

10/85
Republique Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE DE MAGISTER EN GENIE CIVIL

Présentée par: RILI Moussa

Ingénieur Diplômé de l'E.N.P. et du C.H.E.C.

Etude d'un Modèle de Calcul de Resistance
et de Fissuration des Poutres Parois
Isostatiques en Béton Armé, Sollicitées par
des Charges Statiques Verticales.

Soutenu le 30 Juin 1985

Devant le Jury d'Examen:

Président : R. BELABBES - Professeur

Rapporteur : P. BONNEVILLE - Professeur

Examineurs

A. CHAKER - Maitre de Conférences

A. CHARIF - P.H.D. Maitre Assistant

L. GRAINIC - Maitre de Conférences

Republique Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE DE MAGISTER EN GENIE CIVIL

Présentée par: RILI Moussa

Ingénieur Diplômé de l'E.N.P. et du C.H.E.C.

Etude d'un Modèle de Calcul de Resistance
et de Fissuration des Poutres Parois
Isostatiques en Béton Armé, Sollicitées par
des Charges Statiques Verticales.

Soutenue le 30 Juin 1985

Devant le Jury d'Examen:

Président : R. BELABBES - Professeur

Rapporteur : P. BONNEVILLE - Professeur

Examineurs {
A. CHAKER - Maitre de Conférences
A. CHARIF - P.H.D. Maitre Assistant
L. GRAINIC - Maitre de Conférences

Invité : M.N. Coculescu Ingénieur Expert au C.T.C.

--O-- /)) MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR --O--

-- ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE --

THESE DE MAGISTER DE GENIE - CIVIL DE
MONSIEUR RILI /

INGENIEUR DE L'E.N.P
DIPLOME DU C.H.E.B.A.P. /

ETUDE D'UN MODELE DE CALCUL DE RESISTANCE ET DE FISSURATION,
DES POUTRES PAROIS ISOSTATIQUES EN BETON ARME, SOLLICITEES
PAR DES CHARGES STATIQUES VERTICALES.

DIRIGE PAR / : M.P BONNEVILLE - PROFESSEUR A L'E.N.P.
: M.N. COCULESCU - INGENIEUR EXPERT AU C.T.C.

R E S U M E

L'objet de ce travail est la recherche d'un modèle de calcul à la résistance, et à la fissuration des poutres parois isostatiques, en béton armé, dans le deuxième stade (après fissuration).

Ce modèle utilise une voûte, et un tirant actif, déterminé à partir d'une synthèse des résultats de la théorie de l'élasticité et des essais de Léonhardt-Walther.

Les résultats de ce travail pourront permettre de compléter les règles de béton actuelles, et notamment, les futures règles de béton armé algériennes en cours d'élaboration.

PRINCIPALES NOTATIONS

- l : portée de la poutre paroi .
- ht : hauteur de la poutre paroi .
- e : épaisseur " " .
- E_b : module de young du béton longitudinal .
- E_s : " " de l'acier .
- U : déplacement horizontal .
- V : déplacement vertical .
- W : " perpendiculaire au plan moyen .
- $\vec{\sigma}$: vecteurs de contraintes .
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: composantes normales de $\vec{\sigma}$.
- $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$: composantes tangentielles de
- $N_x = \bar{\sigma}_x(e)$: effort normal linéaire suivant l'axe x .
- $N_y = \bar{\sigma}_y(e)$: " " " " " y .
- $T_{xy} = T_{yx} = \bar{\tau}_{xy} x(e) = \bar{\tau}_{yx} x(e)$: effort tangentielle linéaire .
- ϵ_x, ϵ_y : déplacements relatifs suivant x et y ; τ_{xy} angle de glissement .
- ν : coefficient de P
- G : module de young transversal du béton
- q : charge uniformément répartie par unité de longueur
- N_s : Résultantes des contraintes de traction $\bar{\sigma}_x$
- N_b : " " de compression $\bar{\sigma}_x$
- Z : bras de levier des forces intérieures N_s, N_b
- N_f : effort de traction sollicitant le tirant engendrant la fissuration .
- σ_f : contrainte de fissuration au droit de la fissure dans les aciers .
- $\tau_d(x)$: contrainte d'adhérence à l'abscisse (x) béton-acier .
- $\sigma_s(x)$ = contrainte de traction dans les aciers à l'abscisse (x) .

- σ_{bj} = contrainte de traction de rupture du béton à ' J ' jours .
- σ_{bd} = contrainte de compression de rupture du béton à 'J' jours .
- A = aire des aciers longitudinales.
- B = " du béton du tirant
- p = périmètre des barres d'aciers tendues
- $n = \frac{E_s}{E_b}$ coefficient d'équivalence .
- $E_s(x)$: déformation relative des aciers à l'abscisse (x)
- $E_b(x)$: " " du béton à l'abscisse (x)
- W_m : ouverture moyenne des fissures de flexion .
- Δ_{lm} : espacement moyen entre fissure
- ω : pourcentage des aciers longitudinaux dans le tirant .
- τ_{dm} : contrainte d'adhérence moyenne béton-acier
- η : coefficient d'adhérence
- d : distance du centre de gravité des aciers tendus dans le tirant au parement extérieur
- ϕ : diamètre des aciers longitudinaux du tirant.

CHAPITRE I.

INTRODUCTION

Les poutres parois ou cloisons sont des pièces minces dont la hauteur n'est pas faible par rapport à la portée. La littérature spécialisée classe les poutres isostatiques en deux groupes :

- . poutres très élancées pour - - - - - $\frac{h_t}{l} \leq 0,5$
- . poutres parois pour - - - - - $\frac{h_t}{l} \geq 0,5$

Les poutres parois en béton armé se rencontrent particulièrement dans les bâtiments (cloisons en béton, linteaux, murs de soubassements, voiles de sous-sol...), dans les silos et réservoirs (parois) ou constructions similaires.

Ce problème a été peu développé dans la littérature ; une meilleure connaissance des poutres cloisons permettra une amélioration de la sécurité et de l'économie des projets pour les ingénieurs concepteurs et calculateurs, et contribuera à une meilleure compréhension du comportement réel de cette catégorie de poutre. Les résultats tenant compte de la nature du béton pourraient également contribuer aux études du comportement des poutres parois réalisées à l'aide de nouveaux bétons. L'utilisation de ces derniers de plus en plus fréquente est encore au stade de la recherche (béton léger, cellulaire, ...). Dans notre pays, situé en zone sismique, les bâtiments ordinaires sont souvent conçus avec des voiles périphériques ou de voiles de sous-sol, l'ingénieur calculateur étudie actuellement les voiles de sous-sol et les semelles de poteaux séparément, il néglige ainsi la contribution de ces murs qui devraient être assimilés à des Poutres parois.

./.

... L'étude de la résistance des poutres parois dans le domaine élastique diffère beaucoup de celles des poutres habituelles très élancées. En effet, le comportement mécanique de ces poutres n'obéit plus aux mêmes lois :

- la distribution des contraintes dans une section transversale cesse d'être linéaire ; elle dépend non seulement des charges appliquées mais aussi de l'élancement géométrique de la poutre.
- la section droite ne reste plus plane après l'application des charges extérieures, l'hypothèse classique de Bernouilli ne s'applique plus.

Le comportement réel des poutres parois en béton armé est complexe, il s'effectue en trois stades :

- Stade I : .. comportement élastique (avant fissuration du béton).
- Stade II : .. comportement élastoplastique (après fissuration du béton).
- Stade III : .. rupture du béton ou des aciers.

Ainsi le comportement de la poutre paroi est différent selon qu'il s'agit d'une étude sous chargement de service (exploitation) ou d'une étude à l'état limite ultime. Sous les charges d'exploitation (début du stade II), l'étude de la résistance de cette catégorie de poutre peut être menée suivant la théorie d'élasticité (1) (2). En effet, les essais (14) (15) (16) (17) ont montré que la distribution des contraintes mesurées est sensiblement la même que celle déduite de l'équation générale des plaques tant que l'ouverture de fissures n'est pas importante (début du stade II). Il en résulte la nécessité d'évaluer l'ouverture de fissure pour ce type de poutre.

Par contre, à l'état limite ultime de résistance après fissuration du béton, les résultats d'essais (17) ont montré que la théorie de l'élasticité n'est plus valable :

- Il se produit une redistribution des contraintes. (adaptation du béton)
- la zone du béton comprimé est réduite par suite d'une plus grande profondeur des fissures, d'où un bras de levier des forces intérieures plus important.
- la contrainte dans les armatures longitudinales tendues est pratiquement uniforme sur toute la longueur de celles-ci, il se produit ainsi un effort d'ancrage assez important, susceptible de mettre en cause la sécurité.

Les normes actuelles (3) (4) (5) (6) (7) (8) ne comportent pas de règles concernant le comportement réel des poutres parois dans le stade II (après fissuration du béton) ; par exemple : les distances entre fissures, l'ouverture de fissure ne sont pas définies.

Ces règlements adoptent également le même bras de levier de forces intérieures à l'état limite de service qu'à l'état limite ultime de résistance, d'où une sécurité surabondante.

Le règlement C C B A 68 fréquemment employé en Algérie utilise seulement les résultats de la théorie de l'élasticité pour le calcul de résistance de ces poutres, il ne tient pas compte du comportement réel du béton après fissuration. Ce dernier recommande de relever les barres longitudinales d'acier tendues, ce qui est en contradiction avec les résultats d'essais (17).

L'objet de cette thèse est l'étude du comportement réel des poutres parois isostatiques en béton armé sous charges verticales statiques afin d'en définir un modèle de calcul de résistance et de fissuration dans le stade II.

Ce modèle basé sur les résultats d'élasticité et surtout sur ceux des essais (14) (15) (16) (17) devra représenter avec une approximation suffisante le comportement réel de ces poutres dans le stade II (après fissuration) en vue d'obtenir le dimensionnement de ces poutres et déterminer les caractéristiques de la fissuration.

- Les résultats de ce travail apporteront un complément technique aux règles de béton armé actuellement en vigueur, et seraient éventuellement utilisés dans les futures règles de béton algériennes qui sont en cours d'élaboration.

C H A P I T R E I I .

ETUDE DU COMPORTEMENT DES POUTRES PAROIS :

II. 1 - I N T R O D U C T I O N :

- Le comportement des poutres parois en béton armé en fonction de l'histoire du chargement extérieur est très complexe. L'expérimentation a montré l'existence de trois stades (14) (15) (16) (17) :

- premier stade dit 'élastique' : (avant fissuration du béton)
 - .. la loi de comportement du béton et de l'acier est linéaire ; le béton n'est pas fissuré. La théorie de l'élasticité peut s'appliquer dans ce cas.

- deuxième stade dit 'élastoplastique' : (après fissuration du béton)
 - .. la loi du comportement décrite par les contraintes du béton et de l'acier n'est plus linéaire (9) (10) mais courbe. De plus, l'inertie, la surface, dans chaque section droite de la poutre diminuent à chaque instant à cause de la fissuration du béton. Lors de ces essais (14) (15) (16) (17) il a été constaté une redistribution des contraintes par le phénomène d'adaptation plastique du béton. La théorie classique d'élasticité ne s'applique plus, il est nécessaire de faire appel à l'expérimentation.

. troisième stade dit 'rupture' :

- .. le dernier stade 'rupture de la poutre paroi' se produit par l'atteinte de la résistance limite (compression - cisaillement - traction) du béton ou de l'acier.

II. 2. - COMPORTEMENT DES POUTRES PAROIS
ISOSTATIQUES DANS LE DOMAINE ELASTIQUE (premier stade)

Comme il a été dit plus haut, l'emploi de la théorie classique de l'élasticité, pour l'étude de la résistance des poutres parois en béton armé, est très limité. Le matériau utilisé (béton-acier) doit satisfaire l'hypothèse fondamentale de l'élasticité 'matériau homogène élastique isotrope' (1). Ce qui limite ainsi le domaine des valeurs du chargement extérieur (stade 1) Elle fait appel non seulement aux deux équations d'équilibre statique mais aussi à une troisième exprimant la compatibilité des déformations car nous disposons de trois inconnues (σ_x , σ_y , τ_{xy}) (voir annexe A).

II. 2. 1. - SOLUTION D'APRES AIRY :

Le théoricien anglais Airy, en 1862, transforme le système de ces trois équations (voir Annexe A) en une seule équation différentielle d'ordre quatre, à une seule variable par l'intermédiaire d'une fonction inconnue $F(x, y)$ appelée fonction d'Airy :

$$(1) \quad \frac{\partial^4 F(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F(x, y)}{\partial y^4}$$

Cette équation différentielle se résoud dans certains cas particuliers directement en trouvant une solution mathématique $F(x, y)$ qui satisfait les conditions aux limites. Dans le cas général, il est pratiquement impossible de trouver une solution mathématique répondant à toutes les conditions. Ainsi la méthode des différences finies (11) (12) est souvent utilisée, un exemple numérique est traité en détail dans l'ouvrage 'calcul des structures par les méthodes numériques et matricielles - Application sur calculateurs' de PING-CHUN-WANG (pages 62 à 66) (12)

R. Bares (21) dans son livre 'tables pour le calcul des dalles et des parois' donne les valeurs des contraintes $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ sous forme de tableaux pour quelques cas pratiques.

II. 2. 2. - SOLUTION D'APRES W. SCHELEEH :

W. Scheleeh (20) propose une méthode simplifiée basée sur l'hypothèse suivante :

'l'état de contraintes dans une poutre paroi $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$, peut être défini par la superposition à celui qui correspond à une poutre élancée d'un état de contraintes dit 'complémentaire' $(\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\tau_{xy})$.

Scheleeh (20) donne sous forme de tableaux les valeurs complémentaires de ces contraintes suivant quelques cas de charges courants.

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \Delta\sigma_x$$

$$\sigma_y = \sigma_y^0 + \Delta\sigma_y$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + \Delta\tau_{xy}$$

$(\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0)$ état de contraintes de poutres très élancées.

./.

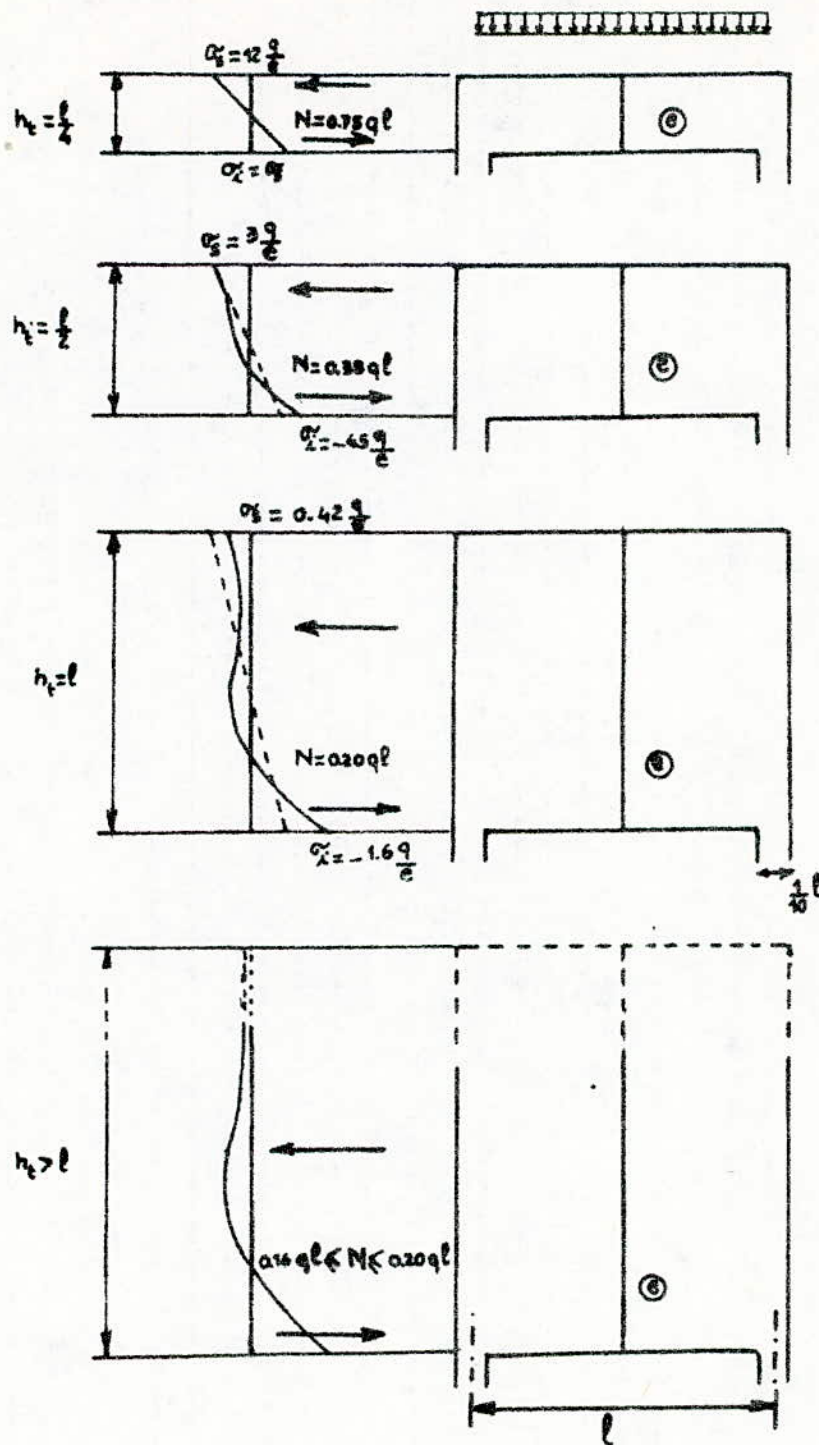


FIG. II-1

Distribution de σ_x dans la section en travée en fonction de : h_t/l

----- Distribution de (σ_x) d'après la théorie de flexion classique relative aux poutres élancées.

_____ Distribution de (σ_x) d'après la théorie de l'élasticité des poutres parois.

II. 2. 3. - SOLUTION PAR LA METHODE
DES ELEMENTS FINIS :

La méthode des éléments finis est plus générale, elle peut être utilisée même pour un matériau non linéaire (13). Cependant, son application au béton armé pose des difficultés en ce qui concerne les caractéristiques mécaniques des éléments frontières entre l'acier et le béton, à prendre dans les calculs s'il s'agit d'une analyse inélastique. Pour l'étude des poutres parois dans le domaine élastique, cette méthode s'applique facilement, elle nécessite l'emploi de l'ordinateur.

II. 2. 4. - RESULTATS D'APRES L'ANALYSE PAR
LA THEORIE DE L'ELASTICITE :

La résolution de l'équation (1) précédente nous montre que le comportement dans le domaine élastique de cette catégorie de poutre diffère beaucoup des poutres habituelles très élancées (17) (18) (voir tableau II. 1). Lorsque l'élancement géométrique (h_t/ℓ) est supérieur ou égal à 0,33 la répartition des contraintes (σ_x) s'écarte de plus en plus de la configuration linéaire (voir figure II. 1) ; de plus les contraintes σ_{xy} ne sont plus négligeables.

Ainsi pour une poutre paroi à une travée, il devient nécessaire de tenir compte de cette nouvelle répartition des contraintes ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) à partir d'un élancement géométrique (h_t/ℓ) égal à 0,5.

./.

- La figure (II.1) nous montre que la distribution des contraintes changent avec la valeur de l'élanement R_t/e :

- $0.5 \leq R_t/e \leq 1$ - la variation des contraintes dans la zone comprimée est sensiblement uniforme.
- $R_t/e \geq 1$ - la zone comprimée de la poutre dans une section droite se compose de deux parties :
 - une partie supérieure au-delà de 'l' très peu sollicitée ($\sigma_x \approx 0$)
 - une partie inférieure sollicitée

- Les résultats de la théorie de l'élasticité nous montre également que la zone tendue des poutres parois isostatiques diminue lorsque l'élanement (R_t/e) croit. (voir figures V II.1 - II.2). Autrement dit, sous un chargement donné, la position de l'axe neutre dans une section droite donnée descend lorsque l'élanement R_t/e augmente.

De ce fait, le bras de levier (Z) des forces intérieures engendrées par (σ_x) croit avec R_t/e croissant ; mais tend vers une valeur limite (0,78 l) quand ht tend vers l'infini (voir figure II.3). Il en résulte que les poutres parois pour lesquelles $R_t/e \geq 1$ peuvent être traitées de la même manière que celles pour les quelles $R_t/e = 1$.

$$\text{si } R_t/e \rightarrow \infty : \begin{array}{l} Z \rightarrow 0.78 l \\ \sigma_{sup} \rightarrow 0 \end{array}$$

./.

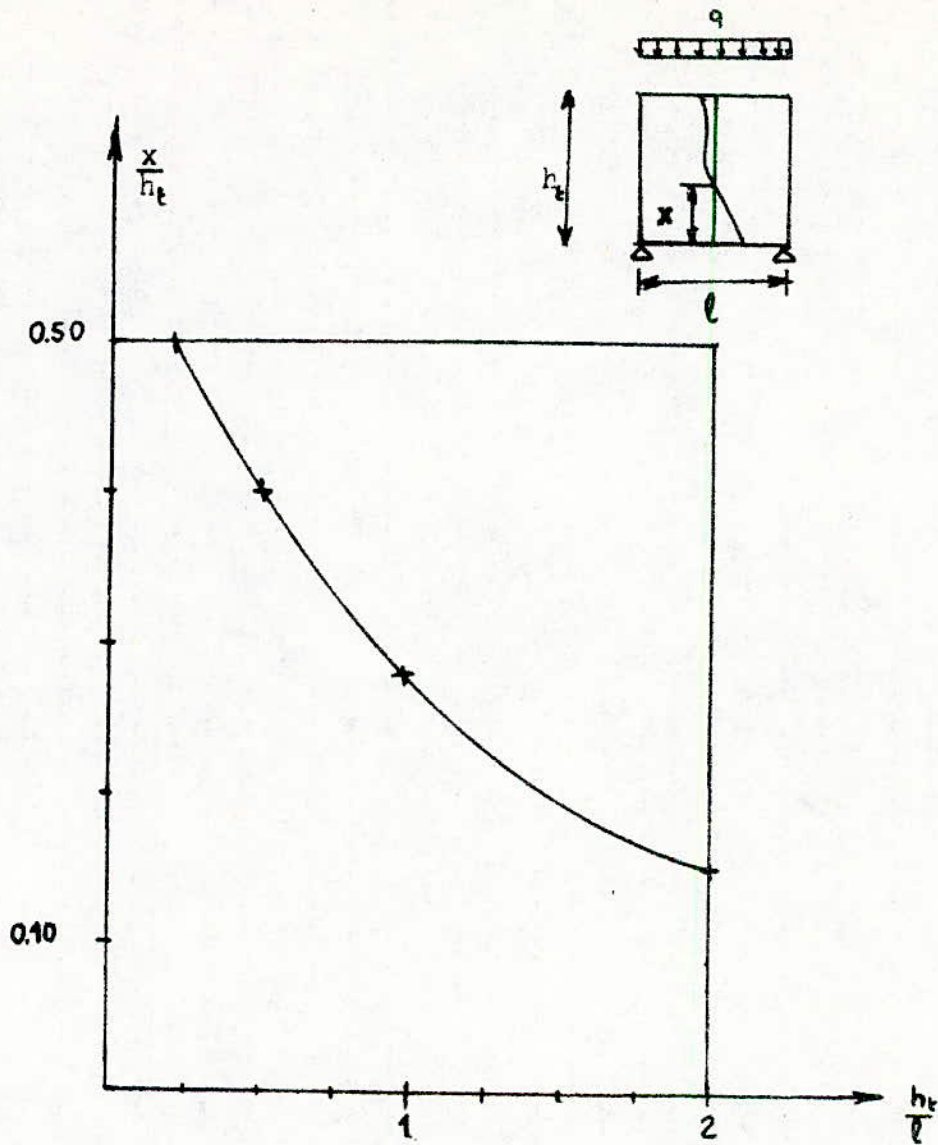


FIG -II-2

Variation de la longueur de la zone tendue (x) dans la section à mi-travée des poutres parois isostatiques sollicitées par des charges uniformes, d'après la théorie de l'élasticité.

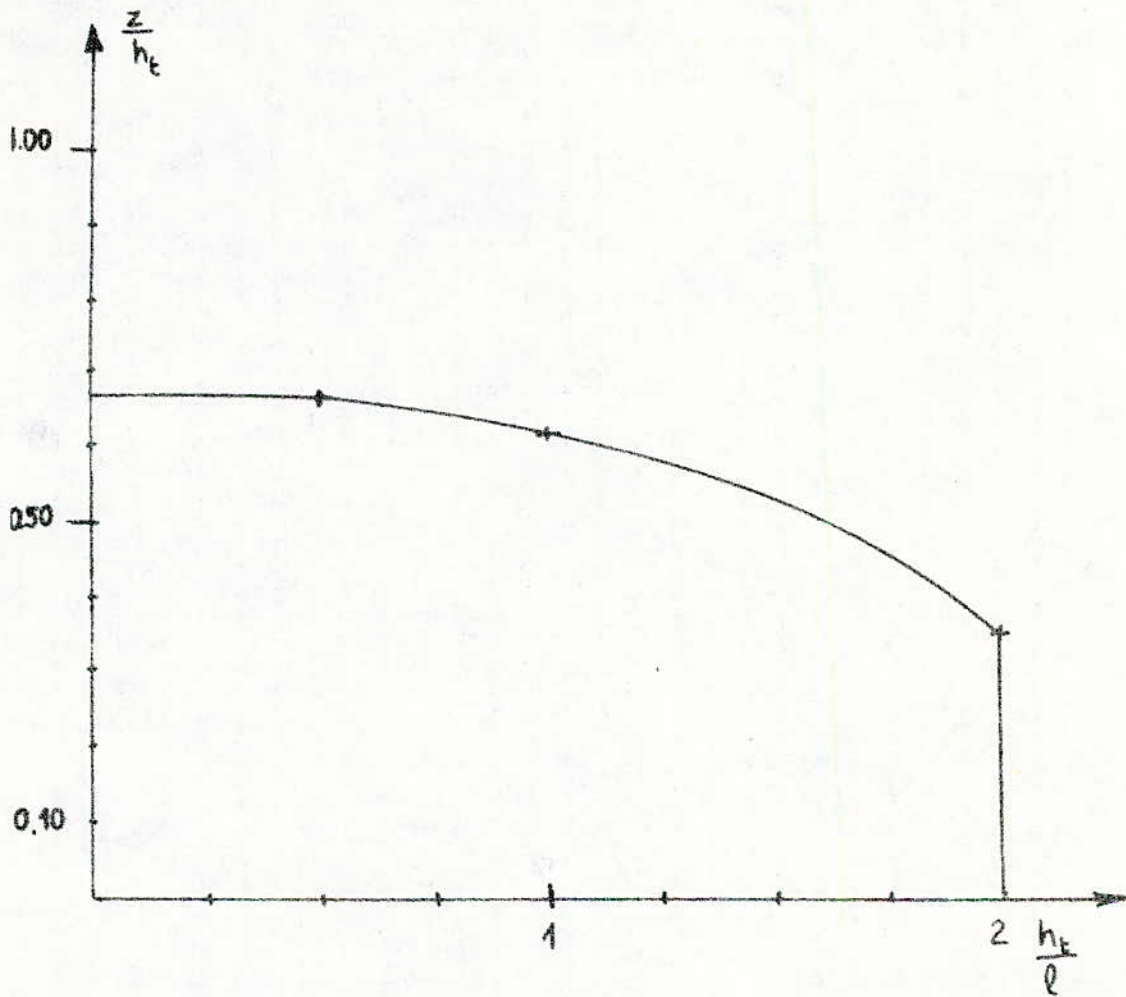
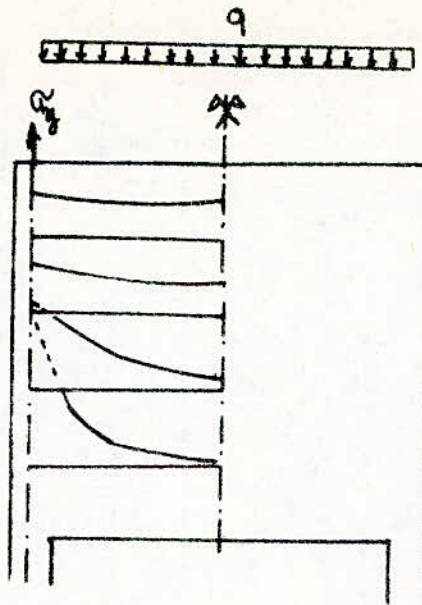


FIG-II-3

Variation du bras de levier (z) en fonction de $\frac{h_E}{l}$ pour une poutre paroi sur deux appuis simples chargée uniformément.

