

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique
Département : Génie Civil



Projet de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme
D'ingénieur d'état en génie civil

SUJET

ETUDE ET COMPORTEMENT DES
PAROIS MOULEES ANCREES

Proposé et dirigé par :

B.ZEGHLACHE
S.LAKEHAL

Etudie par :

GUENOUNA Farid
AMIOUR AbdelAli

PROMOTION 2001

ENP-10 Avenue Hacén Badi –EL HARRACH- ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique
Département : Génie Civil



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Projet de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme
D'ingénieur d'état en génie civil

SUJET

ETUDE ET COMPORTEMENT DES
PAROIS MOULEES ANCREES

Proposé et dirigé par :

B.ZEGHLACHE
S.LAKEHAL

Etudie par :

GUENOUNA Farid
AMIOUR AbdelAli

PROMOTION 2001

ENP-10 Avenue Hacén Badi –EL HARRACH- ALGER

REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude aux messieurs :

-B.ZEGHLACHE

-S.LAKEHAL

Pour toute la confiance et l'aide précieuse qu'ils nous ont apportées tout au long de la réalisation de ce projet.

Nous remercions également l'ensemble des enseignants qui ont contribué à notre formation.

Nous remercions également le personnel de la bibliothèque de l'école de l'ENP.

Nous remercions enfin le président et les membres de jury.

FARID et ABDELALI

DEDICACES

*A ma mère
A mon père
A mes frères et sœurs
A toute ma grande famille
A tous ceux qui me sont chers*

*A tous mes amis et mes collègues
principalement Yassaa, Samir, Karim,
abd el hak*

Je dédie ce modeste travail

FARID

*A ma mère
A mon père
A mes frères et sœurs
A toute ma grande famille
A tous ceux qui me sont chers
A tous mes amis et mes collègues
principalement Yassaa , Karim, Abdelhak
et Samir.*

Je dédie ce modeste travail

ABD ELALI

RESUME

Ce travail vise à étudier le comportement statique des parois moulées. On détermine la répartition des pressions de poussée, de butée et les moments fléchissants le long de la paroi, suivant les étapes d'excavation.

Cette étude faite par la méthode des éléments finis, basée sur la loi de comportement élastique. Une autre application a été faite par les méthodes classiques (entre elle la méthode de Blum) pour faire justifier les résultats obtenus par la M.E.F. l'utilisation de ces deux méthodes nous permet de conclure la bonne méthode de calcul a ce genre de problèmes.

ملخص

يرمي هذا العمل إلى دراسة تصرف الجدران الإستنادية المقولبة و ذلك في حالة سكون. إذ نعمل على معرفة كيفية توزيع ضغط الدفع، ضغط الاستناد و عزم الطي مع طول الجدار خلال تطور مراحل الحفر.

هذه الدراسة تمت باستعمال طريقة العناصر المنتهية و التي تعتمد على قانون المرونة. بالمقابل تطبيق الطرق الكلاسيكية (كطريقة بلوم) مكننا من تبرير النتائج المحصل عليها بالطريقة السابقة.

إن استعمال الطريقتين معا يمكننا أساسا من معرفة طريقة الحساب الأصلح لمثل هذا

النوع من المسائل.

MOTS CLEES

Ancrage
Butée
Butons
Comportement
Contre-butée
Discretisation
Ecran
Etape
Equilibre
Excavation
Fiche
Flexibilité
Fouille
Maillage
Méthode des éléments finis
Mure de soutènement
Nappe
Poussée
Parois moulées
Parois encrées
Parois non encrées
Pression
Rupture
Rigidité
Structure
Surcharge
Tirant
Tranchée

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE I. -GENERALITEES SUR LES PAROIS MOULEES

I.1. INTRODUCTION.....	1
I.2. DOMAINE D'UTILISATION DES ECRANS DE SOUTENEMENT.....	1
I.3. DIFFERENTS TYPES DES ECRANS DE SOUTENEMENT.....	2
I.3.1. Généralités.....	2
I.3.2. Classification des écrans de soutènement selon le matériau utilisé	4
I.3.2.1. Parois en palplanches métalliques- acier.....	4
I.3.2.2. Parois moulées	5
I.3.3. Classification des écrans de soutènements selon les éléments de support utilisées	5
I.4. TYPE DE RUPTURE DES PAROIS DE SOUTENEMENTS ANCREES.....	6
I.5. COMPORTEMENT GLOBAL DE LA STRUCTURE DE SOUTENEMENT	8
I.6. ETUDE DES PAROIS MOULÉES.....	9
I.6.1. Introduction.....	9
I.6.2. Etapes de réalisation d'une paroi moulée.....	10
I.6.3. Stabilité de la tranchée a la bentonite.....	12
I.6.4. Caractéristiques des boues thixotropiques	13
I.6.5. Différents types de parois moulées	13
I.6.6. Avantages du procédé 'parois moulées'.....	13

**CHAPITRE II: EQUATIONS DE BASE DE LA MECANIQUE DES SOLIDES
 ELASTIQUES**

I. INTRODUCTION.....	15
II.2. TENSEUR DE CONTRAINTE.....	15
II.3. TENSEUR DE DEFORMATION.....	16
II.4. LOI DE HOOKE.....	16
II.5. RELATIONS DEFORMATIONS –DEPLACEMENTS.....	17
II.6. ELASTICITE PLANE.....	17
II.6.1. Introduction.....	17
II.6.2. Etat de contrainte plane.....	18

II.6.3. Etat de déformation plane.....	18
II.6.4. Relation déformation-déplacement	19
II.6.5. Equation d'équilibre	19
II.6.6. Equation de compatibilité.....	20

CHAPITRE III. - METHODES DE CALCUL CLASSIQUES DES PAROIS MOULLEES

III.1. INTRODUCTION.....	21
III.2. PRESENTATION DE L'ORDRE RETENU POUR LES METHODES DE CALCUL	21
III.3. LES ETATS D'EQUILIBRE LIMITE.....	22
III.3.1. Sol au repos	23
III.3.2. Equilibre de butée	23
III.3.3. Equilibre de poussée	23
III.4. MODULE DE REACTION DE SOL.....	23
III.5. EVALUATION DES CONTRAINTES DE POUSSEE SUR LA PAROI.....	24
III.5.1. Introduction.....	24
III.5.2. Etude d'un cas simple.....	24
III.5.3. Influence de la cohésion c	25
III.5.4. Influence de la rugosité.....	25
III.5.5. Influence d'une surcharge uniforme	25
III.5.6. Influence de l'eau	26
III.6. DIFFERENTES TYPES DES METHODES DE CALCUL CLASSIQUE.....	27
III.6.2.1. Calcul en rideau simplement buté en pied.....	27
III.6.2.1.1 Calcul classique	27
III.6.2.1.2. Méthode dérivée ROWE	28
III.6.2.2. Calcul en rideau encastré buté en pied	29
III.6.2.2.1. Calculs classiques	30
III.6.2.2.2. Méthodes dérivées	30
1. Méthode de BLUM	30
2. Méthode de Tchebotarioff	31
III.6.2.3. Méthode VEDEYEN-ROISIN	32
III.6.2.4. Méthodes empirique-Danois	32
III.6.2.5. Méthode de BRINCH HANSEN	33

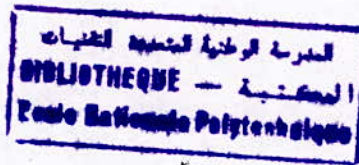
III.7. Méthode élastoplastique	35
III.7.1. Introduction	35
III.7.2. Calcul basé sur un schéma élastoplastique élémentaire	35

CHAPITRE IV.- PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV.1. INTRODUCTION	38
IV.2. HISTORIQUE	38
IV.3. PRESENTATION GENERALE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	40
IV.3.1. Généralités	40
IV.3.2. Les différentes formulations de la M.E.F	40
IV.3.3. Codes généraux dans une résolution par la M.E.F	41
IV.4. APPROXIMATION PAR ÉLÉMENTS FINIS	41
IV.4.1. INTRODUCTION	41
IV.4.2. Approximation nodale	41
IV.4.3. Approximation par éléments finis	42
IV.4.4. Règles discretisation par éléments finis	42
IV.4.5. Définition de la géométrie des éléments	42
IV.4.6. Méthode de construction des fonctions d'interpolation	43
IV.4.6.1. Formes des éléments de référence classique	43
IV.4.6.2. Table de définition des nœuds et éléments	44
IV.4.7. La transformation géométrique	45
IV.4.8. Approximation sur un élément de référence	45
IV.4.9. Construction des fonctions $N(\xi)$ et $\overline{N}(\xi)$	46
IV.4.10. Expression de la matrice Jacobienne	46
IV.5. FORMULATION DES EQUATIONS STATIQUES DANS LA MEF NOTION DE MATRICE DE RIGIDITE	47
IV.5.1. Formulation en trois dimensions	47
IV.5.2. Problème plane	50

CHAPITRE V.- METHODES NUMERIQUE

V.1. INTRODUCTION	52
V.2. INTEGRATION NUMERIQUE	52
V.2.1. Intégration des monômes sur les éléments de références classiques	52
V.2.2. Intégration des polynômes sur l'élément de référence classique	53
V.2.2.1. Élément unidimensionnel	53



V.2.2.2. Eléments à deux dimensions	53	
V.2.2.3. Intégration numérique à trois dimensions	54	
V.2.3. Choix du nombre de points d'intégration	54	
V.3. RESOLUTION DE SYSTEME D'EQUATION ALGEBRIQUE LINEAIRE	55	
V.3.1. Méthode de Gauss	55	
V.3.2. Décomposition	56	
V.3.2.1. Forme de Doolittle	56	
V.3.2.2. Forme LDU	57	
V.3.2.3. Forme de Crout	58	
V.3.2.4. Forme de Choleskey	58	
 CHAPITRE VI. - LES TECHNIQUES DE PROGRAMMATION		
 V.1.1. INTRODUCTION		59
V.1.2. STRUCTURE GLOBALE DU LOGICIEL 'PAROIS MOULEES'		59
 CHAPITRE VII. - APPLICATION		
V.1.1. INTRODUCTION		60
V.1.2. APPLICATION SUR LES METHODES CLASIQUES		60
V.1.2.1. Parois ancrées	61	
V.1.2.2. Parois non ancrées	62	
V.1.3. APPLICATION SUR LE METHODE DES ELEMENTS FINIS		63
V.1.3.1. Presentation de problem	63	
V.1.3.2. Etapes de calcul	68	
V.1.4. INTERPRETATION DES RESULTATS		76
 CONCLUSION		81

.....NOTATION.....

$[\sigma]$: Tenseur des contraintes
λ	: Coefficient de LAME
E	: Module d'élasticité
ν	: Coefficient de poisson
G	: Coefficient de cisaillement
$[\varepsilon]$: Tenseur des déformations
u	: Déplacement suivant x
v	: Déplacement suivant y
f^i	: Force concentrique
f^v	: Force volumique
f^s	: Force surfacique
σ_v	: Contrainte verticale
σ_h	: Contrainte horizontale
σ_0	: La pression horizontale du sol au repos
σ_p	: Contrainte de poussée
σ_b	: Contrainte de butée
k_0	: Coefficient de pression des terres au repos
k_b	: Coefficient de pression de la butée
k_p	: Coefficient de pression de la poussée
K_H	: Module de réaction de sol
φ	: Angle de frottement interne
C	: Cohésion
τ	: Contraintes tangentielle
γ	: Poids du sol sec
γ_s	: Poids spécifique du terrain saturé
γ'	: Poids spécifique déjaugé
T	: Effort dans le tirant
I	: Module d'inertie
δ	: L'angle de frottement sol/mur
$[K]$: Matrice de la rigidité
$\{U\}$: Le vecteur de déplacement

$\{F\}$: Vecteur global des sollicitations
$U(X)$: Fonction approchée
$U_{ex}(X)$: Fonction exacte
V	: Domaine étudié
V^e	: Domaine correspondant à l'élément e
V^r	: Domaine de l'élément de référence
$X = \langle x \ y \ z \rangle$: Coordonnées cartésiennes d'un point
$X_i = \langle x_i \ y_i \ z_i \rangle$: Coordonnées du nœud i
$\langle X_n \rangle$: Coordonnées des nœuds d'un élément réel
$\langle \overline{X}_n \rangle$: Coordonnées des nœuds géométriques
ξ	: Coordonnées d'un point d'un élément de référence
τ^e	: Transformation géométrique correspondant à l'élément e
$e(x)$: L'erreur d'approximation
\overline{n}	: Nombre de nœuds géométriques
n^e	: Nombre de nœuds d'interpolation d'un élément
n_{el}	: Nombre d'éléments
$\langle N_i(x) \rangle$: Fonction d'interpolation sur l'élément réel
$\langle N(\xi) \rangle$: Fonction d'interpolation sur l'élément de référence
$\langle \overline{N}(\xi) \rangle$: Fonction de la transformation géométrique
$\langle P(\xi) \rangle$: Base polynomiale
$[P_n]$: Matrice nodale d'interpolation.
n_d	: Nombre de degré de liberté d'un élément
$[J]$: Matrice Jacobienne
$[N^s]$: Matrice d'interpolation des déplacements surfaciques
$[B]$: Matrice relie les gradients en X aux variables nodales
$[K]$: Matrice de rigidité globale
$[k]$: Matrice de rigidité élémentaire
$[D]$: Matrice des propriétés physiques
r	: Nombre des points d'intégration
$y(\xi)$: Fonction à intégrer numériquement
ξ_r, w_r	: Coordonnées et Poids des points d'intégration numérique
$[L]$: Matrice triangulaire inférieure de la décomposition
e	: Epaisseur
ρ	: Masse volumique



INTRODUCTION GENERALE

Les nécessités humaines, sans cesse croissantes, modifient progressivement la nature. Ces modifications surviennent à la surface de la terre, mais aussi dans l'air, dans les profondeurs des mers et de la terre.

La nature elle-même se caractérise par un parfait équilibre interne chaque modification ou chaque construction perturbe cet équilibre.

Par conséquent la nature déformée présente un caractère non stable, si l'homme qui est le seul responsable de ce changement, ne réussit pas à rétablir par des moyens souvent artificiels, l'équilibre perturbée.

La réalisation d'une fouille libère un pourcentage important de l'énergie interne de la nature, nécessaire pour l'équilibre.

L'énergie fournie par les parties des sols qui reste n'est pas souvent externe du système. Il faut donc lui donner de l'énergie supplémentaire afin de rétablir l'équilibre. La réalisation d'une paroi de soutènement fournit justement cette énergie.

La nécessité de la fouille est un problème économique. Cette nécessité provoque le déséquilibre de la nature. L'Ingénieur, dans le sens général du terme, est astreint à reconstituer l'équilibre de la nature par des moyens aux quels la science est capable de pouvoir. Cette demande et sa réalisation constituer l'art de l'Ingénieur.

Les écrans plans de soutènement sont des ouvrages de génie civil dont la fonction essentielle est de constituer le support latéral des massifs de sol.

En génie maritime, les écrans plan de soutènement constituent principalement des quais et sont actuellement représentés par les écrans de palplanches, les parois moulées et les voiles en béton armé plus ou moins minces.

La paroi moulée désigne une technique aujourd'hui classique du génie civil.

L'écran de soutènement résulte généralement du bétonnage d'une tranchée, forée à la boue, après descente d'une cage d'armatures.

Elles peuvent être tenues en tête par des tirants d'ancrage qui rapportent une partie des efforts de poussée du remblai.

L'étude que nous présentons à pour objectif de définir le comportement statique d'une paroi moulée, cette étude se fait par deux types des méthodes déférentes :

Le premier type de méthode basée sur la théorie de la plasticité (méthodes classiques), c.a.d on concédera le sol travail dans un état limite d'équilibre (l'état plastique).

Le deuxième type c'est la méthode des éléments finis, cette méthode trouve actuellement un large champ d'application, nous basons dans cette méthode sur la théorie de l'élasticité. On concédera que tout le domaine est parfaitement élastique y compris la paroi.

Cette étude consiste essentiellement à la détermination :

- La déformée de la paroi : on détermine les déplacements horizontaux le long de la paroi engendrée par la poussé des terres du coté amont.
- Des contraintes latérales sollicitant la paroi : afin de déterminer la répartition des moments fléchissants le long de la paroi ainsi que l'effort de traction dans le tirant d'ancrage.

Pour cela nous avons un premier chapitre concerne une présentation générale des écrans de soutènement et en particulier les parois moulées, le deuxième chapitre présente un rappel sur les principes fondamentaux de la mécanique des solides élastiques. Puis nous présentons les différentes méthodes de calcul des parois moulées (parois ancrées et non ancrées). Dans le quatrième chapitre une présentation détaillée de la méthode des éléments finis. Puis nous présentons dans le cinquième chapitre les différentes méthodes numériques utilisées dans notre logiciel de calcul. Le sixième chapitre traite les techniques de la programmation du logiciel.

Enfin les applications font l'objet du dernier chapitre.

GENERALITEES SUR LES PAROIS MOULEE

I.1. INTRODUCTION

L'usage est de regrouper sous le même terme d'écran de soutènement, les rideaux au palplanches métalliques et les parois en béton moulé dans le sol. En dépit de technologies et de modes d'exécution différents, il s'agit d'ouvrages qui sont mis en concurrence sur les mêmes projets, et dont les possibilités d'utilisation sont voisines. De plus, ils relèvent tous deux des mêmes mécanismes de fonctionnement.

A la différence des murs de soutènement pour les efforts exercés par le massif de terre sont repris par le poids de l'ouvrage la stabilité des écrans de soutènement est assurée par encastrement de la structure dans le fondation, dans bon nombre de cas la hauteur de sol à soutenir, mais aussi le souci de minimiser les perturbations apportées aux constructions avoisinantes.

Et tout particulièrement les tassements imposent d'ancrer l'écran au massif par un système d'ancrage composé de tirants.

I.2. DOMAINE D'UTILISATION ET CLASSIFICATION DES ECRANS SOUTENEMENT

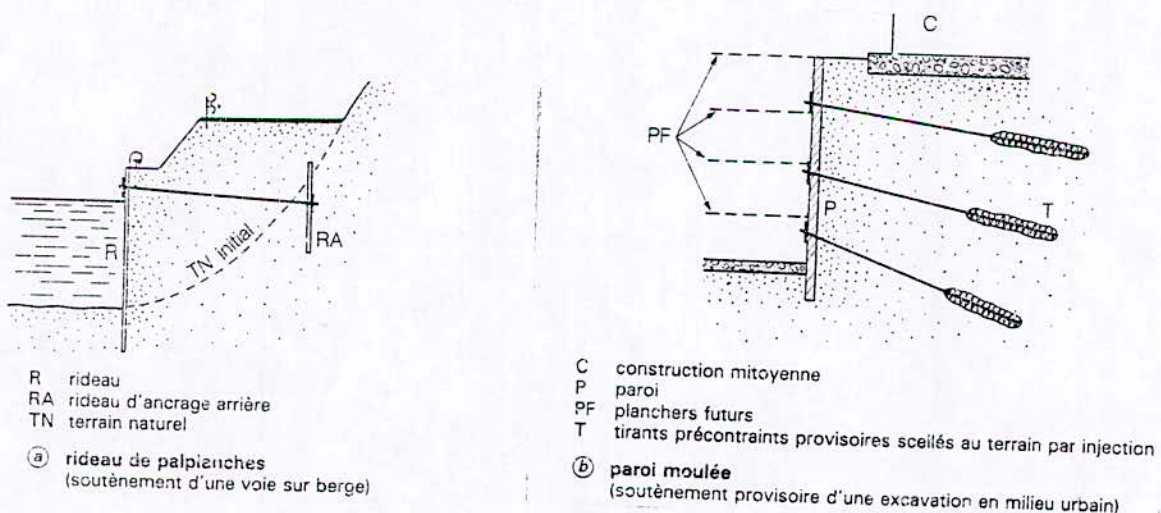


Fig.I.1- Exemples d'écrans de soutènement.

CHAPITRE I



GENERALITEES SUR LES PAROIS MOULEES

Les rideaux de palplanches ont largement précédé, chronologiquement les parois moulées. De nos jours, et à l'exception de cas d'application bien particuliers, ces deux procédés de construction se partagent les mêmes domaines d'utilisation. Rideaux de palplanches et parois moulées sont employées dans le cadre d'aménagements maritimes et fluviaux pour la réalisation de mur de quai, de bajoyers d'écluse de batardeaux... etc. En site terrestre, ils sont utilisés pour le soutènement et le blindage de fouilles définitives ou provisoires telles que celles nécessaires à la construction d'immeubles de grande hauteur, de parkings souterrains, de passages en tranchée couverte,... etc.

Ils constituent en outre, dans la majorité des situations au-delà d'une certaine hauteur, la solution aux multiples problèmes de soutènement des profils en déblai rencontrés lors des aménagements routiers.

1.3. DIFFERENTS TYPES DES ECRANS DE SOUTENEMENT

1.3.1. Généralités :

La structure se compose d'une manière générale de trois ou deux éléments :
La paroi –Le tirant –Le corps d'ancrage, ou La paroi et les butons.

1.3.1.1 Le tirant d'ancrage :

Un tirant d'ancrage est constitué d'armatures métalliques, ancrées dans le terrain à l'une de ses extrémités, soit par l'intermédiaire d'un organe mécanique soit par une injection de scellement et fixées à son autre extrémité, à l'ouvrage dont il sert à assurer la stabilité.

a. Rôle des tirants d'ancrage :

Une paroi étant toujours soumise à la poussée des terres, un butonnage est nécessaire pour assurer sa stabilité. Les tirants d'ancrage constituent un moyen très pratique pour assurer cette fonction.

b. Procédés d'exécution :

On distingue trois types de tirants :

- **Tirants simples :**

Obtenus par des barres enrobées de ciment injecté ces tirants ont l'inconvénient de permettre un déplacement relativement important du mur du fait de l'allongement de la barre et des glissements successifs.

- **Tirants tendus :**

Ont les même caractéristiques que les tirants simples subissent une mise en tension préalable.

• **Tirants précontraints :**

Obtenue par une mise une tension de câbles d'ancrage. Les efforts de l'application dans l'ancrage sont compensés uniquement par la détente du massif de terre précomprimé et mis en butée sans que la tension dans le câble varie sensiblement.

Ce procédé a pour but de réduire le déplacement du mur et de redresser le plan glissement, ce qui est avantageux pour la stabilité. C'est pour cette raison que nous avons opté pour ce genre de procédé.

La mise en place est la même pour les trois procédés.

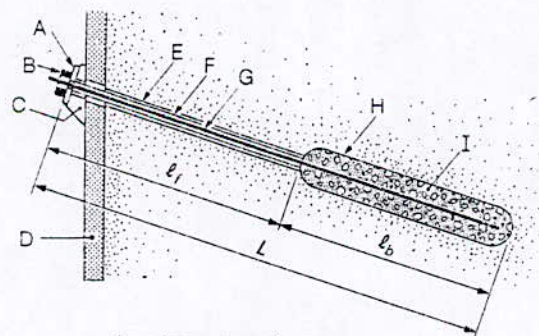
Elle se fait au fur et à mesure de l'avancement du terrassement à travers la parois moulée et comprend les étapes suivantes :

- Forage du trou dans lequel sera mis en place le tirant.
- Mis en place de l'armature.
- Mise en tension du tirant.
- Protection du tirant contre la corrosion.

c. **Construction d'un ancrage :**

Un ancrage est constitué par un tirant comportant trois parties distinctes :

L'ancrage proprement dit obtenue en général par scellement d'une armature dans le terrain au moyen d'injection de ciment sur l'écran une tête de mise en charge ou culot et entre les deux une armature de liaison. La partie scellée dans le terrain représente une longueur active alors que l'armature de liaison a une simple rôle de transmission.



- | | |
|-------|------------------------------------|
| A | plaque d'appui |
| B | tête d'ancrage |
| C | massif d'appui |
| D | paroi de soutènement |
| E | forage |
| F | gaine de protection |
| G | armature |
| H | bulbe d'ancrage |
| I | coulis de scellement de l'armature |
| l_b | longueur de scellement |
| l_f | longueur libre |
| L | longueur totale |

Fig.I.2- Tirant ancré dans le terrain par injection de scellement.

I.3.1.2. Le bouton :

Il est souvent en acier d'une forme donnée ou en bois.

Les propriétés mécaniques sont celles de l'acier ou du bois (en compression)

I.3.1.3. L'ancrage :

Est construit soit en acier, s'il s'agit d'un ancrage type 'plaque', soit en béton injecté armé, s'il s'agit d'un ancrage type 'pieu' qui travaille en frottement latéral.

Dans le cas des ancrages en rideaux d'acier on a des problèmes identiques à ceux d'une paroi en palplanches métalliques.

En ce qui concerne les ancrages type 'pieu', on doit signaler que comme ils travaillent en traction, le béton doit être de bonne qualité et l'armature en fils d'acier d'une qualité supérieure

Les problèmes dus au fluage, à la nappe phréatique, à la fissuration doivent toujours être pris en compte. En un mot, le sol est une procédure assez délicate et compliquée pour personne qui n'est pas spécialisé dans ce genre des travaux.

I.3.1.4. La paroi :

Est en béton armé ou non, en acier (palplanches métalliques)ou dans le cas extrême de bois, armés par des éléments d'acier.

Comme elle se comporte comme une poutre sur deux ou plusieurs appuis, la paroi doit supporter des efforts de traction, de compression et de flexion.

La fissuration des matériaux peut causer des sites maritimes posent des problèmes particuliers dus à l'existence de l'eau salé.

La forme particulière des écrans en palplanches métalliques pose-t-elle aussi certaines difficultés, surtout en ce qui concerne l'estimation de l'inertie exacte qu'on doit prendre dans le calcul. On distingue trois types des écrans de soutènement classifiés selon :

- Le matériau utilisé dans la construction.
- L'élément de support utilisé.
- L'ancrage.

I.3.2. Classification des écrans de soutènement selon le matériau utilisé :

La nature du matériau constituant l'ouvrage est très important à la solution que le constructeur va adapter. On générale deux matériaux fondamentaux utilisés pour la construction des écrans de soutènements l'acier et le béton.

I.3.2.1. Parois en palplanches métalliques- acier :

Les palplanches en bois ou en béton sont devenues d'une utilisation exceptionnelle, les palplanches étant aujourd'hui généralement en acier. Une gamme étendue de profils est

offerte aux projeteurs. On distingue les palplanches à fort module d'inertie fig.(I.3a) et des palplanches plates fig.(I.3b) à faible inertie. Sur le marché, les palplanches sont généralement disponibles par longueur maximale laminée de 27m. Le battage du rideau s'effectue, le plus souvent, par paires de palplanches préassemblées. Un certain nombre de profilés spéciaux (palplanches d'angle, de raccord,...etc.) fig.(I.3c) accompagne les profilés courants.

