

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CHIMIQUE

BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ÉTAT

S U J E T

S E P A R A T I O N D ' U N M E L A N G E
D E P A R T I C U L E S S O L I D E S
P A R C L A S S I F I C A T I O N H Y D R A U L I Q U E

Proposé par :

MR A. TYCZKOWSKI

Etudié par :

MR MAHDI YUCEF

Dirigé par :

MR A. TYCZKOWSKI

PROMOTION : JUIN 1988

Ministère de l'Enseignement Supérieur

Ecole Nationale Polytechnique

Département : Génie Chimique

Promoteur : A. TYCZKOWSKI

Elève Ingénieur : MAHDI Youcef

وزارة التعليم العالي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
دائرة : الهندسة الكيميائية
الموجه : أ. تيشوفسكي
التلميذ المهندس : مهدي يوسف

الموضوع : فصل خليط مكون من جسيمات صلبة بواسطة طريقة
التصنيف المائية .

الملاحظ : يتضمن عملنا هذا تصور "مصنف صائحي" وقياسه قصد
فصل خليط مكون من جسيمات صلبة (نحاس - كوارتز) .
يقوم مبدأ الفصل على الفرق في الكتل الحجمية للخليط .

S U J E T : Séparation d'un mélange de particules solides par classification
hydraulique.

R É S U M É : Nous esquisserons dans ce travail une conception d'un
classificateur hydraulique. Nous en ferons un dimensionnement en vue
de séparer un mélange de particules solides (cuivre-quartz).
Le principe de séparation est basé sur la différence des masses
volumiques du mélange.

S U B J E C T : Separation of solid particles mixture with hydraulic
classification.

A B S T R A C T : We sketch in this work, a conception of a hydraulic
classifier, and we give measure of whom, in sight of separating a
solid particles mixture (copper - quartz).
The principle of separation is based on the difference of mixture
specific gravity.

MEMBRES DE JURY

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

P R E S I D E N T E

M^{elle} W. YAICI , Maître assistante

E X A M I N A T E U R S :

Mr. A. TYCZKOWSKI , Maître de conférences

Mme. F. YAGOUB , Maître assistante

Mr. A. BENDJAMA , Maître assistant.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Mr. A. TYCZKOWSKI qui m'a dirigé au cours de l'élaboration de ce projet, à MM. K. SAADA et M. BENZERKANE qui ont mis à ma disposition le matériel nécessaire à mes expériences.

Mes remerciements s'adressent également à Melle W. YAICI, pour avoir accepté de présider le jury, ainsi qu'au reste des membres de ce dernier.

Plusieurs personnes ont pris la peine de me soutenir moralement et matériellement dans ce travail. Je les en remercie vivement.

NOMENCLATURE

- A' : projection de l'aire de la particule sur un plan faisant un angle droit avec la direction du mouvement. m²
 d : diamètre de la particule m
 d_e : diamètre équivalent de la particule m
 F : force de friction N
 m : masse de la particule kg
 Q : débit volumique m³/s
 $Re = \frac{\rho_f \cdot V \cdot d}{\mu}$, nombre de Reynolds pour des particules sphériques
 $Re = \frac{\rho_f \cdot V \cdot d_e}{\mu}$, " " " " " " " isométrique
 $Re_{max} = \frac{\rho_f \cdot V_{max} \cdot d}{\mu}$, " " " " " " " maximale.
 V_c : vitesse de chute des particules m/s
 V_{ef} : vitesse d'entraînement des particules m/s
 V_{max} : vitesse d'entraînement maximale des particules m/s
 t : temps de chute de la particule s
 t_f : temps d'entraînement de la particule par le fluide s
 g : traction terrestre m/s²
 x : déplacement de la particule suivant l'axe X m
 \dot{x} : vitesse " " " " " " " m/s
 \ddot{x} : accélération " " " " " " " m/s²
 y : déplacement de la particule suivant l'axe Y m
 \dot{y} : vitesse " " " " " " " m/s
 \ddot{y} : accélération " " " " " " " m/s²
 α : angle compris entre \dot{x} et V degré
 γ : accélération du mobile. m/s²
 λ : coefficient de friction
 μ : viscosité du fluide kg/m.s
 ρ_f : masse volumique du fluide kg/m³
 ρ_s : masse volumique du solide kg/m³
 τ : contrainte tangentielle N/m²
 Ψ : sphéricité de la particule.

CHAPITRE. I. INTRODUCTIONCHAPITRE. II PARTIE - THEORIQUE

1. Théorie générale du mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel
- 1.1. L'écoulement dans le cas où la friction est négligable
- 1.2. L'écoulement unidimensionnel lorsque l'influence de la gravité est négligable
- 1.3. L'écoulement unidimensionnel dans une direction verticale sous l'action de la gravité
- 1.4. Mouvement des grains dans le fluide (théorie et applications)
 - 1.4.1. Forces de frottement ou de résistance
 - 1.4.2. Vitesse limite de chute
 - 1.4.3. Classification hydraulique
2. Méthodes générales de séparation de mélanges (solides-liquides)
 - 2.1. Sédimentation et classification hydraulique
 - 2.1.1. Sédimentation différentielle
 - 2.1.2. Sédimentation libre et entavée
 - 2.1.3. Sédimentation en discontinu
 - 2.1.4. Sédimentation en continu
 - 2.1.5. Appareillage
 - 2.1.5.1. Epaisseurs discontinus
 - 2.1.5.2. Epaisseurs continus
 - 2.1.5.2.1. Cône d'ALLEN
 - 2.1.5.2.2. Cône de GALLOW
 - 2.1.5.2.3. Epaisseurs mécanique de DORR
 - 2.2. Classification hydraulique
 - 2.2.1. Hydroclasseurs
 - 2.2.2. Hydroclasseurs volumétriques
 - 2.2.2.1. Bac à dépôt
 - 2.2.2.2. Hydroclasseurs mécaniques
 - 2.2.3. Hydroclasseurs gravimétriques
 - 2.2.3.1. Table oscillante
 - 2.3. La filtration
 - 2.4. La flottation

CHAPITRE. III PARTIE - CALCUL

1. Calcul de vitesse de chute limite pour le cuivre
2. Calcul de vitesse de chute limite pour le quartz
3. Calcul de vitesse de chute limite pour le verre
4. Calcul du classificateur hydraulique pour le cuivre
 - 4.1. Calcul de vitesse d'entraînement des particules de cuivre à l'entrée du classificateur par la méthode de GOROSZKO

- 4.2. Calcul des dimensions d'un classificateur hydraulique
 - A)- Première forme du classificateur hydraulique
 - B)- Seconde forme du classificateur hydraulique
5. Calcul du classificateur hydraulique pour le quartz
 - 5.1. Calcul des vitesses d'entraînement du quartz à l'entrée du classificateur par la méthode de GOROSZKO
 - 5.2. Calcul des dimensions d'un classificateur hydraulique
 - A)- Première forme du classificateur hydraulique
 - B)- Seconde forme du classificateur hydraulique
6. Calcul/ du classificateur hydraulique pour le mélange de particules solides (cuivre-quartz) et schéma général de l'installation
 - 6.1. Calcul de vitesse de chute pour différentes particules solide du mélange
 - 6.2. Détermination des diamètres intermédiaires d_{i1} et d_{i2}
 - 6.3. Calcul des vitesses d'entraînement du fluide pour le mélange par la méthode de GOROSZKO
 - A)- Première forme du classificateur hydraulique
 - B)- Seconde forme du classificateur hydraulique
 - C)- Troisième forme du classificateur hydraulique
 - D)- Choix de la pompe et détermination des largeurs des compartiments
 - 6.4. Schéma général de l'installation
 - 6.5. Conclusion

CHAPITRE IV. ANNEXE

1. Introduction
2. Diamètre équivalent
3. Méthode de détermination des diamètres des particules
 - 3.1. Mesure par microscope
 - 3.1.1. Appareillage
 - 3.1.2. Mode opératoire
 - 3.2. Mesure par tamisage
 - 3.2.1. Mesure des diamètres des particules de quartz
 - 3.2.2. Préparation de l'échantillon du quartz
 - 3.2.3. Concassage du quartz Appareillage
 - 3.2.4. Appareillage de tamisage
 - 3.2.5. Préparation du mélange frais
 - 3.2.6. Mode opératoire
 - 3.2.7. Histogramme
4. Mesure de la masse volumique des particules solides
 - 4.1. Détermination de la masse volumique par la méthode du pycnomètre
 - 4.1.1. Particules sphériques du verre

- 4.1.4. Particules isométriques du quartz
- 5. Détermination des vitesses expérimentales de chute des particules solides
- 5.1. Appareillage
- 5.2. Particules de verre
- 5.3. Particules de quartz.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE I.

I N T R O D U C T I O N

La séparation des particules solides par voie mécanique (tamisage) est un classement volumétrique direct qui n'est plus applicable lorsque les dimensions des particules sont inférieures à quelques dixièmes de millimètres et parfois sont de l'ordre des microns car les tamis deviennent très fragiles et peu efficaces, par suite de l'engorgement des mailles. Le problème qui se pose est la séparation de ces particules solides lorsqu'elles sont sous forme de poudre fine.

Plusieurs chercheurs /ont essayé de résoudre ce problème, jusqu'au début du XX^{eme} siècle, avec le développement de concentration de minerais dans les laveries de grande capacité, c'est sous la poussée de ce besoin que le premier décanteur (liquide-solide) continu, fondé sur la sédimentation par gravité fut conçu par I.V.N DORR en 1966, dans une mine d'or du DAKOTA du sud.

Dans notre étude, il s'agit de faire un dimensionnement à l'échelle du laboratoire, d'un classificateur hydraulique pour séparer un mélange de particules solides composé de particules de quartz et de cuivre, ayant un diamètre compris entre 0,15 mm et 1,5 mm et de masses volumiques différentes.

PARTIE THEORIQUE

CHAPITRE II.

II.1 THEORIE GENERALE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP GRAVITATIONNEL.

Le mouvement d'une particule à travers un fluide peut être tracé s'il est muni d'un coefficient de friction f' , pour une valeur du nombre de Reynolds fixe. Ce coefficient est obtenu à la base de l'analyse dimensionnelle.

$$\lambda = 2f' \quad (1.1)$$

avec $f' = \frac{\tau}{u^2 \rho_f}$ où $\tau = \frac{F}{A'}$

Ce coefficient dépend dans le cas général de la rugosité du solide et du nombre de Reynolds. Ce dernier est un coefficient sans dimension d'où son expression $Re = \frac{u \rho_f}{\mu}$. Le solide en mouvement étant dépourvu de rugosité, le coefficient de friction n'est fonction que du seul nombre de Reynolds. Beaucoup de scientifiques et d'auteurs ont élaboré pendant leurs travaux de recherche des corrélations concernant ce coefficient et selon le domaine de variation du nombre de Reynolds. Dans le cas de notre travail on utilise la corrélation des auteurs PERRY et CHILTON qui a pour expression :

$$\lambda = \frac{24}{Re} \quad \text{Régime laminaire} \quad 10^{-4} < Re < 0,4 \quad (1.2)$$

$$\lambda = \frac{18,5}{Re^{0,6}} \quad \text{Régime transitoire} \quad 0,4 < Re < 10^3 \quad (1.3)$$

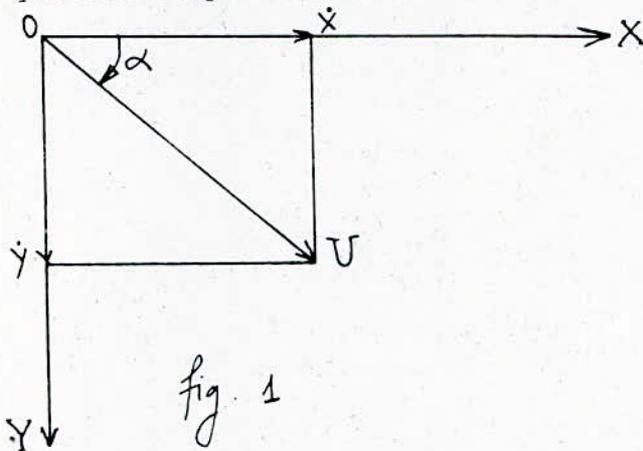
$$\lambda = 0,44 \quad \text{Régime turbulent} \quad 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 \quad (1.4)$$

Le comportement d'une particule ayant un mouvement accéléré ou retardé est le sujet de recherche et d'investigation qui a été revu d'une façon plus critique par TORBIN et GAUVIN. Les résultats des différents chercheurs ne sont pas très consistants mais ils montrent bien que le coefficient de friction λ , ne dépend pas seulement du nombre de Reynolds mais aussi des diamètres des particules, depuis le mouvement initial des particules. Au début on a suggéré que la particule se comporte comme si sa masse augmente de manière proportionnelle à la masse du fluide déplacé mais ce concept apparaît être utile seulement dans un certain domaine très limité de conditions; il est généralement satisfaisant de regarder le facteur de friction λ , comme un paramètre modifié par les effets de l'accélération. Dans la majorité des cas, on a trouvé que la valeur de l'accélération est très importante et que l'effet de l'accélération est plus petit pour des nombres de Reynolds très grands. Un grand

nombre d'investigations expérimentales doivent contredire ces conclusions.

Cependant dans le traitement suivant on supposera que la valeur du facteur en régime laminaire peut être utilisée durant le mouvement accéléré d'une particule sphérique, on tiendra compte dans la suite des restrictions de cette supposition.

On considère le mouvement d'une particule de masse m dans un champ gravitationnel, la particule se déplacera faisant un angle α avec l'horizontale avec une vitesse u . Cette vitesse u a deux composantes x' et y' qui sont respectivement sur l'axe l'horizontal X et vertical Y .



(x' et x'' désigneront les dérivées première et seconde du déplacement x suivant l'axe X. Par rapport au temps t , et y' et y'' les dérivées correspondantes de y suivant l'axe Y)

d'après la figure (1) on a :

$$\cos\alpha = \frac{x'}{u} \quad (1.5)$$

$$\sin\alpha = \frac{y'}{u} \quad (1.6)$$

$$\text{avec } u = \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad (1.7)$$

Il existe deux forces qui s'exercent sur la particule

I) Dans la direction verticale, le poids apparent de la particule :

$$mg \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right)$$

II) La force de friction qui est égale à $\frac{1}{2} \lambda \rho_f u^2 A'$ et qui s'oppose à la direction du mouvement de la particule et qui change suivant le changement de l'angle α :

$$F = \frac{1}{2} \lambda \rho_f u^2 A' \quad (1.8)$$

A' : est la projection de l'aire de la particule sur un plan faisant un angle droit avec la direction du mouvement et sa valeur varie avec l'orientation de la particule dans le fluide. La composante de la force

de friction suivant l'axe X:

$$\frac{1}{2} \lambda \rho_f u^2 A' \cos \alpha = -\frac{1}{2} \lambda \rho_{FA}' u (u \cos \alpha) = -\frac{1}{2} \lambda \rho_{FA}' \dot{x} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

sa composante suivant l'axe Y :

$$\frac{1}{2} \lambda \rho_f u^2 A' \sin \alpha = \frac{1}{2} \lambda \rho_{FA}' u (u \sin \alpha) = \frac{1}{2} \lambda \rho_{FA}' y' \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

les équations du mouvement suivant l'axe X et Y respectivement.

$$\left\{ \begin{array}{l} m x'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_{FA}' x' \sqrt{x'^2 + y'^2} \end{array} \right. \quad (1.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m y'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_{FA}' y' \sqrt{x'^2 + y'^2} + mg \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \end{array} \right. \quad (1.10)$$

on suppose que les vitesses x' et y' sont positives. Si x' et y' sont négatives la force de friction agit dans la direction opposée et le terme correspondant est affecté d'un signe positif. Dans le cas général, l'intégration directe n'est pas possible parce que l'équation du mouvement de la particule suivant l'axe X fait intervenir la vitesse suivant l'axe Y et vice-versa. Mais pour les cas qui viennent on peut obtenir des résultats.

- I - l'écoulement dans le cas où la friction est négligeable
- II - l'écoulement unidimensionnel lorsque l'influence de la gravité peut être négligée
- III - l'écoulement unidimensionnel dans une direction verticale sous l'action de la gravité.

II.1.1 L'écoulement dans le cas où la friction est négligeable

Avec cette condition λ est donné par la relation :

$$\lambda = \frac{K}{Re} \quad (1.11)$$

en substituant la relation (1.11) dans l'équation (1.9) et (1.10)

on aura \therefore

$$x'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_f \frac{A'}{m} x' u = - \frac{1}{2} \frac{k}{\mu u d} \mu \rho_f \frac{A'}{m} u \cdot x'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x'' = - \frac{1}{2} \frac{k \mu}{m d} A' x' \end{array} \right. \quad (1.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y'' = - \frac{1}{2} \frac{k \mu}{m d} A' y' + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \end{array} \right. \quad (1.13)$$

avec $u = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ équation (1.7)

Ainsi dans ce cas particulier, Les mouvements suivant deux directions mutuellement perpendiculaires peuvent être considérés indépendants, ultérieurement. On a vu que si \dot{x} et \dot{y} sont négatives le terme de résistance devient positif et l'équation du mouvement reste valable.

pour un mouvement d'une particule sphérique $K = 24$

$$x'' = -\frac{1}{2} \frac{k \mu}{m d} A' x = -\frac{1}{2} \frac{24 \mu \pi d^2}{\pi d^3 \rho_{sd}} x' = -\frac{18 \mu}{d^2 \rho_s} \dot{x} \quad (1.14)$$

$$x'' = -a x' \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \text{et } y'' &= -\frac{1}{2} \frac{24 \mu \pi d^2 / 4}{\pi d^3 \rho_{s.d}} + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \\ &= -18 \frac{\mu}{d^2 \rho_s} y' + \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) g \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$y'' = -a y' + b \quad (1.17)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ou} \\ a = 18 - \frac{\mu}{d^2 \rho_s} \end{array} \right\} \quad (1.18)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{et} \\ b = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \end{array} \right\} \quad (1.19)$$

a et b sont des constantes pour un fluide et une particule donnés. Ces équations peuvent être intégrées indépendamment.

$$y'' = -a y' + b \quad (\text{équation 1.17})$$

intégrant relativement à t :

$$y' = -a y + b t + \text{constante}$$

les axes seront choisis de telle façon que la particule soit à l'origine au temps $t = 0$. Supposons que la composante initiale de la vitesse de chute de la particule suivant la direction Y soit V.

Ainsi, lorsque $t = 0$, $y = 0$ et $y' = v$, et la constante = v , c.à.d

$$y' + a y = b t + v.$$

$$\text{donc } e^{at} y' + e^{at} a y = (b t + v) e^{at}$$

$$\text{ainsi, } e^{at} y = (b t + v) \frac{e^{at}}{a} - \int \frac{e^{at}}{a} dt$$

$$= (b t + v) \frac{e^{at}}{a} - \frac{b}{a^2} e^{at} + \text{constante}$$

lorsque $t = 0$, $y = 0$,

$$\text{la constante} = \left(\frac{b}{a^2} - \frac{v}{a} \right)$$

$$\text{ainsi } y = \frac{b t}{a} + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} + \left(\frac{b}{a^2} - \frac{v}{a} \right) e^{-at} \quad (1.20)$$

$$\text{ou } a = 18 \frac{\mu}{d^2 \rho_s} \quad \text{et } b = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right)$$

On observera que $\frac{b}{a} = U_0$, la vitesse terminale de chute de la particule. Cette équation permet de calculer à tout temps t le déplacement de la particule suivant la direction Y.

Pour le déplacement suivant l'axe X.

$$x'' = -a x' \quad (\text{équation 1.15})$$

$$x' = -a x + \text{constante}$$

Supposant que w soit la composante de la vitesse de la particule suivant l'axe X lorsque $t=0$.

Alors pour $t=0$, $x=0$ et $x'=w$. La constante est alors égale à w .

Et par suite, $x' = -a x + w$

$$\text{donc } x' e^{at} = \frac{w}{a} e^{at} + \text{constante.}$$

lorsque $t=0, x=0$ et la constante = $-\frac{w}{a}$

$$\text{donc } x e^{at} = \frac{w}{a} (e^{at} - 1)$$

$$\text{c.à.d. } x = \frac{w}{a} (1 - e^{-at}) \quad (1.21)$$

ou $a = \frac{18 \mu}{d^2 \rho_s}$

Ainsi, le déplacement suivant la direction X peut aussi être calculé pour t quelconque, par élimination de t entre les équations (1.20) et 1.21) on obtient une relation entre les déplacements suivant X et Y. De telles équations sont utiles dans le calcul des trajectoires de particules dans un équipement de séparation de classes.

A partir de l'équation (1.17) on a : $e^{-at} = 1 - a \frac{x}{w}$

$$\text{et } t = -\frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{ax}{w} \right)$$

la substitution dans l'équation (1.16) donne :

$$y = \frac{b}{a} \left[-\frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{ax}{w} \right) \right] + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} + \left(\frac{b}{a^2} - \frac{v}{a} \right) \left(1 - \frac{ax}{w} \right) \quad (1.22)$$

$$y = -\frac{b}{a^2} \ln \left(1 - \frac{ax}{w} \right) - \frac{bx}{aw} + \frac{vx}{w} \quad (1.23)$$

les valeurs de a et b peuvent maintenant être substituées et la relation finale est :

$$y = -\frac{g \rho_s (\rho_s - \rho_f) d^4}{324 \mu^2} \left[\ln \left(1 - \frac{18 \mu x}{w \rho_s d^2} \right) + \frac{18 \mu x}{w \rho_s d^2} \left(1 - \frac{18 v \mu}{d^2 (\rho_s - \rho_f) g} \right) \right] \quad (1.24)$$

II.1.2 L'écoulement unidimensionnel lorsque l'influence de la gravitation est négligeable.

Lorsque la force de résistance est très ^{grande,} comparée à la force gravitationnelle, cette dernière peut être négligée. La seule force qui agit alors sur la particule est celle due à la résistance du fluide, et la direction du mouvement ne change pas. Cette condition se rencontre lorsque les densités de la particule et du fluide sont presque les mêmes, lorsque la particule est très petite et la viscosité du fluide est élevée.

On considère le mouvement de la particule dans la direction X sous les conditions où l'effet de la gravitation peut être négligé. Puisque $y' = 0$, alors de l'équation (1.5) pour x' positive :

$$m x'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_f A' x' \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

$$\left(\cos \alpha = \frac{x'}{u}, \text{ où } u = \sqrt{x'^2 + y'^2} \text{ et } \alpha = 0 \right)$$

$$m x'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_f A' x'^2 \tag{1.25}$$

pour une sphère

$$x'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_f \frac{A'}{m} x'^2 = - \frac{1}{2} \lambda \rho_f \frac{\pi \frac{d^2}{4}}{\frac{\pi d^3}{6} \rho_s} x'^2$$

$$x'' = - \frac{1}{2} \lambda \rho_f \frac{1,5}{d \rho_s} x'^2 \tag{1.26}$$

Résistance due à un frottement superficiel
sous ces conditions du mouvement

$$\lambda = \frac{24}{Re} \tag{équation 1.2}$$

$$\text{et } x'' = -18 \frac{\mu}{d^2 \rho_s} x' \tag{équation 1.14}$$

cette équation a déjà été intégrée pour donner :

$$x = \frac{w}{a} (1 - e^{at}) \tag{équation 1.21}$$

où $a = 18 \frac{\mu}{d^2 \rho_s}$ et w est la vitesse initiale.

L'équation (1.21) est applicable si Re est inférieur à environ 0,4, et pour des valeurs positives ou négatives de w .

Résistance due seulement à la friction de forme

si Re dépasse 1000 environ, le coefficient de frottement λ atteint une valeur constante de 0,44 (équation 1.4)

alors :

$$x'' = - \frac{1}{2} (0,44) 1,5 \frac{\rho_f}{d \rho_s} x'^2 = \frac{0,33}{d} \frac{\rho_f}{\rho_s} x'^2 \tag{1.27}$$

$$x'' = - c x'^2 \tag{1.28}$$

$$\text{où } c = \frac{0,33}{d} - \frac{\rho_f}{\rho_s} \tag{1.29}$$

en intégrant ainsi l'équation (12.8)

$$\frac{dx'}{x'^2} = - c dt$$

$$- x'^{-1} = - ct + \text{constante},$$

lorsque $t = 0$, $x' = w$, et par conséquent la constante = $- w^{-1}$

$$\text{ainsi } x'^{-1} = ct + w^{-1}$$

$$\text{donc } : \frac{dt}{ct + w^{-1}} = dx$$

$$\text{et } x = \frac{1}{c} \ln \left(t + \frac{1}{wc} \right) + \text{constante}$$

$$\text{lorsque } t = 0, x = 0 \text{ et la constante} = - \frac{1}{c} \ln \frac{1}{wc}$$

$$\text{ainsi } : x = \frac{1}{c} \ln \frac{t + (1/wc)}{(1/wc)}$$

$$x = \frac{1}{c} \ln (wct + 1) \quad (1.30)$$

$$\text{où } c = \frac{0,33 \rho_f}{d \rho_s}$$

$$\text{si } w \text{ est négative } x = - \frac{1}{c} \ln (1 - wct) \quad (1.31)$$

Régime transitoire

Lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 0,4 et 1000 le coefficient de friction λ ne peut pas être aisément exprimé en fonction du Reynolds et par conséquent une solution graphique du problème est alors nécessaire pour une particule sphérique. Lorsque w est positive :

$$x'' = - \frac{1}{2} \frac{1,5 \rho_f}{d \rho_s} x'^2 \quad (\text{équation 1.26})$$

$$\text{maintenant } x' = \text{Re} \frac{\mu}{d \rho_f} \Rightarrow x'' = \frac{\mu}{d \rho_f} \cdot \frac{d \text{Re}}{dt}$$

et ainsi

$$\frac{\mu}{d \rho_f} \frac{d \text{Re}}{dt} = - \frac{1}{2} \lambda \frac{1,5 \rho_f}{d \rho_s} \cdot \frac{\mu^2}{d^2 \rho_f^2} \cdot \text{Re}^2$$

$$\text{c.à.d. } \frac{d \text{Re}}{dt} = - \frac{1}{2} \lambda \frac{1,5 \mu}{d^2 \rho_s} \text{Re}^2$$

de sorte que :

$$t = - \frac{2d^2 \rho_s}{1,5 \mu} \cdot \int_{\text{Re}_1}^{\text{Re}_2} \frac{d \text{Re}}{\lambda \text{Re}^2} \quad (1.32)$$

si w est négative

$$t = + \frac{2d^2 \rho_s}{1,5 \mu} \int_{\text{Re}_1}^{\text{Re}_2} \frac{d \text{Re}}{\lambda \text{Re}^2} \quad (1.33)$$

Cette expression peut être intégrée graphiquement entre les limites Re_1 et Re_2 respectivement en vue d'obtenir t en fonction de Re , les valeurs correspondantes de x' sont calculées, x est alors obtenu en fonction de t au moyen d'une intégration graphique ultérieure. Cette méthode peut être utilisée sur tout ensemble de valeur de Re , puisque l'intégration graphique est plutôt pénible, il est préférable d'utiliser les expressions analytiques déjà dérivées pour des conditions correspondantes pour Re inférieur à 0,4 ou bien supérieur à 1000, on limite l'application de la méthode graphique à la région intermédiaire. L'équation de SCHILLER et NAUMAN * peut être utilisée pour le

calcul des valeurs requises de λ dans l'intégration graphique,

$$(*) \lambda = \frac{24}{Re} + \frac{3,6}{Re^{0,313}} \quad \text{avec } 0,4 < Re < 1000.$$

II.1.3 L'écoulement unidimensionnel dans une direction verticale sous l'action de la gravité.

Pour le mouvement vertical, les équations se distingueront, par un écoulement ascendant ou descendant si le mouvement de la particule est initialement descendant (on prend y' positif), la force gravitationnelle et la résistance du fluide agiront dans les directions opposées, la particule se déplacera alors toujours dans le même sens. D'autre part si la particule a un mouvement initial ascendant, les forces gravitationnelle et de résistance agiront toutes les deux dans le sens descendant de sorte que, en temps voulu, elle sera portée à se reposer et se déplacera alors toujours dans le sens opposé. Comme les équations du mouvement sont différentes pour les deux sens. Il faut être prudent dans l'application des expressions obtenues. Considerons l'équation d'un mouvement d'une particule se déplaçant verticalement dans le sens descendant. De l'équation (1.10) pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$, on a :

$$m y'' = - \frac{1}{2} A' \lambda \rho_F y'^2 + m g \left(1 - \frac{\rho_F}{\rho_S} \right) \quad (1.34)$$

$$\text{c.à.d } y'' = - \frac{1}{2} \lambda \frac{A'}{m} \rho_F y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_F}{\rho_S} \right)$$

pour une particule sphérique, $A' = \frac{\pi d^2}{4}$ et $m = \frac{\pi d^3 \rho_S}{6}$

$$\text{ainsi: } y'' = - \frac{1}{2} \lambda \frac{1,5}{d} \rho_F y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_F}{\rho_S} \right) \quad (1.36)$$

Résistance due à un frottement superficiel

sous ces conditions de mouvement, on a :

$$\lambda = \frac{24}{Re} \quad \text{régime laminaire} \quad (\text{équation 1.2})$$

et

$$y'' = - 18 \frac{\mu}{d^2 \rho_S} y' + g \left(1 - \frac{\rho_F}{\rho_S} \right)$$

Cette équation, qui s'applique indifféremment dans un mouvement ascendant ou descendant de la particule a déjà été intégrée pour donner :

$$y = \frac{b}{a} t + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} + \left(\frac{b}{a^2} - \frac{v}{a} \right) e^{-at} \quad (\text{équation 1.120})$$

où

$$a = 18 \frac{\mu}{d^2 \rho_S} \quad \text{et} \quad b = g \left(1 - \frac{\rho_F}{\rho_S} \right)$$

Résistance due seulement à la friction de forme

lorsque la valeur du nombre de Reynolds (Re) dépasse 1000 on a :

$$\lambda = 0,44 \quad (\text{équation 1.4}) \quad \text{ainsi,}$$

$$y'' = - \frac{0,33}{d} \frac{\rho_F}{\rho_S} y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_S}{\rho_F} \right) \quad (1.38)$$

$$y'' = - c \dot{y}^2 + b \quad (1.39)$$

$$\text{où } c = \frac{0,33}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \quad (\text{équation 1.29})$$

$$\text{et } b = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \quad (\text{équation 1.19})$$

Si la particule est en mouvement ascendant y^* est négative, et la force de friction est positive.

Ainsi dans cette condition, on a :

$$y^{**} = cy^{*2} + b \quad (1.40)$$

les équations (1.39) et (1.40) seront intégrées séparément.

Mouvement descendant :

$$y^{**} = -cy^{*2} + b \quad (1.39)$$

$$\text{donc } \frac{dy^*}{-cy^{*2} + b} = dt$$

$$\text{donc } \frac{dy^*}{f^{*2} - y^{*2}} = c dt$$

$$\text{où } f = \sqrt{\frac{b}{c}} = \sqrt{\frac{d(\rho_s - \rho_f)g}{0,33 \rho_f}} \quad (1.41)$$

après intégration :

$$\frac{1}{2f} \ln \frac{f + y^*}{f - y^*} = ct + \text{constante}$$

$$\text{lorsque } t = 0, y^* = v, \text{ la constante} = \frac{1}{2f} \ln \frac{f + v}{f - v}$$

$$\text{donc } \frac{1}{2f} \ln \left(\frac{f + y^*}{f - y^*} \right) \left(\frac{f - v}{f + v} \right) = ct$$

$$\iff \left(\frac{f + y^*}{f - y^*} \right) \left(\frac{f - v}{f + v} \right) = e^{2fct}$$

$$\iff -1 + \frac{2f}{f - y^*} = \frac{f + v}{f - v} e^{2fct}$$

$$\iff f - y^* = \frac{2f}{1 + \left(\frac{f + v}{f - v} \right) e^{2fct}} \iff \frac{dy^*}{dt} = f - \frac{2f}{1 + \left(\frac{f + v}{f - v} \right) e^{2fct}}$$

$$y = ft - 2f \int \frac{dt}{1 + \left(\frac{f + v}{f - v} \right) e^{2fct}} = ft - 2f \quad (I)$$

$$\text{où } I = \int \frac{dt}{1 + je^{pt}} ; \text{ avec } j = \frac{f + v}{f - v} \text{ et } p = 2fc$$

$$\text{on pose } s = 1 + je^{pt}$$

$$\text{après } ds = pje^{pt} dt = p(s - 1) dt$$

ainsi :

$$I = \int \frac{ds}{Ps(s-1)} = \frac{1}{P} \int \left(\frac{1}{s-1} - \frac{1}{s} \right) ds$$

$$= \frac{1}{P} \ln \frac{s-1}{s} + \text{constante} = \frac{1}{P} \ln \frac{j^c Pt}{je^{Pt} + 1} + \text{constante}$$

$$I = \frac{1}{2fc} \ln \frac{1}{1 + \left(\frac{f-v}{f+v} \right) e^{-2fct}} + \text{constante}$$

ainsi :

$$y = ft - \frac{1}{c} \ln \frac{1}{1 + \left(\frac{f-v}{f+v} \right) e^{-2fct}} + \text{constante}$$

lorsque $t = 0$, $y = 0$ et par conséquent

$$\text{la constante} = \frac{1}{c} \ln \frac{1}{1 + \frac{f-v}{f+v}} = \frac{1}{c} \ln \frac{f+v}{2f},$$

donc

$$y = ft + \frac{1}{c} \ln \left(\frac{f+v}{2f} \right) \left[1 + \left(\frac{f-v}{f+v} \right) e^{-2fct} \right]$$

c.à.d: $y = ft + \frac{1}{c} \ln \frac{1}{2f} \left[f+v + (f-v) e^{-2fct} \right]$ (1.42) ,

où $c = \frac{0,33}{d} \cdot \frac{f}{\rho_s}$ (équation 1.29)

et $f = \sqrt{\frac{d(\rho_s - \rho_f)g}{0,33 \rho_f}}$ (équation 1.41)

Mouvement ascendant

$$y'' = cy^2 + b \quad (\text{équation 1.40})$$

donc

$$\frac{dy'}{b + cy^2} = dt \iff \frac{dy'}{f^2 + y'^2} = c dt$$

où $f = \sqrt{\frac{b}{c}} = \sqrt{\frac{d(\rho_s - \rho_f)g}{0,33 \rho_f}}$ (équation 1.41)

après intégration on a :

$$\frac{1}{f} \operatorname{tg}^{-1} \frac{y'}{f} = ct + \text{constante}$$

lorsque $t = 0$, $y' = v$, disons et la constante = $\frac{1}{f} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v}{f} \right)$

dans ce cas là, v est une quantité négative

ainsi

$$\frac{1}{f} \operatorname{tg}^{-1} \frac{y'}{f} = ct + \frac{1}{f} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v}{f} \right)$$

$$\iff \frac{y'}{f} = \operatorname{tg} \left(fct + \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{f} \right) \iff \frac{dy}{df} = f \operatorname{tg} \left[fct + \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{f} \right]$$

$$\iff y = \frac{f}{-fc} \ln \cos \left[fct + \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{f} \right] + \text{constante}$$

lorsque $t = 0$, $y = 0$, de sorte que :

$$\text{constante} = \frac{1}{c} \ln \left[\cos \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v}{f} \right) \right]$$

d'où :

$$y = - \frac{1}{c} \ln \frac{\cos \left(fct + \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{f} \right)}{\cos \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{f}}$$

$$\text{c.à.d. } y = - \frac{1}{c} \ln \left(\cos fct - \frac{v}{f} \sin fct \right) \quad (1.43)$$

où

$$c = \frac{0,33}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \quad (\text{équation 1.29})$$

et

$$f = \sqrt{\frac{d(\rho_s - \rho_f)g}{0,33 \rho_f}} \quad (\text{équation 1.41})$$

Régime transitoire

La relation entre y et t peut aussi être obtenue graphiquement quoique le processus est plus pénible par rapport à l'utilisation de la solution analytique, appropriée en particulier au cas en question, lorsque $0,4 < \operatorname{Re} < 10^3$, il n'existe pas de solution analytique au problème, et la méthode graphique doit être utilisée. Lorsque la particule sphérique se déplace vers le bas, c.à.d lorsque la vitesse est positive on a :

$$y'' = - \frac{1}{2} \lambda \frac{1,5}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \quad (\text{équation 1.36})$$

et puisque

$$y' = \frac{\operatorname{Re} \mu}{d \rho_f} \Rightarrow \frac{dy'}{dt} = y'' = \frac{\mu}{d \rho_f} \cdot \frac{d\operatorname{Re}}{dt}$$

alors :

$$\frac{\mu}{d \rho_f} \cdot \frac{d\operatorname{Re}}{dt} = - \frac{1}{2} \lambda \frac{1,5}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{\operatorname{Re}^2 \mu^2}{d^2 \rho_f^2} + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right)$$

d'où

$$t = \int_{\operatorname{Re}_1}^{\operatorname{Re}_2} \frac{d\operatorname{Re}}{\frac{g(\rho_s - \rho_f) d \rho_f}{\mu \rho_s} - \frac{1}{2} \lambda \frac{1,5 \rho_f}{d^2 \rho_s} \cdot \operatorname{Re}^2} \quad (1.44)$$

si la particule est en mouvement ascendant l'expression correspondante de t est :

$$t = \int_{\operatorname{Re}_1}^{\operatorname{Re}_2} \frac{d\operatorname{Re}}{\frac{g(\rho_s - \rho_f) d \rho_f}{\mu \rho_s} + \frac{1}{2} \frac{1,5 \rho_f}{d^2 \rho_s} \cdot \operatorname{Re}^2} \quad (1.45)$$

Des équations ci dessus, Re peut être obtenu comme fonction de t . La vitesse y' peut alors être calculée. Moyennant une seconde intégration graphique, le déplacement y peut être trouvé à tout temps t . Dans l'utilisation des relations variables, déjà obtenues il doit être observé que la loi du mouvement de la particule changera, puisque la vitesse relative entre la particule et le fluide change.