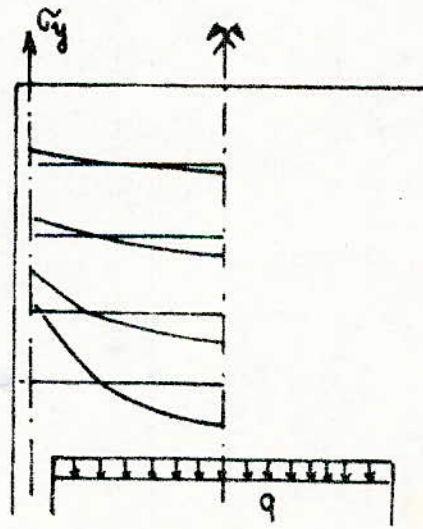
La zone d'application de la charge extérieure (en haut ou en bas) influe peu sur les contraintes $(\overline{\sigma_x}, \overline{\sigma_y}, \tau_{xy})$. Par contre, le signe de $(\overline{\sigma_y})$ change suivant que la charge est appliquée en haut ou en bas (voir figure II.4). Aussi, la valeur et la direction des contraintes principales $(\overline{\sigma_1}, \overline{\sigma_2})$ (voir annexe A) seront différentes dans les deux cas de chargements (17) (18) (21) (voir figure II.5).

- lorsque la charge est appliquée par le bas, les courbes isostatiques de traction sont très inclinées sur l'horizontale.
- lorsque la charge est appliquée par le haut, les courbes isostatiques de traction sont au contraire peu inclinées.



distribution de (σ_y) sous une charge appliquée par le haut.

FIG -II-4



distribution de (σ_y) sous une charge appliqué par le bas.

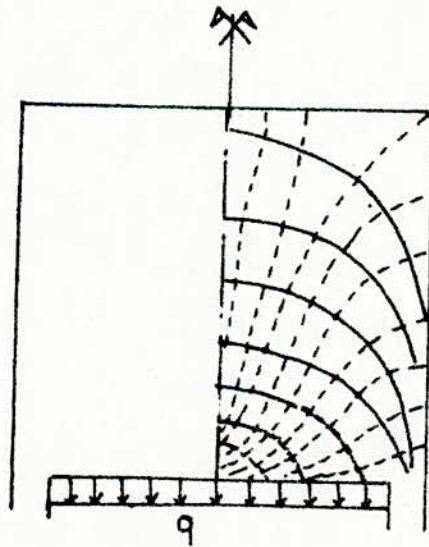
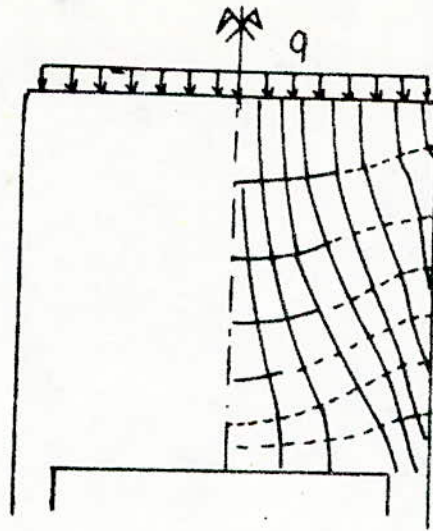


FIG-II-5

contrainte de compression

contrainte de traction

urbes Isostatiques

T A B L E A U II. 1.

COMPARAISON DES RESULTATS DANS LE DOMAINE ELASTIQUE

RELATIFS AUX POUTRES TRÈS ELANCÉES ET

PAROIS ISOSTATIQUES

	Poutres très élancées $h_t/l \leq 0.5$	Poutres parois $h_t/l \geq 0.5$
- Distribution des contraintes σ_x	<ul style="list-style-type: none"> • linéaire - (le principe de St Venant est valable). 	<ul style="list-style-type: none"> • non linéaire, fonction de h_t/l (le principe de St-Venant n'est plus valable).
- Contraintes σ_y	<ul style="list-style-type: none"> • négligeable 	<ul style="list-style-type: none"> • non négligeable
- Bras de levier (Z)	Constant ($0.66 h_t$)	variable, fonction de h_t/l
- Méthodes de résolutions	Théorie classique de flexion (méthode directe) de Navier.	théorie de l'élasticité (méthode des différences finies - méthodes des éléments finis)

II. 3. - RECHERCHES EXPERIMENTALES EFFECTUEES
SUR LE COMPORTEMENT DES POUTRES PAROI
EN BETON ARME :

II. 3. 1. - HISTORIQUE DES ESSAIS EFFECTUES SUR
LES POUTRES PAROIS :

.. Les essais effectués sur les poutres parois en béton armé (14) (15) (16) avant ceux réalisés par Leonhardt - Walther (17) étaient peu nombreux et incomplets. L'analyse d'une disposition d'armatures (ancrages - répartition) adéquat n'a pas étudié complètement, ce qui aurait pu donner un meilleur comportement (charge de rupture maximale) de la poutre paroi.

.. Nous donnerons sur ce qui suit, un résumé des principaux essais avec les résultats obtenus.

II. 3. 2. - ESSAI DE KLINGROTH :

.. Klingroth (15) a essayé en 1942, des poutres parois isostatiques sur deux appuis simples avec un élanement géométrique h/e égal à l'unité; armées longitudinalement et transversalement (voir f. II.6).

L'armature longitudinale est constituée seulement par deux barres en acier doux de classe ST1, (correspondant au F e 22 de la norme française A F N D R) situées à la partie inférieure.

L'armature transversale est constituée par un réseau d'étrier ϕ 6 espacés de 10 cm. Klingroth réalisa 3 séries de 3 poutres chacune.

./.

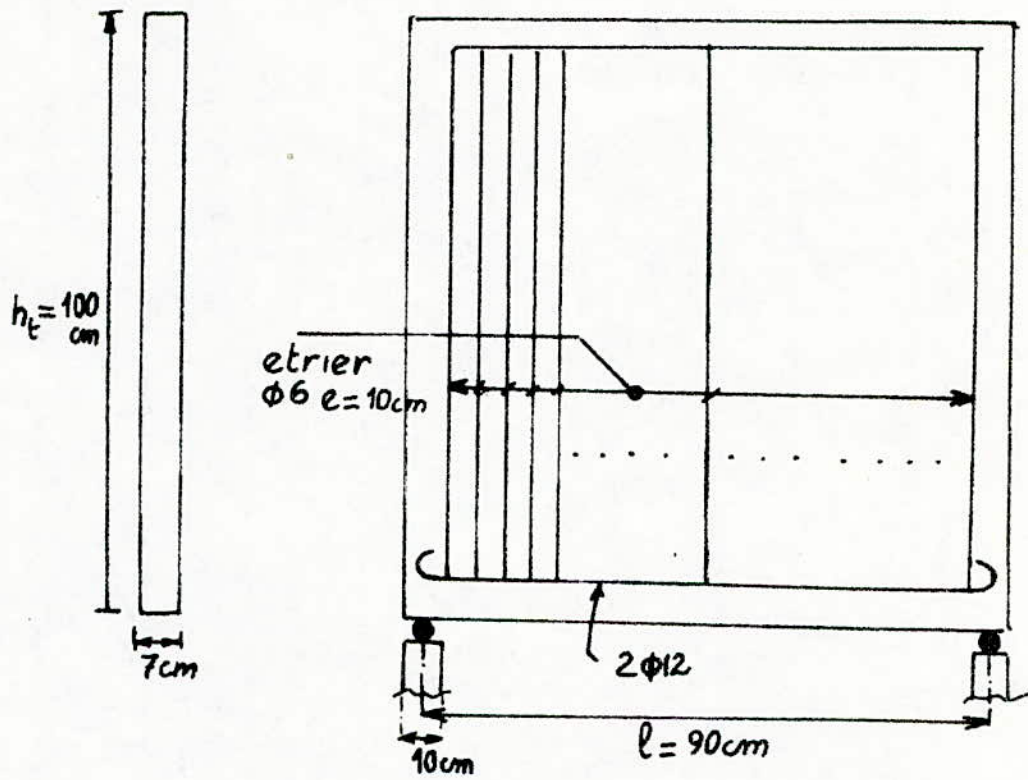


FIG-II-6

Poutre essayée par
Klingroth.

.. La quantité et la disposition du ferrailage ainsi que le coffrage sont identiques pour toutes les poutres essayées, seul le mode de chargement change d'une série à l'autre. La ruine de toutes les poutres essayées est produite par écrasement du béton au niveau des appuis. Il n'est, en effet, apparu qu'un petit nombre de fissures de flexion (voir figure II.7)

Aussi Klingroth conclut ses essais par deux résultats importants :

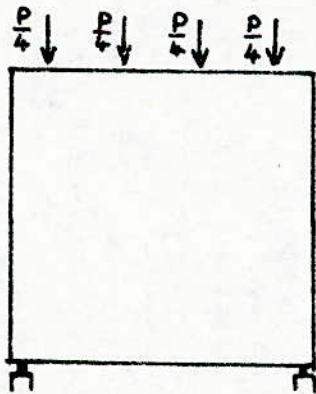
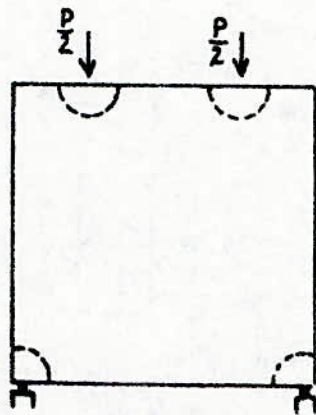
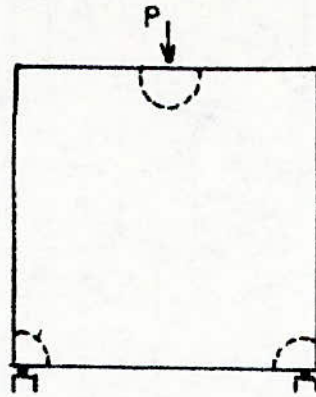
- il est nécessaire de disposer, au niveau des appuis, et aux zones d'application des charges extérieures, un ferrailage tridimensionnel.
- il n'y a pas d'apparition de fissures obliques d'effort tranchant, et il est inutile de relever les barres longitudinales de flexion.

II. 3. 3. - ESSAIS GRAF - BRENNER ET BAY :

.. Graf-Brenner et Bay (16) ont effectué, en 1943, l'essai d'une poutre paroi avec un élancement géométrique : $\frac{h_t}{e} = 2$. Cette poutre munie de raidisseurs verticaux aux extrémités, chargée uniformément à la partie inférieure par l'intermédiaire de consoles comme le montre la figure (II.8) Cette poutre comporte des cadres ϕ 10 espacés de 8 cm, et de 5 barres ϕ 10 longitudinales dont 3 sont relevées au niveau des appuis. Ce ferrailage correspond aux résultats théoriques de Bay (16) (voir figure II.9).

Au cours de l'essai, les auteurs ont remarqué les phénomènes suivants :

- on a eu formation de microfissures horizontales au dessus des consoles.



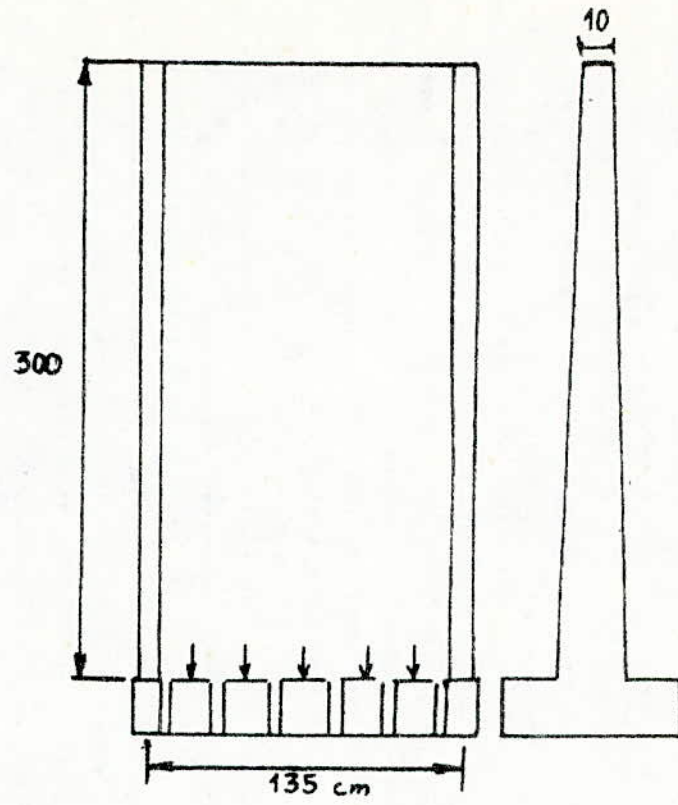
Type de rupture des poutres
essayées par Klingroth.



Zone de rupture
par compression
du béton

FIG -II-7

FIG-II-8



Poutres essayées par
Graf-Brenner-Bay

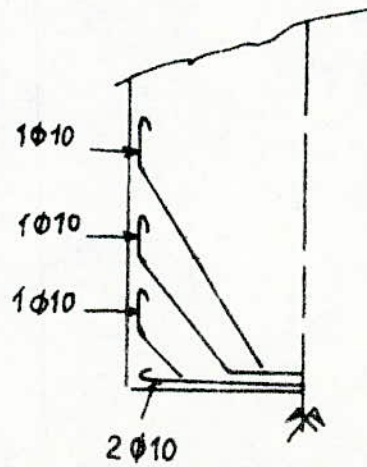
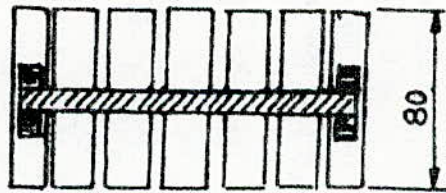


FIG-II-9

- lorsque la charge (P) croit, les microfissures se propagent aux raidisseurs en s'inclinant.
- les fissures verticales de flexion ne sont apparues qu'à partir d'une charge $P = 35 \text{ t}$; elles sont restées fines jusqu'à la rupture ($P = 94 \text{ t}$).
- la rupture s'est produite par formation d'une fissure de cisaillement entre le voile et le raidisseur.

Les auteurs ont tiré les conclusions suivantes :

- le ferrailage longitudinal n'a pas été sollicité comme prévu par les calculs effectués conformément aux résultats théoriques de recherche de Bay.
- la rupture s'est produite par cisaillement entre le voile et le raidisseur, elle est due à l'épuisement des aciers longitudinaux arrivant à l'appui (2 barres $\phi 10$, les 3 autres ont été relevés) ; c'est-à-dire elle est provoquée par le manque d'acier horizontal de liaison raidisseur-voile.

II. 3. 4. - ESSAI DE SCHÜTT

Schütt (14) a poursuivi les essais déjà effectués par Klingroth, Graf - Brenner - Bay en considérant différents cas de poutres, dans le but de déterminer le cas donnant la charge de rupture maximale.

Les principales variantes sont les suivantes :

- 1er cas : Poutre avec raidisseurs
 - $\frac{R_{kt}}{l} = 1$ $R_{kt} = 100 \text{ cm}$ $l = 100 \text{ cm}$
 - chargement uniforme en haut.

- armature transversale : étrier $\phi 6$ $e = 12$ cm
- armature longitudinale inférieure seulement ($6 \phi 6$ filants sans relevage).

— 2èm cas : Poutre avec raidisseur

- $\frac{h_t}{l} = 1$ $h_t = 1 = 100$ cm

- chargement uniforme en haut
- ferrailage transversal étrier $\phi 6$, $e = 8$ cm
- ferrailage longitudinal $6 \phi 6$ (2 filants et 4 relevés deux par deux).

— 3èm cas : Identique au 2ème cas mais avec $\frac{R_t}{l} = 1$ ($l = 55$ cm)

— 4èm cas : Poutre avec raidisseur

- $\frac{R_t}{l} = 0,50$ $h_t = 90$ cm $l = 45$ cm

- chargement uniforme en haut.
- ferrailage transversal : étriers $\phi 6$ $e = 8$ cm
- ferrailage longitudinal $6 \phi 6$ dont 4 sont relevés et deux filantes.

Remarque :

... D'autres cas de poutres parois sollicitées par des charges appliquées pour le bas ont été envisagés.

- Schütt arriva aux résultats suivants :

- toutes les poutres essayées ont rompu au niveau des appuis par cisaillement et écrasement du béton dûs au manque d'acier de liaison voile - raidisseur.
- la présence des raidisseurs augmente la charge de rupture.
- les fissures de flexion apparues sont fines.

II. 3. 5. - ESSAI DE LEONHARDT - WALTHER :

Leonhardt et Walther ont réalisé vers 1962 - 1964 des essais (17) (18) plus complets sur des poutres parois isostatiques chargées supérieurement et inférieurement avec et sans raidisseurs.

L'analyse a été faite sur 9 poutres à une travée : (voir figures C-1 et C-2 en annexe C)

- cinq poutres chargées par le haut constituant le groupe I
- quatre poutres chargées par le bas constituant le groupe II.

Les paramètres mesurés sont les suivants :

- flèche en travée .
- déformations des aciers au pont de relevage et sur les cadres verticaux .
- ouverture de fissures de flexion dans les sections à mi-travée ($\frac{l}{2}$), quart de travée ($\frac{l}{4}$) et d'appui.

- Les résultats importants de ces essais étaient les suivants :

- les poutres $W T_1$ - $W T_2$ ont rompu par flexion .
- pour les autres poutres, la rupture est produite par compression, écrasement du béton, au niveau des appuis. Les fissures de flexion étaient plus fines que dans les deux premières poutres.
- la présence des armatures longitudinales, autres que ceux de flexion, améliore la résistance au niveau de la jonction raidisseur - voile. Ceci a entraîné un taux de travail des armatures longitudinales appréciable, c'est-à-dire un bon comportement de la poutre paroi. Les ancrages à plat ainsi que la présence des raidisseurs ont amélioré la charge de rupture de la poutre.
- la présence des barres relevées diminue la charge de rupture.

Par exemple, les règlements suivants prescrivent l'épaisseur minimale suivante :

• C C B A 68 (3) $e \geq \frac{\lambda^2 q l}{2 \bar{\sigma}'_{b0} h_t}$

$\lambda = \frac{l}{20 R_t}$ (coefficient d'élanement)

$\bar{\sigma}'_{b0}$: contrainte admissible du béton en compression simple.

• B A E L 80 (4) $e \geq 0.14 l \sqrt[3]{\frac{q}{f_{c28} h_t}}$

- En pratique, l'épaisseur de la paroi fléchie doit être suffisante pour assurer aisément le logement et l'enrobage des armatures, ce qui conduit généralement à adopter une épaisseur supérieure à celle donnée par les conditions de stabilité de forme.

III. 2. 2. - Dimensionnement de l'armature principale de traction (A) :

a) - Règlement C C B A 68 (règlement en vigueur en Algérie) :

les règles C C B A 68 (3) n'ont pas utilisés les résultats d'essais de Léonhardt - Walther. Ainsi elles recommandent des barres relevées et proposent un bras de levier (z) proche de celui déduit de la théorie de l'élasticité.

$$A = \frac{M_0}{z \bar{\sigma}_a} \quad \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en} \text{ (contrainte admissible)}$$

$$M_0 = \frac{q l^2}{8} \quad ; \quad M_0 = \frac{Q l}{4}$$

q : charge uniforme
Q : " Concentrée

(ces règles ne tiennent donc pas compte de la fissuration du béton).

$$\bullet Z = \frac{h_t}{0.9 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h_t}{l}\right)} \quad \text{si } 0.5 \leq h_t/l \leq 1$$

$$\bullet Z = \frac{l}{1.5} \quad \text{si } h_t/l \geq 1$$

b) - Recommandations du C E B (5) :

. A l'état limite ultime, la section d'acier de traction (A_u) est donnée par :

$$A_u = \frac{M_{ou}}{Z f_e / \sigma_s}$$

avec . $M_{ou} = q_u \frac{l^2}{8}$ ou $M_{ou} = Q_u \frac{l}{4}$ suivant le cas de chargement.

$$\bullet Z = 0.20 (l + 2h_t) \quad \text{si } 0.5 \leq h_t/l \leq 1$$

$$Z = 0.60 l \quad \text{si } h_t/l \geq 1$$

- A l'état limite de service, le C E B propose d'utiliser la même formule donnant les aciers à l'état limite ultime. Le moment ultime (M_{ou}) sera remplacé par le moment de service (M_{os}), la même formule donnant le bras de levier (Z) sera conservée et la contrainte f_e / σ_s fera remplacée par la contrainte limite en service (σ_s).

Les règles du C E B tiennent compte des résultats d'essais de Léonhardt - Walther (17) ; les armatures de traction seront filantes (pas de relevage) et ancrées à plat.

c) - Règlement B A E L 80 (4) :

Ce règlement préconise la même formule des aciers tendus principaux que le C E B. Cependant il recommande de plus, dans les commentaires -- que "dans le cas d'une fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, les contraintes dans les aciers principaux seront limités aux mêmes valeurs que celles des poutres très élancées".

d) - Règlement allemand D I N 1045 (6) :

Il tient compte des résultats de : Léonhardt - Walther, du C E B mais avec une autre valeur du bras de levier :

$$Z = \text{Min } (0.6h_t, 0.6l)$$

III. 2. 3. - Calcul des armatures d'âmes
(verticales et horizontales) :

a) - Cas de chargement par le haut :

La section de ces armatures sont évaluées en partant de l'effort tranchant ($T = ql/2$) d'après les règles C C B A 68 et B A E L 80 (3) (4).

Selon le C E B, la section de ce réseau d'armatures orthogonales formé de cadres verticaux bouclés autour de l'armature de traction, et de barres horizontales sur chaque face se détermine à partir d'un pourcentage minimum .

Dans chaque direction, ce pourcentage est fixé à 0,005 s'il s'agit des barres à haute adhérence et à 0,004 s'il s'agit des ronds lisses.

b) - Cas de charge suspendue à la partie
inférieure de la poutre :

Le C C B A 68 ne traite pas ce cas, il renvoie le lecteur à la littérature spécialisée.

Les autres règlements (4) (5) (6) préconisent d'ajouter aux armatures déterminées en (a), une armature reprenant la charge suspendue.

III. 3. - DISCUSSIONS ET CRITIQUES :

Les essais ont montré que la théorie de l'élasticité peut s'appliquer uniquement dans le stade I (avant fissuration) ; le diagramme des contraintes (σ_x) obtenu dans les essais est comparable à celui de la théorie de l'élasticité tant que l'ouverture de fissure est petite.

Dès que la poutre est atteinte par la fissuration (stade II), la zone du béton comprimé se réduit ; le bras de levier (Z) de forces intérieures devient supérieur à celui donné par l'élasticité. Cependant le règlement C C B A 68 fréquemment utilisé en Algérie est basé seulement sur les résultats de l'élasticité, il est trop sécuritaire pour le calcul du ferrailage dans le stade II.

Ce code de béton ne renferme aucune prescription concernant la fissuration des poutres parois. Les nouveaux codes de béton (4) (5) adoptent le même bras de levier de forces intérieures (Z) pour le calcul à l'état limite de service et à l'état limite ultime. Ces règlements (4) (5) n'ont pas exploités tous les résultats des derniers essais (17) ; ils préconisent de faire filer les armatures de traction jusqu'aux appuis pour obtenir une grande charge de rupture mais ne définissent pas les caractéristiques de la fissuration. Les règles BAEL 80 (4) recommandent tout simplement de limiter les contraintes des aciers tendus aux mêmes valeurs relatives aux poutres très élancées. Mais ceci n'est pas évident puisque les deux types de poutres n'obéissent pas aux mêmes lois de comportement.

- En résumé, les normes actuelles (3) (4) (5) (6) (7) (8) ne comportent pas de règles concernant le comportement réel des poutres parois dans le stade II (après fissuration). En effet les distances entre fissures, l'ouverture de fissure de flexion, la variation du bras de levier (Z) dans le stade II, ne sont pas définies. Dans les chapitres qui suivent, nous étudierons le comportement réel de cette catégorie de poutre en exploitant les essais effectués par Léonhardt - Walther (17) (18) .

C H A P I T R E I V

RECHERCHE ET PROPOSITION D'UN MODELE DE CALCUL DE DIMENSIONNEMENT DES POUTRES PAROIS ISOSTATIQUES :

Q

IV. 1. - I N T R O D U C T I O N

L'ingénieur de bureau d'études est souvent confronté aux problèmes de dimensionnement (coffrage et ferrailage) des poutres parois. La théorie de l'élasticité nous permet d'étudier ces poutres uniquement dans le premier stade, moyennant des méthodes numériques très laborieuses manuellement (1^o l'emploi de l'ordinateur est indispensable).

Ainsi les règlements actuels (3) (4) (5) (6) proposent des formules de dimensionnement en se basant sur la théorie de l'élasticité et des résultats d'essais ; mais ceux-ci restent incomplets (voir chapitre III).

Dans ce qui suit, nous allons essayer de déterminer un modèle de calcul simple, relatif aux poutres parois isostatiques, sollicitées par des charges verticales statiques. Ce modèle sera déduit des résultats d'essais et de la théorie de l'élasticité, il décrira sensiblement le comportement réel de ces poutres dans le stade II (après fissuration du béton).