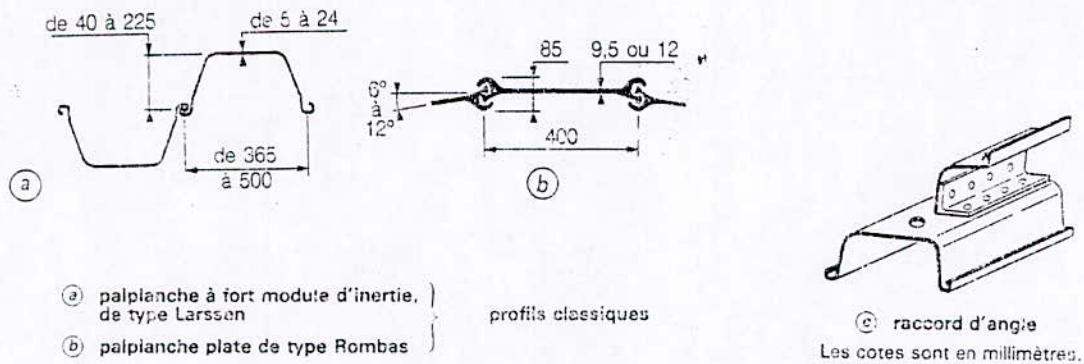


Fig.I.3- Exemples de palplanches

I.3.2.2. Parois moulées :

On appelle parois moulée, un écran vertical en béton, armé ou non, construit sans blindage ni coffrage à partir de la surface du sol par excavation à l'aide de machines appropriées.

I.3.3. Classification des écrans de soutènements selon les éléments de support utilisés :

Nous pouvons distinguer deux types de soutènements :

- Soutènements à l'aide d'éléments en traction (élément «interne»).
- Soutènements à l'aide d'éléments en compression (élément «extérieur»).

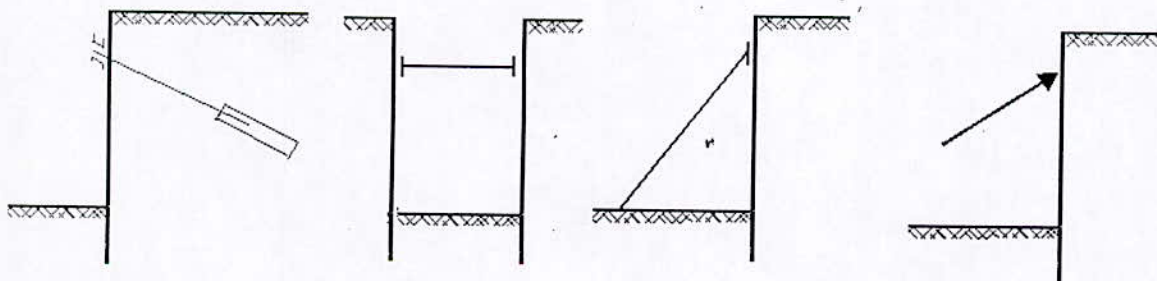


Fig.I.4- Type d'ouvrage de soutènement avec parois ancrées

En site urbain nous utilisons les deux procédures. Le soutènement en élément de compression est surtout appliqué dans le cas des constructions provisoires en sites urbains tandis que dans le cas des constructions maritimes définitives il est très rare. Le tirant d'ancrage qui était utilisé pour des constructions définitives.

Une des distinctions primordiales entre les sites urbains et maritimes est le niveau d'eau. La Fig.(I.5) illustre le cas le plus classique.

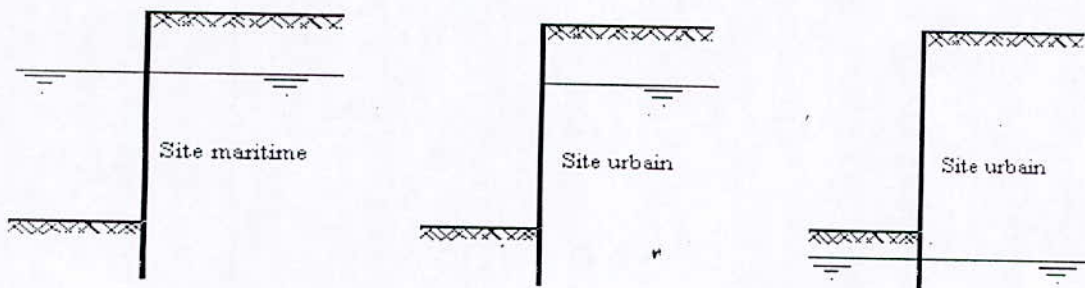


Fig.I.5- Ecrans de soutènement en site maritime et urbain

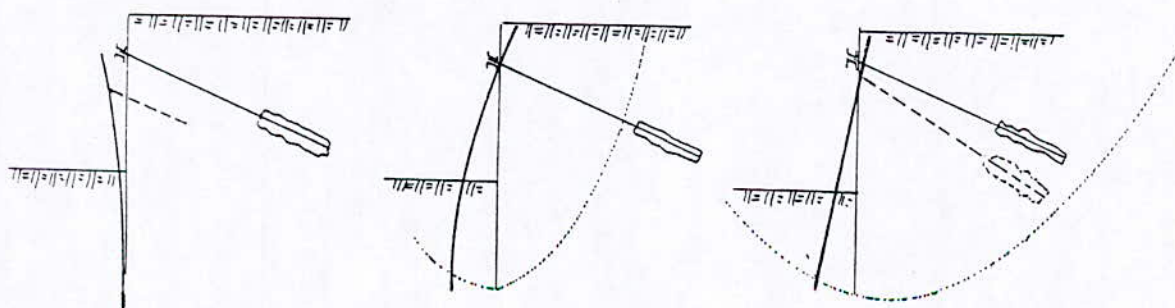
D'autres différences comme le type de surcharge, le mode d'ancrage (parois ancrées ou non ancrées) le mode de construction etc., sont considérées comme paramètres secondaires en ce qui concerne le type d'ouvrages de soutènement, ceci ne veut pas dire qu'ils ne jouent pas un rôle très important sur le comportement des ouvrages de soutènements.

1.4. TYPE DE RUPTURE DES PAROIS DE SOUTÈNEMENTS ANCRÉES

Dans la littérature nous pouvons trouver différents types de ruptures pour les parois de soutènements ancrées.

Malgré les particularités de chaque de cas précis et le nombre important des paramètres qui sont intervenus nous pouvons distinguer six types de ruptures comme les plus classiques (en ce qui concerne leur probabilité à survenir et dont le calcul est indispensable dans chaque projet)

1. Ruptures qui concernent le sol :

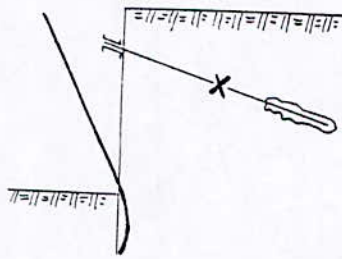


a) Rupture par pénétration

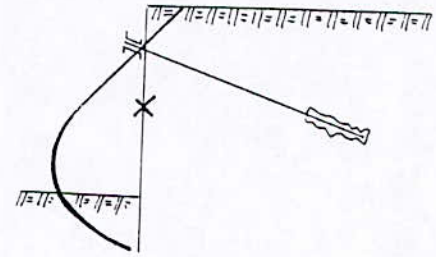
b) Rupture par mouvement excessif du pied

c) Rupture globale

2. Rupture qui concernent la structure :



a) Rupture du tirant d'ancrage ou Rupture du sol le long du corps d'ancrage qui conduit à des déplacements importants de l'ancrage



b) Rupture par déformation excessive de la paroi.

Fig.I.6- Types de rupture des parois de soutènements ancrées

Examinons de plus près chaque type de rupture.

- **Cas I.a :**

La profondeur de la pénétration n'est pas suffisante pour résister aux efforts axiaux qui agissant sur la paroi, la composante verticale de la force dans un tirant incliné malgré son action stabilisatrice dans certains cas qui dépendre des propriétés mécaniques des sols au-dessus du pied de la paroi peut avoir une influence défavorable pour la stabilité de la paroi.

- **Cas I.b :**

La stabilité d'une paroi ancrée par rapport à une rupture par déplacements excessifs du pied de la paroi, est directement liée avec la profondeur de l'excavation H , la profondeur de la fiche D , la densité des sols γ , la sur charge q , la résistance au cisaillement le long de la surface intérieure et extérieure de la paroi et l'inclinaison des tirants d'ancrage. Nous aurons l'occasion de parler plus en détail dans un chapitre ultérieur de ce sujet.

En ce qui concerne le mécanisme de ces déplacements importants la cause la plus possible est le battage des palplanches. Le battage dans le cas des sols cohérents diminue la résistance au cisaillement non drainée au voisinage des palplanches. Dans le cas des sols pulvérulents il provoque une augmentation de la pression interstitielle qui diminue à son tour la résistance de point et de frottement latéral sol- palplanche des palplanches qui sont déjà mises en place.

- **Cas I.c :**

Ce type de rupture est facilement analysé par n'importe quelle méthode de stabilité de pente. Il dépend entièrement de la longueur des tirants en fonction des propriétés des sols in situ. Les recherches sur la position optimale des ancrages ont précisément pour but d'empêcher ce type de rupture avec une longueur modeste du tirant.

- **Cas II.a :**

La rupture du tirant d'ancrage, c'est à dire la rupture des armatures d'acier ou la rupture du sol le long du corps d'ancrage, ne se produit pas très souvent la raison de cet optimisme, d'une part dans la qualité des aciers utilisés et d'autre part dans les essais préalables des tirants d'ancrage qui sont maintenant recommandés pour chaque chantier, la technique des essais préalables mise au point par la plupart des sociétés, complexité du problème, l'effort maximale à l'arrachement de chaque type de tirant dans chaque type de sols dans le cas d'une rupture isolée d'un tirant. Les efforts sont répartis sur les tirants voisins et souvent la stabilité de l'ouvrage n'est pas mise en cause.

L'espacement donc des tirants et la façon dont les efforts se redistribuent dans chaque tirant, sont des paramètres essentiels du comportement des écrans de soutènement ancrés.

- **Cas II.b :**

La rupture par flexion de la paroi (surtout dans le cas des parois flexibles comme les palplanches) dépend de la distance entre le niveau du fond de la fouille et le niveau du tirant.

La littérature présente très peu de cas de ruptures de ce type, ce qui prouve que les méthodes actuellement appliquées pour le calcul des moments fléchissants dans un écran de soutènement sont probablement assez conservatives.

1.5. COMPORTEMENT GLOBAL DE LA STRUCTURE DE SOUTÈNEMENT, LA RÉALISATION ET L'HYPOTHÈSE DE LA DÉFORMATION PLANE

L'hypothèse primordiale de calculs des ouvrages de soutènement est celle de la déformation plane. Elle consiste à supposer que les déformations des sols et des ouvrages dans la direction longitudinale soient constantes pour chaque section ou nulles, la réalité est assez différente.

Premièrement les propriétés mécaniques des sols peuvent varier dans le sens longitudinal et deuxièmement les éléments de la structure et sa réalisation souvent divergent beaucoup de l'hypothèse plane. Les expériences sont prouvées que la contrainte principale intermédiaire σ_2 peut jouer un rôle important sur le comportement des sols. Les déformations correspondantes ne sont pas nulles et sont influencées par les phénomènes locaux.

Les tirants d'ancrage se comporte d'une manière tridimensionnelle et leurs inclinaisons ne sont guère régulières dans la pratique.

L'interaction paroi-tirant corps d'ancrage-sol ce fait d'une façon beaucoup plus proche du cas tridimensionnel qui n'est qu'une hypothèse simplificatrice. L'application des surcharges, l'accostage des bateaux dans le cas des murs de quai, les fouilles dans le sol qu'on construit dans les villes etc. dont le comportement plan est peuvent mis en doute.

Le problème est tellement compliquer que pour le moment il set difficile de répondre correctement si, au moins pour de certains cas ou doit tenir compte dans nos calculs de la troisième dimension de l'espace.

Des complications théoriques et expérimentales (en ce qui concerne l'estimation des divers paramètres du comportement de sols), nous obligent à rester fidèles, pour le moment à la vieille hypothèse du comportement plan.

I.6. ETUDE DES PAROIS MOULEES

I.6.1. Introduction :

La paroi moulée dans le sol est une technique jeune, puisque ses origines remontent aux années 50 mais elle a comme depuis un essor extraordinaire en Europe.

Le procédé nous vient d'Italie ou deux ingénieurs Veder(52) et Marconi(53), l'ont découvert à peu près simultanément.

L'idée essentielle était de réaliser une tranchée profonde sans blindage de ses parois, grâce à l'utilisation d'une boue de forage. Cette utilisation était courante depuis le début de siècle dans le domaine de forage rotary, mais il a certainement fallu plus d'imagination qu'il n'apparaît a posteriori pour passer du trou circulaire au trou rectangulaire. La tranchée était ensuite remplir de béton coulé sous la boue à travers une goulotte, ce qui permettait de réaliser un mur souterrain continu. D'où le nom, souvent employé, de paroi continue.

A l'époque, la paroi moulée dans le sol apparue comme un perfectionnement des écrans réalisés au moyen de pieux jointifs ou sécants. Depuis elle a pratiquement éliminée ces procédés.

Dés l'origine, deux tendances se sont développées parallèlement en ce qui concerne l'exécution de la fouille :

L'excavation à la benne et le forage en circulation inverse. C'est ce dernier procédé qui a été introduit le premier en France. Actuellement dans la lutte que se sont livrés l'engin de terrassement et la foreuse, c'est la benne qui a pris le dessus, essentiellement parce que les rendements supérieurs qu'elle atteint dans les terrains faciles ont permis d'abaisser

considérablement les prix de revient. La circulation inverse garde cependant ses applications dans les terrains difficiles et pour les écrans de grande profondeur.

I.6.2. Etapes de réalisation d'une paroi moulée :

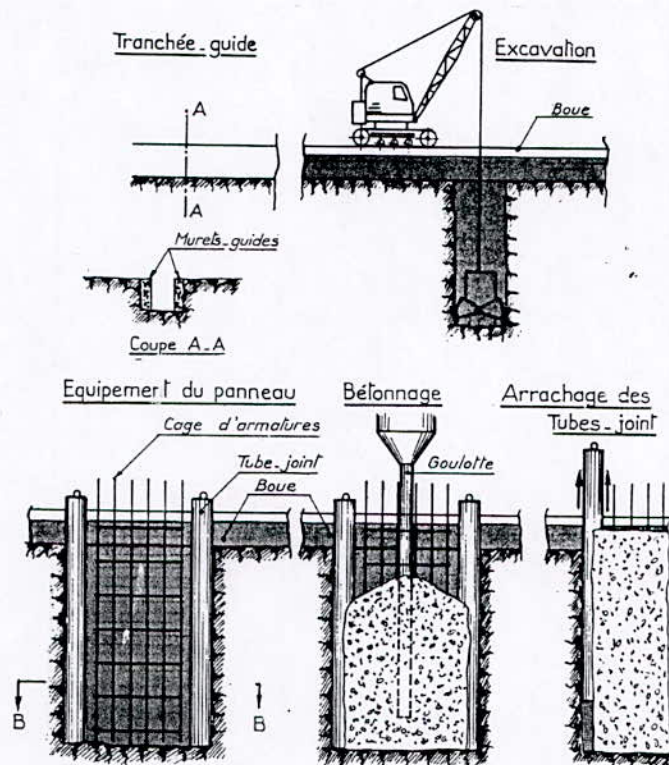


Fig.I.7- Schéma d'exécution d'une paroi moulée.

En tout premier lieu, on construit une avant-tranchée de faible profondeur dont les parois sont maintenues par des murs guides. Cette tranchée sert à alimenter la fouille en boue de forage et guide l'engin d'excavation au départ.

On procède ensuite à l'excavation proprement dite en ayant soin de maintenir en permanence le niveau de boue entre les murs-guides. Il faut donc ajouter de la boue au fur et à mesure de l'excavation des déblais.

L'excavation se fait par panneaux de longueur limitée, ceci pour déferrantes raisons que nous verrons plus loin.

Une fois la fouille terminée et nettoyée, on y met en place s'il y a lieu, la cage d'armatures assemblée rigidement et descendue treuil ou à la grue. On place également aux extrémités des panneaux le ou tubes-joints ou tube de coffrage qui sont, en générale, de section circulaire et dont le rôle est de former un arrêt propre de la coulée de béton.

Le panneau est alors prêt pour le bétonnage qui se fera à travers une goulotte ou tube plongeur descendu jusqu'au fond et qui doit pendant toute l'opération rester prolongé dans la masse de béton. De cette façon, le béton monte dans la fouille en chassant la boue qui est évacuée vers un panneau en cours d'excavation.

Avant la prise complète du béton. On arrache les tubes-joints.

L'exécution des différents panneaux peut se faire soit par panneaux primaires et secondaires fig.(I.8).

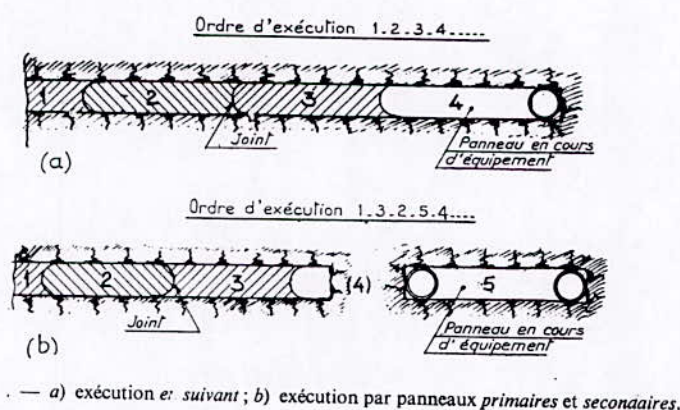


Fig.I.8- Exécution des différents panneaux.

La première de ces méthodes ne nécessite la mise en place que d'un tube-joint pour un panneau (sauf bien entendu pour le premier). Dans la seconde méthode, les panneaux primaires comportent deux tubes-joints, les secondaires aucun.

L'épaisseur des panneaux est fonction de la largeur de la benne et elle varie, en pratique courante, de 0.5m à 1.6m.

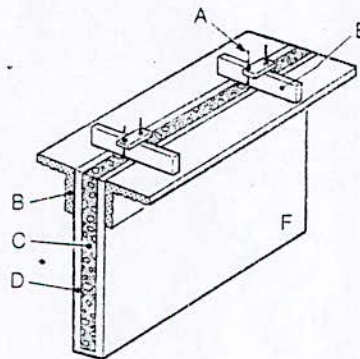
Moyennant le guidage approprié de l'outil, il est possible d'atteindre des profondeurs de paroi supérieures à 60m, avec très déviations.

A la paroi moulée classique s'est adjoint, depuis les années soixante-dix le procédé de la paroi préfabriquée (figure I.9).

Dans ce procédé, la perforation est conduite avec le même outillage que pour la paroi moulée classique. Les éléments préfabriqués en béton armé sont ensuite descendus dans la tranchée.

Ce mélange peut être constituer soit d'un coulis a base de ciment venant en substitution de la base bentonite de forage, soit d'une boue, ciment ou coulis autodurcissant, qui assure la double fonction de boue de forage et de coulis de scellement.

Si la paroi préfabriquée ainsi scellée au terrain peut assurer les mêmes fonctions de soutènement que la paroi moulée classique, elle apporte aussi, par rapport à cette dernière, des progrès importants dans des domaines tels que le contrôle de qualité, la précision, l'esthétique ou encore l'étanchéité.



- A système de réglage
- B murettes guides
- C élément préfabriqué
- D mélange de scellement
- E pièce de sustentation amovible
- F flanc de la tranchée

fig.I.9 - Principe de réalisation d'une paroi préfabriquée

I.6.3. Stabilité de la tranchée à la bentonite :

L'exécution sans précaution spéciale d'une fouille verticale d'une grande profondeur risque d'entraîner l'effondrement des parois. Pour assurer sa stabilité, celle-ci est remplie de boue bentonitique pendant l'excavation.

Lorsque cette boue est dans la tranchée, sous eau libre tend à filtrer à travers le terrain. Cette percolation entraîne et accumule sur la paroi de la tranchée les micelles de la suspension et il se forme sur la paroi, un film plastique imperméable, appelé «cake ». La boue agit alors de la même façon qu'un sac en plastique rempli de liquide placé dans la fouille. Grâce à sa densité et à la présence du film, la boue compense les poussées des terres et permet donc le maintien de la fouille ouverte.

1.6.4. Caractéristiques des boues thixotropiques :

Les boues bentonitiques présentent trois propriétés principales :

- Elles sont colloïdales, c'est à dire qu'elles constituent un système de particules très thèmes, appelées micelles, en suspension dans un liquide qui est en général de l'eau.
- Elles sont thixotropiques, c'est à dire présentant un phénomène par lequel certaines mélanges passent de l'état de gel ou de pseudo- solide au repos, à l'état liquide par une légère agitation mécanique et inversement. Le processus est réversible et peut être répété un nombre infini de foi.
- Elles ont une densité supérieure à un.

1.6.5. Différents types de parois moulées :

Trois types de parois moulées sont à citer :

a. Parois d'étanchéité :

Ce sont les parois qui assurent l'étanchéité d'une enceinte, dans ce cas l'écran peut ne pas être armé, du ciment et de l'argile suffisent pour assurer l'imperméabilité de la paroi.

b. Les parois formant des soutènements :

Généralement, elles sont préfabriquées vue les avantages de cette réalisation, la seule difficulté est bien le scellement de l'élément préfabriqué dans le sol:

Lorsque la bentonite est extraite, elle est remplacée par un coulis de ciment qui assurera le scellement et transférera les efforts entre le sol et la paroi ; Pour qu'il ait ne pas de mélange bentonite-ciment.il faut construire panneau par panneau ?

Mais le temps de réalisation serait très important d'où la mise au point d'un ciment-boue.

c. Parois composites :

Ce sont des parois assurant les fonctions de portance d'étanchéité et de soutènement.

1.6.6. Avantages du procédé 'parois moulées' :

Le procédé des parois moulées dans le sol est actuellement le procédé permettant de réaliser des voiles de soutènement étanches avec un minimum de décompression des terrains, il permet, on autre de traverser des couches dans lesquelles le battage des palplanches serait impossible.

En ville d'absence d'ébranlements importants et du bruit que provoque le battage est un avantage considérable.

La paroi moulée permet, en outre, d'atteindre des profondeurs très importantes. Il s'est formé autour de la technique des parois moulées toute une série de procédés de construction qui permettent achèvement de réaliser des travaux qui seraient impossible ou du moins beaucoup plus onéreux avec les méthodes traditionnelles. Nous en parlerons dans le détail par la suite.

CHAPITRE II



EQUATIONS DE BASE DE LA MECANIQUE DES SOLIDES

EQUATIONS DE BASE DE LA MECANIQUE DES SOLIDES ELASTIQUES**II.1. INTRODUCTION**

Tous les matériaux possèdent un certain degré de la propriété d'être élastique. c'est à dire que si les forces extérieures qui provoquent la déformation d'un corps ne dépassent pas une certaine limite, la déformation disparaîtra en même temps que les forces qui lui donnent naissance.

La théorie de l'élasticité est une méthode directe de formulation des équations forces-déplacements. Cependant, certaines hypothèses doivent être posées avant d'entamer l'exposé de cette théorie :

- Le solide est élastique, homogène et isotrope.
- La loi de comportement reliant les contraintes aux déformations.
- Les déformations sont supposées petites.

L'utilisation de la méthode des éléments finis pour l'analyse des problèmes statiques linéaires L'analyse de ces équations présente des relations entre contraintes et déformations dans le cas général tridimensionnel. A partir de ce cas dérive le cas particulier de l'élasticité plane.

Deux genres de forces extérieures sont susceptibles d'agir sur un corps :

1. Les forces réparties sur toute la surface du corps, nous appelons forces de surface.
2. Les forces distribuées dans tout le volume du corps lui-même s'appellent forces volumique.

II.2. TENSEUR DE CONTRAINTE

Le vecteur des contraintes caractérise les effets de contact exercés à travers un élément de surface de normale η sur une partie du domaine de milieu.

Le tenseur des contraintes au point P est défini par :

$$[\sigma(i), \sigma(j), \sigma(k)] [\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = [\sigma(i), \sigma(j), \sigma(k)] \quad (I.1)$$

Avec :

i, j, k : Sont les facettes de normale du repère X, Y, Z .

Les composantes $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ sont appelées contraintes normales.

Les composantes $\sigma_{yx}, \sigma_{xy}, \dots$ Sont appelées contraintes de cisaillement.

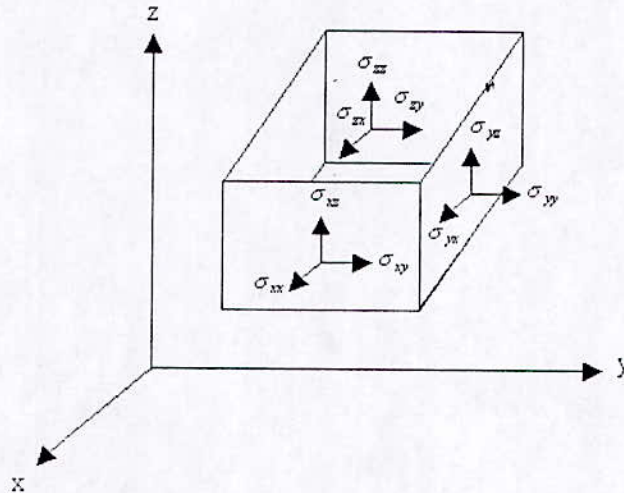


Fig.II.1- composantes du tenseur $[\sigma]$

A partir des équations d'équilibre d'un élément on obtient :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (II.2)$$

L'état de contrainte en un point donnée est caractérisé par la valeur en ce point de tenseur de contraintes

II.3. TENSEUR DE DEFORMATION

En élasticité la définition de la déformation est basée sur la comparaison d'une configuration donnée à une configuration initiale.

Le tenseur des déformations se représente comme suit :

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (II.3)$$

II.4. LOI DE HOOKE

les relations existant entre les composantes de la contrainte et celle de la déformation sont connues sous le nom de 'loi de HOOKE'.

Ces relations s'écrivent :

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (II.4)$$

Un matériau est isotrope si $[D]$ reste invariant dans tout changement de repère.

$$[D] = \begin{pmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & sym & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{pmatrix} \quad (II.5)$$

Ou :

λ et G sont des coefficients de LAME

Avec :

$$\lambda = \nu E / (1 + \nu)(1 - 2\nu) \quad (II.6)$$

$$G = E / 2(1 + \nu) \quad (II.7)$$

E : Module de Young.

ν : Coefficient de poisson.

G : Coefficient de cisaillement.

II.5. RELATIONS DEFORMATIONS - DEPLACEMENTS

les composantes de tenseur de déformation sont liées à celles du champ de déplacement par :

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad (II.8)$$

u, v, w : Déplacement suivant x, y, z .

$$\varepsilon_x = u_{,x} ; \varepsilon_y = v_{,y} ; \varepsilon_z = w_{,z} .$$

$$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} ; \gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} ; \gamma_{yz} = w_{,z} + v_{,z}$$

γ_{ij} = Déformation angulaire (tangentielle)

II.6. ELASTICITE PLANE

II.6.1. Introduction :

Les problèmes de la théorie de l'élasticité sont simplifiés dans une large mesure lorsque les contraintes ou les déformations sont toutes parallèles à un plan. On a donc le cas des problèmes bidimensionnelles.

