

9/00

République algérienne démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Ecole nationale polytechnique

Département de génie civil

Projet de fin d'étude

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie civil

Thème :

Comportement élastoplastique des poutres en béton armé soumises à la flexion simple

proposé et dirigé par :

Mr.LARIBI.A

Mr.ZEGHLACHE.B

étudié par :

Mr.tadj fethi annouar

Promotion 2000

Dédicace

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce travail à mon père.

REMERCIEMENTS

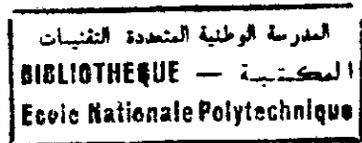


Ma sincère gratitude et reconnaissance
à Mr A.LARIBI et Mr B.ZEGHLACHE
qui ont suivi et dirigé ce modeste travail.

Je remercie l'ensemble des enseignants
du département de génie-civil.

Et enfin , à toute personne qui m' a aidé
de près ou de loin pour la réalisation de ce
modeste travail.

Sommaire



Introduction :.....	1
Chapitre I : Propriétés mécaniques des matériaux	3
1.1. Le béton.....	3
1.1.1. Loi contrainte – déformation du béton , soumis à une contrainte de compression.....	3
1.1.2. Amélioration de la loi contrainte–déformation d’un béton fretté.....	4
1.2. L’acier.....	5
1.2.1. Acier à haute adhérence.....	5
Chapitre II : Contraintes en flexion plane.....	7
2.1. Poutre prismatique soumise à la flexion pure.....	7
2.1.1. Généralités.....	7
2.1.2. Conservation des sections planes.....	7
2.1.3. Contraintes normales.....	8
2.2. Poutre prismatique soumise à la flexion simple.....	10
2.2.1. Généralités.....	10
2.2.2. Contraintes normales.....	11
2.2.3. Contraintes tangentielles.....	11
Chapitre III : Déformations en flexion plane.....	13
3.1. Equation différentielle de l’axe fléchi de la poutre.....	13
3.1.1. Expression de l’équation différentielle.....	13
3.1.2. Choix du signe.....	15
3.2. Methodes de calcul élastique de θ et de f	16
3.2.1. Généralités.....	16
3.2.2. Méthode de l’intégration.....	16
3.2.3. Exemple d’application.....	17
3.3. Methodes de calcul élastoplastique de θ et f	19
3.4. Déformations élastiques dues au cisaillement.....	20
3.4.1. Généralités.....	20
3.4.2. Glissement moyen dans une section.....	20
3.4.3. Equations différentielles des déformations.....	21
3.4.4. Application.....	21
3.5. Importance relative des déformations dues au cisaillement.....	22



Chapitre IV : Comportement élastoplastique des poutres.....	24
4.1.Modèles de calcul du matériau élastoplastique.....	24
4.1.1.Modèle élastique linéaire.....	25
4.1.2.Modèle élastique parfaitement plastique ou élastoplastique parfait.....	25
4.1.3.Modèle élastoplastique à écrouissage linéaire.....	26
4.2.Flexion élastoplastique des poutres isostatiques.....	26
4.2.1.Généralités.....	26
4.2.2.Comportement dans le domaine élastique.....	27
4.2.3.Comportement élastoplastique.....	28
4.3.Rotule plastique.....	29
Chapitre V : Calcul élastoplastique d'une poutre fléchie simplement.....	31
5.1.Position du problème.....	31
5.2.Résolution du problème.....	31
5.2.1.Hypothèses du problème.....	31
5.2.2.Longueur de la zone plastique.....	31
5.2.3.Calcul de la flèche.....	32
Chapitre VI : Méthodes de calcul des poutres en béton armé.....	35
6.1.Généralités.....	35
6.2.Méthode classique du béton armé.....	35
6.3.Calcul du béton à la rupture.....	38
Chapitre VII : Approche expérimentale.....	40
7.1.Programme d'essais.....	40
7.1.1.Dimensions des poutres.....	40
7.1.2.Ferraillage des poutres.....	40
7.2.Composition du béton.....	41
7.2.1.Formulation du béton.....	41
7.2.1.1.Composition de béton selon M.Faury.....	41
7.2.2.Application.....	43
7.2.2.1.Détermination de la courbe optimale.....	43
7.3.Caractéristiques des aciers.....	44
7.4.Condition d'exécution des essais.....	44
7.4.1.Coulage des poutres et des éprouvettes.....	44
7.5.1.Essai.....	46
7.5.2.Machine d'essais sur poutres.....	46
7.5.2.1.Contact vérin- poutre.....	46
7.5.2.2.Types d'appuis.....	46
7.5.2.3.Système de blocage de charge.....	46
7.5.3.Mesures et appareils de mesure.....	46
7.5.3.1.Mesure des rotations.....	46
7.5.3.2.Mesures des déplacements.....	46

7.5.3.3.Déformations unitaires.....	المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات	47
7.6.Emplacement des appareils de mesure.....	BIBLIOTHEQUE — المكتبة	48
7.6.1.Emplacement des jauges de contraintes.....	Ecole Nationale Polytechnique	48
7.6.2.Emplacement des comparateurs.....		49
7.7.Observations sur le déroulement des essais.....		49
7.7.1.Première phase.....		49
7.7.2.Deuxième phase.....		49
7.7.3.Troisième phase.....		49
7.8.Résultats expérimentaux.....		50
7.9.Comportement au cours du chargement.....		50

Chapitre VIII :Interprétation des résultats et conclusion.....59

Annexes :

- Annexe A : Résultats d'essais sur matériaux.
- Annexe B : Etalonnage des machines.
- Annexe C : Résultats d'écrasement des éprouvettes.
- Annexe D : Tableaux des résultats obtenus.

Bibliographie.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction

Introduction

Jusqu'à ces dernières années les calculs de structures de génie-civil étaient conduits suivant la méthode dite « aux contraintes admissibles » ; il s'agissait d'une méthode essentiellement élastique.

L'avènement de nouveaux règlements adaptés aux structures en béton précontraint et en béton armé a instauré la notion de calcul aux « états limites » plus satisfaisante vis à vis de la définition de la sécurité des ouvrages.

Le progrès que constitue cette nouvelle approche est lié, d'une part à la prise en compte des incertitudes sur la résistance des matériaux et sur la définition des sollicitations et d'autre part à l'utilisation de lois de comportement anélastique pour les matériaux.

En effet, dans la méthode aux contraintes admissibles, on considère que l'état dangereux de l'élément de structure est tel que la contrainte atteigne ne serait-ce qu'en un point (point dangereux) la limite d'écoulement.

Pourtant, pour l'élément de structure, atteindre cette limite en un certain point, bien que le plus dangereux, n'entraîne pas encore la rupture ou des déformations qui rendraient impossible son service ultérieur.

Les déformations plastiques qui naissent font travailler des parties peu sollicitées du matériau (on passe du diagramme triangulaire des contraintes au diagramme rectangulaire), ce qui rend possible l'augmentation de la charge admissible de la structure.

Il apparaît donc clairement que le calcul des structures en béton armé d'après les états limites, qui tient compte entre-autres des propriétés anélastique du matériau, est beaucoup plus rationnel que le calcul aux contraintes admissibles.

Le but essentiel de notre modeste travail est justement de montrer et de confirmer cette réalité, à partir d'un exemple simple qui est l'étude du comportement élastoplastique des poutres en béton armé soumises à la flexion simple.

Le mode de sollicitation adopté est celui des poutres reposant simplement sur des appuis et soumises à des charges concentrées à mi-travée.

Les modèles de calcul retenus sont le modèle élastique linéaire et le modèle élastique parfaitement plastique.

Le paramètre d'appréciation de ces modèles de calcul est la flèche à mi-travée de la poutre.

L'expérimentation a porté sur l'étude d'une série de quatre poutres identiques (même composition du béton, même ferrailage, même dimension de la poutre).

La présentation de notre travail est la suivante :

Après une introduction qui pose le problème et définit le but de l'étude , le travail est partagé en deux grandes parties qui englobent l'approche théorique et l'approche expérimental du sujet .

Enfin une interprétation des résultats obtenus et une conclusion générale clôturent cette étude.

Chapitre I

Propriétés mécaniques des matériaux

1.1. Le béton

1.1.1. Loi contrainte – déformation du béton, soumis à une contrainte de compression.

En appelant σ_c la résistance caractéristique en compression la courbe représentative $\sigma=f(\varepsilon)$ peut-être décomposée en trois parties (Fig.I.1).

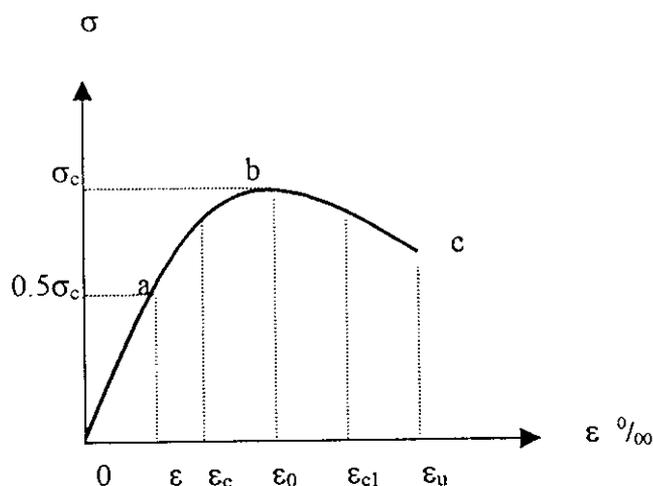


Fig.I.1. diagramme contrainte-déformation du béton.

- Une partie OA conforme à la loi de Hooke jusqu'à $\sigma=\sigma_c$, avec le raccourcissement classique $\varepsilon = \frac{\sigma}{Ei}$ (ou i est le module d'élasticité instantané du béton).
- Une partie AB de type parabolique ou le point B correspond au maximum de la contrainte σ_c et au raccourcissement ε_0 ; cette partie de la courbe répond sensiblement à l'équation :

$$\sigma = \sigma_c [2\varepsilon/\varepsilon_0 - (\varepsilon/\varepsilon_0)^2]$$

- Une partie décroissante de B en C (ou la rupture est atteinte pour le raccourcissement ε_u) et qu'on peut exprimer sous la forme :

$$\sigma = \sigma_c [1 - 100(\varepsilon_{c1} - \varepsilon_0)]$$

Pour les bétons courants ($\sigma_c = 25$ à 40 MPA), il est admis, dans la plupart des règlements, que le diagramme peut être représenté sous une forme simplifiée, appelée

« parabole – rectangle », où l'on adopte $\varepsilon_0=2\text{‰}$ et $\varepsilon_u=3.5\text{‰}$ sur la partie horizontale BC (Fig I.2).

N.B : L'essai de traction montre qu'il y a également une phase de plastification avant la rupture.

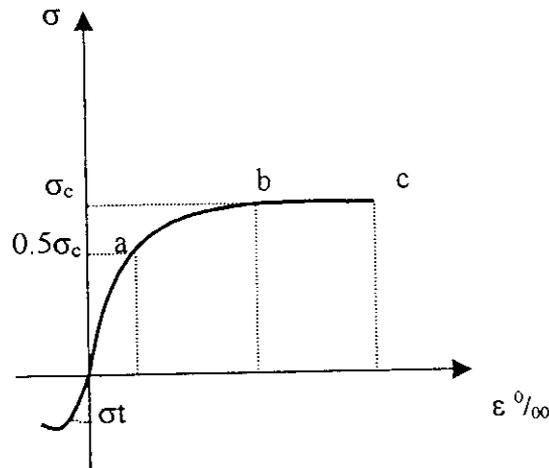


Fig.I.2.diagramme contrainte-déformation du béton.

1.1.2.Amélioration de la loi contrainte-déformation d'un béton fretté.

En utilisant des éprouvettes de même âge et de même résistance σ_c , Kent et Park ont expérimenté, à partir d'un béton non armé, la possibilité d'obtenir un raccourcissement bien supérieur grâce à l'utilisation d'un frettage par cadres. En admettant, au delà du point B, une chute de résistance de 50% (soit pour $\sigma=0.5\sigma_c$), le supplément de raccourcissement s'exprime d'après les auteurs par :

$$\varepsilon_{\text{sup}} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b'}{s}}$$

Dans cette formule :

ρ_s : est le rapport du volume de frettes à celui du béton fretté

b' : est la plus petite largeur du noyau fretté

s : est l'espacement des frettes

Et on obtiendrait, par exemple, pour $\frac{b'}{s}=2$ et $\rho_s=2.5\text{‰}$ un raccourcissement supplémentaire de l'ordre de 2.65‰ par rapport à la contrainte de référence $\sigma=0.5\sigma_c$.

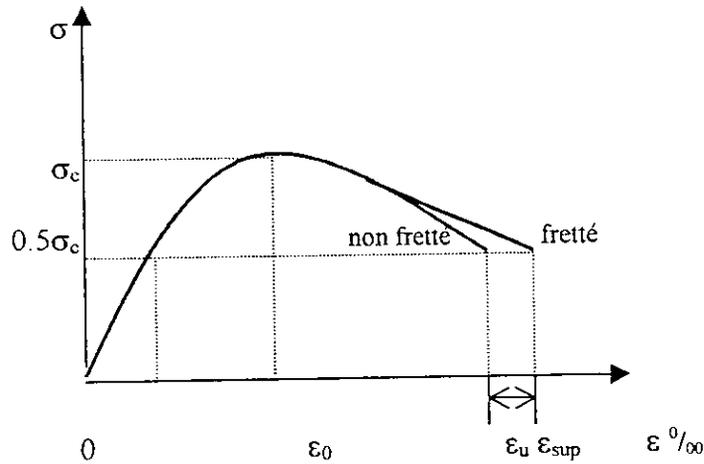


Fig.I.3.diagramme contraintes-déformations d'un béton fretté.

1.2.L'ACIER

1.2.1.Acier à haute adhérence.

la loi de comportement des aciers est déduite de l'essai de traction en traçant la courbe contraintes-déformations on trouve :

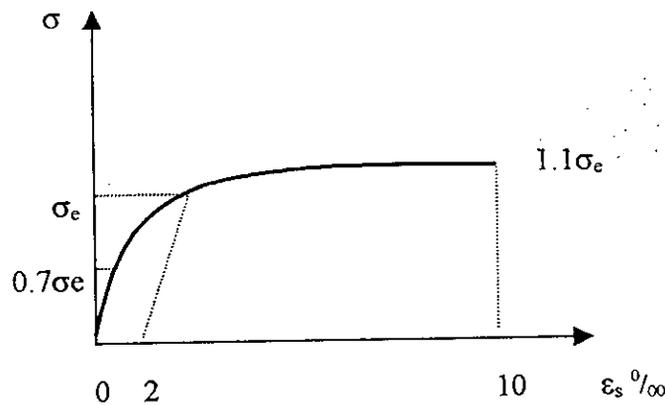


Fig.I.4.diagramme contraintes-déformations d'un acier écroui.

La limite élastique de l'acier à haute adhérence, couramment utilisé dans les pièces en béton armé correspond à un allongement rémanent de 2‰ . La loi de Hooke est parfaitement valable jusqu'à $0.7\sigma_e$. La limite élastique garantie est désignée par σ_e et le module d'élasticité

E_s est pris égal à 200000 MPA. Sous une forme simplifiée, la loi contrainte déformation de ce type d'armature est représentée comme suit (Fig.I.5).

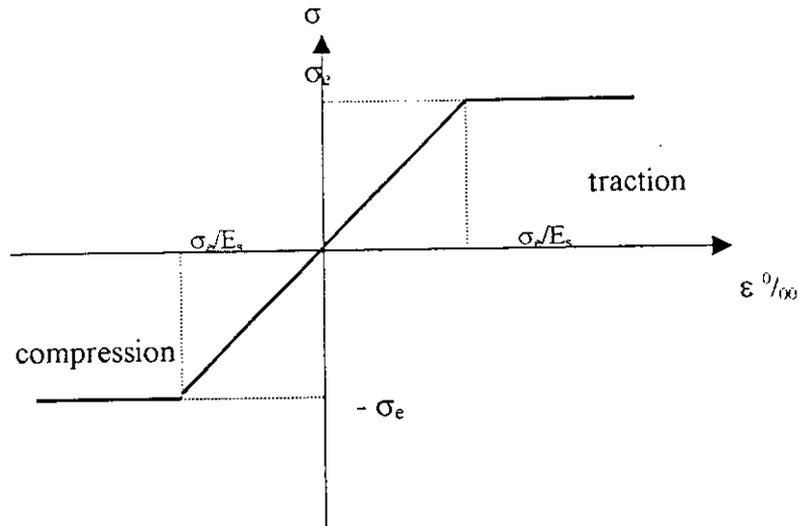


Fig.I.5.diagramme contraintes- déformations d'un acier haute adhérence.

Au-delà de la limite élastique, lorsque l'effort axial de traction (ou de compression) n'est plus appliqué, avant d'atteindre la rupture, l'acier présente un allongement rémanent, obtenu en traçant une parallèle à la droite passant par l'origine; le diagramme suit la parallèle, ainsi définie, si l'effort axial est de nouveau appliqué jusqu'à atteindre le palier de plasticité (Fig.I.6).

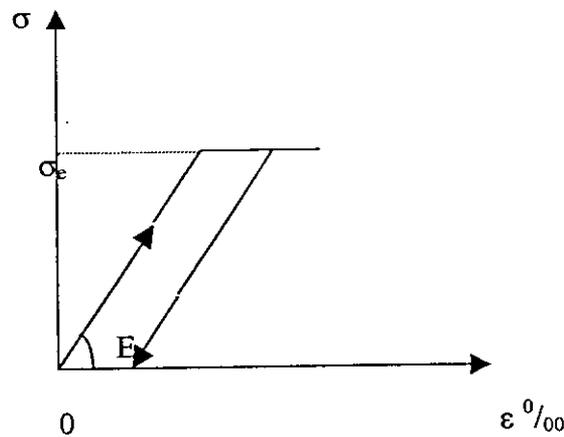


Fig.I.6.diagramme contraintes-déformations d'un acier haute adhérence.

Chapitre II

Contraintes en flexion plane

2.1. Poutre prismatique soumise à la flexion pure.

2.1.1. Généralités.

Les formules servant à calculer les contraintes normales en flexion sont d'habitude établies à partir d'une étude de la flexion plane pure (Fig.II.1).

La flexion pure est caractérisée par le fait que 6 composants des efforts seule $M_z \neq 0$ Tandis que $N=T_z=T_y \quad M_y=M_x=0$.

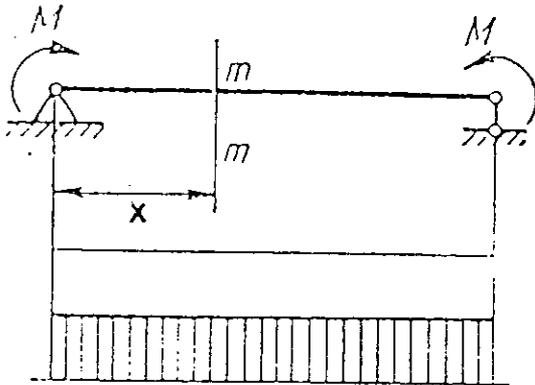


Fig.II.1

T
M

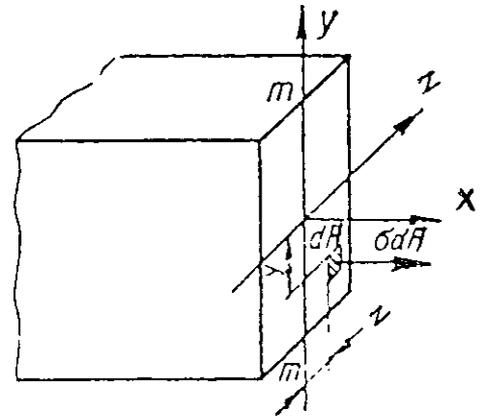


Fig.II.2

La condition d'équilibre qui lie les contraintes et les efforts internes dans la section transversale d'une poutre a la forme (Fig.II.2).

$$\int \sigma y \, d a = M \tag{II.1}$$

2.1.2. Conservation des sections planes.

L'aspect géométrique du problème se déduit de l'analyse schématique des déformations de la même poutre.

