

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique  
**École Nationale Polytechnique**



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique



**Département Génie Industriel**  
**Université de Technologie de Troyes**  
*Laboratoire d'Optimisation des Systèmes Industriels*  
*Mémoire de projet de fin d'étude en vue d'obtention du diplôme*  
**Ingénieur d'état en Génie Industriel**  
Option Management Industriel

**Évaluation et optimisation de la  
performance économique et énergétique des  
lignes de production**

*Présenté par:*

**Yasmine ALAOUCHICHE**

*Sous la direction de :*

**Dr. Fatima NIBOUCHE (ENP)**

**Prof. Farouk YALAOUI (UTT)**

**Dr. Yassine OUAZENE (UTT)**

*Présenté et soutenu publiquement le 10/07/2019*

**Composition du jury:**

Président	Mme Nacéra ABOUN (MAA)	ENP
Examineur	M. Ali BOUKABOUS (MAA)	ENP
Promoteur	Mme Fatima NIBOUCHE (MCA)	ENP



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique  
**École Nationale Polytechnique**



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique



**Département Génie Industriel**  
**Université de Technologie de Troyes**  
*Laboratoire d'Optimisation des Systèmes Industriels*  
*Mémoire de projet de fin d'étude en vue d'obtention du diplôme*  
**Ingénieur d'état en Génie Industriel**  
Option Management Industriel

**Évaluation et optimisation de la  
performance économique et énergétique des  
lignes de production**

*Présenté par:*

**Yasmine ALAOUCHICHE**

*Sous la direction de :*

**Dr. Fatima NIBOUCHE (ENP)**

**Prof. Farouk YALAOUI (UTT)**

**Dr. Yassine OUAZENE (UTT)**

*Présenté et soutenu publiquement le 10/07/2019*

**Composition du jury:**

Président	Mme Nacéra ABOUN (MAA)	ENP
Examineur	M. Ali BOUKABOUS (MAA)	ENP
Promoteur	Mme Fatima NIBOUCHE (MCA)	ENP

# Dédicace

*À mes très chers parents, sans lesquels, je ne serais jamais devenue ce que je suis aujourd'hui. En ce jour mémorable, pour moi ainsi que pour vous, je vous dédie ce travail en signe de ma vive reconnaissance pour tous vos efforts et sacrifices ainsi que de mon profond estime. Puisse le tout puissant vous donner santé, bonheur et longue vie afin que je puisse vous rendre fiers.*

*À mon cher frère, mon soutien, que toutes les chances soient de ton côté afin de réussir ce que tu souhaites et mérites.*

*À mes chers amis, ceux qui m'ont toujours soutenue malgré les tournures de la vie et nos chemins qui divergent tantôt, vous vous reconnaîtrez sûrement, merci de votre soutien infailible.*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués et le fruit de votre soutien indéfectible.*

# Remerciements

Je tiens à remercier Dr. Yassine OUAZENE, maître de conférences à l'Université de Technologie de Troyes, qui m'a encadrée tout au long de ce stage de fin d'étude et qui m'a fait partager sa brillante expérience et ses précieux conseils. Qu'il soit aussi remercié pour sa patience et ses nombreux encouragements qu'il m'a prodigués.

Je remercie Prof. Farouk YALAOUI directeur de l'institut Services et Industries du Futur de l'Université de Technologie de Troyes, pour ses précieux conseils, suivi et orientations. Vous êtes pour moi un exemple, je vous serai à jamais reconnaissante pour la chance que vous m'avez offerte de découvrir le monde de la recherche et y trouver une passion.

Je tiens à remercier également Dr. Fatima NIBOUCHE, Maître de conférences à l'École Nationale Polytechnique, pour son encadrement, ses conseils, son soutien ainsi que sa confiance.

J'exprime ma gratitude à Madame Nacéra ABOUN et Monsieur Ali BOUKABOUS, membres du jury qui me font l'honneur d'évaluer ce travail.

Enfin, je tiens à remercier tous les enseignants du département Génie Industriel, ce travail est le fruit de la formation que avons eu grâce à vous. Les trois années que j'ai passées au sein du département et de l'école m'ont permis d'apprendre, me développer et devenir la personne que je suis aujourd'hui.

Yasmine ALAOUCHICHE

السياق الاقتصادي، الصناعي، القانوني و البيئي يدفع الباحثين والصناعيين للتركيز على تحسين الأداء الطاقي لخطوط الإنتاج على غرار الأداء الاقتصادي. لكن، وبالرغم من الأهمية البالغة التي تحضى بها هذه الاشكالية، الا ان التقدمات العلمية التي تخصصها تعتبر جد ضئيلة. الهدف من عملنا هو اقتراح نموذج تحليلي وخوارزمي لتقييم و تحسين الأداء الاقتصادي والطاقي لخطوط الإنتاج. قمنا بتطوير نموذج لتقييم الأداء باستخدام أدوات رياضية و حسابية. يسمح نموذجنا بحساب مؤشر الأداء الاقتصادي وهو معدل إنتاج الخط ، وكذلك مؤشرات طاوية : كمية الطاقة المستهلكة و مؤشر الكفاءة الطاوية. وضعنا أيضا نموذج تحليلي وخوارزمي لتحسين الأداء الاقتصادي والطاوي.

الكلمات الدالة: تقييم الأداء ، الكفاءة الطاوية ، العمليات العشوائية ، تحسين الأداء .

## ABSTRACT

The economic, industrial, legislative and environmental context is increasingly driving researchers and industrials to focus on optimizing not only the economic but also energetic performance. However, very little work has been done on this subject for serial production lines.

The objective of our work is to propose an analytical and algorithmic model to evaluate and optimize the economic and energetic performance of serial production lines. We have developed a model to evaluate this performance using mathematical and algorithmic tools. Our model allows the calculation of economic performance indicator which is the production rate of the line, as well as energy indicators which are energy consumption and efficiency. We have also developed an analytical and algorithmic solution for buffer allocation to optimize economic and energetic performance.

**Key words:** Performance evaluation, energy efficiency, stochastic process, Optimization.

## Résumé

Le contexte économique, industriel, législatif et environnemental pousse de plus en plus les chercheurs ainsi que les industriels à s'intéresser à l'optimisation de la performance non seulement économique mais aussi énergétique. Cependant, très peu de travaux ont été effectués concernant ce sujet pour les lignes de production en série.

L'objectif de notre travail est de proposer un modèle analytique et algorithmique afin d'évaluer puis d'optimiser la performance économique et énergétique des lignes de production en série. Nous avons développé un modèle permettant d'évaluer cette performance en utilisant des outils mathématiques et algorithmiques. Notre modèle permet le calcul d'indicateur de performance économique qui est le taux de production de la ligne, ainsi que des indicateurs énergétiques qui sont la consommation ainsi que l'efficacité énergétiques. Nous avons également développé une solution analytique et algorithmique de dimensionnement des stocks intermédiaires pour l'optimisation de la performance économique et énergétique.

**Mots clés:** Évaluation de la performance, efficacité énergétique, processus stochastique, Optimisation.

# Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des abréviations

<b>Introduction générale</b>	<b>12</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>15</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 Notions de base . . . . .	16
1.2.1 Rappel sur les chaînes de Markov : . . . . .	16
1.2.2 Vocabulaire relatif aux lignes de production . . . . .	17
1.2.3 Modèles d'évaluation de performances . . . . .	20
1.3 État de l'art concernant l'évaluation de performance économique et énergétique	21
1.3.1 La méthode des machines équivalentes EMM . . . . .	21
1.3.2 L'évaluation énergétique des lignes de production dans la littérature .	28
1.4 Conclusion . . . . .	39
<b>2 Évaluation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production</b>	<b>41</b>
2.1 Introduction . . . . .	41
2.2 Formulation du problème : . . . . .	41
2.3 Approche d'évaluation énergétique . . . . .	42
2.4 Représentation de Markov . . . . .	43
2.4.1 Le cas général $i=\{2,\dots,K-1\}$ : . . . . .	43
2.4.2 Le cas de la première et la dernière machine . . . . .	46
2.5 Étude du système à l'état stationnaire . . . . .	48
2.6 Formulation de la consommation énergétique . . . . .	49
2.7 Formulation de l'efficacité énergétique . . . . .	50
2.8 Algorithme d'évaluation de la performance économique et énergétique . . . .	51
2.9 Analyse des résultats d'évaluation . . . . .	52
2.9.1 Hypothèses supplémentaires . . . . .	52
2.9.2 Résultats numériques . . . . .	53
2.9.3 Analyse du système à deux machines et un stock intermédiaire . . . .	55
2.9.4 Analyse du système à K machines et K-1 stocks intermédiaires . . . .	66

## TABLE DES MATIÈRES

2.10 Conclusion . . . . .	74
<b>3 Optimisation de la performance économique et énergétique</b>	<b>76</b>
3.1 Introduction . . . . .	76
3.2 Formulation du problème . . . . .	76
3.3 Approche d'optimisation dans la littérature . . . . .	77
3.3.1 Optimisation de la performance économique : dimensionnement des stocks intermédiaires . . . . .	78
3.4 Le modèle de dimensionnement des stocks pour l'optimisation de la perfor- mance économique et énergétique . . . . .	80
3.4.1 Le modèle généralisé . . . . .	82
3.4.2 Le problème primal . . . . .	86
3.5 Résultats numériques . . . . .	89
3.6 Conclusion . . . . .	89
<b>Conclusion générale</b>	<b>93</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>96</b>
<b>A Résultats numériques des analyses d'évaluation</b>	<b>99</b>
<b>B Codes relatifs aux tests effectués sur Lingo 18.0</b>	<b>105</b>

# Liste des tableaux

2.1	Cas d'une ligne avec trois machines Choong et Gershwin [27]. . . . .	54
2.2	Cas d'une ligne avec cinq machines Choong et Gershwin [27]. . . . .	54
2.3	Cas d'une ligne avec sept machines Choong et Gershwin [27]. . . . .	55
2.4	Configuration 1 : ligne avec quinze machines [28],[29]. . . . .	56
2.5	Configuration 2 : ligne avec vingt machines [30]. . . . .	56
2.6	Résultats numériques. . . . .	57
2.7	Instances de Gershwin [25] . . . . .	57
2.8	Paramètres des différentes configurations testées [31] . . . . .	60
2.9	Paramètres des différentes configurations . . . . .	65
2.10	Paramètres de la configuration ligne homogène : machines et buffers identiques	67
2.11	Paramètres de la configuration ligne homogène : machines identiques et buffers non-identiques . . . . .	69
2.12	Paramètres de la configuration machines et buffers non-identiques : $\omega_i = \omega$ .	70
2.13	Paramètres de la configuration machines et buffers non-identiques : $\lambda_i = \lambda$ et $\mu_i = \mu$ . . . . .	72
3.1	Paramètres des différentes configurations de Seong et al.[32] . . . . .	90
3.2	Résultats numériques de la méthode proposée : problème généralisé . . . . .	91
3.3	Résultats numériques de la méthode proposée : problème primal . . . . .	91

# Liste des figures

1	La consommation énergétique mondiale par secteur [1]. . . . .	13
1.1	Différents modèles de représentation d'un système [2]. . . . .	20
1.2	Ligne de production à deux machines et un stock intermédiaire. . . . .	23
1.3	Ligne de production en série à K machines et K-1 stocks intermédiaires. . . . .	26
1.4	Représentation du profil de puissance du processus de fraisage [6]. . . . .	32
1.5	Différents modes de décomposition de la consommation énergétique pour les machines-outils [6]. . . . .	32
1.6	Profil de puissance d'une machine-outil pour un processus d'usinage complet [20]. . . . .	34
1.7	Classification de la consommation énergétique basée sur les états de la machine-outil [20]. . . . .	34
1.8	Décomposition de la consommation énergétique d'un processus d'usinage [11].	37
2.1	Différents modes de décomposition de la consommation énergétique d'une machine-outil (choix de l'approche d'évaluation énergétique) [6]. . . . .	43
2.2	Graphe de transition (cas général). . . . .	44
2.3	Graphe de transition (cas de la première machine $i=1$ ). . . . .	47
2.4	Graphe de transition (cas de la dernière machine $i=K$ ). . . . .	48
2.5	Formulation de la consommation énergétique sur une unité de temps. . . . .	50
2.6	La consommation énergétique en fonction de la taille du buffer. . . . .	58
2.7	L'efficacité énergétique en fonction de la taille du buffer. . . . .	58
2.8	La consommation énergétique en fonction de $(\frac{\lambda_1}{\mu_1})$ . . . . .	59
2.9	L'efficacité énergétique en fonction de $(\frac{\lambda_1}{\mu_1})$ . . . . .	60
2.10	La consommation énergétique de la ligne (configuration 1) . . . . .	61
2.11	L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 1) . . . . .	62
2.12	La consommation énergétique de la ligne (configuration 2) . . . . .	62
2.13	L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 2) . . . . .	63
2.14	La consommation énergétique de la ligne (configuration 3) . . . . .	63
2.15	L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 3) . . . . .	64
2.16	La consommation énergétique de la ligne (configuration 4) . . . . .	64
2.17	L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 4) . . . . .	65
2.18	La consommation énergétique de la ligne (configuration 1) . . . . .	66
2.19	La consommation énergétique de la ligne (configuration 2) . . . . .	67
2.20	L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 1) . . . . .	67
2.21	L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 2) . . . . .	68

