

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Électronique
Laboratoire : Signal & Communications

Thèse de Doctorat

présentée par

FARID YKHLEF

Réduction de bruit et contrôle d'écho pour les applications radio mobile et audioconférence

Soutenue publiquement le 04 Juin 2008 devant le jury composé de

Mohamed TADJINE	Professeur à l'École Nationale Polytechnique	Président
Mohamed Seghir BOUCHERIT	Professeur à l'École Nationale Polytechnique	Examinateur
Messaoud BENSEBTI	Professeur à l'Université de Blida	Examinateur
Hassen SALHI	Maître de conférences à l'Université de Blida	Examinateur
Daoud BERKANI	Professeur à l'École Nationale Polytechnique	Rapporteur
Abderrezak GUESSOUM	Professeur à l'Université de Blida	Rapporteur

À mes parents.

Résumé

ملخص - في أثناء أبحاثنا تطرقنا إلى انجاز مقياس لمحو الضجيج في إشارة صوتية, مستعينين بتقنيات تسمى بتلطيف أطيف في المدى القصير. نتيجة لهذا, عرضنا في هذا العمل ثلاثة حلول جديدة سهلة و فعالة لمحو الضجيج. إن القدرات المحدودة لتقنيات تلطيف أطيف في المدى القصير أجبرتنا على استعمال تقنيات بطريقة متكيفة. و في هذا المحور من البحث أنجزنا خوارزمي سريع جديد رقميا ثابت لمحو الضجيج بطريقة متكيفة. مسألة الصدى الصوتي كانت محور البحث الثاني لهذه الأطروحة. لتخفيف من هذه المسألة, استعملنا حلا متكيفا في المجال الطيفي, ثم بعد ذلك استعملنا حلا آخرًا للخوارزميات المتكيفة في زمرة مقسمة.

كلمات مفاتيح - تخفيض الضجيج, تخفيض الصدى الصوتي, تلطيف أطيف في المدى القصير, الخوارزميات المتكيفة.

Résumé – Au cours de nos recherches, nous avons travaillé sur la réalisation d’un module de rehaussement du signal de parole utilisant les techniques d’atténuation spectrale à court-terme. A l’issue de ce travail, nous avons proposé trois nouvelles structures simples et efficaces qui semblent convenir au contexte de l’application. Les limitations des méthodes de réduction de bruit par atténuation spectrale à court-terme, nous ont conduits aux méthodes adaptatives avec voie de référence. C’est dans cet axe de recherche que nous avons développé et proposé une nouvelle version numériquement stable d’un algorithme rapide de type moindres carrés nommé FRLS (Fast Recursive Least Squares) pour la réduction de bruit adaptative.

Dans un deuxième temps, nous avons étudié le problème d’écho acoustique. Pour pallier ce problème, nous avons utilisé des algorithmes adaptatifs travaillant dans le domaine transformé. En premier lieu, nous avons étudié une solution adaptative basée sur un algorithme travaillant dans le domaine fréquentiel. Suite à cela, nous avons présenté un algorithme adaptatif basé sur une structure sous-bande. Cette structure est basée sur une décomposition polyphase du filtre adaptatif.

Mots clés – Réduction de bruit, contrôle d’écho acoustique, atténuation spectrale à court-terme, algorithmes adaptatifs.

Abstract – During our research, we worked on the realization of a speech enhancement component using the short-term spectral attenuation techniques. In this context, we proposed three new simple and effective structures for noise reduction. The limitations of the noise reduction methods by short-term spectral attenuation, led us to the adaptive methods. In this framework of research, we developed and proposed a new version of a numerically stable fast recursive least squares algorithm for adaptive noise reduction.

In the second time, we studied the acoustic echo problem. To cancel this problem, we used adaptive algorithms working in the transformed domain. Initially, we studied an adaptive solution based on an algorithm in the frequency domain. After that, we presented an adaptive algorithm structure in subband. This structure is based on polyphase decomposition of the filter to be adapted and is independent of the type of filter banks used in the subband decomposition.

Key words – Noise reduction, Acoustic echo control, Short-term spectral attenuation, Adaptive algorithms.

Remerciements

Mes remerciements et ma gratitude se portent tout d'abord vers Monsieur Daoud Berkani, Professeur à l'École Nationale Polytechnique et Monsieur Abderrezak Guessoum, Professeur à l'Université de Blida pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail, pour leur disponibilité, pour leurs compétences et leur ouverture d'esprit.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur Mohamed TADJINE, Professeur à l'École Nationale Polytechnique, d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse.

Mes plus sincères remerciements sont adressés à Monsieur Mohamed Seghir BOUCHE-RIT, Professeur à l'École Nationale Polytechnique qui a bien voulu participer au jury.

Je remercie également Monsieur Messaoud BENSEBTI, Professeur à l'Université de Blida d'avoir accepté de faire partie du jury et de m'avoir encouragé et félicité pour mon travail.

Je souhaite également remercier vivement Monsieur Hassen SALHI, Maître de conférences à l'Université de Blida qui m'a fait l'honneur d'être membre de jury.

Abréviations et Notations

Pour des raisons de lisibilité, la signification d'une abréviation ou d'un acronyme n'est souvent rappelée qu'à sa première apparition dans le texte d'un chapitre. Par ailleurs, puisque nous utilisons toujours l'abréviation la plus usuelle, il est fréquent que ce soit le terme anglais qui soit employé, auquel cas nous présentons une traduction.

<i>i.e.</i>	: that is to say (c'est-à-dire)
<i>cf.</i>	: compare (comparer)
dsp	: densités spectrales de puissances
TFCT	: Transformée de Fourier à Court Terme
TFCTI	: Transformée de Fourier à Court Terme Inverse
FFT	: Fast Fourier Transform
IFFT	: Inverse Fast Fourier Transform
RSB	: Rapport Signal à Bruit
MEQM	: Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne
MSE	: Mean Square Error
EEMV	: Estimateur d'Enveloppe du Maximum de Vraisemblance
MLEE	: Maximum Likelihood Envelope Estimator
SCTA-MEQM	: Estimateur Spectral à Court Terme d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne
MMSE-STSA	: Minimum Mean Square Error-Short Term Spectral Amplitude
LSA-MEQM	: Estimateur Log Spectral d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne
MMSE-LSA	: Minimum Mean-Square Error Log-Spectral Amplitude estimator
DAV	: Détecteur d'Activité Vocale
DWT	: Discrete Wavelet Transform
IDWT	: Inverse Discrete Wavelet Transform
AMR	: Analyse MultiRésolution
AR	: Auto-Régressif
RIF	: Réponse Impulsionnelle Finie
RII	: Réponse Impulsionnelle Infinie
FIR	: Finite Impulse Response
IIR	: Infinite Impulse Response
FRLS	: Fast Recursive Least Squares
RLS	: Recursive Least Squares
NLMS	: Normalized Least Mean Squares
FTF	: Fast Transversal Filter

BLMS	: Block Least Mean Square
FLMS	: Fast Least Mean Square
$E\{.\}$: l'espérance mathématique.
\mathbb{Z}	: ensemble de nombres entiers.
\mathbb{R}	: ensemble de nombres réels.
\mathbb{N}	: ensemble de nombres naturels.

Avertissement

Cette thèse comporte un important travail bibliographique. Or, la plupart des articles que j'ai eu l'occasion de lire sont en anglais et c'est pourquoi j'ai été confronté à des termes utilisés fréquemment par les anglophones et pour lesquels il est difficile de donner une traduction précise. Quelques-uns de ces termes n'ont pas été traduits dans un souci de précision et afin d'éviter une part d'ambiguïté.

Table des matières

Résumé	i
Remerciements	iii
Abréviations et Notations	v
Avertissement	vii
Table des matières	ix
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xvii
Introduction	1
I Réduction de bruit	3
Introduction de la première partie	5
1 Réduction de bruit basée sur la modification spectrale à court-terme	7
1.1 Modification spectrale à court-terme	8
1.1.1 Analyse spectrale à court-terme	9
1.1.2 Estimation des densités spectrales de puissance	10
1.1.3 Atténuation spectrale	10
1.1.4 Importance de la phase	11
1.1.5 Synthèse spectrale à court-terme	11
1.1.6 Définitions des Rapports Signal à Bruit (RSB)	12
1.2 Estimateurs basés sur les statistiques moyennes du bruit	12
1.2.1 Soustraction spectrale	12
1.2.2 Soustraction spectrale par moyennage d'amplitude	13
1.2.3 Soustraction spectrale par plancher spectral	13
1.2.4 Soustraction spectrale par sur-soustraction et plancher spectral . . .	14
1.2.5 Soustraction spectrale multi-bandes	15
1.2.6 Filtre de Wiener	15
1.2.7 Le phénomène du bruit musical	16
1.3 Estimation avec modèle de parole	18
1.3.1 Estimateur d'Enveloppe du Maximum de Vraisemblance (EEMV) .	18

1.3.2	Estimateur Spectral à Court Terme d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (SCTA-MEQM)	19
1.3.3	Estimateur Log Spectral d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (LSA-MEQM)	21
1.3.4	De l'importance de l'estimation des RSB	21
1.4	Estimation du niveau de bruit	22
1.5	Combinaison de deux estimateurs dans le domaine ondelette	23
1.5.1	Transformée en ondelettes discrète	24
1.5.2	Le système hybride	25
1.6	Résultats et discussion	25
1.6.1	Choix d'implémentations	26
1.6.2	Corpus de test	26
1.6.3	Critères objectifs de qualité	26
1.6.4	Résultats	28
1.6.5	Amélioration du filtre de Wiener	33
1.7	Conclusion	35
2	Réduction de bruit adaptative	37
2.1	Introduction	37
2.2	Réduction de bruit adaptative	39
2.2.1	Principe	39
2.2.2	L'algorithme du gradient stochastique (LMS)	40
2.2.3	L'algorithme des moindres carrés récursif (RLS)	41
2.2.4	L'algorithme des moindres carrés récursif rapide (FRLS)	43
2.3	Présentation de l'algorithme FRLS	44
2.3.1	Développement des algorithmes FRLS	44
2.3.2	L'algorithme FTF	47
2.3.3	Stabilité de l'algorithme FRLS	49
2.3.4	Nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS	56
2.4	Résultats expérimentaux	62
2.4.1	Test de stabilité numérique	62
2.4.2	Application à la réduction de bruit	65
2.5	Conclusion	69
II	Contrôle d'écho	71
	Introduction de la deuxième partie	73
3	Annulation d'écho : principe, modélisation et algorithme	75
3.1	Concepts généraux	75
3.1.1	La perception humaine des échos	75
3.1.2	La suppression d'écho	76
3.1.3	L'écho acoustique	76
3.2	Annulation d'écho acoustique par filtrage adaptatif	78
3.2.1	Principe	79
3.2.2	Modèle pour l'annulation d'écho acoustique	80

3.3	Les algorithmes d'annulation d'écho	81
3.3.1	Algorithme LMS pour l'annulation d'écho	81
3.3.2	Domaine d'implémentation du LMS	82
3.3.3	LMS temporel par blocs (BLMS)	82
3.3.4	LMS Rapide dans le domaine fréquentiel	84
3.3.5	Pas d'adaptation du FLMS	87
3.4	Étude expérimentale du contrôleur d'écho	88
3.4.1	Critère d'évaluation de l'atténuation de l'écho	88
3.4.2	Description des signaux de test	89
3.4.3	Description de l'environnement acoustique	90
3.4.4	Algorithme implémenté pour la réduction de l'écho	90
3.4.5	Comparaison des algorithmes NLMS et FLMS dans le contexte d'identification	91
3.4.6	Rehaussement de l'écho résiduel	94
3.4.7	Contrôleur d'écho acoustique par l'algorithme FLMS	96
3.5	Conclusion	99
4	Annulation d'écho par filtrage adaptatif en sous-bande	101
4.1	Introduction	101
4.2	Structure du filtre adaptatif en sous-bande	102
4.2.1	Annuleur d'écho acoustique en sous-bande	102
4.2.2	Banc de filtres	103
4.3	Filtrage adaptatif en sous-bande	104
4.3.1	Filtrage adaptatif en sous-bande avec échantillonnage critique . . .	104
4.3.2	Filtrage adaptatif en sous-bande basé sur la transformation polyphase	106
4.4	Algorithme adaptatif en sous-bande	112
4.5	Généralisation de l'algorithme pour M sous-bandes	113
4.6	Analyse de convergence et de complexité	114
4.6.1	Analyse de la convergence	114
4.6.2	Analyse de la complexité algorithmique	116
4.7	Résultats de simulation	117
4.8	Conclusion	119
	Conclusion et perspectives	121
	Annexe A	123
	Annexe B	125
	Bibliographie	127
	Articles de l'auteur	133

Table des figures

1.1	Schéma général d'implémentation d'une méthode de réduction de bruit par atténuation spectrale.	9
1.2	Coefficient de surestimation α en fonction du $RSB_{post}(f, k)$ avec $\alpha_0 = 4$	14
1.3	Spectre à court-terme d'une trame de signal corrompu par un bruit blanc additif superposé avec celui du signal source (non bruité) et le niveau moyen du bruit. Dans les hautes fréquences, on note que le signal est fortement bruité.	16
1.4	Spectre à court-terme du signal rehaussé superposé avec le niveau moyen du bruit. On note dans la partie haute fréquence, l'allure tonale du spectre correspondant au bruit musical.	17
1.5	Densité spectrale de puissance en utilisant la méthode Auto-Régressive de Yule-Walker pour une trame de signal corrompu par un bruit blanc additif.	17
1.6	Algorithme de décomposition et de reconstruction. $\downarrow 2$: sous-échantillonneur, $\uparrow 2$: sur-échantillonneur.	24
1.7	Le système hybride.	25
1.8	Spectrogrammes des bruits employés : (a) Bruit de Voiture, (b) Bruit de Brouhaha.	27
1.9	Résultats du traitement des sept méthodes pour un bruit Blanc.	28
1.10	Résultats du traitement des sept méthodes pour un bruit de Voiture.	29
1.11	Résultats du traitement des sept méthodes pour un bruit de Brouhaha.	29
1.12	Parole de test non bruitée avec son spectrogramme.	30
1.13	Représentations temporelles : Parole bruitée avec son rehaussement par les différents algorithmes étudiés.	31
1.14	Spectrogrammes : Parole bruitée avec son rehaussement par les différents algorithmes étudiés.	32
1.15	Résultats du filtre de Wiener modifié pour un bruit Blanc.	34
1.16	Résultats du filtre de Wiener modifié pour un bruit de Voiture.	34
1.17	Résultats du filtre de Wiener modifié pour un bruit de Brouhaha.	35
2.1	Schéma de réduction de bruit adaptative.	39
2.2	Modélisation de la réduction de bruit adaptative.	62
2.3	(a) Algorithme FTF, (b) Algorithme NS-FRLS.	63
2.4	Évolution temporelle de la mesure $ave(n)$: (a) Algorithme FTF, (b) Algorithme NS-FRLS.	64
2.5	Algorithme NS-FRLS : (a) condition de stabilisé non respectée ($\lambda = 1 - 1/2N$), (b) condition de stabilisé respectée ($\lambda = 1 - 1/3N$).	65

2.6	(a) Signal bruit non stationnaire $v(n)$, (b) Variance des coefficients normalisée $mis(n)$: $\delta=0.1$ (NLMS), $\lambda = 1 - 1/3N$ (NS-FRLS) et $N=32$	66
2.7	Evolutions temporelles des résultats avant et après traitement par NLMS et NS-FRLS.	67
2.8	Réponse mesurée d'un habitacle de voiture.	68
2.9	Résultats de rehaussement par les algorithmes NLMS ($\delta = 0.25$) et NS-FRLS ($\lambda = 0.99869$) pour un ordre du filtre adaptatif $N=256$	69
3.1	Génération d'un écho acoustique.	75
3.2	Un modèle simple d'annuleur d'écho.	76
3.3	Annulation de l'écho du locuteur proche (<i>near end</i>).	77
3.4	Annulation de l'écho du locuteur lointain (<i>far end</i>).	78
3.5	Structure générale d'un système pour l'annulation d'écho.	79
3.6	Modèle de base du filtrage adaptatif par un algorithme.	80
3.7	Signaux de test : (a) locuteur lointain $x(n)$, (b) locuteur proche $p(n)$	89
3.8	Réponse mesurée d'une salle audioconférence.	90
3.9	Comparaison de la vitesse de convergence et de la capacité de poursuite entre les algorithmes NLMS et FLMS : $b(n)$ absent.	92
3.10	Comparaison de la vitesse de convergence et de la capacité de poursuite entre les algorithmes NLMS et FLMS : $b(n)$ présent à 20 dB.	93
3.11	Contrôleur d'écho composé d'un annuleur d'écho suivi d'un réducteur de bruit.	94
3.12	Influence du réducteur de bruit ajouté en cascade.	95
3.13	Résultats d'annuleur d'écho par l'algorithme FLMS seul $\varepsilon(n)$ ($\mu_0 = 0.5$, $\gamma = 0.5$ et $\kappa = 0.001$). Les signaux $b(n)$ et $p(n)$ sont absents.	96
3.14	Résultats d'annuleur d'écho par l'algorithme FLMS $\varepsilon(n)$ ($\mu_0 = 0.025$, $\gamma = 0.98$ et $\kappa = 0.01$) suivi du réducteur de bruit $\varepsilon_r(n)$. Le signal $b(n)$ présent et $p(n)$ absent.	97
3.15	Résultats d'annuleur d'écho par l'algorithme FLMS $\varepsilon(n)$ ($\mu_0 = 0.025$, $\gamma = 0.98$ et $\kappa = 0.01$) suivi du réducteur de bruit $\varepsilon_r(n)$. Les signaux $b(n)$ et $p(n)$ sont présents.	98
4.1	Annuleur d'écho en sous-bande.	102
4.2	Banc de filtres.	103
4.3	Filtrage adaptatif en sous-bande pour deux sous-bandes, pour l'identification du filtre \mathbf{W}_d	104
4.4	Filtrage adaptatif en sous-bande pour deux sous-bandes, avec le problème de recouvrement.	105
4.5	Filtres représentant la matrice adaptative $\mathbf{C}(z)$, qui inclut des filtres croisés [78].	106
4.6	Modification du filtre adaptatif en sous-bande de la figure (4.3) en utilisant les identités de Noble et la décomposition en composantes polyphases du filtre $\mathbf{W}_N(n-1)$	107
4.7	Identités de Noble utilisées pour dériver la structure du filtre adaptatif en sous-bande : (a) Identité pour l'interpolation, (b) Identité pour la décimation.	107
4.8	Structure de banc de filtres FIR QMF d'analyse et de synthèse avec sous-échantillonnage maximal. La section de codage est supposée sans erreur.	109

4.9	Décomposition polyphase d'une bande du banc de filtres de la figure (4.8). Les parties de droite des figures (a) et (b) est une représentation équivalente, avec le décimateur (l'interpolateur) repositionné avant (après) les composantes polyphases de $\mathbf{H}_k(z)$ ($\mathbf{G}_k(z)$).	110
4.10	Banc de filtres dont les filtres d'analyse et de synthèse ont été fusionnés pour obtenir la matrice polyphase équivalente $\mathbf{P}(z)$	111
4.11	Filtrage adaptatif pour le cas de M sous-bandes.	114
4.12	Spectre de $x(n)$ partitionné en M sous-bandes [80].	116
4.13	Erreur quadratique moyenne pour l'adaptation sans bruit additif (pour l'algorithme NLMS, $\delta=1$ et pour chaque M de l'algorithme LMS en sous-bande, $\mu=0.0028$).	118
4.14	Erreur quadratique moyenne pour l'adaptation avec bruit additif de 20 dB (pour l'algorithme NLMS, $\delta=0.5$ et pour chaque M de l'algorithme LMS en sous-bande, $\mu=0.0028$).	118

Liste des tableaux

2.1	L'algorithme LMS.	41
2.2	L'algorithme NLMS.	41
2.3	L'algorithme RLS.	43
2.4	Procédure d'initialisation de l'algorithme FRLS.	48
2.5	L'algorithme FTF.	49
2.6	L'algorithme NS-FRLS.	58
3.1	L'algorithme FLMS.	88
3.2	Paramètres des algorithmes NLMS et FLMS pour les signaux : Bruit blanc/ Signal fortement coloré / Bruit USASI.	91
4.1	Complexité algorithmique de l'algorithme LMS classique (Pleine bande). . .	117
4.2	Complexité algorithmique de l'algorithme LMS en sous-bande à M bandes. .	117

Introduction

L'essor des communications a été fantastique au cours de ces deux dernières décennies. Il paraît loin le temps du téléphone à cadran que tout le monde utilisait il y a simplement quinze ou vingt ans. Le grand public s'est vu proposé par le biais de la technologie cellulaire un outil de communication autrement plus mobile et apparemment plus performant : être joignable n'importe où, n'importe quand et dans n'importe quelle situation est devenu un quasi art de vivre.

Cette frénésie de communication s'est étendue à tous les domaines de notre vie courante, et la voiture n'y échappe pas. Dans cet environnement, outre la perte d'attention occasionnée par la conversation, le simple fait de tenir un combiné téléphonique n'est plus anodin et met en jeu sa propre sécurité ainsi que celle des autres usagers de la route. Les pouvoirs publics ont récemment interdit l'utilisation d'un combiné téléphonique au volant : "*Téléphoner ou conduire, il faut choisir*". A partir de ce constat, le mains-libres s'impose de lui-même. Ce concept de mains-libres n'est pas récent et paraît relativement simple et facile à mettre en œuvre : un microphone et un haut-parleur sont déportés dans l'habitacle et permet de converser plus librement. Si ce système, outre les considérations de sécurité, apporte un confort pour son utilisateur, il est à l'origine d'une certaine gêne (et même d'une gêne certaine) pour le locuteur distant pour deux raisons. D'une part le couplage acoustique existant entre les deux transducteurs crée un écho particulièrement désagréable. La deuxième gêne occasionnée est plus spécifique aux systèmes mains-libres en véhicule et concerne la présence de bruit. Du fait de l'éloignement du microphone de la bouche du locuteur proche, l'énergie du signal de parole est diminuée à la prise de son, diminuant d'autant le rapport signal à bruit. Il en résulte une perte de la qualité de la communication qui peut être importante suivant les conditions de circulation (trafic, vitesse du véhicule, granularité de la route, *etc...*). En outre, la tenue d'une conversation en environnement fortement bruyé nécessite une attention soutenue de la part du locuteur distant, ce qui nuit au confort d'écoute.

Les kits mains-libres doivent donc inclure une étape réduction de bruit, objet de la première partie de cette thèse. Ce sujet a été très largement abordé dans la littérature et se base généralement sur un système simple constitué d'un microphone. A partir d'une seule et unique observation constituée d'un mélange de parole et de bruit, le système doit être en mesure de séparer ces signaux en vue de restituer un signal moins bruyé. Ceci est rendu réalisable par la formulation d'hypothèses sur les signaux : le bruit est généralement supposé stationnaire, ce qui permet de le distinguer des composantes dynamiques de la parole. Malheureusement, l'hypothèse de stationnarité du bruit n'est que très peu vérifiée en pratique. Par conséquent, les signaux issus de ces traitements souffrent d'artefacts qui dépend de l'algorithme utilisé : bruits non naturels, distorsion importante du signal de pa-

role. En environnement fortement bruité rencontré en véhicule, les algorithmes montrent leurs limites dues à cette hypothèse de départ : la parole rehaussée est fortement distordue.

L'objectif de ce travail réside dans l'amélioration de la qualité du traitement, en se basant sur une observation supplémentaire par ajout d'un second microphone. La mise en place d'un algorithme de réduction de bruit se révèle donc tout à fait opportun.

La deuxième partie de cette thèse traite du problème de l'écho acoustique évoqué précédemment dans le contexte d'audioconférence. Un écho non contrôlé peut s'avérer intolérable. Un traitement spécifique doit être impérativement mis en œuvre pour préserver la qualité de la communication.

Première partie
Réduction de bruit

Introduction de la première partie

Avec l'avènement du téléphone cellulaire, le mains-libres s'installe peu à peu dans notre vie courante. S'il n'est qu'un simple outil de confort au bureau, il devient en véhicule un garant de la sécurité, permettant au conducteur de conserver les mains posées sur le volant tout en conversant. Ces systèmes se caractérisent par la présence d'un microphone et d'un haut-parleur déportés. Néanmoins, entre ces deux applications existent des différences fondamentales liées à l'environnement. Si, dans le cas du bureau, les bruits sont peu gênants pour le locuteur distant, les perturbations inhérentes à la voiture, nombreuses et énergétiques, impliquent une étape de rehaussement de la parole.

Le véhicule : un environnement "varié"

L'environnement véhicule se caractérise par la présence de bruits issus de nombreuses sources. On distingue classiquement celles générées par l'environnement extérieur et l'interaction du véhicule avec celui-ci, et celles intrinsèques au véhicule lui-même [1]. Dans la première catégorie, on peut citer les bruits aérodynamiques liés à la pénétration du véhicule dans l'air, les bruits de roulement générés par le contact des pneus avec la chaussée, les bruits dus aux autres véhicules (croisement, bruits de klaxon, *etc...*). La deuxième catégorie se compose essentiellement du bruit du moteur. D'autres perturbations telles que la ventilation interviennent également. Il est admis que ce sont les bruits aérodynamiques, de roulement et du moteur qui représentent la part prépondérante des bruits. La hiérarchie entre ces derniers varie en fonction du type de véhicule (utilitaire ou haut de gamme), de moteur (diesel, ou essence), mais également en fonction des conditions de circulation (autoroute, route nationale à forte granularité, *etc...*). De ce point de vue, l'environnement véhicule n'est pas constant puisqu'il n'est pas reproductible d'une situation à l'autre. Ceci impose aux techniques de débruitage une capacité certaine à la généralisation afin de prendre en compte toutes ces perturbations sans spécialisation pour tel ou tel bruit.

Le véhicule : un environnement "non stationnaire"

La notion de stationnarité concerne les caractéristiques statistiques d'un signal : d'un point de vue probabiliste, un signal est stationnaire (d'ordre 2) si sa covariance est invariante dans le temps. Cette propriété n'est quasiment jamais vérifiée pour les signaux réels. Néanmoins, on se contente en pratique d'une stationnarité du bruit sur un intervalle d'observation "suffisamment" long comparé à la stationnarité du signal utile, la parole. Sous cet angle, le moteur et les bruits de roulement peuvent être considérés comme stationnaires, leurs caractéristiques variant peu en regard de celles du signal de parole. Par contre, le cas des bruits aérodynamiques ne peut en aucun cas être abordé sous l'angle de

la stationnarité. De plus, lors de phases d'accélération ou de rétrogradation par exemple, l'hypothèse de stationnarité du bruit moteur ne peut plus être admise. Ces observations montrent que l'environnement véhicule est relativement complexe et varié, tant d'un point de vue structurel que statistique, rendant difficile la tâche de l'algorithme de rehaussement.

Deux microphones

Traditionnellement, les algorithmes de rehaussement utilisent une seule observation pour séparer la parole du bruit. Comme nous l'avons abordé dans l'introduction générale, la plupart du temps cette séparation est faite en se basant sur la stationnarité du bruit. Or, nous venons de voir que cette hypothèse ne se vérifiait que très peu dans le contexte véhicule : il en résulte de nombreuses distorsions du bruit et de la parole. Ceci nous amène à considérer l'utilisation d'un second microphone. Ce second capteur doit permettre de s'affranchir de l'hypothèse de stationnarité du bruit. Notamment, tout comme la prise de son stéréophonique, ce second microphone permet d'avoir des informations sur la configuration spatiale des signaux. C'est plus particulièrement cet aspect qui va être exploité par la suite.

L'organisation de cette première partie de thèse peut être décrite de la manière suivante. Dans le chapitre 1, nous décrirons les principes généraux des méthodes de *Modification Spectrale à Court-Terme* pour la réduction de bruit. Nous présenterons aussi les méthodes usuelles d'estimation du niveau de bruit. A partir des travaux de la littérature, nous proposerons trois nouvelles structures simples et efficaces qui nous semblent convenir au contexte de l'application. Nous y présenterons à la fin du chapitre 1 une étude comparative des résultats obtenus par les trois structures proposées.

Les conclusions du chapitre 1 nous amènent à suggérer l'utilisation d'un algorithme adaptatif pour la réduction de bruit. A ce titre, nous proposons une nouvelle version stable d'un algorithme adaptatif rapide basé sur le critère des *moindres carrés*. Cet algorithme souffert d'une instabilité numérique sous les effets de la précision arithmétique finie. L'originalité de ce nouvel algorithme réside dans sa rapidité de convergence et de poursuite des non stationnarités ainsi que dans sa complexité réduite. Une analyse de stabilité basée sur un modèle linéaire pour le calcul des erreurs du filtre adaptatif sera introduite dans ce chapitre. En plus, nous explicitons les conditions d'application de l'algorithme adaptatif stabilisé.

Pour confirmer les mérites du filtrage adaptatif basé sur l'algorithme stabilisé proposé, des résultats expérimentaux comparant ce dernier à un algorithme de type *gradient stochastique* (habituellement utilisé en réduction de bruit) seront présentés au terme de ce deuxième chapitre.

Chapitre 1

Réduction de bruit basée sur la modification spectrale à court-terme

Le domaine de la réduction de bruit est un domaine de recherche très actif et présent dans de nombreux champs d'applications du traitement du signal (téléphonie, restauration d'enregistrements audio anciens, analyse des signaux bio-médicaux, *etc...*).

En introduction, nous avons défini notre problématique de réduction de bruit en environnement véhicule : utiliser l'apport d'un second microphone afin d'améliorer les performances obtenues avec un seul capteur. " Quelles sont les méthodes efficaces dans notre contexte, sachant que l'on doit respecter des impératifs de charge de calcul inhérentes au traitement temps réel des données? ", tel est l'objectif de ce travail de thèse. On ne peut pas aborder ce problème particulier sans faire référence aux techniques de réduction de bruit mono-voie qui ont connu un développement spectaculaire ces deux dernières décennies. Il n'est pas question ici de faire un panorama complet de ces techniques, tant la littérature foisonne d'articles sur ce sujet : on s'attachera plutôt à décrire les méthodes qui sont à la base du traitement mono-voie (filtre de Wiener, soustraction spectrale).

Choix du type de méthode de rehaussement de la parole

Le domaine du rehaussement de la parole en situation mono-voie est riche en solutions et fait appel à de nombreux concepts de traitement du signal. Dans le choix de la méthode à utiliser, plusieurs critères entrent en jeu dont, au premier rang, la complexité et le caractère *temps-réel*. Les solutions de réduction de bruit utilisant une analyse du signal par ondelettes suivi d'un seuillage, introduites et développées par Donoho dans [2], se montrent assez efficace dans de nombreux contextes comme, par exemple, le traitement d'images, ainsi que le rehaussement du signal ultrasonore pour le contrôle non destructif dans le domaine industriel [3].

En traitement de la parole, l'utilisation d'une analyse en ondelettes paraît très attrayante car elle peut permettre une analyse fréquentielle plus proche de l'analyse effectuée par les filtres auditifs de l'oreille interne. En utilisant une décomposition en bandes appropriée, on peut même approcher de manière convenable des échelles fréquentielles issues des travaux de la psychoacoustique comme l'échelle des Barks ou l'échelle ERB (Equivalent Rectangular Bandwidth). Cependant, il n'y a pas à notre connaissance de travaux qui révèlent une utilisation convaincante d'une telle méthode de débruitage par analyse en

ondelettes pour le rehaussement de la parole. Des essais que nous avons mené à ce sujet, nous ont confortés dans de telles conclusions [4] et [5] : le bruit résiduel des signaux rehaussés obtenus possède une sonorité très artificielle et très gênante. Sans doute le choix du type d'ondelettes et de leur longueur est-il primordial ? Cette question mérite, selon nous, de l'attention et une étude approfondie mais ceci dépasse malheureusement le cadre du présent travail de thèse. Parmi les autres solutions envisageables, les méthodes de modifications spectrales à court-terme constituent une famille d'algorithmes de référence pour le rehaussement de la parole. Outre leur simplicité d'implémentation, ces méthodes sont également très efficaces pour réduire le bruit de fond.

Modification spectrale à court-terme

Le module de réduction de bruit ou de rehaussement de la parole est une étape primordiale dans la chaîne de traitement d'un signal informatif. Cette section est consacrée à la description des méthodes de *rehaussement de la parole* opérant dans le domaine fréquentiel au moyen de *modification spectrale à court-terme*. L'idée de base de ces méthodes est d'atténuer plus ou moins fortement les composantes spectrales du signal observé en fonction de l'estimation du niveau de bruit. Pour désigner cette famille d'algorithmes, on parle également d'atténuation spectrale à court-terme. Dans la description de ces techniques de rehaussement, que nous allons développer, nous avons choisi d'adopter, en partie, le formalisme utilisé dans [6]. On peut d'ailleurs se reporter à cette référence afin de consulter une description plus complète ainsi qu'à la thèse d'Olivier Cappé [7] qui présente une étude théorique claire et rigoureuse de ces mêmes méthodes et de leurs effets sur le signal rehaussé.

1.1 Modification spectrale à court-terme

On ne peut parler de réduction de bruit sans aborder les fondements élaborés durant les années 70. Dans le cas mono-voie, l'objectif consiste à estimer un signal $s(n)$ noyé dans un bruit additif $b(n)$ supposé indépendant, à partir de la seule observation $x(n)$ qui est la somme de ces deux composantes pour chaque indice temporel discret n :

$$x(n) = s(n) + b(n) \quad (1.1)$$

Sans hypothèse ou connaissance *a priori* sur les signaux, le problème est mal posé et ne peut être résolu. Il faut aussi des connaissances sur l'un ou l'autre des signaux, voire sur les deux, afin d'être en mesure de discriminer le signal utile du bruit ambiant. Les méthodes décrites dans ce paragraphe opèrent dans le domaine de Fourier. En supposant les signaux stationnaires et indépendants, la relation (1.1) s'écrit :

$$\gamma_x(f) = \gamma_s(f) + \gamma_b(f) \quad (1.2)$$

où $\gamma_x(f)$, $\gamma_s(f)$ et $\gamma_b(f)$ sont les densités spectrales de puissances (dsp) respectives de $x(n)$, $s(n)$ et $b(n)$.

La stationnarité est généralement admise pour le bruit, même si cette hypothèse peut s'avérer injustifiée dans certaines conditions. En revanche, celle de la parole n'est valide que sur un horizon temporel relativement court, de l'ordre de 30 millisecondes tout au plus sur les segments voisins. C'est pour cette raison que l'on considère plutôt les spectres

instantanés, obtenus à l'aide de la transformée de Fourier à court terme (TFCT) sur des trames successives.

On suppose, ici, que les signaux de parole et de bruit ne sont pas corrélés entre eux. Ni $\{x(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ni $\{b(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ne sont des processus stationnaires, néanmoins, nous faisons l'hypothèse que le bruit est quasi-stationnaire tandis que le signal de parole peut-être considéré comme quasi-stationnaire sur des trames temporelles de courte durée de l'ordre de 10 à 30 millisecondes. Les différentes étapes du processus de rehaussement d'un signal par atténuation spectrale à court-terme sont indiquées par le schéma représenté sur la figure (1.1) et développées dans les paragraphes suivants.

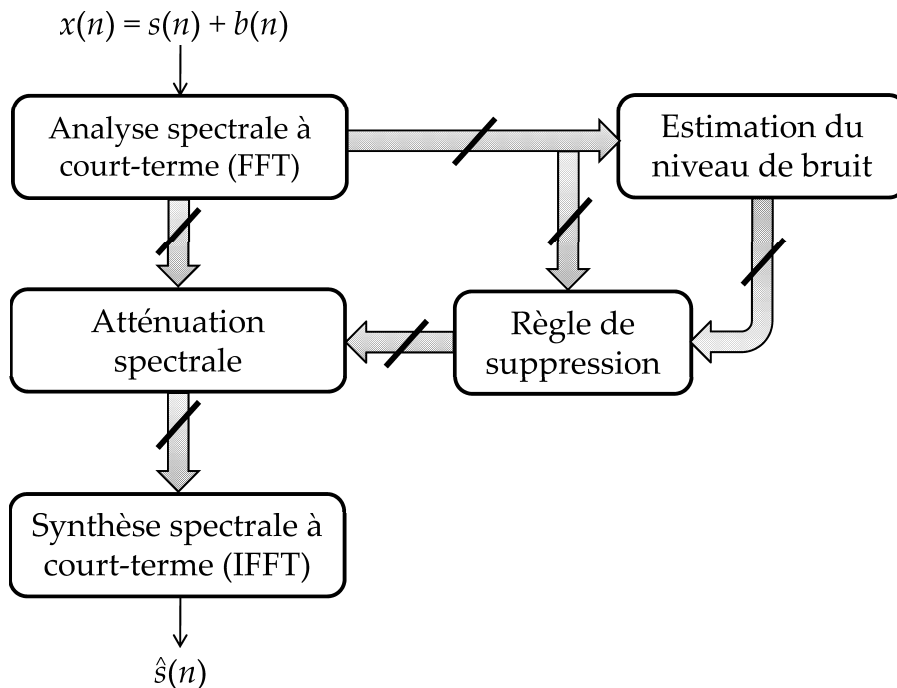


FIG. 1.1 – Schéma général d'implémentation d'une méthode de réduction de bruit par atténuation spectrale.

1.1.1 Analyse spectrale à court-terme

Afin de travailler dans le domaine spectral, on a recours à la transformée de Fourier à court-terme à temps discret, que nous désignerons simplement par le terme Transformée de Fourier à Court-Terme (TFCT) dans la suite de ce document. Le signal d'observation, $x(n)$, est divisé en blocs recouvrants de taille N au moyen d'une fenêtre d'analyse $\{w(p)\}_{p \in [0; N-1]}$ satisfaisant les critères d'inversibilité de la TFCT de dimension M ($M \in \mathbb{N}$). Soit R le pas d'avance entre chaque bloc, qui indique également le *taux de recouvrement* α_R entre blocs successifs par la relation :

$$\alpha_R = \frac{R}{N} \quad (1.3)$$

Soit \mathbf{x}_k le vecteur formé par fenêtrage des échantillons pour le bloc d'indice temporel k :

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x(k(N-R)) \\ \vdots \\ x(k(N-R) + N - 1) \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} w(0) \\ \vdots \\ w(N-1) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

où \odot représente le produit de *Schur* qui est la multiplication terme à terme des composantes de chaque vecteur.

Remarque

La taille de la transformée M est choisie comme une puissance de 2 afin de faciliter l'emploi de transformées rapides. En pratique, la taille des blocs, N , est généralement définie comme une puissance de 2 afin de simplifier l'implantation et on a donc $M = N$. Toutefois, il est également possible de considérer :

- N quelconque et M la puissance de 2 supérieure la plus proche de N ou
- N puissance de 2 et $M = 2N$ afin d'augmenter la précision fréquentielle.

Dans le cas où N est inférieur à M , il est alors nécessaire de compléter le vecteur \mathbf{x}_k de coefficients nuls pour effectuer le zero-padding.

La relation entre les composantes fréquentielles des signaux s'écrit :

$$X(f, k) = S(f, k) + B(f, k) = |X(f, k)| \exp(j\Phi_x(f, k)) \quad (1.5)$$

où f représente la fréquence et k l'indice de la trame courante. $|X(f, k)|$ et $\Phi_x(f, k)$ représentent respectivement le module et la phase de $X(f, k)$.

1.1.2 Estimation des densités spectrales de puissance

À partir de $X(f, k)$, on calcule une estimation de la *densité spectrale de puissance* $|X(f, k)|^2$ du signal observé aux indices fréquentiels discrets f . Parallèlement, une méthode *aveugle* d'estimation du niveau de bruit permet d'évaluer la densité spectrale de puissance $|\hat{B}(f, k)|^2$ de la séquence de bruit $b(n)$.

Pour l'estimation du bruit, la méthode est plus complexe car elle doit fonctionner sans connaissance *a priori* précise sur le bruit. Nous reviendrons sur la nature de la méthode d'estimation dans le paragraphe (1.4). Nous supposons dans la suite que l'estimation calculée est satisfaisante.

1.1.3 Atténuation spectrale

Dans les méthodes de rehaussement par atténuation spectrale, seule l'amplitude spectrale à court-terme est manipulée. On peut également formuler cette affirmation en considérant que les méthodes d'atténuation spectrale permettent de construire une estimation du spectre du signal source (sans le bruit) en dissociant l'estimation de l'amplitude et celle de la phase, l'estimation de la phase du signal rehaussé étant alors simplement la phase du signal observé.

À partir des variables $|X(f, k)|^2$ et $|\hat{B}(f, k)|^2$, l'algorithme de réduction de bruit détermine une valeur d'atténuation à appliquer sur l'amplitude spectrale dans chaque bande de fréquences.

Notons $G(f, k)$ le gain correspondant à l'atténuation pour l'indice de bloc k et la bande

fréquentielle f . La règle qui détermine la valeur de $G(f, k)$ en fonction de $|X(f, k)|^2$ et $|\hat{B}(f, k)|^2$ est appelée *règle de suppression du bruit*, ou simplement *règle de suppression*. Dans les sections (1.2) et (1.3), nous détaillerons les expressions exactes des règles de suppression les plus couramment utilisées.

L'objectif est d'estimer la composante court-terme du signal utile, estimée que l'on note $\hat{S}(f, k)$, en supposant le bruit stationnaire. La première approche consiste à ne considérer que cette hypothèse et à dériver un estimateur de ce signal utile à partir de critère de minimisation de statistiques moyennes. La deuxième consiste à adjoindre une ou plusieurs hypothèses sur les statistiques du signal de parole et/ou du bruit qui permettront de considérer un estimateur du signal court terme.

1.1.4 Importance de la phase

On devrait plutôt parler de la non importance de la phase, tant ce paramètre a été occulté dans les traitements de rehaussement de la parole. En effet, les algorithmes de rehaussement de la parole implémentés dans le domaine spectral ne proposent qu'un estimateur du module du spectre du signal utile (ou de la puissance) : la phase du signal rehaussé est reconstruite à partir de la phase du signal bruité. Cela se justifie d'un point de vue physiologique par le fait que l'oreille est peu sensible à une modification de phase, tout du moins tant que cette modification reste dans des limites raisonnables. Dans l'article "The Unimportance of Phase in Speech Enhancement" [8], Wang *et al.* montrent qu'utiliser la phase du signal pur avec l'amplitude estimée par un algorithme de rehaussement n'améliore pas la qualité du signal rehaussé. Dans un même ordre d'idée, Vary montre qu'une modification de la phase d'un signal pur n'introduit pas de distorsion audible tant que cette modification de la phase reste en deçà de $\pi/4$ environ [9]. Des tests informels montrent qu'une limite de $\pi/8$ est raisonnable : cela correspond à un Rapport Signal à Bruit (RSB) de 8 dB environ.

Par la suite, les traitements temporels ne s'intéresseront qu'à la modification du module spectre du signal d'observation, la phase du signal bruité étant utilisée pour reconstruire le signal pur de la façon suivante :

$$\hat{S}(f, k) = G(f, k)X(f, k) = |\hat{S}(f, k)| \exp(j\Phi_x(f, k)) \quad (1.6)$$

avec :

$$|\hat{S}(f, k)| = G(f, k)|X(f, k)| \quad (1.7)$$

où $G(f, k)$ est une loi d'atténuation réelle.

1.1.5 Synthèse spectrale à court-terme

Le signal temporel estimé est reconstruit par addition-recouvrement en générant d'abord le bloc d'échantillons temporels rehaussés, $\hat{\mathbf{s}}_k$, tel que :

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \text{IFFT} \left(\hat{S}(f, k) \right) \quad (1.8)$$

où IFFT est la transformation inverse.

1.1.6 Définitions des Rapports Signal à Bruit (RSB)

Les différentes lois d'atténuation sont toutes basées sur le raisonnement suivant :

- un RSB élevé correspond très certainement à une forte composante de la parole, et le gain $G(f, k)$ doit être égal à 1,
- un RSB faible doit mener à une atténuation importante de $X(f, k)$ ($G(f, k) \ll 1$), cette observation ne contenant que du bruit.

Nous verrons qu'il est généralement possible d'exprimer les lois d'atténuation des filtres en fonction du RSB. Cependant, du fait des différents critères d'estimation choisis pour la dérivation des filtres, on doit distinguer le RSB *a priori* et le RSB *a posteriori* qui sont définis par les notations suivantes :

$$RSB_{prio}(f) = \frac{E \{|S(f)|^2\}}{E \{|B(f)|^2\}} = \frac{\gamma_s(f)}{\gamma_b(f)} \quad (1.9)$$

$$RSB_{post}(f, k) = \frac{|X(f, k)|^2}{E \{|B(f)|^2\}} - 1 = \frac{|X(f, k)|^2}{\gamma_b(f)} - 1 \quad (1.10)$$

La quantité $RSB_{prio}(f)$ exprime le RSB long terme en supposant les caractéristiques statistiques du signal utile connues *a priori*, d'où son nom. La grandeur $RSB_{post}(f, k)$ exprime le RSB de la trame courante en considérant le spectre instantané du signal bruité. Dans le cas où $RSB_{post}(f, k)$ devient négatif, il est mis à 0, un RSB négatif n'ayant aucun sens physique.

Il faut noter que le $RSB_{prio}(f)$ ne dépend *a priori* pas du temps puisqu'il s'agit d'une estimation sur une période importante, *a priori* seulement car les dsp de la parole et de bruit sont tout de même amenées à évoluer au cours du temps. On considèrera par la suite la notation $RSB_{prio}(f, k)$ avec un indice de trame, tout en gardant en mémoire que ses variations sont plus lentes que celles de $RSB_{post}(f, k)$.

1.2 Estimateurs basés sur les statistiques moyennes du bruit

Les filtres que nous allons décrire ici utilisent des statistiques moyennes dans le but de dériver le filtre optimal pour un critère donné.

1.2.1 Soustraction spectrale

Dans le domaine de la réduction de bruit, la soustraction spectrale proposée par Boll s'octroie une place de choix [10] : son caractère intuitif et sa simplicité en ont fait un algorithme particulièrement répondu. Elle est basée sur la connaissance *a priori* de la densité spectrale de puissance du bruit supposé stationnaire notée $\hat{\gamma}_b(f)$, qui peut être apprise lors des phases de silence. Historiquement, Boll a proposé d'estimer le module de la TFCT du signal de parole par :

$$|\hat{S}(f, k)| = |X(f, k)| - \sqrt{\hat{\gamma}_b(f)} \quad (1.11)$$

C'est la soustraction spectrale d'amplitude. Différentes lois issues de la relation (1.11) sont apparues, donnant naissance notamment à la soustraction spectrale de puissance définie par [9, 11, 12] :

$$|\hat{S}(f, k)|^2 = |X(f, k)|^2 - \hat{\gamma}_b(f) \quad (1.12)$$

McAulay a montré que sous hypothèse d'indépendance et de distribution gaussienne des composantes spectrales du bruit et de la parole, l'équation (1.12) correspond à l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de la densité spectrale de puissance du signal utile [12], ce qui assure théoriquement une distorsion nulle de son spectre [7].

Il peut être intéressant d'exprimer la soustraction spectrale de puissance $G_{ss}(f, k)$ comme une opération de filtrage :

$$\hat{S}(f, k) = G_{ss}(f, k)X(f, k) \quad (1.13)$$

avec

$$G_{ss}(f, k) = \frac{\sqrt{|X(f, k)|^2 - \hat{\gamma}_b(f)}}{X(f, k)} \quad (1.14)$$

A partir de cette relation, le filtre s'écrit en utilisant la définition de $RSB_{post}(f, k)$:

$$G_{ss}(f, k) = \sqrt{\frac{RSB_{post}(f, k)}{1 + RSB_{post}(f, k)}} \quad (1.15)$$

Etant donné que le gain $RSB_{post}(f, k)$ ne dépend que de la TFCT du signal d'observation et non de statistiques à long terme, il présente des variations importantes et l'algorithme souffre de bruit résiduel non naturel, appelé bruit musical : c'est la conséquence des fluctuations de $|B(f, k)|^2$ présent dans $|X(f, k)|^2$ autour de sa moyenne $\gamma_b(f)$.

De nombreuses études ont été menées afin de réduire cet artefact particulièrement gênant à l'écoute. Par la suite on citera les aménagements les plus courants.

1.2.2 Soustraction spectrale par moyennage d'amplitude

Utiliser un spectre lissé $\overline{|X(f, k)|^2}$ en lieu et place de $|X(f, k)|^2$ permet de réduire ces fluctuations au détriment de la suppression des composantes dynamiques du signal de parole [10] : cela revient peu ou prou à remplacer le terme $RSB_{post}(f, k)$ par $RSB_{prio}(f, k)$.

1.2.3 Soustraction spectrale par plancher spectral

Introduire un plancher spectral de bruit qui permet de "noyer" le bruit résiduel dans le bruit ambiant [13], Berouti *et al.* ont proposé une variation importante de la soustraction spectrale pour réduire le bruit musical résiduel. Cette technique proposée a pu être exprimée comme :

$$|\hat{S}(f, k)|^2 = |X(f, k)|^2 - \alpha |\hat{B}(f, k)|^2 \quad (1.16)$$

où α est une fonction du RSB *a priori* calculée comme :

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{3}{20} RSB_{post}(f, k) \quad -5dB \leq RSB_{post}(f, k) \leq 20dB \quad (1.17)$$

où α_0 est la valeur désirée de α à $RSB_{post}(f, k) = 0dB$.

La figure (1.2) représente le graphe de α à $\alpha_0 = 4$ sur une gamme des valeurs du $RSB_{post}(f, k)$.

Le coefficient α soustrait une surestimation du spectre de puissance de bruit du spectre de puissance de la parole. Cette opération réduit au minimum la présence du bruit résiduel en diminuant les excursions spectrales dans le spectre rehaussé. Le coefficient α peut être

vu comme coefficient à temps-variable, qui fournit un degré de contrôle du procédé de déplacement de bruit entre les périodes de la mise à jour de bruit.

Remarque

Si une surestimation est effectuée ($\alpha > 1$), le spectre à court terme de l'observation est plus atténué. Cela permet de réduire le bruit résiduel, mais au détriment de la qualité de la parole traitée. En effet, cette surestimation a tendance à augmenter la distorsion.

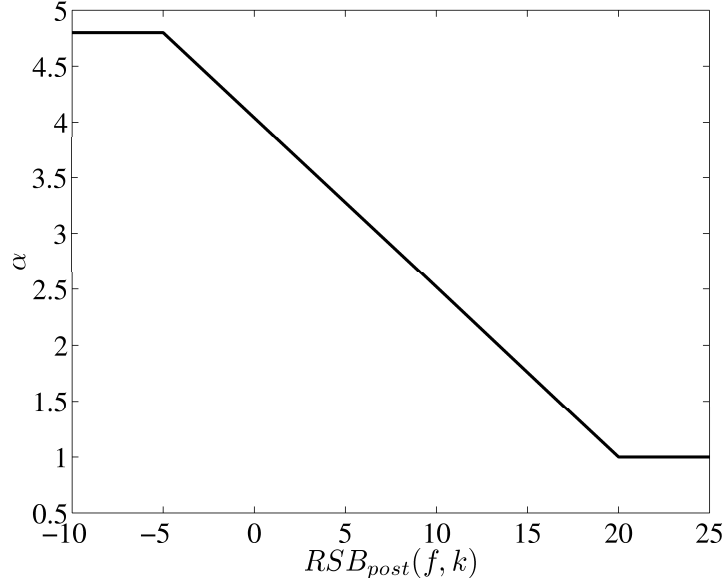


FIG. 1.2 – Coefficient de surestimation α en fonction du $RSB_{post}(f, k)$ avec $\alpha_0 = 4$.

1.2.4 Soustraction spectrale par sur-soustraction et plancher spectral

Imposer une surestimation volontaire de la dsp du bruit de la forme $\beta|\hat{B}(f, k)|^2$, au détriment des structures fines de la parole [13].

$$|\hat{S}(f, k)|^2 = |X(f, k)|^2 - \alpha|\hat{B}(f, k)|^2 \quad (1.18)$$

$$|\hat{S}(f, k)|^2 = \begin{cases} |\hat{S}(f, k)|^2, & \text{si } |\hat{S}(f, k)|^2 > \beta|\hat{B}(f, k)|^2 \\ \beta|\hat{B}(f, k)|^2, & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.19)$$

Le plancher spectral β peut être rendu adaptatif en fonction de la fréquence suivant les types de bruit rencontrés [14]. Des fonctions non linéaires peuvent également être introduites [15, 16].

Remarque

Le plancher spectral β permet de limiter la réduction du bruit de fond. Si β est faible, le bruit de fond sera réduit, mais le bruit musical sera audible. Inversement, si β est grand, le bruit musical n'est pas audible mais le bruit de fond reste très présent dans le signal rehaussé.

1.2.5 Soustraction spectrale multi-bandes

La soustraction spectrale est une technique bien connue pour la réduction de bruit [10, 11, 13]. La plupart des implémentations et des variantes de cette technique de base associent la soustraction du spectre de bruit estimé de celui de la parole bruitée. Cependant, le vrai bruit existant est la plupart du temps coloré et n'affecte pas le signal de la parole uniformément au-dessus du spectre entier. Dans cette partie, nous proposons d'étudier une approche de la soustraction spectrale proposée par Kamath dans [17], appelée : la méthode de soustraction spectrale multi-bandes qui tient compte du fait que le bruit coloré affecte le spectre de la parole différemment à de diverses fréquences. Pour en tenir compte, l'auteur dans cet article propose une approche multi-bande à la soustraction spectrale. Le spectre de la parole est donc divisé en bandes non-recouvertes, et la soustraction spectrale est appliquée indépendamment dans chaque bande. L'estimation du spectre de la parole rehaussée est obtenue par :

$$|\hat{S}(f, k)|^2 = |\overline{X(f, k)}|^2 - \alpha_{MB} \delta_{MB} |\hat{B}(f, k)|^2 \quad f_{min} \leq f \leq f_{max} \quad (1.20)$$

où f_{min} et f_{max} sont respectivement les fréquences du début et de fin de fréquence et $|\overline{X(f, k)}|$ représente le spectre lissé.