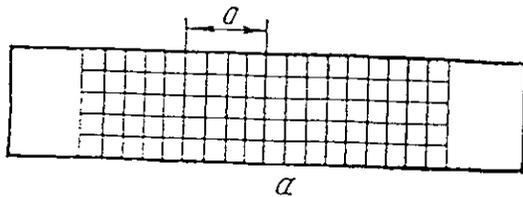


Fig.II.3

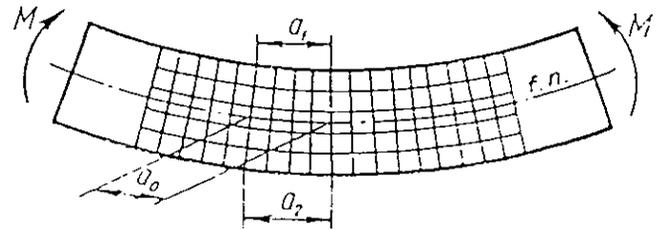


Fig.II.4

En étudiant la déformation d'un quadrillage tracé préalablement sur la poutre (Fig.II.3) On remarque aisément (Fig.II.4) que les lignes longitudinales du quadrillage fléchissent en flexion pure suivant un arc de cercle.

Les sections transversales restent planes et coupent les lignes longitudinales sous un angle droit.

Cela prouve qu'en flexion pure les sections transversales restent planes et tournent tout en restant normales par rapport à l'axe courbé de la poutre de la barre.

Dans la zone comprimée (en haut de la figure) les fibres se raccourcissent tandis que dans la zone de traction elles s'allongent.

2.1.3. Contraintes normales.

La zone de traction et celle de compression dans la section de la barre sont séparées par une couche neutre ayant ρ pour rayon de courbure.

La longueur de la couche neutre ne varie pas lors de la flexion, l'allongement d'une fibre se trouvant à une distance y de la couche neutre (Fig.II.5) peut être établi, dans le cas de la flexion pure, en analysant la déformation d'une longueur élémentaire dx de la barre.

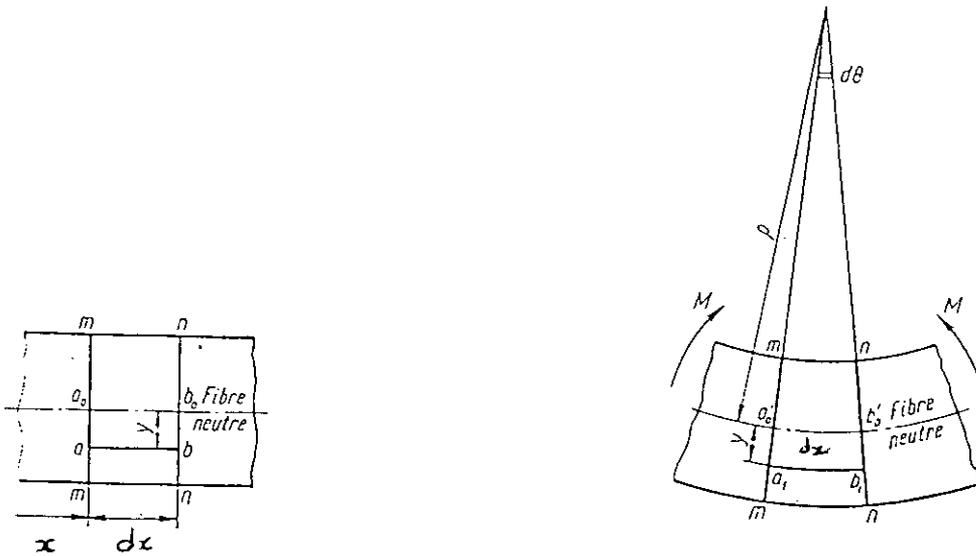


Fig.II.5

$$\epsilon = \frac{(\rho+y)d\theta - dx}{dx} = \frac{(\rho+y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \tag{II.2}$$

En introduisant (II.2) dans la loi de Hooke

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{y}{\rho} \tag{II.3}$$

Exprimons σ par l'intermédiaire de la courbure $\frac{1}{\rho}$

$$\sigma = \frac{E}{\rho} y \tag{II.4}$$

Introduisons ensuite (II.4) dans (II.1) on a

$$M = \int \sigma y da = \int \frac{E}{\rho} y^2 da = \frac{E}{\rho} \int y^2 da = \frac{E}{\rho} I_x$$

D'ou
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E I_x} \tag{II.5}$$

Et si l'on introduit (II.5) dans (II.4), on établit la formule pour le calcul de la contrainte normale dans une couche quelconque de la section de la barre à une distance y de l'axe z :

$$\sigma = \frac{Ey}{\rho} = \frac{MEy}{EI_z}$$

D'où

$$\sigma = \frac{My}{I_z} \quad (\text{II.6})$$

L'analyse de la formule (II.6) montre que la variation des contraintes sur la hauteur de la section obéit à une loi linéaire. Les contraintes deviennent maximales dans les couches ayant pour coordonnées y_{\max} et minimales (nulle) lorsque $y = 0$ c'est à dire dans la couche neutre.

En introduisant σ tiré de (II.6) dans la condition $N = \int \sigma \, da = 0$

On aura donc :

$$\int \sigma \, da = \int \frac{My}{I_z} \, da = 0$$

$$\frac{M}{I_z} \int y \, da = 0 \longrightarrow \int y \, da = S_2 = 0$$

Il en résulte que la ligne neutre de la section (axe z) passe par le centre de gravité.

2.2. Poutre prismatique soumise à la flexion simple.

2.2.1. Généralités.

Quand une poutre est soumise à un moment fléchissant variable, ce dernier est nécessairement accompagné d'un effort tranchant.

De ce fait, l'hypothèse de la conservation des sections planes, établie dans le cas de la flexion pure, cesse d'être valable.

La flexion simple se rencontre dans toutes les poutres droites soumises à des forces normales à leur axe (Fig. II.6).

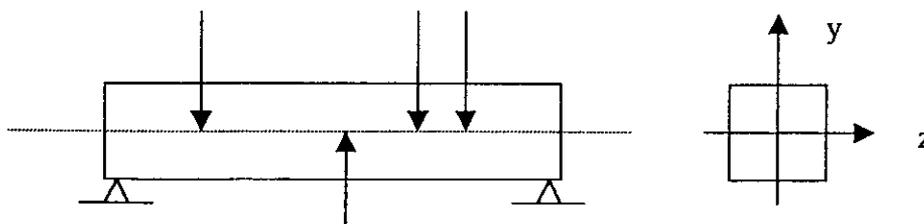


Fig. II.6

2.2.2. Contraintes normales.

Dans une poutre soumise à un moment de flexion variable on calcule encore les contraintes normales par la formule de Navier :

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

Cependant, il convient de préciser que :

- a) Cette relation, rigoureuse en cas de flexion pure, est encore exacte s'il y a un effort tranchant T , pourvu que ce dernier soit constant. En effet, l'effort tranchant a lieu pour effet de gauchir les sections droites, mais les gauchissements de toutes les sections droites sont les mêmes (Fig.II.7) de sorte qu'une fibre AB se déplace d'un bloc en $A'B'$ sans s'allonger ni se raccourcir et que tout ce passe comme si les sections droites restaient planes.

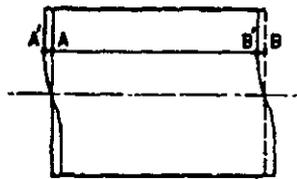


Fig.II.7

- b) Si T est variable, bien que l'hypothèse de la conservation des sections planes est mise à défaut, l'expérience et la théorie montrent qu'on ne commet pas d'erreur importante en appliquant encore la formule ci-dessus de σ pour déterminer les contraintes normales.

2.2.3. Contraintes tangentielles.

L'établissement de la formule servant à calculer les contraintes tangentielles dans une section se fonde sur la méthode des sections, la dépendance différentielle entre le moment et l'effort tranchant et enfin la loi de réciprocité des contraintes tangentielles. En un point quelconque d'une section droite rectangulaire de la poutre (Fig.II.8), la valeur de la contrainte tangentielle est déterminée par la formule de Jouravski.:

$$\tau = \frac{TS_z}{I_z b}$$

Où T : effort tranchant dans la section considéré

$S_z = b/2 * (h^2/4 - y^2)$ le moment statique par rapport à l'axe neutre z de la partie de l'aire de la section située au-dessus de y ou est déterminée la contrainte

b : la largeur de la section

$I_z = bh^3/12$ le moment d'inertie de l'aire de la section par rapport à l'axe z .

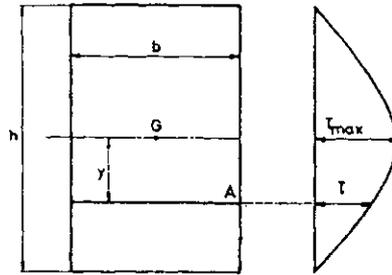


Fig.II.8

On remarque que la contrainte tangentielle atteint sa valeur maximale aux points de l'axe neutre.

$$\tau_{\max} = \frac{3T}{2A} = 1.5 \frac{T}{A} \quad \text{c'est à dire} \quad \tau_{\max} = 1.5\tau_{\text{moy}}$$

Chapitre III

Déformations en flexion plane

3.1. Equation différentielle de l'axe fléchi de poutre.

3.1.1. Expression de l'équation différentielle.

L'ingénieur s'intéresse non seulement aux contraintes provoquées par des charges sur une poutre mais aussi aux flèches produites par des charges. Souvent d'ailleurs, il est spécifié que la flèche maximale ne doit pas excéder une faible fraction de la portée. Sous l'action d'une charge une poutre fléchit, ses sections se déplacent perpendiculairement à l'axe initialement droit, tout en tournant simultanément.

Le déplacement du centre de gravité de la section dans la direction perpendiculaire à l'axe s'appelle flèche (notée f) au point (section) donné.

L'angle θ de la rotation de la section par rapport à sa position initiale s'appelle angle de rotation de la section. Si l'on tient compte que la section tournée est perpendiculaire à l'axe fléchi, on tire la conclusion qu'au lieu de calculer l'angle de la section, on peut déterminer l'angle qui lui est égal entre la tangente en ce point de l'axe initial. (Fig. III.1 où la flèche et l'angle de rotation sont donnés pour le point A).

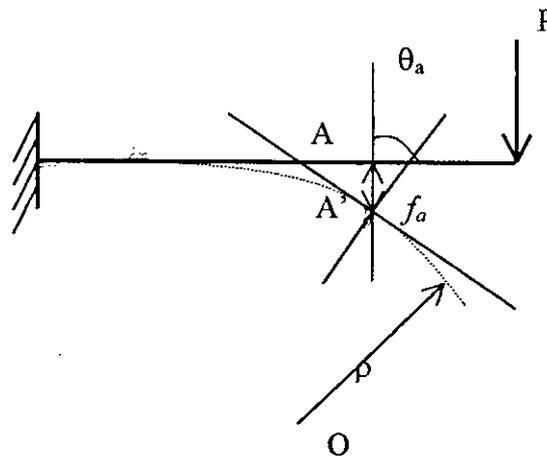


Fig. III.1

Pour déterminer les déformations d'une poutre, utilisons l'équation

$$\lambda = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (\text{III.1})$$

qui associe la courbure de l'axe au moment fléchissant et à la rigidité I , le cours des mathématiques donne la formule suivante pour la courbure d'une ligne :

$$\lambda = \pm \frac{f''}{\left[1 + f''^2\right]^{3/2}} \quad (\text{III.2})$$

$$\text{Ou } f' = \frac{df}{dx} \quad f'' = \frac{d^2f}{dx^2}$$

En portant cette valeur de λ dans (III.1), on obtient

$$\pm \frac{f''}{\left[1 + f''^2\right]^{3/2}} = \frac{M}{EI} \quad (\text{III.3})$$

L'équation (III.3) est une équation différentielle exacte de l'axe fléchi d'une poutre (ligne élastique).

L'intégration de cette équation non linéaire présente de grandes difficultés. Pourtant, pour la plupart des problèmes pratiques, la quantité $(f')^2 = \theta^2$ peut être négligée car $\theta \ll 1$.

Remarques

1) Les valeurs réelles de θ sont de l'ordre de 1/1000 de radian.

Si même on adopte $\theta = 0.01$ rd, dans ce cas aussi $\theta^2 = (f')^2 \ll 1$ donc négligeable. En rejetant $(f')^2$ du dénominateur de la formule (III.3) on obtient l'équation différentielle approchée de l'axe fléchi de la poutre.

$$\pm EIf'' = M \quad (\text{III.4})$$

Dont l'intégration ne présente pas de difficultés.

2) L'approximation faite ci-dessous sur le rayon de courbure n'entraîne, dans les cas habituels, qu'une erreur absolument négligeable. Cependant, dans les cas exceptionnels de poutres très flexibles, l'erreur peut devenir importante, il est alors nécessaire de recourir à l'équation exacte de l'axe fléchi qui s'écrit :

$$\lambda = \pm \frac{f''}{\left[1 + f''^2\right]^{3/2}} = \frac{M}{EI}$$

Et pour laquelle le principe de superposition cesse de s'appliquer.

3.1.2 Choix du signe.

Il est déterminé par le système de coordonnées adopté, pour le système de la figure.III.2 on a les mêmes signes pour la courbure $K=f''$ et le moment M .



Fig.III.2

Par conséquent l'équation (III.4) doit être appliquée sous la forme

$$EIf'' = M \quad (\text{III.5})$$

Pour le système de la figure .III.3., f'' et M ont des signes différents.



Fig.III.3

Par conséquent, l'équation (III.4) doit s'écrire

$$EIf'' = -M \quad (\text{III.6})$$

Remarque

Par la suite ,nous utiliserons le système de coordonnées de la figure.III.3 et l'équation différentielle de l'axe fléchi sous forme $EI f'' = - M$.

3.2.Méthodes de Calcul élastique de θ et de f .

Pour calculer les angles de rotation θ et les flèches f il faut intégrer l'équation (III.6) ce qui peut se faire selon plusieurs méthodes ; parmi elles on cite :

- Méthode d'intégration.
- Méthode grapho-analytique .
- Méthode des équations universelles.
- Méthode de Bertrand de fontviolant.

3.2.1.Généralités.

La méthode de l'intégration s'effectue aisément lorsque le second membre M/EI a une expression analytique simple , donc spécialement si la charge P varie de manière simple et si I est constant.

Par contre ,les autres méthodes citées précédemment sont recommandées, par exemple :

- La poutre subit l'action d'une charge composée ou` la loi de variation des moments fléchissant varie d'un tronçon à l'autre.

- La rigidité de la poutre est variable.

Etant donnée la nature du chargement de la poutre qu'on se propose d'étudier , à savoir poutre simplement appuyée et soumise à une charge concentrée en son milieu , nous adopterons la méthode de l'intégration qui sera exposée ci-après et illustrée par un exemple.

3.2.2.Méthode de l'intégration.

En intégrant une fois l'équation (III.6) on aboutit à l'équation de l'angle de rotation :

$$EI f' = - \int M dx + C \quad (\text{III.7})$$

En intégrant une deuxième fois ,on obtient l'équation des flèches :

$$EI f = - \iint M dx + Cx + D \quad (\text{III.8})$$

C et D constantes d'intégration sont déterminées à partir des conditions d'appui de la poutre (conditions aux limites).

Exemples de conditions aux limites :



3.2.3 Exemple d'application.

Soit à calculer f_{max} et θ_{max} pour une console chargée par une charge concentrée à l'extrémité fig.III.4.

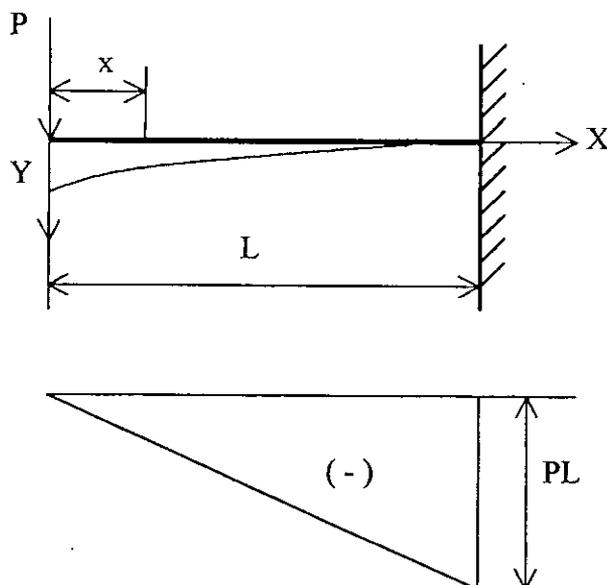


Fig.III.4

Plaçons l'origine des coordonnées à l'extrémité gauche de la console. Dans la section d'abscisse x le moment fléchissant est calculé comme le moment des forces extérieures appliquées entre la section et l'origine des coordonnées.

Donc, le moment fléchissant a pour expression :

$$M(x) = - P x$$

($M(x)$ est négatif car les fibres supérieures sont tendues)

L'équation différentielle de l'axe fléchi s'écrit donc :

$$EI f'' = -M(x) = P x$$

En intégrant une première fois, on trouve :

$$EI f' = P \int x dx = P \frac{x^2}{2} + C \quad (\text{III.9})$$

En intégrant une deuxième fois, on trouve :

$$EI f = P \frac{x^3}{6} + Cx + D \quad (\text{III.10})$$

Les deux constantes d'intégration C et D se déterminent à l'aide des conditions d'extrémité, à savoir :

$$\begin{aligned} \text{a) si } x=L & \longrightarrow f' = \theta = 0 \\ \text{b) si } x=L & \longrightarrow f = 0 \end{aligned}$$

De la première condition on tire C :

$$EI f' = \frac{Pl^2}{2} + C = 0 \longrightarrow C = -\frac{Pl^2}{2}$$

La deuxième condition donne :

$$EI f = \frac{Pl^3}{6} + \left(-\frac{Pl^2}{2}\right)l + D = 0 \longrightarrow D = \frac{Pl^3}{3}$$

L'équation de la flèche devient :

$$f = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3l^2 x + 2l^3)$$

L'équation de la rotation est :

$$f' = \theta = \frac{P}{2EI} (x^2 - l^2)$$

La flèche maximale et la rotation maximale ont lieu à l'extrémité libre de la console, c'est à dire quand $x=0$. En posant dans les formules précédentes $x=0$, il vient :

$$f_{\max} = \frac{PL^3}{3EI} \quad \text{et} \quad \theta_{\max} = -\frac{Pl^2}{2EI}$$

Remarques

- La valeur positive de f montre que le centre de gravité de la section se déplace vers le bas, c'est à dire dans le sens des valeurs positives des ordonnées de f .
- La valeur négative de θ montre que la section tourne dans le sens anti-horaire.

