' 18"
Angle d'hélice β	:	12°
Vitesse circonférentielle au diamètre primitif	:	158 m/s

HYPOTHESES

Avec ces caractéristiques relevées sur la station, nous nous proposons de reprendre le calcul du multiplicateur. C'est une machine qui transmet une grande puissance (32550cv). Nous prenons pour cela un k: coefficient de largeur de denture compris entre 70 et 80. On prend k= 77.

Les pignon et roue qui subissent une forte pression superficielle et un frottement intense doivent résister à l'usure. Pour cela nous considérons qu'ils sont en acier NiCr de cémentation. Pour les aciers spéciaux traités, réctifiés on a :

$$R_{pe} = 150 \text{ à } 250 \text{ N/mm}^2$$

Nous prenons pour nos calculs un $R_{pe} = 155 \text{ N/mm}^2$

On considérera aussi que 3 couples de dentures au moins sont en contact; nous calculerons le chiffre exact. plus loin. Donc le couple moteur sera divisé par 3.

Avec les données techniques relevées et les hypothèses nous allons entamer le calcul des pignon et roue.

Diamètres primitifs:

$$\text{Entrée: } D_{pe} = \frac{N_s}{N_e + N_s} = 2.470. \frac{10355}{4670 + 10355} = 647,83 \text{ mm}$$

$$\text{Sortie: } D_{pe} = \frac{N_e}{N_e + N_s} = 2.470. \frac{4670}{4670 + 10355} = 292,17 \text{ mm}$$

Couple moteur :

$$C_m = \frac{P}{\omega_e} = \frac{32550.736.30}{3.14.4670} = 48987,28 \text{ mN}$$

Puisque nous avons au minimum 3 dents en contact on peut écrire que le couple moteur réel = $C_m / 3$ donc:

$$C_{mr} = \frac{C_m}{3} = \frac{48987,28}{3} = 16329 \text{ mN}$$

Détermination du module :

Nous utiliserons la formule de LEWIS pour le calcul de M

$$M = \frac{3}{k \cdot Z_e \cdot R_{pe} \cdot Y} \quad \text{avec } Y = 0,154 - \frac{1,2}{Z_e} = 0,13$$

On calcule le module en denture droite pour plus de sécurité à fortiori elle sera plus résistante en denture hélicoïdale. On vérifiera le calcul du module plus loin :

- à la résistance à la rupture
- à la pression superficielle

$$M = \sqrt[3]{\frac{2.16529.10^3}{77.3,14.61.165.0,13}} = 4,69 \text{ mm}$$

Module réel : $M_r = 4,69 \text{ mm}$

Module normalisé : $= 5 \text{ mm}$

Module apparent : $M_a = \frac{M_r}{\cos \beta} = \frac{4,69}{\cos 12^\circ} = 4,79 \text{ mm}$

Largeur de denture : $l = k.M_r = 77.4,69 = 361 \text{ mm}$

La largeur de denture relevée sur le multiplicateur $l=360 \text{ mm}$
 Cette erreur est due, au coefficient de largeur de denture, à R_{pe}
 à Y (valable seulement en denture droite), et au fait que nous
 avons considérés que 3 couples de dents en contact.

Nombres de dents (vérification)

$$\text{Entrée: } Z_e = \frac{D_{pe} \cdot \cos \alpha}{M_r} = \frac{647,83 \cdot 0,98}{4,69} = 135,37 = 135 \text{ dents}$$

$$\text{Sortie: } Z_s = \frac{D_{ps} \cdot \cos \alpha}{M_r} = \frac{292,17 \cdot 0,98}{4,69} = 61,05 = 61 \text{ dents}$$

$$\text{Diamètre de tête: } D_t = D_{pe} + 2.M = 647,83 + (2.5) = 657,83 \text{ mm}$$

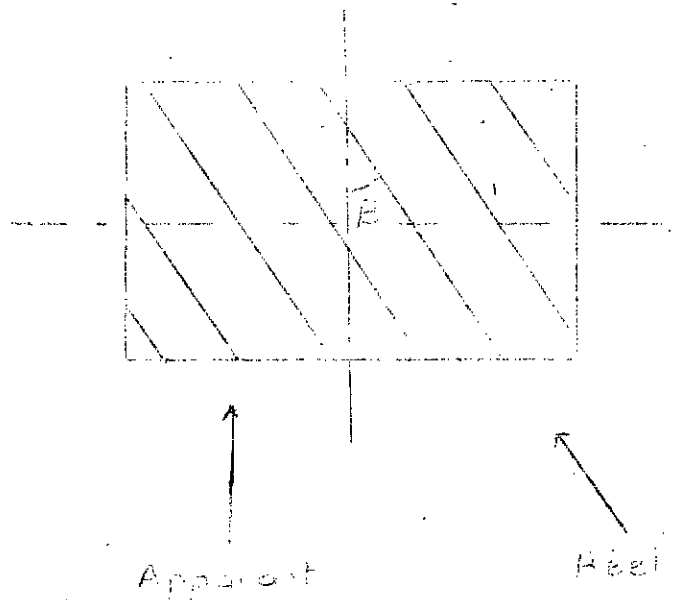
$$\text{Diamètre de pied: } D_p = D_{ps} + 2.M = 292,17 + (2.5) = 302,17 \text{ mm}$$

$$\text{Saillie} = M = 5 \text{ mm}$$

$$\text{Croux} = 1,25 M = 6,25 \text{ mm}$$

$$\text{Pas apparent : } P_a = M_a \cdot 3,14 = 15,05 \text{ mm}$$

$$\text{Pas réel : } P_r = M_r \cdot 3,14 = 14,73 \text{ mm}$$



ETUDE DE L'ENGRENEMENT OU CONTINUITÉ DE L'ENGRENEMENT

On définit dans la fig(1) la droite (T_1, T_2) , dite "ligne d'engrènement" ou encore "ligne d'action".

Cette figure schématise l'engrènement de deux roues O_1, O_2 d'un engrenage parallèle extérieur dans un plan perpendiculaire aux axes (nous supposons que les dentures sont à développante de cercle). La ligne d'action est une droite passant par le point I de contact des deux cercles primitifs, tangente aux deux cercles de base et inclinée d'un angle α (angle de pression) par rapport à la tangente commune aux deux cercles primitifs en I.

On définit sur la fig(1) :

- 1) début de l'engrènement: le profil mené est attaqué par son sommet.
- 2) le point de contact est confondu avec le point I on définit: la période d'approche, comme étant la période comprise entre le début de l'engrènement et le moment où le point de contact est en I.
 - La longueur d'approche: longueur de ligne d'action parcourue pendant la période d'approche ($G_f = AI$)
- 3) fin de l'engrènement: le profil menant ne conduit plus que par son sommet.
 - La période de retraite: c'est la période comprise entre le moment où le point de contact est en I et la fin de l'engrènement.
 - longueur de retraite: c'est la longueur que parcourt la ligne d'action pendant la période de retraite ($G_a = IB$)
 - longueur de conduite: c'est la longueur que parcourt la ligne d'action pendant tout l'engrènement ($AB = AI + IB$)

$$G_\alpha = G_f + G_a$$

- Arc de conduite: Arc dont ont roulé sans glisser l'un sur l'autre les deux cercles primitifs pendant tout l'engrènement

$$A = \frac{G_\alpha}{\cos \alpha}$$

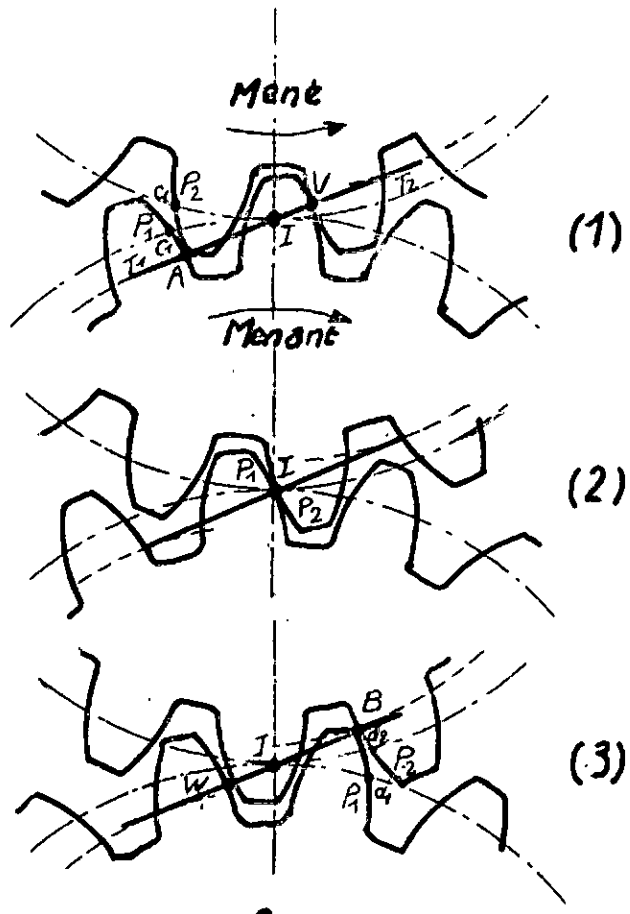


Fig: 1

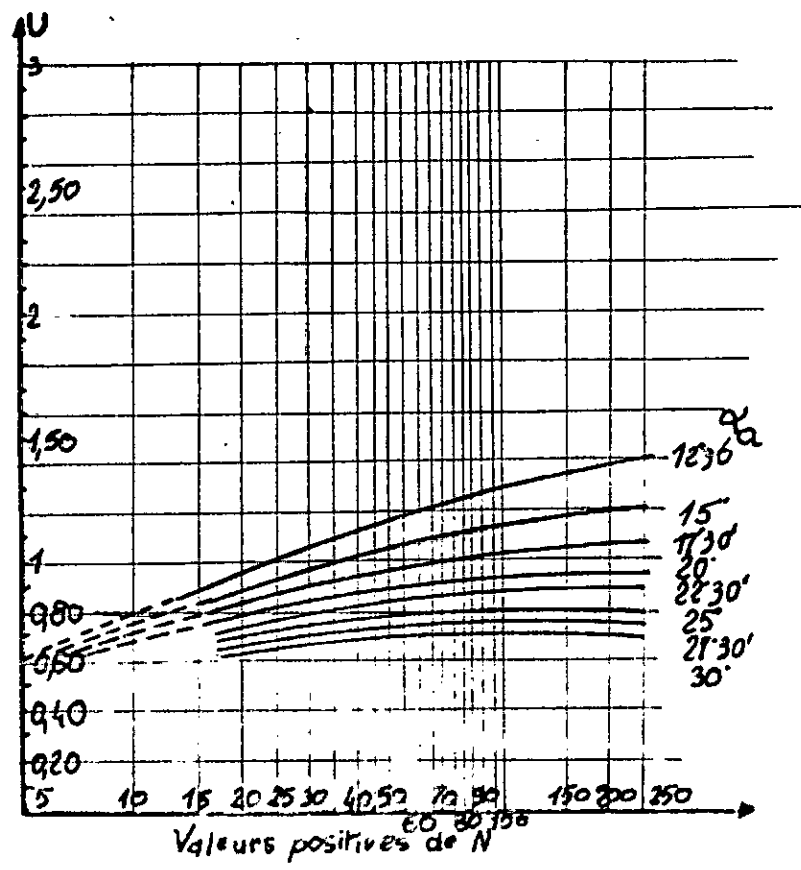


Fig: 2

Rapport total de conduite

- signification pratique du rapport total de conduite.

Si sa valeur est par exemple 5,4 (valeur comprise entre 5 et 6) cela signifie qu'il y aura tantôt 5 tantôt 6 couples de dentures simultanément en contact. La denture hélicoïdale a plus de dents en contact que la denture droite. Elle est utilisée de préférence à celle-ci lorsque les questions de silence de fonctionnement seront primordiales.

Pour utiliser des dentures hélicoïdales il faut que le rapport de recouvrement soit au moins égal à 1.

On définit:

$$\text{Le rapport de conduite apparent: } E_{\alpha} = \frac{G_a}{P_a}$$

$$\text{Le rapport de recouvrement} : E_{\beta} = \frac{G_{\beta}}{P_a}$$

$$\text{Le rapport total de conduite} : E_{\gamma} = E_{\alpha} + E_{\beta}$$

Calcul du nombre de dents en contact permanent.

$$1) \text{ Rapport de recouvrement: } E_{\beta} = \frac{G_{\beta}}{P_a}$$

$$G_{\beta} = 1 \cdot T_g \cdot \beta \quad \text{avec : } \beta = 12^{\circ} \text{ angle d'hélice}$$

$$b = \text{largeur de denture} = 360 \text{ mm}$$

$$G_{\beta} = 360 \cdot T_g \cdot 12^{\circ} = 76,52 \text{ mm} ; P_a = 15,05 \text{ mm}$$

$$\text{ce qui donne : } E_{\beta} = 5,08$$

$$2) \text{ Rapport de conduite apparent : } E_{\alpha} = \frac{G_a}{P_a}$$

A l'aide d'une épure on pourrait déterminer G_a comme étant l'arc de conduite. Nous utiliserons ici une deuxième méthode : en utilisant une abaque dû au recteur CAPELLLE pour la détermination du rapport de conduite apparent fig 2

Pour cela nous allons déterminer certains éléments pour nous permettre d'utiliser l'abaque:

$$\begin{aligned} Z_e &= 61 \text{ dents} ; Z_s = 135 \text{ dents} \\ \alpha &= 22^\circ 48' = \text{angle de pression} \\ \beta &= 12^\circ = \text{angle d'hélice} \\ H_{ae} &= 5 \text{ mm} = \text{saillie de la roue} \\ H_{as} &= 5 \text{ mm} = \text{saillie du pignon} \\ b &= 360 \text{ mm} = \text{largeur de denture} \end{aligned}$$

On a les éléments apparents suivant:

$$\operatorname{Tg} \alpha_a = \frac{\operatorname{Tg} \alpha}{\cos \beta} = 0,42 \quad \alpha_a = 22^\circ 50'$$

$$M_a = 4,79 \text{ mm}$$

$$\text{Pas de base apparent} : P_{ba} = \pi \cdot M_a \cdot \cos \alpha_a = 13,90 \text{ mm.}$$

$$\text{Pas primitif apparent} : P_{pa} = \pi \cdot M_a = P_a = 15,05 \text{ mm}$$

On utilise maintenant l'abaque (fig 2) pour la détermination du rapport de conduite apparent en procédant comme suit :

$$Y_1 = \frac{H_{ae}}{M_a} = \frac{5}{4,79} = 1,04 ; Y_2 = \frac{H_{as}}{M_a} = \frac{5}{4,79} = 1,04$$

$$Z_1 = \frac{Z_e}{Y_1} = \frac{61}{1,04} = 58,65 ; Z_2 = \frac{Z_s}{Y_2} = \frac{135}{1,04} = 129,81 \text{ mm}$$

$$\begin{array}{l} \text{a } Z_1 \text{ et } \alpha_a \text{ correspond } U_1 \\ \left. \begin{array}{l} Z_1 = 58,65 \\ \alpha_a = 22^\circ 50' \end{array} \right\} \Rightarrow U_1 = 0,82 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{a } Z_2 \text{ et } \alpha_a \text{ correspond } U_2 \\ \left. \begin{array}{l} Z_2 = 129,81 \\ \alpha_a = 22^\circ 50' \end{array} \right\} \Rightarrow U_2 = 0,86 \end{array}$$

On fait le produit $Y_1 \cdot U_1$ et $Y_2 \cdot U_2$

$$E\alpha = Y_1 \cdot U_1 + Y_2 \cdot U_2 = (1,04 \cdot 0,82) + (1,04 \cdot 0,86)$$

$$E\alpha = 1,75$$

Donc :

$$\begin{aligned} \text{le rapport total de conduite } E_{\gamma} &= E_{\alpha} + E_{\beta} \\ &= 1,75 + 5,08 = 6,83 \end{aligned}$$

En conclusion:

$E_{\gamma} = 6,83$, nous aurons tantôt 6 couples de dentures simultanément en contact, tantôt 7 couples.

Ce qui signifie que le couple moteur (C_m) sera supporté par 6 ou 7 couples de dents en même temps, ce qui revient pour le calcul des dentures et du module, à diviser le (C_m) par le nombre de denture en contact.

Mais sur les 6 ou 7 couples de dentures qui sont en contact il n'y a que 3 ou 4 couples de dentures qui portent sur toute leurs surfaces; les autres seront soit à la moitié ou au quart de leurs surfaces, au début de l'engrenement soit à la fin.

Nous avons considéré dans notre cas que 3 couples de dentures étaient en contact alors qu'en réalités il y a plus. En prenant 3 couples seulement c'est un sécurite en plus que nous faisons introduire, en plus du faite que nous avons déterminés le module en denture droite, a fortiori la denture sera plus résistante quand elle est inclinée.

ETUDE DYNAMIQUE

Soit un engrenage de diamètre primitif (d_1, d_2), d'angle de pression α . Le pignon moteur à une vitesse angulaire $\omega = 2\pi N_e / 60$; il transmet un couple moteur (C_m), donc la puissance transmise sera: $P = C_m \cdot \omega$

L'action de la denture de la roue sur le pignon se traduit par une force F_n (qu'on supposera appliquée au milieu de la largeur de denture), dirigée suivant la normale commune aux dentures en leur point de contact.

On peut dire que pendant tout l'engrènement, cette force normale F_n a comme support la ligne d'action. F_n se décompose en F_t (force tangentielle) et F_r (force radiale).

- Si on connaît : C_m et R_{b1} (rayon de base de la roue)

On peut écrire que:

$$F_n = \frac{C_m}{R_{b1}}$$

$$F_t = F_n \cdot \cos \alpha$$

$$F_r = F_n \cdot \sin \alpha = F_t \cdot \operatorname{Tg} \alpha$$

- Si on connaît la puissance transmise en (KW) et la vitesse tangentielle en (m/s)

On peut écrire que:

$$F_t = \frac{P}{V_t}$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$

$$F_r = F_t \cdot \operatorname{Tg} \alpha$$

- Si on connaît R_1 : rayon primitif de la roue en (mm)

n_1 : nombre de tours/minute de la roue

$$F_t = 7,16 \cdot 10^6 \cdot \frac{P(\text{ch})}{n_1 \cdot R_1}$$

EFFORTS SUR LES DENTURES

Pour un engrenage à denture hélicoïdale nous pouvons déterminer les efforts sur la denture en connaissant:

P :puissance sur l'arbre de la roue

C_m :moment sur l'arbre de la roue

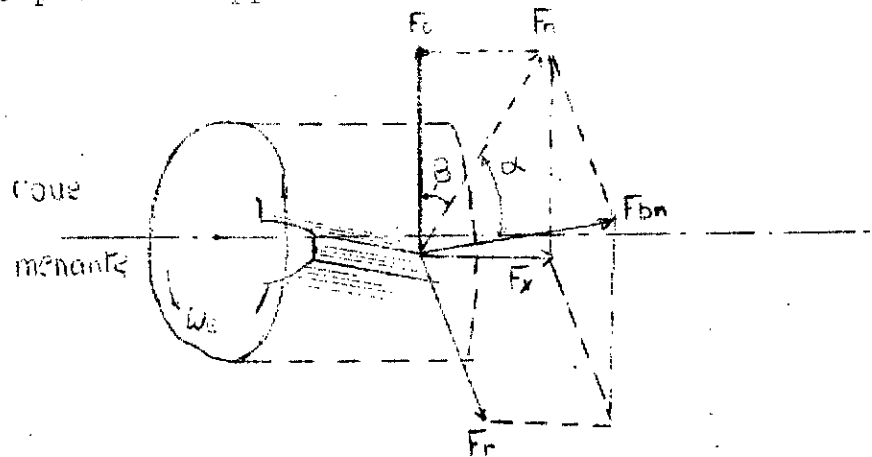
n_1 :vitesse en tour/mn de la roue

R_1 et R_2 :rayons primitifs (roue et pignon)

β :angle d'inclinaison

α :angle de pression réel

α_a :angle de pression apparent



On considère que F_t composante de F_{bn} est appliqué au milieu de la largeur de denture.

On définit:

$$- \text{L'effort radial: } F_r = F_n \cdot \text{Tg} \alpha = \frac{F_t \text{Tg} \alpha}{\text{Cos} \beta} = F_t \cdot \text{Tg} \alpha_a$$

$$\text{avec } \text{Tg} \alpha = \text{Tg} \alpha_a \cdot \text{Cos} \beta$$

$$- \text{L'effort axial: } F_x = F_t \cdot \text{Tg} \beta$$

$$- \text{L'effort normal: } F_{bn} = \frac{F_n}{\text{Cos} \alpha} = \frac{F_t}{\text{Cos} \beta \cdot \text{Cos} \alpha}$$

EFFORT SUR LES ARBRES ET LES PALIERS

On définit d'après la figure (3):

- La charge radiale R_1 , supportée par l'arbre de la roue:

$$\vec{R}_1 = \vec{Ft} + \vec{Fr} + \vec{Q}_1 \quad \text{avec } Q_1 = \text{poids de la roue}$$

- Les charges sur les paliers A et B de la roue:

on définit:

$$\vec{Ft}_A = \vec{Ft} \cdot \frac{l_B}{l_1}$$

$$\vec{Fr}_A = \vec{Fr} \cdot \frac{l_B}{l_1}$$

$$Q_{1A} = Q_1 \cdot \frac{l_B}{l_1}$$

$$\vec{Fx}_A = \frac{\vec{Fx} \cdot r_1}{l_1}$$

d'où:

- La charge radiale sur le palier A:

$$\vec{R}_A = \vec{Ft}_A + \vec{Fr}_A + Q_{1A} + \vec{Fx}_A$$

on définit:

$$\vec{Ft}_B = \frac{l_A}{l_1} \cdot \vec{Ft}$$

$$\vec{Fr}_B = \frac{l_A}{l_1} \cdot \vec{Fr}$$

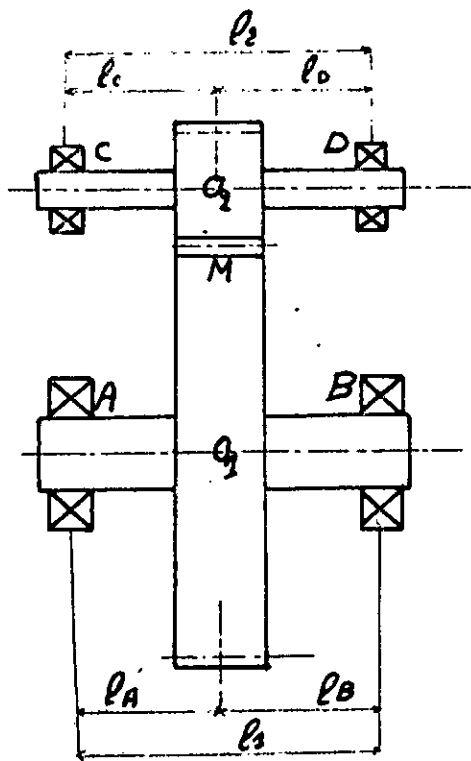
$$Q_{1B} = \frac{l_A}{l_1} \cdot Q_1$$

$$\vec{Fx}_B = \frac{\frac{l_1}{l_1} \cdot \vec{Fx} \cdot r_1}{l_1}$$

d'où:

- La charge radiale sur le palier B:

$$\vec{R}_B = \vec{Ft}_B + \vec{Fr}_B + Q_{1B} + \vec{Fx}_B$$



QVPC:
 $l_1 = l_2 = 600 \text{ mm}$
 $l_c = l_b = l_a = l_b = 300 \text{ mm}$

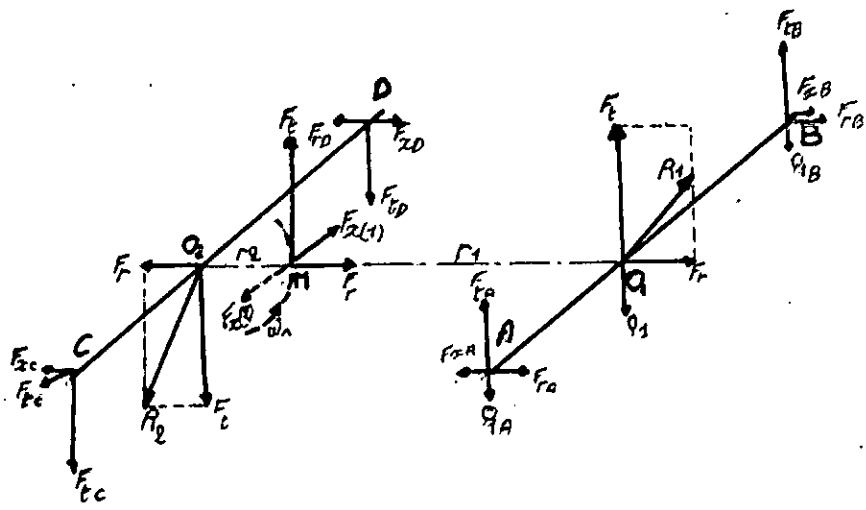


Fig: 3

- Les charges sur les paliers C et D du pignon:
on définit:

$$\vec{Ft}_C = \vec{Ft} \cdot \frac{l_D}{l_2}$$

$$\vec{Fr}_C = \vec{Fr} \cdot \frac{l_D}{l_2}$$

$$\vec{Fx}_C = \frac{\vec{Fx} \cdot r_2}{l_2}$$

d'où:

- La charge radiale sur le palier C:

$$\vec{R}_C = \vec{Ft}_C + \vec{Fr}_C + \vec{Fx}_C$$

on définit:

$$\vec{Ft}_D = \vec{Ft} \cdot \frac{l_C}{l_2}$$

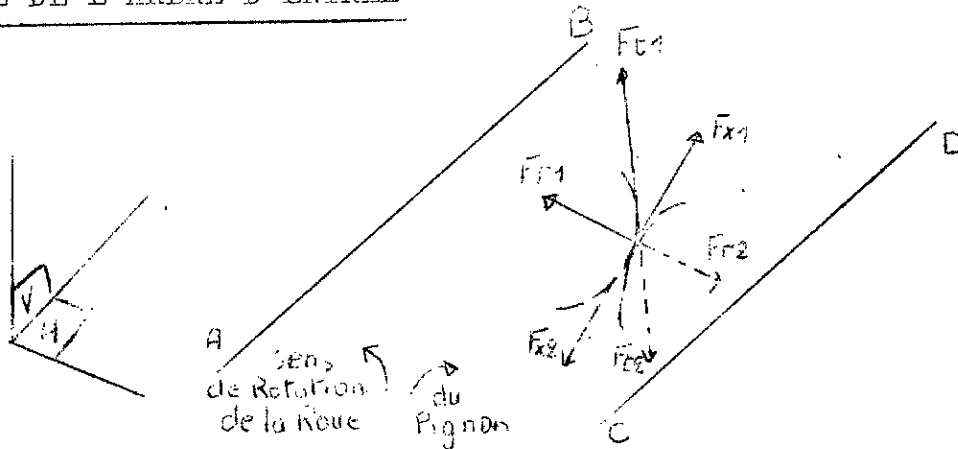
$$\vec{Fr}_D = \vec{Fr} \cdot \frac{l_C}{l_2}$$

$$\vec{Fx}_D = \vec{Fx} \cdot \frac{r_2}{l_2}$$

d'où:

- La charge radiale sur le palier D:

$$\vec{R}_D = \vec{Ft}_D + \vec{Fr}_D + \vec{Fx}_D$$

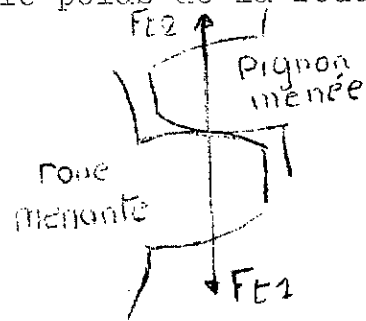


Nous faisons un premier calcul du diamètre de l'arbre d'entrée en considérant seulement le poids de la roue

Calcul du poids de la roue:

Dans notre cas le poids de la roue s'ajoute à l'effort tangentiel F_{t1}

F_{t1} étant l'effort que rencontre une dent de la menante en voulant entaîner une dent de la menée, l'effort est dirigé vers le bas, donc le poids de la roue qui est dirigé vers le bas s'ajoute à F_{t1} .



F_{t2} c'est l'effort qu'oppose la menée à la menante.