IV. 2. - RECHERCHE D'UN MODELE DE CALCUL :

IV. 2. 1. - Définition du modèle de calcul :

Léonhardt et Walther, dans leur rapport d'essais (17), ont recommandé de faire filer les armatures de traction jusqu'aux appuis, et de les munir d'ancrages à plat.

En effet, ces essais (17) ont montré que ce ferrailage principal est sollicité par un effort normal de traction, sensiblement constant dans le stade II. (voir figures C3, C4 de l'annexe C). De plus, ils ont constaté que la fissuration de flexion n'est pas concentrée uniquement à mi-travée. (voir figures C9 - C10). Ceci nous montre l'existence d'un tirant à la partie inférieure et une voûte de décharge sur les appuis.

Pour une poutre paroi isostatique sollicitée par une charge uniforme, le diagramme des moments de flexion est parabolique. Or, l'effort normal développé par les aciers tendus est sensiblement constant dans le stade II (voir figures C3, C4 de l'annexe C) et comme :

$$(Z(x)) = \frac{M(x)}{N(x)} \quad \text{avec } N(x) \approx \text{constant}$$

Il en résulte alors que la distribution du bras de levier des forces intérieures a même allure que la diagramme du moment fléchissant, c'est-à-dire parabolique. (voir figure IV - 1).

Ainsi donc, le comportement dans le stade II, d'une poutre paroi isostatique, sollicitée par une charge uniforme verticale, peut être modélisée par l'étude d'un système d'arc parabolique et d'un tirant.

Pour définir les caractéristiques de ce modèle, nous utiliserons les résultats d'essais et ceux de la théorie de l'élasticité.

a) - hauteur du tirant 'a' :

- d'après la théorie de l'élasticité la hauteur de la zone tendue pour de telles poutres est bornée supérieurement par $0,5 h_t$ (voir tableau IV. 1).

Les règlements internationaux de béton armé adoptent pour la valeur de (a) (zone où sont répartis les aciers tendus), celle résumée dans le tableau (IV.2).

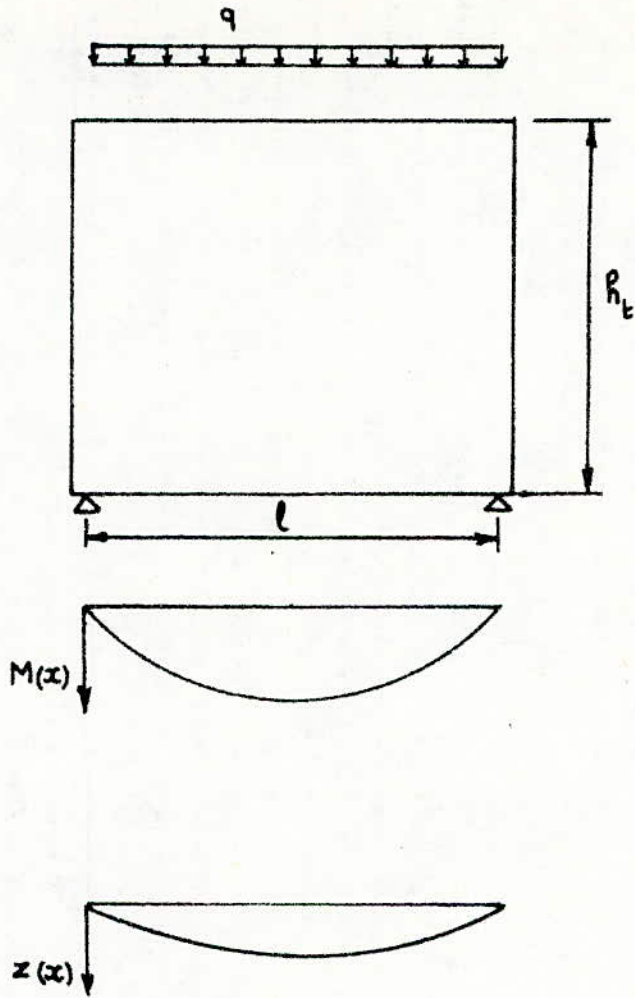
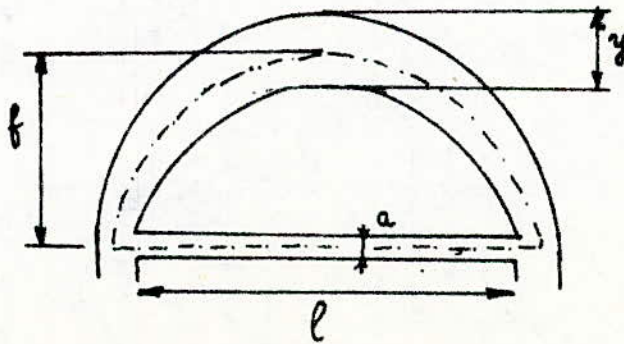


FIG-IV-1

Modèle de calcul proposé



ht/l	0,5	1	∞
a	0,5 ht	0,28 ht	0,28 l

Tableau IV.1 : Longueur 'a' de la zone tendue dans les poutres parois isostatiques sollicitées par une charge uniforme (q)

C C B A 68	Min (0,15 ht ; 0,15 l)
B A E I 80	Min (0,15 ht ; 0,15 l)
C E B	Min (0,25 ht - 0,05 l ; 0,20 l)
D I N 1045	(0,15 \neq 0,20) Min (ht ; l)

Tableau IV.2 : Valeur de 'a' adoptée par les divers règlements internationaux de béton armé.

Nous pouvons prendre comme valeur moyenne de 'a' :

$$a \approx 0,20 \text{ Min } (ht, l)$$

La figure (IV.2) nous montre la différence entre cette valeur moyenne adoptée et celle recommandée par le C E B.

b) - flèche de la voûte de décharge ou de l'arc 'f' :

- d'après la théorie de l'élasticité , le béton comprimé situé au-delà de 'l' pour les poutres parois à $ht/l > 1$ est très peu sollicité. Ainsi on peut dire que 'f' sera limitée à $\text{Min } (ht, l)$.

$$f \leq \text{min } (ht, l)$$

./.

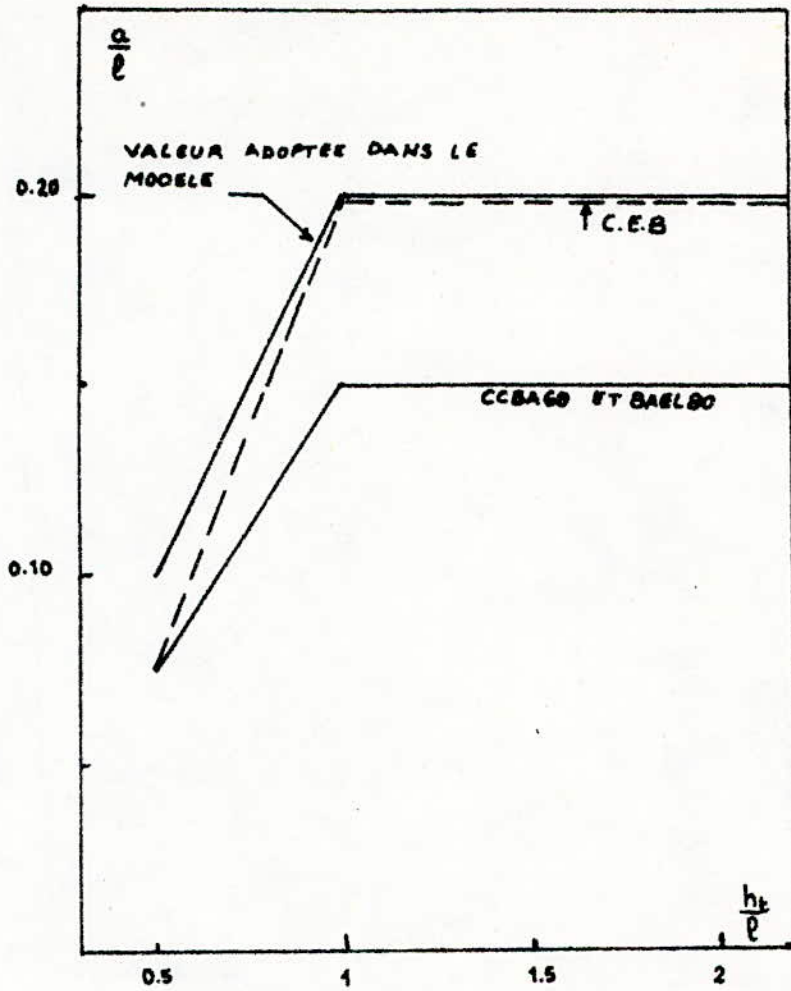


FIG-IV-2

Comparaison de la valeur adoptée pour la hauteur du triant actif du modèle et celle recommandée par la réglementation.

S

D'autre part le bras de levier (Z), déduit de la théorie de l'élasticité et adopté par les différents règlements, est donné dans le tableau (IV - 3) ci-dessous :

ht / l	0,5	1	1 + ∞
théorie de l'élasticité	0,62 ht	0,62 l	(0,62 + 0,78)l
B A E L 80 et C E B	0,80 ht	0,60 ht	0,60 l
C C B A 68	0,83 ht	0,67 ht	0,60 l
D I N 1 0 4 5	0,6 ht	0,6 ht	0,6 l

Tableau IV - 3 : Valeur du bras de levier (Z) pour des poutres parois isostatiques sollicitées par une charge uniforme (q).

D'après les résultats des essais (17), la zone du béton comprimé est réduite à la suite d'une plus grande profondeur des fissures. Il en résulte un bras de levier (Z), des forces intérieures, plus important que celui déduit de la théorie de l'élasticité. De ce fait, nous adoptons :

$$f = \text{Min} \left(0,8 \text{ ht} - \frac{d}{2} \right) ; \left(0,8 \text{ l} - \frac{d}{2} \right)$$

avec $d = \frac{a}{2}$

./.

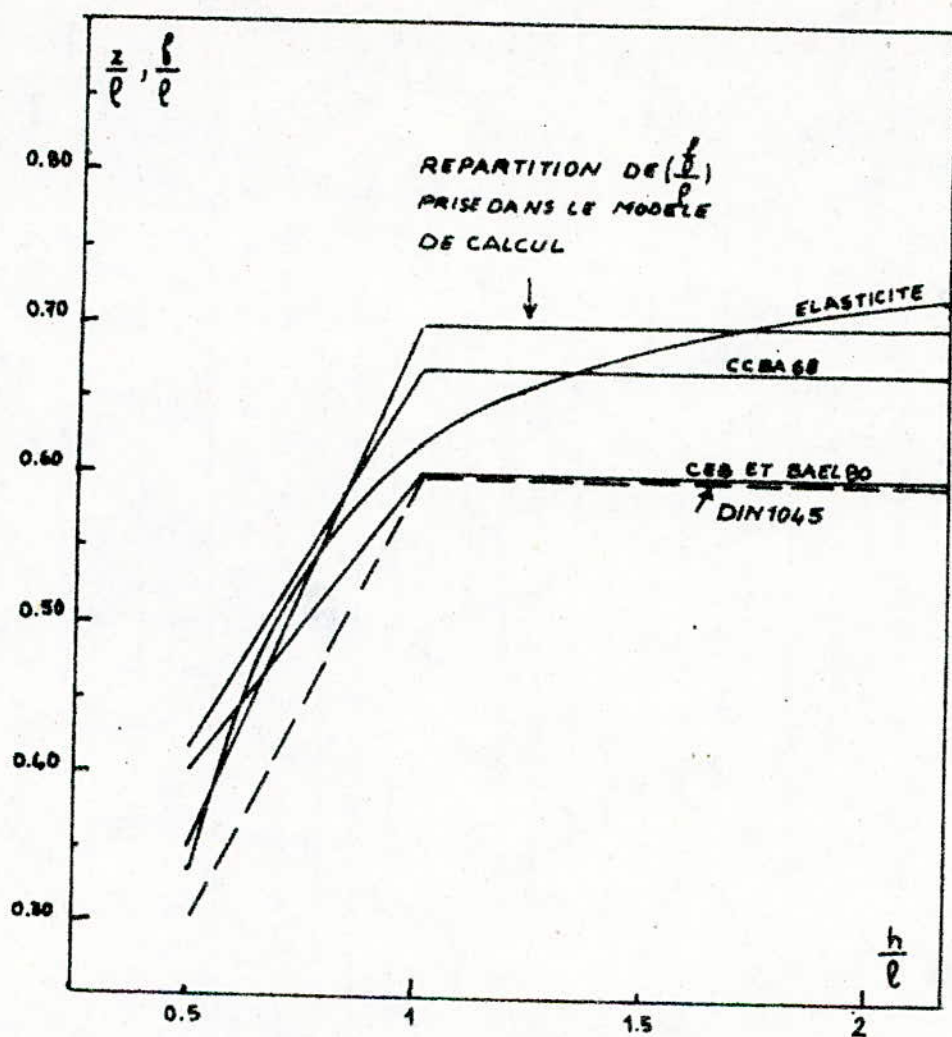


FIG-IV-3

Comparaison de la flèche adoptée pour la voûte du modèle et le bras de levier des forces intérieures, à mi-travée, donné par l'élasticité et les différents règlements de béton armé.

c) hauteur de la voûte à mi-portée : 'y'

La ligne moyenne de la voûte est funiculaire des charges appliquées (charges uniformément réparties). Ainsi elle ne sera sollicitée, principalement ; qu'en compression simple. Cette voûte représentera la zone comprimée de ces poutres.

La théorie de l'élasticité, appliquée aux poutres parois isostatiques sollicitées par une charge uniforme donne :

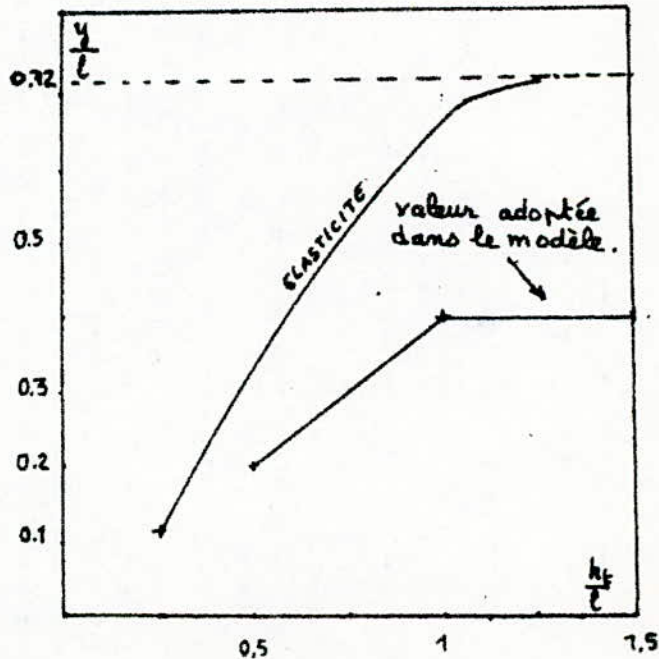
$$- 0,50 ht \leq y \leq 0,72 \text{ Min } (ht, l), \text{ (voir figure IV - 4)}$$

Pour tenir compte des résultats des essais (17), 'y' diminue dans le stade II (après fissuration du béton); nous pourrions adopter une valeur moyenne :

$$- y = 0,4 \text{ Min } (ht, l) \text{ (voir figure IV - 4)}$$

FIG IV-4

Comparaison de la hauteur de la voûte à mi-travée adoptée dans le modèle et celle donnée par l'élasticité.



IV. 2. 2. - ETUDE DU MODELE DE CALCUL :

Le modèle de calcul ainsi défini, soumis à des charges verticales, sera sollicité uniquement par des efforts normaux :

- la voûte (arc) en compression
- le tirant en traction simple

En effet l'étude des arcs à deux articulations, à ligne moyenne funiculaire (32) des charges nous montre que si les déformations d'effort normal sont négligées, le moment de flexion est nul. Un exemple d'arc à deux articulations à section constante funiculaire des charges, sollicité par une charge uniforme (q), est traité par D. Ceylon (33). Cet exemple nous montre que si les déformations d'effort normal ne sont pas négligées, alors la contrainte de flexion (σ_M) est beaucoup plus faible que celle d'effort normal (σ_N), dans le cas où $\frac{f}{l}$ est important :

- pour $f/l = 0,5$ - - - - $\sigma_M = 0,10 \sigma_N$
- pour $f/l = 1$ - - - - $\sigma_M = 0,05 \sigma_N$

Ainsi, dans notre modèle, il sera supposé que la ligne moyenne de la voûte est funiculaire des charges. Le système voûte-tirant sera donc sollicité uniquement par un effort normal.

a) - Calcul des efforts dans le modèle sous une charge uniforme (q) :

- équation de la ligne moyenne della voûte

$$Z(x) = 4 f/l x (1-x)$$

- Réactions au noeud

• réaction verticale : $V = \frac{q l}{2}$

• poussée : $H = \frac{q l^2}{8 f}$

- Effort normal sollicitant le tirant actif :

$$N_m = \frac{q l^2}{8 f}$$

+ Compression dans la voûte due à la flexion des poutres parois :

- Dans les poutres parois, les contraintes de compression ($\sigma(x)$) dues à la flexion n'atteignent pas des valeurs critiques (17) (18). Ainsi les codes de béton armé actuels (3) (4) (5) (6) préconisent de ne pas vérifier ces contraintes. En effet, toutes les poutres essayées par Léonhardt - Walther (17) ont rompu soit par écrasement du béton au niveau des appuis, soit par flexion avec rupture des armatures principales de traction, les contraintes de compressions ($\sigma(x)$) dans la membrure sont restées faibles. Ainsi la compression développée par la voûte active ne sera vérifiée qu'au niveau des appuis.

- Contrainte principale de compression au voisinage des appuis :

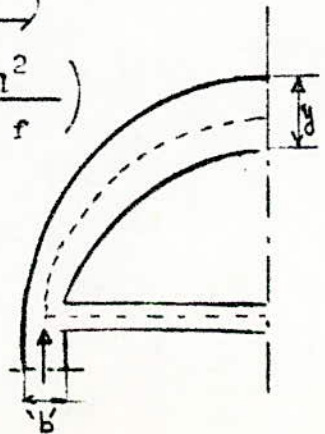
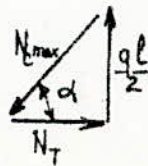
La voûte à ligne moyenne parabolique a une hauteur variant de $y = 0,4 \text{ Min}(ht, 1)$ à mi-travée, à la valeur minimale 'b' largeur de l'appui sur lequel elle aboutit.

L'effort de compression développé dans la voûte active sera maximal au voisinage des appuis, il sera donné par :

$$N_c \text{ max}^2 = \left(\frac{q l}{2} \right)^2 + \left(\frac{q l^2}{8 f} \right)^2$$

soit :

$$N_c \text{ max} = \sqrt{1 + 15 \frac{f^2}{l^2}} \left(\frac{q l^2}{8 f} \right)$$



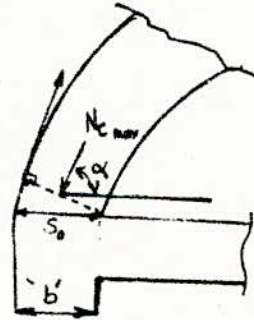
La contrainte principale de compression maximale transmise par la voûte aux appuis, qui en résulte, sera donnée par :

$$\sigma_{bc}^{\max} = \frac{Nc \max.}{S_0 \sin \alpha}$$

avec $S_0 = e \times b$ (surface horizontale d'appui)

$$\sin \alpha = \frac{q l / 2}{Nc \max}$$

$$\text{soit } \sigma_{bc}^{\max} = \frac{2 Nc^2 \max}{S_0 q l}$$



b) - étude du ferrailage principal :

- Le tirant actif sera ferrillé en traction simple sans (N_0), les barres d'acier seront filantes ; une grande attention sera accordée à leurs ancrages.

- la contrainte de compression maximale, dans le béton, est produit à la naissance des appuis ($\sigma_{bc}^{\max} = 2 Nc^2 \max / S_0 q l$), ainsi la résistance du béton à la compression sera vérifiée dans ces sections. Dans le cas où celle-ci est supérieure à la contrainte admissible de compression (σ_{bc}'), il sera nécessaire de prévoir un quadrillage d'armature (frettage du béton) ou de réaliser un montant d'appui.

c) - ferrailage secondaire :

- le ferrailage secondaire sera constitué d'un quadrillage suivant les deux faces de la paroi. On prendra le même pourcentage prescrit dans la réglementation en vigueur.

d) - cas de poutres sollicitées par charges suspendues :

- Des armatures de suspentes représentant les charges suspendues seront ajoutées aux armatures secondaires afin de remonter celles-ci au niveau de la ligne moyenne de la voûte.

e) - calcul des déformations (flèche)
dans la paroi :

- La méthode de calcul des déplacements relative à des systèmes barres (Mohr...etc.) (12) (13) (32) peut être utilisée dans le modèle de calcul ainsi défini.

IV. 3. - JUSTIFICATION DU MODELE DE CALCUL
PAR LES RESULTATS D'ESSAIS DE LEONHARDT-WALTHER :

Léonhardt et Walther donnent la répartition des contraintes (σ_x) à mi-portée pour les différentes poutres cloisons essayées WT1, WT2, WT3, WT4, WT5, WT6 et WT7 (17) (voir Annexe C).

Apartir de ces résultats, nous calculerons le bras de levier (Z) ($\frac{l}{2}$) des forces intérieures pour la poutre WT1 chargée par le haut et la poutre WT5 chargée par le bas.

Le diagramme des contraintes (σ_x), obtenu dans les essais pour les poutres WT1 et WT5 (voir figure C5 et C6 de l'annexe C) sera assimilé à une succession de tronçons de droites (voir figures IV - 5 à IV - 14)

A_i = surface élémentaire

x_{Gi} = distance du centre de gravité de la surface élémentaire (A_i) au parement inférieur de la poutre.

x_G = distance du centre de gravité de la surface totale du diagramme des contraintes de compression au parement inférieur de la poutre.

$$x_G = \frac{\sum A_i x_{Gi}}{\sum A_i} \quad \delta = x_G - d$$

WT1 P=30°

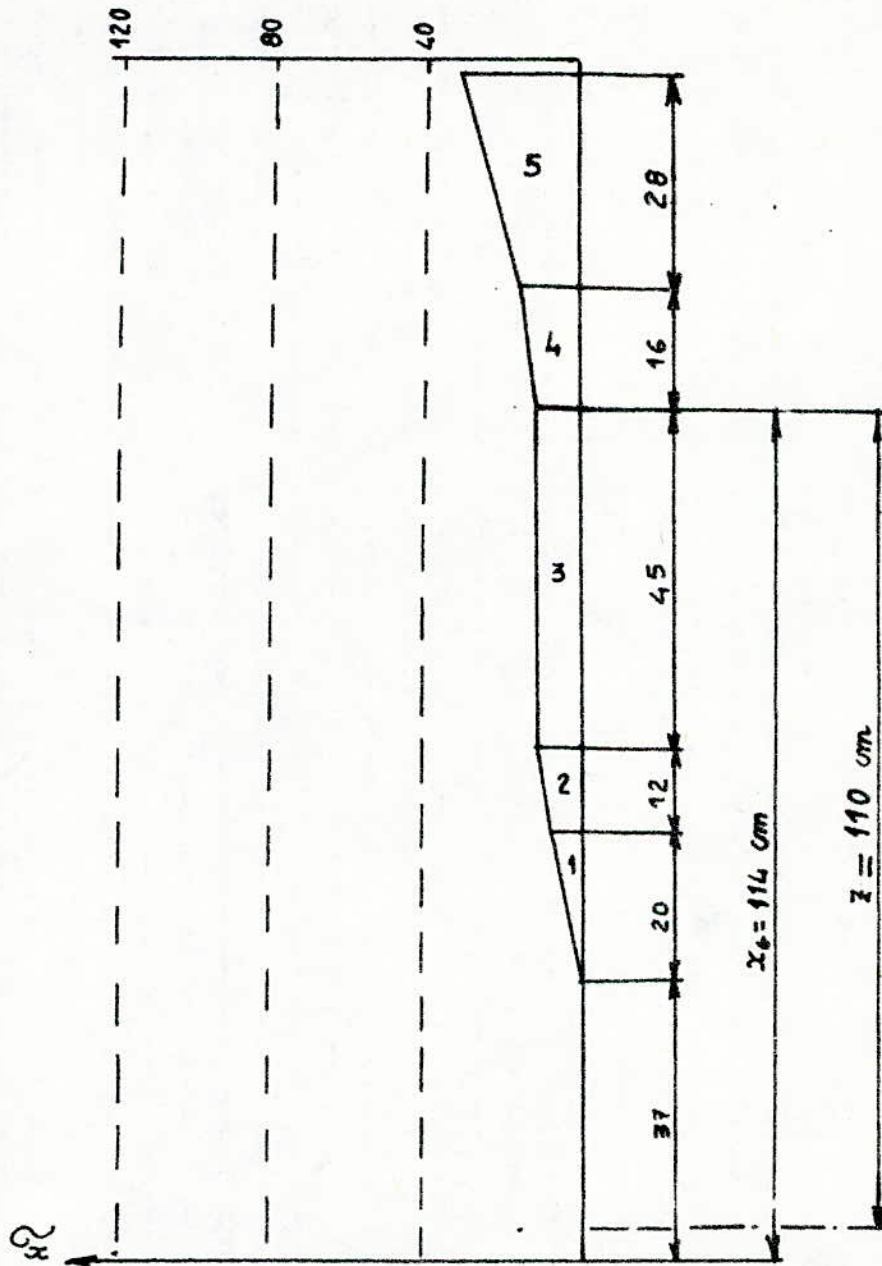


FIG-IV-5

Diagramme simplifiée, des contraintes (σ_x) obtenues par les essais de Leonhardt-Walther, adoptée pour l'évaluation du bras de levier (z) des forces intérieures, dans la section à mi-travée.