3.3. Methodes de calcul élastoplastique de θ et f .

Si la limite d'élasticité est dépassée dans une certaine partie de la poutre, la formule fondamentale

$$\lambda = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

sur laquelle les méthodes précédemment citées étaient basées n'est plus valable ; elle doit être remplacée par la formule non linéaire du type

$$\lambda = F(M)$$

déduite de l'analyse du comportement élastoplastique de la poutre. Ainsi, par exemple, dans le cas d'une poutre à section rectangulaire faite d'un matériau élastique parfaitement plastique, on utilise la formule suivante :

$$\lambda = \lambda_e \frac{1}{\sqrt{3 - 2M/M_e}}$$

où $\lambda_e = \frac{M_e}{EI}$: la courbure pour laquelle la contrainte dans les fibres extrêmes atteint la limite d'étirage.

Il résulte que $F(M)$ vaut ici

$$\lambda_e \frac{1}{\sqrt{3 - 2M/M_e}}$$

Remarque

Toutes les méthodes citées précédemment utilisées dans le calcul élastique des flèches et rotations resteront valables pour la flexion élastoplastique si l'on remplace dans les énoncés la quantité M/EI par $F(M)$.

3.4. Déformations élastiques dues au cisaillement.

3.4.1. Généralités.

Sous l'effet du cisaillement, les fibres de la poutre subissent des glissements liés aux contraintes tangentielles correspondantes δ pour la loi de Hooke $\tau = G\delta$ et comme τ est variable dans la section, le glissement δ doit varier lui aussi pour les diverses fibres. Les sections ne peuvent donc rester planes, mais gauchissent comme l'indique la figure ci dessous.

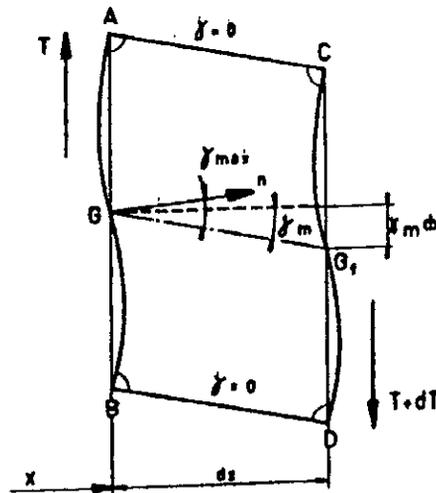


Fig.III.5

Ce gauchissement est indispensable pour que l'angle primitivement droit existant entre les fibres longitudinales et les sections droites AB, CD puisse se maintenir droit le long des fibres extrêmes AC et BD pour lesquelles $\delta = 0$ puisque $\tau = 0$ au droit de l'axe neutre au contraire, cet angle droit subit sa variation maximum δ_{max} mesurée par l'angle que fait l'axe déformé GG_1 de la poutre avec la normale en G à la section déformée.

3.4.2. Glissement moyen dans une section.

Il est défini comme l'angle moyen de glissement de la section droite δ_{max} c'est à dire l'angle dont dévie l'axe GG_1 par rapport à sa position primitive GH. (figure III.5)

Le glissement moyen δ_m produit par l'effort tranchant est exprimé par l'équation :

$$\delta_m = \frac{T}{GA'}$$

ou T : effort tranchant

G : module de cisaillement ou module d'élasticité transversale .

A' : section réduite

$A' = \frac{5}{6} A$ (dans le cas d'une section rectangulaire de section réelle A)

3.4.3. Equations différentielles des déformations.

Le glissement moyen δ_m est à l'origine d'une déformation additionnelle f_i telle que :

$$\frac{df_i}{dx} = \delta_m = \frac{T}{GA'}$$

En dérivant cette équation par rapport à x et tenant compte du fait que $T = \frac{dM}{dx}$, on obtient l'équation différentielle régit le déplacement dû au cisaillement .

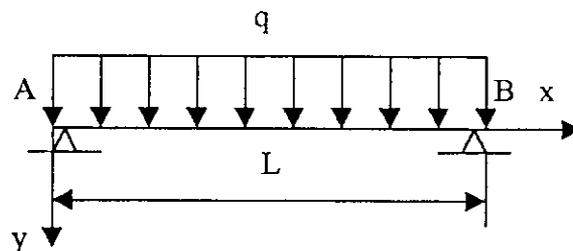
$$\frac{d^2 f_i}{dx^2} = \frac{1}{GA'} \frac{dT}{dx} = \frac{1}{GA'} \frac{d^2 M}{dx^2}$$

Le déplacement total f_{tot} , dû au moment fléchissant et à l'effort tranchant est donc régi par la formule.

$$\frac{d^2 f_{tot}}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{1}{GA'} \frac{d^2 M}{dx^2}$$

3.4.4. Application

Dans le cas particulier d'une poutre prismatique reposant sur deux appuis d'extrémité et supportant une charge uniformément répartie q .



En sachant que le moment fléchissant à pour expression :

$$M = \frac{qx(l-x)}{2}$$

L'intégration de l'équation précédente celle $\frac{d^2 f_{tot}}{dx^2}$ nous donne

$$f_{tot} = \frac{q}{24EI} (x^4 - 2lx^3 + l^3x) + \frac{1}{2GA'} qx(1-x)$$

Le premier terme n'est autre que la déformée due à M seul . le second terme constitue la correction qui tient compte de T.

Au milieu de la poutre , la flèche est maximale et vaut :

$$f_{tot,max}=(f_{tot})_{x=l/2}=(f_m)_{x=l/2}+(f_v)_{x=l/2}=(5ql^4/384EI)+(ql^2/8GA')$$

3.5.Importance relative des déformations dues au cisaillement.

Afin de se rendre compte de l'importance relative des déformations dues au cisaillement et à la flexion , on appliquera ce dernier résultat dans le cas particulier d'une section rectangulaire.

Dans le cas d'une poutre à section rectangulaire , on a :

$$I=bh^3/12 \quad ; \quad A'=\frac{5}{6}bh$$

$$f_m=(5ql^4)/(32Ebh^3) \quad f_v=(3ql^2)/(20Gbh)$$

Pour $\nu=0.6$ $E/G=2.6$ et, dès lors , pour une charge uniforme

$$\frac{f_v}{f_m}=\frac{96E}{100G}\left(\frac{h}{l}\right)^2=2.5\left(\frac{h}{l}\right)^2 \quad (\text{III.11})$$

Si , au milieu d'une charge uniforme , la poutre supporterait en son milieu une charge concentrée , on trouverait , par des calculs analogues :

$$\frac{f_v}{f_m}=3.1\left(\frac{h}{l}\right)^2 \quad (\text{III.12})$$

Voici , pour diverses valeurs usuelles du rapport h/l de la hauteur de la section de la poutre à la portée , les valeurs numériques du rapport f_v/f_m calculées par les formules (III.11) et (III.12).

Valeurs de h/l	1/12	1/10	1/8
-Charge uniforme	1.8	2.5	3.8
Valeurs de $\frac{f_v}{f_m}$ en %			
-charge concentrée	2.2	3.1	4.9

Ces résultats montrent que , dans le cas où la poutre est de section rectangulaire les déplacements élastiques dus au cisaillement peuvent , sans aucun inconvénients , être négligés devant ceux dus à la flexion.

Remarque

Dans le cas d'une poutre en double T, et contrairement à l'opinion courante, les calculs montrent que les déplacements élastiques dus à l'effort tranchant sont loin d'être toujours négligeables devant ceux dus au moment de flexion, spécialement si la hauteur relative de h/l de la poutre est grande.

Chapitre IV

Comportement

élastoplastique

des poutres

4.1. Modèles de calcul du matériau élastoplastique.

Pour réaliser des calculs qui rendraient compte des déformations plastiques du matériau, il faut établir la relation entre les contraintes et les déformations c'est à dire dresser le diagramme (σ - ε).

Le diagramme doit être simple au possible, tout en traduisant les propriétés principales du matériau.

Les diagrammes (σ - ε) réels être rangés suivant trois types :

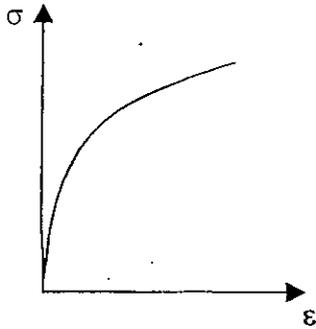


Fig.IV.1

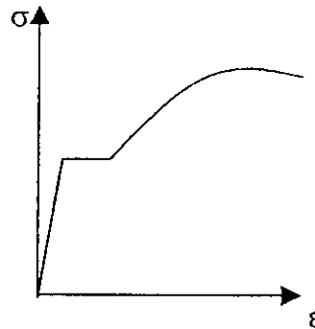


Fig.IV.2

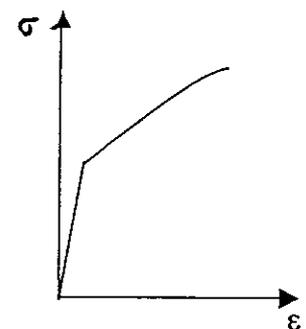


Fig.IV.3

- a) le diagramme de la figure IV.1 caractérise les matériaux fragiles.
- b) Le diagramme à palier d'écoulement bien marqué figure IV.2 caractérise les matériaux très plastiques.
- c) Le diagramme de la figure IV.3 caractérise les matériaux à plasticité faible ou moyenne.

Les modèles de calcul adoptés, qui représentent de façon plus simple les diagrammes réels (σ - ε) des figures (IV.1.), (IV.2.), (IV.3.), sont classés en trois catégories suivant la forme de la loi de comportement du matériau constitutif.

4.1.1. Modèle élastique linéaire.

Ce modèle (Fig.IV.4) représente les matériaux fragiles.

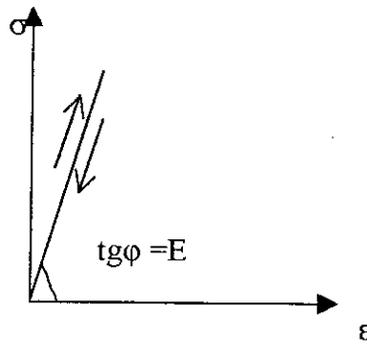


Fig.IV.4.modèle élastique linéaire

Pour les matériaux fragiles, les écarts de la loi de Hooke sont relativement peu grands et en calculant de tels matériaux, on ne peut pas tenir compte de leurs déformations plastiques ces dernières étant très faibles, on admet que, jusqu'à la rupture, la loi de Hooke est observée (Fig.IV.4)

4.1.2.Modèle élastique parfaitement plastique ou élastoplastique parfait.

Pour le calcul des pièces en matériaux très plastiques (Fig.IV.2), le modèle de calcul adopté rendant compte de leurs déformations est celui de la figure (IV.5),c'est à dire que la consolidation du matériau n'est pas prise en compte du fait que les contraintes égales à la limite d'écoulement engendrent des déformations plastiques importantes et des déplacements de grande valeurs qui rendent impossible le service ultérieur de la pièce.

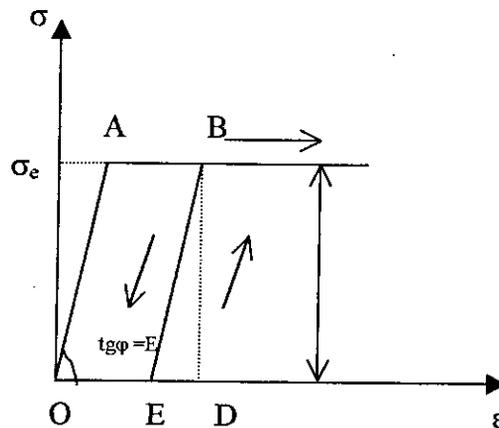


Fig.IV.5.modèle.élastoplastique parfait

Dans le cas où les déformations élastiques sont très faibles par rapport aux déformations plastiques, on peut parfois les négliger.

On emploie alors le diagramme OCB encore plus simple (diagramme de Prandtl), c'est à dire on admet que le matériau est parfaitement plastique ou, encore rigide plastique. Il convient de noter que dans le domaine des déformations plastiques les lois de charge et décharge diffèrent, la loi de charge étant non linéaire, alors que celle de décharge est toujours linéaire.

Sur la figure IV.5 la loi de charge est caractérisée par la ligne OAB, la loi de décharge, par la ligne BE toujours parallèle à OA. la déformation complète OD se compose de deux parties, plastique OE et élastique ED, qui disparaît avec la suppression de la charge.

4.1.3. Modèle élastoplastique à écrouissage linéaire.

Pour les matériaux de plasticité moyenne (Fig.IV.2) c'est à dire les matériaux qui ne présentent pas un palier d'étrépage bien marqué le modèle de calcul des déformations plastiques est représenté sur la figure IV.6. il rend compte de la consolidation du matériau.

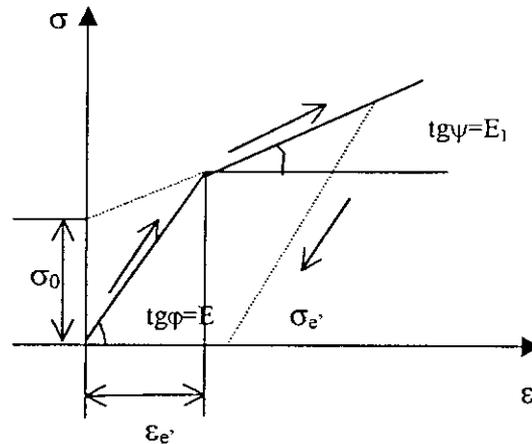


Fig.IV.6.modèle élastoplastique à écrouissage linéaire

On admettra jusqu'au point L que le matériau se déforme suivant la loi de Hooke, après le point L sa déformation devient plastique (droite LM).

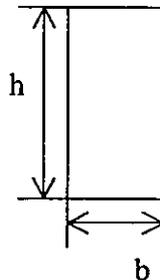
4.2.Flexion élastoplastique des poutres isostatiques.

4.2.1.Généralités

Pour une poutre de section transversale rectangulaire nous avons :

b=largeur
de la section

h=hauteur



M : moment appliqué progressivement croissant

Le matériau constitutif étant supposé être élastoplastique parfait, il satisfait à la loi de comportement suivante :

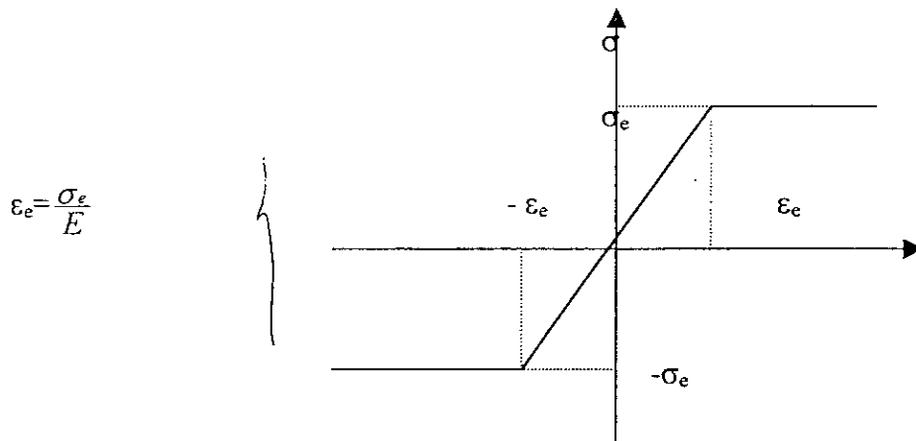


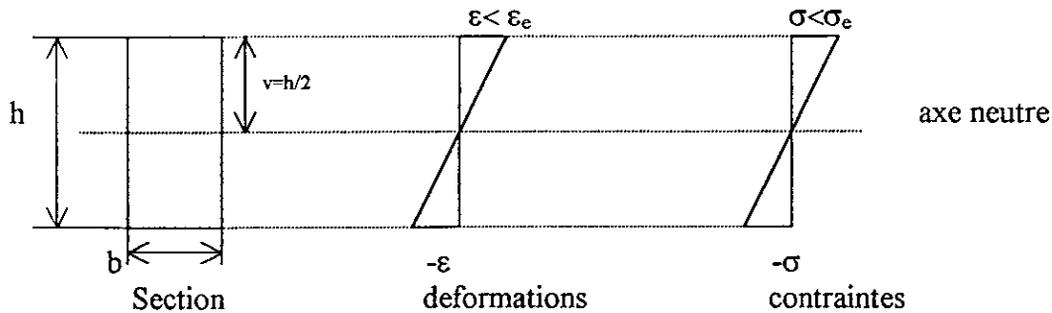
Fig.IV.7. diagramme élastoplastique parfait

D'après l'hypothèse de Bernoulli, nous admettons que les sections droites de cette poutre restent planes dans le domaine élastique et qu'elles restent également planes dans le domaine plastique.

En flexion élastoplastique, il est intéressant de définir le moment élastique limite M_e et le moment plastique limite M_p . Ces moments seront mis en évidence en considérant séparément le comportement élastique et le comportement élastoplastique des poutres.

4.2.2. Comportement dans le domaine élastique.

Nous avons



$$\sigma = \frac{Mv}{I} = \frac{6M}{bh^2}$$

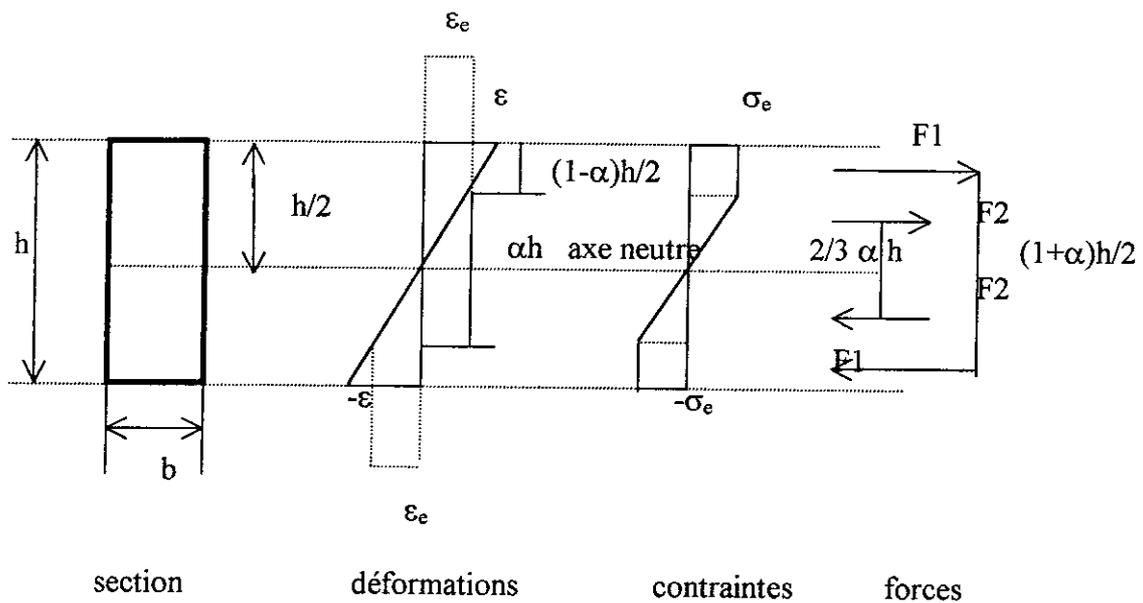
D'où la valeur du moment élastique limite.

$$\sigma = \sigma_e \longrightarrow M_e = \frac{1}{6} b h^2 \sigma_e$$

Au-delà de cette valeur nous sortons du domaine élastique.

4.2.3. Comportement élastoplastique.

Si M excède la valeur M_e , les fibres extrêmes de la section subissent des allongements unitaires supérieurs à ϵ_e . la section est donc plastifiée au voisinage des fibres extrêmes et subit, à cet endroit, des contraintes égales à la limite élastique σ_e .