Si, par exemple, une particule est initialement en mouvement ascendant avec une vitesse v , de sorte que la valeur correspondante de Re est plus grande que 1000 environ, la relation entre y et t sera donnée par l'équation (1.43). La vitesse de la particule décroîtra progressivement et lorsque Re est inférieur à 1000, le mouvement est obtenu par l'addition de l'équation (1.45). La vitesse ascendante chutera alors encore ultérieurement jusqu'à ce que Re tombe au dessous de 0,4.

Tandis que la particule se meut dans ces conditions, sa vitesse tombera à zéro et croîtera alors graduellement dans la direction descendante. La même équation ^(1.20) peut être appliquée pour le laps de temps pendant lequel le nombre de Reynolds Re est inférieur à 0,4, indépendamment du sens. Alors pour des vitesses descendantes élevées, le mouvement de la particule est donné par les équations (1.41) et (1.42).

II.1.4. Mouvement des grains dans le fluide (théorie et application).

On va étudier un cas particulier du mouvement des grains dans le fluide, notamment une chute libre des particules en milieu fluide.

II.1.4.1. Forces de frottement ou de résistance

La particule étant en mouvement est soumise de la part du fluide à une résistance F qui s'oppose à son déplacement. Cette force dépend de l'énergie cinétique de la particule, ainsi que de la nature du fluide (sa viscosité) et du type du régime d'écoulement. Si A' est la surface du maître couple, c.à.d la surface de la projection orthogonale du solide sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement, la force de frottement est donnée par la relation de NEWTON:

$$F = \frac{1}{2} \lambda A' u^2 \rho_f \quad (\text{équation 1.8})$$

Calculons cette force pour des particules sphériques pour différents régimes d'écoulements.

Régime laminaire

$$\lambda = \frac{24}{Re} \quad (\text{équation 1.2})$$

avec

$$Re = \frac{ud \rho_f}{\mu}, \quad A' = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$F = \frac{1}{2} \lambda A' u^2 \rho_f = \frac{1}{2} \frac{24}{Re} \frac{\pi d^2}{4} u^2 \rho_f = 3 \frac{\mu \pi}{ud \rho_f} d^2 u^2 \rho_f$$

$$F = 3 \pi d u \mu \quad (1.46)$$

Cette équation est appelée équation de Stokes. Il résulte de cette équation que la force de frottement en régime laminaire est proportionnelle à la viscosité du fluide, au diamètre de la particule et à la vitesse de chute.

Régime transitoire.

$$\lambda = \frac{18,5}{\text{Re}^{0,6}} \quad (\text{équation 1.3})$$

$$F = \frac{1}{2} \lambda A u^2 \rho_f = \frac{1}{2} \cdot \frac{18,5}{\left(\frac{u \rho_f d}{\mu}\right)^{0,6}} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot u^2 \cdot \rho_f$$

$$F = \frac{1}{2} \cdot 18,5 \cdot \frac{\pi}{4} \mu^{0,6} \cdot u^{-0,6} d^{-0,6} \cdot \rho_f^{-0,6} u^2 \rho_f$$

$$F = 2,3125 \pi u^{1,4} d^{1,4} \mu^{0,6} \rho_f^{0,4} \quad (1.47)$$

c'est l'équation d'ALLEN.

Dans ce cas, la force de frottement dépend de la viscosité du fluide, du diamètre de la particule, de la vitesse de chute et de la masse volumique du fluide.

Régime turbulent.

$$\lambda = 0,44 \quad (\text{équation 1.4})$$

$$F = 0,44 \cdot \frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} u^2 \rho_f$$

$$F = 0,055 \pi d^2 u^2 \rho_f \quad (1.48)$$

C'est l'équation de NEWTON; la force de frottement dépend avant tout du carré de la vitesse relative autrement dit de l'énergie cinétique; les équations (1.46) (1.47), (1.48) sont valables pour des particules sphériques. Pour des particules non-sphériques ou bien isométriques, il faut prendre en considération le diamètre équivalent de la particule et sa sphéricité ψ . La force de frottement sera de la forme : $F = \frac{1}{2} \lambda A_e u^2 \rho_f$ (1.49)

A_e est la surface correspondante d'une sphère équivalente, et

$$\lambda = f(\text{Re}, \psi). \quad (1.50)$$

PERRY et CHILTON ont donné différentes formes pour le coefficient de friction λ à différents régimes d'écoulement.

Régime laminaire

$$\lambda = \frac{a}{\text{Re}'} \quad \text{ou} \quad \text{Re}' < 0,05 \quad (1.51)$$

$$\text{et} \quad a = \frac{24}{0,843 \text{ tg} \frac{\psi}{0,065}} = \frac{24}{\text{ks}} \quad (1.52)$$

$$\text{avec} \quad \text{Re}' = \frac{u_{\text{de}} \cdot \rho_f}{\mu} \quad (1.53)$$

où ψ est la sphéricité de la particule qui est exactement la surface d'une sphère ayant le même volume qu'une particule divisée par l'aire de la particule.

Régime transitoire.

Il n'existe pas de relation formelle pour le coefficient de friction, d'où il faut prendre la valeur de λ du tableau suivant:

avec : $0,05 < Re' < 2.10^3$

Ψ	$Re' : 1$	$: 10$	$: 100$	$: 400$	$: 1000$	$:$
$0,670$	$28,00$	$6,00$	$2,20$	$2,00$	$2,00$	$:$
$0,806$	$27,00$	$5,00$	$1,30$	$1,00$	$1,10$	$:$
$0,846$	$27,00$	$4,50$	$1,20$	$0,90$	$1,00$	$:$
$0,946$	$27,00$	$4,50$	$1,10$	$0,80$	$0,80$	$:$
$1,000$	$26,50$	$4,50$	$1,07$	$0,60$	$0,46$	$:$

Régime turbulent

Ce régime est caractérisé par une variation du nombre de Reynolds :

$$2.10^3 < Re' < 2.10^5$$

et $\lambda = 5,31 - 4,88 \Psi$. (1.54)

II.1.4.2 Vitesse limite de chute.

Lorsqu'une particule pesante se trouve dans un fluide au repos, elle est soumise à l'action de trois forces :

1- Force de la pesanteur.

$$P = mg = \frac{\pi d^3}{6} \rho_s \cdot g$$

2- La poussée d'Archimède

$$P = m_f g = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \rho_f g$$

3- La force de frottement

$$F = \frac{1}{2} \lambda A \cdot u^2 \cdot \rho_f = \frac{1}{2} \lambda \frac{\pi d^2}{4} \cdot u^2 \cdot \rho_f$$

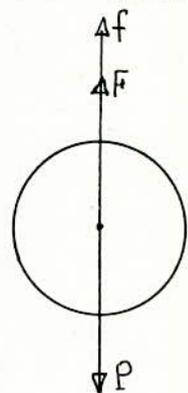
La résultante de ces forces $\vec{R} = \vec{F} + \vec{f} + \vec{P} = m \vec{\delta}$

tend à s'annuler; il en est de même de l'accélération $\vec{\delta}$ du mobile. Il en résulte que la vitesse du mobile tend vers une valeur maximale que l'on appelle vitesse limite de chute (ou vitesse de dépôt) et qui est atteinte lorsque $F = - f + P$.

$$\lambda \frac{\pi d^2}{4} \frac{u^2}{2} \rho_f = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho_f) g \tag{1.55}$$

$$u^2 = \frac{8d (\rho_s - \rho_f) g}{6 \lambda \rho_f} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{4d (\rho_s - \rho_f) g}{3 \lambda \rho_f}} \tag{1.56}$$

si d, ρ_s, ρ_f sont connus, le calcul de vitesse de chute est possible à condition que le coefficient de friction soit connu. Mais, d'autre part, le coefficient dépend du régime d'écoulement $\lambda = f(Re)$ et le nombre de Reynolds dépend de la vitesse de chute u : donc le calcul direct de



la vitesse de chute de l'équation (1.56) n'est pas possible.

La méthode de calcul de la vitesse est la suivante :

on transforme l'équation (1.56) et on calcule

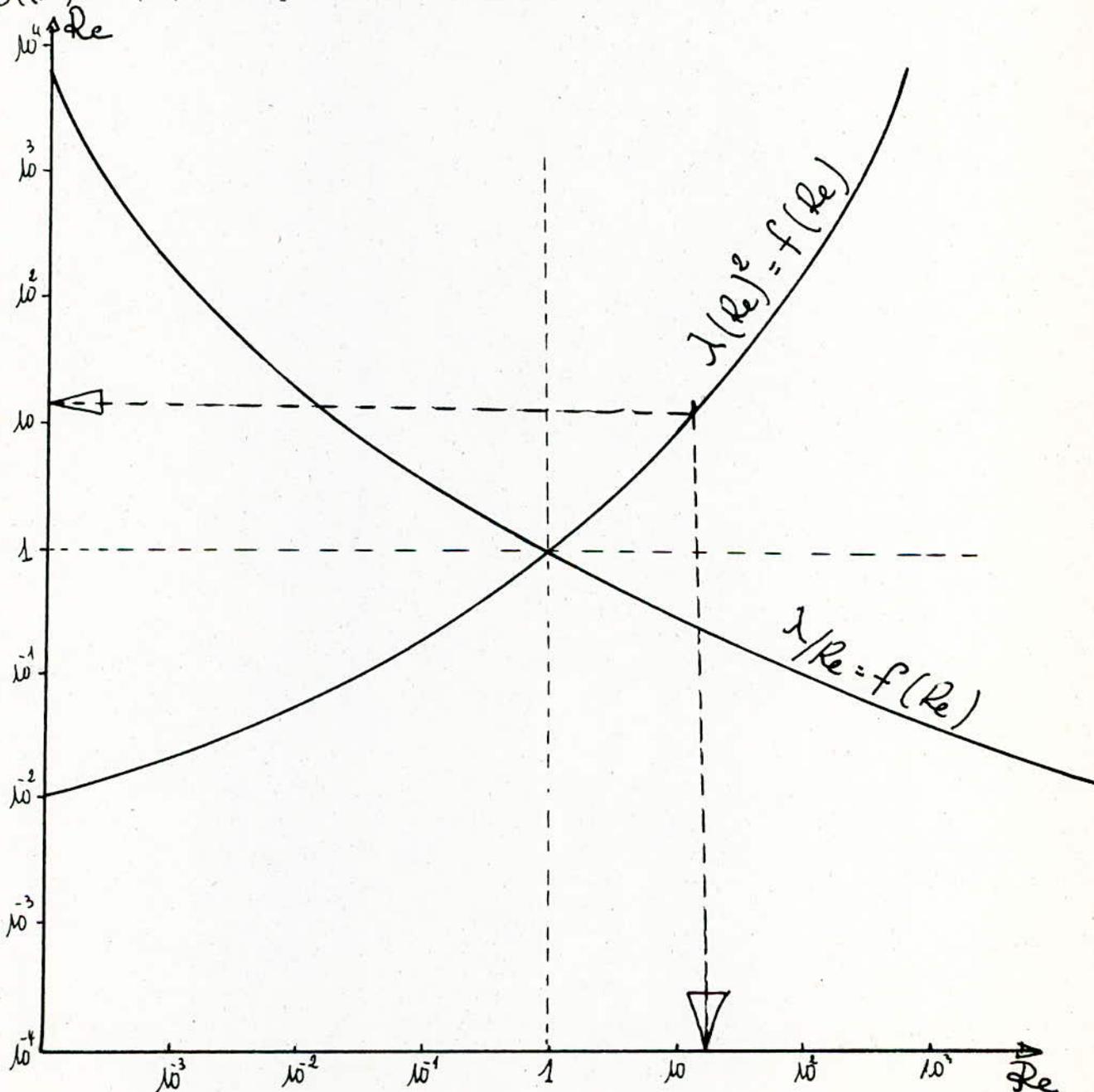
$$\lambda = \frac{4d (\rho_s - \rho_f) g}{3 u^2 \rho_f} \quad (1.57)$$

Dans cette équation il ya deux inconnus λ et u . Éliminons la vitesse de chute en multipliant l'équation (1.57) par Re^2 .

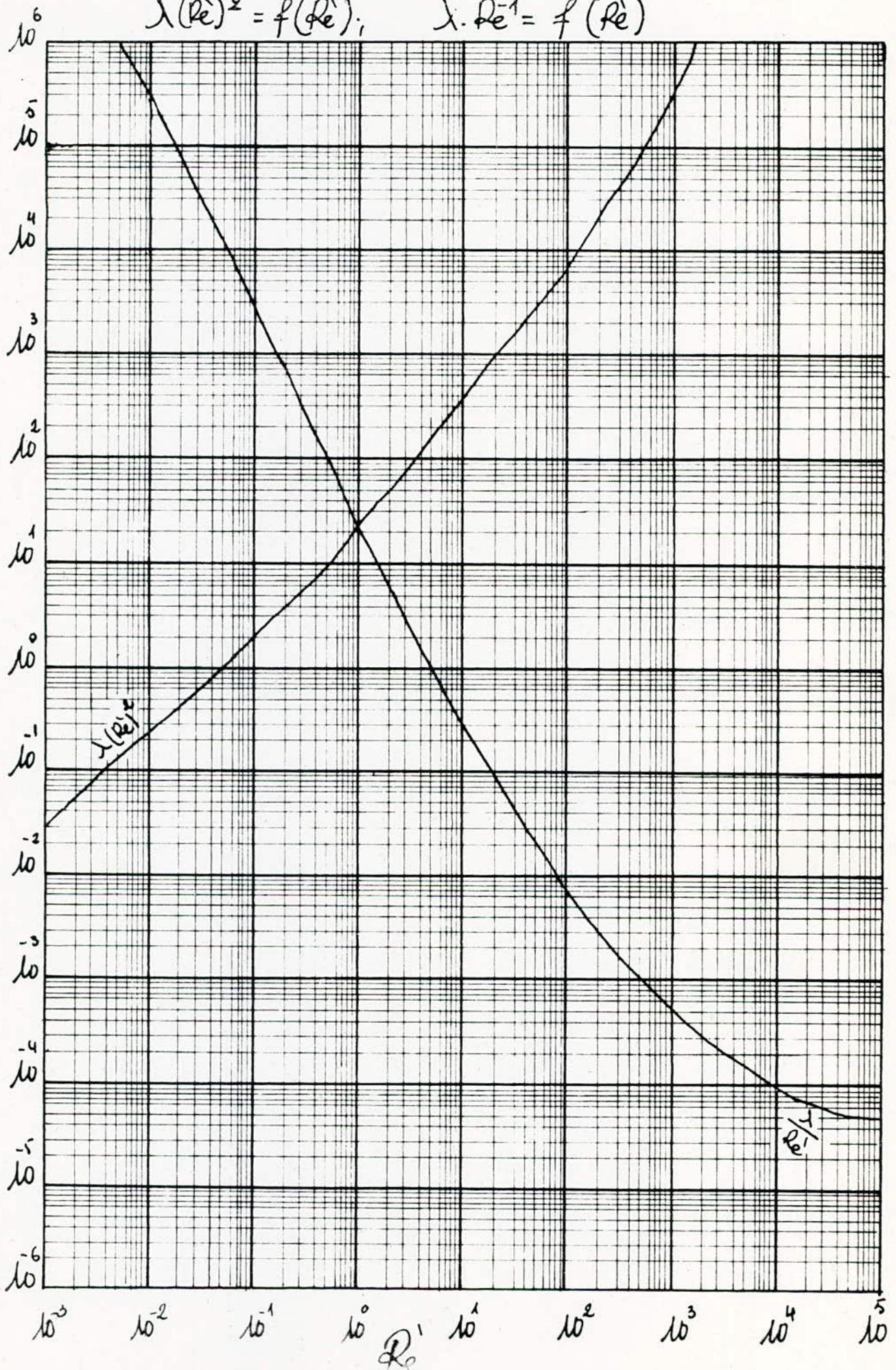
$$\lambda Re^2 = \frac{4 \cdot d (\rho_s - \rho_f) g}{3 u^2 \rho_f} \cdot \left[\frac{du \rho_f}{\mu} \right]^2$$

$$\lambda Re^2 = \frac{4 \cdot d^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_f g}{3 \mu^2} \quad (1.58)$$

La fonction $\lambda = f(Re)$ est connue, donc on peut considérer le diagramme $\lambda(Re)^2 = f(Re)$ donné par PERRY et CHILTON.



$$\lambda (Re)^2 = f(Re); \quad \lambda \cdot Re^{-1} = f(Re)$$



pour chaque cas particulier, on peut calculer, d'après l'équation (1.58), le produit $\lambda(Re^2)$ avec d , ρ_s , ρ_f , μ qui sont connus, et on relie ensuite la valeur $\lambda(Re^2)$ correspondante au nombre de Reynolds; et par la définition du Reynolds on calcule la vitesse limite de chute

$$u = \frac{Re \cdot \mu}{d \cdot \rho_f} \quad (1.59)$$

Une méthode analogue permet de résoudre un autre problème pratique, souvent rencontré, qui est de trouver le diamètre d'une particule solide dont la vitesse de chute libre u est connue; divisons dans ce cas l'équation (1.57) par le nombre de Reynolds pour aboutir à l'annulation du diamètre (d).

$$\frac{\lambda}{Re} = \frac{4}{3} \cdot \frac{d (\rho_s - \rho_f) g}{u^2 \rho_f} \cdot \frac{\mu}{d u \rho_f}$$

$$\frac{\lambda}{Re} = \frac{4}{3} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f) g \mu}{u^3 \rho_f^2} \quad (1.60)$$

Dans ce cas là, on utilise un autre diagramme $\lambda/Re=f(Re)$ pour trouver Re correspondant à la valeur de (λ/Re) et, ensuite, de la définition de Re , on tire le diamètre $d = \frac{Re \cdot \mu}{u \rho_f}$. (1.61)

En pratique, il existe deux problèmes intéressants :

- 1- comment calculer la vitesse de chute de particules d'un solide dont le diamètre est connu,
- 2- comment calculer le diamètre de particules correspondant soit en régime laminaire, soit en régime transitoire ou bien en régime turbulent, dont la vitesse de chute est connue, et ceci, pour des particules sphériques ou bien insymétriques. On essaye de trouver la solution pour chaque type de régime d'écoulement.

Régime laminaire.

Calcul de la vitesse limite de chute pour des particules sphériques :

$$\lambda = \frac{24}{Re} \quad (\text{équation 1.2}) \quad \text{où } 10^{-4} < Re < 0,4$$

D'après l'équation (1.56),

$$u = \sqrt{\frac{4d (\rho_s - \rho_f) g Re^3}{3 \rho_f \cdot 24}} = \sqrt{\frac{4d (\rho_s - \rho_f) g d u \rho_f}{3 \cdot 24 \cdot \rho_f \cdot \mu}} = \sqrt{\frac{d^2 (\rho_s - \rho_f) u g}{18 \mu}}$$

$$u = \frac{d^2 (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu} \quad (1.62)$$

la vitesse de chute est proportionnelle au carré du diamètre de la particule et inversement proportionnelle à la viscosité du fluide. On en déduit que pour les particules dont le diamètre est suffisamment grand, la vitesse de chute limite est plus grande.

Calculons maintenant le diamètre des particules, dont le mouvement est en régime laminaire.

Cette valeur limite correspond au nombre de Reynolds maximum

$$Re = \frac{d \rho_f u}{\mu} = 0,4$$

d'où $u = \frac{0,4 \mu}{d \rho_f}$ (1.63)

et d'après les équations (1.62) et (1.63) par égalité on a :

$$d = \sqrt[3]{\frac{0,4 \mu}{d \rho_f}} = \frac{d^2 (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{0,4 \cdot 18 \mu^2}{(\rho_s - \rho_f) g \rho_f}} \approx 1,931 \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) g \rho_f}} \quad (1.64)$$

Pour les particules isométriques.

Régime laminaire : $Re < 0,05$

avec : $\lambda = \frac{a}{Re'}$ (équation 1.51)

où $a = \frac{24}{0,843 \operatorname{tg} \frac{\psi}{0,065}} = \frac{24}{Ks}$ (équation 1.52)

donc $\lambda = \frac{24}{Re' \cdot Ks}$

en faisant la transformation de l'équation (1.56)

$$u = \sqrt{\frac{4 \operatorname{de} (\rho_s - \rho_f) g}{3 \lambda \rho_f}} = \sqrt{\frac{4 \operatorname{de} (\rho_s - \rho_f) g Re' \cdot Ks}{3 \rho_f 24}}$$

$$u = \sqrt{\frac{4 \operatorname{de} (\rho_s - \rho_f) g \operatorname{de} \rho_f \cdot u \cdot Ks}{24 \cdot 3 \cdot \rho_f \cdot \mu}}$$

$$u = \left[\frac{Ks \operatorname{de}^2 (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu} \right]^2 \quad (1.65)$$

on déduit le diamètre équivalent limite d'une particule.

$$Re' = \frac{\operatorname{de} \cdot u \rho_f}{\mu} = 0,05 \Rightarrow u = \frac{0,05 \mu}{\operatorname{de} \cdot \rho_f} \quad (1.66)$$

et d'après les équations (1.65) et (1.66) par égalité on a :

$$\frac{0,05 \mu}{\operatorname{de} \cdot \rho_f} = \frac{Ks \operatorname{de}^2 (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu}$$

$$\operatorname{de} = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 0,05 \mu^2}{(\rho_s - \rho_f) g \cdot Ks \rho_f}} = \left(\frac{0,9}{Ks}\right)^{1/3} \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \rho_f g}} \quad (1.67)$$

Régime turbulent (particules sphériques)

$$\lambda = 0,44 \quad (\text{équation 1.4})$$

avec $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$

d'après l'équation (1.56) : $u = \sqrt{\frac{4 \cdot d (\rho_s - \rho_f) g}{0,44 \cdot 3 \rho_f}}$

$$u \approx 1,74 \sqrt{\frac{d (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} \quad (1.68)$$

trouvons le diamètre limite dont la vitesse de chute correspond au régime turbulent.

Calculons la vitesse de chute limite.

$$Re = \frac{d \cdot \rho_f \cdot u}{\mu} = 1000 \quad (1.69)$$

$$u = \frac{1000 \cdot \mu}{d \cdot \rho_f} \quad (1.70)$$

en faisant l'égalité entre les équations (1.68) et (1.70)

$$1,74 \sqrt{\frac{d (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} = \frac{1000 \mu}{d \cdot \rho_f}$$

$$(1,74)^2 \frac{d (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f} = \frac{10^6 \mu^2}{d^2 \rho_f^2} \quad (1.71)$$

$$d^3 = \frac{10^6 \mu^2 \rho_f}{(1,74)^2 \rho_f (\rho_s - \rho_f) g} \Rightarrow d \approx 69,1248 \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{\rho_f (\rho_s - \rho_f) g}}$$

Il est évident que les particules de diamètres supérieurs à (d) d'après (1.71) vont descendre en régime turbulent.

Particules isométriques.

Régime turbulent : avec $2 \cdot 10^3 < Re' < 2 \cdot 10^5$

calcul de vitesse de chute limite, d'après l'équation (1.56):

$$u = \sqrt{\frac{4 \cdot d_e (\rho_s - \rho_f) g}{3 \rho_f \lambda}}$$

avec $\lambda = 5,31 - 4,88 \Psi$

$$u = \sqrt{\frac{4}{3(5,31 - 4,88 \Psi)}} \cdot \sqrt{\frac{d_e (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} = Kn \sqrt{\frac{d_e (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} \quad (\text{équation 1.54})$$

$$u = Kn \sqrt{\frac{d_e (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} \quad (1.72)$$

$$\text{avec } Kn = \sqrt{\frac{4}{3(5,31 - 4,88 \Psi)}} \quad (1.73)$$

calculons la vitesse limite de chute :

$$Re' = \frac{d_e \cdot u \cdot \rho_f}{\mu} = 2 \cdot 10^3 \quad (1.74)$$

$$u = \frac{2000 \mu}{d_e \cdot \rho_f} \quad (1.75)$$

en faisant l'égalité entre les équations (1.72) et (1.75)

$$\frac{2000 \mu}{d_e \cdot \rho_f} = Kn \sqrt{\frac{d_e (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}}$$

$$d_e^3 = \frac{2000^2 \mu^2}{(\rho_s - \rho_f) g \rho_f} \cdot \frac{1}{Kn^2} \Rightarrow d_e = \frac{158,74}{Kn^{2/3}} \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{\rho_f (\rho_s - \rho_f) g}} \quad (1.76)$$

$$de^3 = \frac{2000^2 u^2}{(\rho_s - \rho_f)g \rho_f} \cdot \left(\frac{1}{Kn}\right)^2 \Rightarrow de = \frac{158,74}{Kn^{2/3}} \sqrt[3]{\frac{u^2}{\rho_f(\rho_s - \rho_f)g}}$$

Régime transitoire

pour les particules sphériques : $0,4 < Re < 10^3$

$$1,931 \sqrt[3]{\frac{u^2}{(\rho_s - \rho_f) \rho_f g}} < d < 69,1248 \sqrt[3]{\frac{\rho_f u^2}{\rho_f(\rho_s + \rho_f)g}}$$

(équation 1.64)

(équation 1.71)

pour les particules isométriques: $0,05 < Re' < 2 \cdot 10^3$

$$\left(\frac{0,9}{Ks}\right)^{1/3} \sqrt[3]{\frac{u^2}{(\rho_s - \rho_f)g \rho_f}} < de < \frac{158,74}{Kn^{2/3}} \sqrt[3]{\frac{u^2}{\rho_f(\rho_s - \rho_f)g}}$$

(équation 1.67)

(équation 1.76)

II.1.4.3 CLASSIFICATION HYDRAULIQUE.

La théorie du mouvement des grains dans le fluide est appliquée en pratique pour le calcul des différentes opérations. On peut citer d'abord la classification hydraulique (ou le classement par voie humide). C'est la méthode de séparation des mélanges dont les particules ont des diamètres différents et de masse volumiques différentes.

Cette méthode repose sur l'existence de différentes vitesses de chute pour différentes particules.

Pour les particules sphériques.

Régime laminaire $10^{-4} < Re < 0,4$

$$v = \frac{d^2 (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu} \quad (\text{équation 1.62})$$

$$v = \frac{(\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu} d^2 = A \cdot d^2$$

Pour les particules isométriques.

Régime laminaire $Re' < 0,05$

$$v = \frac{de^2 K_s (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu} \quad (\text{équation 1.65})$$

$$v = \frac{K_s (\rho_s - \rho_f) g}{18 \mu} de^2 = A' \cdot de^2$$

On remarque que l'interprétation graphique correspondante au régime laminaire que ce soit pour des particules isométriques ou sphériques est une parabole qui admet un axe de symétrie qui est l'axe vertical.

Pour les particules sphériques

Régime turbulent avec $10^3 < Re < 2.10^5$

d'après l'équation (1.68)

$$v = 1,74 \sqrt{\frac{d (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} = 1,74 \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} \cdot \sqrt{d} = B \cdot \sqrt{d}$$

Pour les particules isométriques.

Régime turbulent. avec $2.10^3 < Re' < 2.10^5$

d'après l'équation (1.72)

$$v = Kn \sqrt{\frac{de (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} = Kn \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f}} \cdot \sqrt{de} = B' \cdot \sqrt{de}$$

l'interprétation graphique de ces deux vitesses de chutes sont des paraboles qui admettent comme axe de symétrie l'axe horizontale.

Régime transitoire.

pour les particules sphériques

avec $0,4 < Re < 10^3$

l'équation de la vitesse est donnée par celle de VON ALLEN, d'après l'équation (1.56)

$$v = \sqrt{\frac{4d (\rho_s - \rho_f)g}{3 \rho_f \mu}}$$

avec $\lambda = \frac{18,5}{Re^{0,6}}$ (équation 1.3) où $Re = \frac{ud \rho_f}{\mu}$

On substituant (λ) dans l'équation (1.56) on a :

$$v = \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{d(\rho_s - \rho_f)g}{\rho_f \cdot 18,5} \cdot \frac{u^{0,6} d^{0,6} \rho_f^{0,6}}{\mu^{0,6}} \right]^{1/2}$$

$$v = \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{18,5} \cdot g d \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \right) \cdot \left(\frac{\rho_f d}{\mu} \right)^{0,6} \right]^{1/2} \cdot v \frac{0,6}{2}$$

$$v = \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{18,5} \cdot g \cdot d \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \right) \left(\frac{\rho_f \cdot d}{\mu} \right)^{0,6} \right]^{5/7} \quad (1.77)$$

Après simplification on aboutit à la forme simplifiée suivante .

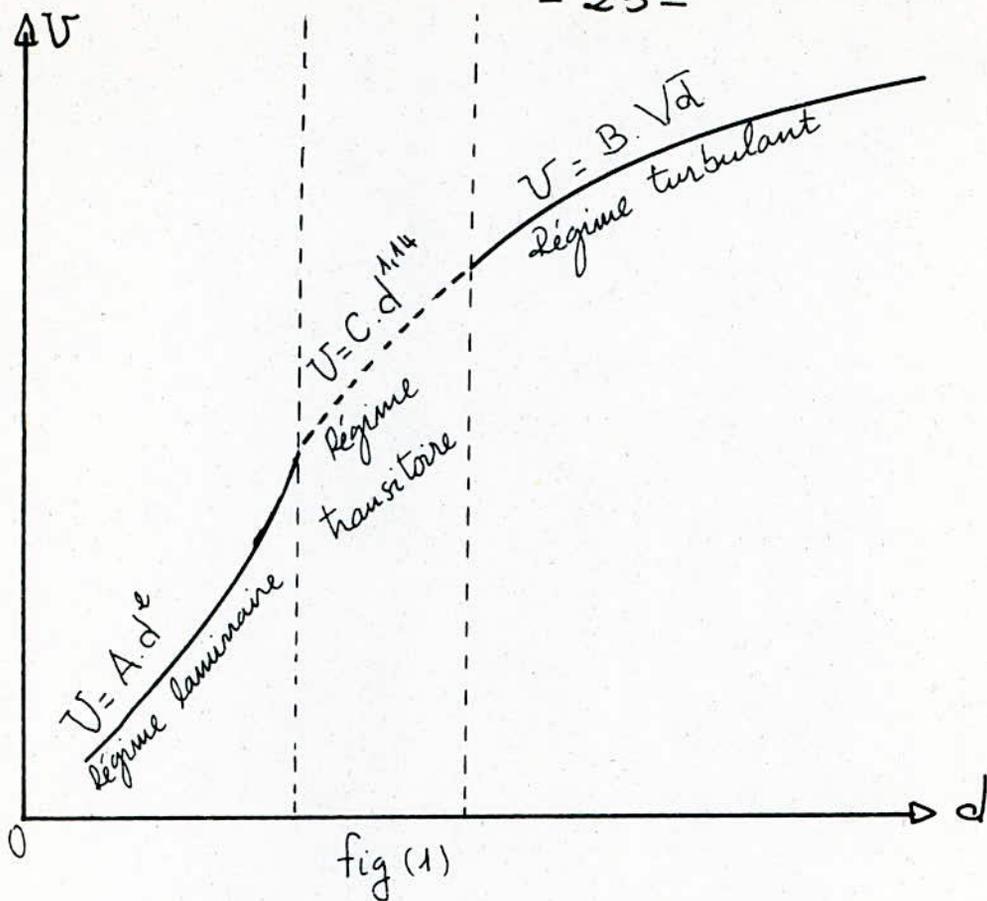
$$v = \frac{d^{1,14} [(\rho_s - \rho_f)g]^{0,714}}{6,55 \mu^{0,428} \cdot \rho_f^{0,286}} \quad (1.78)$$

Mais concernant les particules isométriques, il n'existe pas de corrélation bien définie.

Dans le cas général, on représente la fonction de la vitesse de chute par

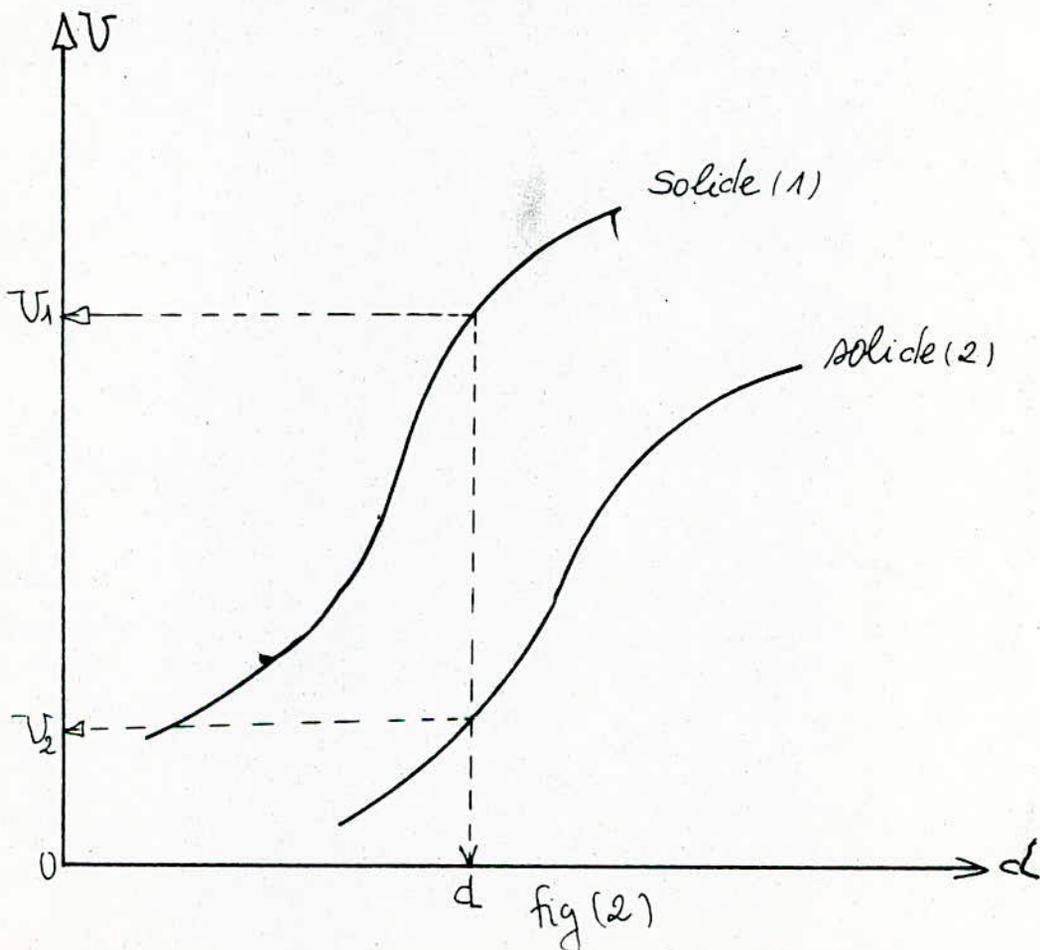
$v = Cd^{1,14}$, où C est une constante. L'interprétation graphique peut être assimilée à une droite.

On présente les différentes interprétations graphiques sur la figure (1)

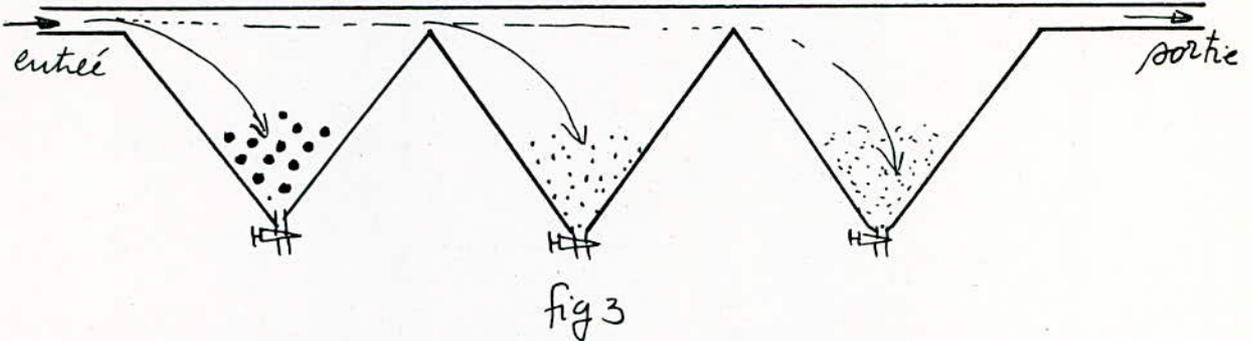


cette courbe représente les différentes vitesses de chûtes limites pour des particules de masse volumique constante.

Pour le cas de deux particules solides (1) et (2) de masses volumiques différentes ρ_{s1}, ρ_{s2} tel que $\rho_{s1} > \rho_{s2}$ on peut tracer deux courbes de vitesse de chute en fonction du diamètre de la particule.