Le coefficient α_{MB} est donné par :

$$\alpha_{MB} = \begin{cases} 4, & RSB_{post}(f, k) < -5dB \\ \alpha_0 - \frac{3}{20} RSB_{post}(f, k), & -5dB \leq RSB_{post}(f, k) \leq 20dB \\ 1, & RSB_{post}(f, k) < 20dB \end{cases} \quad (1.21)$$

Les valeurs du facteur δ_{MB} ont été empiriquement déterminées par [17] :

$$\delta_{MB} = \begin{cases} 1, & F \leq 1kHz \\ 2.5, & 1kHz < F \leq \frac{F_s}{2} - 2kHz \\ 1.5, & F > \frac{F_s}{2} - 2kHz \end{cases} \quad (1.22)$$

où F est la fréquence supérieure et F_s est la fréquence d'échantillonnage en Hertz.

Le $RSB_{post}(f, k)$ segmental est calculée comme :

$$RSB_{post}(f, k) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} |X(f, k)|^2}{\sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} |\hat{B}(f, k)|^2} \right) \quad (1.23)$$

1.2.6 Filtre de Wiener

C'est le filtre linéaire optimal au sens du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (MEQM), c'est-à-dire qu'il minimise la fonction $E \{|S(f) - W(f)X(f)|^2\}$.

On montre que ce filtre, noté $W(f)$, s'écrit :

$$W(f) = \frac{\gamma_s(f)}{\gamma_s(f) + \gamma_b(f)} \quad (1.24)$$

En utilisant la définition du RSB *a priori*, le filtre de Wiener s'exprime sous la forme :

$$W(f, k) = \frac{RSB_{prio}(f, k)}{1 + RSB_{prio}(f, k)} \quad (1.25)$$

Le signal de sortie est estimé par la relation linéaire suivante :

$$\hat{S}(f, k) = W(f, k)X(f, k) \quad (1.26)$$

En pratique, la dsp du bruit est apprise sur des périodes de silence, tandis que la dsp du signal n'est pas connue. Elle peut être obtenue par la soustraction spectrale précédente soit à partir du périodogramme lissé, *i.e.* $\hat{\gamma}_s(f, k) = \overline{|X(f, k)|^2} - \hat{\gamma}_b(f, k)$, soit directement à partir des observations brutes $\hat{\gamma}_s(f, k) = |X(f, k)|^2 - \hat{\gamma}_b(f, k)$. Cappé donne à cette dernière formulation le nom de filtre de pseudo-Wiener [7]. On obtient alors différentes formulations pour le filtre de Wiener. Pour ce dernier cas, on trouve la relation entre le filtre de Wiener et la soustraction spectrale de puissance définie par l'équation (1.15) : $W(f, k) = G_{ss}^2(f, k)$.

1.2.7 Le phénomène du bruit musical

Les méthodes de la soustraction spectrale ainsi que le filtrage de Wiener parviennent à réduire de manière très efficace le niveau de bruit de fond. Néanmoins, le bruit résiduel qui subsiste dans le signal rehaussé après modification spectrale est très gênant du point de vue perceptif. Ce phénomène est caractéristique des méthodes d'atténuation spectrale à court-terme. Du fait du caractère tonal particulier de cet artéfact, il est désigné par le terme de *bruit musical*. Son spectre à court-terme correspond approximativement à une distribution aléatoire de pics spectraux.

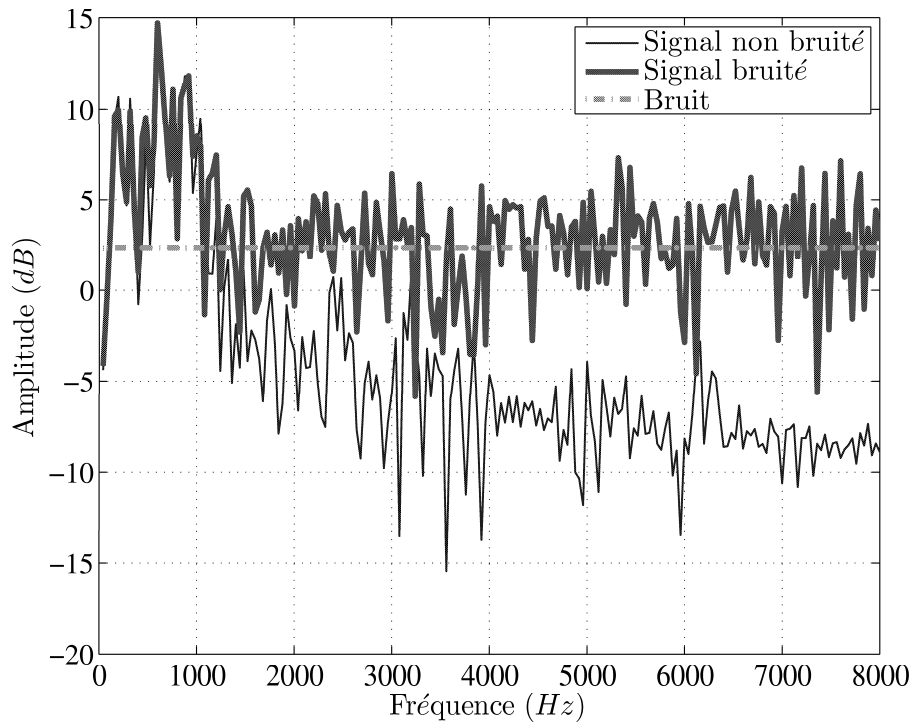


FIG. 1.3 – Spectre à court-terme d'une trame de signal corrompu par un bruit blanc additif superposé avec celui du signal source (non bruité) et le niveau moyen du bruit. Dans les hautes fréquences, on note que le signal est fortement bruité.

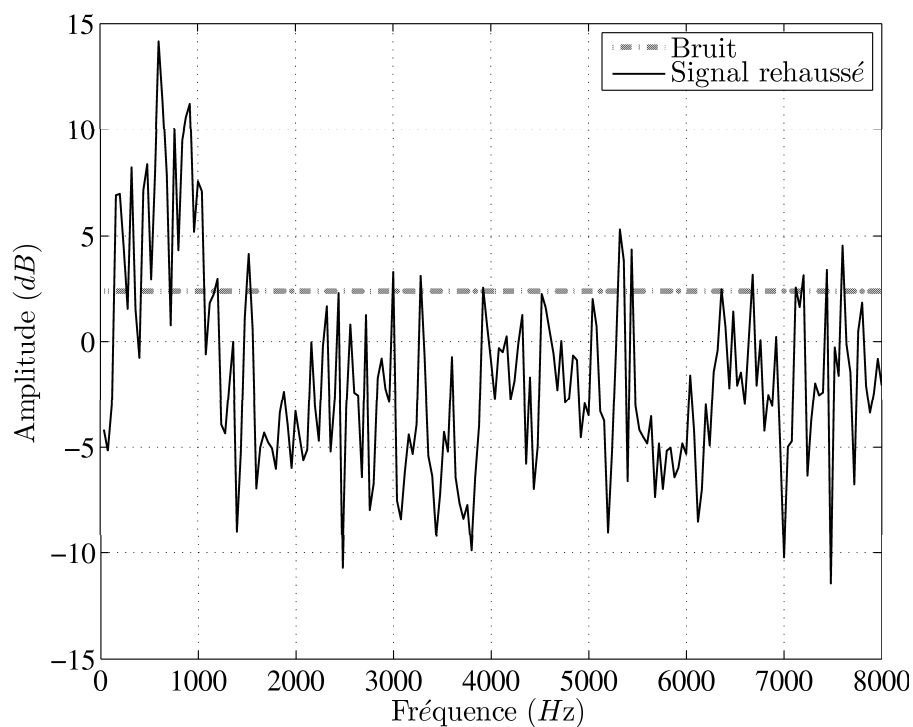


FIG. 1.4 – Spectre à court-terme du signal rehaussé superposé avec le niveau moyen du bruit. On note dans la partie haute fréquence, l'allure tonale du spectre correspondant au bruit musical.

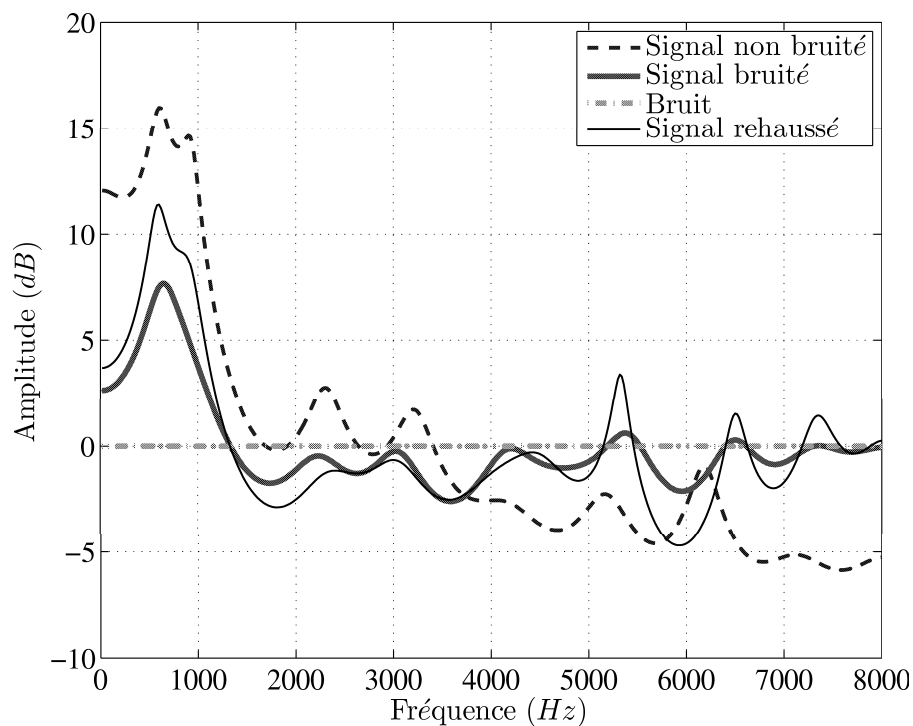


FIG. 1.5 – Densité spectrale de puissance en utilisant la méthode Auto-Régressive de Yule-Walker pour une trame de signal corrompu par un bruit blanc additif.

L'origine du bruit musical est la variance des estimateurs locaux de la densité spectrale des signaux (*cf.* [7, 18]). En effet, comme le spectre à court-terme du bruit fluctue autour de sa valeur moyenne, son amplitude atteint à certains instants et pour certains indices fréquentiels des valeurs largement supérieures à la moyenne.

Considérons le cas où le signal est fortement bruité dans une certaine zone du spectre où le rapport signal à bruit est, par conséquent, relativement bas. Sporadiquement, du fait de la variance du bruit, l'amplitude spectrale du signal atteint des valeurs largement supérieures au niveau moyen estimé du bruit conduisant donc à une surestimation locale et instantanée du rapport signal à bruit, $RSB_{post}(f, k)$. Selon l'auteur dans [18], la bande de fréquences correspondante est alors traitée comme du signal utile et est relativement moins atténuée que les composantes fréquentielles voisines.

De manière sporadique, des pics fréquentiels isolés se dégagent donc du *spectre atténué*, engendrant ainsi le phénomène de bruit musical. Les figures (1.3), (1.4) et (1.5) illustrent cette explication. Sur ces figures, on constate que, dans le signal bruité (figure (1.3)), le bruit est prédominant dans la partie haute du spectre et prend parfois des valeurs supérieures à la moyenne.

Les pics fréquentiels correspondant à ces valeurs particulières se retrouvent alors dans le spectre rehaussé sous la forme de pics fréquentiels (figure (1.4)).

Par conséquent, il convient, même au prix d'une complexité légèrement plus élevée, de recourir à une règle de suppression plus sophistiquée. Parmi ces méthodes, la règle de suppression d'Ephraïm et Malah que nous allons développer dans la prochaine section semble être un choix particulièrement judicieux de par sa capacité à se prévenir de l'apparition de bruit musical tout en restant très efficace dans la réduction de bruit.

1.3 Estimation avec modèle de parole

Le filtre équivalent de la soustraction spectrale de puissance et celui de Wiener sont basés sur des critères de statistiques moyennes. Or, on a précisé que la parole ne vérifiait pas l'hypothèse de stationnarité, qui limite la portée théorique de ces filtres, bien que, dans les faits, ils soient largement utilisés. Pour cette raison, différentes approches ont été considérées en prenant comme point de départ l'estimation du module de la TFCT du signal de parole, au sens du MEQM. Cet estimateur s'écrit :

$$|\hat{S}(f, k)| = E \{|S(f, k)| \mid |X(f, k)|\} \quad (1.27)$$

La forme du filtre obtenu dépend de l'hypothèse faite sur les lois du signal et du bruit.

1.3.1 Estimateur d'Enveloppe du Maximum de Vraisemblance (EEMV)

L'estimateur d'enveloppe du maximum de vraisemblance (en anglais : Maximum Likelihood Envelope Estimator (MLEE)) est fondé sur l'hypothèse que la parole est caractérisée par une forme d'onde stationnaire d'amplitude et de phase inconnues [12]. En se basant sur l'observation que la parole présente, du moins pour ses parties voisées, une structure formantique que l'on peut approcher par une somme de sinusoïdes à différentes

fréquences, McAulay et Malpass proposent de modéliser les composantes spectrales du signal de parole par une fréquence pure [12]. Le bruit est supposé additif, blanc et gaussien. Le but est alors d'estimer une fréquence et une phase inconnues noyées dans un bruit blanc, en considérant une probabilité de présence de la parole due à son intermittence. Le EEMV définit alors le gain spectral par :

$$G_{EEMV}(f, k) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{|\hat{B}(f, k)|^2}{|X(f, k)|^2}} \right] \frac{\Lambda(f, k)}{1 + \Lambda(f, k)} \quad (1.28)$$

Le premier terme dans le membre de droite représente l'estimation du signal utile au sens du maximum de vraisemblance sous hypothèse de présence de la parole. Le second terme représente la probabilité de présence du signal de parole, obtenue à partir de l'hypothèse gaussienne du bruit. La fonction $\Lambda(f, k)$ s'écrit :

$$\Lambda(f, k) = \exp(-RSB_{prio}(f, k)) I_0(2\sqrt{RSB_{prio}(f, k)(1 + RSB_{post}(f, k))})$$

où $I_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel d'ordre 0 (voir ci-après pour la définition).

Il convient de noter que l'équation (1.28) a été dérivée en estimant le RSB *a priori* ($RSB_{prio}(f, k)$). Ceci mène directement à la règle de suppression d'Ephraïm et Malah décrite ci-dessous.

1.3.2 Estimateur Spectral à Court Terme d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (SCTA-MEQM)

Plutôt que de considérer le signal utile comme fréquence pure, Ephraïm et Malah proposent d'approcher les composantes spectrales à court terme du signal de parole par des composantes gaussiennes aléatoires les unes des autres [19]. Ce modèle est justifié par le théorème central limite, même si le signal temporel n'est pas lui-même gaussien [20]. Les hypothèses de distribution gaussienne du bruit ainsi que d'indépendance entre parole et bruit sont conservées. Ephraïm et Malah dérivent alors le filtre optimal¹ pour ce modèle statistique dont l'expression fait intervenir des fonctions de Bessel d'ordres 0 et 1. En plus, la phase du signal d'observation bruité n'est, quant à elle, pas modifiée car il est très difficile en pratique de manipuler ce paramètre ou de faire une estimation de la phase du bruit. En outre, dans [19], Ephraïm et Malah montrent que la conservation de la phase du signal bruité permet de conserver l'optimalité de l'estimation de l'amplitude spectrale. Enfin, on peut remarquer que l'oreille est approximativement insensible à ce type de modification de la phase des signaux. Au terme de ce paragraphe, le spectre à court-terme de la parole non bruitée, $S(f, k)$, s'exprime par la relation suivante :

$$S(f, k) = |S(f, k)| \exp(j\Phi(f, k)) = A_k \exp(j\alpha_k) \quad (1.29)$$

où $A_k = |S(f, k)|$ et $\alpha_k = \Phi(f, k)$ représentent respectivement le module et la phase du spectre de la parole non bruitée.

¹Cet estimateur est couramment désigné dans l'article original comme l'estimateur de l'amplitude spectrale à court-terme au sens de l'EQM, Minimum Mean Square Error-Short Term Spectral Amplitude (MMSE-STSA).

De la théorie d'estimation décrite dans [21], il est cité que : L'estimation Spectrale à Court Terme d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (SCTA-MEQM) est toujours la moyenne *a posteriori* de la densité (moyenne conditionnelle). Par conséquent, \hat{A}_k est la moyenne conditionnelle de A_k pour $X(f, k)$ observé. Plus commodément ceci est exprimé comme (équation (1.27)) :

$$\begin{aligned}\hat{A}_k &= E \{A_k | X(f, k)\} \\ &= \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} a_k p(X(f, k) | a_k, \alpha_k) p(a_k, \alpha_k) d\alpha_k da_k}{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} p(X(f, k) | a_k, \alpha_k) p(a_k, \alpha_k) d\alpha_k da_k}\end{aligned}\quad (1.30)$$

où $p(\cdot)$ est la fonction de la densité de probabilité et a_k est une variable modèle représentant toutes les valeurs possibles de $X(f, k)$.

Puisqu'on assume que les données observées sont des distributions gaussiennes, l'équation (1.30) peut être prolongée en termes de $p(X(f, k)|a_k, \alpha_k)$ et $p(a_k, \alpha_k)$ par :

$$p(X(f, k)|a_k, \alpha_k) = \frac{1}{\pi\gamma_b(f, k)} \exp\left\{-\frac{1}{\pi\gamma_b(f, k)} |X(f, k) - a_k \exp(j\alpha_k)|^2\right\} \quad (1.31)$$

$$p(a_k, \alpha_k) = \frac{a_k}{\pi\gamma_b(f, k)} \exp\left\{-\frac{a_k^2}{\pi\gamma_b(f, k)}\right\} \quad (1.32)$$

La substitution simple de l'équation (1.31) et de l'équation (1.32) dans l'équation (1.30) donne la fonction désirée du gain pour l'estimateur de SCTA-MEQM, [19] :

$$G_{MEQM}(f, k) = \Gamma(1, 5) \frac{\sqrt{V_k}}{RSB_{post}(f, k) + 1} \exp\left(-\frac{V_k}{2}\right) \left[(1 + V_k) I_0\left(\frac{V_k}{2}\right) + V_k I_1\left(\frac{V_k}{2}\right) \right] \quad (1.33)$$

(l'indice fréquentiel f a été omis dans les relations précédentes pour alléger les notations). où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma (avec $\Gamma(1, 5) = \sqrt{\pi}/2$) et $I_0(\cdot)$ et $I_1(\cdot)$ sont les fonctions de Bessel modifiées d'ordres 0 et 1, respectivement, définis comme :

$$I_m(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(\varphi m) \exp(z \cos(\varphi)) d\varphi \quad (1.34)$$

Dans l'équation (1.33), le V_k est défini comme :

$$V_k = \frac{RSB_{prio}(f, k)}{1 + RSB_{prio}(f, k)} (RSB_{post}(f, k) + 1) \quad (1.35)$$

Ce filtre est généralement trop complexe pour être utilisé tel que du fait du calcul des fonctions de Bessel. Son intérêt est qu'il dépend de $RSB_{prio}(f, k)$ et de $RSB_{post}(f, k)$. L'estimateur proposé ne tient pas compte du modèle de perception de l'oreille humaine, plus sensible aux variations du logarithme de l'amplitude que de l'amplitude elle-même. Ephraim et Malah ont également proposé un estimateur de la log-amplitude basé sur les mêmes hypothèses gaussiennes de bruit et de parole [22] : la log-amplitude est également plus intimement liée aux distances utilisées par certains systèmes de reconnaissance de parole [23]. Cependant, comme il sera vu dans le paragraphe suivant, les modifications à l'estimateur SCTA-MEQM aboutissent à une autre réduction de ce bruit résiduel.

1.3.3 Estimateur Log Spectral d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (LSA-MEQM)

Une année après qu'ils aient proposé l'estimateur SCTA-MEQM, équation (1.30), Ephraim et Malah ont examiné le log-spectral de MEQM pour le rehaussement de la parole bruitée [22]². L'estimateur d'amplitude à réduire au minimum l'erreur de la moyenne carrée du log-spectral est exprimé comme :

$$\hat{A}_k = E \left\{ (\log(A_k) - \log(\hat{A}_k))^2 \mid X(f, k) \right\} \quad (1.36)$$

Par conséquent, l'estimateur est facilement défini par :

$$\hat{A}_k = \exp \{ E \{ (\ln(A_k) \mid X(f, k)) \} \} \quad (1.37)$$

La fonction du gain³ qui satisfait l'équation (1.36) est donnée par :

$$G_{LSA}(f, k) = \frac{RSB_{prio}(f, k)}{1 + RSB_{prio}(f, k)} \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_{V_k}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \right\} \quad (1.38)$$

Les auteurs dans [19] et [22] ont fait quelques subjectives comparaisons entre les estimateurs SCTA-MEQM et LSA-MEQM pour prouver que la parole rehaussée en utilisant l'estimateur LSA-MEQM souffre beaucoup moins du bruit résiduel, alors qu'il n'y a aucune différence perceptible de la qualité rehaussée de la parole elle-même.

1.3.4 De l'importance de l'estimation des RSB

Dans le paragraphe précédent sur les méthodes d'estimation de $|S(f, k)|$, on a vu intervenir les définitions de deux RSB : l'un exprime un RSB pris sur un intervalle de temps long, le RSB *a priori* (équation (1.9)), tandis que l'autre s'attache à représenter les variations instantanées du RSB, le RSB *a posteriori* (équation (1.10)). L'intérêt de ces définitions réside dans l'aspect général de leur formulation : la plupart des filtres mono-voix peuvent s'exprimer en fonction de ces deux RSB. L'estimation de ces RSB est un paramètre prépondérant qui conditionne la qualité finale de l'algorithme de réduction de bruit. On a vu rapidement que l'estimation faite par la soustraction spectrale de puissance modifiait la coloration du bruit en sortie, et nécessitait des conditions.

Approche pour le calcul du RSB *a priori* "decision directed"

Si le calcul du RSB *a posteriori* ne pose aucune difficulté une fois la dsp du bruit connue, celui du RSB *a priori* est plus complexe. Il faut en effet intervenir la dsp du signal : bien que l'on considère son estimation à long terme, cette dsp fluctue au cours du temps et ne peut être supposée constante sur une période de temps excédant quelques centaines de millisecondes ; elle doit finalement être réestimée régulièrement. Ephraim et Malah ont proposé un estimateur du RSB *a priori* par l'approche dirigée de la forme suivante [19] :

$$RSB_{prio}(f, k) = \beta_p \frac{|\hat{S}(f, k-1)|^2}{\hat{\gamma}_b(f, k)} + (1 - \beta_p) \mathbf{P}(RSB_{post}(f, k)) \quad (1.39)$$

²Dans cet article, l'estimateur présenté minimise l'EQM du logarithme du spectre (Minimum Mean-Square Error Log-Spectral Amplitude estimator (MMSE-LSA)).

³Pour des dérivations détaillées se référer à [22].

où $\mathbf{P}(\cdot)$ est la fonction de redressement mono-alternance ($\mathbf{P}(y) = \frac{1}{2}(y + |y|)$) et β_p un coefficient d'oubli ($0 < \beta_p < 1$).

Cette approche permet d'une part de prendre en compte les variations rapides quand le RSB *a posteriori* est fort et donc de suivre les variations de la parole, et d'autre part de lisser quand ce dernier est faible, suggérant la présence de bruit seul [18]. Cette approche réduit fortement le bruit musical.

Remarque

Dans [24], Scalart et Filho ont examiné l'utilisation de l'approche d'estimation du RSB a priori avec le filtre standard de Wiener. Cette approche se montre efficace et joue un rôle significatif dans la réduction de bruit musical.

1.4 Estimation du niveau de bruit

L'estimation de la puissance spectrale de bruit est un des éléments critiques de toute opération de rehaussement de la parole. Ainsi, l'efficacité des méthodes de rehaussement par atténuation spectrale à court-terme décrites précédemment repose sur une estimation préalable correcte du niveau de bruit.

Cette estimation doit fournir une information précise et fiable sur la *densité spectrale de puissance* du bruit, c'est-à-dire une information à la fois sur le niveau du bruit et sur son contenu spectral.

En l'absence de connaissances *a priori* sur la densité spectrale de puissance réelle du bruit, la seule hypothèse de départ des méthodes d'estimations du niveau de bruit est de considérer que celui-ci est *stationnaire* ou *quasi-stationnaire*. De manière plus rigoureuse, cela revient principalement à considérer que les statistiques du bruit de fond varient lentement par rapport à celles du signal source.

A partir de ces hypothèses, deux types de méthodes sont envisageables pour estimer la densité spectrale de puissance du bruit :

- soit la mise à jour de l'estimation se fait uniquement dans les périodes de silence, c'est-à-dire dans les trames temporelles où le signal source est supposé absent,
- soit l'estimation est réalisée de manière continue au moyen d'une règle de mise à jour prenant en compte la nature quasi-stationnaire du bruit de fond.

Dans les différents contextes applicatifs de réduction de bruit, le signal source n'est, en général, pas présent dans toutes les trames temporelles. Dans le cadre du traitement de la parole, notamment, le signal est régulièrement ponctué de périodes de silences au sein desquels seul le bruit de fond persiste. Sous l'hypothèse de quasi-stationnarité du bruit de fond, il est alors commode d'utiliser ces périodes de silence pour mettre à jour l'estimation de la densité spectrale de puissance du bruit. On suppose alors que le bruit de fond conserve les mêmes statistiques en dehors de ces périodes.

Dans ce cas de figure, la difficulté consiste alors à définir avec précision si le signal source est présent ou non à un instant donné et requiert, par conséquent, l'utilisation d'un Détecteur d'Activité Vocale (DAV).

Lorsque le signal de parole est détecté, il n'y a donc pas de mise à jour de l'estimation de la densité spectrale de puissance. Inversement, lorsque le signal de parole est absent, la

mise à jour est effectuée, notamment selon la méthode du périodogramme lissé.

L'estimation de $|\hat{B}(f, k)|^2$ est obtenue à partir de $|X(f, k)|^2$ qui est lui même généralement défini selon la méthode du périodogramme. A chaque indice de trame k , la valeur de $|\hat{B}(f, k)|^2$ est mise à jour selon une équation récursive du premier ordre, la mise à jour est contrôlée par le paramètre de lissage λ_b (compris entre 0 et 1) :

$$|\hat{B}(f, k)|^2 = \lambda_b |\hat{B}(f, k-1)|^2 + (1 - \lambda_b) |X(f, k)|^2 \quad (1.40)$$

Le paramètre de lissage λ_b (appelé aussi coefficient d'oubli) joue un rôle prépondérant dans le sens donné à cet estimateur.

Pour un λ_b fort (≥ 0.9), l'estimation tend à privilégier les statistiques à long-terme du signal, en lissant les composantes à court-terme.

1.5 Combinaison de deux estimateurs dans le domaine ondelette

Réduire considérablement le bruit de fond est un problème qui a attiré l'attention de beaucoup de chercheurs dans le domaine de rehaussement de la parole [12, 18, 19, 22, 24, 27]. Dans ce contexte, plusieurs travaux ont été menés dans le but d'attendre un réducteur de bruit meilleur. L'utilisation des systèmes hybrides a donnée ces preuves dans de nombreux domaines. En s'inspirant de cette méthodologie, nous avons proposé deux configurations pour la réduction de bruit en utilisant une combinaison de deux estimateurs dans le domaine ondelette pour chaque configuration. Ces deux propositions ont été présentées d'abord dans deux congrès différents :

- **Réduction de bruit basée sur la combinaison de la soustraction spectrale et le filtre de Wiener dans le domaine ondelette**

Farid Ykhlef *et al.*, "Combined Spectral Subtraction and Wiener Filter Methods in Wavelet Domain for Noise Reduction," au "Second International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP)" [25],

- **Rehaussement de la parole basé sur la combinaison de la soustraction spectrale et l'estimateur Log spectral d'amplitude du minimum de l'erreur quadratique moyenne dans le domaine ondelette**

Farid Ykhlef *et al.*, "Speech Enhancement Based on Combination of Spectral Subtraction and a Minimum Mean-Square Error Short-Time Log-Spectral Amplitude Estimator in Wavelet Domain," au "5th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP)" [26]

Ces deux nouvelles structures sont basées sur une combinaison parallèle de deux estimateurs dans le domaine ondelette. Cependant, le système hybride proposé nécessite l'utilisation de la transformation en ondelette discrète. Dans ce paragraphe, on va décrire seulement l'implémentation de la transformée en ondelettes discrète par banc de filtres. Ce vaste sujet sur la théorie d'ondelette ne sera pas traité de façon exhaustive. De nombreux ouvrages de référence existent dans la littérature adressant la théorie de la transformée en ondelettes, qui contiennent toutes les preuves mathématiques et les développements théoriques associés [28, 29, 30, 31, 32, 33, 34].

1.5.1 Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes discrète ("Discrete Wavelet Transform DWT" en anglais) est un nouveau et promettant ensemble d'outils et de techniques pour le traitement du signal. La théorie des ondelettes trouve ses fondements dans la théorie des bancs de filtres. Dans un article écrit en 1987 [35], Stéphane Mallat a tracé un parallèle entre les fonctions de représentation temps-échelle inspirées par le travail de Morlet et les filtres miroirs en quadrature étudiés par Burt, Adelson et Simoncelli pour effectuer de la compression d'images. Il a mis en avant une certaine catégorie de décompositions en ondelettes qui peuvent être réalisées numériquement en un temps très court par une "transformée en ondelettes rapide", pour laquelle l'ondelette de base doit être écrite comme convolution infinie de filtres discrets⁴.

Cette décomposition a été introduite par S. Mallat, dans le cadre des AMR (Analyse MultiRésolution) orthogonales de première génération [30]. Ils s'inspirent du schéma de codage en sous-bandes, utilisé depuis longtemps en traitement du signal : on décompose un signal $y(n)$ en deux composantes, l'une qui contient les basses fréquences, cA (appelées coefficients d'approximation), l'autre qui contient les hautes fréquences, cD (appelées coefficients de détail). Par similarité avec ce schéma on peut appeler le filtre h , filtre passe-bas, et le filtre g , filtre passe-haut.

Pour la reconstruction, on utilise les filtres h' et g' [33]. La manipulation mathématique qui effectue la synthèse s'appelle la transformée en ondelettes discrète inverse (Inverse Discrete Wavelet Transform "IDWT" en anglais). L'analyse en ondelette par bancs de filtres consiste à filtrer puis sous-échantillonner et le processus de synthèse consiste à sur-échantillonner puis filtrer. L'algorithme de décomposition et de reconstruction est illustré par la figure (1.6).

Par ailleurs, nous devons ajouter qu'il existe plusieurs familles classiques d'ondelettes qui portent en général soit le nom de leur auteur, soit celui d'une propriété : Haar, Daubechies, Coifflets, Symlet, Biorthogonal, *etc.* Dans notre cas, nous avons choisi l'ondelette de Daubechies [32].

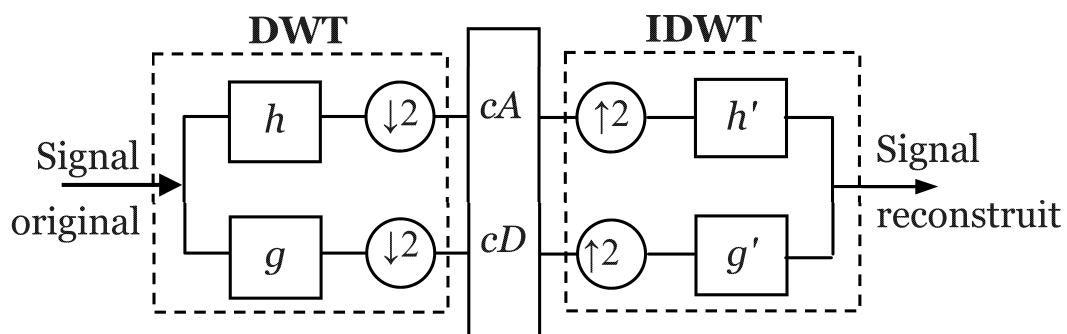


FIG. 1.6 – Algorithme de décomposition et de reconstruction. $\downarrow 2$: sous-échantillonneur, $\uparrow 2$: sur-échantillonneur.

⁴Pour plus d'informations, le lecteur est invité à consulter l'article en question.

1.5.2 Le système hybride

Le système proposé pour le rehaussement de la parole est illustré par la figure (1.7). L'idée consiste à rehausser les coefficients d'approximation (cA) résultants de la transformation DWT du signal de parole bruitée par la soustraction spectrale et les coefficients de détail (cD) résultants aussi de cette transformation DWT par le Filtre de Wiener (FW) pour la première proposition [25] ou par l'estimateur Log spectral d'amplitude du minimum de l'erreur quadratique moyenne (LSA-MEQM) pour la seconde proposition [26]. Les coefficients rehaussés d'approximation et de détail (cAr , cDr) sont transformés dans le domaine temps en utilisant la transformation inverse IDWT.

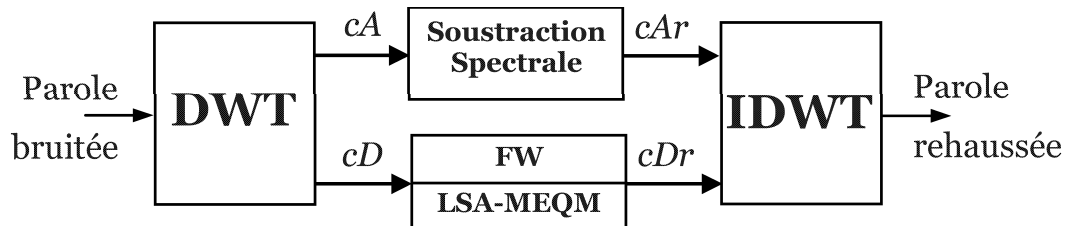


FIG. 1.7 – Le système hybride.

1.6 Résultats et discussion

Lors de cette étude, nous avons cherché à caractériser l'efficacité des méthodes hybrides proposées ((SS/FW)-O) et ((SS/LSA-MEQM)-O) basées sur la modification spectrale à court-terme pour la réduction de bruit.

A cette fin, et dans un but de comparaison des performances, on introduit ici sept algorithmes, cinq issus de la littérature :

- Soustraction spectrale (SS) [10],
- Soustraction spectrale multi-bandes (SSMB) [17],
- Filtre de Wiener (FW) [24] (le filtre de Wiener utilisé est basé sur l'estimation donnée par l'équation (1.39)),
- Estimateur Spectral et Log Spectral d'Amplitude du Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (SCTA-MEQM et LSA-MEQM) [19] et [22].

et dont deux que nous avons proposé :

- Réduction de bruit basée sur la combinaison de la soustraction spectrale et le filtre de Wiener dans le domaine ondelette ((SS/FW)-O) [25],
- Rehaussement de la parole basé sur la combinaison de la soustraction spectrale et l'estimateur Log spectral d'amplitude du minimum de l'erreur quadratique moyenne dans le domaine ondelette ((SS/LSA-MEQM)-O) [26].

Le protocole d'évaluation consiste à comparer ces différents algorithmes sur une tâche de rehaussement d'un signal corrompu artificiellement par un bruit additif. Comme le niveau de bruit introduit dans le signal est connu, il est alors possible d'évaluer de manière objective le rehaussement apporté par chacune des méthodes à travers l'augmentation du RSB (RSB_{ent}).

1.6.1 Choix d'implémentations

Afin de simplifier la lecture de ce document, nous ferons désormais référence aux sept méthodes par leur abréviations.

Pour les différents algorithmes, l'analyse du signal s'accompagne d'un traitement des données par blocs, fenêtrés au moyen d'une fenêtre de Hamming et se recouvrant selon un taux de recouvrement de 40%. Pour cette étude, l'analyse fréquentielle à court-terme précédant chaque règle d'atténuation spectrale (voir figure (1.1)) est réalisée au moyen d'une TFCT sur 512 points.

1.6.2 Corpus de test

Les signaux à rehausser sont des signaux bruités artificiellement à partir d'un signal de parole auquel nous avons ajouté différents types de bruit à différents niveaux de RSB_{ent} . Tous les signaux traités sont échantillonnés à la fréquence de $16kHz$ et quantifiés sur 16 bits. Les signaux de bruits utilisés sont issus de la base de données *Noisex-92* disponible sur le site internet du *DSPgroup* de l'université de *RICE* (USA) au sein de la banque d'informations SPIB [38].

Ces bruits sont des bruits large-bande et sont constitués respectivement :

- du bruit blanc,
- du bruit de voiture (prise de son dans l'habitacle du véhicule),
- du bruit de voix (bruit d'ambiance d'une salle de réfectoire) appelé, ici, *bruit de brouhaha*.

Pour chaque type de bruit, on synthétise les signaux bruités en ajoutant le bruit au signal original de manière à atteindre les niveaux de RSB_{ent} suivants :

- pour le bruit blanc : de -5 à 25 dB de RSB_{ent} ,
- pour le bruit de voiture : de -15 à 15 dB de RSB_{ent} et
- pour le bruit de brouhaha : de -10 à 20 dB de RSB_{ent} .

Comme on peut le constater, les valeurs de RSB_{ent} choisies pour ces signaux sont de niveaux distincts. En particulier, pour le bruit de voiture, les niveaux de RSB_{ent} sont $5dB$ plus bas que pour le brouhaha et $10dB$ plus bas que pour le bruit blanc. Cette différence est justifiée par la différence de pouvoir masquant de ces bruits sur le signal. Pour chaque type de bruit, les trois niveaux de RSB_{ent} choisis correspondent approximativement à une sensation subjective équivalente de gêne auditive due au bruit.

Afin de donner une indication plus précise de la coloration spectrale des bruits utilisés, nous avons reproduit sur la figure (1.8) les spectrogrammes respectifs du bruit de voiture et du bruit de brouhaha.

1.6.3 Critères objectifs de qualité

Dans le contexte de la réduction de bruit l'évaluation des performances représente une réelle problématique : en effet, c'est l'oreille humaine qui est le juge final de la qualité du système. De nombreuses mesures existent qui tentent de représenter le plus finement possible l'évaluation subjective.

Il est courant de mesurer le RSB segmental, cette mesure n'est disponible que pour des signaux simulés, *i.e.* lorsque l'on dispose du bruit et de la parole enregistrés séparément.

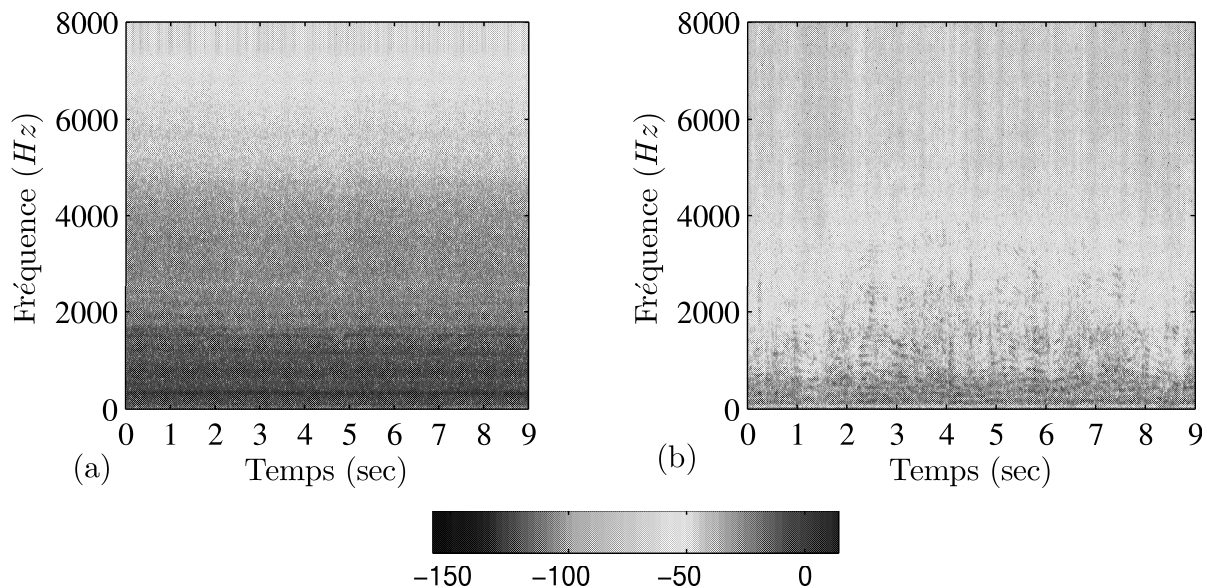


FIG. 1.8 – Spectrogrammes des bruits employés : (a) Bruit de Voiture, (b) Bruit de Brouhaha.

En termes de distorsion, la plupart de distances se basent sur des mesures spectrales. La distance la plus usitée, en reconnaissance de parole notamment, est la distance cepstrale : c'est celle que nous utiliserons pour l'évaluation de la distorsion.

Dans une moindre mesure, on peut citer la distance d'Itakura-Saito [36] ou la mesure cosh. Les résultats de ces dernières sont relativement difficiles à interpréter du fait de la variance importante. Nous retiendrons dans cette étude uniquement le RSB segmental et la distance cepstrale que nous présenterons ci-après.

Le RSB segmental

Définir un rapport signal à bruit sur une période de temps longue n'a que peu de sens dans le cas de la parole, celle-ci étant très peu stationnaire. On définit plutôt le rapport signal à bruit segmental [37], qui est calculé sur des trames de quelques dizaines de millisecondes :

$$RSB_{seg} = \frac{1}{L_{tr}} \sum_{k=1}^{L_{tr}} 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=0}^{N-1} s^2(i + Nk)}{\sum_{i=0}^{N-1} (s(i + Nk) - \hat{s}(i + Nk))^2} \right) \quad (1.41)$$

où N est la taille de la trame⁵, et L_{tr} le nombre de trames.

Cette mesure présente l'avantage de tenir compte de l'évolution du RSB au cours du temps. La parole étant composée de juxtaposition de segments non stationnaires (et non prédictibles) et de segments quasi-stationnaires, le RSB segmental permet d'avoir une mesure qui est plus corrélée avec les mesures subjectives.

⁵ N ayant généralement une durée de 16 millisecondes.

Distance cepstrale

La distance cepstrale fournit une mesure de similarité entre les log-spectres (cepstres) de deux signaux. Pour deux signaux temporels $s_1(n)$ et $s_2(n)$, la distance cepstrale, évaluée pour chaque trame k de N échantillons :

$$DisCep(k) = \sum_{i=1}^{N-1} [\text{IFFT}(\log(|S_1(f_i, k)|) - \log(|S_2(f_i, k)|))]^2 \quad (1.42)$$

où f_i est une fréquence (discrétisée) de la FFT. La fréquence nulle f_0 , correspondant à la puissance des signaux, n'est pas prise en compte.

La raison principale de l'emploi de cette distance vient du comportement de l'oreille humaine, plus sensible aux variations logarithmiques. Cette distance peut également être calculée à partir des coefficients auto-régressifs (AR) estimés sur chaque trame de parole.

1.6.4 Résultats

Les résultats obtenus sont rassemblés et illustrés sous forme graphique dans les figures de (1.9) à (1.11). Les RSBs de sortie globale (RSB_{sor}) de chaque méthode sont superposées sur un même graphe pour chaque type de bruit en fonction du RSB d'entrée (RSB_{ent}). Cette représentation de résultats est adoptée aussi pour le RSB segmental (RSB_{seg}) ainsi que pour la distance cepstrale finale (cette distance cepstrale finale est obtenue par moyennage sur les différentes trames).

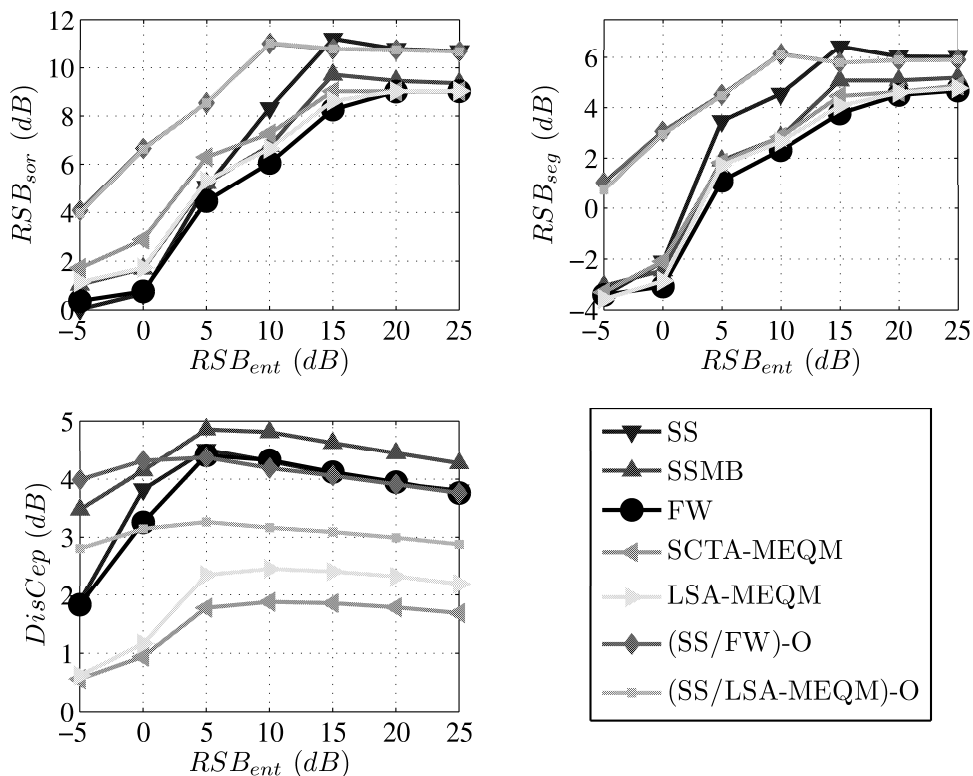


FIG. 1.9 – Résultats du traitement des sept méthodes pour un bruit Blanc.

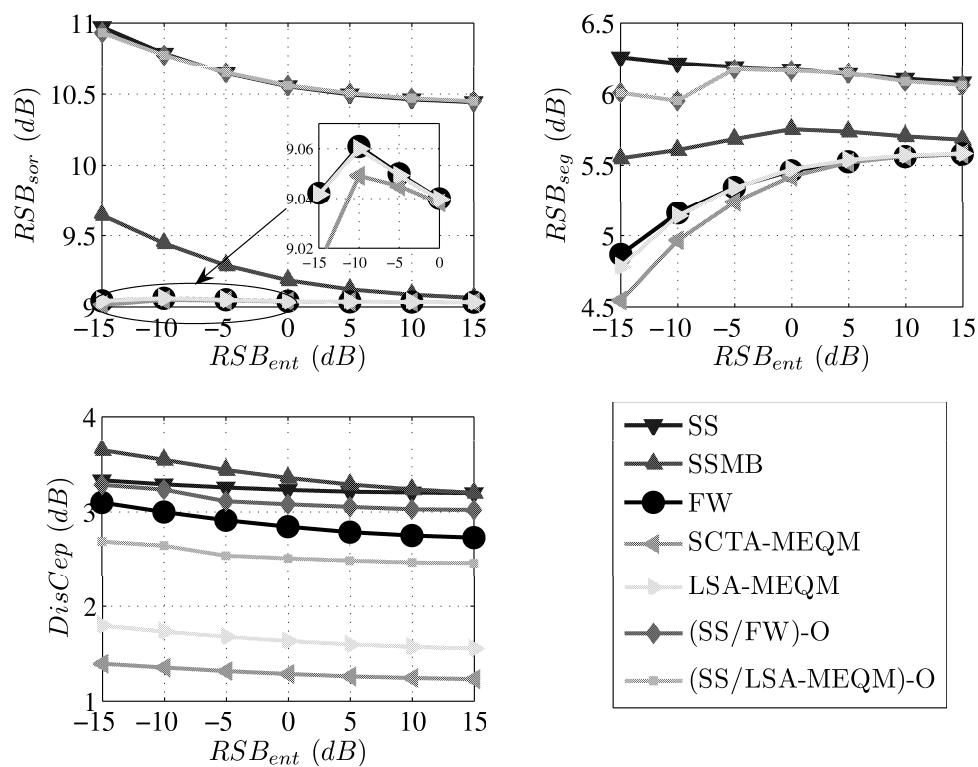


FIG. 1.10 – Résultats du traitement des sept méthodes pour un bruit de Voiture.

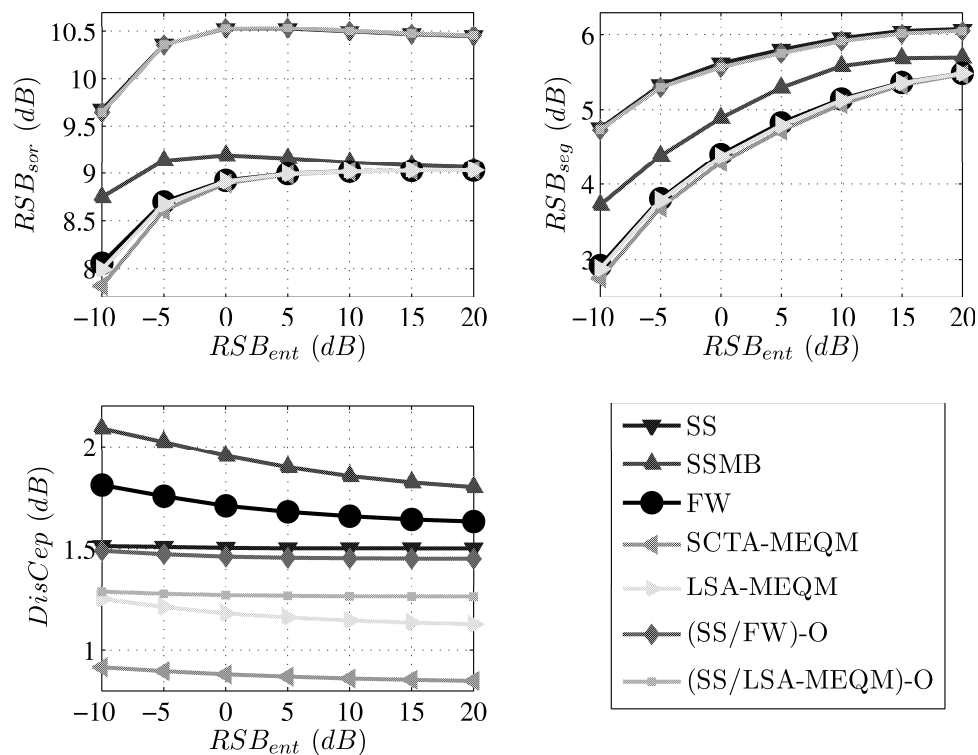


FIG. 1.11 – Résultats du traitement des sept méthodes pour un bruit de Brouhaha.

Dans la grande majorité des cas, le RSB de sortie global et RSB segmental ont été substantiellement améliorés, confirmant ainsi la qualité des deux systèmes hybrides proposés à réduire le bruit de fond. En première analyse, les résultats obtenus montrent en effet que les implémentations de deux estimateurs en structure parallèle sous bancs de filtres en ondelettes ((SS/FW)-O ou (SS/LSA-MEQM)-O) donnent, en général, des résultats quantitatifs du même ordre sur 512 points de TFCT pour les trois type de bruit utilisés. La seule exception est le cas de la mesure de distorsion donnée par la distance cepstrale où les méthodes classiques (SCTA-MEQM et LSA-MEQM) se montrent nettement plus efficaces.

En terme de distorsion minimale, les estimateurs combinés ((SS/FW)-O) et ((SS/LSA-MEQM)-O) donnent les meilleures performances sur l'ensemble des RSB traités. On note aussi que les mesures par distances cepstrales dégagent une hiérarchie claire : l'estimateur hybride ((SS/LSA-MEQM)-O) présente un avantage par rapport à l'estimateur ((SS/FW)-O). Globalement, les performances de l'estimateur ((SS/LSA-MEQM)-O) semble bénéficier des avantages des méthodes statistiques et les méthodes basées sur l'estimateur avec modèle de parole plus que l'estimateur ((SS/FW)-O).

Les représentations temporelles et les spectrogrammes prennent aussi part de cette analyse. Dans le cadre des applications mains-libres dans une voiture, nous avons choisi de représenter ces résultats pour un bruit de voiture. Les figures (1.13) et (1.14) montrent les résultats d'un rehaussement pour une parole bruitée par un bruit de voiture à $-15dB$.