En désignant par αh la hauteur de la partie élastique du diagramme des déformations, nous avons :

$$F1 = (1-\alpha) \frac{h}{2} b \sigma_e$$

$$F2 = \frac{\alpha h}{4} b \sigma_e$$

D'où le moment fléchissant équilibré par les contraintes

$$M = F1(1+\alpha) \frac{h}{2} + F2 \frac{2}{3} \alpha h$$

$$M = \frac{3-\alpha^2}{12} b h^2 \sigma_e$$

(IV.1)

Signification physique de α

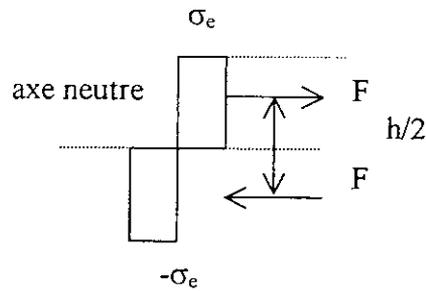
$$\varepsilon_e/\varepsilon = (\alpha h/2)/(h/2) = \alpha$$

α correspond donc au rapport de la déformation élastique à la déformation totale.

Si ε pouvait croître indéfiniment :

$$\alpha = \varepsilon_e/\varepsilon \rightarrow 0$$

$$M \rightarrow \frac{1}{4} bh^2 \sigma_e = M_p$$



M_p est appelé moment plastique limite $M_p = 1.5 M_e$

Remarquons pour $\varepsilon = 10 \cdot \varepsilon_e$

$$\alpha = \varepsilon_e/\varepsilon = 10^{-1}$$

$$M = \frac{2.99}{12} bh^2 \sigma_e = \frac{1}{4} bh^2 \sigma_e = M_p$$

Remarque

- La relation (IV.1) permet de déterminer la valeur de α si l'on se donne la valeur du moment de telle façon que :

$$M_e \leq M \leq M_p$$

- Les résultats établis dans ce paragraphe sont évidemment liés à la forme de la section. Dans le cas d'une section en double T, le moment élastique M_e et le moment plastique M_p sont très voisins :

$$\frac{M_p}{M_e} = 1.15$$

4.3. Rotule plastique.

La notion de rotule plastique sera définie à partir d'un exemple.

Si l'on considère une poutre soumise à une charge concentrée en son milieu (fig.IV.8) et que le moment maximum $M = PL/4$ se rapproche de la valeur M_p , la déformation aura tendance à se concentrer à l'endroit où se produit ce maximum et la déformée élastoplastique de la poutre sera composée de deux tronçons très peu déformés élastiquement séparés par une zone étroite (hachurée sur la figure.IV.9), fortement déformée plastiquement, on peut concevoir, dans ce cas, que la poutre est formée de deux tronçons rigides reliés par une rotule à frottement qui ne se met à tourner que lorsque M atteint la valeur M_p .

Cette rotule porte le nom de rotule plastique, ce concept joue un rôle fondamental surtout dans la théorie de la plasticité appliquée aux constructions métalliques.

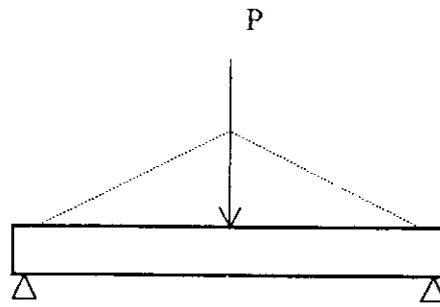


Fig.IV.8

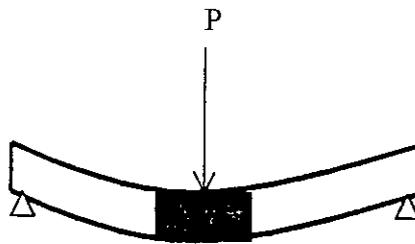


Fig.IV.9

Chapitre V

Calcul élastoplastique

d'une poutre fléchie

5.1. Position du problème.

Soit une poutre à section rectangulaire reposant sur deux appuis simples soumise à une charge concentrée en son milieu jusqu'à la ruine (Fig. V.1.1).

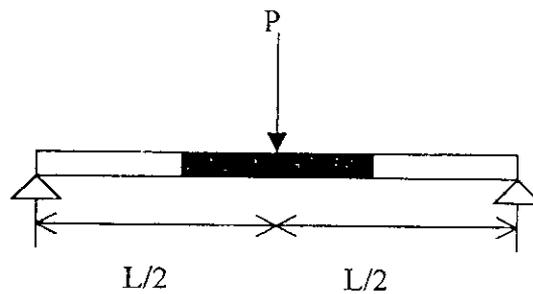


Fig.V.1

On se propose de :

- Déterminer la longueur de la zone plastifiée.
- Calculer la flèche sous une charge P comprise entre la charge maximal élastique , et la charge de ruine plastique.

5.2. Résolution du problème.

5. 2.1. Hypothèses du problème.

Pour résoudre ce problème on adopte les hypothèses suivantes :

- On néglige les contraintes et déformations dues au cisaillement.
- On considère que le matériau est élastique parfaitement plastique.

5.2.2. Longueur de la zone plastique.

La longueur de la zone plastique se détermine aisément en considérant le rapport de similitude des triangles (Fig.V.1).

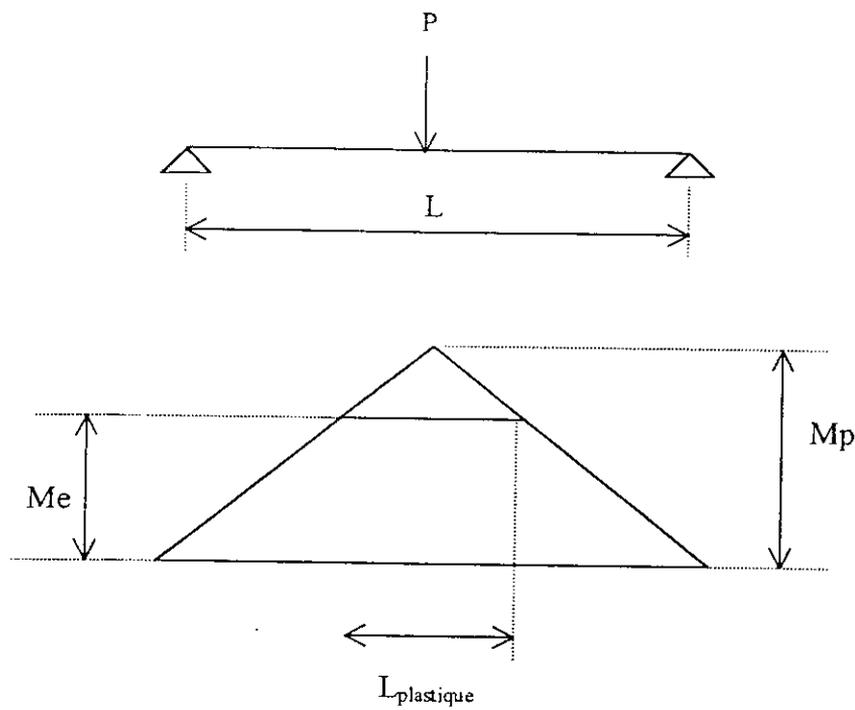


Fig.V.1

La figure (V.1) montre que :

$$\frac{L_{\text{plastique}}}{L} = \frac{M_p - M_e}{M_p} = 1 - \frac{M_e}{M_p} = 1 - \frac{1}{\varphi}$$

Pour une section rectangulaire on sait que :

$$\varphi = \frac{M_p}{M_e} = 1.5$$

$$\text{Donc : } L_{\text{plastique}} = \frac{L}{3}$$

5.2.3. Calcul de la flèche.

La charge maximal élastique est atteinte quand :

$$M_{\text{max}} = M_e = \frac{P\ell}{4} \quad (\text{a})$$

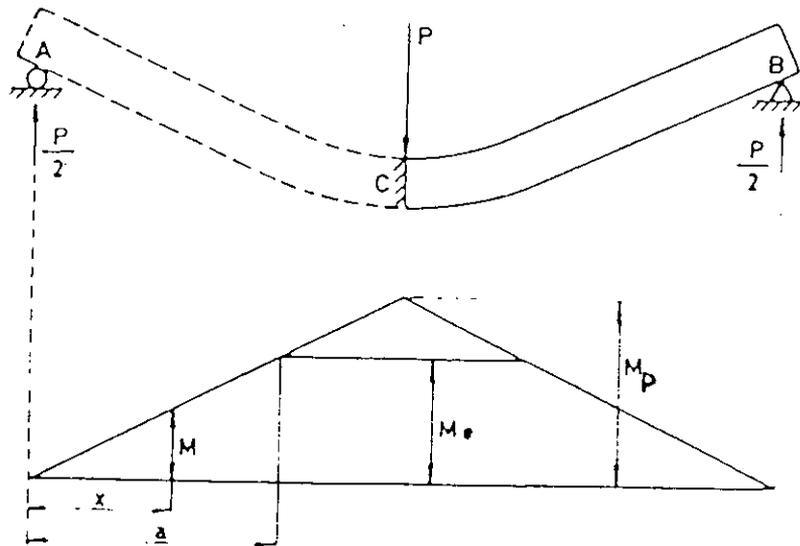


Fig.V.2

Le moment fléchissant à la distance x est :

$$M = \frac{P}{2} x$$

La similitude des triangles (voir fig.V.2) donne :

$$\frac{M}{x} = \frac{M_e}{a} \longrightarrow M_e = \frac{P}{2} a \quad (b)$$

De la relation (a) et (b) on déduit :

$$a = \frac{1}{2} \frac{P_e}{P} L$$

Selon Massonnet, la section C ne tournant pas par symétrie, on peut la supposer encastree et la moitié gauche de la poutre se comporte comme une console en C et chargée en A d'une force $(-\frac{P}{2})$.

Remarque

Etant donné le matériau est supposé obéir à la loi de comportement de type élastique parfaitement plastique la formule fondamentale $\lambda = \frac{M}{EI}$, pour le calcul des flèches, doit être remplacé par la formule non linéaire du type $\lambda = F(M)$.

D'après la figure (V.2) et la remarque précédente on a :

- Zone élastique $0 \leq x \leq a$

$$F(M) = \frac{M}{EI} = \frac{Px}{2EI}$$

- Zone plastique $a \leq x \leq L/2$

$$F(M) = \lambda_e \frac{1}{\sqrt{3-2M/M_e}} = \lambda_e \frac{1}{\sqrt{3-2x/a}}$$

En calculant la flèche au point A de la poutre console par la méthode de Mohr et en remplaçant $\frac{M}{EI}$ par $F(M)$ on a :

$$f_a = - \int_0^{L/2} F(M) x dx$$

On donc :

$$f_c = - f_a = + \int_0^{L/2} F(M) x dx = + \int_0^a \frac{Px}{2EI} x dx + \int_a^{L/2} \lambda_e \frac{1}{\sqrt{3-2x/a}} dx$$

En calculant les intégrales puis en éliminant a à l'aide de la relation $a = \frac{1}{2} \frac{Pe}{P} L$ établie ci-dessus, on trouve :

$$f_c = (L^2/12 Pe) (Pe/P)^2 \left[5 - \left(3 + \frac{P}{Pe} \right) \sqrt{3 - 2P/Pe} \right]$$

Si la charge de ruine $Pp = 1.5 Pe$ est juste atteinte la formule montre que la flèche vaut $2.22f_e$.

Chapitre VI

Méthodes de calcul

des poutres en béton armé

6.1. Généralités.

On sait que la résistance du béton est beaucoup plus grande en compression qu'en traction. Une poutre rectangulaire en béton simple se rompt donc sous très faibles charges par suite des contraintes de traction qui naissent du côté convexe.

La résistance de la poutre peut être plus grandement augmentée en plaçant dans la région tendue des barres d'acier qui suppléeront à la déficience du béton Fig. VI.1. On a constaté, en effet, que le béton adhère fortement à l'acier pendant sa prise et que, de plus, les deux matériaux ont sensiblement le même coefficient de déformation thermique, de sorte qu'il ne faut pas craindre un glissement des aciers par rapport au béton pendant la flexion ou sous effet d'une variation de température. Ceci est d'autant plus vrai qu'on utilise actuellement de plus en plus des barres crénelées. La poutre en béton armé se comporte donc comme un monolithe.

Pour les proportions d'acier et de béton généralement utilisées, le béton tendu se fissure bien avant que les barres d'acier n'atteignent leur limite d'étirage et pour des charges supérieures à la charge de fissuration, l'acier reprend pratiquement tout l'effort de traction.

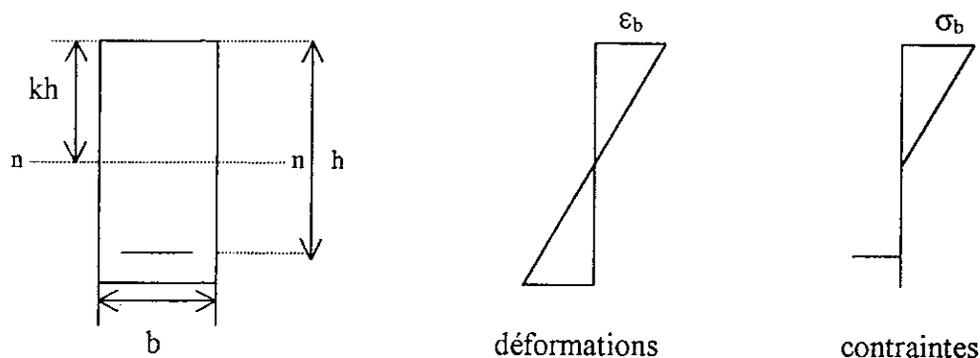


Fig. VI.1

C'est pourquoi on admet en pratique que toute la traction est reprise par l'acier et toute la compression par le béton.

Enfin, on admet la conservation des sections planes aussi bien dans la théorie classique que dans le calcul à la rupture. Le diagramme des déformations ϵ est donc linéaire.

6.2. Méthode classique du béton armé.

Dans la théorie classique du béton armé, on suppose que le béton obéit à la loi de Hooke (matériau élastique linéaire). Cette hypothèse grossière fait que la théorie classique est peu utilisée actuellement et est remplacée par le calcul à la ruine.

Toutefois, pour les bétons à très haute résistance qui se comporte d'une manière pratiquement élastique jusqu'à rupture, l'hypothèse en question est parfaitement justifiée et la théorie classique garde toute sa valeur.

Considérons le cas simple de la section rectangulaire dessinée à la figure VI.1. Nous désignerons par h la hauteur utile de la poutre mesurée jusqu'à l'axe des barres, par kh la distance de l'axe neutre nn au sommet par ε_b la déformation maximum du béton et ε_a celle des axes des barres d'acier. On a immédiatement :

$$\varepsilon_b = -\frac{kh}{\rho}, \quad \varepsilon_a = \frac{(1-k)h}{\rho}$$

d'où

$$\varepsilon_a = -\frac{1-k}{k} \varepsilon_b \quad (\text{VI.1})$$

Soient encore E_a et E_b les modules d'élasticité de l'acier et du béton. Pour ce que dernier, on admet qu'il s'agit du module d'élasticité sous charges instantanées afin d'éviter les effets de fluage que nous n'étudions pas ici. On a donc :

$$\sigma_a = E_a \varepsilon_a = \frac{(1-k)}{\rho} E_a \quad \sigma_b = E_b \varepsilon_b = -\frac{kh}{\rho} E_b$$

Nous allons maintenant calculer la position de l'axe neutre nn en exprimant que l'effort normal agissant sur la section droite est nul. La somme des forces de compression dans le béton doit égaler la force de traction dans les armatures et on a dès lors :

$$-\frac{bkh\sigma_b}{2} = \sigma_a A_a \quad (\text{VI.2})$$

où A_a est la section droite des armatures tendues.

Si l'on pose

$$m = \frac{E_a}{E_b} \quad \beta = m \frac{A_a}{bh} = \frac{E_a A_a}{E_b bh}$$

on tire de (VI.1) et (VI.2)

$$k^2 = 2(1-k)\beta$$

d'où , en résolvant :

$$k = -\beta + \sqrt{\beta^2 + 2\beta} \quad (\text{VI.3})$$

Après avoir déterminé par cette équation la position de l'axe neutre , on connaît le rapport entre la compression maximum dans le béton et la traction dans l'acier qui vaut ,d'après la formule (VI.2) :

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_a} = \frac{k}{(1-k)m} \quad (\text{VI.4})$$

Le bras de levier z des résultantes H des forces de traction et de compression agissant sur la section droite de la poutre vaut :

$$z = \frac{2}{3} kh + (1-k)h = \left(1 - \frac{k}{3}\right)h \quad (\text{VI.5})$$

Et le moment des forces intérieures, égal au moment de flexion ,est

$$zH = zA_a\sigma_a = -\frac{zkbh\sigma_b}{2} = M \quad (\text{VI.6})$$

On en déduit :

$$\sigma_a = \frac{M}{zA_a} \quad (\text{VI.7})$$

$$\sigma_b = -\frac{2M}{zkbh} \quad (\text{VI.8})$$

En utilisant les formules (VI.3)à(VI.8) on peut aisément calculer les contraintes de flexion dans les poutres en béton armé.

6.3. Calcul du béton à la rupture.

Pour les bétons ordinaires, le diagramme (σ, ε) en compression n'est pas linéaire et la théorie classique est abandonnée au profit du calcul à la rupture. Nous donnons ici un bref aperçu de la doctrine actuelle du comité européen du béton (CEB).

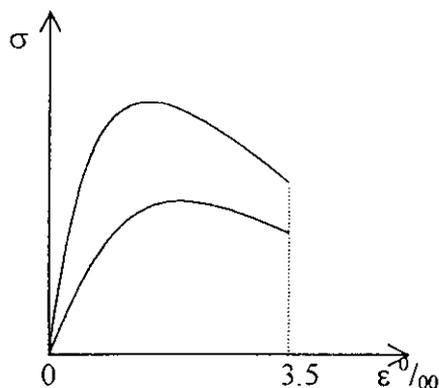


Fig.VI.2

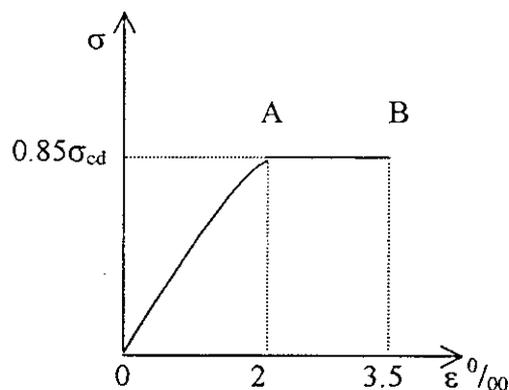


Fig.VI.3

On admet que le diagramme (σ, ε) réel du béton (Fig.VI.2) peut être remplacé par le diagramme conventionnel de calcul de la figure (VI.3). On l'appelle le diagramme parabole-rectangle.

L'arc OA est une parabole du second degré et σ_{cd} est la résistance de calcul en compression du béton considéré. elle s'obtient en divisant par le coefficient de réduction δ_m la résistance caractéristique R_k en compression prise en valeur absolue. Cependant le diagramme parabole rectangle peut être remplacé par un diagramme simplifié équivalent de forme rectangulaire en défini à la figure. Dans les deux cas, on considère que le béton atteint sa résistance ultime lorsque la déformation de la fibre la plus comprimée vaut $\varepsilon_b = -3.5 \cdot 10^{-3}$. en effet l'expérience montre que, dans les poutres fléchies, le raccourcissement proportionnel du béton comprimé à la rupture (c'est à dire l'abscisse du point B, Fig.VI.3) ne varie guère avec la qualité du béton, parce que les bétons médiocres compensent leur faible résistance par une plasticité plus grande que celle des bétons de haute qualité et qu'il a pour valeur $-3.5 \cdot 10^{-3}$.