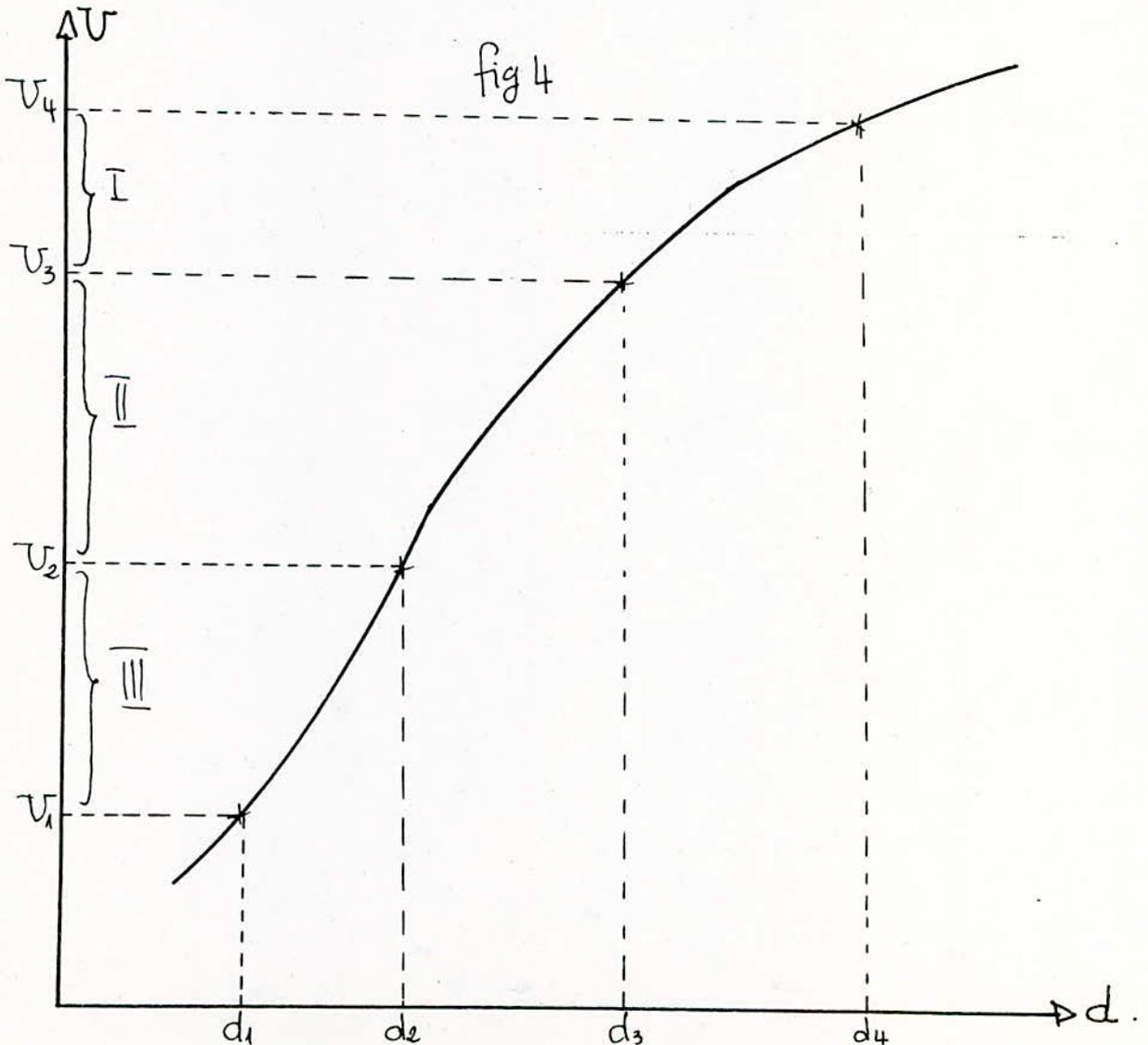


Pour la particule solide (1) de masse volumique supérieure, sa vitesse de chute est évidemment supérieure $U_1 > U_2$ comme nous le montre la figure (2) La principe de fonctionnement d'un classificateur hydraulique est représenté par la figure (3) suivante.



La suspension des particules solides est introduite par un courant de fluide. La vitesse linéaire est très faible, les particules les plus grosses descendent d'abord, puisque la vitesse de chute est la plus grande, les particules de diamètres plus petits ou les plus légères sont séparées dans les parties suivantes du classificateur.

Expliquons le fonctionnement d'un classificateur à la base du diagramme (figure 4) les particules sont de même masse volumique

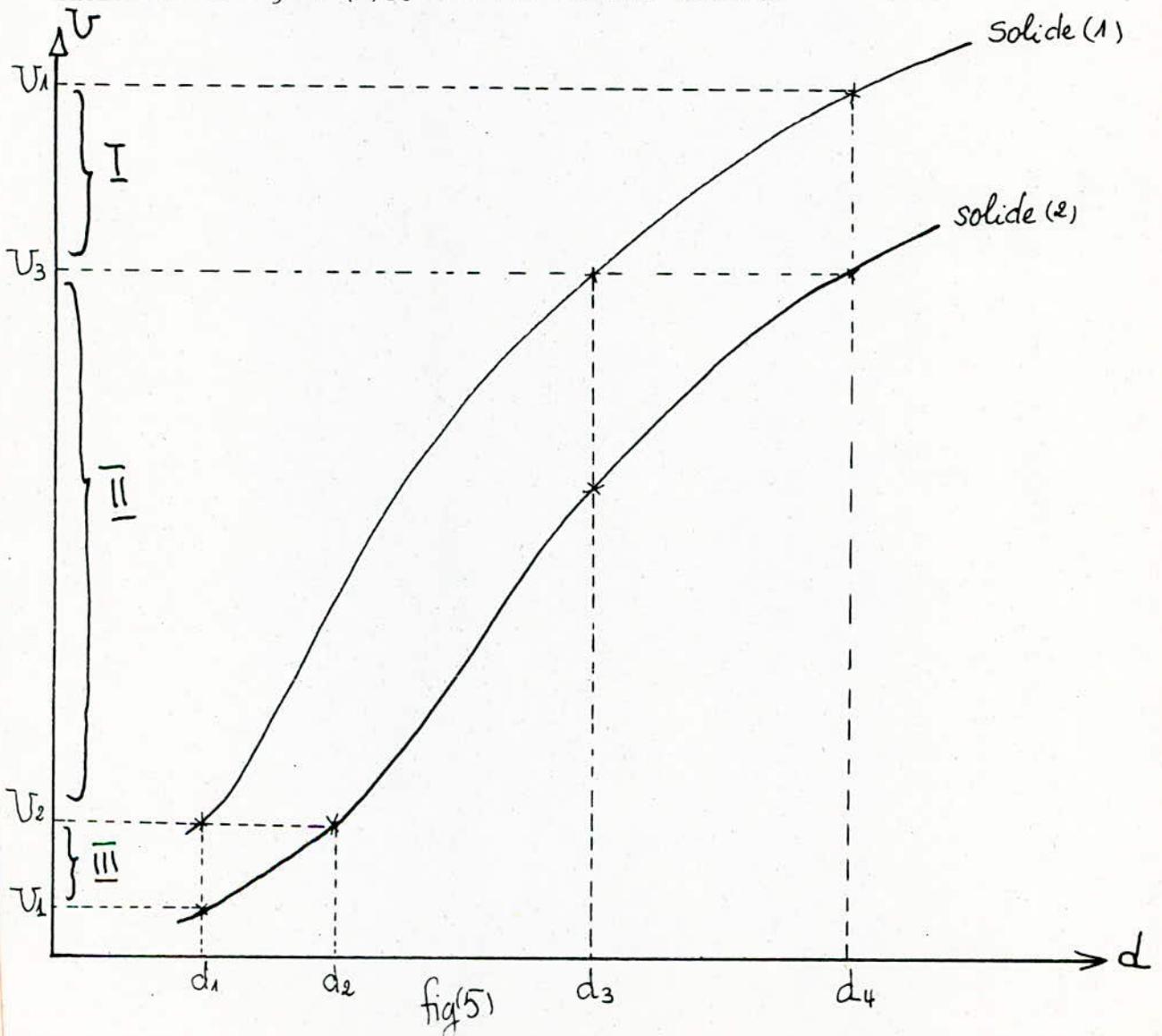


On fait la séparation du mélange des particules dont les diamètres sont compris entre d_1 et d_4 , on a trois fractions granulométriques. L'interprétation de la figure (4) et dans le tableau suivant.

fractions	dimensions des particules	diamètres des particules	vitesse de chute
I	grandes	$[d_3, d_4]$	$[u_3, u_4]$
II	moyennes	$[d_2, d_3]$	$[u_2, u_3]$
III	petites	$[d_1, d_2]$	$[u_1, u_2]$

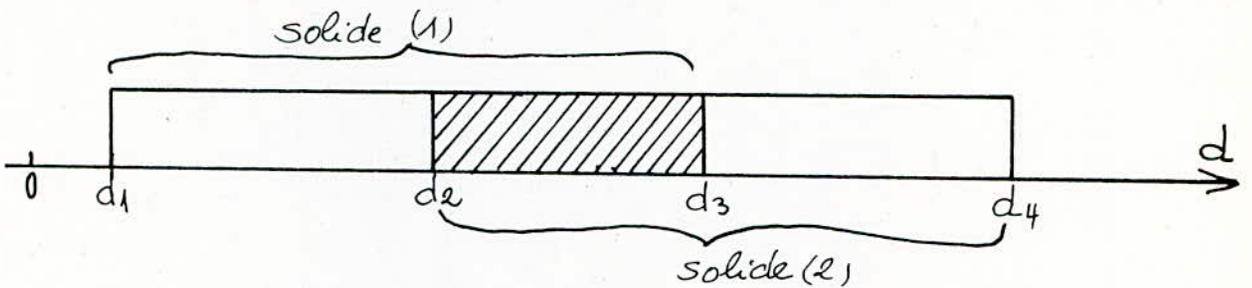
La situation est beaucoup plus complexe si le mélange de particules solides initiale contient des particules de diamètre d_1 à d_4 mais, de plus, la suspension se compose de deux solides différents (1), (2) d'où l'existence de deux masses volumiques différentes.

D'après la (figure 5) on distingue trois fractions granulométriques. L'interprétation de la figure (5) est dans le tableau suivant.



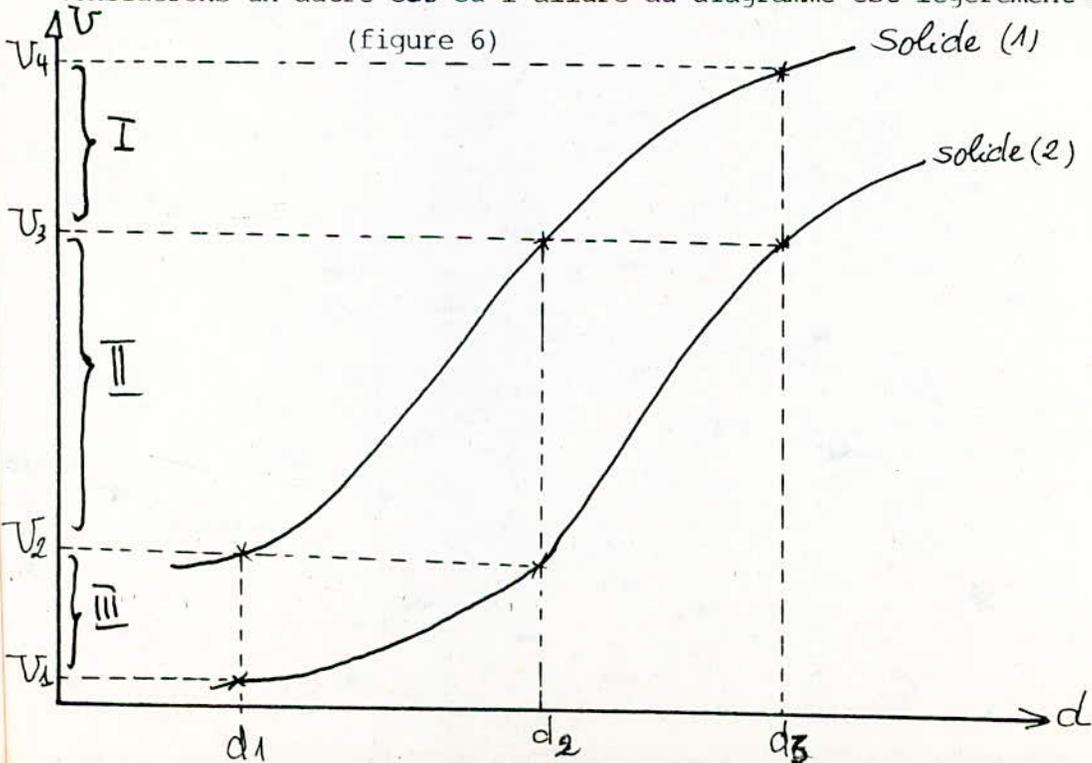
fractions	type de solide	diamètres des particules	vitesse de chute
I	solide (1)	$[d_3, d_4]$	$[v_3, v_4]$
II	mélange	solide (1) : $[d_1, d_3]$ solide (2) : $[d_2, d_4]$	$[v_2, v_3]$
III	solide (2)	$[d_1, d_2]$	$[v_1, v_2]$

Interprétons la composition de cette suspension de mélange par un diagramme.



Normalement, après la classification hydraulique, on peut séparer les particules de la fraction du mélange selon leur diamètres par tamisage, or la séparation s'est avérée impossible, car la fraction du mélange étant constituée uniquement de particules des deux solides (1) et (2) ayant le même diamètre.

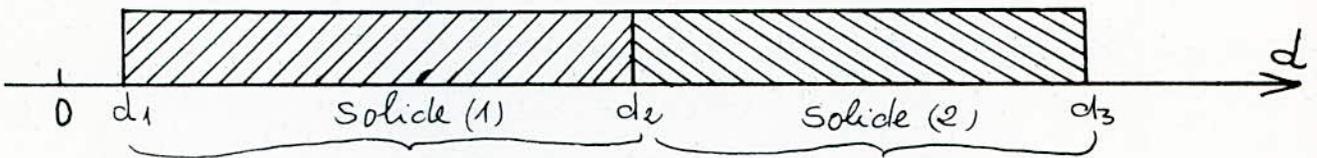
Considérons un autre cas où l'allure du diagramme est légèrement différente,



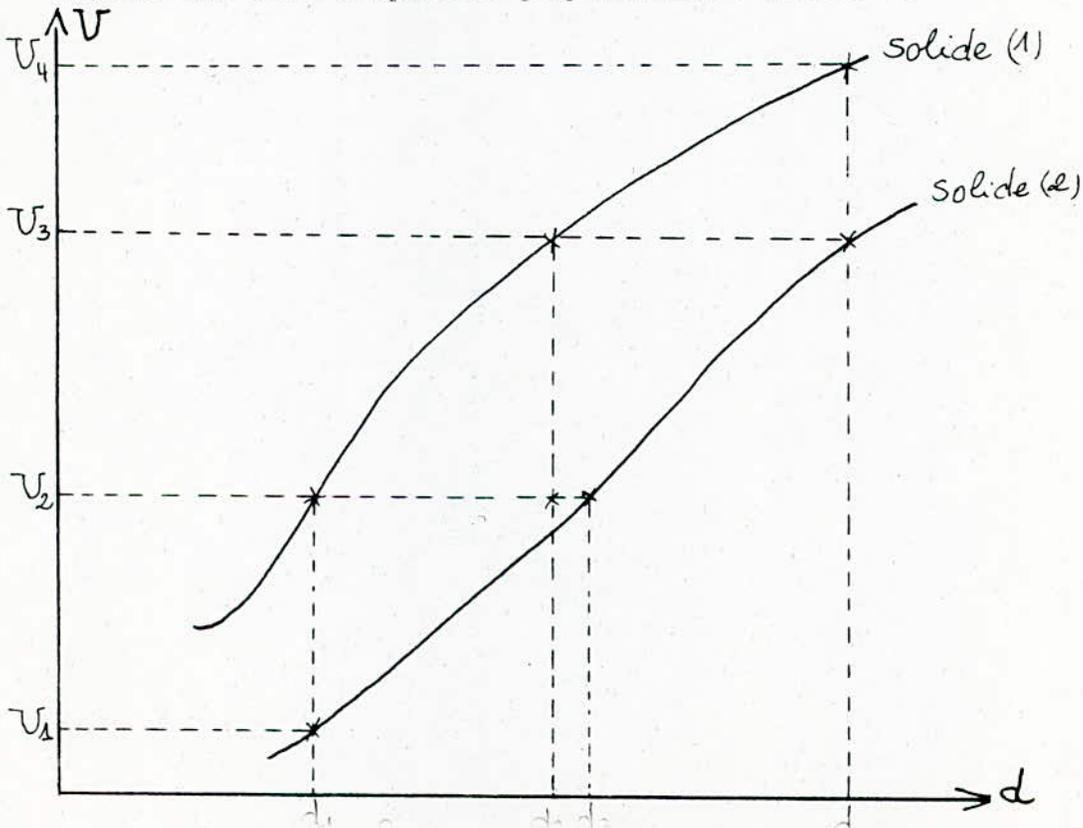
L'interprétation de la figure (6) est dans le tableau suivant :

fractions	type de solide	diamètres des particules	vitesse de chute
I	solide (1)	$[d_2, d_3]$	$[U_3, U_4]$
II	mélange	solide (1) : $[d_1, d_2]$ solide (2) : $[d_2, d_3]$	$[U_2, U_3]$
III	solide (2)	$[d_1, d_2]$	$[U_1, U_2]$

Interprétation de la suspension de solides par le diagramme suivant :



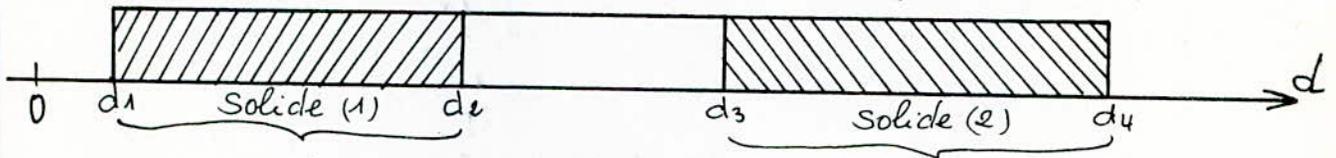
Dans ce cas la séparation de la fraction du mélange par tamisage est possible. Dans le cas le plus général, la classification hydraulique des particules solides est faite d'après le graphe suivant (figure 7)



L'interprétation de la figure 7 est dans le tableau suivant :

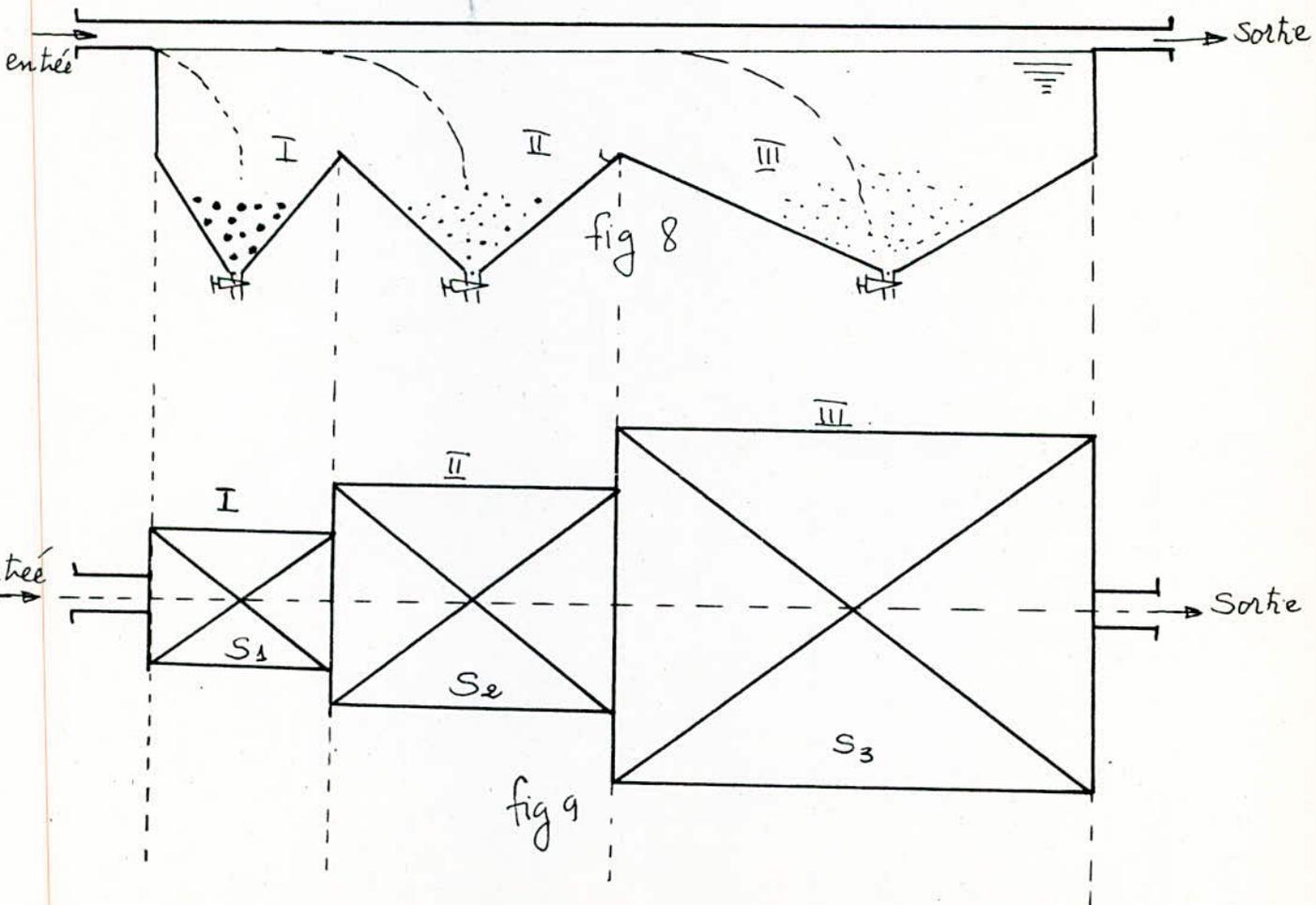
fractions	type de solide	diamètres des particules	vitesse de chute
I	solide (1)	$[d_2, d_4]$	$[U_3, U_4]$
II	mélange $\begin{cases} \text{solide (1)} \\ \text{solide (2)} \end{cases}$	$[d_1, d_2]$ $[d_3, d_4]$	$[U_2, U_3]$
III	solide (2)	$[d_1, d_3]$	$[U_1, U_2]$

Interprétation de la suspension de solide par le diagramme suivant .



Dans ce cas la séparation est aisée.

Le schéma d'un classificateur hydraulique industriel se présente de la façon suivante :



La figure (9) est la projection de la figure (8)

Il se compose de trois compartiments dont les sections respectives sont S_1, S_2, S_3 tels que $S_1 < S_2 < S_3$.

La vitesse linéaire d'entraînement du fluide diminue graduellement, à l'entrée de chaque compartiment ce qui favorise la chute des particules, d'où la séparation de la suspension des particules solides.

II.2. MÉTHODE DE SÉPARATION DE MÉLANGES (LIQUIDE - SOLIDE)

II.2.1. Sédimentation et classification hydraulique.

Une particule solide de masse volumique ρ_s en suspension dans un liquide de masse volumique ρ_f avec ($\rho_s > \rho_f$) au repos, tend à se déposer plus au moins rapidement au fond du récipient. A mesure que se forme le dépôt ou sédiment, le liquide devient clair. La sédimentation (ou formation du sédiment) et la clarification du liquide concernent donc la même opération, les deux termes indiquant que l'on s'intéresse plus particulièrement soit au solide soit au liquide. La séparation du liquide des sédiments est appelée parfois décantation. Mais le plus souvent, le terme de décantation s'applique au dépôt par ordre de masses volumiques décroissantes de liquides non miscibles (émulsions) et à la séparation de ces liquides.

La sédimentation des suspensions obéit aux lois du mouvement relatif d'une particule solide et d'un fluide. Elle peut être réalisée en discontinu ou en continu.

II.2.1.1. Sédimentation différentielle.

Elle est basée sur le mouvement relatif des solides dans un fluide. Lorsqu'un solide se déplace dans un fluide au repos, celui-ci lui oppose une certaine résistance qui est fonction, en particulier, de la vitesse du mobile. Si le mouvement est très lent, la couche de fluide en contact avec le corps se meut avec lui; à une certaine distance du solide le fluide reste immobile. Toute la résistance au mouvement provient de la viscosité du fluide. Le mouvement est alors dit visqueux, ou laminaire (figure a).

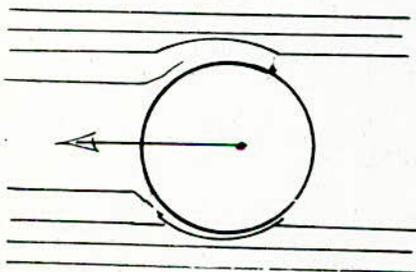


fig a

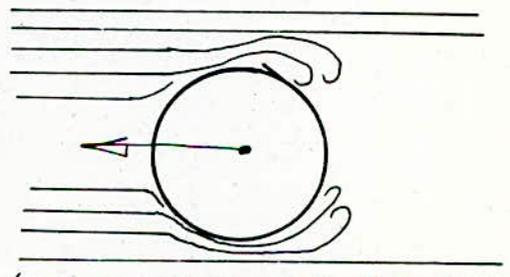


fig b

Lorsque le mobile se déplace rapidement, l'influence de la viscosité du fluide devient négligeable. La résistance au mouvement tient à la différence de pression qui apparaît dans le fluide en avant et en arrière du mobile; elle est à peu près proportionnelle au carré de la vitesse; le mouvement est turbulent.

II.2.1.2 Sédimentation libre et sédimentation entravée.

La sédimentation est dite libre lorsque les particules en suspension dans une grande quantité de fluide se déposent indépendamment les unes des autres. Pour qu'une telle sédimentation puisse se produire, il faut que la concentration des particules dans le fluide soit faible et que l'effet de paroi soit négligeable. On admet que la sédimentation peut être libre même si les particules en suspension sont de forme irrégulière. Lorsque les conditions de la sédimentation libre ne sont pas réalisées, elle est dite entravée. Les cas de sédimentation libre sont relativement rares.

En général, la concentration du solide en suspension dans un fluide est assez élevée pour que se manifestent les actions des particules les unes sur les autres. D'autant ^{plus} que les appareils utilisés présentent toujours des parois. Il résulte de tout cela, que les relations établies dans le cas de "sédimentation libre" ne constituent qu'une première approximation.

II.2.1.3 Sédimentation en discontinu.

Lorsqu'on opère en discontinu, la suspension est laissée en repos dans un récipient. Dans de telles conditions, une suspension de solides bien calibrés (fig 1) se sédimente progressivement.

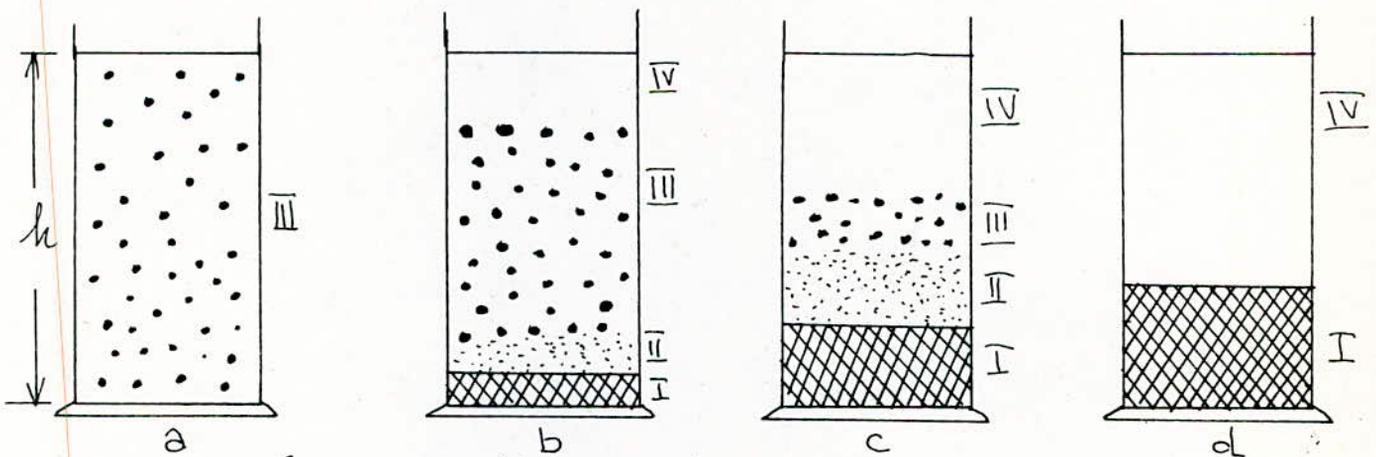


fig. 1: Sédimentation en discontinu.

- I, sédiment.
- II, couche de transition.
- III, suspension initiale.
- IV, liquide clair.

Au bout d'un moment, apparaissent dans le récipient différentes couches, de hauteur variable avec le temps.

On observe ainsi de bas en haut (fig 1b)

- une couche inférieure I, riche en solide déposé;
- une couche II, dite de transition, de concentration intermédiaire entre la couche précédente et celle de la suspension initiale;
- une couche III de même concentration que la suspension initiale;
- une couche supérieure IV de liquide clair; la surface de séparation entre les couches III et IV est en général très nette.

Tandis que l'épaisseur de la couche de transition reste constante et que celle de III diminue, les hauteurs des couches extrêmes (I et IV) augmentent avec le temps (fig 1c). A un certain moment, dit point critique, apparaît un nouveau phénomène appelé compression, correspondant à la disparition de la couche de transition et à l'expulsion du liquide impregnant la couche de sédiment. Après la compression, la sédimentation est terminée (fig 1 d).

Si h est la hauteur de la suspension dans le récipient et U_c la vitesse limite de chute des particules, la durée de la sédimentation est $t = \frac{h}{U_c}$.

On remarque que la vitesse U_c peut être calculée par la relation déjà citée: $U_c = \frac{gd^2 (\rho_s - \rho_f)}{18\mu}$.

On l'a obtenue expérimentalement de la façon suivante : Le niveau (h) de la surface qui sépare la couche IV de liquide clair de la suspension (couche III) se déplaçant en fonction du temps, on représente graphiquement cette variation sur la courbe obtenue (fig 2); on distingue une portion pratiquement rectiligne. La hauteur (h) décroît donc proportionnellement au temps, et la vitesse de chute, qui est égale à la pente de cette portion de droite, est donc constante.

Cette vitesse diminue ensuite à mesure que croît la hauteur du sédiment. Lorsque l'épaisseur de ce dernier ne varie plus, la vitesse s'annule.

fig 2: Variation de la hauteur de la suspension en fonction du temps.

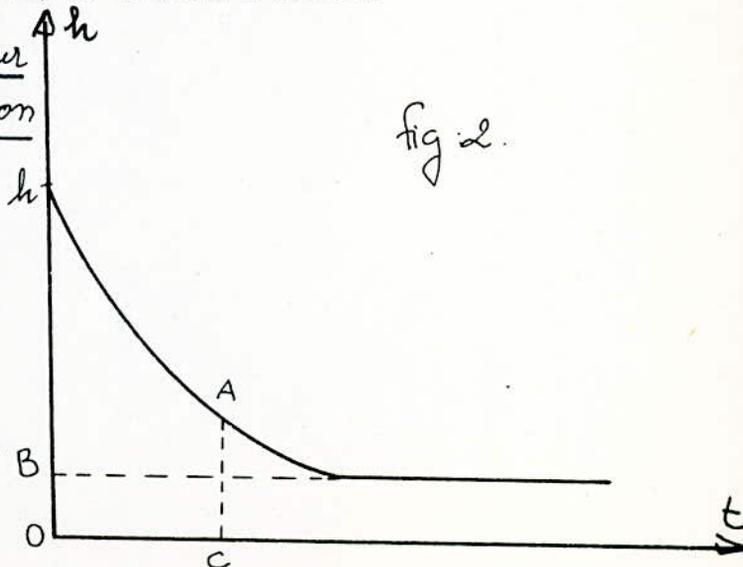


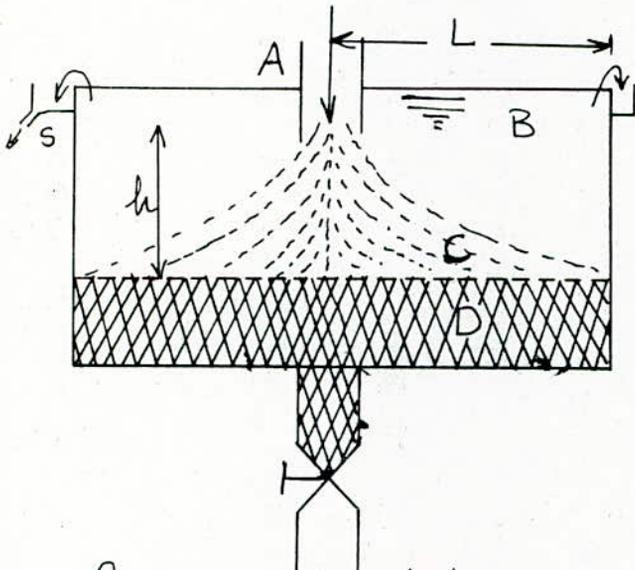
fig 2.

C , point critique.

OB , hauteur du dépôt à la fin de la sédimentation.

II.2.1.4 Sédimentation en continu.

Lorsqu'on opère en continu, l'alimentation en pulpe et le soutirage du liquide clair s'effectuent sans interruption; l'évacuation du sédiment pouvant être intermittente ou continue. Dans ces conditions, on observe (fig3) la formation de couches distinctes comme en régime discontinu, mais tandis que dans ce dernier cas la hauteur de chacune de ces couches varie en fonction du temps, en sédimentation continue, les couches sont de hauteur invariable. Il s'établit un état permanent avec :



- A: Alimentation en continu en pulpe
- B: Zone de liquide clarifié;
- C: Zone intermédiaire;
- D: Sédiment;
- S: Surverse;
- L: Trajet du liquide à l'intérieur de l'appareil;
- h: hauteur de chute de particule.

fig. 3 Sédimentation en continu.

- une couche supérieure de liquide clarifié,
- une couche intermédiaire où se produit la sédimentation;
- une couche inférieure de sédiment.

Il faut remarquer que la séparation entre les deux couches supérieures n'est pas aussi marquée qu'en opération discontinue.

Les particules solides qui pénètrent dans la cuve de sédimentation sont soumises à leurs poids apparent (comme en sédimentation discontinue) et à l'entraînement tenant au mouvement du liquide. Etant données les dimensions habituelles des cuves, cet entraînement peut sans erreur appréciable, être considéré comme horizontale. La vitesse des particules est donc la somme géométrique de la vitesse de chute \vec{U}_c qui est verticale, et de la vitesse d'entraînement \vec{U}_{ef} qui est horizontale. $\vec{U} = \vec{U}_c + \vec{U}_{ef}$.

Pour que les particules ne soient pas entraînées hors de la cuve par le courant de liquide, et qu'elles se déposent au fond du récipient, la durée de séjour du liquide dans l'appareil doit être supérieure à la durée de sédimentation; autrement dit, la vitesse du liquide doit rester inférieure à une certaine valeur que l'on peut aisément calculer.

Soit en effet (h) la hauteur de chute des particules.

La durée de dépôt (t) ne dépendant que de la composante verticale de la vitesse, on a : $t = \frac{h}{U_c}$.

D'autre part, si (L) est le trajet parcouru par le liquide à l'intérieur de la cuve, la durée du séjour est : $t' = \frac{L}{U_{ef}}$

On écrivant que $t' > t$ il vient

$$\frac{L}{U_{ef}} > \frac{h}{U_c}$$

d'où : $U_{ef} < U_c \frac{L}{h}$.

Telle est la valeur maximale que peut avoir la vitesse d'entraînement.

Pendant la durée de la sédimentation, le volume de liquide clair qui sort de la cuve est $s.h$ (s'étant l'aire du fond de la cuve) et par suite, le débit de l'appareil en liquide clair est :

$$Q = \frac{sh}{t} = sU_c.$$

Cette relation montre que le débit ne dépend pas de la hauteur de l'appareil, mais qu'il est proportionnel à sa surface. C'est la raison pour laquelle les appareils modernes ont des dimensions horizontales importantes. Il faut remarquer que le débit Q en liquide clair est inférieur au débit d'alimentation en pulpe. Cela tient d'une part au solide déposé, et d'autre part, au volume de liquide imprégnant le sédiment et s'écoulant avec lui.

II.2.1.5. Appareillage.

Les appareils utilisés dans l'industrie pour la sédimentation des suspensions de solides sont appelés des épaisseurs. Certains d'entre eux sont statiques, d'autres mécaniques. Nous les classerons selon leur mode de fonctionnement en appareils discontinus et en appareils continus.

II.2.1.5.1. Epaississeurs discontinus.

Ce sont le plus souvent les plus grands des bacs cylindriques ou des bassins parallélépipédiques (fig 4), munis d'une vanne à leur partie inférieure pour l'évacuation du solide forme de boue, et de dispositifs pour l'évacuation du liquide clarifié. On remplit le bac avec la suspension (pulpe) et on l'abandonne au repos pendant le temps nécessaire à la clarification et à la formation d'une boue épaisse. Lorsque l'opération est terminée, on évacue le liquide clarifié à l'aide de robinets étages ou au moyen d'une conduite dont l'extrémité peut suivre le déplacement de la surface libre du liquide.

II

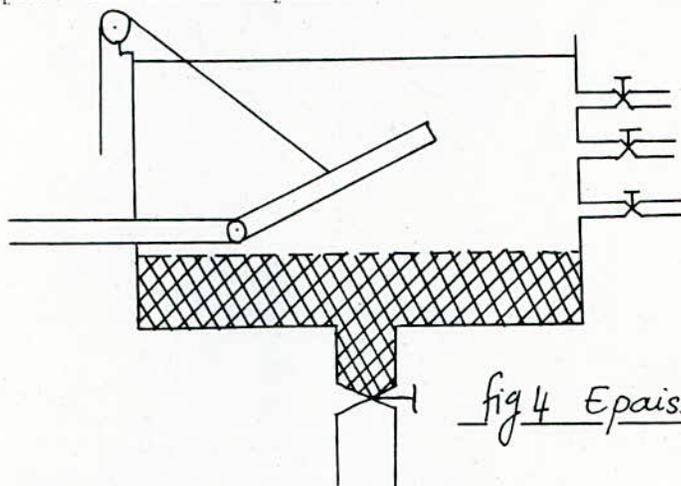


fig 4 Epaississeur discontinu

II.2.1.5.2 Epaississeur continu.