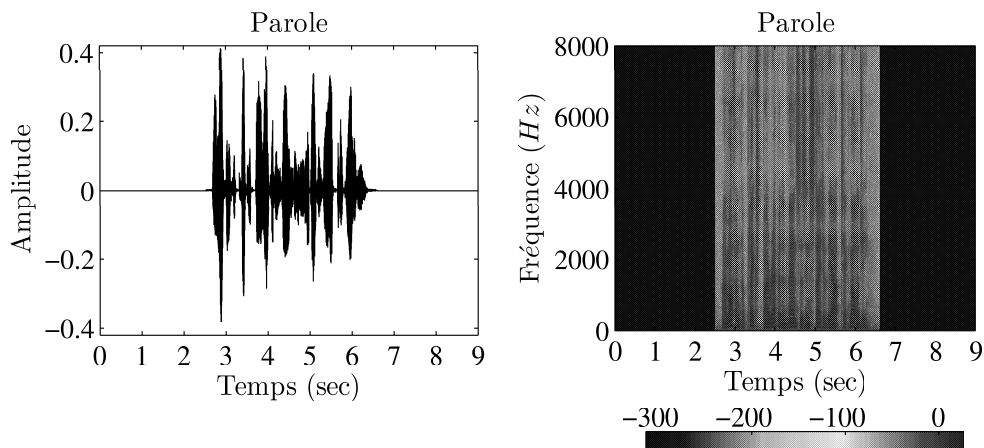


FIG. 1.12 – Parole de test non bruitée avec son spectrogramme.

Les résultats des RSBs pour le filtre de Wiener, SCTA-MEQM et LSA-MEQM présentent dans l'ensemble le même profil. En ce qui concerne la distance cepstrale pour ces estimateurs, le filtre de Wiener présente un désavantage par rapport aux autres (*cf.* figures (1.9) à (1.11)). À la lumière de cette conclusion, nous proposons d'améliorer le comportement du filtre de Wiener en introduisant une simple modification dans le calcul du $RSB_{prio}(f, k)$ dans l'équation (1.39). Le principe de cette méthode sera présenté dans la section suivante avec quelques résultats en comparaison avec le filtre de Wiener classique.

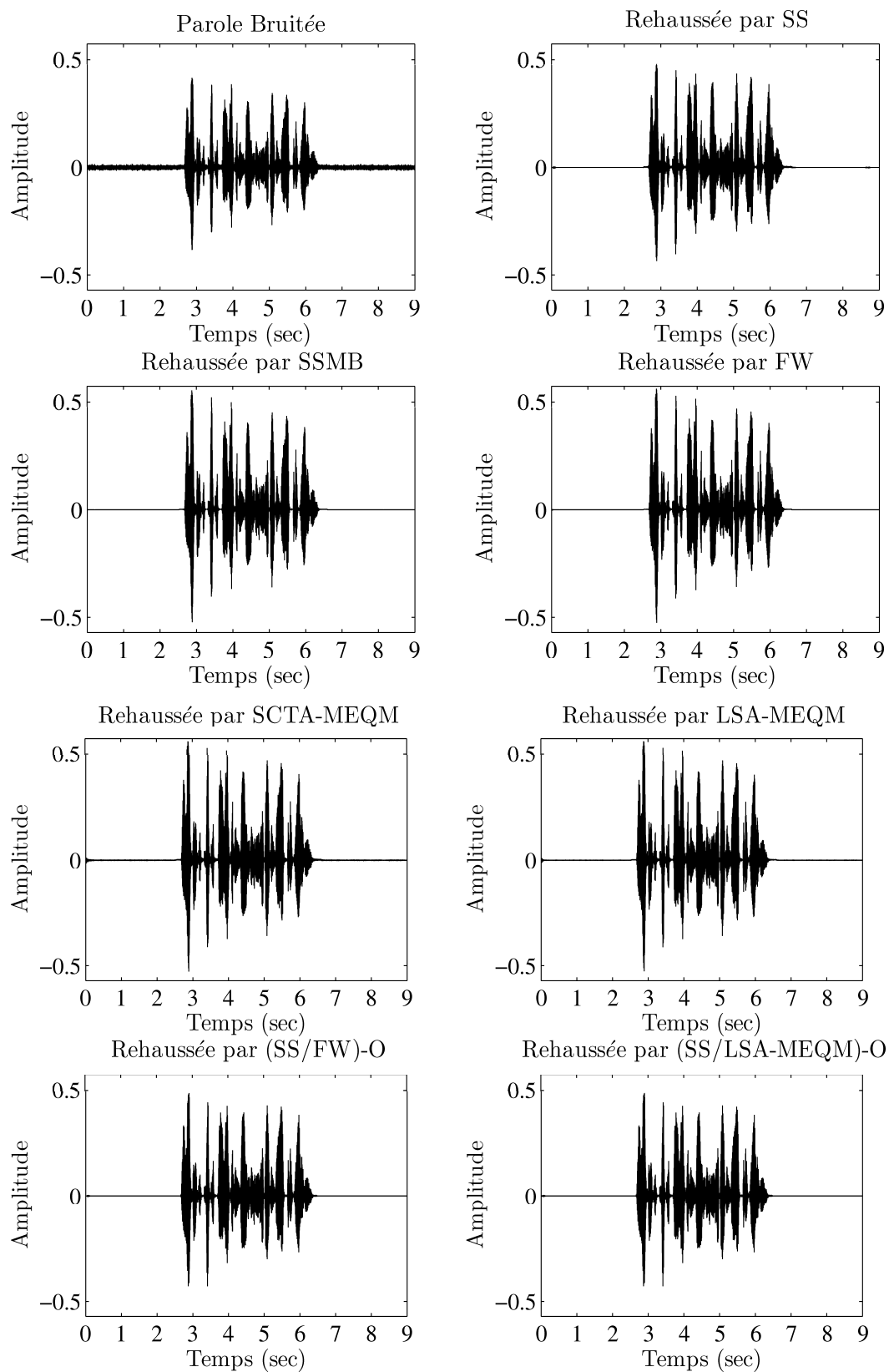


FIG. 1.13 – Représentations temporelles : Parole bruitée avec son rehaussement par les différents algorithmes étudiés.

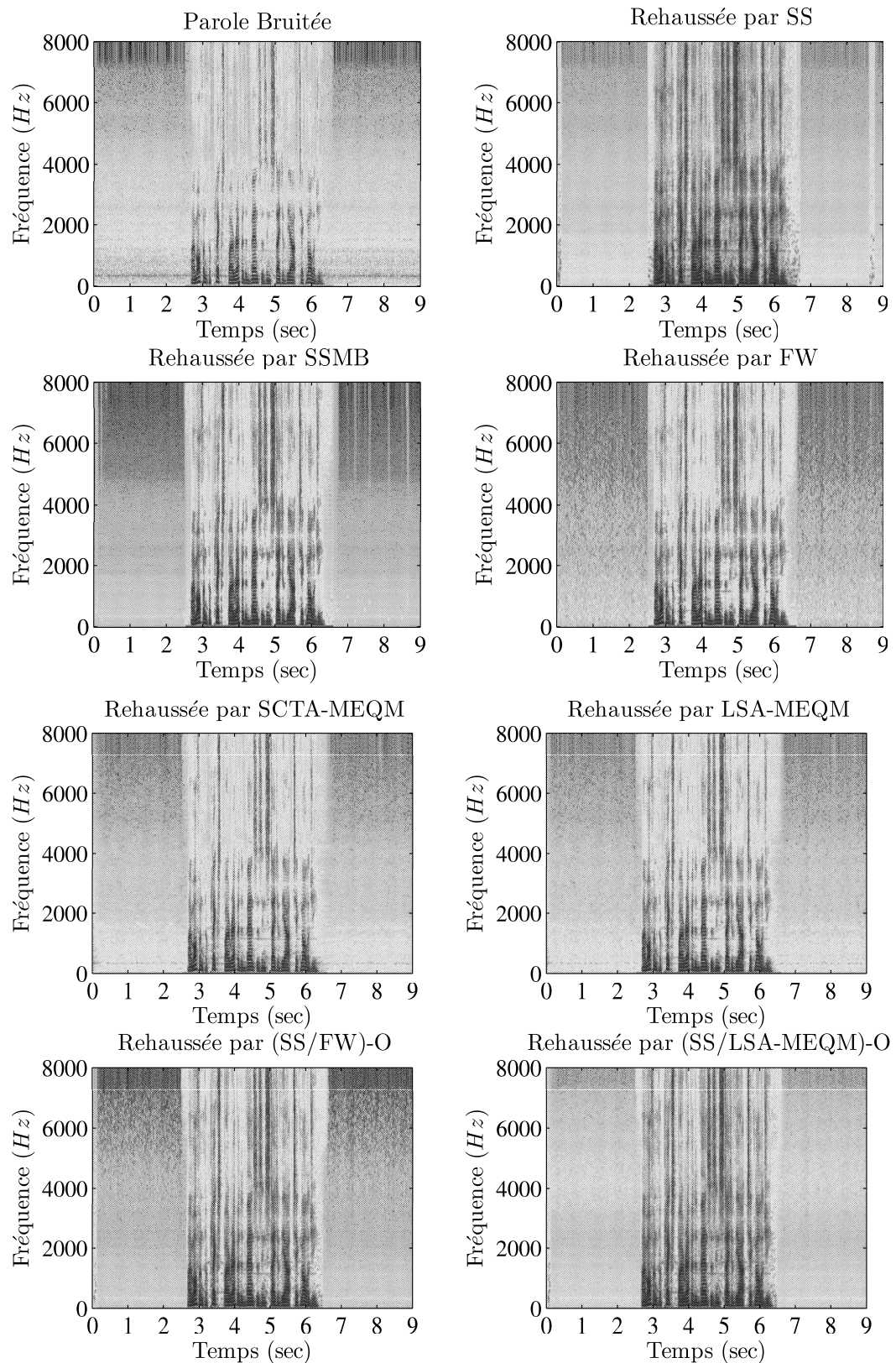


FIG. 1.14 – Spectrogrammes : Parole bruitée avec son rehaussement par les différents algorithmes étudiés.

1.6.5 Amélioration du filtre de Wiener

Nous avons abordé dans le paragraphe (1.3.4) l'importance de l'estimateur du RSB *a priori* dans l'élimination du bruit musical. En outre, il a été constaté que le coefficient d'oubli β_p est le paramètre dominant dans l'équation (1.39) pour le calcul du RSB *a priori*. En termes de résultats avec le filtre de Wiener, si β_p est faible, le bruit de fond sera réduit avec moins de distorsion dans la parole rehaussée, cela signifie une adaptation rapide du RSB *a priori* dans l'équation (1.39), mais le bruit musical sera audible. Inversement, si β_p est grand, le bruit musical est réduit au minimum, mais avec une légère distorsion du signal rehaussé.

Pour une fréquence d'échantillonnage de 16 *kHz* et des fenêtres de 512 échantillons se chevauchant à 40%, nous avons mené une série de tests sur les résultats des RSBs et la distance cepstrale du filtre de Wiener donné par l'équation (1.25). L'idée dans ce cas est d'observer le comportement moyen de ces mesures (RSBs et la distance cepstrale) en fonction du coefficient d'oubli β_p . On a constaté d'après ces résultats qu'il existe un compromis entre ces deux mesures pour le choix du coefficient d'oubli β_p . Une valeur de β_p proche de 1 améliore les RSBs mais désavantage la distance cepstrale. Alors qu'une valeur faible de β_p diminue les RSBs et améliore la distance cepstrale.

Dans la littérature et, en particulier, dans [39], les auteurs proposent dans le cadre d'annulation d'écho avec filtre optimal de rendre adaptatif le coefficient d'oubli β_p dans l'équation (1.39), comme :

$$\beta_p(f, k) = \beta_p - \lambda_p W(f, k - 1) = \beta_p - \lambda_p \frac{RSB_{prio}(f, k - 1)}{1 + RSB_{prio}(f, k - 1)} \quad (1.43)$$

où λ_p est choisi par simulations⁶.

Cette approche permet de privilégier l'annulation des perturbations lorsque le RSB *a priori* est faible (lissage, et donc faibles variations de $RSB_{prio}(f, k)$) et de privilégier les variations dynamiques du signal utile par un lissage plus faible de l'estimation de $RSB_{prio}(f, k)$ lorsque la parole locale est présente.

En se basant sur cette approche ainsi que sur les résultats expérimentaux obtenus, on propose de calculer le coefficient d'oubli β_p par la formule suivante :

$$\beta_p(f, k) = \beta_p - \mu_p \frac{1}{1 + RSB_{prio}(f, k - 1)} \quad (1.44)$$

où le paramètre μ_p est un réel strictement positif. La valeur de μ_p est choisie par simulations. Les meilleurs résultats sont obtenus pour un $\mu_p=0.02$. Par la suite, les abréviations FWM_{old} et FWM_{new} seront attribuées respectivement au filtre de Wiener modifié proposé dans [39] et celui qui correspond à notre proposition.

D'après les figures de (1.15) à (1.17), on peut constater que le désavantage souligné au paragraphe précédent a été largement rattrapé par l'introduction de la modification du filtre de Wiener.

Les résultats de la distance cepstrale nous ont permis de vérifier le bon comportement de la méthode proposée face au problème de distorsion de la parole rehaussée.

⁶dans [39] $\lambda_p = 0.6$.

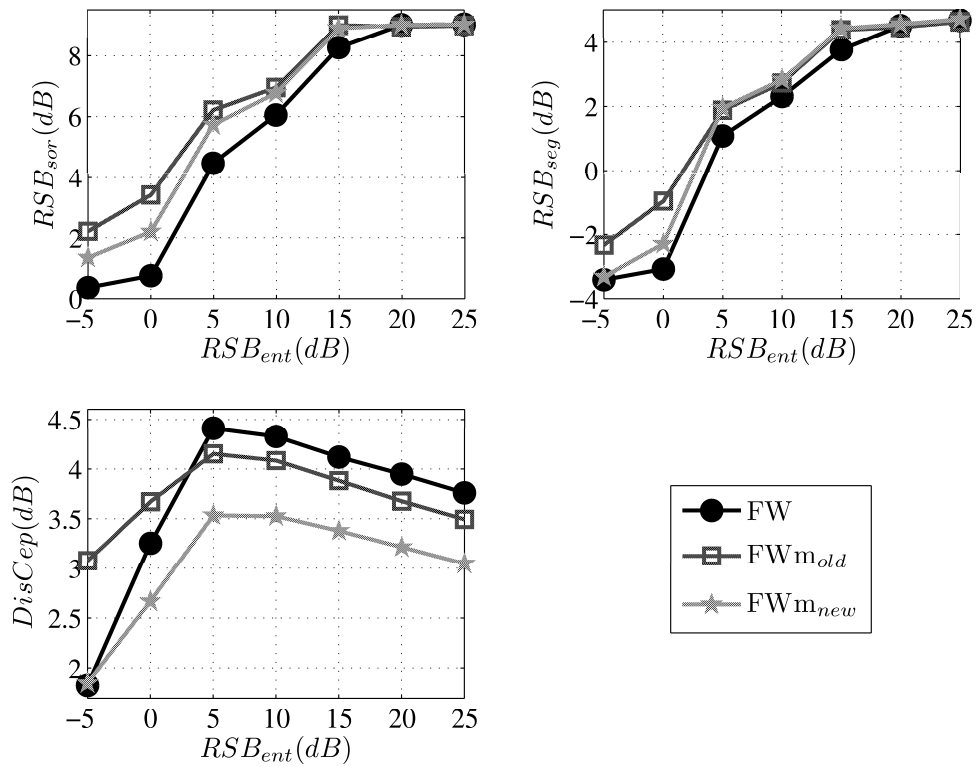


FIG. 1.15 – Résultats du filtre de Wiener modifié pour un bruit Blanc.

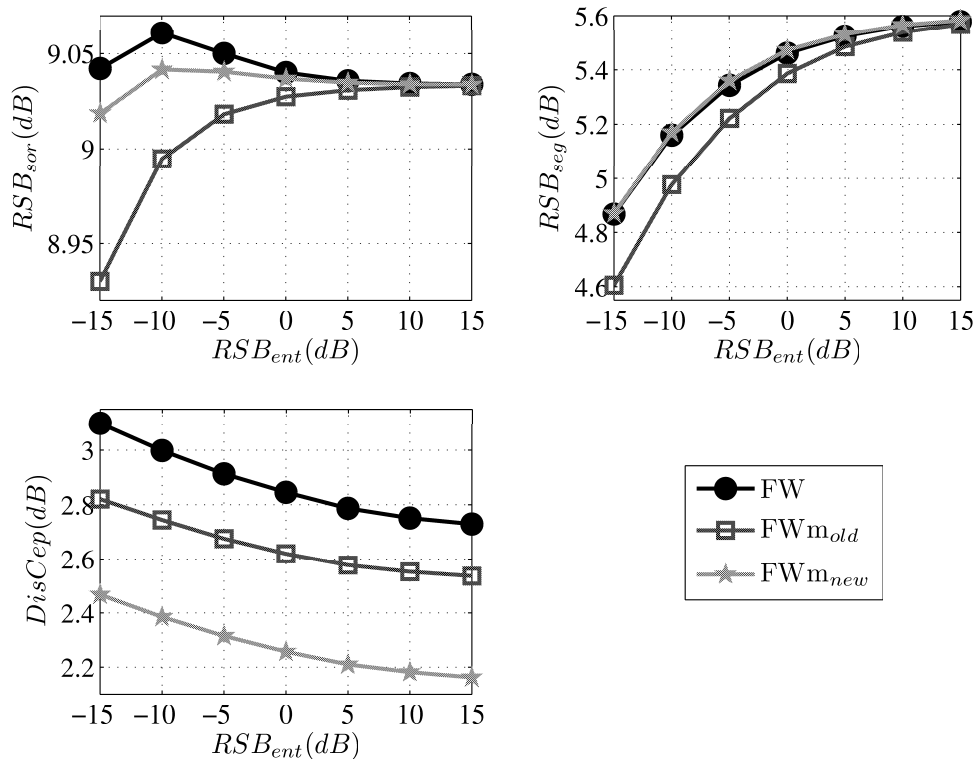


FIG. 1.16 – Résultats du filtre de Wiener modifié pour un bruit de Voiture.

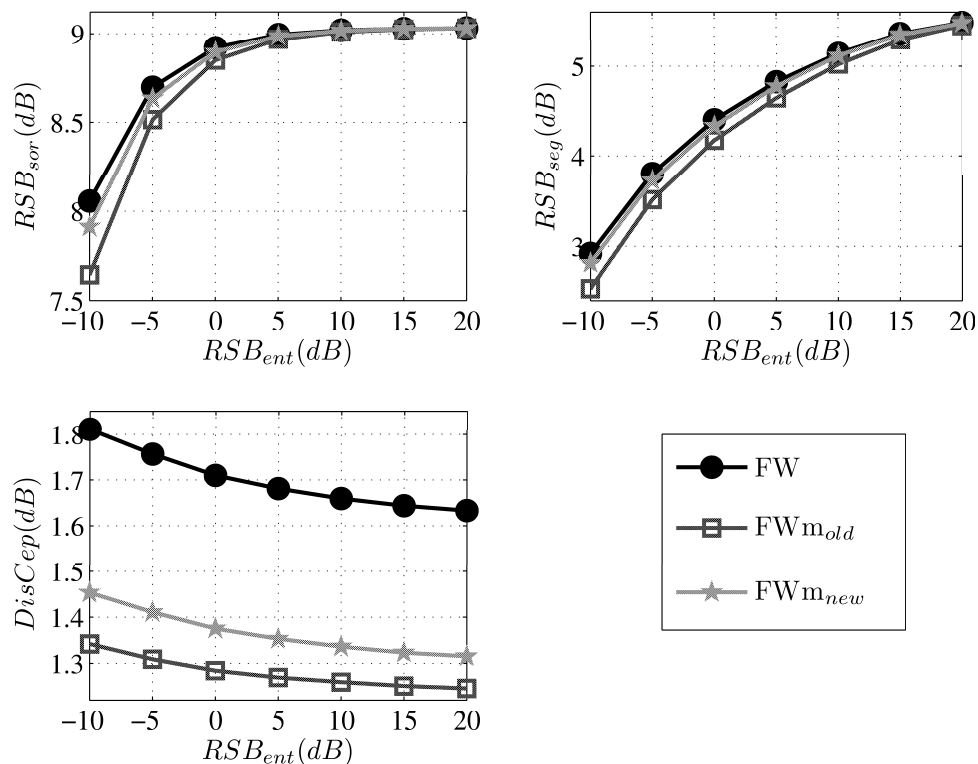


FIG. 1.17 – Résultats du filtre de Wiener modifié pour un bruit de Brouhaha.

1.7 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté une revue sur les techniques de réduction de bruit basées sur la modification spectrale à court-terme.

Si ces techniques utilisées sont efficaces, elles peuvent toujours être améliorées. Pour cela, une modification possible était l'utilisation de nouvelles structures pour améliorer le rehaussement de la parole bruitée.

Nous avons mis en œuvre trois nouvelles structures dont deux sont des combinaisons de deux méthodes connues dans le domaine ondelette et la troisième est une modification du filtre de Wiener.

Les différents tests nous ont permis de conclure que les deux nouvelles approches combinées avaient toutes des performances similaires et elles apportaient d'améliorations par rapport aux techniques de référence. La troisième solution proposée présente aussi des améliorations comparables avec moins de complexité de calcul, puisque le filtre de Wiener est moins complexe que les techniques basées sur l'estimation avec modèle de parole.

Les méthodes mono-voie sont contraintes de faire l'hypothèse particulièrement pénalisante de stationnarité (à long-terme) du bruit. Cette hypothèse, qui n'est pas valide dans la plupart des cas, est en partie à l'origine du bruit musical généralement observé. L'apport d'informations fournies par une seconde voie d'observation permet d'envisager une discrimination des signaux de parole et de bruit sur des critères autre que celui de la stationnarité : second capteur permet notamment d'introduire des considérations spatiales sur les signaux.

Au prochain chapitre, nous explorons les méthodes adaptatives afin de remédier au problème de non stationnarité du bruit.

Chapitre 2

Réduction de bruit adaptative

Le filtrage adaptatif est utilisé de façon répandue en annulation d'échos (la partie annulation d'écho sera traitée en détail dans la deuxième partie de cette thèse), en égalisation de canaux, et en réduction de bruit en communications; en annulation de la rétroaction dans les appareils auditifs; en contrôle actif des bruits; *etc...*

Ce chapitre concerne la réduction de bruit adaptative basée sur l'algorithme des moindres carrés récursif rapide (Fast Recursive Least Squares "FRLS" en anglais). Il est bien connu que l'algorithme (FRLS) des moindres carrés récursif rapide souffre de l'instabilité numérique sous les effets de la précision arithmétique finie. Dans ce travail, une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS (NS-FRLS) a été proposée avec une analyse des caractéristiques de stabilité. L'analyse est basée sur un modèle linéaire pour le calcul des erreurs du filtre adaptatif. Les résultats expérimentaux à la fin de ce chapitre, confirment les mérites du filtrage adaptatif basé sur l'algorithme NS-FRLS proposé.

Cette partie de notre travail a donné lieu à la publication d'un article dans la revue *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* [40] :

- Farid Ykhlef *et al.*, "Adaptive noise reduction using numerically stable fast recursive least squares algorithm", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Edition John Wiley & Sons, vol. 21 , N. 4, pp 354-374, May 2007.

2.1 Introduction

Le bruit est inévitable dans les applications du traitement de la parole. Une autre application fortement influencée par le bruit est liée aux téléphones mains-libres où le bruit de fond réduit le rapport signal à bruit (RSB) et l'intelligibilité de la parole [41]. Un des problèmes principaux avec l'opération mains-libres dans une voiture est lié au niveau du bruit de fond élevé. Le bruit additif dans la voiture peut être du moteur, de la route, du vent, des secousse, lors du passage d'une autre voiture dans la direction opposée, *etc...* Une méthode efficace devrait être appliquée pour réduire le bruit afin d'obtenir de bons dispositifs d'identification de la voix de communication ou du téléphone [41, 42, 43]. Les méthodes spectrales, introduites et développées dans le chapitre précédent, ont les inconvénients bien connus tels que la performance limitée aux valeurs basses du RSB et au bruit résiduel retentissant artificiel connu sous le nom du bruit musical.

Le traitement adaptatif des signaux a évolué des méthodes développées pour permettre la commande adaptative des systèmes temps-variables [44]. Il a gagné la popularité due

aux avancées en technologie numérique qui ont augmenté la capacité de calcul et ont élargi la portée du traitement du signal numérique.

Le traitement adaptatif du signal est un sujet d'importance majeure par ses applications. Il s'agit d'une classe d'algorithmes d'optimisation mis en œuvre en temps réel et assurant automatiquement l'optimisation d'un système en fonction de son environnement et son adaptation lors des fluctuations de ce dernier. L'importance prise récemment par les traitements adaptatifs découle naturellement des progrès technologiques permettant des calculs très élaborés avec les processeurs rapides. C'est dans le domaine de l'égalisation des voies de transmission de données que les premiers filtres adaptatifs ont été vulgarisés vers 1965 [45].

Pour l'extraction de l'information contenue dans un signal additivement bruité, nous nous intéressons au cas pratique où nous avons accès à une référence-bruit corrélée au bruit perturbateur. Ce problème conduit à la définition du réducteur de bruit. Il s'agit de construire un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF), qui excité par la référence-bruit, fournit une estimation du bruit perturbant additivement le signal utile. Une approche classique consiste à déterminer ce filtre RIF en minimisant un critère quadratique : il s'agit de la méthode de Wiener.

Lorsque la corrélation entre la référence-bruit et le bruit perturbateur résulte de l'existence d'un filtrage linéaire et homogène, la méthode de Wiener revient en fait à identifier ce filtre. Dans le cas plus général où le transfert n'est plus linéaire, le filtre obtenu est son approximant dans la classe des filtres linéaires (au sens de l'écart quadratique moyen minimal).

Les algorithmes adaptatifs sont un puissant moyen pour parvenir à optimiser un système de structure spécifiée en fonction d'un environnement donné. Le choix d'un algorithme est relié à des facteurs tels :

- la stabilité de la convergence de l'algorithme,
- la vitesse de convergence de l'algorithme et
- la capacité de poursuite des non stationnarités du système dans le temps.

Les deux algorithmes les plus fréquemment appliqués pour la réduction de bruit adaptative [46] sont l'algorithme du gradient stochastique normalisé (Normalized Least Mean Squares "NLMS" en anglais) [47] et l'algorithme des moindres carrés récursif (Recursive Least Squares "RLS" en anglais) [48].

Considérant ces deux algorithmes, il est évident que l'algorithme NLMS ait l'avantage de la complexité de calcul réduite. Au contraire, la complexité de calcul élevée est le point faible de l'algorithme RLS mais il fournit une vitesse de convergence rapide. Ainsi, il est clair que le choix de l'algorithme adaptatif à appliquer soit toujours un compromis entre la complexité de calcul et la convergence rapide. En outre, il est bien connu que les algorithmes des moindres carrés récursifs rapides (FRLS) puissent produire un bon compromis. Cependant, les algorithmes FRLS souffrent des problèmes d'instabilité numérique [49].

Dans ce travail, une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme des moindres carrés récursif rapide est présentée pour l'application de la réduction de bruit. Nous fournissons également une analyse de stabilité de l'algorithme FRLS stabilisé. Cette analyse est basée sur le modèle linéarisé des états perturbés employée dans la référence [50].

2.2 Réduction de bruit adaptative

2.2.1 Principe

L'opérateur dispose d'une observation bruitée $y(n) = s(n) + v(n)$. La réduction de bruit adaptative est une technique utilisée lorsqu'en plus de $y(n)$, un signal $x(n)$, linéairement corrélé au bruit perturbateur $v(n)$ et indépendant du signal utile $s(n)$ est également accessible. La réduction de bruit adaptative revient alors à un problème d'identification de filtre. Il suffit en effet d'estimer le filtre réel ($\mathbf{W}^{réel}$) qui engendre le bruit $v(n)$ à partir du signal $x(n)$, appelé "référence-bruit seul" (figure (2.1)). Excité par $x(n)$, le filtre reconstruit $\mathbf{W}_N(n-1)$ (où $\mathbf{W}_N(n-1)$ désigne un vecteur d'ordre N contenant les coefficients de la réponse impulsionnelle finie) fournit alors une estimation du bruit, $v(n)$, qui retranchée à l'observation $y(n)$ donne une estimation du signal utile, $s(n)$.

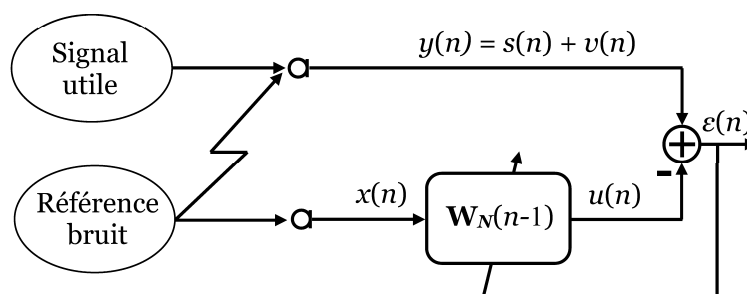


FIG. 2.1 – Schéma de réduction de bruit adaptative.

Dans ces conditions, la sortie du système de la figure (2.1) s'écrit :

$$\varepsilon(n) = y(n) - u(n) = s(n) + v(n) - u(n) \quad (2.1)$$

L'écart quadratique moyen peut alors être exprimée comme :

$$\begin{aligned} E\{\varepsilon^2(n)\} &= E\{(v(n) - u(n))^2\} + E\{s^2(n)\} \\ &\quad + 2E\{(v(n) - u(n))s(n)\} \end{aligned}$$

où $E\{\cdot\}$ désigne la moyenne statistique.

Les hypothèses d'indépendance entraînent l'égalité suivante :

$$E\{\varepsilon^2(n)\} = E\{s^2(n)\} + E\{(v(n) - u(n))^2\} \quad (2.2)$$

La solution optimale du problème de l'estimation de $s(n)$ à partir d'une combinaison linéaire $x(n)$ est fournie par une approche statistique Bayésienne qui consiste à minimiser l'écart quadratique moyen $E\{\varepsilon^2(n)\}$. En d'autres termes la minimisation de $E\{\varepsilon^2(n)\}$ est équivalente à la minimisation de la différence entre $v(n)$ et $u(n)$. Évidemment $E\{\varepsilon^2(n)\}$ est minimal quand $v(n) \approx u(n)$ *i.e.* quand la réponse impulsionnelle du filtre adaptatif imite étroitement la réponse impulsionnelle du chemin de bruit. La minimisation de $E\{\varepsilon^2(n)\}$ peut être réalisée en mettant à jour le filtre $\mathbf{W}_N(n)$. Les algorithmes adaptatifs sont un puissant moyen pour parvenir à résoudre ce problème. L'objectif de l'algorithme adaptatif est de fournir à chaque instant n une estimée la plus fidèle possible. Cette estimée est

réalisée en minimisant une fonction de coût qui dépend des coefficients du filtre adaptatif et plus généralement de l'erreur en sortie du filtre $\varepsilon(n)$ et que l'on notera $E\{\varepsilon^2(n)\}$. Nous allons voir dans les paragraphes suivants les algorithmes qui découlent de ces différentes fonctions de coût.

Comme il est bien connu [47], il y a essentiellement deux familles d'algorithmes d'adaptation, les gradients, encore dénommés "LMS" (Least Mean Squares) et les moindres carrés dits récurrents "RLS" (Recursive Least Squares). Les premiers sont appréciés pour leur mise en œuvre plus simple et leur meilleure stabilité numérique vis-à-vis des erreurs d'arrondi, les seconds sont connus comme ayant une vitesse de convergence supérieure (temps requis pour que $\mathbf{W}_N(n-1)$, se stabilise).

En plus, les algorithmes adaptatifs considérés dans le présent travail sont destinés à atteindre en temps réel l'optimisation d'un certain filtre linéaire ($\mathbf{W}^{réel}$) (chemin de bruit). Ils présentent les trois caractéristiques principales suivantes :

- l'optimisation du filtre est effectuée récursivement au cours du temps, une nouvelle estimation $\mathbf{W}_N(n)$ du filtre ($\mathbf{W}^{réel}$) étant calculée à chaque instant n à partir des données observées dans le passé et des données nouvelles à l'instant n ;
- dans un contexte fixe, ne présentant pas de variations temporelles, le filtre $\mathbf{W}_N(n)$ est capable d'atteindre l'optimalité. C'est la propriété dite d'acquisition ;
- dans un contexte non stationnaire, le filtre $\mathbf{W}_N(n)$, fournit une optimisation qui s'adapte au contexte et varie au cours du temps . C'est la propriété de poursuite.

Bien entendu, les non stationnarités sont de plusieurs types : les "ruptures" qui sont occasionnelles et qu'il faut "acquérir" au plus vite ; et les non stationnarités permanentes qu'il faut "poursuivre" et qui peuvent être soit permanentes déterministes, soit permanentes aléatoires.

2.2.2 L'algorithme du gradient stochastique (LMS)

L'algorithme du gradient stochastique (LMS) est une approximation de l'algorithme du gradient déterministe. Ce dernier est une première approche pour résoudre l'équation de Wiener-Hopf de manière itérative, et il s'écrit [47] :

$$\varepsilon(n) = y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{W}_N(n-1) - \frac{1}{2}\mu \frac{\partial E\{\varepsilon^2(n)\}}{\partial \mathbf{W}_N(n-1)} \quad (2.4)$$

avec

$$\frac{\partial E\{\varepsilon^2(n)\}}{\partial \mathbf{W}_N(n-1)} = -2\mathbf{P}_N(xy) + 2\mathbf{R}_N(xx)\mathbf{W}_N(n-1) \quad (2.5)$$

où $(.)^T$ désigne le transposé d'un vecteur ou d'une matrice et $\mathbf{X}_N(n) = [x(n)x(n-1)\dots x(n-N+1)]^T$ désigne un vecteur qui résume le passé du signal $x(n)$ sur une durée de N échantillons.

Le vecteur $\mathbf{P}_N(xy)$ désigne l'intercorrélation entre l'observation $y(n)$ et le vecteur signal $\mathbf{X}_N(n)$ dans la mémoire du filtre :

$$\mathbf{P}_N(xy) = E\{\mathbf{X}_N(n)y(n)\}$$

La matrice carrée $\mathbf{R}_N(xx)$, d'ordre N donnée par :

$$\mathbf{R}_N(xx) = E\{\mathbf{X}_N(n)\mathbf{X}_N^T(n)\}$$

désigne la matrice d'autocorrelation du signal de référence $x(n)$ dans le filtre, elle est symétrique et définie positive. Cette dernière propriété assure l'existence et l'unicité de la solution optimale.

En utilisant l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_N(xx)\mathbf{W}_N(n-1) - \mathbf{P}_N(xy) &= E\{\mathbf{X}_N(n)\mathbf{X}_N^T(n)\mathbf{W}_N(n-1) - \mathbf{X}_N(n)y(n)\} \\ &= -E\{\mathbf{X}_N(n)\varepsilon(n)\} \end{aligned}$$

l'algorithme du gradient déterministe peut s'écrire comme :

$$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{W}_N(n-1) + \mu E\{\mathbf{X}_N(n)\varepsilon(n)\} \quad (2.6)$$

L'idée des algorithmes de type gradient stochastique est de remplacer la moyenne statistique dans l'algorithme du gradient déterministe de l'équation (2.6) par sa valeur instantanée. On obtient alors l'algorithme résumé par le tableau (2.1).

TAB. 2.1 – L'algorithme LMS.

$$\begin{aligned} \varepsilon(n) &= y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n) \\ \mathbf{W}_N(n) &= \mathbf{W}_N(n-1) + \mu\varepsilon(n)\mathbf{X}_N(n) \end{aligned}$$

Cet algorithme [41] est peut-être l'algorithme le plus largement utilisé pour des applications de filtrage adaptatif, principalement en raison de sa simplicité et sa complexité réduite.

Le paramètre μ est le pas d'adaptation de l'algorithme (qui dépend de l'énergie du signal $x(n)$). Pour des signaux non stationnaires (l'énergie du signal $x(n)$ varie avec le temps), l'algorithme LMS aura du mal à fonctionner correctement puisque μ est constant.

Une variante de l'algorithme LMS appelée algorithme LMS normalisé (normalized LMS "NLMS") [41], évite cet inconvénient et elle est résumée par le tableau (2.2).

TAB. 2.2 – L'algorithme NLMS.

$$\begin{aligned} \varepsilon(n) &= y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n) \\ \mathbf{W}_N(n) &= \mathbf{W}_N(n-1) + \delta\varepsilon(n)\mathbf{X}_N(n)/\|\mathbf{X}_N(n)\|^2 \end{aligned}$$

Les propriétés de stabilité et de convergence de l'algorithme NLMS [41] sont assurées par la condition suffisante du pas d'adaptation $\delta(0 < \delta < 2)$. Les avantages de l'algorithme NLMS sont : la faible complexité des calculs de l'ordre de $\mathcal{O}(N)$ et la stabilité numérique. Son principal inconvénient est que le transitoire dépend de la dispersion spectrale du signal d'entrée $x(n)$.

2.2.3 L'algorithme des moindres carrés récursif (RLS)

Dans la méthode des moindres carrés exacts, on vise à minimiser par rapport au vecteur des paramètres $\mathbf{W}_N(n)$, à chaque instant n , un critère défini sur les erreurs commises

depuis l'instant initial. Ce critère est donné par [41] :

$$J(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} (y(i) - \mathbf{W}_N^T(n) \mathbf{X}_N(i))^2 \quad (2.7)$$

où $\lambda (0 < \lambda \leq 1)$ [51] est un facteur d'oubli exponentiel qui permet à l'algorithme d'oublier le passé trop lointain et de poursuivre les non-stationnarités intervenant dans les signaux.

Le problème posé est de déterminer le vecteur des coefficients $\mathbf{W}_N(n)$ qui minimise $J(n)$. La solution est obtenue en calculant les dérivées de la fonction coût $J(n)$ par rapport aux éléments de $\mathbf{W}_N(n)$ et en les égalant à zéro :

$$\frac{\partial J(n)}{\partial \mathbf{W}_N(n)} = 0 \Leftrightarrow -2 \left[\sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{X}_N(i) y(i) - \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{X}_N(i) \mathbf{X}_N^T(i) \mathbf{W}_N(n) \right] = 0 \quad (2.8)$$

est donnée par :

$$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{R}_N^{-1}(n) \mathbf{P}_N(n) \quad (2.9)$$

où la matrice $\mathbf{R}_N^{-1}(n)$ représente une matrice d'autocorrélation à court terme qui est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{R}_N(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{X}_N(i) \mathbf{X}_N^T(i) = \lambda \mathbf{R}_N(n-1) + \mathbf{X}_N(n) \mathbf{X}_N^T(n) \quad (2.10)$$

Le vecteur $\mathbf{P}_N(n)$ désigne un vecteur d'intercorrélation à court terme donné par la relation :

$$\mathbf{P}_N(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{X}_N(i) y(i) = \lambda \mathbf{P}_N(n-1) + \mathbf{X}_N(n) y(n) \quad (2.11)$$

En substituant les quantités déduites de (2.10) et (2.11) :

$$\lambda \mathbf{R}_N(n-1) = \mathbf{R}_N(n) - \mathbf{X}_N(n) \mathbf{X}_N^T(n)$$

$$\lambda \mathbf{P}_N(n-1) = \mathbf{P}_N(n) - \mathbf{X}_N(n) y(n)$$

dans la version de (2.9) ci-dessous :

$$\lambda \mathbf{P}_N(n-1) \mathbf{W}_N(n-1) = \lambda \mathbf{P}_N(n-1)$$

On obtient la solution équivalente à (2.9) mais sous une forme récursive :

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_N(n) &= \mathbf{W}_N(n-1) - (y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1) \mathbf{X}_N(n)) \mathbf{K}_N(n) \\ &= \mathbf{W}_N(n-1) - \varepsilon(n) \mathbf{K}_N(n) \end{aligned} \quad (2.12)$$

où le vecteur $\mathbf{K}_N(n)$ est appelé gain de Kalman :

$$\mathbf{K}_N(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_N^1(n) \\ \mathbf{K}_N^2(n) \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N^N(n) \end{bmatrix} = -\mathbf{R}_N^{-1}(n) \mathbf{X}_N(n) \quad (2.13)$$

L'algorithme des moindres carrés exacts nécessite l'inversion d'une matrice carrée d'ordre N dont le coût de calcul est de l'ordre $\mathcal{O}(N^3)$ opérations arithmétiques par itération. L'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS : Recursive Least Squares) résoud ce problème, avec un nombre d'opérations arithmétiques proportionnel à $\mathcal{O}(N^2)$. En appliquant à la matrice $\mathbf{R}_N(n)$ le lemme d'inversion matricielle suivant [51] :

$$(A + UV^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}UV^T A^{-1}}{1 + V^T A^{-1}U}$$

on posant $A = \lambda \mathbf{R}_N(n-1)$ et $U = V = \mathbf{X}_N(n)$ l'algorithme RLS à oubli exponentiel complet se résume dans le tableau (2.3) [51].

TAB. 2.3 – L'algorithme RLS.

Calcul du gain de Kalman :

$$\mathbf{K}_N(n) = -\mathbf{R}_N^{-1}(n-1)\mathbf{X}_N(n)/(\lambda + \mathbf{X}_N^T(n)\mathbf{R}_N^{-1}(n-1)\mathbf{X}_N(n))$$

Calcul de l'inverse de la matrice d'autocorrélation à court terme :

$$\mathbf{R}_N^{-1}(n) = \lambda^{-1} [\mathbf{R}_N^{-1}(n-1) + \mathbf{K}_N(n)\mathbf{X}_N^T(n)\mathbf{R}_N^{-1}(n-1)]$$

Partie filtrage :

$$\varepsilon(n) = y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n)$$

$$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{W}_N(n-1) - \varepsilon(n)\mathbf{K}_N(n)$$

Pour l'initialisation de $\mathbf{R}_N^{-1}(n)$, $\mathbf{R}_N^{-1}(0) = c\mathbf{I}_N$, c étant une constante positive. \mathbf{I}_N est la matrice d'identité de dimension $N \times N$.

2.2.4 L'algorithme des moindres carrés récursif rapide (FRLS)

L'algorithme RLS permet, en propageant une matrice carrée $N \times N$, de trouver itérativement la solution qui minimise le critère (2.7). Cette dernière décennie, on s'est aperçu que la solution des moindres carrés pouvait être obtenue avec un coût opératoire proportionnel à N . Ce sont les algorithmes des moindres carrés rapides.

Une version plus simple de l'algorithme FRLS qui semble être largement utilisée est la version appelée FTF (Fast Transversal Filter) [52, 53]. Sa complexité arithmétique est de l'ordre de $\mathcal{O}(7N)$ multiplications par itération, ce qui est beaucoup plus inférieur à celle de l'algorithme RLS mais, malheureusement, l'algorithme FTF souffre des problèmes de stabilité dus aux erreurs numériques de calcul. Dans la référence [54] il est montré que toutes les versions rapides de RLS souffrent des problèmes de stabilité quand le facteur d'oubli λ est inférieur à un. Par conséquent le contrôle de la propagation des erreurs numériques doit être inclus pour un fonctionnement normal de l'algorithme. Dans le paragraphe suivant, une présentation de cet algorithme avec la méthode de stabilisation et la nouvelle version numériquement stable proposée seront étudiées.

2.3 Présentation de l'algorithme FRLS

2.3.1 Développement des algorithmes FRLS

Le but de la méthode des moindres carrés est de trouver le filtre $\mathbf{W}_N(n)$ qui minimise le critère (2.7). Une solution récursive à ce problème est donnée par (2.12). Cette dernière utilise une erreur de filtrage *a priori* $\varepsilon(n)$ et un vecteur gain d'adaptation d'ordre N (ou gain de Kalman). Si on substitue (2.10) et (2.11) dans (2.9), on obtient une autre forme récursive du vecteur $\mathbf{W}_N(n)$, strictement équivalente à (2.12), faisant intervenir une erreur de filtrage *a posteriori* $\varepsilon^{post}(n)$ et un gain d'adaptation $\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$ appelé gain de Kalman dual :

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_N(n) &= \mathbf{W}_N(n-1) - (y(n) - \mathbf{W}_N^T(n)\mathbf{X}_N)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ &= \mathbf{W}_N(n-1) - \varepsilon^{post}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n)\end{aligned}\quad (2.14)$$

où :

$$\tilde{\mathbf{K}}_N(n) = -\mathbf{R}_N^{-1}(n-1)\mathbf{X}_N(n)/\lambda \quad \text{et} \quad \varepsilon^{post}(n) = y(n) - \mathbf{W}_N^T(n)\mathbf{X}_N \quad (2.15)$$

D'après (2.14), l'algorithme ne peut être appliqué tel quel car l'adaptation et le filtrage ne peuvent être réalisés en même temps. Comme nous allons le voir par la suite, l'un des avantages des algorithmes FRLS est que les erreurs *a posteriori* se calculent à partir des erreurs *a priori* avant l'opération d'adaptation. Le but des algorithmes FRLS est de propager soit le vecteur gain de Kalman ($\mathbf{K}_N(n)$) soit le vecteur gain de Kalman dual ($\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$). Pour cela, on exploite certaines propriétés d'invariance par décalage du vecteur signal d'entrée étendu à l'ordre $N+1$ [50] :

$$\mathbf{X}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ \mathbf{X}_N(n-1) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{X}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_N(n) \\ x(n-N) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Ces deux formes du vecteur signal permettent de définir deux matrices d'autocorrélation d'ordre $N+1$ partitionnées.

La première qui correspond au vecteur (2.16) s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{N+1}(n) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{X}_{N+1}(i) \mathbf{X}_{N+1}^T(i) \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \begin{bmatrix} x(i) \\ \mathbf{X}_N(i-1) \end{bmatrix} [x(i) \quad \mathbf{X}_N^T(i-1)]^T \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0^a(n) & \mathbf{P}_N^{aT}(n) \\ \mathbf{P}_N^a(n) & \mathbf{R}_N(n-1) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.18)$$

où

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_0^a(n) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x^2(i) \\ \mathbf{P}_N^a(n) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x(i) \mathbf{X}_N(i) = \lambda \mathbf{P}_N^a(n-1) + x(n) \mathbf{X}_N(n-1)\end{aligned}$$

La deuxième, qui correspond au vecteur (2.17) s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{N+1}(n) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{X}_{N+1}(i) \mathbf{X}_{N+1}^T(i) \\
&= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_N(i) \\ x(i-N) \end{bmatrix} [\mathbf{X}_N^T(i) \ x(i-N)]^T \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_N(n) & \mathbf{P}_N^r(n) \\ \mathbf{P}_N^{rT}(n) & \mathbf{P}_0^r(n) \end{bmatrix} \tag{2.19}
\end{aligned}$$

où

$$\mathbf{P}_0^r(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x^2(i-N)$$

$$\mathbf{P}_N^r(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x(i-N) \mathbf{X}_N(i) = \lambda \mathbf{P}_N^r(n-1) + x(n-N) \mathbf{X}_N(n)$$

La solution (2.9) nécessite l'inversion de la matrice d'autocorrélation à court terme ($\mathbf{R}_N(n)$), pour cela on utilise le lemme d'inversion d'une matrice partitionnée suivant [51] :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & \mathbf{M}_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_4^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{M}_3 \end{bmatrix} (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{M}_3)^{-1} [\mathbf{I} \ -\mathbf{M}_2 \mathbf{M}_4^{-1}] \tag{2.20}$$

ou

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\mathbf{M}_4 - \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2)^{-1} [-\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_1^{-1} \ \mathbf{I}] \tag{2.21}$$

Ces deux solutions sont utilisées respectivement dans (2.18) et (2.19) pour inverser la matrice ($\mathbf{R}_{N+1}(n)$).

La technique des moindres carrés récursifs appliquée à la prédiction linéaire aller et retour est basée sur les deux fonctions coûts :

$$J_{aller}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} (x(i) - \mathbf{A}_N^T(n) \mathbf{X}_N(i-1))^2 \tag{2.22}$$

$$J_{retour}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} (x(i-N) - \mathbf{B}_N^T(n) \mathbf{X}_N(i))^2 \tag{2.23}$$

qui sont respectivement les énergies de prédiction aller et retour.

où : $\mathbf{A}_N(n)$ est le prédicteur aller et $\mathbf{B}_N(n)$ est le prédicteur retour.

Les vecteurs des coefficients représentant le prédicteur aller et le prédicteur retour sont donnés par :

$$\mathbf{A}_N(n) = \mathbf{R}_N^{-1}(n-1) \mathbf{P}_N^a(n) \tag{2.24}$$

$$\mathbf{B}_N(n) = \mathbf{R}_N^{-1}(n) \mathbf{P}_N^r(n) \tag{2.25}$$

Les versions récursives du prédicteur aller et retour faisant intervenir le gain de Kalman dual $\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$, s'obtiennent de la même façon que la version récursive du filtre transverse $\mathbf{W}_N(n)$:

$$\mathbf{A}_N(n) = \mathbf{A}_N(n-1) - \bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{B}_N(n) = \mathbf{B}_N(n-1) - \bar{r}(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \quad (2.27)$$

avec $\gamma_N(n)$ est une variable appelée variable de vraisemblance donnée par :

$$\gamma_N(n) = 1 + \mathbf{K}_N(n)\mathbf{X}_N(n) = 1 - \mathbf{X}_N^T(n)\mathbf{R}_N^{-1}(n-1)\mathbf{X}_N(n) \quad (2.28)$$

La relation qui lie le gain de Kalman et le gain de Kalman dual est :

$$\mathbf{K}_N(n) = \gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$$

En substituant cette relation dans (2.28) on obtient la relation suivante :

$$\gamma_N(n) = \frac{1}{1 - \tilde{\mathbf{K}}_N(n)\mathbf{X}_N(n)} \quad (2.29)$$

Ainsi, les erreurs de prédiction aller et retour *a priori* sont données par :

$$\bar{e}(n) = x(n) - \mathbf{A}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n-1) \quad (2.30)$$

$$\bar{r}(n) = x(n-N) - \mathbf{B}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n) \quad (2.31)$$

Les variances des erreurs de prédiction aller et retour s'écrivent (énergies de prédiction aller et retour) sous formes récursives :

$$\alpha(n) = \lambda\alpha(n-1) + \gamma_N(n-1)(\bar{e}(n))^2 \quad (2.32)$$

$$\beta(n) = \lambda\beta(n-1) + \gamma_N(n)(\bar{r}(n))^2 \quad (2.33)$$

Les équations qui vont permettre de propager le gain de Kalman dual d'ordre $N+1$ s'obtiennent en multipliant à droite les expressions (2.20) et (2.21) prises aux instants $n-1$ par le vecteur $-\mathbf{X}_{N+1}(n)/\lambda$ convenablement partitionné :

$$\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}(n)}{\lambda\alpha(n-1)} \begin{bmatrix} -1 \\ \mathbf{A}_N(n-1) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\bar{r}(n)}{\lambda\beta(n-1)} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_N(n-1) \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

En utilisant ces deux formes (2.34) et (2.35), on peut déduire les formules directes des erreurs de prédiction aller et retour :

$$\bar{e}(n) = -\lambda\alpha(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^1(n) \quad (2.36)$$

$$\bar{r}(n) = -\lambda\beta(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (2.37)$$

où $\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^1(n)$ et $\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)$ représentent respectivement le premier et le dernier élément de $\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n)$.

Enfin, au lieu d'utiliser les définitions (2.28) ou (2.29) de la variable de vraisemblance, on

utilise des versions plus rapides pour réduire la complexité. Ceci s'obtient en appliquant à la définition (2.28) les formes (2.34) et (2.35).

En multipliant (2.34) à gauche par le vecteur (2.16), on trouve l'expression de la variable de vraisemblance d'ordre $N + 1$:

$$\gamma_{N+1}(n) = \frac{\lambda\alpha(n-1)\gamma_N(n-1)}{\alpha(n)} \quad (2.38)$$

De la même manière, en multipliant (2.35) à gauche par le vecteur (2.17), il vient :

$$\gamma_{N+1}(n) = \frac{\lambda\beta(n-1)\gamma_N(n)}{\beta(n)} \quad (2.39)$$

et si on pose :

$$\theta(n) = \frac{\lambda\beta(n-1)}{\beta(n)} \quad (2.40)$$

et en manipulant les expressions (2.33) et (2.37) on aura d'autres formes d'écritures :

$$\theta(n) = 1 + \bar{r}(n)\gamma_{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (2.41)$$

On calcule alors la variable de vraisemblance d'ordre N par la relation suivante :

$$\gamma_N(n) = \frac{\gamma_{N+1}(n)}{\theta(n)} \quad (2.42)$$

Les auteurs dans [55] ont montrés que la variable de vraisemblance peut se mettre sous la forme suivante :

$$\gamma_N(n) = \lambda^N \frac{\beta(n)}{\alpha(n)} \quad (2.43)$$

A partir de ce développement, un grand nombre d'algorithmes FRLS peuvent être obtenus. Tous ces algorithmes sont théoriquement équivalents et calculent la solution des moindres carrés avec un nombre de multiplications proportionnel à l'ordre $\mathcal{O}(N)$. Les algorithmes FRLS les plus rapides se caractérisent par le gain de Kalman dual et font intervenir les erreurs *a posteriori* calculées de manière simple à partir des erreurs *a priori*.

2.3.2 L'algorithme FTF

Notre principal intérêt est l'application des algorithmes FRLS pour l'identification des réponses d'impulsionnelles finies. Par la suite, nous considérons la version FTF de l'algorithme FRLS [49]. Les équations sont plus complexes que l'algorithme RLS et elles sont résumées par le tableau (2.5).