LISTE DES FIGURES

2.22	Ligne homogène : machines et buffers identiques . . . . .	68
2.23	Ligne homogène : machines identiques et buffers non-identiques . . . . .	69
2.24	Ligne avec machines et buffers non-identiques : $\omega_i = \omega$ . . . . .	71
2.25	Classement des machines par taux de production et consommation énergétique pour une ligne avec machines et buffers non-identiques : $\omega_i = \omega$ . . . . .	71
2.26	ligne avec machines et buffers non-identiques : $\lambda_i = \lambda$ et $\mu_i = \mu$ . . . . .	72
2.27	Classement des machines par taux de production et consommation énergétique pour ligne avec machines et buffers non-identiques : $\lambda_i = \lambda$ et $\mu_i = \mu$ . . . . .	73
2.28	Le cas général . . . . .	73
3.1	Ligne de production en série à K machines et K-1 stocks intermédiaires. . . . .	77
A.1	Résultats numériques de l'étude de la corrélation consommation et efficacité énergétiques avec la taille du buffer. . . . .	100
A.2	Résultats numériques de l'étude de la corrélation consommation et efficacité énergétiques avec les paramètres des machines. . . . .	100
A.3	Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 1. . . . .	101
A.4	Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 2. . . . .	101
A.5	Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 3. . . . .	102
A.6	Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 4. . . . .	102
A.7	Résultats numériques : impact du positionnement des machines (configuration 1). . . . .	103
A.8	Résultats numériques : impact du positionnement des machines (configuration 2). . . . .	103
A.9	Résultats numériques : Ligne avec machines et buffers identiques. . . . .	103
A.10	Résultats numériques : Ligne avec machines identiques et buffers non-identiques. . . . .	104
A.11	Résultats numériques : Ligne avec machines et buffers non-identiques ( $\omega_i = \omega$ ). . . . .	104
A.12	Résultats numériques : Ligne avec machines et buffers non-identiques ( $\lambda_i = \lambda$ , $\mu_i = \mu$ ). . . . .	104
B.1	Evaluation de la performance économique et énergétique : Cas ligne avec 20 Machines. . . . .	106
B.2	Suite du code Evaluation de la performance économique et énergétique : Cas ligne avec 20 Machines. . . . .	106
B.3	Optimisation de la performance économique et énergétique : Problème généralisé (Instance 9) . . . . .	107
B.4	Suite du code d'optimisation de la performance économique et énergétique : Problème généralisé (Instance 9) . . . . .	107
B.5	Optimisation de la performance économique et énergétique : Problème primal (Instance 10) . . . . .	108
B.6	Suite du code d'optimisation de la performance économique et énergétique : Problème primal (Instance 10) . . . . .	108

# Liste des abréviations

$\lambda_i$	Le taux de défaillance de la machine $M_i$
$\mu_i$	Le taux de réparation de la machine $M_i$
$MTBF_i$	Le temps moyen de bon fonctionnement de la machine $M_i$
$MTTR_i$	Le temps moyen de réparation de la machine $M_i$
$\omega_i$	La capacité de production de la machine $M_i$
$\xi_i$	La disponibilité effective de la machine $M_i$
$\rho_i$	Le taux de production de la machine $M_i$
$P_{M,i}$	La probabilité que la machine $M_i$ soit en marche (opération/fabrication)
$P_{PN,i}$	La probabilité que la machine $M_i$ soit en panne
$P_{A,i}$	La probabilité que la machine $M_i$ soit affamée
$P_{B,i}$	La probabilité que la machine $M_i$ soit bloquée
$P_{AB,i}$	La probabilité que la machine $M_i$ soit affamée et bloquée en même temps
$E_{down,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ en état de panne
$E_{no-load,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ en état de fonctionnement à vide
$E_{Cload,i}$	L'énergie constante consommée par la machine $M_i$ en état de marche (fabrication)
$e_{op,i}$	L'énergie unitaire consommée par la machine $M_i$ pour opérer/ fabriquer une pièce
$E_i$	L'énergie totale consommée par la machine $M_i$ par unité de temps
$E_{op,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ pour opérer/ fabriquer les pièces
$\eta_i$	L'efficacité énergétique de la machine $M_i$
$N_j$	La capacité de stockage du buffer $B_j$
$\alpha_j$	Le rapport des capacités de production du buffer $B_j$
$P_j^s$	La probabilité d'avoir $s$ pièces dans le stock $B_j$

$\psi$	Le taux de production du système (throughput) par unité de temps
$\psi_d$	Le taux de production du système (throughput) minimal désiré
$E$	La consommation énergétique du système par unité de temps
$E_{op}$	L'énergie consommée par le système afin d'opérer/ fabriquer les pièces
$\eta$	L'efficacité énergétique du système
$f_g$	Le bénéfice unitaire de production
$f_c$	Le coût unitaire de l'énergie consommée

# Introduction générale

## Contexte général

Depuis des décennies, les économies du monde entier et surtout de l'Europe ont pu croître rapidement grâce à la disponibilité quasi illimitée d'énergie et de ressources bon marché. Les premiers signes d'une dépendance à l'égard de l'énergie pour la prospérité sont apparus dans les années 1970, avec un certain nombre de revers économiques résultant de pénuries d'énergie. Au cours de cette décennie, de nombreux travaux de recherche ont souligné les conséquences mondiales des ressources limitées. Depuis lors, de nombreuses économies nouvelles et grandes sont entrées en concurrence avec force pour l'accès aux ressources, tandis que de nouvelles sources d'énergie n'ont pas été mises à disposition dans la même mesure. En conséquence, les prix de l'énergie ont connu une forte hausse et le coût de l'énergie a été mis à l'ordre du jour. En outre, comme la plupart des moyens de production d'énergie entraînent l'émission de dioxyde de carbone dans l'atmosphère, le changement climatique induit par l'homme est directement lié à la consommation d'énergie mondiale et devrait entraîner des coûts supplémentaires dans le futur.

D'un autre côté, les pressions législatives. Des récentes directives du Parlement européen sur les produits consommateurs d'énergie visent à établir un cadre pour la fixation d'exigences d'écoconception applicables aux produits consommateurs d'énergie. Notamment, les machines-outils citées comme les trois premières priorités à inclure dans les catégories de produits devant être réglementées dans ce cadre. Il est donc fort probable que les machines-outils ainsi que les machines industrielles en général vont être assujetties à la réglementation et à la classification en matière d'efficacité énergétique dans les années à venir.

Motivé par les pressions financières comme La flambée des prix de l'énergie, les pressions législatives mentionnées, ainsi que les signes d'un changement climatique provoqué, le secteur industriel s'intéresse de plus en plus à la problématique d'efficacité énergétique, incitant donc les fabricants ainsi que les exploitants de machines d'inclure la consommation d'énergie dans leurs considérations de manière objective. Malheureusement, aujourd'hui, ni les fabricants de machines, ni leurs clients n'ont une idée claire de la consommation d'énergie des machines ou des lignes de production.

On constate notamment que le secteur industriel représente plus de 31% de la consommation mondiale totale d'énergie selon les statistiques de l'agence internationale de l'énergie [1] (voir figure 1). Ainsi, pour faire face à des situations graves telles que la hausse des prix de l'énergie, l'épuisement des ressources mondiales et le réchauffement climatique, l'amélioration de l'efficacité énergétique dans la fabrication devient une tendance inévitable pour la

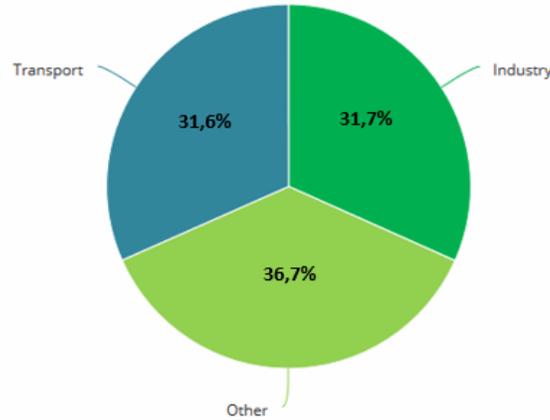


FIGURE 1 – La consommation énergétique mondiale par secteur [1].

conservation de l'énergie, la réduction des émissions et la durabilité.

## Méthodologie

Ce travail a pour objectif de définir une méthodologie globale pour l'évaluation et l'optimisation de la performance économique et énergétique d'un système de production. L'étude établit un modèle analytique et algorithmique pour l'évaluation des performances d'une ligne de production composée de  $K$  machines en série séparées par  $K-1$  stocks intermédiaires.

Il s'agit d'évaluer l'outil de production en s'appuyant sur des indicateurs de performance adéquats pour évaluer son efficacité énergétique et économique. Ces indicateurs qui doivent être alimentés à partir de données de production telles que : le plan de production, les paramètres de fiabilité des machines, les niveaux des stocks tampons, les paramètres énergétiques des machines, etc. afin de garantir une meilleure utilisation des ressources énergétiques.

La conception optimisée d'un système de production constitue un réel levier de création de valeur pour les entreprises et la société, elle nécessite toutefois d'importants efforts de recherche pour faire face aux enjeux d'une industrie moderne et pérenne. Une évaluation précise et globale de la performance d'un système de production est nécessaire pour l'optimisation de sa conception ainsi que pour le pilotage de son fonctionnement. Elle intègre non seulement l'aspect économique mais aussi les caractéristiques énergétiques qui sont des paramètres primordiaux de la performance globale de l'outil de production. Il en résulte un besoin important de méthodologies et d'outils pouvant aider les décideurs à mieux intégrer et évaluer la notion de performance économique et énergétique dès la phase de la conception et/ou de la configuration d'un système de production, d'où notre volonté de contribuer à l'avancement de cette problématique en proposant un modèle qui puisse évaluer les performances économiques et énergétiques des lignes de production, puis optimiser cette performance en agissant sur l'allocation des capacités de stockage intermédiaires.

## Structure du travail

Le présent document est constitué comme suit :

Le premier chapitre est consacré à la présentation de l'état de l'art et des notions de base relatives à la problématique, à savoir les lignes de production, les modèles d'évaluation de performance, ainsi que les chaînes de Markov qui serviront de base mathématique pour notre modèle.

Nous présenterons également dans ce chapitre un état de l'art concernant les travaux effectués sur les deux axes d'évaluation de performance.

L'axe de performance économique en introduisant la méthode utilisée pour l'évaluation de la performance économique, développée par Ouazene et al. (2013)[2] ainsi que l'axe de performance énergétique en présentant les travaux de recherche les plus pertinents effectués sur l'évaluation énergétique des machines industrielles et lignes de production. Cette étude nous mènera au développement de notre modèle d'évaluation énergétique.

Dans le deuxième chapitre nous présenterons notre modèle analytique approché pour l'évaluation des performances économiques et énergétiques d'une ligne de production à  $K$  machines et  $K-1$  stocks intermédiaires. Notre modèle est composé de deux parties : la première partie évaluera la performance économique en utilisant la méthode des machines équivalentes développée par Ouazene et al. (2013). [2], tandis que la deuxième partie évaluera la performance énergétique en utilisant un processus Markovien afin d'étudier les états de la machine et attribuer à chaque état une consommation spécifique, pour ensuite aboutir au modèle d'évaluation énergétique qui utilise en plus des données d'entrée du modèle économique, les données résultant de ce dernier sur les états des stocks intermédiaires.

Une analyse théorique du modèle nous a permis d'établir quelques propriétés intéressantes. La méthode proposée pour évaluer la performance économique et énergétique est formulée comme un algorithme de programmation non linéaire. Pour la partie résolution, cet algorithme a été implémenté sur le solveur LINGO 18.0.

Le troisième chapitre est dédié au modèle d'optimisation de la performance économique et énergétique.

Nous commencerons par une formulation de notre problème puis nous présenterons un bref état de l'art sur les approches d'optimisation du dimensionnement des stocks intermédiaires. Nous développerons par la suite notre modèle d'optimisation de la performance économique et énergétique en agissant sur le dimensionnement des stock intermédiaires. Pour cela, nous exploitons le modèle d'évaluation en considérant les tailles des stocks intermédiaires comme des variables à déterminer. Il sera donc sujet de trouver l'allocation optimale des capacités de stockage qui permettrait d'optimiser la performance économique et énergétique d'une ligne de production. Nous présenterons deux versions de la solution : le modèle généralisé ainsi que le modèle primal.

Les solutions seront présentées et les deux modèles formulés en algorithmes de programmation non linéaire implémentés sur le solveur LINGO 18.0.