Dans les appareils de cette catégorie, l'évacuation du sédiment est, selon le modèle, intermittente ou continue. Nous décrivons un épaississeur à soutirage intermittent et deux autres à soutirage continu, dont l'un est du type statique et l'autre du type mécanique.

II.2.1.5.2.1 CÔNE D'ALLEN .

C'est un épaississeur statique constitué par un récipient conique dont la pointe est dirigée vers le bas. Il est muni à sa partie inférieure d'un dispositif d'obturation pour la décharge intermittente du dépôt, commande manuellement ou automatiquement par l'intermédiaire d'un flotteur (fig 5)

- ①: La pulpe.
- ②: Surverse.
- ③: Liquide clair
- ④: Conduite d'alimentation
- ⑤: Conduite tige de commande de l'obturateur.
- ⑥: Flotteur.
- ⑦: L'obturateur.

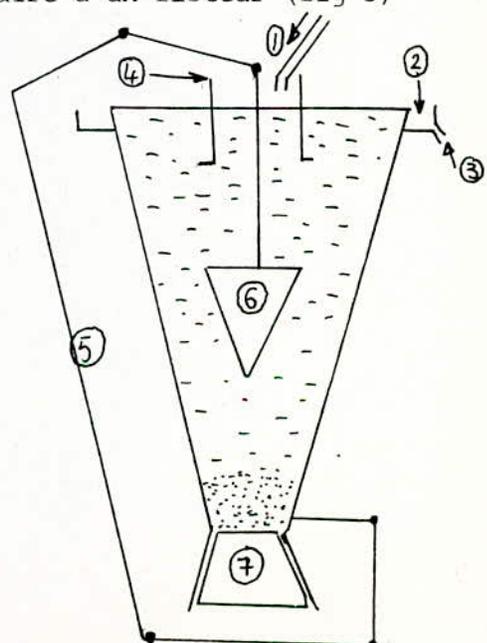
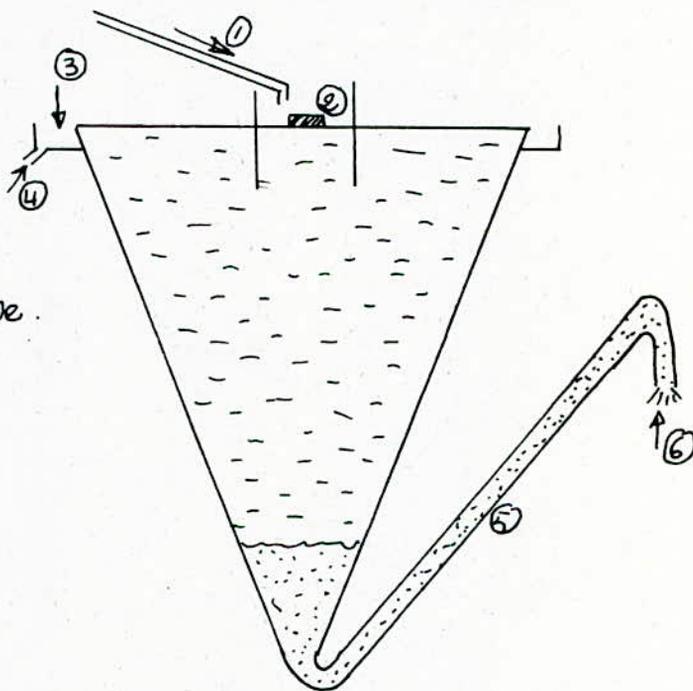


fig 5 : Cône d'Allen

L'alimentation en pulpe s'effectue sans interruption par une conduite centrale débouchant au-dessous de la surface libre du liquide, de façon à ne provoquer que le moins possible de tourbillons. Le liquide clarifié s'écoule par un trop-plein dans une goulotte circulaire. En se déposant dans la partie inférieure du cône, le solide forme une boue dont la masse volumique moyenne augmente, ce qui accroît la poussée exercée sur le flotteur. Celui ci se soulève pour une certaine valeur de la poussée, et son mouvement, transmis par un système articulé, provoque l'ouverture de l'obturateur. Après écoulement d'une partie de la boue, la partie inférieure du cône se remplit d'une suspension moins concentrée, ce qui diminue la poussée s'exerçant sur le flotteur et provoque l'obturation de l'épaississeur.

II.2.1.5.2.2. CÔNE DE GALLOW.

C'est un appareil statique comme le précédent (fig 6). Il est essentiellement constitué par un récipient conique dont la pointe est dirigée vers le bas. Il communique à sa partie inférieure avec une tubulure en forme de col de cygne de hauteur réglable, pour l'évacuation en continu de la boue déposée.



- (1): L'alimentation en pulpe.
- (2): Flotteur.
- (3): Surverse.
- (4): Liquide clair.
- (5): Col de cygne.
- (6): Boues.

fig 6: Cône de GALLOW.

La conduite d'alimentation débouche au-dessous de la surface libre du liquide. A l'intérieur de cette conduite flotte un disque dont le rôle est de diminuer au sein de la masse liquide les perturbations causées par l'introduction de la pulpe qui arrive sans interruption. Le liquide clarifié s'écoule sans arrêt dans une rigole circulaire située à la partie supérieure de l'appareil. Le solide déposé au fond du cône constitue une boue plus ou moins épaisse qui s'évacue sans interruption, par siphonnage à travers la conduite d'évacuation. La connaissance de cette boue dépend de la hauteur du col de cygne. Plus cette dernière est grande, et plus la masse volumique de la boue et sa consistance sont élevées.

II.2.1.5.2.3. Épaisseur mécanique de DORR.

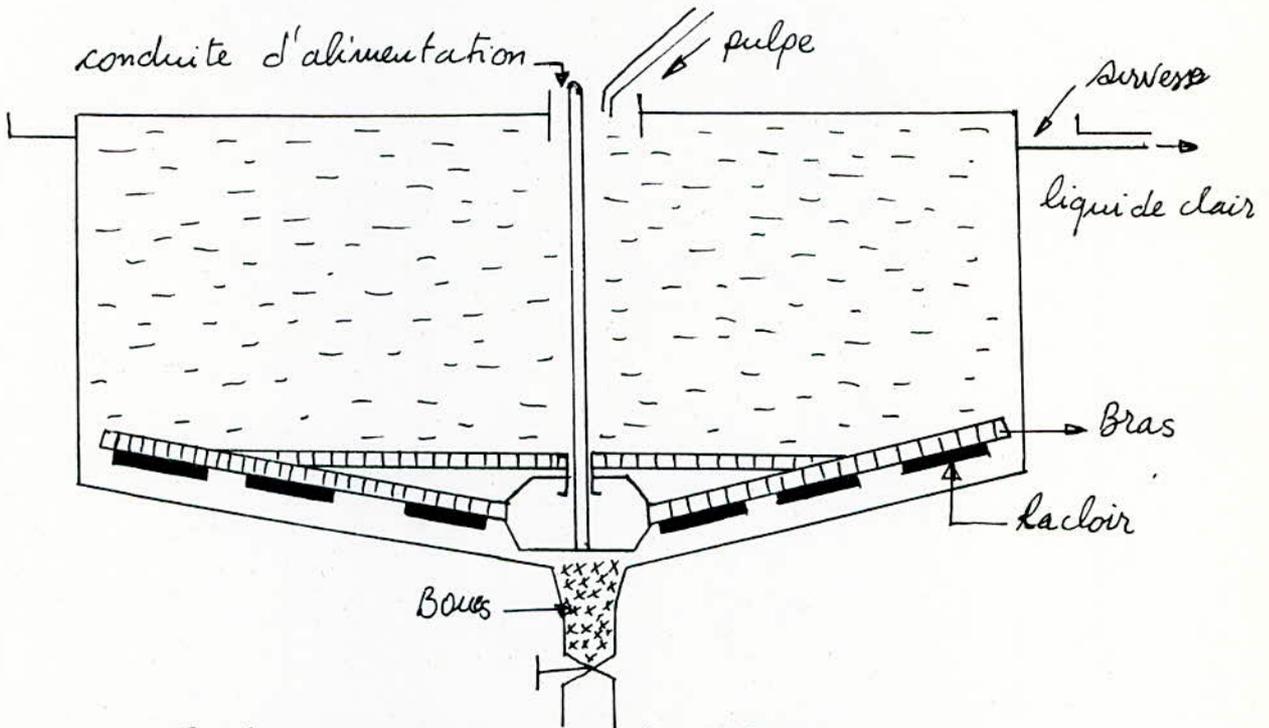


fig 7: Épaisseur de DORR

Pour que l'opération soit réalisable dans des épaisseurs coniques, qui sont des appareils statiques, il faut d'une part que la sédimentation soit rapide, et d'autre part que la consistance du dépôt formé permette son évacuation à travers une canalisation. Lorsqu'il n'en est pas ainsi, on utilise des épaisseurs mécaniques de forme cylindrique ayant une faible hauteur. L'un des appareils de ce genre, parmi les plus répandus est l'épaisseur de DORR; cet appareil est constitué (fig 7)

par une cuve cylindrique verticale à fond plat ou faiblement conique, de grand diamètre (jusqu'à 200 m) par rapport à sa hauteur (10 m environ), munie d'un arbre central porteur de bras à racloirs.

L'alimentation se fait par une conduite centrale débouchant à 1 m environ au dessus du niveau de la surface libre du liquide pour diminuer la turbulence au sein de la masse continue dans la cuve. Le diamètre de celle-ci est suffisamment grand pour que le solide ait le temps de se déposer pendant le passage du liquide. Par suite de l'entraînement provoqué par le mouvement du liquide, le sédiment se dépose à la périphérie sur le fond de la cuve. La rotation lente des racloirs (3 tours environs à l'heure) ramène continuellement le dépôt vers le centre où débouche un collecteur de la suspension épaisse que l'on évacue à l'aide d'une pompe à membrane. Certains appareils fournissent ainsi jusqu'à 3 000 tonnes de boue épaisse par jour. Quant au liquide, il se dirige radialement vers le bord supérieur de la cuve d'où il déborde sans arrêt dans une rigole entourant l'appareil.

II.2.2. Classification hydraulique.

Les lois de la sédimentation sous l'action de la pesanteur sont à la base de diverses techniques de classification des solides. Lorsque la matière à séparer est constituée par des particules d'une seule substance, la séparation qui s'effectue selon leur grosseur conduit à un classement volumétrique. On obtient un classement gravimétrique lorsque le mélange renferme deux substances distinctes (donc de masses volumiques différentes) dont les dimensions sont les mêmes ou sont comprises entre deux limites déterminées.

La séparation des diverses catégories de particules utilise la différence de leurs vitesses de dépôt au sein du fluide. Remarquons tout de suite que si on abandonne la suspension de particules dans un fluide au repos, on obtient au fond du récipient après un temps plus ou moins long, un dépôt constitué par des couches successives de grosseurs décroissantes (classement volumétrique) ou de masses volumiques décroissantes (classement gravimétrique). Il ne se produit aucune séparation véritable. Pour que la séparation soit effective, il faut que le fluide possède un mouvement propre qui communique à toutes les particules une même vitesse d'entraînement \vec{U}_{ef} , cette dernière se compose avec la vitesse de chute \vec{U}_c , qui est toujours verticale.

Nous considérons deux cas sur lesquels on a établi le fonctionnement de plusieurs appareils de classification, lorsque le mouvement du fluide est horizontal, il en est de même de la vitesse d'entraînement.

La vitesse résultante est d'autant plus inclinée sur l'horizontale que la vitesse limite de chute est plus élevée (fig 1). Les trajectoires des particules sont alors différentes et il en est de même de leur point de chute au fond du récipient.

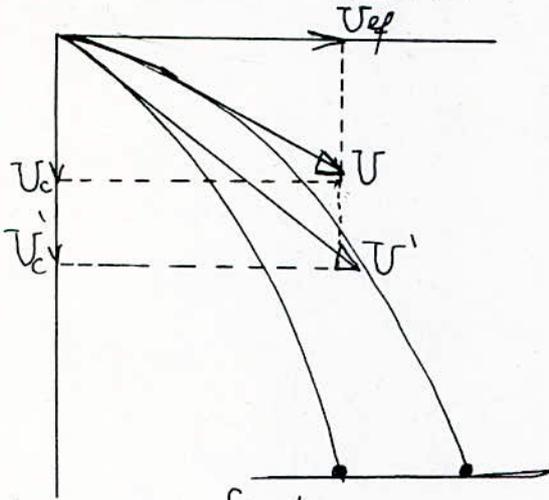


fig 1

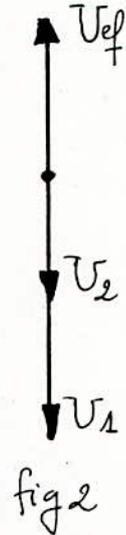


fig 2

Lorsque le mouvement du fluide est dirigé verticalement de bas en haut, les vecteurs \vec{U}_c et \vec{U}_{ef} sont sur la même droite d'action qui est verticale, et leurs sens sont opposés, trois cas peuvent se présenter :

- si $\vec{U}_{ef} < \vec{U}_c$. La particule se dépose
- si $\vec{U}_{ef} = \vec{U}_c$. La particule reste en équilibre
- si $\vec{U}_{ef} > \vec{U}_c$. La particule remonte

soient alors (fig 2) la vitesse \vec{U}_1 de dépôt des particules les plus rapides et \vec{U}_2 celle des particules les plus lentes et soit \vec{U}_{ef} une vitesse d'entraînement choisie de façon que $\vec{U}_2 < \vec{U}_{ef} < \vec{U}_1$.

Il résulte de ce qui précède que les particules les plus rapides pourront se déposer tandis que celles qui sont les plus lentes seront entraînées vers le haut.

II.2.2.1. Hydroclasseurs.

Certains de ces appareils sont utilisés pour obtenir un classement volumétrique, d'autres pour un classement gravimétriques. Quelques-uns d'entre eux permettent d'effectuer le type de séparation qui convient à la nature et à la granulométrie de la matière mise en oeuvre.

II.2.2.2. Hydroclasseurs volumétriques.

Parmi les hydroclasseurs volumétriques on distingue
- ceux qui sont hydrauliques, et qui fonctionnent sans l'action d'un courant

d'eau supplémentaire que l'on introduit dans l'appareil (eau hydraulique) et qui est destiné à communiquer une certaine vitesse d'entraînement aux particules.

- ceux qui sont mécaniques, et qui fonctionnent par action d'un mécanisme propre à chacun d'eux, pour la remontée de la fraction la plus grosse.

Nous décrirons d'abord quelques appareils du premier groupe : bac à dépôt, puis des appareils du deuxième groupe : hydroclasseurs mécaniques. (appareil à râteaux de DORR).

II.2.2.2.1 Bac à dépôt.

C'est un des hydroclasseurs volumétriques les plus simples. Il est formé d'après la figure 1 par un bac fermé de grande capacité portant les turbulures nécessaires pour l'alimentation en pulpe, en eau hydraulique et pour la sortie des liquides. Les particules des différentes catégories sont reçues dans des compartiments séparés, placés au fond du bac, à l'exception de celles qui trop fines pour se déposer sont entraînées du bac, par le réservoir. Cet appareil fonctionne dans les conditions de la sédimentation libre. Il permet d'obtenir une assez bonne séparation des particules selon leur grosseur. Il peut servir aussi à la séparation gravimétrique.

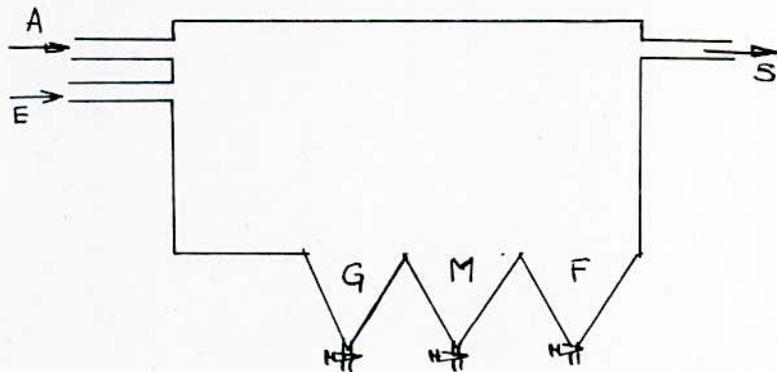


fig 1 : Bac à dépôt

A: Alimentation en pulpe

E: Introduction d'eau d'hydraulique.

S: sortie d'eau.

G: particules grosses.

M: particules mixtes.

F: particules fines.

II.2.2.2.2. Hydroclasseurs mécaniques.

Ils sont constitués par une cuve rectangulaire inclinée sur l'horizontale, et dans laquelle un dispositif mécanique permet la remontée du solide déposé (sable). L'alimentation se fait par une conduite de distribution débouchant au-dessus du niveau du liquide; dans la moitié inférieure de la cuve les fines ^{particules} entraînées par le courant liquide sont déversées sans interruption par le trop-plein (surverse) tandis que les grosses particules (sables) tombent au fond et sont peu à peu remontées le long de la cuve. Le réglage de l'appareil dépend:

- de l'inclinaison de la cuve : plus la pente est élevée plus la remontée des sables est difficile et plus la proportion de grosses particules entraînées avec les fines est grande;
- de la vitesse de remontée des sables: plus le mouvement est lent, moins il se forme de remous et la séparation est meilleure;
- de la quantité d'eau contenue dans la pulpe d'alimentation : plus celle-ci est épaisse, plus elle maintient les grosses particules en suspension et moins la séparation est bonne.

Pour la remontée des sables, plusieurs dispositifs mécaniques sont mis en oeuvre, soit à chaînes raclettes ou à godets perforés, râteaux ou vis d'archimède. Ce sont cependant les deux derniers qui sont les plus répandus. Dans l'hydroclasseur rectiligne à râteaux de DORR, les sables déposés sont remontés par des râteaux munis de raclettes parallèles (fig 2).

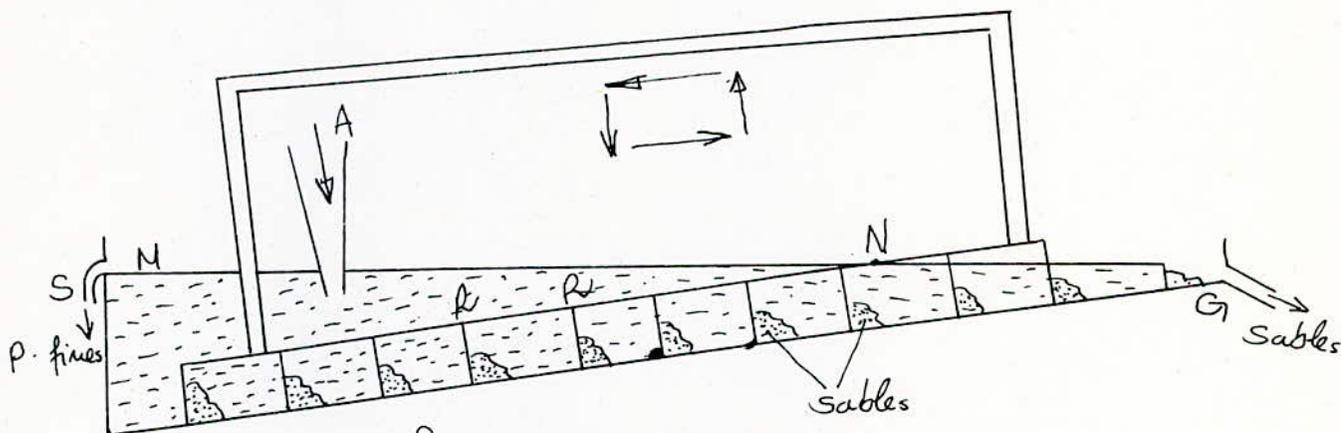


fig 2: Hydroclasseur à râteaux de DORR

R,R: Râteaux

S: Surverse et sortie des particules fines.

A: Arrivée de la pulpe.

MN: Niveau du liquide.

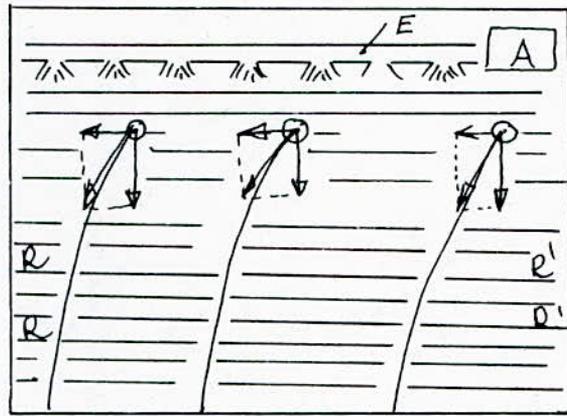
G: Sortie des sables.

Ces râteaux commandés par un système articulé, exécutent les mouvements successifs suivants : ils raclent lentement le fond de la cuve pour entraîner les sables jusqu'au point de décharge. Ils sont ensuite soulevés au dessus du niveau du liquide, puis ramenés en arrière et redéposés à leur point de départ.

II.2.2.3. HYDROCLASSEURS GRAVIMÉTRIQUES.

II.2.2.3.1. Table oscillante.

Cet appareil (fig 3) est souvent utilisé pour séparer certains minerais métalliques de leur gangue. Il convient aux particules dont les dimensions sont comprises entre 1 et 3 mm.



lourd mixte léger
fig 3: Table oscillante

R.R' : Rainures.

A : Alimentation.

E : Rampe d'introduction d'eau.

Il est constitué par un plateau rectangulaire faiblement incliné sur l'horizontale, muni d'une série de rainures parallèles aux côtés horizontaux. Il est animé dans son plan d'un mouvement de va et vient, dont la direction est parallèle à celle des rainures. Ce mouvement alternatif est dissymétrique. L'une des alternances est lente, l'autre est rapide. Il en résulte que, comme dans un couloir à secousses, la matière progresse par saccades parallèlement à la direction du mouvement (donc aux rainures), dans le sens qui correspond à celui de l'alternance la plus lente.

L'espace parcouru, dans un temps donné est d'autant plus grand que la particule est plus lourde. D'autre part une série de tubulures permet d'envoyer sur la table un courant d'eau perpendiculaire à la direction des oscillations. Ce courant d'eau communique aux particules, dans sa propre direction, une vitesse d'entraînement dont la valeur dépend de la grosseur et de la masse volumique de la substance.

Les rainures retiennent plus facilement :

- parmi les particules de mêmes masse volumique, celles qui sont les plus petites;
- parmi les particules de mêmes dimensions, celles qui sont les plus denses.

Il en résulte que la vitesse d'entraînement des particules par le liquide sera d'autant plus grande que celles-ci seront plus grosses et moins denses.

L'alimentation de l'appareil s'effectuant par l'un des coins du bord supérieur de la table, les diverses particules, sous la double action du mouvement de progression *latérale* dû aux oscillations et du mouvement * trajectoires qui sont fonction de leurs dimensions et de leur masse volumique. On obtient ainsi un classement en particules

- lourdes et fines
- mixtes (lourdes et grosses - légères et fines);
- légères et grosses.

Il arrive souvent, en pratique industrielle, que la matière alimentant l'appareil soit d'une granulométrie assez serrée.

Les dimensions des particules m'interviennent alors plus et le classement s'effectue essentiellement en fonction de la masse volumique. Ainsi lorsque la matière est un mélange de particules d'un minerai métallique et de sa gangue (stérile) l'opération conduit aux trois fractions :

- minerai métallique (lourd);
- minerai + sterile (mixte);
- stérile(léger).

* d'entraînememet traverse dû au courant d'eau, décrivent des

II.2.3. LA FILTRATION.

La filtration est l'un^{des} procédés de séparation des solides et des liquides; elle consiste à faire passer la suspension à séparer, ou préfilt, à travers un milieu convenable, dit milieu filtrant, qui retient le solide à sa surface sous forme d'un gâteau.

Le liquide, après avoir traversé le milieu filtrant constitue le filtrat. Dans le préfilt, le produit de valeur peut être soit la phase solide, soit la phase liquide, soit les deux. C'est ainsi, par exemple que dans la préparation de la soude caustique par action d'un lait de chaux sur une solution de carbonate de sodium, on obtient une solution de soude et un précipité de carbonate de calcium que l'on sépare par filtration. Le précipité est recueilli et transformé en chaux vive par calcination; il est utilisable pour une nouvelle fabrication. Quant au filtrat, constitué par la solution de soude, il est dirigé vers les appareils de concentration.

II.2.4. LA FLOTATION.

La flotation est un procédé particulier de séparation des solides. Elle a été pendant longtemps utilisée pour enrichir les minerais et les séparer de leur gangue. Son champ d'application s'est de nos jours, considérablement étendu et elle est de plus en plus employée dans l'industrie chimique. Elle repose sur la plus au moins grande facilité avec laquelle les solides sont mouillés par l'eau et diffère entièrement de la classification des solides par un liquide.

Dans la flotation, on introduit de l'air sous forme de très petites bulles dans un mélange de solides finement broyés en suspension dans l'eau. Dans ces conditions, ceux des constituants qui sont les moins mouillés par l'eau ont tendance à s'accrocher aux bulles d'air et à être entraînés à la surface du liquide (fig 1).

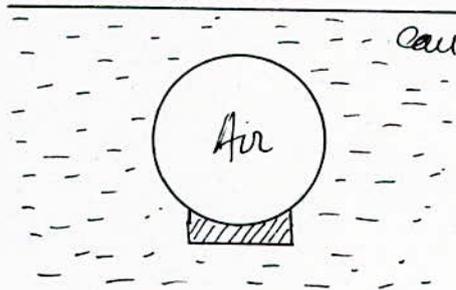


fig 1

Une mousse produite artificiellement au sein du liquide maintient les particules en surface pendant le temps nécessaire à leur séparation. Les particules facilement mouillées par l'eau sont les moins sensibles à l'action de l'air et se déposent au fond du récipient.

L'affinité selective des divers constituants du mélange pour l'air et pour l'eau peut être naturelle ou provoquée artificiellement par adjonction de certains réactifs. Elle est en relation avec la tension superficielle du liquide.

Le comportement d'un solide au contact d'un liquide dépend de l'angle de raccordement du liquide au solide. Certaines substances comme les métaux natifs, le soufre, le graphite, quelque sulfures métalliques,....ont un angle de raccordement au contact de l'eau beaucoup plus grand que d'autres (silice, silicates, calcaires....). Dans ces conditions elles ne sont pas mouillées par l'eau et en présence d'air, ont tendance à flotter.

Tout se passe comme si ces substances étaient enrobées d'un film hydrophobe.

En général, très peu de solides présentent naturellement une affinité pour l'air ou pour l'eau suffisante pour que leur séparation par flottation soit directement possible.

Dans la majorité des cas, on obtient la flottation des grains de l'un des constituants du mélange en provoquant la formation d'un film hydrophobe sur ces grains au moyen d'un réactif.

PARTIE CALCUL

III. PARTIE CALCUL

II.1. Calcul de vitesse de chute limite pour le cuivre.

On calcule la vitesse de chute limite théorique pour des particules sphériques de cuivre, de diamètre variant entre $0,03 \cdot 10^{-3}$ m et $1,5 \cdot 10^{-3}$ m, pour cela on utilise deux méthodes différentes de calcul.

Pour que la méthode de Stokes pour le calcul des vitesses de chute qui est donnée par l'équation (1.62).

$U = \frac{d^2 g (\rho_s - \rho_f)}{18 \mu}$ soit vraiment applicable, il faut utiliser des particules solides de diamètre inférieur à $0,01 \cdot 10^{-3}$ m, alors que ce n'est pas le cas dans nos constituants solides, puisque il faut avoir un nombre de Reynolds compris entre 10^{-4} et 0,4, pour les particules isométriques le nombre de Reynolds est inférieur à 0,05.

Alors il ne reste uniquement que deux régions de calcul : soit la région du régime transitoire d'ALLEN soit la région de turbulence de NEWTON.

On essaye le régime de turbulence de NEWTON d'après l'équation (1.56).

$$U = \left[\frac{4d (\rho_s - \rho_f) g}{3 \rho_f \lambda} \right]^{1/2}$$

avec $\lambda = 0,44$ (équation 1.4)

En remplaçant par la valeur de λ dans (1.56) on obtient l'équation de NEWTON

$$U = \left[\frac{3d (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f} \right]^{1/2} \quad \text{avec } 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5.$$

A.N.

$$\rho_f = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 10^{-3} \text{ kg/m.s}$$

$$\rho_s = 8960 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}$$

$$d = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$d = 1,5 \cdot 10^{-3}$ m est la limite supérieure du domaine de variation du diamètre de la particule.

$$U = \left[\frac{3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} (8960 - 1000) 9,81}{10^3} \right]^{1/2} = 0,5927 \text{ m/s}.$$

On vérifie le régime d'écoulement de la particule.

$$Re = \frac{\bar{U} \cdot \rho_f d}{\mu} = \frac{0,5927 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 889,177.$$

On remarque que cette valeur n'appartient pas aux domaine de turbulence $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$. On déduit que la formule de NEWTON est applicable pour des particules de diamètre assez grand, donc il ne reste que la formule d'ALLEN qui est donnée par (l'équation 1.78)

$$U = \frac{d^{1,14} [(\rho_s - \rho_f)g]^{0,714}}{6,355 \cdot \mu^{0,428} \cdot \rho_f^{0,286}}$$
 , pour un domaine de Reynolds variant entre 0,4 et 10^3 , ceci est la méthode de calcul (I). Les résultats sont consignés dans le tableau suivant (tableau I).

$d \cdot 10^3$	U (m/s)	Re	Type de régime d'écoulement
0,03	0,0088	0,265	Régime laminaire
0,04	0,0122	0,488	Régime transitoire
0,05	0,0158	0,792	" "
0,10	0,0349	3,492	" "
0,15	0,0554	8,315	" "
0,20	0,0769	15,390	" "
0,30	0,1221	36,630	" "
0,35	0,1456	50,976	" "
0,40	0,1695	67,830	" "
0,45	0,1939	87,284	" "
0,50	0,2187	109,356	" "
0,55	0,2438	134,090	" "
0,60	0,2692	161,520	" "
0,65	0,2949	191,685	" "
0,70	0,3209	224,630	" "
0,75	0,3472	240,431	" "
0,80	0,3737	298,960	" "
0,85	0,4005	340,423	" "
0,90	0,4274	384,660	" "
0,95	0,4546	431,907	" "
1,00	0,4820	482,000	" "
1,05	0,5095	535,066	" "
1,10	0,5373	591,030	" "
1,15	0,5652	650,063	" "
1,20	0,5933	711,960	" "
1,25	0,6216	777,051	" "
1,30	0,6500	845,000	" "
1,35	0,6786	916,171	" "
1,40	0,7073	990,220	" "
1,45	0,7362	1067,553	Régime turbulent
1,50	0,7652	1147,800	" "

Méthode II.

Calcul de la vitesse théorique de chute limite en introduisant le coefficient de friction λ .

Pour des particules sphériques de cuivre de diamètre variant entre $0,03 \cdot 10^{-3}$ m. Tout d'abord on calcule la valeur de $\lambda \cdot \text{Re}^2$ d'après l'équation

$$\lambda \text{Re}^2 = \frac{4d^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_f g}{3 \mu^2}$$

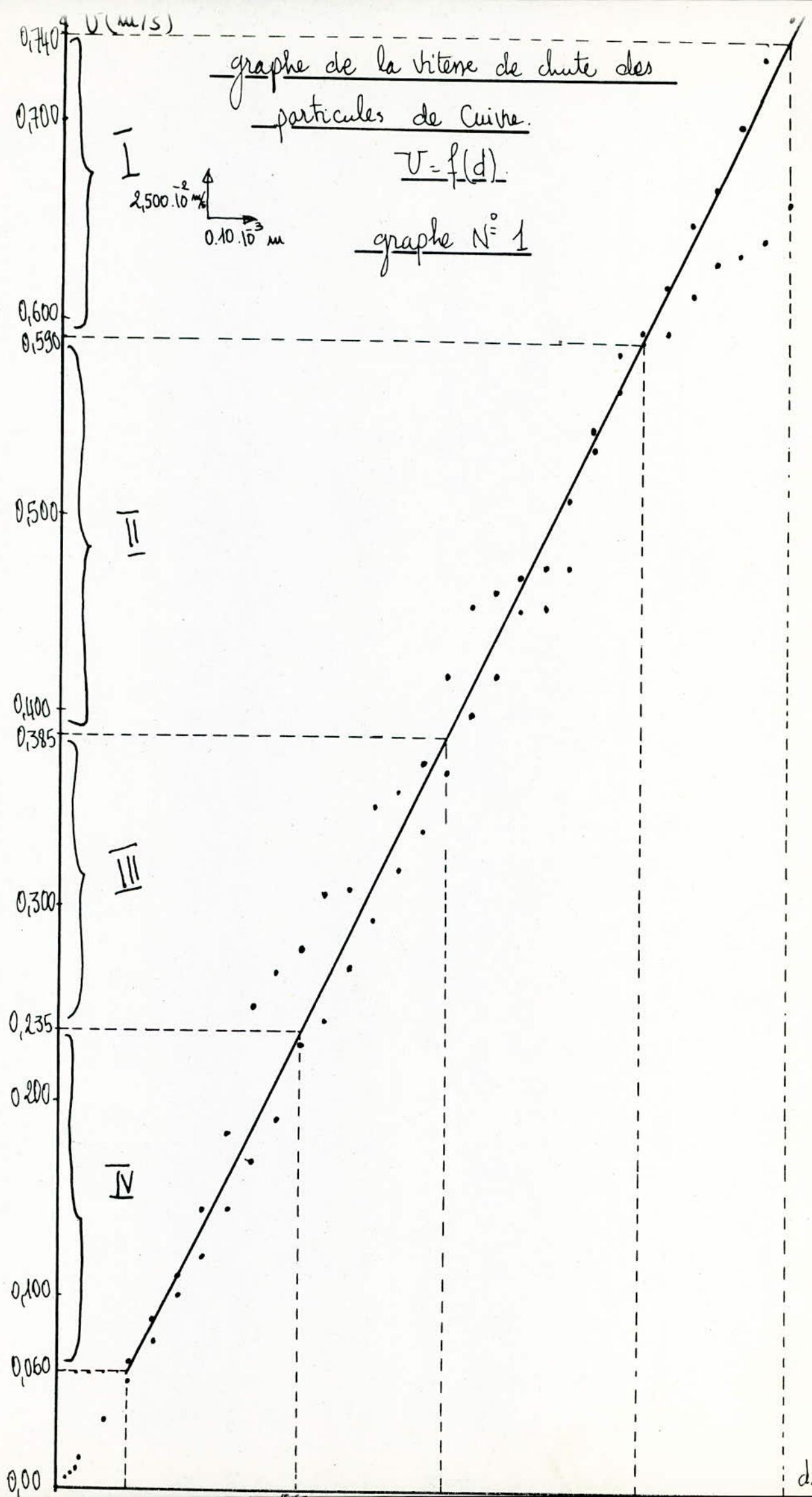
On repère la valeur de λRe^2 sur le diagramme $\lambda \cdot \text{Re}^2 = f(\text{Re})$, et on tire la valeur du nombre de Reynolds correspondant. Et au moyen de la définition du nombre de Reynolds on déduit la vitesse de chute limite de la particule, d'après l'équation : $U = \frac{\text{Re} \cdot \mu}{d \cdot \rho_f}$

Les calculs sont consignés dans le tableau suivant (tableaux II).

La représentation graphique de la vitesse de chute limite en fonction du diamètre de la particule pour les deux méthodes est sur le graphe 1.

TAB LEAU : II

$d \cdot 10^3$ (m)	$\lambda \cdot (Re)^2$	Re	U (m/s)	Régime d'écoulement
0,03	2,811	0,1	0,0033	Régime laminaire
0,04	6,663	0,3	0,0075	" "
0,05	13,014	0,5	0,0100	Régime transitoire
0,10	104,116	3,5	0,0350	" "
0,15	351,394	10,1	0,0673	" "
0,20	832,934	17,7	0,0885	" "
0,25	1626,825	28,1	0,1124	" "
0,30	2811,153	44,6	0,1486	" "
0,35	4464,007	66,0	0,1885	" "
0,40	6663,475	100,0	0,2500	" "
0,45	9487,643	112,2	0,2493	" "
0,50	13014,600	141,2	0,2824	" "
0,55	17322,430	169,2	0,3097	" "
0,60	22489,228	186,2	0,3103	" "
0,65	28593,076	223,8	0,3443	" "
0,70	35712,062	251,1	0,3587	" "
0,75	43924,270	281,8	0,3757	" "
0,80	53307,801	338,8	0,4235	" "
0,85	63940,720	389,0	0,4576	" "
0,90	75901,147	416,8	0,4631	" "
0,95	89267,140	446,0	0,4694	" "
1,00	104116,800	500,0	0,5000	" "
1,05	120528,210	562,3	0,5355	" "
1,10	138579,460	600,0	0,5450	" "
1,15	158348,630	676,0	0,5878	" "
1,20	179913,830	712,0	0,5933	" "
1,25	203353,120	744,3	0,5954	" "
1,30	228744,610	800,0	0,6153	" "
1,35	256155,370	851,1	0,6304	" "
1,40	285696,500	891,2	0,6355	" "
1,45	317413,079	933,2	0,6435	" "
1,50	351394,200	988,5	0,6590	" "



III.2. Calcul de vitesse de chute limite pour le quartz.