En raison de son utilité aussi bien que sa facilité d'implémentation, l'algorithme FTF est attractif pour beaucoup d'applications de filtrage adaptatif. Cependant, il n'est pas largement utilisé en raison de son aptitude indésirable de divergence en précision arithmétique finie [53]. L'algorithme FTF est une conséquence d'une solution de quatre problèmes de filtrage transversal pour une seule entrée; deux filtres de prédiction aller et retour ($\mathbf{A}_N(n)$ et $\mathbf{B}_N(n)$), un filtre définissant le gain de Kalman dual ($\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$) et un filtre fournissant le vecteur des coefficients de la réponse impulsionnelle finie ($\mathbf{W}_N(n)$). Combiné d'une manière spéciale, ces quatre filtres transversaux fournissent la solution

exacte au problème RLS (moindre carrés) à tout moment et définissent l'algorithme FTF [53]. L'algorithme FTF est divisé en deux parties : La partie prédiction produit le vecteur gain de Kalman $\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$ et la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$, ces derniers sont envoyés à la partie filtrage. La partie filtrage utilise la sortie de la partie prédiction ainsi que le signal d'excitation, $x(n)$, et le signal, $y(n)$, pour générer l'erreur de sortie *a priori*, $\varepsilon(n)$.

Le tableau (2.4) présente la procédure d'initialisation de l'algorithme FTF. La constante E_0 (strictement positive) est la seule qui doit être correctement choisie. Pendant les premières itérations, les valeurs prises par les variables internes de l'algorithme sont étroitement liées au choix de la constante E_0 . En pratique, il est nécessaire d'assurer un bon début pour l'algorithme. Nous pouvons choisir par exemple une valeur de la constante E_0 qui vérifie l'inégalité suivante [49] :

$$E_0 \geq \frac{N}{100} \sigma_x^2 \quad (2.44)$$

où σ_x^2 est l'énergie du signal $x(n)$.

TAB. 2.4 – Procédure d'initialisation de l'algorithme FRLS.

$$\mathbf{A}_N(n-1) = \mathbf{B}_N(n-1) = \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) = \mathbf{W}_N(n-1) = \mathbf{0}_N^\downarrow; \quad \gamma_N(n-1) = 1;$$

$$\alpha(n-1) = E_0 \lambda^N; \quad \beta(n-1) = E_0.$$

Bien que la source fondamentale pour cette instabilité n'a pas été entièrement comprise, les symptômes ont été bien étudiés par (Cioff et Kailath, 1984 [49]; Slock et Kailath, 1991 [50]) : En précision arithmétique finie une expression de mise à jour pour un des paramètres dans l'algorithme FTF, la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$, s'est avéré prendre des valeurs insignifiantes juste avant la divergence catastrophique de l'algorithme. Il est bien connu que dans l'arithmétique exacte $0 < \gamma_N(n) < 1$, la divergence de l'algorithme commence par une nette diminution de la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$. Cette variable continue à converger vers 0, impliquant ainsi un blocage de la majorité des variables récursives mises en jeu par l'algorithme. Pour certaines variables de la prédiction aller/retour, la divergence ne se produit qu'après que la variable $\gamma_N(n)$ ait atteint des valeurs infiniment petites.

Nous ne voulons pas ici nous attarder sur le phénomène d'instabilité numérique, il existe une littérature abondante à ce sujet [59, 49, 50]. L'objectif de ce chapitre est de déterminer théoriquement les équations de propagation des erreurs numériques dans l'algorithme FTF, puis de présenter une méthode de stabilisation pour lutter contre cette instabilité numérique.

D'après l'algorithme listé sur le tableau (2.5), le calcul du filtre $\mathbf{W}_N(n)$ n'ayant aucune influence sur le calcul du gain de Kalman dual $\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$ et la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$. Dans ce cas, la partie prédiction aller/retour de l'algorithme fournie à la partie filtrage un vecteur gain d'adaptation (ou gain de Kalman) $\mathbf{K}_N(n) = \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n)$ pour adapter le filtre transverse $\mathbf{W}_N(n)$. Connaissant les bonnes propriétés numériques de la partie filtrage, dans le paragraphe suivant nous allons présenter une analyse de stabilité de la partie prédiction seulement.

TAB. 2.5 – L'algorithme FTF.

Variables disponibles à l'instant n :	
$\mathbf{A}_N(n-1); \mathbf{B}_N(n-1); \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1); \mathbf{W}_N(n-1); \gamma_N(n-1); \alpha(n-1); \beta(n-1)$	
Nouvelles informations : $x(n)$ and $x(n-N)$	
Partie prédiction :	
$\bar{e}(n) = x(n) - \mathbf{A}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n-1)$	
$\alpha(n) = \lambda\alpha(n-1) + \gamma_N(n-1)(\bar{e}(n))^2$	
$\gamma_{N+1}(n) = (\lambda\alpha(n-1)\gamma_N(n-1))/\alpha(n)$	
$\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \end{bmatrix} + (\bar{e}(n))/(\lambda\alpha(n-1)) \begin{bmatrix} -1 \\ \mathbf{A}_N(n-1) \end{bmatrix}$	
$\mathbf{A}_N(n) = \mathbf{A}_N(n-1) - \bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1)$	
$\bar{r}(n) = -\lambda\beta(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)$	
$\gamma_N(n) = (\gamma_{N+1}(n))/(1 + \gamma_{N+1}(n)\bar{r}(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))$	
$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) + \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \begin{bmatrix} \mathbf{B}_N(n-1) \\ -1 \end{bmatrix}$	
$\mathbf{B}_N(n) = \mathbf{B}_N(n-1) - \bar{r}(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$	
$\beta(n) = \lambda\beta(n-1) + \gamma_N(n)(\bar{r}(n))^2$	
Partie filtrage :	
$\varepsilon(n) = y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n)$	
$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{W}_N(n-1) - \varepsilon(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$	

2.3.3 Stabilité de l'algorithme FRLS

Dans cette partie, nous étudions la propagation des erreurs numériques dans l'algorithme FTF pour toutes les quantités récursivement calculées. L'analyse proposée dans la référence [50], a été conduite pour cet algorithme. Ainsi, le vecteur regroupant l'ensemble des variables récursives scalaires et vectorielles de l'algorithme est défini comme [56] :

$$\mathbf{Z}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_N^T(n) & \alpha(n) & \tilde{\mathbf{K}}_N^T(n) & \gamma_N(n) & \mathbf{B}_N^T(n) & \beta(n) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Pour notre analyse de stabilité, les erreurs absolues ainsi introduites à l'instant n peuvent être représentées comme la différence entre les quantités réelles en précision infinie et les quantités perturbées en précision finie, données par :

$$\Delta\mathbf{Z}(n) = \mathbf{Z}(n) - \hat{\mathbf{Z}}(n) \quad (2.46)$$

où $\hat{\mathbf{Z}}(n)$ contient les valeurs perturbées des états à l'instant n :

$$\hat{\mathbf{Z}}(n) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_N^T(n) & \hat{\alpha}(n) & \hat{\tilde{\mathbf{K}}}_N^T(n) & \hat{\gamma}_N(n) & \hat{\mathbf{B}}_N^T(n) & \hat{\beta}(n) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Les quantités réelles sont les définitions exactes des variables, et les quantités perturbées comprennent les variables perturbées en présence des erreurs numériques et les termes de

bruit additionnel dues à la précision arithmétique finie.

Alors, par la nature des mises à jour de ces quantités, les erreurs numériques à l'instant n sont en fonction des erreurs numériques à l'instant $n - 1$.

Nous supposons donc que la propagation de ces erreurs peut être caractérisée par le modèle linéaire suivant :

$$\Delta \mathbf{Z}(n) = \mathbf{F}(n) \Delta \mathbf{Z}(n - 1) \quad (2.48)$$

avec $\Delta \mathbf{Z}(n)$ étant un vecteur contenant les erreurs dans les états du système donné par :

$$\Delta \mathbf{Z}(n) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{a}(n) \\ \Delta \mathbf{c}(n) \\ \Delta \mathbf{b}(n) \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

où

$$\Delta \mathbf{a}(n) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{A}_N(n) \\ \Delta \alpha(n) \end{bmatrix}; \quad \Delta \mathbf{c}(n) = \begin{bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \Delta \gamma_N(n) \end{bmatrix}; \quad \Delta \mathbf{b}(n) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{B}_N(n) \\ \Delta \beta(n) \end{bmatrix}$$

indiquant respectivement les erreurs cumulées jusqu'à l'instant n dans les variables récur-sives aller, Kalman et retour.

La matrice $\mathbf{F}(n)$ est une matrice approximative de transition pour la propagation des erreurs. Pour obtenir la matrice $\mathbf{F}(n)$ nous utilisons l'équation (2.46) pour remplacer les éléments de $\mathbf{Z}(n)$ et $\hat{\mathbf{Z}}(n)$.

Pour simplifier les résultats, nous supposons que les amplitudes du bruit sont négligeables. Le système résultant peut être écrit comme suit :

$$\mathbf{F}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(n) & \mathbf{F}_{12}(n) & \mathbf{F}_{13}(n) \\ \mathbf{F}_{21}(n) & \mathbf{F}_{22}(n) & \mathbf{F}_{23}(n) \\ \mathbf{F}_{31}(n) & \mathbf{F}_{32}(n) & \mathbf{F}_{33}(n) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Cette matrice est de dimension $(3N + 3) \times (3N + 3)$.

La relation (2.48) peut également être représentée comme :

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{a}(n) \\ \Delta \mathbf{c}(n) \\ \Delta \mathbf{b}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(n) & \mathbf{F}_{12}(n) & \mathbf{F}_{13}(n) \\ \mathbf{F}_{21}(n) & \mathbf{F}_{22}(n) & \mathbf{F}_{23}(n) \\ \mathbf{F}_{31}(n) & \mathbf{F}_{32}(n) & \mathbf{F}_{33}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{a}(n - 1) \\ \Delta \mathbf{c}(n - 1) \\ \Delta \mathbf{b}(n - 1) \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Le calcul de chacune des sous-matrices $\mathbf{F}_{ij}(n)$ est présenté dans les paragraphes qui suivent.

Calcul des équations de propagation des erreurs dans les variables de prédiction aller

Les variables récur-sives à analyser sont :

- la variance des erreurs de prédiction aller

$$\alpha(n) = \lambda \alpha(n - 1) + \gamma_N(n - 1) (\bar{e}(n))^2 \quad (2.52)$$

- le prédicteur aller

$$\mathbf{A}_N(n) = \mathbf{A}_N(n - 1) - \bar{e}(n) \gamma_N(n - 1) \tilde{\mathbf{K}}_N(n - 1) \quad (2.53)$$

où :

$$\bar{e}(n) = x(n) - \mathbf{A}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n-1) \quad (2.54)$$

On suppose que le signal d'entrée $x(n)$ est stationnaire et qu'il est tel que l'inverse de la matrice d'autocorrélation à court-terme existe.

$$\Delta\alpha(n) = \lambda\Delta\alpha(n-1) + 2\gamma_N(n-1)\bar{e}(n)\Delta\bar{e}(n) + (\bar{e}(n))^2\Delta\gamma_N(n-1) \quad (2.55)$$

avec :

$$\Delta\bar{e}(n) = -\mathbf{X}_N^T(n-1)\Delta\mathbf{A}_N(n-1) \quad (2.56)$$

d'où :

$$\Delta\alpha(n) = \begin{bmatrix} -2\bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) & \lambda \end{bmatrix} \Delta\mathbf{a}(n-1) + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & (\bar{e}(n))^2 \end{bmatrix} \Delta\mathbf{c}(n-1) \quad (2.57)$$

où $\mathbf{0}_N^{\rightarrow}$ désigne un vecteur ligne nul de dimension N .

A partir de l'expression récursive du prédicteur aller, il est facile de retrouver l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{A}_N(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N + \gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) & \mathbf{0}_N^{\downarrow} \end{bmatrix} \Delta\mathbf{a}(n-1) \\ &+ \begin{bmatrix} -\bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\mathbf{I}_N & -\bar{e}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \end{bmatrix} \Delta\mathbf{c}(n-1) \end{aligned} \quad (2.58)$$

où $\mathbf{0}_N^{\downarrow}$ désigne un vecteur colonne nul de dimension N , et \mathbf{I}_N désigne une matrice identité d'ordre N .

En regroupant les dernières équations de $\Delta\alpha(n)$ et $\Delta\mathbf{A}_N(n)$, il vient :

$$\Delta\mathbf{a}(n) = \mathbf{F}_{11}(n)\Delta\mathbf{a}(n-1) + \mathbf{F}_{12}(n)\Delta\mathbf{c}(n-1) + \mathbf{F}_{13}(n)\Delta\mathbf{b}(n-1) \quad (2.59)$$

où :

$$\mathbf{F}_{11}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N + \gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) & \mathbf{0}_N^{\downarrow} \\ -2\bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) & \lambda \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{12}(n) = \begin{bmatrix} -\bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\mathbf{I}_N & -\bar{e}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & (\bar{e}(n))^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{13}(n) = \mathbf{0}_{N+1}$$

et $\mathbf{0}_N$ indique une matrice nulle de dimension $N \times N$.

Calcul des équations de propagation des erreurs dans les variables de Kalman

La relation du gain de Kalman d'ordre N est donné par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) + \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \begin{bmatrix} \mathbf{B}_N(n-1) \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

L'erreur au premier ordre de ce vecteur s'écrit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 0 \end{bmatrix} &= \left\{ \mathbf{I}_{N+1} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_N(n-1) \\ -1 \end{bmatrix} \mathbf{q}_{N+1}^T \right\} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) \\ &\quad + \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{B}_N(n-1) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.61)$$

où : $\mathbf{q}_{N+1} = [0 \ 0 \ \dots \ 1]$.

La relation peut s'écrire sous forme plus condensée :

$$\Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n) = [\mathbf{I}_N \ \mathbf{B}_N(n-1)] \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) + \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \Delta \mathbf{B}_N(n-1) \quad (2.62)$$

La récurrence sur le temps dans le calcul du gain de Kalman d'ordre N se fait par l'interaction de ce dernier avec le gain de Kalman d'ordre $N+1$, dont l'expression théorique s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}(n)}{\lambda\alpha(n-1)} \begin{bmatrix} -1 \\ \mathbf{A}_N(n-1) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

D'où le vecteur d'erreur donne :

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{A}_N(n-1) \end{bmatrix} \frac{\bar{e}(n)}{\lambda\alpha^2(n-1)} \Delta\alpha(n-1) + \\ &\quad \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{A}_N(n-1) \end{bmatrix} \mathbf{X}_N^T(n-1) + \bar{e}(n) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N^{\rightarrow} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \right\} \frac{\Delta \mathbf{A}_N(n-1)}{\lambda\alpha(n-1)} \end{aligned} \quad (2.64)$$

qui s'écrit sous forme plus condensée :

$$\Delta \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N^{\rightarrow} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) + \mathbf{L}(n) \Delta \mathbf{A}_N(n-1) \quad (2.65)$$

où :

$$\mathbf{L}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_N^T(n-1) & \bar{e}(n)/\alpha(n-1) \\ -\mathbf{A}_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) + \bar{e}(n)\mathbf{I}_N & -\mathbf{A}_N(n-1)\bar{e}(n)/\alpha(n-1) \end{bmatrix} / (\lambda\alpha(n-1)).$$

A l'aide des relations (2.62) et (2.65), on trouve pour l'équation du gain de Kalman dual :

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n) &= \mathbf{M}^c(n) \Delta \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) + [\mathbf{I}_N \ \mathbf{B}_N(n-1)] \mathbf{L}(n) \Delta \mathbf{A}_N(n-1) \\ &\quad + \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \Delta \mathbf{B}_N(n-1) \end{aligned} \quad (2.66)$$

La matrice $\mathbf{M}^c(n)$ est une matrice compagne avec des valeurs propres égales aux pôles instantanés du prédicteur retour :

$$\mathbf{M}^c(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{B}_N^1(n-1) \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{B}_N^2(n-1) \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \mathbf{B}_N^3(n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \mathbf{B}_N^N(n-1) \end{bmatrix}.$$

Calculons maintenant les erreurs intervenant dans le calcul de la variable de vraisemblance. Les équations théoriques mises en jeu sont :

$$\gamma_N(n) = \frac{\gamma_{N+1}(n)}{\theta(n)} \quad (2.67)$$

avec :

$$\gamma_{N+1}(n) = \rho_\alpha(n)\gamma_N(n-1); \rho_\alpha(n) = \lambda\alpha(n-1)/\alpha(n); \theta(n) = 1 + \bar{r}(n)\gamma_{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n).$$

L'erreur relative dans la variable $\gamma_N(n)$ s'écrit :

$$\frac{\Delta\gamma_N(n)}{\gamma_N(n)} = \frac{\Delta\gamma_{N+1}(n)}{\gamma_{N+1}(n)} - \frac{\Delta\theta(n)}{\theta(n)} \quad (2.68)$$

d'où le premier terme de l'équation (2.68) s'écrit alors :

$$\frac{\Delta\gamma_{N+1}(n)}{\gamma_{N+1}(n)} = \frac{\Delta\rho_\alpha(n)}{\rho_\alpha(n)} + \frac{\Delta\gamma_N(n-1)}{\gamma_N(n-1)} \quad (2.69)$$

où :

$$\frac{\Delta\rho_\alpha(n)}{\rho_\alpha(n)} = \frac{\Delta\alpha(n-1)}{\alpha(n-1)} - \frac{\Delta\alpha(n)}{\alpha(n)} = (1 - \rho_\alpha(n)) \left\{ \frac{\Delta\alpha(n-1)}{\alpha(n-1)} - \frac{\Delta\gamma_N(n-1)}{\gamma_N(n-1)} - 2\frac{\Delta\bar{e}(n)}{\bar{e}(n)} \right\}$$

Cette dernière expression est obtenue en divisant l'expression (2.57) par $\alpha(n)$.

Le deuxième terme de l'équation (2.68) s'obtient en calculant l'erreur relative de $(\theta(n)-1)$ et en multipliant par $(1 - \theta^{-1}(n))$:

$$\frac{\Delta\theta(n)}{\theta(n)} = (1 - \theta^{-1}(n)) \left\{ \frac{\Delta\gamma_{N+1}(n)}{\gamma_{N+1}(n)} + \frac{\Delta\bar{r}(n)}{\bar{r}(n)} + \frac{\Delta\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)}{\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)} \right\} \quad (2.70)$$

En regroupant les relations (2.69) et (2.70) dans (2.68), il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\gamma_N(n)}{\gamma_N(n)} &= \frac{\rho_\alpha(n)}{\theta(n)} \frac{\Delta\gamma_N(n-1)}{\gamma_N(n-1)} + \frac{(1 - \rho_\alpha(n))}{\theta(n)} \left\{ \frac{\Delta\alpha(n-1)}{\alpha(n-1)} - 2\frac{\Delta\bar{e}(n)}{\bar{e}(n)} \right\} \\ &+ (1 - \theta^{-1}(n)) \left\{ \frac{\Delta\bar{r}(n)}{\bar{r}(n)} + \frac{\Delta\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)}{\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)} \right\} \end{aligned} \quad (2.71)$$

En utilisant les quatre équations suivante :

$$\begin{aligned} (1 - \theta^{-1}(n)) &= \bar{r}(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \\ 1 - \rho_\alpha(n) &= \frac{\gamma_N(n-1)(\bar{e}(n))^2}{\alpha(n)} \\ \frac{\gamma_N(n)}{\gamma_N(n-1)} &= \frac{\rho_\alpha(n)}{\theta(n)} \\ \frac{\gamma_N(n)\gamma_N(n-1)}{\theta(n)\alpha(n)} &= \frac{(\gamma_N(n))^2}{\lambda\alpha(n-1)} \end{aligned}$$

On calculant l'erreur dans le calcul de l'erreur de prédiction retour, on trouve ainsi l'erreur absolue dans le calcul de la variable de vraisemblance d'ordre N :

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_N(n) = & \left[\mathbf{U}_1 \quad u_1 \right] \Delta\mathbf{a}(n-1) + \\ & \left[\mathbf{0}_N^{\rightarrow} \quad \lambda(\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \right] \Delta\mathbf{b}(n-1) + \\ & \left[-2\bar{r}(n)(\gamma_N(n))^2\mathbf{q}_N^T \quad (\rho_\alpha(n)/\theta(n))^2 \right] \\ & \Delta\mathbf{c}(n-1) \end{aligned} \quad (2.72)$$

où :

$$\mathbf{U}_1 = 2(\gamma_N(n))^2 \{ [\bar{e}(n) + \bar{r}(n)\mathbf{A}_N^N(n-1)] \mathbf{X}_N^T(n-1) - \bar{e}(n)\bar{r}(n)\mathbf{q}_N^T \} / (\lambda\alpha(n-1))$$

$$u_1 = \lambda\gamma_N(n)(1 - \rho_\alpha(n))/\theta(n) + 2(\gamma_N(n))^2\bar{e}(n)\bar{r}(n)\mathbf{A}_N^N(n-1)/(\alpha(n-1))$$

En regroupant l'expression de l'erreur absolue dans le calcul de la variable de vraisemblance d'ordre N avec la relation (2.66) donnant les erreurs dans le calcul du gain de Kalman dual d'ordre N , il vient pour l'expression des erreurs numérique dans les variables de Kalman récursives :

$$\Delta\mathbf{c}(n) = \mathbf{F}_{21}(n)\Delta\mathbf{a}(n-1) + \mathbf{F}_{22}(n)\Delta\mathbf{c}(n-1) + \mathbf{F}_{23}(n)\Delta\mathbf{b}(n-1) \quad (2.73)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}(n) \\ \mathbf{U}(n) \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_{22}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}^c(n) & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ -2\bar{r}(n)(\gamma_N(n))^2\mathbf{q}_N^T & (\rho_\alpha(n)/\theta(n))^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_{23}(n) &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & \lambda(\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

avec :

$$\mathbf{C}(n) = \left[\mathbf{I}_N \quad \mathbf{B}_N(n-1) \right] \mathbf{L}(n)$$

$$\mathbf{U}(n) = \left[\mathbf{U}_1 \quad u_1 \right]$$

Calcul des équations de propagation des erreurs dans les variables de prédiction retour

Les variables récursives à analyser sont :

– la variance des erreurs de prédiction retour

$$\beta(n) = \lambda\beta(n-1) + \gamma_N(n)(\bar{r}(n))^2 \quad (2.74)$$

– le prédicteur retour

$$\mathbf{B}_N(n) = \mathbf{B}_N(n-1) - \bar{r}(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \quad (2.75)$$

De la même façon que le calcul dans les variables récursives de prédiction aller, on obtient l'équation finale de propagation des erreurs numériques dans les variables récursives de la prédiction retour :

$$\Delta \mathbf{b}(n) = \mathbf{F}_{31}(n)\Delta \mathbf{a}(n-1) + \mathbf{F}_{32}(n)\Delta \mathbf{c}(n-1) + \mathbf{F}_{33}(n)\Delta \mathbf{b}(n-1) \quad (2.76)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{31}(n) &= \mathbf{M}^r(n)\mathbf{F}_{21}(n) + \mathbf{H}(n)\mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{L}(n) \\ \mathbf{F}_{32}(n) &= \mathbf{M}^r(n)\mathbf{F}_{22}(n) + \mathbf{H}(n)[\mathbf{q}_N^T \ 0] \\ \mathbf{F}_{33}(n) &= \begin{bmatrix} \theta^{-1}(n)\mathbf{I}_N & \lambda\theta^{-1}(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_{\vec{N}} & \lambda\theta^{-2}(n) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^r(n) &= \begin{bmatrix} -\bar{r}(n)\gamma_N(n)\mathbf{I}_N & -\bar{r}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_{\vec{N}} & (\bar{r}(n))^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}(n) &= \lambda\beta(n-1)\gamma_N(n) \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 2\bar{r}(n) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La matrice de propagation des erreurs numériques dans l'algorithme FTF est résumée dans l'annexe A.

Analyse de stabilité de l'algorithme FTF

Soit \mathbf{F}_{ss} la valeur optimale de la matrice $\mathbf{F}(n)$ à l'état permanent ou l'équilibré. Alors, si tout les modules des valeurs propres de la matrice \mathbf{F}_{ss} sont inférieurs à 1, l'algorithme est numériquement stable localement autour de sa solution optimale. En général, l'analyse de stabilité de la matrice $\mathbf{F}(n)$ est très difficile, dû à la complexité de certaines de ses composantes et de sa dépendance du signal d'entrée [50].

Cependant, en pratique, le facteur d'oubli λ est choisi très proche de 1 ; ainsi la matrice $\mathbf{F}(n)$ est une matrice triangulaire inférieure par blocs, parce que $\mathbf{F}_{23}(n)$ est une matrice diagonale avec des termes proche de $(1 - \lambda)$ (voir l'annexe A).

$$\mathbf{F}_{23}(n) = \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ \mathbf{0}_{\vec{N}} & \lambda(\gamma_N(n))^2\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

et

$$\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) = -\lambda^{-1}\mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{R}_{N+1}^{-1}(n)\mathbf{X}_{N+1}(n)$$

en régime asymptotique [58, 57] :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) &\approx (1 - \lambda^{-1})\mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{R}_{N+1}^{-1}(\mathbf{X})\mathbf{X}_{N+1}(n) \\ \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) &\approx -(1 - \lambda)\lambda^{-1}\mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{R}_{N+1}^{-1}(\mathbf{X})\mathbf{X}_{N+1}(n) \end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) &= -\lambda^{-1}\mathbf{R}_{N+1}^{-1}(n)\mathbf{X}_{N+1}(n), \\ \mathbf{R}_{N+1}^{-1}(\mathbf{X}) &= E\{\mathbf{X}_{N+1}(n)\mathbf{X}_{N+1}^T(n)\}. \end{aligned}$$

Par conséquent, le sous-ensemble des variables retour $\Delta\mathbf{b}(n)$ peut être approximé par l'équation linéaire temps-variable du premier ordre suivante [58] :

$$\Delta\mathbf{b}(n) = \mathbf{F}_{31}(n)\Delta\mathbf{a}(n-1) + \mathbf{F}_{32}(n)\Delta\mathbf{c}(n-1) + \mathbf{F}_{33}(n)\Delta\mathbf{b}(n-1) \quad (2.78)$$

Ce système est instable parce que la sous-matrice $\mathbf{F}_{33}(n)$ a toutes ses valeurs propres supérieures à 1 pour $\lambda < 1$ (voir l'annexe A). Les auteurs dans [58] notent que les variables récursives retour sont également numériquement instables même si nous assumons que $\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$ et $\gamma_N(n)$ sont calculés d'une manière exacte (*i.e.* sans erreurs numériques); alors, le système (2.48) se réduit à :

$$\Delta\mathbf{Z}'(n) = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{a}(n) \\ \Delta\mathbf{b}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(n) & \mathbf{0}_{N+1} \\ \mathbf{F}'_{31}(n) & \mathbf{F}'_{33}(n) \end{bmatrix} \Delta\mathbf{Z}'(n-1) \quad (2.79)$$

avec

$$\mathbf{F}'_{33}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \lambda\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_{\overrightarrow{N}} & \lambda(2\theta^{-1}(n) - 1) \end{bmatrix}$$

où : $\theta(n) = \lambda\beta(n-1)/\beta(n) \in (0, 1)$ et $\lambda(2\theta^{-1}(n) - 1) \approx 2 - \lambda$ (pour n grand et λ proche de 1).

La stabilité de $\Delta\mathbf{a}(n)$ dans l'équation (2.79) est facilement vérifiée [57]; cependant, $\mathbf{F}'_{33}(n)$ a une valeur propre supérieure à 1; cette mauvaise propriété numérique des variables retour vient du calcul des erreurs de prédiction retour *a priori* [58] :

$$\bar{r}(n) = -\lambda\beta(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (2.80)$$

Avec l'hypothèse de calcul sans erreurs des variables $\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$ et $\gamma_N(n)$, l'instabilité numérique de l'algorithme FTF peut être facilement vérifiée entre le couple $(\tilde{\mathbf{K}}_N(n), \gamma_N(n))$ et $(\mathbf{B}_N(n-1), \beta(n-1))$, ce qui implique que $\mathbf{F}_{33}(n)$ a tous les modules des valeurs propres supérieurs à 1.

2.3.4 Nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS

Au cours du temps, la propagation des erreurs numériques dans les équations récursives de l'algorithme FRLS cause un problème essentiel qui est posé à la mise en œuvre sur processeurs spécialisés. Les erreurs numériques se propagent d'une manière non bornée, pour un facteur d'oubli exponentiel λ inférieur à 1, ce qui conduit à une solution instable à plus au moins long terme. Il faut remarquer qu'il existe deux types de divergence dans les algorithmes FRLS. Le premier se traduit par une explosion de la majorité des variables scalaires et vectorielles de l'algorithme. Le deuxième type de divergence se traduit par l'extinction de la majorité des variables importantes (prédiction et filtrage). Ces deux types de divergence concernent uniquement la partie prédiction aller/retour. Le premier type de divergence est détecté quand la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$ devient supérieur à 1, ce qui engendre après quelque itérations des valeurs négatives de cette même variable et la divergence des principales variables récursives. Alors que le deuxième type de divergence est détecté lorsque la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$ converge vers 0, impliquant ainsi le blocage de la majorité des variables récursives. C'est ce mode de divergence qu'on

appelle instabilité numérique, il est plus lié à la structure de l'algorithme qu'à la nature du signal d'entrée. Dans ce cas, les erreurs numériques augmentent, au cours du temps, de manière régulière et non bornée.

Plusieurs solutions de stabilisation numériques avec des signaux stationnaires, ont été proposées dans la littérature [50, 58, 59, 60, 61, 62] et [63]. D'autre part, l'algorithme FRLS est manifestement instable, mais il est possible de maintenir sa stabilité en introduisant quelques équations en plus.

Ici, nous employons la méthode suivie dans [59], pour proposer une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS. Cette méthode est basée sur un modèle du premier ordre de la propagation des erreurs numériques [50]. Le principe général de cette méthode de stabilisation est de modifier les propriétés numériques de l'algorithme sans modifier le comportement théorique de l'algorithme [59]. Cette opération est rendue possible grâce à l'existence de variables redondantes.

D'après [58], l'origine du phénomène de l'instabilité de l'algorithme FTF est dû aux erreurs numériques dans le calcul des variables de la prédiction retour. Ceci est dû essentiellement au calcul de l'erreur de prédiction retour par une formule sans redondance, que nous appelons ici :

$$\bar{r}^{f0}(n) = -\lambda\beta(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (2.81)$$

Cette relation contrairement à la relation de convolution (2.31), introduit des effets numériques négatifs dans le calcul des variables récursives retour (variance et prédicteur). D'ailleurs, il est connu que le changement de la relation (2.81) par la relation de convolution (2.31) améliore nettement les performances des algorithmes FTF [49]. Cette relation de convolution sera notée ici comme suit :

$$\bar{r}^c(n) = x(n-N) - \mathbf{B}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n) \quad (2.82)$$

Il y a une autre façon pour calculer l'erreur de prédiction retour *a priori*, qui permet d'éviter de propager la variance des erreurs de prédiction retour. En écrivant l'équation (2.43) pour le calcul de la variable de vraisemblance à l'instant $n-1$ comme :

$$\gamma_N(n-1) = \lambda^N \frac{\beta(n-1)}{\alpha(n-1)} \quad (2.83)$$

et en utilisant les relations (2.38) et (2.83) dans (2.81), on trouve une nouvelle formule pour le calcul de l'erreur de prédiction retour *a priori* qui sera notée :

$$\bar{r}^{f1}(n) = -\lambda^{-N}\gamma_{N+1}(n)\alpha(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (2.84)$$

Cette erreur de prédiction retour sera calculée à l'aide de la variance des erreurs de prédiction aller à l'instant n et la variable de vraisemblance d'ordre $N+1$.

Pour stabiliser numériquement l'algorithme, nous utilisons ces trois formes d'erreur de prédiction retour pour définir une variable indicateur de divergence théoriquement nulle $\xi(n)$, donnée par :

$$\xi(n) = \bar{r}^c(n) - [(1 - \mu_s)\bar{r}^{f0}(n) + \mu_s\bar{r}^{f1}(n)] \quad (2.85)$$

Le paramètre scalaire ($0 \leq \mu_s \leq 1$) contrôle la propagation des erreurs numériques dans l'algorithme. Le choix de μ_s est trouvé par des simulations.

En outre, le choix $\mu_s = 0$ correspond à l'algorithme stabilisé proposé dans [58]. En pratique, la variable $\xi(n)$ n'est jamais nulle à cause de la précision finie de la machine. Finalement, la variable $\xi(n)$ est utilisée afin de calculer l'erreur de prédiction retour *a priori* :

$$\bar{r}^s(n) = \bar{r}^c(n) + \xi(n) \quad (2.86)$$

Par la suite, la notation NS-FRLS indique l'algorithme numériquement stabilisé de FTF. Pour le filtrage adaptatif, la nouvelle version de FRLS (NS-FRLS) est récapitulée sur le tableau (2.6). Cet algorithme NS-FRLS emploie également le procédé d'initialisation définie dans le tableau (2.4). Ce nouvel algorithme a une complexité de calcul proportionnelle à $\mathcal{O}(8N)$.

Cependant, l'analyse des erreurs numériques peut alors aussi être faite avec cet algorithme stabilisé (NS-FRLS).

TAB. 2.6 – L'algorithme NS-FRLS.

Variables disponibles à l'instant n :	
$\mathbf{A}_N(n-1); \mathbf{B}_N(n-1); \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1); \mathbf{W}_N(n-1); \gamma_N(n-1); \alpha(n-1); \beta(n-1)$	
Nouvelles informations : $x(n)$ and $x(n-N)$	
Partie prédiction :	
$\bar{e}(n) = x(n) - \mathbf{A}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n-1)$	
$\alpha(n) = \lambda\alpha(n-1) + \gamma_N(n-1)(\bar{e}(n))^2$	
$\gamma_{N+1}(n) = (\lambda\alpha(n-1)\gamma_N(n-1))/\alpha(n)$	
$\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \end{bmatrix} + (\bar{e}(n))/(\lambda\alpha(n-1)) \begin{bmatrix} -1 \\ \mathbf{A}_N(n-1) \end{bmatrix}$	
$\mathbf{A}_N(n) = \mathbf{A}_N(n-1) - \bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1)$	
$\bar{r}^c(n) = x(n-N) - \mathbf{B}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n)$	
$\bar{r}^{f0}(n) = -\lambda\beta(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)$	
$\bar{r}^{f1}(n) = -\lambda^{-N}\gamma_{N+1}(n)\alpha(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)$	
$\xi(n) = \bar{r}^c(n) - [(1 - \mu_s)\bar{r}^{f0}(n) + \mu_s\bar{r}^{f1}(n)]$	
$\bar{r}^s(n) = \bar{r}^c(n) + \xi(n)$	
$\gamma_N(n) = (\gamma_{N+1}(n))/(1 + \gamma_{N+1}(n)\bar{r}^s(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))$	
$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}(n) + \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \begin{bmatrix} \mathbf{B}_N(n-1) \\ -1 \end{bmatrix}$	
$\mathbf{B}_N(n) = \mathbf{B}_N(n-1) - \bar{r}^s(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$	
$\beta(n) = \lambda\beta(n-1) + \gamma_N(n)(\bar{r}^s(n))^2$	
Partie filtrage :	
$\varepsilon(n) = y(n) - \mathbf{W}_N^T(n-1)\mathbf{X}_N(n)$	
$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{W}_N(n-1) - \varepsilon(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n)$	

En écrivant les équations de la propagation des erreurs numériques selon le modèle linéaire (2.49), nous pouvons obtenir une nouvelle matrice approximative de transition pour la propagation des erreurs numériques $\mathbf{F}^{NS}(n)$ pour l'algorithme NS-FRLS (où l'exposant NS correspond à la nouvelle version numériquement stable).

Obtention de la nouvelle matrice de propagation des erreurs

Dans la suite, on reprend les notations utilisées pour le calcul des équations de propagation des erreurs dans l'algorithme FTF. La définition de l'erreur de prédiction retour $\bar{r}^s(n)$ n'intervient ni dans le calcul des variables récursives aller, ni dans le calcul des gains de Kalman duaux d'ordre N et $N + 1$. Dans ce cas, les erreurs numériques dans ces variables restent inchangées.

Par contre, la présence de l'erreur de prédiction retour $\bar{r}^s(n)$ dans le calcul de la variable de vraisemblance modifie l'équation des erreurs numériques dans cette dernière. Il vient alors :

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_N(n) = & \left[\mathbf{U}_1^{NS} \quad u_1^{NS} \right] \Delta\mathbf{a}(n-1) + \\ & \left[2(\gamma_N(n))^2 \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \mathbf{X}_N^T(n) \quad (\mu_s - 1)\lambda(\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \right] \Delta\mathbf{b}(n-1) + \\ & \left[2\bar{r}^c(n)(\gamma_N(n))^2 \mathbf{q}_N^T \quad (\rho_\alpha(n)/\theta(n))^2 - \mu_s \lambda^{-N+1} \alpha(n-1)(\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \right] \\ & \Delta\mathbf{c}(n-1) \end{aligned} \quad (2.87)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1^{NS} &= 2(\gamma_N(n))^2 \bar{e}(n) \mathbf{X}_N^T(n-1) / (\lambda \alpha(n-1)) \\ u_1^{NS} &= \gamma_N(n)(1 - \rho_\alpha(n)) / (\alpha(n-1)\theta(n)) - \mu_s \lambda^{-N+1} \gamma_N(n-1) (\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \\ \theta(n) &= \theta^{NS}(n) = 1 + \bar{r}^s(n) \gamma_{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \end{aligned}$$

En regroupant l'expression de l'erreur absolue dans le calcul de la variable de vraisemblance d'ordre N avec la relation (2.66) donnant les erreurs dans le calcul du gain de Kalman dual d'ordre N , il vient pour l'expression des erreurs numériques dans les variables de Kalman récursives :

$$\Delta\mathbf{c}(n) = \mathbf{F}_{21}^{NS}(n) \Delta\mathbf{a}(n-1) + \mathbf{F}_{22}^{NS}(n) \Delta\mathbf{c}(n-1) + \mathbf{F}_{23}^{NS}(n) \Delta\mathbf{b}(n-1) \quad (2.88)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21}^{NS}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}(n) \\ \mathbf{U}^{NS}(n) \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_{22}^{NS}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}^c(n) & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ 2\bar{r}^c(n)(\gamma_N(n))^2 \mathbf{q}_N^T \quad (\rho_\alpha(n)/\theta(n))^2 - \mu_s \lambda^{-N+1} \alpha(n-1)(\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 & \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_{23}^{NS}(n) &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ 2(\gamma_N(n))^2 \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \mathbf{X}_N^T(n) \quad (\mu_s - 1)\lambda(\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 & \end{bmatrix} \end{aligned}$$

avec :

$$\mathbf{U}^{NS}(n) = \left[\mathbf{U}_1^{NS} \quad u_1^{NS} \right] + 2\bar{r}^c(n)(\gamma_N(n))^2 \mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{L}(n)$$

Dans l'algorithme NS-FRLS, les variables récursives retour s'écrivent :

$$\Delta \mathbf{b}(n) = \mathbf{F}_{31}^{NS}(n) \Delta \mathbf{a}(n-1) + \mathbf{F}_{32}^{NS}(n) \Delta \mathbf{c}(n-1) + \mathbf{F}_{33}^{NS}(n) \Delta \mathbf{b}(n-1) \quad (2.89)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{31}^{NS}(n) &= \mathbf{M}^{rNS}(n) \mathbf{F}_{21}^{NS}(n) + \mathbf{M}^{gNS}(n) + \mathbf{H}^{NS}(n) \mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{L}(n) \\ \mathbf{F}_{32}^{NS}(n) &= \mathbf{M}^{rNS}(n) \mathbf{F}_{22}^{NS}(n) + \mathbf{M}^{aNS}(n) + \mathbf{H}^{NS}(n) [\mathbf{q}_N^T \ 0] \\ \mathbf{F}_{33}^{NS}(n) &= \begin{bmatrix} \theta^{-1}(n) \mathbf{I}_N + 2\theta^{-1}(n) \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \mathbf{X}_N^T(n) & (\mu_s - 1) \lambda \theta^{-1}(n) \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 2(1 - \theta^{-1}(n)) \bar{r}^s(n) \gamma_N(n) \mathbf{X}_N^T(n) & \lambda(1 + (1 - \mu_s)(1 - \theta^{-2}(n))) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{rNS}(n) &= \begin{bmatrix} -\bar{r}^s(n) \gamma_N(n) \mathbf{I}_N & -\bar{r}^s(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & (\bar{r}^s(n))^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}^{NS}(n) &= \gamma_N(n) [(1 - \mu_s) \lambda \beta(n-1) + \mu_s \lambda^{-N+1} \alpha(n-1) \gamma_N(n-1)] \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 2\bar{r}^s(n) \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}^{aNS}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & -\mu_s \gamma_N(n) \lambda^{-N+1} \alpha(n-1) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & 2\mu_s \gamma_N(n) \lambda^{-N+1} \alpha(n-1) \bar{r}^s(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}^{gNS}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & -\mu_s \gamma_N(n) \lambda^{-N+1} \gamma_N(n-1) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & 2\mu_s \gamma_N(n) \lambda^{-N+1} \gamma_N(n-1) \bar{r}^s(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La matrice de propagation des erreurs $\mathbf{F}^{NS}(n)$ paramétrisée par μ_s est résumée dans l'annexe B.

Analyse de stabilité de l'algorithme NS-FRLS

Assumant que $\mathbf{F}_{23}^{NS}(n)$ est proche d'une matrice nulle ; alors, la propagation des erreurs numériques de $\Delta \mathbf{b}(n)$ peut être approximée par l'équation linéaire temps-variable du premier ordre [58] (équation (2.89)).

La nouvelle matrice $\mathbf{F}_{33}^{NS}(n)$ est une matrice triangulaire inférieure par blocs, parce que le premier N composant de la $(N+1)^{\text{ème}}$ colonne :

$$(\mu_s - 1) \lambda \theta^{-1}(n) \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \quad (2.90)$$

est multiplié par $(1 - \lambda)^2$ en régime asymptotique :

$$(1 - \lambda)^2 (\mu_s - 1) \mathbf{R}_N^{-1}(\mathbf{X}) \mathbf{X}_N(n) \mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{R}_{N+1}^{-1}(\mathbf{X}) \mathbf{X}_{N+1}(n) \quad (2.91)$$

Alors, les blocs diagonaux de $\mathbf{F}_{33}^{NS}(n)$ sont les gains non-perturbés du premier ordre :

$$\Delta \mathbf{B}_N(n) = \theta^{-1}(n) \mathbf{I}_N + 2\theta^{-1}(n) \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \mathbf{X}_N^T(n) \Delta \mathbf{B}_N(n-1) + \mathbf{P}_B(n) \quad (2.92)$$

$$\Delta \beta(n) = \lambda(1 + (1 - \mu_s)(1 - \theta^{-2}(n))) \Delta \beta(n-1) + P_\beta(n) \quad (2.93)$$

où les termes perturbés $\mathbf{P}_B(n)$ et $P_\beta(n)$ peuvent être trouvés en utilisant l'équation (2.89).

Pour obtenir la condition de stabilité, nous exagérons que tous les modules des valeurs propres de la matrice \mathbf{F}_{ss} sont inférieurs à 1. Remarquant aussi que le facteur d'oubli λ est typiquement choisi positif. Pour cette étape, le choix du paramètre μ_s égal à 0.25 a été intensivement examiné par des simulations sur une très longue durée du signal d'entrée. Pour ce choix fixe de μ_s , les expressions récursives (2.92) et (2.93) peuvent être écrites comme :

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{B}_N(n) &= \theta^{-1}(n) \{ \mathbf{I}_N - 2\mathbf{R}_N^{-1}(n)\mathbf{X}_N(n)\mathbf{X}_N^T(n) \} \Delta\mathbf{B}_N(n-1) + \mathbf{P}_\mathbf{B}(n) \\ &= \mathbf{G}_\mathbf{B}(n)\Delta\mathbf{B}_N(n-1) + \mathbf{P}_\mathbf{B}(n)\end{aligned}\quad (2.94)$$

$$\begin{aligned}\Delta\beta(n) &= (\lambda/4)(7 - 3\theta^{-2}(n))\Delta\beta(n-1) + P_\beta(n) \\ &= G_\beta(n)\Delta\beta(n-1) + P_\beta(n)\end{aligned}\quad (2.95)$$

où :

$\mathbf{G}_\mathbf{B}(n)$ et $G_\beta(n)$ représentent respectivement les gains matriciel et scalaire et $\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) = -\mathbf{R}_N^{-1}(n)\mathbf{X}_N(n)$.

Il est facile de vérifier que le gain scalaire asymptotique, $G_\beta(\infty) = (1/4)(7\lambda - 3/\lambda)$ est compris entre ± 1 pour $1/2 < \lambda < 1$.

Le gain matriciel $\mathbf{G}_\mathbf{B}(n)$ dépend des propriétés statistiques du signal de référence d'entrée $x(n)$ avec quelques hypothèses employées dans l'approche statistique pour l'analyse des erreurs approximatives, nous calculons la puissance du système (2.94) dans le vecteur de prédiction retour :

$$\begin{aligned}E \{ \Delta\mathbf{B}_N(n)\Delta\mathbf{B}_N^T(n) \} &= (1/\lambda^2) [1 - 4(1 - \lambda) + 4(N + 2)(1 - \lambda)^2] \\ &E \{ \Delta\mathbf{B}_N(n-1)\Delta\mathbf{B}_N^T(n-1) \}\end{aligned}\quad (2.96)$$

La contrainte :

$$|(1/\lambda^2) [1 - 4(1 - \lambda) + 4(N + 2)(1 - \lambda)^2]| < 1$$

mène à la condition suivante :

$$1 > \lambda > (4N + 5)/(4N + 7) = 1 - 1/(2N + 3, 5)$$

Rappelons que cette condition correspond au cas d'un signal d'entrée gaussien décorréolé. De cette approche statistique pour l'analyse des erreurs approximatives, nous pouvons déterminer l'intervalle du facteur d'oubli λ qui garanti la stabilité numérique de l'algorithme [57] :

$$1 > \lambda > 1 - 1/(2N + 3, 5) \quad (2.97)$$

Pour simplifier, le facteur d'oubli peut s'écrire comme :

$$\lambda > 1 - 1/(pN) \quad (2.98)$$

où le paramètre p est un réel strictement supérieur à 2 pour assurer la stabilité numérique de l'algorithme.

Dans ces conditions, la matrice $\mathbf{F}_{33}^{NS}(n)$ en régime asymptotique est donnée par :

$$\mathbf{F}_{33}^{NS}(n) = \begin{bmatrix} (2 - 1/\lambda)\mathbf{I}_N & * \\ * & (1/4)(7\lambda - 3/\lambda) \end{bmatrix}$$

Éléments indiqués par * ne sont pas explicitement donnés car ils n'affectent pas les résultats de l'analyse.

2.4 Résultats expérimentaux

Ce paragraphe évalue les performances de l'algorithme NS-FRLS proposé pour des applications de réduction de bruit. Un schéma modélisant le problème de la réduction de bruit avec un algorithme adaptatif à référence est présenté sur la figure (2.2). On y retrouve dans ce schéma le signal de parole utile $s(n)$, la référence bruit $x(n)$, le chemin inconnu à modéliser qui correspond au chemin de bruit et la voie principale contenant le signal utile $s(n)$ et le bruit perturbateur $v(n)$. Le bruit perturbateur $v(n)$ est issu d'un filtrage linéaire du bruit de référence $x(n)$ par le chemin inconnu. Pour éliminer le bruit $v(n)$, nous devons identifier le chemin inconnu par un filtre adaptatif $\mathbf{W}_N(n-1)$, puis soustraire la sortie de ce filtre adaptatif de la voie dite principale pour retrouver un signal de parole rehaussé.

Avant de procéder aux essais de réduction de bruit par l'algorithme NS-FRLS proposé et développé dans les paragraphes précédents et l'algorithme NLMS, des tests de stabilité seront tout d'abord effectués sur l'algorithme FRLS de façon à observer son comportement.

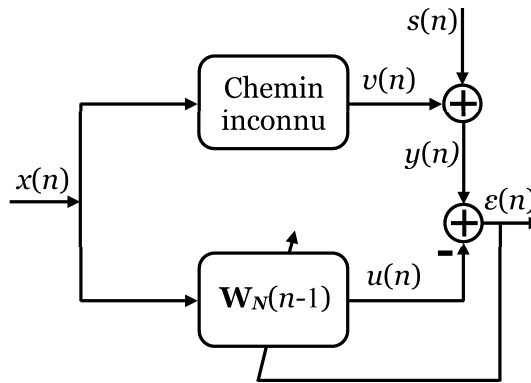


FIG. 2.2 – Modélisation de la réduction de bruit adaptative.

2.4.1 Test de stabilité numérique

Il est bien connu que dans cas stable de d'algorithme FRLS, la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$ doit être incluse entre 0 et 1. Alors, pour un ordre N de l'algorithme et un facteur d'oubli λ choisi bien sûr dans la condition de stabilité numérique, donnée par la relation (2.98), nous allons observer l'évolution temporelle de la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$.

Dans un premier temps, les tests sur l'algorithme FRLS (stabilisé ou non) seront mené sans la présence de la parole $s(n)$, et cela dans le souci d'évaluer la stabilité de l'algorithme uniquement. Nous présentons ici quelques unes des très nombreuses simulations systématiques effectuées pour s'assurer de la stabilité à très long terme de l'algorithme FRLS stabilisé. Cependant, pour examiner le comportement numérique de l'algorithme FRLS, l'entrée référence-bruit $x(n)$ a été générée à partir d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance unitaire. Dans cette partie, on observera également l'impact de la stabilité de l'algorithme sur la partie de filtrage. Le chemin inconnu a été synthétisé en utilisant un filtre FIR d'ordre $N = 32$, pour obtenir le signal de bruit primaire $v(n)$.

Le paramètre p dans l'équation (2.98) est choisi égal à 3 pour assurer la stabilité de l'algorithme, la constante $E_0 = 1$ et le paramètre μ_s était expérimentalement réglé à 0.25. Le critère de performance objectif couramment utilisé en identification des systèmes est l'évolution temporelle de la variance des coefficients normalisée, exprimé en décibels ("the system mismatch" en anglais) :

$$mis(n) = 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{W}_{opt} - \mathbf{W}_N(n)\|^2}{\|\mathbf{W}_{opt}\|^2} \quad (2.99)$$

où \mathbf{W}_{opt} indique le chemin optimal.

La figure (2.3) montre l'évolution temporelle de la variable de vraisemblance $\gamma_N(n)$ ainsi que la variance des coefficients normalisée pour les deux algorithmes FRLS (NS-FRLS et FTF). Tandis que l'algorithme FTF diverge irrémédiablement, l'algorithme NS-FRLS n'a présenté aucune divergence pour différents ensembles de données.

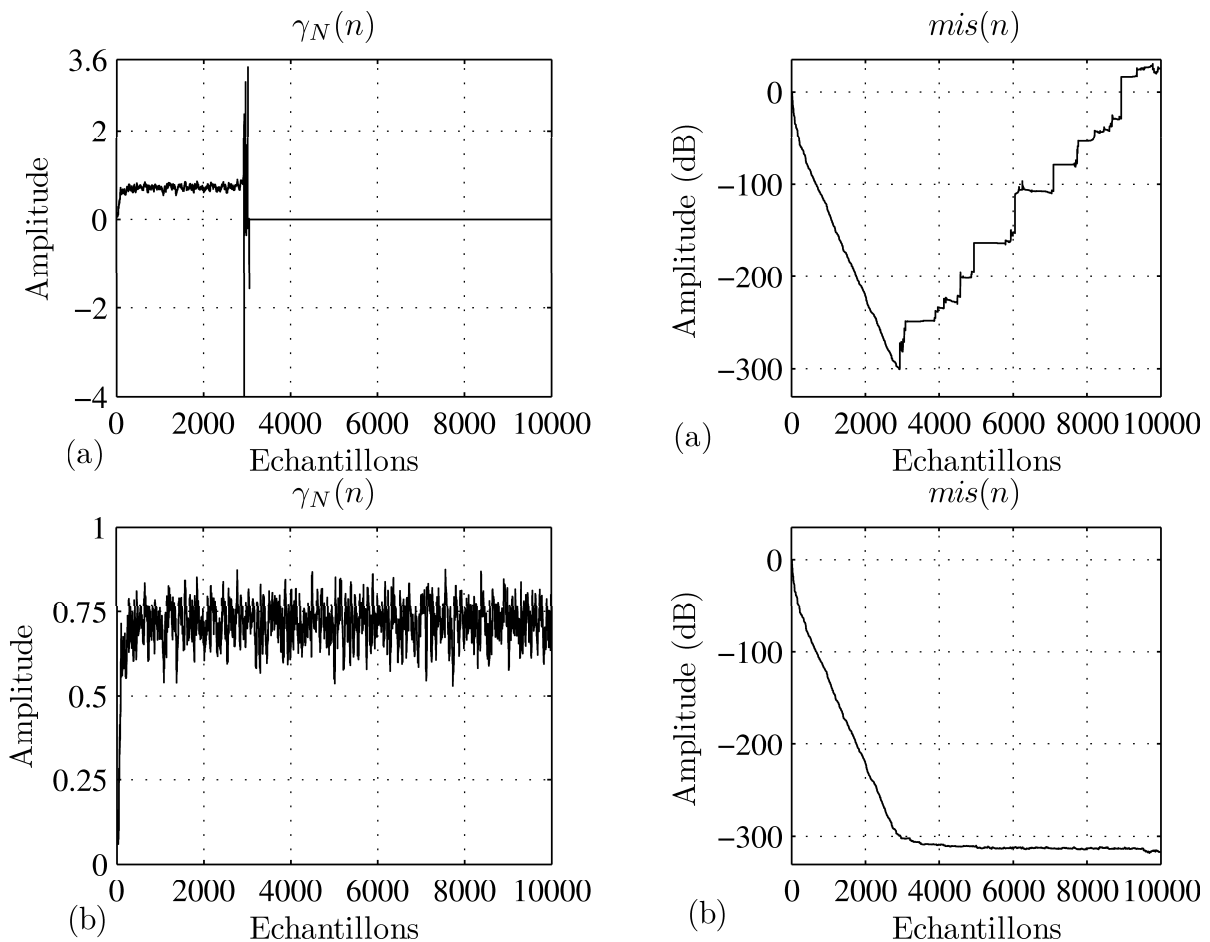


FIG. 2.3 – (a) Algorithme FTF, (b) Algorithme NS-FRLS.