Enfin, pour les armatures en acier doux, on admet que l'acier est élastique parfaitement plastique et on limite sa déformation à $10 \cdot 10^{-3}$.

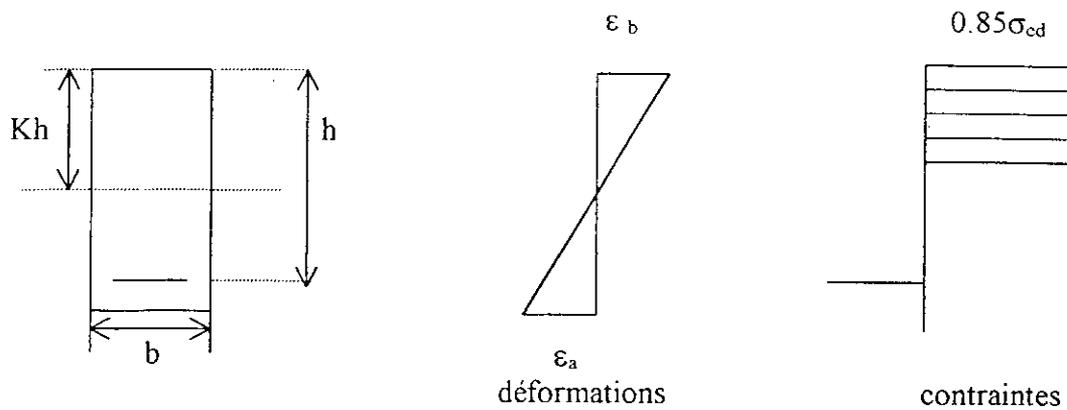


Fig.VI.4

Il résulte de ces considérations qu'une section d'une poutre fléchie peut atteindre son de ruine

- Soit parce que la résistance de l'acier est épuisée, parce que son allongement ϵ_a atteint $10 \cdot 10^{-3}$.
- Soit parce que la résistance du béton est épuisée, parce que le raccourcissement ϵ_b de la fibre la plus comprimée atteint $-3,5 \cdot 10^{-3}$.
- Soit parce que les deux circonstances ci-dessus se produisent simultanément.

A titre d'exemple, examinons cette dernière situation en détail, les deux autres cas se traitant de façon analogue.

En exprimant que la résultante du diagramme de compression dans le béton est égale à la résultante des efforts de traction dans les armatures (Fig VI.4) on a vu que l'acier est plastifié:

$$H = A_a R_e = (0,8khb) \times (0,85 \sigma_{cd})$$

Ce qui donne la position de l'axe neutre

$$K = \frac{A_a R_e}{0,68bh\sigma_{cd}}$$

Enfin, on obtient le moment résistant de calcul de la section exprimant son équilibre de rotation.

$$M^* = H(1-k+0,6k)h = H(1-0,4k)h$$

Chapitre VII

Approche expérimentale

7.1. Programme d'essais.

Les essais ont été effectués sur quatre poutres isostatiques, de même dimensions (220*22.5*12) et chargées par une force concentrée au milieu croissante jusqu'à la rupture.

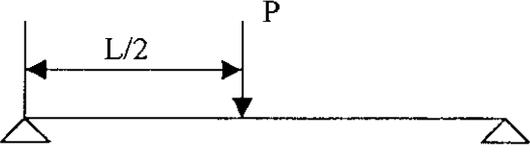
Poutre	Schéma de chargement	Mode rupture envisagée
P1 P2 P3 P4		Flexion « Insuffisance d'acier »

Tableau VII.1

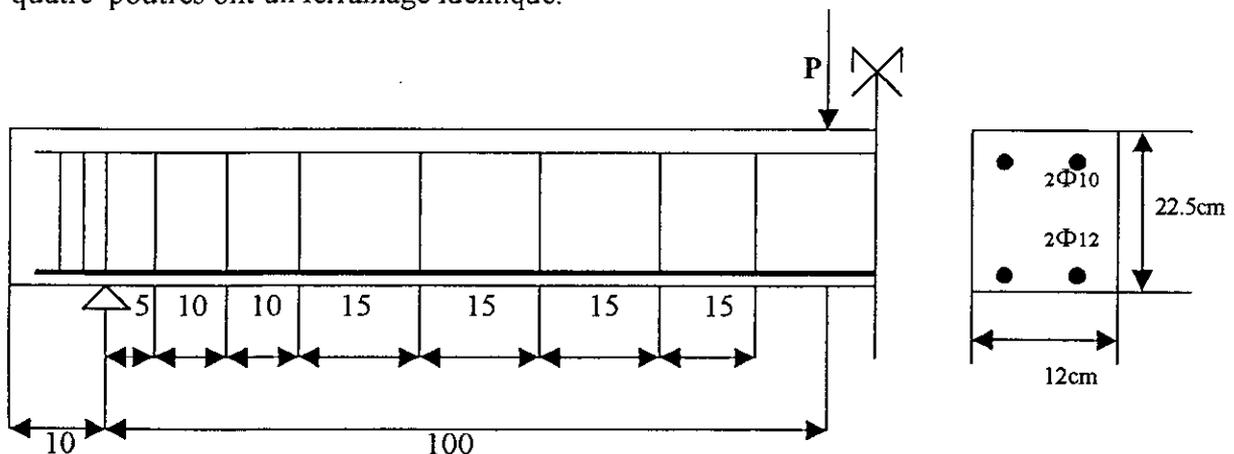
7.1.1. Dimensions

Les pièces d'essais sont des poutres isostatiques en béton armé reposant sur deux appuis simples, les poutres ont la même portée $L=200\text{cm}$. Les caractéristiques géométriques de la section droite rectangulaire sont :

- Hauteur totale $h=22.5\text{ cm}$
- Hauteur utile $d=17.5\text{ cm}$
- Largeur $b=12\text{ cm}$

7.1.2. Ferrailage

Le ferrailage a été calculé pour obtenir une rupture par flexion « insuffisance d'acier », les quatre poutres ont un ferrailage identique.



- Les armatures inférieures sont des barres filantes en acier haute adhérence HA 12.
- Les armatures supérieures sont des barres filantes en acier haute adhérence HA 10.
- Les armatures transversales sont des cadres en acier rond lisse RL ϕ 6.

7.2.Composition du béton.

La détermination de la composition du béton a été faite au laboratoire de l'école. En ce qui concerne les granulats utilisés ils proviennent de la carrière Jobert pour le gravillon 3/8 et de la carrière de Si mustapha pour le gravier 8/15 ,quant au sable c'est un sable de rivière, le ciment utilisé est un ciment de classe « cpj45 »qui convient pour un béton ordinaire.

Le ferrailage a été réalisé au sein de la société GEALCO.

7.2.1.Formulation du béton.

L'étude d'une composition de béton consiste toujours, à rechercher deux qualités essentielles : la résistance et l'ouvrabilité , or ces deux qualités sont liées et varient en sens inverse.

La recherche théorique de la composition du béton avec la détermination de la courbe optimale est déterminée en utilisant la méthode de Faury qui s'applique essentiellement aux ouvrages en béton armé.

7.2.1.1.Composition de béton selon M.Faury.

a)Principe :

Elle consiste à déterminer la courbe optimale du mélange des éléments secs , puis rechercher les pourcentages de ces constituants qui permettent de faire un mélange sec dont la courbe soit aussi voisine que possible de la courbe optimale, et enfin en déduire la composition d'un mètre-cube de béton.

b)Particularités :

- Elle est applicable à tous les granulats , quelque soit la masse volumique (la méthode de Bolomey ne peut être appliquée qu'aux granulats dont la masse volumique est comprise entre 2.5 et 2.7 kg/m³).
- Faury a étudié l'effet des vides (vides qui varient avec la racine cinquième de la dimension des grains).

Pour tenir compte de l'effet du coffrage et des armatures, Faury introduisit la notion d'effet de paroi ; elle, même fonction du rayon moyen du moule R qui est défini par le rapport

$$R = \frac{\text{Volume du béton (aciens déduits)}}{\text{Surface de ce qui est au contact du béton}}$$

L'effet de paroi est défini par le rapport :

$$\frac{D}{R} = \frac{\text{dimension maximale des granulats}}{\text{rayon moyen du moule}}$$

c) Courbe optimale.

Cette courbe conduit à la compacité maximale et se compose de deux tronçons de droites dus au fait que cette méthode distingue les grains fins et moyens (inférieur à $D/2$) des gros grains (supérieur à $D/2$).

Cette courbe de référence du mélange donne le pourcentage en volumes absolus (ciment+granulats) en fonction des diamètres « d » des grains. La courbe est une loi fonction de $d^{1/5}$ c'est pour cela, que Faury a adopté une échelle des abscisses graduées en $d^{1/5}$.

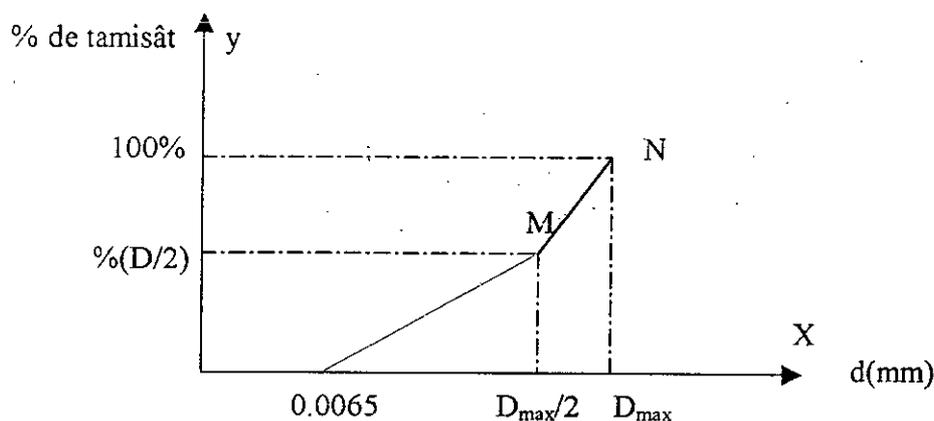


Fig.VII.1.tracé de la courbe granulométrique de référence.

La courbe de référence se définit comme suit :

Point 1 $X = 0.0065\text{mm}$
 $Y = 0$

$$X=D/2$$

Point M

$$Y= A+17\sqrt[3]{d} + \frac{B}{\frac{R}{D}-0.75}$$

$$X= D_{\max}$$

Point N

$$Y=100\%$$

La valeur de « a » varie de 16 à 20 pour un granulat roulé et béton vibré jusqu'à 38 pour des granulats concassés et un béton très fluide. « b » est coefficient variant de 1 (vibration puissante) à 2 (béton très fluide) . donc les coefficients « a » et « b » sont fonction de nature des granulats.

7.2.2.Application

7.2.2.1.Détermination de la courbe optimale

L'équation de la courbe optimale est la suivante :

$$Y=A+17\sqrt[3]{d} + \frac{B}{\frac{R}{D}-0.75} \quad \text{et } x=D/2$$

En remplaçant A, B , R et D par leurs valeurs on trouve :

$$Y=57.57 \quad \text{et} \quad x=7.5$$

Et à partir de la courbe optimale ,on obtient les proportions suivantes en utilisant les droites de joisel :

Sable 0/5 : 42 % Gravier 3/8 : 12 % Gravier 8/15 : 46 %

Le tableau VII.2 indique les pourcentages , poids , volumes absolus et masses spécifiques pour chaque matériau utilisé pour la confection d'un mètre-cube de béton.

- Masse spécifique du ciment =3.1.
- Le dosage en ciment est de 350kg/m³.

- Volume du ciment $V_c=(350/3.1)=113$ litres.
- Le rapport $(E/C)=0.5 \Leftrightarrow E=175$ litres (E étant le volume d'eau).
- Air occlus est estimé à 4 litres /m³.

Granulats	Sable 0/5	Gravier 3/8	Gravier 8/15
Pourcentage de granulats	42	12	46
Volume absolu total des granulats	712		
Volume absolu de chaque granulats(litre)	299.04	85.44	327.52
Masse spécifique	2.61	2.64	2.57
Poids de chaque granulats	780.66	225.92	841.72

Tableau.VII.2

7.3.Caractéristiques des aciers

types	nuances	Limite d'élasticité f_e (MPa)
Ronds lisses	FeE 22	215
	FeE 24	235
Barres HA	FeE 40	400
	FeE 50	500

Tableau.VII.3

Le tableau ci-dessus donne des valeurs théoriques de la limite élastique des aciers.

7.4.Condition d'exécution des essais.

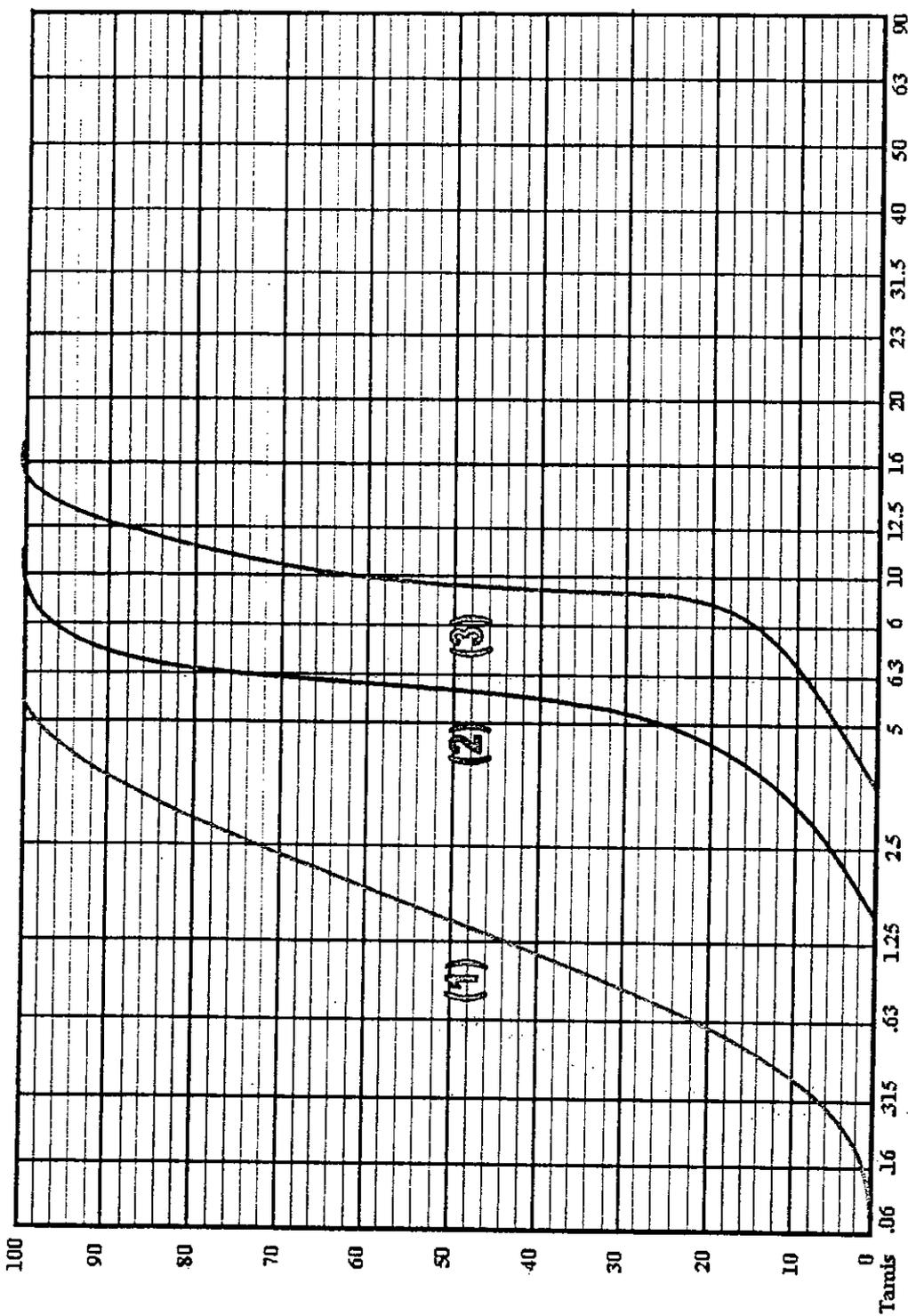
7.4.1.Coulage des poutres et des éprouvettes.

Le coulage a eu lieu au laboratoire de génie civil de l'école on disposait de deux jeux de coffrages métalliques ce qui nous a permis de couler deux poutres par jour ,a cause de la faible capacité du malaxeur on du couler chaque poutre en deux temps espacés de quelques minutes , de plus on a eu un problème de vibration car l'aiguille vibrante était défectueuse.

Pour chaque poutre on a réalisé six éprouvettes cylindriques (16*32) les conditions de surfacage n'ont pas été respectées on a utilisé du ciment rouge et du carton pour remplacer le soufre , on a obtenu des résultats assez bons.

COURBE GRANULOMETRIQUE SELON M^r. FAURY

POURCENTAGE EN VOLUMES ABSOLUS DES MATIERES PASSANT AU TRAVERS DES TAMIS X 0.0065



ECHELLE PROPORTIONNELLE A \sqrt{D}

- (1) Sable
- (2) Gravier 3/8
- (3) Gravier 8/15

7.5.1.Essai

Le chargement de chaque poutre s'est fait par incrément de 5KN sans déchargement chaque incrément de charge est maintenu quelques minutes le temps que les appareils de mesure se stabilisent (comparateurs, pont d'exstensométrie).

L'écrasement des poutres et des éprouvettes s'est fait au laboratoire de génie civil de l'école , les essais sur les matériaux ont été réalisés au laboratoire central de travaux publics (hussein - dey).

7.5.2.Machine d'essais sur poutres.

La table d'essais a été conçue initialement pour faire des essais sur dalles mais on peut également l'utiliser pour effectuer des essais sur poutres.

Elle se compose de trois portiques métalliques , chaque portique comporte un vérin hydraulique coulissant sur une traverse perpendiculaire au déplacement des portiques.

Le vérin qui a servi pour faire les essais , ainsi que la presse hydraulique ont été étalonnés.

7.5.2.1.Contact vérin- poutre.

Chaque vérin comporte un creux où vient se loger une plaque munie d'une bille qui sert à transmettre la charge vers la poutre.

7.5.2.2.Types d'appuis.

Les poutres sur lesquelles on a effectué les essais sont des poutres isostatiques reposant sur des appuis simples.

7.5.2.3.Système de blocage de charge.

Le blocage de charge a été fait manuellement afin d'éviter tout problème de fuites d'huile.

7.5.3.Mesures et appareils de mesure.

7.5.3.1.Mesure des rotations.

Elles sont mesurées à l'aide de comparateurs de haute précision $2 \cdot 10^{-3}$ mm.

7.5.3.2.Mesures des déplacements.

Ils sont mesurés à l'aide de comparateurs ayant une précision de 10^{-2} mm.

Remarque

Les surfaces de contact comparateurs-poutre ont été traitées on a ainsi évité tout problème de mesure . Pour les surfaces rugueuses on a mis du ciment rouge et pour les surfaces moins rugueuses on s'est contenté de les poncer.

7.5.3.3. Déformations unitaires

Les déformations de l'acier et du béton sont déterminées grâce aux jauges de contraintes , les valeurs des déformations sont directement lues sur le pont d'extensométrie.

Chaque type de jauge se distingue par son facteur de sensibilité K(2.07 pour l'acier et 2.13 pour le béton) et R la résistance propre.