On calcule la vitesse de chute limite théorique pour des particules isométriques de quartz de diamètre variant entre $0,03 \cdot 10^{-3}$ et $1,5 \cdot 10^{-3}$ m, pour les méthodes de calcul théoriques des vitesses de chute, la formule de Stokes s'est déjà montrée dans le cas précédent comme étant inapplicable. Il en est de même de la formule de NEWTON d'après l'équation de la vitesse :

$$U = \left[\frac{3de (\rho_s - \rho_f)g}{\rho_f} \right]^{1/2} \text{ avec } 2 \cdot 10^3 < Re' < 2 \cdot 10^5$$

A.N.

$$\rho_s = 2559,8 \text{ kg/m}^3, d = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$U = \left[\frac{3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} (2559,8 - 1000) \cdot 9,81}{10^3} \right]^{1/2} = 0,2624 \text{ m/s}$$

On vérifie le régime d'écoulement de la particule :

$$Re' = \frac{U \rho_f d e}{\mu} = \frac{0,2624 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 393,61$$

Cette valeur n'appartient pas au domaine de la turbulence d'où l'on constate que la formule de NEWTON est applicable pour des particules isométriques de diamètre assez grand.

Alors on utilise la formule d'ALLEN, déjà donnée précédemment avec un rang de variation de Reynolds entre $0,05$ et $2 \cdot 10^3$

Les calculs sont consignés dans le tableau suivant (tableau I).

TABIEAU I

$d; 10^3$ (m)	U (m/s)	Re	Régime d'écoulement
0,03	0,0027	0,081	Régime transitoire
0,04	0,0038	0,152	" "
0,05	0,0050	0,250	" "
0,06	0,0060	0,360	" "
0,07	0,0070	0,490	" "
0,08	0,0086	0,700	" "
0,09	0,0096	0,870	" "
0,10	0,0109	1,090	" "
0,15	0,0225	3,375	" "
0,20	0,0250	5,187	" "
0,25	0,0310	7,750	" "
0,30	0,0381	11,430	" "
0,37	0,0484	17,908	" "
0,40	0,0529	21,187	" "
0,45	0,0605	27,225	" "
0,52	0,0726	38,296	" "
0,60	0,0840	50,455	" "
0,65	0,0921	59,865	" "
0,71	0,1027	73,430	" "
0,75	0,1084	81,300	" "
0,80	0,1167	93,360	" "
0,85	0,1250	106,250	" "
0,90	0,1335	120,150	" "
0,95	0,1420	134,900	" "
1,00	0,1505	150,500	" "
1,05	0,1600	168,000	" "
1,12	0,1721	193,612	" "
1,15	0,1761	202,240	" "
1,20	0,1853	222,300	" "
1,25	0,1941	242,625	" "
1,30	0,2030	263,390	" "
1,35	0,2120	286,200	" "
1,40	0,2210	309,260	" "
1,45	0,2300	333,500	" "
1,50	0,2400	358,500	" "

Méthode 2.

Les calculs sont consignés dans le tableau suivant (tableau II); pour la représentation graphique voir graphe 2.

TABLEAU 2:

$d \cdot 10^3$ (m)	$\lambda \cdot (Re)^2$	Re	U (m/s)	Régime d'écoulement
0,03	0,550	--	--	Régime transitoire
0,04	1,305	--	--	" "
0,05	2,550	0,1	0,0020	" "
0,10	20,402	0,9	0,0090	" "
0,15	68,857	2,3	0,0153	" "
0,20	163,217	5,2	0,0260	" "
0,25	318,784	8,3	0,0332	" "
0,30	550,859	14,1	0,0470	" "
0,35	874,743	19,0	0,0542	" "
0,40	1305,740	25,1	0,0627	" "
0,45	1859,150	31,6	0,0702	" "
0,50	2550,273	44,6	0,0892	" "
0,55	3394,413	56,2	0,1021	" "
0,60	4406,871	70,7	0,1178	" "
0,65	5602,950	79,4	0,1221	" "
0,70	6997,949	89,1	0,1272	" "
0,75	8607,171	100,0	0,1333	" "
0,80	10445,918	112,2	0,1402	" "
0,85	12529,491	125,8	0,1480	" "
0,90	14873,192	145,2	0,1613	" "
0,95	17492,322	158,4	0,1667	" "
1,00	20402,184	177,8	0,1778	" "
1,05	23618,078	190,5	0,1814	" "
1,10	27155,307	208,9	0,1900	" "
1,15	31029,171	251,1	0,2183	" "
1,20	35254,974	263,0	0,2191	" "
1,25	39848,015	275,4	0,2203	" "
1,30	44823,593	288,4	0,2218	" "
1,35	50197,023	316,2	0,2342	" "
1,40	55983,593	354,8	0,2534	" "
1,45	62198,608	398,1	0,2745	" "
1,50	68856,750	446,6	0,2977	" "

graphe de la vitesse de chute des particules isométriques du quartz.

$V = f(d)$

graphe N°2

0,250

0,200

0,150

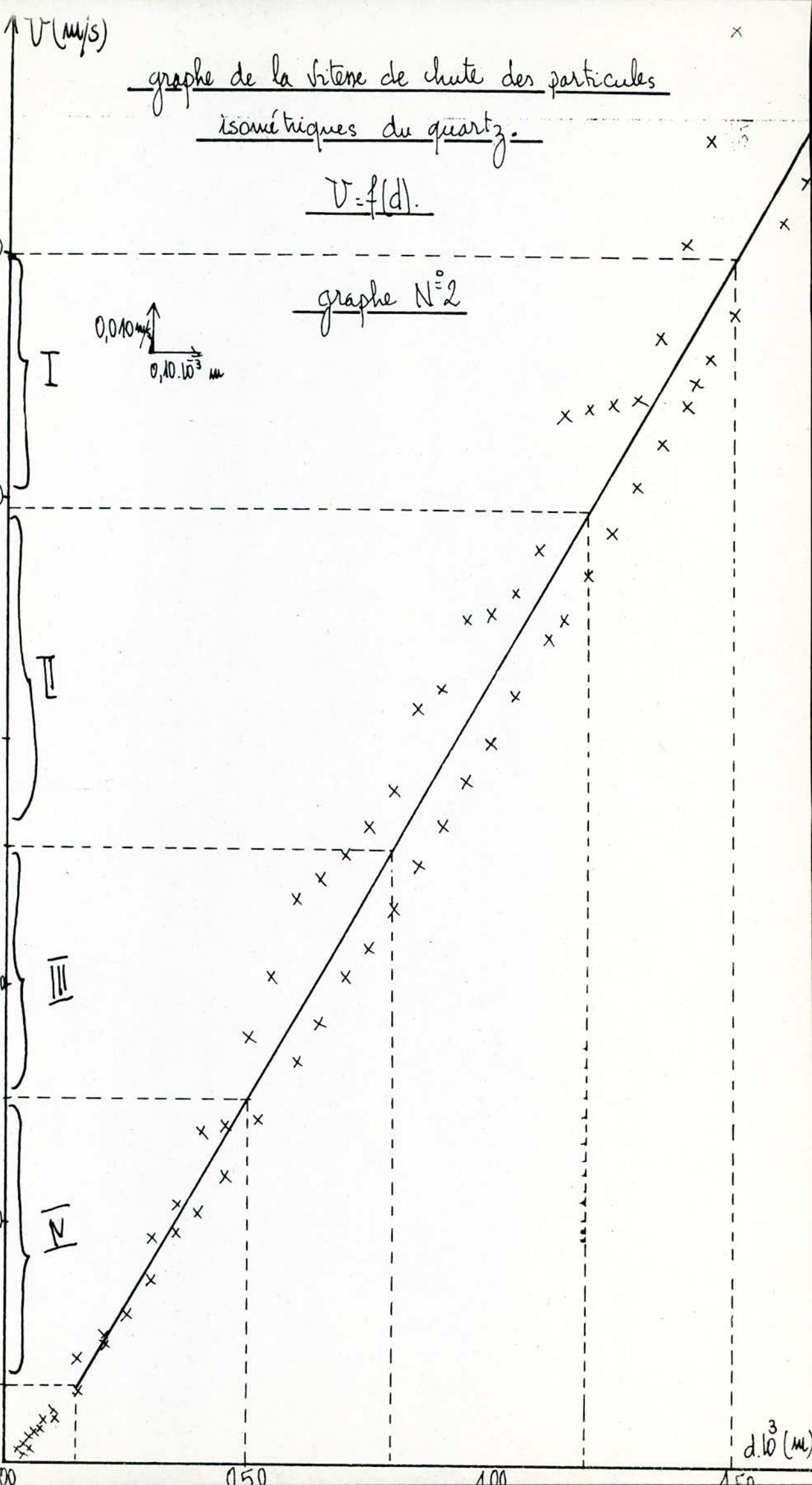
0,128

0,100

0,076

0,050

0,016



$d \cdot 10^3 (\mu\text{m})$

III.3. Calcul de vitesse de chute limite pour le verre.

On calcule la vitesse de chute pour des particules sphériques de verre de diamètre variant entre $0,03 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Pour cela on utilise deux méthodes de calcul théoriques.

La méthode de STOKES ne s'applique pas comme précédemment; la méthode de NEWTON, elle, ne s'applique pas non plus.

$$U = \left[\frac{3d (\rho_s - \rho_f) g}{\rho_f} \right]^{1/2} \quad \text{avec} \quad 10^3 < \text{Re} < 2 \cdot 10^5$$

pour $d = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et $\rho_s = 2487,84 \text{ kg/m}^3$

A.N.

$$U = \left[\frac{3(2487,84 - 1000) 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}{10^3} \right]^{1/2} = 0,2562 \text{ m/s}$$

On vérifie le régime d'écoulement

$$\text{Re} = \frac{U \rho_f d}{\mu} = \frac{0,2562 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 384,423$$

donc le régime de NEWTON est valable pour des particules de diamètre assez grand. Alors on utilise la formule d'ALLEN déjà vue dans les cas précédents. Les résultats sont consignés dans les tableaux I et II pour les deux méthodes de calcul 1 et 2 respectivement.

Le graphe (3) donne la représentation graphique de la vitesse de chute en fonction du diamètre de la particule.

TABLEAU: 1

$d \cdot 10^3$ (m)	U (m/s)	Re	Régime d'écoulement
0,030	0,0026	0,080	Régime laminaire
0,040	0,0037	0,148	" "
0,050	0,0047	0,239	" "
0,060	0,0058	0,353	" "
0,070	0,0070	0,491	Régime transitoire
0,080	0,0081	0,654	" "
0,090	0,0093	0,841	" "
0,100	0,0105	1,050	" "
0,134	0,0147	1,972	" "
0,234	0,0277	6,503	" "
0,300	0,0368	11,067	" "
0,350	0,0439	15,392	" "
0,400	0,0512	20,484	" "
0,450	0,0585	26,356	" "
0,500	0,0660	33,022	" "
0,550	0,0736	40,494	" "
0,600	0,0813	48,782	" "
0,650	0,0890	57,896	" "
0,700	0,0970	67,846	" "
0,750	0,1048	78,640	" "
0,800	0,1128	90,287	" "
0,850	0,1209	102,795	" "
0,900	0,1290	116,170	" "
0,950	0,1372	130,420	" "
1,000	0,1455	145,551	" "
1,100	0,1622	178,475	" "
1,150	0,1707	196,294	" "
1,200	0,1791	215,012	" "
1,250	0,1877	234,464	" "
1,300	0,1963	255,184	" "
1,350	0,2049	276,649	" "
1,400	0,2136	299,040	" "
1,450	0,2223	322,861	" "
1,500	0,2310	346,500	" "
1,550	0,2398	371,690	" "

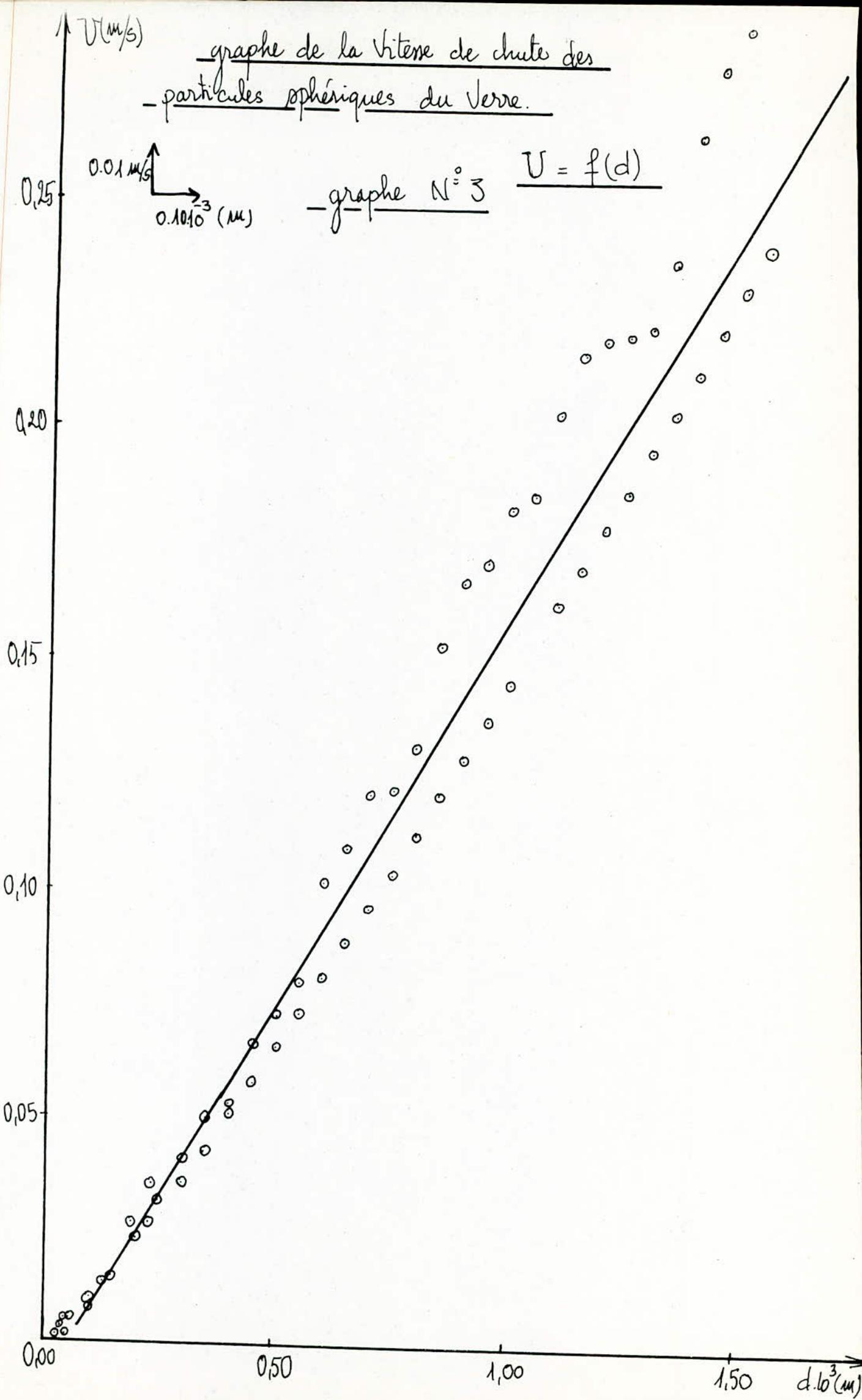
Tableau II:

$d \cdot 10^3$ (m)	$\lambda \cdot (Re)^2$	Re	U (m/s)	Régime d'écoulement
0,03	0,525	--	--	Régime laminaire
0,05	2,436	0,1	0,0020	Régime transitoire
0,10	19,460	0,2	0,0080	" "
0,15	65,680	2,2	0,0140	" "
0,20	155,687	4,7	0,0235	" "
0,25	304,077	8,1	0,0325	" "
0,30	525,445	12,5	0,0416	" "
0,35	834,388	17,7	0,0505	" "
0,40	1245,500	21,3	0,0532	" "
0,45	1773,378	30,2	0,0671	" "
0,50	2432,618	36,5	0,0730	" "
0,55	3237,815	40,0	0,0800	" "
0,60	4203,564	56,2	0,1022	" "
0,65	5344,462	70,8	0,1089	" "
0,70	6675,104	85,1	0,1216	" "
0,75	8210,087	92,0	0,1226	" "
0,80	9964,005	105,0	0,1312	" "
0,85	11951,454	130,3	0,1533	" "
0,90	14187,030	150,5	0,1672	" "
0,95	16685,329	162,4	0,1710	" "
1,00	19460,947	183,3	0,1833	" "
1,05	22528,479	195,6	0,1863	" "
1,10	25902,520	225,3	0,2048	" "
1,15	29597,668	250,4	0,2177	" "
1,20	33628,516	264,0	0,2200	" "
1,25	38009,662	276,3	0,2208	" "
1,30	42755,701	290,3	0,2233	" "
1,35	47881,227	320,4	0,2373	" "
1,40	53400,839	370,2	0,2644	" "
1,45	59329,130	405,1	0,2793	" "
1,50	65680,700	431,1	0,2874	" "

graphe de la vitesse de chute des
particules sphériques du verre.

0.01 m/s
0.10.10⁻³ (m)

graphe N° 3 $U = f(d)$



III.4 Calcul du classificateur hydraulique pour le cuivre.

III.4.1. Calcul de vitesse d'entraînement du cuivre à l'entrée du classificateur:
par la méthode de GOROSZKO.

La vitesse d'entraînement du solide est donnée par la relation de

$$\text{GOROSZKO : } U_{\max} = \frac{\text{Re max. } u}{d \cdot \rho_f} \quad (3.1)$$

où ρ_f et d sont la masse volumique du fluide et le diamètre de la particule respectivement.

Et Re max c'est le nombre de Reynolds maximal donnée par l'équation suivante :

$$\text{Re max} = \frac{A^2}{18 + 0,61 \cdot \sqrt{A^2}} \quad (3.2)$$

où

$$A^2 = \frac{d^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_f \cdot g}{u^2} \quad (3.3)$$

On a fait le choix de prendre des diamètres de particules sphériques de $0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. On s'intéresse à la vitesse maximale d'entraînement des particules les plus grandes du cuivre; les résultats sont dans le tableau suivant:

$d \cdot 10^3 \text{ (m)}$	A^2	Re max	$U_{\max} \text{ (m/s)}$
0,15	263,545	9,445	0,0629
0,50	9760,950	124,714	0,2494
0,80	39980,851	285,637	0,3412
1,20	134935,372	5587,412	0,4645
1,50	263545,650	795,840	0,5305

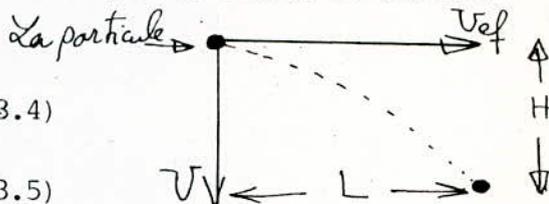
Etant donné que la vitesse maximale d'entraînement est $U_{\max} = 0,5305 \text{ m/s}$, on choisit $U_{\max} = U_{ef} = 0,740 \text{ m/s}$ pris sur le graphe (1) de $U = f(d)$, on est sûr alors que toutes les particules du cuivre sont entraînées par le fluide.

FII.4.2. Calcul des dimensions d'un classificateur hydraulique.

On suppose qu'une particule sphérique de cuivre d'une vitesse de chute U , avec une hauteur de chute H , est entraînée par un fluide de vitesse d'entraînement U_{ef} sur une distance L .

avec $\frac{H}{t} = U$ vitesse de chute (3.4)

$\frac{L}{t_f} = U_{ef}$ vitesse d'entraînement (3.5)



t et t_f sont les temps de chute et d'entraînement de la particule respectivement. Ils sont égaux.

$$\frac{L}{U_{ef}} = \frac{H}{U} \Rightarrow L = H \cdot \frac{U_{ef}}{U} \quad (3.6)$$

D'après le graphe (I) donnant la vitesse de chute du cuivre pour des diamètres de particules de $0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ à $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ on recueille quatre fractions du cuivre, avec leurs vitesses de chute respectivement.

fractions	$d \cdot 10^3 \text{ m}$	domaine de variation de U (m/s)
I	[1,5 , 1,2]	[0,740 , 0,590]
II	[1,2 , 0,8]	[0,590 , 0,385]
III	[0,8 , 0,50]	[0,385 , 0,235]
IV	[0,50 , 0,15]	[0,235 , 0,060]

A) = Première forme du classificateur hydraulique.

avec $U_{ef} = 0,740 \text{ m/s}$

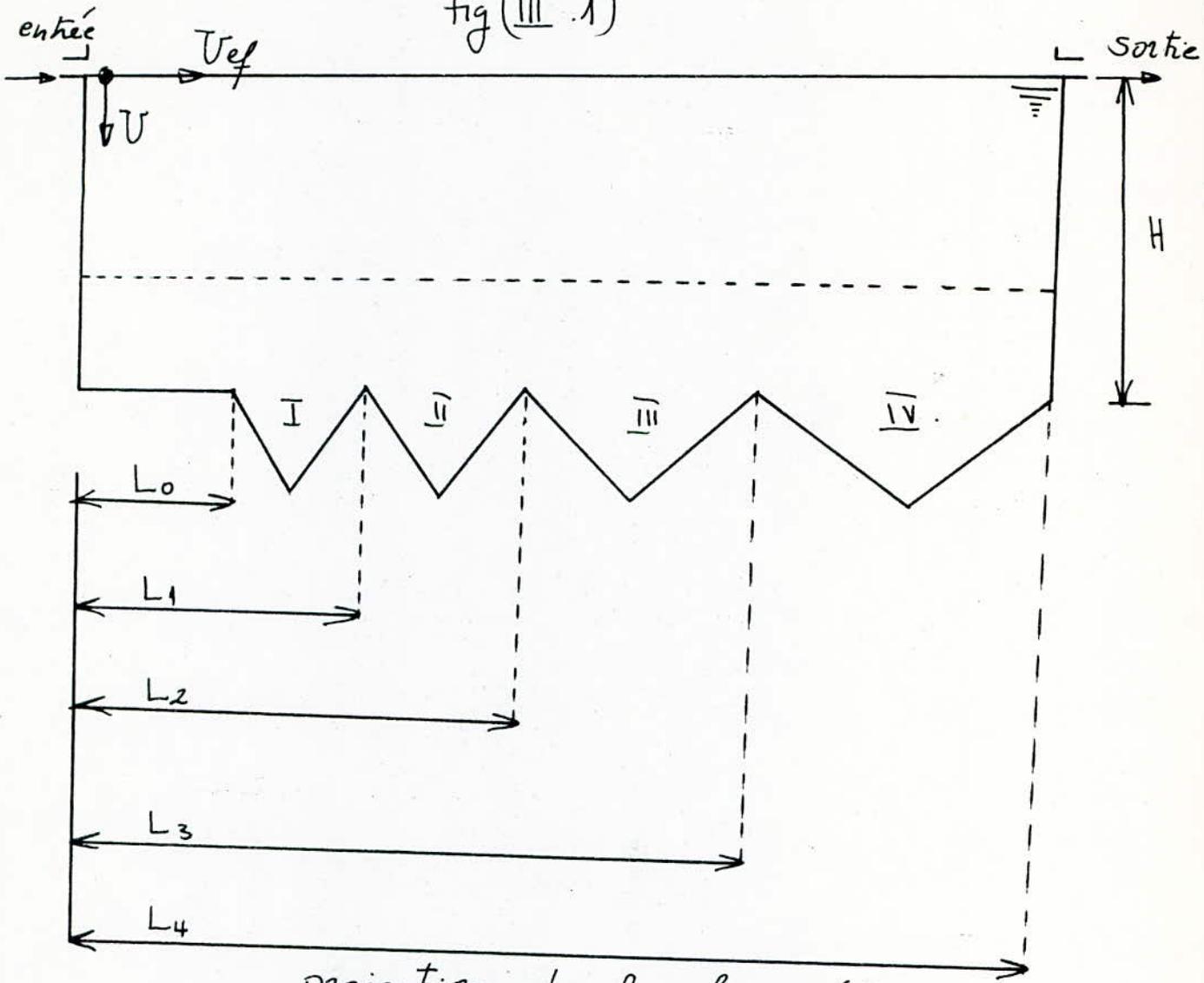
$H = 0,300 \text{ m}$

$b = 0,300 \text{ m}$ largeur du classificateur

pour cette première forme du classificateur on suppose que la vitesse d'entraînement et la largeur du classificateur restent inchangables.

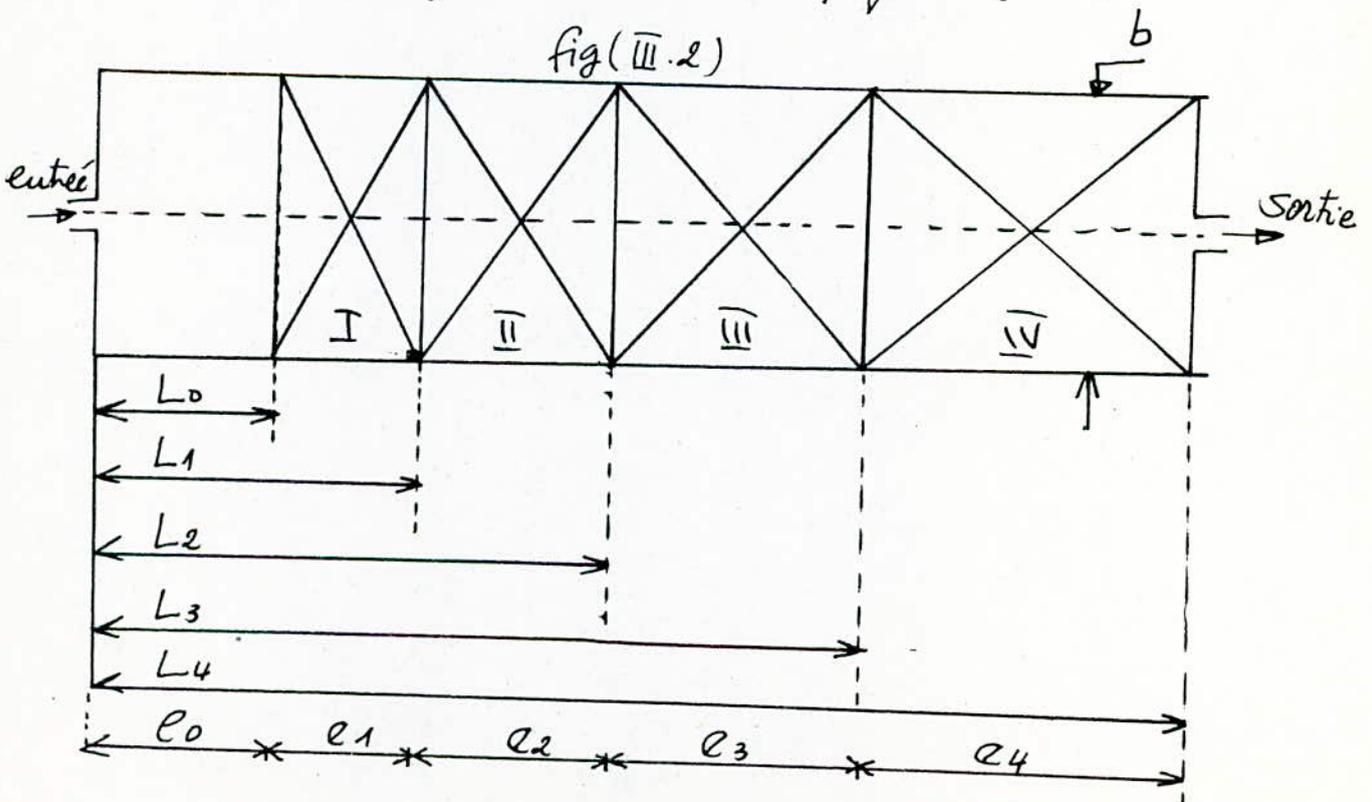
Remarque : Dans les deux cas du classificateur qui suivent les particules solides (cuivre, quartz) sont entraînées par le fluide à l'entrée du classificateur

fig (III.1)



projection de la figure (II.1)

fig (III.2)



Détermination des longueurs des compartiments.

D'après l'équation : $L = H \cdot \frac{U_{ef}}{U}$.

$$L_0 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U_0} = 0,300 \cdot \frac{0,740}{0,740} = 0,300 \text{ m.}$$

$$L_1 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U_1} = 0,300 \cdot \frac{0,740}{0,590} = 0,376 \text{ m.}$$

$$L_2 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U_2} = 0,300 \cdot \frac{0,740}{0,385} = 0,576 \text{ m.}$$

$$L_3 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U_3} = 0,300 \cdot \frac{0,740}{0,235} = 0,944 \text{ m.}$$

$$L_4 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U_4} = 0,300 \cdot \frac{0,740}{0,060} = 3,700 \text{ m.}$$

On déduit :

$$L_0 = e_0 = 0,300 \text{ m.}$$

$$e_1 = L_1 - L_0 = 0,076 \text{ m.}$$

$$e_2 = L_2 - L_1 = 0,200 \text{ m.}$$

$$e_3 = L_3 - L_2 = 0,368 \text{ m.}$$

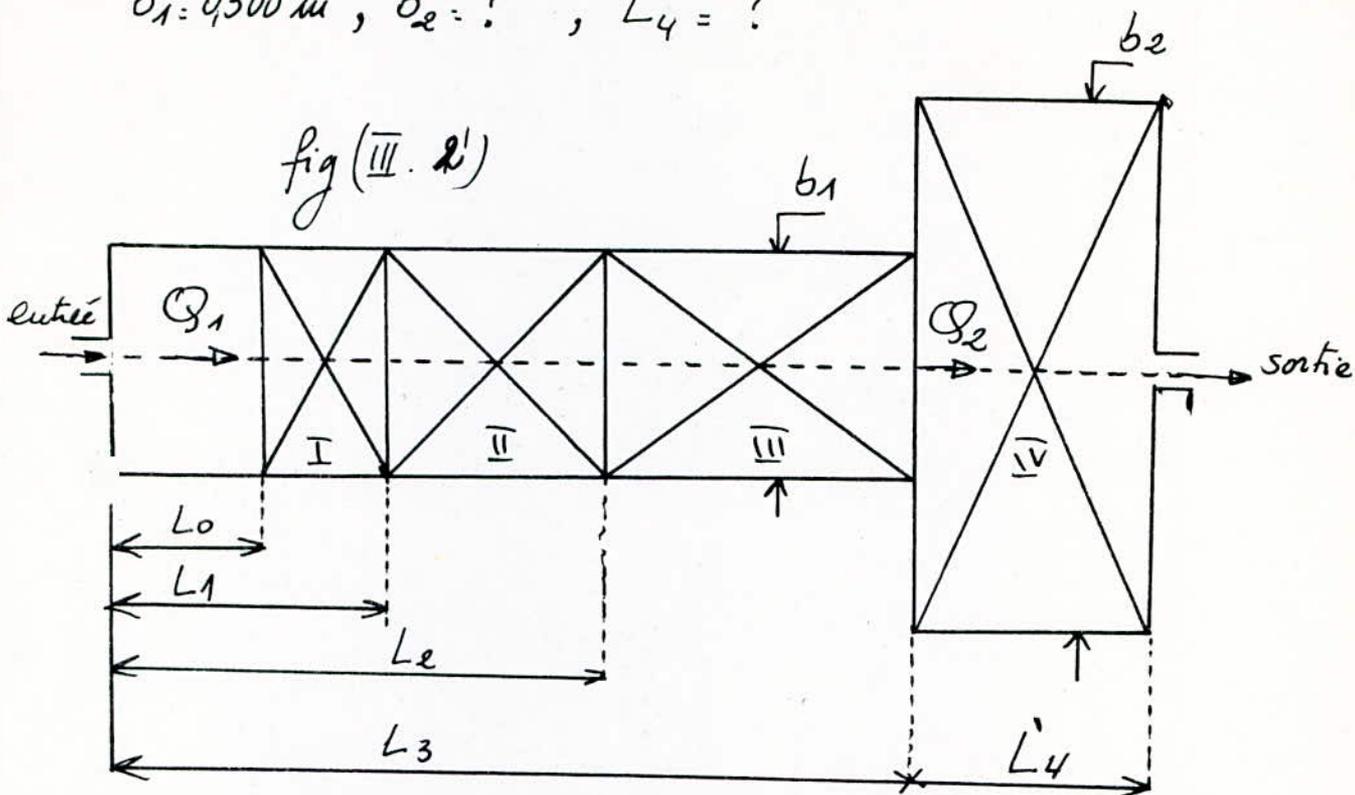
$$e_4 = L_4 - L_3 = 2,756 \text{ m.}$$

Conclusion: La longueur L_4 est trop grande, on doit la diminuer en proposant un deuxième format de classificateur.

B) Seconde forme du classificateur hydraulique.

$H = 0,300 \text{ m}$, $V_{ef1} = 0,740 \text{ m/s}$, $V_{ef2} = 0,235 \text{ m/s}$

$b_1 = 0,300 \text{ m}$, $b_2 = ?$, $L_4 = ?$



projection de la figure fig (III. 1')

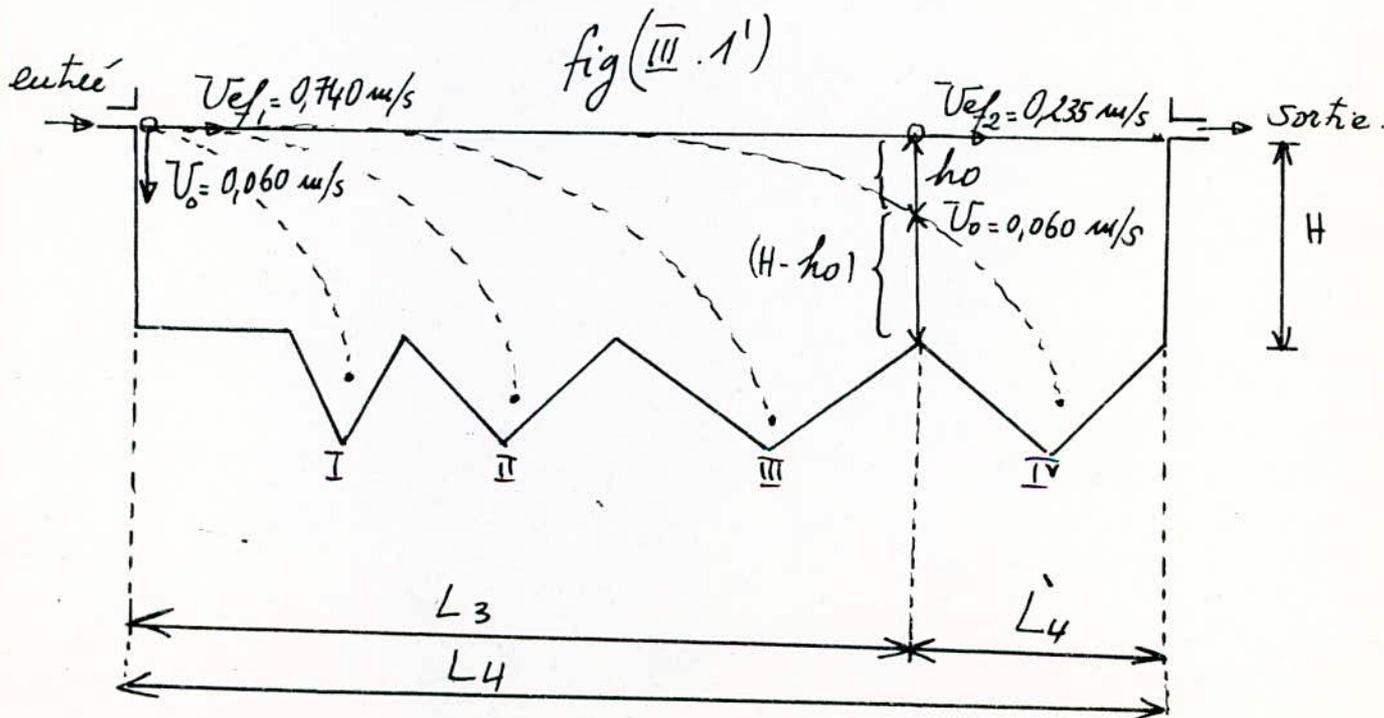
$L_0 = 0,300 \text{ m}$

$L_1 = 0,376 \text{ m}$

$L_2 = 0,576 \text{ m}$

$L_3 = 0,944 \text{ m}$

Détermination de L_4 .



Détermination de ho:

$$\frac{h_o}{U_0} = \frac{L_3}{U_{ef1}} \Rightarrow h_o = \frac{U_0}{U_{ef1}} \cdot L_3 = \frac{0,060}{0,740} \cdot 0,944 = 0,076 \text{ m.}$$

d'où

$$\frac{(H - h_o)}{U_0} = \frac{L'4}{U_{ef2}} \Rightarrow L'4 = (H - h_o) \cdot \frac{U_{ef2}}{U_0} = (0,300 - 0,076) \cdot \frac{0,235}{0,060} = L'4 = 0,877$$

ainsi

$$L_4 = L_3 + L'4 = 0,944 + 0,877 = 1,821 \text{ m.}$$

donc on a diminué la longueur du classificateur presque de la moitié,

Détermination de b2

Suivant le principe de continuité: on a le même débit Q du fluide qui entre que celui qui sort .

$$Q_1 = A_1 \cdot u_{ef1} = Hb_1 \cdot U_{ef1}$$

$$Q_2 = A_2 \cdot u_{ef2} = Hb_2 \cdot U_{ef2}$$

$$Q_1 = Q_2 \Leftrightarrow b_1 U_{ef1} = b_2 U_{ef2} \Rightarrow b_2 = b_1 \cdot \frac{U_{ef1}}{U_{ef2}} =$$

$$b_2 = 0,300 \cdot \frac{0,740}{0,235} = 0,944 \text{ m.}$$

Conclusion :

ce classificateur convient.