Pour démontrer la validité des résultats analytiques développés sur la propagation des erreurs numériques dans les sections précédentes et présentées dans les annexes, nous proposons une mesure objective qui calcule la moyenne algébrique des valeurs propres de la

matrice de transition pour la propagation des erreurs après équilibré (régime permanent). Cette mesure a été calculée pour les deux algorithmes (stabilisé et non stabilisé) avec les mêmes paramètres d'entrée. La mesure proposée sera définie pour $3(N + 1)$ valeurs propres comme [40] :

$$ave(n) = \frac{1}{3(N + 1)} \sum_{i=1}^{3(N+1)} |valeurs_propres(\mathbf{F}_{ss})|_i \quad (2.100)$$

où $\mathbf{F}_{ss} = \mathbf{F}(n)$ ou $\mathbf{F}^{NS}(n)$ en régime permanent.

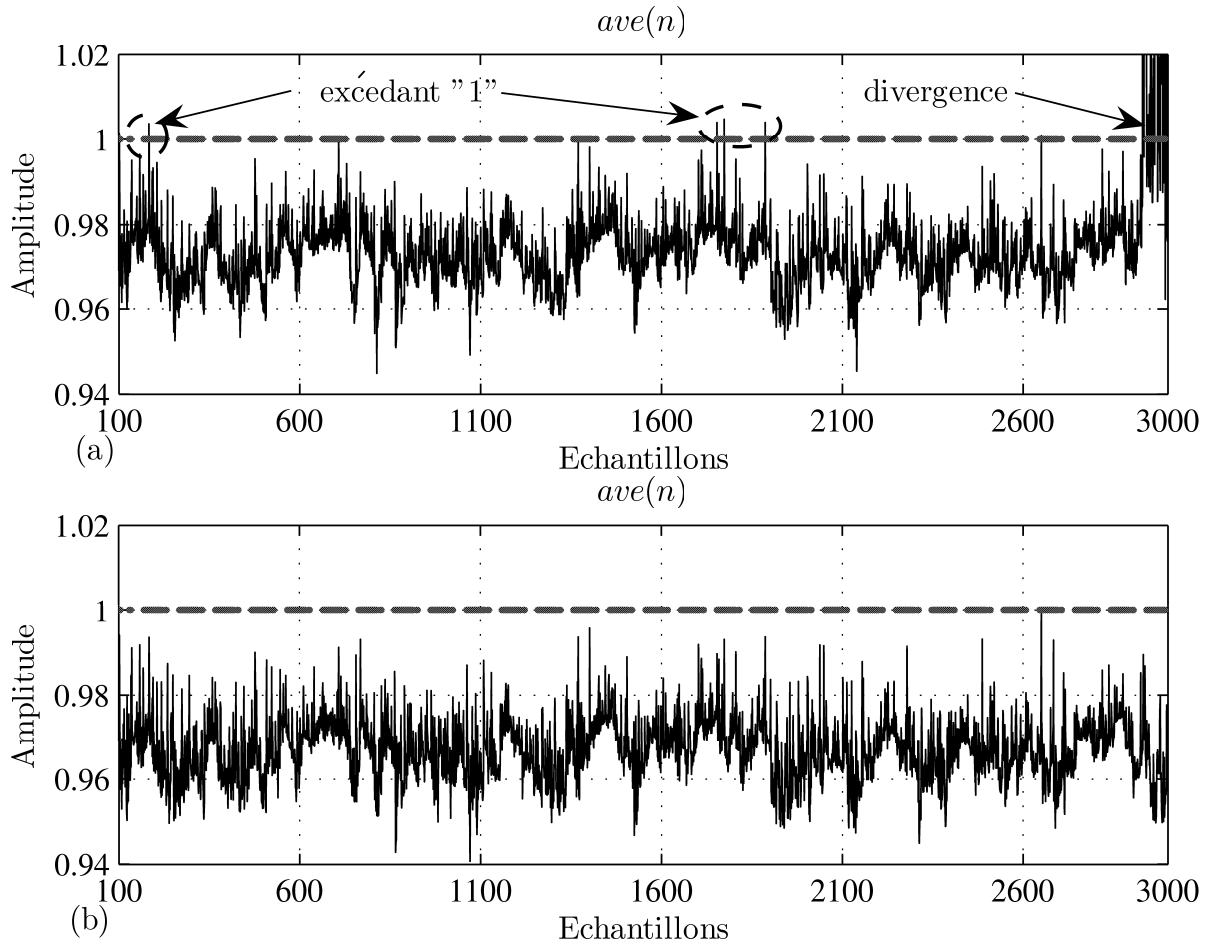


FIG. 2.4 – Évolution temporelle de la mesure $ave(n)$: (a) Algorithme FTF, (b) Algorithme NS-FRLS.

La figure (2.4) montre seulement les 3000 premières itérations après équilibré, de l'évolution temporelle de la mesure $ave(n)$ pour les algorithmes FTF et NS-FRLS.

Nous pouvons observer dans cette figure que dans le cas de l'algorithme FTF, la mesure $ave(n)$ dépasse la valeur 1 pendant les 2700 itérations, ce qui causera par la suite une divergence absolue de l'algorithme. Dans le cas de l'algorithme NS-FRLS, la mesure $ave(n)$ ne présente aucune valeur excédant 1. Par conséquent, l'algorithme NS-FRLS reste stable le long du traitement.

Nous avons aussi vérifié par simulation que le non respect de la condition (2.98) fait diverger l'algorithme NS-FRLS (voir la figure (2.5)). La différence avec l'algorithme non stabilisé (FTF) est que l'algorithme NS-FRLS diverge après un temps de simulation plus long. Dans ce cas, l'algorithme NS-FRLS est numériquement stable quand nous respectons la condition de stabilité. Il faut noter que des simulations ont été assurées pour plus de 10^7 itérations.

Les résultats de simulation présentés sont obtenus par un ensemble moyen de plus de 100 expériences indépendantes de tests. La variance des coefficients normalisée est limitée dans la simulation au environ -330 dB en raison des erreurs de quantification présentées dans le calcul.

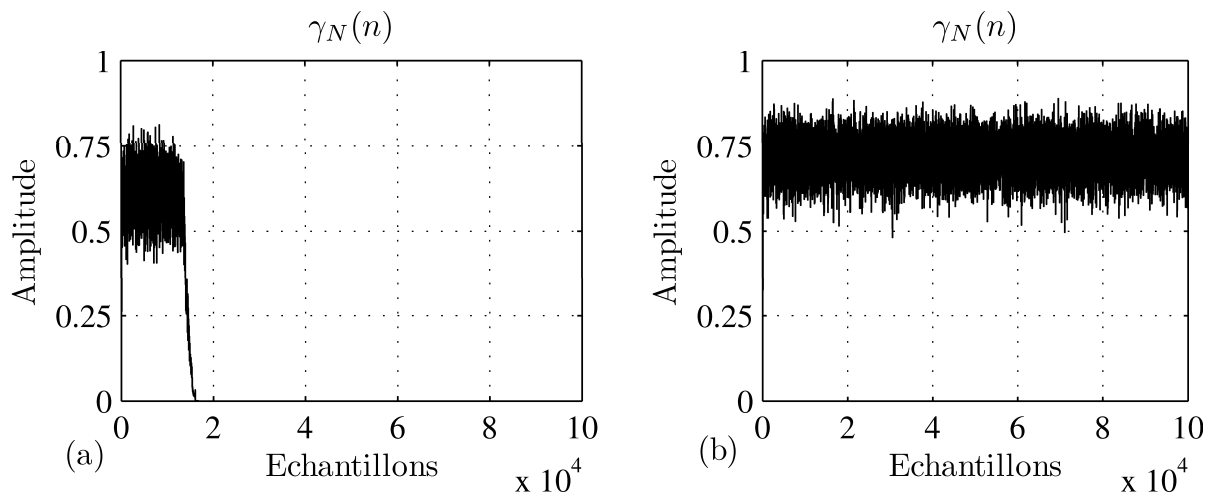


FIG. 2.5 – Algorithme NS-FRLS : (a) condition de stabilisé non respectée ($\lambda = 1 - 1/2N$), (b) condition de stabilisé respectée ($\lambda = 1 - 1/3N$).

2.4.2 Application à la réduction de bruit

Les algorithmes RLS et FRLS résous la même solution du critère des moindres carrés. Et en raison de la complexité de calcul de l'algorithme RLS, ce dernier n'est généralement pas utilisé dans les applications temps réel. Pour cela, c'est seulement les algorithmes NLMS et FRLS qui vont être retenus par la suite pour les tests de simulation. Pour une étude comparative, les algorithmes NLMS et NS-FRLS sont implémentés pour l'application de réduction de bruit.

Vu que la réduction de bruit adaptative avec voie de référence illustre le problème d'identification, et pour voir en claire les avantages de l'algorithme NS-FRLS par rapport à l'algorithme NLMS, nous allons tout d'abord comparer ces deux algorithmes dans un contexte d'identification. En utilisant les mêmes paramètres d'entrée obtenus dans la section précédente (2.4.1) (*i.e.* sans la parole $s(n)$) et un $\delta=0.1$ pour l'algorithme NLMS. La figure (2.6) superpose les évolutions temporelles de la variance des coefficients normalisée pour les deux algorithmes. D'autre part, les non stationnarités du chemin de bruit se traduisent essentiellement par des sauts dans la réponse impulsionnelle à identifier [57]. Cette non stationnarité est difficile à contrôler en pratique ; il est cependant possible de simuler des non stationnarités artificielles apportant des dégradations des performances des algorithmes du même ordre de grandeur que les non stationnarités réelles. Ainsi pour

tester la capacité de poursuite des non stationnarités de ces algorithmes adaptatifs nous avons simulé un saut dans cette réponse impulsionnelle en augmentant (ou en diminuant) sur un intervalle de temps l'amplitude de $v(n)$, par conséquent on obtiendra un bruit ($v(n)$) non stationnaire.

D'après ces résultats, on peut constater que l'algorithme NS-FRLS présente une convergence rapide et une meilleure capacité de poursuite des non stationnarités par rapport à l'algorithme NLMS. Dans ce cas, on peut dire que l'algorithme NS-FRLS accélère la convergence de la réponse impulsionnelle vers sa limite.

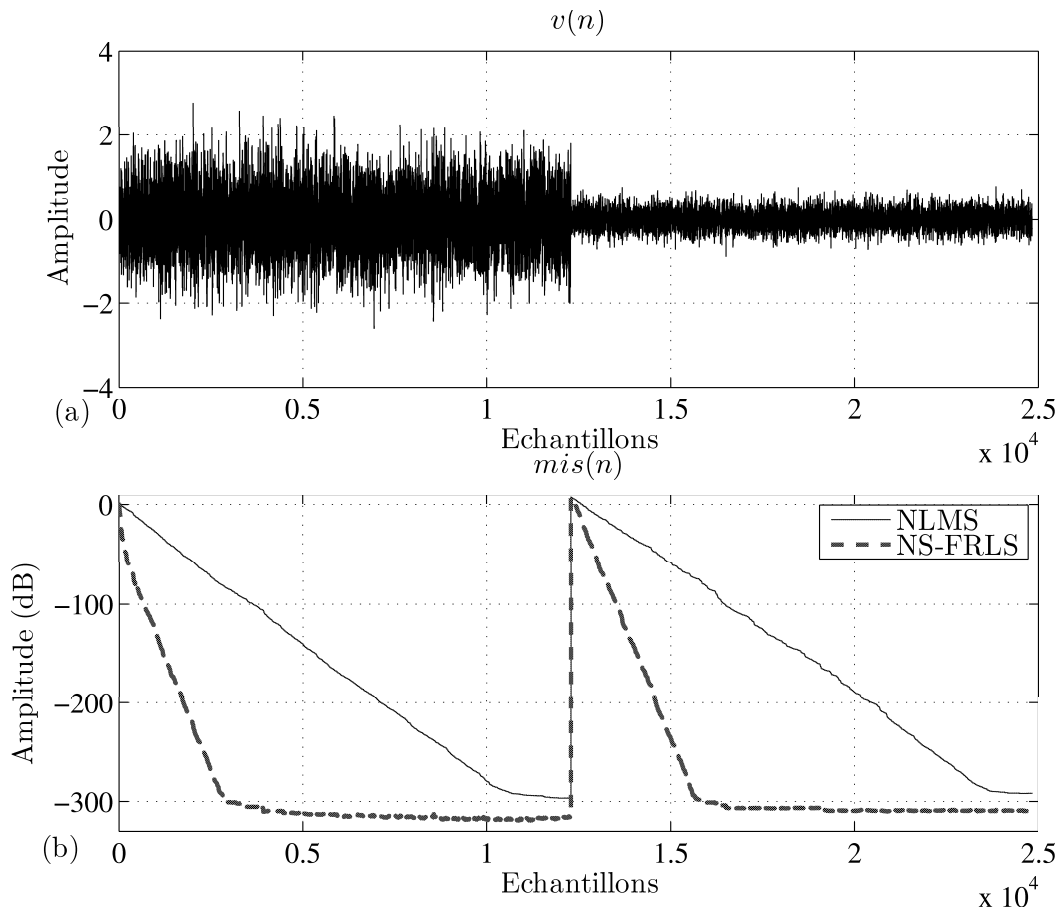


FIG. 2.6 – (a) Signal bruit non stationnaire $v(n)$, (b) Variance des coefficients normalisée $mis(n)$: $\delta=0.1$ (NLMS), $\lambda = 1 - 1/3N$ (NS-FRLS) et $N=32$.

Dans un deuxième cas, la parole utile $s(n)$ est additionnée au signal de bruit primaire $v(n)$ obtenu précédemment pour un RSB en entrée égal à -20 dB (voir figure (2.7)). Les paroles utilisées sont échantillonnées à 16 kHz codées sur 16 bits (mono/format wav). Les résultats après réduction de bruit sont également présentés dans la figure (2.7).

De ces résultats, il devient évident que l'algorithme NS-FRLS présente une meilleure réduction de bruit comparée à l'algorithme NLMS. Ces résultats montrent aussi la supériorité dans la vitesse de convergence de l'algorithme NS-FRLS comparée à celle de l'algorithme NLMS.

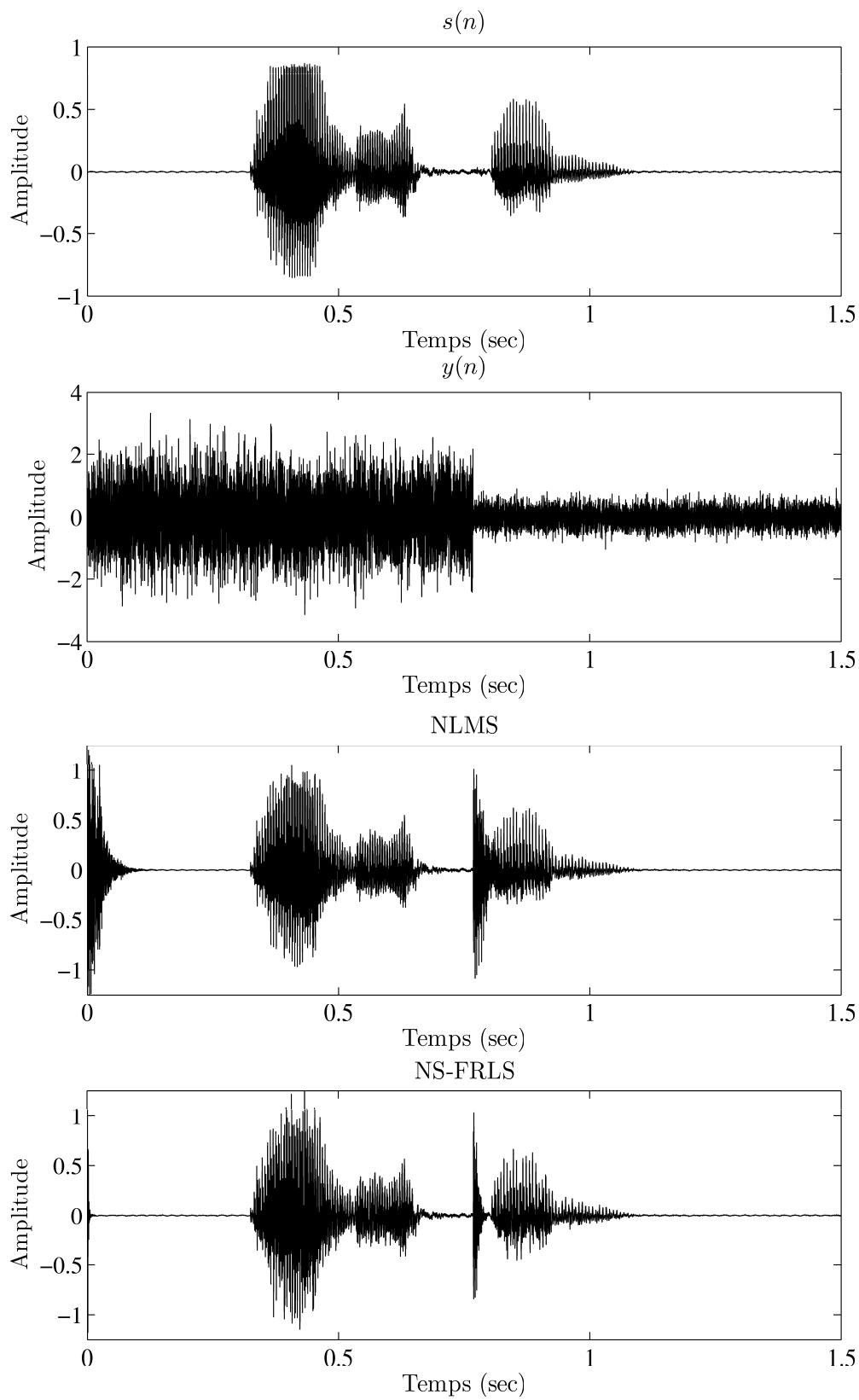


FIG. 2.7 – Evolutions temporelles des résultats avant et après traitement par NLMS et NS-FRLS.

Remarque

On remarque dans la figure (2.7) que la parole $s(n)$ est noyée complètement dans le bruit $v(n)$ ($y(n) = s(n) + v(n)$).

Dans le cadre d'applications mains-libres dans une voiture, nous avons mené une seconde expérience avec un bruit de voiture. La fonction de transfert (ou le chemin de bruit) utilisée dans la simulation est une fonction de transfert acoustique expérimentalement mesurée dans un véhicule. La figure (2.8) montre la réponse impulsionnelle mesurée dans une voiture, tronquée à 256 points (équivalent à 0.0160 secondes pour la fréquence d'échantillonnage de 16 kHz) avec sa réponse fréquentielle. La parole de test ($s(n)$) est mélangée au bruit intérieur du véhicule ($v(n)$) à un RSB en entrée de -20 dB .

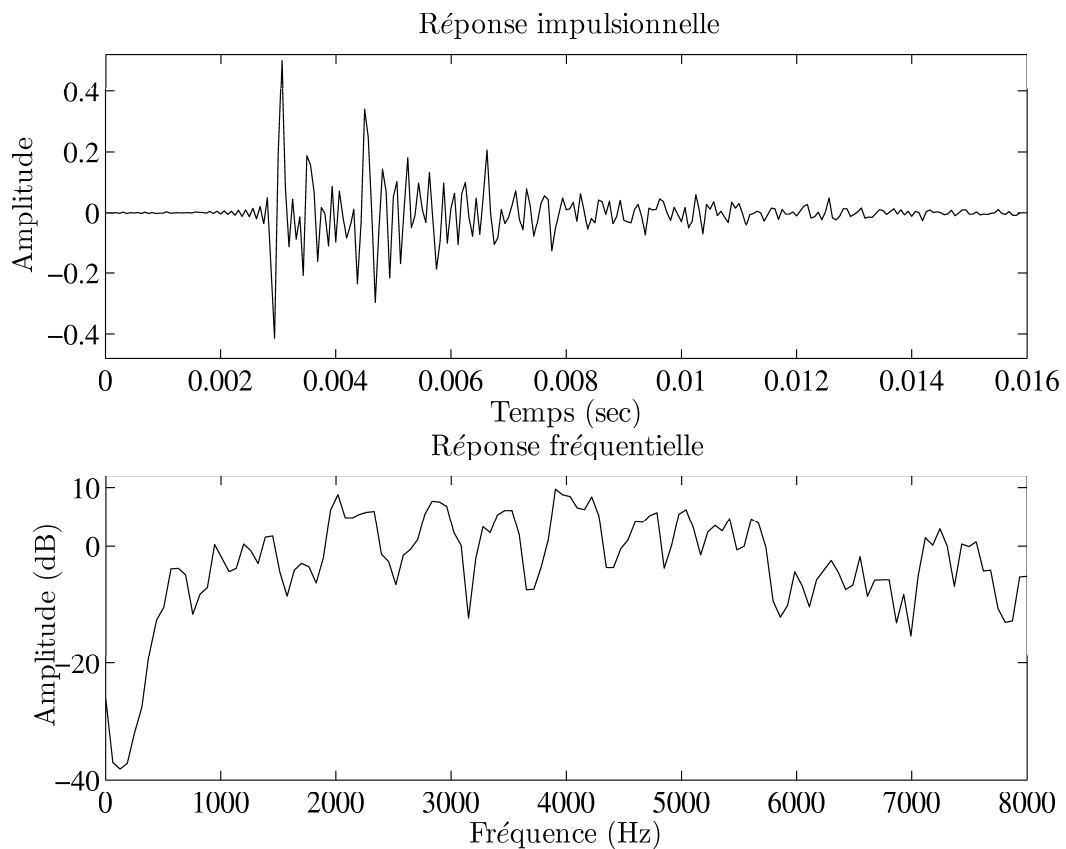


FIG. 2.8 – Réponse mesurée d'un habitacle de voiture.

Avec le bruit de voiture, la qualité de la réduction de bruit est plus évidente après 0.04 seconde pour l'algorithme NS-FRLS, alors que pour l'algorithme NLMS, elle vient après 0.34 seconde (voir figure (2.9)). Les comparaisons mentionnées ci-dessus impliquent que l'algorithme NLMS est plus simple dans le processus d'évaluation, mais il atteint la mauvaise qualité dans la réduction de bruit par rapport à l'algorithme NS-FRLS. Alors que ce dernier réalise la tâche de réduction de bruit avec une haute qualité. En outre, des tests d'écoute informels ont été effectués afin de fournir un jugement sur la qualité du signal rehaussé.

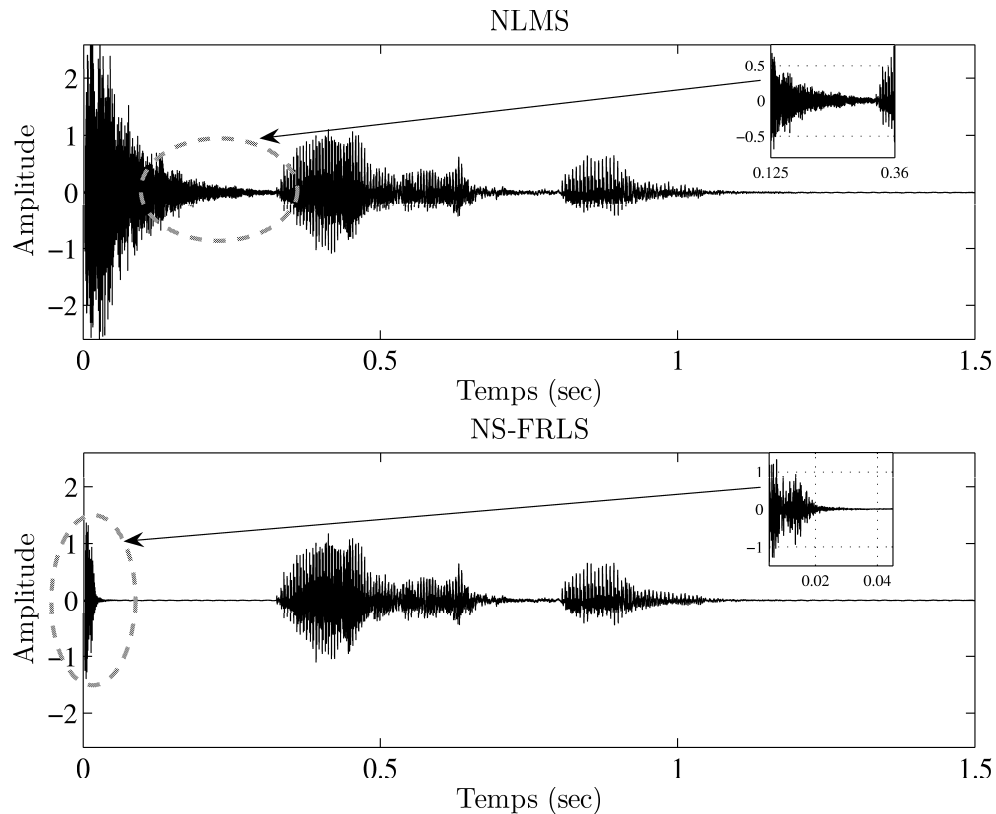


FIG. 2.9 – Résultats de rehaussement par les algorithmes NLMS ($\delta = 0.25$) et NS-FRLS ($\lambda = 0.99869$) pour un ordre du filtre adaptatif $N=256$.

L'algorithme NS-FRLS proposé a été testé avec succès par des simulations sur une très longue durée avec différents niveaux de bruit.

2.5 Conclusion

L'utilisation d'un filtre adaptatif pour réduire toutes les perturbations accompagnant une prise de son par des terminaux mains-libres est proposée dans cette thèse. Il s'agit, alors, de mettre en œuvre un traitement afin d'éliminer au mieux le bruit perturbateur. L'utilisateur peut parfois acquérir un signal lié à la source de bruit que l'on nomme référence-bruit seul, qui peut être scalaire ou vectorielle. La réduction de bruit consiste à identifier, puis à reconstruire, un filtre qui, excité par cette référence-bruit, fournit une estimation du bruit perturbateur. Cette estimation retranchée au signal bruité procure une estimation du signal utile. Pour réduire efficacement le bruit perturbateur, une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS a été présentée. Nous avons aussi analysé la propagation des erreurs numériques dans cette nouvelle version stabilisée. Notre analyse a été basée sur le modèle linéarisé pour la propagation des erreurs. La méthodologie présentée ici résout le problème de stabilité provoqué par la propagation des erreurs dans l'algorithme FRLS. Les tests de la stabilité numérique présentés dans la simulation confirment cette hypothèse. L'application du nouvel algorithme NS-FRLS à la réduction de bruit a été largement étudiée. Dans cet aspect les résultats obtenus prouvent

que l'algorithme NS-FRLS est très satisfaisant.

Les principaux avantages de l'algorithme NS-FRLS sont :

- Capacité de réduire le bruit non stationnaire ;
- Capacité d'opérer avec des RSB bas ;
- Aucune distorsion de la parole traitée ;
- Adaptation rapide ;
- Complexité de calcul réduite.

Il faut noter que pour l'algorithme NLMS, le pas d'adaptation δ est difficile à régler, non seulement pour garantir la convergence mais aussi pour assurer un compromis satisfaisant entre la précision de l'estimation et les capacités de poursuite. Tandis que pour l'algorithme NS-FRLS, le facteur d'oubli λ doit seulement vérifier la condition de stabilité (2.97).

Ces résultats rendent l'algorithme NS-FRLS très compétitif dans les applications de réduction de bruit (téléphonie mains-libres dans une voiture par exemple) dans la mesure où l'algorithme NLMS ne permet d'atteindre ces performances en capacité de poursuite et vitesse de convergence.

Deuxième partie

Contrôle d'écho

Introduction de la deuxième partie

Les nouveaux services terminaux audio développés pour les systèmes de télécommunications (téléconférence, téléphones mains-libres, visiophones, radiotéléphones mains-libres de voiture, *etc.*) amènent à considérer le milieu acoustique (salle, véhicule) comme faisant part entière de la chaîne de communication.

Ces nouveaux terminaux sont caractérisés par la diffusion de la parole sur haut-parleur et la prise de son par un ou plusieurs microphones distants de l'utilisateur. Contrairement aux téléphones classiques équipés d'un combiné, ces nouveaux terminaux interagissent fortement avec l'environnement acoustique : l'espace dans lequel ils sont disposés.

Dans ces conditions, la communication avec de tels systèmes peut être considérablement altérée par le bruit ambiant ainsi que par le phénomène de l'écho acoustique. Aussi des traitements de réduction de bruit et d'annulation d'écho s'avèrent indispensables pour assurer une communication de bonne qualité. L'objectif dans ce cas, est de minimiser pour l'utilisateur la puissance des signaux perturbateurs (écho, bruit) sans dégrader le signal utile (parole). Le problème de bruit a été très largement abordé dans la première partie de cette thèse. Cette deuxième partie sera consacrée entièrement pour le contrôle d'écho.

Un écho est le phénomène dans lequel une version retardée et distordue d'un son est réfléchi et renvoyée vers la source. La base théorique des annuleurs d'écho est le filtrage adaptatif. Ce domaine a été largement étudié pendant les dernières décennies et la conception des premiers dispositifs d'annulation adaptative date du milieu des années 60 [45]. Initialement destinés à annuler l'écho du locuteur éloigné lors de communications vocales longues distances, les annuleurs d'échos sont aujourd'hui partie intégrante des dispositifs de communication dits mains-libres comme ceux mis en œuvre pour les téléconférences ou la téléphonie automobile. Les annuleurs d'écho étaient utilisés au début que pour lutter contre l'écho ligne mais au fil du temps l'annulation d'écho acoustique est devenue indispensable. C'est le type d'écho qui est le sujet de cette deuxième partie de thèse.

De nombreuses solutions existent aujourd'hui et permettent d'obtenir de nettes améliorations concernant la qualité des communications et donc le confort des utilisateurs.

Ces problèmes peuvent être ramenés à l'identification de canal avec entrée connue ou non, et sortie connue bruitée. Pour réaliser efficacement cette identification, on doit prendre en compte les propriétés particulières des canaux acoustiques et des signaux traités.

Les canaux acoustiques (trajets des ondes sonores) ont les propriétés caractéristiques suivantes [64, 65] :

- réponse impulsionnelle à durée infinie ; la partie utile à identifier en pratique varie typiquement entre 30 millisecondes et 250 millisecondes suivant les applications, soit plusieurs centaines à plusieurs milliers de points aux fréquences d'échantillonnage audio (8 et 16 kHz) ; cette réponse a une structure temporelle complexe (ensemble de réflexions dépendant de la géométrie de la salle, des obstacles présents, *etc.*) et

- n'admet pas de modèle simple ayant peu de paramètres ;
- non-stationnarité due aux mouvements des personnes, aux déplacements d'objets, *etc...* ; l'évolution temporelle peut être rapide, mais il n'y a pas de ruptures.

Le signal à l'entrée est la parole ou un mélange bruit plus parole ; sa bande passante s'étend sur plusieurs octaves (300 *Hz* à 3400 *Hz* pour la parole téléphonique, 150 *Hz* à 7 000 *Hz* pour la parole dite à "bande élargie"), son spectre n'est pas plat (formants, pente) et très variable dans le temps.

Le bruit en sortie (bruit d'ambiance acoustique) est généralement non-stationnaire, non blanc et peut avoir un niveau élevé (parole locale appelée "double parole", bruit de roulement dans un véhicule)¹. On doit donc utiliser des algorithmes d'identification adaptatifs (puisque les canaux acoustiques sont inconnus et évoluent au cours du temps) qui soient robustes aux perturbations en sortie.

La deuxième partie de cette thèse est divisée également en deux chapitres afin d'étudier le problème d'écho acoustique. Au cours du troisième chapitre, nous définirons le phénomène d'écho acoustique tel que rencontré dans les systèmes d'audioconférence et de communications. Nous allons présenter les méthodes de filtrage adaptatif issues de l'algorithme du gradient stochastique et utilisées en annulation d'écho. Nous nous pencherons plus précisément vers une solution adaptative basée sur un algorithme travaillant dans le domaine fréquentiel. Le choix d'un tel algorithme est basé sur ces avantages en coût calculatoire et de sa supériorité par rapport aux implémentations temporelles. Une étude expérimentale du contrôleur d'écho s'inscrira à la fin du chapitre 3. Pour illustrer la majorité des solutions en contrôle d'écho acoustique, le quatrième chapitre s'intéressera à l'annulation d'écho acoustique en sous-bande nouvellement utilisée dans les systèmes mains-libres. Cette solution est très efficace du fait de sa rapidité d'adaptation aux systèmes de grande taille tels que les salles d'audioconférence. Nous décrivons une structure basée sur une nouvelle formulation du filtrage adaptatif en sous-bande. Cette structure est basée sur une décomposition polyphase du filtre adaptatif indépendamment du banc des filtres utilisé pour la décomposition en sous-bande. Des résultats de simulation sont inclus pour démontrer l'efficacité de cette approche.

¹Pour plus de détails, voir chapitre 2 (première partie de la thèse).

Chapitre 3

Annulation d'écho : principe, modélisation et algorithme

3.1 Concepts généraux

3.1.1 La perception humaine des échos

L'apparition d'écho est un phénomène bien connu dans les communications longues distance. Les usagers du réseau téléphonique en ont fait l'expérience à cause des imperfections de l'hybride, un des composants du récepteur téléphonique. Ce composant est en effet incapable d'empêcher le signal reçu de repartir dans le réseau vers l'utilisateur qui a envoyé ce signal et qui, du coup, entend son propre écho. Un problème plus gênant est apparu avec les téléphones mains-libres et les équipements de communication multimédia pour lesquels l'écho dû aux réverbérations dans la salle où se trouve le dispositif (figure (3.1)). On parle alors d'écho acoustique [64].

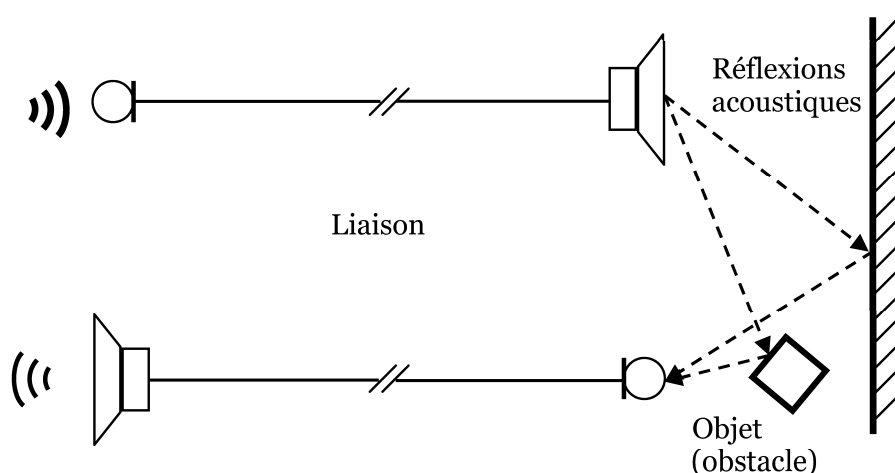


FIG. 3.1 – Génération d'un écho acoustique.

L'acoustique de quasiment tous les locaux est faite de réflexions dues aux murs, au sol et au plafond. Des échos avec un court délai, de l'ordre d'une dizaine de millisecondes aller et retour, sont perçus comme une distorsion spectrale ou une réverbération [65]. Des échos distincts sont perçus lorsque le délai aller et retour de la réflexion non atténuée

dépasse quelques dizaines de millisecondes. Dans le cas où le délai s'approche d'un quart de seconde, l'écho n'est pas atténué et toute conversation claire est rendue impossible. Le fait est que plus le délai dans une conversation augmente, plus il faut atténuer le signal réfléchi pour garantir un bon confort d'écoute à l'utilisateur. Par ailleurs, des études montrent que si l'écho est supprimé, un utilisateur peut supporter un délai plus important que lorsque l'écho est présent. C'est ce qui a motivé la recherche de dispositifs suppresseurs et annuleurs d'écho efficaces.

3.1.2 La suppression d'écho

On fait l'hypothèse que la liaison est essentiellement *half-duplex*, c'est-à-dire que les deux interlocuteurs ne parlent pas en même temps. Le suppresseur d'écho détecte les moments de silence d'un utilisateur afin d'éteindre son microphone. L'écho apparaît lorsque les deux microphones sont ouverts en même temps.

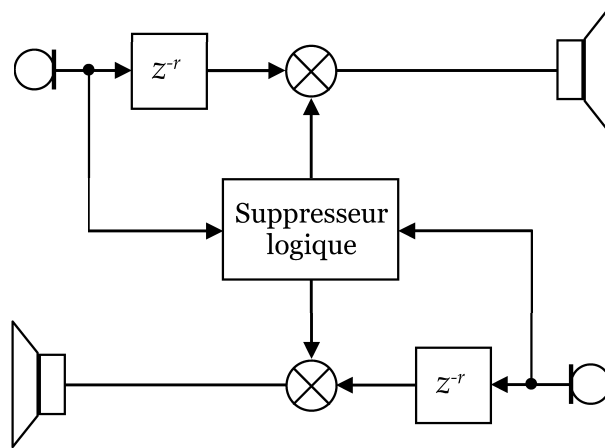


FIG. 3.2 – Un modèle simple d'annuleur d'écho.

Alors que les annuleurs d'écho sont très largement utilisés dans les réseaux de communication pour compenser les échos électriques, l'application aux téléphones mains-libres débute. Il s'agit dans ce cas d'annulation d'écho acoustique.

3.1.3 L'écho acoustique

L'environnement acoustique

L'utilisation des téléphones munis d'un haut-parleur s'est généralisée ces dernières années car ce type d'appareil permet notamment d'organiser des téléconférences. Leur essor est également dû à la démocratisation des téléphones mobiles qui sont, entre autres, utilisés dans les voitures. Dans ce cas, l'aspect mains-libres est un élément primordial de sécurité alors qu'il s'agit plus de confort dans le cadre des téléconférences.

Aujourd'hui, la plupart des téléphones à haut-parleur sont munies d'un annuleur d'écho similaire à ceux utilisés pour l'annulation d'écho électrique. Cependant, la nature même de l'environnement acoustique rend la suppression d'écho difficile. Les personnes qui prennent part à des téléconférences doivent observer des règles de dialogue afin de conserver une

conversation intelligible. Le but du contrôle de l'écho acoustique est de parvenir à une liaison *full-duplex* entre deux utilisateurs qui pourraient parler normalement. La solution est d'utiliser la même méthode que pour l'écho électrique, à savoir l'annulation d'écho. Malheureusement, le contexte dans lequel apparaît l'écho acoustique est très contraignant [64, 65] :

- le trajet de l'écho est très long (125 millisecondes ou plus),
- il est extrêmement variable au cours du temps,
- le bruit de fond du signal *near end* (locuteur proche) est très important,
- une attention particulière doit être portée sur la prévention des sifflements.

Le chemin parcouru par l'écho

La durée importante du trajet de l'écho est principalement due à la faible vitesse du son dans l'air. En effet, le son se déplace dans l'air à une vitesse beaucoup plus faible que celle des ondes électromagnétiques qui se propagent le long d'un fil de cuivre puisque cette dernière est proche de la vitesse de la lumière. L'onde acoustique est de plus ralentie par des réflexions sur obstacles comme des murs, des chaises, des meubles, *etc.*

Le signal réfléchi a une énergie qui dépend des dimensions de la salle ainsi que des objets qu'elle contient qui ont un coefficient de réflexion qui leur est propre. Dans la plupart des salles, l'intensité du son réfléchi décroît exponentiellement. Typiquement, le délai de réverbération est de l'ordre de 200 à 300 millisecondes [65].

De plus, la réponse impulsionnelle caractérisant la salle ne reste pas constante au cours du temps et elle varie en fonction de la température, du taux d'humidité, de la pression. Additionné à cela, tout mouvement d'objets ou de personnes, toute modification de l'emplacement du microphone ou des haut-parleurs provoque une variation brutale de la réponse impulsionnelle.

L'annulation de son propre écho acoustique

L'avantage de cette méthode est qu'un utilisateur peut supprimer son propre écho en ajoutant à son dispositif un annuleur d'écho. Dans la figure (3.3), le filtre adaptatif modélise le chemin parcouru par le signal sortant du microphone.

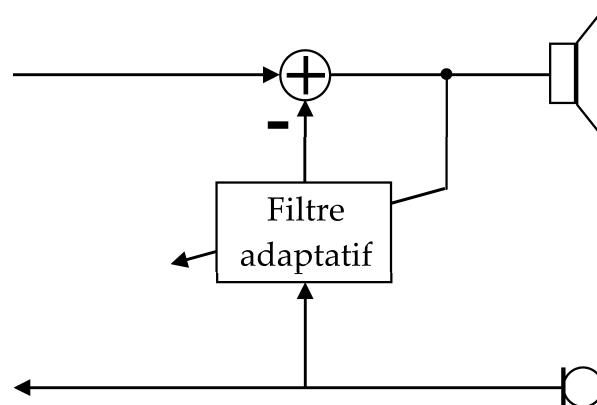


FIG. 3.3 – Annulation de l'écho du locuteur proche (*near end*).

Ce chemin peut être très complexe. Les communications de longue distance peuvent introduire des pertes de paquets ou de la gigue dans le signal. Cela peut rendre l'adaptation

du filtre impossible. C'est pour cela qu'a été préférée la méthode selon laquelle l'annuleur d'écho du téléphone du locuteur proche (*near end*) annule l'écho du locuteur lointain (*far end*) et inversement.

Annulation de l'écho de son interlocuteur

Le signal du haut-parleur est filtré et soustrait au signal du microphone. Le filtre adaptatif modélise l'acoustique de la salle. Ainsi dans le signal microphone du locuteur proche, on a supprimé l'écho provenant du locuteur lointain.

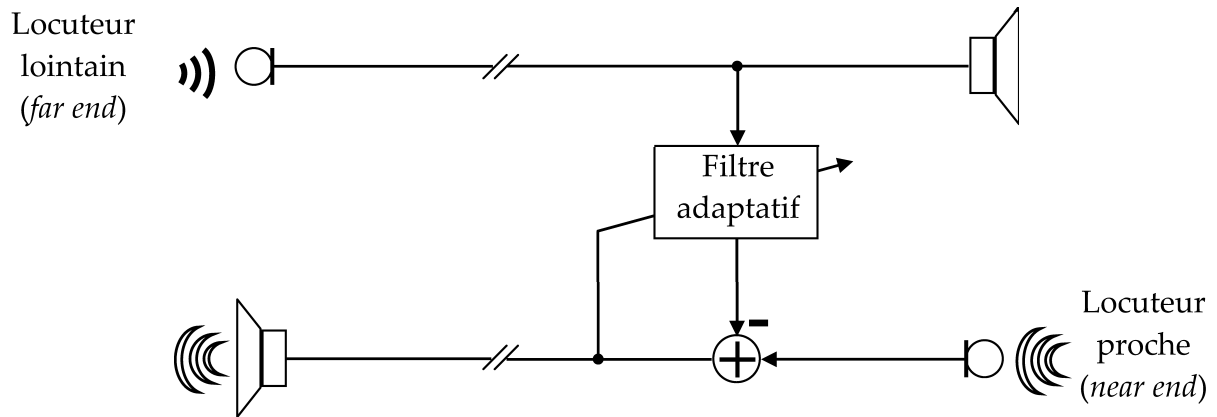


FIG. 3.4 – Annulation de l'écho du locuteur lointain (*far end*).

La fonction de transfert d'une salle est très sensible à la moindre modification spatiale. Le filtre doit pouvoir s'adapter aux changements quasi permanents et ce même en présence de bruit ou de parole du locuteur proche. Si le filtre utilisé est un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF), il peut, en fonction de la salle, avoir une longueur importante. C'est cette solution qui a été retenue dans toutes les études portant sur l'annulation d'écho acoustique. Tous les annuleurs détaillés ici sont donc construits selon ce schéma.

3.2 Annulation d'écho acoustique par filtrage adaptatif

L'écho acoustique est un problème critique dans les systèmes de téléconférences et les téléphones mains-libres. Une variété de techniques a été proposée pour combattre ce problème. Les échos acoustiques sont produits dus à l'accouplement entre le haut-parleur et le microphone, comme illustré dans figure (3.1).

Les systèmes de télécommunication mains-libres *full-duplex* utilisent un annuleur d'écho acoustique pour annuler les échos non désirés qui résultent de l'accouplement entre un haut-parleur et un microphone. Traditionnellement, l'annulation est réalisée en modélisant la réponse impulsionnelle du chemin d'écho avec un filtre adaptatif de réponse impulsionnelle finie et en soustrayant une estimé de l'écho du signal microphone.

Généralement, l'annulation d'écho est accomplie en identifiant de manière adaptative la réponse impulsionnelle du chemin d'écho et en soustrayant une estimé du signal écho de celui du microphone. Un annuleur d'écho acoustique typique a été illustré sur figure (3.4).

3.2.1 Principe

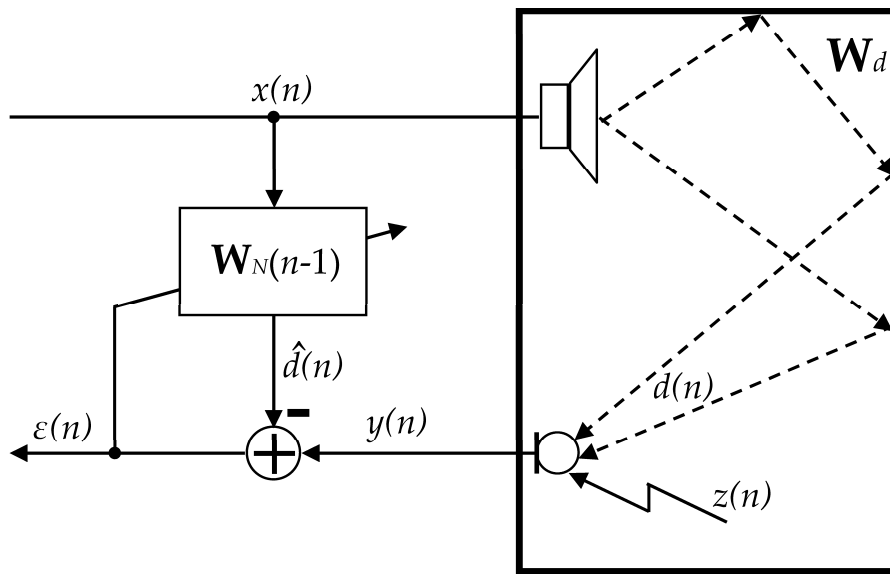


FIG. 3.5 – Structure générale d'un système pour l'annulation d'écho.

La figure (3.5) schématise d'une manière détaillée le système d'annulation d'écho : $x(n)$ est le signal provenant du locuteur lointain (ou distant) transmis au haut-parleur, $d(n)$ le signal d'écho perçu par le microphone. Ce signal d'écho est la résultante de la convolution entre le signal d'excitation $x(n)$ et la fonction de transfert \mathbf{W}_d (dans le cas de l'audioconférence c'est la salle et en téléphonie c'est le canal de transmission), dont la réponse impulsionnelle est modélisée comme un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF). À ce signal d'écho vient s'ajouter un signal local $z(n)$, composé du bruit ambiant $b(n)$ et du signal utile $p(n)$ qui représente la voix du locuteur proche (ou la double parole), et la résultante fournit le signal du microphone $y(n)$:

$$\begin{aligned}
 y(n) &= d(n) + z(n) \\
 &= d(n) + p(n) + b(n) \\
 &= \mathbf{W}_d^T \mathbf{X}_L(n) + p(n) + b(n)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

où

$$\mathbf{X}_L(n) = [x(n)x(n-1)\dots x(n-L+1)]^T$$

$$\mathbf{W}_d = [\mathbf{W}_d^1 \mathbf{W}_d^2 \dots \mathbf{W}_d^L]^T$$

L est la longueur de la réponse impulsionnelle du chemin d'écho.

La finalité d'un système d'annulation d'écho est d'éliminer cette composante $d(n)$ tout en restituant le plus fidèlement possible le signal local $z(n)$. Notons que l'on ne s'intéresse dans ce chapitre qu'à l'aspect annulation d'écho : la partie réduction de bruit (c'est-à-dire $b(n)$) est considérée comme une composante optionnelle du système global de rehaussement de la parole. L'annulation d'écho est réalisée en identifiant la fonction de transfert \mathbf{W}_d par un filtrage adaptatif représenté sur la figure (3.5) par $\mathbf{W}_{N(n-1)}$.

3.2.2 Modèle pour l'annulation d'écho acoustique

La manière la plus courante de modéliser le chemin d'un écho acoustique est d'utiliser un filtre linéaire transversal FIR à coefficients adaptatifs (figure (3.6)). Ainsi pour annuler l'écho dans le signal du microphone, une estimé d'écho $\hat{d}(n)$ est nécessaire, qui est générée par un filtrage du signal du locuteur lointain $x(n)$ à travers ce filtre FIR :

$$\mathbf{W}_N(n-1) = [\mathbf{W}_N^1(n-1) \mathbf{W}_N^2(n-1) \dots \mathbf{W}_N^N(n-1)]^T \quad (3.2)$$

de longueur N (généralement inférieure à L), *i.e.* :

$$\hat{d}(n) = [\mathbf{W}_N^T(n-1), \mathbf{0}] \mathbf{X}_L(n) = \mathbf{W}_N^T(n-1) \mathbf{X}_N(n) \quad (3.3)$$

où $\mathbf{0}$ est un vecteur nul de dimension $1 \times (L - N)$

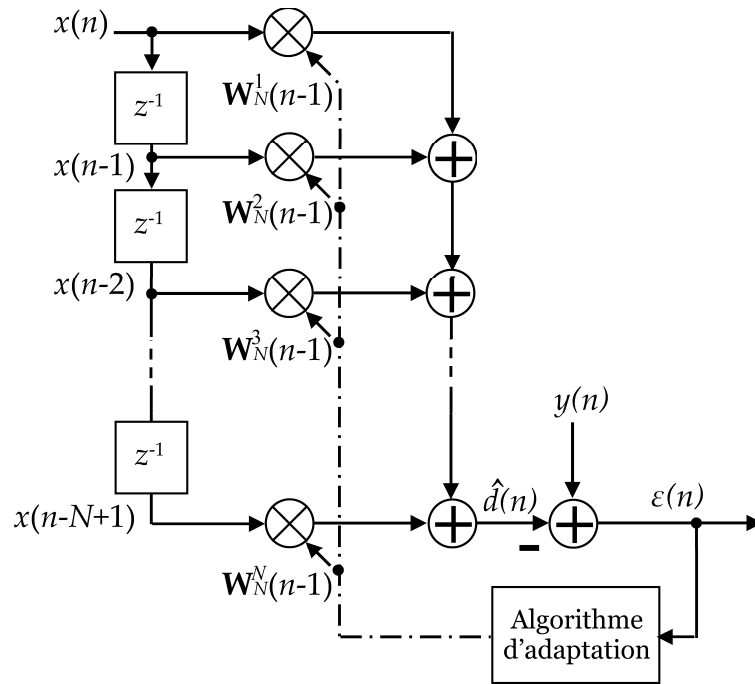


FIG. 3.6 – Modèle de base du filtrage adaptatif par un algorithme.

Les coefficients du filtre FIR sont estimés de manière adaptative dans le temps. Une estimé $\hat{d}(n)$ retranchée au signal microphone $y(n)$ donne le signal erreur $\varepsilon(n)$ (ou écho résiduel) :

$$\begin{aligned} \varepsilon(n) &= y(n) - \hat{d}(n) \\ &= (d(n) - \hat{d}(n)) + p(n) + b(n) \end{aligned} \quad (3.4)$$

L'écart quadratique moyen peut alors être exprimé comme :

$$\begin{aligned} E\{\varepsilon^2(n)\} &= E\{(d(n) - \hat{d}(n))^2\} + E\{p^2(n)\} \\ &\quad + E\{b^2(n)\} + 2E\{(d(n) - \hat{d}(n))p(n)\} \\ &\quad + E\{(d(n) - \hat{d}(n))b(n)\} + E\{p(n)b(n)\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Les hypothèses de base concernant le système de la figure (3.6) sont d'une part l'indépendance entre la composante $p(n)$, $b(n)$ et les signaux $d(n)$ et $x(n)$, et d'autre part la corrélation des signaux $d(n)$ et $x(n)$.

Sous les hypothèses d'indépendance, l'équation (3.5) se simplifie à :

$$E\{\varepsilon^2(n)\} = E\{(d(n) - \hat{d}(n))^2\} + E\{p^2(n)\} + E\{b^2(n)\} \quad (3.6)$$

La même solution optimale décrite dans le chapitre (2) s'impose ici pour résoudre le problème de l'estimation de $z(n) = p(n) + b(n)$ à partir de la combinaison linéaire du signal $x(n)$ avec le filtre adaptatif $\mathbf{W}_N(n-1)$ (cf. paragraphe (2.2.1)). D'après le schéma de la figure (3.5), l'estimation du signal $d(n)$ à partir du signal $x(n)$ revient à trouver ou à estimer le filtre $\mathbf{W}_N(n-1)$. Ce dernier doit en principe modéliser le trajet physique (canal acoustique de couplage en annulation d'écho) suivi par l'onde acoustique en se propageant de la voie dite de référence $x(n)$ vers la voie dite principale $y(n)$. Il faut noter que l'optimum en annulation d'écho acoustique est d'avoir la sortie $\varepsilon(n) = z(n)$.