WT1 $P=40^t$

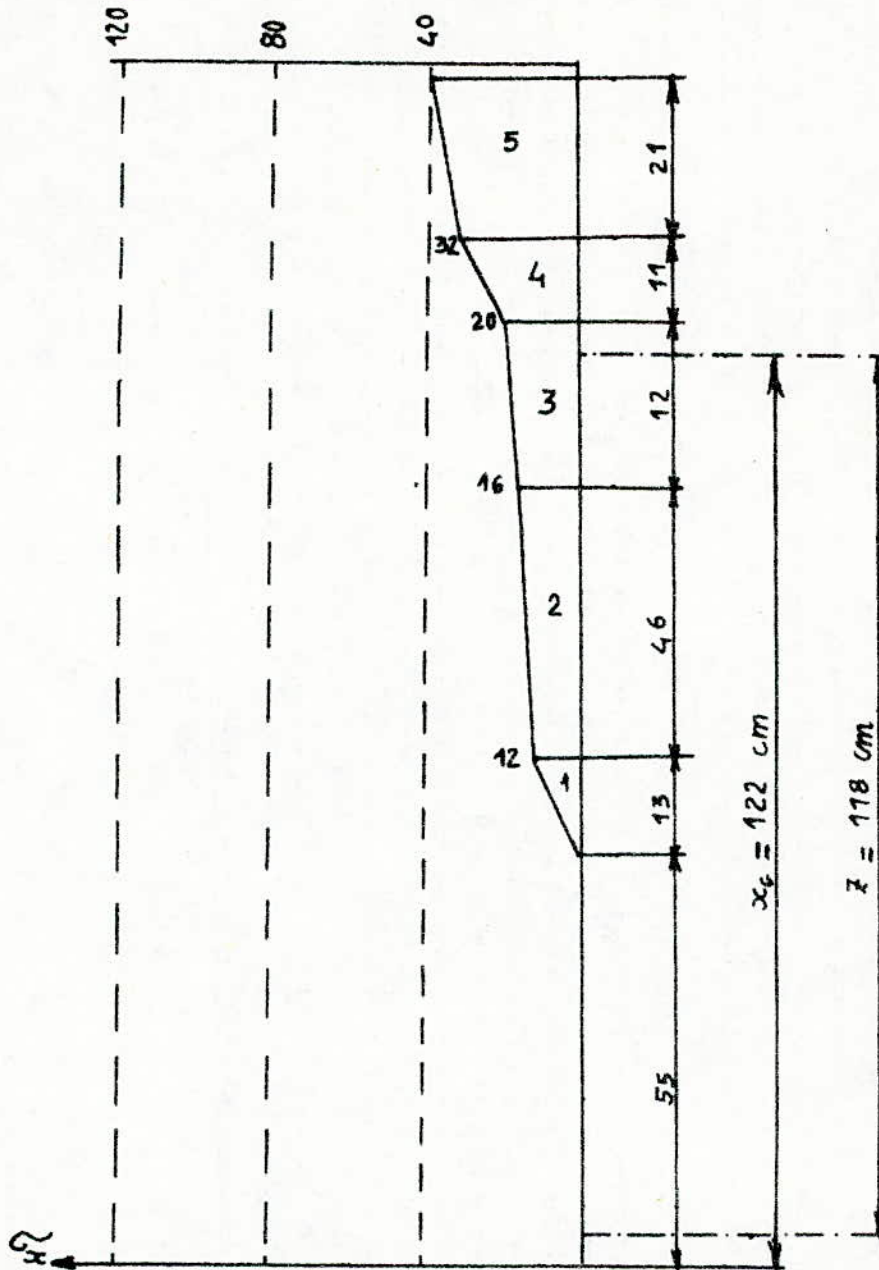


FIG-IV-6

Diagramme simplifiée, des contraintes (σ_x) obtenues par les essais de Leonhardt-Walther, adoptée pour l'évaluation du bras de levier (z) des forces intérieures, dans la section à mi-travée.

WT1 $P=60^t$

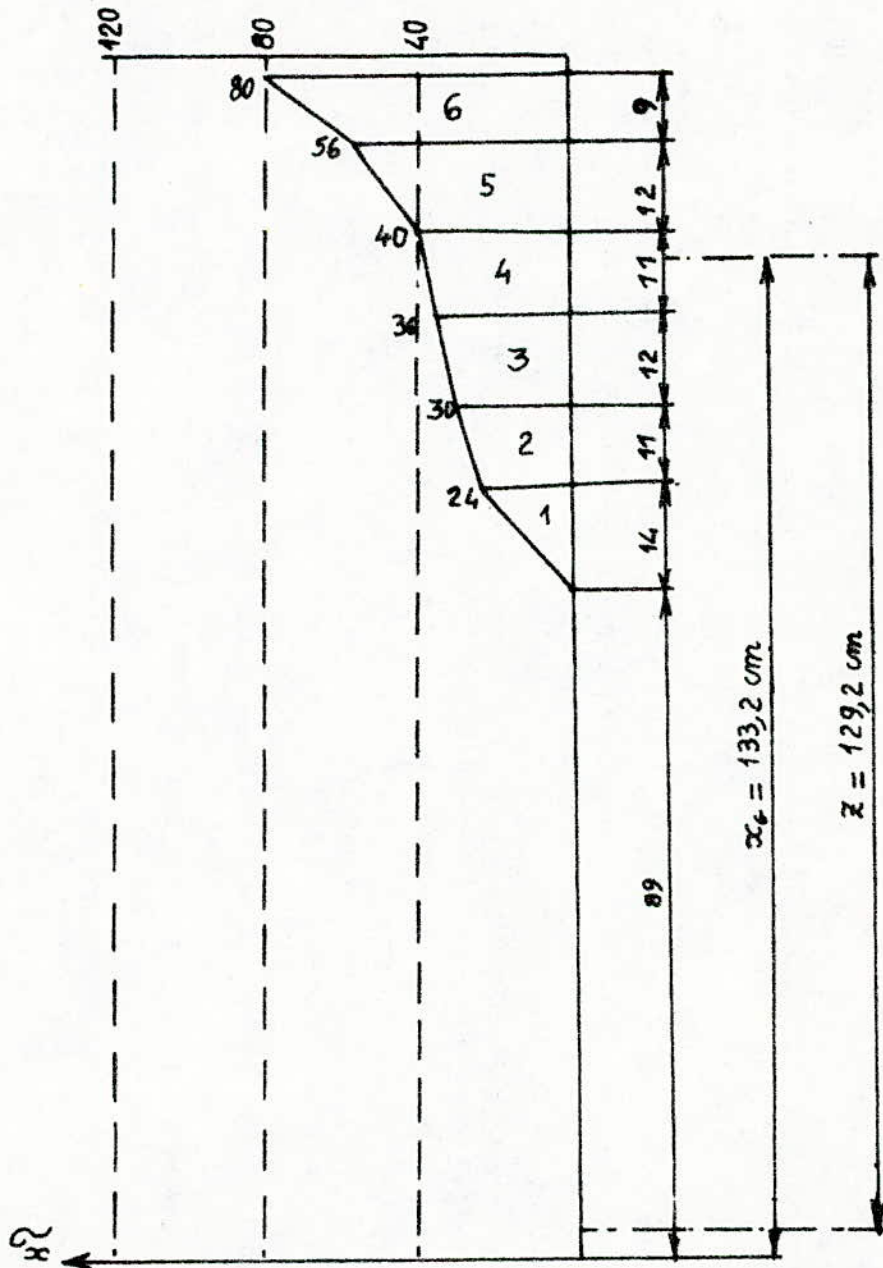


FIG-IV-7

Diagramme simplifiée, des contraintes (σ_x) obtenues par les essais de Leonhardt-Walther, adoptée pour l'évaluation du bras de levier (z) des forces intérieures, dans la section à mi-travée.

WT1 $P = 80^t$

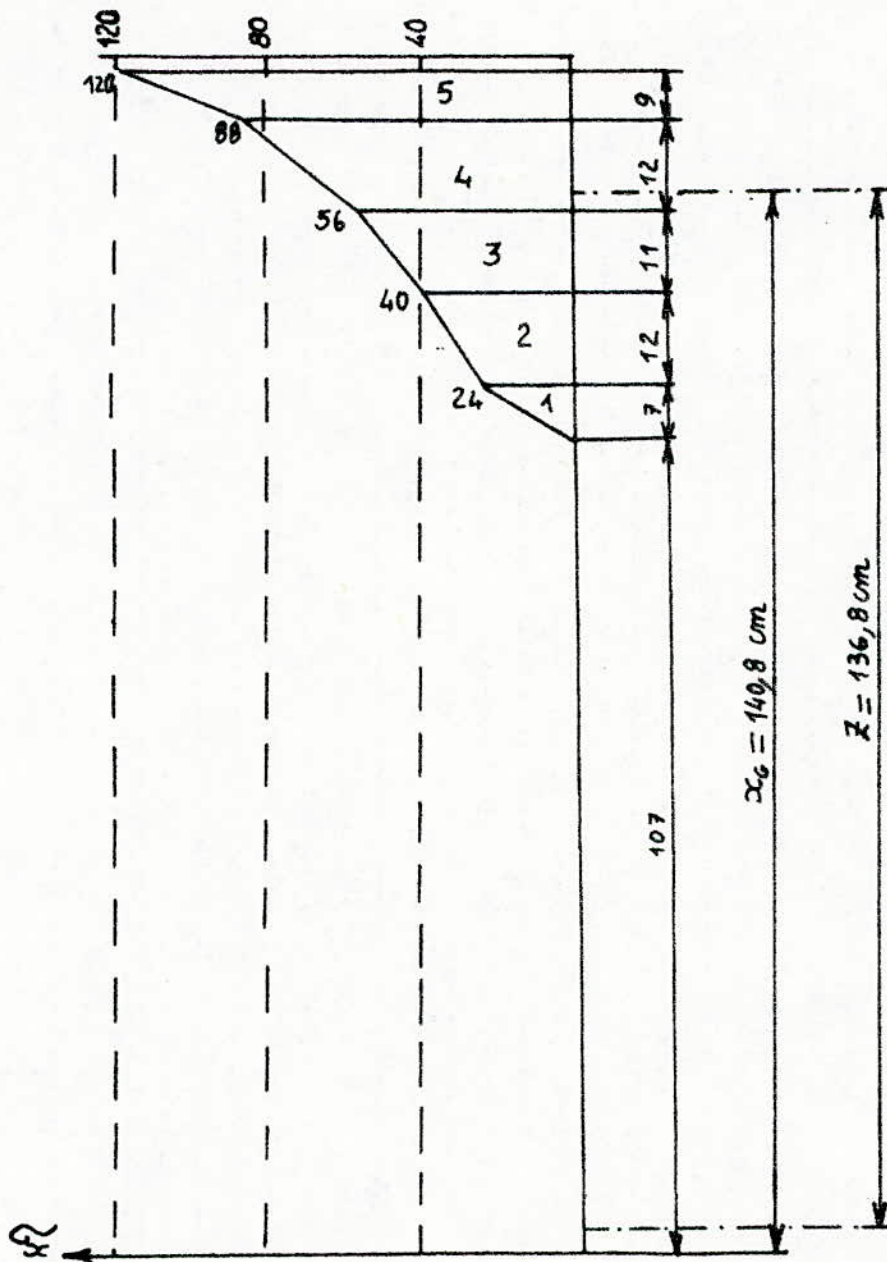


FIG-IV-8

Diagramme simplifiée, des contraintes (σ_x) obtenues par les essais de Leonhardt-Walther, adoptée pour l'évaluation du bras de levier (z) des forces intérieures, dans la section à mi-travée.

WT1 $P=90^\circ$

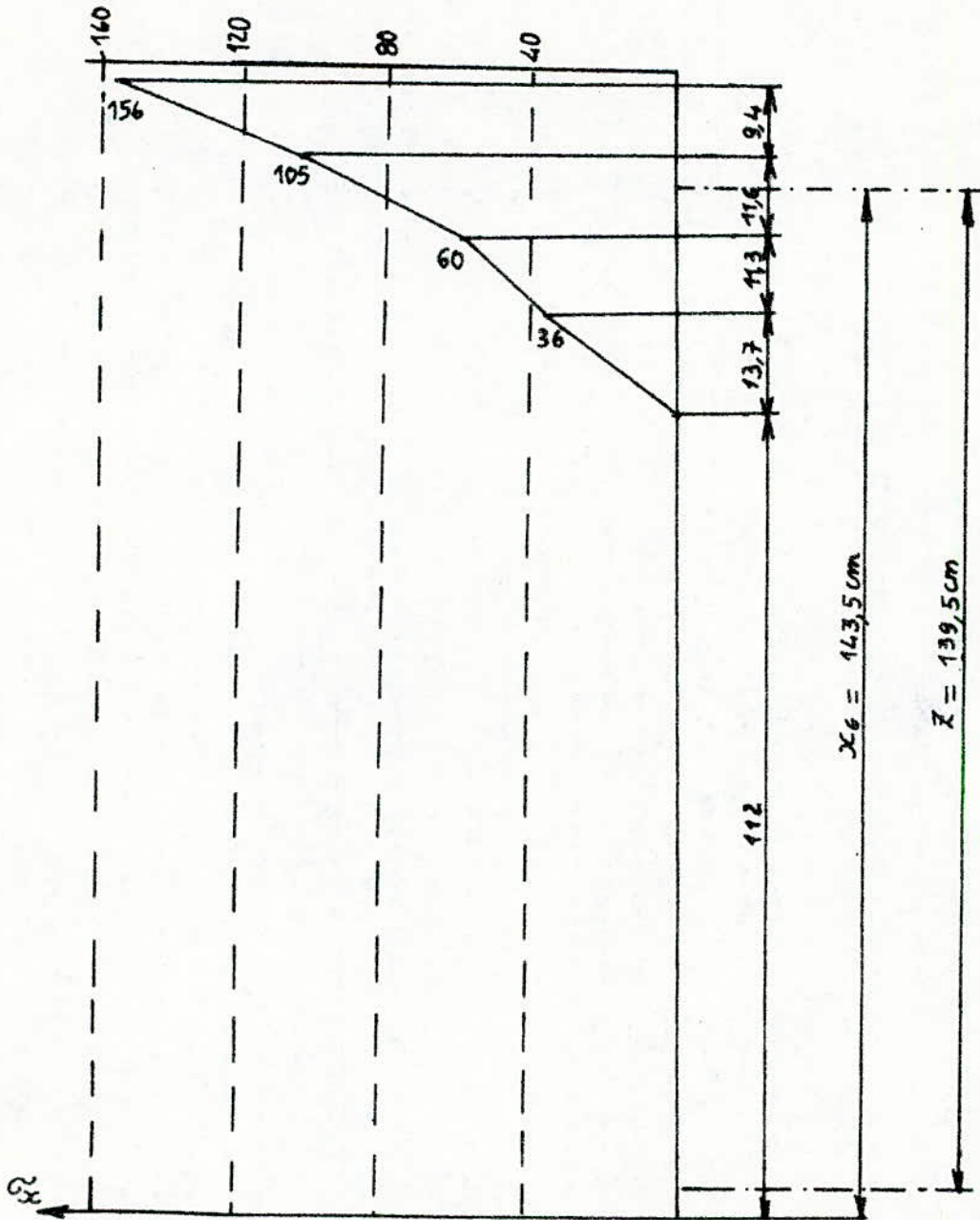


FIG-IV-9

Diagramme simplifiée, des contraintes (σ_x) obtenues par les essais de Leonhardt-Walther, adoptée pour l'évaluation du bras de levier (z) des forces intérieures, dans la section à mi-travée.

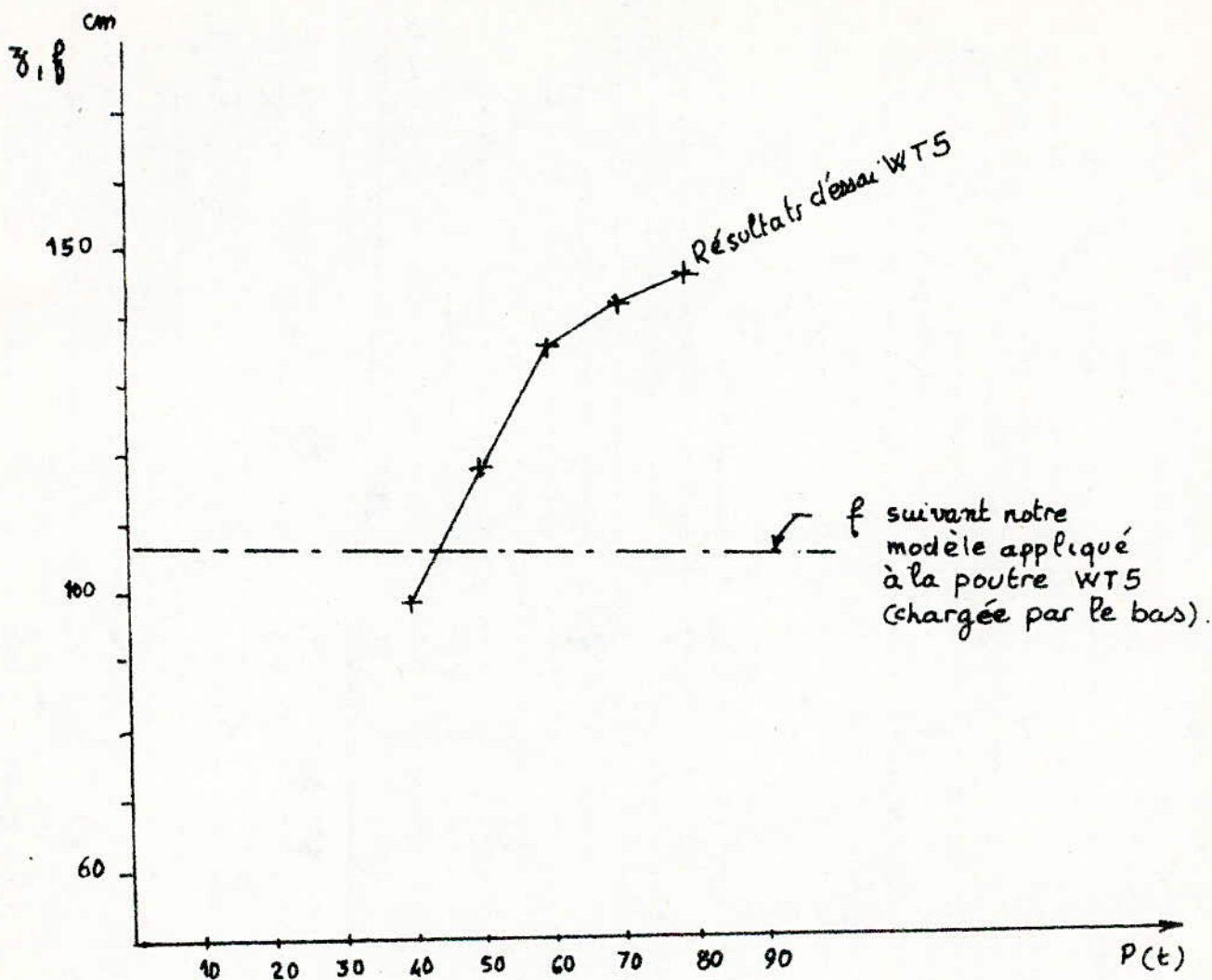


FIG-IV-16

Représentation de la flèche de la voûte du modèle, et du bras de levier (z) dans la section à mi-travée déduit des essais de Stuttgart pour la poutre WT5 en fonction de la charge d'essai (P)

Pour la poutre WT1, le moment M_0 de référence en travée (voir figure IV.17) est donné par :

$$- M_0 = q \frac{l l'}{4} - q \frac{l'^2}{8}$$

$$\text{avec } l' = \frac{8}{9} l \quad \text{et} \quad q = \frac{P}{l'}$$

soit $M_0 = 0,20 l$ - M_0 exprimé en tonne-mètre et P tonne.

Dans la poutre WT5 (voir figure IV-17), le moment de référence à mi-travée est donné par :

$$- M_0 = \frac{Pl}{2 \times 2} - \frac{P}{6} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} \right) - \frac{P}{6} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{7} l \right) - \frac{P}{6} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{3l}{7} \right)$$

$$- M_0 = \frac{P}{7} l$$

soit $M_0 = 0,206 P$ M_0 en tonne-mètre et P en tonne.

TABLEAU IV - 4

P(t)	30	40	50	60	70	80	90
M_0 WT1 tm	6	8	≡	12	≡	15	18
M_0 WT5 tm	≡	8,24	10,3	12,36	14,42	16,48	≡

- Calcul de l'effort normal dans le tirant d'après le modèle de calcul :

$$- f = \begin{cases} 0,8 h - d = 0,8 \times 144 - 4 & \text{pour WT1} \\ 0,8 h - d = 0,8 \times 144 - 7,5 & \text{pour WT5} \end{cases}$$

($h = 144$ cm)

./.

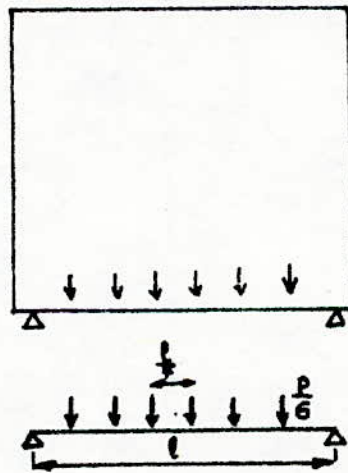
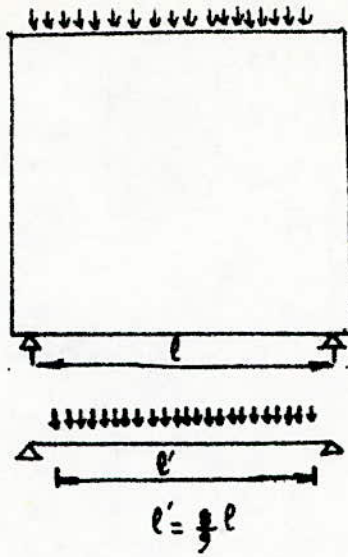


FIG-IV - 17

Schema statique des poutres
essayées par Léonhardt-Walther.

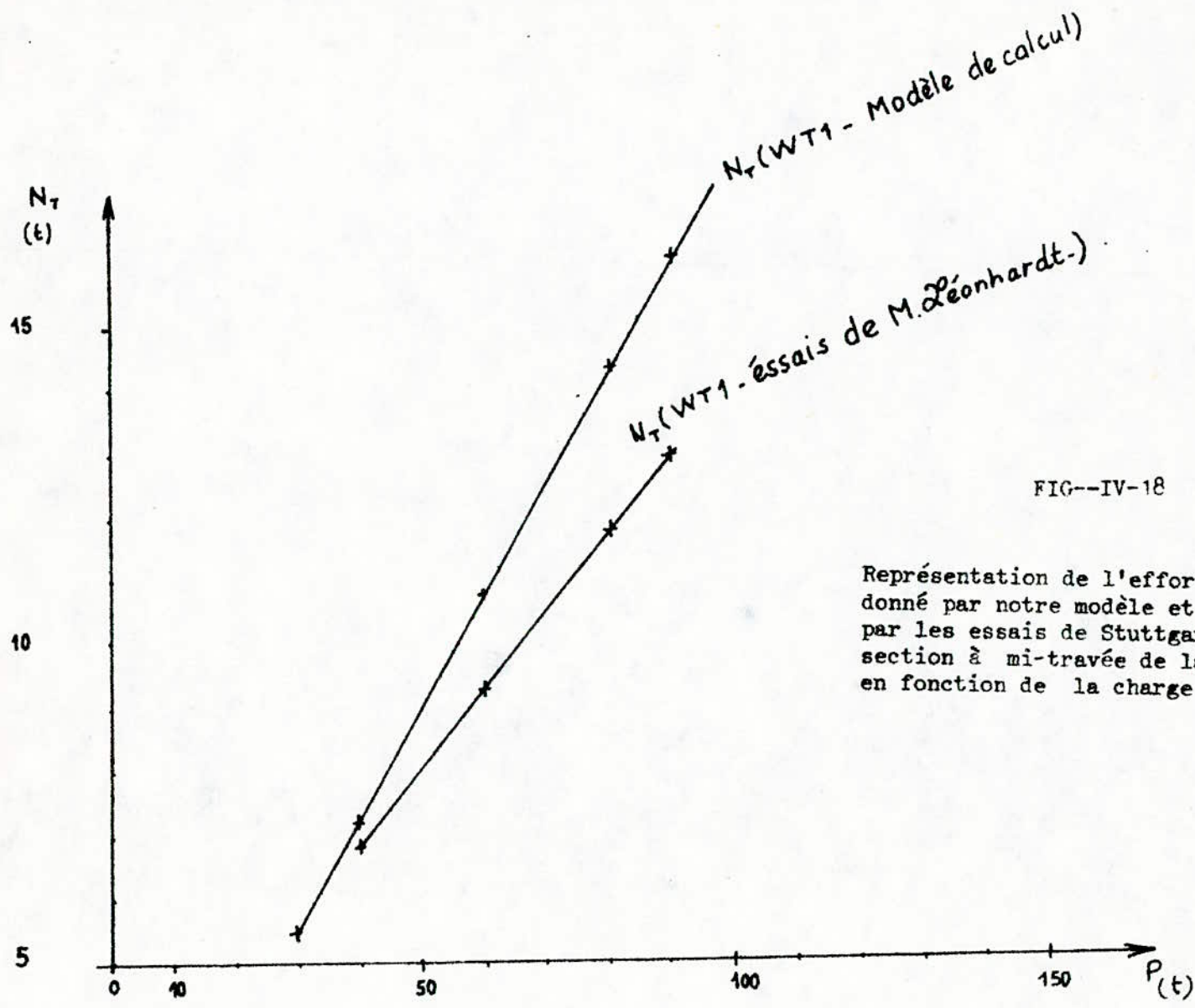
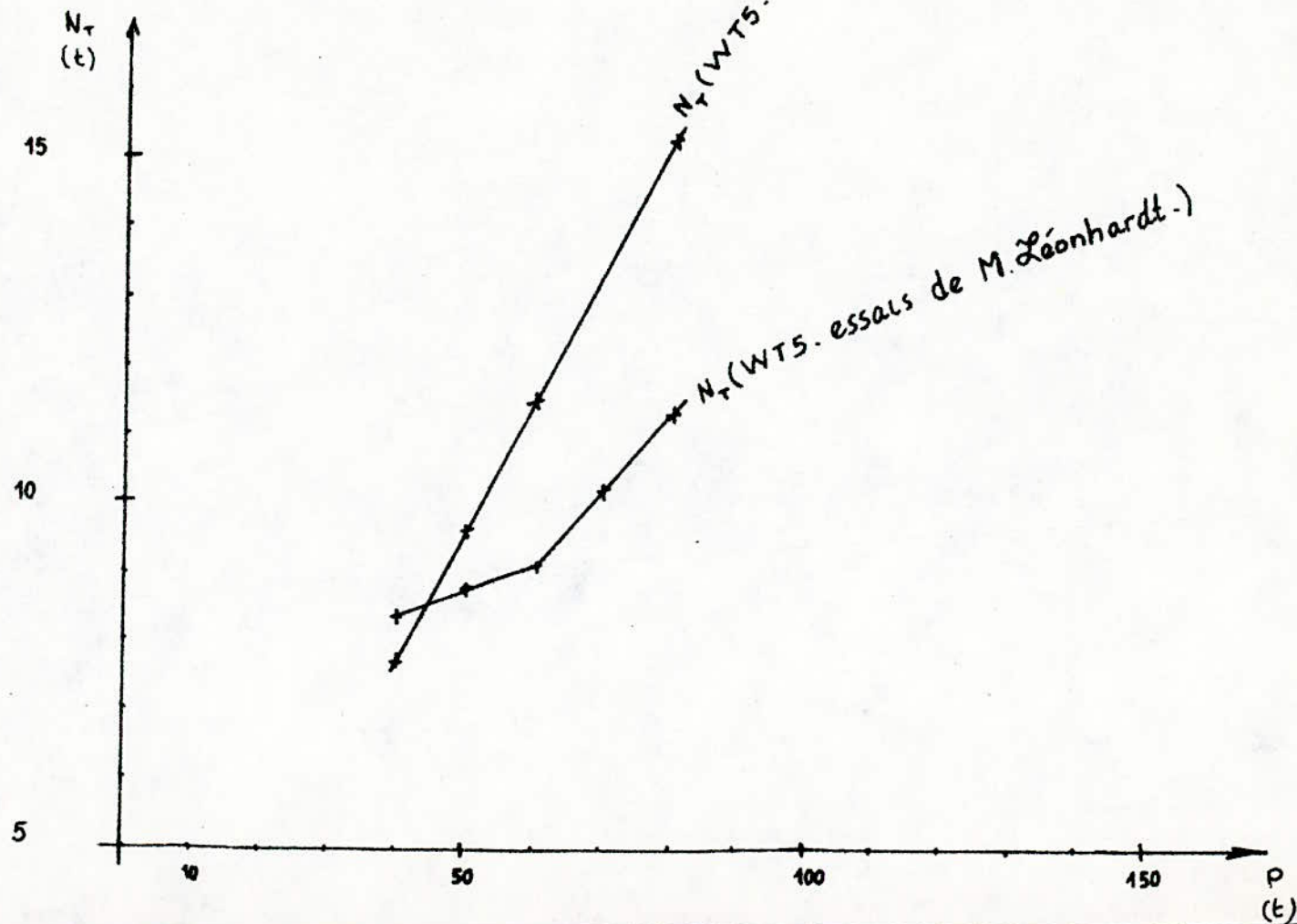


FIG--IV-18

Représentation de l'effort normal (N_T) donné par notre modèle et celui obtenu par les essais de Stuttgart dans la section à mi-travée de la poutre WT1 en fonction de la charge d'essai (P).