Volume approximative de la roue:

$$V = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot b \quad \text{avec } b=360 \text{ mm (largeur de denture)}$$

$D = \text{diamètre primitive de la roue}$

$$V = \frac{\pi \cdot 650^2}{4} \cdot 360 = 119,46 \text{ dm}^3$$

Poids approximative de la roue:

$$P = V \cdot \rho \cdot g \quad \text{avec } \rho = 7,88 \text{ Kg/dm}^3 \text{ pour les aciers}$$

$$P = 119,46 \cdot 7,88 \cdot 9,81 = 9234 \text{ N}$$

Détermination numérique des forces appliquées sur l'arbre

$$F_n = \frac{C_m \cdot 2}{D_{pe}} \quad \text{force normale}$$

$$C_m = 48987 \text{ mN}$$

$$F_n = 151234 \text{ N} \quad : \text{ force normale}$$

$$F_{t1} = F_n \cdot \cos \beta = 149929 \text{ N} \quad : \text{ force tangentielle}$$

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha = 61214 \text{ N} \quad : \text{ force radiale}$$

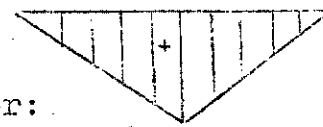
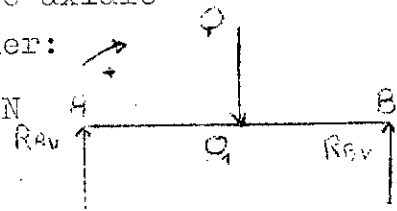
$$F_{x1} = F_{t1} \cdot \tan \beta = 31443 \text{ N} \quad : \text{ force axiale}$$

- Sur le plan vertical on peut déterminer:

$$Q = F_{t1} + P = 149929 + 9234 = 159163 \text{ N}$$

$$R_{AV} = R_{BV} = 79580 \text{ N}$$

$$M_{f_{01V}} = R_{AV} \cdot AO_1 = 79580 \cdot 0,3 = 23874 \text{ mN}$$



- Sur le plan horizontal on peut déterminer:

Calcul des réactions horizontales

On écrit que: $\sum M_A = 0$

$$\sum M_A = F_{r1} \cdot 0,3 + F_{x1} \cdot D_{pe}/2 - R_{BH} \cdot 0,6 = 0$$

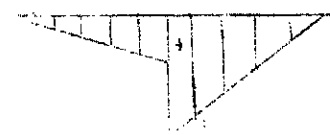
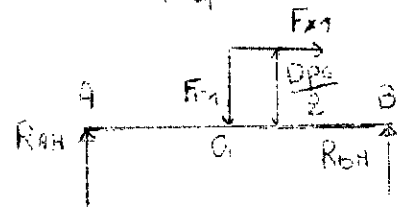
$$R_{BH} = 47575 \text{ N}$$

et que: $\sum M_B = 0$

$$\sum M_B = R_{AH} \cdot 0,6 - F_{r1} \cdot 0,3 + F_{x1} \cdot D_{pe}/2 = 0$$

$$R_{AH} = 13668 \text{ N}$$

$$M_{f_{01H}} = R_{AH} \cdot 0,3 + F_{x1} \cdot D_{pe}/2 = 14272 \text{ mN}$$



On écrit que: le moment fléchissant total au point O_1

$$M_{f_{01}} = \sqrt{M_{f_{01V}}^2 + M_{f_{01H}}^2} = 27814 \text{ mN}$$

le moment de torsion

$$M_t = C_m = 48987 \text{ mN}$$

d'où: le moment idéal de flexion

$$M_i = \sqrt{M_t^2 + M_{f_{01}}^2} = 56332 \text{ mN}$$

$$\text{On écrit alors : } d \geq \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_i}{R_{pe}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 56332 \cdot 10^3}{165}} = 150,5 \text{ mm}$$

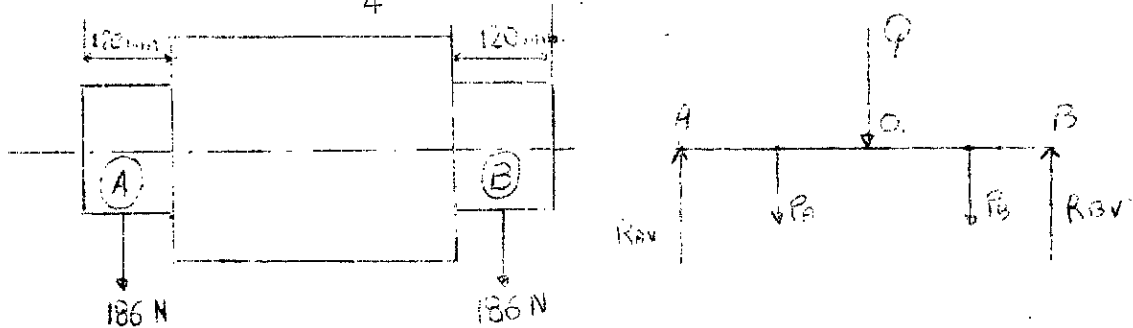
Calcul des portions A et B de l'arbre d'entrée:

Poids de A: $150^2 \cdot 3,14$

$$P = V \cdot \rho \cdot g = \frac{\quad}{4} \cdot 120 \cdot 7,88 \cdot 9,81 = 186 \text{ N} = P_A$$

Poids de B: $150^2 \cdot 3,14$

$$P = V \cdot \rho \cdot g = \frac{\quad}{4} \cdot 120 \cdot 7,88 \cdot 9,81 = 186 \text{ N} = P_B$$



Après avoir fait le calcul en considérant le schéma ci-dessus: on trouve un diamètre d'arbre $d = 150,07 \text{ mm}$.
Donc le poids des deux parties de l'arbre sont négligeable devant la force tangentielle et le poids de la roue.

On prend un diamètre de l'arbre d'entrée

$$d = 150 \text{ mm}$$

CALCUL DE L'ARBRE DE SORTIE

On définit : le couple moteur sur l'arbre de sortie C_{ms}
le couple moteur de sortie est inférieur au couple moteur d'entrée vu l'augmentation de vitesse

$$C_{ms} = \frac{P \cdot \eta_{eng}}{W_s} = \frac{32550 \cdot 736 \cdot 0,98 \cdot 30}{3,14 \cdot 10355} = 21650 \text{ mN}$$

On a considéré que le rendement de l'engrenage est égal à 0,98

Poids du pignon:

$$P = \frac{292^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 360 \cdot 7,88 \cdot 9,81 = 2000 \text{ N}$$

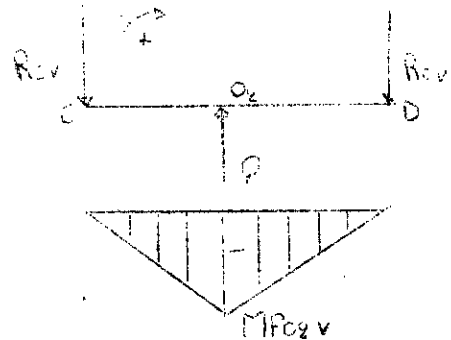
Le poids p du pignon se retranche à la force F_{t2}

- Sur le plan vertical on peut déterminer :

$$Q = Ft_2 - \text{poids du pignon} \\ = 149929 - 2000 = 147929 \text{ N}$$

$$R_{CV} = R_{DV} = 73964 \text{ N}$$

$$Mf_{O_2V} = 21889 \text{ mN}$$



- Sur le plan horizontal on peut déterminer:

Calcul des réactions horizontales

On écrit que : $\sum M_D = 0$

d'où

$$R_{CH} = \frac{61244 \cdot 0,3 - 31443 \cdot 0,146}{0,6}$$

$$R_{CH} = 22970 \text{ N}$$

On écrit que : $\sum M_C = 0$

d'où

$$R_{DH} = \frac{61244 \cdot 0,3 + 31443 \cdot 0,146}{0,6}$$

$$R_{DH} = 38273 \text{ N} ; Mf_{O_2H} = 11484 \text{ mN}$$

On écrit que : le moment fléchissant total au point O_2

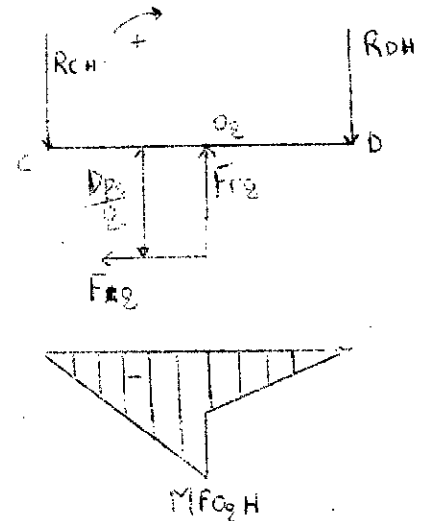
$$Mf_{O_2} = \sqrt{Mf_{O_2H}^2 + Mf_{O_2V}^2} = 24718 \text{ mN}$$

le moment de torsion

$$Mt = Cms = 21650 \text{ mN}$$

d'où le moment idéal de flexion

$$Mi = \sqrt{Mt^2 + Mf_{O_2}^2} = 32859 \text{ mN}$$



On écrit alors:
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_i}{R_{pe}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 32859 \cdot 10^3}{165}} = 125,8 \text{ mm}$$

On prend un diamètre de l'arbre de sortie:

$$d = 130 \text{ mm}$$

Les diamètres que nous venons de déterminer, ce sont les diamètres obtenus par un calcul de RDM simple. Nous avons considérés que la charge était appliquée au milieu de l'arbre, ce qui est faux.

Car la charge est répartie sur tout le long de l'engrenage.

Donc on considérant la charge appliquée au milieu, c'est le cas le plus défavorable pour les arbres, et c'est une sécurité en plus que nous faisons introduire.

CALCUL DES DENTURES POUR LES ENGRENAGES PARALLELES

A) RUPTURE :

La résistance à la rupture est évidemment la première qualité demandée à un engrenage. Une rupture de dent est un phénomène dont la rapidité et l'imprévisibilité peuvent avoir des conséquences catastrophiques dans de nombreuses applications.

Les causes de rupture sont assez limitées en pratique :

- Engrenages de capacité de charge trop faible.
- Surcharge instantanée imprévisible, trop importante.
- Rupture par fatigue.
- Localisation de la portée à une extrémité
(mauvais alignement)

Nous allons faire une étude pour les dentures droites, pour passer en denture hélicoïdale il suffira de rajouter certains coefficients et facteurs.

Engrenages parallèles à denture droite.

Il existe 2 méthodes : - Méthode simplifiée de LEWIS
- Méthode "du point de contact unique"

1) Méthode simplifiée de LEWIS

On définit :

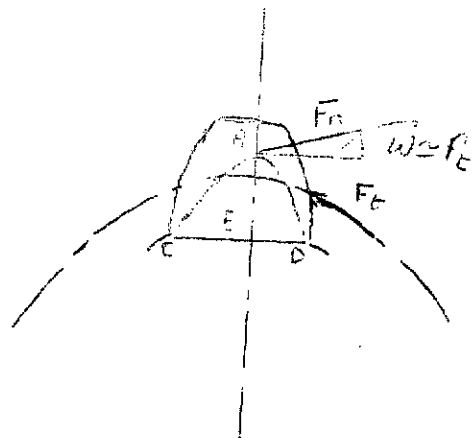
S_{bl} : contrainte de flexion

avec :

$$S_{bl} = \frac{F_t}{b \cdot M} \cdot Y_L$$

Y_L = facteur de forme

$$Y_L = \frac{6(H_L/M)}{(S_L/M)^2} \quad \begin{array}{l} S_L = CD \\ H_L = AE \end{array}$$

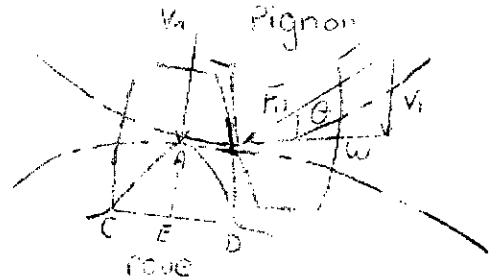


2) Méthode "du point de contact unique"

La figure ci-contre nous permet de déterminer la contrainte maximum effective durant l'engrènement supportée par la dent de la roue

On a que :

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$



On peut déduire de la figure:

$$W_1 = \text{composante de flexion} = F_n \cdot \cos \alpha$$

$$V_1 = \text{composante radiale} = F_n \cdot \sin \alpha$$

- Effet de la composante W_1 :

en C : contrainte de compression

en D : contrainte de tension

Valeur commune S_1

$$\text{avec: } S_1 = \frac{W_1}{b \cdot M} \cdot \frac{6(H_U/M)}{(S_U/M)^2} \quad \text{avec: } H_U = AE$$

$$S_U = CD$$

- Effet de la composante V_1 :

$$\text{entre C et D : contrainte de compression } S_1' = \frac{V_1}{b \cdot S_U}$$

Nous aurons pour contrainte résultante :

$$\text{en C contrainte de compression: } S_C = S_1 + S_1'$$

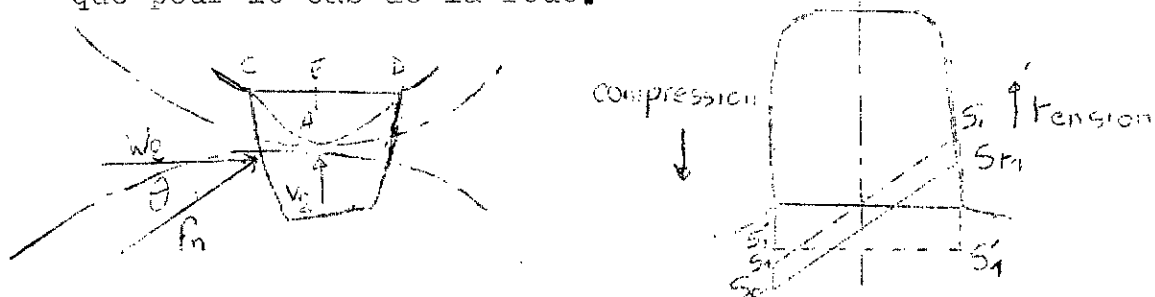
$$\text{en D contrainte de tension : } S_T = S_1 - S_1'$$

En remplaçant W_1 et V_1 par leur valeur respective on a :

$$S_C = \frac{F_t}{b \cdot M} \cdot Y_C \quad \text{avec } Y_C = \frac{6(H_U/M) \cos^2 \alpha + (S_U/M) \sin^2 \alpha}{(S_U/M)^2 \cos \alpha}$$

$$S_T = \frac{F_t}{b \cdot M} \cdot Y_T \quad \text{avec } Y_T = \frac{6(H_U/M) \cos^2 \alpha - (S_U/M) \sin^2 \alpha}{(S_U/M)^2 \cos \alpha}$$

Pour déterminer la contrainte maximum effective durant l'engrènement supportée par la dent du pignon, il faudra se reporter à la figure ci-dessus et faire le même travail que pour le cas de la roue.



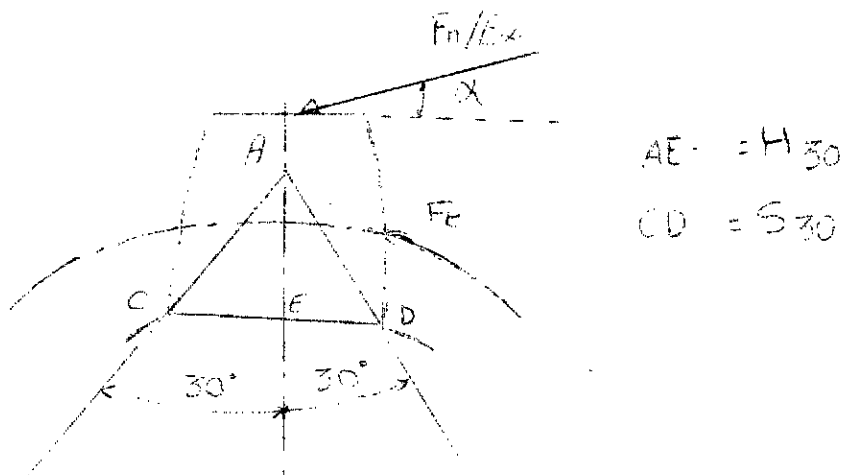
Pour la dent de la roue, on déduit que la contrainte maximum de compression est plus importante que la flexion.

Donc on prend, ou on considère la contrainte de compression pour critère fondamentale pour le calcul à la rupture. Mais la méthode du "point de contact unique" est difficile à utiliser à cause de la détermination du facteur de forme Y . Pour cela il existe une formule pratique (semi-empirique) résultant d'un accord I.S.O.

Formule pratique et détermination des facteurs

$$Y_E, Y_B, Y_F, K_V, K_{BL}, K_M, K_A$$

- 1) On considère la charge appliquée au sommet de la dent avec une intensité $F_n/E\alpha$ avec : $E\alpha$ = rapport de conduitee
- 2) On se limite à la composante de flexion
- 3) La section d'encastrement est définie par les points de tangence avec le profil de raccordement de deux droites inclinées à 30° par rapport à l'axe de la dent



On obtient par la même méthode que la précédente que :

$$S_B = \frac{Ft}{b \cdot M} \cdot Y_E \cdot Y_F$$

avec : Y_E = Facteur de forme = $1 / E \alpha$

$$Y_F = \text{Facteur de forme I.S.O} = \frac{6(H_{30}/M) \cos \alpha_a}{(S_{30}/M)^2 \cos \alpha}$$

Pour la denture hélicoïdale : la formule devient

$$S_B = \frac{Ft}{b \cdot M} \cdot Y_E \cdot Y_F \cdot Y_B$$

On complète la formule précédente par un facteur Y_B dit facteur d'inclinaison appelé parfois facteur de contrefort.

On définit aussi un facteur de concentration Y_S . La contrainte effective au pied des dents est toujours supérieure à la contrainte théorique. De nombreuses formules ont été proposées pour déterminer Y_S , la complexité de certaines les rendent difficilement utilisables. On citera la plus simple, celle du Dr BAUD

$$Y_S = 1 + 0,5 \frac{S_f}{\rho_f}$$

avec S_f = épaisseur du pied de la dent

ρ_f = rayon de raccordement du pied

ρ_f est le rayon de courbure de la trochoïde, il est fonction de plusieurs paramètres plus ou moins difficile à déterminer. Pour éviter cela on utilise des coefficients de sécurité plus ou moins élevés. Les facteurs qu'on va définir sont des facteurs de correction de la contrainte limite admissible et de charge limite admissible.

a) Facteur de vitesse K_V

C' est un facteur dynamique qui fait intervenir les surcharges dues à l'effet combiné des erreurs de dentures et de la vitesse.

On définit quatre classes de précision

- Classe 1 : dentures de très grande précision, pour engrenages à grandes vitesses, obtenus avec des précautions spéciales par rectification. La vitesse tangentielle peut atteindre et dépasser 100 m/s
- Classe 2 : denture de précision, la vitesse tangentielle peut atteindre et dépasser 50 m/s; $K_V = 12 / (12 + \sqrt{Vt})$
- Classe 3 : denture de bonne qualité commerciale vitesse tangentielle 20 m/s; $K_V = 6 / (6 + \sqrt{Vt})$
- Classe 4 : denture de qualité médiocre vitesse tangentielle 5 m/s; $K_V = 3 / (3 + \sqrt{Vt})$

Pour la classe 1 ce qui s'applique à notre cas on définit:

$$K_V = \frac{30}{30 + \sqrt{Vt}}$$

b) Facteur de service K_A

Le facteur de service K_A est introduit pour tenir compte de la nature de l'organe moteur et de l'organe récepteur

c) Facteur de durée K_B

Le temps de fonctionnement a une grande influence sur la résistance à la fatigue des matériaux en sollicitation dynamique.

$$K_B = 1 / \left(\frac{N_c}{10^7} \right)^C \quad \text{avec: } N_c = 60 \cdot N \cdot Th \cdot q$$

ou: N = vitesse de rotation en Tr/mn

N_c = Nbr de cycle de mise en marche
 q = Nbr de zones de contacts d'engrenement.

Th = Nbr d'heure de fonctionnement.

C = facteur = 1/10 pour les aciers.

d) Facteur de portée K_M

Il est évident qu'une portée de denture incorrecte entraîne une concentration de contrainte dans certaines zones, donc on est obligé d'introduire un facteur de portée réduisant la charge admissible.

La mauvaise portée peut avoir de nombreuses causes:

- mauvais alignement des axes.
- déplacement des arbres dans un palier lisse avec jeu.
- torsion et flexion d'un pignon de grand rapport largeur/diamètre.

$$K_M = f(b/d)$$

A l'aide de tout ces facteurs, on définit:

L'effort tangentielle admissible:

$$Ft_{adm} = S_{Badm} \cdot b \cdot M \cdot \frac{K_V \cdot K_B \cdot K_M \cdot K_A}{Y_E \cdot Y_F \cdot Y_B}$$

Soit pour la roue:

$$Ft_{1adm} = S_{B1adm} \cdot b \cdot M \cdot \frac{K_V \cdot K_{B1} \cdot K_M \cdot K_A}{Y_E \cdot Y_{F1} \cdot Y_B}$$

Soit pour le pignon:

$$Ft_{2adm} = S_{B2adm} \cdot b \cdot M \cdot \frac{K_V \cdot K_{B2} \cdot K_M \cdot K_A}{Y_E \cdot Y_{F2} \cdot Y_B}$$

On définit aussi:

La puissance admissible:

$$P_{ch} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot S_{Blim} \cdot \frac{b \cdot M^2}{\cos \beta} \cdot N \cdot Z \cdot \frac{K_V \cdot K_B \cdot K_M \cdot K_A}{Y_E \cdot Y_F \cdot Y_B}$$

Soit pour la roue:

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot S_{B1lim} \cdot \frac{b \cdot M^2}{\cos \beta} \cdot N_e \cdot Z_e \cdot \frac{K_V \cdot K_{B1} \cdot K_M \cdot K_A}{Y_E \cdot Y_{F1} \cdot Y_B}$$

Soit pour le pignon:

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot S_{B2} \lim \cdot \frac{b \cdot M^2}{\cos \beta} \cdot N_s \cdot Z_s \cdot \frac{K_V \cdot K_{B2} \cdot K_M \cdot K_A}{Y_E \cdot Y_{F2} \cdot Y_B}$$

on définit enfin la contrainte admissible:

$$S_{B \text{ adm}} = \frac{Ft_{adm}}{b \cdot M} \cdot Y_E \cdot Y_F \cdot Y_B$$

Soit pour la roue:

$$S_{B \text{ adm}} = \frac{Ft_{1 \text{ adm}}}{b \cdot M} \cdot Y_E \cdot Y_{F1} \cdot Y_B$$

Soit pour le pignon:

$$S_{B \text{ adm}} = \frac{Ft_{2 \text{ adm}}}{b \cdot M} \cdot Y_E \cdot Y_{F2} \cdot Y_B$$

et la contrainte limite:

Pour la roue: $S_{B \text{ lim}} = Ft_{1 \text{ adm}} / b \cdot M$

Pour le pignon: $S_{B \text{ lim}} = Ft_{2 \text{ adm}} / b \cdot M$

Détermination numérique des différents facteurs et de la puissance admissible, et de l'effort tangentielle admissible.

* Y_E : $Y_E = 1 / E_\alpha$ $E_\alpha = 1,75 =$ rapport de conduite apparent

$$Y_E = 0,57$$

* Y_F :

Sur une abaque du livre: Traite théorique et pratique des engrenages de G. HENRIOT, et en considérant un β déport nul et pour un nombre de dent virtuel $Z_v = Z / \cos \beta$ pour $\alpha =$ angle depression

On a pour la roue: β

$$Z_v = 135 / \cos 12^\circ = 144 \text{ dents et } \alpha = 22^\circ 49'$$

$$Y_{F1} = 2,08$$

ON a pour le pignon: 3

$$Z_V = 61 / \cos 12^\circ = 65 \text{ dents et } = 22^\circ 49'$$

$$Y_{F2} = 2,12$$

*Y_B :

Sur unè abaque du même livre, pour β =angle d'inclinaison
 $\beta = 12^\circ$

$$Y_B = 0,87$$

*K_V :

$$K_V = \frac{30}{30 + \sqrt{Vt}}$$

avec $Vt = 158 \text{ m/s}$

$$K_V = 0,70$$

*K_A :

On fonctionnent pratiquement sans choc, sur un tableau
 tiré du même livre et pour une marche de 24 h/jour
 on tire que:

$$K_A = 0,90$$

*K_B :

On supposera 10 ans de marche donc 90000 h de marche

Pour la roue on a :

$$N_C = 60 \cdot N_e \cdot Th \cdot q$$

On considère que 3 couples de dents sont en contact
 permanent donc : $q = 3$

$$N_C = 60 \cdot 4670 \cdot 90000 \cdot 3 = 7,6 \cdot 10^{10}$$

d'où :

$$K_{B1} = 1 / (N_C / 10^7)^C$$

avec $C = 0,1$ pour les aciers

$$K_{B1} = 0,41$$

Pour le pignon on a :

$$N_C = 60 \cdot N_s \cdot Th \cdot q$$

$$N_C = 60 \cdot 10355 \cdot 90000 \cdot 3 = 1,7 \cdot 10^{11}$$

$$K_{B2} = 0,38$$

* K_M :

Nous adopterons les valeurs du Bureau Veritas qui donne une courbe tirée du même livre:

$$K_M = f(b/d) \quad \text{avec } b: \text{largeur de denture.}$$

$$b / d = 360/650 = 0,55$$

d: diamètre de la roue.

Pour la valeur de 0,55 on lit sur la courbe que:

$$K_M = 1$$

Pour les aciers alliés de cementation on a que:

$$350 < S_B \text{ lim} < 400 \text{ N/mm}^2$$

On adoptera pour le calcul:

$$S_B \text{ lim} = 380 \text{ N/mm}^2$$

On détermine maintenant:

$$Ft_1 \text{ adm} = 380 \cdot 360 \cdot 5 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,41 \cdot 1 \cdot 0,9}{0,57 \cdot 2,08 \cdot 0,87} = 171000 \text{ N}$$

On vérifie bien que:

$$Ft_1 \text{ adm} > Ft_1 = 149929 \text{ N}$$

$$Ft_2 \text{ adm} = 380 \cdot 360 \cdot 5 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,38 \cdot 1 \cdot 0,9}{0,57 \cdot 0,87 \cdot 2,12} = 155757 \text{ N}$$

On vérifie bien que::

$$Ft_2 \text{ adm} > Ft_2 = 149929 \text{ N}$$

Donc on vérifie bien que la denture ainsi calculée résiste bien à la rupture.

$$P_{\text{adm}} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot 38 \cdot 360 \cdot \frac{5^2}{\cos 12^\circ} \cdot 4670 \cdot 135 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,41 \cdot 1 \cdot 0,9}{0,57 \cdot 2,08 \cdot 0,87}$$

$$P_{\text{adm}} = 38550 \text{ cv}$$

Donc:
pour l'entrée on a bien:

$$P_{\text{adm}} > P_{\text{entrée}} = 32550 \text{ cv} \quad (\text{Puissance a la sortie de la turbine.})$$

$$P_{\text{adm}} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot 38 \cdot 360 \cdot \frac{5^2}{\cos 12^\circ} \cdot 10355 \cdot 61 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,38 \cdot 1 \cdot 0,9}{0,57 \cdot 2,12 \cdot 0,87}$$

$$P_{\text{adm}} = 35100 \text{ cv}$$

Donc:
pour la sortie on a bien:

$$P_{\text{adm}} > P_{\text{sortie}} = 22000 \text{ cv} \quad (\text{Puissance a la sortie du multiplicateur})$$

B) PRESSION SUPERFICIELLE

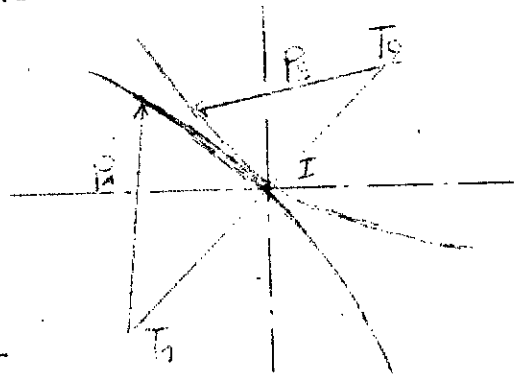
Un phénomène se produit lorsque la pression superficielle au contact des dentures est trop élevée pour les matériaux utilisés, c'est le Pitting (Figures), cette détérioration se caractérise par des criques et même parfois de véritables trous à la surface des dentures. On définit la pression superficielle comme la pression maximum au contact de deux cylindres pressés l'un contre l'autre.