Enfin, une conclusion générale résumera les principaux apports de ce travail, et présentera également quelques perspectives de recherche futures.

# Chapitre 1

## État de l'art

### 1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation des notions de base nécessaires à la description du sujet et la compréhension des travaux effectués, ainsi qu'à l'état de l'art concernant l'évaluation des performances économiques et énergétiques des machines et lignes de production.

Dans la partie notions de base, nous débuterons par un rappel sur les chaînes de Markov qui serviront de base pour notre modèle d'évaluation de la performance économique et énergétique. Puis, nous allons présenter quelques définitions du vocabulaire relatif à la description des lignes de production, et présenterons les indicateurs de performance clés adoptés dans notre étude. Une présentation des modèles d'évaluation de performance existant dans la littérature sera effectuée en soulignant les caractéristiques, avantages et inconvénients de chacune.

La deuxième partie traitera de l'état de l'art concernant l'évaluation de performances économiques et énergétiques des machines et lignes de production.

En premier lieu, la méthode adoptée pour l'évaluation de la performance économique d'une ligne de production développée par Ouazene et al.(2013) [4] sera détaillée. On présentera la logique de son développement, à partir d'un système simple à deux machines séparées par un stock intermédiaire jusqu'à la généralisation de la méthode pour une ligne de production à  $K$  machines. Cette méthode sera accompagnée de son algorithme de résolution.

Puis, on présentera les travaux de recherche les plus pertinents présents dans la littérature sur l'évaluation de la performance énergétique des lignes de production. En commençant par le concept d'efficacité énergétique jusqu'aux approches de décomposition et d'évaluation de la consommation énergétique.

## 1.2 Notions de base

### 1.2.1 Rappel sur les chaînes de Markov :

#### Chaîne de Markov :

Une chaîne de Markov est un processus de Markov à temps discret, ou à temps continu et à espace d'états discret. Un processus de Markov est un processus stochastique possédant la propriété de Markov : son évolution future ne dépend du passé qu'au travers de sa valeur actuelle. Autrement dit, conditionnellement à  $X_n, (X_0, \dots, X_n)$  et  $(X_{n+k}, k \in \mathbb{N})$  sont indépendants.

Une chaîne de Markov est donc une suite de variables aléatoires  $(X_n, n \in \mathbb{N})$  permettant de modéliser l'évolution dynamique d'un système aléatoire :  $X_n$  représente l'état du système à l'instant  $n$ .

Les applications des chaînes de Markov sont très nombreuses (réseaux, génétique des populations, mathématiques financières, gestion de stock, algorithmes stochastiques d'optimisation, simulation, etc.)[3]

#### Matrice stochastique :

Une matrice  $P = (P(x, y), x, y \in E)$  est dite matrice stochastique si ses coefficients sont positifs et la somme sur une ligne des coefficients est égale à 1 :

$$P(x, y) \geq 0 \text{ et } \sum_{z \in E} P(x, z) = 1 \text{ pour tout } x, y \in E. \quad (1.1)$$

#### Chaîne de Markov de matrice de transition :

Soit  $P$  une matrice stochastique sur  $E$ . Une suite de variables aléatoires  $(X_n, n \in \mathbb{N})$  à valeurs dans  $E$  est appelée chaîne de Markov de matrice de transition  $P$  si pour tous  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in E$ , on a :

$$P(X_{n+1} = x | X_n, \dots, X_0) = P(X_{n+1} = x | X_n) = P(X_n, x) \quad (1.2)$$

#### Probabilité de transition

Le nombre  $P(X_1=j|X_0 = i)$  est appelé probabilité de transition de l'état  $i$  à l'état  $j$ , on note  $P_{ij}$  :

$$P_{ij} = P(X_1 = j | X_0 = i) \quad (1.3)$$

La famille de nombres  $P = P_{i,j(i,j) \in E^2}$  est appelée matrice de transition de la chaîne de Markov.

**Probabilité stationnaire :**

Une probabilité  $\pi$  sur  $E$  est appelée probabilité invariante, ou probabilité stationnaire, d'une chaîne de Markov de matrice de transition  $P$  si :

$$\begin{cases} \pi = \pi P \\ \sum_i \pi_i = 1 \\ \pi_i \geq 0 \end{cases}$$

**1.2.2 Vocabulaire relatif aux lignes de production****Définitions**

**Nous donnons quelques définitions du vocabulaire utilisé dans l'étude des lignes de production. Ce vocabulaire sera employé dans cette étude et dans le présent document.**

**Ligne de production**

Un ensemble de machines reliées entre elles et travaillant ensemble pour l'accomplissement d'une tâche, à savoir la production d'un produit donné.

**Le temps de cycle**

Ou temps de traitement est la durée dont une machine a besoin pour traiter une pièce. Les temps de cycle des machines peuvent être déterministes donc identiques pour toutes les pièces de même référence. Ils peuvent être aussi stochastiques quand ils varient aléatoirement d'une pièce à l'autre. Dans ce dernier cas, la distribution du temps de cycle est généralement supposée exponentielle si le modèle est à temps continu et géométrique s'il est à temps discret.

En utilisant cette caractérisation des temps des opérations des machines, Gershwin[5] a décrit trois types de modèles basés sur des processus Markoviens :

- Le modèle déterministe : toutes les machines de la ligne ont des temps d'opération déterministes. Le modèle Markovien associé est caractérisé par un temps et des états discrets.
- Le modèle exponentiel : les temps d'opération des machines sont aléatoires distribués de manière exponentielle. Le modèle Markovien associé est caractérisé par un temps continu et des états discrets.
- Le modèle continu : il approche le flux discret de pièces par un flux continu. Le modèle Markovien associé est caractérisé par un temps continu et des états mixtes : états frontières discrets et états internes continus.

Le temps de traitement des machines d'une ligne peut également être utilisé afin de classer les systèmes de production :

- **Ligne de production synchrone/asynchrone** : un système est dit synchrone si toutes les machines commencent leurs opérations en même et les finissent en même temps. Sinon, il est dit asynchrone.
- **Ligne de production homogène/non-homogène** : un système est dit homogène si les temps de traitement des machines de la ligne sont identiques. Sinon, il est dit non-homogène.

### Le taux de panne

Le taux de défaillance, ou taux de panne, est une expression relative à la fiabilité d'une machine, on le note  $\lambda$ . Il permet de quantifier le risque en termes de probabilité qu'une entité qui fonctionne correctement depuis la durée  $t$  tombe en panne subitement à l'instant suivant  $t + dt$ .

Dans le cas où  $\lambda$  est constant dans le temps, le taux de défaillance est égal à l'inverse de la MTBF (moyenne des temps de bon fonctionnement entre défaillances consécutives).

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \quad (1.4)$$

### Le taux de réparation

Le taux de réparation est une expression relative à la fiabilité d'une machine, on le note  $\mu$ .

Dans le cas où  $\mu$  est constant dans le temps, le taux de réparation est égal à l'inverse de la MTTR (moyenne des temps techniques de réparation).

$$\mu = \frac{1}{MTTR} \quad (1.5)$$

### Défaillances dépendant du temps (time-dependent failures)/Défaillances dépendant des opérations (operations-dependent failures)

Dans le premier cas les défaillances d'une machine dépendent de son temps passé à l'état de fonctionnement, tandis que pour le deuxième cas, elles dépendent du nombre d'opérations effectuées par la machine.

### La capacité machine

C'est le nombre de pièces produites par une machine par unité de temps lorsque cette dernière est en état de fonctionnement. La capacité d'une machine est donc une caractéristique intrinsèque de cette dernière.

### Machine goulet

Nous définissons la machine goulet comme étant la machine qui a le plus petit taux de production équivalent.

### **La Famine d'une machine (starvation)**

C'est l'arrêt d'une machine (qui fonctionne) due à son stock amont vide.

### **Le blocage d'une machine**

C'est l'arrêt d'une machine (qui fonctionne) à cause d'une indisponibilité de son stock aval (stock plein). On distingue, dans la littérature, deux mécanismes différents de blocage :

- **Le blocage avant service** Une machine est contrainte à attendre qu'une place se libère au niveau du stock intermédiaire directement en aval avant de lancer le traitement de la prochaine pièce. Avec ce type de mécanisme, une machine peut être bloquée même si une pièce est en cours de traitement.
  
- **Le blocage après service** Une machine ne peut être bloquée avant qu'elle finisse le traitement de la pièce en cours. Une fois que le traitement de la pièce est terminée, elle est transférée au stock intermédiaire en aval à condition qu'il y ait une place de libre. Sinon, elle attendra sur la machine jusqu'à ce qu'une place se libère.

### **Indicateurs de performance**

**Avant de songer à optimiser la performance d'un système industriel, il est nécessaire de bien savoir l'évaluer et le positionner pour définir les mesures adéquates de son amélioration. Ceci se fait au moyen des indicateurs de performance. Les principaux indicateurs de performance clés sont les suivants :**

#### **Le taux de production (Throughput/Production rate)**

C'est le nombre de pièces produites par le système par unité de temps. Il est aussi parfois défini comme étant le nombre de pièces produites par la dernière machine par unité de temps [2].

#### **La consommation énergétique**

C'est la quantité d'énergie consommée par une ligne de production. Pour notre étude, nous estimons cette consommation par unité de temps.

#### **L'efficacité énergétique de la ligne**

Il est dur de présenter une définition précise de ce concept à partir de la littérature. En effet, selon l'objet de l'étude le calcul de l'efficacité énergétique diffère. Pour notre étude nous définissons l'efficacité énergétique d'une ligne comme étant le rapport entre l'énergie utilisée pour effectuer les opérations et l'énergie totale consommée par la ligne, par unité de temps.

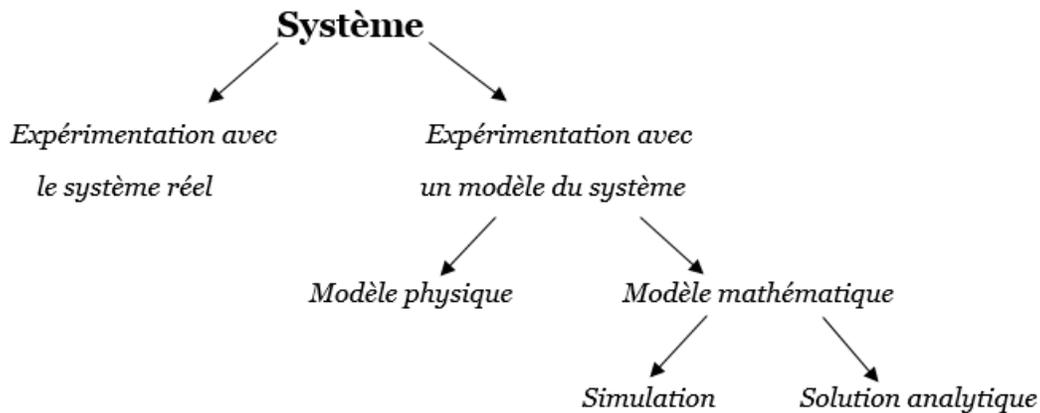


FIGURE 1.1 – Différents modèles de représentation d'un système [2].

### L'efficacité énergétique spécifique

C'est l'efficacité énergétique relative à une machine  $M_i$  de la ligne de production. Elle permet d'évaluer d'efficacité énergétique localement au niveau de chaque machine et ainsi analyser l'effet de chaque machine sur l'efficacité globale de la ligne.

### 1.2.3 Modèles d'évaluation de performances

Il existe différentes catégories d'approches de modélisation des systèmes utilisées lors de la conception et l'analyse d'une configuration d'un système de production (voir figure 1.1).

les modèles physiques tels que les dessins et prototypes, les modèles analytiques tels que les modèles de files d'attente ou de programmation mathématique et enfin les modèles de simulation tel que la simulation à événements discrets [2].

Les modèles de simulation sont très répandus étant donné qu'ils ne nécessitent pas une connaissance approfondie des théories mathématiques. Ils sont basés sur la construction d'un modèle représentant le système réel ou proposé afin d'étudier son comportement dans une configuration spécifique. Cependant, le principal inconvénient des modèles de simulation est l'effort nécessaire pour leur construction et leur validation ainsi que leur forte consommation de temps et de moyens de calcul.

Les modèles analytiques sont des descriptions simplifiées d'un système basées sur différents outils mathématiques. Ils le représentent en termes de relations logiques et qualitatives qui sont ensuite résolues pour analyser le comportement du système.

Il existe deux types de modèles analytiques : les modèles exacts et les modèles approchés. Des simplifications supplémentaires sont souvent introduites pour faire face à la complexité des systèmes réels, ceci affecte donc la qualité de la solution et présente une limite pour ces approches. Le principal avantage des modèles analytiques approchés, est qu'ils sont capables d'évaluer rapidement et avec précision les performances du système.

Pour l'évaluation des performance des lignes de production, les techniques de décomposition et d'agrégation sont souvent utilisées dans la littérature pour le développement des

différentes méthodes analytiques. Ces deux techniques ont un point commun, à savoir l'utilisation de modèles élémentaires comme outils de base pour la construction des modèles d'évaluation globaux.