D'autre part, la dimension du filtre dépend de l'environnement du mains-libres (salle, habitacle d'une voiture, *etc.*) et la fréquence d'échantillonnage : elle est relativement faible dans les applications mains-libres intégré du fait de la faible énergie des échos lointains et de l'absence de réverbérations. Notons aussi que la réponse impulsionnelle du chemin d'écho n'est pas obligatoirement fixe mais peut varier sensiblement au cours d'une communication. L'objectif de l'algorithme adaptatif d'annulation d'écho dans ce cas est de fournir à chaque instant n une estimée la plus fidèle possible du chemin d'écho acoustique. Cette estimation est réalisée en minimisant la fonction coût de l'équation (3.6), qui dépend des coefficients du filtre adaptatif. Les algorithmes qui découlent des ces différentes familles seront décrits dans les paragraphes suivants.

3.3 Les algorithmes d'annulation d'écho

Dans ce paragraphe, nous allons présenter quelques méthodes de filtrage adaptatif issues de l'algorithme du gradient stochastique (LMS) et utilisées en annulation d'écho. Dans la section (3.3.3), nous allons d'abord décrire l'algorithme du LMS par bloc (BLMS : Block LMS en anglais). A partir de cet algorithme de référence, plusieurs méthodes rapides ont été développées, nous présenterons dans la section (3.3.4) un algorithme LMS rapide qui opère dans le domaine fréquentiel.

3.3.1 Algorithme LMS pour l'annulation d'écho

Depuis quelques années, un consensus apparaît clairement au sein de la communauté scientifique sur la supériorité des solutions d'annulation d'écho adaptative employant les algorithmes de type gradient stochastique, Least Mean Square (LMS). Cet algorithme ainsi que sa variante NLMS on été largement étudiés dans le chapitre (2) de la première partie de cette thèse.

Quelle que soit l'application envisagée, le LMS présente les avantages suivants :

- sa complexité est extrêmement réduite,
- le traitement des données est réalisé "en temps réel" ce qui implique une adaptation à la non-stationnarité des sources et de l'environnement (*i.e.* capacités de poursuite).

Parmi les difficultés de mise en œuvre, on note :

- le filtre converge en moyenne vers la solution idéale et oscille autour de celle-ci.
- le pas d'adaptation μ est difficile à régler, non seulement pour garantir la convergence mais aussi pour assurer un compromis satisfaisant entre la précision de l'estimation et les capacités de poursuite.

3.3.2 Domaine d'implémentation du LMS

Les articles les plus récents sur le sujet emploient des algorithmes de type LMS dans le domaine fréquentiel ([66, 67, 68]). En dehors de leur efficacité propre dans le contexte de l'annulation d'écho (complexité plus faible, rapidité, meilleure capacité de convergence), l'avantage de tels algorithmes est d'opérer dans le domaine fréquentiel comme la plupart des autres traitements (débruitage, rehaussement spectral). C'est vers ce type d'algorithme, ou plus généralement vers les algorithmes dans un domaine transformé que nous avons opté comme cela sera détaillé ultérieurement dans ce document.

Les différentes sources bibliographiques étudiées montrent que le problème de l'écho acoustique dans les systèmes mains-libres est délicat. Dans ce contexte difficile, la supériorité des méthodes employant un module d'annulation d'écho par filtrage adaptatif est clairement établie. Dans la suite de ce document, nous allons donc proposer d'utiliser une solution employant un algorithme de type LMS. Comme le cadre d'application est très exigeant, il nous semble nécessaire d'envisager une variante du LMS dans un domaine transformé (domaine fréquentiel). Les avantages d'une telle solution sont :

- son moindre coût calculatoire et
- sa supériorité par rapport aux implémentations temporelles.

3.3.3 LMS temporel par blocs (BLMS)

Principes

Commençons par rappeler la définition des signaux mis en jeu, on note à chaque instant discret n :

- $x(n)$, le signal discret issu du haut-parleur,
- $y(n)$, le signal discret du microphone,
- $d(n)$, le signal discret d'écho désiré,
- $\hat{d}(n)$, le signal d'écho estimé en sortie du filtre adaptatif,
- $\varepsilon(n)$, l'estimation du signal source $z(n)$ (*cf.* figure (3.5)).

L'algorithme LMS est relativement facile à implémenter et repose sur un principe assez simple. Le signal $\varepsilon(n)$ qui est l'estimation du signal source est considéré, du point de vue du LMS, comme le signal d'erreur. Sous les hypothèses d'indépendance et de décorrélation des signaux $z(n)$ et $y(n)$, l'erreur quadratique moyenne (Least Mean Square) est minimale si le filtre adaptatif modélise parfaitement le chemin d'écho. A chaque itération de l'algorithme LMS, les coefficients du filtre adaptatif sont mis à jour selon une technique de descente de gradient afin de tendre vers la solution optimale. L'algorithme du gradient stochastique réalise ainsi une minimisation adaptative.

Calcul de l'erreur par convolution

Le signal est traité par bloc de L échantillons ($L \in \mathbb{N}$), sans recouvrement entre blocs. A chaque itération de l'algorithme, on considère les échantillons de l'intervalle $[kL; kL+L-1]$ où k est l'indice de bloc ou indice d'itération (avec $k \in \mathbb{N}$).

Soit $\mathbf{W}_N(k-1)$ le filtre adaptatif de longueur N ($N \in \mathbb{N}$) conçu pour estimer le chemin d'écho acoustique et mis à jour à chaque itération k .

On considère les vecteurs de données $\mathbf{Y}_L(k)$, $\hat{\mathbf{D}}_L(k)$ et $\boldsymbol{\Sigma}_L(k)$ de longueur L tels que :

$$\mathbf{Y}_L(k) = [y(kL) \quad y(kL+1) \quad \dots \quad y(kL+L-1)]^T \quad (3.7)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_L(k) = [\hat{d}(kL) \quad \hat{d}(kL+1) \quad \dots \quad \hat{d}(kL+L-1)]^T \quad (3.8)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_L(k) = \mathbf{Y}_L(k) - \hat{\mathbf{D}}_L(k) \quad (3.9)$$

ainsi que la matrice $\mathbf{X}_{L,N}(k)$ de dimension $(L \times N)$ est définie par :

$$\mathbf{X}_{L,N}(k) = \begin{bmatrix} x(kL) & x(kL-1) & \dots & x(kL-N+1) \\ x(kL+1) & x(kL) & \dots & x(kL-N+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(kL+L-1) & x(kL+L-2) & \dots & x(kL+L-N) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Le calcul de l'écho estimé, $\hat{\mathbf{D}}_L(k)$, est réalisé par convolution discrète selon le produit matriciel suivant :

$$\hat{\mathbf{D}}_L(k) = \mathbf{X}_{L,N}(k) \mathbf{W}_N(k-1) \quad (3.11)$$

Le filtre adaptatif est mis à jour par une technique de descente de gradient. La fonction de coût associée est l'erreur quadratique $E\{\boldsymbol{\Sigma}_L^T(k) \boldsymbol{\Sigma}_L(k)\}$ évaluée sur un bloc de données. Les coefficients du filtre adaptatif $\mathbf{W}_N(k-1)$ sont alors mis à jour selon l'équation :

$$\mathbf{W}_N(n) = \mathbf{W}_N(n-1) - \frac{1}{2} \mu \frac{\partial E\{\boldsymbol{\Sigma}_L^T(k) \boldsymbol{\Sigma}_L(k)\}}{\partial \mathbf{W}_N(k-1)} \quad (3.12)$$

où

$$\frac{\partial E\{\boldsymbol{\Sigma}_L^T(k) \boldsymbol{\Sigma}_L(k)\}}{\partial \mathbf{W}_N(k-1)}$$

est le gradient de la fonction de coût par rapport au vecteur $\mathbf{W}_N(k-1)$ et μ est le *pas d'adaptation* du LMS.

En appliquant la même idée de l'algorithme LMS pour l'erreur quadratique instantanée, la mise à jour des coefficients du filtre adaptatif est donc réalisée selon l'équation :

$$\mathbf{W}_N(k) = \mathbf{W}_N(k-1) + \mu \mathbf{X}_{L,N}^T(k) \boldsymbol{\Sigma}_L(k) \quad (3.13)$$

Remarque

Les algorithmes LMS et BLMS sont mathématiquement équivalents, il y a juste un réarrangement des mêmes équations. La seule différence est que le BLMS adapte le filtre une fois tous les L instants et l'on n'a pas accès aux valeurs de $\mathbf{W}_N(k-1)$ aux instants non multiples de L .

L'algorithme du LMS temporel par blocs est très simple à mettre en place. Son coût de calcul est fortement conditionné par le calcul des produits matriciels des équations (3.11) et (3.13) qui sont de l'ordre de $(L \times N)$. L'équation (3.11) correspond à une convolution et peut donc être implémentée de manière rapide dans le domaine fréquentiel. Par incidence, il en est de même pour l'équation (3.13) qui correspond à une corrélation croisée.

3.3.4 LMS Rapide dans le domaine fréquentiel

Principe

L'algorithme LMS par bloc peut être rendu moins coûteux en temps de calcul si on choisit de réaliser la convolution temporelle dans le domaine fréquentiel. En opérant de la sorte, on tire alors avantage des propriétés de convolution circulaire de la TFD et de la rapidité de calcul de la Fast Fourier Transform (FFT). Cette méthode est appelée Fast LMS (FLMS), elle a été introduite par Ferrara dans [69]; on la retrouve aussi dans la littérature sous l'appellation Frequency Domain Adaptive Filter (FDAF).

Outre sa rapidité, le FLMS possède des qualités de convergence supérieures au LMS temporel par blocs. En effet, les coefficients fréquentiels des signaux étant approximativement décorrélés, il est possible par une procédure de normalisation du gradient d'obtenir des taux de convergence plus rapides et quasi-uniformes pour tous les modes du filtre adaptatif (*cf.* [70]). Le paragraphe (3.3.5) est consacré à la normalisation du gradient qui est intégrée à la gestion du pas d'adaptation.

Convolution rapide dans le domaine de la transformée de Fourier

Les valeurs du signal d'écho $\hat{\mathbf{D}}_L(k)$ sont estimées, comme on l'a vu plus haut, au moyen d'une convolution linéaire représentée matriciellement par l'équation (3.11), dont nous rappelons, ici, le détail :

$$\begin{bmatrix} \hat{d}(kL) \\ \hat{d}(kL+1) \\ \vdots \\ \hat{d}(kL+L-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(kL) & x(kL-1) & \dots & x(kL-N+1) \\ x(kL+1) & x(kL) & \dots & x(kL-N+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(kL+L-1) & x(kL+L-2) & \dots & x(kL+L-N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_N^1(k-1) \\ \mathbf{W}_N^2(k-1) \\ \vdots \\ \mathbf{W}_N^N(k-1) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Cette opération est très lourde du point de vue calculatoire. L'idée principale des algorithmes de convolution rapide est de réaliser la convolution dans le domaine de la transformée de Fourier selon le principe de dualité. En effet, une convolution circulaire dans le domaine temporel est équivalente à une multiplication terme à terme dans le domaine fréquentiel¹ de la TFD et les algorithmes de calcul rapide de la TFD permettent alors de

¹Une autre manière d'aborder cette propriété est de dire que la matrice $\mathbf{X}_{L,N}(k)$ est une matrice Toëplitz à laquelle on peut associer une matrice circulante. Or, une matrice circulante est diagonalisable dans la base de Fourier.

réaliser cette opération avec une complexité réduite.

Dans le cadre de ce rapport de thèse, nous nous contentons simplement de rappeler la structure du FLMS. Pour consulter des références plus complètes sur le sujet, on peut notamment se reporter à [69], [70] et [71].

Le FLMS consiste à mettre en œuvre dans le domaine fréquentiel la convolution circulaire entre les vecteurs $\mathbf{W}_{N+L-1}(k-1)$ et $\mathbf{X}_{N+L-1,1}(k)$, tous deux de longueur $L+N-1$, et définis respectivement par :

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_{N+L-1}(k-1) &= \left[\mathbf{W}_N^1(k-1) \quad \mathbf{W}_N^2(k-1) \dots \quad \mathbf{W}_N^N(k-1) \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]^T \\ &= \left[\mathbf{W}_N^T(k-1) \quad \mathbf{0}_{1 \times L-1} \right]^T\end{aligned}\quad (3.15)$$

$$\mathbf{X}_{N+L-1,1}(k) = \left[x(kL-N+1) \quad x(kL-N+2) \quad \dots \quad x(kL+L-1) \right]^T \quad (3.16)$$

Notons $\hat{\mathbf{D}}_{N+L-1}(k)$ le produit de la convolution circulaire entre $\mathbf{X}_{N+L-1,1}(k)$ et $\mathbf{W}_{N+L-1}(k-1)$:

$$\hat{\mathbf{D}}_{N+L-1}(k) = \mathbf{X}_{N+L-1,1}(k) \otimes \mathbf{W}_{N+L-1}(k-1) \quad (3.17)$$

où \otimes représente le produit de convolution circulaire entre deux vecteurs.

Le vecteur $\hat{\mathbf{D}}_{N+L-1}(k)$ est de longueur $L+N-1$, ses L dernières composantes correspondent à la convolution linéaire de l'équation (3.11) c'est-à-dire aux composantes de $\hat{\mathbf{D}}_N(k)$. Les $N-1$ premières composantes résultent de la convolution circulaire et doivent être écartées.

De manière formelle, on écarte ces $N-1$ premières composantes en considérant la matrice de troncature $\mathbf{\Gamma}_L$ de dimension $L \times (L+N-1)$ définie par :

$$\mathbf{\Gamma}_L = \left[\mathbf{0}_{L \times (N-1)} \quad \mathbf{I}_L \right] \quad (3.18)$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{D}}_L(k) &= \mathbf{\Gamma}_L \hat{\mathbf{D}}_{N+L-1}(k) \\ &= \mathbf{\Gamma}_L \mathbf{X}_{N+L-1,1}(k) \otimes \mathbf{W}_{N+L-1}(k-1)\end{aligned}\quad (3.19)$$

La réalisation de la convolution circulaire se fait dans le domaine fréquentiel à l'aide des TFD respectives de $\mathbf{X}_{N+L-1,1}(k)$ et $\mathbf{W}_{N+L-1}(k-1)$ notées $X_{N+L-1,1}(f, k)$ et $W_{N+L-1}(f, k-1)$ et de longueur M :

$$X_{N+L-1,1}(f, k) = \text{FFT}(\mathbf{X}_{N+L-1,1}(k)) \quad (3.20)$$

$$W_{N+L-1}(f, k-1) = \text{FFT}(\mathbf{W}_{N+L-1}(k-1)) \quad (3.21)$$

Remarque

Pour le calcul de la FFT, il faut choisir M comme une puissance de 2. En général, on choisit donc $L + N - 1$ si cette valeur convient ou la puissance de 2 supérieure la plus proche sinon (auquel cas il faut compléter les vecteurs par le nombre de coefficients nuls nécessaire et écarter les dernières composantes vectorielles introduites lors de la transformation inverse). Pour simplifier, on suppose, ici, que l'on choisit $M = L + N - 1$. Pour un exemple d'implémentation avec des valeurs de M supérieures à $L + N - 1$, on peut se reporter à [71].

Le calcul de la convolution linéaire est donc réalisé selon l'expression suivante :

$$\hat{\mathbf{D}}_L(k) = \mathbf{\Gamma}_L \text{IFFT} (X_{N+L-1,1}(f, k) \odot W_{N+L-1}(f, k - 1)) \quad (3.22)$$

où \odot représente le *produit de Schür* ou produit composante à composante des vecteurs.

En reprenant l'équation (3.9) exprimant le signal d'erreur, on obtient alors :

$$\mathbf{\Sigma}_L(k) = \mathbf{Y}_L(k) - \mathbf{\Gamma}_L \text{IFFT} (X_{N+L-1,1}(f, k) \odot W_{N+L-1}(f, k - 1)) \quad (3.23)$$

Grâce à l'utilisation de FFT, le calcul de l'erreur par blocs est de cette façon rendu moins coûteux que dans le cas du LMS temporel par blocs.

Mise à jour du filtre adaptatif

Comme pour le calcul de l'erreur, la mise à jour du filtre $\mathbf{W}_{N+L-1}(k - 1)$ peut être réalisée dans le domaine fréquentiel avec un coût de calcul moindre. L'équation (3.9) de mise à jour dans le domaine temporel s'exprime, en effet, très simplement dans le domaine fréquentiel.

A cet effet, on définit la TFD, $\Sigma_{N+L-1}(f, k)$, de la séquence d'erreur de la manière suivante :

$$\Sigma_{N+L-1}(f, k) = \text{FFT} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N-1} \\ \mathbf{\Sigma}_L(k) \end{bmatrix} \right) \quad (3.24)$$

En reprenant la méthode de calcul du gradient comme on l'a exprimé, dans le domaine temporel, on peut mettre à jour les coefficients du filtre adaptatif directement dans le domaine de la TFD.

Le terme de mise à jour des coefficients du filtre représentant la corrélation croisée de l'équation (3.13) s'exprime alors par $X_{N+L-1,1}^*(f, k) \odot \Sigma_{N+L-1}(f, k)$, $X_{N+L-1,1}^*(f, k)$ étant le conjugué de $X_{N+L-1,1}(f, k)$.

A chaque itération k , la mise à jour du filtre adaptatif est alors réalisée selon l'équation :

$$W_{N+L-1}(f, k) = W_{N+L-1}(f, k - 1) + \mu(k) \odot (X_{N+L-1,1}^*(f, k) \odot \Sigma_{N+L-1}(f, k)) \quad (3.25)$$

où $\mu(k)$ est le pas d'adaptation qui contrôle la vitesse de convergence de l'algorithme (*cf.* sa définition dans le paragraphe suivant).

3.3.5 Pas d'adaptation du FLMS

Rôle du pas d'adaptation

Le paramètre $\mu(k)$ est le pas d'adaptation qui contrôle la mise à jour du filtre adaptatif. $\mu(k)$ est donc un paramètre fondamental du point de vue de la convergence du LMS.

Si le pas $\mu(k)$ est *petit*, à chaque itération, on réalise une mise à jour fine du filtre adaptatif dans le sens du gradient. La convergence est alors assurée et la précision de la modélisation est très bonne. En contrepartie, la vitesse de convergence est faible et donc les capacités de poursuite de la réponse du chemin d'écho sont limitées.

Si le pas $\mu(k)$ est *grand*, l'algorithme est susceptible de diverger. Si, toutefois, l'algorithme converge, l'estimation du chemin d'écho n'est pas très précise (et les valeurs des coefficients oscillent autour des valeurs de la solution idéale). En contrepartie, la vitesse de convergence est grande et les capacités de poursuite du chemin d'écho sont bonnes.

Normalisation du gradient dans le domaine fréquentiel

Dans la définition classique du LMS temporel par bloc que l'on a indiqué dans la section (3.3.3), le pas d'adaptation, μ , est une constante réelle. Il est cependant d'usage de faire varier μ comme l'inverse de la puissance du signal $x(n)$. Le pas d'adaptation réalise ainsi une normalisation du gradient. On parle alors de LMS Normalisé (*cf.* chapitre (2) sur l'algorithme NLMS). L'utilité d'une telle démarche est de s'adapter ainsi au caractère non-stationnaire des signaux acoustiques.

Dans le domaine fréquentiel, une même démarche est envisageable. Cependant la structure des algorithmes rapides permet d'ajouter un degré de liberté supplémentaire dans la définition du pas d'adaptation. Il est alors en effet possible de pondérer le pas d'adaptation avec un poids spécifique pour chaque coefficient fréquentiel. Ainsi, dans les algorithmes adaptatifs décrits précédemment, le pas d'adaptation, $\mu(k)$, est une variable vectorielle réelle variable telle que :

$$\mu(k) = \mu_0 \mathcal{T}(k-1) \quad (3.26)$$

où μ_0 est un paramètre constant et $\mathcal{T}(k-1)$ est le vecteur de normalisation dans le domaine transformé.

Ainsi chaque composante de $\mathcal{T}(k-1)$ permet de normaliser de manière adaptée la composante correspondante du gradient dans le domaine fréquentiel.

A cet effet, chaque coefficient de $\mathcal{T}(k-1)$ est défini comme l'inverse de la puissance spectrale de $X_{N+L-1,1}(f, k)$:

$$\mathcal{T}(k-1) = [1/\mathcal{P}^0(f, k-1), \dots, 1/\mathcal{P}^{M-1}(f, k-1)]^T \quad (3.27)$$

où $\mathcal{P}(f, k-1)$ est donc estimé selon l'équation de récurrence :

$$\mathcal{P}(f, k) = \gamma \mathcal{P}(f, k-1) + (1-\gamma) (X_{N+L-1,1}^*(f, k) \odot X_{N+L-1,1}(f, k)) \quad (3.28)$$

où γ est le facteur de lissage tel que $0 < \gamma < 1$.

Remarque

La définition de la TFD entraîne une symétrie des coefficients de $\mathcal{P}(f, k-1)$. En pratique,

le calcul de $\mathcal{P}(f, k - 1)$ se fait donc uniquement sur les $M/2 + 1$ premiers coefficients. Et les valeurs suivantes sont déduites de ces $M/2 + 1$ composantes suivant la relation :

$$\forall i \in [M/2 + 2; M - 1], \mathcal{P}^{M-i}(f, k - 1) = \mathcal{P}^i(f, k - 1) \quad (3.29)$$

L'algorithme FLMS complet est résumé dans le tableau (3.1).

TAB. 3.1 – L'algorithme FLMS.

Variables disponibles à l'instant k :
$W_M(f, k - 1); \mathcal{P}(f, k - 1);$
$\mathbf{X}_{M,1}(k) = \left[x(kL - N + 1) \quad x(kL - N + 2) \quad \dots \quad x(kL + L - 1) \right]^T$
$X_{M,1}(f, k) = \text{FFT}(\mathbf{X}_{M,1}(k))$
$\hat{\mathbf{D}}_L(k) = \mathbf{\Gamma}_L \text{IFFT}(X_{M,1}(f, k) \odot W_M(f, k - 1))$
$\mathbf{Y}_L(k) = \left[y(kL) \quad y(kL + 1) \quad \dots \quad y(kL + L - 1) \right]^T$
$\mathbf{\Sigma}_L(k) = \mathbf{Y}_L(k) - \hat{\mathbf{D}}_L(k)$
$\Sigma_M(f, k) = \text{FFT} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N-1} \\ \mathbf{\Sigma}_L(k) \end{bmatrix} \right)$
$\mathcal{P}(f, k) = \gamma \mathcal{P}(f, k - 1) + (1 - \gamma) (X_{M,1}^*(f, k) \odot X_{M,1}(f, k))$
$\mu(k) = \mu_0 \left[1/\mathcal{P}^0(f, k - 1), \dots, 1/\mathcal{P}^{M-1}(f, k - 1) \right]^T$
$W_M(f, k) = W_M(f, k - 1) + \mu(k) \odot (X_{M,1}^*(f, k) \odot \Sigma_M(f, k))$

Pour l'initialisation de $\mathcal{P}(f, k - 1)$, $\mathcal{P}(f, 0) = \kappa \mathbf{I}_{2N}$, κ étant une constante positive. \mathbf{I}_{2N} est la matrice d'identité de dimension $2N \times 2N$.

3.4 Étude expérimentale du contrôleur d'écho

3.4.1 Critère d'évaluation de l'atténuation de l'écho

On caractérise la réduction d'écho par la mesure *ERLE* (Echo Return Loss Enhancement) qui révèle l'amélioration des pertes de retour d'écho. Cette mesure est un critère fondamental pour l'évaluation des performances des algorithmes d'annulation d'écho acoustique. Il s'agit d'une mesure de l'atténuation du signal d'écho en *dB*. Elle est définie comme le rapport de la puissance de l'écho à celle de l'écho résiduel :

$$ERLE(n) = 10 \log_{10} \frac{E\{d^2(n)\}}{E\{(d(n) - \hat{d}(n))^2\}} \quad (3.30)$$

Dans la plupart des situations, le signal écho $d(n)$ n'est pas disponible, aussi le remplace-t-on par sa valeur bruitée $y(n)$, donne une approximation suffisante dans le cas de bruits

faibles on utilisera alors dans ces cas l'expression de l'*ERLE* suivante :

$$ERLE(n) = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{y^2(n)\}}{E\{\varepsilon^2(n)\}} \right) \quad (3.31)$$

Avec la parole, ce critère de performance privilégie les zones du signal de forte énergie. Il n'est pas très significatif dans les zones de très faible énergie (silence) où l'erreur de filtrage et le signal ont des niveaux comparables. Pour cette raison, on utilise, dans la suite, le critère objectif qui donne l'évolution temporelle de l'énergie de l'erreur de filtrage, exprimée en *dB*, et définie par² :

$$MSE = 10 \log_{10} E\{(d(n) - \hat{d}(n))^2\} = 10 \log_{10} E\{\varepsilon^2(n)\} \quad (3.32)$$

3.4.2 Description des signaux de test

Dans le cadre des simulations faites dans ce paragraphe, nous considérons comme signaux de test deux signaux de parole échantillonnés à 8 kHz . Ces deux paroles représentent le locuteur lointain $x(n)$ et le locuteur proche $p(n)$ (cf. figure (3.7)).

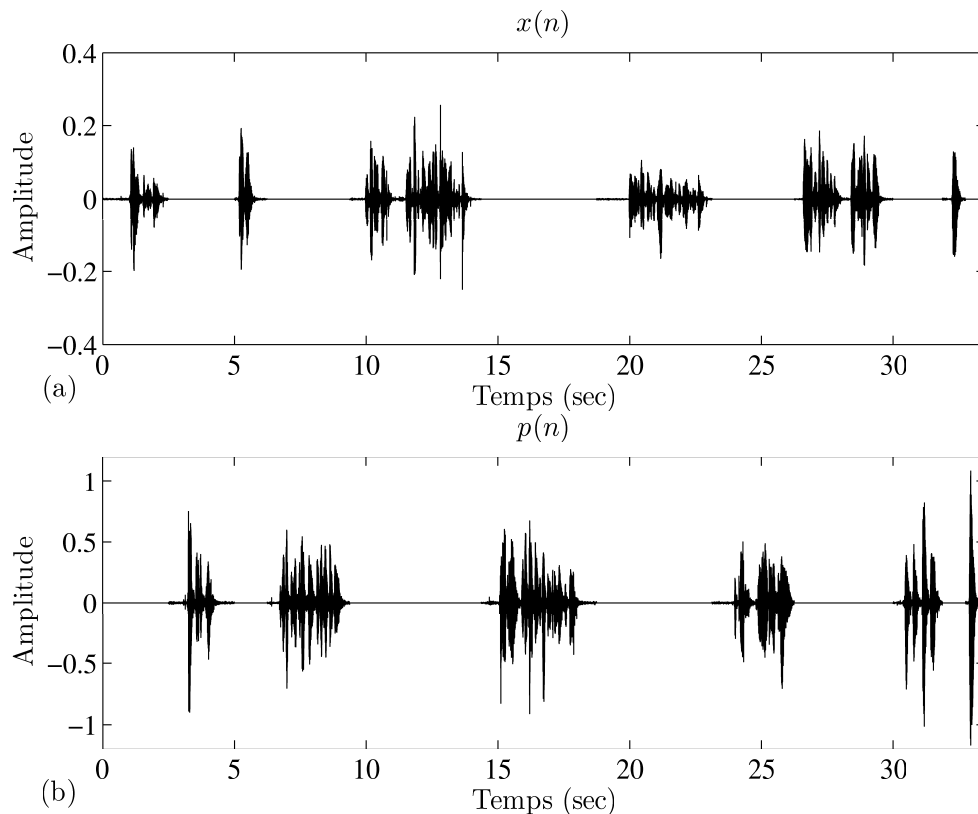


FIG. 3.7 – Signaux de test : (a) locuteur lointain $x(n)$, (b) locuteur proche $p(n)$.

²Ce critère est appelé Erreur Quadratique Moyenne *EQM* (en anglais *MSE* pour Mean Square Error).

3.4.3 Description de l'environnement acoustique

Le chemin d'écho utilisé est une réponse acoustique mesurée entre un haut-parleur et un microphone d'une salle audioconférence. La réponse impulsionnelle et fréquentielle modélisant cette salle est représentée sur la figure (3.8)³. Cette réponse contient 4096 points (ou coefficients) pour la fréquence d'échantillonnage de 8 kHz .

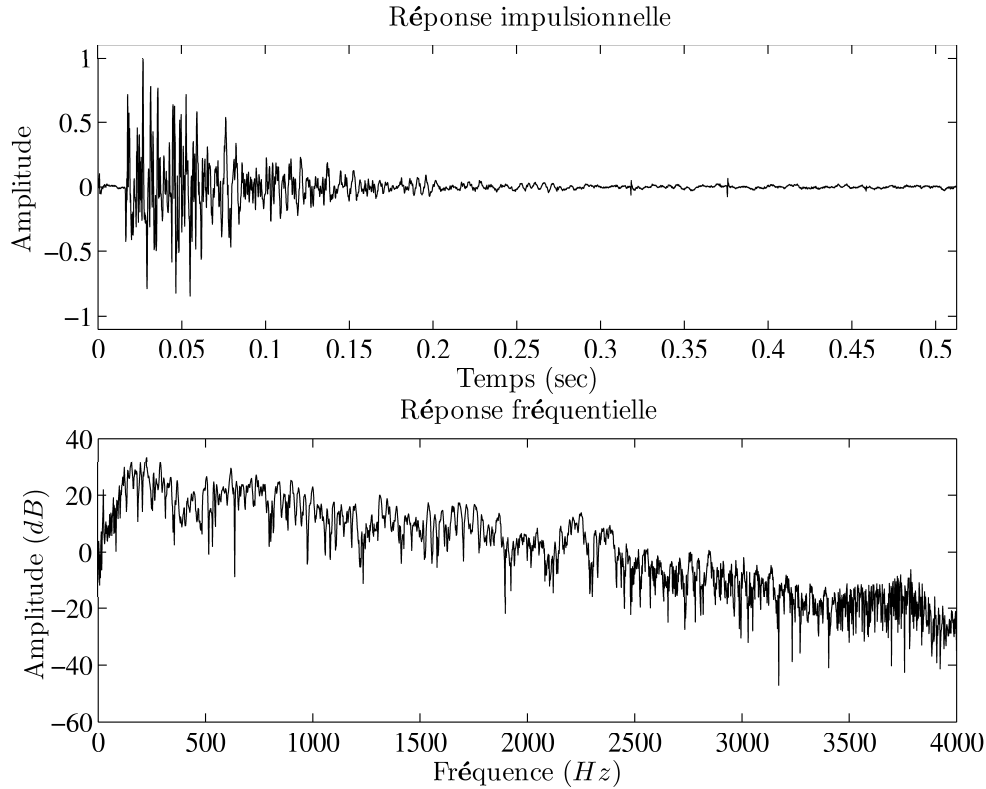


FIG. 3.8 – Réponse mesurée d'une salle audioconférence.

3.4.4 Algorithme implémenté pour la réduction de l'écho

Motivations et démarche suivie

Parmi tous les algorithmes adaptatifs d'annulation d'écho existants dans la littérature et énoncés précédemment, le choix d'implémentation a été porté sur l'algorithme FLMS. Cet algorithme a été retenu pour sa simplicité, son coût calculatoire réduit, sa capacité pour la modélisation des réponses impulsionnelles longues et sa rapidité de convergence avec le signal de parole par rapport à l'algorithme NLMS, et parce qu'il constitue la base de tous les algorithmes de type LMS.

Pour effectuer ce travail de validation, nous avons, dans un premier temps, mené une série de tests pour comparer les deux algorithmes NLMS et FLMS, et cela dans un contexte d'identification de systèmes.

³La réponse impulsionnelle modélisant l'écho est normalisée.

3.4.5 Comparaison des algorithmes NLMS et FLMS dans le contexte d'identification

Nous comparons ici la vitesse de convergence ainsi que la capacité de poursuite des deux algorithmes sur une variation contrôlée du système, en présence ou non de bruit en sortie. Ces comparaisons vont être effectuées sans la présence de parole à l'entrée (locuteur proche).

Pour réaliser efficacement cette tâche, trois ensembles de signaux pour l'entrée de référence (signal haut-parleur ou locuteur lointain) ont été employés : un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et de variance unitaire, un signal fortement coloré et un bruit USASI échantillonné à 8 kHz . Le signal fortement coloré est un processus gaussien autorégressif (AR) du premier ordre avec un pôle à 0.95 excité par un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et le bruit USASI est un signal dont la distribution en fréquence est plus proche du signal de parole.

Nous avons aussi synthétisé une réponse impulsionnelle finie de longueur égale à 1024 points. Le signal écho $d(n)$ est obtenu par filtrage du signal haut-parleur $x(n)$ par la réponse impulsionnelle finie synthétique représentant le modèle filtre.

Il faut ajouter que pour tester la capacité de poursuite, dans les expériences présentées ici, nous avons simulé un saut dans la réponse impulsionnelle à identifier.

Il est également à noter que la valeur des différents paramètres des algorithmes testés a été déterminée empiriquement à partir de tests préliminaires intensifiés et réalisés sur plusieurs ordres du filtre adaptatif. Les valeurs choisies finalement pour la suite des tests sont recensées dans le tableau (3.2) pour une taille N du filtre transverse égale à 1024.

TAB. 3.2 – Paramètres des algorithmes NLMS et FLMS pour les signaux : Bruit blanc / Signal fortement coloré / Bruit USASI.

Algorithme		$b(n)$ absent	$b(n)$ présent
NLMS	δ	1/1/1	0.5/0.5/0.5
FLMS	μ_0	1/1/1	0.5/0.5/0.5
	γ	0.5/0.5/0.5	0.99/0.5/0.5
	κ	200/200/200	1000/1000/1000

Les courbes sur les figures (3.9) et (3.10) représentent l'erreur quadratique moyenne MSE en décibels en fonction du temps, pour les trois ensembles de signaux (un bruit blanc, un signal fortement coloré et un bruit USASI). Ces deux figures présentent respectivement le cas d'absence et de présence du bruit $b(n)$.

La figure (3.9) confirme l'avantage de l'algorithme FLMS en vitesse de convergence et en capacité de poursuite dans le cas d'un signal fortement coloré et un bruit USASI. Dans le cas d'un bruit blanc, l'algorithme NLMS présente un léger avantage. Vu l'application visée dans ce travail de thèse, les tests avec le signal fortement coloré et le bruit USASI sont favorisés pour valider un algorithme qui réduit considérablement l'écho.

La figure (3.10) correspond aux résultats du MSE pour un rapport signal à bruit de 20 dB en sortie. Le bruit ajouté est un bruit blanc stationnaire.

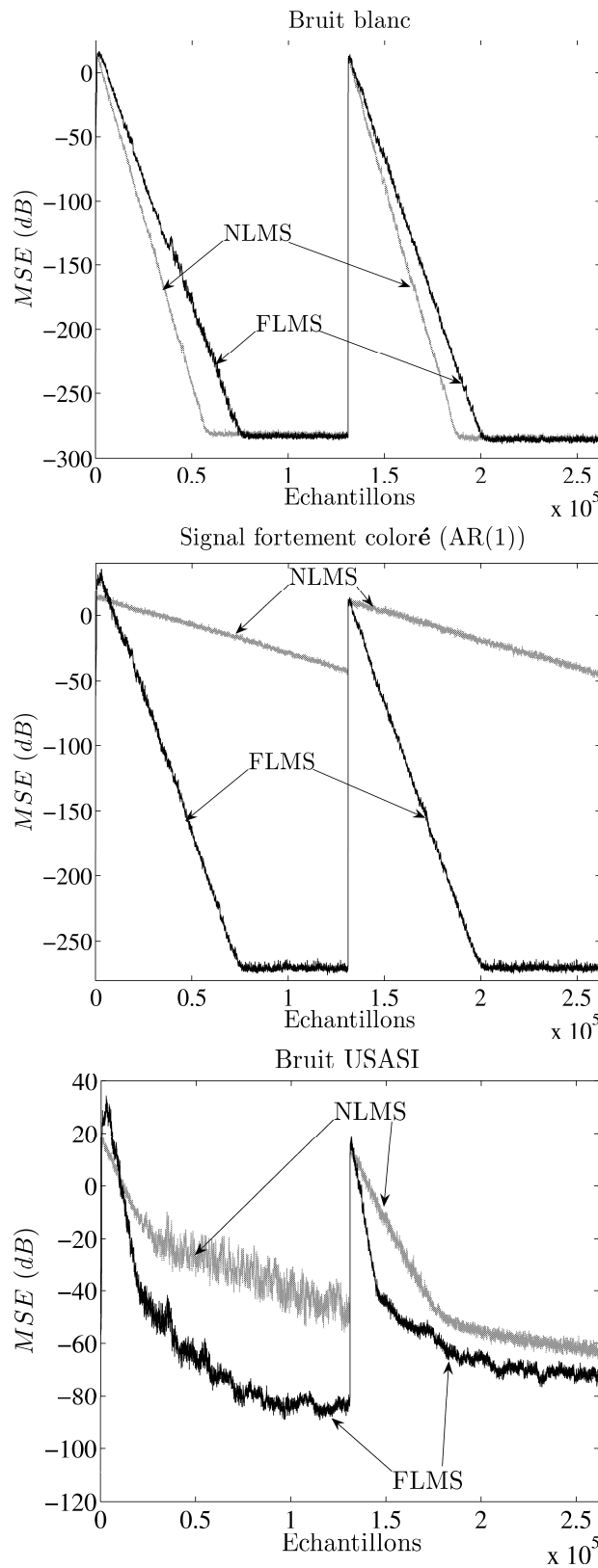


FIG. 3.9 – Comparaison de la vitesse de convergence et de la capacité de poursuite entre les algorithmes NLMS et FLMS : $b(n)$ absent.

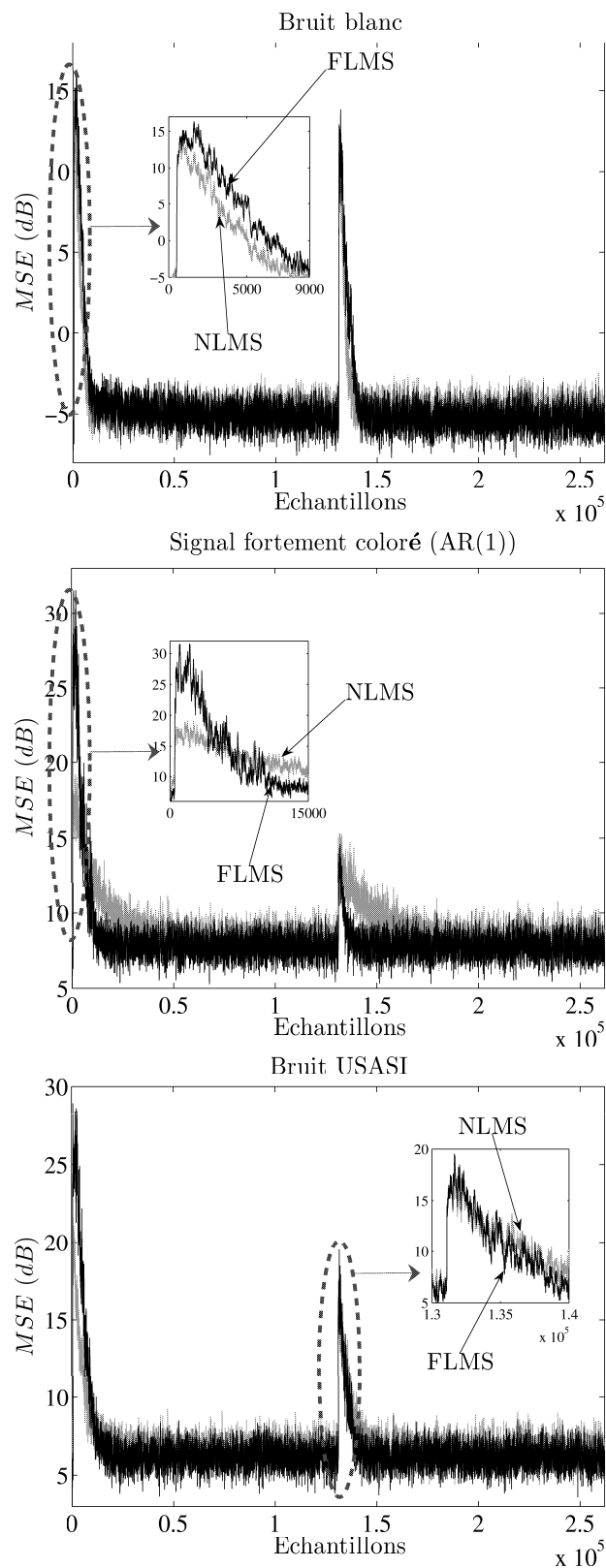


FIG. 3.10 – Comparaison de la vitesse de convergence et de la capacité de poursuite entre les algorithmes NLMS et FLMS : $b(n)$ présent à 20 dB.

Dans ce cas bruité, on peut constater que le bruit en sortie ($b(n)$) accélère la convergence des deux algorithmes. En plus, les performances des deux algorithmes sont comparables. Dans ce cas, la sensibilité des deux algorithmes au bruit est aussi comparable.

Il est à noter que des résultats similaires ont été observés avec différents ordres du filtre adaptatif. Mais on remarque également l'apparition d'un seuil pour la valeur de l'atténuation de l'écho, cela signifie que l'ajout d'un bruit dégrade considérablement les performances de l'annuleur d'écho.

Face à ce problème, nous proposons de réduire le bruit à la sortie de l'annuleur. Cette proposition va être décrite dans le paragraphe suivant.

3.4.6 Rehaussement de l'écho résiduel

Les algorithmes adaptatifs dans le domaine fréquentiel possèdent l'avantage d'être compatibles avec les méthodes de rehaussement de la parole de type soustraction spectrale comme le filtre de Wiener. Pour rehausser l'écho résiduel issu du l'annuleur d'écho, dans ce paragraphe nous proposons un système combiné pour l'annulation d'écho et la réduction de bruit simultanément.

Le système proposé est un système en cascade d'un annuleur d'écho indépendant suivi d'un filtre de réduction de bruit, comme il est illustré dans la figure (3.11). Le filtre réducteur de bruit opère dans le domaine fréquentiel, donc il est mieux adapté à l'algorithme FLMS.

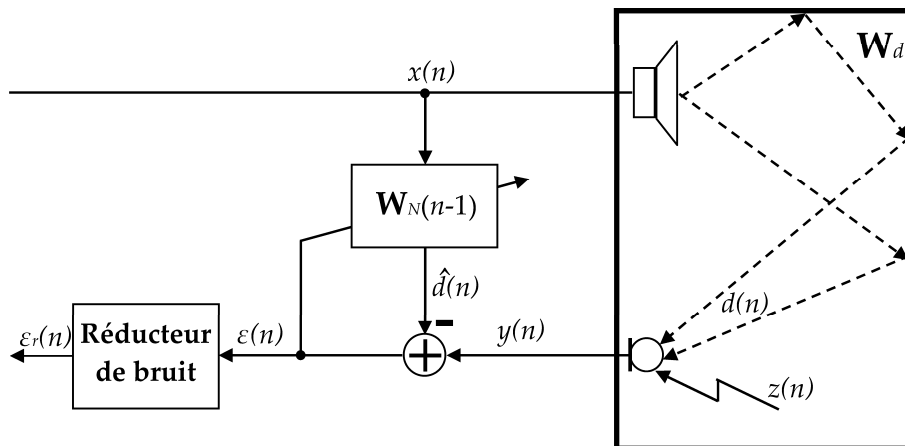


FIG. 3.11 – Contrôleur d'écho composé d'un annuleur d'écho suivi d'un réducteur de bruit.

Suite aux bons résultats obtenus par le filtre modifié de Wiener proposé dans le premier chapitre, ce dernier est employé dans cette configuration en cascade.

Sur la figure (3.12) on retrouve les résultats de l'algorithme FLMS du paragraphe précédent pour le cas du bruit en sortie. Ces résultats sont superposés à ceux du système combiné proposé pour combattre la dégradation apportée par le bruit ajouté ($b(n)$).

A travers les courbes de cette figure, nous constatons que l'introduction du filtre de Wiener comme étape de réduction de bruit a amélioré le comportement du contrôleur d'écho; une atténuation moyenne de 30 dB est obtenue sur le signal transmis.

On obtient ici de bien meilleures performances que dans le cas sans réducteur de bruit, ce qui confirme bien que le réducteur de bruit occupe une place importante au sein du dispositif d'annulation d'écho.

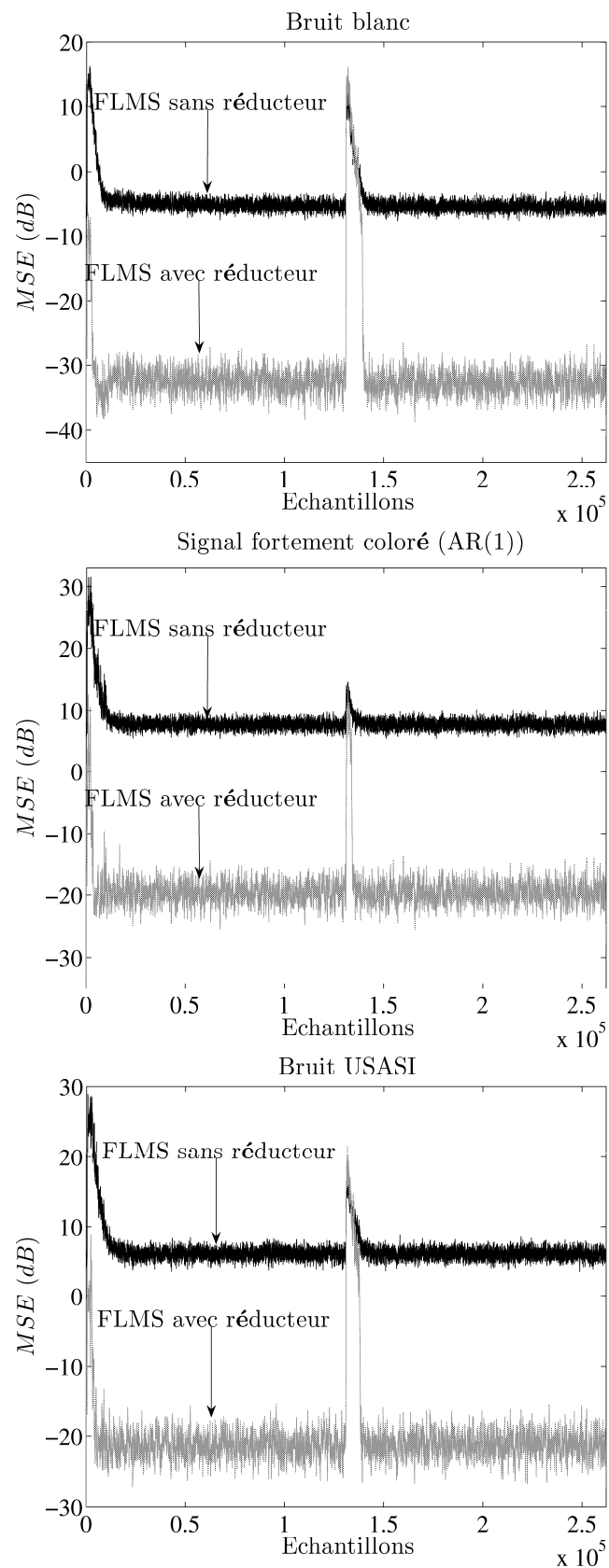


FIG. 3.12 – Influence du réducteur de bruit ajouté en cascade.

3.4.7 Contrôleur d'écho acoustique par l'algorithme FLMS

Lors des tests d'identification présentés précédemment, l'algorithme FLMS à présenter de bons résultats dans ce contexte d'application, il convient alors par la suite de vérifier sa mise en œuvre dans des conditions plus réalistes et cela avec la parole comme signal d'entrée. Les signaux de parole utilisés dans cette partie de test, sont ceux représentés par la figure (3.7). L'environnement acoustique est formé des 4096 premiers points d'une réponse impulsionnelle de couplage acoustique mesurée dans une salle audioconférence (voir figure (3.8)). La taille N du filtre transverse est 4096. Rappelons que les signaux sont échantillonnés à la cadence de 8 kHz .

Trois configurations seront traitées dans cette étape de test :

- Absence du bruit $b(n)$ et de la parole proche $p(n)$, *i.e.* : $y(n) = d(n)$,
- Présence du bruit $b(n)$ pour un RSB de 20 dB et absence de la parole proche $p(n)$, *i.e.* : $y(n) = d(n) + b(n)$,
- Présence du bruit $b(n)$ pour un RSB de 20 dB et de la parole proche $p(n)$, *i.e.* : $y(n) = d(n) + b(n) + p(n)$.

Nous introduisons en plus dans ce traitement pour les deux cas bruités, la solution proposée pour rehausser l'écho résiduel.

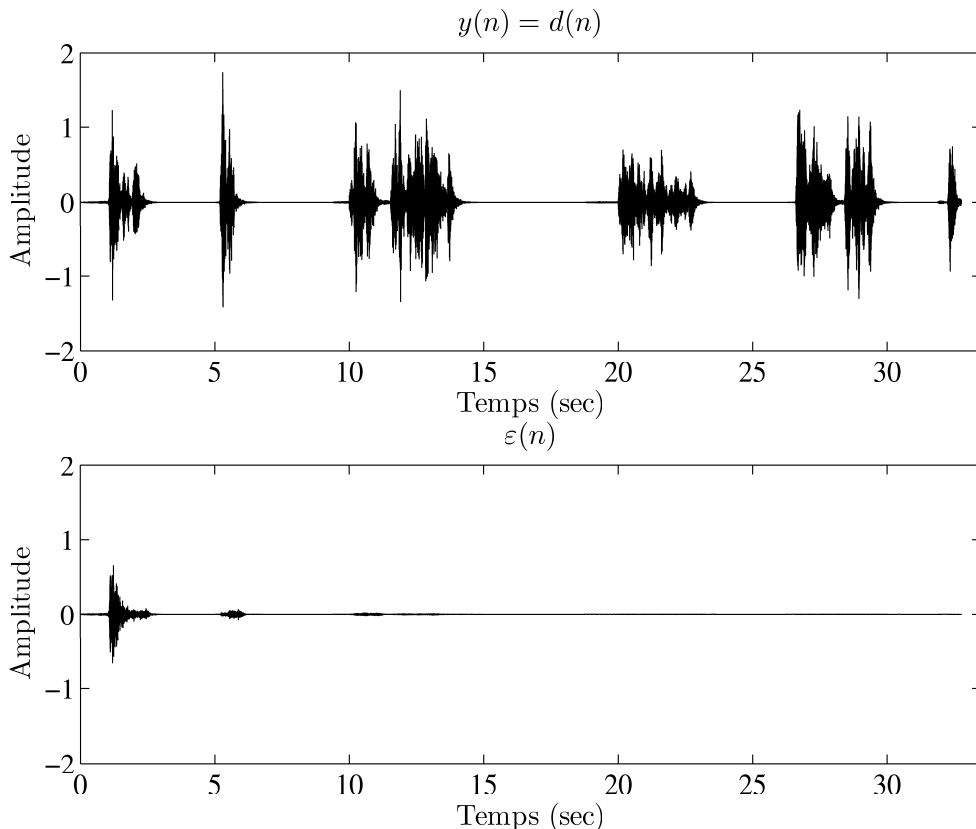


FIG. 3.13 – Résultats d'annuleur d'écho par l'algorithme FLMS seul $\varepsilon(n)$ ($\mu_0 = 0.5$, $\gamma = 0.5$ et $\kappa = 0.001$). Les signaux $b(n)$ et $p(n)$ sont absents.