- Les jauges de béton sont colées au niveau de la fibre la plus comprimée .
 - Les jauges d'acier sont colées directement sur les barres au niveau de la section dangereuse.
- toutes les surfaces de contact avec les jauges ont été poncées et bien nettoyées auparavant.

Pont d'extensométrie :

Le pont d'extensométrie P-350 A permet de mesurer les déformations des matériaux en traction ou en compression grâce au jauges de contraintes .
Le pont d'extensométrie P-350 A permet de brancher 10 jauges en même temps .

Les déformations entre deux points appartenant à la même surface sont données par la relation suivante :

$$\varepsilon_{AA'} = \frac{\Delta L}{L}$$

ou

L : est la distance entre les deux points A et A' appelée base de mesure.

ΔL : variation de longueur.

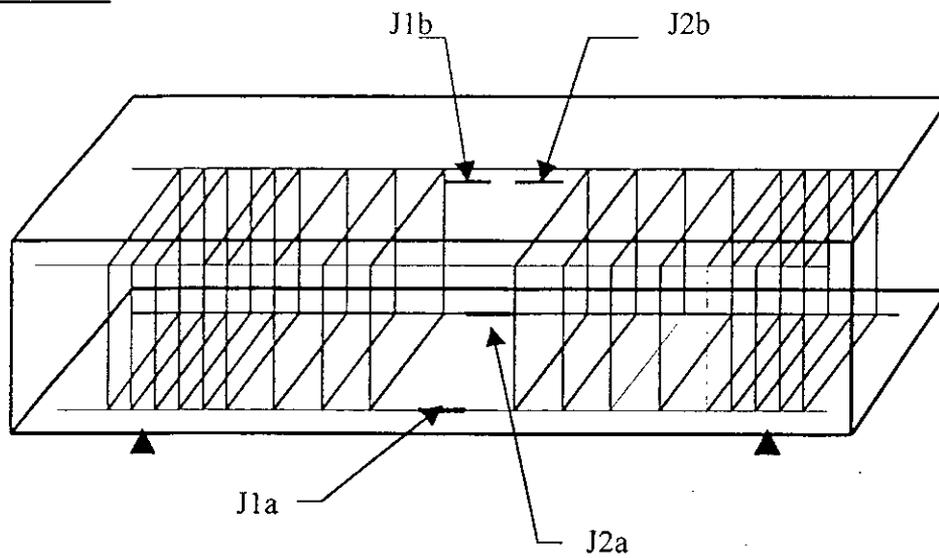
remarque

le nombre insuffisant de jauges de contraintes nous a conduit à les utiliser uniquement pour deux poutres (P4, P3).

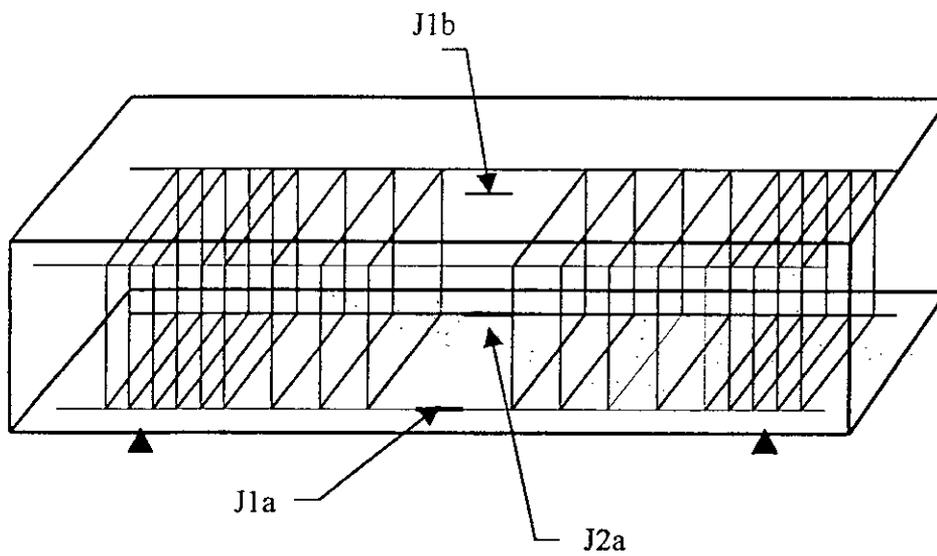
7.6. Emplacement des appareils de mesure

7.6.1. Emplacement des jauges de contrainte

a) poutre P3

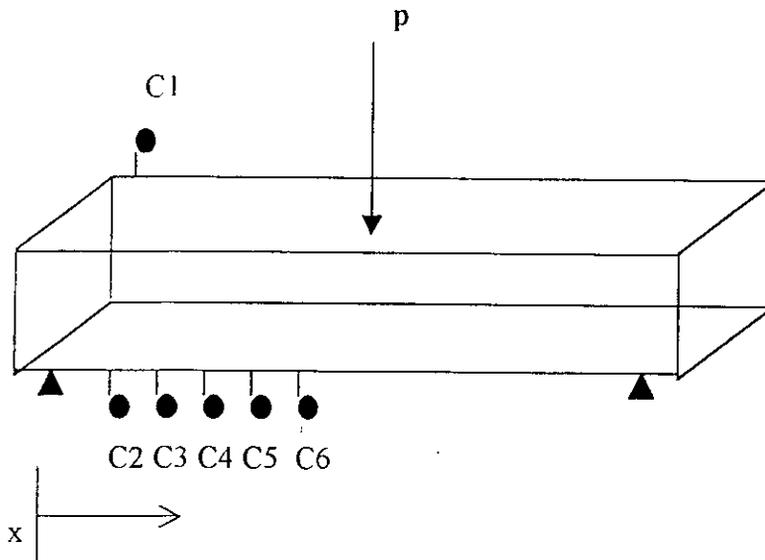


b) Poutre P4



7.6.2. Emplacement des comparateurs

comparateur	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Distance x de l'appui (cm)	10	20	40	60	80	100



7.7. Observation sur le déroulement des essais.

Lors des essais on a remarqué que les poutres en béton armé passaient par différentes phases de comportement, une phase avant fissuration qui correspond un comportement élastique de la poutre, une phase de fissuration et pour terminer une phase de rupture.

7.7.1. Première phase. (avant fissuration).

Pendant cette phase il n'y a aucune fissure pour de petites valeurs de la charge P . La poutre se comporte élastiquement ; l'acier et le béton subissent les mêmes déformations grâce au phénomène d'adhérence.

7.7.2. Deuxième phase. (fissuration).

Elle correspond à l'apparition des premières fissures qui sont petites par leur taille. Ce sont des fissures de flexion faible. Ces mêmes fissures au fur et à mesure qu'on augmente le chargement elles s'étendent et s'élargissent et deviennent plus profondes. Par la suite, des fissures inclinées apparaissent, ce sont des fissures dues à l'effort tranchant.

7.7.3. Troisième phase.

Elle correspond à la rupture qui est due à l'épuisement des aciers.

Il est à noter que les charges de fissuration ainsi que les charges de rupture des quatre poutres obtenues lors des essais sont quasiment identiques.

7.8. Résultats expérimentaux.

Les résultats obtenus lors des essais sont repris dans le tableau VIII.1

Poutres	Charge de fissuration (KN)	Charge de rupture (KN)
P1	11	58
P2	12	61
P3	12	58
P4	13	57

Tableau.VII.4

7.9. Comportement au cours du chargement.

Au cours du chargement on a noté l'évolution des fissures ainsi que les déformations de l'acier et du béton.

Les figures (VII.2, VII.3, VII.4, VII.5) représentent l'évolution des fissures au cours du chargement pour chaque poutre.

A / Poutre P1

- La charge de fissuration correspondait à 18 % de la charge de rupture (P/P_u).

B / Poutre P2

- La charge de fissuration correspondait à 19 % de la charge de rupture.

C / Poutre P3

- *Déformation du béton : (fig.VII.11)(fig.VII.12)*
 - Les déformations en phase élastique sont inférieures à $0.5 \text{ } ^\circ/_{00}$.
 - La charge de fissuration correspondait à 20 % de la charge ultime.
 - A la rupture, la déformation était de l'ordre de $2.8 \text{ } ^\circ/_{00}$.
- *Déformations des aciers : (fig.VII.10)*
 - Les déformations de l'armature principale en phase élastique restent inférieures à $1 \text{ } ^\circ/_{00}$
 - A la rupture les déformations de l'armature principale étaient supérieures $9 \text{ } ^\circ/_{00}$.

d / Poutre P4

- *Déformation du béton (fig.VII.14)*
 - Les déformations en phase élastique sont inférieurs à
 - La charge de fissuration correspondait à 23% de la charge ultime.
 - A la rupture, les déformations étaient de l'ordre 3.6 ‰.
- *Déformation des aciers:(fig.VII.13)*
 - Les déformations de l'armature principale en phase élastique étaient de l'ordre. de 1.2 ‰.
 - A la rupture les déformations de l'armature principale étaient supérieurs 11 ‰.

Fig. VII.2 schéma de fissuration de la poutre P1

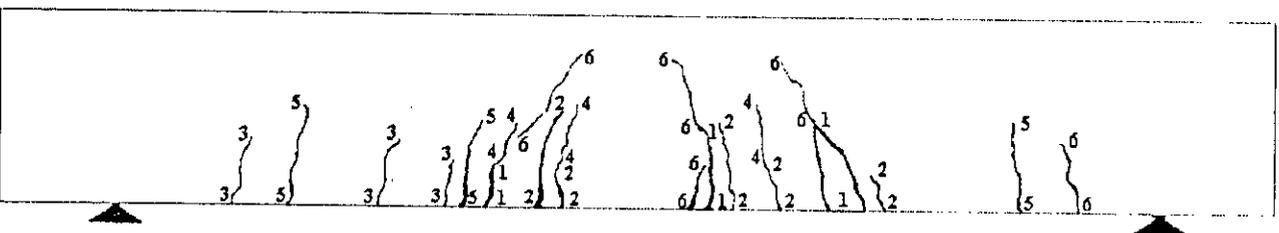


Fig. VII.3 schéma de fissuration de la poutre P2

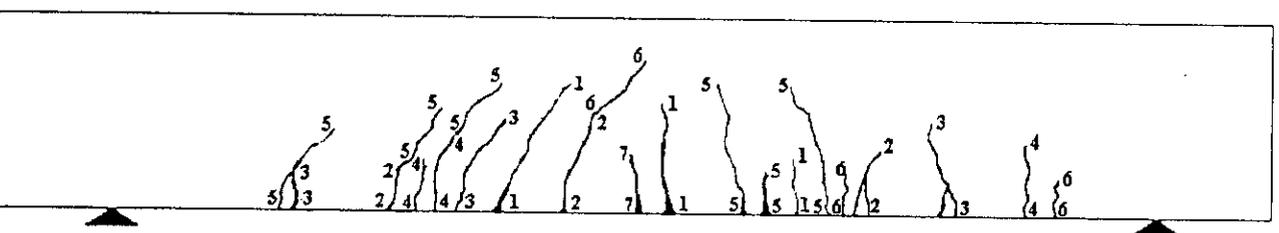


Fig. VII.4 schéma de fissuration de la poutre P3

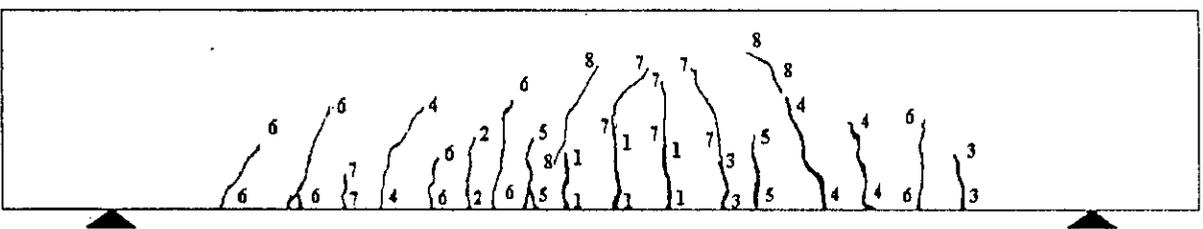
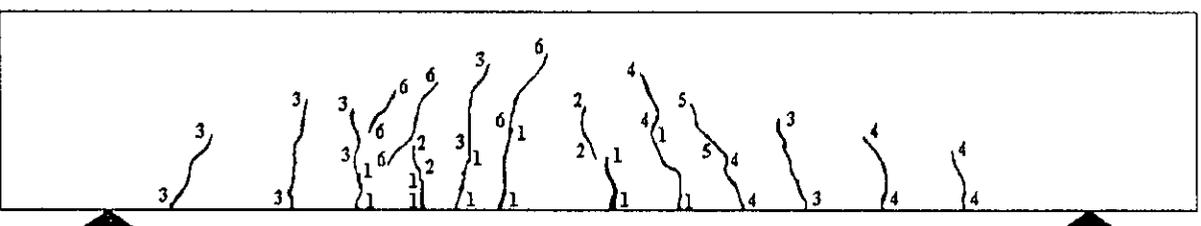


Fig. VII.5 schéma de fissuration de la poutre P4



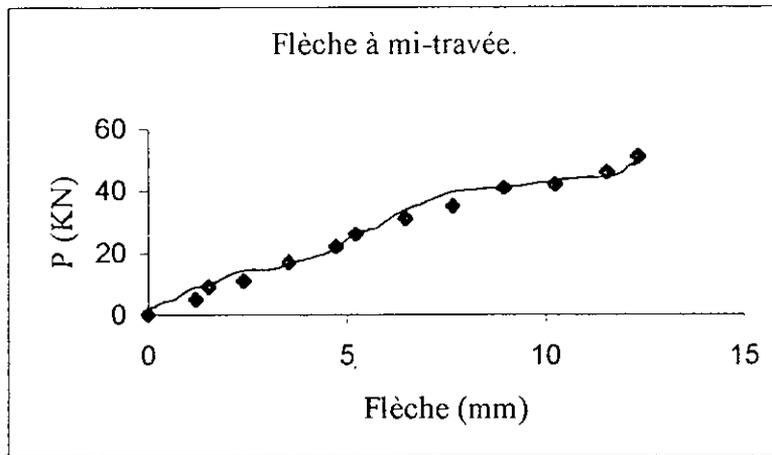


Fig.VII.6.flèche à mi-travée de la poutre P1.

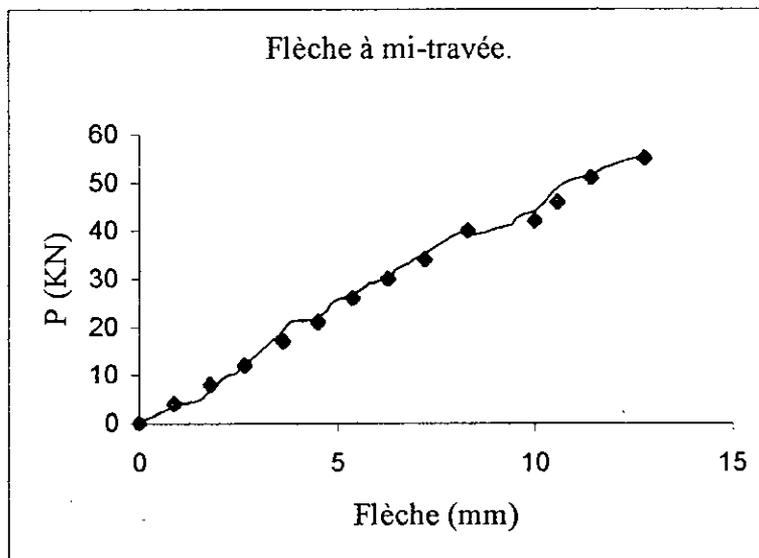


Fig.VII.7.flèche à mi-travée de la poutre P2.

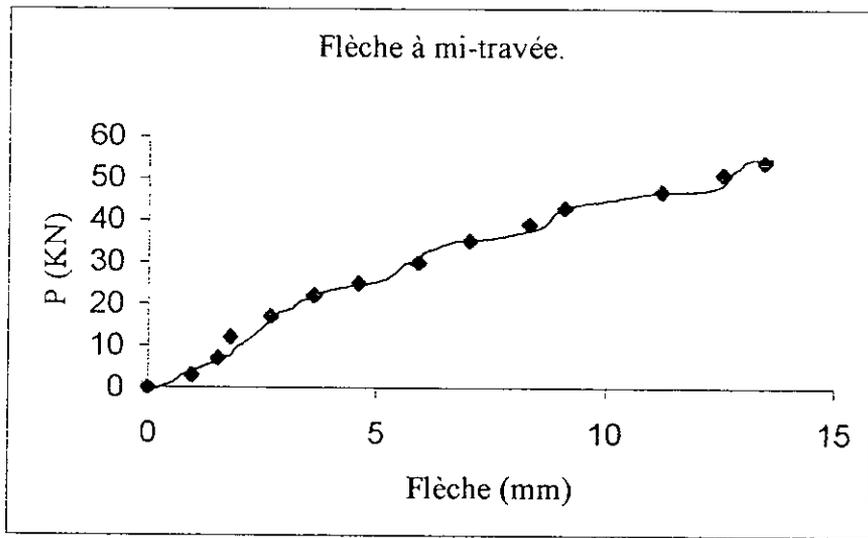


Fig.VII.8.flèche à mi-travée de la poutre P3.

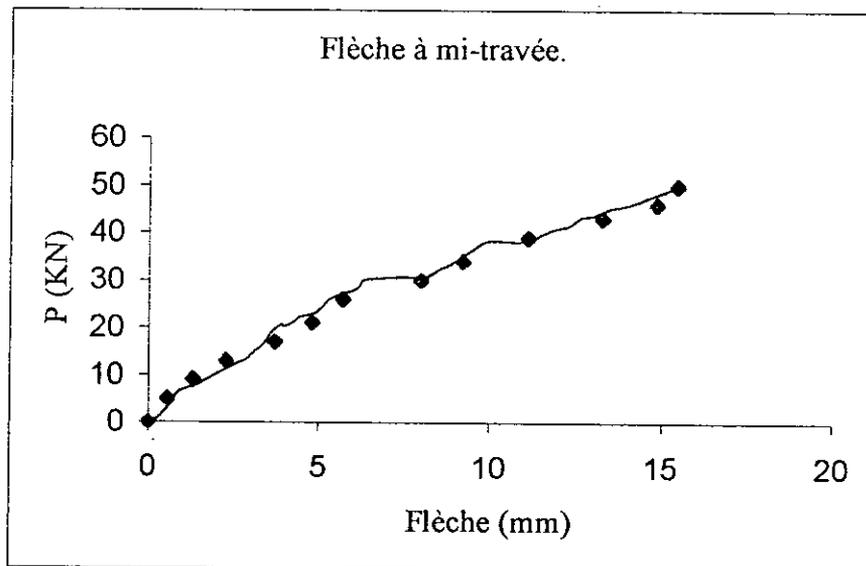


Fig.VII.9.flèche à mi-travée de la poutre P4.