II.6.2. Etat de contrainte plane :

L'hypothèse des contraintes planes (dans le sens $x\bar{y}$) se traduit par :

$$\sigma_z = 0 \quad (II.9)$$

Pour un problème plan on considère :

$$\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 ; \varepsilon_z \neq 0$$

L'hypothèse des contraintes planes (II.9) est généralement admise dans les structures minces où z représente la direction suivant l'épaisseur.

Les relations contraintes déformation s'écrivent :

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (II.4)$$

Avec :

$$[\sigma] = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}] ; [\varepsilon] = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy}]$$

La matrice $[D]$ est :

$$[D] = (E/1 - \nu^2) \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{pmatrix} \quad (II.10)$$

Les relations déformations- contraintes s'écrivent :

$$\{\varepsilon\} = [C]\{\sigma\} \quad (II.11)$$

Donc :

$$[D] = (1/E) \begin{pmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1 + \nu) \end{pmatrix} \quad (II.12)$$

II.6.3. Etat de déformation plane :

Ce sont les problèmes concernant les systèmes où la dimension suivant z est très négligeable devant les dimensions dans le plan.

Les hypothèses de base se traduisent par la relation :

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad ; \sigma_z \neq 0$$

Les relations contraintes- déformations s'écrivent

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (II.4)$$

Avec :

$$[D] = (E/(1+\nu)(1-2\nu)) \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Les relations déformations- contraintes s'écrivent :

$$\{\varepsilon\} = [C] \{\sigma\} \quad (\text{II.11})$$

$$[D] = ((1+\nu)/E) \begin{pmatrix} 1-\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Notons dans ce cas que la contrainte σ_z peut être déterminée en fonction des autres composantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_z = 0 \\ \varepsilon_z = 1/E(\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)) \\ \varepsilon_x = 1/E(\sigma_x - \nu(\sigma_y - \sigma_z)) \\ \varepsilon_y = 1/E(\sigma_y - \nu(\sigma_x - \sigma_z)) \\ \gamma_{xy} = (2/E)(1+\nu)\sigma_{xy} \end{cases} \Rightarrow \sigma_z = \nu(\sigma_x - \sigma_y) \quad (\text{II.15})$$

II.6.4. Relation déformation- déplacement :

u, v : Déplacements suivant x et y

$$\varepsilon_x = u_{,x}; \varepsilon_y = v_{,y}; \gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x}$$

ou :

ε_x : Déformation longitudinale.

ε_y : Déformation transversale.

γ_{xy} : Déformation angulaire (tangentielle).

II.6.5. Equation d'équilibre sur v ($\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 0$) :

Ce sont des relations entre les contraintes et leurs dérivées produisant en un point quelconque du milieu élastique.

$$\sigma_{x,x} + \sigma_{xy,y} + f_x^v = 0 \quad (\text{II.16})$$

$$\sigma_{xy,x} + \sigma_{y,y} + f_y^v = 0 \quad (\text{II.17})$$

Ou :

f^v et ${}_x f^v_y$: composantes des forces de volume.

II.6.6. Equation de compatibilité :

Les conditions de compatibilité sont des conditions nécessaires pour l'existence d'un.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = 0 \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = 0 \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = 0 \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.18})$$

CHAPITRE III



METHODES DE CALCUL CLASSIQUES EN PLASTICITE DES PAROIS MOULEES

METHODES DE CALCUL CLASSIQUES DES PAROIS MOULEES

III.1. INTRODUCTION

Le but des études de mécanique des sols est de savoir comment réagit le massif et en particulier, si sa stabilité est assurée

Si les efforts sont faibles ou modérés eu égard à la résistance du sol les déformations du massif faibles, se stabilisent dans le temps et sont grossièrement proportionnelles aux forces appliquées. On peut considérer que le sol se comporte comme un solide élastique et appliquer la théorie de l'élasticité.

Sous des efforts plus importants ou des déformations imposées plus grandes, le comportement du massif de sol est du type plastique jusqu'à ce que les efforts soient tels que la rupture se produise.

Enfin, il est bien évident qu'à l'échelle des problèmes de la génie civil, le sol bien que composé d'un matériau complexe peut être considéré comme un milieu continu mais souvent anisotrope et hétérogène.

La résolution complète d'un problème de mécanique des sols consiste :

1. Dans un premier temps à vérifier que la stabilité de l'ouvrage est assurée avec un coefficient de sécurité satisfaisant pour ce faire on applique la théorie de la plasticité.
2. Dans un second temps à s'assurer que les déformations dues à l'ouvrage à construire (tassement par exemple) sont compatibles avec la bonne tenue de celui-ci. Il convient donc d'utiliser une loi rhéologique reliant les contraintes et déformations qui peut être celle de l'élasticité.

III.2. PRESENTATION DE L'ORDRE RETENU POUR LES METHODES DE CALCUL

Le calcul de la stabilité des parois moulées consiste à déterminer les réactions du sol et des ancrages ainsi que les suppressions d'eau sur le mur. Il est ensuite possible de vérifier la fiche de l'ancrage, les contraintes dans le mur et dans les tirants et d'apprécier qu'elle est la sécurité qui existe pour l'ancrage dans sa stabilité générale aussi bien que pour chacune des ses parties.

III.3. LES ETATS D'EQUILIBRE LIMITE

III.3.1. Sol au repos :

$$\sigma_h = k_0 \sigma_v \quad (\text{III.1})$$

Avec :

σ_v : La contrainte verticale sur une facette horizontale.

σ_h : La contrainte horizontale sur une facette verticale.

K_0 : Coefficient de pression des terres au repos.

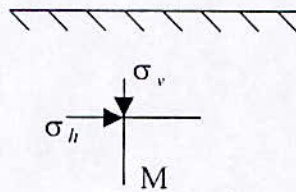


Fig.III-1

III.3.2. Equilibre de butée :

Supposons que l'on déplace l'écran vers un massif.

la résistance maximale avant la rupture du massif de terre correspond à l'état d'équilibre limite passif on a alors :

$$\sigma_b = k_b \sigma_v \quad (\text{III.2})$$

Avec :

k_b : coefficient de butée.

III.3.3. Equilibre de poussée :

Si l'on déplace le massif vers l'écran, juste avant rupture, un nouvel état d'équilibre limite est atteint. C'est l'état d'équilibre actif.

$$\sigma_p = k_p \sigma_v \quad (\text{III.3})$$

Avec :

k_p : Coefficient de poussée

REMARQUE :

Entre la valeur k et les valeurs limitent, On distingue des phases élastiques, plastique et pseudo-élastique. Fig.(III-2).

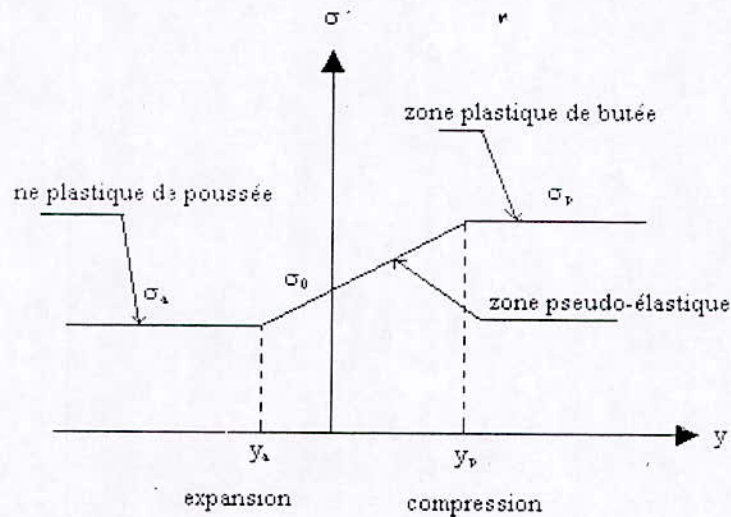


Fig.III-2 :Principe de la méthode élastoplastique

III.4. MODULE DE REACTION DE SOL

Le module de réaction est défini comme la pente du segment incliné de la figure (2). Dans le cas le plus fréquent d'un écran vertical, c'est un module de compressibilité horizontale du sol.

Ce module est un module pseudo-élastique qui peut être défini comme :

$$K_h = \frac{\sigma - \sigma_0}{y} \quad (III.4)$$

Avec :

$$\sigma_p \leq \sigma \leq \sigma_b$$

M.MENARD a rattaché ce module k au module de déformation du terrain.

$$1/k = 1/E [(\alpha/2)a + 13(0.09a)^\alpha] \quad (III.5)$$

Ou :

α : Coefficient rhéologique dépendant de la nature de sol.

a : Est une hauteur équivalente égale aux 2/3 de la fiche de paroi.

E : La moyenne arithmétique des modules pressiométriques mesurés jusqu'aux 2/3 de la fiche. M.MENARD a publié des courbes où l'on peut lire directement la valeur de k_h .

III.5. EVALUATION DES CONTRAINTES DE POUSSEE SUR LA PAROI

III.5.1. Introduction :

Les sols sont caractérisés principalement par l'angle de frottement interne(φ)et la cohésion (c) qui sont des caractéristiques mécaniques ainsi que par le pourcentage de vides, la compacité, la teneur en eau et le poids spécifique qui sont des caractéristiques physiques.

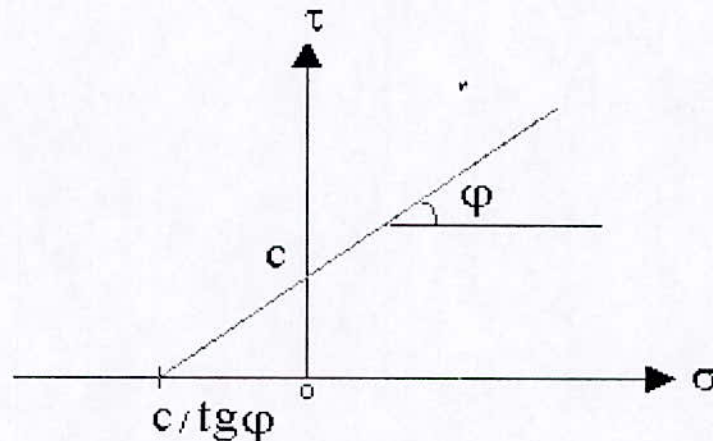


Fig.III-3 : droite de coulomb

La droite de coulomb caractériser par deux paramètres :

- L'ordonnée a l'origine qui est la cohésion(C).
- L'angle φ entre cette droite et l'axe des σ .

Le critère qui donne la relation entre et entraînant la rupture de sol s'écrit :

$$\tau = c + \sigma \text{tg} \varphi \quad (\text{III.6})$$

III.5.2. Etude d'un cas simple : $\varphi \neq 0, C = 0$:

La théorie de Rankine permettant de calculer les poussée ou les butées agissant sur un écran vertical. Elle suppose dans le cas de la poussée que la plus grande contrainte principale est verticale et correspond au poids du terrain.

$$\sigma_v = \gamma Z \quad (\text{III.7})$$

La contrainte de poussée agissant sur l'écran sera :

$$\sigma_p = \gamma z \text{tg}^2(\Pi/4 - \varphi/2) = \gamma z k_p \quad (\text{III.8})$$

La contrainte de butée agissant sur l'écran sera :

$$\sigma_b = \gamma z \text{tg}^2(\Pi/4 + \varphi/2) = \gamma z k_b \quad (\text{III.9})$$

III.5.3. Influence de la cohésion c :

L'existence d'une cohésion se traduit dans le diagramme de Mohr par le fait que l'origine de la courbe intrinsèque se trouve reportée à l'abscisse $-c/\text{tg}\varphi$ fig.(III-3)

On aura donc dans le cas d'une poussée de Rankine :

$$\sigma_p = k_p \gamma z - (1 - k_p c / \text{tg}\varphi) \quad (\text{III.10})$$

La cohésion se manifeste donc par réduction des poussées d'une quantité constante. Pour la butée, on aura d'une façon analogue :

$$\sigma_b = k_b \gamma z - (1 - k_b c / \text{tg}\varphi) \quad (\text{III.11})$$

III.5.4. Influence de la rugosité (contact écran- sol) :

Soit δ l'angle de frottement sol/mur. La résistance mobilisable au glissement s'écrit :

$$\tau = \sigma_n \text{tg}\delta \quad (\text{III.12})$$

Dans le cas des sols cohérents, La résistance maximale mobilisable au cisaillement le long de l'écran peut s'écrire sous la forme :

$$\tau = \alpha + \sigma_n \text{tg}\delta \quad (\text{III.13})$$

Avec :

α : Adhérence sol/écran

On pratique, on admet la relation suivante :

$$\alpha / c = \text{tg}\delta / \text{tg}\varphi \quad (\text{III.14})$$

- L'écran lisse ($\delta=0$) donc $\alpha=0$
- L'écran parfaitement rugueux $\delta=\varphi$ donc $\alpha=c$

III.5.5. Influence d'une surcharge uniforme :

Nous nous limiterons au cas le plus courant d'une surcharge verticale (q). Cette surcharge agissant en tête du massif augmente à tous les niveaux la contrainte sur le plan horizontal.

On aura alors :

$$\sigma_z = \gamma z + q \quad (\text{III.15})$$

En remplaçant dans les équations (III.10) et (III.11), on obtiendra :

- Pour la poussée :

$$\sigma_p = k_p (\gamma z + q) - (1 - k_p c / \text{tg}\varphi) \quad (\text{III.16})$$

- Pour la butée :

$$\sigma_b = k_b(\gamma z + q) - (1 - k_b c / \tan \varphi) \quad (\text{III.17})$$

III.5.6. Influence de l'eau :

Deux actions doivent être superposées :

- La poussée hydrostatique de l'eau qui, bien entendu, est normale à l'écran.
- L'action de la poussée des terres en prenant en compte le poids spécifique immergé en dessous de la nappe.

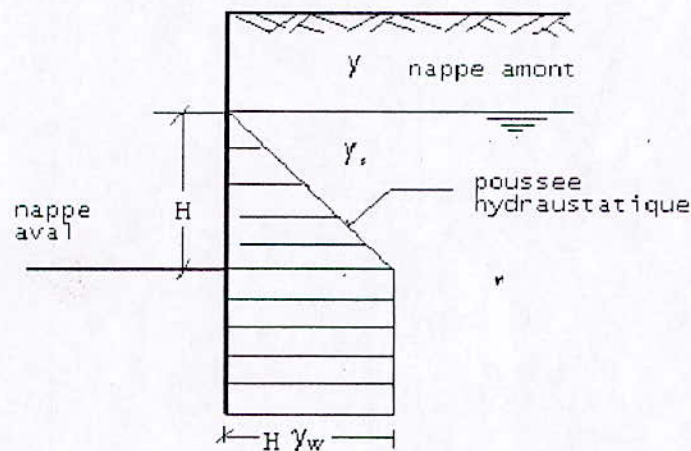


Fig.III-4 :Pression hydrostatique.

S'il existe également une nappe coté aval de l'écran, la poussée hydrostatique est constante et égale à la différence H de niveau entre le coté amont et aval en dessous du niveau supérieure de cette nappe.

Considérons un massif ir défini saturé d'eau au repos.

Un élément de surface horizontale situé à la profondeur z subira une contrainte de compression totale correspondant au poids de la colonne de terre et d'eau, située au-dessus de lui :

$$\sigma_z = \gamma_s z \quad (\text{III.18})$$

Ou :

γ_s : Le poids spécifique du terrain saturé.

Donc la contrainte effective est :

$$\sigma'_z = \sigma_z - \gamma_w z = (\gamma_s - \gamma_w) z = \gamma' z \quad (\text{III.19})$$

γ' : le poids spécifique déjaugé.

III.6. DIFFERENTES TYPES DES METHODES DE CALCUL CLASSIQUE

III.6.1. Parois non ancrées :

La théorie classique considère que le rideau pivote autour d'un axe situé légèrement au-dessus de son extrémité inférieure. le déplacement du rideau, s'il est assez important, provoque au-dessus de l'axe de rotation la formation de quatre zones plastiques correspondantes aux schémas de buossinesq. (fig.III-5)

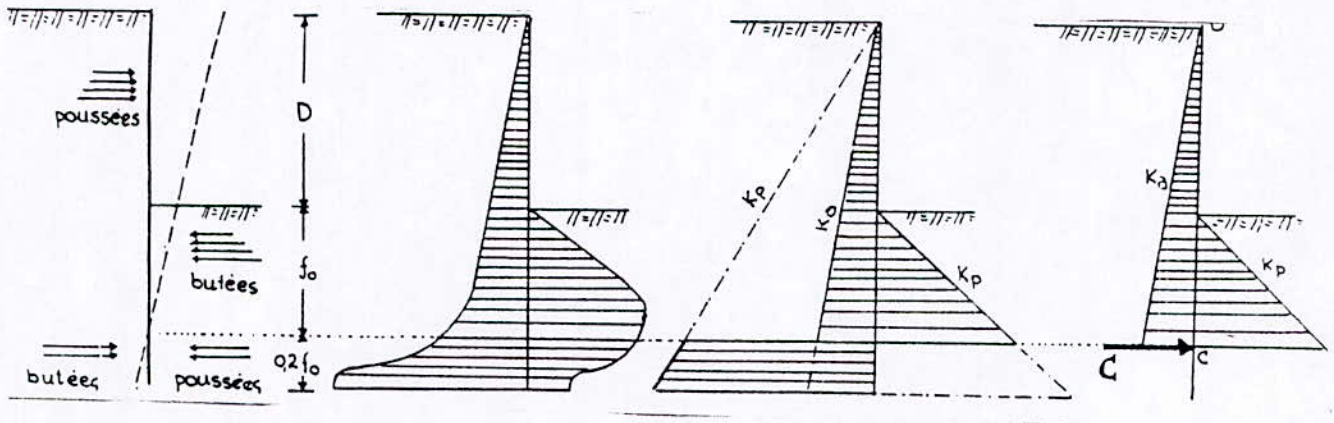


Fig.III-5.-paroi sans ancrage.

Au-dessus de l'axe de rotation et du côté 'terre' le terrain est en état de 'poussée' tandis qu'au-dessous il oppose une contre butée. Au contraire, du côté 'fouille' le terrain est comprimé au-dessus de l'axe de rotation (état passif) et décomprimé au-dessous de se même axe (état actif).

Le niveau de l'axe de rotation dépend peu de la dénivellation D .

La longueur de la fiche f_0 ($f=1.2f_0$) et l'intensité c de la contre- butée sont les deux inconnues du problème qui est isostatique (calcul du tronçon DC)

III.6.2. Parois ancrées :

III.6.2.1. Calcul des parois simplement buté en pied :

III.6.2.1.1. Calcul classique :

L'écran est supposé assez rigide et sa fiche suffisamment faible pour que seule la poussée se développe sur la face amont du mur, sans mobilisation possible d'une zone de contre butée fig.(III-6) les déplacements en pied sont d'autre part suffisant pour que le sol atteigne un état limite de buté coté aval, les valeurs des inconnues, la traction T dans le tirant t et la fiche F sont obtenues en résolvant les deux équations d'équilibre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{h_0+F_0} (\sigma_p - \sigma_b) ((h_0 + F_0) - z) dz = T((h_0 + F_0) - a) \\ \int_0^{h_0+F_0} (\sigma_p - \sigma_b) ((h_0 + F_0) - z) dz = T((h_0 + F_0) - a) \end{array} \right. \quad (\text{III.20})$$

Où :

σ_p et σ_b sont les valeurs des pressions horizontales actives et passives respectivement.

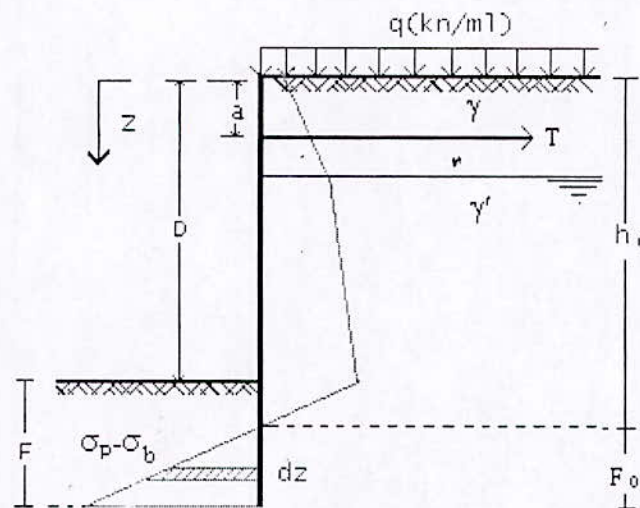


Fig.III-6.-paroi simplement butée en pied.

III.6.2.1.2. Méthode dérivée ROWE :

Le calcul précédent (calcul classique) suppose à priori que la paroi est parfaitement rigide, ce qui n'est pas correcte.

Comme il est clair que le moment maximal est inversement proportionnel à la flexibilité de la paroi.

Les recommandations des Allemands proposent dans ce sujet une diminution du moment calculé conventionnellement de 30 % .

Parmi les méthodes les plus largement utilisée, la méthode proposée par ROWE. Elle définit une relation entre le degré de flexibilité d'une paroi ancrée, exprimée comme un

coefficient $\rho = \frac{(H + D)^4}{EI}$, et la réduction du moment fléchissant actuel M. comparé à celui

du calcul en buté maximale. La figure (III-7) qui suit donne cette relation pour des sols très compactes aussi bien que les sols peu compactes.

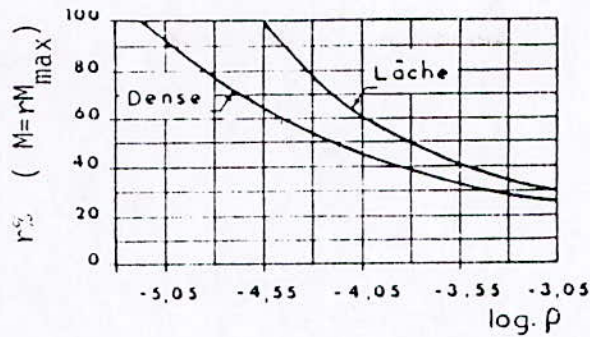


Fig.III-7.-La relation entre le degré de flexibilité d'une paroi ancrée et la réduction de M

III.6.2.2. Calcul des parois encastrés en pied :

Elles prennent comme inconnues la largeur de la fiche (f) et la réaction du tirant d'ancrage (t) et les efforts de contrebuté (c) au-dessous du point de rotation de la paroi dans sa partie en fiche.

III.6.2.2.1. Calculs classiques :

L'encastrement résulte de l'existence d'une contre-buté an pied de la paroi.

Cette méthode est basée sur l'hypothèse que les déformations y du rideau sont telles, que la ligne élastique prend la forme représentée en pointillé sur la figure (III-8). Cette ligne change de concavité au point d'inflexion (c). cela revient à admettre que le sol au-dessus du niveau du dragage s'oppose efficacement aux déformation du rideau qui, par conséquent, se comporte comme une poutre encastrée, les inconnues du problème sont les suivantes :

- La réaction au niveau du tirant (t).
- La distance f_0 du point des pressions nulles au point du moment nul au pied de la paroi.
- La contre-buté représentée par la force (c).

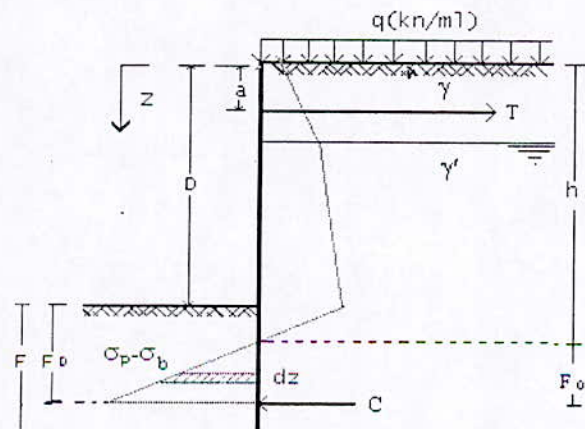


Fig.III-8.-Paroi encastré en pied(hypothèses classiques)

Les équations d'équilibres s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{D+f_0} (\sigma_p - \sigma_h) \chi dz + C = T \dots\dots\dots(1) \\ \int_0^{D+f_0} (\sigma_p - \sigma_h)(h_0 + f_0 - z) \chi dz = A(h_0 + f_0 - a) \dots\dots\dots(2) \end{array} \right. \quad (III.21)$$

Nous avons donc besoin d'une condition supplémentaire.

SANGLERAT (ref. [10]) a fixé le point du moment nul d'une distance de 20% f_0 du pied, si nous connaissons la longueur totale de la paroi.

III.6.2.2.2. Méthodes dérivées :

Nous distinguons les deux méthodes suivantes :

1. Méthode de BLUM :

L'idée de Blum consiste à rendre le problème isostatique en fixant a priori la position de point (B) (situé légèrement en dessous du fond de fouille) de moment nul.

Blum a cru pouvoir établir une relation empirique entre la position du point de moment nul déterminer par la longueur x et l'angle de frottement interne du terrain (.fig.III.9)

Si donc on accepte les résultats de Blum, on ce donne la valeur de x et l'on rend ainsi le problème isostatique. Le calcul ne présente alors aucune difficulté.

La partie AB de la paroi peut être calculée comme une poutre droite reposant sur deux appuis, au point d'ancrage et au point de moment nul. On détermine ainsi l'effort d'ancrage T et l'effort tranchant r au point de moment nul B. la partie BC de la palplanche peut être calculée comme une outre droite de portée inconnue reposant sur deux appuis, au point de moment nul et au point d'action de contre butée, la portée est inconnue mais par contre on connaît la réaction d'appui R , les deux inconnues dans le calcul de cette deuxième poutre sont donc la portée $b=f_0-x$ et l'autre réaction d'appui c'est à dire la contrebutée, en fin $F=1.2f_0$.

On peut émettre des doutes sérieux au sujet de certaines des hypothèse utiliser dans la méthode de Blum :

Il paraît difficile d'admettre que le pied de la palplanche est immobile et que simultanément la palplanche reste verticale.

Mais on préfère le calcul avec la méthode de blum elle est très facile et rapide.

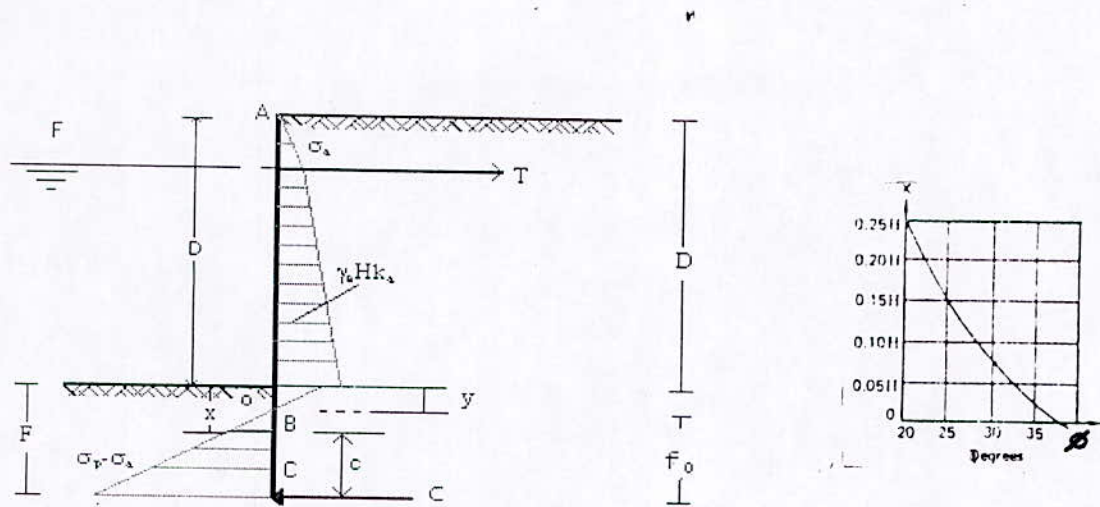


Fig.III-9.-Méthode de Blum.