Les méthodes par décomposition sont des modèles analytiques approchés pour évaluer les performances des lignes de production. L'idée principale de ces approches consiste à décomposer la ligne originale, de manière récursive, en plusieurs sous-systèmes ou sous-lignes de petite taille (généralement des modèles à deux machines) dont la solution exacte est bien connue, pour ensuite calculer le taux de production de la ligne globale.

Les approches par agrégation consistent à remplacer étape par étape les sous systèmes à deux machines et un stock intermédiaire par une machine équivalente. Contrairement aux techniques de décomposition, les méthodes d'agrégation permettent de formuler des expressions analytiques pour évaluer les paramètres de fiabilité des machines équivalentes. Par conséquent, aucun algorithme itératif n'est requis pour mener une agrégation, ce qui permet d'atteindre les résultats escomptés en un temps de calcul nettement inférieur à celui exigé par la méthode de décomposition.

Pour notre évaluation économique, nous utiliserons une nouvelle méthode analytique développée par Ouazene et al. (2013) [4] appelée méthode par machines équivalentes.

## 1.3 État de l'art concernant l'évaluation de performance économique et énergétique

### 1.3.1 La méthode des machines équivalentes EMM

*Cette méthode développée par Ouazene et al.[4] a pour objectif de proposer une nouvelle approche analytique, dite méthode par machines équivalentes EMM pour l'évaluation des performances économiques d'une ligne de production en série composée de machines non fiables séparées par des stocks intermédiaires à capacités finies.*

L'étude d'un tel système de production requiert le développement d'un modèle analytique qui soit une représentation mathématique du comportement du système. Un modèle à la fois assez réaliste pour qu'il soit représentatif mais suffisamment simple pour qu'il soit résolu et analysé.

Pour le système de production considéré, des phénomènes aléatoires tels que les pannes et les réparations des différentes machines sont présents, les modèles stochastiques sont donc les mieux adaptés pour cette étude. Généralement pour ce genre de problème la solution consiste soit à ramener l'étude d'un système complexe à celle d'un système plus simple ou à l'étude d'une combinaison de plusieurs systèmes élémentaires.

Plusieurs variantes de méthodes d'approximation sont développées dans la littérature et elles sont basées soit sur des techniques d'agrégation ou de décomposition. Ouazene et al. [4] proposent le développement d'une nouvelle approche de modélisation et de résolution qui

consiste à remplacer les machines originales par des machines équivalentes à deux états : panne et réparation. En effet, l'idée de cette approche consiste à remplacer la ligne de production originale par une ligne composée de machines disposées en série mais sans stocks intermédiaires, les probabilités de blocage et de famine, dues aux différents stocks intermédiaires, sont intégrées dans les calculs des disponibilités asymptotiques des machines équivalentes.

Pour le calcul des probabilités de blocage et de famine de chaque machine, les différents états de chaque stock intermédiaire sont représentés par un processus Markovien de naissance et de mort dont les taux de naissance et de mort diffèrent en fonction de la position du stock intermédiaire dans la ligne de production. Cette approche de modélisation a permis de réduire le nombre d'états à observer ou à calculer à seulement deux états pour chaque stock intermédiaire, à savoir : stock vide et stock plein.

### Étude du système à deux machines

L'étude commence par le développement d'un modèle analytique pour l'évaluation des performances d'une ligne de production à deux machines et un stock intermédiaire. Ce modèle est basé sur la modélisation et l'analyse des différents états du stock intermédiaire en utilisant un processus Markovien de naissance et de mort afin de calculer les probabilités de blocage et de famine. Ensuite, chacune des deux machines est remplacée par une machine équivalente supposée parfaite. Le taux de production du système original est défini comme étant le goulet d'étranglement entre les taux de production des deux machines équivalentes.

Le système considéré se compose de deux machines (stations de travail) reliées par une zone de stockage intermédiaire (voir figure 1.2). Le système est sujet à des indisponibilités en raison de la capacité limitée du buffer ou/et la défaillance et la réparation des machines.

Les hypothèses suivantes sont aussi considérées :

- L'état de panne des machines dépend des opérations. Une machine ne peut tomber en panne si elle est affamée ou bloquée.
- La première machine ne peut être affamée et la seconde ne peut être bloquée.
- Les temps de défaillance et de réparation sont indépendants et distribués suivant une loi exponentielle.
- Le buffer ne peut tomber en panne et les temps de transition entre machines et buffers sont nuls.

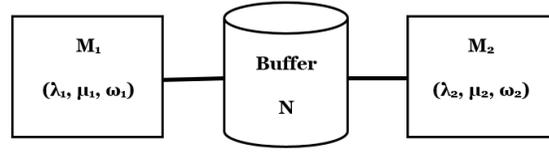


FIGURE 1.2 – Ligne de production à deux machines et un stock intermédiaire.

Les notations suivantes sont adoptées :

$\lambda_i$	Le taux de défaillance de la machine $M_i$
$\mu_i$	Le taux de réparation de la machine $M_i$
$\omega_i$	La capacité de production de la machine $M_i$
$\alpha = \frac{\omega_1}{\omega_2}$	Le rapport des capacités de production
$\rho_i$	Le taux de production de la machine $M_i$
$\psi$	Le taux de production du système
$\bar{N}$	Le niveau de stock moyen dans le stock tampon
$P_s(t) \ s \in \{0, 1, \dots, N\}$	La probabilité d'avoir $s$ pièces dans le stock à l'instant $t$
$P_s \ s \in \{0, 1, \dots, N\}$	La probabilité d'avoir $s$ pièces dans le stock à l'état stationnaire

### Analyse des états du stock intermédiaire

En considérant le buffer comme un système isolé entre deux machines fiables, les différents états du système peuvent être modélisés par un processus de naissance et de mort.

On considère un processus de naissance et de mort avec  $(N+1)$  états  $\{0, 1, \dots, N\}$  et  $\omega_1, \omega_2$  respectivement les taux de naissance et de mort. On obtient le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = -\omega_1 \times P_0(t) + \omega_2 \times P_1(t) \\ \frac{\partial P_s(t)}{\partial t} = \omega_1 \times P_{s-1}(t) - (\omega_1 + \omega_1) \times P_s(t) + \omega_2 \times P_{s+1}(t) \\ \frac{\partial P_N(t)}{\partial t} = \omega_1 \times P_{N-1}(t) - \omega_2 \times P_N(t) \end{cases} \quad (1.6)$$

A l'état stationnaire du fonctionnement du système, termes différentiels sont égaux à zéro.

$$\begin{cases} -\omega_1 \times P_0(t) + \omega_2 \times P_1(t) = 0 \\ \omega_1 \times P_{j-1}(t) - (\omega_1 + \omega_1) \times P_j(t) + \omega_2 \times P_{j+1}(t) = 0 \\ \omega_1 \times P_{N-1}(t) - \omega_2 \times P_N(t) = 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Sachant que  $\alpha = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  ; en simplifiant le système d'équations et en considérant :

$$\begin{cases} \sum_{s=0}^N P_s = 1 \\ 0 \leq P_s \leq 1 \end{cases}$$

On obtient :

$$P_s = \begin{cases} \frac{\alpha^s \times (1-\alpha)}{1-\alpha^{N+1}} & \text{si } \alpha \neq 1 \\ \frac{1}{N+1} & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \quad (1.8)$$

### Construction de la machine équivalente

Il s'agit de remplacer chaque machine par une machine équivalente caractérisée par deux états (panne et fonctionnement). L'indisponibilité de la machine originale due aux probabilités de blocage et de famine est intégrée dans l'état de panne de la machine équivalente.

Soient  $P_{up}^i$  et  $P_{down}^i$  respectivement les probabilités que la machine équivalente  $EM_i$  soit en état de fonctionnement ou de panne. Cette hypothèse est traduite par l'équation 1.9.

$$P_{up}^i + P_{down}^i = 1 \quad (1.9)$$

La première machine est en état de fonctionnement si et seulement si elle est réellement capable de traiter des pièces c'est-à-dire pas en panne et non bloquée. De même pour la deuxième machine qui est réellement en état de fonctionnement si et seulement si elle n'est ni en panne ni affamée. Ainsi, la disponibilité effective de la machine équivalente  $P_{up}^{*i}$  est donnée comme suit :

$$P_{up}^{*i} = \xi_i \times P_{up}^i \quad (1.10)$$

Tel que :  $\xi_1 = 1 - P_N$  et  $\xi_2 = 1 - P_0$

$$\begin{cases} P_{up}^{*1} = P_{up}^1 \times (1 - P_N) \\ P_{up}^{*2} = P_{up}^2 \times (1 - P_0) \end{cases} \quad (1.11)$$

En considérant à la fois les définitions ci-dessus ainsi que l'état stationnaire du fonctionnement de la machine équivalente, la disponibilité de la machine équivalente est formulée par

l'équation 1.12.

$$P_{up}^{*i} = \frac{\mu_i \times \xi_i}{\mu_i + \xi_i \times \lambda_i} \quad (1.12)$$

### Évaluation du taux de production du système

En se basant sur la disponibilité des machines équivalentes détaillée ci-dessus, le taux de production de chacune des machines équivalentes est calculé comme suit :

$$\rho_i = \omega_i \times P_{up}^{*i} \quad (1.13)$$

En remplaçant  $P_{up}^{*i}$  par sa valeur, nous obtenons les valeurs de  $\rho_1$  et  $\rho_2$ . Puis, le taux de production du système  $\psi$  est défini comme étant le goulet d'étranglement entre les deux taux de production des deux machines équivalentes.

$$\psi = \min\{\rho_1, \rho_2\}$$

$$\psi = \begin{cases} \omega_1 \times \min\left\{\frac{1}{\frac{1-\alpha^{N+1}}{1-\alpha^N} + \frac{\lambda_1}{\mu_1}}; \frac{1}{\frac{1-\alpha^{N+1}}{1-\alpha^N} + \alpha \times \frac{\lambda_2}{\mu_2}}\right\} & \text{si } \alpha \neq 1 \\ \omega_1 \times \min\left\{\frac{1}{\frac{N}{N+1} + \frac{\lambda_1}{\mu_1}}; \frac{1}{\frac{N}{N+1} + \alpha \times \frac{\lambda_2}{\mu_2}}\right\} & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \quad (1.14)$$

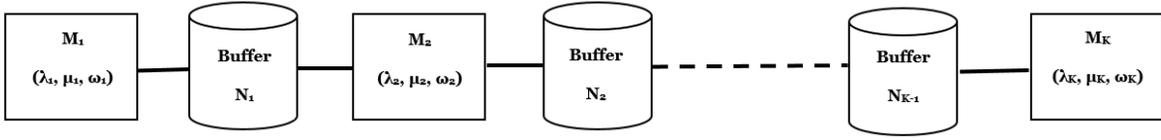
### Généralisation de la méthode par machines équivalentes

La méthode proposée est ensuite généralisée pour évaluer les performances d'une ligne de production à  $K$  machines et  $(K-1)$  stocks intermédiaires. Cette méthode est basée sur l'analyse des différents états des différents buffers en utilisant  $(K-1)$  processus Markoviens de naissance et de mort. Les taux de naissance et de mort de chaque processus sont définis en tenant compte de l'influence des  $(K-2)$  autres processus.

Ensuite, chaque machine est remplacée par une machine équivalente intégrant les indisponibilités dues aux différents buffers ainsi qu'aux différentes pannes et réparations de l'ensemble des machines. Finalement, le taux de production de la ligne est défini comme le goulet d'étranglement entre les taux de production de ces machines équivalentes.

La ligne de production en série considérée est illustrée par la figure 1.3 . Elle se compose de  $K$  machines séparées par  $(K-1)$  stocks intermédiaires ou buffers. Les temps de panne et de réparation de chaque machine  $M_i$  sont supposés être exponentiels et indépendants. Les pannes de machines dépendent des opérations, ainsi une machine ne peut tomber en panne que si elle est en marche (ni bloquée ni affamée).

On suppose aussi comme énoncé précédemment que la première machine ne peut pas être affamée et la dernière ne peut pas être bloquée. Les temps de transition entre les zones de stockages et les machines et vice-versa sont négligeables (supposés être égaux à zéro). Si aucun produit n'est disponible dans le buffer  $B_{i-1}$ , alors la machine  $M_i$  sera affamée. La même machine sera bloquée lorsque le buffer  $B_i$  en aval est plein.


 FIGURE 1.3 – Ligne de production en série à  $K$  machines et  $K-1$  stocks intermédiaires.