FIG-IV- 19

Représentation de l'effort normal (N_T)
 donné par notre modèle et celui obtenu
 par les essais de Stuttgart dans la
 section a mi-travée de la poutre WT5
 en fonction de la charge d'essai (P).



$$\text{soit } f = \begin{cases} 111,2 \text{ cm} & \text{pour WT1} \\ 107,7 \text{ cm} & \text{pour WT5} \end{cases}$$

L'effort normal (NT) dans le tirant d'après le modèle de calcul est donné par la formule suivante :

$$- NT = \frac{M_o}{f}$$

TABLEAU IV - 5

P		30	40	50	60	70	80	90
WT1	NT modèle t	5,40	7,19	≡	10,79	≡	14,39	16,19
	NT essai t	5,45	6,78	≡	9,30	≡	11,76	12,95
WT5	NT modèle t	≡	7,65	9,56	11,48	13,39	15,30	≡
	NT essai t	≡	8,37	8,77	19,16	10,26	11,37	≡

L'effort normal NT* déduit des essais de Léonhardt - Walther a été déterminé par :

$$NT^* = \frac{M_o}{(Z)} \text{ mesurée}$$

La figure IV - 18 représente l'allure de l'effort normal dans le tirant (NT) obtenu par les essais (17) et d'après le modèle, pour la poutre WT1, en fonction de la charge d'essai (P). Celle-ci nous montre que le modèle de calcul donne des valeurs de NT proches des valeurs expérimentales. La figure IV-19, analogue à la figure précédente, est relative à la poutre WT5.

Elle nous montre que la valeur de l'effort normal, calculée à partir du modèle est légèrement supérieure à celle, des essais, dès la fissuration du béton d'où une certaine sécurité. Ceci nous confirme la validité de ce modèle dans le stade II (après fissuration du béton).

./.

C H A P I T R E V

ETUDE DE LA FISSURATION DES POUTRES PAROIS ISOSTATIQUES PAR LE MODELE DE CALCUL PROPOSE :

V. 1. - I N T R O D U C T I O N

Le problème de la fissuration des poutres parois en béton armé a été très peu étudié. Mais en milieu agressif, la fissuration est un facteur important pour l'étude de la résistance des poutres parois en béton armé dans le stade II.

La littérature et les normes existantes (3) (4) (5) (6) (7) (17) (18) proposent uniquement des dispositions constructives de ferrailage pour limiter et répartir la fissuration ; mais ne recommandent pas de modèle de calcul d'ouverture de fissures de flexion, distance entre fissures, pour ce type de poutre.

Par exemple les règles C C B 68 (3), actuellement applicables en Algérie, sont muettes à ce sujet, alors que les règles B A E L 80 (4) recommandent, tout simplement, de limiter les contraintes des aciers tendus aux mêmes valeurs relatives aux poutres très élancées. Ceci n'est pas si évident puisque les deux types n'obéissent pas aux mêmes lois de comportement (voir chapitre II).

Dans le chapitre précédent, un modèle de calcul constitué d'une voûte et d'un arc tirant a été défini et étudié pour le calcul de résistance des poutres parois isostatiques. Ce modèle d'arc-tirant nous donne une approche assez simple, pour la résolution du problème de fissuration de flexion des poutres parois isostatiques, soumises à des charges statiques et verticales.

V. 2. - Etudes actuelles de la fissuration
des éléments tendus en béton armé :

En service d'exploitation, les éléments de béton armé sont dimensionnés de façon que la contrainte des aciers soit de l'ordre de 150 à 280 M pa (3). Cette limite varie suivant la nature de l'acier et des conditions d'exposition de l'ouvrage. A ces contraintes, correspond un allongement relatif de l'ordre de 10^{-3} . Le béton, lié à l'acier par l'adhérence, ne peut pas subir cet allongement sans se rompre, et la fissuration est donc inévitable pour les contraintes usuellement admises dans l'acier. Dans ces conditions, il est bien évident que l'on ne peut pas compter sur la résistance du béton tendu. La fissuration, à peu près inévitable, du béton armé tendu est une notion importante et souvent mal comprise. Le but de l'étude de la fissuration est de limiter l'ouverture de fissures développées, de sorte qu'elle devienne compatible avec les conditions d'exploitation de l'ouvrage.

Pour prévoir l'apparition des fissures et en limiter l'ouverture, dans les éléments tendus en béton armé, plusieurs théories ont été proposées et vérifiées par les résultats de nombreux essais au laboratoire (29)(30) et par l'observation du comportement d'ouvrages réels en béton armé. Ces théories permettent de calculer l'espacement et l'ouverture des fissures, ce qui est nécessaire pour assurer la protection de l'acier vis-à-vis de corrosion et pour évaluer l'allongement des tirants.

a) - théorie de L. P. Brice (3) (22)

- L. P. Brice propose d'utiliser directement les résultats de la théorie générale de fissuration des traits (voir Annexe B), en adoptant l'hypothèse simplificatrice suivante :

La contrainte d'adhérence béton-acier sera supposée constante et égale à :

$$\tau_{(oc)} = \frac{2 \eta \sigma_{b_j}}{1 + 3 \frac{e_s}{e_b}}$$

(e_s et e_b sont les épaisseurs respectives des aciers et du béton que doit traverser une fissure pour se fermer).

b) - Règles C C B 6 8 (3) applicables en Algérie :

Ces règles recommandent pour le calcul d'ouverture moyenne des fissures, les formules suivantes :

• espacement moyen des fissures :

$$\Delta l = \frac{3 \phi}{\eta} \left(1 + \frac{1}{1000} \right) =$$

• ouverture moyenne de fissure :

$$W_m = \left(\sigma_{sp} - 0,45 \frac{\sigma_{b_s}}{\omega} \right) \frac{3 \phi}{E_s \eta} \left(1 + \frac{1}{1000} \right)$$

c) - Recommandations soviétiques (25) (31)

$$W \text{ (mm)} = K \cdot C_d \cdot \eta \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_a} \cdot 20 \cdot (3,5 - 100\mu) \sqrt[3]{d \text{ (mm)}}$$

• $C_d = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \text{si l'on tient compte des surcharges de courte durée et des actions peu prolongées, des charges permanentes et des surcharges de longue durée.} \\ 1,5 - \text{si l'on prend en considération les surcharges répétées et les actions prolongées des charges permanentes et de surcharges de longue durée pour des structures lourdes durcies à l'air.} \end{array} \right.$

• $K = 1.2$

./.

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{- barre } \sigma \text{ à haute adhérence} \\ 0,2 & \text{- fils } \sigma \text{ à haute adhérence et câbles torsadés} \\ 1,4 & \text{- armatures lisses.} \end{cases}$$

$\rho = \% \text{ des aciers (limité à } 0,02) , d = \text{diamètre des barres}$

d) Recommandations internationales (C E B) (5) (27)

• L'ouverture des fissures, sous charge statique, dans les tirants est donnée par :

$$W_{\max} = (1,50 c + 0,16 \frac{\phi}{100}) (\sigma_s - \frac{3}{\omega}) 10^{-4}$$

σ_s : contrainte des aciers après fissuration en MPa

c : enrobage des barres en m m

ϕ : diamètre en m m des barres

ω : % géométrique d'armatures du tirant

W_{\max} : ouverture maximale de fissure en m m.

V. 3. - Proposition d'une méthode d'évaluation
d'ouverture de fissures de flexion des
poutres parois isostatiques :

Dans le chapitre IV, un modèle de calcul des poutres parois isostatiques a été défini. Il décrit sensiblement le comportement des poutres essayées par Léonhardt (17) (18) (34) dans le stade II après fissuration. Ce modèle assez simple, constitué d'une voûte et d'un tirant nous permet d'évaluer l'ouverture moyenne des fissures, moyennant des hypothèses et simplifications.

La formule ainsi déduite du modèle de calcul sera confirmée par les résultats d'essais des poutres essayées par Léonhardt-Walther (17).

Étant donné que le processus de fissuration du béton est complexe et aléatoire, nous supposerons des hypothèses simplificatrices de la théorie générale de la fissuration d'un tirant (voir Annexe B) :

• La répartition de la contrainte d'adhérence développée par le béton - acier sera supposée constante (valeur moyenne) (voir figure IV - 1).

$$\tau(x) = \tau_{dm} = \text{constante}$$

• L'allongement relatif des aciers constituant le tirant sera constant, on adoptera une valeur moyenne (voir figure IV - 1)

$$\varepsilon_A(x) \approx \varepsilon_{sm} = \text{constante}$$

$$\varepsilon_{sm} = \psi \varepsilon_{sf}$$

avec :

ψ : coefficient inférieur à 1

La littérature (25) (26) nous montre que le coefficient ψ varie entre 0,8 et 1.

ε_{sf} : allongement relatif des aciers au niveau de la fissure

• l'allongement relatif au béton tendu sera négligé (voir figure IV - 1)

$$\varepsilon_{bt} \approx 0$$

• Les barres d'acier constituant l'armature principale du tirant actif ne glissent pas par rapport au Béton.

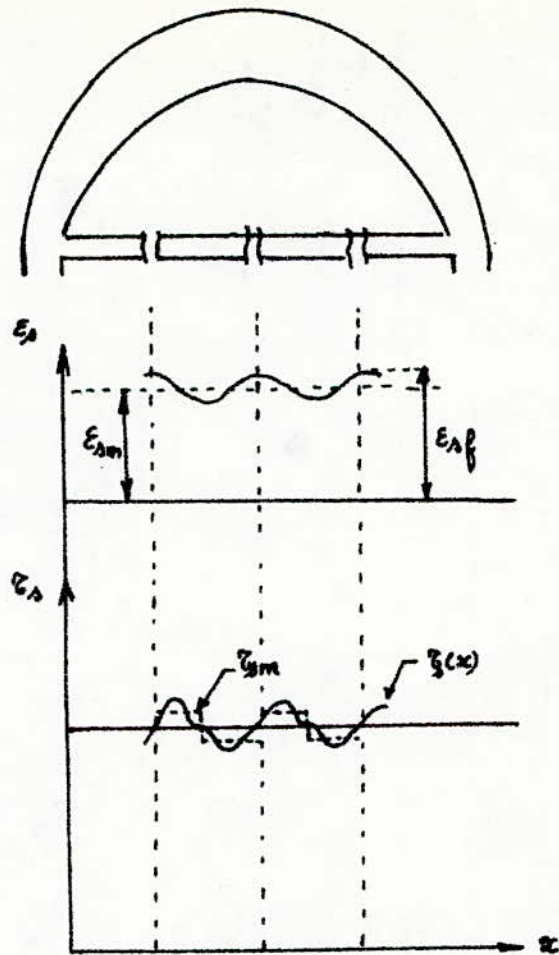


FIG-V-1

Variation de l'allongement (ϵ_s) des aciers tendus de la contrainte d'adhérence ζ_s ; le long du tirant ; d'après la théorie classique de la fissuration des tirants en béton armé.

L'espacement entre deux fissures consécutives, avec ces hypothèses et conformément à la théorie générale de la fissuration des tirants (voir Annexe B), sera donné par :

$$\Delta l = 2 \frac{B \sigma_{by}}{P \zeta_{dm}} \quad (1)$$

L'ouverture des fissures est la différence entre les allongements de l'acier et du béton soit :

$$W_m = \Delta l (\epsilon_{sm} - \epsilon_{btm})$$

or :

$$\epsilon_{btm} \sim 0 \quad \text{et} \quad \epsilon_{sm} = \psi \epsilon_{sf}$$

$$W_m \sim \psi \Delta l \epsilon_{sf}$$

Le modèle de calcul est constitué par une voûte et un tirant. La fissuration sera développée dans le tirant sous l'effort normal N_f .

$$N_f = \frac{M_o}{0,8 h - d} \quad (\text{voir chapitre IV})$$

L'allongement des aciers sollicités par N_f sera :

$$\epsilon_{sf} = \frac{N_f}{E_s A}$$

Ainsi l'ouverture moyenne des fissures développée dans le tirant sera donnée par :

$$W_m = 2 \psi \frac{\sigma_{by} N_f}{P \zeta_{dm} E_s W} \quad (2)$$

avec :

$$N_f = \frac{M_o}{0,8 h - d} \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour une charge uniformément répartie } (q) \\ N_f = \frac{q l^2}{8 (0,8 h - d)} \end{array} \right. :$$

Nous suggérons de prendre :

- $\psi = 0,9$ (valeur moyenne) (25) (31) (26)
- $\zeta_{dm} = \begin{cases} \sigma_{by} & \text{pour le cas d'emploi d'acier doux dans le tirant} \\ & (3) (4) (5) (6) \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{by} \\ \sigma_{by} \end{array} \right. & \text{pour le cas d'emploi d'acier à adhérence dans le tirant} \\ & (3) (4) (5) (6). \end{cases}$

Les différents règlements (3) (4) (5) (6) (7) (8) internationaux recommandent de prendre 1,6 pour la valeur de η (coefficient d'adhérence).

La formule précédente nous donne l'ouverture moyenne des fissures dans le tirant du modèle de calcul des poutres parois isostatiques. Pour s'assurer de sa validité, il est nécessaire de la vérifier par les résultats d'essais des poutres parois. Le rapport d'essais (17) des poutres parois effectués par Léonhardt - Walther donnent les valeurs des ouvertures moyennes de fissures enregistrées lors des essais en fonction de la charge P d'essai (voir Annexe C).

VA - Comparaison des résultats donnés
par la formule et ceux des essais de
Léonhardt - Walther :

Dans les poutres essayées WT1, WT2, WT3, WT4, WT5, WT6 et WT7, Léonhardt et Walther ont employé des aciers longitudinaux à haute adhérence. Le coefficient d'adhérence ' η ' sera égal à 1,6.

La formule que nous proposons (voir V - 3) s'écrira pour ces poutres

$$w_m = 2 \times 0,9 \frac{\sigma_{by} N}{\eta \times 1,6 \sigma_{by} E_s \omega}$$

./.

Avec $h = \text{Min} (ht, l) = \text{Min} (160 ; 144)$
 $h = 144 \text{ cm}$

et $Z = 0,8 h - d$ soit $Z = (155,2 - d) \text{ cm}$

$E_s = 2,1 \cdot 10^6 \text{ Kg / cm}^2$

a) - Poutres WT1, WT2, WT1_b :

Nous avons $A = 2,01 \text{ cm}^2$
 $d = 4 \text{ cm}$
 $B = 80 \text{ cm}^2$ (section du tirant)
 $p = 10,05 \text{ cm}$
 $\omega = 0,025$
 $W_m = 1,125 \frac{M}{(0,8 h - d) p \omega E_s}$

Nous avons montré dans le chapitre IV que le moment à mi-travée de ces poutres essayées est donné par : $M_0 = 20 P$

$W_m = 1,125 \frac{20 P}{(0,8 \times 144 - 4) 10,05 \times 0,025 \times 2,1 \cdot 10^6}$

$W_m = 3,834810^{-7} P$

(
 W exprimé en cm
 P en Kg

P en t	30	40	60	75	80	100	120
W_m en mm	0,12	0,15	0,23	0,29	0,31	0,38	0,46

Tableau V - 1 : - Valeur de ' W_m ' selon la formule déduite du modèle appliqué aux poutre WT1 - WT1 - b - WT2 ; en fonction de la charge d'essai P.

b) - Poutres W T 3 , W T 4 :

$$A = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$d = 11,5 \text{ cm}$$

$$B = 220 \text{ cm}^2$$

$$\omega = \frac{A}{B} = 0,018$$

$$P = 20,1 \text{ cm}$$

$$M_0 = 20 P$$

$$W_m = \frac{1,125 \times 20 \times P}{(0,8 \times 144 - 11,5) \times 0,018 \times 20,1 \times 2,110^6}$$

$$W_m = 2,8557 \cdot 10^{-7} P \quad P \text{ en Kg} ; W_m \text{ en cm}$$

P (t)	30	40	60	80
W _m mm	0,09	0,11	0,17	0,23

P (t)	100	150	170
W _m mm	0,29	0,43	0,49

Tableau V - 2 : Valeur de 'W_m' selon la formule déduite du modèle appliqué aux poutres WT3, WT4, en fonction de la charge d'essai P.

./.

c) poutre W T 5 et W T 6 :

$$A = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$d = 4 \text{ cm}$$

$$B = 320 \text{ cm}^2$$

$$W = 0,00628$$

$$p = 10,05 \text{ cm}$$

$$M_0 = 20,6 P \text{ (voir chapitre IV)}$$

$$W_m = \frac{1,125 \times 20,6 \times P}{(0,8 \times 144 - 4) \times 0,00628 \times 10,05 \times 2,110^6}$$

$$W_m = 1,5724 \cdot 10^{-6} P \quad W \text{ en cm ; } P \text{ en Kg}$$

P (t)	30	40	60	80	100
W mm	0,47	0,63	0,94	1,26	1,57

Tableau V - 3 : - Valeur de 'W_m' selon la formule déduite du modèle appliquée aux poutres W T 5 - W T 6 ; en fonction de la charge d'essai P.

d) Poutre W T 7 :

$$A = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$B = 615 \text{ cm}^2$$

$$W = 0,0065$$

$$p = 20,1 \text{ cm}$$

$$M_0 = 20,6 P \text{ (voir chapitre IV)}$$

$$W_m = \frac{1,125 \times 20,6 \text{ P}}{(0,8 \times 144 - 7,5) \times 0,0065 \times 20,1 \times 2,110^{+6}}$$

$$W_m = 7,8428 \cdot 10^{-7} \text{ P} \quad \text{Pen Kg ; W en cm}$$

P (t)	30	40	60	80	100
W _m mm	0,24	0,31	0,47	0,63	0,78

Tableau V - 4 : - valeur de 'W_m' selon la formule déduite du modèle appliquée à la poutre WT7 ; en fonction de la charge d'essai P.

Le rapport des essais (17) de Léonhardt - Walther donne les résultats suivants pour les différentes poutres essayées (voir Annexe C)

• Poutre W T 1 :

P (t)	40	50	75	57,5
W _m mm	0,07	0,08	0,20	0,46

• Poutre W T 2 :

P (t)	50	75	95	119,5
W _m mm	0,06	0,12	0,20	0,58

- Poutre W T 3 :

P (t)	60	75	100	129
W_m mm	0,08	0,09	0,12	0,16

- Poutre W T 4 :

P (t)	50	75	100	125	150	170
W_m mm	0,04	0,07	0,09	0,13	0,26	0,60

- Poutre W T 5 :

P (t)	50	60	75	100,3
W_m mm	0,10	0,20	0,35	0,85

- Poutre W T 6 :

P (t)	50	60	75	100,8
W_m mm	0,14	0,21	0,23	1,02

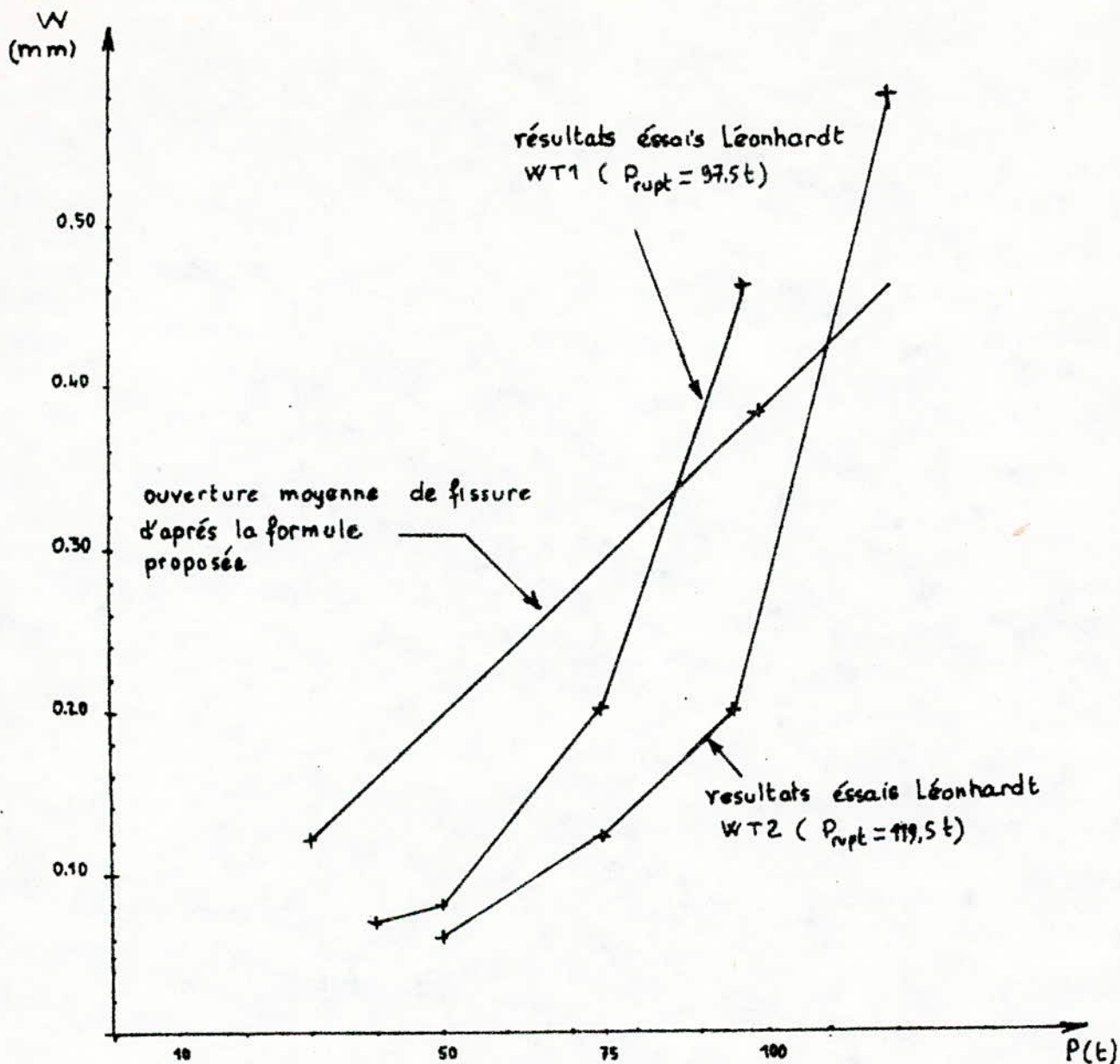


FIG-V-2

Représentation de l'ouverture moyenne des fissures donnée par la formule déduite du modèle, et celle obtenue par les essais de Stuttgart, dans les poutres (WT1, WT2) en fonction de la charge d'essai (P).

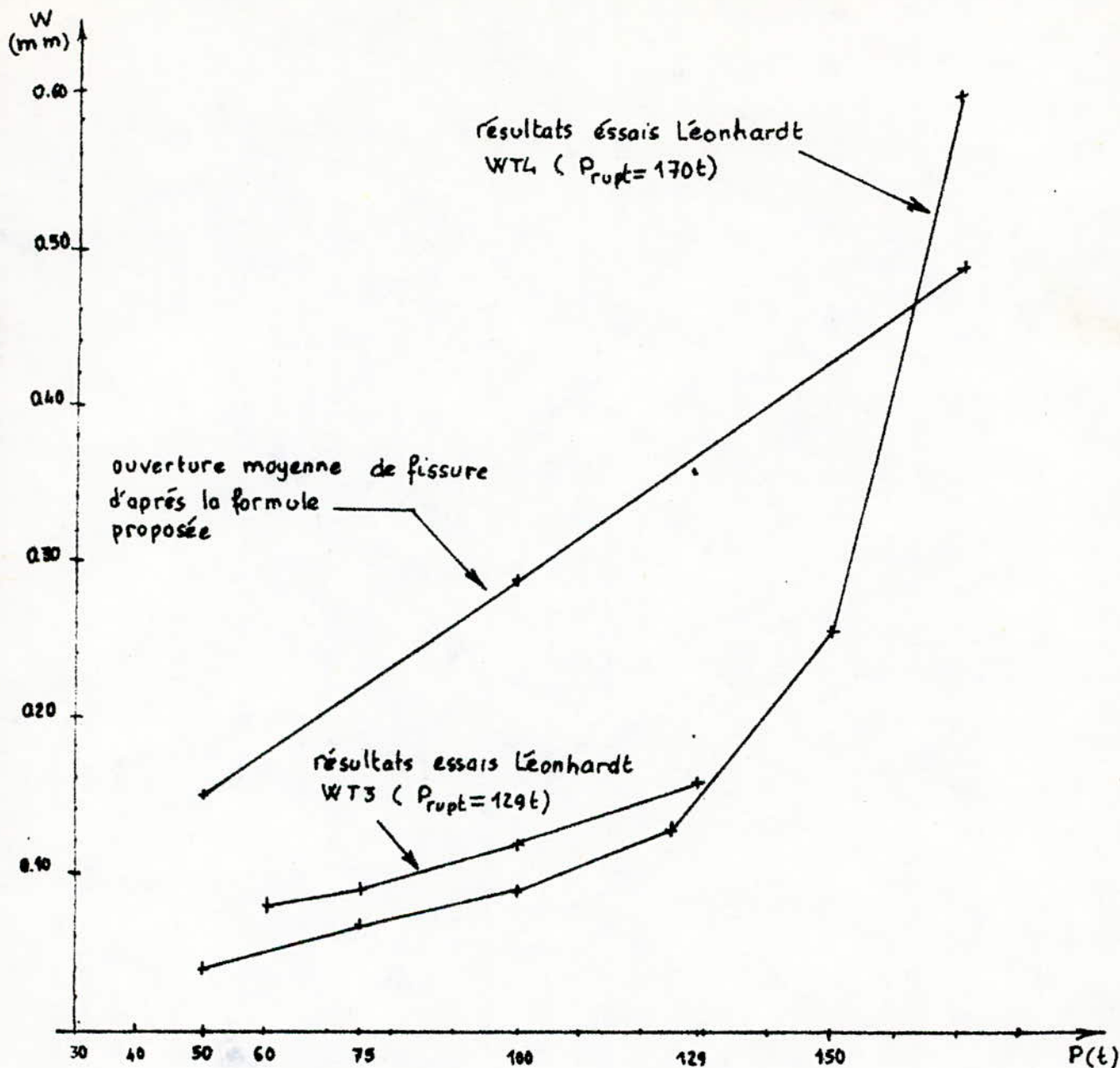


FIG-V-3

Représentation de l'ouverture moyenne des fissures donnée par la formule déduite du modèle, et celle obtenue par les essais de Stuttgart, dans les poutres (WT3, WT4) en fonction de la charge d'essai (P).