Cette définition peut être appliquée à l'engrenage car nous pouvons remplacer les deux dentures en développante dans le voisinage du contact, par deux galets cylindriques

ρ_1 et ρ_2 étant les rayons de courbures des profils en développante conjugués

On définit:

$$S_H(\text{bar}) = 0,59 \sqrt{F_{nu} \cdot \frac{1/\rho_1 + 1/\rho_2}{1/E_1 + 1/E_2}}$$



S_H est la pression superficielle maximum au point de contact géométrique avec:

F_{nu} = effort normal unitaire en daN/mm

ρ_1 et ρ_2 = rayon de courbure en mm

E_1 et E_2 = module d'élasticité longitudinale des matériaux en hbar

si on a $E_1 = E_2$ même matériaux pour les deux engrenages

On aura:

$$S_H \doteq 0,417 \sqrt{F_{nu} \cdot E \cdot 1/\rho_r}$$

avec $1/\rho_r$ = courbure relative = $1/\rho_1 + 1/\rho_2$

ρ_r = rayon de courbure relative

Dans le cas des aciers $E = 22000 \text{ hbar}$
la pression superficielle s'écrit :

$$S_H = 62 \sqrt{F_{nu} \cdot 1/\rho_r}$$

Le minimum de la pression superficielle dite de HERTZ se produit au milieu de T_1, T_2 .

$$S_H = 124 \sqrt{F_{nu} / \Delta \cdot \sin \alpha} \quad \text{avec: } \Delta : \text{entraxe} \\ \alpha : \text{angle de pression}$$

La valeur de S_H au point primitif I s'obtient en prenant

$$r_1 = R_e \cdot \sin \alpha \quad ; \quad R_e = \text{rayon primitif de la roue.}$$

$$r_2 = R_s \cdot \sin \alpha \quad ; \quad R_s = \text{rayon primitif du pignon.}$$

$$i = Z_e / Z_s$$

$$S_{HI} = 62 \sqrt{F_{nu} \cdot \Delta / (R_e \cdot R_s \cdot \sin \alpha)}$$

$$S_{HI} = 62 \sqrt{F_{nu} \cdot 1 / (R_1 \cdot \sin \alpha) \cdot (i+1/i)}$$

Une convention I.S.O stipule que c'est la pression superficielle primitive qui sera adoptée comme valeur de calcul de l'engrenage.

On définit un facteur $K = (F_t / b \cdot D_{pe}) / (i+1/i)$

avec $F_t =$ effort tangentielle

$b =$ largeur de denture

$D_{pe} =$ diamètre primitif du pignon

Pour les dentures hélicoïdales: on définit la pression HERTZ sur les cylindres primitifs

$$S_{HI} = 62 \sqrt{F_{nu} \cdot (\cos \beta / R_e \cdot \sin \alpha) \cdot (i+1/i)}$$

Détermination approchée de la charge normale unitaire F_{nu}

On a :

$$F_{bn} = \frac{F_t}{\cos \beta \cdot \cos \alpha}$$

On définit d'autre part que la somme des génératrices de contact des dentures conjugués a comme valeur moyenne:

$$H = \frac{b \cdot E}{\cos \beta} \quad \text{avec : } E = \text{rapport de conduite apparent.}$$

$\beta = \text{angle d'inclinaison.}$
 $b = \text{largeur de denture.}$

D'autre part le recteur CAPELLE a démontré dans le bulletin n°3 de la S.E.I.E que l'effort normal unitaire F_{nu} est constant le long des génératrices donc :

$$F_{nu} = \frac{F_{bn}}{H}$$

d'où:

$$F_{nu} = \frac{F_t}{b \cdot E \cdot \cos \alpha}$$

donc S_H s'écrit :

$$S_H = 87 \cdot \sqrt{\frac{1}{E}} \cdot \sqrt{\frac{\cos \beta}{\sin \cdot \cos}} \cdot \sqrt{K}$$

Détermination des différents facteurs intervenant dans le calcul des dentures à la pression superficielle.

Les conventions adoptées par l'I.S.O définissent :

* Z_c : Facteur géométrique.

$$Z_c = \frac{\cos \beta}{\sin \cdot \cos \alpha}$$

avec :

$\beta = 12^\circ = \text{angle d'inclinaison.}$

$\alpha = 22^\circ 49' = \text{angle de pression.}$

d'où :

$$Z_c = 1,66$$

* Z_E : Facteur matériau .

$$Z_E = \sqrt{0,35 \cdot \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}$$

dans notre cas on a que : $E_1 = E_2$ avec $E = 22000 \text{dN/mm}^2$

$$Z_E = \sqrt{0,35 E}$$

$$Z_E = 87$$

* Z_B : Facteur de longueur de contact.

En fonction de E_α rapport de conduite apparent et E_B rapport de recouvrement on a que :

$$Z_B^2 = \frac{3,63 - E_\alpha}{3} \cdot (1 - E_B) + \frac{E_B}{E_\alpha}$$

On a déjà calculé E_B et E qui avait comme valeur:

$$E_B = 5,08 \quad ; \quad E_\alpha = 1,75$$

d'où :

$$Z_B = 0,59$$

On définit aussi :

K_V = Facteur de vitesse (calculé précédemment) = 0,7

K_A = Facteur de service (" " " " " ") = 0,9

K_M = Facteur de portée (" " " " " ") = 1

C_R = Facteur de rapport :

$$C_R = \frac{i}{i + 1} \quad \text{avec} \quad i = \frac{Z_e}{Z_s} = \frac{135}{61} = 2,21$$

$$C_R = 0,69$$

K_H = Facteur de durée:

$$K_H = 1 / (10^7 / N_C)^{1/6}$$

avec :

$$N_C = 60 \cdot N \cdot T_h \cdot q$$

On aura pour la roue :

$$d'où: \quad N_C = 60 \cdot 4670 \cdot 90000 \cdot 3 = 7,6 \cdot 10^{10}$$

$$K_{H1} = 0,23$$

On aura pour le pignon:

$$N_C = 60 \cdot 10355 \cdot 90000 \cdot 3 = 1,7 \cdot 10^{11}$$

d'où:

$$K_{H2} = 0,20$$

Pour les aciers alliés de cémentation on a que :

$$140 < S_{H \text{ lim}} < 170$$

On prend pour notre cas :

$$S_{H \text{ lim}} = 140 \text{ hbar}$$

On a pour le cas :

$$Ft_1 \text{ adm} = S_{H \text{ lim}}^2 \cdot b \cdot Dps \cdot C_R \cdot \frac{K_V \cdot K_{H1} \cdot K_M \cdot K_A}{Z_E^2 \cdot Z_B^2 \cdot Z_C^2}$$

$$Ft_2 \text{ adm} = S_{H \text{ lim}}^2 \cdot b \cdot Dps \cdot C_R \cdot \frac{K_V \cdot K_{H2} \cdot K_M \cdot K_A}{Z_E^2 \cdot Z_B^2 \cdot Z_C^2}$$

Donc :

$$Ft_1 \text{ adm} = 140^2 \cdot 360 \cdot 292 \cdot 0,69 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,23 \cdot 1 \cdot 0,9}{(0,59)^2 \cdot (87)^2 \cdot (1,66)^2}$$

d'où :

$$Ft_1 \text{ adm} = 280600 \text{ N}$$

On vérifie bien que :

$$Ft_1 \text{ adm} > Ft_1 = 149929 \text{ N}$$

$$Ft_2 \text{ adm} = 140^2 \cdot 360 \cdot 292 \cdot 0,69 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,20 \cdot 1 \cdot 0,9}{(0,59)^2 \cdot (87)^2 \cdot (1,66)^2}$$

d'où :

$$Ft_2 \text{ adm} = 245000 \text{ N}$$

On vérifie bien que :

$$Ft_2 \text{ adm} > Ft_2 = 149929 \text{ N}$$

Donc on vérifie bien que la denture ainsi calculée résiste bien à la pression superficielle.

On définit la puissance admissible

Pour la roue :

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot S_H^2 \cdot \lim \cdot b \cdot Dps^2 \cdot C_R \cdot Ns \cdot \frac{K_V \cdot K_{H1} \cdot K_M \cdot K_A}{Z_B^2 \cdot Z_E^2 \cdot Z_C^2}$$

Pour le pignon :

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot S_H^2 \cdot \lim \cdot b \cdot Dps^2 \cdot C_R \cdot Ns \cdot \frac{K_V \cdot K_{H2} \cdot K_M \cdot K_A}{Z_B^2 \cdot Z_E^2 \cdot Z_C^2}$$

pour la roue on aura :

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot 140^2 \cdot 360 \cdot 292 \cdot 10355 \cdot 0,69 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,23 \cdot 1 \cdot 0,9}{(0,59)^2 \cdot (87)^2 \cdot (1,66)^2}$$

$$P_{adm} = 59000 \text{ cv}$$

Donc pour l'entrée on a bien que:

$$P_{adm} > P_{entrée} = 32500 \text{ cv}$$

Pour le pignon on aura :

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,432} \cdot 140^2 \cdot 360 \cdot 292 \cdot 10355 \cdot 0,69 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,20 \cdot 1 \cdot 0,9}{(0,59)^2 \cdot (87)^2 \cdot (1,66)^2}$$

$$P_{adm} = 51000 \text{ cv}$$

Donc pour la sortie on a bien que :

$$P_{adm} > P_{sortie} = 22000 \text{ cv}$$

En conclusion on peut dire que la détermination des différents organes du multiplicateur résisteront bien aux efforts transmis et que le multiplicateur pourra transmettre les puissances reçues de la turbine au compresseur sans atteindre les limites .

DETERMINATION DE LA VITESSE CRITIQUE DE L'ARBRE D'ENTREE
ET DE L'ARBRE DE SORTIE

La détermination de la vitesse critique W_c peut se déduire soit :

- par calcul
- par la méthode graphique

Détermination par calcul

La vitesse critique peut être calculée en utilisant l'équation suivante :

$$W_c^2 = \frac{K}{m}$$

où :

m est la masse de l'élément en rotation

K la constante élastique de l'arbre qui dépend de ses dimensions, de la matière dont il est constitué du mode d'appui et de charge.

$$K = \frac{F}{y}$$

Dans le cas de charges concentrées sur un arbre non pesant K peut être trouvé en substituant à F le poids des masses tournantes et à y la déformation statique y_0 sous ces poids. En substituant la valeur de K ainsi trouvée on aura :

$$W_c^2 = \frac{G}{y_0}$$

qui deviendra

$$W_c = \frac{G}{y_0} \quad \text{avec : } y_0 = \text{déformation statique maximum.}$$

Détermination par la méthode graphique

Si les arbres sont de diamètres variables et si la répartition de la charge n'est pas uniforme, il est très laborieux de calculer la déformation statique de l'arbre. On utilise la méthode graphique qui comprend les étapes suivantes :

- 1) On trace un diagramme des moments fléchissants d'après la méthode de MOHR, utilisée en statique graphique. Pour ceci le poids de l'arbre est remplacé par plusieurs charges concentrées.
- 2) Le diagramme des moments fléchissants est corrigé pour tenir compte des variations du diamètre variable de l'arbre.
- 3) On trace la courbe des déformations statiques en utilisant le diagramme des moments corrigés.
- 4) Les forces centrifuges sont calculées sur la base d'une vitesse arbitraire choisie à priori (W_0).
En utilisant ces forces centrifuges comme des forces concentrées on trouve les déformations dynamiques en suivant le même processus.
- 5) La vitesse critique est calculées en utilisant les conditions d'équilibre entre les forces centrifuges et les réactions élastiques de l'arbre .

La détermination de la flèche statique de l'arbre s'obtient en tracant :

a) Diagramme des moments:

On utilisera une échelle convenable pour représenter les éléments essentiels de l'arbre.

b) Diagramme $M / E.I$

Le diagramme des moments est modifié en divisant la valeur du moment par le moment d'inertie au point considéré et par le module d'élasticité de l'arbre (acier $E = 220000 \text{ N/mm}^2$)

c) Diagramme des déformations angulaires.

d) Diagramme de la déformée statique.

e) Déformation dynamiques

Les déformations dynamiques sont provoquées par les forces centrifuges engendrées par les différentes charges et non pas par les charges elles-mêmes.

Ces charges sont remplacées par les nouvelles valeurs qui sont calculées par:

$$F = \frac{P}{g} \cdot W_0^2 \cdot y_0$$

où :

P est le poids de la partie de l'arbre considérée.

W_0 une vitesse angulaire prise arbitrairement.

y_0 la déformée statique due à la charge et au poids.

En utilisant les forces centrifuges on obtient graphiquement une nouvelle courbe des déformations de la même façon que pour celle des déformations statiques dues à la charge et au poids.

La seule différence qui puisse être rencontrée est que les anciennes échelles soient trop petites pour représenter les forces les plus petites. On utilisera de nouvelles échelles. Nous aurons la vitesse critique qui s'écrira :

$$W_c = W_0 \sqrt{\frac{y_{S \text{ max}}}{y_{D \text{ max}}}}$$

avec :

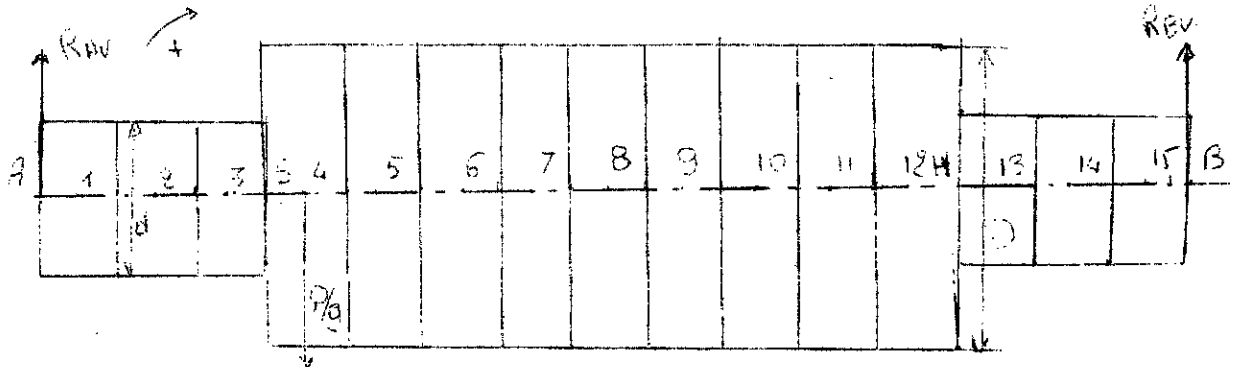
$y_{S \text{ max}}$ = déformée statique maximum

$y_{D \text{ max}}$ = déformée dynamique maximum

Détermination de la flèche statique de l'arbre d'entrée

Dans le plan vertical : Voir planche N° 1

On divise l'arbre d'entrée suivant la figure qui suit :



Avec : AS = 120 mm
 HB = 120 mm
 SH = 360 mm
 A1 = 20 mm = 15B
 12 = 40 mm = 2,3 = 3,4 = 4,5 = = 14,15
 d = 160 mm
 D = 647 mm

$$Q = 159163 \text{ N} ; R_{AV} = R_{BV} = 79582 \text{ N}$$

$$Q/9 = 17685 \text{ N}$$

Détermination du diagramme des moments :

$$M_1 = R_{AV} \cdot (A, 1) = 79582 \cdot 0,02 = 1592 \text{ mN}$$

$$M_2 = R_{AV} \cdot (A, 1) \cdot (1, 2) = 79582 \cdot 0,06 = 4775 \text{ mN}$$

$$M_3 = R_{AV} \cdot (A, 1) \cdot (1, 2) \cdot (2, 3) = 79582 \cdot 0,1 = 7958 \text{ mN}$$

$$M_4 = R_{AV} \cdot (A, 1) \cdot (1, 2) \cdot (2, 3) \cdot (3, 4) = 79582 \cdot 0,14 = 11142 \text{ mN}$$

$$M_5 = R_{AV} \cdot (A, 1) \cdot \dots \cdot (4, 5) - Q/9 \cdot (4, 5) = 13618 \text{ mN}$$

$$M_6 = R_{AV} \cdot (A, 1) \cdot \dots \cdot (5, 6) - Q/9 \cdot 3 \cdot (5, 6) = 15387 \text{ mN}$$

$$M_7 = 79582 \cdot 0,26 - Q/9 \cdot 0,24 = 16448 \text{ mN}$$

$$M_8 = 79582 \cdot 0,30 - Q/9 \cdot 0,40 = 16802 \text{ mN}$$

$$M_9 = M_7$$

$$M_{10} = M_6$$

$$M_{11} = M_5$$

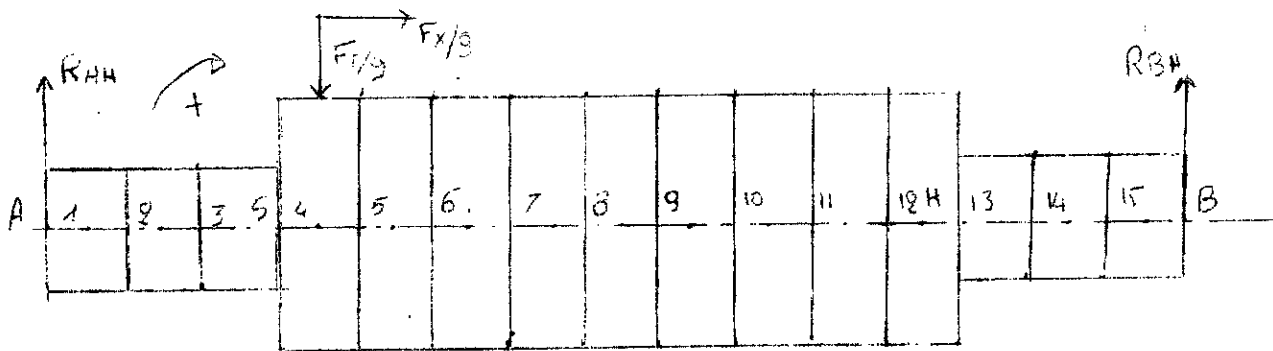
$$M_{12} = M_4$$

$$M_{13} = M_3$$

$$M_{14} = M_2$$

$$M_{15} = M_1$$

Dans le plan horizontal : Voir planche N° 2



Avec :

$$F_x = 31443 \text{ N} ; F_x / 9 = 3494 \text{ N}$$

$$F_r = 61244 \text{ N} ; F_r / 9 = 6805 \text{ N}$$

$$R_{AH} = 13668 \text{ N}$$

$$R_{BH} = 47575 \text{ N}$$

Détermination du diagramme des moments:

$$M_1 = R_{AH} \cdot (A, 1) = 273 \text{ mN}$$

$$M_2 = R_{AH} \cdot (A, 1) \cdot (1, 2) = 820 \text{ mN}$$

$$M_3 = R_{AH} \cdot (A, 1) \cdot (1, 2) \cdot (2, 3) = 1367 \text{ mN}$$

$$M_4 = R_{AH} \cdot (A, 1) \cdot (1, 2) \cdot (2, 3) \cdot (3, 4) + F_x / 9 \cdot (D/2) = 3046 \text{ mN}$$

$$M_5 = R_{AH} \cdot (A, 1) \cdot \dots \cdot (4, 5) + F_x / 9 \cdot (D/2) - F_r / 9 \cdot (4, 5) = 4452 \text{ mN}$$

$$M_6 = 5586 \text{ mN}$$

$$M_7 = 6448 \text{ mN}$$

$$M_8 = 7038 \text{ mN}$$

$$M_9 = 7356 \text{ mN}$$

$$M_{10} = 7401 \text{ mN}$$

$$M_{11} = 7174 \text{ mN}$$

$$M_{12} = 6676 \text{ mN}$$

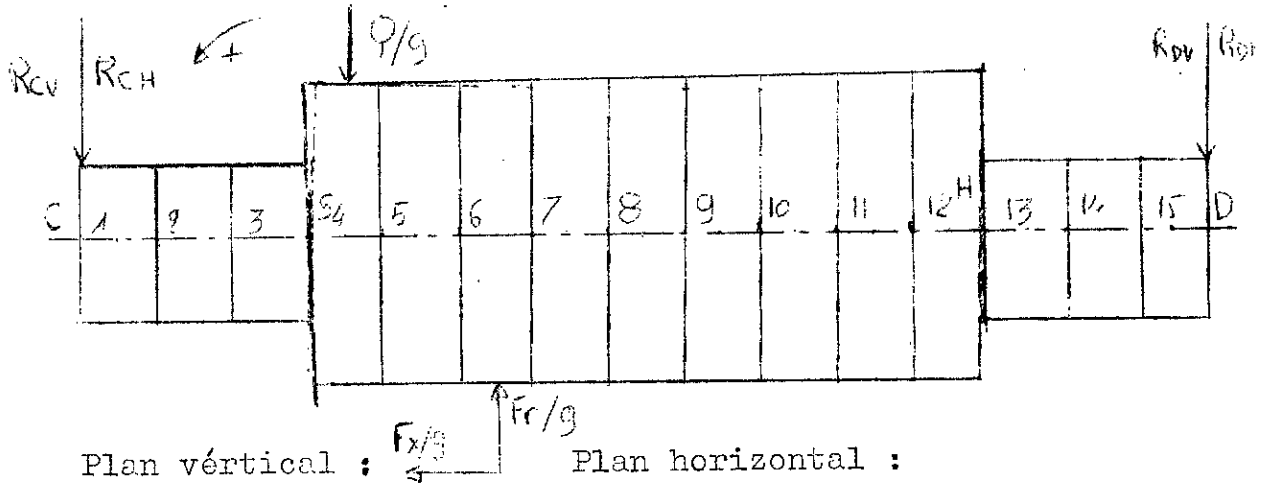
$$M_{13} = 3772 \text{ mN}$$

$$M_{14} = 2869 \text{ mN}$$

$$M_{15} = 966 \text{ mN}$$

Détermination de la flèche statique de l'arbre de sortie

Dans le plan vertical et plan horizontal voir planche N°3 et 4



Plan vertical :

$$Q = 145929 \text{ N}$$

$$R_{CV} = R_{DV} = 72964 \text{ N}$$

$$Q/9 = 16215 \text{ N}$$

$$d = 130 \text{ mm}$$

$$D = 292 \text{ mm}$$

On détermine les moments
en procédant comme pour
l'arbre d'entrée.

$$M_1 = 1459 \text{ mN}$$

$$M_2 = 4377 \text{ mN}$$

$$M_3 = 7297 \text{ mN}$$

$$M_4 = 10214 \text{ mN}$$

$$M_5 = 12484 \text{ mN}$$

$$M_6 = 14106 \text{ mN}$$

$$M_7 = 15079 \text{ mN}$$

$$M_8 = 15403 \text{ mN}$$

$$M_9 = 15079 \text{ mN}$$

$$M_{10} = 14106 \text{ mN}$$

$$M_{11} = 12484 \text{ mN}$$

$$M_{12} = 10214 \text{ mN}$$

$$M_{13} = 7297 \text{ mN}$$

$$M_{14} = 4377 \text{ mN}$$

$$M_{15} = 1459 \text{ mN}$$

Plan horizontal :

$$Fr = 61244 \text{ N}$$

$$F_x = 31443 \text{ N}$$

$$Fr/9 = 6805 \text{ N}$$

$$F_x/9 = 3494 \text{ N}$$

$$R_{CH} = 38273 \text{ N}$$

$$R_{DH} = 22970 \text{ N}$$

$$M_1 = 765 \text{ mN}$$

$$M_2 = 2296 \text{ mN}$$

$$M_3 = 3827 \text{ mN}$$

$$M_4 = 4849 \text{ mN}$$

$$M_5 = 5598 \text{ mN}$$

$$M_6 = 6076 \text{ mN}$$

$$M_7 = 6281 \text{ mN}$$

$$M_8 = 6214 \text{ mN}$$

$$M_9 = 5875 \text{ mN}$$

$$M_{10} = 5264 \text{ mN}$$

$$M_{11} = 4381 \text{ mN}$$

$$M_{12} = 3225 \text{ mN}$$

$$M_{13} = 2306 \text{ mN}$$

$$M_{14} = 1387 \text{ mN}$$

$$M_{15} = 468 \text{ mN}$$

On détermine Y_{SV} et Y_{SH} pour chaque point de l'arbre.

On a que :

$$Y_S = \sqrt{Y_{SV}^2 + Y_{SH}^2}$$

Pour l'arbre d'entrée on aura : Y_S en 10^{-3} mm

$Y_{SV} \cdot 10^{-3} \text{ mm}$	0,42	1,29	1,95	2,20	2,21	2,22	2,22	2,22	2,21	2,18	2,15
Y_{SH}	0,11	0,32	0,50	0,64	0,66	0,82	0,90	0,97	1,00	1,10	1,18
Y_S	0,43	1,33	2,01	2,29	2,31	2,37	2,40	2,42	2,43	2,44	2,45
Y_{SV}	2,13	1,87	1,24	0,43							
Y_{SH}	1,20	1,00	0,65	0,22							
Y_S	2,44	2,12	1,40	0,48							

Pour l'arbre desortie on aura :

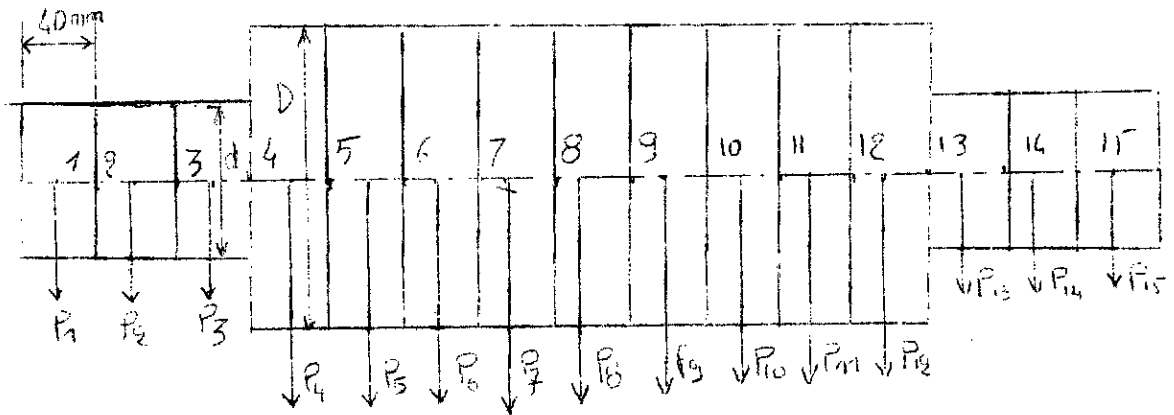
Y_{SH}	0,96	2,88	4,50	5,60	5,90	6,04	6,08	6,16	6,12	6,08	5,92
Y_{SV}	0,45	1,42	2,24	2,75	2,92	2,94	2,91	2,88	2,80	2,68	2,52
Y_S	1,06	3,21	5,03	6,24	6,58	6,72	6,74	6,80	6,73	6,64	6,43
Y_{SH}	5,44	4,32	2,40	0,96							
Y_{SV}	2,25	1,78	1,12	0,38							
Y_S	5,89	4,67	2,65	1,03							

On peut d'après ces deux tableaux déduire que :

- l'arbre d'entrée a une flèche trois fois plus petite que l'arbre de sortie, pour une même longueur d'arbre mais de poids différent et de vitesse différente.