Les notations suivantes sont introduites :

$N_j, j \in \{1, \dots, K-1\}$	La capacité du buffer $B_j$
$\xi_i, i \in \{1, \dots, K\}$	La disponibilité effective de la machine $M_i$
$\alpha_j, j \in \{1, \dots, K-1\}$	Le rapport des capacités de production du buffer $B_j$
$\rho_i, i \in \{1, \dots, K\}$	Le taux de production de la machine $M_i$
$P_j^s, s \in \{0, \dots, N_j\}$	La probabilité d'avoir $s$ pièces dans le stock $B_j$

Le taux de naissance du processus Markovien relatif au stock intermédiaire  $B_j$  est défini comme étant le taux de production de la ligne partielle composée des machines en amont du stock en question. De la même façon, le taux de mort est défini comme étant le taux de production de la ligne partielle composée des machines en aval du stock en question.

Le ratio des capacités de production  $\alpha_j$  de chaque processus Markovien est défini comme étant le rapport entre le taux de naissance et le taux de mort de chaque processus (voir équation 1.15).

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=1, \dots, j} \rho_i}{\min_{i=j+1, \dots, K} \rho_i} \quad (1.15)$$

Par analogie avec les formulations mathématiques de l'étude du modèle à deux machines, et en considérant les probabilités de transitions de chaque processus stochastique à son état stationnaire, les probabilités d'avoir un stock vide ou plein sont respectivement données par les équations suivantes :

$$P_j^0 = \begin{cases} \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_j^{N_j+1}} & \text{si } \alpha_j \neq 1 \\ \frac{1}{N_j + 1} & \text{si } \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (1.16)$$

$$P_j^{N_j} = \begin{cases} \frac{\alpha_j^{N_j} \times (1 - \alpha_j)}{1 - \alpha_j^{N_j+1}} & \text{si } \alpha_j \neq 1 \\ \frac{1}{N_j + 1} & \text{si } \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (1.17)$$

Le taux de production effectif de chaque machine est calculé en la remplaçant par une machine équivalente qui tient compte des indisponibilités dues aux blocages et à la famine

de la machine originale. Ceci est traduit par le coefficient de disponibilité effective de chaque machine  $\xi_i$ .

Pour le calcul de ce coefficient, on doit considérer deux cas particuliers, à savoir le cas de la première et de la dernière machine. En effet, la première machine ne peut être affamée et la dernière ne peut pas être bloquée. Par contre, les autres machines peuvent être sujettes aux deux phénomènes. Les disponibilités effectives de chaque machine sont données par l'équation 1.18.

$$\begin{cases} \xi_1 = 1 - P_1^{N_1} \\ \xi_K = 1 - P_{K-1}^0 \\ \forall i = 2, \dots, K-1, \xi_i = (1 - P_{j-1}^0) \times (1 - P_j^{N_j}), j = i \end{cases} \quad (1.18)$$

Les taux de production des machines équivalentes sont donnés par l'équation 1.19.

$$\forall i = 1, \dots, K, \rho_i = \omega_i \times \frac{\mu_i \times \xi_i}{\mu_i + \xi_i \times \lambda_i} \quad (1.19)$$

Une fois que les indisponibilités dues aux capacités de stockage sont intégrées dans le calcul des taux de production des machines équivalentes, le taux de production de toute la ligne peut être défini comme étant le taux de production de la machine la plus lente (la machine goulet).

$$\begin{aligned} \psi &= \min_{i=1, \dots, K} \rho_i \\ \psi &= \min_{i=1, \dots, K} \left\{ \omega_i \times \frac{1}{\frac{1}{\xi_i} + \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \right\} \end{aligned} \quad (1.20)$$

La méthode par machines équivalentes proposée pour évaluer le taux de production d'une ligne de production en série est formulée comme un algorithme de programmation non linéaire ( voir Algorithme 1).

<b>Algorithm 1 : Méthode par machines équivalentes EMM</b>
--

Données :

K	Nombre de machines
K-1	Nombre de stocks intermédiaires
$N_j$	Taille du stock intermédiaire $B_j$
$\omega_i$	Capacité de production de la machine $M_i$
$\lambda_i$	Taux de défaillance de la machine $M_i$
$\mu_i$	Taux de réparation de la machine $M_i$

Pour tout stock  $B_j$  faire :

Pour tout  $M_i$  faire :

$P_j^0 \leftarrow$  Calculer la probabilité que  $B_j$  soit vide  
 $P_j^{N_j} \leftarrow$  Calculer la probabilité que  $B_j$  soit plein  
 $\alpha_j \leftarrow$  Calculer le ratio des capacités de production relatif au stock  $B_j$   
 $\rho_j \leftarrow$  Calculer le taux de production de la machine équivalente  $B_j$

Fin pour

Fin pour

Retourner(  $\psi = \min_{i=1}^K \rho_i$  )

### 1.3.2 L'évaluation énergétique des lignes de production dans la littérature

*En raison de l'importance des préoccupations énergétiques et environnementales, la fabrication durable est devenue de plus en plus importante. Des efforts considérables de la part des chercheurs ainsi que les industries ont été consacrés à l'amélioration des procédés de fabrication énergivores. Nous nous intéressons aux travaux de recherche effectués concernant la thématique de l'évaluation de la performance et de l'efficacité énergétiques des machines industrielles et lignes de production.*

**Méthodologie de recherche :**

**Le processus de recherche fut inspiré des travaux de Zhou et al.[6], comprenant trois étapes principales :**

- Dans un premier temps, le thème ou la question de la recherche furent précisés. Un grand nombre de données pertinentes sur la littérature ont été sélectionnés.
- Deuxièmement, après lecture et analyse critique, les sujets et questions ont été affinés.

- Troisièmement, les résultats les plus pertinents et contributifs à notre sujet d'étude ont été synthétisés.

## L'efficacité énergétique

*Le terme efficacité énergétique est un terme très universel ayant des définitions spécifiques à plusieurs cas d'étude. Cette notion est essentielle et représente un indicateur de performance clé pour l'évaluation de la performance énergétique d'une ligne de production. Afin de développer une définition de ce concept dans le cadre de notre étude, il nous est nécessaire de comprendre les différentes définitions présentes dans la littérature et ainsi construire notre approche en adéquation avec les besoins de notre étude.*

Dans le domaine technique l'efficacité énergétique serait définie du point de vue de la thermodynamique (Patterson (1996)) [7], qui est le rapport entre l'énergie d'entrée et de sortie afin d'évaluer le niveau de conversion d'énergie, tel que la conversion entre la valeur calorifique de la combustion et la chaleur de la vapeur. Dans la fabrication, l'efficacité énergétique du point de vue de la thermodynamique physique est souvent utilisée, c'est-à-dire le rapport entre la production du produit et l'énergie totale absorbée (Quadriquisi et al. (2009)) [8], également connu sous le nom d'efficacité entrée-sortie.

La norme ISO 50001 définit l'efficacité énergétique comme le « rapport ou toute autre relation quantitative entre une sortie de performance, un service, des biens ou de l'énergie et une entrée en énergie ». Schudeleit et al. (2016) [9] affirment que par conséquent, l'efficacité est plus qu'une mesure de la réalisation des objectifs, mais une mesure du rapport entre le moyen et l'effet. En termes simples, l'amélioration de l'efficacité énergétique vise à obtenir le plus grand résultat possible (principe maximal) avec une consommation d'énergie aussi faible que possible (principe minimal).[9]

L'Agence internationale de l'énergie de son côté définit l'efficacité énergétique comme ayant pour objectif de réduire la demande énergétique de produits et de services, ou d'obtenir la même qualité et la même énergie d'utilisation finale avec un apport énergétique moindre [6].

Dans la littérature, A. Dietmair et A. Verl [12] définissent l'efficacité d'une machine comme étant le rapport entre l'absolu minimum de l'énergie nécessaire théoriquement pour une tâche,  $E_{min,abs}$  et la consommation réelle d'une machine,  $E_{real}$  :

$$\eta = \frac{E_{min,abs}}{E_{real}} \quad (1.21)$$

Étant donné que le minimum théorique est souvent inconnu pour les applications de fabrication, De manière plus informelle et généraliste, l'efficacité peut être vue comme le résultat obtenu par rapport aux efforts requis pour cela :

$$\text{efficiency} = \frac{\text{benefit}}{\text{total effort}} \quad (1.22)$$

Bien entendu, cette équation ne peut être évaluée sous cette forme générale. Dans le

secteur manufacturier, cependant, les avantages et les efforts peuvent souvent être quantifiés monétairement.

Sebastian (2012)[13] a proposé une définition de l'efficacité énergétique des machines-outils basée sur la demande en puissance (voir équation 1.23).

$$\eta = \frac{\text{Nombre de pièces produites}}{\text{La demande en puissance électrique} \times \text{le temps}} \quad (1.23)$$

Liu et al. (2013) ont divisé l'efficacité énergétique des machines-outils en efficacité énergétique instantanée et en efficacité énergétique de processus.[6]

Le rendement énergétique instantané de la machine  $h_{energy}(t)$  était le rapport entre la puissance de l'enlèvement de matière  $P_{cut}(t)$  et la puissance d'entrée de la machine  $P(t)$  (voir équation 1.24).

L'efficacité énergétique du procédé  $\eta_{energy}(t)$  exprime le rapport entre l'énergie effective  $E_{cut}$  et l'énergie consommée par le système  $E$  dans un temps de traitement  $T$  sous forme intégrale (voir équation 1.25).

$$\eta_{energy}(t) = \frac{P_{cut}(t)}{P(t)} \quad (1.24)$$

$$\eta_{energy} = \frac{E_{cut}}{E} = \frac{\int_0^T P_{cut}(t)dt}{\int_0^T P(t)dt} \quad (1.25)$$

Gutowski et al. (2007) [14] ont décrit le processus de transformation du matériau et de l'énergie de manière thermodynamique afin de calculer le rendement énergétique de la machine. Renaldi et al. (2012) [15] ont choisi une approche similaire et développé une métrique d'efficacité exergétique pour des processus de fabrication discrets.

Guo et al. (2012) [16], Pfefferkorn et al. (2009) [17] ainsi que Duflou et al. (2012) [18] ont utilisé une approche basée sur le taux d'enlèvement de matière pour quantifier la consommation d'énergie spécifique [9].

Schudeleit et al. (2016) [9] ont développé une métrique générale appelée TEEI (Total Energy Efficiency Index) appliquée à l'efficacité énergétique. les auteurs proposent une approche combinant l'évaluation de l'efficacité au niveau des composants et celle au niveau de la machine-outil. Trois chiffres clés sont ainsi introduits pour quantifier l'efficacité, la cohérence et la suffisance des composants, à savoir : SI (indice de suffisance), EI (indice d'efficacité) et CI (indice de cohérence).

Le SI (indice de suffisance) se concentre sur la comparaison entre les sorties du système de référence et du système réel, tandis que l'IE et le CI (indice de cohérence) quantifient respectivement l'efficacité de conversion et la productivité de chaque système. Le TEEI compare l'entrée du système réel à l'entrée qu'un système de référence idéal aurait besoin pour effectuer la même tâche.

Les caractéristiques intrinsèques et les conditions de traitement des machines ont une incidence sur leur efficacité énergétique. En raison de la complexité des fonctions des différentes machines, leur définition de l'efficacité énergétique n'était pas très claire jusqu'à présent et

certain indicateurs d'évaluation globale de l'efficacité énergétique des machines peuvent être vus davantage du point de vue de l'efficacité du débit entré-sortie.

Nous introduirons notre définition de l'efficacité énergétique adéquate au sujet de notre étude dans le chapitre suivant. Cette définition est développée en s'inspirant des différents travaux de recherche consultés.

### Approches d'évaluation et de décomposition de la variable énergétique

*Plusieurs travaux de littérature concernant l'évaluation et la décomposition de la consommation énergétique pour les machines ainsi que les lignes de production ont été consultés. Ceci dans le but d'aboutir à un modèle d'évaluation pour notre sujet d'étude. Nous présentons ci dessous les études les plus remarquables de nos recherches et qui ont le plus inspiré le développement de notre modèle d'évaluation de la performance énergétique.*

Su et al. (2017) ont effectué une étude sur la minimisation de la consommation énergétique dans une ligne de production composée de deux machines de type bernoulli tout en gardant le niveau désiré de production.

Ils ont représenté l'énergie par une fonction à partie constante et à partie variable. La partie constante représente l'énergie nécessaire pour le démarrage et le maintien de la machine en état ON, la partie variable correspond à l'énergie nécessaire pour le déroulement des opérations, cette énergie est proportionnelle au taux de production  $\rho_i$  de la machine. Cette formulation fut aussi introduite par Calvanese et al. (2013), Gutowski et al. (2009) ainsi que Su et al. (2016a).

L'objectif de leur étude étant de trouver une allocation optimale pour les capacités de production des machines  $\rho_i^*$  afin de minimiser l'énergie totale  $E$  consommée par la ligne tout en gardant le taux de production désiré  $PR_d$ . Le problème fut également formulé par Su et al. (2017) en se concentrant uniquement sur la partie variable de la consommation énergétique comme suit :

$$\begin{cases} \min E = \sum_{i=1}^M k_i \rho_i \\ s.t. PR \leq PR_d \end{cases} \quad (1.26)$$

Pour résoudre ce problème, les auteurs ont étudié d'abord les petits systèmes à trois et quatre machines avec de très petits stocks pour obtenir des solutions exactes. Ensuite, pour les systèmes de taille moyenne (lignes typiques de trois ou quatre machines avec des stocks relativement grands), une procédure d'agrégation est introduite pour évaluer la cadence de production puis rechercher les solutions optimales. Enfin, pour les systèmes de plus grande taille avec cinq machines ou plus, un système heuristique est développé.