III.5. Calcul du classificateur hydraulique pour le quartz :

III.5.1. Calcul de vitesse d'entraînement du quartz à l'entrée du classificateur par la méthode de COROSZKO

Les équations de calcul ont été déjà citées précédemment on dresse le tableau des valeurs suivant.

d. 10 ⁻³ (m)	A 2	Re max	U max (m/s)
0,15	51,643	2,307	0,0153
0,50	1212,704	43,234	0,0864
0,80	7834,438	145,082	0,1813
1,20	26441,230	225,625	0,1880
1,50	51643,082	329,728	0,2198

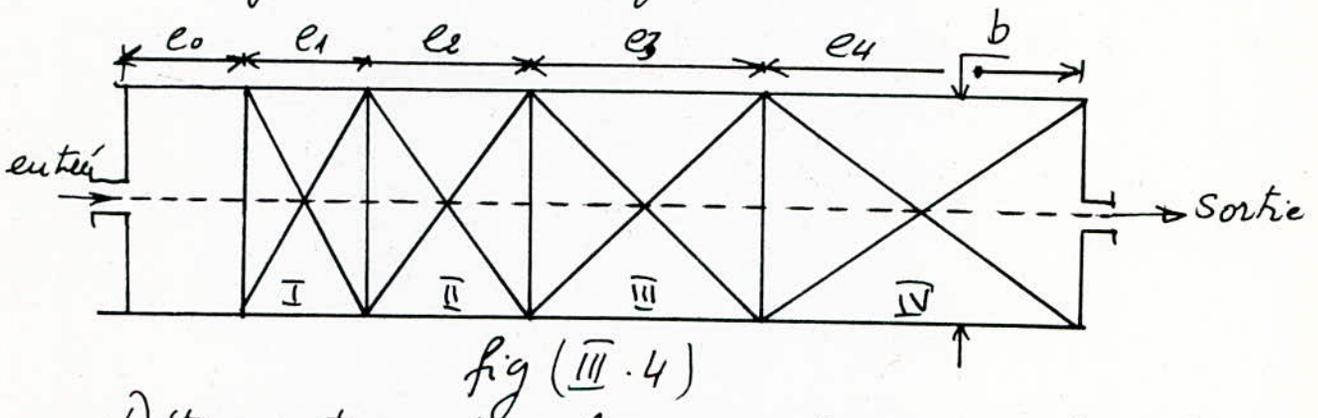
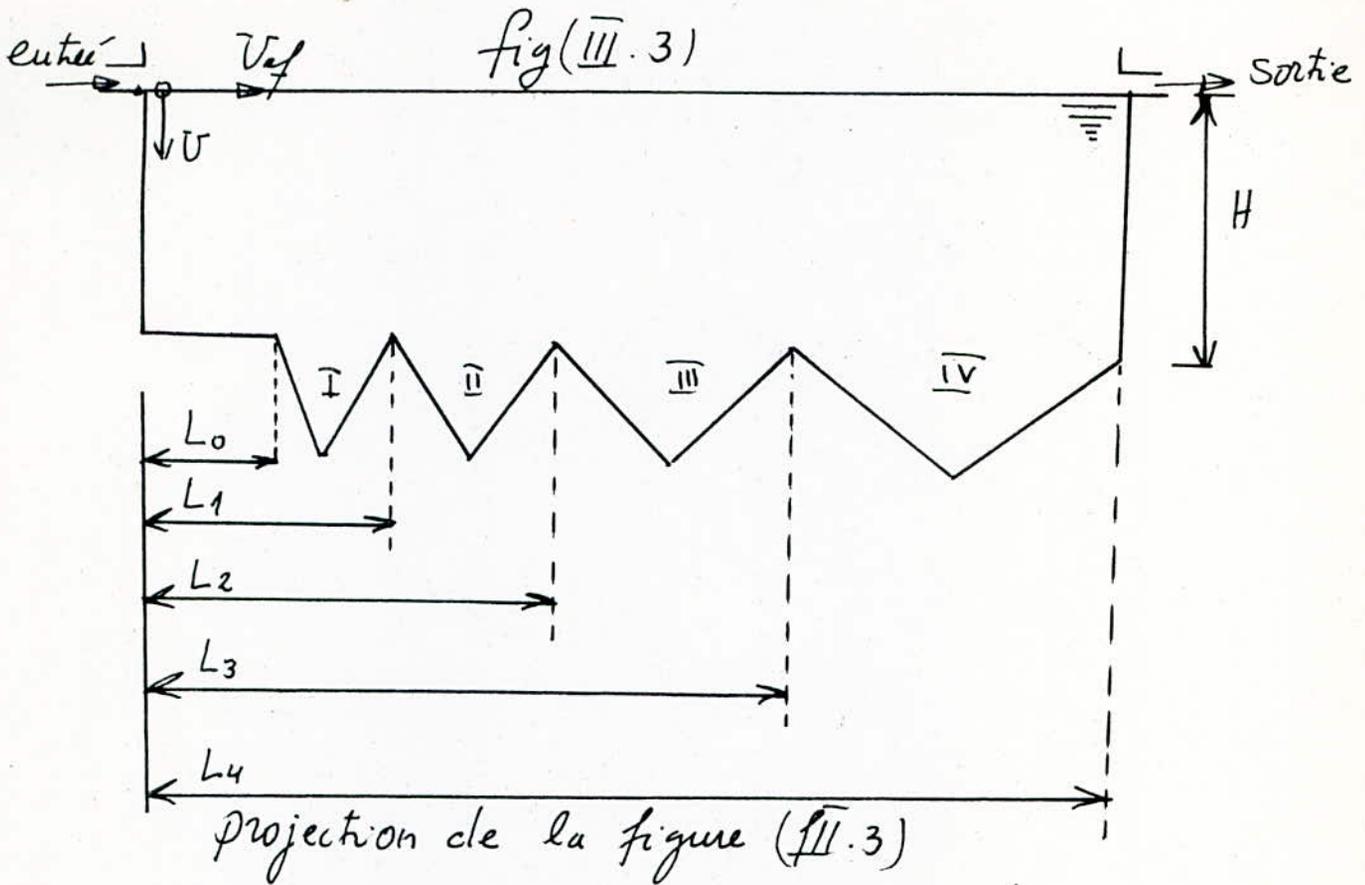
III.5.2. Calcul des dimensions d'un classificateur hydraulique.

La vitesse maximale d'entraînement est de 0,2198 m/s; on choisit, $U_{\text{max}} = U_{\text{ef}} = 0,250$ m/s prise sur le graphe (II) de $U = f(d)$; on est sûr alors que toutes les particules du quartz sont entraînées par le fluide, d'après le graphe II on a 4 fractions de quartz avec leurs vitesses de chute prises sur le graphe.

Fractions	$d \cdot 10^3$ m	domaine de variation de U (m/s)
I	[1,20 , 1,50]	[0,198 , 0,250]
II	[0,80 , 1,20]	[0,128 , 0,198]
III	[0,50 , 0,80]	[0,076 , 0,128]
IV	[0,15 , 0,50]	[0,016 , 0,076]

A) Première forme du classificateur hydraulique

$V_{ef} = 0,250 \text{ m/s}$, $H = 0,300 \text{ m}$, $b = 0,300 \text{ m}$.



Détermination des longueurs des compartiments.

D'après l'équation $L = H \cdot \frac{V_{ef}}{V}$

$L_0 = H \cdot \frac{V_{ef}}{V_0} = 0,300 \cdot \frac{0,250}{0,250} = 0,300 \text{ m}$.

$L_1 = H \cdot \frac{V_{ef}}{V_1} = 0,300 \cdot \frac{0,250}{0,198} = 0,378 \text{ m}$.

$L_2 = H \cdot \frac{V_{ef}}{V_2} = 0,300 \cdot \frac{0,250}{0,128} = 0,586 \text{ m}$.

$$L3 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U3} = 0,300 \cdot \frac{0,250}{0,076} = 0,987 \text{ m.}$$

$$L4 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U4} = 0,300 \cdot \frac{0,250}{0,016} = 4,687 \text{ m.}$$

On déduit :

$$e0 = L0 = 0,300 \text{ m.}$$

$$e1 = L1 - L0 = 0,208 \text{ m.}$$

$$e3 = L3 - L2 = 0,401 \text{ m.}$$

$$e4 = L4 - L3 = 3,700 \text{ m.}$$

Conclusion :

La longueur $L4$ est trop grande on doit la diminuer, en proposant un autre format de classificateur.

B. Seconde forme du classificateur hydraulique.

Ces dimensions sont :

$$U_{ef1} = 0,250 \text{ m/s}$$

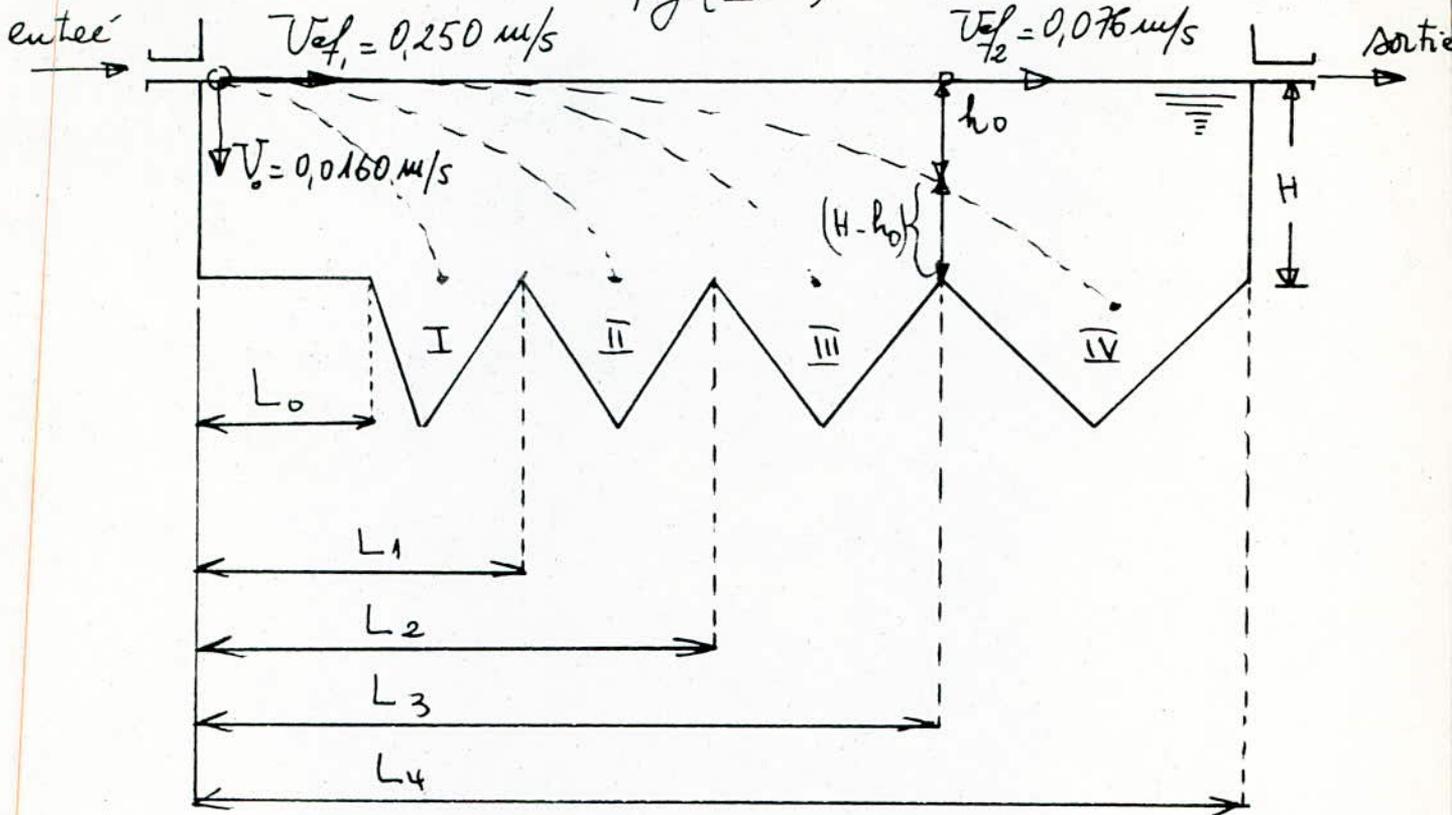
$$U_{ef2} = 0,076 \text{ m/s}$$

$$H = 0,300 \text{ m.}$$

$$b1 = 0,350 \text{ m.}$$

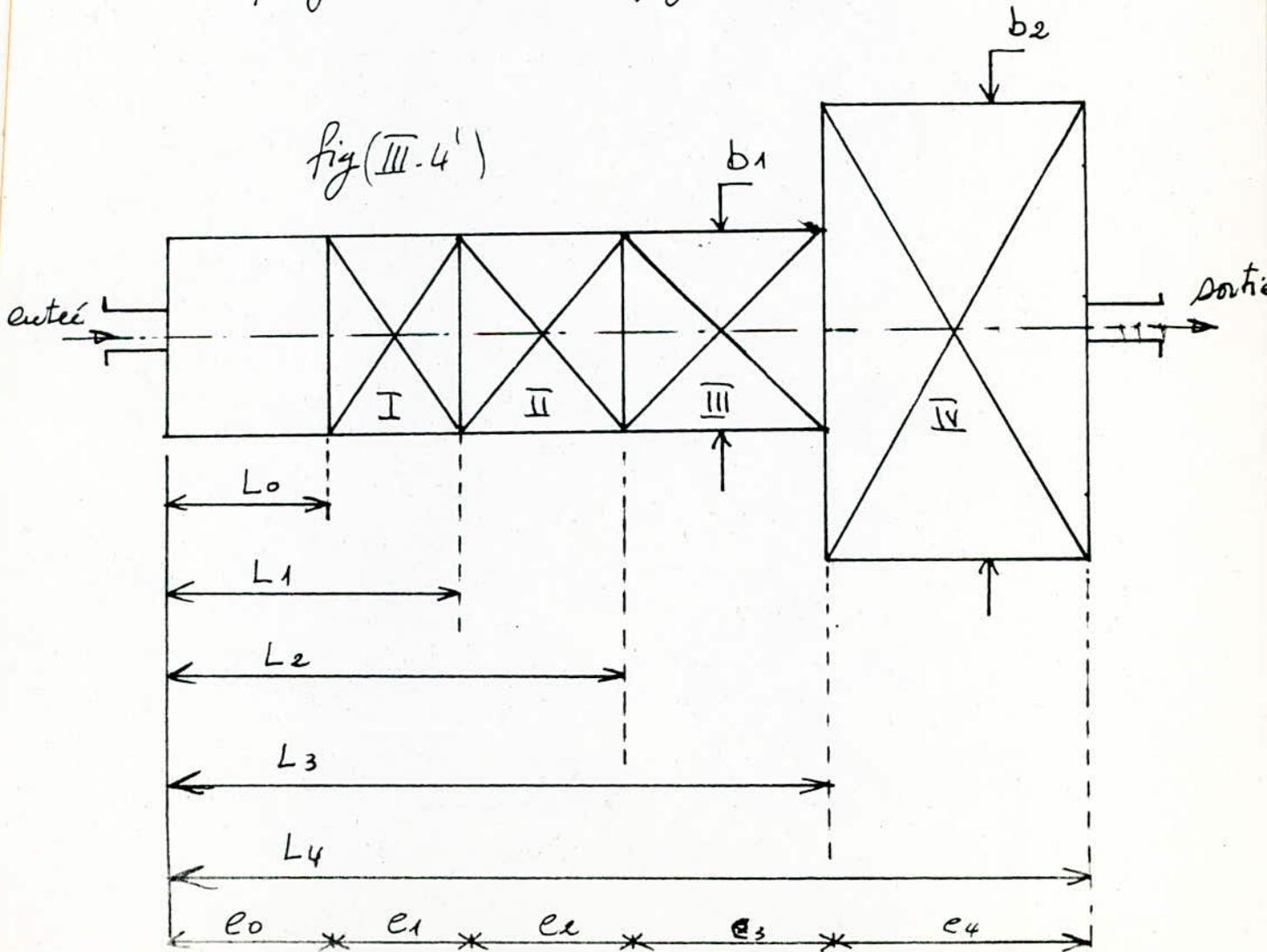
$$b2 = ?$$

fig (III.3')



projection de la figure (III.3')

fig (III.4')



Détermination des longueurs des compartiments.

$$L_0 = 0,300 \text{ m.}$$

$$L_1 = 0,378 \text{ m.}$$

$$L_2 = 0,586 \text{ m.}$$

$$L_3 = 0,987 \text{ m.}$$

Détermination de L4

$$\frac{h_0}{U_0} = \frac{L_3}{U_{ef1}} \Rightarrow h_0 = \frac{U_0}{U_{ef1}} \cdot L_3 = 0,987 \cdot \frac{0,016}{0,250}$$

$$\frac{(H - h_0)}{U_0} = \frac{e_4}{U_{ef2}} \Rightarrow e_4 = \frac{U_{ef2}}{U_0} \cdot (H - h_0) = \frac{0,076}{0,016} (0,30 - 0,063) = 1,125 \text{ m}$$

donc

$$L_4 = L_3 + e_4 = 2,112 \text{ m.}$$

d'où la diminution de la longueur du compartiment de 2,575 m.

Calcul de la longueur b2

d'après le principe de la continuité : $(Q_1 = Q_2)$

$$Q_1 = A_1 \cdot U_{ef1} = Hb_1 \cdot U_{ef1}$$

$$Q_2 = A_2 \cdot U_{ef2} = Hb_2 \cdot U_{ef2}$$

$$\text{après égalité : } b_2 = b_1 \cdot \frac{U_{ef1}}{U_{ef2}} = 0,35 \cdot \frac{0,250}{0,076} = 1,150 \text{ m.}$$

on déduit

$$e_0 = L_0 = 0,300 \text{ m.}$$

$$e_1 = L_1 - L_0 = 0,378 - 0,300 = 0,078 \text{ m.}$$

$$e_2 = L_2 - L_1 = 0,586 - 0,378 = 0,208 \text{ m.}$$

$$e_3 = L_3 - L_2 = 0,987 - 0,586 = 0,401 \text{ m.}$$

$$e_4 = 1,125 \text{ m.}$$

Conclusion : Ce classificateur convient.

III.6. Calcul du classificateur hydraulique pour le mélange de particules solides (cuivre-quartz) et schéma général de l'installation.

Le mélange de particules solides (cuivre-quartz) a un diamètre compris entre deux limites $d' = 0,15 \cdot 10^{-3}$ m et $d'' = 1,00 \cdot 10^{-3}$ m (voir le graphe IV.)

III.6.1. Calcul de vitesse de chute pour différentes particules du mélange :

On utilise la méthode basée sur le diagramme : $\lambda \cdot (Re)^2 = f(Re)$.

A - Les particules les plus petites du cuivre :

$$\lambda \cdot (Re)^2 = \frac{4 d'^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_{fg}}{3 \cdot u^2}$$

A.N.

$$\lambda \cdot Re^2 = \frac{4 \cdot (0,15 \cdot 10^{-3})^3 [8960 - 1000] \cdot 10^3 \cdot 9,81}{3 \cdot 10^{-6}}$$

$\lambda \cdot Re^2 = 351,394$, du diagramme $\lambda \cdot Re^2 = f(Re)$ on tire la valeur de Re correspondant.

$$Re = 8,9.$$

$$Re = \frac{d' \rho_f u'1}{\mu} \Rightarrow u'1 = \frac{Re \cdot \mu}{\rho_f \cdot d'} = \frac{8,9 \cdot 10^{-3}}{0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 0,05933 \text{ m/s}$$

$$u'1 \simeq 0,06 \text{ m/s.}$$

B - Les particules les plus grandes du cuivre.

$$\lambda \cdot Re^2 = \frac{4 d''^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_{fg}}{3 \cdot u^2} = \frac{4 \cdot (1,00 \cdot 10^{-3})^3 [8960 - 1000] \cdot 10^3 \cdot 9,81}{3 \cdot 10^{-6}}$$

$$\lambda \cdot (Re)^2 = 104116,800$$

Re correspondant = 500

d'où

$$u''1 = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 0,500 \text{ m/s}$$

C - Les particules les plus petites du quartz.

$$\lambda \cdot (Re)^2 = \frac{4 d'^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_{fg}}{3 \cdot u^2} = \frac{4 \cdot (0,15 \cdot 10^{-3})^3 [2559,8 - 1000] \cdot 10^3 \cdot 9,81}{3 \cdot 10^{-6}}$$

$$\lambda \cdot (Re)^2 = 68,857$$

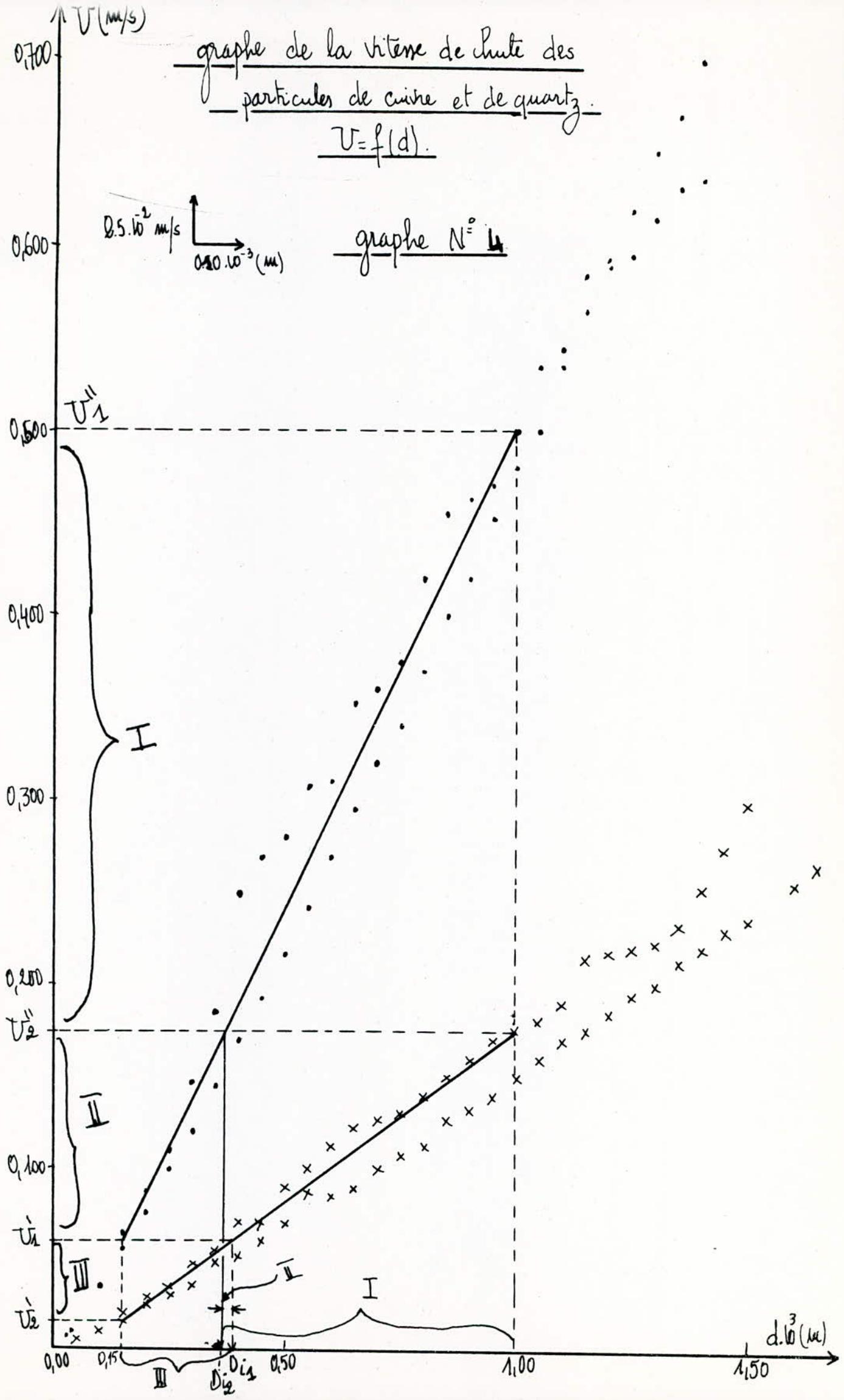
Re correspondant = 2,3.

$$u'2 = \frac{2,3 \cdot 10^{-3}}{0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 0,0156 \text{ m/s}$$

graphe de la vitesse de chute des
particules de cuivre et de quartz.
 $V = f(d)$

$0.5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$
 $0.10 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$

graphe N° 4



D. Les particules les plus grandes du quartz :

$$\lambda \cdot (Re)^2 = \frac{4d^{11/3} (\rho_s - \rho_f) \rho_f \cdot g}{3 \mu^2} = \frac{4 \cdot (1,00 \cdot 10^3)^3 [2559,8 - 1000] \cdot 10^3 \cdot 9,81}{3 \cdot (10^{-3})^2}$$

$$\lambda \cdot (Re)^2 = 20402,184$$

$$Re \text{ correspondant : } Re = 177,8$$

$$U_2'' = \frac{177,8 \cdot 10^{-3}}{1,00 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 0,1778 \text{ m/s}$$

sur le graphe IV, on reproduit les valeurs trouvées précédemment

$$\text{cuivre} \begin{cases} d' = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m} \implies U'1 = 0,0600 \text{ m/s} \\ d'' = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m} \implies U''1 = 0,500 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\text{quartz} \begin{cases} d' = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m} \implies U'2 = 0,0156 \text{ m/s} \\ d'' = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m} \implies U''2 = 0,1778 \text{ m/s} \end{cases}$$

- la fraction (I) : constituée par le cuivre uniquement on a :

$$[U''2, U''1] = [0,1778, 0,5000] \text{ m/s pour un diamètre variant : } di2 < d < 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

- la fraction (II) : constituée par le mélange (cuivre-quartz) avec

$$[U'1, U''2] = [0,0600, 0,1778] \text{ m/s, pour un diamètre variant :}$$

$$\begin{cases} \text{cuivre} : 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m} < d < di2 \\ \text{quartz} : di1 < d < 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

- la fraction III : constituée par le quartz uniquement; on a :

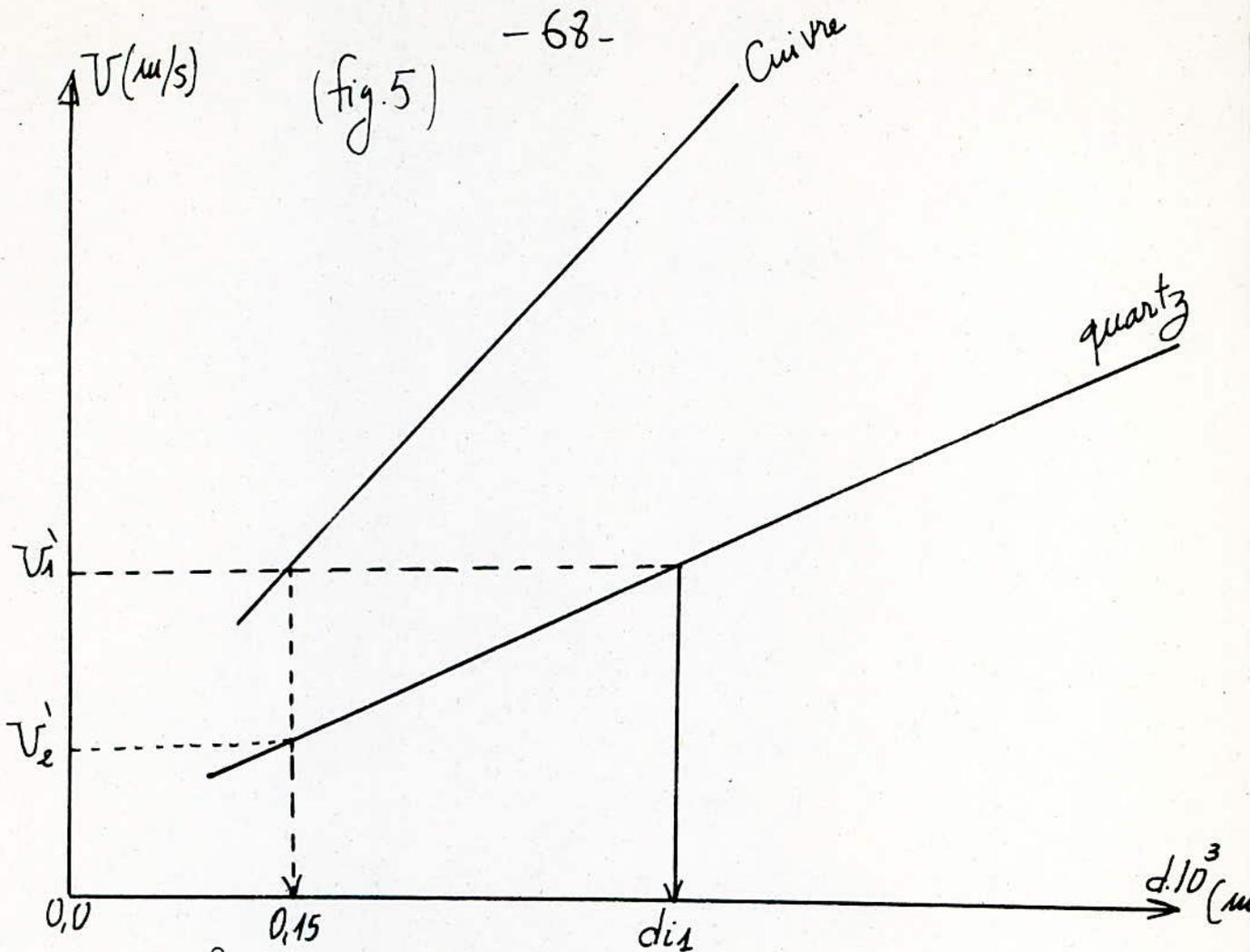
$$[U'2, U'1] = [0,0156, 0,0600] \text{ m/s, pour un diamètre variant : } 0,15 \cdot 10^{-3} < d < di1$$

III.6.2. Détermination des diamètres intermédiaires di1 et di2

La détermination des diamètres intermédiaires peut se faire par une lecture du graphe IV mais il existe une méthode plus utilisée basée sur la connaissance d'une fonction $\lambda/Re = f(Re)$.

III.6.2. a. Détermination du diamètre di1

Il faut trouver le diamètre de la particule de quartz pour laquelle la vitesse de chute est identique à la vitesse de chute des particules les plus petites du cuivre.



$$\frac{\lambda}{Re'} = \frac{4(\rho_s - \rho_f)\mu g}{3U^3 \cdot \rho_f^2}$$

équation (1.60)

dans ce cas la : $U = U'1 = 0,0600 \text{ m/s}$.

$$\frac{\lambda}{Re'} = \frac{4(2559,8 - 1000) \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}{3(0,0600)^3 \cdot 10^6} = 0,0944$$

Re correspondant : $Re' = 23,4$

$$\text{donc } di1 = \frac{Re' \cdot \mu}{U \cdot \rho_f} = \frac{23,4 \cdot 10^{-3}}{0,0600 \cdot 10^{-3}} = 0,39 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

III.6.2.b. Détermination du diamètre di2

$$\frac{\lambda}{Re} = \frac{4 (\rho_s - \rho_f) \mu_g}{3U^3 \cdot \rho_f^2}$$

Il faut trouver le diamètre des particules de cuivre dont la vitesse de chute est égale à la vitesse U''2 (vitesse correspondant aux particules les plus grandes du quartz).

$$U = U''2 = 0,1778 \text{ m/s}$$

$$\frac{\lambda}{Re} = \frac{4 (8960 - 1000) \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}{3 \cdot (0,1778)^3 \cdot 10^6} = 0,0185$$

Re correspondant = 65,7

$$di2 = \frac{Re \cdot \mu}{U''2 \cdot \rho_f} = \frac{65,7 \cdot 10^{-3}}{0,1778 \cdot 10^3} = 0,3695 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

la fraction	type de fraction	Domaine de variation de diamètre de particule (10 ³ m)	Domaine de variation de vitesse de chute U : (m/s)
I	cuivre	[0,37 , 1,00]	[0,1778 , 0,500]
II	cuivre	[0,15 , 0,37]	[0,0600 , 0,1778]
	Mélange quartz	[0,39 , 1,00]	
III	quartz	[0,15 , 0,39]	[0,0156 , 0,0600]

III.6.3. Calcul des vitesses d'entraînement du fluide pour le mélange (cuivre-quartz)

On utilise la méthode de GOROSZKO déjà présentée précédemment, les résultats sont consignés dans les tableaux suivants.

I. Le quartz .

$d \cdot 10^3$ (m)	A2	Re max	U max (m/s)
0,15	51,643	2,307	0,0153
0,20	122,413	4,946	0,0247
0,30	413,144	13,590	0,0453
0,40	979,304	26,403	0,0660
0,50	1912,704	43,234	0,0864
0,60	3305,153	62,280	0,1038
0,80	7834,438	145,082	0,1813
1,00	15301,638	163,729	0,1637

la vitesse d'entraînement du fluide pour les particules de quartz de diamètre $1,00 \cdot 10^{-3}$ m est de $0,1637$ m/s

II. Le cuivre.

$d \cdot 10^3$ (m)	A2	Re max	U max (m/s)
0,15	263,545	9,445	0,0629
0,20	624,700	18,790	0,0939
0,30	2108,365	45,824	0,1527
0,40	4997,606	81,762	0,2044
0,50	9760,950	124,714	0,2494
0,60	16866,921	173,488	0,2891
0,80	39980,851	285,637	0,3570
1,00	78087,600	414,347	0,4143

Il est clair que la vitesse d'entraînement maximale du fluide est de $0,4134$ m/s, cette vitesse entraîne les particules de cuivre et celles du quartz. On prend, en vue de faciliter les calculs $U_{ef} = 0,5$ m/s.

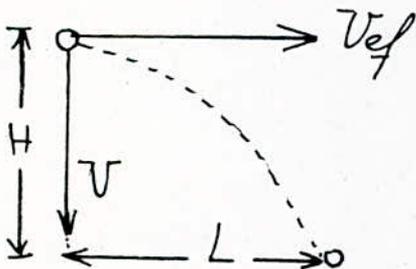
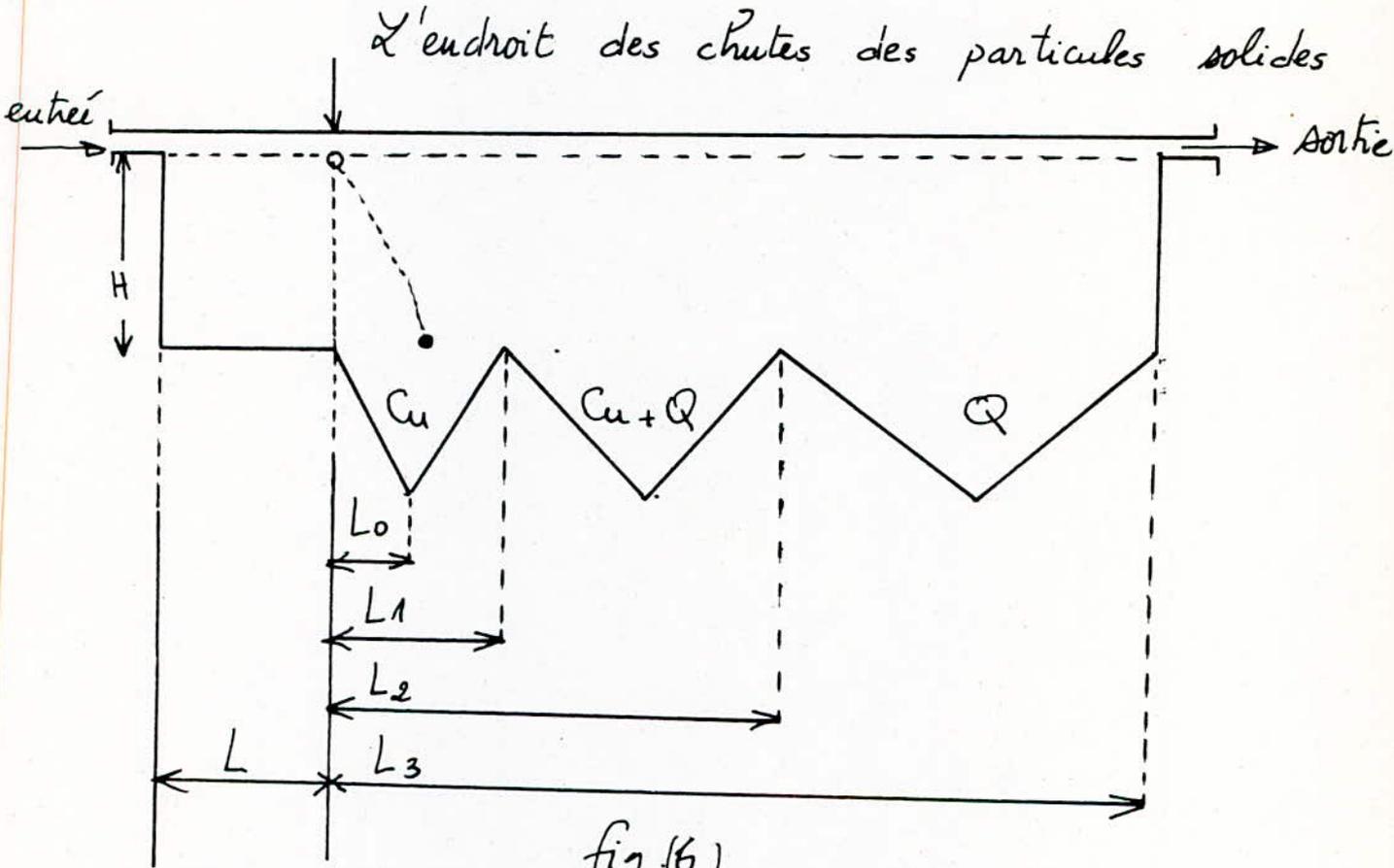
A. Première forme du classificateur hydraulique :

avec $U_{ef} = 0,5000 \text{ m/s}$

$H = 0,300 \text{ m}$ (hauteur de chute de la particule)

$b = 0,300 \text{ m}$ (largeur du classificateur)

$L = 0,400 \text{ m}$: c'est la distance entre l'entrée du fluide au classificateur et l'endroit des chutes des particules solides (Voir la figure suivante).