Determination de la flèche dynamique de l'arbre
d'entrée et de l'arbre de sortie. (PLANCHE 5)

Calcul du poids de l'arbre d'entrée et de l'arbre de sortie



Pour l'arbre d'entrée :

$$P = \rho \cdot V \cdot g$$

On a d'après la figure :

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_{13} = P_{14} = P_{15}$$

$$P_4 = P_5 = P_6 = P_7 = P_8 = P_9 = P_{10} = P_{11} = P_{12}$$

avec : $D = 647 \text{ mm}$

$d = 160 \text{ mm}$

$$P_1 = \rho \cdot V_1 \cdot g$$

$$V_1 = (\pi \cdot d^2 / 4) \cdot 40 = 0,804 \text{ dm}^3$$

d'où :

$$P_1 = 0,804 \cdot 7,88 \cdot 9,81 = 63 \text{ N}$$

$$P_4 = \rho \cdot V_4 \cdot g$$

$$V_4 = (\pi \cdot D^2 / 4) \cdot 40 = 13,27 \text{ dm}^3$$

d'où :

$$P_4 = 13,27 \cdot 7,88 \cdot 9,81 = 1026 \text{ N}$$

Pour l'arbre de sortie :

$$P_1 = 41 \text{ N}$$

$$P_4 = 210 \text{ N}$$

avec : $d = 130 \text{ mm}$

$D = 292 \text{ mm}$

On définit la force dynamique comme suit :

$$F = \frac{P}{g} \cdot W_0^2 \cdot Y_S$$

On prend : $W_0 = 300 \text{ rd/s}$

Y_S en m

$g = 9,81 \text{ M/s}$

P et F en N

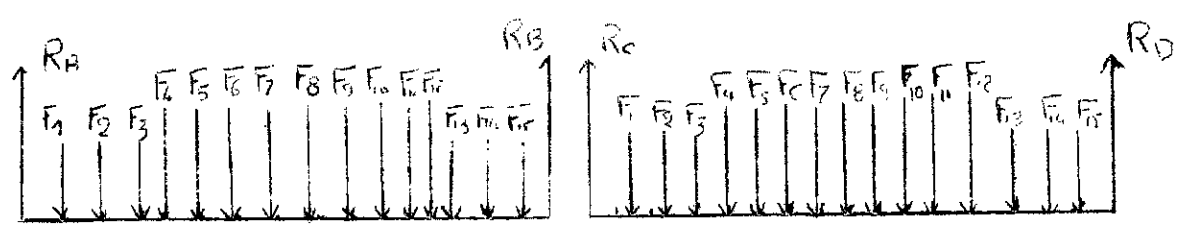
Pour l'arbre d'entrée :

$Y_{S_{10^6 m}}$	0,43	1,33	2,01	2,29	2,31	2,37	2,40	2,42	2,43	2,44	2,45
P	63	63	63	1026	1026	1026	1026	1026	1026	1026	1026
F_N	0,25	0,77	1,16	21,5	21,7	22,3	22,5	22,7	22,8	22,9	23,0
Y_S	2,44	2,12	1,40	0,48							
P	1026	63	63	63							
F	22,9	1,23	0,81	0,28							

Pour l'arbre de sortie :

Y_S	1,06	3,21	5,03	6,24	6,58	6,72	6,74	6,80	6,73	6,64	6,43
P	41	41	41	210	210	210	210	210	210	210	210
F	0,40	1,20	1,90	12	12,7	12,9	13	13,1	12,9	12,8	12,4
Y_S	5,89	4,67	2,65	1,03							
P	210	41	41	41							
F	11,4	2,50	1,00	0,39							

Calcul des moments de l'arbre d'entrée et de sortie
 en considérant les forces dynamiques calculées précédemment
 (Voir PLANCHE 5)



Pour l'arbre d'entrée on a:

- $R_A = 103 \text{ N}$
- $R_B = 104 \text{ N}$
- $M_1 = 2,1 \text{ mN}$
- $M_2 = 6,1 \text{ mN}$
- $M_3 = 10,2 \text{ mN}$
- $M_4 = 14,3 \text{ mN}$
- $M_5 = 17,5 \text{ mN}$
- $M_6 = 19,8 \text{ mN}$
- $M_7 = 21,2 \text{ mN}$
- $M_8 = 21,7 \text{ mN}$
- $M_9 = 21,3 \text{ mN}$
- $M_{10} = 20 \text{ mN}$
- $M_{11} = 17,8 \text{ mN}$
- $M_{12} = 14,6 \text{ mN}$
- $M_{13} = 10,6 \text{ mN}$
- $M_{14} = 6,2 \text{ mN}$
- $M_{15} = 2,1 \text{ mN}$

Pour l'arbre de sortie

- $R_C = 60,5 \text{ N}$
- $R_D = 60 \text{ N}$
- $M_1 = 1,2 \text{ mN}$
- $M_2 = 3,6 \text{ mN}$
- $M_3 = 5,8 \text{ mN}$
- $M_4 = 8,2 \text{ mN}$
- $M_5 = 10 \text{ mN}$
- $M_6 = 11,2 \text{ mN}$
- $M_7 = 12 \text{ mN}$
- $M_8 = 12,2 \text{ mN}$
- $M_9 = 11,9 \text{ mN}$
- $M_{10} = 11,1 \text{ mN}$
- $M_{11} = 9,8 \text{ mN}$
- $M_{12} = 8,2 \text{ mN}$
- $M_{13} = 6 \text{ mN}$
- $M_{14} = 3,6 \text{ mN}$
- $M_{15} = 1,2 \text{ mN}$

Nous avons enfin pour l'arbre d'entrée :

$$W_C = W_0 \cdot \sqrt{\frac{Y_S \text{ max}}{Y_D \text{ max}}}$$

avec :

$$W_0 = 300 \text{ rd/s}$$

$$Y_S \text{ max} = 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$Y_D \text{ max} = 3,25 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$$

$$W_C = 300 \cdot \sqrt{\frac{2,45 \cdot 10^{-3}}{3,25 \cdot 10^{-6}}} = 8236 \text{ rd/s}$$

$$W_C = 78650 \text{ tr/mn}$$

donc on est bien au dessus de notre vitesse de fonctionnement qui est de 4670 tr/mn

Pour l'arbre de sortie on a :

$$W_0 = 300 \text{ rd/s}$$

$$Y_S \text{ max} = 6,47 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$Y_D \text{ max} = 4,25 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$$

$$W_C = 300 \cdot \sqrt{\frac{6,74 \cdot 10^{-3}}{4,25 \cdot 10^{-6}}} = 11946 \text{ rd/s}$$

$$W_C = 114000 \text{ tr/mn}$$

donc on est bien au dessus de notre vitesse de fonctionnement qui est de 10355 tr/mn

PALIER ET BUTEES HYDROSTATIQUES'. (Fig 4 et 5)

On préfère employer le terme de palier hydrostatique que terme de palier fluide, car il contraste avec palier hydrodynamique où les pressions des films porteurs résultent uniquement du déplacement relatif des surfaces de portée.

Un palier hydrostatique fonctionne en absence de mouvement, car les pressions assurant la séparation des surfaces en regard, sont le fait d'un générateur d'huile sous-pression, extérieur au palier, d'où le nom de palier extérieurement pressurisé employé dans les pays de langue anglaise (Externally Pressurized)

Le palier hydrostatique est bien adapté aux machines lentes et fortement chargées, mais il peut s'accommoder des grandes vitesses par un dimensionnement approprié.

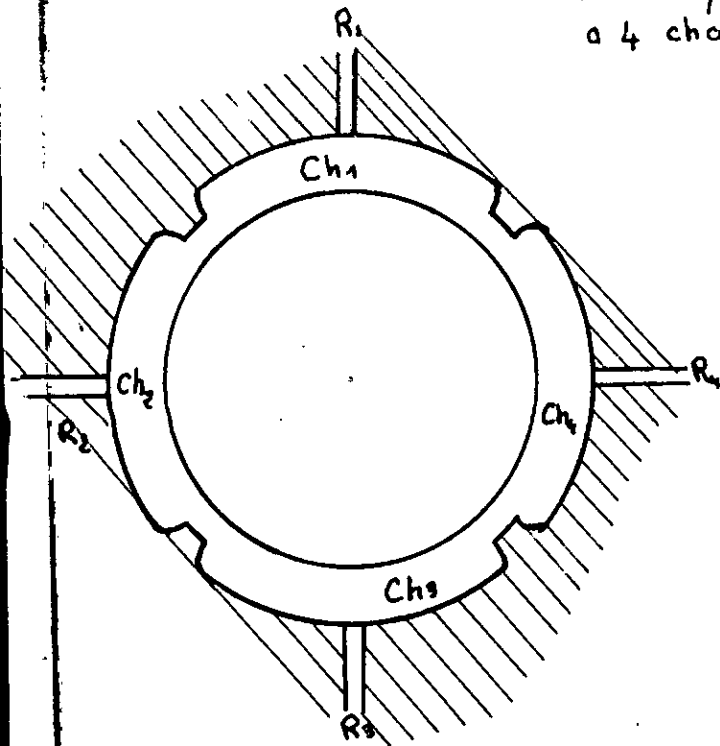
Son domaine d'application est donc très vaste, mais sa réalisation plus complexe, donc plus coûteuse, limite ce vaste domaine aux cas où le palier hydrodynamique ne peut donner satisfaction.

Il est souvent affirmé qu'un palier hydrostatique a un fonctionnement indépendant de la vitesse; c'est inexact, celle-ci peut jouer un rôle déterminant; par contre, le fonctionnement est assuré à vitesse nulle et les frottements sont alors également nuls.

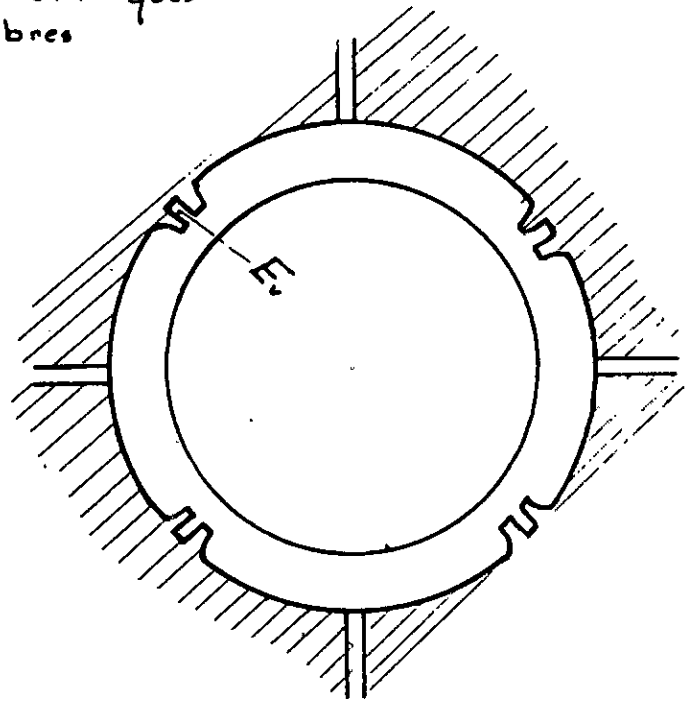
Parmi les nombreuses applications où les paliers et butées hydrostatiques jouent un rôle déterminant, on peut citer:

- Les tours verticaux de grands diamètres
- Les grandes raboteuses
- Les broches de rectification à grande vitesse (150000 tr/mn)
- Les gyroscopes
- Le télescope du Mont PALOMAR.

Paliers hydrostatiques
à 4 chambres



a) Chambres communicantes



b) chambres indépendantes

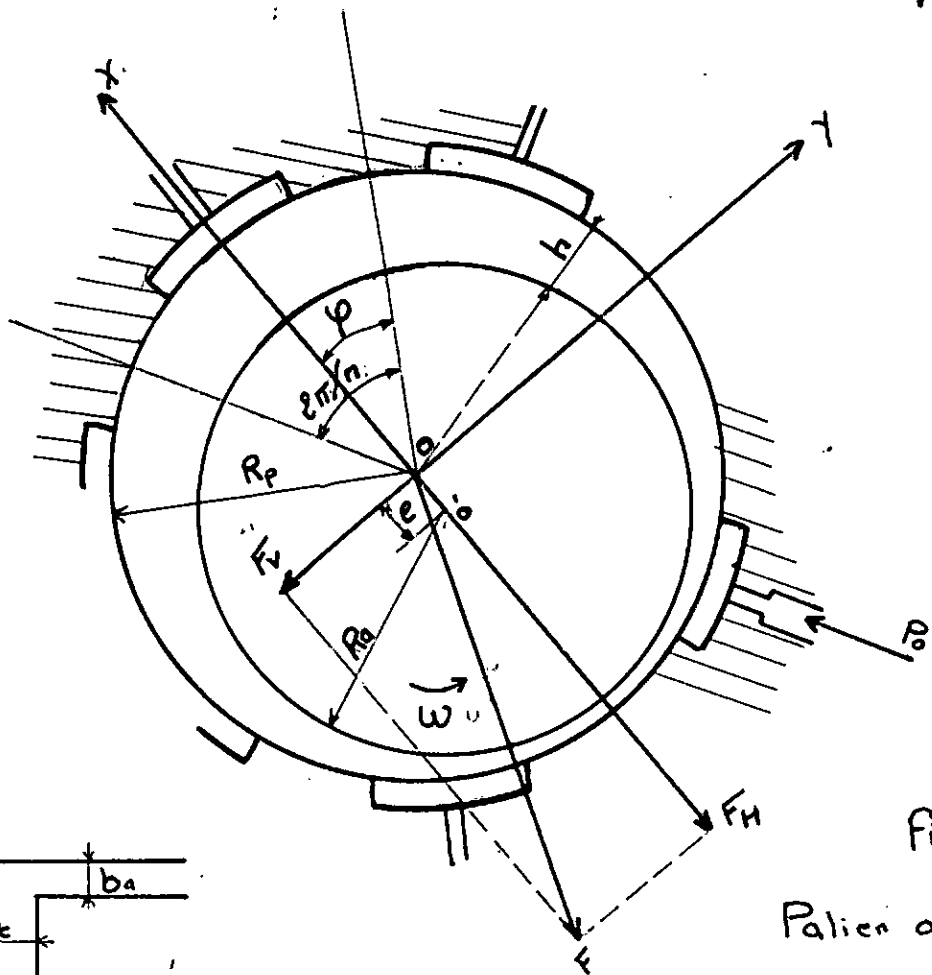
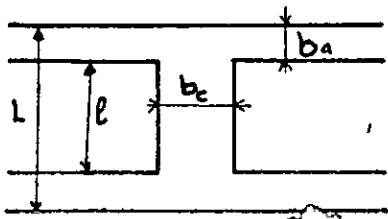


Fig: 4

Palier à n chambres



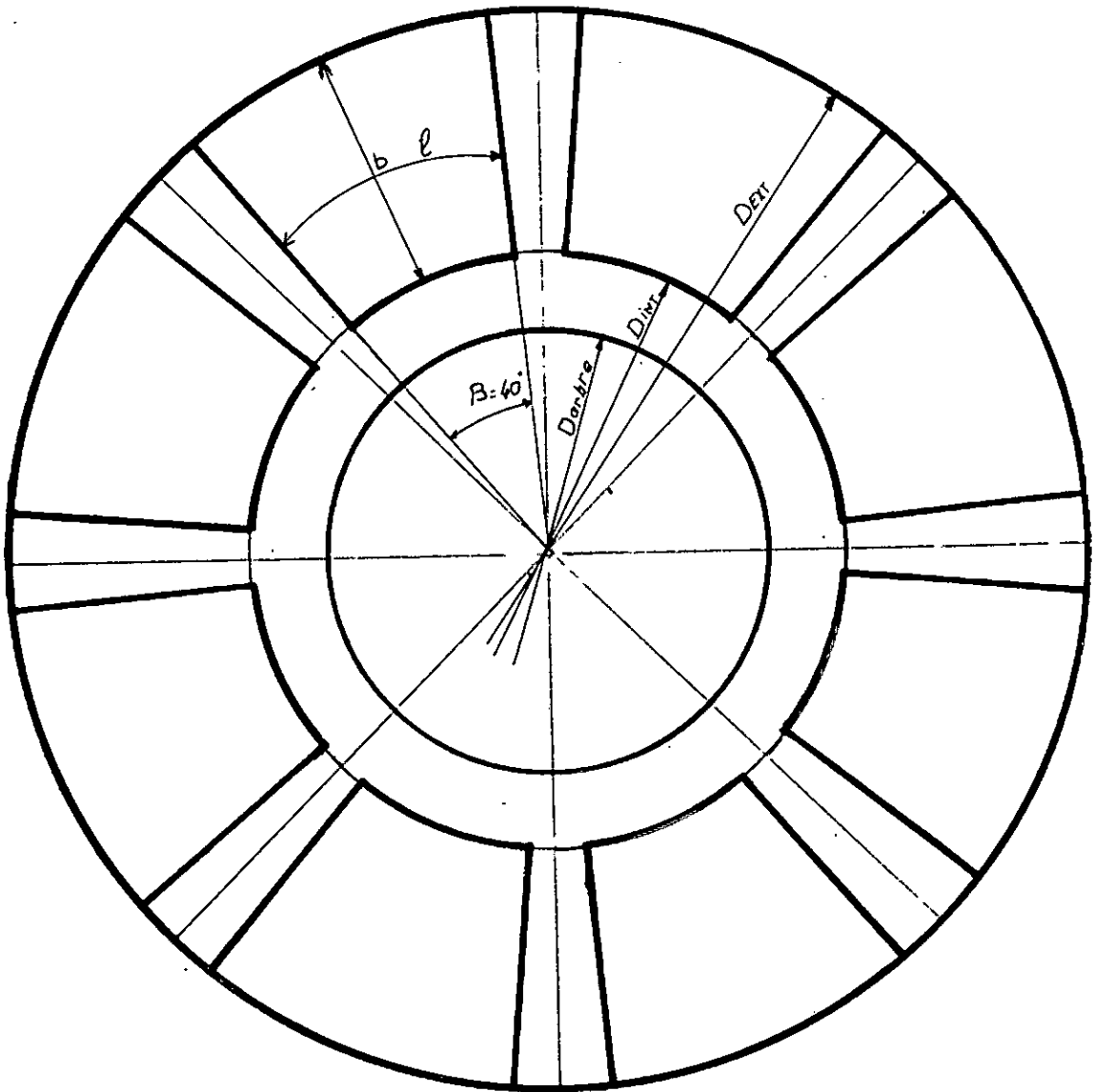


Fig: 5 Butée Hydrostatique
à patins oscillants glacier

Détermination des forces appliquées sur les paliers

Pour l'arbre d'entrée on a :

$$P_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2}$$

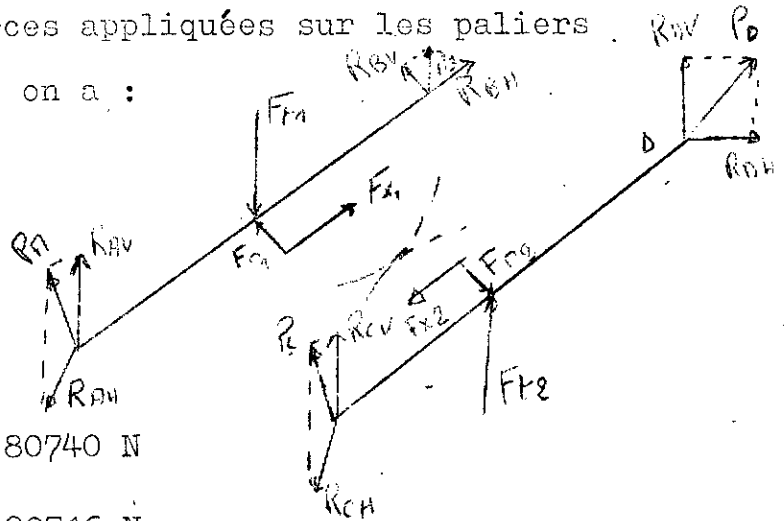
$$P_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2}$$

Ce qui nous donne :

$$P_A = \sqrt{79580^2 + 13668^2} = 80740 \text{ N}$$

$$P_B = \sqrt{79580^2 + 47575^2} = 92716 \text{ N}$$

Donc on calculera les paliers A et B pour $P > 92716 \text{ N}$
 (P force sur le palier)



Choix du lubrifiant :

On ne peut pas arriver à une solution optimum de la lubrification en choisissant le lubrifiant uniquement par empirisme. Mais la valeur peut être déterminée en ayant une certaine expérience.

Choisir le lubrifiant convenable, c'est déterminer la viscosité qu'il doit présenter à la température de fonctionnement en régime du palier.

Cette viscosité sera celle qui garantira l'existence du régime fluide avec la sécurité convenable par rapport au point critique de fonctionnement qui sera pour notre cas de l'ordre de 85 à 90°C pour des raisons de résistance du métal anti-friction des paliers.

On choisit une huile de viscosité à 50°C environ 2,8 à 3,1 °E et à 100°C : 1,4 °E

avec un point d'inflammabilité à 210°C

et un poids spécifique à 15°C = 0,865 g/cm³

UBBELOHDE a trouvé par la voie expérimentale la relation numérique existant entre la viscosité Engler (E) et la viscosité dynamique (μ).

$$\mu = \rho (0,0731 \cdot E - 0,0631 / E)$$

avec : μ = viscosité dynamique en Poise (p)
E = viscosité Engler

$$\mu = 0,865(0,0731 \cdot 2,8 - 0,0631/2,8) = 0,16 \text{ P}$$

$$\mu = 0,865(0,0731 \cdot 3,1 - 0,0631/3,1) = 0,18 \text{ P}$$

Détermination de la force portante sur le palier à vitesse nulle

On prend :

$$D = 160 \text{ mm}$$

$$L/D = 1,25$$

$$L = 200 \text{ mm}$$

$$b_a = 20 \text{ mm} = \text{longueur de laminage}$$

$$n = 4 = \text{nombre de chambre}$$

$$P_0 = 30 \text{ bar} = \text{pression de l'huile}$$

$$= 0,16 \text{ a } 0,18 \text{ P}$$

On définit :

\bar{B} : caractéristique géométrique d'un palier

$$\text{avec : } \bar{B}_{opt} = \frac{1}{4} \cdot \frac{L^2}{D^2} = 0,12$$

On prend:

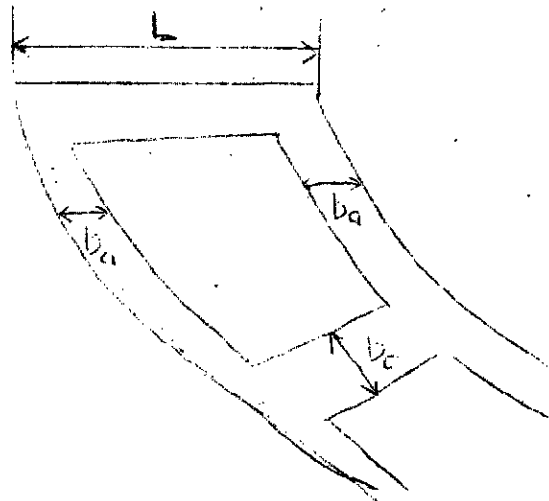
$$\bar{B}_{opt}/3 < \bar{B} < 3 \cdot \bar{B}_{opt}$$

donc:

$$0,04 < \bar{B} < 0,36$$

avec :

$$\bar{B} = \frac{L}{D} \cdot \frac{b_a}{n \cdot b_c} \quad \text{on tire: } 17 \text{ mm } b_c \quad 156 \text{ mm}$$



On tolère un jeu minimal de $0,6 \cdot 10^{-2}$ mm

Cela conduit à un excentrement relatif maximal

$$\varepsilon = \frac{1,4 - 0,6}{1,4} = 0,57$$

d'où :

$$F_p = 67885 \text{ N}$$

c'est la force portante à vitesse nulle, donc au repos, mais la pression de l'huile étant maintenue à 30 bar.

Le palier au repos doit supporter environ 10000 N qui correspond au poids de l'arbre, et de tout ce qui l'entoure. Nous allons vérifier la charge du palier à la vitesse de marche qui est de 5000 tr/mn

On définit :

δ = caractéristique de la vitesse du palier

$$\delta = \frac{6 \cdot \mu \cdot W \cdot L \cdot b_a}{P_o \cdot (H_{opt})^2}$$

$$\Rightarrow \delta = 3,63$$

On définit :

$$\text{Tg}(2\gamma) = \frac{\delta}{6 \delta_{opt}} = \frac{3,63}{6 \cdot 0,62} = 0,98$$

$$S = \sqrt{1 + \text{Tg}^2(2\gamma)} = 1,40$$

d'où :

$$F_{5000} = F_p \cdot 1,40 = 95040 \text{ N}$$

$$F_{5000} > P_B$$

On aura donc pour le palier A et B les mêmes dimensions constructive

Calcul du jeu radial

On utilise une formule empirique donnant le jeu radiale en fonction du diamètre :

$$a = \left(\frac{3,3}{\sqrt{D}} \right) \cdot \frac{1}{90}$$

d'où :

$$a = 0,052 \text{ mm} = 0,05 \text{ mm}$$

Distance entre le centre de l'arbre et le centre du palier.

$$O O' = e = a \cdot \epsilon$$

avec : ϵ = excentricité relative

On a que f_a = frottement arbre

$$f_a = \frac{a}{R_a} \cdot \frac{1+2\epsilon^3}{3\epsilon} \quad (1)$$

et que $H/a = 1-\epsilon$ pour : H_{min}

d'où : $a = \frac{H}{1-\epsilon}$

On remplace la valeur de "a" dans (1)

$$f_a = \frac{H}{R_a} \cdot \frac{1+2\epsilon^2}{3\epsilon(1-\epsilon)}$$

d'où :

$$H = f_a \cdot R_a \cdot \frac{2(1-\epsilon)}{1+2\epsilon^2}$$

Pour trouver la valeur de ϵ qui rend la fonction H_{min} on annule sa dérivée par rapport à ϵ on aura :

$$(H)' = f_a \cdot R_a \frac{(6\epsilon+3) \cdot (1+2\epsilon^2) - 4\epsilon(3\epsilon-3\epsilon^2)}{(1+2\epsilon^2)^2}$$

$(H)' = 0$ donc le numérateur est égal à zero car $f_a \neq 0$ et $R_a \neq 0$

donc : $(-6\epsilon+3) \cdot (1+2\epsilon^2) - 4(3\epsilon-3\epsilon^2) = 0$

$$-12\epsilon^3 + 6\epsilon^2 - 6\epsilon + 3 - 12\epsilon^2 + 12\epsilon^3 = 0$$

$$-2\epsilon^3 - 2\epsilon + 1 = 0$$

$$\Delta' = 3 \qquad = \frac{+1-\sqrt{3}}{-2}$$

puisque $\epsilon > 0$ donc $\epsilon = \frac{1-\sqrt{3}}{2} = 0,37$

Donc $00' = e = a \xi = 0,052 \cdot 0,37 = 0,019 \text{ mm}$

On aura :

$$H_{\min} = a (1 - \xi) = 0,052 (1 - 0,37) = 0,032$$

$$H_{\max} = 2 \cdot a \cdot \frac{1 - \xi^2}{2 + \xi^2} = 0,042 \text{ mm}$$

Détermination du débit-volume d'huile .

Dans tout les cas où le refroidissement naturel s'avérera insuffisant pour que le fonctionnement puisse avoir lieu à une température considérée comme convenable au point de vue de la bonne tenue du lubrifiant et de la sécurité de marche, il y aura lieu d'utiliser un moyen de refroidissement artificiel soit du palier soit de l'huile entrant dans la circulation . On agit dans notre cas sur le refroidissement de l'huile qui est amenée au palier par circulation forcée sous pression de 30 bar.

On considère une température moyenne du film d'huile de 60°C
En fonctionnement la viscosité de l'huile considérée sera d'après la formule suivante :

$$\mu_{60} = \frac{14}{t^{2,36}} = \frac{14}{60^{2,36}} = 0,0889 \cdot 10^{-2}$$

On définit :

$$\text{le rapport } (R/a) = (D/2a) = 160 / (2 \cdot 0,05) = 1600$$

Les lois de variation du coefficient de frottement en régime hydrodynamique, on tire que pour : $L/D > 1$

$$f(R/a) = 0,76 + 16,3 \cdot X$$

avec :

$$X = \frac{\mu \cdot N}{P} (R/a)^2$$

quand (R/a) dépasse 500

il faudra majorer f d'un terme complémentaire

$$\Delta f = 2,66 \cdot 10^{-13} (R/a)^3$$

$$\text{avec : } P = F_{5000} / (L/D \cdot D^2) = \frac{9500}{1,25 \cdot 0,16^2} = 31,12 \cdot 10^4$$

$$\text{donc : } 1600 \cdot f = 0,76 + 16,3 \cdot \frac{0,0889 \cdot 5000 \cdot (1600)^2}{10^2 \cdot 31,12 \cdot 10^4 \cdot 50}$$

On a donc : $f = 0,01$

auquel il faut ajouter le terme complémentaire

$$\Delta F = 2,66 \cdot 10^{-13} (1600)^3 = 0,001$$

Nous aurons pour valeur du coefficient de frottement

$$f = 0,011$$

La puissance absorbée par le frottement vaut :

$$P = P \cdot f \cdot V \text{ (Kgm/s)}$$

avec :

$$V = 41,89 \text{ m/s}$$

$$P = P \cdot f \cdot V = 99500 \cdot 41,89 \cdot 0,011 = 4589 \text{ Kgm/s}$$

ce qui correspond à :

$$P = 4589 / 75 = 61 \text{ ch.}$$

Ce qui donne un rendement du palier $\approx 0,998$

Déterminons maintenant ce qui peut être dissipé naturellement par palier

Nous avons l'équation d'équilibre thermique qui représente l'énergie dissipée par m^2 de surface projetée de palier et par seconde et la multiplier par S

$$S(S'/S) \left\{ 1,80 \left[1 + \frac{1}{2} (1/N^2) \cdot (d/d_1)^2 \right] K (T_r - T_a) + 24,1 \cdot 10^{-6} (T_r - T_a) + K^4 (T_r - T_a)^4 \right\}$$

avec : S' = surface extérieure du palier

S = surface projetée du palier

$$= L \cdot D = 0,032 \text{ m}^2$$

On prend :

$$S'/S = 30$$

T_r = température de régime = 60°C

T_a = température ambiante = 20°C

avec :

$$\frac{1}{2} (1/N^2) \cdot (d/d_1)^2 = 0,5 \text{ (valeur maximum admissible)}$$

$K = 0,9$ pour palier de construction courante à coussinet fixe

La puissance dissipée sera :

$$0,032 \cdot 30 \left\{ (2,70 \cdot 0,9 \cdot 40) + (24,1 \cdot 10^{-6} (0,9 \cdot 40)^4) \right\} \\ = 132 \text{ Kgm/s} = 1,76 \text{ ch}$$

Il faudra donc dissiper artificiellement :

$$4589 \cdot 132 = 4457 \text{ Kgm/s}$$

$$\text{soit : } 4457 \cdot \frac{60}{427} = 626 \text{ Kcal/min}$$

Si l'on admet que l'on pourra refroidir l'huile de 20°C (entrée de l'huile dans le palier à 50°C , sortie à 70°C , température moyenne du film d'huile 60°C).