Zhou et al. (2015) [6] estiment que la consommation d'énergie est égale à la puissance multipliée par le temps, à savoir la zone située entre la courbe de puissance de la machine-outil et l'axe du temps (voir figure 1.4).

Le calcul de la consommation d'énergie consiste à diviser la surface en plusieurs parties, puis à les accumuler. Les différentes méthodes de segmentation de zone correspondent aux

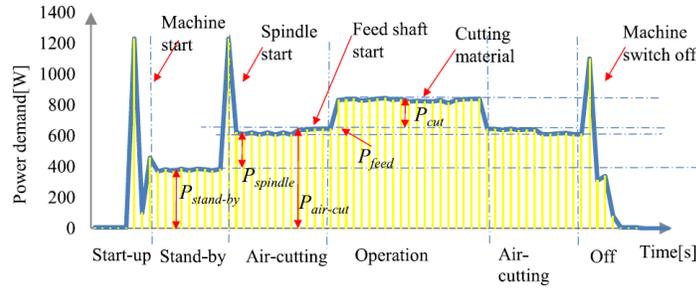


FIGURE 1.4 – Représentation du profil de puissance du processus de fraisage [6].

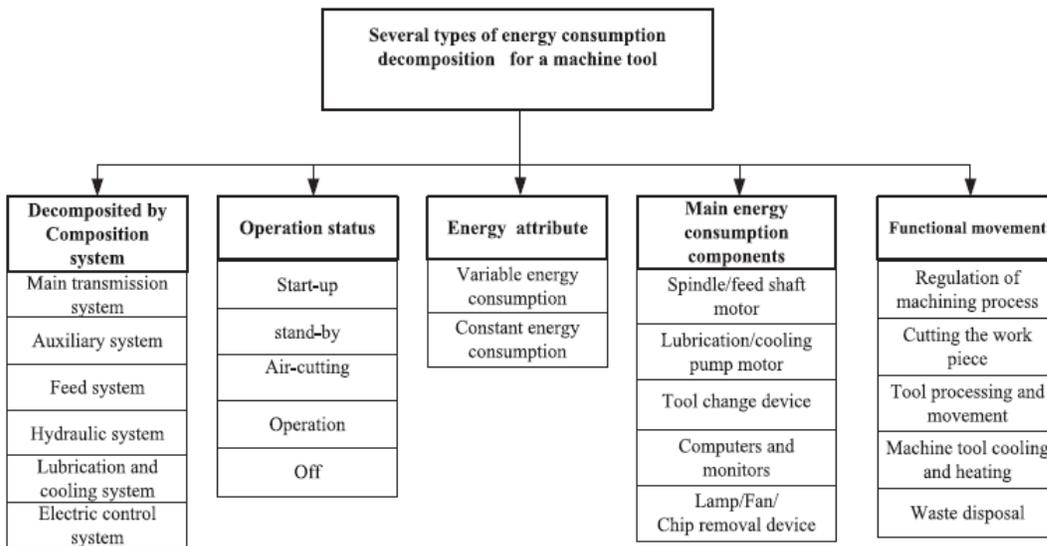


FIGURE 1.5 – Différents modes de décomposition de la consommation énergétique pour les machines-outils [6].

différentes manières de diviser la consommation d'énergie d'une machine-outil. Selon les besoins de la recherche, la consommation d'énergie de la machine-outil peut être divisée selon les fonctions du système, les composants principaux consommateurs d'énergie, les attributs de consommation d'énergie, les statuts de fonctionnement du système ou encore les systèmes composants.[6]

Parfois, la consommation d'énergie de certains composants ou processus peut être ignorée et certaines hypothèses retenues. La précision de la répartition de l'énergie affecte la précision du calcul et la complexité du modèle de consommation d'énergie. La figure 1.5 montre les modes de division typiques de la consommation d'énergie des machines-outils.

## Classification selon les attributs de consommation d'énergie : Énergie constante et énergie variable

La consommation d'énergie de la machine-outil est généralement divisée en partie constante et partie variable, comme indiqué dans la Figure 1.5. La consommation d'énergie fixe comprend à titre d'exemple la consommation d'énergie du dispositif de refroidissement et de lubrification, du système de contrôle informatique, de l'énergie du dispositif de changement d'outil, etc.

La variable inclut la consommation d'énergie liée au traitement du matériau. Cette partie de la consommation d'énergie représente souvent 20% à 30% de la consommation totale d'énergie des machines-outils. Elle est liée aux propriétés des matériaux, aux paramètres de traitement, aux conditions de traitement et aux conditions de l'outil. La relation entre la consommation d'énergie et les divers paramètres est devenue le point clé et la difficulté des recherches.[6]

Kordonowy et al. (2002) [19] ont également classifié la consommation d'énergie des machines-outils en deux catégories dans un processus d'usinage, l'énergie constante et l'énergie variable. La consommation d'énergie constante inclut l'énergie consommée au cours du processus de démarrage et l'énergie consommée lors des opérations en cours d'exécution. La consommation d'énergie variable est liée à l'action d'usinage. En d'autres termes, la consommation d'énergie constante est indépendante de l'usinage, mais la consommation d'énergie variable dépend de l'usinage.

## Classification de la consommation d'énergie en fonction des états de la machine-outil

Dans le cas d'un processus d'usinage complet, les étapes se présentent généralement comme suit : le démarrage de la machine, le retour du point de référence, la mise en service, le découpage à vide, le découpage du matériau, l'arrêt de la machine (voir figure 1.6) [20].

En fonction des caractéristiques opérationnelles des processus d'usinage, la CO2PE! (Co-operative Effort on Process Emissions in Manufacturing) classifie les états de la machine-outil en deux catégories : «BasicState» et «CuttingState».

Dans le «BasicState», l'énergie électrique est utilisée pour activer les composants de la machine requis et garantir la disponibilité opérationnelle de la machine-outil.

Dans le «CuttingState», l'énergie consommée à la pointe de l'outil permet d'enlever le matériau de la pièce.

De plus, Balogun et Mativenga (2012) [22] ont proposé un état transitoire appelé «ReadyState» entre «BasicState» et «CuttingState». Le «ReadyState» a lieu après le démarrage de la machine mais avant la coupe. Les entraînements et le mouvement de la broche nécessitent plus d'énergie pour changer l'outil, amener l'outil et la pièce à usiner aux positions appropriées et configurer les paramètres de processus nécessaires. La consommation d'énergie est donc classée dans les catégories EBasic, EReady et ECutting en fonction des trois étapes de fabrication (voir figure 1.7) [20].

De même, Dahmus et Gutowski [21] ont classé la consommation d'énergie selon trois modes : le mode veille *idle*, le mode d'exécution *run time* et le mode de production. En

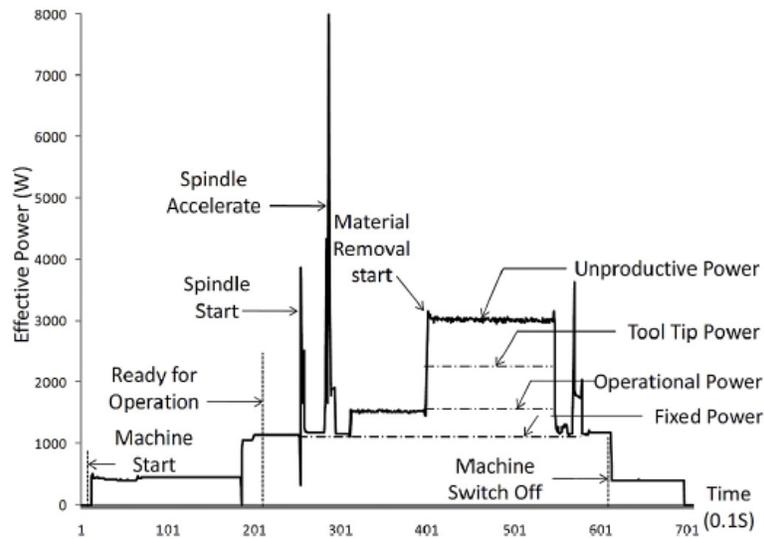


FIGURE 1.6 – Profil de puissance d’une machine-outil pour un processus d’usinage complet [20].

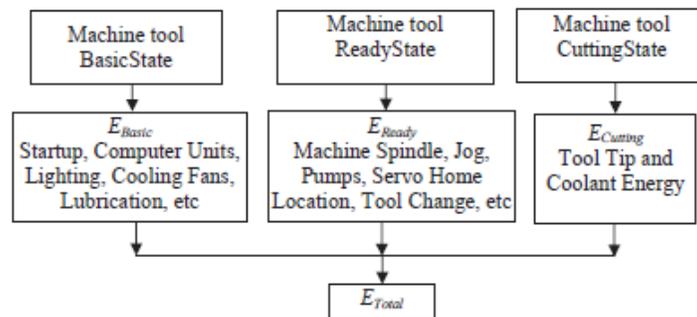


FIGURE 1.7 – Classification de la consommation énergétique basée sur les états de la machine-outil [20].

mode veille, lorsque la machine est prête pour la production, la consommation d'énergie est constante. Cette dernière est relative à la consommation de composants tels que le panneau de commande et les ventilateurs. En mode d'exécution, lorsque plusieurs auxiliaires, tels que le moteur de broche et le réfrigérant, sont activés, la consommation d'énergie est également constante. En mode de production, la consommation d'énergie est liée à l'enlèvement de matière, elle est variable.

La classification basée sur les états de la machine-outil est utile pour comprendre la consommation d'énergie de chaque composant et adopter des mesures d'économie d'énergie pour les composants consommant beaucoup d'énergie.

## Décomposition de la variable énergétique pour les machines-outils

### Exemple des machines-outils à commande numérique

Lv et al. (2018) [10] ont étudié la consommation énergétique des machines-outils à commande numérique. Ils ont décomposé leur consommation d'énergie en plusieurs modules (état de démarrage, état de veille, état à vide et état de charge). La consommation d'énergie totale et la consommation d'énergie d'usinage des machines-outils à commande numérique sont présentées dans l'équation 1.27.

$$\begin{cases} E_{processus} = E_{start} + E_{standby} + E_{no-load} + E_{load} \\ E_{processus} = P_{start} \times t_{start} + P_{standby} \times t_{standby} + P_{no-load} \times t_{no-load} + P_{load} \times t_{load} \\ E_{cutting} = P_{cut} \times t_{load} \end{cases} \quad (1.27)$$

Où  $E_{start}$ ,  $E_{standby}$ ,  $E_{no-load}$ ,  $E_{load}$  sont la consommation d'énergie à l'état de démarrage, la consommation d'énergie à l'état de veille, la consommation d'énergie à l'état à vide et la consommation d'énergie à l'état de charge.

$P_{start}$ ,  $P_{standby}$ ,  $P_{no-load}$ ,  $P_{load}$ ,  $P_{cut}$  sont la puissance de départ, en veille, à vide, en charge et la puissance de coupe respectivement.  $t_{start}$ ,  $t_{standby}$ ,  $t_{no-load}$  et  $t_{load}$  sont le temps en démarrage, en veille, sans charge et en chargement.

La consommation d'énergie de l'état de démarrage  $P_{start}$  correspond à l'énergie consommée pour maintenir un fonctionnement stable de la machine-outil après le démarrage, qui peut être calculée en multipliant la puissance de base (puissance du système CNC et puissance du système hydraulique  $P_{hydraulic}$ ) et le temps de démarrage du système.

La consommation d'énergie de l'état de veille correspond à l'énergie nécessaire pour allumer d'autres systèmes auxiliaires pour un fonctionnement stable, ce qui peut être calculé en multipliant la puissance de base (système CNC, système hydraulique, système d'entraînement de refroidissement, etc.) et le temps de démarrage du système. La consommation d'énergie d'un autre système d'appareils auxiliaires est modélisée en introduisant la fonction de commutation.

La consommation d'énergie à l'état sans charge  $E_{no-load}$  correspond à l'énergie nécessaire pour maintenir en marche le moteur de broche et le servomoteur d'alimentation une fois le

système de support de la machine-outil stabilisé, ce qui peut être calculé en multipliant la consommation d'énergie en état de veille fois le temps de fonctionnement du système sans charge.

La consommation d'énergie de l'état de charge correspond à la consommation d'énergie lorsque l'outil entre en contact avec la pièce à usiner. Elle est calculée en multipliant la consommation d'énergie à vide combinée à la puissance de base d'enlèvement de matière et la perte de charge supplémentaire fois la durée de fonctionnement de la charge du système. La puissance d'enlèvement de matière est la puissance effective de la sortie de la machine-outil, qui est liée aux paramètres de traitement.