2. Méthode de TSCHEBOTARIOFF :

La méthode propose un calcul du comportement d'un rideau, sous les conditions normales de travail. Il a fait l'hypothèse raisonnable que si, la sécurité est proprement assurée, le sol se trouve alors dans un état assez éloigné de la rupture.

Les inconnues du problème sont :

- La fiche (F).
- L'effort dans le tirant d'ancrage. (T).
- La répartition des contraintes le long de la parois

Le moment maximal est calculé comme si on avait une poutre supportée aux niveaux K et L fig.(III-10), chargée par une distribution des pressions de terre. La figure schématise sommairement la méthode. Vu que la méthode est fondée sur des essais faits dans un sable avec un angle de frottement $\varphi=30^0$, il est recommandé de l'appliquer dans des conditions analogues.

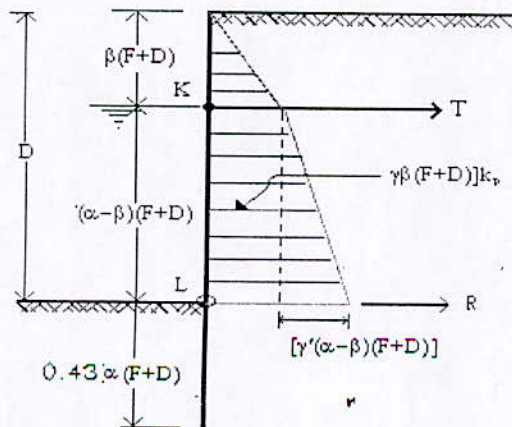


Fig.III-10.- Méthode de calcul de Tshebotarioff.

III.6.2.3. Méthode VEDEYEN-ROISIN :

La méthode essaye d'introduire dans le schéma classique des poussées-butées, l'influence de l'ancrage. Le fait que le déplacement de la paroi soit bloqué, a pour conséquence une augmentation des réactions du sol, sur la paroi, dans ce même endroit. Ceci est clairement démontré, par expérimentations sur modèles Verdeyen et Roisin proposent donc la distribution suivante Fig.(III-11).

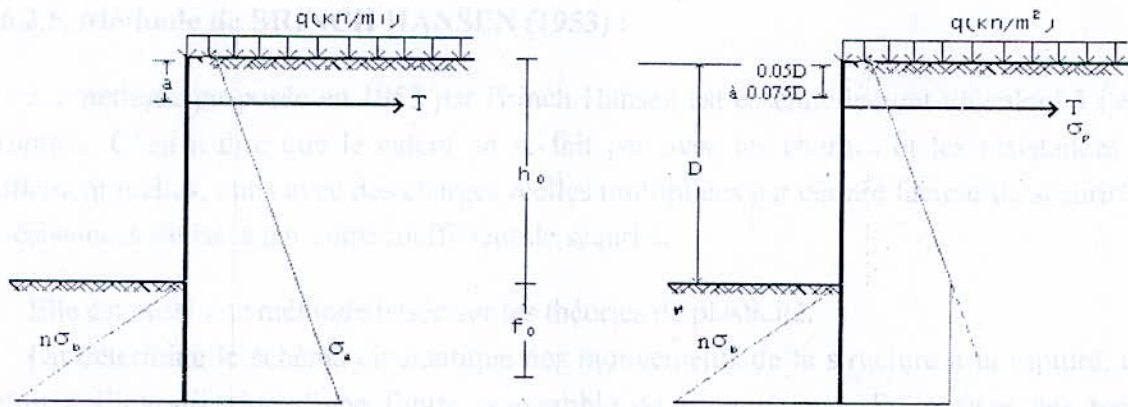


Fig.III-11.- Méthode de VEDEYEN-ROISIN.

D'après le schéma proposé, il est évident qu'on est conduit à une augmentation des moments, qui est contradictoire avec les expériences. Ceci provient du fait qu'ils ne diminuent pas la distribution des pressions entre le niveau du tirant et du fond de la fouille, comme suite de la flexibilité de la paroi.

III.6.2.4. Méthodes empirique- Danois :

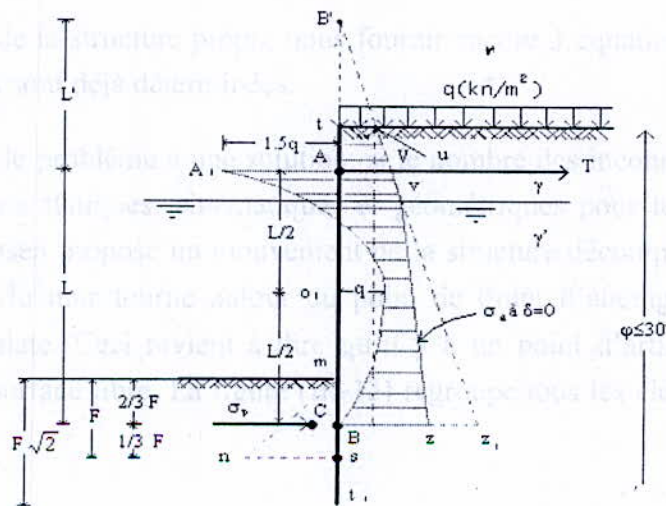


Fig.III-12- Méthode empirique- Danois

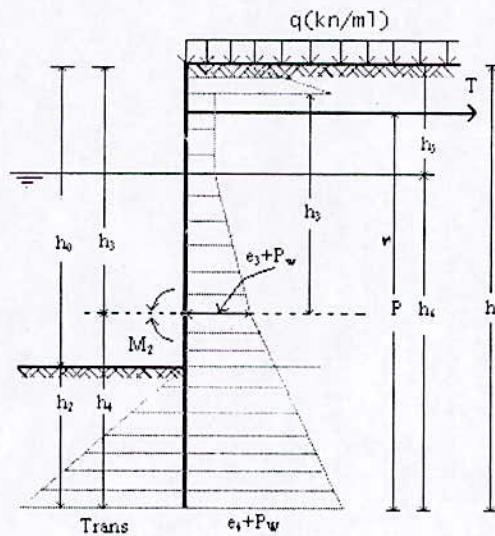


Fig.III-13.- Méthode de HANSEN

$$E_2 = 0.5\gamma_2\lambda_2 h^2 + c_2 k_2 h_2 \dots \dots \dots (III.22)$$

$$E_2 Z_2 = 0.5\gamma_2\lambda_2 h_2^2 + 0.5c_2 k_2 h_2^2 \dots \dots \dots (III.23)$$

$$E_4 = 0.5h_4(e_3 + e_4) \dots \dots \dots (III.24)$$

$$E_4 Z_4 = h_4^2 (2e_3 + e_4) / 6 \dots \dots \dots (III.25)$$

Ou :

$$e_3 = (\gamma_5 h_5 + \gamma_6 (h_3 - h_5)) \lambda_3^2 + P_1 P_3^2 + c_6 k_3^2 \dots \dots \dots (III.26)$$

$$e_4 = (\gamma_5 h_5 + \gamma_6 h_6) \lambda_4^2 + P_1 P_4^2 + c_6 k_4^2 \dots \dots \dots (III.27)$$

Les deux équations d'équilibre des deux parties de la paroi donnent les équations suivantes :

$$E_2 - E_4 - P_w h_4 = 0 \dots \dots \dots (III.28)$$

$$M_2 = E_4 Z_4 - E_2 Z_2 + 0.5 P_w h_4^2 \dots \dots \dots (III.29)$$

$$T = E_3 + P_w (h_6 + h_4) \dots \dots \dots (III.30)$$

$$M_2 = E_3 (q - h_4) - E_3 Z_3 + 0.5 P_w (h_6 - h_4) (2q - h_6 - h_4) \dots \dots \dots (III.31)$$

La combinaison des équations (5), (6), (3) et (1), (7) fournit une équation en h₂ :

$$0 = h_4^2 (\gamma_2 \lambda_2 - \gamma_6 \lambda_4^2) + (h_0 - h_3) (\gamma_2 \lambda_2 (h_0 - h_3) - 2c_2 k_2) - h_4 (2\gamma_2 \lambda_2 (h_0 - h_3) - 2c_2 k_2 + \gamma_5 h_5 \lambda_4^2 + \gamma_6 (h_3 - h_5) \lambda_4^2 + P_1 P_4^2 + C_6 k_4^2 + e_3 + 2P_w) \dots \dots \dots (III.32)$$

Le processus de calcul est le suivant :

On estime une valeur de h_3 et on calcul le coefficient $\xi_3=1-(h_1.p)$. Le type du mouvement de la paroi suppose que les deux autres coefficients ξ_4, ξ_2 sont.

Avec ces coefficients, on trouve tous les paramètres à l'aide de graphiques établis par BRANCH HANSEN.

$$\lambda_2, \omega_2, P_3^x, P_3^y, P_4^x, \lambda_3^x, \lambda_3^y, \lambda_4^y.$$

On calcul e_3 et h_4 correspondant ou h_3 choisi.

On détermine les moments fléchissants des deux parties de la paroi au point d'articulation.

Si la différence est trop petite, le choix du h_3 était correct et on l'adopte sinon on répète tout le calcul jusqu'à une meilleure convergence.

III.7. Méthode élastoplastique :

III.7.1. Introduction :

Un calcul basé uniquement sur un comportement élastique du sol présente l'inconvénient de n'imposer aucune limite aux contraintes de butée qui se développe dans la partie en fiche et par la même, de conduire fréquemment à un dimensionnement trop optimiste de l'ouvrage. La nécessité de pallier cette lacune du calcul élastique s'est traduite vers la fin des années 1960, par la mise au point de méthodes élastiques dans lesquelles des bornes tenant compte du domaine réel de variation de la pression des terres sont imposées aux contraintes élastiques.

III.7.2. Calcul basé sur un schéma élastoplastique élémentaire :

Le schéma de comportement élastoplastique le plus simple est basé sur les hypothèses suivantes :

La pression σ du sol en point de l'écran varie linéairement avec le déplacement (y) à l'intérieur du 'domaine élastique'. Celui-ci est borné par les valeurs σ_a et σ_p de (y) correspondant respectivement à la mobilisation des contraintes limites de poussée et de butée ayant pour composantes horizontales σ_a et σ_p fig.(III-14). la pente de diagramme *et le* module de réaction kh au point considéré est à l'intérieur du domaine élastique. la pression de contact est définie par la relation :

$$\sigma = \sigma_0 + kh.y \quad (III.33)$$

σ_0 : Etant la pression horizontale du sol au repos définie en valeur effective par le coefficient k_0

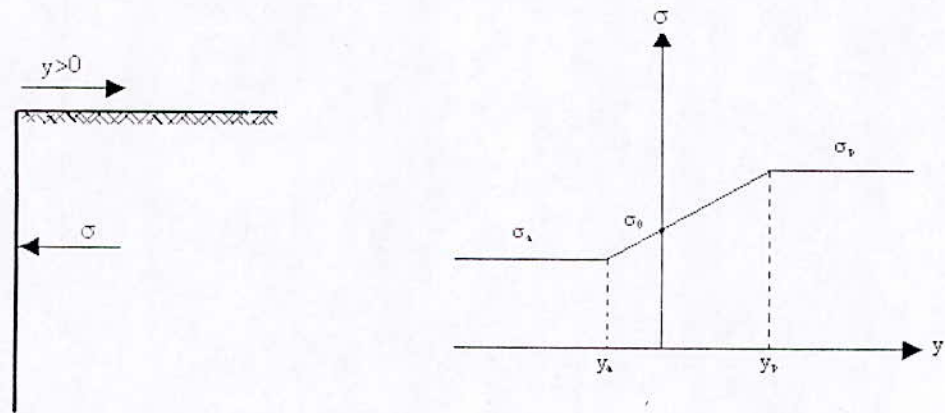


Fig.III-14

A l'extérieur du domaine élastique, la pression σ est indépendante de (y) et égale à l'une des valeurs limites σ_a σ_p suivant le sens du déplacement.

la déformée $y(z)$ de la paroi est solution de l'équation différentielle :

$$EI d^4 y / dz^4 = \sigma(y, z) \quad (\text{III.34})$$

dans la partie hors fiche :

$$\sigma(y, z) = \sigma_i(y, z) \quad (\text{III.35})$$

dans la partie en fiche :

$$\sigma(y, z) = \sigma_i(y, z) - \sigma_e(y, z) \quad (\text{III.36})$$

σ_i et σ_e : Etant les pressions de contact appliquées respectivement à l'amont et à l'aval de la paroi.

Les conditions de σ_i et σ_e en fonction de (y) en un point de cote z sont représentées (fig.-15) dans le cas d'un sol pulvérulent sec (kh_i et kh_e sont respectivement les valeurs du module de réaction sur les faces internes et externes au point considéré).

Les conditions aux limites du problème sont :

- Les valeurs du moment fléchissant et de l'effort tranchant aux extrémités de la paroi. Le moment fléchissant et l'effort tranchant en pied sont nuls (équilibre de paroi), les valeurs en tête peuvent ne pas être nulles (paroi encastrée en tête peuvent dans le cas d'un mur de quai danois, effort d'amarrage en tête d'un mur de quai, etc.).
- La valeur du déplacement du point d'ancrage comme fixe ($y_a=0$) dans ce cas, on admet fréquemment que la poussée limite est mobilisée dans la partie hors fiche et que la pression des terres n'est liée au déplacement par une loi élastoplastique que dans la partie en fiche. Ces hypothèses reflètent bien le comportement d'une paroi ancrée par tirants passifs, soit on tient compte d'une relation linéaire du type $T=T_0+ay_a$ entre la réaction d'ancrage et le déplacement

de la tête du tirant, le terme T_0 correspondant à la force de précontrainte par mètre de longueur de paroi lorsque celui-ci est étayé par des tirants ou des butons précontraints.

La longueur de la fiche et une donnée du problème (par des écrans ne comportant qu'une nappe de tirants, elle est généralement déterminée est partir d'un calcul en butée simple).

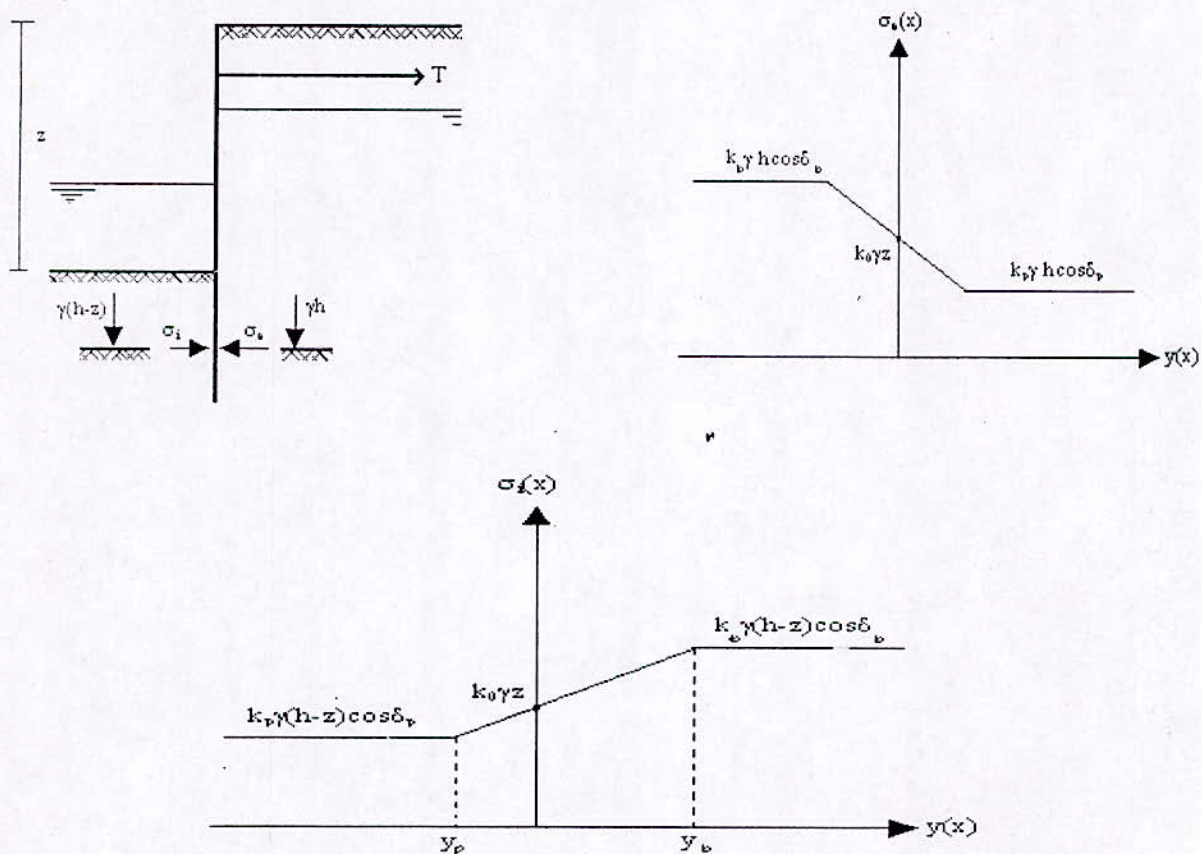


Fig.III-15.- La méthode élastoplastique

CHAPITRE IV



PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV.1. INTRODUCTION

Au cours des dernières années, le calcul des structures de Génie Civil par éléments finis a connu un développement considérable. En même temps, l'introduction d'une dernière génération d'ordinateur a rendu possible le calcul des structures d'une grande complexité telles les structures tridimensionnelles formées d'un ensemble de surfaces planes ou courbes (toitures en coque, réservoirs, ponts-caissons, etc...).

Avec la complexité grandissante des structures calculées, il est vite apparu que l'exploitation pratique des programmes d'éléments finis rend nécessaire de résoudre de manière efficace deux problèmes essentiels :

- L'introduction des données qui peut être très laborieuse et leur vérification qui peut être malaisée, le risque d'erreurs non repérées étant très élevé.
- L'interprétation et la représentation des résultats que le nombre considérable de valeurs obtenues rend très longues et pénibles.

En ce qui concerne le premier aspect du problème, l'utilisateur doit transmettre au programme la description de l'ouvrage calculé sous forme de six groupes de données :

- Paramètres généraux du problème (nombre de nœuds et d'éléments)
- Propriétés des matériaux utilisés.
- Conditions aux limites.
- Coordonnées des nœuds du maillage.
- Spécification des éléments (type d'élément, son matériau, numéros de nœud connectés à l'élément, épaisseur ou autre caractéristique géométrique).
- Spécification des charges appliquées à la structure des différents cas de charge.

En ce qui concerne le deuxième aspect du problème, il est évident que la sélection et la combinaison des résultats de divers cas de charge en vue d'obtenir les sollicitations extrêmes aux divers endroits de l'ouvrage constitué par un grand nombre d'éléments devient vite un problème d'une grande ampleur. L'utilisation généralisée du traitement graphique présente aujourd'hui la solution la plus efficace des problèmes posés.

IV.2. HISTORIQUE

Au début du 19^{ème} siècle, les travaux de Navier (1819) sur les structures hyperstatiques ; Maxwell (1864), Castigliano (1878), Mohr et d'autres sur les méthodes énergétiques constituèrent le point de départ logique de l'histoire de l'analyse des structures, c'est à cette période que les notions d'analyse des structures composées d'assemblage de

barres ont été mises au point ; présentant la méthodologie précédant l'analyse matricielle des structures.

Au cours du 20^{ème} siècle, vers 1920, Maney (Etats-Unis) et Ostenfeld au Danemark dégagèrent les idées de base d'une approche nouvelle de l'analyse des poutres en treillis et les ossatures ; fondées sur le choix d'inconnus de déplacement.

Cependant, des limitations sévères sur la taille des problèmes pouvant être traitées, à cause des systèmes d'équations à résoudre prévalurent jusqu'à 1932, date à laquelle Hardy Cross introduisit la méthode de la distribution des moments, cette méthode rendit envisageable la résolution des problèmes considérablement plus complexes.

Avec le développement de l'ordinateur, la résolution des systèmes d'équations ne posait pas de problèmes, cela a provoqué un retour aux méthodes classiques d'analyse. De la naît « a méthode matricielle » utilisée surtout pour es structure en treillis :

- Méthode des forces : Argyris, Denke (1955)
- Méthode des déplacements : Argyris, Turner (1956)

Enfin les deux publications importantes de Argyris, Kelsey et de turner, Clough, Martin, Topp qui marient les notions d'analyse des structures en treillis, et d'analyse des milieux continus et présentent les procédures qui en résultent sous forme matricielle, eurent une influence considérable sur le progrès de la méthode des éléments finis dans les années qui suivrent.

Les travaux de Courant (1940) ont présenté aussi un intérêt particulier en raison de leur orientation vers les phénomènes régis par des équations applicables dans d'autres domaines que celui de la mécanique des structures. Les bases théoriques de la **MEF** reposent d'une part sur la formule énergétique et la mécanique des structures, et d'autres part, sur les méthodes d'approximation ; Ritz (1908), Galerkin (1915).

Dés 1960, la méthode des éléments finis subit un développement rapide dans plusieurs directions :

1. Réformulation, à partir de considérations énergétiques et variationnelles sous la forme des résidus pondérés.
2. Création d'élément de haute précision (élément à cotées curvilignes ou isoparamétriques).
3. Utilisation de la méthode des éléments finis dans la résolution de problèmes non linéaires non stationnaires dans le domaine des structures ainsi que dans d'autres domaines : mécanique des fluides thermiques.
4. Construction d'une base mathématique de la méthode des éléments finis a partir de l'analyse fonctionnelle.

IV.3. PRESENTATION GENERALE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV.3.1. Généralités :

Un problème d'Ingénieur est généralement représenté par un modèle mathématique : des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine. De plus étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté. A l'exception de quelques cas ayant une géométrie très simple il est très difficile sinon impossible de trouver une solution analytique au problème et d'étudier son comportement en une seule opération. Pour ce il a le choix entre deux méthodes : la méthode des différences finis et la méthode des éléments finis.

La méthode des éléments finis consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent. La discretisation se fait sur deux fronts. D'une part, le domaine géométrique est subdivisé en sous domaines de géométrie simple appelés éléments, sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération, et d'autre part, les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques à l'aide du calcul variationnel ou des méthodes de minimisation de l'erreur comme les méthodes de résidus pondérés. La solution finale s'obtient en résolvant un système d'équations global formé en assemblant les équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine.

Dans le cadre de notre étude nous nous intéressons aux problèmes d'équilibres ou de valeurs aux limites qui peut être décrit par la relation :

$$[K]\{U\}=\{F\} \quad (IV.1)$$

Où :

$[k]$: Est la matrice caractérisant le système (matrice de rigidité en mécanique des solides)

$\{u\}$: Sont les variables inconnues (les déplacements dans notre cas)

$\{f\}$: Sont les variables connues (vecteurs forces)

Ce système discret est dit linéaire si le terme $[k]$ est une constante indépendante de $\{u\}$.

IV.3.2. Les différentes formulations de la M.E.F :

Il existe trois formulations différentes de la méthode des éléments finis :

- Formulation 'contraintes' : considère les champs de contraintes comme inconnus, et se base sur la théorie de l'énergie potentielle.
- Formulation 'déplacement' : considère le champ des déplacements comme inconnus primaires du problème, cette formulation est basée sur la stationnarité de l'énergie potentielle.
- Formulation 'mixte' : considère les deux champs, de déplacement et de contraintes comme inconnus.

Dans notre travail, on opté pour une formulation 'déplacement' qui est pratiquement la plus utilisée dans la résolution par la M.E.F

IV.3.3. Codes généraux dans une résolution par la M_rE.F :

En générale, cinq phases principales peuvent être mises en évidence lors du traitement d'un problème par la M.E.F :

- 1) La discretisation du milieu en certain nombre d'élément finis.
- 2) Calcul des caractéristiques élémentaires.
- 3) Assemblage des caractéristiques élémentaires.
- 4) Résolution numérique du problème global (obtention du déplacement)
- 5) Calcul de restitution en niveau élémentaire (calcul des contraintes et déformations dans les éléments).

IV.4. APPROXIMATION PAR ELEMENTS FINIS

IV.4.1. Introduction :

Pour résoudre un système d'équations différentielles sur de tels domaines, il faudrait les discretiser en sous domaines en éléments de formes géométriques simples. On appelle ce procédé : **discretisation par éléments finis**.

Dans ce chapitre, nous allons voir les différents types d'éléments qui existent, les règles de discrétisation d'un domaine en éléments finis, et le plus important, comment construire les fonctions approchées(fonction d'interpolation) sur les éléments.

IV.4.2. Approximation nodale :

On représente des fonctions exactes (déplacements, vitesses, contraintes, ...) $U_{ex}(x)$ par des fonctions approchées $U(x)$ avec une erreur d'approximation :
 Pour construire une fonction 'approchée' nous pouvons :

$$e(x) = u(x) - u_{ex}(x) \dots \dots \dots (IV.2)$$

Pour construire une fonction 'approchée' nous pouvons :

- Choisir un ensemble fini de fonctions dépendantes de n paramètres a_i
- Déterminer les paramètres A_i pour satisfaire condition (2),

Nous pouvons choisir comme paramètres A_i les valeurs $U_{ex}(x_i)$ en n points appelés **nœuds**, imposons de plus que $e(x)=0$ en les nœuds, donc :

$$u(x) = \sum_{i=1}^n n_i(x) \times u_i = \langle n \rangle \{u_n\} \dots \dots \dots (IV.3)$$

Avec :

$U_i = U_{ex}(x_i)$: Sont les paramètres nodaux ou variables nodaux

$N_i(x)$: Sont les fonctions d'interpolations.

L'approximation nodale possède deux propriétés fondamentales :

$$N_i(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (IV.4)$$

- En tout les nœuds : $e(x_i) = 0$
- Les coordonnées X_i des nœuds sont les **coordonnés nodales**.

IV.4.3. Approximation par élément finis :

Si le nombre de nœuds et donc de variable nodale U_i devient important ou le domaine V devient complexe ceci pourrait aboutir à des polynômes de degré trop élevé et donc à des phénomènes d'instabilité. Pour éviter ce genre de problème nous subdivisons le domaine V en un nombre finis de sous domaines V_e sur lesquelles la construction de $U(x)$ est simplifiée. Dans ce cas nous faisons tout simplement une approximation par élément finis.

Les fonctions approchées $U_e(x)$ sur chaque élément doivent être construites de manière à être continues sur V_e , et elles doivent aussi satisfaire des conditions de continuité entre les différents éléments, une fois toutes les fonctions $U_e(x)$ est obtenue par :

$$u(x) = \sum_{e=1}^{N_e} u^e(x) \dots \dots \dots (IV.5)$$

Pour construire une fonction approchée $U(x)$ au moyen d'une approximation par élément finis il faut :

- Définir la géométrie des éléments.
- Construire des $N_i(x)$ pour chaque élément.