On considère que notre huile a une chaleur spécifique volumique de $0,41 \text{ Kcal/l}^\circ\text{C}$, il faudra assurer un débit volume d'huile de :

$$Q = 626 / (20^\circ \cdot 0,41) = 76 \text{ l/min}$$

Determination des paliers C et D de l'arbre de sortie :

Forces appliquées sur les palier:

$$P_C = \sqrt{R_{CV}^2 + R_{CH}^2} = \sqrt{72964^2 + 22970^2} = 76494 \text{ N}$$

$$P_D = \sqrt{R_{DV}^2 + R_{DH}^2} = \sqrt{72964^2 + 38273^2} = 82392 \text{ N}$$

Donc on calculera les palier C et D pour $P > 82392 \text{ N}$

On aura :

$$D = 130 \text{ mm} \quad L/D = 1,54$$

$$L = 200 \text{ mm}$$

$$b_a = 25 \text{ mm}$$

$$n = 4 \text{ chambres}$$

$$P_c = 30 \text{ bar}$$

En procédant de la même manière que précédemment on aura:

$$\bar{B}_{\text{opt}} = 0,19 \quad 0,06 < B < 0,57$$

$$\text{avec : } \bar{B} = \frac{L}{D} \cdot \frac{b_a}{n \cdot b_c} \quad \text{on tire } 16,5 < b_c < 160 \text{ mm}$$

$$\text{avec la condition que } b_c < \frac{\pi \cdot D}{n} = 102 \text{ mm}$$

$$\text{On prend : } b_c = 15 \text{ mm pour satisfaire: } \bar{B} = \frac{1}{b_c} = 0,07$$

$$\text{Pour : } \bar{B} = 0,07 \quad \text{on a : } \delta_{\text{opt}} = 0,64$$

$$\Gamma_{\text{opt}} = 1,45$$

Avec :

$$\begin{aligned} S_j &= 32420 \text{ mm}^2 \\ V &= 71,47 \text{ m/s} \\ N_s &= 10500 \text{ tr/mn} \\ K_q &= 4,54 \\ \eta &= 0,99 \end{aligned}$$

d'où :

$$H_{\text{opt}} = \left(\frac{0,99 \cdot 32,42 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 4,54 \cdot 9 \cdot 10^{12} \cdot 0,64} \right)^{1/4} \cdot (0,02 \cdot 71,47)^{1/2}$$

ce qui donne :

$$H_{\text{opt}} = 1,70 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

On définit la force portante :

$$F_p = (200+25) \cdot 65 \cdot 25 \cdot \frac{3}{2} \cdot \xi \cdot 1,45$$

$$F_p = 79523 \cdot \xi$$

$$\xi = 0,65$$

d'où la force portante à vitesse nulle :

$$F_p = 51689 \text{ N}$$

On définit :

$$\delta = 6,84$$

$$\text{Tg}(2\varphi) = 1,78$$

$$s = 2,04$$

d'où :

$$F_{10500} = 105400 \text{ N}$$

donc :

$$F_{10500} > F_D$$

On aura donc les mêmes dimensions constructives pour les paliers C et D.

Calcul du jeu radial

$$a = 0,049 \quad a = 0,05$$

distance entre le centre de l'arbre et le centre du palier

$$(0.0') = a \cdot \xi = 0,049 \cdot 0,37 = 0,018$$

ce qui donne :

$$H_{\min} = 0,031 \text{ mm}$$

$$H_{\max} = 0,040 \text{ mm}$$

Détermination du débit-volume d'huile :

$$R/a = D/2a = 1326$$

$$f(R/a) = 0,76 + 16,3 \cdot X$$

$$1362 \cdot f = 0,76 + 16,3 \left(\frac{0,0889 \cdot 10500 \cdot (1326)^2}{10^2 \cdot 40,49 \cdot 10^4 \cdot 50} \right) = 2,01$$

d'où: $f = 0,01 + \Delta f$

avec : $\Delta f = 2,66 \cdot 10^{-13} \cdot (1326)^3 = 6,2 \cdot 10^{-4}$

ce qui donne enfin :

$$f \approx 0,01$$

d'où: $P \cdot f \cdot V = 10540 \cdot 71,47 \cdot 0,01 = 7532 \text{ Kgm/s}$

ce qui donne comme puissance absorbée par le frottement:

Puissance dissipée par le palier:

avec : $s = 0,026 \text{ m}^2$ $s'/s = 30$

$T_r = 60^\circ\text{c}$ $T_a = 20^\circ\text{c}$

qui sera de :

$$107 \text{ Kgm/s} = 1,43 \text{ ch}$$

Il faudra donc dissiper artificiellement :

$$7532 - 107 = 7425 \text{ Kgm/s}$$

Soit : 1043 Kcal/min

avec les mêmes considérations pour l'huile que précédemment

on aura :

$$Q = 1043 / 20^\circ \cdot 0,41 = 127 \text{ l/min}$$

Détermination constructive de la butée sur l'arbre d'entrée ¹¹⁶

Données : Fig 5

Charge axiale sur la butée : $F_x = 31443 \text{ N}$

Diamètre de l'arbre d'entrée : 100 mm

Vitesse de rotation de l'arbre d'entrée = 4670 tr/mn

Détermination de la surface théorique de la butée: S_{th}

$$S_{th} = \frac{F_x}{p_0} \quad \text{avec } p_0 = 2 \text{ bar} \quad \text{On prend: } b/l = 1$$

$$S_{th} = 31443 / 2 \cdot 10^5 = 0,16 \text{ m}^2$$

On prend comme surface réelle 1,2 fois la surface théorique

$$S_{tot} = 1,2 \cdot S_{th} = 0,19 \text{ m}^2$$

$$D_{int} = 1,2 \cdot D_{arbre} = 120 \text{ mm} = 0,12 \text{ m}$$

On a: $d_{ext} = 250 \text{ mm}$

$$1/2(D_{ext} - D_{int}) = b = l$$

$$\text{avec } l = \pi \cdot 40 / 360 \cdot 1/2(D_{ext} + D_{int})$$

d'où:

$$(D_{ext} - D_{int}) = 2b = 2l = \frac{\pi \cdot 40}{360} \cdot (D_{ext} + D_{int})$$

$$(D_{ext} - D_{int}) = 0,349(D_{ext} + D_{int})$$

$$D_{ext} = \frac{1,349}{0,651} \cdot D_{int} = 2,07 \cdot D_{int}$$

Ce qui donne :

$$D_{ext} = 2,07 \cdot 0,12 = 250 \text{ mm}$$

$$b = l = 65 \text{ mm} ; H = 0,05 \text{ mm}$$

Puissance dissipée par frottement :

On considère un coefficient de frottement de 0,15

$$= 31443 \cdot 0,15 \cdot 41,89 = 197 \text{ Kw} = 268 \text{ ch}$$

Pour la butée de l'arbre de sortie

on a :

$$F_x = 31443 \text{ N}$$

$$D_{\text{arbre}} = 80 \text{ mm}$$

$$N_s = 10500 \text{ tr/mn}$$

Ce qui nous donne :

$$S_{th} = 0,16 \text{ m}^2$$

$$S_{tot} = 0,19 \text{ m}^2$$

$$D_{int} = 0,096 \text{ m}$$

On prend :

$$b/l = 1$$

On a donc :

$$D_{ext} = 200 \text{ mm}$$

$$b = l = 0,052 \text{ m} = 52 \text{ mm}$$

On prend :

$$H = 0,05 \text{ mm}$$

$$f = 0,15$$

d'où la puissance dissipée:

$$31443 \cdot 0,15 \cdot 71,74 = 337 \text{ Kw} = 458 \text{ ch.}$$

Le rendement général du multiplicateur est égal au produit de tout les rendements entrant dans le fonctionnement de l'appareil.

Rendement de l'engrenage.

Pour sa détermination on fait appel à des formules théoriques, mais l'incertitude dans l'évaluation du coefficient de frottement, détruit en grande partie la valeur des formules théoriques.

Dans des conditions moyennes de fabrication et de lubrification les valeurs pratiques du rendement sont:

- Denture de précision: 99,2% à 99,5%
- Denture de bonne qualité commerciale:
98,5% à 99%
- Denture de qualité médiocre: 97,5% à 98%.

Le rendement est plutôt meilleur avec les dentures hélicoïdals qu'avec les dentures droites.

On prend pour notre cas:

$$\eta_{eng} = 0,985$$

Rendement des paliers :

Palier A et B :

$$\eta_A = \eta_B = \frac{32550 - 61}{32550} = 0,998$$

Palier C et D :

$$\eta_C = \eta_D = \frac{P_2 - \text{Puissance perdue}}{P_2}$$

avec : P_2 : puissance transmise à l'arbre de sortie

$$P_2 = P_e \cdot \eta_{eng} \cdot \eta_A \cdot \eta_B \cdot \eta_{Butée\ entrée}$$

Rendement butée entrée:

$$\eta_{Butée} = \frac{32550 - 268}{32550} = 0,992$$

Ce qui donne :

$$P_2 = 32550 \cdot 0,998 \cdot 0,998 \cdot 0,992 \cdot 0,985$$

$$= 31678 \text{ ch}$$

Rendement des paliers C et D

$$\eta_c = \eta_D = \frac{31678-100}{31678} = 0,997$$

Rendement de la butée sur l'arbre de sortie:

$$\eta_{\text{Butée}} = \frac{31678-458}{31678} = 0,986$$

Ce qui donne un rendement général du multiplicateur de

$\eta_{\text{général}} = 0,954$

LE CARTER

Le carter est en fonte grise, il est fait en deux parties :
partie inférieure et une partie supérieure.

Il doit assurer :

- la protection des engrenages
- positionner correctement les arbres
- permettre une fixation rigide de tout l'ensemble vu la
- puissance à transmettre et vu les vitesses de rotation

Le carter est appelé à encaisser donc tout les efforts dus aux engrenages.

Nous avons constatés sur la station que l'épaisseur était au moins de 40 mm, nous pensons que cette épaisseur est due à l'expérience du constructeur, mais elle peut être définie en considérant tout les efforts que subit le carter par un calcul de R.D.M pour les parois.

Pour ce qui est des efforts axiaux ils seront supportés par des nervures .

Le carter aura un plan de joint parallèle aux axes des arbres .Ce qui permettra un montage facile de tous les éléments du multiplicateur, surtout des paliers

Le carter doit reposer sur des fondations qui seront réalisées aussi rigides et anti-vibratoires que possible.

La face de pose de l'appareil sera donc usinée exactement plane et parallèle aux axes des arbres .Car le moindre défaut de la planéité du carter se répercuttera sur l'alignement des arbres et sur la portée des dentures donc usure plus rapide des dents.

Donc l'usinage du carter doit être fait avec des tolérances très poussées.Ce qui rendra le prix du carter très élevé.

Toutes les fois qu'une pièce de machine doit subir une forte pression superficielle ou un frottement intense, il est d'usage courant de la rendre résistante à l'usure par trempe et réctification.

Depuis bien des années, on trempe et on réctifie les rouleaux de roulements, les portées de vilbrequins, les cames des arbres à cames, les pignons de boîtes de vitesse d'automobiles et d'avion, il est donc assez surprenant que jusqu'à ces dernières années et même encore aujourd'hui, beaucoup d'ingénieurs mécaniciens estiment que ce procédé n'est pas

vàlable pour les engrenages industriels à grande vitesse, alors que leurs flancs de dents sont très souvent soumis à des contraintes supérieures à celles des pièces de machines citées plus haut. Ils continuent à faire usage d'aciers peu résistants, donc de faible dureté ce qui entraîne des coefficients de charge bas et les inconvénients bien connus comme les grandes dimensions des roues dentées, et une sécurité médiocre contre le pitting et le grippage.

Le pitting, est une détérioration superficielle qui se manifeste par de très fortes piqûres et même parfois des trous à la surface des dentures; elle est plus ou moins influencée par la pression superficielle de HERTZ.

Le grippage, c'est un genre de détérioration qui se présente sous forme d'arrachements par bandes allant de la tête des dents vers le primitif.

Ceux-ci proviennent de soudures ponctuelles temporaires entre les flancs dues à de fortes charges superficielles et à de grandes vitesses de glissement.

Pour parer au danger de grippage des roues dentées neuves soumises immédiatement à la pleine charge sans rodage préalable, on a recours au cuivrage des flancs de dents des pignons.

Un grand nombre de matériaux sont utilisés pour la fabrication des engrenages:

- Aciers de toutes nuances.
- Fontes ordinaires et spéciales.
- Bronzes.
- Matières synthétiques, etc.

Le choix dépend d'un assez grand nombre de facteurs:

- Types d'engrenages.
- Vitesses de rotation.
- Résistances demandées à la rupture et à l'usure.
- Silence de fonctionnement.
- Dimensions de l'engrenage.
- Matériel d'usinage disponible, etc.

Pour la fabrication des roues et pignons arbrés on peut utiliser des aciers laminés, mais il est préférable de prendre autant que possible des aciers forgés à cause de la meilleure structure généralement obtenue.

Donc pour notre cas on aura un arbre sur lequel on usinera la roue, l'arbre venant au préalable de la forge.

Nous avons pris un acier de cementation au NiCr

Le nickel favorise la pénétration de la trempe, rendant ainsi plus homogène le traitement thermique. Il augmente la résilience et rapproche la limite d'élasticité de la charge de rupture, sans abaisser la résistance et l'allongement. Il est donc très intéressant pour les engrenages très chargés fonctionnant avec des chocs.

Le chrome accroît l'intensité de la trempe. De plus, étant un composant très dur, il augmente la dureté de l'acier et le rend plus résistant aux détériorations superficielles. Il convient pourtant de signaler une augmentation de la fragilité.

La combinaison des deux composants est très courante. On obtient ainsi des pièces très résistantes à la rupture et à l'usure sans abaissement de la résilience.

Nous avons un acier au NiCr de cementation, un 14 NC 12 ce qui donne:

0,11 à 0,16 % de carbone.

2,75 à 3,25 % de nickel.

0,60 à 0,90 % de chrome.

donnons : une charge de rupture a cœur minimum (Kg/mm^2)
de 95 à 115

une dureté Brinell minimum a cœur et (superficielle)
de : 260 à 320 (550 à 580)

Généralités

Il s'agit d'une turbine d'entraînement à deux arbres. La roue de la turbine, premier étage, haute pression, entraîne le compresseur axial qui alimente les chambres de combustion en air, et les accessoires (réducteur, pompes à huiles, etc...) La roue du deuxième étage, basse pression, entraîne deux compresseurs centrifuge destinés à comprimer le gaz à réinjecter. Les deux roues sont indépendantes, ce qui leur permet de travailler à des vitesses différentes pour s'adapter aux variations de charge demandées par les compresseurs centrifuges.

Principe de fonctionnement:

Le rotor de la turbine haute pression est lancé à 20 % de la vitesse nominale par un dispositif de démarrage (turbine de détente plus réducteur). A ce régime là l'air est amené sur les chambres de combustion où le combustible est amené sous pression. Une étincelle, sous haut voltage allume le combustible; une fois entamée la combustion se continue dans la veine d'air aussi longtemps que le combustible est fourni aux chambres. Lorsque cette pression atteint une certaine valeur, l'étage basse pression commence à tourner et les roues vont accélérer jusqu'à la vitesse de service. Les produits de combustion vont d'abord se détendre dans l'étage haute pression puis dans la turbine de puissance pour s'échapper ensuite dans l'atmosphère.

CALCULS THERMODYNAMIQUES ET DIMENSIONNEMENT DES
DIFFERENTS ORGANES DE LA MACHINE.

Données d'étude :

$$T_0 = 15^{\circ}\text{c}$$

$$P_0 = 760 \text{ mmHg}$$

$$r = 6,5$$

$$T_{t3} = 1000^{\circ}\text{c}$$

$$Q_a = 340000 \text{ Nm}^3/\text{h}$$

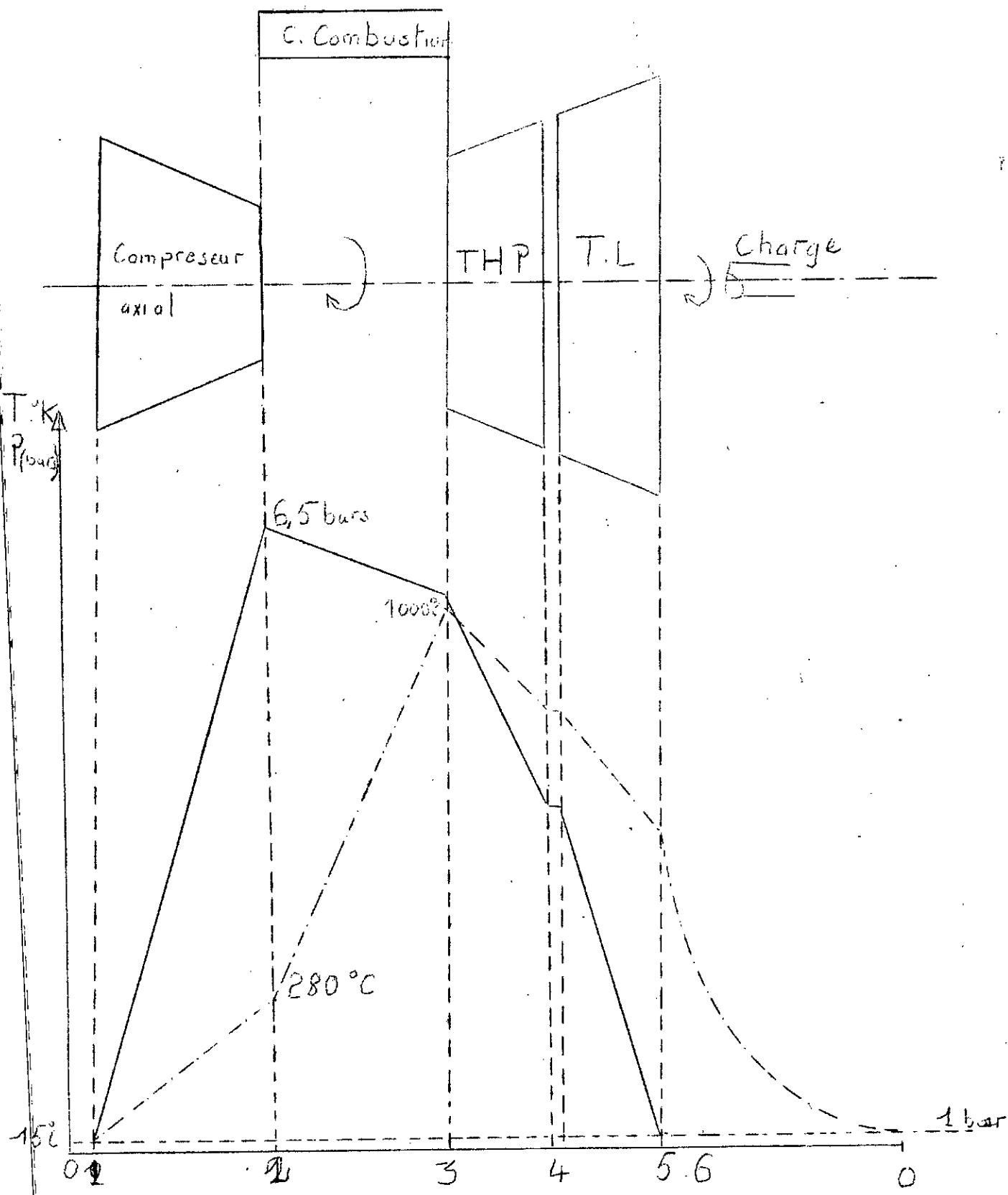
Description du cycle de la turbine

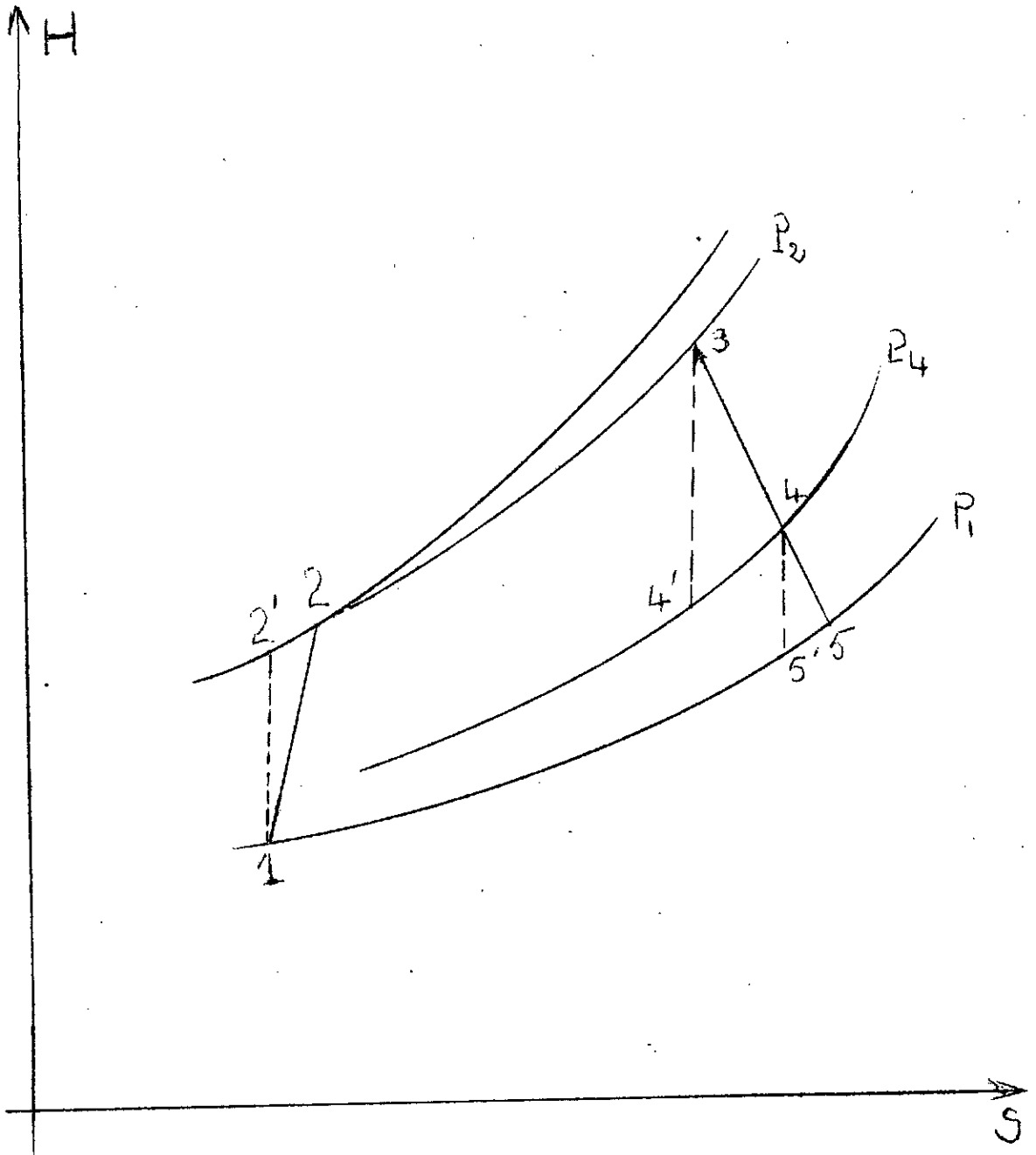
On désigne par cycle la succession des états pression et température qui caractérisent l'évolution du gaz (air d'abord, puis gaz de combustion) à travers la turbine complète.

En thermodynamique la notion de cycle implique que l'état initial du système évoluant soit identique à l'état final, ce qui n'est qu'approximativement exact pour la turbine à gaz puisqu'il y a réaction chimique pendant la combustion qui entraîne la formation de CO_2 et H_2O mais ceci excepté on peut imaginer que suffisamment loin de la turbine, les gaz reprennent le même état qu'à l'aspiration (pression et température atmosphérique)

Le cycle peut se décomposer de la façon suivante :

SCHEMATISATION DU CYCLE





avec :

- 0: infini amont avec condition de l'air ambiant.
- 1: entrée du compresseur.
- 2: sortie du compresseur, entrée chambre de combustion.
- 3: sortie de la chambre de combustion, entrée de la turbine haute pression.
- 4: sortie turbine haute pression, entrée de la turbine libre.
- 5: sortie turbine libre.
- 6: sortie diffuseur d'échappement.

0-1 : entrée d'air

Mise en vitesse de l'air provoquée par l'aspiration du compresseur.

La température d'arrêt reste constante.

La pression d'arrêt chute légèrement par suite des pertes par frottement. Cette perte est sensible si on installe un filtre d'air à l'entrée (quelques centaines de pascals)

En l'absence de filtre on peut considérer que la pression d'arrêt reste constante.

1-2 : le compresseur axial

La compression de l'air de P_1 à P_2 s'accompagne d'un échauffement de l'air de T_1 à T_2 .

La puissance absorbée par le compresseur axial est fournie par la turbine haute pression.

$$W = C_{p_a} \cdot Q_a \cdot \Delta T_1^2 \quad (\text{Kw})$$

2-3 : la chambre de combustion

C'est l'unique source d'énergie du cycle, la quantité de carburant Q_f (Kg/s) brûle en Q_a (Kg/s) d'air et la température s'accroît de T_2 à T_3

3-4 : turbine haute pression

Les produits de combustion à T_3 et P_3 (P_3 très légèrement inférieur à P_2) se détendent dans la turbine haute pression jusqu'aux conditions P_4 , T_4 .

Le rôle de cette turbine étant uniquement d'entraîner le compresseur; la puissance qu'elle fournit est juste égale à celle qu'absorbe ce dernier.

Pour être exact, il faut dire que la turbine haute pression doit entraîner les accessoires et vaincre la résistance des paliers, ce qui représente en gros 1% de sa puissance. La puissance de la turbine est donnée par la même formule que pour le compresseur axial. Mais comme les chaleurs spécifiques de l'air et des gaz d'échappement sont un peu différentes, et que la masse de gaz qui traverse la turbine est légèrement plus élevée que la masse d'air traitée dans le compresseur (la différence étant la quantité de combustible) La chute de température dans la turbine haute pression

T_3^4 est environ de 85% de l'augmentation de température dans le compresseur.

L'ensemble, compresseur axial, chambre de combustion et turbine haute pression constitue le générateur de gaz dont le but est de fournir un débit de gaz Q_g (Kg/s) à P_4 et T_4 à la turbine de puissance

4-5 : Turbine libre ou de puissance

Montée sur une ligne d'arbre indépendante de celle du générateur de gaz, elle utilise la chute de pression de P_4 à P_5 à laquelle correspond une différence de température T_4^5 qui donne sur l'arbre de puissance:

$$W_{TL} = C_{Pg} \cdot Q_g \cdot \Delta T_4^5 \quad (\text{Kw})$$

5-6 : Diffuseur d'échappement

Ralentissement des gaz depuis les conditions de sortie de la turbine libre P_5, T_5 jusqu'aux conditions P_6, T_6 . La pression statique P_6 étant à la sortie de l'échappement égale à la pression ambiante P_0 .