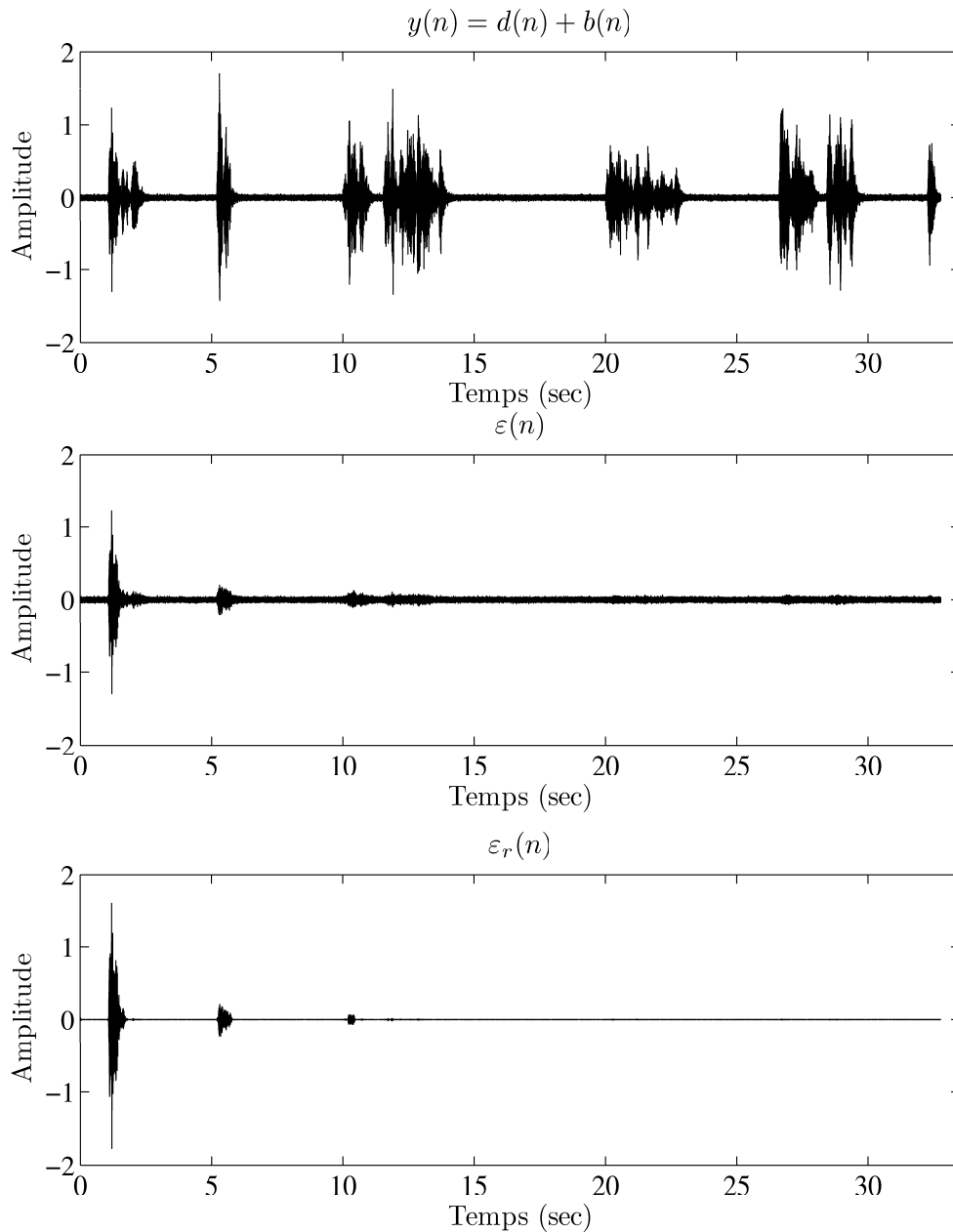


FIG. 3.14 – Résultats d'annuleur d'écho par l'algorithme FLMS $\varepsilon(n)$ ($\mu_0 = 0.025$, $\gamma = 0.98$ et $\kappa = 0.01$) suivi du réducteur de bruit $\varepsilon_r(n)$. Le signal $b(n)$ présent et $p(n)$ absent.

Pour ces trois expériences, les résultats sont retranscrits à l'aide des évolutions temporelles des signaux de sortie de l'annuleur $\varepsilon(n)$ ($\varepsilon_r(n)$ sortie du réducteur de bruit) ainsi que le signal du microphone $y(n)$ représentés sur les figures (3.13), (3.14) et (3.15).

On remarque sur la figure (3.13), que l'algorithme FLMS réduit d'une manière considérable l'écho introduit par le trajet de la salle audioconférence. Cette figure montre aussi de très bons résultats de convergence du filtre adaptatif qui parvient de manière très précise à modéliser le chemin d'écho du fait de la très forte atténuation du signal d'écho.

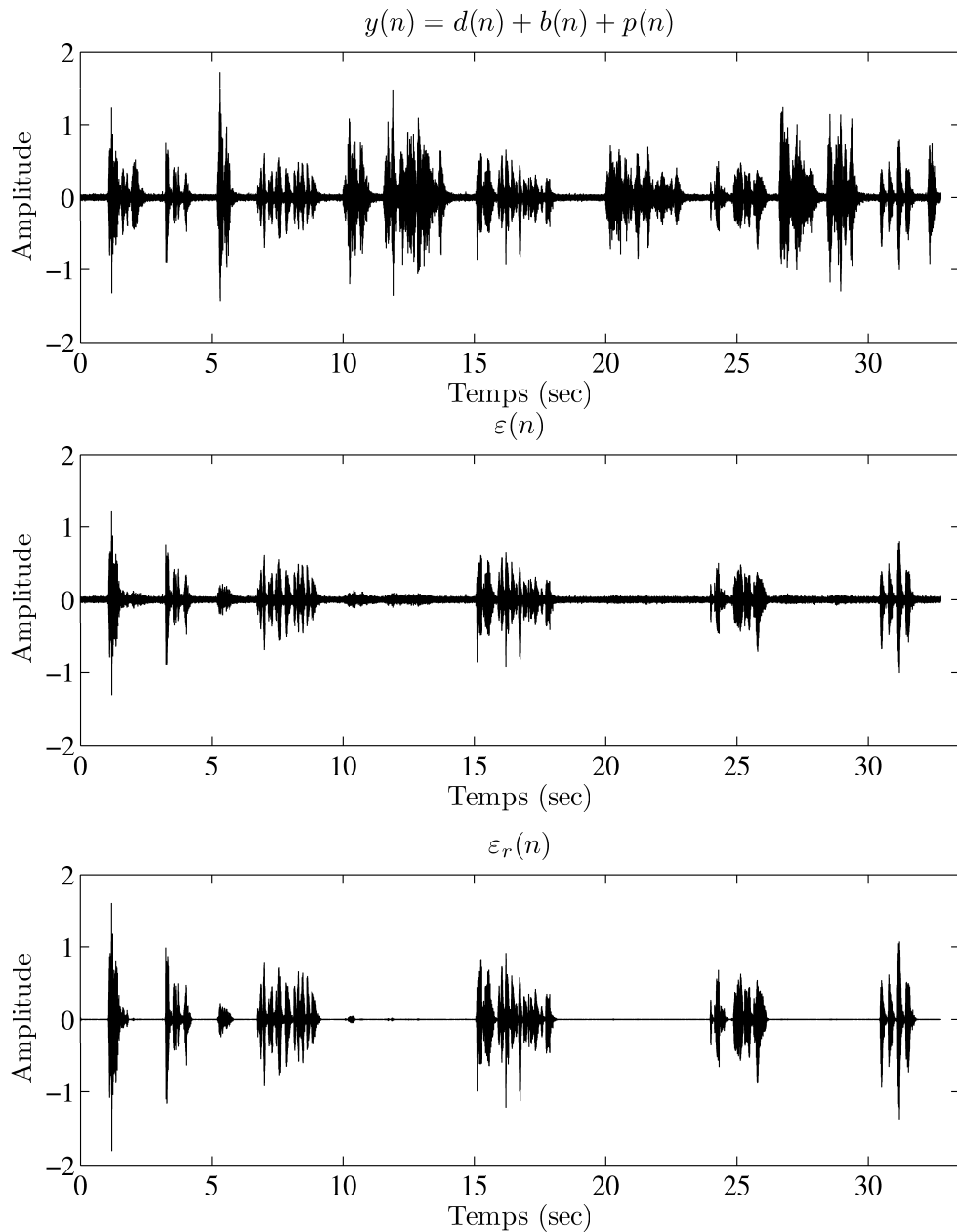


FIG. 3.15 – Résultats d'annuleur d'écho par l'algorithme FLMS $\varepsilon(n)$ ($\mu_0 = 0.025$, $\gamma = 0.98$ et $\kappa = 0.01$) suivi du réducteur de bruit $\varepsilon_r(n)$. Les signaux $b(n)$ et $p(n)$ sont présents.

La figure (3.14) correspond à un rapport signal à bruit de l'ordre de 20 dB en sortie; le bruit ajouté est un bruit blanc stationnaire. Dans ce cas, l'algorithme FLMS arrive toujours à modéliser le chemin d'écho, mais le résidu subit une perturbation due au bruit ajouté en sortie du filtre. L'insertion d'un module de réduction de bruit s'avère une très bonne solution pour améliorer la qualité d'écoute. Cette même figure présente le résultat d'un tel traitement.

Il est important de rappeler que l'audioconférence est une technique permettant d'établir la communication entre deux salles de réunion. Donc nous sommes confronté à une situation de conversation bidirectionnelle c'est-à-dire deux interlocuteurs. Pour cette raison, un test avec la parole proche est nécessaire. La figure (3.15) présente ce cas de figure.

Dans ce paragraphe, les performances du système combiné annuleur d'écho/réducteur de bruit sont évoluées aussi dans un contexte d'un vrai signal de parole.

A la lumière de ces résultats, la procédure de rehaussement de bruit suivant l'annuleur d'écho semble améliorer sensiblement les performances du contrôleur d'écho global.

3.5 Conclusion

Comme cela a été plusieurs fois souligné au cours de ce troisième chapitre, l'annulation d'écho acoustique consiste à identifier le chemin d'écho entre le haut-parleur et le microphone. Ceci permet une évaluation de l'écho qui est alors soustraite du signal à envoyer. Cette méthode apparaît bien adaptée à la résolution du problème d'écho puisqu'elle permet une communication bidirectionnelle simultanée.

Dans la continuité des travaux scientifiques récents sur le sujet, nous avons proposé d'utiliser un algorithme de filtrage adaptatif dans le domaine transformé. En particulier, nous avons opté pour l'algorithme FLMS qui opère dans le domaine fréquentiel et qui nous semble particulièrement adapté au problème traité. Afin d'améliorer la qualité d'écoute, nous avons proposé d'utiliser un post-traitement à la sortie de l'annuleur d'écho. Ce post-traitement consiste à appliquer un réducteur de bruit travaillant aussi dans le domaine fréquentiel. Les résultats sont donc très satisfaisants et très encourageants.

Si les résultats obtenus sont très encourageants, le sujet reste néanmoins largement ouvert à d'autres améliorations, puisque dans le cas des grandes salles le chemin à modéliser comporte un nombre de coefficients très important. Cette contrainte est dictée par la géométrie de la salle. A ce titre, dans le chapitre suivant, nous allons adopter une autre solution travaillant aussi dans le domaine transformé. Cette solution est une structure avec filtrage parallèle en sous-bande.

Chapitre 4

Annulation d'écho par filtrage adaptatif en sous-bande

4.1 Introduction

Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre précédent, l'écho acoustique est un problème rencontré en télécommunication, notamment dans les applications de téléconférence. L'écho provient du passage du signal envoyé à travers un chemin d'écho (ou un canal), par exemple une salle, pour le cas de la téléphonie mains-libres. Il est donc désirable de pouvoir éliminer cet écho à la réception du signal.

L'annulation de l'écho requiert la connaissance d'un modèle pour le chemin d'écho acoustique identifié. Toutefois, la réponse impulsionnelle du chemin d'écho en question peut varier en fonction du temps. Le filtrage adaptatif est l'approche la plus appropriée dans ce cas pour estimer les paramètres variables du chemin d'écho. L'algorithme adaptatif LMS (ou aussi NLMS), basé sur le gradient de fonction de coût, est un algorithme très utilisé dans le domaine, surtout pour sa simplicité d'implémentation (voir le chapitre (3)).

Une caractéristique de l'algorithme LMS est que son taux de convergence dépend de la longueur du filtre à adapter et aussi de la corrélation du signal d'entrée du filtre à adapter. En effet, rappelons que le taux de convergence des coefficients pour LMS est optimal lorsque l'étalement des valeurs propres de la matrice d'autocorrélation du signal d'entrée est unitaire [43]. Dans le cas de l'annulation de l'écho acoustique, ces deux caractéristiques limitantes surviennent quand le filtre modélisant le chemin d'écho est très long et le signal passant par le filtre adaptatif est corrélé. Pour contrer ces limitations et augmenter le taux de convergence par rapport au LMS classique, l'adaptation en sous-bande du filtre s'avère être une méthode intéressante et assez simple à implémenter.

Ce dernier chapitre est divisé en quatre sections. Premièrement, nous placerons le filtrage adaptatif en sous-bande dans un contexte de l'annulation d'écho acoustique, nous présenterons ensuite la structure du filtre adaptatif en sous-bande et nous dériverons l'algorithme d'adaptation LMS correspondant. Une analyse de convergence et de complexité suivra. Nous terminerons par une simulation afin de comparer le filtrage adaptatif en sous-bande avec le filtrage adaptatif LMS classique (sur toute la bande).

4.2 Structure du filtre adaptatif en sous-bande

La structure de la figure (3.5) est valide pour l'identification du filtre \mathbf{W}_d dans le cas de l'adaptation dans toute la bande de fréquences. L'adaptation peut alors se faire à l'aide de l'algorithme NLMS par exemple. Toutefois, l'annulation totale de l'écho acoustique requiert un filtre transverse $\mathbf{W}_N(n-1)$ très long. Comme le taux de convergence de LMS diminue en augmentant la longueur du filtre, l'annulation de l'écho acoustique en temps réel peut devenir difficile. L'adaptation des coefficients dans plusieurs sous-bandes parallèles suggère un meilleur taux de convergence, comme nous le verrons plus loin.

4.2.1 Annuleur d'écho acoustique en sous-bande

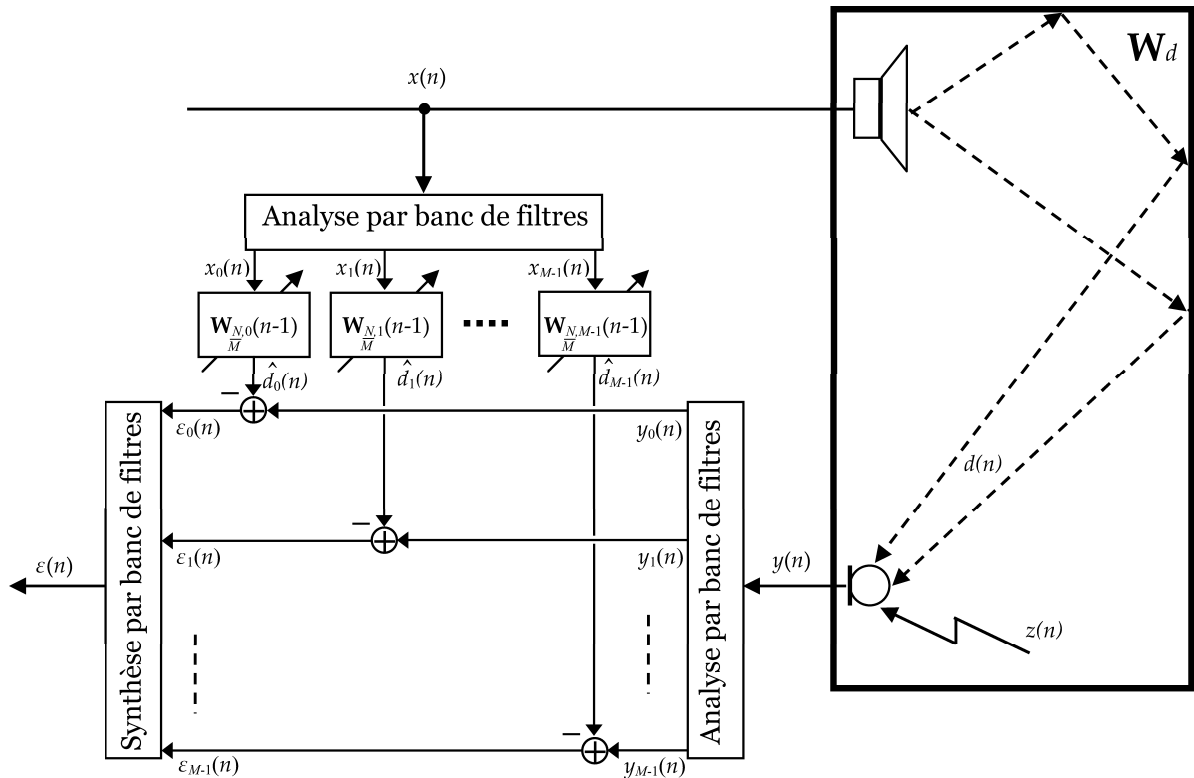


FIG. 4.1 – Annuleur d'écho en sous-bande.

L'idée principale de l'annuleur d'écho adaptatif en sous-bande est d'annuler l'écho dans différentes bandes de fréquence séparément par un ensemble de filtres adaptatifs parallèles, chacun de ces filtres adaptatifs parallèles identifie seulement le chemin d'écho dans une petite partie de la largeur de bande originale. Puisque chaque sous-bande couvre seulement une petite fraction du spectre entier du signal d'entrée, les filtres adaptatifs en sous-bande opèrent sur les signaux avec des spectres plus plats par rapport au signal de la pleine bande, ayant pour résultat un taux de convergence sensiblement plus rapide. D'ailleurs, les filtres adaptatifs en sous-bande fonctionnent à un taux d'échantillonnage amoindri, rapportant une réduction significative de la complexité de calcul.

Sur la figure (4.1), les signaux en pleine bande $x(n)$ et $y(n)$ sont décomposés par une analyse par banc de filtres en plusieurs signaux avec une largeur de bande inférieure, $x_m(n)$ et $y_m(n)$. Alors un filtre adaptatif dans chaque sous-bande estime le signal d'écho

résiduel en sous-bande, $\varepsilon_m(n)$, après le signal d'écho résiduel en pleine bande, $\varepsilon(n)$, est reconstruit par une synthèse par banc de filtres [72].

Les bancs de filtres sont utilisés dans plusieurs applications de traitement de signal. Des descriptions générales peuvent être trouvées dans de nombreux livres et articles comme [73, 74, 75].

Sachant que la transformation en z est l'outil privilégié de l'étude des filtres linéaires. Nous supposons par la suite que la transformation en z de tous les signaux et les filtres existent sur le cercle unitaire. Dans tout le document, la transformée en z de $s_k(n)$ (ou $\mathbf{V}_{N,k}(n)$) est indiquée par $\mathbf{S}_k(z)$ (ou $\mathbf{V}_{N,k}(z)$) (où $0 \leq k \leq M - 1$ est l'indice de la sous-bande).

4.2.2 Banc de filtres

Un banc de filtres est un ensemble de filtres numériques travaillant en parallèle et découpant la bande de fréquence en M sous-bandes (figure (4.2)). Les applications en sont, par exemple, l'analyse en sous-bandes ou encore le codage en sous-bandes de signaux en vue de leur transmission ou de leur stockage, ou encore le filtrage adaptatif en sous-bandes.

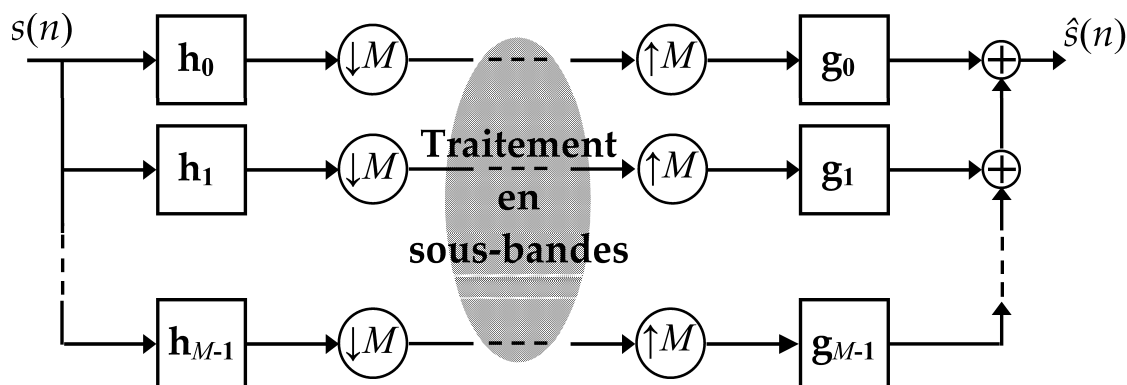


FIG. 4.2 – Banc de filtres.

La figure (4.2) illustre une analyse/synthèse en sous-bande par banc de filtres, où les filtres $\{\mathbf{h}_k(n)\}_{0 \leq k \leq M-1}$ suivis de décimateurs par facteur entier M ($\downarrow M$), sont les éléments du banc de filtre d'analyse, tandis que les filtres $\{\mathbf{g}_k(n)\}_{0 \leq k \leq M-1}$ précédés par interpolateurs par facteur entier M ($\uparrow M$), sont les éléments du banc de filtre de synthèse. En choisissant $\mathbf{g}_k(n) = \mathbf{h}_k^*(-n)$ (où $\mathbf{h}_k(n)$ et $\mathbf{g}_k(n)$ sont des filtres miroirs en quadrature : en anglais "quadrature mirror filters (QMF)"), pour une parfaite reconstruction.

Remarque

L'indice temporel n des filtres $\mathbf{h}_k(n)$ et $\mathbf{g}_k(n)$ a été omis dans la figure (4.2) pour alléger les représentations.

4.3 Filtrage adaptatif en sous-bande

Dans un premier temps, nous allons examiner une structure à deux sous-bandes qui adapte le filtre \mathbf{W}_d et calcule les signaux d'erreur sous-bande $\varepsilon_0(n)$ et $\varepsilon_1(n)$. Ces deux signaux d'erreur sont recombinaés pour obtenir le signal $\varepsilon(n)$ qui sert à l'adaptation des coefficients $\mathbf{W}_N(n-1)$. La figure (4.2) modélise un annuleur d'écho acoustique en deux sous-bandes. Il est à noter que les filtres $\mathbf{h}_k(n)$ (ou $\mathbf{H}_k(z)$) et $\mathbf{g}_k(n)$ (ou $\mathbf{G}_k(z)$) doivent former une paire de reconstruction parfaite.

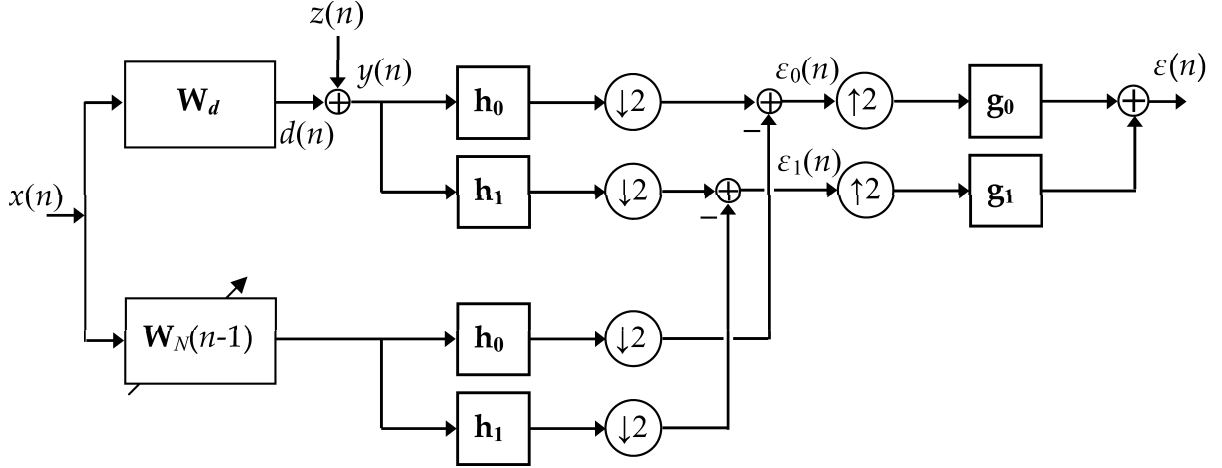


FIG. 4.3 – Filtrage adaptatif en sous-bande pour deux sous-bandes, pour l'identification du filtre \mathbf{W}_d .

Vu que l'objectif en annulation d'écho est d'identifier le système (ou filtre) \mathbf{W}_d , et pour alléger les représentations et les équations, nous assumons par la suite que le signal résultant $z(n)$ est nul, donc $y(n) = d(n)$.

4.3.1 Filtrage adaptatif en sous-bande avec échantillonnage critique

Une première approche d'identification du filtre FIR représenté par $\mathbf{W}_N(n-1)$, proposée en 1992 par Gilloire et Vetterli dans [76] est présentée sur la figure (4.4). Cette approche présente un problème de recouvrement.

La matrice $\mathbf{C}(z) = Tz\{\mathbf{C}(n)\}$ correspond au filtre à adapter. Considérant qu'un signal $e(n)$ décimé par 2 donne $u(n) = y(2n) \Leftrightarrow \mathbf{U}(z) = (1/2)[\mathbf{Y}(z^{1/2}) + \mathbf{Y}(-z^{1/2})]$, nous avons, sous forme matricielle, les équations suivantes pour la figure (4.4) :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_0(z) \\ \mathbf{Y}_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0(z^{1/2}) & \mathbf{H}_0(-z^{1/2}) \\ \mathbf{H}_1(z^{1/2}) & \mathbf{H}_1(z^{1/2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(z^{1/2}) \\ \mathbf{X}(-z^{1/2}) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0(z) \\ \mathbf{X}_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0(z^{1/2}) & \mathbf{H}_0(-z^{1/2}) \\ \mathbf{H}_1(z^{1/2}) & \mathbf{H}_1(z^{1/2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(z^{1/2}) \\ \mathbf{X}(-z^{1/2}) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_0(z) \\ \hat{\mathbf{Y}}_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{00}(z) & \mathbf{C}_{01}(z) \\ \mathbf{C}_{10}(z) & \mathbf{C}_{11}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0(z) \\ \mathbf{X}_1(z) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

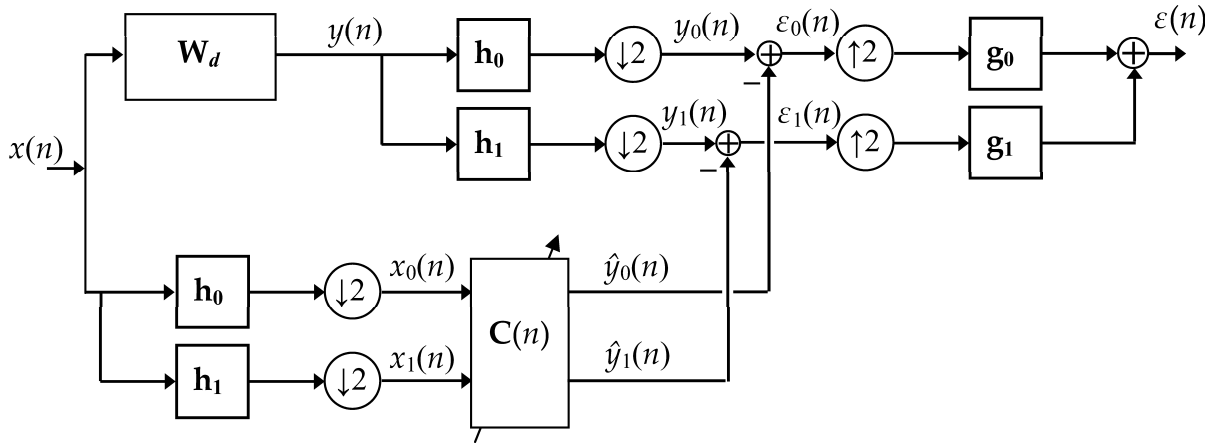


FIG. 4.4 – Filtrage adaptatif en sous-bande pour deux sous-bandes, avec le problème de recouvrement.

où on définit [77] :

$$\mathbf{H}(z^{1/2}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0(z^{1/2}) & \mathbf{H}_0(-z^{1/2}) \\ \mathbf{H}_1(z^{1/2}) & \mathbf{H}_1(-z^{1/2}) \end{bmatrix}$$

$$z^{-1}\mathbf{W}_N(z^{1/2}) = \begin{bmatrix} z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{00}(z) & \mathbf{C}_{01}(z) \\ \mathbf{C}_{10}(z) & \mathbf{C}_{11}(z) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_N(z^{1/2}) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) \\ \mathbf{X}_{\frac{N}{2}}(-z^{1/2}) \end{bmatrix}$$

Remarque

$$Tz\{\mathbf{W}_N(n-1)\} = z^{-1}\mathbf{W}_N(z)$$

Pour obtenir une erreur de modélisation nulle, la matrice $\mathbf{C}(z)$ doit être égale à [76] :

$$\mathbf{C}(z) = \mathbf{H}(z^{1/2})z^{-1}\mathbf{W}_N(z^{1/2})\mathbf{H}^{-1}(z^{1/2}) \quad (4.4)$$

Pour interpréter ce résultat, nous effectuons le choix suivant pour les bancs de filtres :

$$\mathbf{H}_0(z^{1/2}) = \mathbf{H}(z^{1/2}) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{H}_1(z^{1/2}) = \mathbf{H}(-z^{1/2}) \quad (4.6)$$

où $\mathbf{H}(z^{1/2})$ est un filtre passe-bas demie-bande (donc, $\mathbf{H}(-z^{1/2})$ est un filtre passe-haut demie-bande). Ce choix est habituel dans le codage en sous-bande [79]. On l'appelle la solution classique QMF. Ce choix est fait pour la clarté de l'explication et parce qu'il est habituellement pratique. L'inverse de $\mathbf{H}(z^{1/2})$ est :

$$\mathbf{H}^{-1}(z^{1/2}) = \frac{1}{\det(\mathbf{H}(z^{1/2}))} \begin{bmatrix} \mathbf{H}(z^{1/2}) & -\mathbf{H}(-z^{1/2}) \\ -\mathbf{H}(-z^{1/2}) & \mathbf{H}(z^{1/2}) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

où $\det(\cdot)$ symbolise l'opérateur déterminant.

Pour des filtres raisonnablement longs, le déterminant $\det(\mathbf{H}(z^{1/2}))$ est approximativement égal à :

$$\det(\mathbf{H}(z^{1/2})) = z^{(-L_f+1)/2} \quad (4.8)$$

où L_f est la taille du filtre $\mathbf{H}(z)$.

D'après Gilloire et Vetterli dans [76, 78], on peut montrer de l'équation (4.4) que la solution pour $\mathbf{C}(z)$ est donnée par :

$$\mathbf{C}(z) = z^{(L_f-1)/2} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^2(z^{1/2})z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) - \mathbf{H}^2(-z^{1/2})z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(-z^{1/2}) & \\ \mathbf{H}(z^{1/2})\mathbf{H}(-z^{1/2})z^{-1}[\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) - \mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(-z^{1/2})] & \\ \mathbf{H}(z^{1/2})\mathbf{H}(-z^{1/2})z^{-1}[\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(-z^{1/2}) - \mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2})] & \\ \mathbf{H}^2(z^{1/2})z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(-z^{1/2}) - \mathbf{H}^2(-z^{1/2})z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2}}(z^{1/2}) & \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Comme la matrice $\mathbf{C}(z)$ n'est pas diagonale, l'adaptation doit se faire en utilisant les filtres croisés $\mathbf{C}_{01}(z)$ et $\mathbf{C}_{10}(z)$ (généralement plus courts que $\mathbf{C}_{00}(z)$ et $\mathbf{C}_{11}(z)$), comme illustré à la figure (4.5). L'ignorance de ces filtres implique que l'erreur du système est non nulle et très influencée par le recouvrement de $\mathbf{X}(z)$, $\mathbf{X}(-z)$, qui ne pourrait être éliminé par le filtre. Les conditions pour que la matrice $\mathbf{C}(z)$ soit diagonale sont les suivantes : le filtre $\mathbf{H}(z)$ est un filtre demie-bande parfait ou $\mathbf{W}_d(z)$ est une fonction paire en z , deux conditions physiquement impossibles. De plus, la convergence de l'algorithme d'adaptation pour cette méthode n'est pas meilleure par rapport à l'algorithme LMS classique.

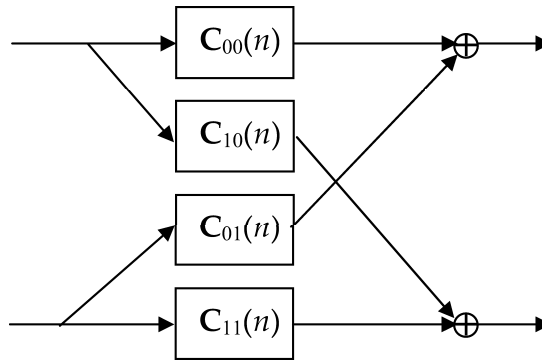


FIG. 4.5 – Filtrage adaptatif en sous-bande basé sur la transformation polyphase [78].

4.3.2 Filtrage adaptatif en sous-bande basé sur la transformation polyphase

Pradhan et Reddy dans [80] ont proposés une nouvelle structure qui ne requiert pas de filtres croisés et qui est équivalente à celle de la figure (4.3), illustrée à la figure (4.6). Cette structure est obtenue à partir des identités de Noble (figure (4.7)) et de la décomposition en composantes polyphases du filtre. Avant de détailler cette approche, il est utile d'introduire quelques définitions sur la transformation polyphase.

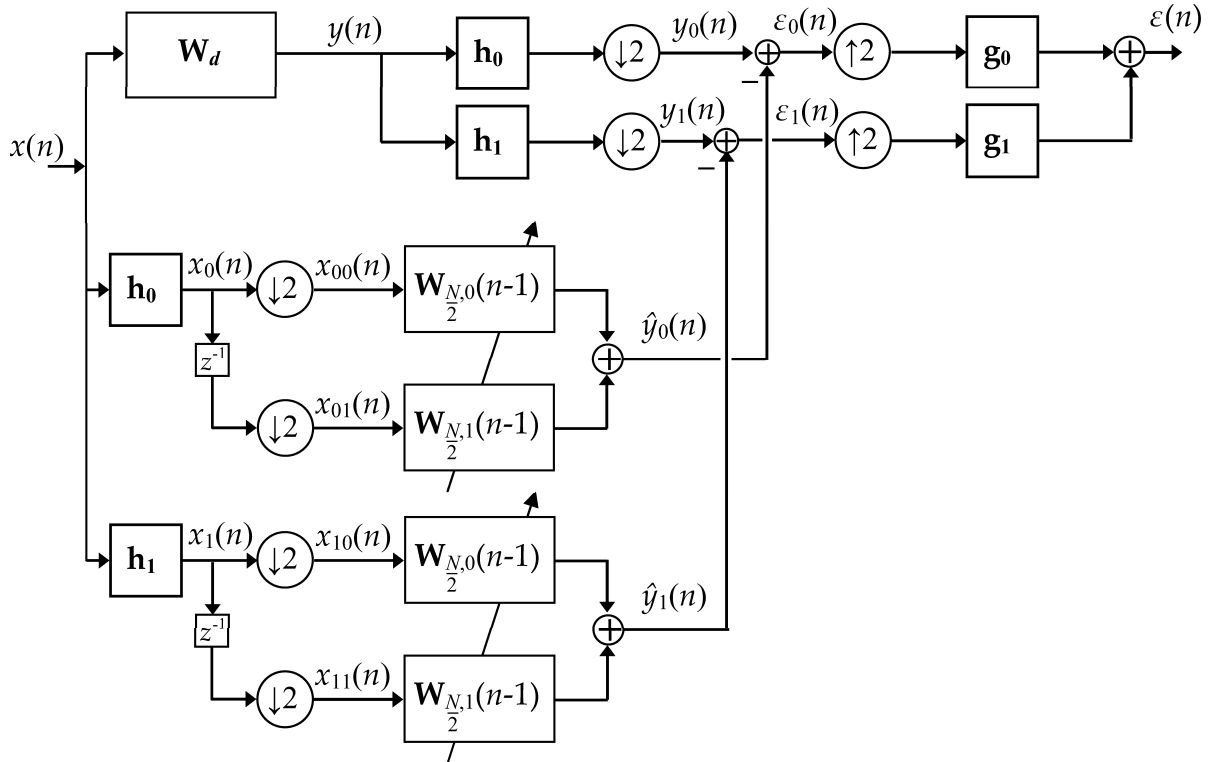


FIG. 4.6 – Modification du filtre adaptatif en sous-bande de la figure (4.3) en utilisant les identités de Noble et la décomposition en composantes polyphases du filtre $\mathbf{W}_N(n-1)$.

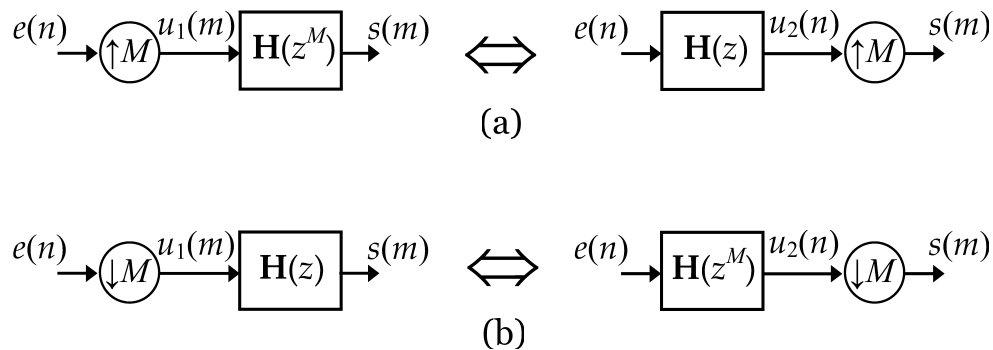


FIG. 4.7 – Identités de Noble utilisées pour dériver la structure du filtre adaptatif en sous-bande : (a) Identité pour l'interpolation, (b) Identité pour la décimation.

La transformation polyphase

La transformation polyphase est une extension sur le plan complexe de la transformation discrète de Zak [81]. La transformation polyphase est un outil très utile dans le design et l'analyse de bancs de filtres.

La transformation polyphase d'ordre M d'un signal $x(n)$ est définie comme suit :

$$\mathbf{X}_k(z) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} x(k + lM)z^{-l} \quad (4.10)$$

Pour un signal causal de longueur L_x , la transformation polyphase est donnée par :

$$\mathbf{X}_k(z) = \sum_{l=0}^{(L-M)/M} x(k+lM)z^{-l} \quad (4.11)$$

La reconstruction du signal $X(z)$ peut être faite de deux manières différentes. La première méthode consiste à intégrer sur un contour dans le plan complexe qui englobe l'origine dans le sens antihoraire :

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint \mathbf{X}_k(z)z^{-1}dz \quad (4.12)$$

La seconde méthode, plus intéressante dans le contexte de banc de filtres et pour la structure d'adaptation en sous-bande, est la suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(z) &= \mathbf{X}_0(z^M) + z^{-1}\mathbf{X}_1(z^M) + \dots + z^{-M+1}\mathbf{X}_{M-1}(z^M) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{X}_k(z^M)z^{-k} \end{aligned} \quad (4.13)$$

La reconstruction de l'équation (4.13) peut être vue comme la somme des composantes polyphases du signal $X(z)$. Ainsi, pour une décomposition à deux composantes polyphases, nous avons la forme suivante :

$$\mathbf{X}(z) = \mathbf{X}_0(z^2) + z^{-1}\mathbf{X}_1(z^2) \quad (4.14)$$

Une propriété importante de la transformation polyphase¹ est l'inversion du signal :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_k(z) &= \mathbf{X}_{-k}(z) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} x(-k+lM)z^{-l} \\ &= z^{-1}\mathbf{X}_{M-k}(z) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Chaque composante polyphase $X_k(z)$ correspond à une version retardée de k échantillons et sous-échantillonnée par M du signal $X(z)$. Ainsi, pour un signal de longueur L_x , chaque composante possède L_x/M échantillons.

Application aux bancs de filtres [82]

La décomposition polyphase s'avère très utile dans le design de bancs de filtres à reconstruction parfaite. D'abord, soit le banc de M filtres d'analyse et de synthèse avec décimation maximale illustré à la figure (4.8). Les filtres $\mathbf{H}_k(z)$ et $\mathbf{G}_k(z)$ sont des filtres FIR miroirs en quadrature (QMF) de longueur L . Exprimons la sortie de cette structure, $\mathbf{Y}(z)$, en fonction de l'entrée $\mathbf{X}(z)$.

Premièrement, les termes intermédiaires, $\mathbf{V}_k(z)$, sont les suivants :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_k(z) &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \mathbf{X}_k(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z^{\frac{1}{M}}) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \mathbf{H}_k(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z^{\frac{1}{M}})\mathbf{X}(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z^{\frac{1}{M}}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

¹La transformation polyphase possède plusieurs autres propriétés présentées dans [81].

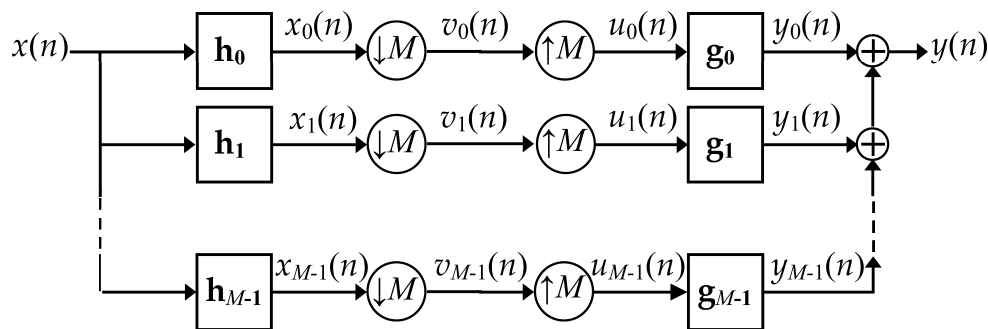


FIG. 4.8 – Structure de banc de filtres FIR QMF d'analyse et de synthèse avec sous-échantillonnage maximal. La section de codage est supposée sans erreur.

La sortie exprimée en fonction de $\mathbf{V}_k(z)$ est :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(z) &= \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{Y}_k(z) = \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{U}_k(z) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{V}_k(z^M) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Finalement,

$$\mathbf{Y}(z) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{H}_k(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z) \mathbf{X}(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z) \quad (4.18)$$

Il est intéressant de noter que la structure de banc de filtres dépourvue des opérateurs de sous-échantillonnage et de sur-échantillonnage, $\mathbf{Y}(z) = [\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{H}_k(z)] \mathbf{X}(z)$ est présente dans l'équation (4.18). Cette relation est une reconstruction parfaite du signal $\mathbf{X}(z)$ à partir des composantes sous-bandes. Les autres termes sont des composantes de distorsion dues au recouvrement spectral de $\mathbf{X}(z)$ causé par la décimation et l'interpolation. On peut réécrire la sommation de l'équation (4.18) pour mettre en évidence ces deux termes :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(z) &= \left(\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{H}_k(z) \right) \mathbf{X}(z) \\ &+ \frac{1}{M} \sum_{l=0, k \neq 0}^{M-1} \sum_{k=0, l \neq 0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{H}_k(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z) \mathbf{X}(\exp(j\frac{2\pi}{M}l)z) \end{aligned} \quad (4.19)$$

La reconstruction parfaite contraint la sortie $y(n) = x(n - n_0)$. Pour un tel banc de filtres, le premier terme doit correspondre effectivement à un déphasage pur : $\sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{G}_k(z) \mathbf{H}_k(z) = z^{-n_0}$ et enfin la distorsion due au recouvrement spectral soit nulle. Pour arriver à établir ces conditions, la décomposition polyphase est un outil très utile.

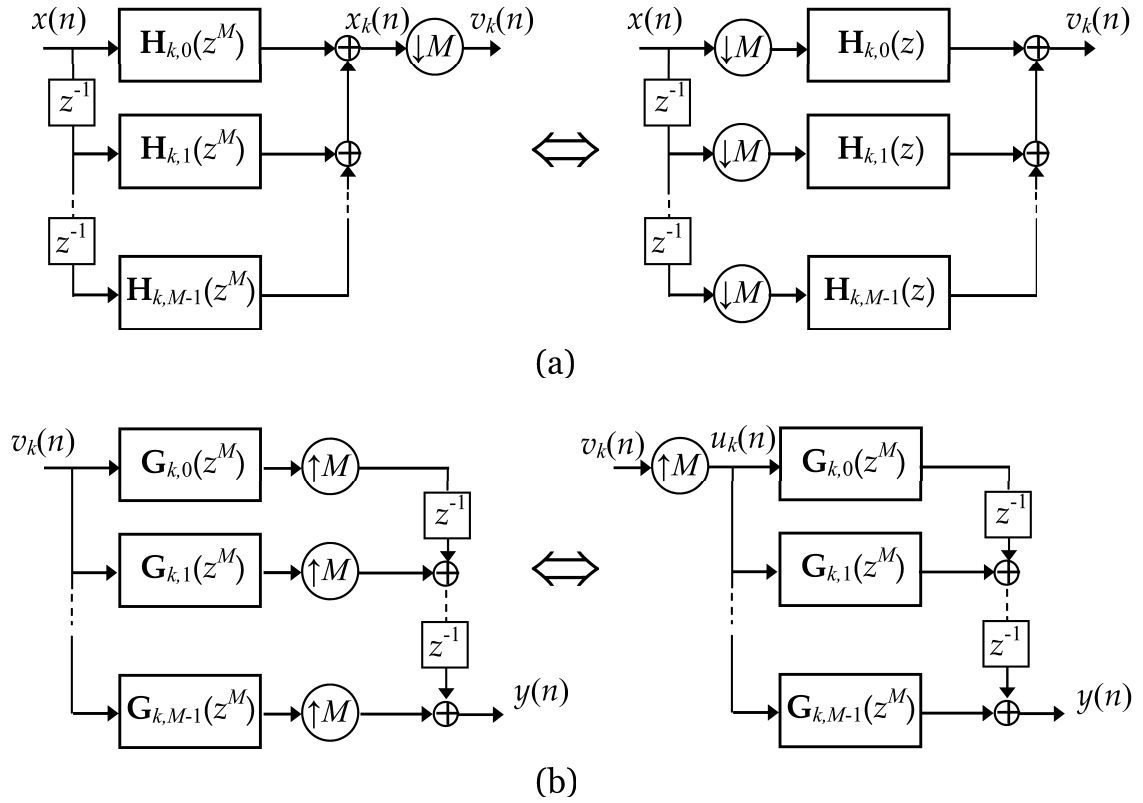


FIG. 4.9 – Décomposition polyphase d'une bande du banc de filtres de la figure (4.8). Les parties de droite des figures (a) et (b) est une représentation équivalente, avec le décimateur (l'interpolateur) repositionné avant (après) les composantes polyphases de $\mathbf{H}_k(z)$ ($\mathbf{G}_k(z)$).

Premièrement, reformulons chaque filtre d'analyse sous la forme de leur décomposition polyphase.

$$\mathbf{H}_k(z) = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{H}_{k,m}(z^M) z^{-m} \quad (4.20)$$

avec

$$\mathbf{H}_{k,m}(z) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}_k(m + lM) z^{-l} \quad (4.21)$$

Chaque bande de la figure (4.8) peut être restructurée comme à la figure (4.9.a). Sous forme matricielle, nous pouvons exprimer les équations d'analyse du banc de filtres au complet comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(z) \\ \mathbf{V}_1(z) \\ \vdots \\ \mathbf{V}_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{00}(z^M) & \dots & \mathbf{H}_{0,M-1}(z^M) \\ \mathbf{H}_{10}(z^M) & \dots & \mathbf{H}_{1,M-1}(z^M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1,0}(z^M) & \dots & \mathbf{H}_{M-1,M-1}(z^M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-M+1} \end{bmatrix} \mathbf{X}(z) \quad (4.22)$$

d'où

$$\mathbf{V}(z) = [\mathbf{H}_p(z)\mathbf{z}_M]\mathbf{X}(z) \quad (4.23)$$

De la même façon [82], nous pouvons dériver les équations pour la sortie $\mathbf{Y}(z)$ en fonction des composantes polyphases des filtres de synthèse :

$$\mathbf{Y}(z) = [\mathbf{G}_p(z)\mathbf{z}_M]\mathbf{U}(z) \quad (4.24)$$

avec

$$\mathbf{G}_p(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{00}(z^M) & \dots & \mathbf{G}_{0,M-1}(z^M) \\ \mathbf{G}_{10}(z^M) & \dots & \mathbf{G}_{1,M-1}(z^M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{M-1,0}(z^M) & \dots & \mathbf{G}_{M-1,M-1}(z^M) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Ces deux représentations matricielles suggèrent la structure de la figure (4.10), où les décimateurs et les interpolateurs ont été déplacés à l'extérieur de la structure et les filtres ont été fusionnés en un seul bloc $\mathbf{P}(z)$. $\mathbf{P}(z)$ représente le système équivalent du banc de filtres, avec $\mathbf{P}(z) = \mathbf{G}'_p(z)\mathbf{H}_p(z)$.

La matrice polyphase $\mathbf{G}'_p(z)$ est obtenue en interchangeant les lignes de $\mathbf{G}_p(z)$.

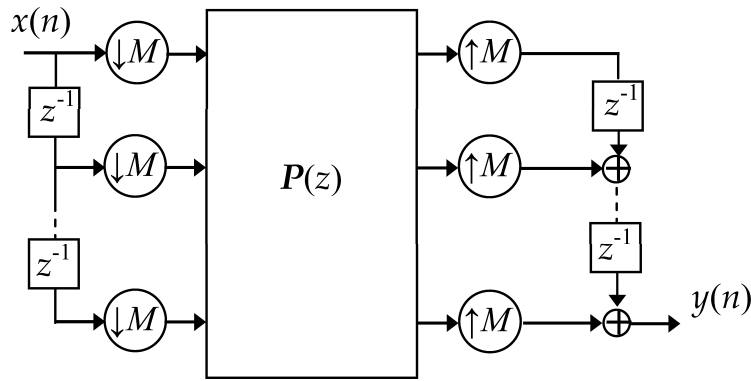


FIG. 4.10 – Banc de filtres dont les filtres d'analyse et de synthèse ont été fusionnés pour obtenir la matrice polyphase équivalente $\mathbf{P}(z)$.

Application de la transformation polyphase pour le filtrage adaptatif en sous-bande

La décomposition en composantes polyphases du filtre consiste à séparer ses coefficients en M ensembles ou signaux intermédiaires, de telle sorte que :

$$z^{-1}\mathbf{W}_N(z) = z^{-1}(\mathbf{W}_{\frac{N}{M},0}(z^M) + z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{M},1}(z^M) + \dots + z^{-M+1}\mathbf{W}_{\frac{N}{M},M-1}(z^M)) \quad (4.26)$$

avec N la longueur du filtre et M le nombre de sous-bandes.

Pour le cas où nous avons deux sous-bandes ($M = 2$), la décomposition en composantes polyphases donne simplement :

$$z^{-1}\mathbf{W}_N(z) = z^{-1}(\mathbf{W}_{\frac{N}{2},0}(z^2) + z^{-1}\mathbf{W}_{\frac{N}{2},1}(z^2)) \quad (4.27)$$

On se retrouve alors avec deux filtres à adapter $\mathbf{W}_{\frac{N}{2},0}(z)$ et $\mathbf{W}_{\frac{N}{2},1}(z)$ de longueur $N/2$ chacun et dont l'adaptation est contrôlée par les signaux d'erreur $\varepsilon_0(n)$ et $\varepsilon_1(n)$. Dans

chaque bande du signal toutefois, une copie de ces deux filtres est utilisée. La raison pour laquelle les filtres croisés sont évités dans cette structure vient du fait que chaque filtre polyphase $\mathbf{W}_{\frac{N}{M},k}(z)$ est mis à jour en tenant compte de l'erreur de chaque sous-bande, imposant donc une corrélation entre les différentes bandes. Si seule l'erreur de la même bande était utilisée pour la mise à jour, on se retrouverait alors avec quatre filtres différents (plutôt que deux copies des mêmes filtres), ce qui reviendrait au cas avec les filtres croisés, présenté précédemment.

4.4 Algorithme adaptatif en sous-bande

Pour dériver l'algorithme d'adaptation de chaque filtre en sous-bande, nous devons d'abord identifier la fonction de coût à minimiser, $E\{\varepsilon^2(n)\}$. L'algorithme choisi pour l'adaptation de chacun de ces filtres est l'algorithme LMS. Pour LMS, un algorithme à gradient stochastique, la direction de mise à jour des coefficients correspond au gradient de $E\{\varepsilon^2(n)\}$. Dans notre contexte, $E\{\varepsilon^2(n)\}$ dépend des signaux d'erreur provenant de chaque bande :

$$E\{\varepsilon^2(n)\} = E\{(\alpha_0\varepsilon_0^2(n) + \alpha_1\varepsilon_1^2(n))\} \quad (4.28)$$

où chaque terme d'erreur est pondéré par un coefficient α_k , inversement proportionnel à la puissance des signaux en sous-bandes $x_k(n)$.

Le gradient instantané sera donc :

$$\varepsilon^2(n) = (\alpha_0\varepsilon_0^2(n) + \alpha_1\varepsilon_1^2(n)) \quad (4.29)$$

Note observatoire

Pour alléger les notations dans le filtre $\mathbf{W}_{\frac{N}{M},k}(n-1)$ ainsi que dans le vecteur d'entrée $\mathbf{X}_{\frac{N}{M},k}(n)$, l'indice indiquant l'ordre du filtre sera omis par la suite (i.e. : $\mathbf{W}_{\frac{N}{M},k}(n-1) = \mathbf{W}_k(n-1)$ et $\mathbf{X}_{\frac{N}{M},k}(n) = \mathbf{X}_k(n)$.)

Les équations de mise à jour des poids des filtres $\mathbf{W}_0(n-1)$ et $\mathbf{W}_1(n-1)$ sont les mêmes que pour l'algorithme LMS classique :

$$\mathbf{W}_0(n) = \mathbf{W}_0(n-1) - \frac{1}{2}\mu \frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial \mathbf{W}_0(n-1)} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{W}_1(n) = \mathbf{W}_1(n-1) - \frac{1}{2}\mu \frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial \mathbf{W}_1(n-1)} \quad (4.31)$$

où μ est le pas d'adaptation et les dérivées partielles de (4.29) sont données par :

$$\frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial \mathbf{W}_0(n-1)} = 2\alpha_0\varepsilon_0(n) \frac{\partial \varepsilon_0(n)}{\partial \mathbf{W}_0(n-1)} + 2\alpha_1\varepsilon_1(n) \frac{\partial \varepsilon_1(n)}{\partial \mathbf{W}_0(n-1)} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial \mathbf{W}_1(n-1)} = 2\alpha_0\varepsilon_0(n) \frac{\partial \varepsilon_0(n)}{\partial \mathbf{W}_1(n-1)} + 2\alpha_1\varepsilon_1(n) \frac{\partial \varepsilon_1(n)}{\partial \mathbf{W}_1(n-1)} \quad (4.33)$$

Les termes d'erreur, en se basant sur la figure (4.6), sont exprimés comme suit :

$$\varepsilon_0(n) = y_0(n) - \mathbf{W}_0^T(n-1)\mathbf{X}_{00}(n) - \mathbf{W}_1^T(n-1)\mathbf{X}_{01}(n) \quad (4.34)$$

et

$$\varepsilon_1(n) = y_0(n) - \mathbf{W}_0^T(n-1)\mathbf{X}_{10}(n) - \mathbf{W}_1^T(n-1)\mathbf{X}_{11}(n) \quad (4.35)$$

où $\mathbf{X}_{km}(n) = [x_{km}(n)x_{km}(n-1)\dots x_{km}(n-N/M+1)]^T$.