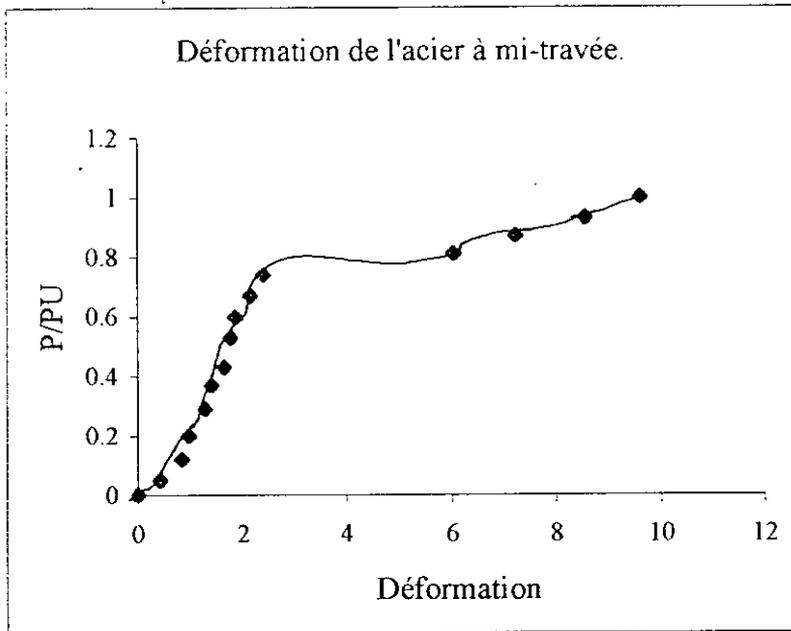


Fig.VII.10. déformation de l'acier à mi-travée de la poutre P3.

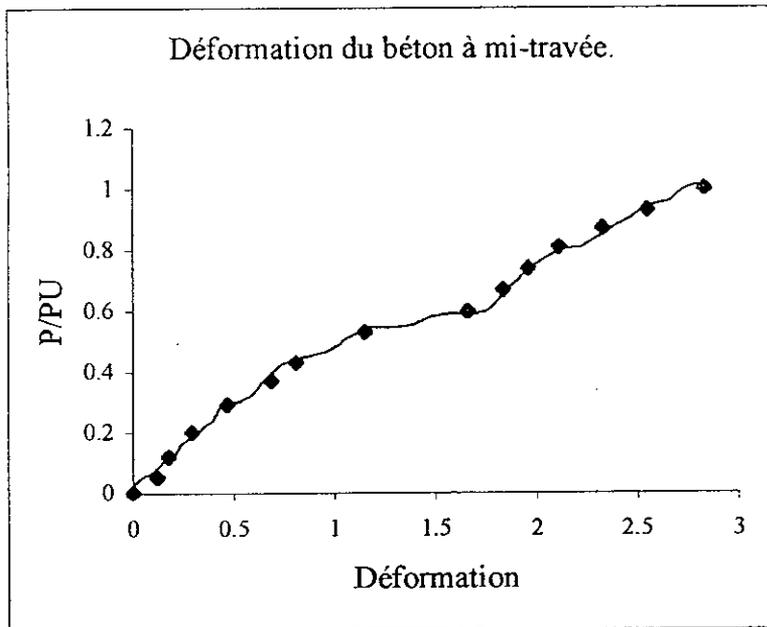


Fig.VII.11.déformation du béton à mi-travée de la poutre P3.

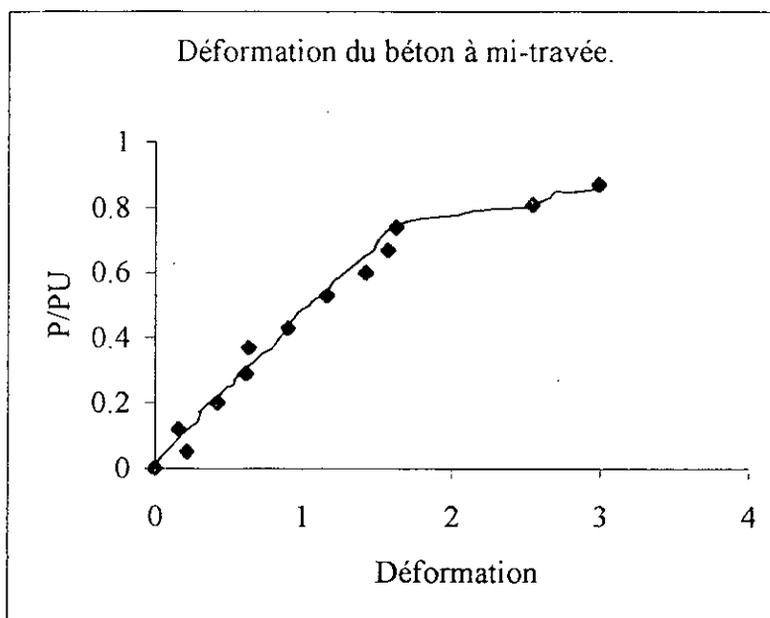


Fig.VII.12. déformation du béton à mi-travée de la poutre P3.

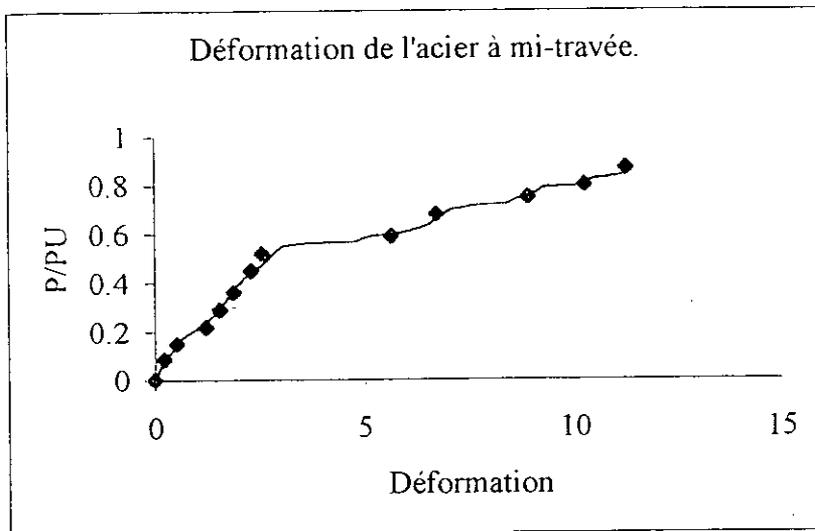


Fig.VII.13.déformation de l'acier à mi-travée de la poutre P4.

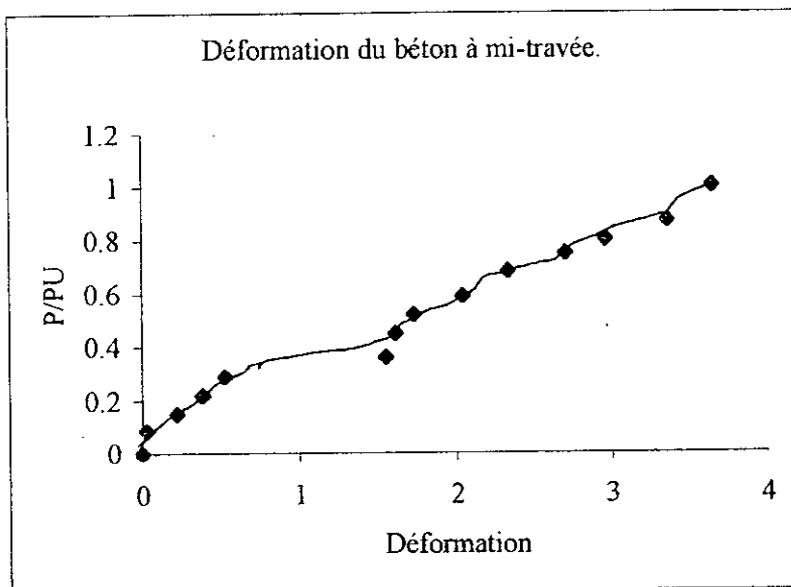


Fig.VII.14.déformation du béton à mi-travée de la poutre P4.

Chapitre VIII

Interprétation des résultats et conclusion

8. Interprétation des résultats et conclusion

Au terme de ce modeste travail, nous allons essayer d'interpréter les principaux résultats obtenus et d'émettre, à la fin, une conclusion générale.

Si nous reprenons les diagrammes charges-flèches (P, f) des quatre poutres testées ; leur représentation commune aura l'allure du diagramme suivant :

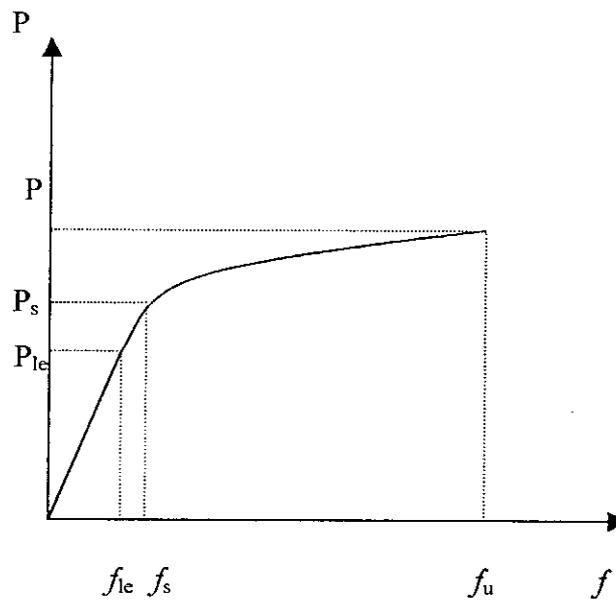


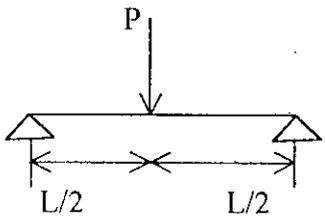
Fig.VIII.1.diagramme charges-flèches (P, f).

- En observant les flèches f en fonction de la charge P , on constate que la loi (P, f) est linéaire jusqu'à une certaine valeur de la charge P_{1e} correspondant à la flèche f_{1e} .
- Pour $P > P_{1e}$ (dans notre cas P_{1e} est de l'ordre de 10 KN) les flèches augmentent plus vite car le béton tendu commence à se déformer plastiquement et, peu après, se forme, à proximité de la charge concentrée, la première fissure et la rigidité de la section diminue, le béton tendu n'ayant plus aucune participation à la transmission des efforts intérieurs à cet endroit.

- Les valeurs de P_{te} et P_s sont très proches l'une de l'autre ; il en est de même pour f_{te} et f_s . On peut donc supposer que les relations sollicitations-déformations sont linéaires jusqu'à la fissuration.
- Après fissuration, le comportement du béton comprimé comme le montrent les diagrammes correspondant des poutres P3 et P4 (Fig.VII.11,12 et 14), reste jusqu'à une certaine charge de l'ordre de 17 KN toujours élastique ; ensuite le béton comprimé commence à se déformer plastiquement (le diagramme des contraintes n'est plus triangulaire).
- De même pour des charges élevées supérieur à 35 KN (Fig.VII.13) à l'armature se déforme plastiquement.
- Lorsque la charge P continue à augmenter, la section au droit de la charge atteint le moment ultime M_u auquel correspond la capacité portante $P_u = M_u/4$.

Etant donné nous avons adopté un modèle élastique parfaitement plastique pour s'approcher de la loi de comportement des poutres en béton armé fléchies simplement, nous allons essayer d'interpréter cette approche en se basant sur le paramètre d'appréciation retenu qui est la flèche à mi-travée.

Pour cela, nous avons repris et consignés les principaux résultats dans le tableau suivant :

Mode de sollicitation	Poutre	Charge P (KN)	Flèche élastique $f_e = pl^3/48EI$ (mm)	Flèche élastoplastique $f_p = 2.22f_e$ (mm)	Flèche expérimentale f_{exp} (mm)	f_{exp}/f_e	f_{exp}/f_p
	P 1	51	1.97	4.37	12.33	6.26	2.82
	P 2	55	2.12	4.70	12.77	6.02	2.71
	P 3	54	2.08	4.61	13.47	6.47	2.92
	P 4	50	1.93	4.28	15.46	8.01	3.61
Valeurs moyennes	/	52.5	2.02	4.49	13.50	6.69	3.01

L'analyse de ces résultats montre que :

- La flèche mesurée expérimentalement est supérieure de 6.5 fois le flèche calculée dans l'hypothèse que le matériau de la poutre obéit à la loi de Hooke jusqu'à la rupture, c'est à dire en considérant un modèle élastique linéaire.
- La flèche expérimentale est supérieure de 3 fois environ à la flèche calculée dans l'hypothèse que le matériau de la poutre est du type élastique parfaitement plastique.
- En outre, on rappelle aussi le résultat $f_p=2.22f_e$ trouvé lors du calcul analytique de la flèche considérée dans l'hypothèse du modèle élastique parfaitement plastique par rapport à celle de la flèche dans l'hypothèse du modèle élastique linéaire.

Enfin, en conclusion générale, on doit dire que :

- Les valeurs numériques citées précédemment ne sont qu'une appréciation générale d'une part, et ne correspondent qu'au mode de sollicitation adoptée.
- L'approche du modèle élastique parfaitement plastique dans notre cas particulier, compte tenu des hypothèses adoptées est relativement sécuritaire.
- Cette modeste étude a confirmé la justesse de l'approche actuelle basée sur le calcul à la rupture qui tient compte des propriétés élastoplastiques du béton armé, au lieu de l'approche classique basée sur la notion des contraintes admissibles, qui d'ailleurs est pratiquement abandonnée car trop contraignante.

Annexes

Annexe A

Résultats d'essais

sur

matériaux

1. Analyse granulométrique

○ sable 0/5

Ouverture(m)	Refus (gr)	Passant (gr)	Pourcentage passant %
5	66.35	1932.34	96
4	90.90	1841.44	92
3.15	176.855	1664.58	83
2.5	210.35	1454.23	73
2	170.55	1283.68	64
1.6	198.61	1085.075	54
1.25	175.24	909.83	46
1	149.217	760.61	38
0.8	135.89	624.72	31
0.63	145.66	479.068	23
0.5	104.501	374.56	18
0.4	90.28	284.28	14
0.315	80.246	204.041	10
0.25	52.58	151.46	8
0.2	42.45	109.011	5
0.16	29.14	79.87	4
0.125	26.75	53.121	2
0.10	22.57	30.55	1
0.08	10.57	19.98	0.9

○ gravier 3/8

Ouverture(m)	Refus (gr)	Passant (gr)	Pourcentage passant %
10	33.3	1972.08	98
8	72.4	1899.68	94
6.3	829.69	1069.99	53
5	566.77	503.22	25
4	320.38	182.84	9
3.15	110.3	72.54	4
2.5	44.56	27.98	1
2	14.55	13.46	0.7
1.6	8.1	5.33	0.2

○ gravier 8/15

Ouverture(m)	Refus(gr)	Passant(gr)	Pourcentage passant
12.5	374.47	1631.55	81
10	912.02	719.53	35
8	426.09	293.44	15
6.3	206.855	86.58	4
5	60.26	26.32	1.3
4	13.1	13.22	0.6

2. Equivalent de sable

Le sable utilisé est un sable qui provient d'un oued (bejaia). Initialement le sable utilisé était très sale on a dû le laver donc après lavage on obtient un ES=73%. C'est un sable qui convient pour confectionner un béton ordinaire.

3. Essai los angeles :

Classe gravier	Nombre de boulets	Poids des boulets (g)	Poids (p_1) avant essai (g)	Poids (p_2) après essai (g)	Coéf los angeles $(p_1-p_2)/p_2$ %
4/6.3	7	3080	5000	3430	31.4
6.3/10	11	4840	5000	4840	29.30

Pour les constructions en génie civil il est recommandé d'utiliser des granulats ayant un coefficient de los angeles inférieur à 45%.

4. Test de friabilité des sables

Nature de l'échantillon	Masse totale de la charge (g)	Masse seche Avant essai (g)	Masse seche après essai (g)	Coefficient de friabilité %
Sable 0/5	2500	500	265	47

5. Test de propreté

Classe du gravier	Poids initial P_i (g)	Poids final P_f (g)	Pourcentage d'impureté $(P_i-P_f)/P_f$ %
3/8	3400	3315	2.56
8/15	3050	3015	1.16

D'après cet essai on constate que le gravillon est assez sale, par contre le gravier est relativement propre.

6. masse volumique apparente

	Sable 0/5	Gravier 3/8	Gravier 8/15
Masse volumique apparente (t/m ³)	1.55	1.29	1.33

7. Masse volumique au picnomètre

	Sable 0/5	Gravier 3/8	Gravier 8/15
masse volumique au picnomètre (t/m ³)	2.61	2.64	2.57

Annexe B

Etalonnage des machines

1.introduction

Compte tenu de la vétusté des machines , l'étalonnage de celles -ci s'imposait . Ainsi grâce à l'étalonnage on a pu lire les valeurs des charges indiquées sur les cadrans des machines , et les comparer aux valeurs des charges réellement appliquées ,et par la suite on a tracé les courbes d'étalonnage de la presse hydraulique ainsi que du vérin hydraulique.

2.étalonnage du vérin hydraulique

L'étalonnage du vérin hydraulique s'est fait au même moment que l'essai et cela grâce à un anneau dynamométrique.

On a constaté que le décalage entre les valeurs lues sur le cadran et les valeurs réelles est resté constant tout au long des quatre écrasements et qu'il n'était pas important.

3.étalonnage de la presse hydraulique

Il s'est fait de la même manière que pour le vérin hydraulique c'est à dire à l'aide de l'anneau dynamométrique. on a constaté que le décalage existant entre les valeurs réellement appliquées et les valeurs lues sur le cadran était pratiquement constant et égal a 10 KN.

Tableau 1 : Etalonnage de la presse hydraulique.

Valeurs lues sur le cadran (KN)	Valeurs réellement appliquées (KN)
12	20
20	30
30	40
42	50
55	60
68	70
80	80
95	90
99	100
114	105
119	110
140	130
141	140
160	150
170	160
185	175
190	180
193	190
203	210

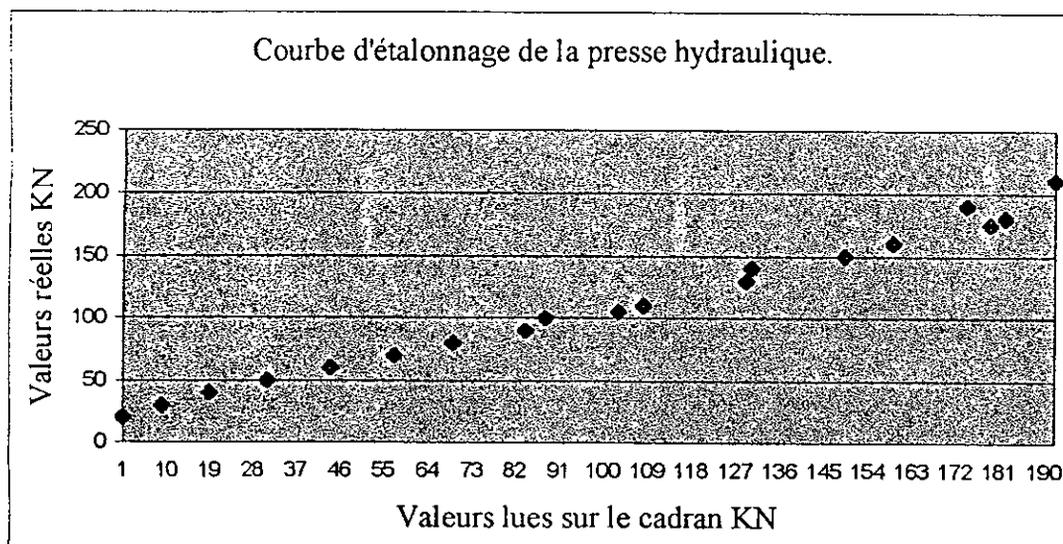
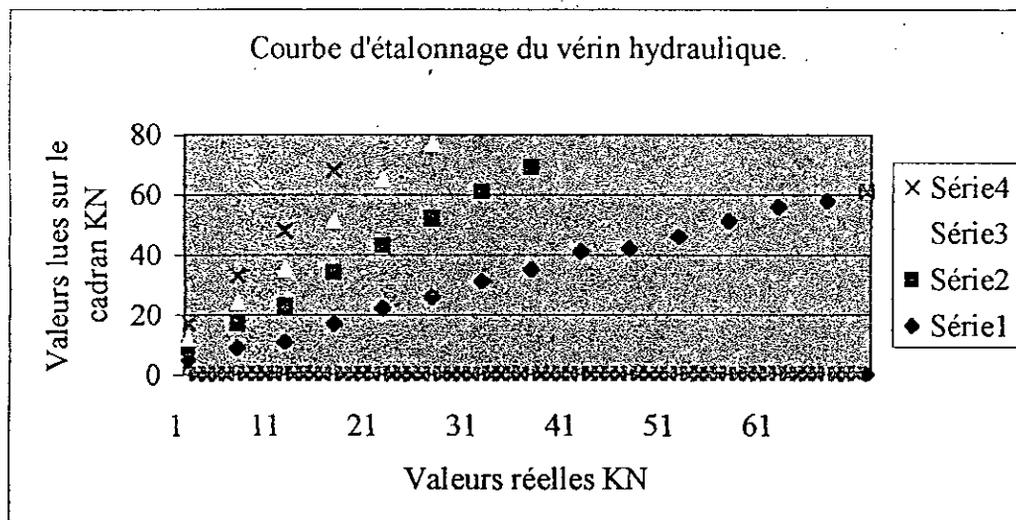


Tableau 2 : Etalonnage du vérin hydraulique.