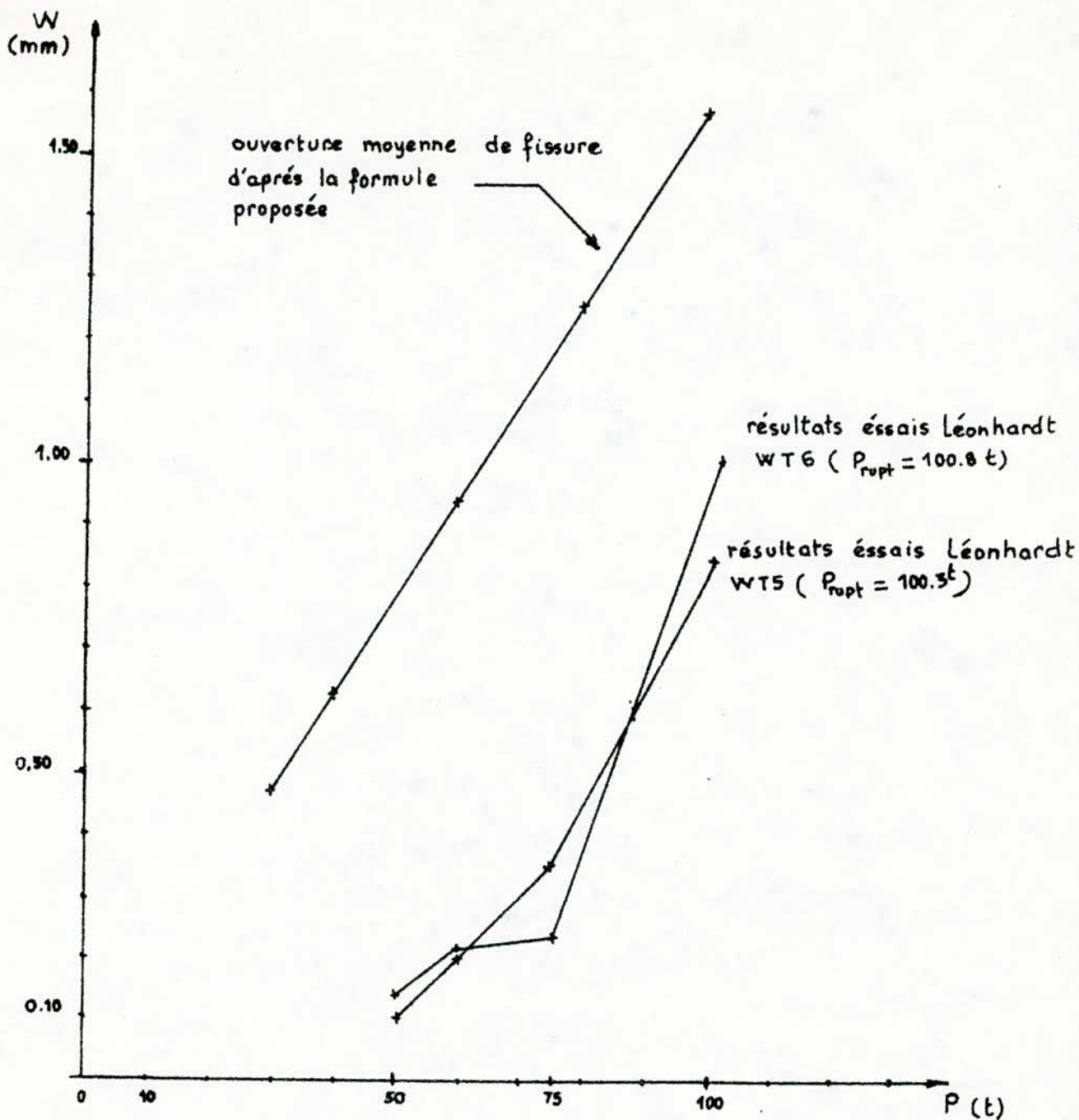


FIG-V-4

Représentation de l'ouverture moyenne des fissures donnée par la formule déduite du modèle, et celle obtenue par les essais de Stuttgart, dans les poutres (WT5, WT6) en fonction de la charge d'essai (P).

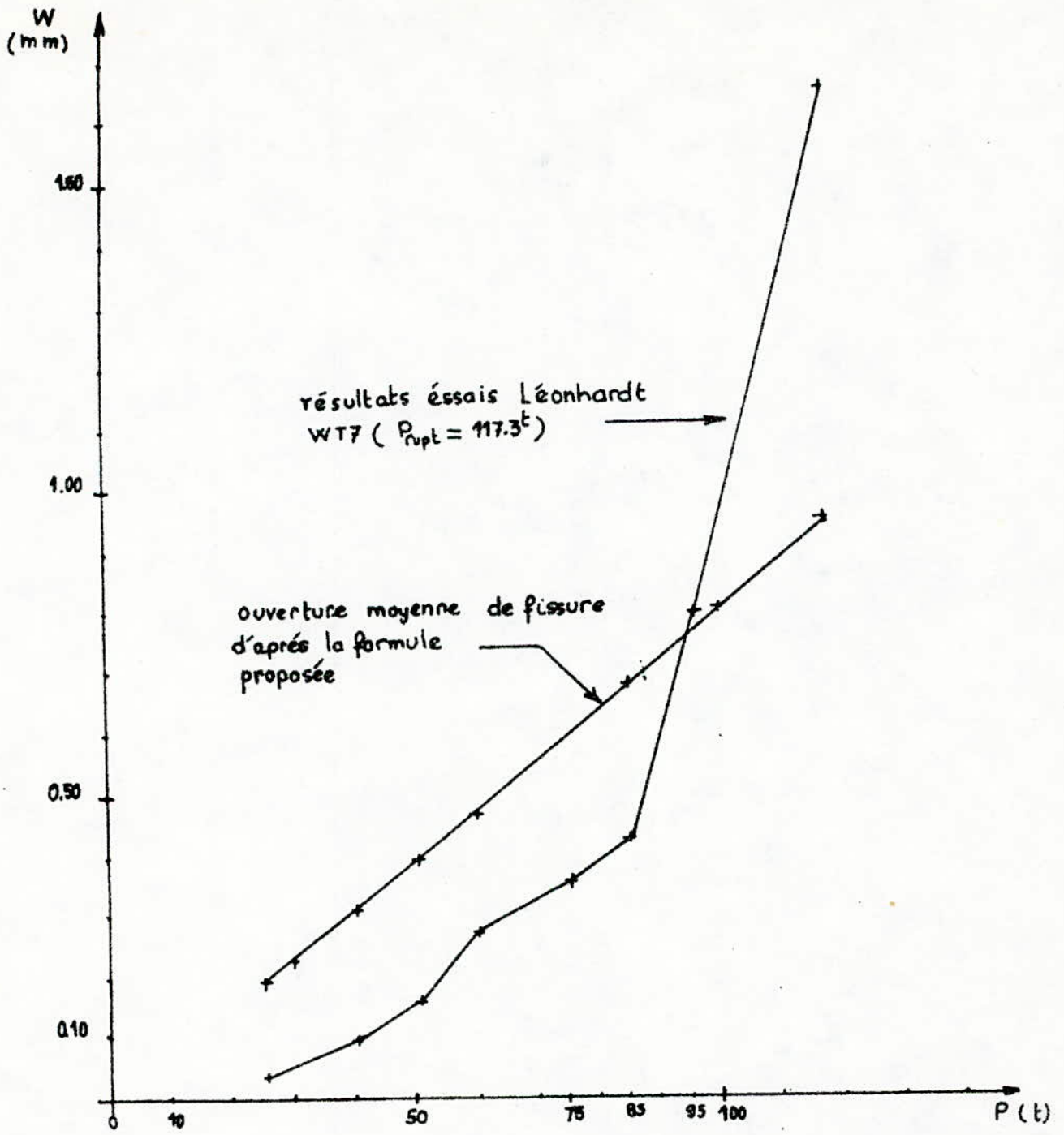


FIG-V-5

Représentation de l'ouverture moyenne des fissures donnée par la formule déduite au modèle, et celle obtenue par les essais de Stuttgart, dans la poutre WT7, en fonction de la charge d'essai P.

• Poutre W T 7 :

P (t)	25	43	50	60	75	85	117,38
W_m mm	0,04	0,10	0,16	0,27	0,36	0,43	1,66

Pour comparer les résultats donnés par la formule (2) et ceux des essais de Léonhardt, nous avons tracé les courbes (voir figures V-2 à V-5) donnant l'ouverture des fissures moyenne u en fonction de la charge P d'essai. Ces courbes nous permettent de constater que la formule (2), déduite du modèle de calcul proposé, donne des ouvertures moyennes de fissures légèrement supérieures aux résultats d'essais, tant que la charge (P) d'essai n'est pas proche de la charge de rupture.

D'après la réglementation internationale (3) (4) (5) (6) l'ouverture moyenne de fissure est limitée à :

- 0,4 mm cas de fissuration peu nuisible
- 0,2 mm cas de fissuration préjudiciable
- 0,1 mm cas de fissuration très préjudiciable

Ces courbes (figure V-2 à V-5) nous montrent que les charges (P) pour lesquelles l'ouverture moyenne de fissure reste inférieure à 0,4 mm (5), ouverture moyenne limite dans le cas d'une fissuration peu nuisible ; la formule (2) donne des valeurs supérieure, légèrement, aux résultats d'essais de Léonhardt - Walther (17) ; ce qui nous place en sécurité.

V. 5.

Vérification avec formule du C C B A 68 (3)

sur un exemple de poutre frontière à $\frac{ht}{l} = 0,5$:

Afin de généraliser ce modèle de calcul pour toutes les poutres parois ($0,5 \leq \frac{ht}{l} \leq 1$ et $\frac{ht}{l} > 1$) on a considéré un exemple de poutre frontière à $\frac{ht}{l} = 0,5$; qui peut être assimilée soit à une poutre très élancée, soit à une poutre paroi.

Les caractéristiques géométriques de cet exemple de poutre sont les suivantes :

- $l' = 1,60$ m $l = 1,40$ m
- $ht = 0,70$ m
- $A = 6$ H A 16 (ferraillage longitudinal)
- $d = 7$ cm
- $q =$ charge uniformément répartie

a) calcul des ouvertures moyennes de fissures
d'après la formule du C C BA68, relative
à des poutres très élancées :

- les règles C C B A 68 (3) recommandent un bras de levier

$$\bar{\delta} = \frac{ht}{0,9 \left(1 + \frac{2}{3} \frac{ht}{l}\right)}$$

$$\bar{\delta} = 0,833 ht$$

./.

La formule déduite de la théorie générale de la fissuration des tirants, proposée dans le C C B A 68 en annexe (3), est la suivante :

$$w_m = \left(\sigma_f - \frac{0,45 \sigma_{bj}}{\omega_f} \right) \frac{3\phi}{\epsilon_s \eta} \left(1 + \frac{1}{10 \omega_f} \right)$$

Dans le cas d'un béton courant, dosé à 350 Kg/m³, on aura alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{bj} = 5,9 \text{ Kg/cm}^2 \\ \sigma_{b0} = 68,8 \text{ Kg/cm}^2 \\ \sigma_{bj} = 137,5 \text{ Kg/cm}^2 \end{array} \right.$$

$$\bullet \sigma_f = \frac{M}{Z_A}$$

$$\bullet M = \frac{q l^2}{8} = q \frac{140^2}{8}$$

$$\bullet M = 2450 q \quad \begin{array}{l} M \text{ en Kg cm} \\ \text{et } q \text{ en Kg/cm} \end{array}$$

$$\bullet \sigma_f = \frac{2450 q}{0,833 \times 70 \times 12,06} \Rightarrow \sigma_f = 3,484 q$$

σ_f en Kg / cm²
 et q en Kg/cm

$$\bullet \omega_f = \frac{A}{B_f} = \frac{12,06}{14 \times 25}$$

$$\omega_f = 0,0345$$

$$\phi = 16 \text{ mm}$$

$$\eta = 1,6 \quad (\text{acier } \circ \text{ à haute adhérence})$$

d'où :

$$M_m = \left[3,484 q - 0,45 \frac{5,9}{0,0345} \right] \frac{x \ 3 \ x \ 1,6}{2,110^6 \ x \ 1,6} \left(1 + \frac{1}{10 \ x \ 0,0345} \right)$$

$$M_m = 1,9404 \ 10^{-5} q - 4,28610^{-4}$$

W en cm ; q en Kg / cm

Déterminons l'intervalle des valeurs de la charge uniforme q :

- q_f : charge de fissuration
- q_r : charge limite admissible

Juste avant fissuration, le diagramme des contraintes est linéaire. La valeur des contraintes aux fibres extrêmes est de $\sigma_{bf} = 5,9 \text{ Kg/cm}^2$.

Si on néglige la contribution des aciers:

$$\bullet \ M_{\text{fissuration}} = \frac{\sigma I}{v} = 5,9 \frac{25 \frac{70^3}{12}}{\frac{70}{2}}$$

$$\bullet \ M_f = \frac{q l^2}{8} \implies q_f = \frac{8 M_f}{l^2}$$

$$\bullet \ q_f = \frac{8 \ x \ 1,20410^5}{(140^2)}$$

$$\bullet \ q_f = 49 \text{ Kg / cm}$$

./.

• la charge uniforme limite admissible (q_L) sera telle que :

$$\begin{aligned}
 M_R &= Z \bar{\sigma}_q A = \frac{q_L l^2}{8} \\
 &= \frac{8 (Z \bar{\sigma}_q A)}{l^2} \\
 &= \frac{8 \times 0,833 \times 70 \times 2800 \times 12,06}{(140)^2}
 \end{aligned}$$

$$q_L = 803 \text{ Kg Kf Kg / cm}$$

$$M_f \leq M \leq M_R \text{ —————) } 49 \leq q \leq 803 \text{ Kg/cm}$$

b) - Calcul de l'expression des ouvertures moyennes de fissure d'après la formule

(2) déduite du modèle de calcul proposé :

$$W_m = 1,125 \frac{M}{p E_s w_f}$$

$$N = \frac{q l^2}{8 f} = \frac{q (140)^2}{8 (0,8 \times 70 - 7)}$$

$$N = 50 q \quad q \text{ en Kg / cm ; } N \text{ en Kg}$$

$$w_f = 0,0345$$

$$p = 30,14 \text{ cm} \quad (6 \times 3,14 \times 1,6)$$

$$W_m = 2,575 q \cdot 10^{-5} \quad q \text{ en Kg/cm} \quad W_m \text{ en cm}$$

Les courbes de la figure (V-6) représentant l'expression de l'ouverture moyenne des fissures par la formule (2) du modèle de calcul et par la formule du C C B A 68 (3).

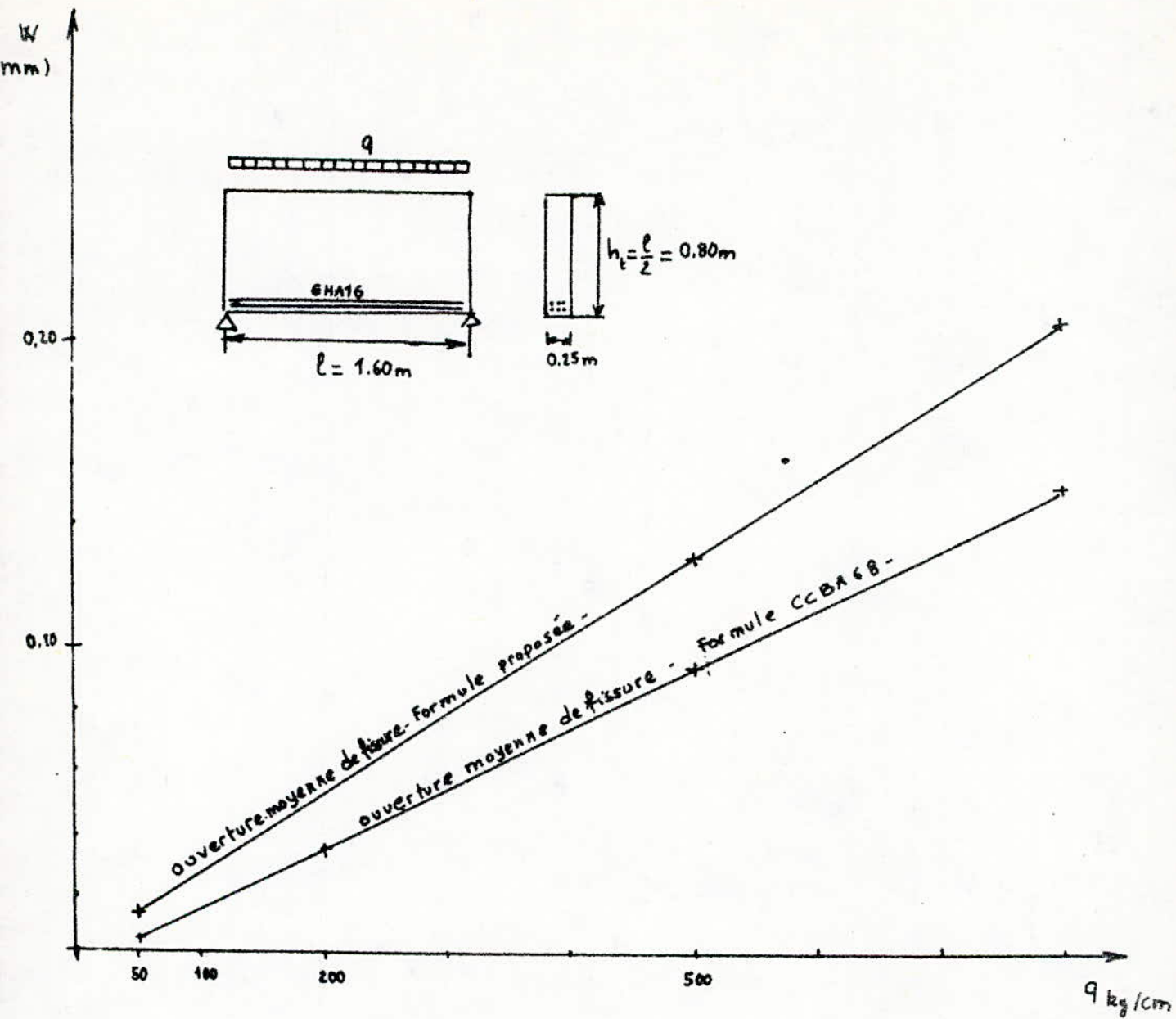


FIG - V-6

Représentation de l'ouverture moyenne des fissures donnée par la formule déduite du modèle, et celle du CCBA 68, pour une poutre à élancement moyen ($\frac{h_e}{l} = 0.5$), en fonction de la charge uniforme (q) appliquée.

Ces courbes nous montrent que la formule (2) établie pour les poutres parois isostatiques, déduite du modèle de calcul, donne des valeurs légèrement supérieures à celles de la formule du C C B A 68 (3).

En conclusion, la formule (2) déduite du modèle de calcul, défini dans le chapitre précédent, constitue une enveloppe de l'ouverture moyenne des fissures de flexion pour les poutres parois, en béton armé, isostatiques sollicitées par des charges verticales et statiques.

CONCLUSION

La théorie de l'élasticité (1) (12) étudie les poutres parois en béton armé dans le premier stade, avant la fissuration du béton, et donne une solution mathématique directement utilisable dans certains cas particuliers des conditions d'appui. L'ingénieur doit faire appel au calcul automatique pour cette résolution.

Par ailleurs les essais de Bay, Klingroth, Léonhardt-Walther, ont montré que le domaine pratique d'utilisation de cette méthode est limité pour les poutres parois en béton armé, du fait de la fissuration qui entraîne un comportement non linéaire du béton et de l'acier.

Les normes actuelles de béton armé (3) (4) (5) (6) donnent des règles de calcul relatives à cette catégorie de poutre, basées essentiellement sur les calculs élastiques complétées toutefois par des dispositions constructives de ferrailage déduites des résultats d'essais (14) (15) (16) (17).

L'analyse des études antérieures et des normes (3) (4) (5) (6) (7) (8) en vigueur pour ce type d'ouvrage, faite dans la présente étude montre que les méthodes actuelles de calcul du dimensionnement et de la fissuration de ces poutres dans le deuxième stade sont insuffisantes. Dans la première partie de ce présent travail, une analyse comparative des résultats de l'élasticité et des essais (18) (15) (16) (17) a permis de définir un modèle de calcul basé en particulier sur les résultats des calculs élastiques et surtout sur les résultats d'essais de Léonhardt - Walther. Ce modèle, constitué par un système de voûte et d'un tirant actifs décrit de façon satisfaisante le comportement réel de ces poutres dans le deuxième stade.

La détermination des efforts à partir de ce modèle permet d'obtenir le dimensionnement des poutres parois.

./.

La voûte détermine la compression du béton et le tirant la traction des aciers principaux.

Ce modèle permet aussi d'étudier la fissuration des poutres parois isostatiques sollicitées par des charges uniformes verticales statiques ; et donne l'espacement des fissures, et leur ouverture moyenne.

Le modèle est applicable à des poutres parois d'élançement quelconque, et lorsque l'élançement diminue, les résultats restent en bonne concordance avec les calculs et normes relatifs aux poutres ordinaires.

Le modèle reste valable pour le calcul de l'effort normal dans le tirant et le calcul des ouvertures moyennes des fissures que la charge soit appliquée à la partie supérieure ou à la partie inférieure de la poutre.

Le modèle de calcul ainsi établi est d'utilisation commode pour les ingénieurs des bureaux d'études, il peut apporter un complément utile aux règlements actuels de calcul des ouvrages en béton armé et notamment au futur code de béton algérien (R B A) en cours d'élaboration.

Des recherches complémentaires pourraient être faites en vue d'étudier ce modèle de calcul pour le cas de poutres parois continues sollicitées par des charges verticales statiques.

Une extension dans le cas des charges cycliques pourrait être également envisagée en vue d'étudier le comportement sismique des planchers de bâtiments courants qui peuvent être modélisés par des poutres parois horizontales.

A.1 Hypothèses :

- 1 - matériau homogène - isotrope - élastique
- 2 - la vitesse des charges est négligeable
- 3 - les charges sont appliquées sur la ligne moyenne distribuées uniformément sur l'épaisseur
- 4 - les termes du second ordre sont négligés
- 5 - les déformations des points constituant le plan moyen restent petites devant l'épaisseur de la paroi.
- 6 - on suppose un état plan de contraintes, les composantes perpendiculaires au plan moyen sont prises nulles.
- 7 - les contraintes et déformations parallèles au plan moyen sont constantes sur l'épaisseur.
- 8 - les déplacements parallèles au plan moyen sont ceux des points du plan moyen.
- 9 - le déplacement d'un point du plan moyen qui lui est perpendiculaire est nul.

A.2 Equations statiques

soient $X(x,y) dx dy$; $Y(x,y) dx dy$ forces agissantes sur l'élément $(e) dx dy$ (voir figure A-1)

En écrivant l'équilibre statique de cet élément et en utilisant la théorème de réciprocity des contraintes, on aboutit aux équations suivantes :

$$1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N_x(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}(x,y)}{\partial y} = -X(x,y) \\ \frac{\partial N_y(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}(x,y)}{\partial x} = -Y(x,y) \end{array} \right.$$

./.

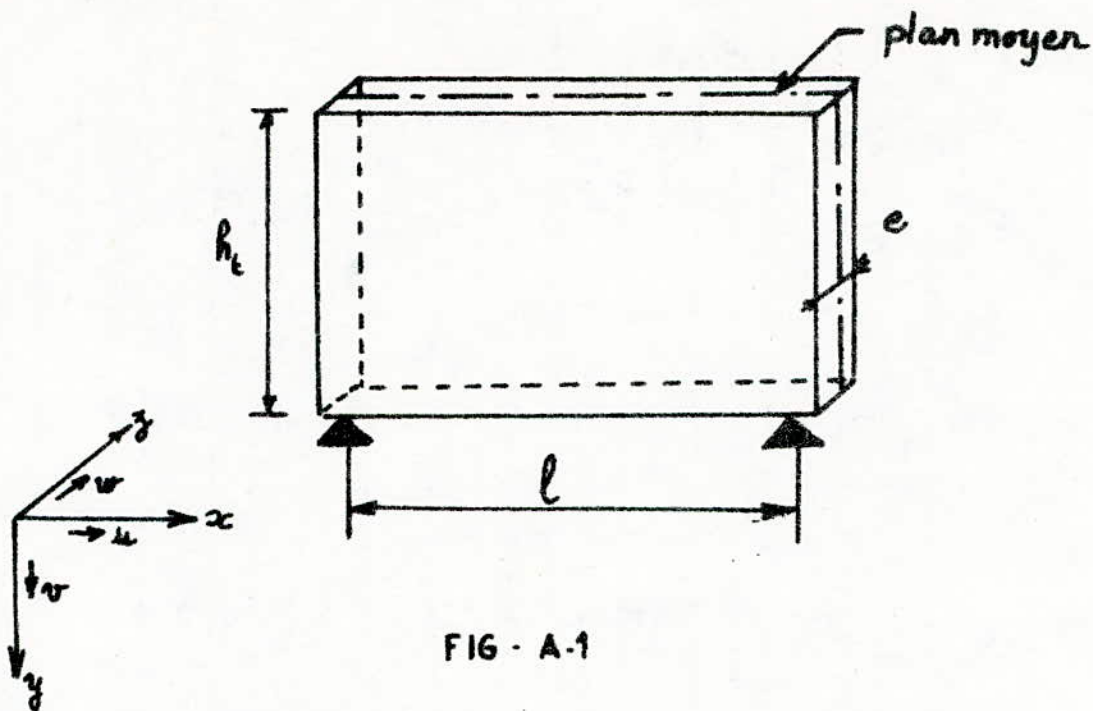


FIG - A-1

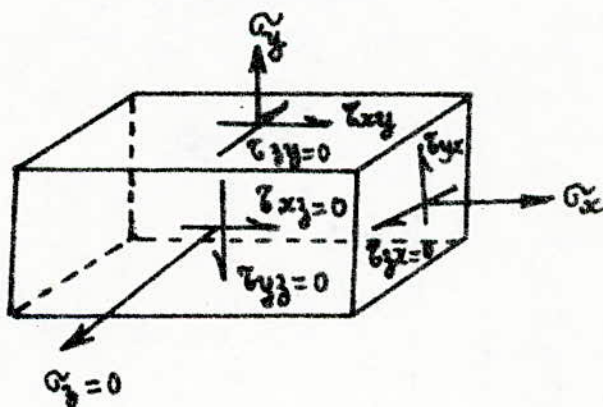


FIG - A-2

Le problème est statiquement indéterminé, nous avons trois inconnues, N_x , N_y , T_{xy} , avec seulement deux équations. Il est nécessaire de trouver une troisième équation en faisant appel aux conditions de compatibilité des déformations.