Le processus de mesure de la puissance de perte de charge supplémentaire est très complexe et difficile à calculer directement dans des conditions normales. Lv et al. (2018)[10] considèrent que la puissance de perte de charge supplémentaire  $P_{loss}$  est approximativement proportionnel à la puissance d'usinage  $P_{cut}$ , conformément à la littérature sur les caractéristiques de consommation d'énergie des machines-outils.

Le temps de charge peut être déterminée par le volume et le taux d'enlèvement de matière, comme indiqué dans l'équation 1.28.

$$t_{load} = MRV/MRR \quad (1.28)$$

Où MRV est le volume d'enlèvement de matière; MRR est le taux d'enlèvement de matière.

Le modèle de consommation d'énergie à l'état de charge est présenté dans l'équation suivante :

$$E_{load} = P_{load}t_{load} = (P_{CNC} + P_{hydraulic} + P_{spindle} + P_{feed} + P_{cut} + P_{loss})t_{load} \quad (1.29)$$

Pour l'efficacité énergétique, les auteurs l'ont définie comme étant le rapport entre l'énergie consommé dans le processus d'usinage et l'énergie totale consommée par le processus (voir équation 1.30).

$$\eta = \frac{E_{cutting}}{E_{process}} \quad (1.30)$$

### Décomposition de la variable énergétique orientée fonctions intrinsèques

Tuo et al. (2018) [11] ont étudié la performance énergétique des machines-outils, et principalement la performance relative aux caractéristiques intrinsèques des machines appelée *Inherent Energy Performance*. Ils ont proposé une décomposition ainsi que des indicateurs de performance basés sur les fonctions intrinsèques de la machine.

La consommation d'énergie dans un processus d'usinage est généralement constituée de l'énergie dérivée des fonctions intrinsèques des machines-outils, telles que le mouvement, la rotation et le refroidissement de la machine, ainsi que de l'énergie requise d'usinage.

Au sens large, la performance énergétique liée aux caractéristiques ou fonctions intrinsèques est appelée IEP (inherent Energy Performance) des machines-outils et la performance

*Decomposition of energy consumption in machining process*

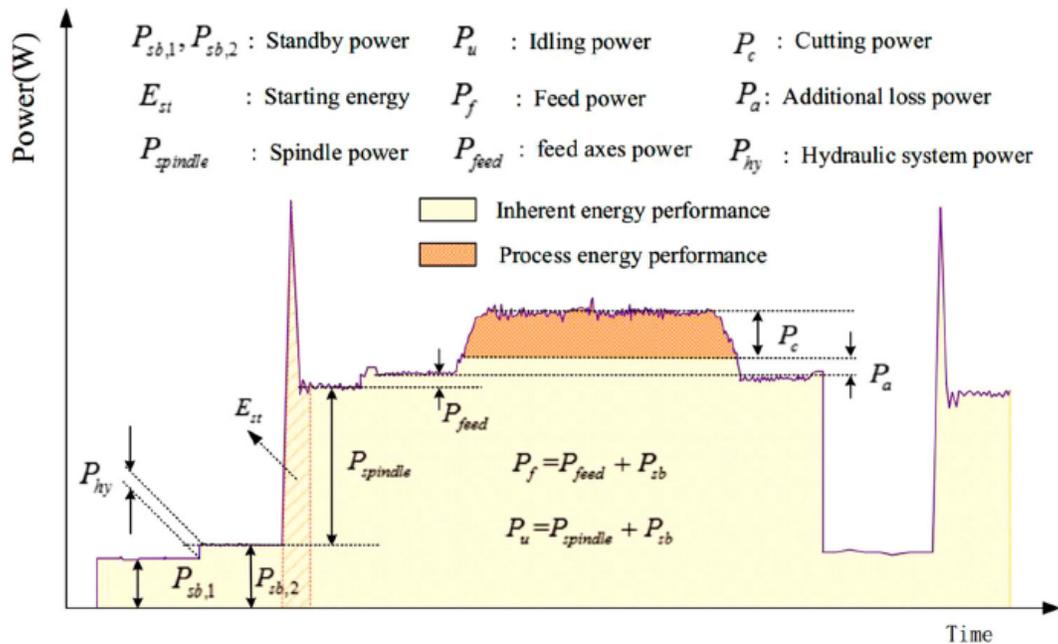


FIGURE 1.8 – Décomposition de la consommation énergétique d'un processus d'usinage [11].

énergétique de l'enlèvement de matière de la pièce (usinage) est appelée performance énergétique du processus. Dans un processus d'usinage, l'IEP est décomposée en cinq parties : puissance en Standby, énergie de démarrage, puissance en veille (idle), puissance d'alimentation (feed power) et puissance de perte de charge supplémentaire (voir figure 1.8).

**Standby power** : la demande de puissance de la procédure depuis l'allumage de l'interrupteur principal jusqu'au démarrage de la broche. Sa valeur dépend généralement de l'état activé/désactivé de composants périphériques tels que les systèmes hydrauliques, les systèmes de refroidissement et les systèmes d'éclairage.

**Starting energy** : L'énergie de démarrage correspond à la consommation d'énergie nécessaire de zéro à la rotation requise de la broche.

**Idling Power** : correspond à la demande de puissance lorsque la broche tourne sans charge. Elle est généralement exprimée par la somme de la puissance de la broche  $P_{spindle}$  et de la puissance en standby.

**Feed power** : La puissance d'alimentation correspond à la demande de puissance lorsque la broche est éteinte mais que les axes d'alimentation fonctionnent sans charge après la mise en veille. Elle s'exprime généralement comme la somme des puissances des axes d'alimentation et la puissance en standby.

La puissance de perte de charge supplémentaire fait référence à la perte générée par la charge du système de broche lors du processus d'usinage.

Les auteurs ont également développé des indicateurs de performance pour la performance énergétique liée aux fonctions intrinsèques.

La puissance équivalente en mode standby représente la puissance moyenne requise pendant ce mode calculée en utilisant le modèle suivant :

$$EP_{sb} = \sum_{i=1}^{i=m} C(P_{sb,i})P_{sb,i} \quad (1.31)$$

Où  $C(P_{sb,i})$  indique la probabilité d'occurrence du cas de standby  $i$ ,  $P_{sb,i}$  est sa demande en puissance, et  $m$  est le nombre total de cas de standby.

L'énergie de démarrage équivalente décrit la consommation d'énergie des machines-outils lors du démarrage de la broche, et elle peut être obtenue en utilisant l'équation 1.32. De même, la puissance équivalente en idle et le coefficient de perte de charge équivalent peuvent être estimés à l'aide des équations Eq. 1.33 et Eq. 1.34, respectivement, après avoir obtenu la puissance en idle et le coefficient de perte de charge à tout régime de rotation.

$$EE_{st} = \sum_{i=1}^{i=K} C(n_i)E_{st}(n_i) \quad (1.32)$$

$$EP_u = \sum_{i=1}^{i=K} C(n_i)P_u(n_i) \quad (1.33)$$

$$E\alpha = \sum_{i=1}^{i=K} C(n_i)\alpha(n_i) \quad (1.34)$$

Où  $C(n_i)$  indique la probabilité d'utilisation à la vitesse de rotation de la broche  $n_i$ , et  $E_{st}(n_i)$ ,  $P_u(n_i)$ , et  $\alpha(n_i)$  indiquent l'énergie de démarrage, la puissance en idle et le coefficient de perte de charge, respectivement.  $K$  est le nombre total des vitesses de rotation de la broche.

La puissance d'alimentation équivalente est la moyenne pondérée de la puissance d'alimentation à différentes vitesses d'alimentation. Par exemple, la puissance d'alimentation équivalente pour l'axe X est acquise par l'équation 1.35. La puissance d'alimentation équivalente pour l'autre axe est obtenue de la même manière.

$$EP_{f,x} = \sum_{i=1}^{i=K} C(f_{vi,x})P_f(f_{vi,x}) \quad (1.35)$$

Où  $C(f_{vi,x})$  représente la probabilité d'utilisation au taux d'alimentation  $f_{vi,x}$ , et  $P_f(f_{vi,x})$  est la puissance d'alimentation de  $f_{vi,x}$ .

## Synthèse

Cette revue de la littérature concernant l'évaluation de la performance ainsi que la consommation énergétique des machines et des lignes de production nous a permis de faire les constats suivants :

- Il existe un nombre important d'études et de travaux de recherche traitant de la problématique de la performance énergétique des machines. Cependant, nous constatons

que la grande majorité traite du cas des machines-outils, développant donc des modèles d'évaluation qui sont très spécifiques avec des paramètres relatifs aux machines concernées par chaque cas d'étude.

- Les travaux d'évaluation de la performance et de la consommation énergétiques traitent majoritairement l'évaluation pour une seule machine. Très peu d'études ont considéré le cas des lignes de production composées de plusieurs machines.
- Les études sur les lignes de production composées de plusieurs machines, considèrent rarement la performance économique et énergétique en même temps, il est souvent sujet d'évaluation de l'une sans l'autre.
- Nous ne trouvons donc pas de travaux ayant évalué économiquement et énergiquement les lignes de production composées de plusieurs machines. Sauf les travaux de Su et al. (2016), cependant, ils n'ont considéré que le cas simple avec des machines de type bernoulli.

D'où le fort intérêt de proposition d'un modèle d'évaluation qui puisse évaluer la performance à la fois économique et énergétique des lignes de production composées de machines en série avec des taux de panne et réparation de type exponentiel.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit, en premier lieu, quelques concepts et définitions relatifs à l'analyse des performances des systèmes de production. Ces définitions sont nécessaires pour bien comprendre le contexte ainsi que les différentes hypothèses émises dans ce travail. Ensuite, nous nous sommes intéressés aux principaux modèles d'évaluation de performances des systèmes de production rencontrés dans la littérature ainsi que les caractéristiques propres à chacun d'entre eux.

L'objectif de ce travail étant de développer une nouvelle méthode analytique, il était important de s'intéresser aussi aux principales méthodes approchées que sont la méthode de décomposition et la méthode d'agrégation.

En second lieu, nous avons présenté un état de l'art concernant l'évaluation de la performance économique et énergétique des machines et lignes de production.

Concernant l'évaluation économique, nous avons présenté la méthode par machines équivalentes développée par Ouazene et al. (2013) [4]. L'objectif de cette méthode est de proposer une nouvelle approche analytique permettant d'évaluer les performances économiques d'une ligne de production en série composée de  $K$  machines séparées par  $K-1$  stocks intermédiaires. Cette méthode propose de remplacer les machines originales par des machines équivalentes à deux états : panne et réparation. La ligne de production originale est donc remplacée par une ligne composée de machines disposées en série mais sans stocks intermédiaires, les probabilités de blocage et de famines, dues aux différents stocks intermédiaires, sont intégrées dans les calculs des disponibilités asymptotiques des machines équivalentes.

Les résultats de cette méthode permettent d'évaluer le taux de production de chaque machine

ainsi que celui de la ligne (Throughput  $\psi$ ). Elle permet notamment d'évaluer les probabilités que les stocks soient vides ou pleins. La résolution s'effectue au moyen d'une formulation par un algorithme de programmation non linéaire (voir Algorithme 1).

Cette méthode sera utilisée au sein de notre modèle d'évaluation afin d'évaluer la performance économique. Les résultats de la méthode par machines équivalentes seront notamment exploités dans la partie évaluation énergétique du modèle que nous allons développer dans le chapitre suivant.

Du côté de la performance énergétique, nous avons présenté un état de l'art sur les travaux de recherche concernant l'évaluation de la performance énergétique des machines et des lignes de production. Nous avons commencé par les différentes définitions du concept d'efficacité énergétique. Ce concept étant d'une importance primordiale lors de l'évaluation énergétique d'un système de production, et dont la définition est loin d'être conventionnelle. La caractérisation de cette grandeur diffère selon le domaine et le cas d'étude. Cependant, cette revue nous a permis de construire notre raisonnement pour une définition en adéquation avec notre sujet et nos besoins de l'étude. Notre définition de l'efficacité énergétique qui est l'indicateur de performance énergétique clé de notre modèle sera introduite dans le chapitre suivant.

Nous avons par la suite présenté différents travaux de littérature traitant de l'évaluation et la décomposition de la variable énergétique pour les machines (notamment les machines-outils) ainsi que les lignes de production. Nous constatons principalement que nombreux avancements ont été atteints concernant cette problématique pour le cas des machines-outils. Néanmoins, une formulation pour l'évaluation de la consommation énergétique pour les lignes de production avec machines (de type autre que bernoulli) est inexistante selon notre large revue des travaux de recherche.

Cette revue de littérature fut une base d'orientation pour la construction de notre modèle d'évaluation de la performance énergétique. En effet, en s'inspirant des différentes formulations et travaux de recherche, nous avons pu aboutir à une formulation de la consommation énergétique pour une ligne de production composée de machines en série. Cette formulation ainsi que le modèle d'évaluation économique et énergétique seront présentés dans le chapitre suivant.