IV.4.4. Règles de discretisation par élément finis :

- Le recouvrement de deux éléments ou plus est exclu.
- Les trous entre les éléments sont exclus.
- L'ensemble de V^e doit constituer un domaine aussi proche que possible du V .

IV.4.5. Définition de la géométrie des éléments :

La définition de la géométrie des éléments se fait par un ensemble des points \bar{n} sur le domaine v , ces points appelés nœuds géométriques.

IV.4.6. Méthode de construction des fonctions d'interpolation

IV.4.6.1. Formes des éléments de référence classique :

a. Elément a une dimension :

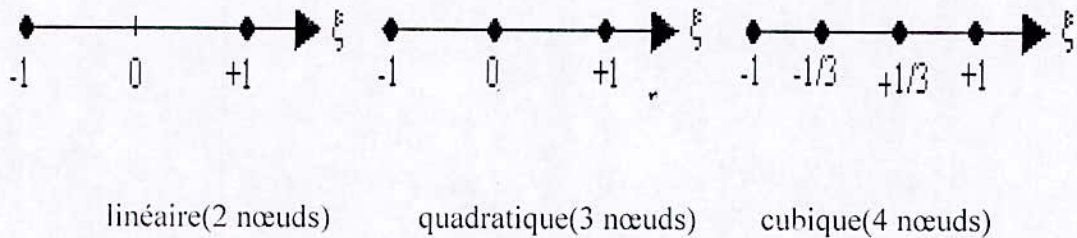


Fig.IV.1- Elément a une dimension.

b. Elément de référence à deux dimensions :

• Eléments triangulaires :

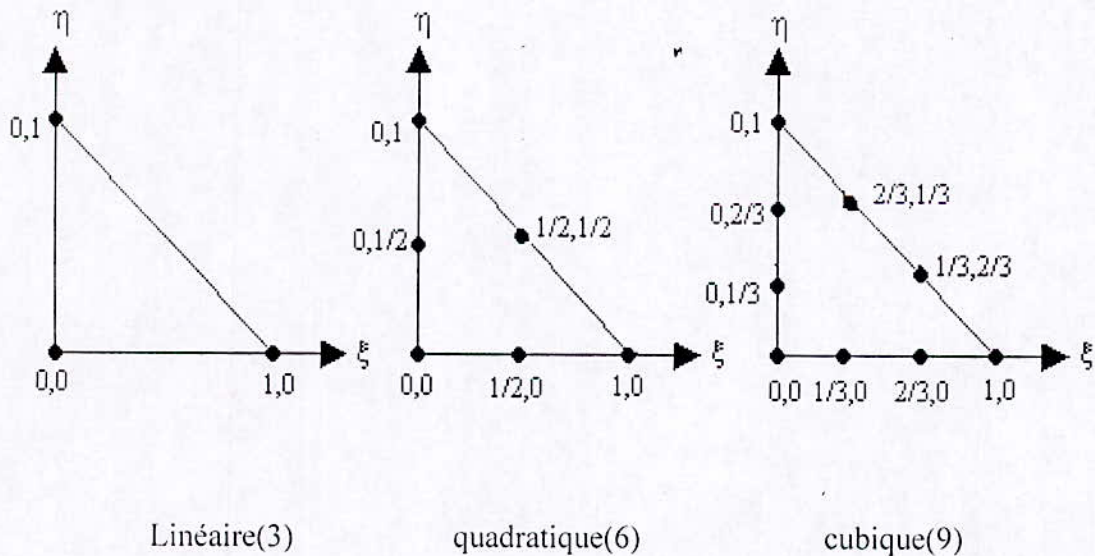


Fig.(IV.2)- Eléments triangulaires

• Eléments carrés :

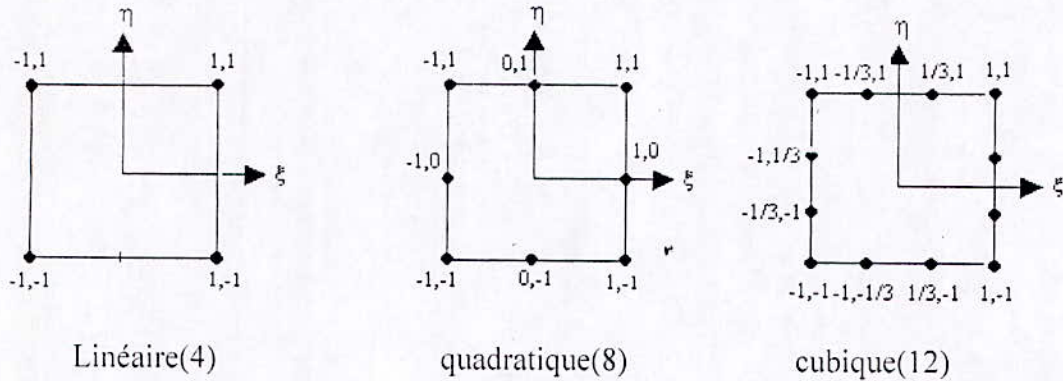


Fig.IV.3- Eléments carrés.

IV.4.6.2. Table de définition des nœuds et éléments :

a. Table des coordonnées globales 'corg' :

elle contient les coordonnées des nœuds géométriques numérotées séquentiellement de 1 à n, pour un problème à deux dimensions cette table se présente sous la forme :

	1	2	3	...	\bar{n} nœuds
X	x_1	x_2	x_3	$x_{\bar{n}}$
Y	y_1	y_2	y_3	$y_{\bar{n}}$

b. Tables de connectivité 'conec' :

Ces tables définissent les éléments de 1 à n_{el} par la liste des numéros de ses nœuds géométriques.

éléments					
1	2	e		n_{el}	
1			I_1		
2			I_2		
3			I_3		
\bar{n}			$i_{\bar{n}^e}$		
nœuds					

Ou :

\bar{n}^e est le nombre maximum de nœuds géométriques par élément i_1, i_2, i_3, \dots, i sont les numéros des nœuds de l'élément e .

IV.4.7. La transformation géométrique :

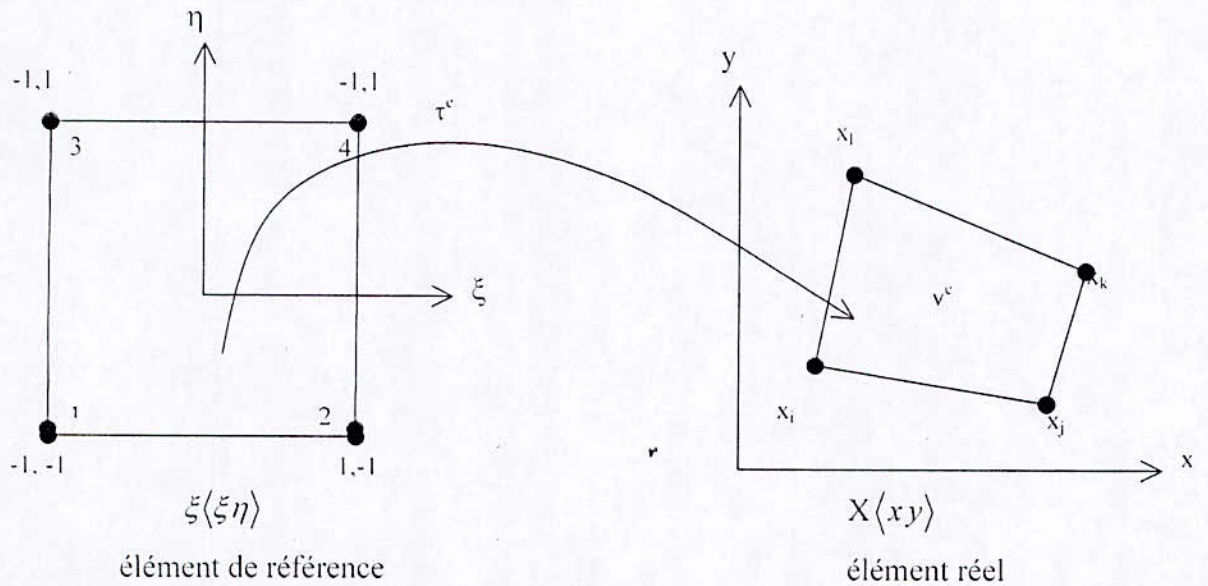


Fig.IV.4 - Transformation de l'élément réel.

Avec l'aide d'une transformation géométrique appropriée un élément de référence de forme simple peut se transformer en un ou plusieurs éléments réels de formes plus complexes, la transformation τ^e définie comme suit :

$$\tau^e : \xi \rightarrow x^e = x^e(\xi, x_i, x_j, x_k, \dots) \tag{IV.6}$$

Ou :

$x_i, x_j, x_k \dots$ Sont les coordonnées des nœuds géométriques qui appartiennent à l'élément e.

Chaque transformation τ^e doit être choisie de domaine à vérifier les conditions suivantes :

- Bijective en tout point ξ situé sur l'élément de référence correspondant.
- Les nœuds géométriques de l'élément de référence correspondant aux nœuds géométriques de l'élément réel.
- Chaque portion de frontière de l'élément de référence correspondant à une portion de frontière de l'élément réel.

IV.4.8. Approximation sur un élément de référence :

$$u(x) = \langle N(x) \rangle \{u_n\} \tag{IV.7}$$

On remplace l'approximation sur l'élément réel par l'approximation correspondante sur l'élément de référence :

$$u_{ex}(\xi) \approx u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{u_n\} \tag{IV.8}$$

$$\begin{Bmatrix} \partial_{,\xi} \\ \partial_{,\eta} \\ \partial_{,\zeta} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} x_{,\xi} & y_{,\xi} & z_{,\xi} \\ x_{,\eta} & y_{,\eta} & z_{,\eta} \\ x_{,\zeta} & y_{,\zeta} & z_{,\zeta} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \partial_{,x} \\ \partial_{,y} \\ \partial_{,z} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.13})$$

Ce que nous noterons :

$$\{\partial_{,\xi}\} = [J]\{\partial_{,x}\} \quad (\text{IV.14})$$

IV.5. FORMULATION DES EQUATIONS STATIQUES DANS LA MEF NOTION DE MATRICE DE RIGIDITE

IV.5.1. Formulation en trois dimensions :

Le traitement de tous problèmes de mécanique passe par l'examen des trois volets suivants :

1. Equilibre.
2. Compatibilité.
3. Loi de comportement.

Considérons l'équilibre au milieu 3D générale suivant :

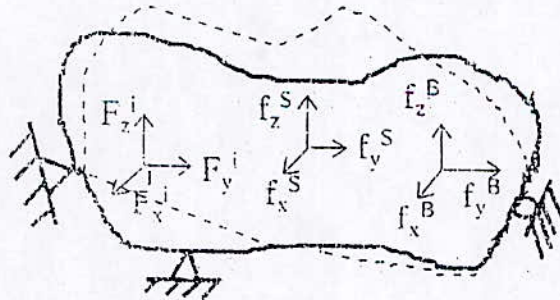


Fig.IV.5

Les composantes de déplacement virtuel :

$$\bar{U} = \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

Les forces extérieures appliquées sur le corps :

$$F^i = \begin{Bmatrix} f_x^i \\ f_y^i \\ f_z^i \end{Bmatrix} \quad F^S = \begin{Bmatrix} f_x^S \\ f_y^S \\ f_z^S \end{Bmatrix} \quad F^B = \begin{Bmatrix} f_x^B \\ f_y^B \\ f_z^B \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.16})$$

Avec :

$$\tau : \xi \rightarrow x(\xi) = [\bar{N}(\xi)]\{x_n\} \quad (IV.9)$$

Ou :

$\langle N(\xi) \rangle$ sont les fonctions d'interpolation sur l'élément de référence.

$\langle \bar{N}(\xi) \rangle$ est la fonction de la transformation géométrique.

• **Définitions :**

- L'approximation est de type C^α : Si $u(x)$ et ses dérivés jusqu'à l'ordre α sont continus.
- Un élément est dit isoparamétrique si $N(\xi) \equiv \bar{N}(\xi)$ et si $N(\xi)$ et $\bar{N}(\xi)$ sont des polynômes différents utilisant les mêmes monômes l'élément est dit pseudo-paramétrique.
- L'élément est dit sub-paramétrique, super-paramétrique si l'ordre de $\bar{N}(\xi)$ inférieur ou égale supérieur ou égale à l'ordre de $N(\xi)$

IV.4.9. Construction des fonctions $N(\xi)$ et $\bar{N}(\xi)$:

Nous proposons dans ce paragraphe une méthode numérique générale valable pour tous les types d'éléments.

• **Choix de la base polynomiale $\langle P(\xi) \rangle$:**

$$u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle \{ \alpha \} \quad (IV.10)$$

L'ensemble de $P_i(\xi)$ constitue la base polynomiale de l'approximation. Son nombre de termes doit être égal au nombre de variables ou de degré de liberté n_d de l'élément.

• **Evaluation de la matrice nodale :**

$$[P_n] = [p_j(\xi_i)] ; i, j = 1, 2, \dots, n_d \quad (IV.11)$$

• **Inversion de la matrice nodale $[p_n]$**

• **Calcul de $\langle N \rangle$ aux points ξ désirés :**

$$\langle N \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1} \quad (IV.12)$$

IV.4.10. Expression de la matrice Jacobienne :

Tous les expressions qui impliquent des dérivées de $u(x)$ en x, y, z sont transformées en dérivées en ξ, η, ζ grâce à la transformation dite matrice Jacobienne $[J]$.

Ou :

f : Forces concentriques.

f' : Forces volumiques

f_s : Forces surfaciques

Soit U le vecteur déplacement :

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (IV.17)$$

Les déformations correspondantes à U sont :

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{yz} \quad \varepsilon_{zx} \rangle \quad (IV.18)$$

Les contraintes correspondant à ξ sont :

$$\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx} \rangle \quad (IV.19)$$

Pour ce faire la détermination des déplacements, déformations et contraintes. Dans la structure sous l'effet du chargement extérieur et les conditions aux limites données, il nous faut préalablement établir les équations d'équilibre. on utilisera le principe de déplacement virtuel :

$$\delta\pi = u - \omega \quad (IV.20)$$

u : Energie de déformation.

ω : Potentiel des charges (travail des charges)

Vecteur des déplacements virtuels :

$$\langle \bar{U} \rangle = \langle \bar{u} \quad \bar{v} \quad \bar{w} \rangle \quad (IV.21)$$

Le principe de travaux virtuels donne :

$$\omega_{interne} = \omega_{externe}$$

donc :

$$\int_V \langle \bar{\varepsilon} \rangle \langle \sigma \rangle dV = \int_V \langle \bar{U} \rangle \langle F' \rangle dV + \int_S \langle \bar{U} \rangle \langle F'' \rangle dS + \sum_i \langle \bar{U} \rangle \langle F' \rangle \quad (IV.22)$$

Dans la méthode des éléments finis, on suppose que le milieu est discrétisé en un ensemble d'éléments. Chaque élément (e) a son propre système de coordonnées.

Le déplacement $\{U\}$ au niveau de l'élément (e) est considéré étant égal à :

$$\{u\} = [N] \{u_N\} \quad (IV.23)$$

Avec :

$[N]$: Matrice d'interpolation des déplacements.

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.24})$$

$\{u_n\}$: Vecteur représente les valeurs nodales inconnues qui sont les déplacements aux nœuds :

$$\{U_n\} = \langle u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \dots \quad u_n \quad v_n \quad w_n \rangle^T \quad (\text{IV.25})$$

Le vecteur de déformations $\{\bar{\varepsilon}\}$ devient :

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= [L] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \\ \{\varepsilon\} &= [L][N]\{u_n\} = [B]\{u_n\} \\ [B] &= [L][N] \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

Avec :

$[B]$: Matrice déformation- déplacement

L'équation (5) peut se réécrire comme suit :

$$\sum_e \langle \bar{\varepsilon} \rangle \{\sigma\} dv = \sum_e \int_v \langle \bar{U} \rangle \{F^v\} dv + \sum_e \int_s \langle \bar{U}^s \rangle \{F^s\} ds + \sum_i \langle \bar{U}^i \rangle \{F^i\} \quad (\text{IV.27})$$

$e=1,2,\dots,n_{el}$: Nombre totale des éléments.

Les différentes intégrations (volume et surface) ont lieu au niveau de chaque élément en référence au système de coordonnées attaché à celui-ci, ainsi le calcul des intégrales peut se faire de manière efficace

(IV.24,26,27) \Rightarrow

$$\langle \bar{u}_n \rangle \left[\sum_e \int_v [B][D][B] dv \right] \{u_n\} = \langle \bar{u}_n \rangle \left[\left\{ \sum_e \int_v [N]^T \{F^v\} dv \right\} + \left\{ \sum_e \int_s [N^s]^T \{F^s\} ds \right\} + \{F^i\} \right] \quad (\text{IV.28})$$

Ou :

$\langle \bar{u}_n \rangle$: Est indépendant de l'élément considéré.

$\{F\}$: Est vecteur des forces extérieures.

$[N^s]$: Matrice d'interpolation des déplacements surfaciques.

La i^{me} composante de $\{F\}$ est une force nodale concentrée correspondant à la i^{me} de.

On obtient :

$$[K]\{U\}=\{F\}$$

Ou :

$\{U\}=\{U_n\}$ Vecteur déplacement

$$\begin{aligned} \{F\} &= \{F_s\} + \{F_v\} + \{F_c\} \\ [K] &= \sum_c \int_{v^c} [B]^T [D] [B] dv \\ \{F_v\} &= \left\{ \sum_c \int_{v^c} [N]^T \{F^v\} dv \right\} \\ \{F_s\} &= \left\{ \sum_c \int_{s^c} [N^s]^T \{F^s\} ds \right\} \\ \{F_c\} &= \{F\} \end{aligned} \quad (IV.29)$$

IV.5.2. Problème plan :

Un problème de l'élasticité plane peut être défini comme suit :

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (IV.30)$$

u et v sont des composantes du déplacement dans le sens x et y .

Le vecteur des déformations $\{\varepsilon\}$ s'écrit :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{Bmatrix} = [L][u] \quad (IV.31)$$

Ou :

$$[L] = \begin{bmatrix} \partial_{,x} & 0 \\ 0 & \partial_{,y} \\ \partial_{,y} & \partial_{,x} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

Si le matériau est linéaire élastique, il obéit à la loi de Hooke qui s'écrit :

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

La matrice $[D]$ diffère selon que c'est un état de contraintes planes ou de déformation planes :

$$[D] = \begin{bmatrix} 1-\nu & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.33})$$

La matrice de déformation $[B]$ s'écrit :

$$[B] = \begin{bmatrix} N_{,x} & 0 \\ 0 & N_{,y} \\ N_{,y} & N_{,x} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.34})$$

CHAPITRE V



METHODES NUMERIQUES

METHODES NUMERIQUES

V.1. INTRODUCTION

La mise en œuvre effective de la méthode des éléments finis nécessite l'utilisation des méthodes numériques variées pour construire les matrices élémentaires et résoudre le système d'équation algébrique qui en résultent par l'assemblage.

Nous présentons tout d'abord la méthode d'intégration numérique utilisée (méthode de Gauss), puis la méthode de résolution de système linéaire globale (méthode d'élimination de Gauss) et les techniques de décomposition.

V.2. INTEGRATION NUMERIQUE**V.2.1. Intégration des monômes sur les éléments de références classiques :****a. Eléments unidimensionnels :**

$$\int_{-1}^1 \xi^i d\xi = \begin{cases} 0 & \text{si } i: \text{impaire} \\ 2/i+1 & \text{si } i: \text{paire} \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

b. Eléments a deux dimensions :**– Elément de référence carré :**

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \xi^i \eta^j = \begin{cases} 0 & i \text{ ou } j \text{ impaires} \\ (i+1)(j+1) & i \text{ et } j \text{ paires} \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

– Elément de référence triangulaire :

$$\int_0^1 \int_0^{1-\xi} \xi^i \eta^j d\xi d\eta = \frac{i! j!}{(i+j+2)!} \quad (\text{V.3})$$

c. Elément à trois dimensions :**– Elément de référence cubique :**

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \xi^i \eta^j \zeta^k d\xi d\eta d\zeta = \begin{cases} 0 & \text{si } i \text{ ou } j \text{ ou } k \text{ impaires} \\ 8/(i+1)(j+1)(k+1) & \text{si } i \text{ et } j \text{ et } k \text{ paires} \end{cases} \quad (\text{V.4})$$

– **Élément de référence tétraédrique :**

$$\int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} \int_0^{\xi+\eta+\zeta} \xi^i \eta^j \zeta^k d\xi d\eta d\zeta = \frac{i! j! k!}{(I+J+K+3)!} \quad (V.5)$$

V.2.2. Intégration des polynômes sur l'élément de référence classique :

V.2.2.1. Élément unidimensionnel (1D) :

La méthode de cross consiste à déterminer les r coefficients w_i et les abscisses ξ_i de manière à intégrer exactement des polynômes d'ordre $m \leq 2r-1$ suivant :

$$y(\xi) = a_1 + a_2 \xi + \dots + a_{2r} \xi^{2r-1} \quad (V.6)$$

Remplaçons l'intégrale de cette fonction polynomiale par une combinaison linéaire de w_i aux points d'intégration.

$$\int_{-1}^1 y(\xi) d\xi = \sum_{i=1}^r w_i y(\xi_i) \quad (V.7)$$

Les abscisses ξ_i sont les racines du polynôme de Legendre d'ordre r .

Le tableau (annexe 1) donne les coefficients w_i et ξ_i des intégrations à 1,2,.....,7 points.

V.2.2.2. Éléments à deux dimensions :

– **Élément de référence carré :**

On utilise dans chaque direction ξ et η une intégration numérique à une dimension, le nombre des points utilisés dans chaque direction (r_1, r_2) pour intégrer exactement les monômes $\xi^i \eta^j$ est donné par :

$$\begin{cases} 0 \leq i \leq 2r_1 - 1 \\ 0 \leq j \leq 2r_2 - 1 \end{cases} \quad (V.8)$$

Donc :

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 y(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} w_i w_j y(\xi_i, \eta_j) \quad (V.9)$$

Les coefficients w_i, w_j et les abscisses ξ_i, η_j sont données dans le tableau (annexe 1).

- **Elément de référence triangulaire :**

Dans ce cas on utilise la méthode d'intégration directe :

$$\int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} y(\xi, \eta) d\xi d\eta \approx \sum_{i=1}^r w_i y(\xi_i, \eta_i) \tag{V.10}$$

Cette formule intègre exactement des monômes $\xi^i \eta^j$ pour lesquels $i+j \leq m$, les abscisses ξ_i, η_i et les coefficients w_i données par le tableau (annexe 2)

V.2.2.3. Intégration numérique à trois dimensions :

- **Elément de référence cubique :**

La méthode 'produit' s'écrit :

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 y(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} \sum_{k=1}^{r_3} w_i w_j w_k y(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \tag{V.11}$$

Les abscisses ξ_i, η_j, ζ_k et les coefficients w_i, w_j, w_k sont données par le tableau (1.annex)

Les nombre r_1, r_2, r_3 utilisé pour intégrer exactement les monômes ξ^i, η^j, ζ^k vérifier :

$$\begin{cases} i \leq 2r_1 - 1 \\ j \leq 2r_2 - 1 \\ k \leq 2r_3 - 1 \end{cases} \tag{V.12}$$

- **Elément de référence tétraédrique :**

La méthode directe s'écrit :

$$\int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} \int_0^{1-\xi-\eta-\zeta} y(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^r w_i y(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \tag{V.13}$$

Avec :

$$i+j+k \leq m$$

Les abscisses ξ_i, η_i, ζ_i et les coefficients w_i sont données par le tableau (3.annex) .

V.2.3. Choix du nombre de points d'intégration :

Le choix du nombre de points d'intégration dépend du type d'élément utilisé et de la matrice élémentaire que l'on construit [k]. En pratique on choisit le plus souvent un nombre de points aussi faible que possible pour diminuer le volume de calcul, l'expérience à montrer que l'intégration réduite peut donner de meilleurs résultats que l'intégration exacte. par contre

il existe, pour chaque type d'élément, un nombre minimum de points d'intégration en-dessous duquel la matrice $[k]$ reste singulière malgré l'introduction des conditions aux limites.

Pour que la matrice $[k]$ ne soit pas singulière, le nombre total de points d'intégration doit être supérieur ou égale au nombre d'inconnues du problème, compte tenu des conditions aux limites.

V.3. RESOLUTION DE SYSTEME D'EQUATION ALGEBRIQUE LINEAIRE

L'assemblage des matrices élémentaires $[k]$ conduit à un système de forme.

$$[k]\{U_n\}=\{F\} \quad (V.14)$$

La grande majorité des programmes actuels utilisent des méthodes directes dérivées de la méthode « d'élimination de Gauss » car elles nécessitent en générale beaucoup moins d'opérations que les méthodes itératives.