Avec $t = t_f$.

$$\frac{H}{t} = U \quad (\text{équation 3.4})$$

$$\frac{L}{t_f} = U_{ef} \quad (\text{équation 3.5})$$

$$\text{On a : } \frac{H}{U} = \frac{L}{U_{ef}} \Rightarrow L = H \cdot \frac{U_{ef}}{U} \quad (\text{équation 3.6})$$

I. Calcul de longueur des compartiments du classificateur

1- Les particules de cuivre les plus grosses : $U''1 = 0,500 \text{ m/s}$

$$L0 = H \frac{U_{ef}}{U''1} = 0,300 \cdot \frac{0,5000}{0,5000} = 0,300 \text{ m}$$

2- les particules possédant une vitesse de chute $U''2 = 0,1778 \text{ m/s}$

$$L1 = \frac{U_{ef}}{U''2} = 0,300 \cdot \frac{0,5000}{0,1778} = 0,843 \text{ m.}$$

3- les particules possédant une vitesse de chute $U'1 = 0,0600 \text{ m/s}$

$$L2 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U'1} = 0,300 \cdot \frac{0,5000}{0,0600} = 2,500 \text{ m.}$$

4- les particules possédant une vitesse de chute $U'2 = 0,0156 \text{ m/s}$

$$L3 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U'2} = 0,300 \cdot \frac{0,5000}{0,0156} = 9,615 \text{ m.}$$

Conclusion : Cette longueur est trop grande, on doit diminuer cette longueur en proposant une seconde forme du classificateur.

B - Deuxieme forme du classificateur hydraulique.

ona $U_{ef} = 0,5000 \text{ m/s}$

b = $0,300 \text{ m.}$

L = $0,400 \text{ m.}$

H = $0,250 \text{ m.}$

1 - calcul des longueurs des compartiments

$$L0 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U''1} = 0,250 \cdot \frac{0,5000}{0,5000} = 0,250 \text{ m.}$$

$$L1 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U''2} = 0,250 \cdot \frac{0,5000}{0,1778} = 0,700 \text{ m.}$$

$$L2 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U'1} = 0,250 \cdot \frac{0,5000}{0,0600} = 2,083 \text{ m.}$$

$$L3 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U'2} = 0,250 \cdot \frac{0,5000}{0,0156} = 8,012 \text{ m.}$$

Conclusion : La longueur du second classificateur est trop grande, on doit la diminuer on proposant une troisième forme du classificateur

C. Troisième forme du classificateur hydraulique.

Dans ce cas on a modifié la vitesse d'entraînement du fluide à l'entrée de chaque compartiment pour la diminuer suffisamment dans le dernier compartiment, on propose :

A l'entrée du premier compartiment $U_{ef_1} = 0,5000 \text{ m/s}$

" " " seconde " $U_{ef_2} = 0,3000 \text{ m/s.}$

" " " troisième " $U_{ef_3} = 0,0800 \text{ m/s.}$

avec modification dans la largeur des trois compartiments $b_1, b_2, b_3,$ respectivement, $H = 0,250 \text{ m}, L = 0,400 \text{ m.}$

Calcul des longueurs des compartiments.

1- les particules qui ont une vitesse de chute

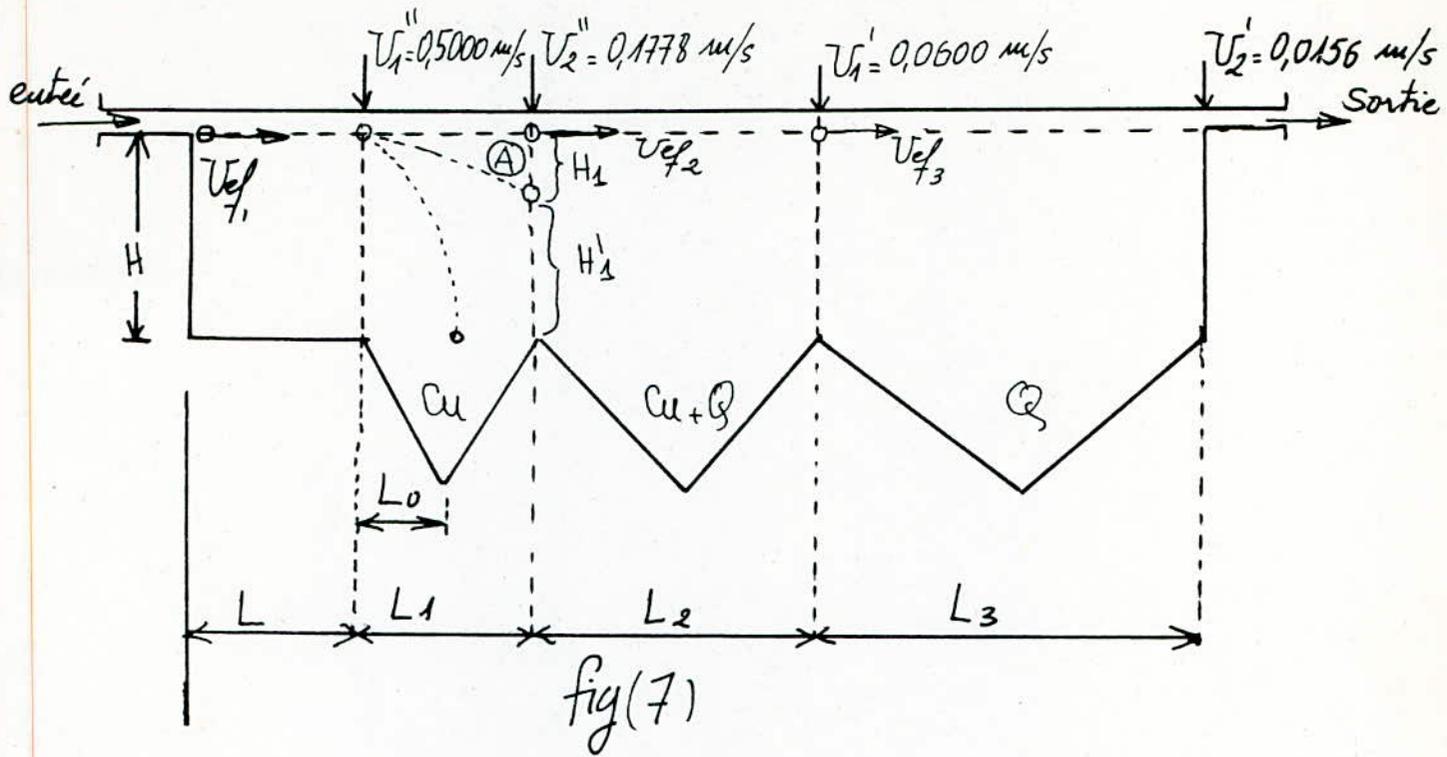
$$U''_1 = 0,5000 \text{ m/s.}$$

$$L_0 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U''_1} = 0,250 \cdot \frac{0,5000}{0,5000} = 0,250 \text{ m.}$$

2- les particules possédant une vitesse de chute

$$U''_2 = 0,1778 \text{ m/s.}$$

$$L_1 = H \cdot \frac{U_{ef}}{U''_2} = 0,250 \cdot \frac{0,5000}{0,1778} = 0,700 \text{ m.}$$



fig(7)

Calcul de L 2 :

calcul du temps de passage dans le premier compartiment.

$$t_{f1} = \frac{L1}{U_{ef1}} = \frac{0,700}{0,5000} = 1,4 \text{ s}, \quad t = \frac{H1}{U'1} \Rightarrow H1 = t \cdot U'1$$

donc $H1 = 0,0600 \cdot 1,4 = 0,084 \text{ m}.$

$$H'1 = H - H1 = 0,250 - 0,084 = 0,166 \text{ m}.$$

calcul détaillé au point A :

$$\frac{L2}{U_{ef2}} = \frac{H'1}{U'1} \Rightarrow L2 = \frac{U_{ef2}}{U'1} \cdot H'1$$

$$L2 = 0,166 \cdot \frac{0,3000}{0,0600} = 0,830 \text{ m}.$$

calcul de L3 :

On calcule le temps de passage d'une particule fine possédant une vitesse de chute de 0,0156 m/s à travers les trois compartiments suivants (figure 8); on a :

temps de passage dans le premier compartiment

$$t_{f1} = \frac{L1}{U_{ef1}} = \frac{0,700}{0,5000} = 1,40 \text{ s}.$$

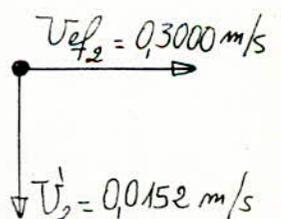
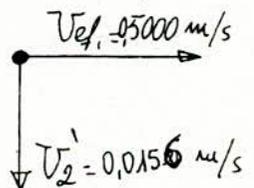
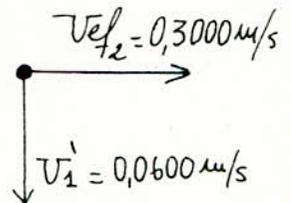
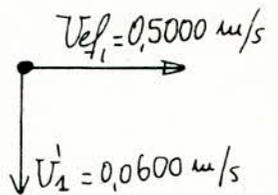
$$t1 = t_{f1} = \frac{H3}{U2} \Rightarrow H3 = U2 \cdot t_{f1} = 0,0156 \cdot 1,40 = 0,022 \text{ m}.$$

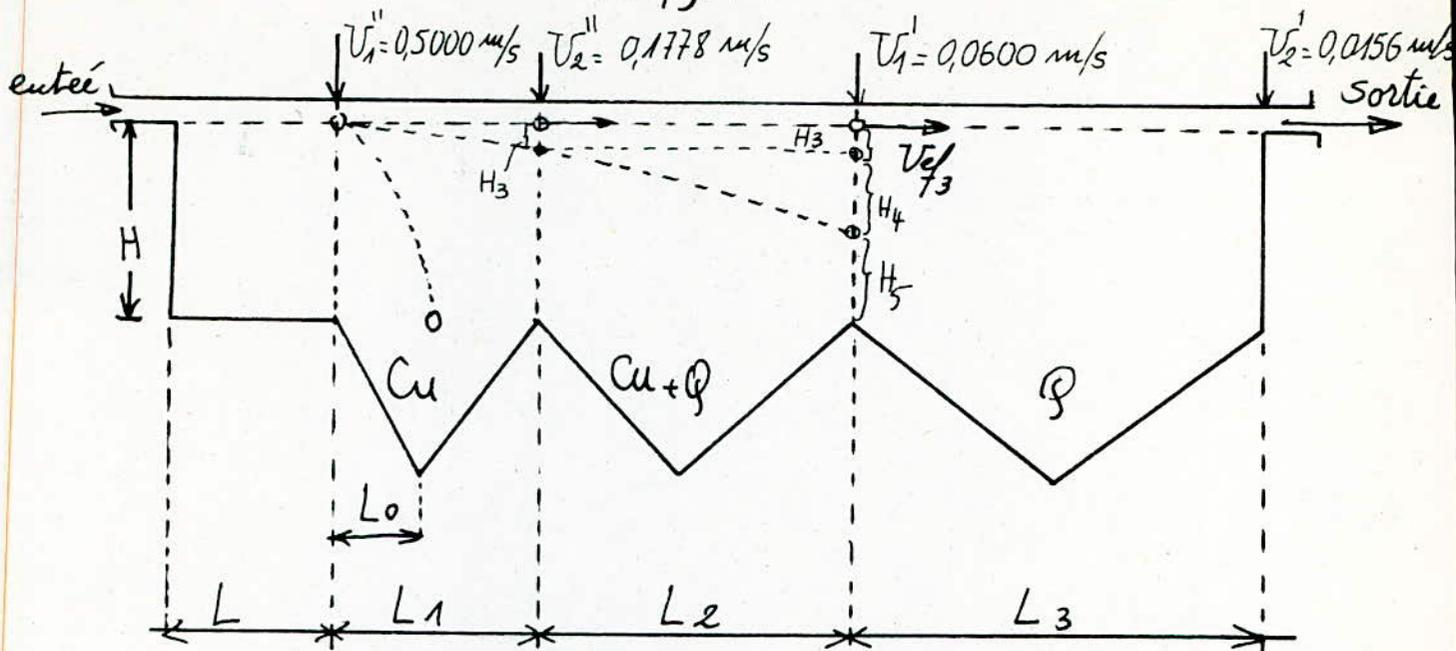
temps de passage dans le deuxième compartiment.

$$t_{f2} = \frac{L2}{U_{ef2}} = \frac{0,830}{0,3000} = 2,77 \text{ s}.$$

$$t_{f2} = t2 = \frac{H4}{U2} \Rightarrow H4 = t_{f2} \cdot U'2 = 0,0156 \cdot 2,77 = 0,043 \text{ m}.$$

$$H5 = H - (H3 + H4) = 0,250 - (0,022 + 0,043) = 0,185 \text{ m}.$$





fig(8)

temps de passage dans le troisième compartiment.

$$\frac{L3}{U_{ef3}} = \frac{H5}{U_1'^2} \Rightarrow L3 = H5 \cdot \frac{U_{ef3}}{U_1'^2}$$

$$L3 = 0,185 \cdot \frac{0,0800}{0,0156} = 0,948 \text{ m.}$$

Conclusion : la longueur totale est de $L = 2,878 \text{ m.}$
 cette longueur nous convient.

-76-

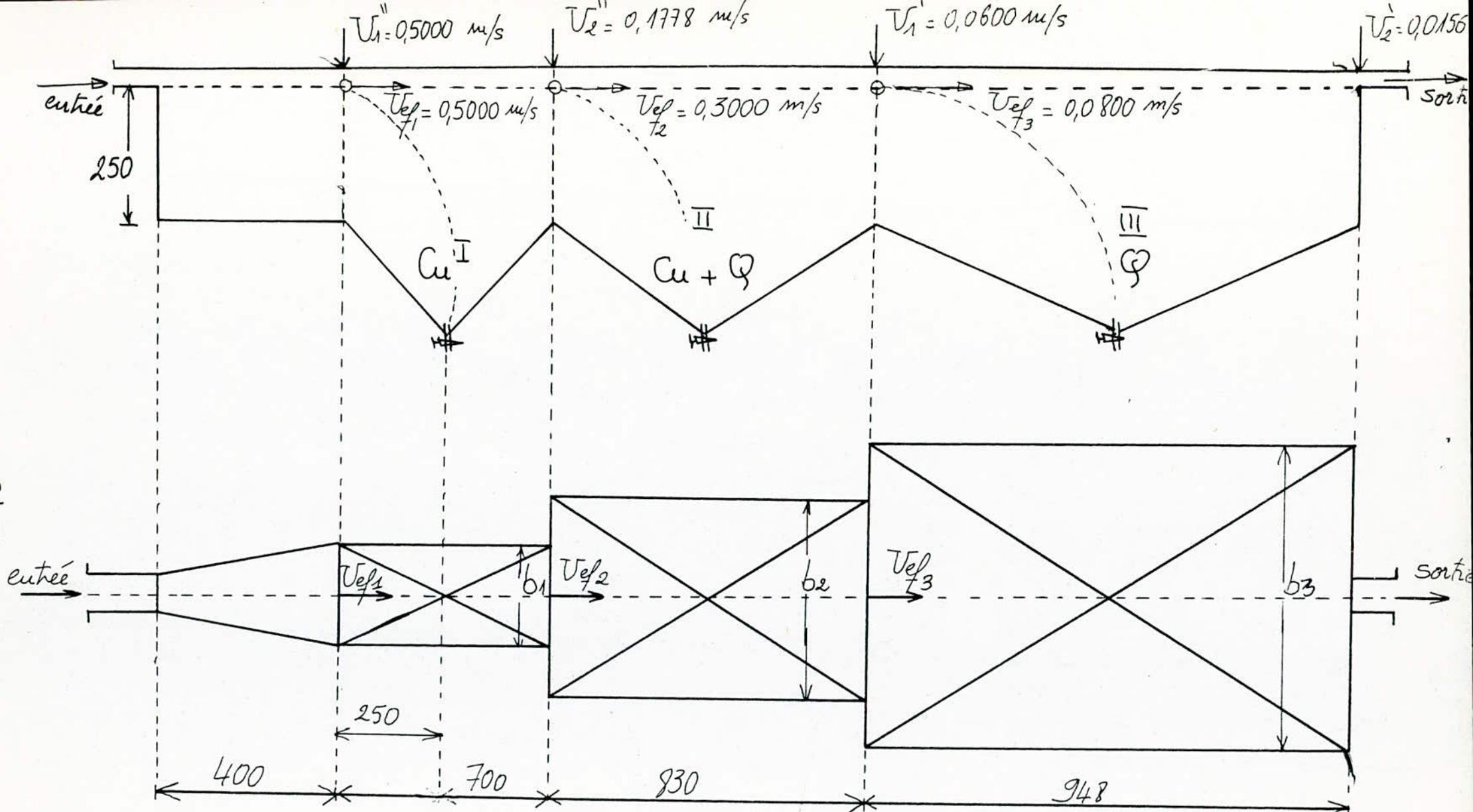


schéma du classificateur.

D - Choix de la pompe et déterminations des largeurs des compartiments.

I - POMPE E.I.V.S (P.4.12)

Débit maximal : $Q = 1,75 \text{ m}^3/\text{h} = \frac{1,75}{3600} = 48,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

calculant la largeur b_1 .

suivant le principe de continuité : le débit à l'entrée est le même que celui à la sortie du classificateur.

$$Q = A \cdot U_{ef1} = H \cdot b_1 \cdot U_{ef1} \quad b_1 = \frac{Q}{H \cdot U_{ef1}} = \frac{48,6 \cdot 10^{-5}}{0,250 \cdot 0,5000}$$

$$b_1 = 0,0038 \text{ m.}$$

cette largeur ne convient pas, elle est trop petite.

II- POMPE E.I.V.S (P.6.25)

Débit maximal d'alimentation $Q = 9 \text{ m}^3/\text{h} = 0,0025 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$b_1 = \frac{Q}{H \cdot U_{ef1}} = \frac{0,0025}{0,250 \cdot 0,5000} = 0,02 \text{ m.}$$

cette largeur n'est pas convenable, elle est trop petite.

III- POMPE E.I.V.S (P. 9.40)

Débit maximal $Q = 25 \text{ m}^3/\text{h} = 0,0069 \text{ m}^3/\text{s}$

$$b_1 = \frac{Q}{H \cdot U_{ef1}} = \frac{0,0069}{0,250 \cdot 0,5000} = 0,055 \text{ m}$$

$$b_2 = \frac{Q}{H \cdot U_{ef2}} = \frac{0,0069}{0,250 \cdot 0,3000} = 0,092 \text{ m}$$

$$b_3 = \frac{Q}{H \cdot U_{ef3}} = \frac{0,0069}{0,250 \cdot 0,0800} = 0,345 \text{ m.}$$

Conclusion : cette pompe est convenable.

Caractéristique de la pompe E.I.V.S. (P 9.40)

C'est une pompe E.I.V.S (P 9.40 AD) (anti-déflagrant) sa vitesse de rotation est de : 2800 tr/mm.

sa puissance est de : 3 cv.

son poids est de : 74 kg.

elle peut être alimentée sous tension de 220 V ou 380 V avec une fréquence de 50 HZ.

III.6.4. Schéma général de l'installation

On propose deux schémas :

schéma I : Il présente 1 seule pompe reliée à un bac de stockage du fluide, est ~~x~~ trois compartiments;

schéma II : Il se compose de deux pompes, l'une pour l'aspiration du fluide à partir du bac de stockage et l'autre pour son renfoulement à l'entrée du classificateur, ainsi de trois compartiments de surface différente.

III.6.5. Conclusion.

1 - En résumé : la formule de la vitesse de chute des particules pour le cas de STOKES n'est applicable que pour de très petites particules ayant un diamètre inférieur à 0,01 mm; or notre mélange de particules solides a un diamètre compris entre 0,15 mm et 1,5 mm.

Afin de calculer la vitesse de chute par la méthode de NEWTON il faut avoir un diamètre de particules solides suffisamment grand (supérieur à 2 mm) pour que le régime turbulent soit atteint, ce qui a conduit à utiliser une autre formule de vitesse de chute (équation d'ALLEN).

2 - Cas de séparation des particules de cuivre.

A) - première forme du classificateur :

Diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,5 mm.

$H = 0,300\text{ m}$, $b = 0,300\text{ m}$, $U_{ef} = 0,7400\text{ m/s}$, $L = 3,700\text{ m}$.

Conclusion : il ne convient pas, il est trop long.

B) - Deuxième forme du classificateur.

Diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,5 mm.

$H = 0,300\text{ m}$, $b_1 = 0,300\text{ m}$, $b_2 = 0,944\text{ m}$, $U_{ef1} = 0,740\text{ m/s}$, $U_{ef2} = 0,235\text{ m/s}$

longueur totale est de 1,821 m

conclusion : elle est convenable.

3 cas de séparation des particules de quartz.

A) - première forme du classificateur :

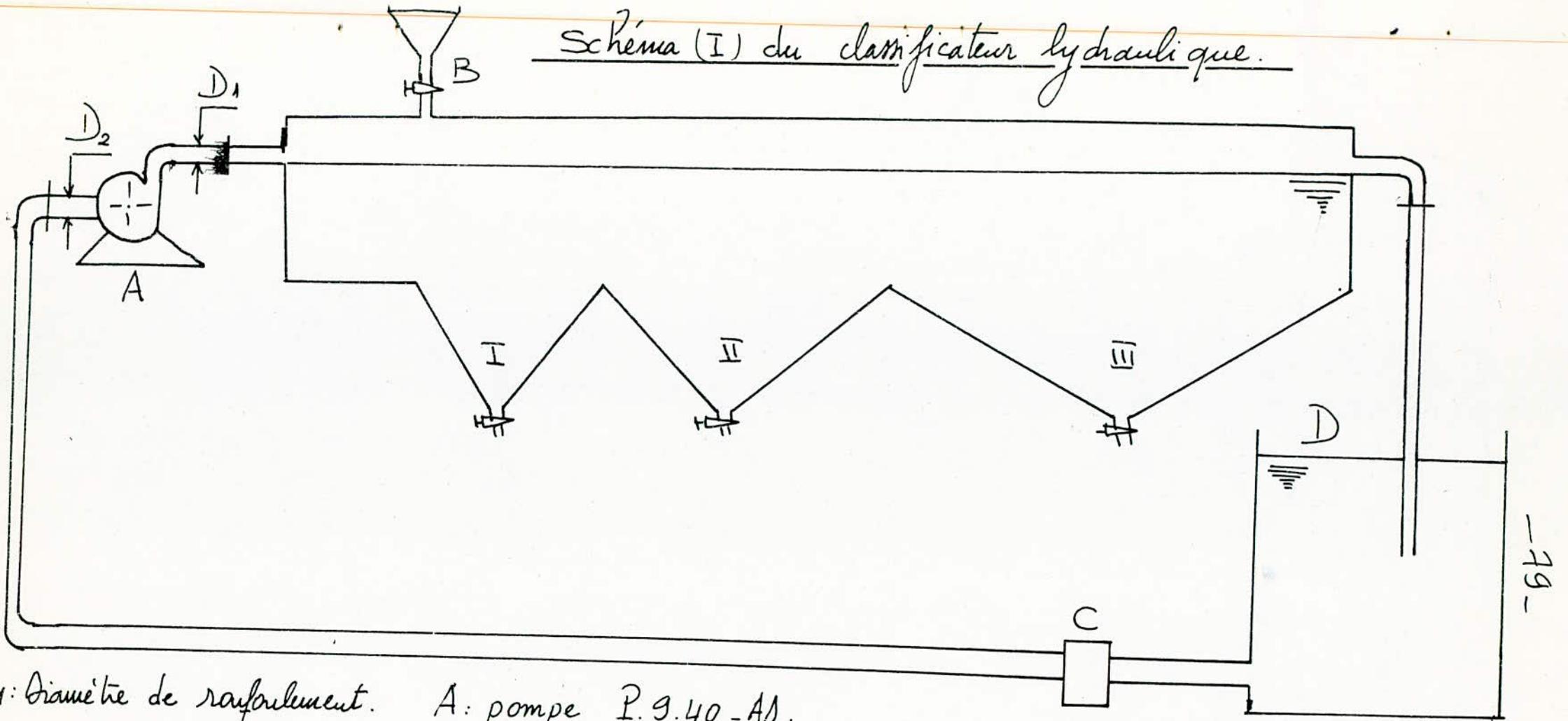
Diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,5 mm

$H = 0,300\text{ m}$, $b = 0,300\text{ m}$ et $U_{ef} = 0,250\text{ m/s}$, longueur totale

$L = 4,687\text{ m}$.

Conclusion : elle est trop longue.

Schéma (I) du classificateur hydraulique.



D_1 : diamètre de renforcement.

$D_1 = 400$ mm.

D_2 : diamètre d'aspiration.

$D_2 = 500$ mm.

A: pompe P. 9.40-AS.

B: Entonnoir à robinet.

D: Réservoir du fluide.

C: Filtre (pour la filtration de la suspension fine).

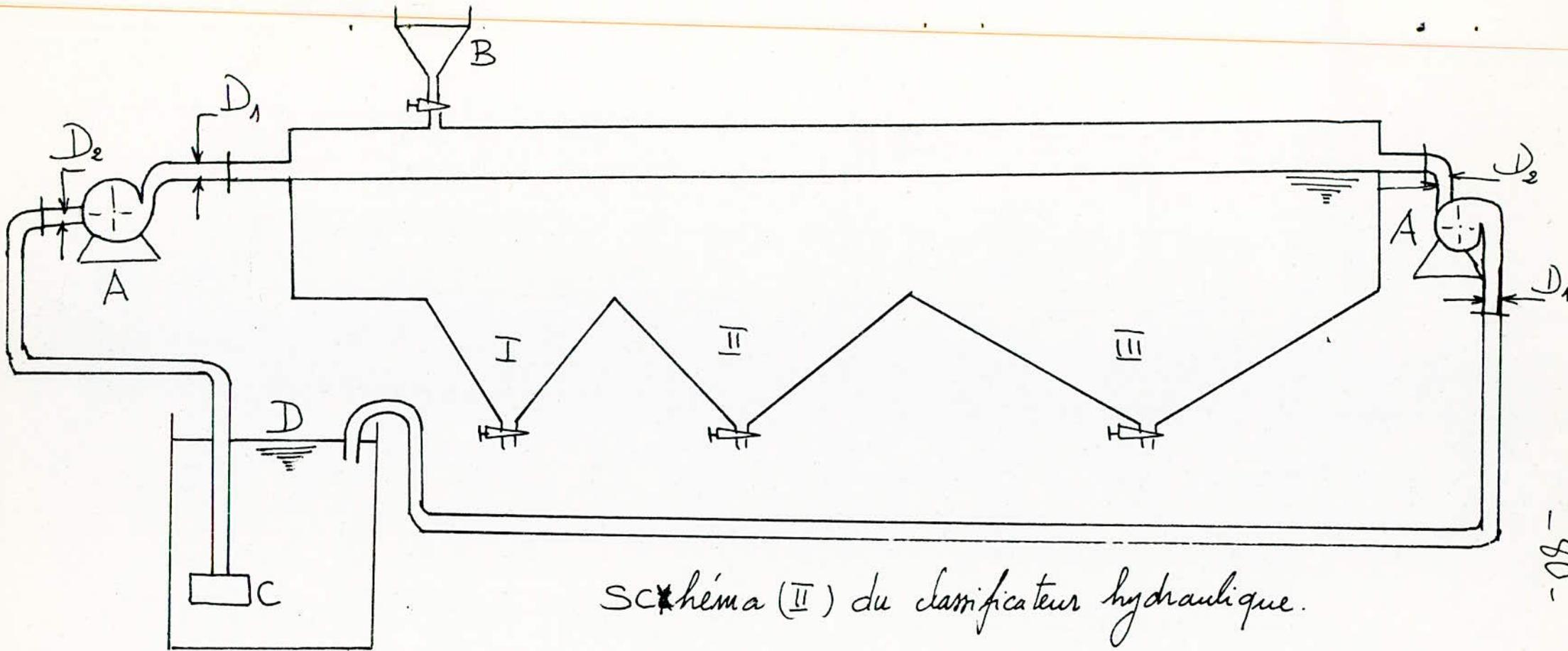


schéma (II) du lamificateur hydraulique.

B - Deuxième forme du classificateur

Diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,5 mm.

$H = 0,300$ m, $U_{ef1} = 0,250$ m/s, $U_{ef2} = 0,076$ m/s, $b_1 = 0,35$ m, $b_2 = 1,150$ m et $L = 2,112$ m.

Conclusion : elle est acceptable.

4 - Cas de séparation du mélange.

A) - Première forme du classificateur.

diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,00 mm

$U_{ef} = 0,5000$ m/s, $b = 0,300$ m, $H = 0,300$ m, $L = 0,400$ m.

et la longueur totale est de $L = 9,615$ m.

Conclusion : trop long^{ue} on diminue sa longueur.

B) - Deuxième forme du classificateur.

Diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,00 mm.

$b = 0,300$ m, $H = 0,250$ m, $L = 0,400$ m, $U_{ef} = 0,500$ m/s

et la longueur total est de : $L = 8,012$ m;

Conclusion : trop long^{ue}, on diminue sa long^{ue}ur ou proposant un troisi^{ème} classificateur.

C) - Troisième classificateur.

Diamètre des particules compris entre 0,15 mm et 1,00 mm.

$U_{ef1} = 0,500$ m/s, $U_{ef2} = 0,300$ m/s, $U_{ef3} = 0,0800$ m/s.

$b_1 = 0,055$ m, $b_2 = 0,092$ m, $b_3 = 0,345$ m, $L = 0,400$ m, $H = 0,250$ m

long^{ue}ur totale du classificateur est $L = 2,878$ m.

Conclusion : ce classificateur est convenable.

5 - Choix de la pompe.

A- pompe. E.I.V.S(P 4.12) : débit maximal $Q = 48,6 \cdot 10^{-5}$ m³/s

Conclusion : elle ne convient pas.

B- pompe. E.I.V.S(P 6.25) : débit maximal $Q = 0,0025$ m³/s.

Conclusion : elle n'est pas convenable.

C- pompe E.I.V.S(P 9.40) : débit maximal : $Q = 0,0069$ m³/s.

Conclusion : cette pompe convient pour notre installation.

6 - choix du schéma général de l'installation.

On propose le premier schéma.

ANNEXE

IV . A N N E X E :

IV.1. Introduction.

On présente en guise de complément à notre projet une partie expérimentale donnant trois méthodes différentes de calcul de :

- dimensions des particules solides par microscope et par tamisage
- masses volumiques des solides (cuivre , quartz)
- vitesses expérimentales de chute des particules (quartz , verre).

IV.2. Diamètre équivalent.

par souci de simplicité on cherche généralement à caractériser une particule isolée par une dimension unique, un ensemble de particules par un paramètre unique, une dimension moyenne; cette dimension est définie sans ambiguïté dans le seul cas où la particule est sphérique. Dans tout les autres cas on définit un diamètre équivalent très souvent lié à la méthode de détermination utilisée. Il ya plusieurs diamètres équivalents, d'où les définitions suivantes :

a - diamètre équivalent en volume (dv) : c'est le diamètre de la sphère qui a le même volume que le grain $dv = (V \cdot \frac{6}{\pi})^{1/3}$

b - diamètre équivalent en surface (ds) ; c'est le diamètre de la sphère qui a la même surface que la particule $ds = (\frac{S}{\pi})^{1/2}$

c - diamètre équivalent en surface spécifique (dsv) : c'est le diamètre de la sphère qui a la même surface spécifique que la particule $dsv = \frac{dv^3}{ds^2}$

d - diamètre de chute (dc) : diamètre d'une sphère qui a la même densité et la même vitesse de chute libre que la particule dans un fluide de même masse volumique et de même viscosité.

e - diamètre de stokes (dst) : c'est le diamètre de chute d'une particule dans la région d'écoulement laminaire $Re < 0,4$. $dst^2 = \frac{dv^3}{ds}$.

f) - diamètre équivalent en surface projetée (da) : c'est le diamètre du cercle ayant la même aire que la surface projetée de la particule dans une position stable $da = (\frac{4A}{\pi})^{1/2}$

g - diamètre équivalent en surface projetée (dp) : c'est la valeur moyenne de (da) pour toutes les orientations possibles $dp = ds$

h - diamètre de tamisage (dt) : c'est le côté de la plus petite maille carrée au travers de laquelle la particule peut passer

i - diamètre statistique de Féret (df) : c'est la valeur moyenne de la distance des deux tangentes au contour apparent de la particule menée parallèlement à une direction fixe .

r - diamètre statistique de Martin ou corde moyenne (dm) : c'est la valeur moyenne du segment intercepté sur le profil de la particule par une droite parallèle à une direction fixe et qui divise l'image de la particule en deux surfaces égales.

fig. 1 représente les diamètres statistiques de MARTIN et FÉRET.

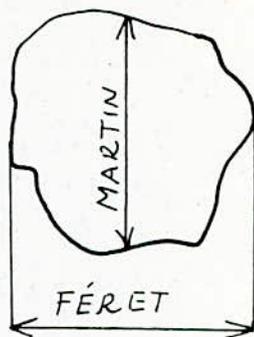


fig. 1

le rapport des diamètres de FERET et MARTIN reste constant pour un matériau déterminé. Il a été évalué à 1,2 pour du ciment et 1,3 pour du quartz ou du verre broyé; on a toujours la condition $d_m < d_a < d_f$ qui est valable.

IV.3. Méthodes de déterminations des diamètres des particules

solides : Il y a différentes méthodes de mesure des diamètres des particules solides; parmi ces dernières on a choisi deux méthodes, la première est la méthode microscopique et la seconde est par voie mécanique (à savoir le tamisage).

IV.3.1. Mesures par microscope.

Dans cette méthode on mesure le diamètre des particules sphériques de trois échantillons en verre.

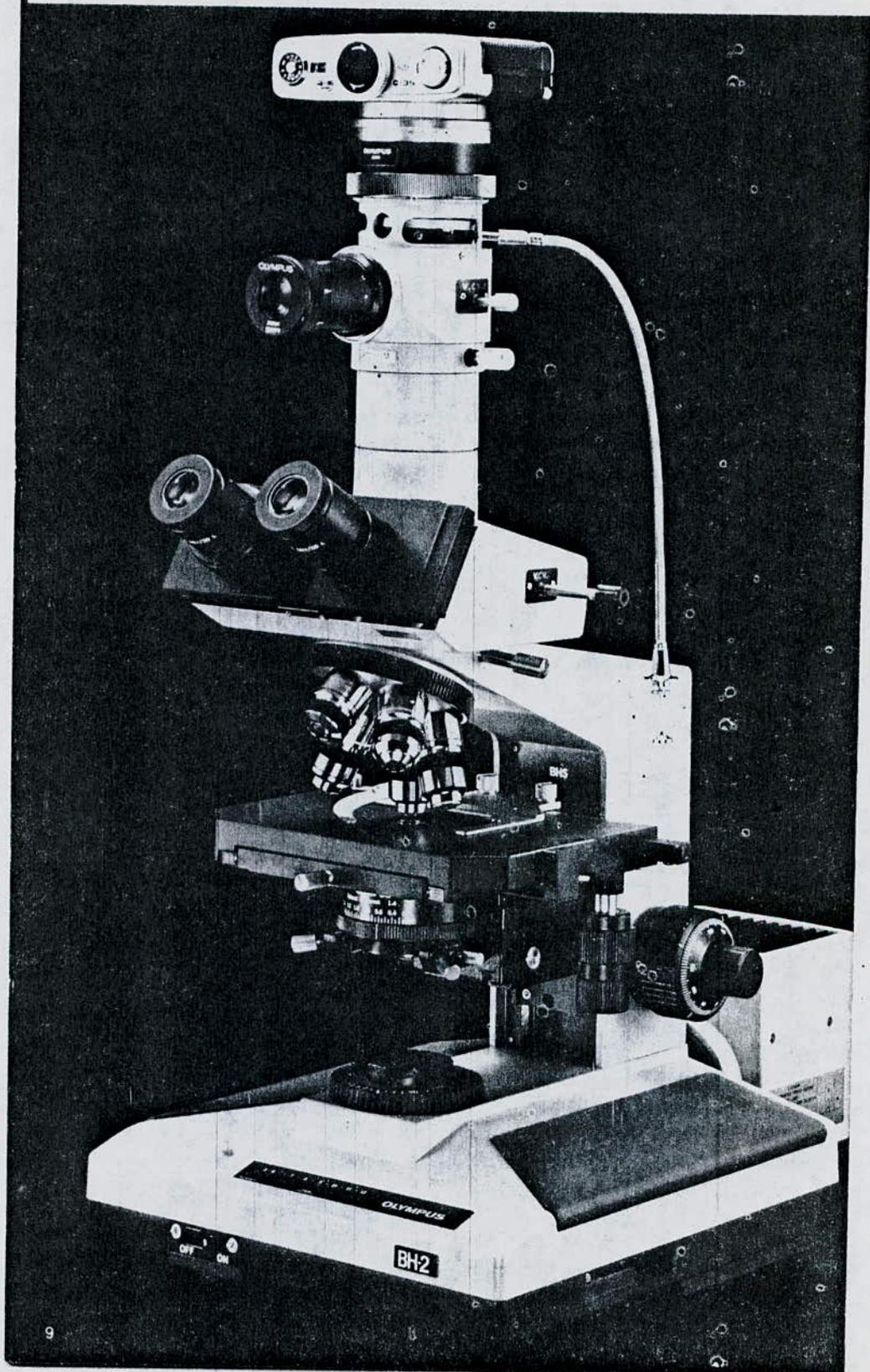
IV.3.1.1. Appareillage.