Ces dernières équations nous permettent d'exprimer les équations (4.34) et (4.35) en termes des signaux $x_{km}(n)$. D'abord, on a :

$$\frac{\partial \varepsilon_k(n)}{\partial \mathbf{W}_k(n-1)} = -\mathbf{X}_{km}(n), \quad k, m = 1, 2 \quad (4.36)$$

En remplaçant finalement dans les équations de mise à jour, on obtient, pour le filtre adaptatif à deux bandes :

$$\mathbf{W}_0(n) = \mathbf{W}_0(n-1) + 2\mu(\alpha_0\varepsilon_0(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \alpha_1\varepsilon_1(n)\mathbf{X}_{01}(n)) \quad (4.37)$$

$$\mathbf{W}_1(n) = \mathbf{W}_1(n-1) + 2\mu(\alpha_0\varepsilon_0(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \alpha_1\varepsilon_1(n)\mathbf{X}_{11}(n)) \quad (4.38)$$

4.5 Généralisation de l'algorithme pour M sous-bandes

Nous pouvons facilement dériver l'algorithme adaptatif en sous-bande pour le cas général à M bandes à partir des équations (4.37) et (4.38). La structure du système contient donc M copies de chacun des M filtres adaptatifs $\mathbf{W}_k(n-1)$ (figure (4.11)). Il y a aussi M signaux d'erreur $\varepsilon_k(n)$ qui contrôlent l'adaptation de ces filtres.

Les équations de mise à jour pour les filtres sont :

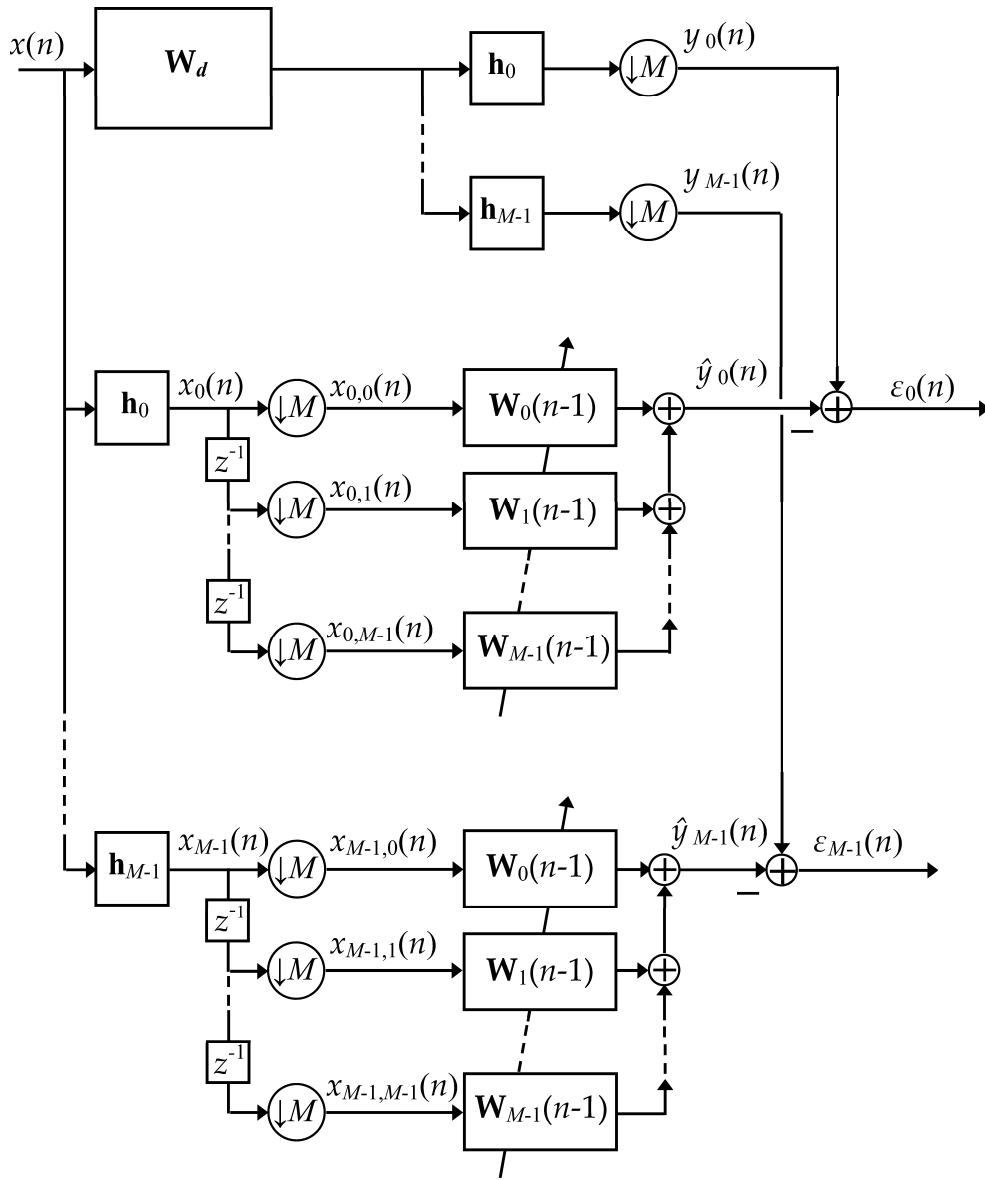
$$\mathbf{W}_k(n) = \mathbf{W}_k(n-1) + 2\mu \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m \varepsilon_m(n) \mathbf{X}_{km}(n) \quad (4.39)$$

où

$$\varepsilon_k(n) = y_k(n) - \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{W}_m^T(n-1)\mathbf{X}_{km}(n) \quad (4.40)$$

Nous remarquons que l'erreur $\varepsilon_k(n)$ dépend seulement du signal provenant de la bande k , $x_k(n)$.

Aussi, la mise à jour de chaque composante polyphase du filtre $\mathbf{W}_k(n-1)$ dépend des termes de chaque bande de fréquence. L'information de chaque bande est donc utilisée pour l'adaptation de chacune des composantes polyphases du filtre $\mathbf{W}_k(n-1)$. Grâce à l'utilisation de toute l'information entre les bandes, on arrive à modéliser correctement le système inconnu, comme l'auraient fait la présence des filtres croisés dans une structure comme celle de la figure (4.4). Nous verrons à la prochaine section que cette nouvelle structure polyphase permet d'atteindre un meilleur taux de convergence.

FIG. 4.11 – Filtrage adaptatif pour le cas de M sous-bandes.

4.6 Analyse de convergence et de complexité

4.6.1 Analyse de la convergence

L'analyse de convergence pour l'algorithme LMS en sous-bande s'entreprind de la même manière que l'algorithme LMS classique. Premièrement, pour le cas à deux bandes, nous définissons le vecteur d'erreur sur les coefficients de la façon suivante :

$$\nu_k(n-1) = (\mathbf{W}_d)_k - \mathbf{W}_k(n-1) \quad (4.41)$$

Nous pouvons écrire le signal d'erreur au $k^{\text{ème}}$ bande comme :

$$\varepsilon_k(n) = \sum_{m=0}^{M-1} (\mathbf{W}_d)_m^T \mathbf{X}_{km}(n) - \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{W}_m^T(n-1) \mathbf{X}_{km}(n)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=0}^{M-1} \underbrace{((\mathbf{W}_d)_m - \mathbf{W}_m(n-1))^T}_{\nu_m^T(n-1)} \mathbf{X}_{km}(n) \\
&= \sum_{m=0}^{M-1} \nu_m^T(n-1) \mathbf{X}_{km}(n) \tag{4.42}
\end{aligned}$$

En employant l'équation (4.42) dans (4.39) et la définition de l'équation (4.41), la relation récursive pour l'erreur des coefficients peut être obtenue à la $k^{\text{ème}}$ bande comme :

$$\begin{aligned}
\nu_k(n) &= \nu_k(n-1) - 2\mu \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m \varepsilon_m(n) \mathbf{X}_{km}(n) \\
&= \nu_k(n-1) - 2\mu \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m \left(\sum_{j=0}^{M-1} \nu_j^T(n-1) \mathbf{X}_{mj}(n) \right) \mathbf{X}_{km}(n) \tag{4.43}
\end{aligned}$$

Comme pour l'algorithme LMS régulier, nous passons aux espérances pour connaître la convergence des vecteurs d'erreur en moyenne. Sous forme vectorielle, on obtient :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} E\{\nu_{k0}(n)\} \\ E\{\nu_{k1}(n)\} \\ \vdots \\ E\{\nu_{k,M-1}(n)\} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E\{\nu_{k0}(n-1)\} \\ E\{\nu_{k1}(n-1)\} \\ \vdots \\ E\{\nu_{k,M-1}(n-1)\} \end{bmatrix} - 2\mu \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m \mathbf{R}_m(n) \begin{bmatrix} E\{\nu_{k0}(n-1)\} \\ E\{\nu_{k1}(n-1)\} \\ \vdots \\ E\{\nu_{k,M-1}(n-1)\} \end{bmatrix} \\
&= [\mathbf{I}_N - 2\mu \mathbf{R}] \begin{bmatrix} E\{\nu_{k0}(n-1)\} \\ E\{\nu_{k1}(n-1)\} \\ \vdots \\ E\{\nu_{k,M-1}(n-1)\} \end{bmatrix} \tag{4.44}
\end{aligned}$$

où

\mathbf{I}_N indique une matrice d'identité de dimension $N \times N$.

$$\mathbf{R}_k(n) = E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{k0}(n) \\ \mathbf{X}_{k1}(n) \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{k,M-1}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{k0}^T(n) & \mathbf{X}_{k1}^T(n) & \dots & \mathbf{X}_{k,M-1}^T(n) \end{bmatrix} \right\} \tag{4.45}$$

et

$$\mathbf{R} = \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m \mathbf{R}_m(n) \tag{4.46}$$

Si la matrice \mathbf{R} est définie positive (ce qui est le cas, [80]), celle-ci admet N valeurs propres positives non nulles. En moyenne, l'équation (4.44) convergera asymptotiquement vers 0 si le paramètre de pas d'adaptation μ satisfait à l'inégalité suivante :

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}} \tag{4.47}$$

où λ_{max} est la plus grande valeur propre de la matrice \mathbf{R} .

Tout comme l'algorithme LMS classique, le taux de convergence est meilleur avec l'augmentation du pas d'adaptation μ , au prix d'une plus grande variance des valeurs des coefficients. De plus, le taux de convergence est influencé par l'étalement des valeurs propres de \mathbf{R} , un étalement unitaire étant idéal. Dans [80], il est montré qu'en augmentant M , la somme pondérée des matrices de corrélation $\mathbf{R}_k(n)$ tend vers un spectre de puissance uniforme, forçant ainsi l'étalement des valeurs propres de \mathbf{R} à une valeur très proche de 1. En effet, l'effet de séparer le signal en sous-bande partitionne le spectre en M bandes. Les poids α_k , qui rappelons-le sont proportionnels à l'inverse de la puissance dans la bande k , normalisent l'énergie de chacune de ces bandes, rendant alors le spectre de puissance plus plat. En augmentant le nombre de sous-bandes, celles-ci renferment un spectre de puissance tendant vers une constante, comme le montre la figure (4.12). Ainsi, le taux de convergence augmente donc avec le nombre de sous-bandes, M . Ce résultat est très intéressant du point de vue du fait que la complexité algorithmique de l'algorithme adaptatif en sous-bande est très proche de celle de LMS, comme il est montré au prochain paragraphe.

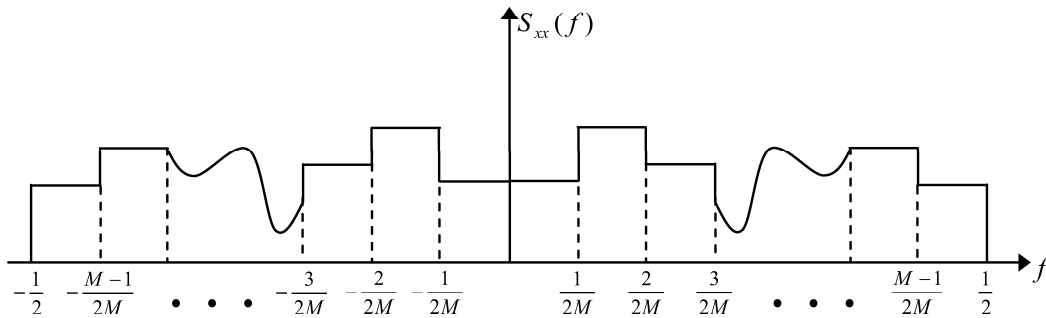


FIG. 4.12 – Spectre de $x(n)$ partitionné en M sous-bandes [80].

4.6.2 Analyse de la complexité algorithmique

La complexité algorithmique de LMS est connue : chaque itération comporte $2N + 1$ multiplications et $2N$ additions. Le tableau (4.1) résume les opérations pour l'algorithme LMS.

Pour l'algorithme adaptatif en sous-bande, le nombre d'opérations par itération est de $2NM$ additions et de $(2N + 1)M$ multiplications par itération, au rythme de une à tous les M échantillons. Notons ici que les coefficients liés au paramètre α_k sont calculés une seule fois et inclus dans le pas d'adaptation, car ils tiennent compte de toutes les données². De plus, la complexité algorithmique associée à la décomposition et à la synthèse des signaux est négligée, puisqu'elle ne fait pas partie de l'adaptation et que sa complexité est très faible par rapport à tout le reste. Le nombre d'additions et de multiplications est résumé au tableau (4.2). En finale, l'algorithme adaptatif en sous-bande LMS a une complexité comparable celle de l'algorithme LMS classique.

²Dans le cas où les poids α_k sont mis à jour régulièrement (de façon équivalente à l'algorithme LMS normalisé), la complexité algorithmique changera. Si cette mise à jour est peu fréquente, on peut en négliger l'effet.

TAB. 4.1 – Complexité algorithmique de l'algorithme LMS classique (Pleine bande).

Étape de l'algorithme	Nombre d'additions	Nombre de multiplications
$\varepsilon(n)$	$1 + (N - 1) = N$	N
$\mathbf{W}_N(n)$	N	$N + 1$
Total par itération	$2N$	$2N + 1$

TAB. 4.2 – Complexité algorithmique de l'algorithme LMS en sous-bande à M bandes.

Étape de l'algorithme	Nombre d'additions	Nombre de multiplications
$\varepsilon_k(n)$	$M[M + M(N/M - 1)] = NM$	$MM(N/M) = MN$
$\mathbf{W}_k(n) = \mathbf{W}_{\frac{N}{M},k}(n)$	$MM(N/M) = NM$	$M + MM(N/M) = M + MN$
Total par itération	$2NM$	$(2N + 1)M$

4.7 Résultats de simulation

Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre précédent, le problème d'annulation d'écho acoustique peut être ramené à une identification adaptative simple du chemin d'écho avec entrée connue et sortie connue bruitée. Ainsi, pour évaluer les performances d'un algorithme adaptatif pour l'annulation d'écho acoustique, il suffit tout simplement d'évaluer son comportement dans le contexte d'identification.

Pour cette raison, dans ce paragraphe de simulation nous nous contentons de tester l'algorithme en sous-bande pour une identification d'un système modélisant le chemin d'écho.

Dans l'expérience présentée ici, nous comparons l'implémentation de l'algorithme normalisé NLMS (pleine bande) et l'implémentation de l'algorithme LMS en sous-bande.

Le banc de filtres à reconstruction parfaite utilisé pour la simulation est constitué de filtres *modulés en cosinus para-unitaires* [83, 84]. L'algorithme d'adaptation en sous-bande est appliqué avec 4, 8, 16, 32 et 64 bandes, dont les filtres d'analyse et de synthèse sont de longueur 16, 32, 64, 128 et 256 respectivement.

Pour tester la performance et le taux de convergence du filtrage adaptatif en sous-bande, les résultats de simulation ont été obtenus à partir de deux cas différents : un premier sans bruit et le second un avec un bruit additif à la sortie du filtre W_d de 20 dB. Le signal d'entrée de référence employé dans le chapitre (3) (signal fortement coloré), a été aussi utilisé dans cette simulation. Nous avons aussi synthétisé une réponse impulsionnelle finie de longueur égale à 128 coefficients. Le signal désiré $d(n)$ a été donc obtenu par filtrage linéaire du signal référence $x(n)$ par la réponse impulsionnelle finie synthétisée.

Le choix du pas d'adaptation μ est fait par essais afin d'avoir le meilleur taux de convergence pour chaque cas. Chaque simulation est moyennée sur 10 réalisations.

Les figures (4.13) et (4.14) présentent respectivement l'évaluation de l'erreur quadratique moyenne MSE pour les deux cas sans et avec bruit.

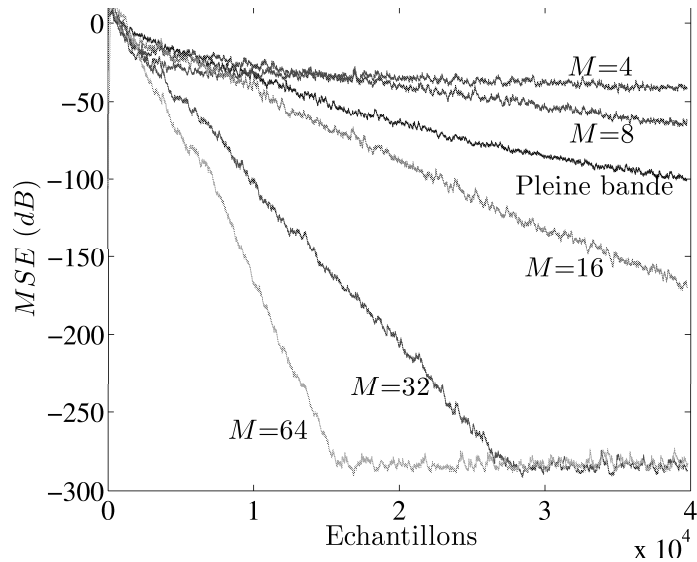


FIG. 4.13 – Erreur quadratique moyenne pour l'adaptation sans bruit additif (pour l'algorithme NLMS, $\delta=1$ et pour chaque M de l'algorithme LMS en sous-bande, $\mu=0.0028$).

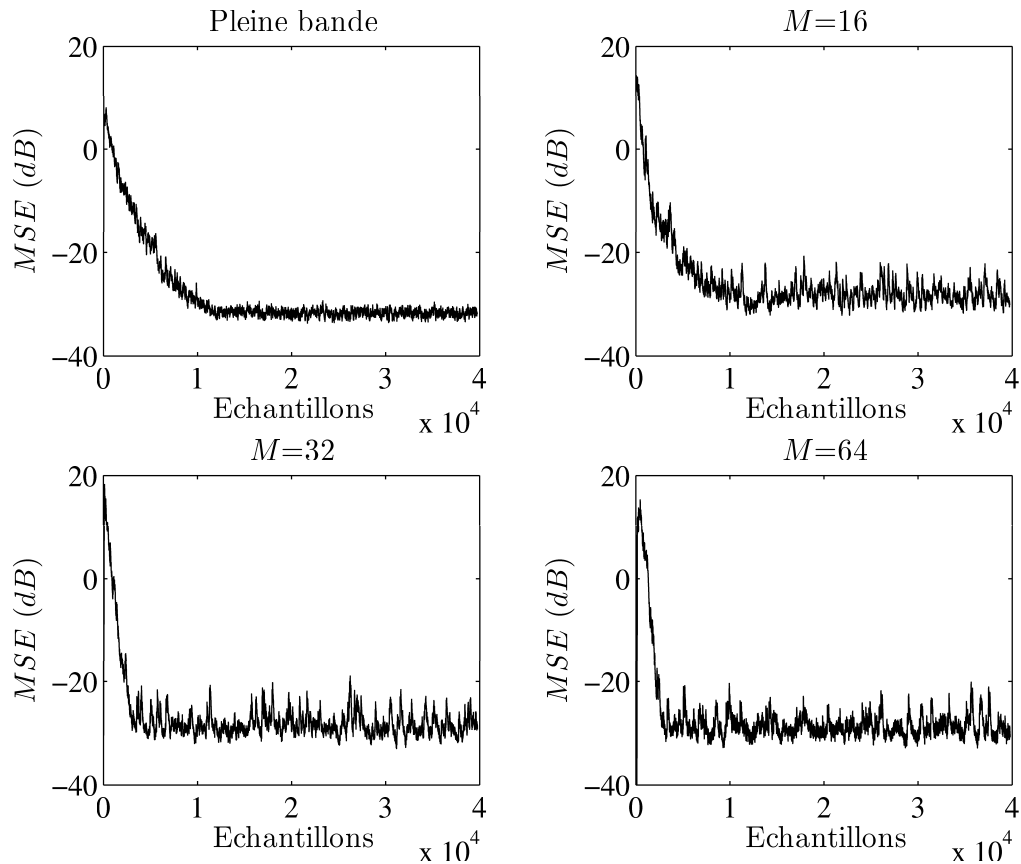


FIG. 4.14 – Erreur quadratique moyenne pour l'adaptation avec bruit additif de 20 dB (pour l'algorithme NLMS, $\delta=0.5$ et pour chaque M de l'algorithme LMS en sous-bande, $\mu=0.0028$).

Vu que à partir de $M=16$, la vitesse devient supérieure à celle de la pleine bande, la représentation des cas $M=4$ et 8 ont été ignorés dans la figure (4.14).

Dans chacun des cas, nous pouvons voir clairement que le taux de convergence est nettement meilleur avec l'adaptation en sous-bande à partir de la décomposition $M=16$. Cette vitesse augmente aussi avec l'augmentation du nombre de bandes utilisées.

Pour le cas sans bruit, on s'aperçoit que l'erreur tend à devenir presque nulle (de l'ordre de -300 dB), tandis qu'avec le bruit additif, une erreur légèrement au-dessus de -40 dB est notable.

Il faut noter que les structures en sous-bande ont un inconvénient substantiel dans leurs réalisations. Ces réalisations présentent un retard dans le système identifié. Ce retard est provoqué par les bancs de filtres pour la décomposition du signal d'entrée et ainsi la synthèse des signaux d'erreur. En outre, en concevant les bancs de filtres pour un annuleur d'écho adaptatif, des demandes spéciales doivent être prises en compte.

4.8 Conclusion

Nous avons vu dans ce quatrième et dernier chapitre, une approche de filtrage adaptatif en sous-bande pour l'annulation de l'écho acoustique qui permet d'améliorer le faible taux de convergence de l'algorithme LMS classique lorsque le signal d'entrée est corrélé et que le filtre à adapter est très long, tout en gardant une complexité algorithmique très proche de celle de l'algorithme LMS.

La structure du filtrage adaptatif en sous-bande profite de la décomposition polyphase du filtre adaptatif $\mathbf{W}(n-1)$ pour éviter l'utilisation de filtres croisés, requis pour éviter les problèmes de repliement dus à la décimation des signaux décomposés. En plus, les filtres adaptatifs dans les sous-bandes sont indépendants des filtres d'analyses et de synthèse.

La structure présentée ici, permet de blanchir le signal d'entrée $x(n)$ en le décomposant en plusieurs bandes dont la puissance est normalisée, en pondérant la fonction de coût ; l'augmentation du nombre de bandes M réduit effectivement l'étalement des valeurs propres de la matrice \mathbf{R} . Par conséquent, le taux de convergence est amélioré considérablement.

Conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse, dicté par les impératifs industriels, résidait en deux points : d'une part réaliser un système de réduction de bruit fiable en vue d'une implémentation en véhicule, et d'autre part contrôler l'écho présent dans les systèmes audioconférence.

Au cours de la première partie de cette thèse relative à la réduction de bruit, nous avons dans un premier chapitre présenté les différentes méthodes de réduction de bruit par modification spectrale à court-terme.

Dans ces méthodes de rehaussement par atténuation spectrale, seule l'amplitude spectrale à court-terme est manipulée. On peut également formuler cette affirmation en considérant que les méthodes d'atténuation spectrale permettent de construire une estimation du spectre du signal source (sans le bruit) en dissociant l'estimation de l'amplitude et celle de la phase, l'estimation de la phase du signal rehaussé étant alors simplement la phase du signal observé. L'objectif dans ce cas est d'estimer la composante court-terme du signal utile. Deux types d'estimateurs ont été décrits dans ce chapitre : estimateur basé sur les statistiques moyennes du bruit et estimateur avec modèle de parole.

Trois propositions ont été faites dans le contexte de la réduction de bruit par modification spectrale à court-terme, dont deux nouvelles structures basées sur une combinaison parallèle de deux estimateurs dans le domaine ondelette et qui ont été d'abord présentées dans deux congrès différents [25, 26], et une troisième nouvelle structure basée sur une modification simple et efficace du filtre de Wiener.

Suite à cela, nous avons également développé dans le deuxième chapitre la méthode de réduction de bruit adaptative avec voie de référence. Cette méthode illustre le problème d'identification. Il s'agit d'estimer le bruit perturbateur à l'aide d'une procédure adaptative, puis de retrancher cette estimation au signal bruité. On obtient alors à la sortie de ce soustracteur une estimation du signal utile. Cette procédure de réduction est traitée dans un contexte acoustique avec des applications en audioconférence et en téléphonie mains-libres. Les algorithmes adaptatifs de type moindres carrés se révèlent supérieurs pour ces applications. Un des problèmes majeurs de ces algorithmes moindres carrés tel que l'algorithme RLS ("Recursive Least Squares" en anglais) est la complexité élevée. Pour cette raison, des versions rapides de l'algorithme RLS (dénommées Fast RLS) ont été développées mais avec un prix d'instabilité de ces dernières.

Dans cette thèse, une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS (NS-FRLS) a été proposée en utilisant des modifications des propriétés numériques de quelques variables récursives critiques. Le principe de cette modification consiste à rediriger par une contre réaction convenablement choisie, les erreurs numériques dans les variables numériquement instables (variables retour) et cela sans modifier l'aspect théorique de l'algo-

rithme. Cette méthodologie de stabilisation s'est avérée très efficace sur de très longues durées du signal. Au regard des résultats expérimentaux, l'algorithme NS-FRLS permet d'atteindre de meilleures performances. Cette proposition a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale nommée *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* [40].

La seconde partie de cette thèse portait sur le contrôle et l'annulation d'écho acoustique dans les systèmes audioconférence. Notre travail sur le contrôle d'écho acoustique a abouti au développement de deux solutions adaptatives dans le domaine transformé.

Dans le troisième chapitre, nous avons défini le phénomène d'écho acoustique tel que rencontré dans les systèmes de communications. Une synthèse sur le sujet de la compensation du retour acoustique a été consacrée. Celle-ci révèle que la solution qui prévaut clairement consiste à mettre en œuvre un module d'annulation d'écho par filtrage adaptatif.

Il s'agit en particulier d'utiliser un algorithme adaptatif rapide travaillant dans le domaine fréquentiel nommé FLMS. Nous avons montré aussi dans ce chapitre qu'il était possible de modifier le schéma classique d'un annuleur d'écho en introduisant à la sortie de ce dernier un module de réduction de bruit, afin d'apporter d'améliorations aux performances du contrôleur d'écho.

L'annulation totale de l'écho acoustique par identification directe du chemin d'écho composé par la réponse impulsionnelle mesurée entre haut-parleur et microphone, requiert implicitement la mise en œuvre d'un filtre adaptatif linéaire ayant un nombre de coefficients qui peut être très important étant donné la taille de la réponse impulsionnelle du chemin d'écho dans une salle de grande géométrie. Pour lutter contre cette contrainte, nous avons développé dans le quatrième chapitre, une approche de filtrage adaptatif en sous-bande pour l'annulation de l'écho acoustique qui permet d'améliorer le faible taux de convergence de l'algorithme LMS classique lorsque le signal d'entrée est corrélé et que le filtre à adapter est très long, tout en gardant une complexité algorithmique très proche de celle de l'algorithme LMS.

Perspectives

Un important travail reste à accomplir d'une part pour améliorer la réduction de bruit par les méthodes spectrales à court-terme ainsi que l'estimation du niveau de bruit et d'autre part pour réduire d'écho acoustique dans les systèmes de communication.

Dans le but d'améliorer la réduction de bruit en employant la modification spectrale à court-terme, il nous semble très intéressant d'envisager d'appliquer des techniques d'enrichissement de spectre du signal rehaussé, afin de limiter les dégradations liées aux traitements par atténuation spectrale.

L'étude menée dans la deuxième partie de cette thèse concernant l'écho acoustique, nous a permis de constater qu'un travail de recherche doit être mené pour améliorer la réduction d'écho en développant un système finalisé comportant un module de détection de la double parole.

Annexe A

Les sous-matrices de la matrice $\mathbf{F}(n)$ calculées pour l'algorithme numériquement instable FRLS (FTF) [57] sont :

$$\mathbf{F}_{11}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N + \gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ -2\bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) & \lambda \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{F}_{12}(n) = \begin{bmatrix} -\bar{e}(n)\gamma_N(n-1)\mathbf{I}_N & -\bar{e}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n-1) \\ \mathbf{0}_N^\rightarrow & (\bar{e}(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{F}_{13}(n) = \mathbf{0}_{N+1} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{F}_{21}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(n) \\ \mathbf{U}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{F}_{22}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^c(n) & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ -2\bar{r}(n)(\gamma_N(n))^2\mathbf{q}_N^T & (\rho_\alpha(n)/\theta(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{F}_{23}(n) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ \mathbf{0}_N^\rightarrow & \lambda(\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{F}_{31}(n) = \mathbf{M}^r(n)\mathbf{F}_{21}(n) + \mathbf{H}(n)\mathbf{q}_{N+1}^T\mathbf{L}(n) \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{F}_{32}(n) = \mathbf{M}^r(n)\mathbf{F}_{22}(n) + \mathbf{H}(n)[\mathbf{q}_N^T \ 0] \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{F}_{33}(n) = \begin{bmatrix} \theta^{-1}(n)\mathbf{I}_N & \lambda\theta^{-1}(n)\gamma_N(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^\rightarrow & \lambda\theta^{-2}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

où

- $\mathbf{0}_N$: indique une matrice nulle de dimension $N \times N$,
- \mathbf{I}_N : indique une matrice identité de dimension $N \times N$,
- $\mathbf{0}_N^\downarrow$ et $\mathbf{0}_N^\rightarrow$: indiquent respectivement des vecteurs nuls de dimension de $N \times 1$ et $1 \times N$,
- \mathbf{q}_{N+1} : permet d'extraire la $(N+1)^{\text{ème}}$ composante d'un vecteur d'ordre $N+1$.

$$\mathbf{L}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_N^T(n-1) & \bar{e}(n)/\alpha(n-1) \\ -\mathbf{A}_N(n-1)\mathbf{X}_N^T(n-1) + \bar{e}(n)\mathbf{I}_N & -\mathbf{A}_N(n-1)\bar{e}(n)/\alpha(n-1) \end{bmatrix} / (\lambda\alpha(n-1)) \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{C}(n) = [\mathbf{I}_N \quad \mathbf{B}_N(n-1)] \mathbf{L}(n) \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{U}(n) = [\mathbf{U}_1 \quad u_1] \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{U}_1 = 2(\gamma_N(n))^2 \{ [\bar{e}(n) + \bar{r}(n)\mathbf{A}_N^N(n-1)] \mathbf{X}_N^T(n-1) - \bar{e}(n)\bar{r}(n)\mathbf{q}_N^T \} / (\lambda\alpha(n-1)) \quad (\text{A.13})$$

$$u_1 = \lambda\gamma_N(n)(1 - \rho_\alpha(n))/\theta(n) + 2(\gamma_N(n))^2\bar{e}(n)\bar{r}(n)\mathbf{A}_N^N(n-1)/(\alpha(n-1)) \quad (\text{A.14})$$

$$\theta(n) = 1 + \bar{r}(n)\gamma_{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (\text{A.15})$$

$$\rho_\alpha(n) = \lambda\alpha(n-1)/\alpha(n) \quad (\text{A.16})$$

$$\mathbf{M}^c(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{B}_N^1(n-1) \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{B}_N^2(n-1) \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \mathbf{B}_N^3(n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \mathbf{B}_N^N(n-1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{M}^r(n) = \begin{bmatrix} -\bar{r}(n)\gamma_N(n)\mathbf{I}_N & -\bar{r}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_{\vec{N}} & (\bar{r}(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{H}(n) = \lambda\beta(n-1)\gamma_N(n) \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 2\bar{r}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Annexe B

Les sous-matrices de la matrice $\mathbf{F}^{NS}(n)$ calculées pour l'algorithme numériquement stable FRLS (NS-FRLS) [40] sont :

$$\mathbf{F}_{11}^{NS}(n) = \mathbf{F}_{11}(n) \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{F}_{12}^{NS}(n) = \mathbf{F}_{12}(n) \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{F}_{13}^{NS}(n) = \mathbf{F}_{13}(n) \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{F}_{21}^{NS}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(n) \\ \mathbf{U}^{NS}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{F}_{22}^{NS}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^c(n) & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ 2\bar{r}^c(n)(\gamma_N(n))^2 \mathbf{q}_N^T & (\rho_\alpha(n)/\theta(n))^2 - \mu_s \lambda^{-N+1} \alpha(n-1)(\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{F}_{23}^{NS}(n) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N^\downarrow \\ 2(\gamma_N(n))^2 \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \mathbf{X}_N^T(n) & (\mu_s - 1) \lambda (\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{F}_{31}^{NS}(n) = \mathbf{M}^{rNS}(n) \mathbf{F}_{21}^{NS}(n) + \mathbf{M}^{gNS}(n) + \mathbf{H}^{NS}(n) \mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{L}(n) \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{F}_{32}^{NS}(n) = \mathbf{M}^{rNS}(n) \mathbf{F}_{22}^{NS}(n) + \mathbf{M}^{aNS}(n) + \mathbf{H}^{NS}(n) [\mathbf{q}_N^T \ 0] \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{F}_{33}^{NS}(n) = \begin{bmatrix} \theta^{-1}(n) \mathbf{I}_N + 2\theta^{-1}(n) \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \mathbf{X}_N^T(n) & (\mu_s - 1) \lambda \theta^{-1}(n) \gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 2(1 - \theta^{-1}(n)) \bar{r}^s(n) \gamma_N(n) \mathbf{X}_N^T(n) & \lambda(1 + (1 - \mu_s)(1 - \theta^{-2}(n))) \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{U}^{NS}(n) = [\mathbf{U}_1^{NS} \quad u_1^{NS}] + 2\bar{r}^c(n)(\gamma_N(n))^2 \mathbf{q}_{N+1}^T \mathbf{L}(n) \quad (\text{B.10})$$

$$\mathbf{U}_1^{NS} = 2(\gamma_N(n))^2 \bar{e}(n) \mathbf{X}_N^T(n-1) / (\lambda \alpha(n-1)) \quad (\text{B.11})$$

$$u_1^{NS} = \gamma_N(n)(1 - \rho_\alpha(n)) / (\alpha(n-1)\theta(n)) - \mu_s \lambda^{-N+1} \gamma_N(n-1)(\gamma_N(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n))^2 \quad (\text{B.12})$$

$$\theta(n) = \theta^{NS}(n) = 1 + \bar{r}^s(n) \gamma_{N+1}(n) \tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{M}^{rNS}(n) = \begin{bmatrix} -\bar{r}^s(n)\gamma_N(n)\mathbf{I}_N & -\bar{r}^s(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & (\bar{r}^s(n))^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{H}^{NS}(n) = \gamma_N(n) [(1 - \mu_s)\lambda\beta(n-1) + \mu_s\lambda^{-N+1}\alpha(n-1)\gamma_N(n-1)] \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ 2\bar{r}^s(n) \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{M}^{aNS}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & -\mu_s\gamma_N(n)\lambda^{-N+1}\alpha(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & 2\mu_s\gamma_N(n)\lambda^{-N+1}\alpha(n-1)\bar{r}^s(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{M}^{gNS}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & -\mu_s\gamma_N(n)\lambda^{-N+1}\gamma_N(n-1)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n)\tilde{\mathbf{K}}_N(n) \\ \mathbf{0}_N^{\rightarrow} & 2\mu_s\gamma_N(n)\lambda^{-N+1}\gamma_N(n-1)\bar{r}^s(n)\tilde{\mathbf{K}}_{N+1}^{N+1}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

Bibliographie

- [1] C. Baillargeat, "Contribution à l'amélioration des performances d'un radiotéléphone mains-libres à commande vocal," *Thèse de doctorat*, Université de Rennes I, 1991.
- [2] D.L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, N. 3 : pp. 613–627, May 1995.
- [3] Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "A Wavelet Denoising Method to Improve Detection with Ultrasonic Signal," *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Hammamet, Tunisia, pp. 1422–1425, December 2004.
- [4] Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Denoising of the speech signal based on the discrete wavelet," *3rd International Conference on Systems, Signals and Devices (SSD)*, Sousse, Tunisia, vol. 3, March 21-24, 2005. ISBN : 9973-959-01-9
- [5] Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Speech denoising based on the discrete wavelet transform," *Transactions on Systems, Signals & Devices (SSD)*, vol. 3, N. 3 : pp. 124–136, 2007.
- [6] Eric J. Diethorn, "Acoustic Signal Processing For Telecommunication," *Kluwer Academic Publishers*, 2000.
- [7] Olivier Cappé, "Techniques de réduction de bruit pour la restauration d'enregistrement musicaux," *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, 1993.
- [8] D. L. Wang and J. S. Lim, "The unimportance of phase in speech enhancement," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 30, N. 4 : pp. 679–681, 1982.
- [9] P. Vary, "Noise suppression by spectral magnitude estimation-mechanism and theoretical limits," *EURASIP Signal Processing*, vol. 8 : pp. 387–400, 1985.
- [10] Steven F. Boll, "Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 27, N. 2 : pp. 113–120, April 1979.
- [11] J. S. Lim and A. V. Oppenheim, "Enhancement and bandwidth compression of noisy speech", In *Proc. IEEE*, vol. 67, N. 12 : pp. 1586–1604, December 1979.
- [12] R. J. McAulay and M. L. Malpass, "Speech enhancement using a soft-decision noise suppression filter," In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-28, N. 2 : pp. 137–145, April 1980.
- [13] M. Berouti, R. Schwartz and J. Makhoul, "Enhancement of speech corrupted by acoustic noise," In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Washington DC, 211 : pp. 208–211, April 1979.

- [14] R. Le Bouquin, "Traitement pour la réduction de bruit sur la parole. Applications aux Communications Radio-Mobiles," *Thèse de doctorat*, Université de Rennes I, Rennes, 1991.
- [15] J. B. Allen, D. A. Berkley and J. Blauert, "Multimicrophone signal processing technique to remove room reverberation from speech signals," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 62, N. 4 : pp. 912–915, 1977.
- [16] P. Lockwood, C. Baillartgeat, J. M. Gillot, J. Boudy and G. Faucon, "Reduction for speech enhancement in cars : non-linear spectral subtraction/Kalman filtering," *EUROSPEECH*, Genoa, Italy, pp. 83–86, 1991.
- [17] Sunil D. Kamath and Philipos C. Loizou, "A multi-band spectral subtraction method for enhancing speech corrupted by colored noise," *Proceedings of ICASSP-2002*, Orlando, May 2002.
- [18] Olivier Cappé, "Elimination of the musical noise phenomenon with the Ephraïm and Malah noise suppressor," *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, vol. 2, N. 2 : pp. 345–349, April 1994.
- [19] Yariv Ephraïm and David Malah, "Speech enhancement using a minimum mean-square error short-time spectral amplitude estimator," *IEEE Trans. On Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-32, N. 6 : pp. 1109–1121, December 1984.
- [20] S. J. Godsill and P. J. W. Rayner, "Digital audio restoration," *Springer Verlag*, 1998.
- [21] H. L. Van Trees, Detection, "Estimation and modulation theory," *New York : John Wiley & Sons, Inc.*, 1968.
- [22] Yariv Ephraïm and David Malah, "Speech enhancement using a minimum mean-square error log-spectral amplitude estimator," *IEEE Trans. On Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-33, N. 6 : pp. 443–445, April 1985.
- [23] F. Xie and D. Van Compernelle, "Speech enhancement by spectral magnitude estimation - A unifying approach," *Speech Communication*, vol. 19, N. 2 : pp. 89–104, 1996.
- [24] P. Scalart and J. V. Filho, "Speech enhancement based on *a priori* signal to noise estimation," *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, Signal Processing*, (Atlanta, GA), pp. 629–632, May 1996.
- [25] Farid Ykhlef, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Combined Spectral Subtraction and Wiener Filter Methods in Wavelet Domain for Noise Reduction," *Second International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP)*, Marrakech, Morocco, March 13-15, 2006. ISBN : 2-908849-17-8
- [26] Farid Ykhlef, Abderezzak Guessoum, Daoud Berkani, "Speech Enhancement Based on Combination of Spectral Subtraction and a Minimum Mean-Square Error Short-Time Log-Spectral Amplitude Estimator in Wavelet Domain," *Proceedings of the 5th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP)*, University of Patras, Patras, Greece, pp. 168–171, July 2006.
- [27] Farid Ykhlef, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "A Modified Wiener Filter for Speech Enhancement," *4th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, Hammamet, Tunisia, vol. 3, March 19-22, 2007. ISBN : 978-9973-959-06-5

- [28] S. G. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition : The Wavelet Representation", *IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence*, vol. 11, N. 7 : pp. 674–693, 1989.
- [29] S. G. Mallat, "Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ ", *Trans. Amer. Math. Soc.*, vol. 315, N. 1 : pp. 69–87, 1989.
- [30] S. G. Mallat, "A theory for multiscale signal decomposition : The wavelet representation," *IEEE Trans. on Pattern and Machine Intelligence*, vol. 11, N. 7 : pp. 674–693, 1989.
- [31] G. Beylkin, R. Coifman, I. Daubechies, S. G. Mallat, Y. Meyer, L. Raphael and M. B. Ruskai, "Wavelets," *Jones and Bartlett*, Boston, 1991.
- [32] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets," *Tome 61 de CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM)*, Philadelphia, 1992.
- [33] S. G. Mallat, "A Wavelet Tour of Signal Processing," *Academic Press*, 1997.
- [34] S. G. Mallat, "Une exploration des signaux en ondelettes," *Les Editions de l'Ecole Polytechnique*, Ellipses edition, 2000.
- [35] S. G. Mallat, "An efficient image representation for multiscale analysis," *In Proc. of Machine Vision Conference*, Lake Tahoe, 1987.
- [36] J. H. Hansen and M. A. Clements, "Iterative speech enhancement with spectral constraints," *International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Dallas, USA, pp. 189–192, 1987.
- [37] H. L. Nguyen THI, C. Jutten and J. Caelen, "Speech enhancement : Analysis and comparison of methods on various real situations," *EUSIPCO*, Brussels, Belgium, pp. 303–306, 1992.
- [38] RICE University : Signal processing information base (SPIB). <http://spib.rice.edu/>, 2004.
- [39] C. Beaugeant, V. Turbin, P. Scalart, A. Gilloire, "New Optimal Filtering Approaches for Hands-free Telecommunication Terminals", *Signal Processing*, vol. 64, N. 1 : pp. 33–47, 1998.
- [40] Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderezzak Guessoum, Daoud Berkani, "Adaptive noise reduction using numerically stable fast recursive least squares algorithm," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Edition John Wiley & Sons, vol. 21, N. 4 : pp. 354–374, 2007.
- [41] E. Hånsler, "The hands-free problem - An annotated bibliography," *Signal Processing*, vol. 3, N. 27 : 259–271, 1992.
- [42] S. V. Vaseghi, "Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction," *Wiley : Teubner*, 1996.
- [43] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory," (4th edn). *Prentice-Hall : Upper Saddle River*, NJ, 2002.
- [44] S. J. Elliot, "Signal Processing for Active Control," *Academic Press : New York*, 2001.
- [45] R.W. Lucky, "Techniques for adaptive equalization of digital communication systems," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45 : pp. 255–286, 1965.

- [46] M. Bouchard and S. Quednau, "Multichannel Recursive-Least-Squares Algorithms and Fast-Transversal-Filter Algorithms for Active Noise Control and Sound Reproduction Systems," *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, vol. 8, N. 5 : pp. 606–618, 2000.
- [47] B. Widrow and S. D. Stearns, "Adaptive Signal Processing," *Prentice-Hall : Englewood Cliffs, NJ*, 1985.
- [48] G. Goodwin and K. Sin, "Adaptive Filtering, Prediction and Control," *Prentice-Hall : Englewood Cliffs, NJ*, 1985.
- [49] J. M. Cioffi and T. Kailath, "Fast recursive-least-squares transversal filters for adaptive filtering," *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, vol. 32, N. 4 : pp. 304–337, 1984.
- [50] D. T. M. Slock and T. Kailath, "Numerically Stable Fast Transversal Filters for Recursive Least Squares Adaptive Filtering," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 39, N. 1 : pp. 92–114, 1991.
- [51] L. Ljung and T. Soderström, "Theory and Practice of Recursive Identification," *MIT Press, Cambridge, MA*, 1983.
- [52] H. Schutze and Z. Ren, "Numerical characteristics of fast recursive least squares transversal adaptation algorithms - A comparative study," *Signal Processing*, vol. 23, N. 3 : pp. 317–322, 1992.
- [53] J. R. Bunch, R. C. LeBorne and I. K. Proudler, "Measuring and maintaining consistency : a hybrid FTF algorithm," *International Journal of Applied Math and Comp. Sci.*, vol. 11, N. 5 : pp. 1203–1216, 2001.
- [54] M. K. Ng and R. J. Plemmons, "Fast Recursive Least Squares Adaptive Filtering by Fast Fourier Transform-based Conjugate Gradient Iterations," *SIAM Journal of Scientific Computing*, vol. 17, N. 4 : pp. 920–941, 1996.
- [55] G. Carayannis, D. G. Manolakis and N. Kalouptsidis, "A fast sequential algorithm for least squares filtering and prediction," *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, vol. 31, N. 6 : pp. 1394–1402, 1983.
- [56] J. K. Soh and S. C. Douglas, "Analysis of the Stabilized FTF Algorithm with Leakage Correction," *Proceedings 30th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, pp. 1088–1092, November 1996.
- [57] A. Benallal, "Study of the fast transversal least-squares algorithms and application to the identification of acoustic impulse responses," (in French); Ph.D. dissertation, University of Rennes I, Rennes, France, December 1988.
- [58] A. Benallal and A. Gilloire, "A New Method to Stabilize Fast RLS Algorithms Based on a First-Order Model of the Propagation of Numerical Errors," *Proceeding International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*, New York, pp. 1373–1376, April 1988.
- [59] J. L. Botto, "Stabilization of Fast RLS Transversal filters for adaptive filtering," *Proceeding International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Dallas, pp. 403–406, 1987.
- [60] D. T. M. Slock and T. Kailath, "Backward consistency concept and round-off error propagation dynamics in recursive least-squares algorithms," *Opt. Engr.*, vol. 31, N. 6 : pp. 1153–1169, 1992.

- [61] P. Regalia, "Numerical stability issues in fast least-squares adaptation algorithms," *Opt. Engr.*, vol. 31, N. 6 : pp. 1144–1152, 1992.
- [62] K. Maouche and D. T. M. Slock, "Fast Sub sampled-Updating Stabilized Fast Transversal Filter (FSU SFTF) RLS Algorithm for Adaptive Filtering," *IEEE Transactions on Speech Processing*, vol. 48, N. 8 : pp. 2248–2256, 2000.
- [63] Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderezzak Guessoum and Daoud Berkani, "Stability Analysis of Fast Recursive Least Squares Algorithm : Application to Adaptive Filtering," *Proceedings of the 5th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP)*, University of Patras, Patras, Greece, pp. 164–167, July 2006.
- [64] J. P. Jullien, "Acoustique des salles, prise et restitution du son, analysées à partir de la notion de canal acoustique," *Note technique CENT NT/LAA/TSS/128*, 1987.
- [65] A. Gilloire and J. P. Jullien, "L'acoustique des salles dans les Télécommunications," *l'Écho des Recherches*, N. 127 : pp. 43–54, 1987.
- [66] John J. Shynk, "Frequency-domain and multirate adaptive filtering," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 9, N. 1 : pp. 14–37, 1992.
- [67] Françoise Beaufays, "Transform-domain adaptive filters : An analytical approach," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43 N. 2 : pp. 422–431, 1995.
- [68] Sigisbert Wyrsh and August Kaelin, "Performance comparison of PBFDAF algorithms," *In Proc. IEEE Inter. Conf. on Electronics, Circuits and Systems*, vol. 2 : pp. 831–834, 1999.
- [69] E.R. Ferrara, "Fast implementaton of LMS adaptive filter," *IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing*, vol. 28 : pp. 474–475, 1980.
- [70] André Gilloire, Eric Moulines, Dirk Slock and Pierre Duhamel, "Digital Signal Processing in Telecommunications chapitre State of the art in acoustic echo cancellation," *Springer*, pp. 45–91, 1996.
- [71] Jacques Prado and Eric Moulines, "Frequency-domain adaptive filtering with applications to acoustic echo cancellation," *Annales des Télécommunications*, vol. 49, N. (7-8) : pp. 414–428, 1994.
- [72] W. Kellermann, "Analysis and design of multirate systems for cancellation acoustical echoes," *Proc. of ICASSP*, pp. 2570–2573, 1988.
- [73] N. J. Fliege, "Multirate digital signal processing," *John Wiley & Sons*, 1994.
- [74] P. P. Vaidyanathan, "Multirate Systems and Filter Banks," *Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall*, 1993.
- [75] G. Strang and T. Nguyen, "Wavelets and filter banks," *Wellesley-Cambridge Press*, 1996.
- [76] André Gilloire and Martin Vetterli, "Adaptive filtering in subbands with critical sampling : Analysis, experiments and application to acoustic echo cancellation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, N. 8 : pp. 1862–1875, 1992.
- [77] Martin Vetterli, "A theory of multirate filter banks," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 35 : pp. 356–372, 1987.
- [78] André Gilloire and Martin Vetterli, "Adaptive filtering in subbands," *IEEE ICASSP*, pp. 1572–1575, 1988.

-
- [79] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Multirate digital signal processing," *Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall*, 1983.
- [80] Pradhan S. Sandeep and V. U. Reddy, "A new approach to subband adaptive filtering," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, N. 3 : pp. 655–664, 1999.
- [81] Helmut Bölcskei, "Discrete zak transforms, polyphase transforms, and applications," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 45, N. 4 : pp. 851–866, 1997.
- [82] Ali N. Akansu and Richard A. Haddad, "Multiresolution signal decomposition," *2nd edition, Academic Press*, 2001.
- [83] R. D. Koilpillai and P. P. Vaidyanathan, "Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40 : pp. 770–783, April 1992.
- [84] O. G. Ibarra-Manzano and G. Jovanovic-Dolecek, "Cosine modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction : An iterative algorithm," *42nd Midwest Symposium on Circuits and Systems*, vol. 2 : pp. 1061–1064, August 1999.

Articles de l'auteur

1. Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "A Wavelet Denoising Method to Improve Detection with Ultrasonic Signal," *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Hammamet, Tunisia, pp. 1422–1425, December 2004.
2. Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Denoising of the speech signal based on the discrete wavelet," *3rd International Conference on Systems, Signals and Devices (SSD)*, Sousse, Tunisia, vol. 3, March 21-24, 2005. ISBN : 9973-959-01-9
3. Farid Ykhlef, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Combined Spectral Subtraction and Wiener Filter Methods in Wavelet Domain for Noise Reduction," *Second International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP)*, Marrakech, Morocco, March 13-15, 2006. ISBN : 2-908849-17-8
4. Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderezzak Guessoum, Daoud Berkani, "Stability Analysis of Fast Recursive Least Squares Algorithm : Application to Adaptive Filtering," *Proceedings of the 5th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP)*, University of Patras, Patras, Greece, July, 2006 : pp. 164–167.
5. Farid Ykhlef, Abderezzak Guessoum, Daoud Berkani, "Speech Enhancement Based on Combination of Spectral Subtraction and a Minimum Mean-Square Error Short-Time Log-Spectral Amplitude Estimator in Wavelet Domain," *Proceedings of the 5th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP)*, University of Patras, Patras, Greece, July, 2006 :pp. 168–171.
6. Farid Ykhlef, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "A Modified Wiener Filter for Speech Enhancement," *4th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, Hammamet, Tunisia, vol. 3, March 19-22, 2007. ISBN : 978-9973-959-06-5
7. Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Speech denoising based on the discrete wavelet transform," *Transactions on Systems, Signals & Devices*, vol. 3, N. 3 : pp. 124–136, 2007.
8. Farid Ykhlef, Madjid Arezki, Abderezzak Guessoum, Daoud Berkani, "Adaptive noise reduction using numerically stable fast recursive least squares algorithm," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Edition John Wiley & Sons*, vol. 21, N. 4 : pp. 354–374, 2007.
9. Farid Ykhlef, Abderrezak Guessoum and Daoud Berkani, "Fast Recursive Least Squares Algorithm for Acoustic Echo Cancellation Application," *4th International Conference : Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications (SETIT)*, Hammamet, Tunisia, March 25-29, 2007.