A.3; • Equation de compatibilité de déformation

Puisqu'il s'agit d'un milieu continu, cette équation exprimera une relation entre les déplacements relatifs E_x ; E_y et l'angle de glissement

On a :

$$E_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \quad E_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{et} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

la condition de compatibilité de déformation se traduit par :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0$$

, elle exprime la relation qui doit exister entre les déformations relatives E_x , E_y et γ_{xy} pour assurer l'existence des fonctions de déplacements u et v .

□ Cette équation peut être transformé en faisant apparaître que les efforts linéaires N_x , N_y et T_{xy} en utilisant les équations généralisées de Hook :

$$\bullet E_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y)$$

$$\bullet E_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x)$$

$$\bullet \gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

• ν = coefficient de poisson

• E : module de young longitudinal

• G : " " transversal

Ainsi on arrive à l'équation suivante :

$$(2)-) \quad \frac{\partial^2 N_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N_y}{\partial x^2} - \nu \left(\frac{\partial^2 N_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N_x}{\partial x^2} \right) - 2(1+\nu) \frac{\partial^2 T_{xy}}{\partial x \partial y} = 0$$

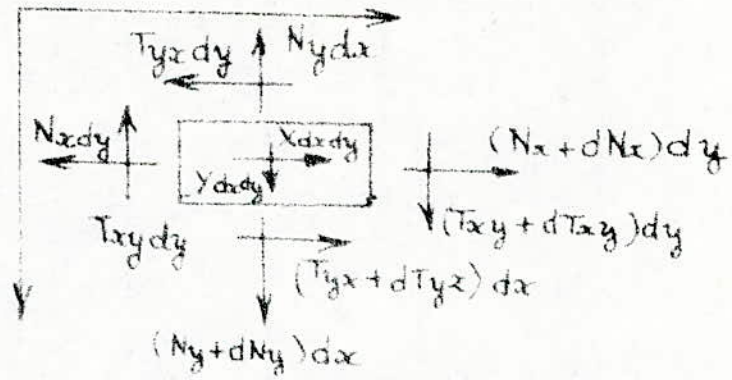


FIG. A-3

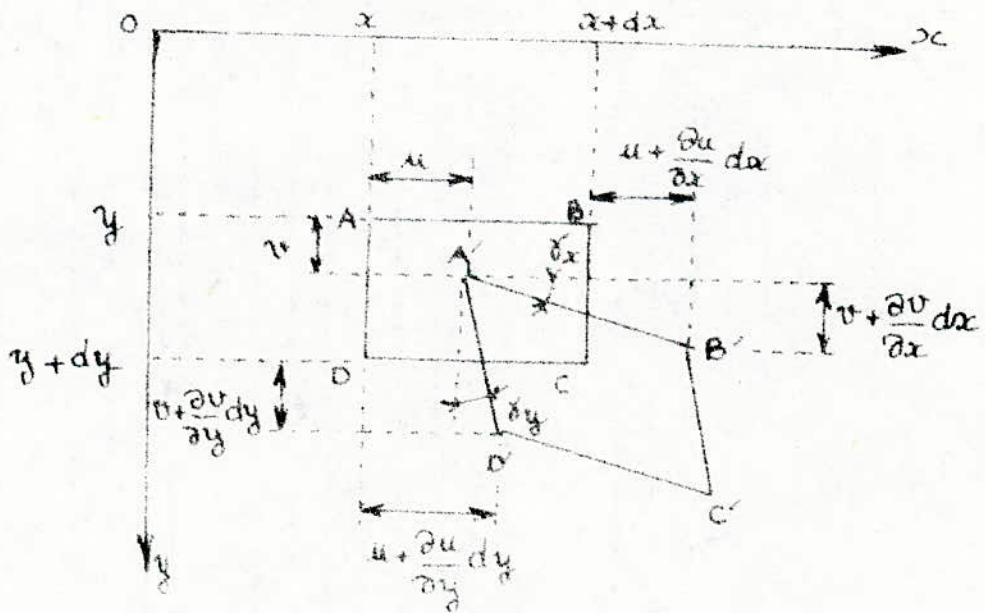


FIG. A-4

L'équation de compatibilité de déformation (2) complète ainsi le système d'équation (1) pour la détermination de N_x , N_y et T_{xy} .

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = -X(x, y) \\
 & \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} = -Y(x, y) \\
 & \frac{\partial^2 N_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N_y}{\partial x^2} - \nabla^2 \left(\frac{\partial N_y}{\partial y^2} + \frac{\partial N_x}{\partial x^2} \right) - 2 \\
 & (1 + \nu) \frac{\partial^2 T_{xy}}{\partial x \partial y} = 0
 \end{aligned} \right\} \\
 & \text{avec} \\
 & \bar{\sigma}_x = \frac{N_x}{e}, \quad \bar{\sigma}_y = \frac{N_y}{e} \quad \text{et} \quad \bar{\tau}_{xy} = \frac{T_{xy}}{e}
 \end{aligned}$$

A.4 Solution des poutres avec la fonction d'Airy $F(x, y)$

A partir du système (3) on peut montrer que l'on peut écrire :

$$\nabla^2 (N_x + N_y) = - (1 + \nu) \left(\frac{\partial X(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial Y(x, y)}{\partial y} \right)$$

Le théoricien anglais Airy proposa en 1862 d'exprimer toutes les composantes des efforts internes à l'aide d'une seule fonction inconnue $F(x, y)$ sous la forme :

$$(4) \quad N_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad N_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \text{et} \quad T_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} - Xy$$

L'utilisation de cette fonction d'Airy $F(x, y)$ permet d'éviter l'intégration du système (3) d'équations différentielles et de se ramener à l'intégration d'une seule équation différentielle qui est la suivante :

$$(5) \quad \frac{\partial^4 F(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F(x, y)}{\partial y^4} = 0$$

./.

Le problème revient ainsi à intégrer l'équation (5) en tenant compte des conditions aux limites. Il est très difficile de trouver l'expression d'une solution mathématique, c'est pour cela que l'on fait appel aux méthodes d'analyse numérique (méthode des différences finies).

Théorie classique de la fissuration des tirants
en béton armé

Désignons par (Δl) l'espacement entre fissures consécutives d'un tirant en béton armé (voir figure). Au droit d'une fissure la contrainte du béton est nulle ; l'armature de section A, supporte seule l'effort de traction (Nf) engendrant la fissuration. La contrainte dans l'armature sera donnée donc par :

$$\sigma_{sf} = \frac{Nf}{A}$$

Dans une section d'abscisse (x), l'effort (Nf) sera repris par l'armature et le béton, on aura :

$$Nf = A \sigma_s(x) + B \sigma_b(x) \quad (\text{voir figure})$$

En s'éloignant de la section fissurée, l'acier transmet une partie de l'effort 'Nf' par adhérence au béton c'est-à-dire on peut écrire :

$$\bullet \quad N_b(x) = B \sigma_b(x) = \int_0^x \tau p \, dx$$

soit

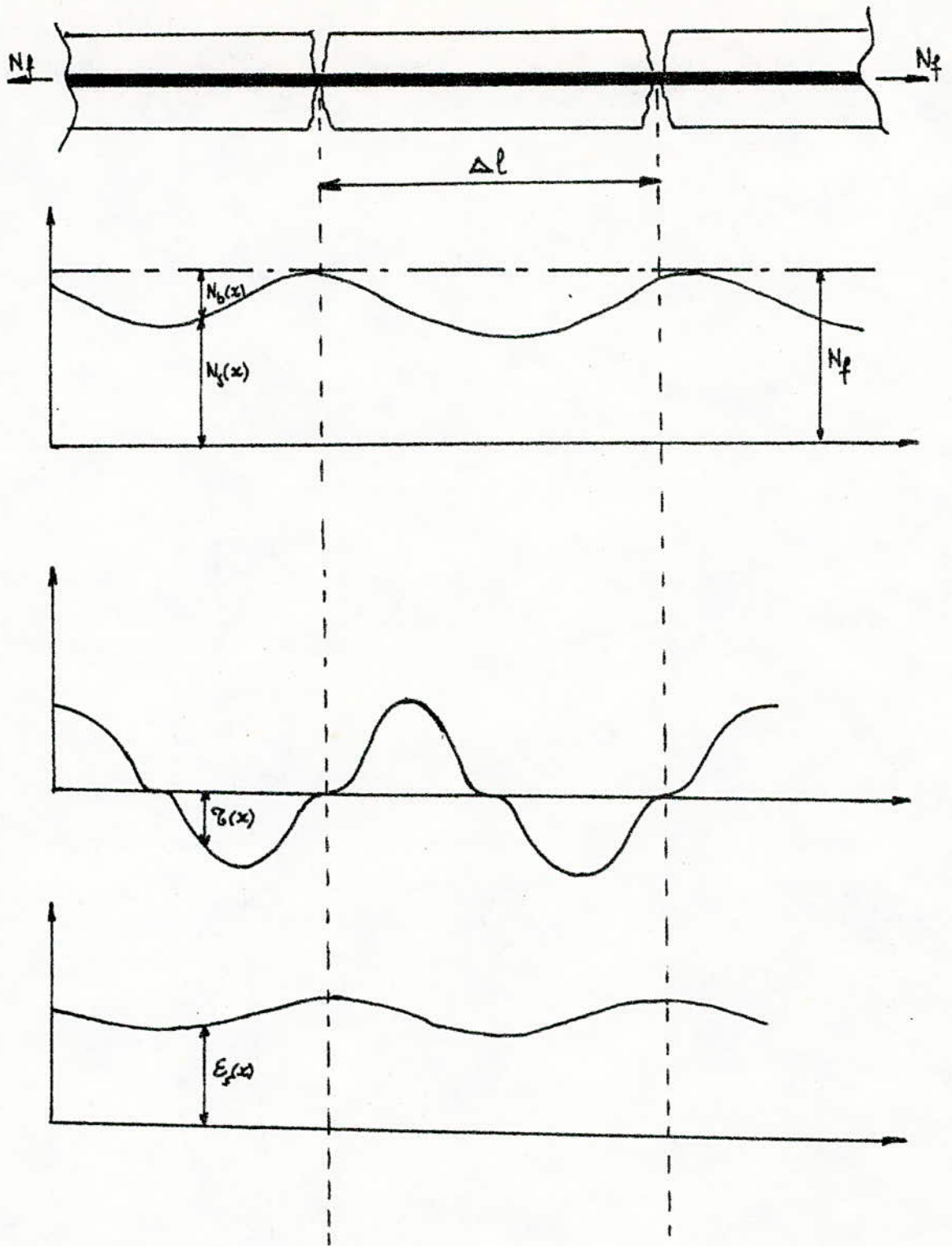
$$\boxed{\sigma_b(x) = \frac{1}{B} \int_0^x \tau p \, dx}$$

s'il apparaît une fissure, ce sera dans une section d'abscisse (x) où l'on aura $\sigma_b(x) = \sigma_{bj}$, c'est-à-dire pour $x = \Delta l/2$

$$\sigma_b\left(\frac{\Delta l}{2}\right) = \sigma_{bj}$$

$$\boxed{\sigma_{bj} = \frac{1}{B} \int_0^{\Delta l/2} \tau x p \, dx}$$

posons $\tau(x) = \tau_1 f\left(\frac{x}{\Delta l}\right)$ $\tau_1 = \text{constante}$



Alors on obtient :

Δl_{\max} = espacement maximum entre deux fissures consécutives.

$$\Delta l_{\max} = C_1 \frac{B}{P} \frac{\sigma_b}{\sigma_1}$$

avec $C_1 = \frac{1}{\int_0^{1/2} f\left(\frac{x}{\Delta l}\right) d\left(\frac{x}{\Delta l}\right)}$

l'ouverture des fissures sera donnée par la formule suivante dans le cas où l'on suppose qu'il n'y a pas glissement entre le béton et l'acier.

$$W = 2 \int (\epsilon_s - \epsilon_b) dx$$

soit $W = \frac{\Delta l}{E_s} (\sigma_s f - C_2 \frac{B}{A} \sigma_b)$

avec $C_2 = \frac{\int_0^{1/2} f\left(\frac{x}{\Delta l}\right) d^2\left(\frac{x}{\Delta l}\right)}{\int_0^{1/2} f\left(\frac{x}{\Delta l}\right) d\left(\frac{x}{\Delta l}\right)}$

RESUME DES RESULTATS D'ESSAIS DE LEONHARDT - WALTHER -17-

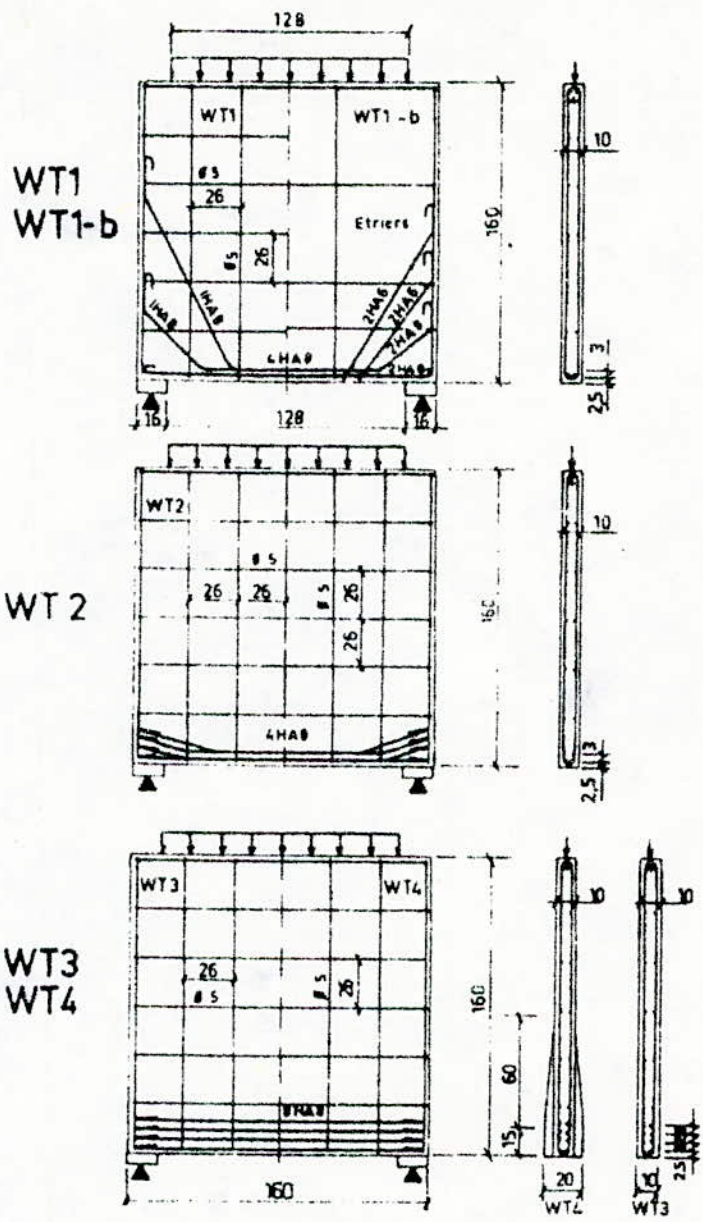
FIG. C1 - C2 / : Représentation des Caractéristiques Géométriques et du Ferrailage des poutres essayées.

FIG/ C3 - C4 / : Représentation des résultats allongement et contraintes
C4bis / dans les aciers enregistrés lors des essais pour les poutres
WT1 WT2 WT4 WT5 WT6 .

FIG. C5 - C6 / : Représentation des résultats contraintes (X) dans le béton enregistrés lors des essais pour les poutres WT1 et WT5 pour la section à mi-travée.

FIG. C7 - C8 / : Représentation des résultats d'ouverture des fissures pour les différentes poutres essayées dans la section mi-travée.

FIG. C9 - C10 / : Représentation des schémas de rupture des différentes poutres.



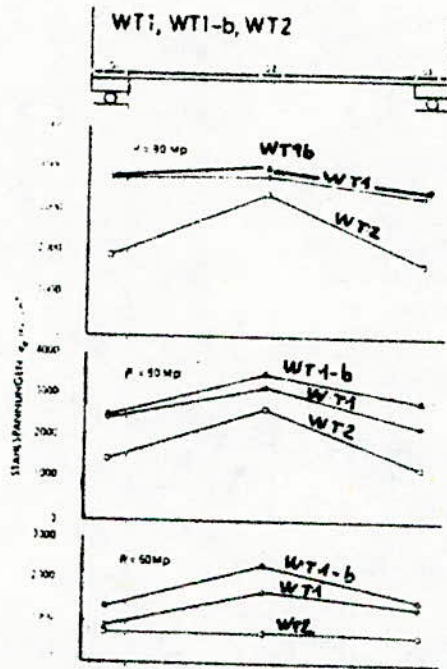


Bild 68: Stahlspannungen in der Zugbewehrung (untere Lage) neben den Auflagern und in Trägermitte für WT 1, WT 1-b und WT 2

(Wegen des Vorsagens der Auflagern von WT 1-b bei 80,5 Mp wären diese bandlagert worden, wodurch die Meßstellen für P = 90 Mp nicht mehr zugänglich waren.)

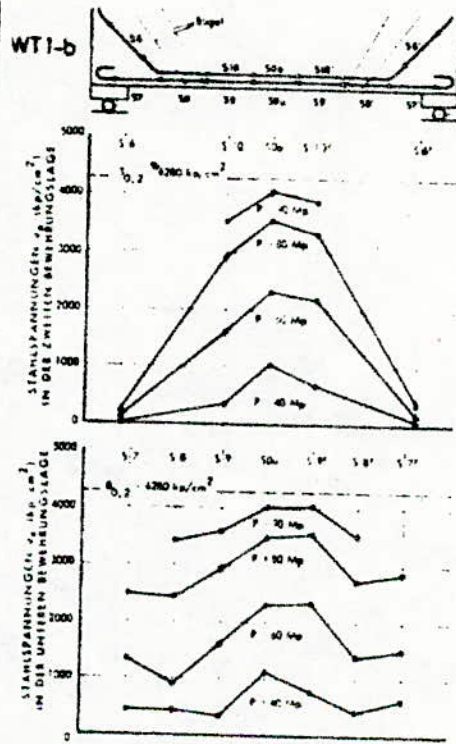


Bild 69: Verteilung der Stahlspannungen entlang der Begezugbewehrung des Trägers WT 1-b

(Bei P = 90 Mp Meßstellen S 6 und S 7 wegen Bandlage der Auflagern nicht mehr zugänglich)

FIG-C3

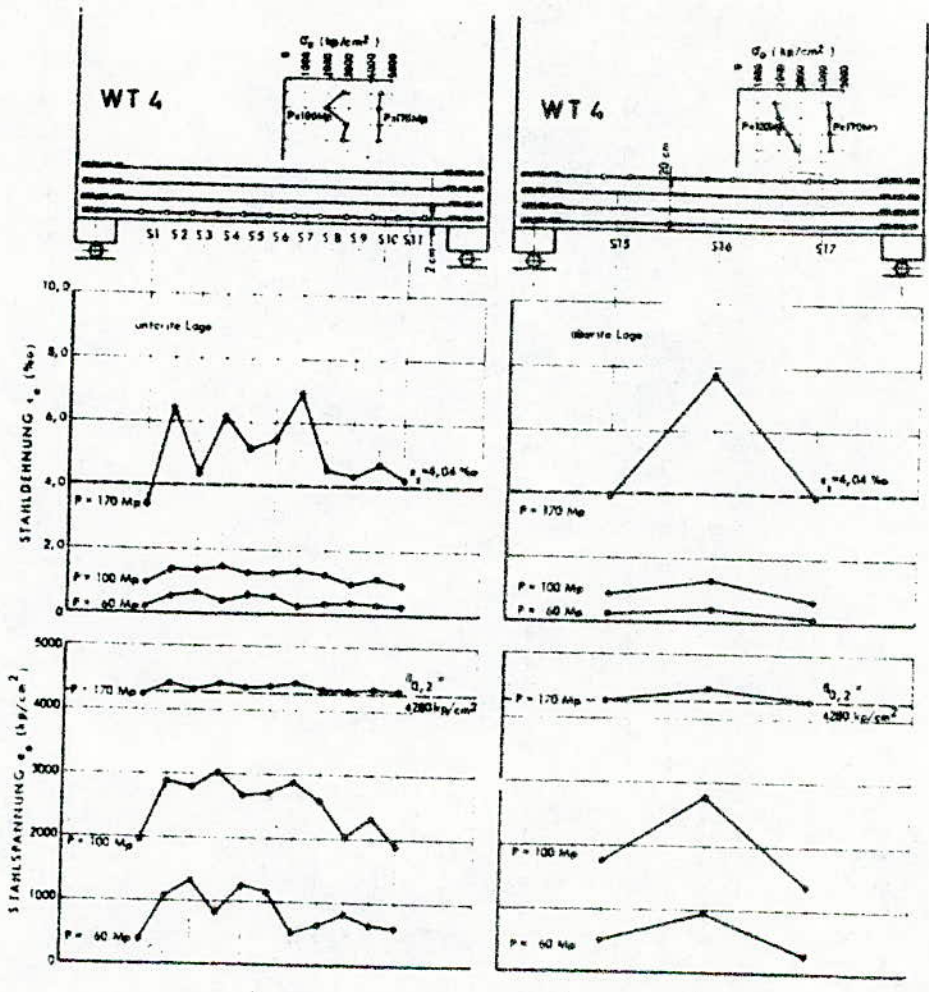
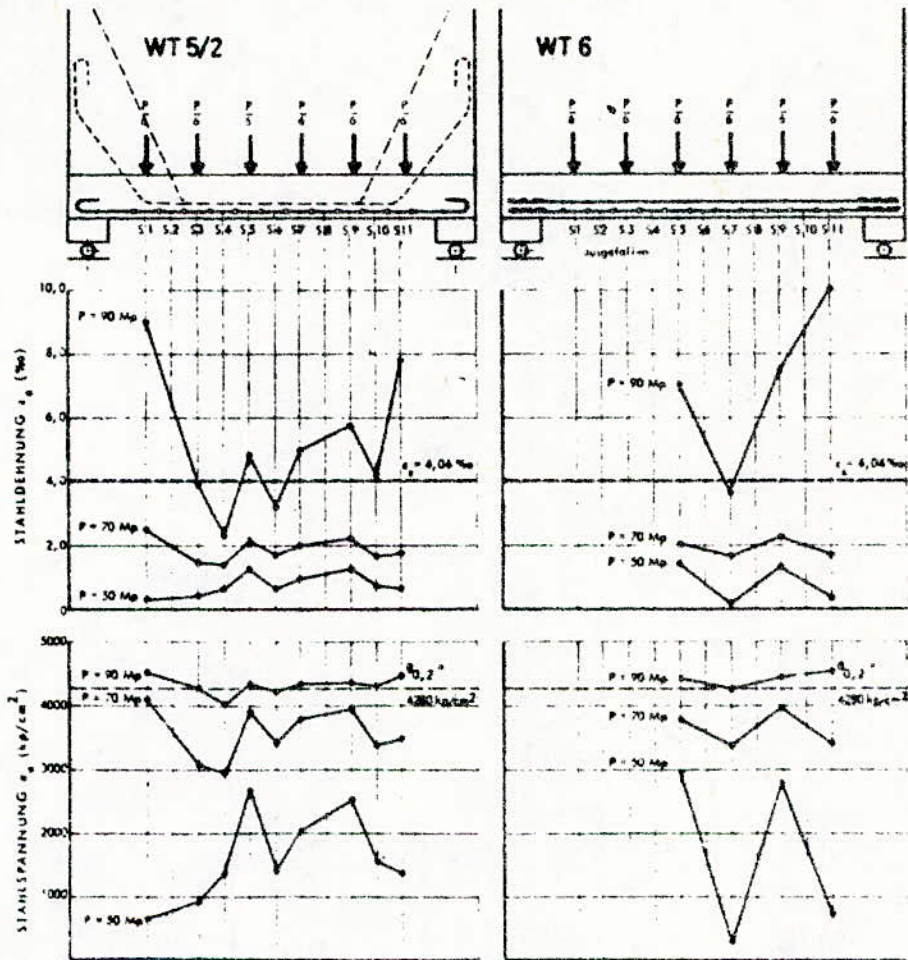


Bild 71 Stahldehnungen ϵ_s und Stahnspannungen σ_s entlang der Zugbewehrung des Trägers WT 4 mit Belastung am oberen Rand.