On a utilisé pour la mesure des diamètres des billes de verre un microscope de type OLYMPUS - VANOX, modèle PM-10M comme le montre la figure suivante.

Parmi ces caractéristiques, il peut être utilisé en employant une lumière naturelle ou bien une lumière polarisée, il possède cinq objectifs d'agrandissement, lorsqu'on regarde avec l'oculaire gradué, il apparaît des petites divisions de 1 à 100 sur deux axes perpendiculaires et chaque division a sa correspondance en microns comme nous le montre le tableau (1).

PM-10M

Manual Photomicrography System



Objectif	petites divisions
PO . 4	20 microns
PO : 10	8 "
PO . 20	4 "
PO . 40	2 "
PO . 100	1 "

IV.3.1.2. Mode opératoire.

On prend trois échantillons de billes de verre de diamètre très fins et on mesure leur diamètre à tour de rôle sur une plaque de verre d'une épaisseur très mince. On place à l'aide de la spatule trois rangées de particules et on place la plaque sur la platine du microscope. Cette platine à deux mouvements plan, soit un mouvement de rotation pour faciliter l'orientation de la particule sous l'objectif d'observation, ou bien un mouvement de translation horizontal et vertical (figure 2).

Après avoir choisi le bon objectif d'agrandissement (P 0.10), on utilise la lumière polarisée parce que la lumière naturelle ne permet pas de bien distinguer la particule de la plaque, d'où la difficulté de mesure.

A l'aide d'un vis de réglage raccordée à la platine; on donne un mouvement de translation à cette dernière de gauche à droite et vice versa. On localise la particule sur l'un des axes perpendiculaires et on compte son diamètre en divisions et suivant l'objectif d'agrandissement utilisé (P 0.10), on calcule pour chaque division sa correspondance en microns.

Les calculs des diamètres de particules sont consignés dans les trois tableaux suivants.

Pour les échantillons de verre 1 et 2, on a calculé le diamètre de particules par le pied à coulisse parce que leur diamètre est considérable.

On a calculé pour chaque échantillon le diamètre moyen.

Remarque : Le gros inconvénient des méthodes microscopiques est leur caractère fastidieux et la difficulté d'un échantillonnage représentatif.

Echantillon n° 3

224	240	248	280	240	232	240	224	216	224
208	232	248	240	264	240	240	240	224	264
216	232	240	216	232	248	240	216	224	216
224	224	232	232	232	224	232	216	208	264
216	224	232	240	216	248	224	256	216	232
224	232	232	240	232	248	216	240	216	232
240	224	232	264	232	272	224	232	240	240
208	256	264	224	232	224	240	248	240	240
240	224	256	232	232	216	240	224	232	224
240	256	248	240	240	256	240	224	224	232
240	224	232	224	208	224	240	224	216	224
248	224	240	232	240	240	240	216	216	224
240	240	240	256	224	216	256	214	224	224
224	256	232	256	240	256	232	216	240	216
208	232	280	240	232	256	256	224	240	248
240	248	240	248	224	232	240	216	232	216
232	232	256	264	240	216	240	208	216	240
232	264	240	272	232	224	248	208	240	272
224	240	240	224	240	216	232	208	248	216
264	248	232	240	240	240	224	216	232	224

d moyen = 234,56 μ m.

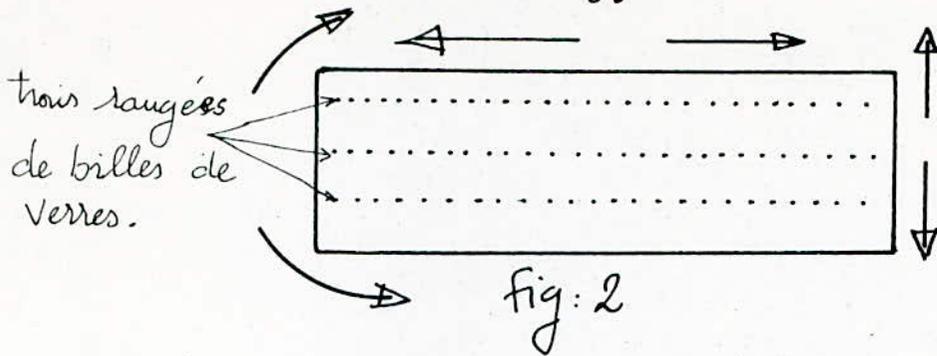
Echantillon n° 4

350	480	400	320	408	464	480	512	448	448
424	416	376	320	456	480	480	504	464	424
335	350	392	320	456	496	440	456	424	440
416	344	320	320	480	472	504	488	448	456
336	392	344	384	456	488	480	488	432	416
320	432	328	368	456	448	432	464	424	424
448	320	360	344	416	480	464	424	448	504
416	344	320	448	520	488	464	464	416	432
360	384	384	392	432	480	456	456	448	440
360	400	320	376	496	456	480	400	440	432
344	360	344	352	440	448	464	448	472	440
448	344	328	400	472	288	245	220	528	432
336	352	424	352	440	512	480	496	400	464
344	372	448	376	472	424	448	464	448	456
464	372	400	416	424	448	496	456	424	464
336	432	400	400	392	456	480	360	424	456
392	408	416	336	456	480	464	456	504	464
472	400	400	336	416	456	464	400	416	488
344	360	320	336	424	432	456	456	408	464
464	424	480	408	464	480	472	424	416	472

$d_{moyen} = 424,00 \mu m$

120	152	144	128	128	112	120	152	136	152
120	136	120	144	136	128	136	154	144	136
152	144	128	144	152	128	120	120	136	144
120	120	112	144	136	128	144	120	128	144
160	120	152	144	136	152	152	104	144	152
136	120	136	128	144	112	152	104	144	144
160	144	120	144	144	120	120	112	144	136
168	136	144	136	120	152	120	120	128	128
120	160	152	128	128	144	120	144	144	136
104	120	144	128	144	112	144	152	152	136
120	120	136	136	136	128	120	144	136	144
136	160	152	144	136	144	152	128	152	136
120	144	128	152	136	128	136	144	144	128
112	144	120	136	144	120	120	136	136	144
128	144	112	136	152	152	160	120	144	128
112	128	128	136	144	104	144	128	160	128
120	136	136	128	160	144	144	128	136	128
160	144	136	112	112	144	128	104	136	144
112	152	120	136	120	128	120	128	160	136
144	128	160	120	144	112	136	128	136	144

d moyen = 134,52 μ m.



Cette figure montre les différents mouvements de la plaque de verre sur la platine du microscope.

IV.3.2. Mesures par tamisage.

Le tamisage est une opération de classement dimensionnel de grains de forme et dimensions variées, par présentation de ces grains sur des surfaces perforées qui laissent passer les grains de dimension inférieures aux dimensions de la perforation (tamisat), tandis que les grains de dimension supérieures sont retenus (refus); le but d'une telle opération est de:

- a)- séparer les plus gros fragments (ou refus) soit en vue de les éliminer, soit en vue de leur faire subir une réduction par concassage ou broyage.
- b)- séparer les plus petits fragments, soit pour les agglomérer dans les ateliers de granulation, soit pour les éliminer comme déchets.
- c)- classer les produits fragmentés en dimensions commerciales.
- d)- classer les produits en vue d'opérations de traitement mécanique ou physico-chimique devant porter sur les dimensions homogènes.

Dans notre cas, on détermine les dimensions des classes de particules, en particulier le diamètre moyen des classes.

IV.3.2.1. Mesures des diamètres des particules de quartz.

IV.3.2. Préparation de l'échantillon du quartz.

IV.3.2.3. Concassage du quartz - Appareillage.

Dans un concasseur à mâchoire on met du quartz en quantité brute. L'appareil fonctionne (fig 3) par écrasement de la matière entre deux plaques d'acier très dur (acier au manganèse) appelées mâchoires et disposées en forme de V. l'une des mâchoires A, verticale est fixe. L'autre B, inclinée mobile autour d'un axe horizontal O, est animée d'un mouvement de va-et-vient en face de A. Cette mâchoire mobile est actionnée par une tige T reliée d'une part à un excentrique E, et d'autre part au socle de la mâchoire par l'intermédiaire d'une glissière G qui permet le réglage de la fente F existant entre les parties inférieures des deux mâchoires.

L'ouverture de cette fente détermine la grosseur des fragments obtenus. Un ressort R a pour but de presser sur la mâchoire mobile. La matière à concasser pénètre à la partie supérieure de l'appareil; elle est écrasée entre les deux mâchoires. A chaque mouvement de la mâchoire mobile le quartz écrasé descend peu à peu. Lorsqu'il est suffisamment réduit, il s'écoule par la fente F.

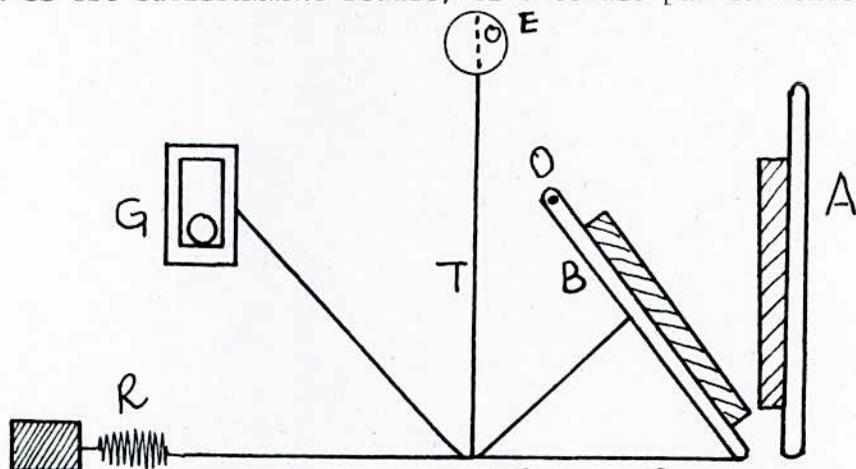


fig 3: Concasseur à mâchoires

- A : Mâchoire fixe
- B : Mâchoire mobile
- O : Axe de rotation
- E : Excentrique relie à B par la tige T
- G : Glissière de réglage
- F : Ouverture réglable
- R : Ressort de pression.

Et, après avoir fait le concassage, on en refait un autre pour avoir la certitude que la majorité des fragments sont finement concassés. On procède au lavage de notre échantillon pour l'élimination des poussières et après avoir effectué un séchage à l'étuve de 2 jours, on procède à l'opération du tamisage.

IV.3.2.4. Appareillage de tamisage.

Le système de tamisage utilisé (fig 4) pour nos expériences se compose de :

1 - Un jeu de tamis régi par les normes françaises (AFNOR) en mm - entre 1,60 et 0,063 mm.

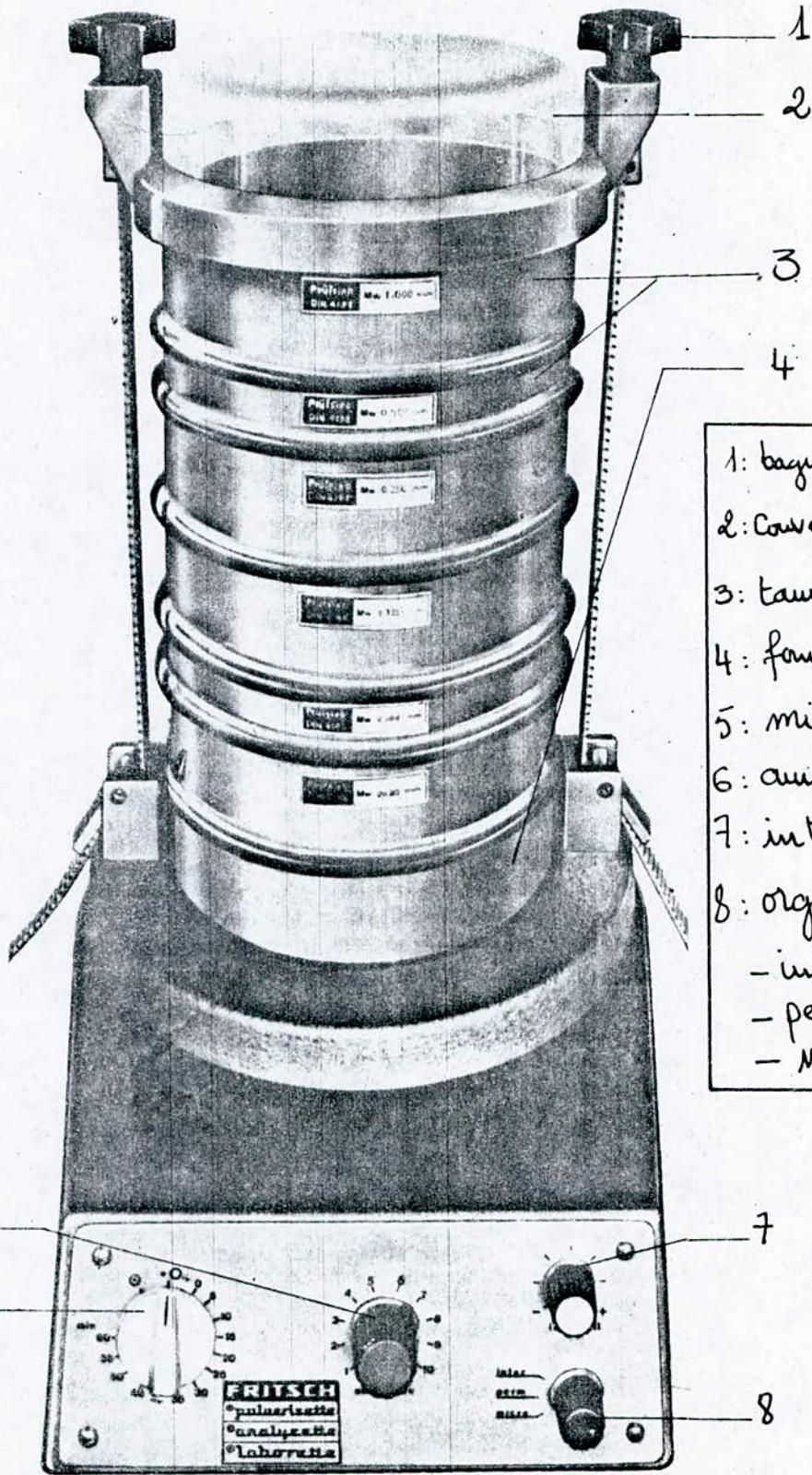
2 - D'une analysette vibrante (voir figure) dont la plaque vibrante est soumise à des oscillations verticales, par électroaimant, elle comporte :

- une minuterie qui se règle sur marche pour une durée jusqu'à 60 minutes.

La suite des oscillations (fréquences) et intensité (amplitude) sont réglées par le bouton 8 (organe de fonction), cet interrupteur permet de sélectionner trois positions de marche :

TAMISEUSE ELECTROMAGNETIQUE DE LABORATOIRE

XXXX



- 1: bague de serrage.
- 2: couvercle de tamisage.
- 3: tamis.
- 4: fond de tamisage.
- 5: minuterie.
- 6: amplitude.
- 7: intervalle de marche.
- 8: organe de fonction
 - inter.
 - perm.
 - micro.

- perm : l'appareil oscille à 3000 oscillations à la minute, intensité réglable en continu à l'aide du bouton - (6) mais sans réglage des intervalles;

- inter : correspond à "perm" mais l'oscillation est interrompue pendant environ 0,5 seconde, après un temps pré-réglé de 3 à 10 seconde (7);

-micron : l'appareil oscille à 6000 oscillations à la minute à une petite amplitude invariable, (ce réglage est choisi pour le tamisage humide avec des micro-tamis de précision).

IV.3.2.5. Préparation du mélange frais :

A partir d'un échantillon de quartz préalablement lavé et séché, on considère l'échantillon dont la dimension des grains est comprise entre 1,60 mm et 0,063 mm.

IV.3.2.6. Mode opératoire.

Nous avons pris une masse de 700g de quartz du mélange frais que nous avons tamisée sur un jeu de tamis dont les ouvertures en mm sont : 1,600, 1,250, 1,000, 0,800, 0,630, 0,500, 0,400, 0,300, 0,200, 0,100, 0,100, 0,080, 0,063.

Ce tamisage a été effectué pour 1 temps de 1 heure, et avec une intensité de vibration égale à 7,5.

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant:

Classe granulométrique	Masses des fractions (g)	Masses en pourcentage		
		de chaque fraction	des refus cumulés	des passés cumulés
1600 1250	1,54	0,22	0,22	99,78
1250 1000	52,46	7,50	7,72	92,28
1000 800	63,72	9,12	16,84	83,16
800 630	135,94	19,45	36,29	63,71
630 500	105,90	15,15	51,44	48,56
500 400	84,30	12,06	63,50	36,5
400 300	98,32	14,07	77,57	22,43
300 200	77,06	11,03	88,60	11,40
200 200	52,64	7,53	96,13	3,87
100 80	24,90	3,56	99,69	0,31
80 63	2,12	0,31	100,00	0,00
T O T A L	698,9	100,00	-	-

Masses des fractions en % retenu.

5,00

1,00

1,00

0,00

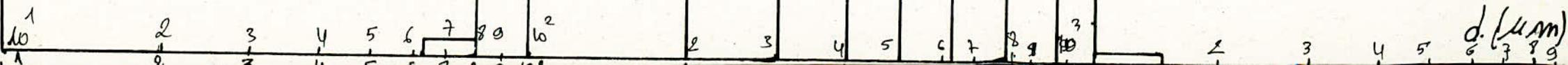


Diagramme de Répartition.

Histogramme

fig 4

$d. (\mu\text{m})$
10¹ 2 3 4 5 6 7 8 9
10² 2 3 4 5 6 7 8 9
10³ 2 3 4 5 6 7 8 9

IV.3.2.7. Histogramme (fig 4)

On a porté en abscisse le logarithme des ouvertures des tamis et en ordonnée les pourcentages massiques correspondants.

IV.4. Mesure de la masse volumique des particules solides.

IV.4.1. Détermination de la masse volumique par la méthode du pycnomètre.

La masse volumique des particules solides est donnée par la formule suivante.

$$\rho_s = \rho_f \cdot \frac{(P_2 - P_1)}{(P_4 - P_1) - (P_3 - P_2)}$$

ρ_f : est la masse volumique du liquide utilise

P1 : la masse du pycnomètre vide

P2 : la masse du pycnomètre avec celle de l'échantion solide

P3 : la masse du pycnomètre avec celle de l'échantion et le liquide

P4 : la masse du pycnomètre avec celle du liquide.

Cette méthode a été appliquée par BANNISTER et HEY et WENCHELL (1938).

IV.4.1.1. Particules sphériques du verre.

On a pris cinq échantillons de verre de diamètre différent et pour chaque échantillon, on fait trois mesures de ^{la} masse volumique, et on détermine ensuite la masse volumique moyenne de chaque classe; et la masse volumique moyenne de tout le mélange.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant:

- le liquide utilisé est l'eau distillée

$$\rho_f = 0,9982. \text{ g/cm}^3 \text{ à } 20^\circ \text{ C}$$

et P1 = 19,0547 g et P4 = 49,0767 g, inchangeables.

Echantillon	essais	d.10 ⁺³ (m)	P2 (g)	P3 (g)	ρ_s (g/cm ³)	ρ_s (g/cm ³)moyenn
1	1	2,00	52,2796	69,0771	2,5079	2,5117
	2		54,1868	70,2506	2,5124	
	3		50,4928	68,0363	2,5148	
2	1	1,00	53,5791	70,5595	2,6424	2,6414
	2		52,9038	70,1082	2,6360	
	3		41,1047	62,8080	2,6458	
3	1	234,56.10 ⁻³	47,8289	66,0372	2,4312	2,4347
	2		48,5744	66,5185	2,4397	
	3		44,2334	63,9269	2,4802	
4	1	424,00.10 ⁻³	54,7125	70,3836	2,4802	2,4838
	2		41,9398	62,7741	2,4863	
	3		44,7083	64,4253	2,4849	
5	I	134,52.10 ⁻³	42,9174	62,9220	2,3776	2,3676
	2		41,2315	61,9400	2,3768	
	3		42,3669	62,4806	2,3485	

ρ_s moyene = 2,48484 g/m³ = 2487,84 kg/m³

IV.4.1.2. Pour des particules isométriques du quartz.

P1 = 19,5325 g

P4 = 50,6890 g.

Echantillon	essais	classe granulométrique 10^6 (m)	P2 (g)	P3 (g)	ρ_s (g/cm ³)	ρ_s (g/cm ³) moyenne
1	1	[1600 ~ 1250]	38,6742	59,4340	2,6157	2,6497
	2		28,9130	56,5535	2,6631	
	3		37,0972	61,6878	2,6703	
2	1	[1250 ~ 1000]	30,9488	57,6372	2,5504	2,5948
	2		46,2447	67,1729	2,6068	
	3		38,5794	62,4493	2,6272	
3	1	[1000 ~ 800]	41,6654	64,1233	2,5398	2,5792
	2		32,7956	58,8708	2,6054	
	3		48,5325	68,4998	2,5924	
4	1	[800 ~ 630]	31,3718	57,9700	2,5926	2,5712
	2		41,6538	64,2051	2,5660	
	3		31,3750	57,4176	2,5551	
5	1	[630 ~ 500]	34,2152	59,7200	2,5932	2,6124
	2		32,6598	58,8612	2,6444	
	3		42,7623	65,0000	2,5998	
6	1	[500 ~ 400]	37,2763	61,3368	2,4960	2,5591
	2		35,9570	60,6574	2,5394	
	3		27,0229	55,3494	2,6420	

Echantillon	essais	classe granulométrique 10^6 (m)	P2 (g)	P3 (g)	ρ_s (g/cm ³)	ρ_s (g/cm ³)
7	1	[400 ~ 300]	29,1618	56,5652	2,514	2,4786
	2		31,3213	57,8471	2,5412	
	3		25,7342	54,2381	2,3337	
8	1	[300 ~ 200]	26,5508	55,0440	2,6304	2,5272
	2		27,1173	55,2570	2,5096	
	3		28,8064	56,1716	2,4416	
9	1	[200 ~ 100]	25,8136	54,5157	2,5545	2,5534
	2		24,8532	53,8807	2,4946	
	3		28,0576	55,9549	2,6109	
10	1	[100 ~ 80]	25,2472	53,9825	2,3560	2,4723
	2		25,6069	54,3365	2,4984	
	3		26,5970	55,0018	2,5627	
11	1	[80 ~ 63]	25,4302	54,2537	2,5234	2,559
	2		26,7361	55,0882	2,5641	
	3		25,5413	54,199	2,5922	

la masse volumique moyenne de notre échantillon du quartz est :

$$\rho_s = 2,5598 \text{ g/cm}^3 = 2559,80 \text{ kg/m}^3$$

Vitesses expérimentales de chute des particules de verre.

d = 2 mm			d = 1 mm		
Nombres d'exp.	t (s)	$U = \frac{L}{t} \text{ (cm/s)}$	Nombres d'exp.	t (s)	$U = \frac{L}{t} \text{ (cm/s)}$
1	2,75	27,27	1	4,09	18,33
2	2,63	28,51	2	4,76	15,75
3	2,97	25,25	3	4,66	16,09
4	2,53	29,64	4	4,37	17,16
5	2,47	30,36	5	4,07	18,42
6	2,47	30,36	6	4,53	16,55
7	2,65	28,30	7	4,60	16,30
8	2,65	28,30	8	4,32	17,36
9	2,94	25,51	9	4,87	15,40
10	2,84	26,40	10	4,93	15,21
11	2,69	27,88	11	4,30	17,44
12	2,54	29,52	12	4,53	16,55
13	2,53	29,64	13	4,57	16,41
14	2,69	27,88	14	4,15	18,07
15	2,60	28,84	15	4,40	17,04
16	2,50	30,00	16	4,47	16,77
17	2,56	29,29	17	4,60	16,30
18	2,59	28,95	18	4,29	17,48
19	2,75	27,27	19	4,22	17,77
20	2,72	27,57	20	4,37	17,16

IV.5. Détermination des vitesses expérimentales de chute des particules solides.

Ces essais sont pris en considération uniquement pour la comparaison de la vitesse expérimentale de chute à celle théorique, et ceci pour des diamètres correspondants.

IV.5.1. Appareillage.

C'est une colonne en verre de pyrex de longueur 1m et de diamètres extérieur et inférieur 6,00 cm et 4,00 cm respectivement, remplie d'eau distillée et fixée par son extrémité supérieure par des boulons à un statif fixe; on place derrière cette dernière une plaque de bois couvert par du papier blanc pour permettre de suivre le mouvement de la particule solide avec précision, comme nous l'indique le schéma suivant, sur la plaque du bois on précise trois zones: Z1, Z2, Z3 où Z1 = 17cm, Z2 = 75cm, Z3 = 8cm.

Z1 : cette distance sert à éliminer l'influence de la surface de la colonne sur le mouvement de la particule lorsqu'elle sédimente.

Z2 : c'est dans cette zone que les calculs des temps de chute des particules sont établis.

Z3 : elle sert à éliminer l'influence du bas de la colonne sur la chute de la bille.

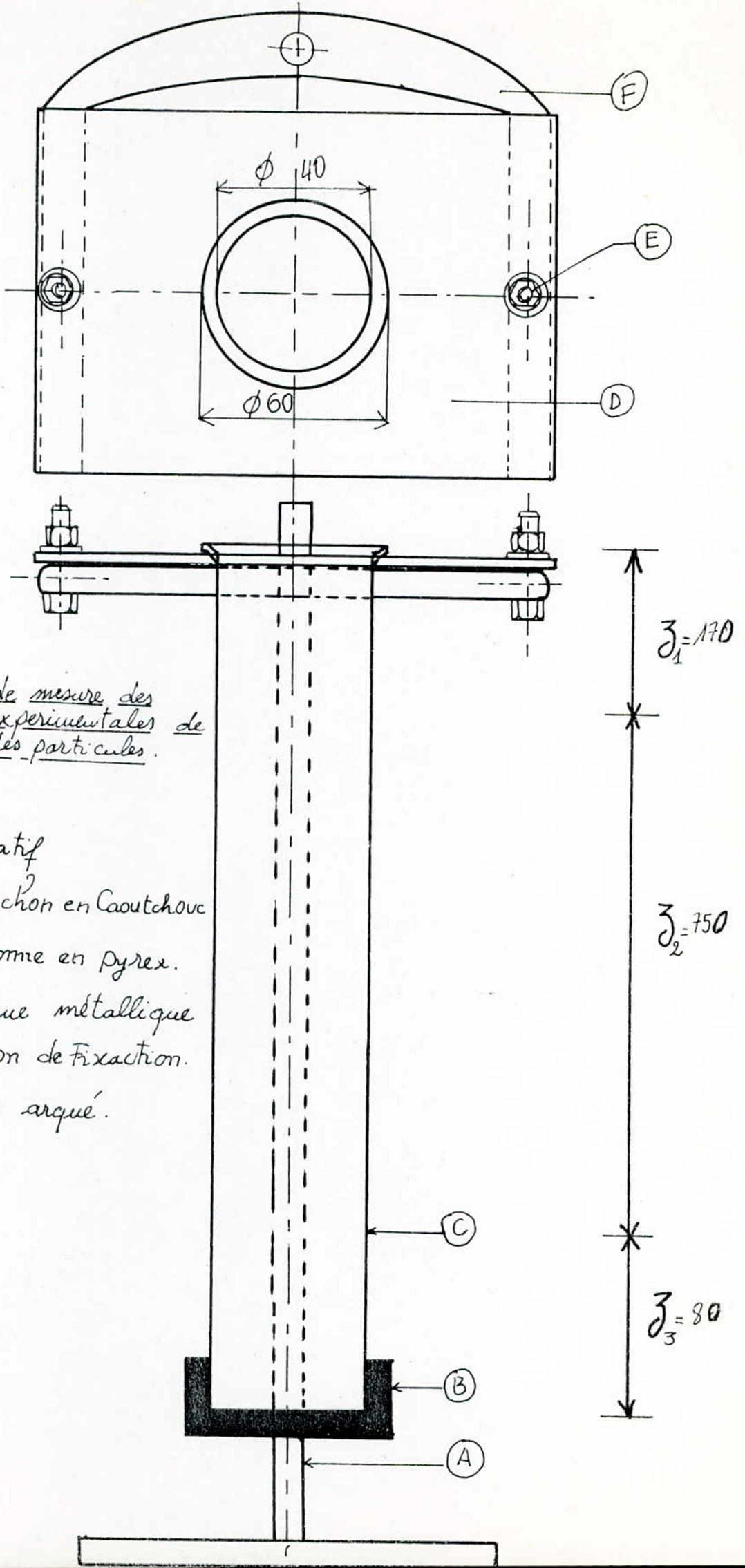
IV.5.2. Particules de verre.

On laisse chuter des particules sphériques de verre dans la colonne sans leur donner une vitesse initiale, et à l'aide d'un chronomètre, on compte le temps nécessaire à la particule pour traverser la distance Z2.

Pour les particules sphériques de diamètres $d = 2 \text{ mm}$ et $d = 1 \text{ mm}$ les résultats sont consignés dans le tableau précédent. En ce qui concerne les particules de diamètre très fin, la mesure de la vitesse de chute est pratiquement impossible du moment qu'on ne peut pas suivre correctement le mouvement de la particule.

Vitesses expérimentales moyennes de chute

$d \cdot 10^3$ (m)	U (m/s)	Re	type du régime d'écoulement
2,00	0,283	566,0	Régime transitoire
1,00	0,168	168,0	" "



Colonne de mesure des vitesses expérimentales de chute des particules.

- (A) - Statif
- (B) - Bouchon en Caoutchouc
- (C) - Colonne en pyrex.
- (D) - Plaque métallique
- (E) - Boulon de fixation.
- (F) - Tube arqué.

a) calcul de ^{la} vitesse théorique pour le verre par la méthode d'ALLEN:

$d \cdot 10^3$ (m)	U (m/s)	Re	type du régime d'écoulement
2,00	0,320	640,0	Régime transitoire
1,00	0,145	145,0	" "

b) Calcul de la Vitesse théorique de chute par la méthode graphique en introduisant le coefficient de friction:

$d \cdot 10^3$	$\lambda \cdot (Re)^2$	Re	U (m/s)	type du régime d'écoulement
2,00	155687,5776	700,0	0,350	Régime transitoire
1,00	19460,9472	183,3	0,183	" "

IV.5.3. Particule de quartz.

Le calcul des vitesses expérimentales de chute est fait uniquement pour les quatre premières classes, pour les autres classes de diamètre très fin il est impossible de calculer leur vitesse de chute. Les résultats des calculs sont consignés dans les tableaux suivants:

Nombre d'experi- ences	classe granulométrique: (1,000 ~ 1,250) · 10 ⁻³ (m)		classe (1,250 ~ 1,000) · 10 ⁻³ (m) granulométrique :	
	t (s)	U (m/s)	t (s)	U (m/s)
1	4,84	0,155	4,94	0,151
2	4,15	0,180	5,32	0,141
3	4,82	0,177	4,68	0,160
4	4,87	0,154	5,44	0,137
5	4,72	0,158	4,94	0,151
6	4,10	0,183	4,82	0,155
7	4,12	0,182	4,97	0,151
8	4,43	0,169	4,56	0,164
9	4,25	0,175	4,75	0,154
10	4,94	0,151	4,19	0,144
11	5,19	0,144	4,31	0,174
12	4,72	0,158	5,04	0,148
13	5,25	0,142	4,28	0,175
14	4,81	0,156	3,94	0,190
15	3,81	0,196	5,09	0,147
16	4,19	0,179	4,44	0,169
17	4,60	0,163	4,88	0,153
18	4,25	0,176	5,65	0,132
19	4,63	0,162	4,91	0,152
20	4,47	0,167	5,75	0,130
21	4,90	0,153	5,07	0,148
22	4,78	0,157	4,84	0,155
23	4,44	0,169	4,81	0,156
24	4,40	0,170	4,31	0,174
25	4,45	0,168	5,85	0,128

Nombre d'expérien- ce	classe: $(1,000 \sim 0,800)10^{-3}m$		classe: $(0,800 \sim 0,630)10^{-3}m$	
	t (s)	U (m/s)	t (s)	U (m/s)
1	4,56	0,164	6,10	0,123
2	5,47	0,137	6,56	0,114
3	4,87	0,154	5,85	0,128
4	4,97	0,150	6,65	0,112
5	4,00	0,187	7,59	0,098
6	5,10	0,147	6,40	0,117
7	5,78	0,129	5,72	0,131
8	5,97	0,125	6,25	0,120
9	5,59	0,134	6,44	0,116
10	4,56	0,164	5,50	0,136
11	4,87	0,154	5,94	0,126
12	4,97	0,150	6,63	0,113
13	5,94	0,126	5,94	0,126
14	5,25	0,142	6,00	0,125
15	5,22	0,143	7,22	0,103
16	5,10	0,147	6,65	0,112
17	4,87	0,154	6,47	0,116
18	6,36	0,118	6,94	0,108
19	5,78	0,130	6,87	0,109
20	5,85	0,128	6,16	0,121
21	6,25	0,120	6,63	0,113
22	5,97	0,125	5,53	0,135
23	5,00	0,150	7,16	0,104
24	4,87	0,154	5,78	0,129
25	4,34	0,172	6,06	0,123

Vitesses expérimentales de chute pour les quatre premières fractions ;
avec $0,05 < Re < 2.10^3$:

classe granulométrique (10 ³ m)	d moyen 10 ³ (m)	U (m/s)	Re'	type de régime d'écoulement
[1,600 , 1,250]	1,425	0,165	235,1	Régime transitoire
[1,250 , 1,000]	1,125	0,155	174,3	" "
[1,000 , 0,800]	0,900	0,144	129,6	" "
[0,800 , 0,630]	0,715	0,148	84,3	" "

a) Détermination des vitesses théoriques de chute en utilisant la méthode d'ALLEN:

classe granulométrique (10 ³ m)	d moyen 10 ³ (m)	U (m/s)	Re'	type du régime d'écoulement
[1,600 , 1,250]	1,425	0,225	320,6	Régime transitoire
[1,250 , 1,000]	1,125	0,172	193,5	" "
[1,000 , 0,800]	0,900	0,133	119,7	" "
[0,800 , 0,630]	0,715	0,102	72,9	" "

b) Détermination des vitesses théoriques de chute par la méthode graphique
en introduisant le coefficient de friction:

classe granulométrique	d moyen 10 ³ m	$\lambda \cdot (Re^2)$	Re'	U (m/s)	type du régime
[1,600 , 1,250]	1,425	59036,5883	400,5	0,281	Rég. transitoi
[1,250 , 1,000]	1,125	29049,2033	220,6	0,196	" "
[1,000 , 0,800]	0,900	14873,1921	150,5	0,167	" "
[0,800 , 0,630]	0,715	7457,5261	102,0	0,142	" "

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. PAREFENOFF: Les minéraux en grain (méthode d'étude et détermination).
Ed. MASSON et Cie - Paris - 1970.
- [2] A.D. AHCHIN, J. PORTZ, M. WARD, J.K. BEDDOX, A.F. VETTER: A chape modified
size correction for terminal settling velocity in the
intermediate region.
Powder technologie 48, 59-65, (1986).
- [3] A. FOUST, A.L. WENZEL, C.W. CURTIS, L. MAUS, A.L. BRYCE: Principe of unit
operations.
Ed. John. Wiley & Sons. Inc - New-York-(1960.)
- [4] A. TALEB: L'analyse granulométrique
projet de fin d'étude . ENP. Juin 1985.
- [5] G.G. BROWN: Unit operations.
Ed. John. Wiley. & Sons, Inc. New-York 1967.
- [6] G. ARDITTI: Technologie chimique industrielle - TOME I.
Ed. Eyrolles - Paris - 1965.
- [7] J.M. COULSON, J.F. RICHARDSON, J.R. BACKHURST, J.H. HARKER: Chemical
engineering. Vol II, 3eme edition
Ed. PERGAMON. PRESS. USA. 1978.
- [8] M. ENTAT: Technique de l'ingénieur.
"classification hydraulique en dimension."
A 5150. P(1.21)
"Décantation" . A 5450. P (1.14).
- [9] MC. CABE, L. WARREN: Unit operations of chemical engineering
Ed. Mc. GRAW. HILL (1976).
- [10] P. RIVET: Guide de la séparation (liquide - solide).
Ed. IDEXPO - Paris (1981).
- [11] R.H. PERRY, C.H. CHILTON: Chemical engineer's handbook, 4eme editions (1978).
- [12] R.L.C. FLEMMER, C.L. BANKS: On the drag coefficient of a sphere.
Powder technologie 48 , 217 - 221, (1986).
- [13] T. FUJIWARA, K. HIROSE: A study of flow field in a circular settling tank
(free settling of a spherical particule)
Bulltin of J.S.M.E, vol 27, n° 232, (1984).