La différence $P_6 - P_0$ représente la surpression dynamique

c'est à dire la vitesse $(\Delta P_0^6 = 1/2 \cdot \rho_0 \cdot v_6^2)$

ρ_0 étant la masse spécifique du gaz à l'évacuation dans l'atmosphère.

Diffuseur d'admission.

Avec la mise en vitesse de l'air aspiré par le compresseur la température d'arrêt se conserve :

$$T_{t0} = T_{t1}$$

La conservation de l'énergie nous permet d'écrire :

$$H_1 - H_0 + \frac{1}{2} C_1^2 + \frac{1}{2} C_0^2 = 0$$

$$H_1 + \frac{1}{2} C_1^2 = H_0 + \frac{1}{2} C_0^2$$

$$C_p T_2 + \frac{1}{2} C_1^2 = C_p T_1 + \frac{1}{2} C_0^2$$

C_a = vitesse axiale

au point 0 l'air a une vitesse nul $C_0 = 0$

donc :

$$C_p T_0 + \frac{1}{2} C_0^2 = C_p T_0 = C_p T_{t0}$$

on a que :

$$T_{t1} = T_{t0} = T_0 + \frac{1}{2} \frac{C_a^2}{C_p}$$

d'où :

$$T_1 = T_{t1} - \frac{1}{2} \frac{C_a^2}{C_p}$$

Application numérique :

$$C_p = 1,005 \text{ Kj/Kg}$$

$$C_a = 100 \text{ m/s}$$

$$T_0 = T_{t0} = 288 \text{ °K}$$

Ce qui nous donne :

$$T_1 = 283 \text{ °K}$$

Compresseur axial.

La compression de l'air de P_{t1} à P_{t2} s'accompagne d'un échauffement de T_{t1} à T_{t2} . La variation d'enthalpie correspondante (réelle) est :

$$H_r = C_p \cdot \Delta T_1^2 = C_p (T_{t2} - T_{t1})$$

Pour le C_p on prend le C_p moyen c'est à dire le C_p à 413°K

$$C_p = 1,014 \text{ Kj/Kg} \cdot \text{K}$$

$$T_{t1} = 288 \text{ °K}$$

$$H_r = 1,014(553-288)$$

$$T_{t2} = 553 \text{ °K}$$

$$H_r = 268,710 \text{ Kj/Kg}$$

Travail de compression isentropique : H_{is}

$$H_{is} = C_p \cdot T_{t1} \left[\left(\frac{P_{t2'}}{P_{t1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

avec :

$$\frac{P_{t2'}}{P_{t1}} = 6,5$$

$$P_{t1}$$

$$= 1,392 \text{ (à } 413 \text{ °K)}$$

ce qui donne :

$$H_{is} = 1,014 \cdot 288 \cdot (6,5)^{(0,392/1,392)} - 1$$

$$H_{is} = 202,682 \text{ Kj/Kg}$$

Température de fin de compression isentropique : $T_{t2'}$

$$T_{t2'} = T_{t1} \left(\frac{P_{t2'}}{P_{t1}} \right)^{(-1/\gamma)} = 487,88 \text{ °K}$$

Rendement de compression adiabatique : cad

$$\text{cad} = \frac{H_{is}}{H_r} = 0,7543$$

coefficient polytropique

$$H_r = C_p \cdot T_{t1} \left[\left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}} \right)^{(K-1/K)} - 1 \right]$$

$$\text{d'où : } \frac{K-1}{K} = \frac{\text{Log} (H_r / C_p \cdot T_{t1}) + 1}{\text{Log} (P_{t2} / P_{t1})}$$

d'où :

$$\frac{K-1}{K} \frac{\text{Log} \left[\frac{268,71}{1,014 \cdot 288} + 1 \right]}{\text{Log } 6,5} = 0,3485$$

ce qui donne :

$$K = 1,535$$

on aura : le rendement polytropique

$$\frac{K-1}{K} \frac{\gamma-1}{\eta_{pt} \cdot \gamma} \Rightarrow \eta_{pt} = \frac{K(\gamma-1)}{(K-1)\gamma}$$

ce qui nous donne :

$$\eta_{pt} = \frac{1,535 \cdot (1,392-1)}{(1,535-1) \cdot 1,392} = 0,8080$$

Choix de l'augmentation d'enthalpie réelle par étage.

L'expérience montre que l'augmentation d'enthalpie réelle par étage doit vérifier l'inégalité suivante :

$$0,25 < \mu = \frac{H_{re}}{U} < 0,45$$

Notre compresseur est subsonique, la vitesse périphérique, dans tous les étages, doit être inférieur à la vitesse du son; c'est à dire que $M_a < 1$

on choisit $M_a = 0,76$

nous avons que :

$$M_a = \frac{U}{a_0} \Rightarrow U = a_0 \cdot M_a = M_a \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_0}$$

$$U = 0,76 \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 283}$$

$$U = 257 \text{ m/s}$$

Vu l'importance de notre débit on limite à 17 Kj/Kg l'augmentation d'enthalpie par étage; d'où le nombre d'étages sera :

$$n = \frac{\Delta H_r}{\Delta H_{re}} = \frac{268,7}{17} = 16 \text{ étages.}$$

on définit ainsi l'augmentation d'enthalpie réelle par étage :

$$\Delta H_{re} = \frac{268,71}{16} = 16,7 \text{ Kj/Kg}$$

Vérification de l'inégalité:

$$\mu = \frac{H_{re}}{u^2} = \frac{16,79}{257^2} = 0,254 > 0,25$$

On est donc dans la plage permise.

Calcul des paramètres d'arrêt dans chaque étage.

Taux de compression par étage:

On suppose que le coefficient polytropique est le même pour tous les étages, ainsi que le Cp.

On prendra le Cp moyen.

$$\Delta H_{re} = C_p \cdot T_{ti} \left[r_{ij}^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

i: désignant l'étage

j: désignant la sortie de l'étage

on tire de l'équation précédente que :

$$r_{ij} = \left[1 + \frac{\Delta H_{re}}{T_{to} + (i-1) T_{re}} \right]$$

ΔT_{re} = augmentation de la température par étage:

$$\Delta T_{re} = \frac{\Delta H_{re}}{C_p} = \frac{16,79}{1,014} = 16,56 \text{ °K}$$

avec l'augmentation de température par étage qui est de 16,56 °K, nous allons dresser un tableau donnant:

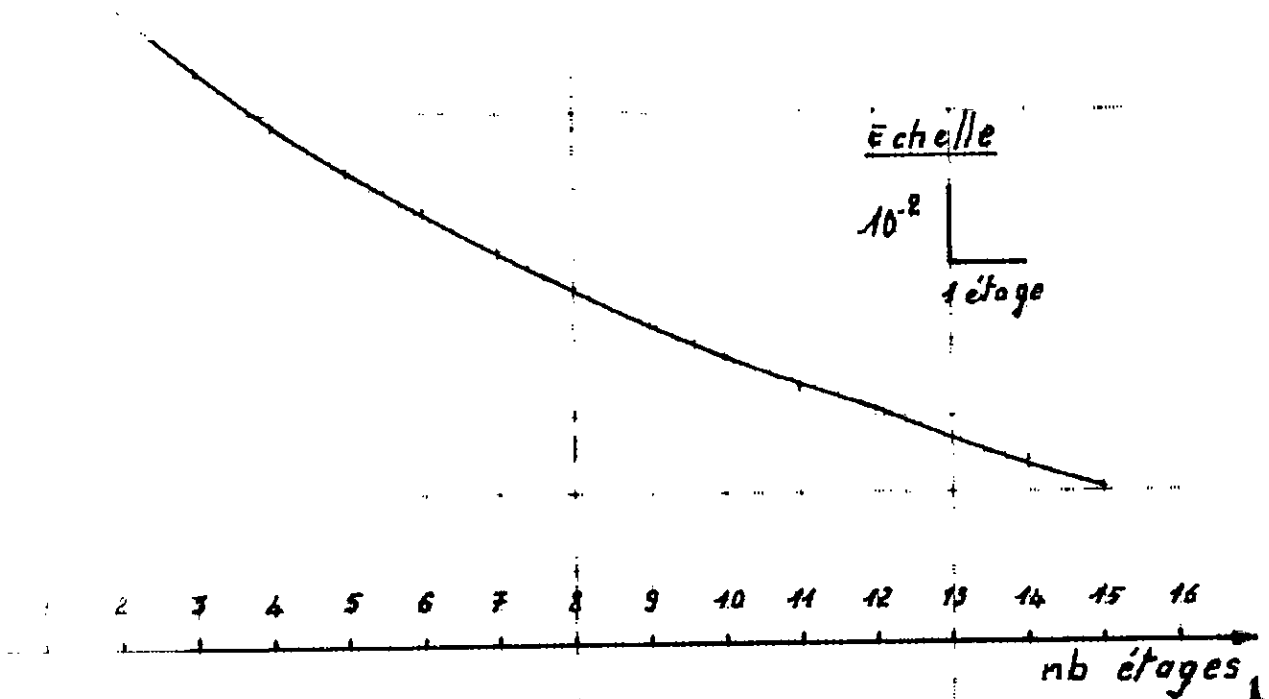
- T_{ti} pour l'entrée en °K .
- r_i taux de compression par étage.
- P_{ti} pression à l'entrée de chaque étage .

Nous avons que :

$$P_{ti} = \prod_{i=1}^i r(i-1)$$

n° étage	T_{ti} entrée (°K)	r_i	P_{ti} entrée
1	288	1,1740	1
2	304,56	1,1641	1,1740
3	321,13	1,1552	1,3667
4	337,69	1,1473	1,5788
5	354,25	1,1401	1,8113
6	370,81	1,1336	2,0650
7	387,38	1,1276	2,3409
8	403,94	1,1222	2,6397
9	420,50	1,1172	2,9622
10	437,06	1,1126	3,3095
11	453,63	1,1084	3,6822
12	470,19	1,1044	4,0812
13	486,75	1,1008	4,5074
14	503,31	1,0973	4,9616
15	519,88	1,0942	5,4446
16	536,44	1,0912	5,9572
sortie du 16 ^{ème} étage	553		6,5003

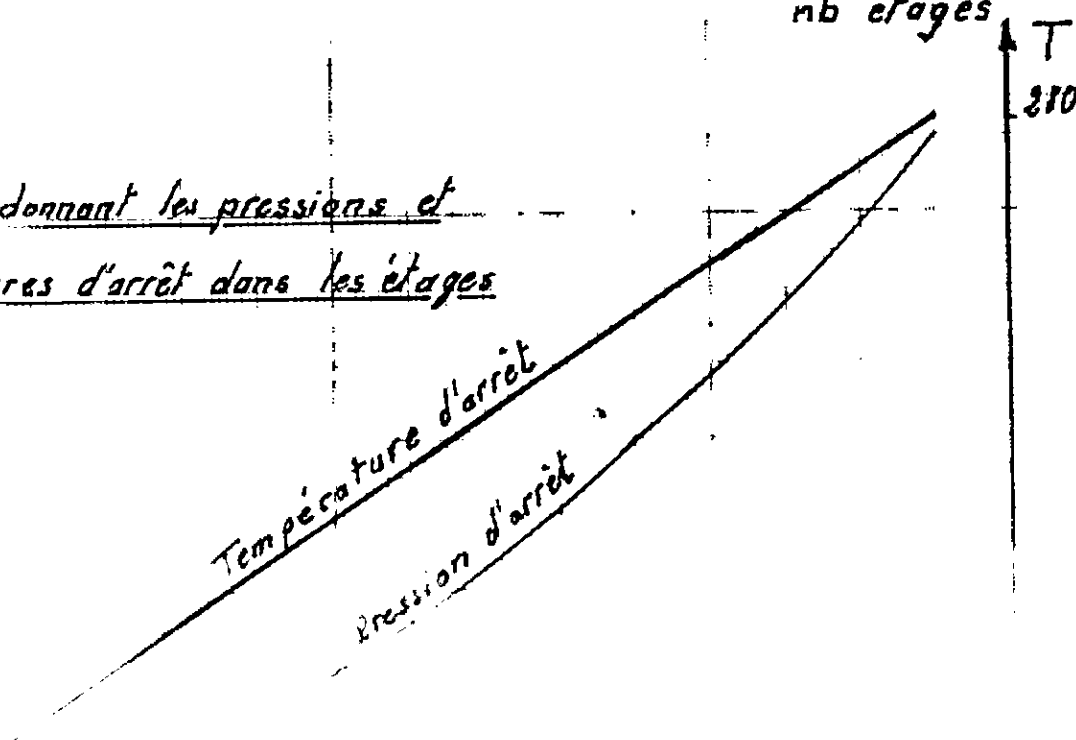
courbe donnant le taux de
compression dans chaque étage



courbes donnant les pressions et
températures d'arrêt dans les étages

échelles

1 étage



Calcul de la masse volumique à l'entrée des aubes directrices

On considère que notre vitesse axiale reste constante tout le long du compresseur

Température statique :

$$T_o = T_{to} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_a^2}{C_p} = 288 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10^4}{10^3} = 283 \text{ °K}$$

$$T_o = 283 \text{ °K}$$

Pression statique :

$$\frac{P_{to}}{P_o} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_o^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{pour un écoulement de fluide compressible}$$

avec :

$$M_o = \frac{C_a}{\sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_o}}$$

$$M_o = \frac{100}{\sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 283}} = 0,2966$$

d'où :

$$\frac{P_{to}}{P_o} = \left[1 + \frac{1,4 - 1}{2} \cdot 0,2966^2 \right]^{\frac{1,4}{1,4 - 1}} = 1,0629$$

on aura donc :

$$P_o = \frac{1}{1,0629} = 0,9408 \text{ bar}$$

d'où: la masse volumique

$$\rho_o = \frac{P_o}{r \cdot T_o} = \frac{0,9408 \cdot 10^5}{287 \cdot 283}$$

$$\rho_o = 1,158 \text{ Kg/m}^3$$

Calcul de la température statique et de la masse volumique
à l'entrée du première étage.

C_{1m} étant la vitesse absolue au rayon moyen on définit :

$$T_1 = T_{t1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{1m}^2}{C_p}$$

Détermination de C_{1m} : calcul du diamètre moyen

$$U = \frac{\pi \cdot N \cdot D_m}{60}$$

d'où:

$$D_m = \frac{60 \cdot U}{\pi \cdot N} = \frac{60 \cdot 257}{3,14 \cdot 5100} = 0,962 \text{ m}$$

Calcul de C_u

$$\Delta H_{re} = U \cdot \Delta C_u \quad \text{d'où} \quad \Delta C_u = \frac{\Delta H_{re}}{U}$$

$$\Delta C_u = \frac{16,79 \cdot 10^3}{257} = 65,35 \text{ m/s}$$

On prend un degré de réaction égal à $0,5 = \epsilon$

c'est à dire que le rapport de l'énergie transformé en pression dans le rotor à l'énergie totale qu'on lui fournit est égale à $0,5$

On prend :

$$\alpha_2 = \beta_1 \quad \text{et} \quad \alpha_1 = \beta_2$$

Nous avons toutes les données nécessaires pour tracer le diagramme des vitesses du premier étage

Le tracé du triangle des vitesses du premier étage nous permet de recueillir les valeurs suivantes:

$$\alpha_1 = \beta_2 = 31,82^\circ \quad ; \quad \alpha_2 = \beta_1 = 46,22^\circ$$

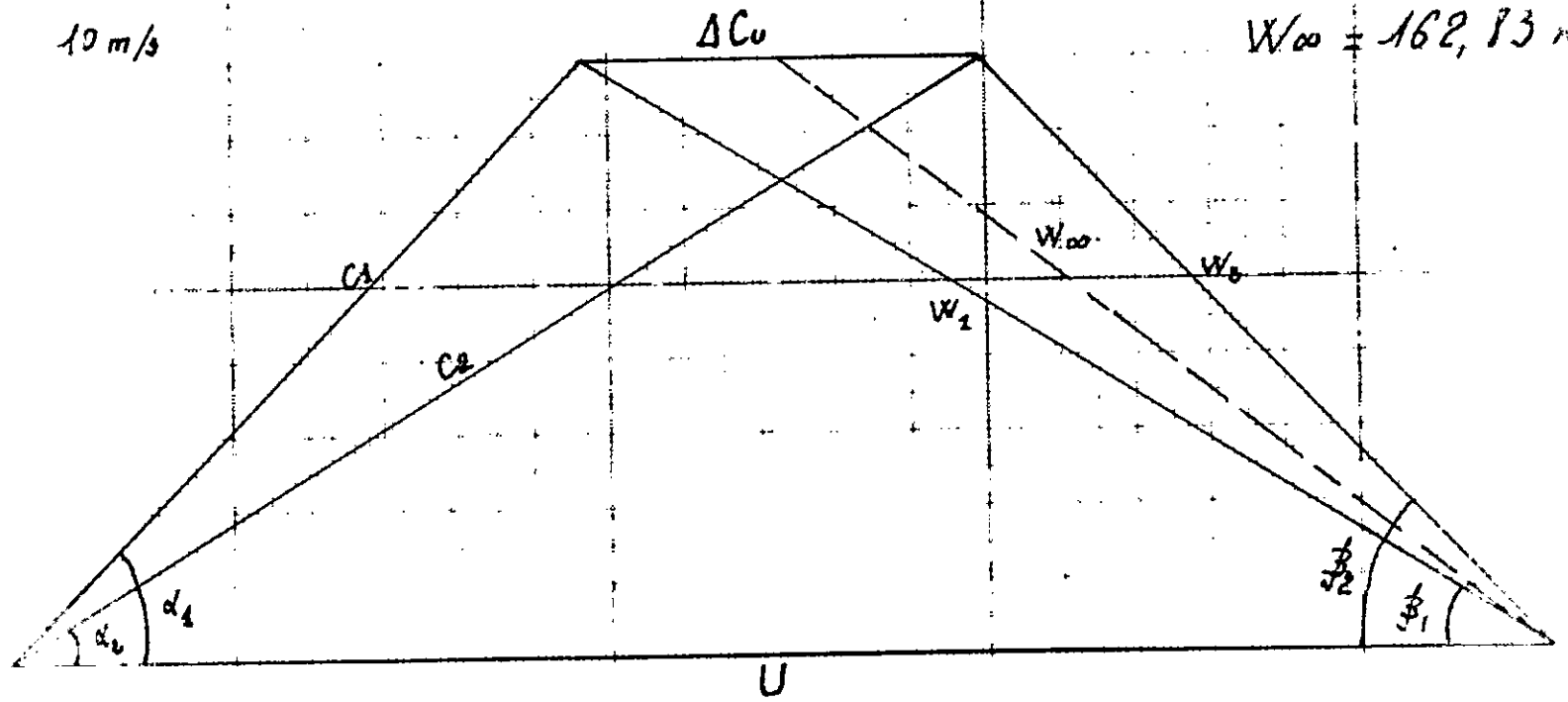
$$C_2 = W_1 = 189,68 \text{ m/s} \quad ; \quad C_1 = W_2 = 138,50 \text{ m/s}$$

$$W_\alpha = 162,83 \text{ m/s}$$

Trace' du triangle des vitesses
du premier étage du compresseur axial

Echelle

—
10 m/s



$$U = 257 \text{ m/s}$$

$$\Delta C_u = 65,35 \text{ m/s}$$

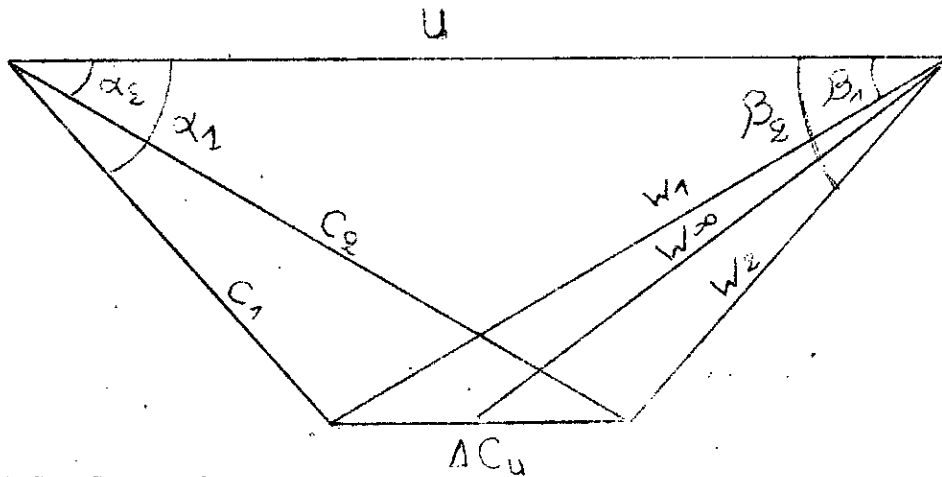
$$\alpha_2 = \beta_2 = 31,22^\circ$$

$$\alpha_1 = \beta_1 = 46,22^\circ$$

$$C_2 = C_1 = W_1 = 188$$

$$C_1 = W_2 = 138,55$$

$$W_{\infty 0} = 162,83 \text{ m/s}$$



Calcul de T_1 :

$$T_1 = T_{t1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1^2}{C_p}$$

$$T_1 = 288 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(138,5)^2}{1005} = 278,46 \text{ °K}$$

Calcul de P_1

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_1^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec :

$$M_1 = \frac{C_1}{\sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_1}} = \frac{138,50}{\sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 278,46}} = 0,4141$$

d'où :

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = \left[1 + \frac{1,4 - 1}{2} (0,4141)^2 \right]^{\frac{1,4}{1,4 - 1}}$$

ce qui nous donne :

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = 1,1253$$

d'où :

$$P_1 = 0,8887 \text{ bar}$$

calcul de ρ_1 :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{r \cdot T_1} = \frac{0,8887 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 278,46} = 1,1265 \text{ Kg/m}^3$$

$$\rho_1 = 1,1265 \text{ Kg/m}^3$$

Calcul de la masse volumique devant les différents étages:

Pour le calcul de la masse volumique devant chaque étage, il faut déterminer d'abord la pression et la température statique en ce point et pour cela on doit connaître la charge réelle totale statique et la répartir sur les 16 étages, ce qui nous amène à chercher d'abord les paramètres statiques à la sortie du dernier étage.

On suppose que la vitesse axiale C_a est resté constante.
Calcul de la température statique à la sortie du 16^{eme} étage.

$$\begin{aligned} T_{17} &= T_{16} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_a^2}{C_p} \\ &= 553 - \frac{1}{2} \cdot \frac{100^2}{1039} \\ &= 548,19 \text{ °K} \end{aligned}$$

Calcul de la pression statique à la sortie du 16^{eme} étage.

$$\frac{P_{t17}}{P_{17}} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{a17}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec : $\gamma_{550 \text{ °K}} = 1,3813$

et :

$$\begin{aligned} M_{a17} &= \frac{C_a}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{17}}} = \frac{100}{1,3813 \cdot 287 \cdot 548,19} \\ &= 0,2145 \end{aligned}$$

ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{P_{t17}}{P_{17}} &= \left[1 + \frac{1,3813 - 1}{2} (0,2145)^2 \right]^{\frac{1,3813}{1,3813 - 1}} \\ &= 1,0321 \end{aligned}$$

d'où :

$$P_{17} = 6,2978 \text{ bar}$$

Masse volumique ρ_{17} à la sortie du compresseur:

138

$$\rho_{17} = \frac{P_{17}}{r \cdot T_{17}} = \frac{6,2978 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 548,19}$$

$$\rho_{17} = 4,0549 \text{ Kg/m}^3$$

Taux de compression statique globale :

$$r_s = \frac{P_{17}}{P_1} = \frac{6,2978}{0,8887} = 7,0865$$

Calcul de la charge statique réelle :

$$\Delta H_{rs} = C_p \cdot T_1 \left(r_s^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

on prend le C_p moyen $C_p = 1,014 \text{ Kj/Kg} \cdot ^\circ\text{K}$

ce qui nous donne :

$$\Delta H_{rs} = 1,014 \cdot 278,46 \left(7,0865^{\frac{1,535-1}{1,535}} - 1 \right)$$

$$\Delta H_{rs} = 276,38 \text{ Kj/Kg}$$

Charge statique par étages :

$$\Delta H_{rse} = \frac{\Delta H_{rs}}{n} = \frac{276,38}{16} = 17,27 \text{ Kj/Kg}$$

$$\text{d'où : } \Delta T_s = \frac{17,27}{1,014} = 17,04$$

Calcul des paramètres statiques à l'entrée de chaque étage:

$$P_i, T_i, \rho_i, r_{ij}$$

$$- T_i = T_1 + (i-1) T_s$$

$$- r_{sij} = \left[1 + \frac{\Delta H_{sre}}{C_p \cdot T_i} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$- P_i = P_1 \prod_{k=1}^{i-1} r_{kj}$$

$$- \rho_i = \frac{P_i}{r \cdot T_i}$$

$0,1 \text{ kg/m}^3$
1 étage

ρ_{ij}

ρ_i

Courbes donnant les densités
de l'air à l'entrée de chaque
étage et au milieu de chaque
étage (ρ_{ij})

A l'aide de toutes ces formules on dresse un tableau pour les 16 étages

n° étage	T_i	r_{ij}	P_i	i
1	278,46	1,1745	0,8887	1,1265
2	295,50	1,1645	1,0418	1,2444
3	312,54	1,1556	1,2131	1,3700
4	329,58	1,1476	1,4018	1,5012
5	346,62	1,1404	1,6087	1,6381
6	363,66	1,1338	1,8346	1,7806
7	380,70	1,1279	2,0801	1,9285
8	397,74	1,1224	2,3461	2,0820
9	414,78	1,1174	2,6333	2,2408
10	431,82	1,1128	2,9425	2,4051
11	448,86	1,1085	3,2744	2,5748
12	465,90	1,1046	3,6299	2,7500
13	482,94	1,1009	4,0095	2,9304
14	499,98	1,0975	4,4141	3,1161
15	517,02	1,0943	4,8445	3,3073
16	534,06	1,0913	5,3012	3,5036

Dimensionnement du rotor :

L'équation du débit nous permet d'écrire:

$$\dot{m}_a = \rho_i \cdot S_i \cdot C_a \quad (1)$$

avec :

$$S_i = \frac{\pi (D_e - d_i)^2}{4} \quad (2) \quad (\text{Section de passage du rotor})$$

$$D_m = \frac{D_e + d_i}{2} \quad (3) \quad (\text{diamètre moyen})$$

de l'équation (3) on tire:

$$d_i = 2 \cdot D_m - D_e$$

de l'équation (1) + (2) on tire :

$$D_e^2 - d_i^2 = \frac{4 \cdot \dot{m}_a}{\rho_i \cdot C_a \cdot \pi}$$

de (3) et (1)+(2) on tire :

$$D_e^2 - (2 \cdot D_m - D_e)^2 = \frac{4 \cdot \dot{m}_a}{\rho_i \cdot C_a \cdot \pi}$$

d'où :

$$D_e = D_m + \frac{\dot{m}_a}{D_m \cdot \rho_i \cdot C_a \cdot \pi}$$

en posons :

$$k = \frac{\dot{m}_a}{D_m \cdot C_a \cdot \pi} = 0,3824$$

on aura :

$$\text{Diamètre extérieur : } D_e = D_m + \frac{k}{\rho_i}$$

$$\text{Diamètre intérieur : } d_i = D_m - \frac{k}{\rho_i}$$

Pour le calcul des diamètres intérieurs à la sortie de chaque rotor (d_{ij}) on détermine d'abord les masses volumiques de chaque étage:

$$\rho_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_{i+1}}{2}$$

Diamètre intérieur à la sortie du rotor:

141

$$d_{ij} = D_m - \frac{k}{P_{ij}}$$

Diamètre intérieur réel du rotor:

$$d_{ir} = \frac{d_i + d_{ij}}{2}$$

Hauteur d'aube :

$$b = D_m - d_{ir}$$

n° étage	D_e (m)	d_i (m)	i_j	d_{ij}	d_{ir}	b
1	1,3145	0,6095	1,1855	0,6271	0,6183	0,3437
2	1,2811	0,6429	1,3072	0,6583	0,6506	0,3114
3	1,2518	0,6722	1,4360	0,6854	0,6788	0,2832
4	1,2265	0,6975	1,5697	0,7090	0,7033	0,2587
5	1,2044	0,7196	1,7094	0,7297	0,7247	0,2373
6	1,1850	0,7390	1,8546	0,7479	0,7435	0,2185
7	1,1679	0,7561	2,0053	0,7640	0,7601	0,2019
8	1,1527	0,7713	2,1614	0,7783	0,7748	0,1872
9	1,1392	0,7848	2,3230	0,7911	0,7880	0,1740
10	1,1271	0,7969	2,4900	0,8025	0,7997	0,1623
11	1,1162	0,8078	2,6624	0,8129	0,8104	0,1516
12	1,1064	0,8176	2,8402	0,8222	0,8199	0,1421
13	1,0975	0,8265	3,0233	0,8307	0,8286	0,1334
14	1,0894	0,8346	3,2117	0,8384	0,8365	0,1255
15	1,0821	0,8419	3,4055	0,8454	0,8437	0,1183
16	1,0753	0,8487	3,7793	0,8569	0,8528	0,1092

CHAMBRE DE COMBUSTION1) Description :

C'est une chambre du type annulaire, elle comprend :

- Une buse qui assure l'arrivée du fuel sous haute pression (15 bars)
- Une bougie d'allumage à haute tension.
- Un tube de flamme percé d'orifices dosant la répartition de l'air en :
 - air primaire.
 - air secondaire.
 - air de dilution.