- a) Beanspruchung der 1. Bewehrungslage 2 cm ober dem unteren Rand
- b) Beanspruchung der 1. Bewehrungslage 20 cm ober dem unteren Rand

$P = 170 \text{ Mp}$	Beanspruchung
$P = 100 \text{ Mp}$	Beanspruchung
$P = 60 \text{ Mp}$	Beanspruchung

FIG-C4



3.34 72 Stahlerkennwerte und Stahlspannung-Verformungs-Zugbeziehung unter verschiedenen Laststufen für die Proben WT 5/2 und WT 6 (s. auch Abb. 3.34 71)

FIG-C4 (bis)

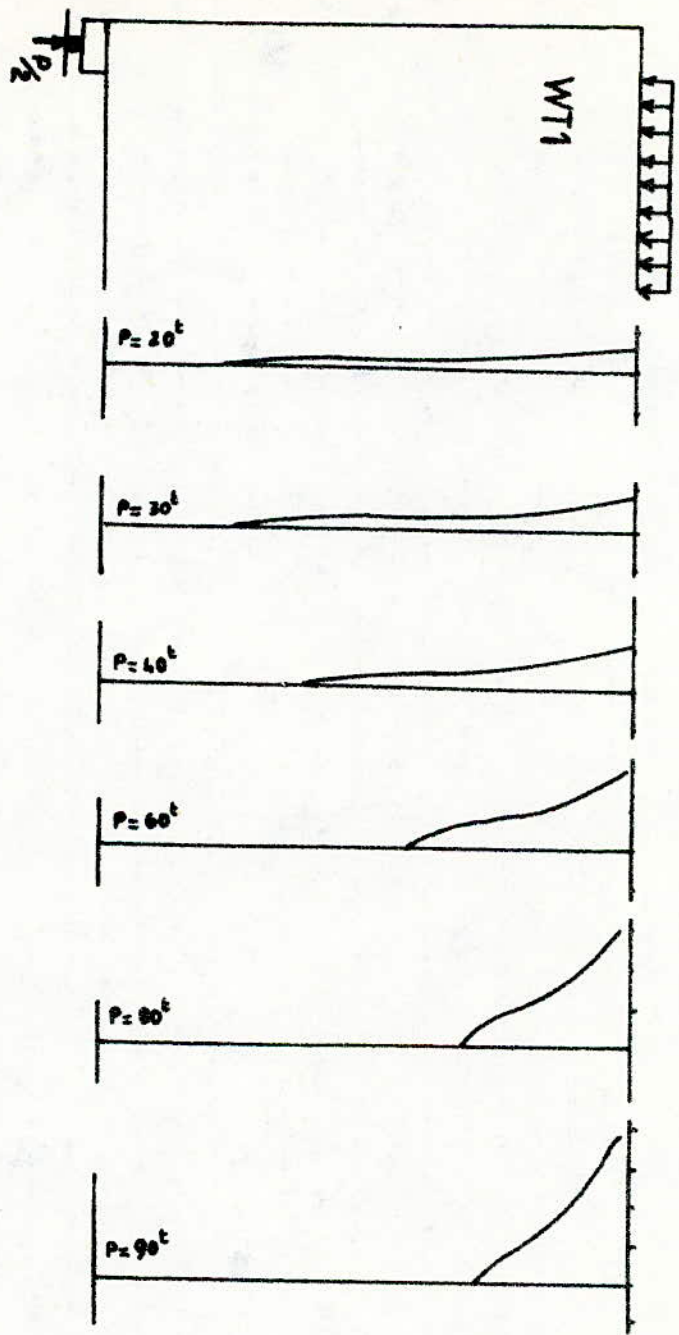
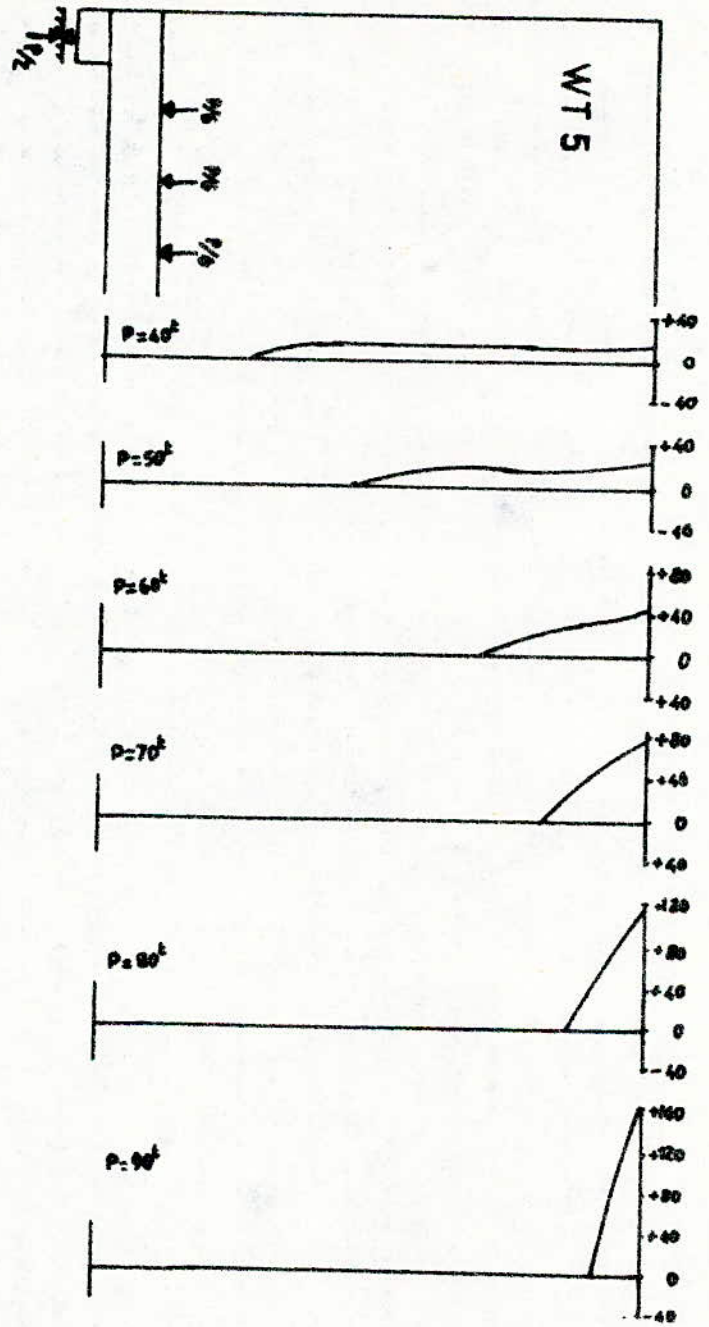


FIG-C5

FIG-C6



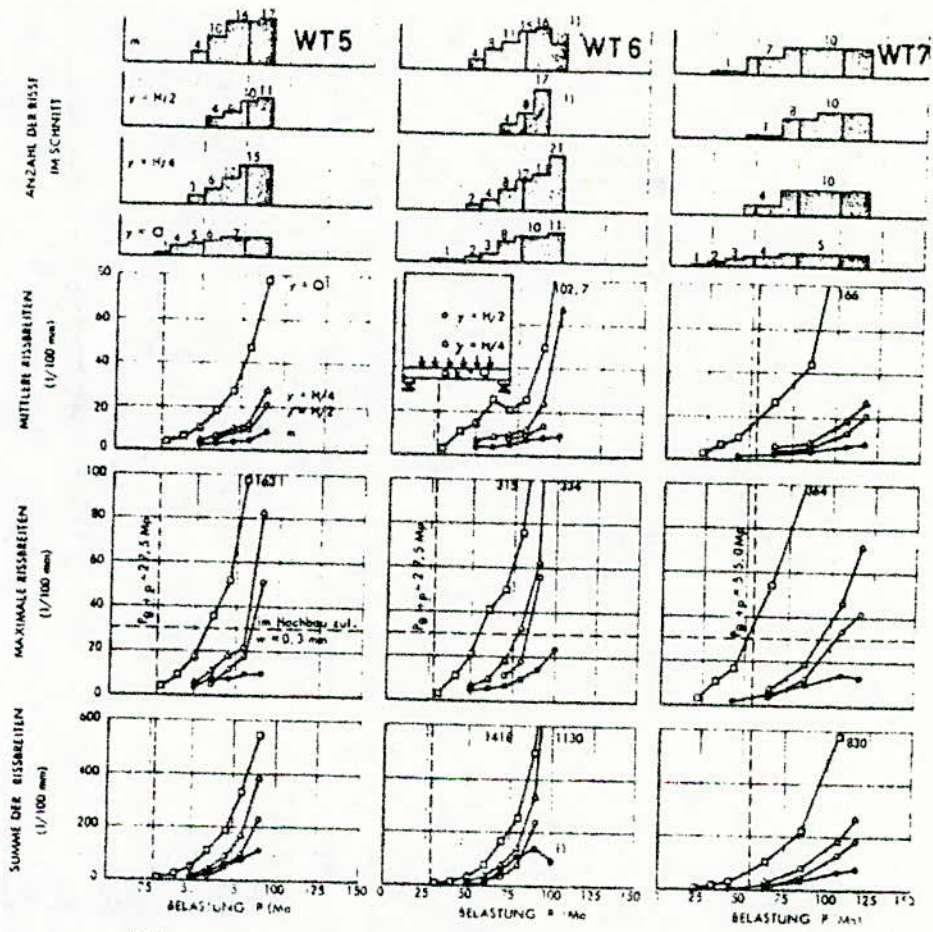


Bild 28: Rissanzahl, mittlere und maximale Rissbreiten und Summe der Rissbreiten in verschiedenen Schnitten beider Trägern mit Belastung am unteren Rand.

FIG-C7

FIG-C8

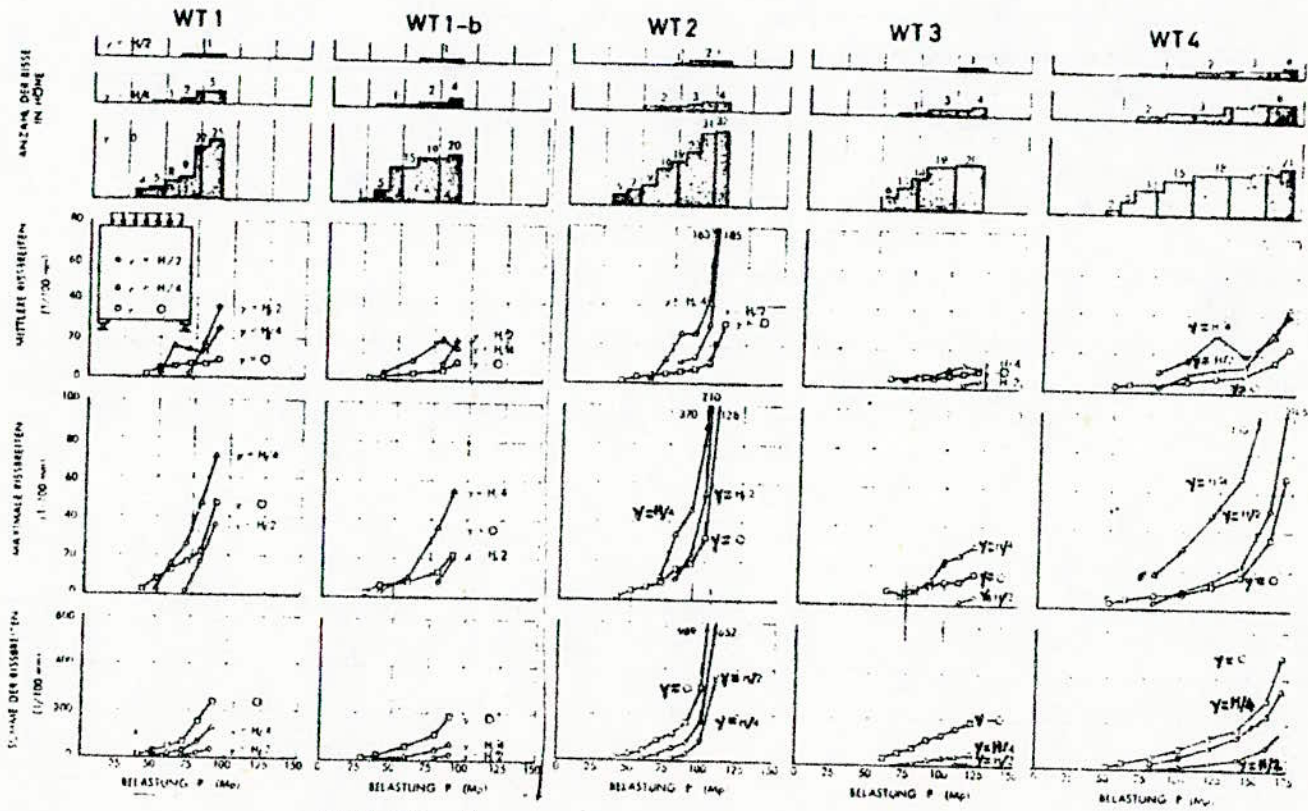
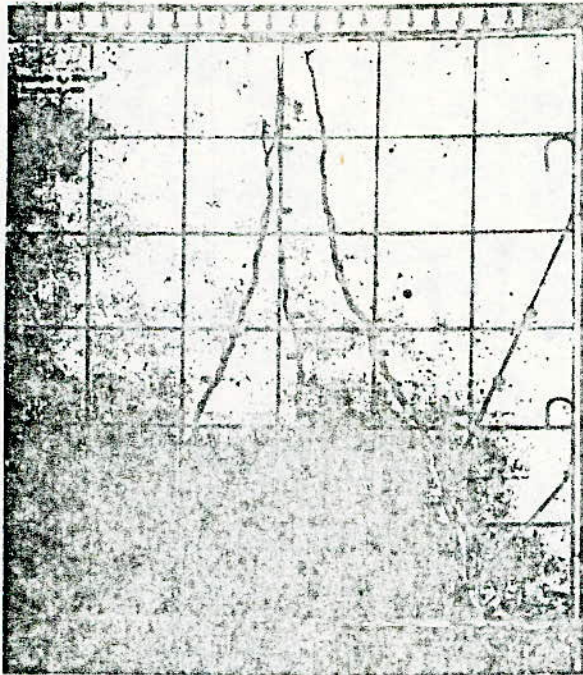
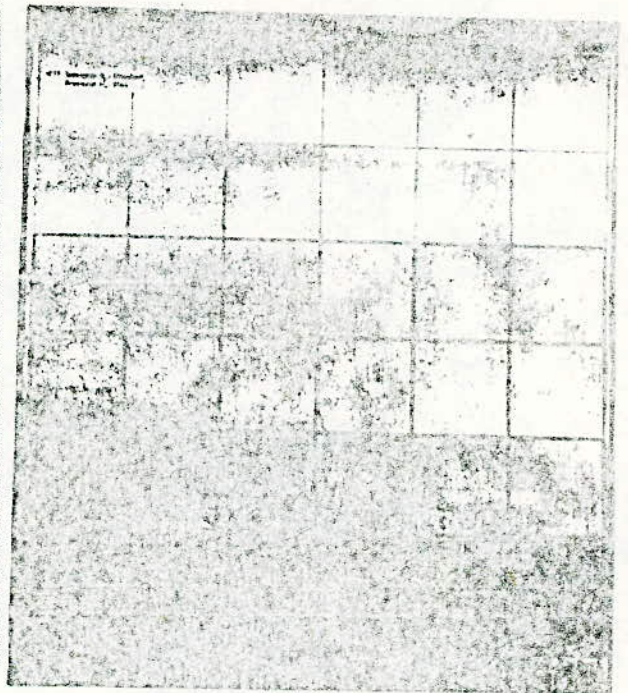


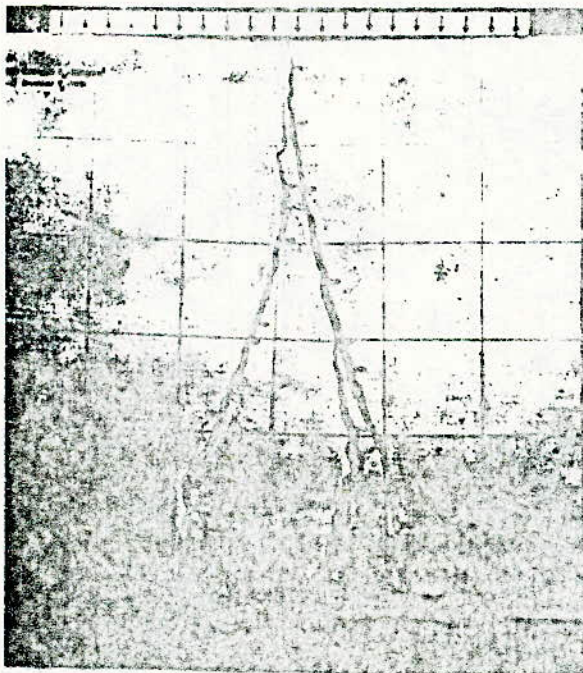
Bild 96 - Rissanzahl, mittlere und maximale Rissbreiten und Summe der Rissbreiten in verschiedenen Höhen bei den Trägern mit Belastung am oberen Rand.



WT 1 $Q_0 = 97,2 \text{ t}$

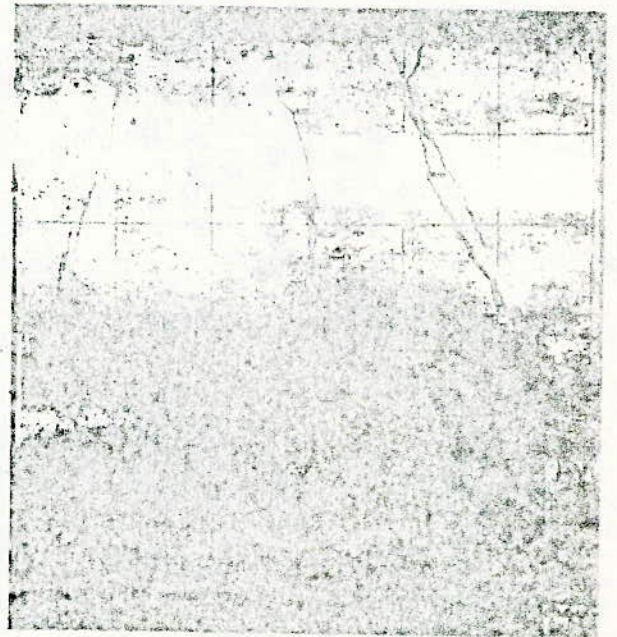


WT 3 $Q_0 = 129,0 \text{ t}$



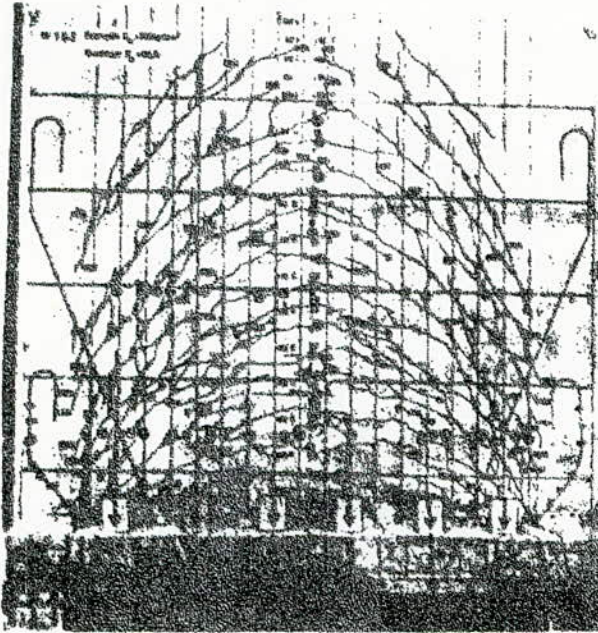
WT 2 $Q_0 = 110,5 \text{ t}$

— Répétition des valles WT 1 et WT 2. Charge de rupture.

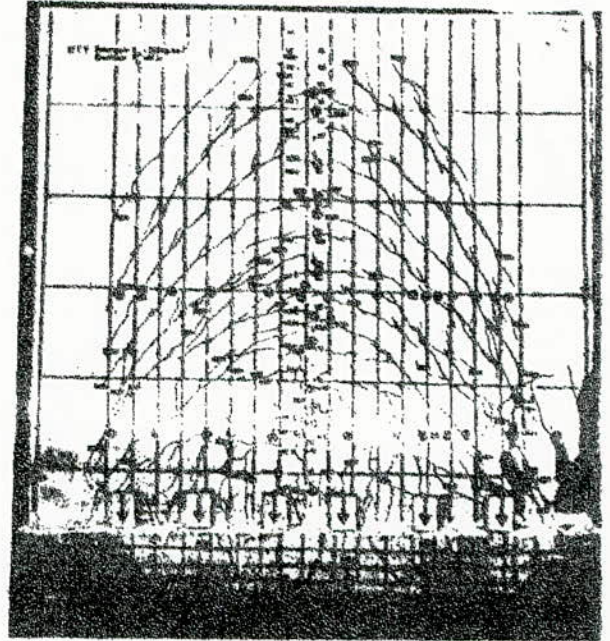


WT 4 $Q_0 = 120,0 \text{ t}$

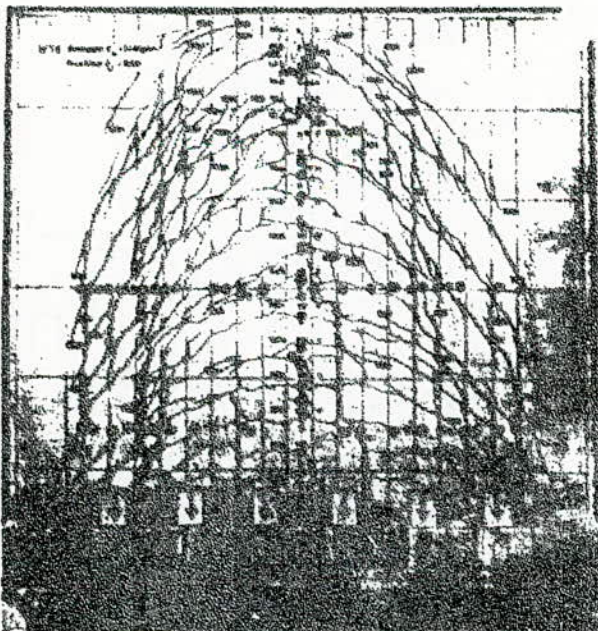
— Répétition des valles WT 3 et WT 4. Charge de rupture.



— Rupture du voile WT 5-2
 Charge de rupture :
 $Q_u \approx 100,3 \text{ t}$



— Rupture du voile WT 7
 Charge de rupture :
 $Q_u \approx 117,3 \text{ t}$



— Rupture du voile W T6
 Charge de rupture :
 $Q_u \approx 100,6 \text{ t}$

FIG-C10

- 1- TIMOSHENKO . S - Goodier J.N. - Théorie de l'élasticité
(Librairie Polytechnique, 1961).
- 2- Andre - Coin . Plaques et coques
(Cours du C.H.E.C. paris - 1979).
- 3- D.T.U. - Règles C.C.B.A. - 68 Modifiées en 1970
(Edition Eyrolles - 1975).
- 4- U.T.I. - Règles B.A.E.L. - 80
(Edition Eyrolles - 1980).
- 5- Code modele du béton - CEB - FIP → 1978
- 6- BETON KALENDER - Wilhelm Ernst et Sohn - 1976
- 7- Building code requirement for reinforced concrete ACI 318-77 and commentary
1978.
- 8- NORMATIV DE CALCUL Pentru beton armat si beton precomprimat la stari
limita (1979 - 1980).
- 9- G - Dreux " les Betons "
(cours du C.H.E.C. - Paris - janvier 1979).
- 10-Documentation O.T.U.A. - 1980
- 11- E. Absi - Methodes de calcul numérique en élasticité
(Edition Eyrolles - 1978).
- 12- Wang P.C. Numerical and matrix methods in structural mechanics.
(John Wiley - 1975).
- 13 -J.F. Imbert - Analyse des structures par éléments fins
(ARO → 1981).

- 14- H.SCHUFT : Über das tvagrenövermögen wandartiger stahlbetontväger
(Beton und stahbleton 52/1957).
- 15- H.Klingroth : Versuche an stahlbeton - tragwänden und deren auswertung.
(Beton und Eisen 1942).
- 16- O.Graf : E.Brenner, H. Bay : Versuche mit einem wandartigen träger aus
stahlbeton (DAFST - Berlin 1943).
- 17- F. Leonhardt, R-Walther : Wandartige träger Bericht (über versuche)
DAFST, 1965).
- 18- Fritz Leonhardt et Maurice Albiges.
(annales de l'I.T.B.T.P. N° 265 Janvier 1970).
- 19- H. Linse Wandartige träger mit pfeilervor springen (Die Bautechnik 38-1961).
- 20- W. Schleech : Ein einfaches verfahren zur lösung von scheinaufgaben (beton
und stahlbeton 59 - 1964).
- 21- R.Bares : tables pour le calcul des dalles et des parois. (DUNOD -1969).
- 22- ROBINSON - LACROIX -: Cours de béton armé de l'E.N.P.C. - Paris (tome 1 -1980)
- 23- Bulletin du C.E.B. n° 143 " Manual Cracking and deformations" (finale DRAFT
DECEMBRE 1981).
- 24- ANDRÉ-COIN : Ossatures des batiments (collection UTI -Eyrolles - 1977).
- 25- V. MOURACHEV, E. SIGALOV, V. BAIKOV : constructions en béton armé (éditions
MIR - MOSCOU - 1971).
- 26- DAN DUMITRESCU : Elemente de béton armat partea II-a (institul de constru-
ctii Bucuresti- 1980).
- 27- A. FURTES : Le béton armé après fissuration (eyrolles - 1980).

.../...

.../...

- 28- T.GODYCKI - CWIRKO - Le cisaillement dans le béton armé (DUNOD - 1972)
- 29- Procès-verbal d'essais sur la fissuration des tirants par le C.E.B.T.P.
(MARS 1979).
- 30- J.R. ROBINSON, A.MORISSET : Paramètres fondamentaux de la fissuration
des tirants en béton armé (annales de l'I.T.B.T.P. Février 69 N° 254)
- 31- V. BAIKOV : Calcul des structures (edition MIR MOSCOU 1984).
- 32- M.ALBIGES ET A. COIN : Resistance des matériaux appliquée tome 1 et 2
(Collection UTI - Eyrolles 1978).
- 33- D.CEYLON, NGUYEN MINH DUC, J. TRINH : Resistance des matériaux (C.H.E.C
(Paris - 1980).
- 34- Jacques - Ramsay Robinson : Elements constructifs spéciaux du béton armé
(Edition Eyrolles - 1975).

S O M M A I R E

	Pages
Notation	1
<u>Chapitre I</u> : Introduction.....	3
<u>Chapitre II</u> : Etudes du comportement des poutres parois	7
II.1 - Introduction	7
II.2 - Comportement des poutres parois dans le domaine élastique	8
II.3 - Recherches expérimentales effectuées sur les poutres parois en béton armé	19
<u>Chapitre III</u> : Méthodes actuelles de calcul du dimensionnement des poutres parois isostatiques suivant les différents règlements.....	28
III.1 Introduction.....	28
III.2 Prescriptions sur les poutres parois isostatiques chargées uniformément suivant différents règlements.....	28
III.3 Discussions et critiques	32
<u>Chapitre IV</u> : Recherche et proposition d'un modèle de calcul de dimensionnement des poutres parois isostatiques.....	34
IV.1 Introduction.....	34
IV.2 Recherche d'un modèle de calcul.....	34
IV.3 Justification du modèle de calcul par les résultats d'essais de Léonhardt-Walther.....	44
<u>Chapitre V</u> : Etude de la fissuration des poutres parois isostatiques pour le modèle de calcul proposé.....	66

V.1	Introduction.....	66
V.2	Etudes actuelles de la fissuration des éléments tendus en béton armé	66
V.3	proposition d'une méthode d'évaluation d'ouverture de fissure de flexion des poutres parois isostatiques.....	69
V.4	Comparaison des résultats donnés par la formule et ceux des essais de Léonhardt - Walther	73
V.5	Vérification avec la formule du C C B A 68 sur une exemple d e poutre frontière à $ht/l = 0,5$	84
	<u>Conclusion</u>	90
 <u>A n n e x e s</u> :		
	Annexe A : Equation générale des poutres parois d'après la théorie de l'élasticité.....	92
	Annexe B. : Théorie classique de la fissuration des tirants en béton armé.....	98
	Annexe C : Résumé des résultats d'essais de Léonhardt - Walther.....	101
	<u>B i b l i o g r a p h i e</u>	113