V.3.1. Méthode de Gauss :

Elle est constituée de deux étapes :

a. Triangularisation de la matrice $[k]$:

Elle consiste à éliminer successivement les inconnues $U_s, s=1, 2, \dots, n-1$ dans les équations $s+1$ à n en utilisant l'équation (s)

$$U_s = (1/K_{ss})(F_s - K_{s,s+1}U_{s+1} - \dots - K_{s,n}U_n) \quad (V.15)$$

On reporte l'expression de U_s dans les équations $(s+1), (s+2), \dots, (n)$; Les termes modifiés étant :

$$\begin{cases} K_{ij}^s = K_{ij}^{s-1} - CK_{sj}^{s-1} \\ F_i^s = F_i^{s-1} - CF_i^{s-1} \\ C = K_{is}^{s-1} / K_{ss}^{s-1} \end{cases} \quad (V.16)$$

Pour $i, j = s+1, s+2, \dots, n$

Après l'élimination successive des inconnues U_1, U_2, \dots, U_{n-1} la matrice $[K]$ est triangulaire supérieure. le système final triangulaire s'écrit :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ 0 & K_{22}^1 & \dots & K_{2n}^1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & K_{nn}^{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot \\ U_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2^1 \\ \cdot \\ F_n^{n-1} \end{Bmatrix} \quad (V.17)$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} & s \\ 0 & \end{bmatrix} \{U_n\} = \{F'\} \quad (\text{V.18})$$

NB : L'algorithme de triangularisation ne fonctionne plus si en cours de triangularisation le pivot K_{ss} est nul. Il faut alors échanger la ligne s avec autre ligne $i > s$ telle que $K_{is} \neq 0$

b. Résolution du système triangulaire supérieur :

La résolution se fait à partir de la dernière équation, en calculant successivement U_n, U_{n-1}, \dots, U_1 comme suit :

$$\begin{cases} U_n = S_{nn}^{-1} F'_n \\ U_{n-1} = S_{n-1,n-1}^{-1} [F'_{n-1} - S_{n-1,n} U_n] \\ U_1 = S_{11}^{-1} [F'_1 - \sum_{j=2}^n S_{1j} U_j] \end{cases} \quad (\text{V.20})$$

V.3.2. Décomposition :

V.3.2.1. Forme de Doolittle : $[K] = [L][S]$

La reformulation matricielle des opérations de l'élimination de Gauss permet de montrer qu'en fait la méthode de Gauss décompose $[K]$ sous la forme :

$$[K] = \begin{bmatrix} & 0 \\ L & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix} = [L][S] \quad (\text{V.21})$$

Cette décomposition de $[K]$ dite de Doolittle, les étapes de calcul de $[L]$ et $[S]$ sont les suivantes :

– Calcul de $[S]$:

$$[S] = [l^{n-1}] [l^{n-2}] \dots [l^s] \dots [l^1] [K] \quad (\text{V.22})$$

Avec :

$$[l^s] = [l] + \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \dots 0 \\ \dots \dots \dots \\ 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots -l_{s+1,s} \dots 0 \\ \dots \dots \dots \\ 0 \dots -l_{n,s} \dots 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.23})$$

Où :

[I] : Est la matrice unité

Les éléments l_{is} données par :

$$l_{is} = \frac{K_{is}^{s-1}}{K_{ss}^{s-1}} \quad (V.24)$$

Pour $i=s+1, n$

- Calcul de [L] :

Elle est donnée par :

$$[L]=[L^1][L^2] \dots [L^{n-1}] = [l^1]^{-1} [l^2]^{-2} \dots [l^{n-1}]^{-1} \quad (V.25)$$

V.3.2.2. Forme LDU :

Décomposons [s] en le produit d'une matrice diagonale [D] et d'une matrice triangulaire supérieure à coefficients diagonaux unités [U].

$$[S] = \begin{bmatrix} D & \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (V.26)$$

Les éléments de [L] et [D] est donnés par :

$$\begin{cases} U_{ii} = 1 \\ U_{ji} = s_{ji} / s_{ii} & j > i \\ D_{ii} = S_{ii} \end{cases} \quad (V.27)$$

Alor :

$$[K]=[K][D][U] \quad (V.28)$$

V.3.2.3. Forme de Crout :

Pour les matrices symétriques $[K]=[K]^T$

D'où :

$$[U]=[L]^T \quad (V.29)$$

Alors :

$$[K]=[L][D][L]^T \quad (V.30)$$

V.3.2.4. Forme de Choleskey :

Lorsque $[k]$ est définis positive ($S_{ii} > 0$) nous pouvons écrire la matrice $[K]$ sous la forme de Cholesky :

$$[K] = [L_c][L_c]^T \quad (V.31)$$

Avec :

$$[L_c] = [L] \begin{bmatrix} & & 0 \\ & \sqrt{s_{ii}} & \\ 0 & & \end{bmatrix} \quad (V.32)$$

LES TECHNIQUES DE PROGRAMMATION

VII. INTRODUCTION

Les auteurs ont voulu offrir au lecteur le langage de programmation pour les ordinateurs, un langage de programmation cohérent, mais surtout de qualité, des algorithmes adaptés, d'un système stable et évolutif.

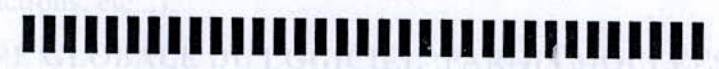
Le langage est écrit en langage FORTRAN, un langage d'ordinateurs, 1955, sur un ordinateur de type IBM RS/6000 modèle 41P.

Le langage est écrit en langage FORTRAN, un langage d'ordinateurs, 1955, sur un ordinateur de type IBM RS/6000 modèle 41P.

Caractéristiques des ordinateurs et secteurs d'application, puis une description de l'ordinateur.

Présentation du langage de programmation, aux limites de la programmation.

CHAPITRE VI



VII. INTRODUCTION

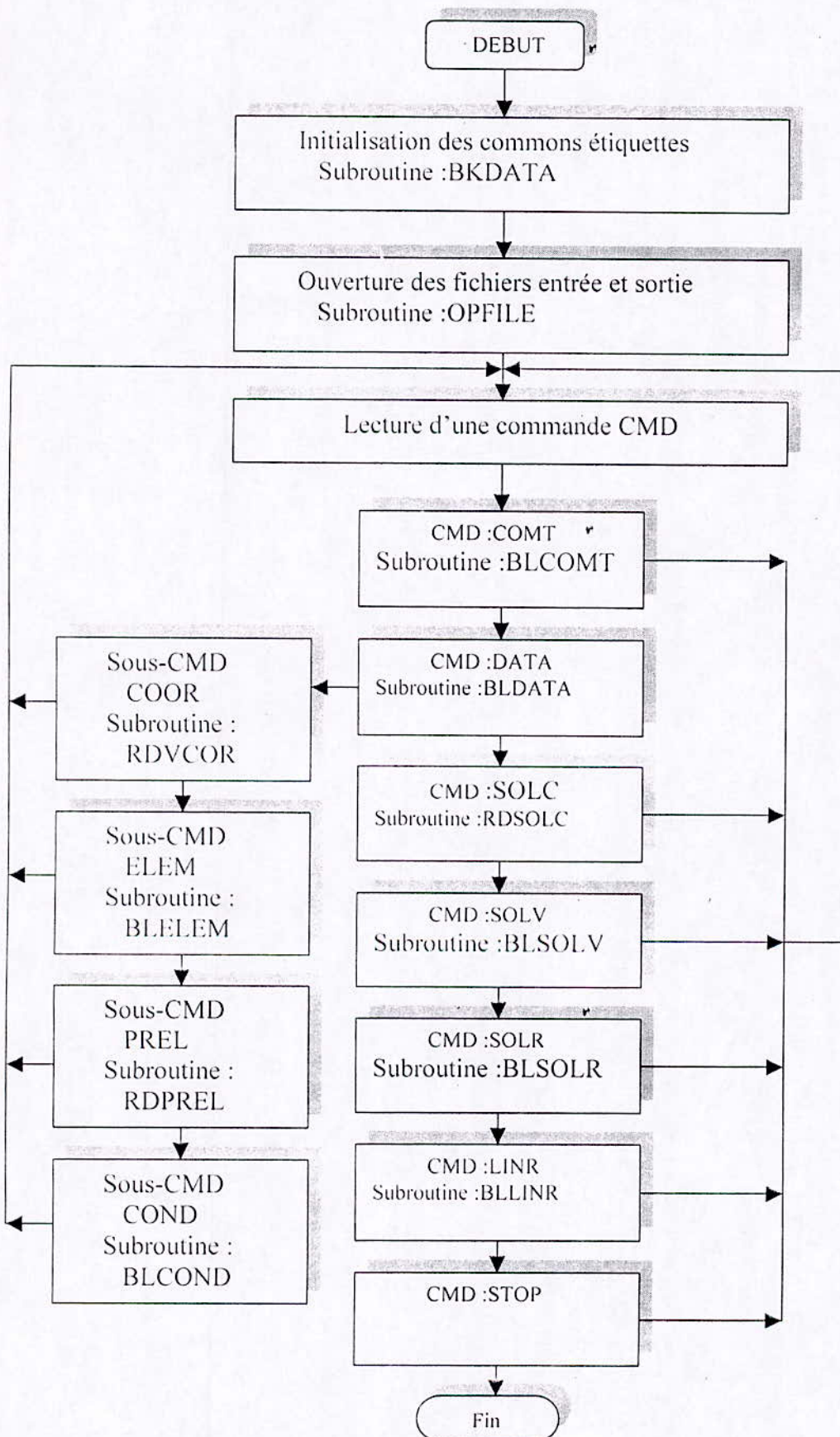
Les auteurs ont voulu offrir au lecteur le langage de programmation pour les ordinateurs, un langage de programmation cohérent, mais surtout de qualité, des algorithmes adaptés, d'un système stable et évolutif.

2.1. Les données initiales

LES TECHNIQUES DE PROGRAMMATION



2.2. Organigramme du programme principal :



2.3. Fonctions et organigrammes des subroutine constituant le programme principal :

2.3.1. Subroutine BKDATA :

Cette subroutine permet d'initialisé les variables communs étiquetés.

2.3.2. Subroutine OPFILE :

Cette subroutine permet d'ouvrir le fichier de donnée(FINP) et le fichier de sortie (FOUT).

2.3.3. Subroutine BLCOMT :

Cette subroutine permet de lire sur le fichier d'entrée les commentaires qui seront imprimés sur le fichier de sortie.

2.3.4. Subroutine BLDATA :

C'est le programme principal de lecture des données et de construction des tables et des vecteurs utilisés dans les calculs : l'ordre dans lequel les données sont lues et le suivant :

- Cordonnées nodales.
- Nombre de degrés de libertés de chaque nœud et propriétés nodales. (On a des nœuds de même nombre de degrés de libertés).
- Numéro du type de chaque élément.
- Propriétés élémentaires : pour chaque groupe on a les propriétés physiques suivants :

- 1.Type de problème.
- 2.Modèle d'élasticité E.
- 3.Module de poisson ν .
- 4.Angle de frottement ϕ .
- 5.Cohésion C.
- 6.Epaisseur e.
- 7.Masse volumique du matériaux ρ .

- Conditions aux limites

2.3.5.Subroutine RDSOLC :

Elle permet la lecture des vecteurs des forces nodales et les nœuds concernées.

2.3.6.Subroutine BLSOLV :

Elle permet le calcul des sollicitations volumiques.

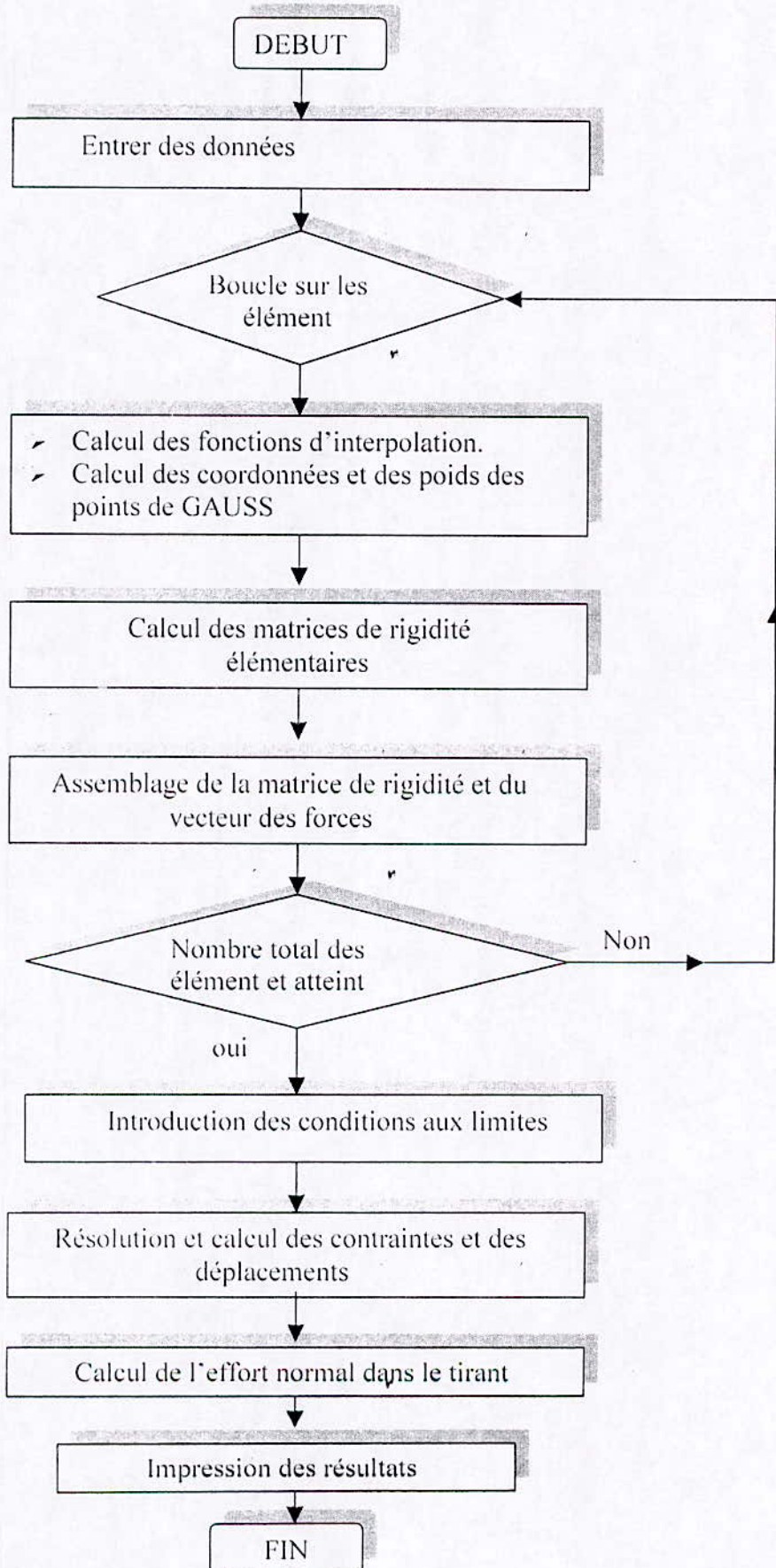
2.3.7.Subroutine BLSOLR :

Elle permet le calcul du vecteur des forces dues aux sollicitations réparties indépendant des conditions aux limites.

2.3.8.Subroutine BLLINR :

Bloc de résolution d'un problème linéaire

• Organigramme :



CHAPITRE VII



APPLICATION

APPLICATION

VII.1. INTRODUCTION

Notre travail consiste à déterminer le comportement d'une paroi moulée par les différentes méthodes de calcul.

Premièrement, nous allons présenter le calcul avec les méthodes de calcul classiques en plasticité. Ensuite nous présentons les résultats obtenues par chaque méthode de calcul. Après ça, nous allons étudier le problème avec la méthode des éléments finis, ensuite nous présentons les résultats de cette méthode.

Enfin nous comparerons globalement les résultats des divers calculs, pour tirer les conclusions.

VII.2. CALCUL AVEC LES METHODES CLASSIQUES

Dans la figure (VII.1) on trouve tous les paramètres nécessaires pour un calcul classique de la paroi.

Dans cette étape de calcul nous avons traité

- Cas d'une paroi non ancrée
- Cas d'une paroi ancrée

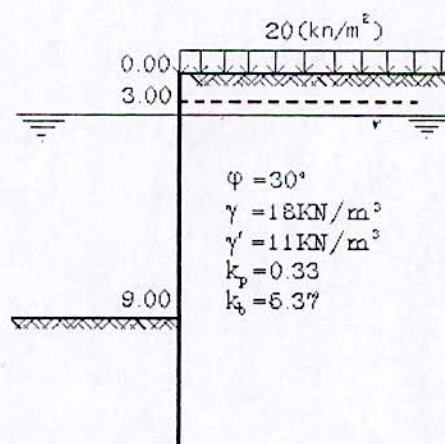


Fig. VII.1- Représentation du problème.

VII.2.1. Paroi non ancrée :

Pour cela on utilise la théorie classique de calcul des parois non ancrées.

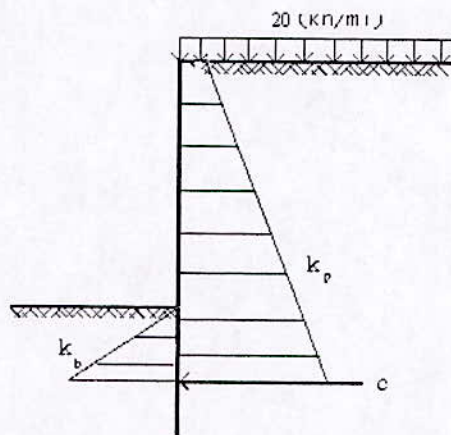


Fig.VII.2-Théorie classique de calcul.

Le calcul que nous avons fait a donné les résultats suivants :

- Fiche égale à 9.31m
- Force de la contre-butée égale à 1052.1KN/ml.
- Moment maximal égal à 1706.4KN/ml.

La figure ci-dessous représente notre cas de calcul :

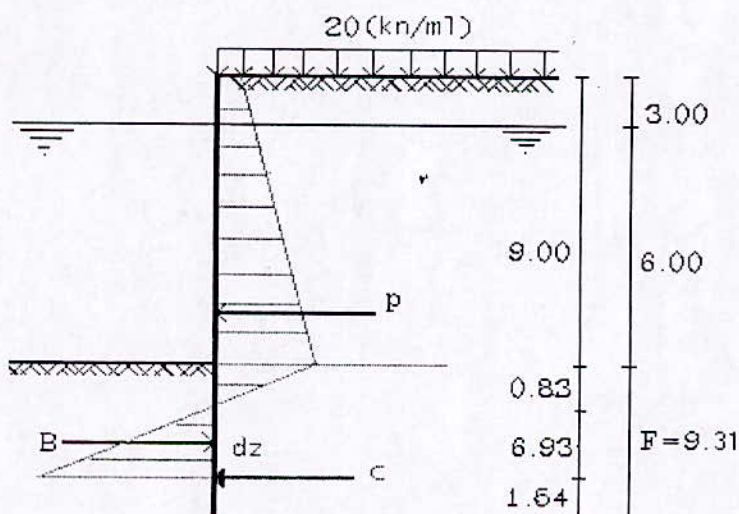


Fig.VII.3- Diagramme de pression des terres.

VII.2.2. Paroi ancrée :

Dans ce cas de calcul on utilise la méthode classique de Blum.

• **Schéma de calcul :**

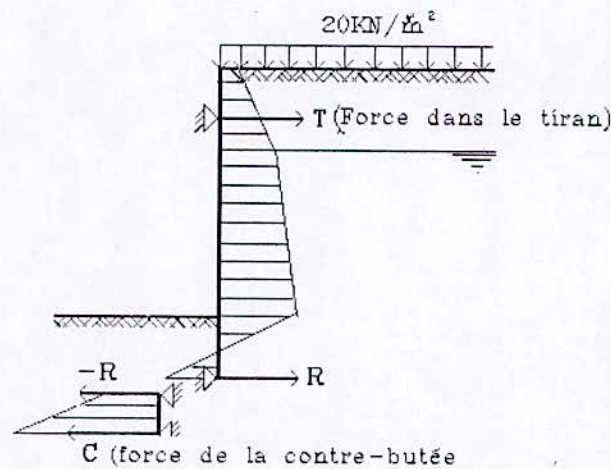


Fig.VII.4- Poutre équivalente (Blum).

Le calcul avec cette méthode du problème traité a conduit aux résultats suivants :

- Fiche égale à 4.37m.
- Moment maximal égale à 290kN/ml.
- Effort dans le tirant égal à 146.7kN/ml.

VII.3. CALCUL PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

VII.3.1. Présentation du problème :

Le calcul dont nous présentons les résultats a été fait avec un même programme pour tous les cas de cette étude. Pour l'étude du problème que nous traitons, on a choisi un maillage de 43.5 m et 21.0 m de hauteur, avec des conditions aux limites conventionnelles.

Un nombre de 419 éléments a été considéré suffisant pour les nécessités, du problème d'une part pour être fidèle à l'hypothèse classique et d'autre part, pour être suffisamment loin de la zone influencée par les déformations.

La profondeur de l'excavation étant donnée (9.0 m), nous avons fait trois calculs différents en conduisant la fiche du rideau à 3.0m 5.0m et 7.0m successivement.

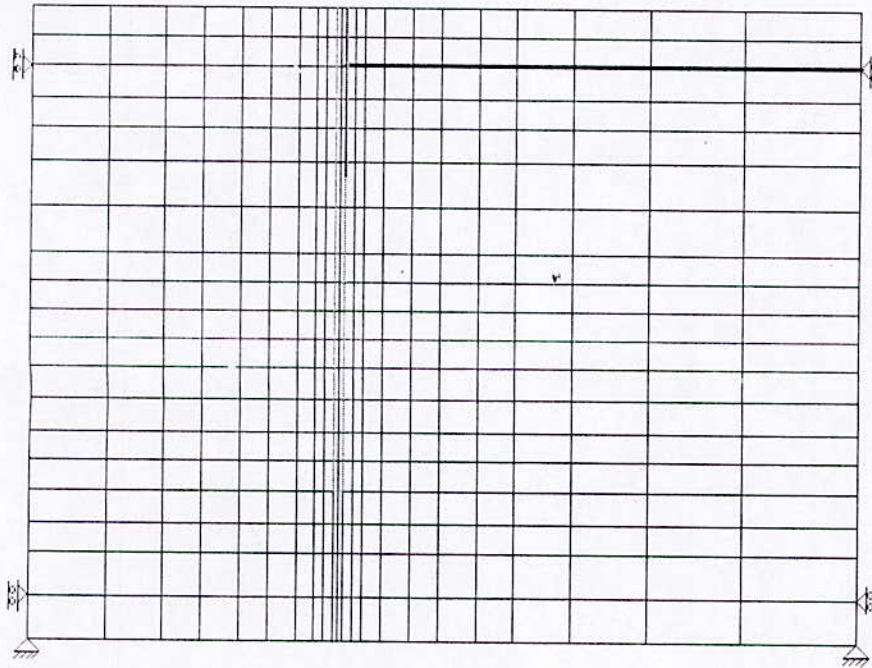


Fig.VII.5- Le maillage utilisé

Le calcul a été fait en déformations planes. Les diverses phases de l'excavation correspondent aux couches du maillage jusqu'au niveau du fond de la fouille ($H=9$ m). la dernière phase correspond à l'application de la surcharge de 20KN/ml .

On utilise un maillage avec éléments quadrilatères à 8 nœuds.

- Paramètres physiques :

Les paramètres nécessaires de sol pour la lois rhéologique utilisée ont été choisis seulement à partir des valeurs des φ , c et γ ayant les valeurs suivantes.

$$\varphi=30^\circ \quad c=0 \quad \gamma=18\text{kN/m}^3 \quad \gamma'=11\text{Kn/m}^3$$

la loi rhéologique contraintes-déformations développée par Duncan et Chang tient assez sommairement du comportement réel des sol pendant et après sa rupture, pour cela nous avons utilisés le module d'élasticité initial E_i (figure) donnée par la relation suivante :

$$E_i=K_m p_a (\sigma_3/P_a)^{11}$$

Ou :

$K_m \eta$: Sont des coefficients qui dépends du sol.

P_a : Pression atmosphérique.

$$Pa=103.3 \text{ KN/m}^3$$

$$K_m \approx 600 \text{ à } 1200$$

$$\eta=0.5 \text{ (Pour les sables).}$$

Donc nous avons utilisés 4 module d'élasticité différent pour les 4 étapes d'excavation, dont la valeur de σ_3 pour chaque étape à été calculée à mi couche (une valeur moyenne).

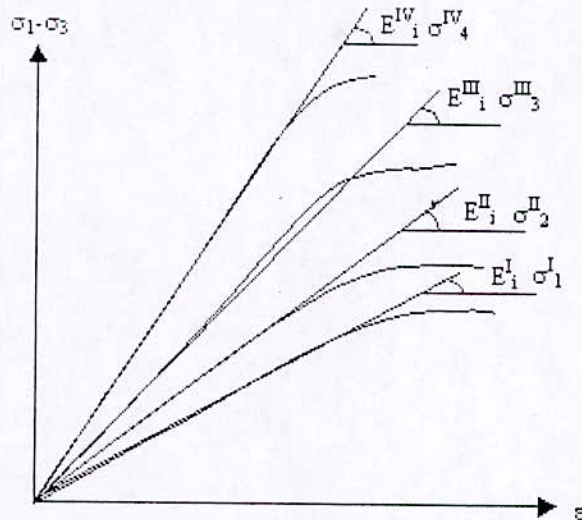


Fig. VII.6

On obtient les valeurs suivants :

- 1^{er} Etape d'excavation $E = E_I^I = 36000 \text{ kN/m}^2$

CheckBox1

- 2^{ème} Etape d'excavation $E = E_I^{II} = 42500 \text{ kN/m}^2$
- 3^{ème} Etape d'excavation $E = E_I^{III} = 45000 \text{ kN/m}^2$
- 4^{ème} Etape d'excavation $E = E_I^{IV} = 45000 \text{ kN/m}^2$

les caractéristique physiques de la paroi sont donnés par :

$$\text{la masse volumique } \rho = 25 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{Le module d'élasticité } E = 25000 \text{ MPa}$$

le coefficient de poisson $\nu = 0.3$ dans tous les cas pour tous les matériaux.

Le tirant d'ancrage à été simulé par un élément qui se comporte comme une barre, avec :
 $E.S' = 2.1 \cdot 10^6 \text{ KN/m}^2$.

Remarque :

L'utilisation de telle loi rhéologique ou propriété physique de matériaux, conduit souvent pour une méthode de calcul à des résultats différentes et par fois contradictoires.

Le but de cette étude qui suit est de contribuer une meilleure compréhension du comportement statiques des parois moulées durant après la réalisation (évaluation de la

répartition des pressions appliquées sur la paroi, moment fléchissant et la déformation horizontale pour chaque étape d'excavation, on prend en compte 3 fiche différentes (3m, 5m, 7m).

VII.3.2. Les étapes de calcul :

VII.3.2.1. Première étape de calcul :

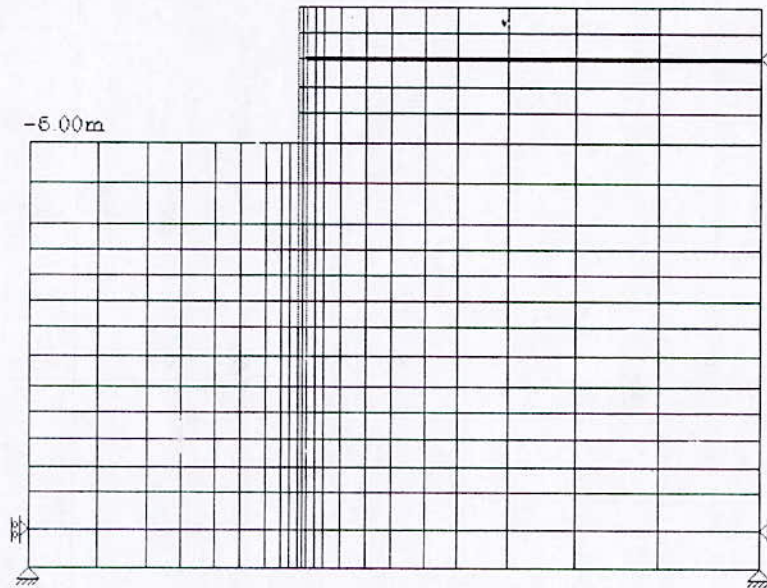


Fig. VII.7- Maillage de la 1^{ère} étape de calcul.