La combustion d'un mélange (air-combustible) n'est possible qu'entre des limites de rapport de mélange :

$$f = \frac{C}{A} = \frac{\text{Combustible}}{\text{air}}$$

Ces limites dépendent de plusieurs paramètres tels que :

- La température d'admission de l'air dans la chambre
- La pression de l'air
- Nature du combustible

2) Rapport de mélange(f) et combustion.

Une combustion complète et des pertes de charges minimales caractérisent une bonne chambre de combustion:

La combustion commence avec l'air primaire, se continue et finit avec l'air secondaire.

Le produit de cette combustion est dilué dans ce qui reste du débit d'air.

L'importance du rapport de mélange est à souligner; en effet il possède deux limites d'inflammabilité, l'une pauvre, l'autre riche, en dehors desquelles la combustion est impossible.

Le rapport de mélange dans les turbines à gaz est de l'ordre de 0,02; ce qui est nettement inférieur à l'ordre de grandeur qu'on rencontre chez les moteurs à combustion.

Le combustible utilisé est du gaz de pétrole qu'on soutire à celui reinjecté dans le puit .

Une analyse chromatographique nous à permis de connaître sa composition.

Composants	Masse molaire	% volumétrique	% massique
C_2H_4	16,042	79,56	65,09
C_2H_6	30,068	11,70	17,94
C_3H_8	44,094	4,27	9,60
nC_4H_{10}	58,12	0,42	1,24
iC_4H_{10}	58,12	0,84	2,49
nC_5H_{12}	72,146	0,20	0,74
iC_5H_{12}	72,146	0,17	0,63
C_6H_{14}	86,172	0,07	0,31
N_2	28,016	2,08	2,97
O_2	44,01	0,66	1,48

Masse molaire du combustible : 20,097

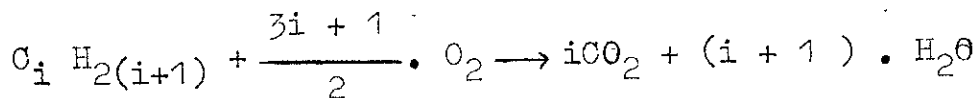
C = 12,01 ; H = 1,008

O = 16 ; N = 14,008

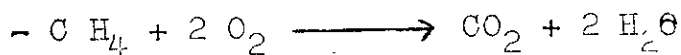
Calcul du rapport stochiométrique

Calcul de la masse d'air nécessaire pour brûler une môle de combustible.

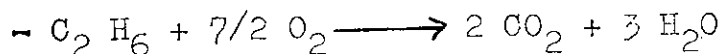
L'équation générale s'écrit:



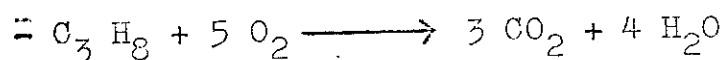
ce qui nous permet d'écrire :



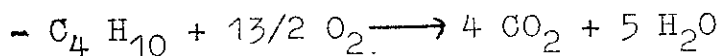
$$N_{C H_4} = 0,7956 \cdot 2 = 1,5912$$



$$N_{C_2 H_6} = 0,117 \cdot 7/2 = 0,4095$$



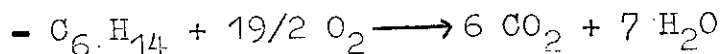
$$N_{C_3 H_8} = 0,0427 \cdot 5 = 0,2135$$



$$N_{C_4 H_{10}} = 0,0126 \cdot 13/2 = 0,0819$$



$$N_{C_5 H_{12}} = 0,0037 \cdot 8 = 0,0296$$



$$N_{C_6 H_{14}} = 0,0007 \cdot 19/2 = 0,0067$$

Nombre de môle de O_2 pour brûler une môle de combustible:

$$\sum_{i=1}^6 N_{C_i H_{2(i+1)}} = 1,5912 + 0,4095 + 0,2135 + 0,0819 + 0,0296 + 0,0067$$

$$= 2,3324$$

On suppose que l'air ne contient que de l'oxygène et de l'azote :

79 % de N_2 et 21 % de O_2 (% volumétrique)

76,8 % de N_2 et 23,2 % de O_2 (% massique)

La masse de O_2 nécessaire pour brûler une môle de combustible est :

$$2,3324 \cdot 32 = 74,6368 \text{ g}$$

La masse d'air sera alors de :

$$\frac{74,6368 \cdot 100}{23,20} = 321,71 \text{ g}$$

Calcul de rapport stochiométrique :

$$\left(\frac{C}{A}\right)_{st} = \frac{20,097}{321,71} = 0,0625$$

Calcul des paramètres thermodynamiques des gaz de combustion : C_p ,

Notre gaz d'échappement est composé de N_2 ; CO_2 ; O_2 ; H_2O
On calcul les différentes compositions qui correspondent à chaque richesse.

A l'aide des C_p des 4 composants on détermine le C_p de nos gaz de combustion par la formule suivante :

$$C_{p_g} = \frac{\sum C_{p_i} \cdot m_i}{\sum m_i}$$

On négligera la variation de C_p en fonction de l'élévation de pression.

Détermination de la composition des gaz d'échappement.

$\left(\frac{A}{C}\right)_{st}$ est le rapport qui nous donne exactement la quantité d'air qui subit la réaction de combustion.

$$\left(\frac{A}{C}\right)_{st} = 16 \text{ Kg}$$

donc 16 Kg sont suffisant pour la combustion complète de 1 Kg de combustible, le reste constitue l'air de dilution. Pour 1 Kg de combustible on a 17 Kg de gaz brûlés purs qui sont dilués dans :

$$\left[\left(\frac{A}{C}\right) - \left(\left(\frac{A}{C}\right)_{st} + 1\right) \right] \text{ Kg d'air de dilution.}$$

Composition du gaz brulés purs (sans air de dilution) 146

Calcul pour une môle de combustible brulée:

Proportion de CO_2

$$= 0,7956 \cdot 1 + 0,1170 \cdot 2 + 0,0427 \cdot 3 + 0,0126 \cdot 4 \\ + 0,0037 \cdot 5 + 0,0007 \cdot 6 + 0,0066$$

$$= 1,2374 \text{ m\u00f4les}$$

Proportion de H_2O

$$= 0,7956 \cdot 2 + 0,1170 \cdot 3 + 0,0427 \cdot 4 + 0,0126 \cdot 5 \\ + 0,0037 \cdot 6 + 0,0007 \cdot 7$$

$$= 2,2031 \text{ m\u00f4les}$$

Proportion de N_2

$$= \frac{2,3324}{21} \cdot 79 + 0,0208 = 8,7951 \text{ m\u00f4les}$$

d'o\u00f9 on \u00e9tablit les pourcentages massiques des gaz brul\u00e9es purs (sans air de dilution) pour une m\u00f4le de combustible.

Compos\u00e9s	Quantit\u00e9 volume(m\u00f4le)	Quantit\u00e9 masse (g)	% massique
N_2	8,7951	247,670	72,47
H_2O	2,2031	39,656	11,60
CO_2	1,2374	54,446	15,93
gaz purs brul\u00e9es (1 m\u00f4le)	12,2356	341,772	100

La richesse ϕ nous permet de d\u00e9terminer l'air de dilution; ajout\u00e9 \u00e0 la quantit\u00e9 de gaz de combustion stoechiom\u00e9trique on pourra alors d\u00e9terminer la composition des gaz d'echappement qui serviront \u00e0 entrainer la turbine.

$$\phi = \frac{\left(\frac{C}{A}\right)}{\left(\frac{C}{A}\right)_{st}} \quad \text{d'o\u00f9} \quad \left(\frac{C}{A}\right) = \phi \cdot \left(\frac{C}{A}\right)_{st}$$

On définit :

Ad = air de dilution (pour 1 Kg de combustible)

$$Ad = \left(\frac{A}{C} \right) - \left(\frac{A}{C} \right)_{st} + 1$$

avec comme % massique de l'air : 76,80 % N₂
23,20 % O₂

Pour calculer les pourcentages des différents composants des gaz d'échappement on raisonnera sur 1 Kg de combustible.

- Pourcentage de O₂

$$\% O_2 = \frac{100 \cdot Ad \cdot 0,232}{(A/C) + 1} = \frac{23,2 \cdot Ad}{(A/C) + 1}$$

- Pourcentage de N₂

$$\% N_2 = \frac{100 \cdot (Ad \cdot 0,768) + (17 \cdot 0,7247)}{(A/C) + 1}$$

$$= \frac{(76,80 \cdot Ad) + 1232}{(A/C) + 1}$$

- Pourcentage de CO₂

$$\% CO_2 = \frac{100 \cdot 0,1593 \cdot 17}{(A/C) + 1} = \frac{270,81}{(A/C) + 1}$$

- Pourcentage de H₂O

$$\% H_2O = \frac{100 \cdot 0,1160 \cdot 17}{(A/C) + 1} = \frac{197,20}{(A/C) + 1}$$

Expression du Cp des gaz d'échappement :

$$C_{p_g} = \left[\frac{23,2 \cdot Ad}{(A/C) + 1} \right] \cdot C_{p_{O_2}}(T_i) + \left[\frac{(76,80 \cdot Ad) + 1232}{(A/C) + 1} \right] C_{p_{N_2}}(T_i) \\ + \left[\frac{270,81}{(A/C) + 1} \right] C_{p_{CO_2}}(T_i) + \left[\frac{197,20}{(A/C) + 1} \right] C_{p_{H_2O}}(T_i)$$

avec :

$$C_{pO_2}(T_i) = C_p \text{ de l'O}_2 \text{ à la température } T_i$$

$$C_{pN_2}(T_i) = \text{ " " " } 1N_2 \text{ " " " " " " " "}$$

$$C_{pH_2O}(T_i) = \text{ " " " } H_2O \text{ " " " " " " " "}$$

$$C_{pCO_2}(T_i) = \text{ " " " } CO_2 \text{ " " " " " " " "}$$

Expression de γ

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\mu \cdot C_p}{\mu \cdot C_v - 1,968}$$

avec μ = masse molaire

C_p et C_v exprimé en Kcal/Kg. $^{\circ}$ K

Nous allons dresser un tableau donnons en fonction de la richesse :

- le rapport de combustion (C/A).
- " " " " " " " " (A/C).
- L'air de dilution pour 1 Kg de combustible(Ad).
- La proportion de O₂ dans l'air de dilution.
(Ad . 0,232)
- La proportion de N₂ dans l'air de dilution.
(Ad . 0,768)
- Le pourcentage des gaz d'échappement:
 - % O₂
 - % N₂
 - % CO₂
 - % H₂O
- La masse molaire.

	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40	0,42	0,44
(C/A)	0,0188	0,0200	0,0213	0,0225	0,0238	0,0250	0,0263	0,0275
(A/C)	53,33	50	47,06	44,44	42,10	40	38,10	36,36
Ad	37,33	34	31,06	28,44	26,10	24	22,10	20,36
Ad.0,232	8,66	7,89	7,21	6,60	6,07	5,57	5,13	4,72
Ad.0,768	28,67	26,11	23,85	21,84	20,05	18,45	16,97	15,64
% O ₂	15,94	15,47	15,00	14,52	14,05	13,58	13,11	12,64
% N ₂	75,45	75,35	75,26	75,18	75,10	75,00	74,92	74,83
% CO ₂	4,98	5,31	5,63	5,96	6,28	6,61	6,93	7,25
% H ₂ O	3,63	3,87	4,10	4,34	4,58	4,81	5,04	5,38
Masse molaire	29,08	29,09	29,10	29,11	29,13	29,13	29,14	29,15

Cp des differents composants à partir desquel on a calculé le Cp des gaz d'échappements:

C°	N ₂	O ₂	CO ₂	H ₂ O
0	1,038	0,916	0,822	1,851
100	1,043	0,934	0,920	1,879
200	1,052	0,964	0,996	1,930
300	1,068	0,994	1,068	1,986
400	1,091	1,024	1,120	2,051
500	1,115	1,048	1,163	2,116
600	1,138	1,069	1,200	2,183
700	1,161	1,085	1,229	2,255
800	1,180	1,099	1,254	2,325
900	1,198	1,112	1,274	2,390
1000	1,214	1,122	1,292	2,455
1100	1,229	1,131	1,279	2,515
1200	1,241	1,140	1,317	2,571
1300	1,251	1,148	1,328	2,624

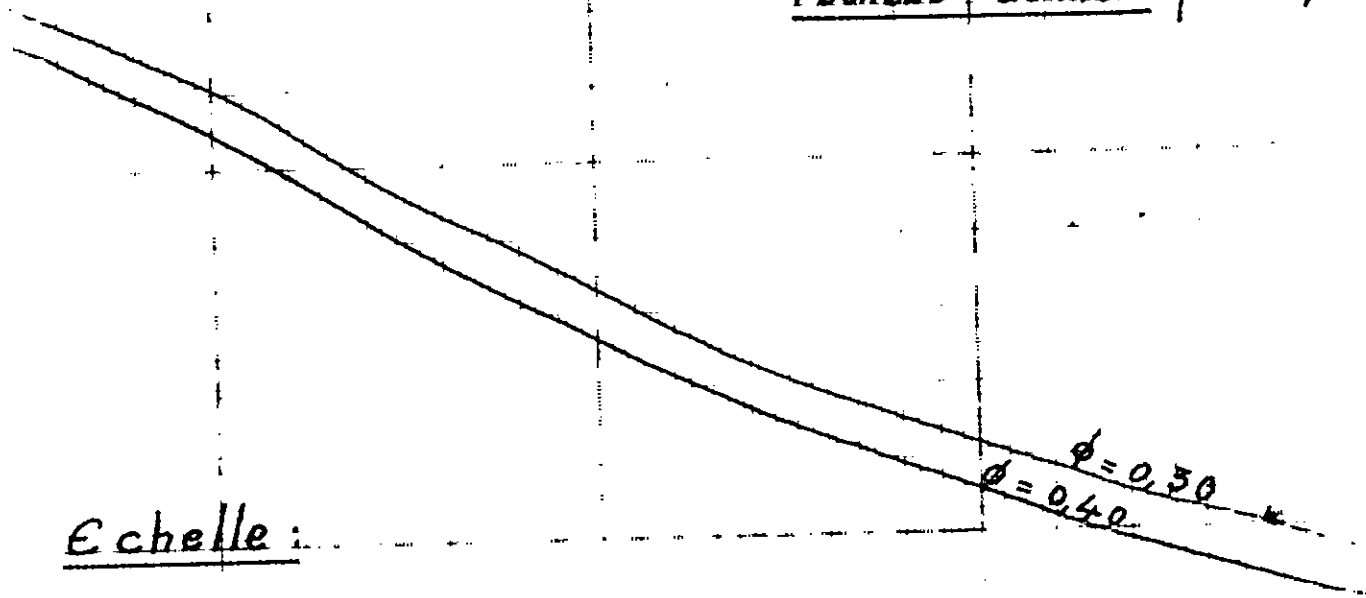
Tableau donnant le C_p en fonction de la richesse et de la température

T.°c	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40	0,42	0,44
0	1,037	1,039	1,041	1,043	1,045	1,046	1,048	1,050
100	1,051	1,052	1,054	1,056	1,058	1,060	1,062	1,062
200	1,067	1,069	1,071	1,073	1,076	1,078	1,081	1,083
300	1,090	1,092	1,094	1,097	1,100	1,102	1,105	1,107
400	1,117	1,119	1,122	1,125	1,128	1,130	1,133	1,135
500	1,143	1,146	1,149	1,152	1,155	1,157	1,160	1,163
600	1,168	1,171	1,174	1,177	1,180	1,183	1,186	1,189
700	1,192	1,195	1,198	1,201	1,205	1,208	1,211	1,214
800	1,212	1,216	1,219	1,222	1,226	1,229	1,232	1,236
900	1,231	1,235	1,238	1,242	1,246	1,249	1,252	1,256
1000	1,248	1,252	1,255	1,259	1,263	1,266	1,270	1,274
1100	1,263	1,267	1,270	1,274	1,278	1,281	1,285	1,289
1200	1,277	1,281	1,285	1,289	1,293	1,296	1,300	1,304
1300	1,288	1,292	1,296	1,300	1,304	1,308	1,312	1,316

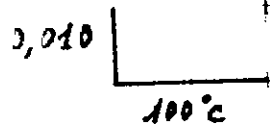
Tableau donnant λ en fonction de la richesse et de la température 152

T °C \ λ	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40	0,42	0,44
0	1,380	1,379	1,378	1,376	1,375	1,374	1,373	1,372
100	1,373	1,372	1,371	1,370	1,369	1,368	1,367	1,366
200	1,365	1,364	1,363	1,362	1,360	1,359	1,358	1,357
300	1,355	1,354	1,353	1,351	1,350	1,349	1,347	1,346
400	1,343	1,342	1,341	1,340	1,338	1,337	1,336	1,335
500	1,333	1,332	1,331	1,329	1,328	1,327	1,326	1,324
600	1,323	1,322	1,321	1,320	1,319	1,317	1,316	1,315
700	1,315	1,314	1,313	1,312	1,310	1,309	1,308	1,306
800	1,308	1,307	1,306	1,305	1,303	1,302	1,301	1,299
900	1,302	1,301	1,300	1,298	1,297	1,296	1,295	1,293
1000	1,297	1,295	1,294	1,293	1,292	1,290	1,289	1,288
1100	1,292	1,290	1,292	1,289	1,287	1,286	1,285	1,284
1200	1,288	1,286	1,285	1,284	1,283	1,282	1,281	1,279
1300	1,285	1,283	1,282	1,281	1,280	1,279	1,277	1,276

Courbes donnant $\delta = \rho(T) / \rho_{00}$
richesse donnée. (ici $\phi = 0,30$)



Echelle :



CALCULS THERMODYNAMIQUES DES DEUX ETAGES DE LA TURBINE

ETAGE HAUTE PRESSION.

La détente 3-4 fournit l'énergie sous forme mécanique à la turbine haute-pression pour entraîner le compresseur axial, les annexes et vaincre les efforts de frottements des paliers.

Les annexes et les paliers absorbent 1% environ de la puissance fourni par ce premier étage. Aussi on pourra dire que le rendement mécanique est de 0,99. maintenant il est juste de poser :

$$W_{t1} \cdot \eta_m = W_c$$

avec :

W_{t1} = travail réel de détente dans l'étage haute pression.

$$W_{t1} = \frac{W_c}{\eta_m} = \frac{268,71}{0,99} = 271,42 \text{ Kj/Kg}$$

Expression du travail théorique de détente

$$W_{t'} = H_{t3} - H_{t4'} = C_p (T_{t3} - T_{t4'})$$

Expression du travail réel de détente

$$W_t = \eta_t \cdot C_p (T_{t3} - T_{t4'})$$

avec :

η_t = rendement de détente

$$W_t = \eta_t \cdot C_p \cdot T_{t3} \left(1 - \frac{T_{t4'}}{T_{t3}} \right)$$

$$W_t = \eta_t \cdot C_p \cdot T_{t3} \left(1 - \left(\frac{P_{t4'}}{P_{t3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

$$P_{t4} = P_{t4}$$

ce qui donne :

$$W_t = \eta_t \cdot C_p \cdot T_{t3} \left(1 - \left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Rendement de détente polytrophique

Il s'écrit par définition :

$$\eta_{pt} = \frac{(K_1-1)/K_1}{(\gamma-1)/\gamma} \quad \text{où } K_1 \text{ est le coefficient polytrophique}$$

On calcule K en utilisant l'expression du travail réel de détente suivante :

$$W_t = C_p \cdot T_{t3} \left(1 - \frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{K_1-1}{K_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{K_1-1}{K_1} = \frac{\text{Log} \left(1 - (W_t / C_p \cdot T_{t3}) \right)}{\text{Log} \left(P_{t4} / P_{t3} \right)}$$

d'où :

$$K_1 = \left[1 - \frac{\text{Log} \left(1 - (W_t / C_p \cdot T_{t3}) \right)}{\text{Log} \left(P_{t4} / P_{t3} \right)} \right]^{-1}$$

Calcul du taux de détente

L'expression du travail réel de détente nous permet d'avoir :

$$\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = \left[1 - \frac{W_t}{t \cdot C_p \cdot T_{t3}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Calcul de la température à la sortie de l'étage

$$\frac{T_{t4}}{T_{t3}} = \left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{K_1-1}{K_1}}$$

d'où :

$$T_{t4} = T_{t3} \left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{K_1-1}{K_1}}$$

Calcul de la pression à la sortie de l'étage

Nous avons une chute de pression de 3% dans la chambre de combustion :

$$\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = r_t$$

où :

r_t = taux de détente

$$P_{t3} = 0,97 \cdot P_{t2}$$

Remarque : Dans nos calculs on utilise le C_p et γ qui sont tout les deux fonction de la richesse. Il serait donc logique de déterminer d'abord la richesse maximale admise; la température 1273°K à la sortie de la chambre est la température maximum permise par les propriétés mécanique du matériaux constituant la roue haute pression. Avec cette température on peut déterminer la richesse maximale ϕ_m

Calcul de la richesse maximale admise ϕ_m

Posons l'expression du bilan thermique de la chambre de combustion :

$$H_{ta} + H_{tc} + Q_c = H_{tg}$$

avec :

H_{ta} = Enthalpie totale du combustible à l'entrée de chambre de combustion.

$H_{t\bullet}$ = Enthalpie totale du combustible à l'entrée de la chambre de combustion.

H_{tg} = Enthalpie totale des gaz d'échappement à la sortie de la chambre de combustion

Q_c = Chaleur de combustion

Expression qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{m}_a \cdot C_{p_a} \cdot T_{t2} + \dot{m}_f \cdot C_{p_c} \cdot T_{tc} + \eta_{cc} \cdot \dot{m}_f \cdot \frac{P_{ci}}{J} \\ = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) C_{p_g} \cdot T_{t3} \end{aligned}$$

d'où l'expression de la richesse maximale :

$$m = \frac{C_{p_g} \cdot T_{t3} - C_{p_a} \cdot T_{t2}}{\left(\frac{C}{A}\right)_{st} \left[C_{p_c} \cdot T_{tc} + \eta_{cc} \frac{P_{ci}}{J} - C_{p_g} \cdot T_{t3} \right]}$$

avec :

C_{p_a} = Cp de l'air à la sortie du compresseur

$C_{p_a} = 1,020 \text{ Kj/Kg}$

C_{p_c} et T_{tc} = Cp et température d'entrée du fuel dans la chambre de combustion

$C_{p_c} = 1,858 \text{ Kj/Kg} ; T_{tc} = 323 \text{ }^\circ\text{K}$

η_{cc} = rendement de la chambre de combustion = 0,99

C_{p_g} = Cp des gaz d'échappement à la sortie de la C.C

$1/J = 4,18$

Par valeurs approchées de Cp on arrive à :

$$\phi_m = \frac{1,266 \cdot 1273 - 1,020 \cdot 553}{0,0625 \cdot (1,858 \cdot 323 + 0,99 \cdot 4,18 \cdot 10200 - 1,266 \cdot 1273)}$$

$$\phi_m = 0,40$$

Donc : nos calculs numériques seront faits pour une richesse de 0,4

Taux de détente :

$$\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = 1 - \frac{271,42}{0,90 \cdot 1,249 \cdot 127} \cdot \frac{1,296}{1,296-1}$$

On prend C_p et γ à 900°C , voisin du C_p et de γ moyen.

ce qui nous donne :

$$\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = 0,3982$$

Pression à la sortie de l'étage:

$$P_{t4} = 6,500 \cdot 0,97 \cdot 0,3982$$

$$P_{t4} = 2,5107 \text{ bars.}$$

Coefficient polytropique de détente: K_1

$$K_1 = \left[1 - \frac{\text{Log} \left(1 - \frac{271,42}{1,249 \cdot 1273} \right)}{\text{Log} 0,3982} \right]^{-1}$$

d'où :

$$K_1 = 1,255$$

Température à la sortie de l'étage :

$$T_{t4} = 1273 \left(0,3982 \right)^{\frac{1,255}{1,255-1}}$$

$$T_{t4} = 1055,78 \text{ }^\circ\text{K}$$

Rendement polytropique de détente :

$$p_t = \frac{\frac{1,255 - 1}{1,255}}{\frac{1,296 - 1}{1,296}} = 0,890$$

ETAGE BASSE PRESSION OU TURBINE LIBRETaux de détente :

$$\frac{P_{t5}}{P_{t4}} = \frac{1,0000}{2,5107} = 0,3983$$

Le taux de détente est le même que dans l'étage haute pression .

Travail de détente :

$$W_{t2} = \eta_t \cdot C_p \cdot T_{t4} \left(1 - \left(\frac{P_{t5}}{P_{t4}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

avec :

$$\eta_t = 0,90$$

$$C_{p \text{ moyen}} = 1,249 \text{ qui correspond à un } \gamma = 1,302$$

ce qui donne :

$$W_{t2} = 0,90 \cdot 1,249 \cdot 1055,78 \left(1 - (0,3983)^{\frac{1,302-1}{1,302}} \right)$$

$$W_{t2} = 228,18 \text{ Kj/Kg}$$

Coefficient polytropique :

$$K = \left[1 - \frac{\text{Log} \left(1 - \frac{W_{t2}}{C_p \cdot T_{t4}} \right)}{\text{Log} \left(\frac{P_{t5}}{P_{t4}} \right)} \right]^{-1}$$

$$K = \left[1 - \frac{\text{Log} \left(1 - \frac{228,18}{1,249 \cdot 1055,78} \right)}{\text{Log} (0,3983)} \right]^{-1}$$

d'où :

$$K = 1,260$$

Rendement polytropique :

$$\eta_{pt} = \frac{\frac{K_2 - 1}{K_2} = \frac{1,260 - 1}{1,260}}{-1 \frac{1,302 - 1}{1,302}}$$

$$\eta_{pt} = 0,890$$

Température de sortie de l'étage :

$$T_{t5} = T_{t4} \left(\frac{P_{t5}}{P_{t4}} \right)^{\frac{K - 1}{K}}$$

$$T_{t5} = 1055,78 \left(0,3983 \right)^{\frac{1,260 - 1}{1,260}}$$

$$T_{t5} = 873,13 \text{ °K.} = 600 \text{ °c}$$

Calcul de la puissance à la sortie de la turbine libre :

$$P = W_{t2} \cdot \eta_m \cdot \left(1 + \phi \left(\frac{C}{A} \right)_{st} \right) \cdot \dot{m}_a \text{ en Kw}$$

avec : $\eta_m = 0,99$ = rendement mécanique

\dot{m} = débit massique d'air traversant le compresseur axiale

$$\dot{m} = Q_a \cdot \rho_o \quad \text{avec : } \rho_o = \frac{P_o}{R \cdot T_o}$$

ce qui donne :

$$\dot{m}_a = Q_a \cdot \frac{P_o}{R \cdot T_o}$$

la puissance s'écrit donc :

$$P = W_{t2} \cdot \eta_m \cdot \left(1 + \phi \left(\frac{C}{A} \right)_{st} \right) Q_a \cdot \frac{P_o}{R \cdot T_o}$$

avec :

$$P_o = 1,013 \text{ bars}$$

$$T_o = 288 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$R = 287$$

$$Q_a = 340000 \text{ Nm}^3/\text{h}$$

$$P = 0,99 \cdot 228,18 (1 + 0,4 \cdot 0,0625) \frac{340000}{3600} \cdot \frac{1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 288}$$

la puissance est de :

$$P = 26800 \text{ KW}$$

$$= 36414 \text{ Cv}$$

calcul du rendement globale de la turbine :

$$\eta_g = \frac{P}{\dot{m}_a \cdot \phi (C/A)_{st} \cdot P_{ci}/j}$$

$$\eta_g = \frac{\eta_m \cdot W_{t2} \cdot (1 + (C/A)_{st})}{\phi (C/A)_{st} \cdot P_{ci}/j}$$

$$\eta_g = \frac{0,99 \cdot 228,18 (1 + 0,4 \cdot 0,0625)}{0,4 \cdot 0,0625 \cdot 10200 \cdot 4,18}$$

$$\eta_g = 0,217$$

DIMENSIONNEMENT DES ROUES DE TURBINE

On fixe la section de sortie de la chambre de combustion

$$S = 0,74 \text{ m}^2$$

Calcul de la vitesse de sortie des gaz :

l'expression :

$$\rho_3 \cdot V \cdot S = \dot{m}_g$$

nous permet d'avoir la vitesse axiale : $V = C_a = 141,5 \text{ m/s}$

Effectivement dans les turbines à gaz la vitesse des gaz à la sortie de la chambre de combustion varie de 100 à 150 m/s

Dimensionnement de la roue haute pression

La turbine sera constituée d'un étage avec aubes refroidies avec l'air prélevé du compresseur axial

Choix de l'angle :

La grandeur de la vitesse périphérique va guider ce choix d'angle.