Ecrasement P1		Ecrasement P2		Ecrasement P3		Ecrasement P4	
Valeur au niveau du cadran (KN)	Valeur réelle (KN)	Valeur au niveau du cadran (KN)	Valeur réelle (KN)	Valeur au niveau du cadran (KN)	Valeur réelle (KN)	Valeur au niveau du cadran (KN)	Valeur réelle (KN)
0	0	0	0	0	0	0	0
5	5	5	4	5	3	5	5
10	9	10	8	10	7	10	9
15	11	15	12	15	12	15	13
20	17	20	17	20	17	20	17
25	22	25	21	25	22	25	21
30	26	30	26	30	25	30	26
35	31	35	30	35	30	35	30
40	35	40	34	40	35	40	34
45	41	45	40	45	39	45	39
50	42	50	42	50	43	50	43
55	46	55	46	55	47	55	46
60	51	60	51	60	51	60	50
65	56	65	55	65	54	65	57
70	58	70	58	72	58	70	/
75	/	74	61	/	/	/	/



Annexe C

Résultats d'écrasement des éprouvettes

1.Ecrasement des éprouvettes

Eprouvettes appartenant à La poutre	Résistance à la compression à 28 jours (MPa)	Résistance à la traction à 28 jours (MPa)
P1	26.69	2.17
P2	27.19	2.77
P3	26.41	1.91
P4	22.05	1.75

La résistance à la compression est déterminée grâce à l'essai de compression simple sur trois éprouvettes (16*32).

La résistance à la traction est déterminée grâce à l'essai de traction par fendage sur trois éprouvettes (16*32).

2. Loi de comportement du béton

La loi de comportement du béton est déduite de l'essai de compression, on place un comparateur de précision 0.01mm entre les plateaux de la presse hydraulique et grâce à cela on peut lire la déformation correspondant à chaque charge.

σ (MPa)	ε ‰
1.99	1.8
2.98	2.0
4.97	2.7
7.71	3.0
9.7	3.3
12.44	3.4
13.93	3.6
16.42	3.7
17.91	3.9
23.89	4.2

σ (MPa)	ε ‰
0	0
0.54	0.93
1.5	1
2.09	1.2
2.53	1.3
3.08	1.5
3.88	1.7
4.43	1.8
5.27	2
5.87	2.2
7.06	2.4
8.81	2.7
9.95	2.9
10.95	3
12.2	3.1
12.7	3.25
15.25	3.4
16.6	3.7
22.5	4.1

Les deux tableaux ci-dessus donnent la loi de comportement du béton entrant dans la confection de la poutre P3 (Fig.2.1).

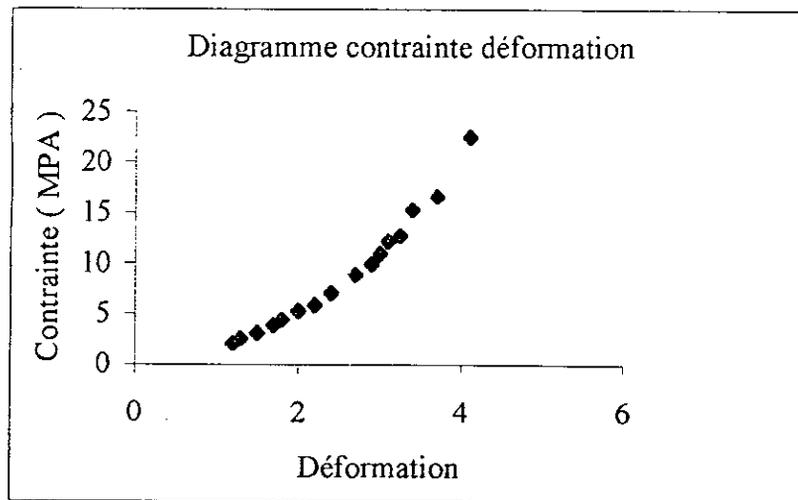
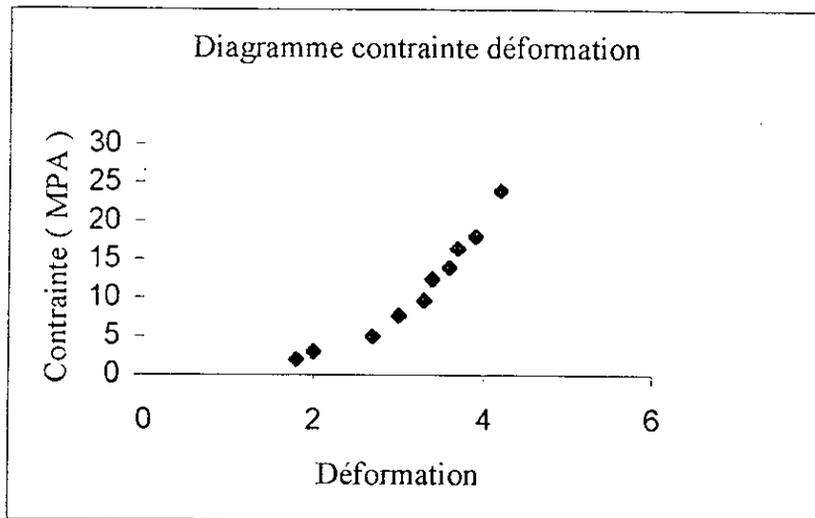
σ (MPa)	ε ‰
0	0
0.59	0.9
0.99	1.28
1.49	1.53
2.09	1.75
2.48	1.84
3.48	2
4.52	2.25
5.22	2.34
5.97	2.43
7.01	2.53
7.56	2.62
10.9	2.87
18.5	3.9

σ (MPa)	ε ‰
0	0
0.5	1.4
1	2
2.1	2.53
3	2.8
4.1	3.1
5	3.4
6	3.7
7.25	4.1
8	4.4
9	4.6
10	4.8
11.25	5.1
12.5	5.5
14	5.8
15	6
17	6.4
17.9	6.9

Les deux tableaux ci-dessus nous donnent la loi de comportement du béton entrant dans la confection de la poutre P4 (Fig.2.2).

Remarque

L'augmentation de charge par incrément constant était impossible car la commande servant à cela ne fonctionnait pas.



**Fig.2.1. diagramme contraintes-déformations du béton entrant
Dans la confection de la poutre P3.**

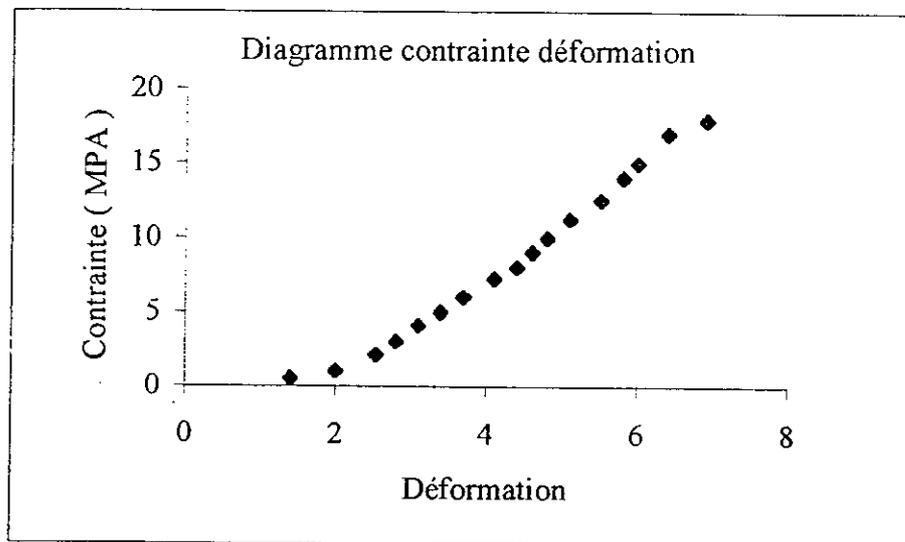
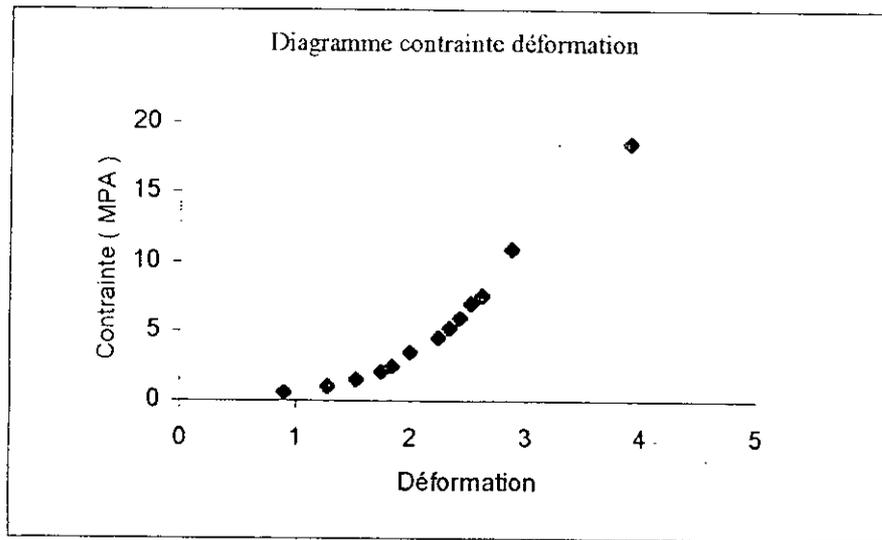


Fig.2.2. diagramme contraintes-déformations du béton entrant dans la confection de la poutre P4.

Annexe D

Tableaux des résultats obtenus

Tableau 1: Déplacement expérimental de la poutre P1.

Distance x		20 cm de l'appui	40 cm de l'appui	60 cm de l'appui	80 cm de l'appui	100 cm de l'appui
P (KN)	P/Pu	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)
0	0	0	0	0	0	0
5	0.08	0.35	0.52	0.80	1.02	1.22
9	0.15	0.65	0.88	1.13	1.46	1.53
11	0.18	0.92	1.22	1.45	1.87	2.40
17	0.29	1.56	1.77	2.19	2.79	3.56
22	0.37	1.66	2.21	3.10	3.66	4.72
26	0.44	2.06	2.65	4.20	4.67	5.23
31	0.53	2.42	3.12	4.87	5.48	6.47
35	0.60	2.78	4.21	5.23	6.47	7.66
41	0.70	2.86	4.80	6.13	8.20	8.98
42	0.72	3.40	5.62	7.96	9.94	10.23
46	0.79	3.80	6.30	8.46	10.56	11.56
51	0.87	4.26	/	/	11.48	12.33
56	0.96	/	/	/	/	/
58	1	/	/	/	/	/

f.exp : désigne le déplacement expérimental.

Tableau 2 : Déplacement expérimental de la poutre P2.

Distance x		20 cm de l'appui	40 cm de l'appui	60 cm de l'appui	80 cm de l'appui	100 cm de l'appui
P (KN)	P/Pu	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)
0	0	0	0	0	0	0
4	0.065	0.3	0.32	0.44	0.63	0.89
8	0.13	0.58	0.66	0.79	1.27	1.78
12	0.19	1.23	1.33	1.45	1.74	2.65
17	0.27	1.47	0.44	2.10	2.37	3.64
21	0.34	1.78	2.02	2.35	3.45	4.51
26	0.42	1.99	2.50	3.63	4.33	5.38
30	0.49	2.15	2.99	3.87	5.21	6.28
34	0.55	2.55	3.63	4.76	6.33	7.20
40	0.65	3.20	4.47	5.59	6.87	8.30
42	0.68	3.75	5.23	6.09	7.91	9.98
46	0.75	4.06	6.46	7.06	9.04	10.56
51	0.83	4.55	7.12	8.33	9.91	11.41
55	0.90	5.64	/	/	/	12.77
58	0.95	/	/	/	/	/
61	1	/	/	/	/	/

Tableau 3 : Déplacement expérimental de la poutre P3.

Distance x		20 cm de l'appui	40 cm de l'appui	60 cm de l'appui	80 cm de l'appui	100 cm de l'appui
P (KN)	P/Pu	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)
0	0	0	0	0	0	0
3	0.051	0.2	0.51	0.75	0.8	0.96
7	0.12	0.54	0.82	1.69	1.84	1.52
12	0.20	0.83	1.05	2.23	2.46	1.8
17	0.29	1.17	1.6	2.42	2.63	2.7
22	0.37	1.50	2.15	3.04	3.45	3.65
25	0.43	1.77	2.72	4.38	4.53	4.62
30	0.53	1.88	3.27	4.90	5.44	5.91
35	0.60	2.21	3.90	6.24	6.71	7.04
39	0.67	2.63	4.57	7.44	7.70	8.32
43	0.74	3.04	5.43	8.37	8.80	9.08
47	0.81	3.53	6.12	9.54	10.92	11.20
51	0.87	4.19	7.68	10.45	11.90	12.56
54	0.93	5.54	8.82	10.48	12.45	13.47
58	1	/	/	12.69	13.82	/

Tableau 4 : Déplacement expérimental de la poutre P4.

Distance x		20 cm de l'appui	40 cm de l'appui	60 cm de l'appui	80 cm de l'appui	100 cm de l'appui
P (KN)	P/Pu	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)	f.exp (mm)
0	0	0	0	0	0	0
5	0.087	0.18	0.28	0.32	0.45	0.57
9	0.15	0.52	0.57	0.88	1.00	1.32
13	0.22	1.05	1.55	1.74	1.96	2.28
17	0.29	1.64	1.83	2.40	3.32	3.74
21	0.36	1.91	2.10	3.25	4.71	4.81
26	0.45	2.18	2.71	4.20	5.22	5.71
30	0.52	2.49	3.45	4.87	6.72	7.98
34	0.59	2.87	4.59	5.81	7.06	9.22
39	0.68	3.65	5.99	7.59	9.26	11.11
43	0.75	3.99	6.75	8.75	11.73	13.26
46	0.80	4.39	7.56	9.82	/	14.85
50	0.87	5.92	8.46	11.51	/	15.46
57	1	/	/	/	/	/

Tableau 5 : Déformations des jauges d'acier et de béton de la poutre P3.

P (KN)	P/Pu	J1a *10 ⁻³ (‰)	J2a *10 ⁻³ (‰)	J1b *10 ⁻³ (‰)	J2b *10 ⁻³ (‰)
0	0	0	/	0	0
3	0.05	424	/	121	218
7	0.12	826	/	178	158
12	0.20	963	/	293	428
17	0.29	1280	/	470	617
22	0.37	1400	/	685	633
25	0.43	1650	/	808	900
30	0.53	1770	/	1150	1168
35	0.60	1865	/	1660	1428
39	0.67	2140	/	1830	1578
43	0.74	2390	/	1958	1628
47	0.81	7050	/	2112	2548
51	0.87	8923	/	2330	2986
54	0.93	/	/	2550	/
58	1	/	/	2832	/

Tableau 6 : Déformations des jauges d'acier et de béton de la poutre P4.

P (KN)	P/Pu	J1a *10 ⁻³ (‰)	J2a *10 ⁻³ (‰)	J3b *10 ⁻³ (‰)
0	0	0	/	0
5	0.087	226	/	28
9	0.15	540	/	224
13	0.22	1245	/	390
17	0.29	1560	/	530
21	0.36	1890	/	1550
26	0.45	2306	/	1610
30	0.52	2560	/	1730
34	0.59	5630	/	2040
39	0.68	6715	/	2330
43	0.75	8900	/	2700
46	0.80	10260	/	2960
50	0.87	11250	/	3360
57	1	/	/	3645

Bibliographie

Bibliographie

- [1] Fuentes .A .(1988)
« Comportement post-élastique des structures en béton armé ».Eyrolles.
- [2] Ilimi A.(1998)
« thèse comportement des poutre en béton armé soumises au cisaillement ».
- [3] Massonnet .ch , Cescotto S.(1980)
« Mécanique des matériaux »-Eyrolles.
- [4] Mazars .J (1980)
« Mécanismes physiques de rupture et modèles de comportement mécanique du béton hydraulique». Paris .Presses de L'E.N.P.C .
- [5] Pissarenko G ,Yakovlev A., Matvéev V.(1979)
« Aide-mémoire de résistance des matériaux ».Editions de moscou.
- [6] Tichy M., Rakosnik J.(1975)
« Calcul plastique des ossatures en béton».Eyrolles.

ملخص:

ان حساب منشآت الهندسية المدنية كان إلى غاية السنوات الأخيرة، قائمًا على طريقة "الاجهادات المسموح بها". لقد أدخلت القوانين الجديدة مفهوم الحساب "بالحالات الحدية" الذي يعد مرض إزاء تعريف أمان المنشآت.
ان غاية هذه المذكرة هي بيان و تأكيد أهمية المقاربة الجديدة انطلاقًا من دراسة السلوك المرن. اللدن لروافد الخرسانة المسلحة الخاضعة للانحناء البسيط.

كلمات مفتاح:

خرسانة - اجهادات - تشوهات - انحناء - المرونة اللدنة - عزم اللدونه - المفصل اللدن - الحالات الحدية - نماذج الحساب.

Résumé:

Jusqu'à ces dernières années, les calculs de structures de génie-civil étaient conduits suivant la méthode dite aux "contraintes admissibles". Les nouveaux règlements ont instauré la notion de calcul aux "états limites" plus satisfaisantes vis à vis de la définition de la sécurité des ouvrages.

Le but de ce mémoire est de montrer et confirmer l'intérêt de cette nouvelle approche, à partir de l'étude du comportement élastoplastique des poutres en béton armé soumises à la flexion simple.

Mots Clés:

Béton - contraintes - déformations - flexion - élastoplasticité - moment plastique - rotule plastique - états limites - modèles de calcul.

Abstract:

Until last years, the civil engineering computing where made with the admitted stress method". The new rules are now using the notion of states limits more available towards the construction security approach. The purpose of this thesis is to show and confirm the interest of this new approach based on the elastoplastic behaviour of the reinforced concrete beams under simple flexion.

Key Words:

concrete - stress - strain - flexion - elestoplasticity - plastic moment - limits states - computing models.