Déplacements horizontaux de la paroi pour
des fiches de 3m 5m 7m
Etape n°1

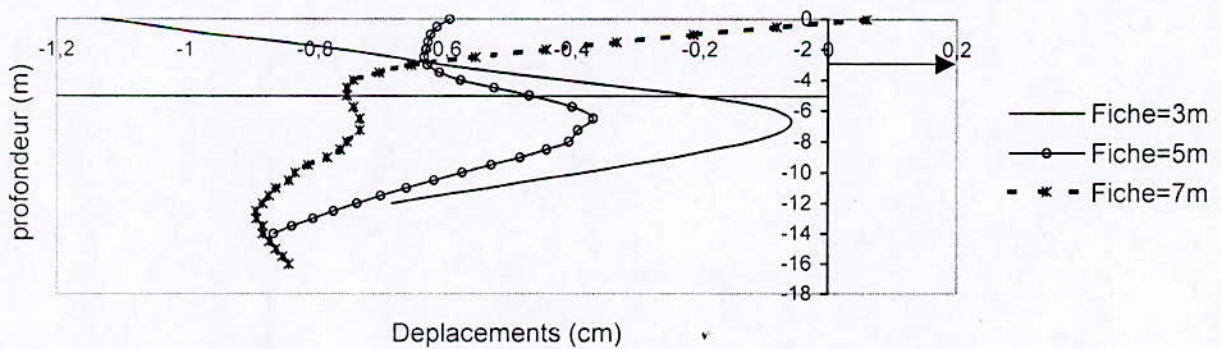
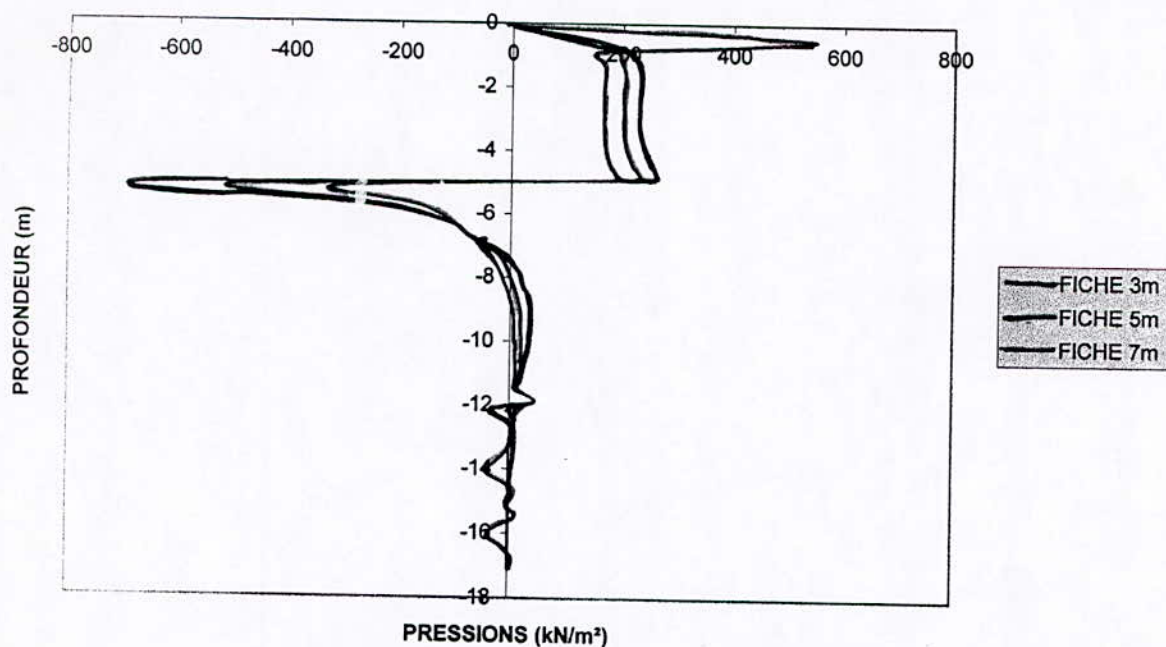
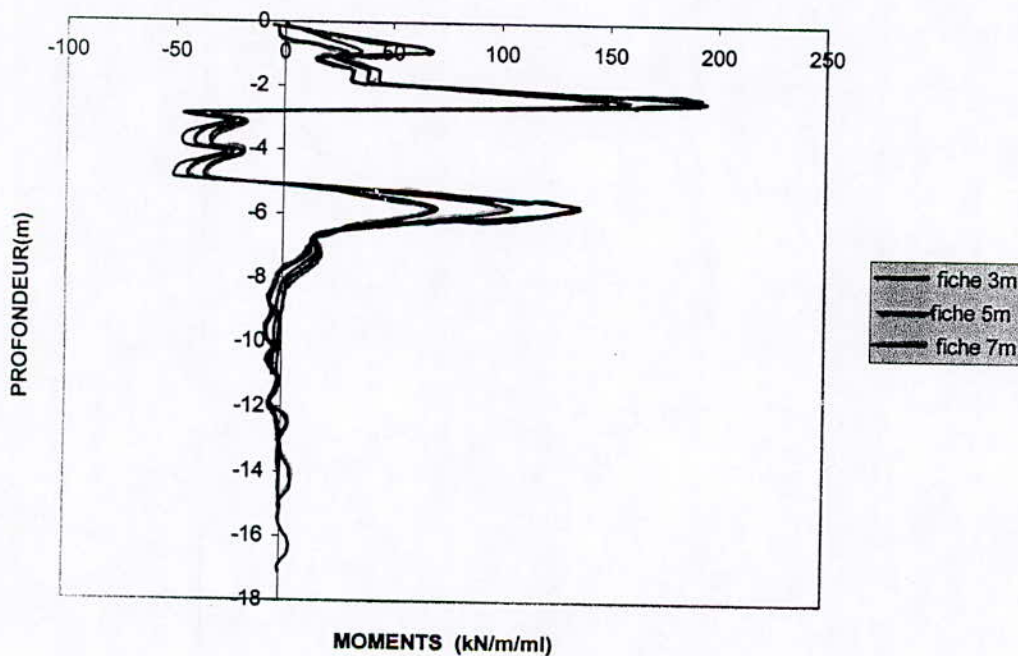


Fig. VII.8- Déplacement horizontal de la paroi

REPARTITION DES PRESSIONS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N°1



REPARTITION DES MOMENTS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N° 1



VII.3.2.2. Deuxième étape de calcul :

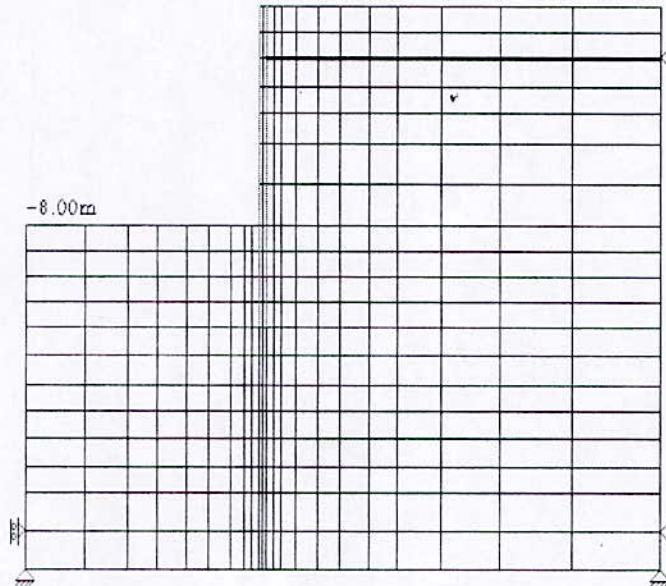


Fig. VII.9- Maillage de la 2^{ème} étape.

Déplacements horizontaux de la paroi pour
des fiches de 3m 5m 7m
Etape n°2

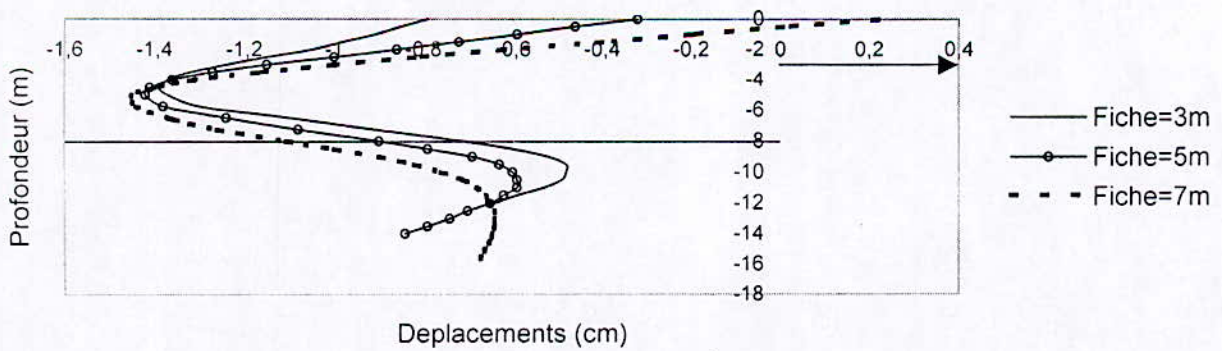
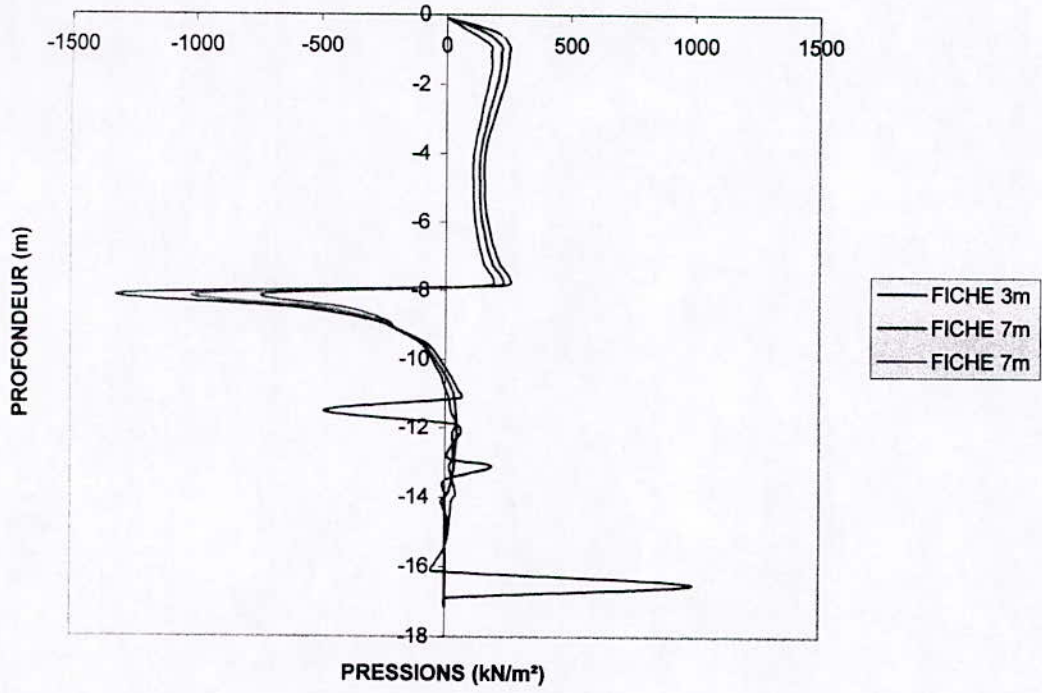
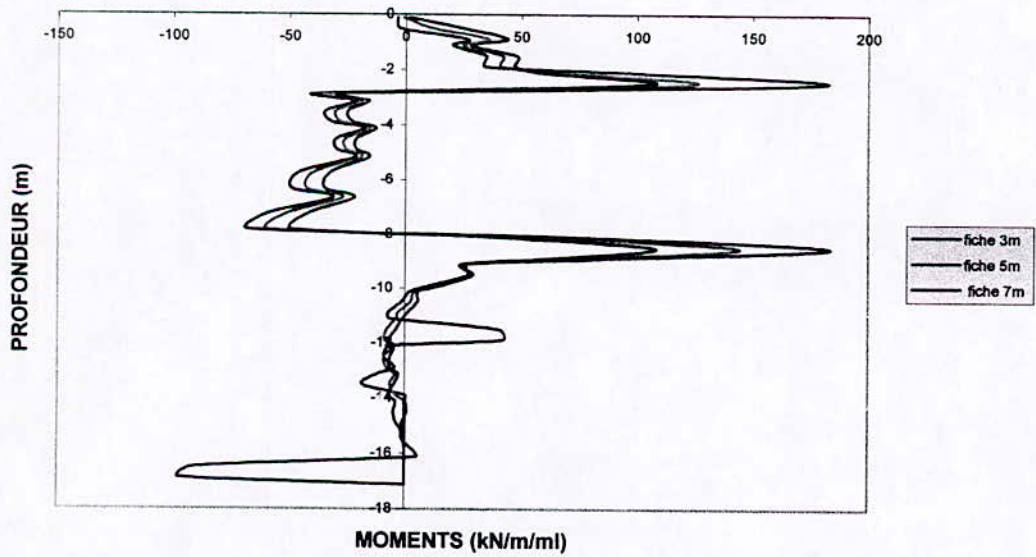


Fig. VII.10- Déplacement de la paroi.

REPARTITION DES PRESSIONS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N°2



REPARTITION DES MOMENTS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N°2



VII.3.2.3. Troisième étape de calcul :

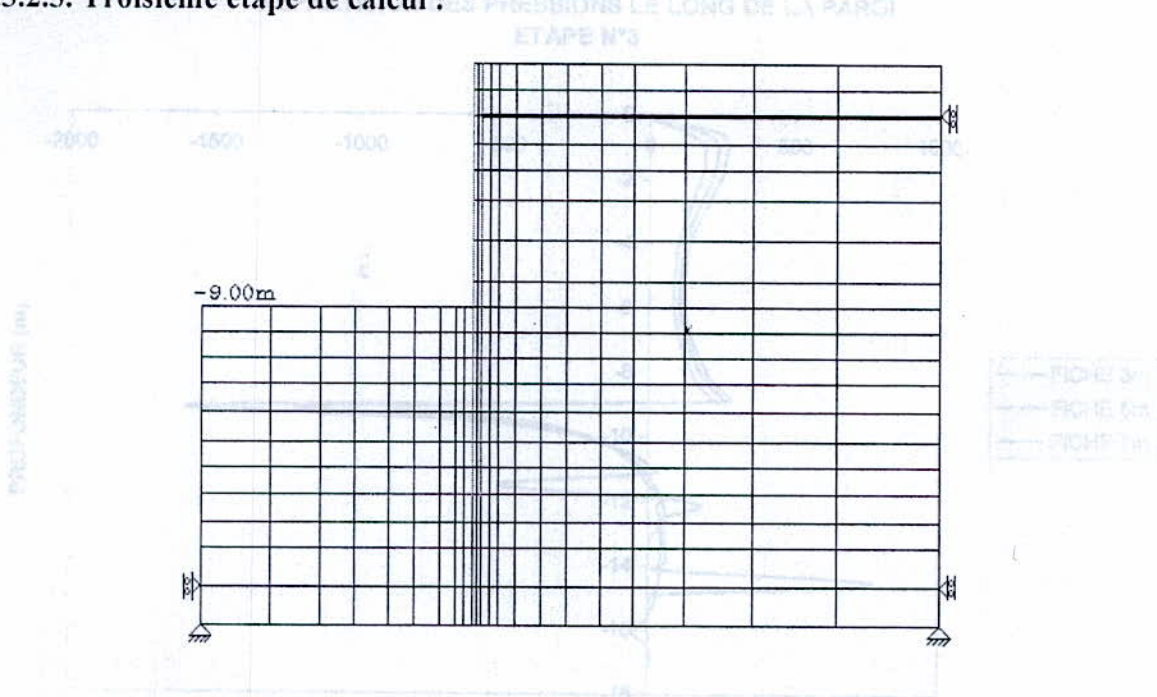


Fig. VII.11- Maillage de la 3^{ème} étape.

Déplacements horizontaux de la paroi pour
des fiches de 3m 5m 7m
Etape n°3

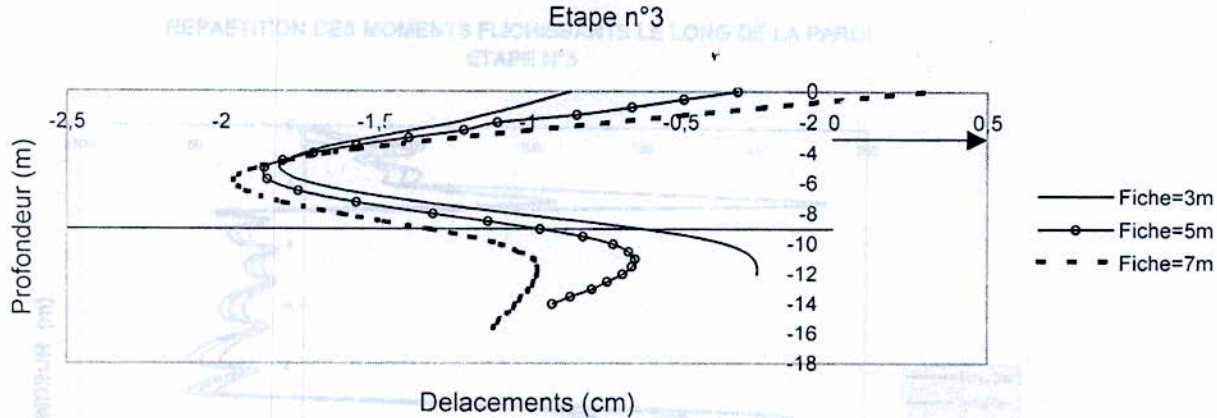
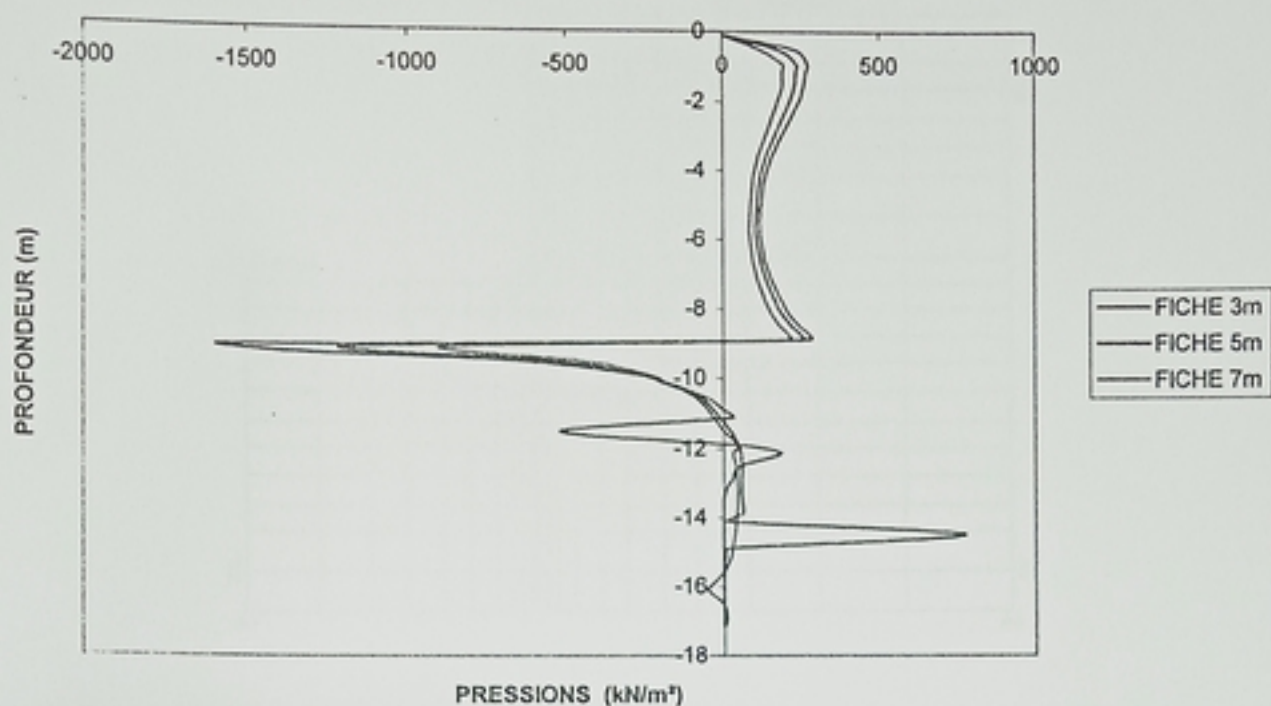
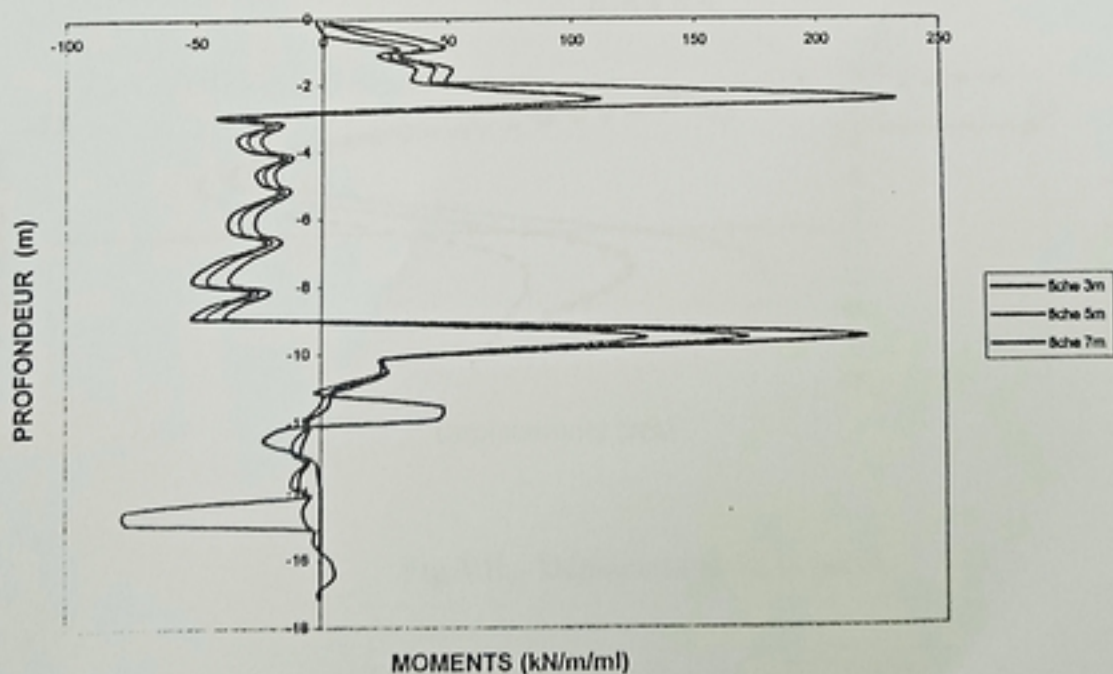


Fig. VII.12- Déplacement de la paroi.

REPARTITION DES PRESSIONS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N°3



REPARTITION DES MOMENTS FLICHISSANTS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N°3



VII.3.2.4. Quatrième étape de calcul :

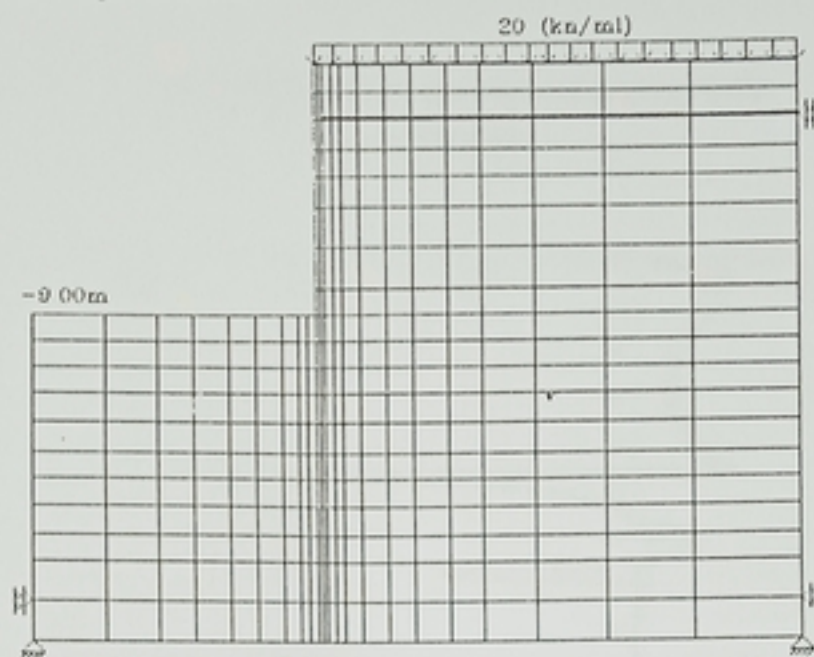


Fig. VII.9- Maillage de la 4^{ème} étape.

Déplacements horizontaux de la paroi pour
des fiches de 3m 5m 7m
Etape n°4

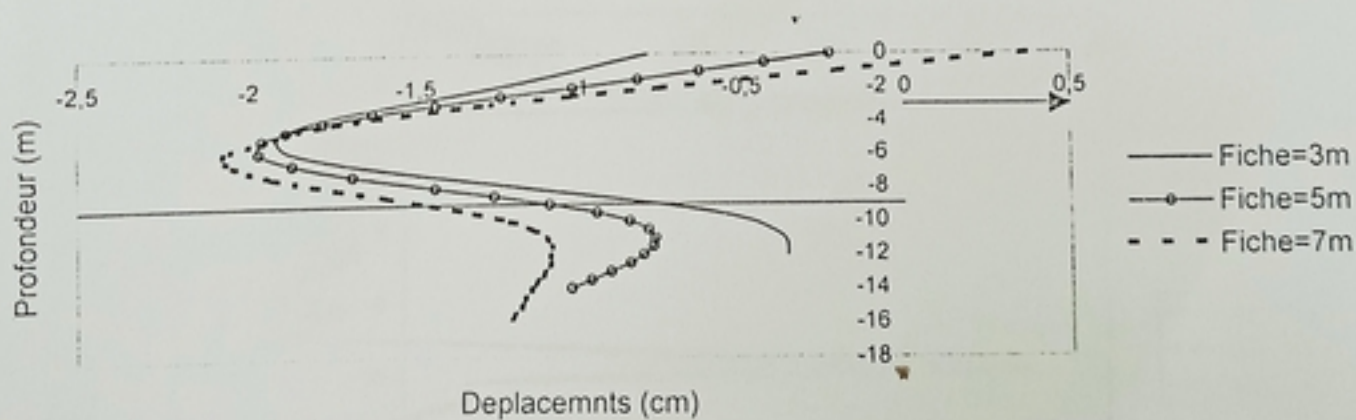
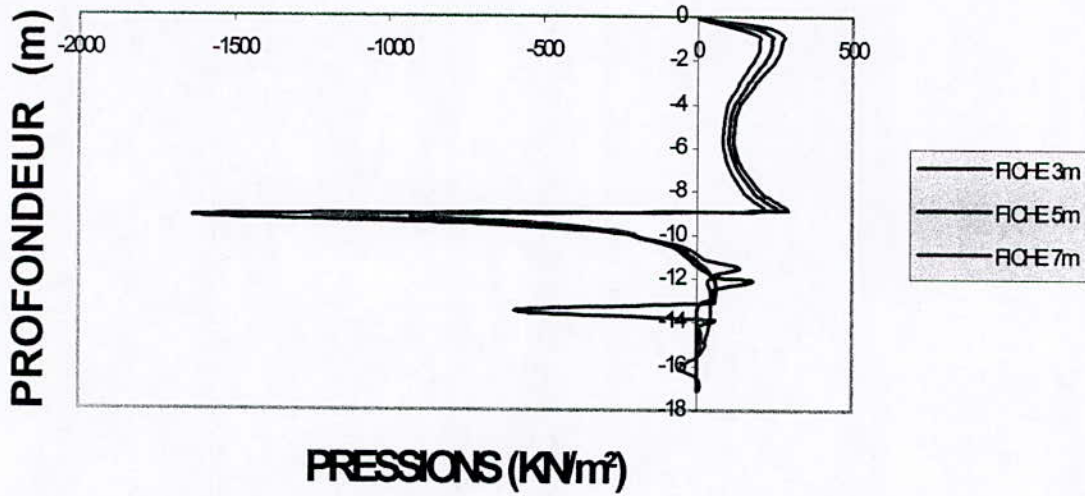
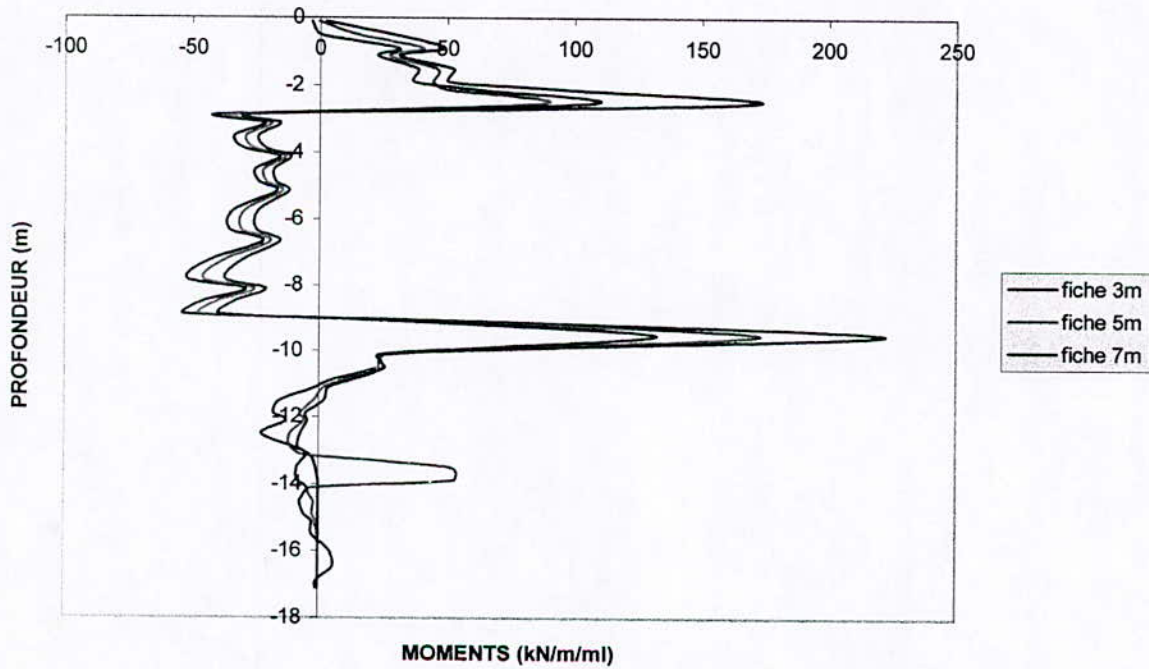


Fig.VII.- Déplacement de la paroi.