En effet : $W = U \cdot \Delta CU$ est une valeur déjà fixée et C_a la vitesse axiale est fixée. Si on veut que U soit mini on doit prendre α_1 , angle d'entrée minimale.

Ainsi on peut définir la force centrifuge sur les ailette qui doit être minimale.

Pour les roues à réaction : $14^\circ \leq \alpha_1 \leq 45^\circ$
donc on prend $\alpha_1 = 14^\circ$

Si on fixe a notre aubage un coefficient de rugosité :

$$\Psi = 0,95$$

On aura :

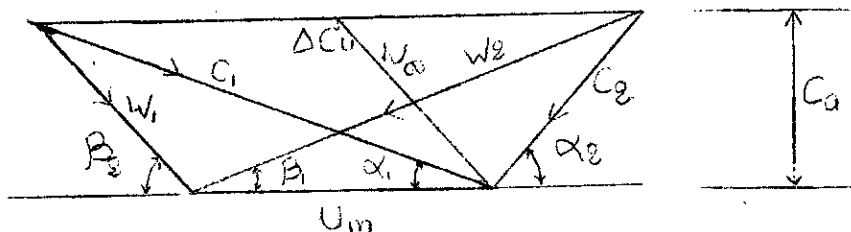
$$B_1 + B_2 = 48^\circ$$

Vu que c'est une turbine à réaction $E = 0,5$

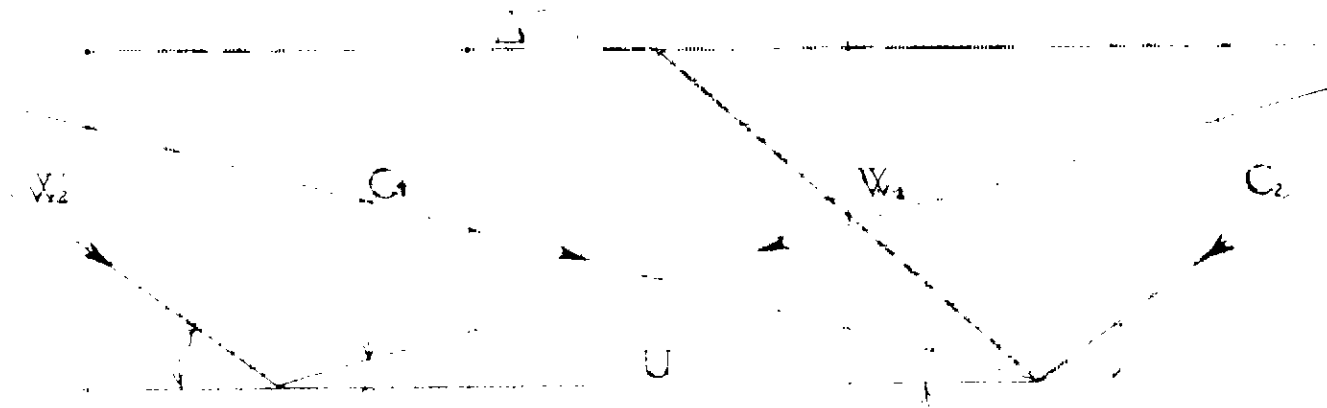
on aura donc :

$$\alpha_1 = B_2 = 14^\circ \quad \text{et} \quad \alpha_2 = B_1 = 34^\circ$$

Le tracé du triangle des vitesses nous permet d'obtenir:



Triangle des vitesses de la turbine haute pression



$$\alpha_1 = \beta_2 = 14^\circ$$

$$\alpha_2 = \beta_1 = 34^\circ$$

$$U = 350 \text{ m/s}$$

$$C_0 = 775,5 \text{ m/s}$$

$$C_1 = V_1 = 585 \text{ m/s}$$

$$C_2 = W_2 = 255,5 \text{ m/s}$$

$$C_a = 141,5 \text{ m/s}$$

$$W_\infty = 185 \text{ m/s}$$

Echelle 100x

$$W_1 = C_2 = \frac{C_a}{\sin \alpha_2} = 255,50 \text{ m/s}$$

$$W_2 = C_1 = \frac{C_a}{\sin \alpha_1} = 585 \text{ m/s}$$

$$\Delta C_u = W_1 \cdot \cos \beta_1 + W_2 \cdot \cos \beta_2 = 775,50 \text{ m/s}$$

$$U_m = \frac{\Delta H}{\Delta C_u} = 350 \text{ m/s}$$

$$W_\infty = 182 \text{ m/s}$$

Calcul des paramètres statique à l'entrée de la roue

Température : T_3

$$T_3 = T_{t3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1^2}{C_p} = 1273 - \frac{1}{2} \cdot \frac{585^2}{1,308 \cdot 10^3}$$

$$T_3 = 1142 \text{ °K}$$

Présion : P_3

Pour un fluide compressible :

$$\frac{P_{t3}}{P_3} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{a3}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec :

$$M_{a3} = \frac{C_3}{\sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_3}} = \frac{585}{\sqrt{1,279 \cdot 287 \cdot 1142}} = 0,90$$

ce qui nous donne :

$$\frac{P_{t3}}{P_3} = \left(1 + \frac{1,279 - 1}{2} \cdot 0,9^2 \right)^{\frac{1,279}{0,279}} = 1,719$$

$$P_3 = 3,665 \text{ atm}$$

Densité : ρ_3

$$\rho_3 = \frac{P_3}{r \cdot T_3} = \frac{3,665 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 1142} = 1,133 \text{ Kg/m}^3$$

Calcul des paramètres statique à la sortie de la roue :

$$T_4 = T_{t4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_2^2}{C_p} = 1055,78 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(255,5)^2}{1266} = 1030 \cdot K$$

$$\frac{P_{t4}}{P_4} = \left(1 + \frac{1,290 - 1}{2} \cdot 0,414 \right)^{\frac{1,279}{0,279}} = 1,296$$

$$P_4 = 1,938 \text{ atm}$$

$$\rho_4 = \frac{1,938 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 1030} = 0,664 \text{ Kg/m}^3$$

Calcul des diamètres intérieur et extérieur de la roue.

C'est la même méthode de calcul que pour le compresseur axial.

$$d_1 = D_m - \frac{\dot{m}_g}{\pi \cdot D_m \cdot C_a \cdot \rho_3}$$

$$d_2 = D_m - \frac{\dot{m}_g}{\pi \cdot D_m \cdot C_a \cdot \rho_4}$$

$$D_1 = D_m + \frac{\dot{m}_g}{\pi \cdot D_m \cdot C_a \cdot \rho_3}$$

$$D_2 = D_m + \frac{\dot{m}_g}{\pi \cdot D_m \cdot C_a \cdot \rho_4}$$

avec :

$$D_m = \frac{U}{\pi \cdot M} = 1,311 \text{ m}$$

$$\dot{m}_g = \frac{340000}{3600} \cdot \frac{1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 288} = 118,641 \text{ Kg/s}$$

L'application numérique nous donne :

$$d_1 = 1,131 \text{ m}$$

$$d_2 = 1,004 \text{ m}$$

$$D_1 = 1,491 \text{ m}$$

$$D_2 = 1,618 \text{ m}$$

Diamètres intérieur et extérieur réel :

$$d_{1r} = \frac{d_2 + d_1}{2} = 1,068 \text{ m}$$

$$D_{1r} = \frac{D_2 + D_1}{2} = 1,555 \text{ m}$$

Hauteur des aubes :

$$h = \frac{D_{1r} - d_{1r}}{2} = 243,5 \text{ mm}$$

Dimensionnement de la roue basse pression

L'étage basse pression se compose d'une roue, d'un arbre libre. Sa vitesse de rotation est différente de celle du générateur de gaz. ($N = 4690 \text{ Tr / mn}$)

On garde le même diamètre moyen : $D_m = 1,311 \text{ m}$

D'où :

la vitesse périphérique : $U = N \cdot \pi \cdot D_m = 322 \text{ m/s}$

$$C_u = \frac{\Delta H}{U} = 708,63 \text{ m/s}$$

Le tracé du triangle des vitesses nous donne :

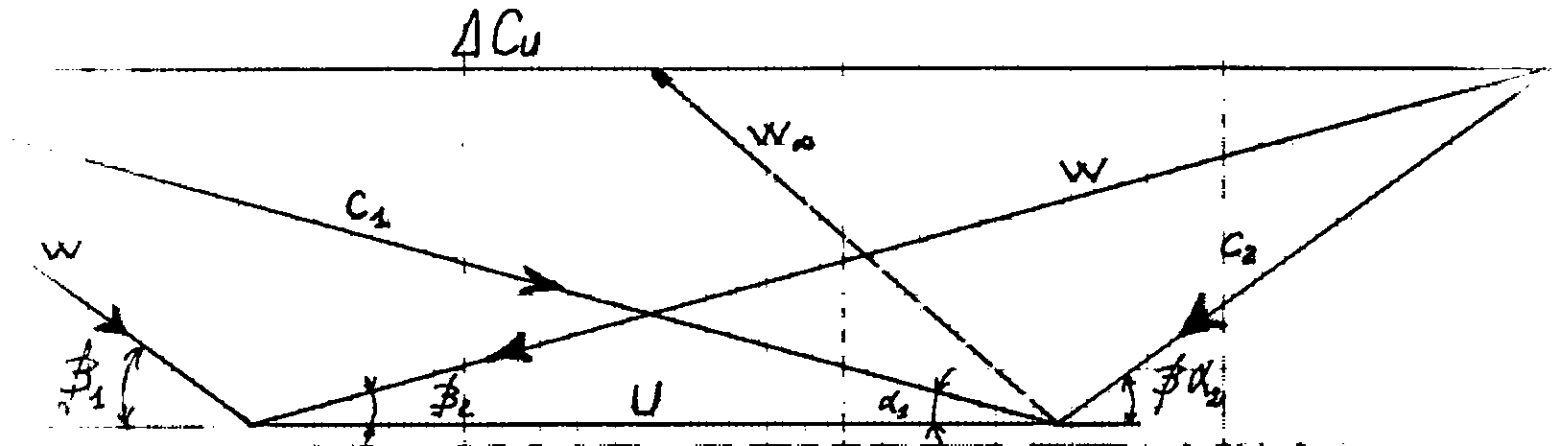
$$\alpha_1 = 15,35^\circ$$

$$\alpha_2 = 36,14^\circ$$

$$C_1 = W_2 = 534,50 \text{ m/s}$$

$$C_2 = W_1 = 188,40 \text{ m/s}$$

de la turbine basse pression



$$U = 328 \text{ m/s}$$

$$\Delta C_u = 708,63 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \beta_2 = 15,35^\circ$$

$$\alpha_2 = \beta_1 = 36,14^\circ$$

$$C_1 = W_2 = 534,54 \text{ m/s}$$

$$C_2 = W_1 = 240 \text{ m/s}$$

$$W_0 = 188,38 \text{ m/s}$$

$$C_0 = 141,5 \text{ m/s}$$

Echelle:

$$\frac{100 \text{ m/s}}{e}$$

Calcul des paramètres statiques à la sortie de la roue

$$T_5 = T_{t5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2^2}{c_p} = 873,13 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(188,4)^2}{1183}$$

$$T_3 = 868,13 \text{ K}$$

$$\frac{P_{t5}}{P_5} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{a5}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec :

$$M_{a5} = \frac{c_5}{\sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_5}} = \frac{188,4}{\sqrt{1,317 \cdot 287 \cdot 868,13}} = 0,323$$

ce qui nous donne :

$$P_5 = 0,813 \text{ atm}$$

$$\rho_5 = \frac{P_5}{r \cdot T_5} = \frac{0,813 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{287 \cdot 868,13} = 0,331 \text{ Kg/m}^3$$

Calcul des diamètres :

La vitesse axiale se conserve .

$$d_1 = 1,004 \text{ m} \quad ; \quad D_1 = 1,617 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,696 \text{ m} \quad ; \quad D_2 = 1,926 \text{ m}$$

Diamètres intérieur et extérieur réel :

$$d_{1r} = 0,850 \text{ m}$$

$$D_{1r} = 1,771 \text{ m}$$

Hauteur des aubes :

$$h = 0,460 \text{ m}$$

VARIATION DE LA PUISSANCE A LA SORTIE DE LA TURBINE

AVEC LA TEMPERATURE ATMOSPHERIQUE .

La turbine travaille dans un site où règne de grands écarts de température suivant les saisons et le jour et la nuit. Or la température influe sur la densité de l'air:

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T}$$

A supposer que le débit volumétrique reste constant, le débit massique par contre va varier avec la température T_0 par conséquent le travail de compression va varier avec la température, et cela va se répercuter sur toutes les grandeurs qui nous permettent de calculer la puissance à la sortie de la machine.

On supposera que le C_p de l'air ne change pas beaucoup dans cet intervalle de température.

Le calcul de W_{t1} par l'expression:

$$W_{t1} = \frac{W_c}{\eta_m} = C_p \cdot T_{t0} \cdot \frac{1}{\eta_m \cdot \eta_t} \left[\left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

va nous permettre d'évaluer les taux de détente et la température à l'entrée de la turbine libre.

$$\frac{P_{t4}}{P_{t5}} = \left[1 - \frac{W_{t1}}{t \cdot C_p \cdot T_{t3}} \right]^{\frac{K_1}{K_1-1}} \quad \frac{P_{t5}}{P_{t4}} = \frac{1}{P_{t4}}$$

$$T_{t4} = T_{t3} \cdot \left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{K_1-1}{K_1}}$$

alors on peut calculer le travail de détente

$$W_{t2} = \eta_t \cdot C_p \cdot T_{t2} \left(1 - \left(\frac{1}{P_{t4}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

qui nous permettra d'évaluer la puissance en fonction de la température T_0

$$P(T_0) = K \cdot \frac{W_{t2}}{T_0}$$

avec :

$$K = \eta_m \cdot (1 + \phi (C/A)_{st}) Q_a \cdot \frac{P_0}{R}$$

P_0 = pression atmosphérique

On dresse un graphe donnant les valeurs des principaux paramètres qui varie avec T_0 .

ETUDE DE LA VARIATION DU RENDEMENT GLOBALE DE LA TURBINE
EN FONCTION DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DE L'AIR .

Expression de η_g :

$$\eta_g = \frac{P}{\dot{m}_f \cdot P_{ci} \cdot 4,18}$$

Quand la température T_0 varie, elle s'écrit :

$$\eta_g(T_0) = \frac{P(T_0)}{\dot{m}_f(T_0) \cdot P_{ci} \cdot 4,18}$$

où $\dot{m}_f(T_0) = \phi (C/A)_{st} \cdot \frac{Q_a}{3600} \cdot \frac{P_0}{R \cdot T_0}$

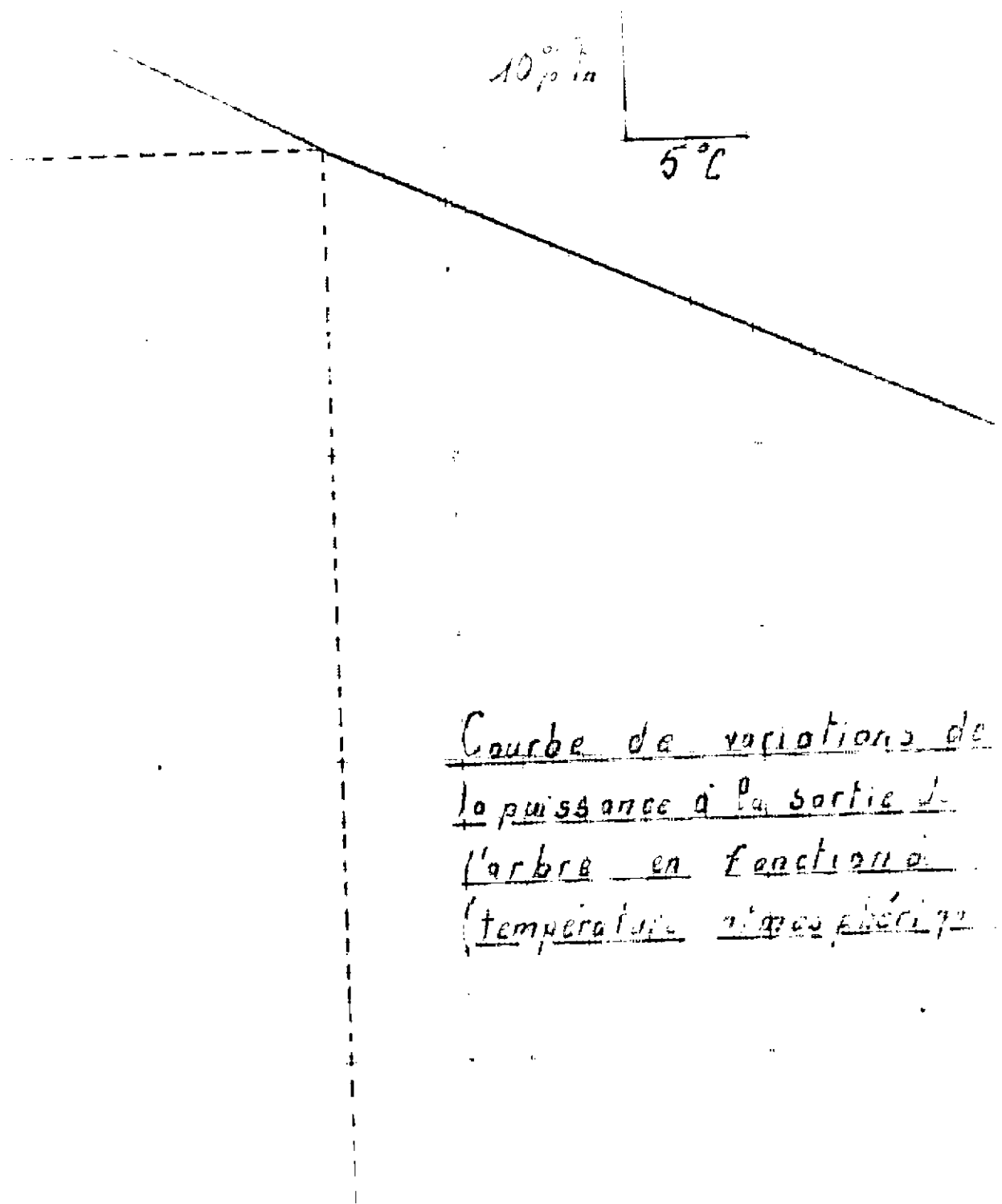
Les applications numériques sont dressées sur tableau à la page suivante.

APPLICATION NUMERIQUE DE L'ETUDE DEL'INFLUENCE DE LA

TEMPERATURE D'ENTREE DE L'AIR

T °c	W_c (Kj/Kg)	W_{t1} (Kj/Kg)	P_{t4}/P_{t3}	T_{t4} (°K)	P_{t5}/P_{t4}
-5	250,08	252,60	0,4273	1071,02	0,3715
0	254,74	257,31	0,4198	1067,17	0,3781
5	259,41	262,03	0,4125	1063,38	0,3848
10	264,07	266,74	0,4053	1059,58	0,3917
15	268,71	271,40	0,3982	1055,78	0,3983
20	273,40	276,17	0,3911	1051,93	0,4059
25	278,07	280,88	0,3841	1048,08	0,4132
30	282,74	285,59	0,3773	1044,28	0,4207
35	287,40	290,30	0,3706	1040,48	0,4283
40	292,07	295,02	0,3639	1036,63	0,4362
45	296,73	299,73	0,3573	1032,79	0,4442

$T^{\circ}\text{C}$	$W_{t2}(\text{Kj/Kg})$	P (Kw)	% Pn	$m_f (\text{Kg/s})$	η_g
-5	274,06	31184	116,36	3,110	0,235
0	242,27	30019	112,01	3,053	0,231
5	237,52	28901	107,84	2,998	0,226
10	232,72	27817	103,79	2,945	0,222
15	228,18	26800	100	2,894	0,217
20	223,15	25763	96,13	2,844	0,212
25	218,38	24789	92,50	2,797	0,208
30	213,59	23845	88,97	2,750	0,203
35	208,83	22935	85,58	2,706	0,199
40	203,99	22046	82,26	2,663	0,194
45	109,19	21189	79,06	2,621	0,189



Courbe de variations de
la puissance à la sortie de
l'arbre en fonction de
température atmosphérique

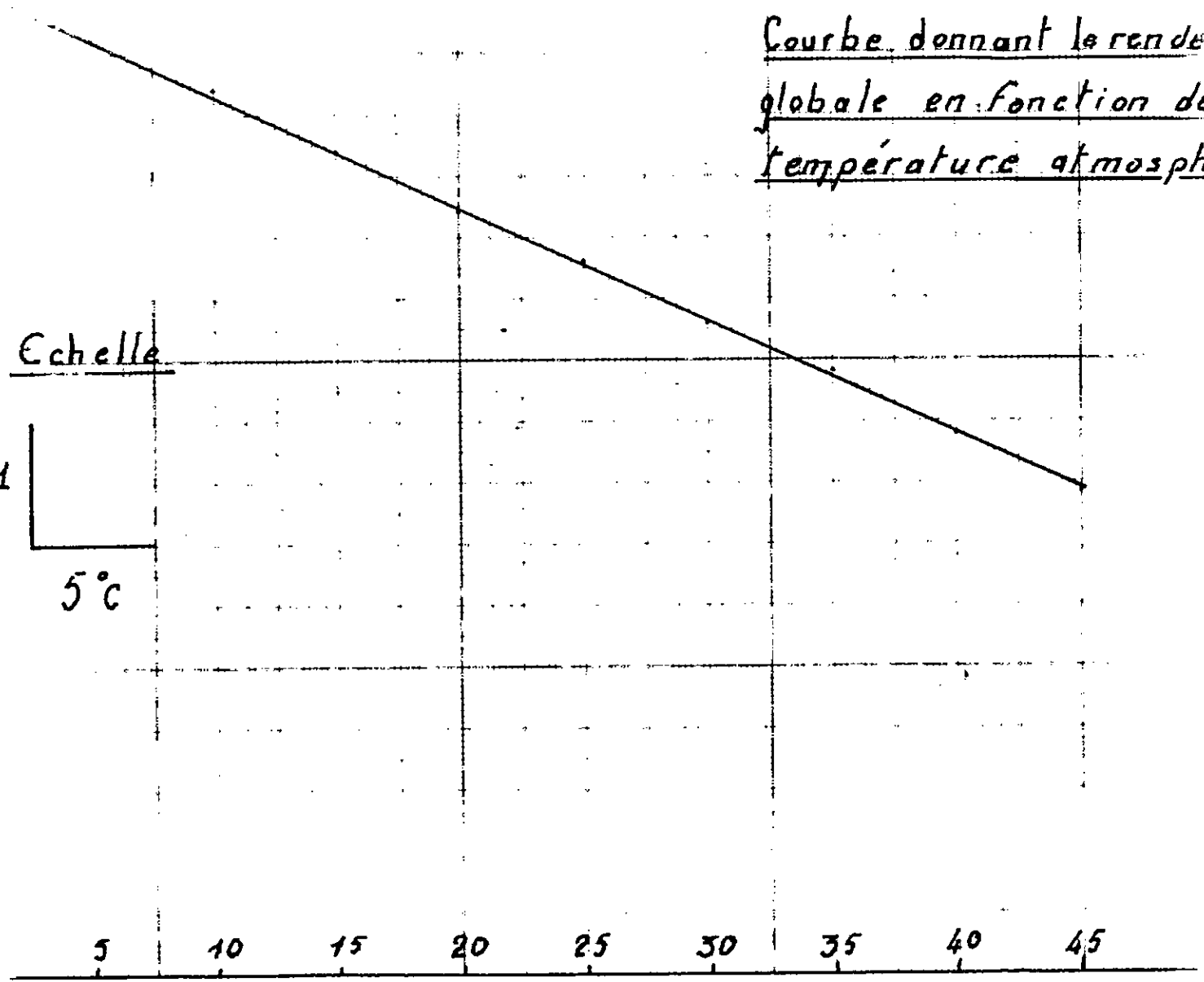
Courbe donnant le rendement
globale en fonction de la
température atmosphérique

Echelle

0,01

5°C

0 5 10 15 20 25 30 35 40 45



Conclusion .

Dans ce calcul de la turbine on arrive à des résultats thermodynamique et de dimensionnement sensiblement supérieur à ceux qui existent réellement.

Ceci vient du fait que le constructeur tient compte de beaucoup d'autres facteurs qui interviennent au même niveau que le coefficient manométrique.

La conception du diffuseur d'entrée aussi y est pour quelque chose.

Notre choix de la vitesse axiale peut ne pas être judicieux. La répartition inégale de l'énergie de compression entre les étages du compresseur axial aurait amené des changements quant au dimensionnement des organes .

L'absence de document sur le dimensionnement de la chambre de combustion de type tubulaire nous a amené à choisir arbitrairement une section de sortie des gaz d'échappement pour pouvoir dimensionner les roues de la turbine basse et haute pression .

Hormis cela , on peut constater dans le chapitre traitant le problème de performance de la turbine (puissance et rendement) qu'entre une nuit d'hiver et une journée d'été nous avons une marge de puissance de 10^4 Kw, c'est ce qui explique le surdimensionnement des turbines destinées à travailler dans des sites où sévit un climat à grands écarts de température entre les saisons et, le jour et la nuit .

- CONCLUSION -

Nous pensons que l'intérêt de ce travail et l'idée que nous avons finalement pu nous faire sur les dimensions et les performances des différentes machines. On aurait pu être mieux fixé sur cela avec la connaissance de beaucoup d'autres facteurs dont la pluparts sont propres au constructeurs, tel les différents coefficients M.A.A.G pour le multiplicateur de vitesse.

Il est important de souligner les difficultés qu'on a rencontré pour l'estimation du Cp du gaz qui est le facteur principale quand à l'évaluation des puissances absorbées aux différents niveaux de la compression.

Il est opportun de citer qu'une amélioration de rendement de la turbine peut se révéler très intéressante quand au point de vue économique.

En effet d'après la maison Hispano-Suiza on peut relever le rendement jusqu'à 0,29.

Ce qui est largement suffisant pour que la turbine entraîne les 3 compresseurs avec le maintien de la température d'entrée de l'air dans le compresseur axial a une valeur constante à l'aide d'un échangeur frigorifique à absorption.

- BIBLIOGRAPHIE -

- A. HOUBERECHTS : Thermodynamique technique .
Tome 1
- BARES : Recueil de problèmes de chimie physique.
- HOUGEN : Chimical process principles .
- M. BAILLY : Thermodynamique technique
Tome 1
- REVUE SONATRACH : Rappels de notions thermodynamique .
appliquées à l'unité de compression 2
- TECHNIQUES DE L'INGENIEUR : Tome Mécanique et chaleur.
- A. KOVATS et G. DESMUR : Pompes, Ventilateurs, compresseurs
centrifuges et axiaux (2^{ème} édition)
- G. LEMASSON : Les machines transformatrices d'énergie.
Tome 2
- SEDILLE : Compresseurs centrifuges et axiaux.
Tome 1 et 2
- G. HENRIOT : Traité théorique et pratique des engrenages.
Tome 1
- TECHNIQUES DE L'INGENIEUR : Mécanique et chaleur.
(Calcul des paliers et butées)
- L. LELOUP : Etude de lubrification et calculs.
- A. KOVATS et G. DESMUR : Pompes centrifuges.
- L. VIVIER : Les turbines à vapeur et à gaz.
- CHAMBADAL : La turbine à gaz .
- G. MATTON : Machines thermiques 3 (cours).
- A. HOUBERECHTS : Thermodynamique technique
Tome 3
-