REPARTITION DES PRESSIONS LE LONG DE LA PAROI
ETAPEN°4



REPARTITION DES MOMENTS LE LONG DE LA PAROI
ETAPE N°4



VII .4. INTERPRETATION DES RESULTATS

D'après les résultats qu. on trouve dans l'application qui concerne une paroi non ancrée calculée avec la méthode classique et l'application qui concerne une paroi ancrée calculée par la méthode classique de Blum, on remarque que la longueur de la fiche dans la paroi ancrée est de 4.37m . Cette quantité fait la moitié que celle de la paroi non ancrée .

De même pour le moment maximal ,on trouve un très grand moment dans le cas d'une paroi non ancrés.

	Longueur de la fiche (m)	Moments fléchissants max kN/ml
Paroi non ancrée	9.31	1706.4
Paroi ancrée	4.37	290

Donc cette application justifie le rôle important de tirant d'ancrage dans la stabilité des parois moulées.

- **Effort dans le tirant :**

La méthode de Blum donne un effort dans le tirant de valeur 146.7 kN/ml pour une fiche égale à 4.37m.

D'autre part, l'application de la méthode des éléments finis permet de déterminer l'effort dans le tirant d'ancrage pour les trois différentes fiches de chaque étape d'excavation.

Le tableau ci-dessous regroupe les valeurs de cet effort :

	1 ^{ère} étape	2 ^{ème} étape	3 ^{ème} étape	4 ^{ème} étape
Fiche=3m	59.13	82.11	96.81	98.6
Fiche=5m	48.62	67.11	78.84	79.5
Fiche=7m	34.58	47.99	57.85	58.4

Tableau VII-2.Effort dans le tirant en kN.

On remarque que l'effort dans le tirant augmente lorsque la longueur de la fiche diminue, ceci est admissible physiquement parce que la paroi devient encastrée mieux lorsque la longueur de la fiche augmente, voir la figure (VII .1).

D'autre part l'effort dans le tirant augmente lorsque on passe d'une étape à l'autre à cause de l'augmentation de la poussée sur l'écran au fur et à mesure de l'excavation de la fouille et la présence de la surcharge dans le coté amont.

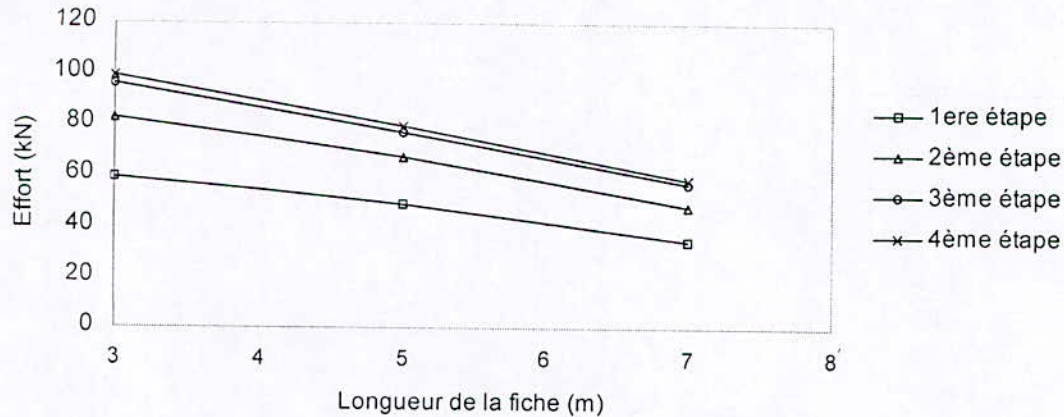


Fig. VII.15- Effort d'ancrage

L'effort d'ancrage obtenue par la méthode de Blum diverge à l'autre qu'il a été obtenue par la méthode des éléments finis, parce que cette dernière travaille en élasticité par contre la méthode de Blum travaille dans un état d'équilibre limite (état plastique).

- **Déformation :**

En ce qu'il concerne la déformation horizontale de la paroi et d'après les résultats obtenue par la méthode des éléments finis on remarque :

- que les déformations atteint des valeurs maximales entre le niveau de tirant d'ancrage et le fond de fouille.
- Le déplacement au niveaux de l'ancrage augmente lorsque la fiche diminue.
- La déformation maximal devient plus important lorsque la paroi a une fiche plus long parce que la flexibilité varier proportionnellement avec la longueur totale de la paroi.
- On remarque aussi que la déformation horizontale augmente lorsque on passe d'un état d'excavation à l'autre.

Pour éclairer mieux ces observations on donnera les deux tableaux suivants :

	1 ^{ère} étape	2 ^{ème} étape	3 ^{ème} étape	4 ^{ème} étape
Fiche=3m	-1.13	-1.39	-1.81	-1.92
Fiche=5m	-0.86	-1.41	-1.85	-1.97
Fiche=7m	-0.89	-1.45	-1.96	-2.073

Tableau .VII.3- Déplacement maximal de la paroi

	1 ^{ère} étape	2 ^{ème} étape	3 ^{ème} étape	4 ^{ème} étape
Fiche=3m	-0.73	-1.01	-1.22	-1.25
Fiche=5m	-0.62	-1.84	-0.98	-1.02
Fiche=7m	-0.41	-0.55	-0.73	-0.74

Tableau VII.4 – Déplacement horizontal de la paroi au niveau de tirant

La représentation graphique de la variation des déplacements maximums au milieu de la paroi et le déplacement au niveaux de tirant d'ancrage en fonction de la longueur de la fiche et de l'étape d'exécution donnée par les deux figures suivants :

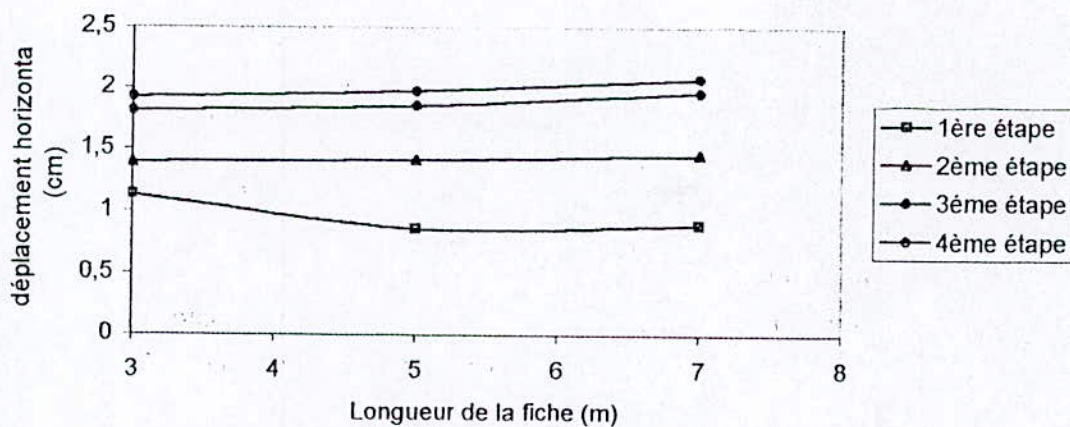


Fig. VIII.16- Déplacement maximal en fonction de la longueur de la fiche et l'étape d'excavation.

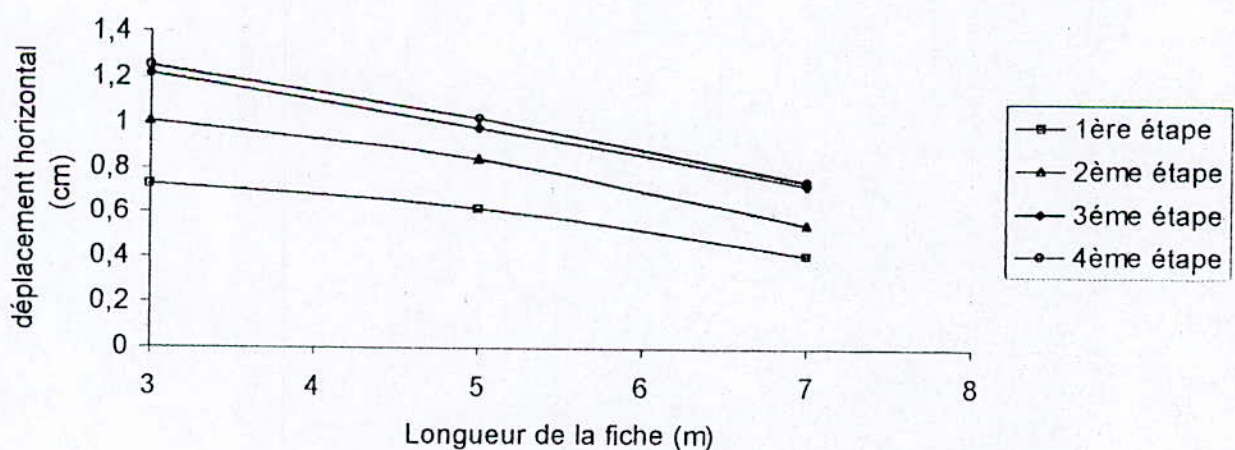


Fig. VIII.17- Déplacement de la paroi au niveau de tirant d'ancrage en fonction de la longueur de la fiche et l'étape d'excavation.

- **La pression :**

L'utilisation de la méthode des éléments finis, nous permet de connaître la répartition des pressions le long de la paroi, cette répartition est généralement à la même forme pour tous les étapes d'excavation, mais leur grandeur diffère.

Il est remarquable que le diagramme de la répartition des pressions le long de la paroi est décomposé en trois parties essentielles (voir la figure VII.18) :

- La partie située entre la tête de la paroi et le fond de fouille, elle subit à une pression de la poussée, cette pression augmente pour un état d'excavation quelconque lorsque la fiche diminue.

Au dessous de fond de fouille on remarque que la répartition se décompose en deux parties :

- Une partie supérieure subit à des pressions de la butée, cette butée augmente lorsque la partie au-dessous du fond de fouille diminue pour assurer l'équilibre de la paroi.
- Une partie inférieure subit à une pression stabilisatrice dans le même sens de la poussée, dit contre butée.

D'une manière générale les allures représentant les pressions agissant sur la paroi déterminées par la M.F.F sont différentes à celle de la théorie classique.

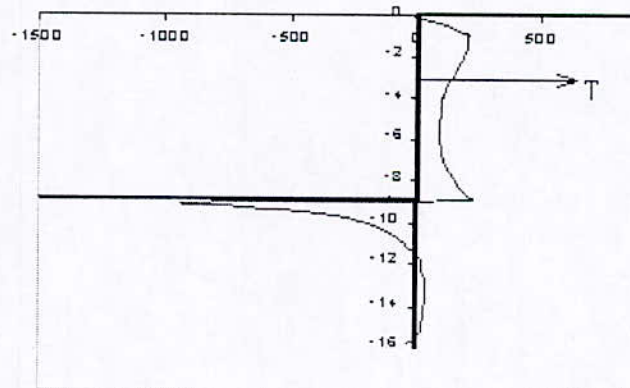


Fig.VII 8. Répartition des pressions ($\sigma_p - \sigma_b$) le long de la paroi pour la dernière étape d'excavation, la fiche $F=7m$

- **Le moment fléchissant :**

De même que la répartition des allures des moments fléchissants ont la même forme globale, elles sont différentes à celle obtenue par les méthodes classiques.

Le moment maximal calculé par la méthode de Blum est situé entre le tirant d'ancrage et le fond de fouille, par contre la M.E.F nous donne des valeurs maximales au niveau du tirant d'ancrage et au dessous du fond de fouille. Cette répartition due essentiellement au manque de poussée.

CONCLUSION GENERALE

Dans notre travail, nous avons fait une application avec deux méthodes différentes .

Premièrement, nous avons fait une application sur la méthode classique de calcul. Cette application nous prouve que le tirant d'ancrage joue un rôle important dans la stabilité des parois moulées, ainsi que la longueur de la fiche encastrée dans le sol.

Cette méthode suppose que la paroi est parfaitement rigide et que les déplacements au niveau de tirant sont nuls ce que n'est pas vrai en réalité, et que la répartition des pressions utilisées reste loin de la répartition réelle.

Pour cette raison, nous avons utilisés une méthode moderne de calcul des parois moulées avec une lois de comportement différente, dite 'méthode des éléments finis'.

Cette méthode utilise une lois de comportement élastique, elle suppose que notre domaine composé d'un seul corps parfaitement élastique, homogène et isotrope, ce corps lui même est composé de quatre phases avec des propriétés physique déférentes (paroi - sol - tirant d'ancrage).

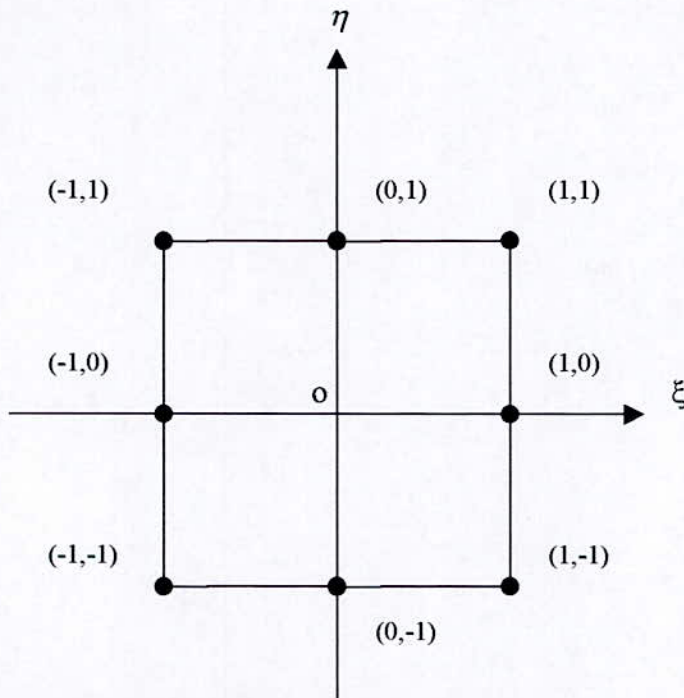
Les résultats obtenue par cette méthode sont loin à celles obtenue par les méthodes classiques concernant leurs grandeurs, mais sa variation est admissible physiquement.

Ces deux méthodes utilisées sont des cas extrêmes du totalement limites et du totalement élastiques.

Un modèle plus intéressant et peut être plus réel, serait sans doute un modèle qui prend en compte ces deux états extrêmes, c'est celui que nous recommandons pour la continuation de ce travail. C'est à dire un modèle élastoplastique , qui tiendra compte en plus des déférentes phases successives nécessaires à la mise en place et a la réalisation de la paroi moulée ,c'est à dire du chemin suivi.

ANNEXE

EXEMPLE /ELEMENT QUADRILATERALE BI LINEAIRE A 8 NŒUDS



Cet élément de référence défini comme suit :

$$\begin{cases} -1 \leq \xi \leq +1 \\ -1 \leq \eta \leq +1 \end{cases}$$

Les fonctions d'interpolation ainsi que leurs dérivées respectives par rapport à ξ et η pour cet élément sont données sur le tableau suivant :

	$N_i(\xi, \eta)$	$N_{i,\xi}$	$N_{i,\eta}$
1	$-(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)/4$	$(1-\eta)(2\xi+\eta)/4$	$(1-\xi)(\xi+2\eta)/4$
2	$(1-\xi^2)(1-\eta)/2$	$-(1-\eta)\xi$	$-(1-\xi^2)/2$
3	$-(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta)/4$	$(1-\eta)(2\xi-\eta)/4$	$-(1+\xi)(\xi-2\eta)/4$
4	$(1+\xi)(1-\eta^2)/2$	$(1-\eta^2)/2$	$-(1+\xi)\eta$
5	$-(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta)/4$	$(1+\eta)(2\xi+\eta)/4$	$(1+\xi)(\xi+2\eta)/4$
6	$(1-\xi^2)(1+\eta)/2$	$-(1+\eta)\xi$	$(1-\xi^2)/2$
7	$-(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta)/4$	$(1+\eta)(2\xi-\eta)/4$	$-(1-\xi)(\xi-2\eta)/4$
8	$(1-\xi)(1-\eta^2)/2$	$-(1-\eta^2)/2$	$-(1-\xi)\eta$

Le champ de déplacements $\{U\}$ est approximé comme suit :

$$\begin{cases} U = N_1 u_1 + N_2 u_2 + \dots + N_8 u_8 \\ V = N_1 v_1 + N_2 v_2 + \dots + N_8 v_8 \end{cases}$$

Ou :

$u_1, v_2, \dots, u_8; v_1, v_2, \dots, v_8$; Sont les déplacements nodaux dans les directions x et y.

Les fonctions d'interpolations, N sont aussi les fonctions de la transformation géométrique de l'élément, c'est un élément isoparamétrique.

Les coordonnées x et y d'un point de l'élément réel s'écrivent en fonction de ces coordonnées nodales de la manière suivante :

$$\begin{cases} X = N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots + N_8 x_8 \\ Y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + \dots + N_8 y_8 \end{cases}$$

Le Jacobien de la transformation est donnée par :

$$[J] = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} \dots N_{8,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} \dots N_{8,\eta} \end{bmatrix}$$

Le champ des déplacements $\{U\}$ s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_8 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_8 \end{bmatrix} \{u_n\} = [N] \{u_n\}$$

Le vecteur des déformations $\{\varepsilon\}$ devient :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_{,x} & 0 \\ 0 & \partial_{,y} \\ \partial_{,y} & \partial_{,x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [L][N]\{u_n\} = [B]\{u_n\}$$

ou

$$[B] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & \dots & N_{8,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & \dots & 0 & N_{8,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & \dots & N_{8,y} & N_{8,x} \end{bmatrix}$$

La matrice $[B]$ n'est pas calculée, mais tout simplement assemblée à partir des valeurs de $N_{i,x}$ et $N_{i,y}$

On a :

$$\begin{Bmatrix} N_{i,\xi} \\ N_{i,\eta} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{Bmatrix}$$

D'où :

$$\begin{Bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} N_{i,\xi} \\ N_{i,\eta} \end{Bmatrix}$$

La matrice de rigidité en 2D :

$$[K] = \int_s [B]^T [D] [B] ds$$

r	ξ_r	w_r	Erreur	Degré maximum des polynômes intégrés exactement
1	0	2	$\frac{1}{6} \frac{d^2 y}{d\xi^2}$	1
2	$\pm 0,57735\ 02691\ 89626(\pm 1/\sqrt{3})$	1	$\approx 0,7 \times 10^{-2} \frac{d^4 y}{d\xi^4}$	3
3	0 $\pm 0,77459\ 66692\ 41483(\pm \sqrt{3/5})$	0,88888 88888 88889(8/9) 0,55555 55555 55556(5/9)	$\approx 0,6 \times 10^{-4} \frac{d^6 y}{d\xi^6}$	5
4	$\pm 0,33998\ 10435\ 84856$ $\pm 0,86113\ 63115\ 94053$ $(\pm \sqrt{\frac{3-2\sqrt{6/5}}{7}})$ $(\pm \sqrt{\frac{3+2\sqrt{6/5}}{7}})$	0,65214 51548 62546 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{6\sqrt{6/5}})$ 0,34785 48451 37454 $(\frac{1}{2} - \frac{1}{6\sqrt{6/5}})$	$\approx 0,3 \times 10^{-6} \frac{d^8 y}{d\xi^8}$	7

Tableau (A)

r	ξ_r	w_r	Erreur	Degré maximum des polynômes intégrés exactement
	0	0,56888 88888 88889 (128/225)		
5	$\pm 0,53846 93101 05683 \left(\pm \frac{1}{3} \sqrt{5-4\sqrt{5/14}} \right)$ $\pm 0,90617 98459 38664 \left(\pm \frac{1}{3} \sqrt{5+4\sqrt{5/14}} \right)$	0,47862 86704 99366 $\left(\frac{161}{450} + \frac{13}{180\sqrt{5/14}} \right)$ 0,23692 68850 56189 $\left(\frac{161}{450} - \frac{13}{180\sqrt{5/14}} \right)$	$\approx 0,8 \times 10^{-9} \frac{d^{10}y}{d\xi^{10}}$	9
6	$\pm 0,23861 91860 83197$ $\pm 0,66120 93864 66265$ $\pm 0,93246 95142 03152$	0,46791 39345 72691 0,36076 15730 48139 0,17132 44923 79170	$\approx 1,5 \times 10^{-12} \frac{d^{12}y}{d\xi^{12}}$	11
7	0 $\pm 0,40584 51513 77397$ $\pm 0,74153 11855 99394$ $\pm 0,94910 79123 42759$	0,41795 91836 73469 0,38183 00505 05119 0,27970 53914 89277 0,12948 49661 68870	$\approx 2,1 \times 10^{-15} \frac{d^{14}y}{d\xi^{14}}$	13

Tableau (A) : SUITE

	Ordre m	Nombre de points r	Coordonnées		Poids w_i
			ξ_i	η_i	
	1	1	1/3	1/3	1/2
	2	3	1/2 0 1/2	1/2 1/2 0	1/6
	2	3	1/6 2/3 1/6	1/6 1/6 2/3	1/6
	3	4	1/3 1/5 3/5 1/5	1/3 1/5 1/5 3/5	$- 27/96$ $25/96$

Tableau (2): Formules directes d'intégration sur un triangle

Ordre m	Nombre de points r	Coordonnées $\xi_i \eta_i \zeta_i$	Poids w_i
1	1	$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
2	4 $a = \frac{5 - \sqrt{5}}{20}$ $b = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{20}$	$a \quad a \quad a$ $a \quad a \quad b$ $a \quad b \quad a$ $b \quad a \quad a$	$\frac{1}{24}$
3	5 $a = \frac{1}{4}$ $b = \frac{1}{6}$ $c = \frac{1}{2}$	$a \quad a \quad a$ $b \quad b \quad b$ $b \quad b \quad c$ $b \quad c \quad b$ $c \quad b \quad b$	$-\frac{2}{15}$ $\frac{3}{40}$
5	15 $a = \frac{1}{4}$ $b_1 \left. \begin{array}{l} b_2 \end{array} \right\} = \frac{7 \pm \sqrt{15}}{34}$ $c_1 \left. \begin{array}{l} c_2 \end{array} \right\} = \frac{13 \mp 3\sqrt{15}}{34}$ $d = \frac{5 - \sqrt{15}}{20}$ $e = \frac{5 + \sqrt{15}}{20}$	$a \quad a \quad a$ $b_i \quad b_i \quad b_i$ $b_i \quad b_i \quad c_i$ $b_i \quad c_i \quad b_i$ $c_i \quad b_i \quad b_i$ $d \quad d \quad e$ $d \quad e \quad d$ $e \quad d \quad d$ $d \quad e \quad e$ $e \quad d \quad e$ $e \quad e \quad d$	$\frac{112}{5670} = \frac{8}{405}$ $\left. \begin{array}{l} w_1 \\ w_2 \end{array} \right\} = \frac{2665 \mp 14\sqrt{15}}{226800}$ $\frac{5}{567}$

Tableau (3) : Formules directes d'intégration
sur un tétraèdre

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] G.DHATT et G.TOUZOT, *une représentation de la méthode des éléments finis*, MALOINE S.A EDITEUR PARIS, 2^{ème} EDITION, 1984.
- [2] J.F. IMBERT, *analyse des structures par éléments finis*, cépadués-editions, 3^{ème} EDITION 1995.
- [3] K.J.BATHE et E.L.WILSON, *Numerical methods in finite element analysis*, PRENTICE-HALL, INC, 1976.
- [4] M.K.BERRAH, *Cours de la méthode des éléments finis*.
- [5] J.BALAY, *Parois moulées .ancrages*, Ann p. et ch (f) N° C 252.
- [6] SCHNEEBELI, *Les parois moulées dans le sol techniques de réalisation, méthode de calcul*, EDITIONS EYROLLES, 2^{ème} EDITION, 1972.
- [7] J.K. BATOZ, DHATT.G, *Modélisation des structures par éléments finis*, V1, HERMES EDITEUR, PARIS 1990.
- [8] A.KETTAB, R.MITICHE, *Mécanique des milieux continus*, OPU, 1995.
- [9] K. PITILAKIS, *Etude générale des écrans de soutènement ancrées. application de la méthode des éléments finis.*, 1978.
- [10] J.COSTET, G.SANGLERAT, *Cours pratique de mécanique des sols*, Dunod, 1981.