# Chapitre 2

## Évaluation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter notre modèle d'évaluation économique et énergétique d'une ligne de production composée de  $K$  machines en série séparées par  $K-1$  stocks intermédiaires.

Ce modèle est composé de deux parties :

- L'évaluation économique pour laquelle nous utilisons la méthode par machines équivalentes développée par Ouazene et al. (2013) [4], et présentée dans le chapitre précédent.
- L'évaluation énergétique pour laquelle nous allons développer une nouvelle méthode analytique que nous présenterons dans ce chapitre. Nous allons commencer par une formulation du problème basée sur les chaînes de Markov, nous étudierons par la suite le système à l'état stationnaire pour enfin formuler la consommation énergétique d'une machine  $M_i$  puis de la ligne dans sa totalité. Nous présenterons enfin notre définition et formulation de l'efficacité énergétique.

Le modèle global d'évaluation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production sera formulé à la fin ainsi que son algorithme de résolution.

### 2.2 Formulation du problème :

Le système considéré est composé de  $K$  machines reliées par  $K-1$  zones de stockage intermédiaires (buffers).

Ce système est sujet à des indisponibilités en raison des capacités limitées des buffers ou/et de la défaillance et de la réparation des machines.

Nous considérons les même hypothèses admises par Ouazene et al. [4] qui sont les suivantes :

- L'état de panne des machines dépend des opérations. Une machine ne peut tomber en panne si elle est affamée ou bloquée.
- La première machine ne peut être affamée et la dernière ne peut être bloquée. Les temps de défaillance et de réparation sont indépendants et distribués suivant une loi exponentielle.
- Le buffer  $B_i$ ,  $i = 1, \dots, K-1$  a une capacité finie  $0 \leq N_i < \infty$  et ne peut tomber en panne.
- Les temps de transition entre machines et buffers sont nuls.

Nous rajoutons l'hypothèse que la consommation énergétique des espaces de stockage intermédiaire est considérée négligeable. La consommation énergétique de la ligne est donc assimilée au total de consommation de l'ensemble des machines.

## 2.3 Approche d'évaluation énergétique

Notre approche de calcul de la consommation énergétique consiste à évaluer cette dernière par partie. Il existe plusieurs méthodes de segmentations introduites par Zhou et al. (2015) [6]. Suivant les besoins de l'étude, la consommation énergétique d'une machine peut être évaluée selon plusieurs axes comme nous l'avons détaillé dans le chapitre précédent.

Pour l'étude que nous effectuons, nous avons choisi d'évaluer la consommation énergétique selon les états de la machine pour les raisons suivantes :

- L'étude vise à développer un modèle d'évaluation énergétique et économique pour les lignes de production constituées de machines quelconques. Afin de généraliser notre évaluation, nous ne pourrions développer un modèle axé sur les composants ou les détails spécifiques aux types de machines constituant la ligne.
- Nous souhaitons développer un modèle qui évalue à la fois l'efficacité économique et énergétique, l'évaluation économique que nous allons adopter développée par Ouazene et al.(2013)[4] est basée sur les états de la machine. D'où l'intérêt de développer une évaluation énergétique sur le même axe.
- Les états de la machine offrent une classification bien claire et dissociée, grâce aux probabilités calculées, une base solide d'évaluation est alors construite.

Pour notre étude, nous choisissons donc d'évaluer l'énergie selon les états de la machine (voir figure 2.1). Nous aurons donc une consommation d'énergie spécifique pour chaque état dans le quel se trouverait une machine  $M_i$ . Les états : marche, panne, affamée, bloquée ainsi que affamée et bloquée en même temps sont les états dans lesquels une machine  $M_i$  de la ligne pourrait se retrouver.

En premier lieu, nous allons calculer pour chaque machine  $M_i$  les probabilités qu'elle se retrouve dans chacun des états de notre ensemble des états en modélisant le système par une chaîne de Markov à espace temps et espace d'états discrets.

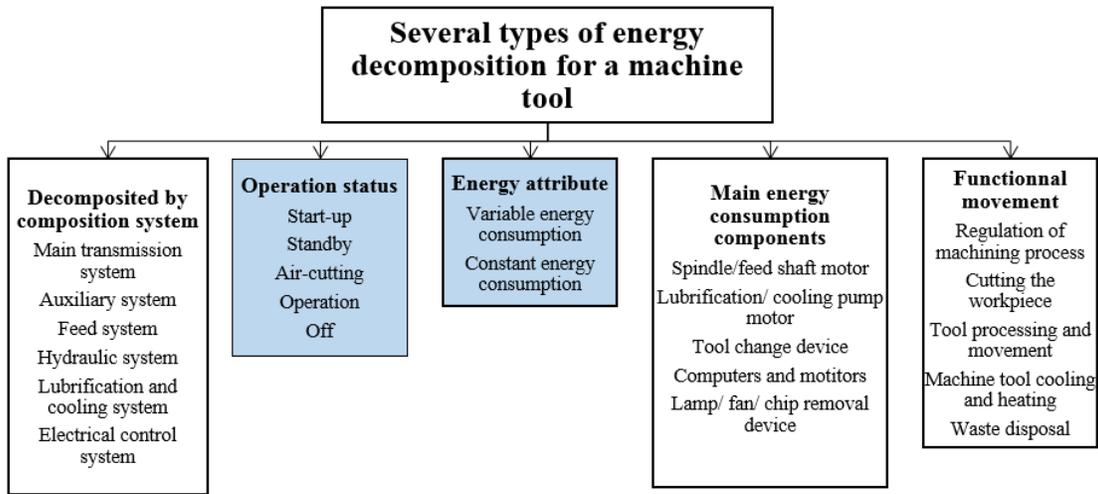


FIGURE 2.1 – Différents modes de décomposition de la consommation énergétique d’une machine-outil (choix de l’approche d’évaluation énergétique) [6].

En second lieu, nous allons évaluer la consommation d’énergie spécifique  $E_{s,i}$  pour chaque machine  $M_i$  dans chacun des états. Pour, au final, aboutir à l’évaluation de la consommation énergétique  $E_i$  de chaque machine  $M_i$  ainsi que la consommation totale E de la ligne constituée des K machines en série. Nous serons par la suite en mesure d’évaluer l’efficacité énergétique spécifique  $\eta_i$  de chaque machine ainsi que  $\eta$  l’efficacité énergétique de la ligne de production.

Le résultat de notre étude est un vecteur  $\begin{pmatrix} \psi \\ \eta \end{pmatrix}$  ou  $\begin{pmatrix} \psi \\ E \end{pmatrix}$  constitué de  $\psi$  qui est le throughput (taux de production de ligne), un KPI évaluant la performance économique de la ligne de production et  $\eta$  qui est l’efficacité énergétique, un KPI évaluant la performance énergétique de la ligne de production, ou encore E évaluant la consommation énergétique de la ligne.

## 2.4 Représentation de Markov

### 2.4.1 Le cas général $i=\{2,\dots,K-1\}$ :

On considère une chaîne de Markov à espace temps et espace d’états discrets. L’ensemble des états S est constitué des différents états de la machine : en marche, en panne, affamée, bloquée, bloquée et affamée en même temps. Il est représenté par l’ensemble S suivant :

$$S = \{M, PN, A, B, AB\}$$

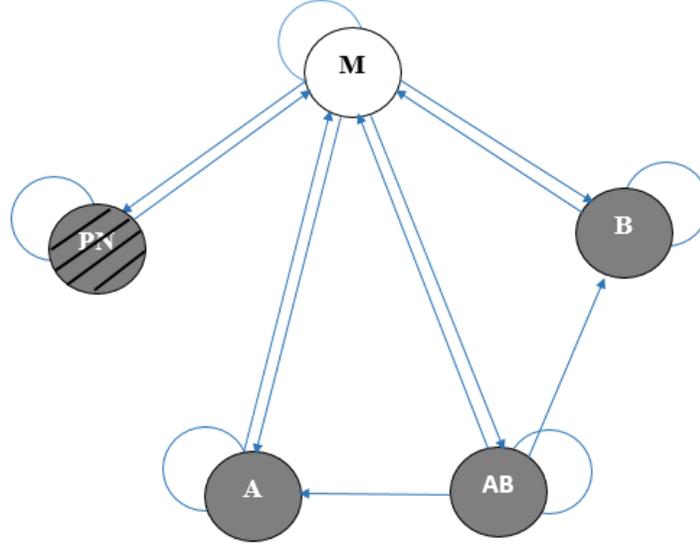


FIGURE 2.2 – Graphe de transition (cas général).

## La matrice de transition

Nous considérons en premier lieu le graphe des états (voir figure 2.2), dans lequel nous représentons les différentes transitions entre chacun des états de la machine.

Nous considérons les probabilités de transition suivantes :

$$\begin{aligned}
 P_{M,M} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} (1 - P_{i-1}^0) (1 - P_i^N) & P_{M,PN} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & P_{M,A} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_i^N (1 - P_{i-1}^0) \\
 P_{M,B} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_{i-1}^0 (1 - P_i^N) & P_{M,AB} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_i^N P_{i-1}^0 & P_{PN,M} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \\
 P_{PN,PN} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & P_{A,M} &= 1 - P_i^N & P_{A,A} &= P_i^N \\
 P_{B,M} &= 1 - P_{i-1}^0 & P_{B,B} &= P_{i-1}^0 & P_{AB,M} &= (1 - P_{i-1}^0) (1 - P_i^N) \\
 P_{AB,A} &= P_{i-1}^0 (1 - P_i^N) & P_{AB,B} &= P_i^N (1 - P_{i-1}^0) & P_{AB,AB} &= P_{i-1}^0 P_i^N
 \end{aligned}$$

## Explications :

La machine étant en état de marche peut soit :

- Rester en marche M si elle est disponible, son buffer amont  $B_{i-1}$  n'est pas vide (pas affamée) et son buffer aval  $B_i$  n'est pas saturé (pas bloquée).
- Passer de l'état de marche à l'état de panne PN avec une probabilité estimée par son

indisponibilité.

- Se retrouver dans l'état affamée A si elle est disponible mais que son stock amont est vide, dans l'état bloquée B si elle est disponible et que son stock aval est saturé, ou dans l'état affamée et bloquée AB si les deux cas se présentent.

La machine étant en état de panne peut soit :

- Passer à l'état de marche avec une probabilité estimée à son taux de disponibilité.
- Rester en panne avec une probabilité estimée à son taux d'indisponibilité.

Une machine étant affamée peut soit :

- Passer en marche si son stock amont  $B_{i-1}$  n'est plus vide.
- Rester affamée si son stock amont  $B_{i-1}$  reste vide.

Une machine étant bloquée peut soit :

- Passer en marche si son stock aval  $B_i$  n'est plus saturé.
- Rester bloquée si son stock aval  $B_i$  reste saturé.

Une machine étant affamée et bloquée peut soit :

- Passer en marche si son stock amont  $B_{i-1}$  n'est plus vide et son stock aval  $B_i$  n'est plus saturé.
- Rester affamée et bloquée si son stock amont  $B_{i-1}$  reste vide et son stock aval  $B_i$  reste saturé.
- Passer à l'état bloquée si son stock amont  $B_{i-1}$  n'est plus vide mais que son stock aval  $B_i$  reste saturé.
- Passer à l'état affamée si son stock aval  $B_i$  n'est plus saturé mais que son stock amont  $B_{i-1}$  reste vide.

Une machine dans l'état affamée et/ou bloquée ne peut passer à l'état de panne selon les hypothèses que nous avons utilisées. Elle est donc supposée être en marche avec une probabilité de 1 (disponibilité assimilée à une probabilité de 1), ceci explique la non apparition des taux de réparation et de panne dans les probabilité de transition à partir de chacun des états affamée A, bloquée B et affamée et bloquée AB.

Une machine bloquée B ne peut passer à l'état affamée et bloquée AB, car pour cela il faudra qu'elle soit affamée aussi or étant bloquée elle ne peut épuiser son stock amont. Ce scénario est donc impossible à réaliser. De même pour une machine affamée A qui ne peut passer à l'état affamée et bloquée AB étant donnée qu'elle n'a produit aucune pièce supplémentaire pour déclencher le blocage/ changement d'état du buffer aval.

De même pour l'état de panne dans lequel la machine n'ayant pas opérée ne peut changer l'état de ses buffers amont et aval et ne peut donc se retrouver en blocage ou famine.

Ainsi, la matrice de transition est déduite comme suit :

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} M & PN & A & B & AB \end{matrix} \\ \begin{matrix} M \\ PN \\ A \\ B \\ AB \end{matrix} & \left[ \begin{array}{ccccc} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}(1 - P_{i-1}^0)(1 - P_i^{N_i}) & \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0) & \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i}) & \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}P_i^{N_i}P_{i-1}^0 \\ \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} & \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & 0 & 0 & 0 \\ 1 - P_i^{N_i} & 0 & P_i^{N_i} & 0 & 0 \\ 1 - P_{i-1}^0 & 0 & 0 & P_{i-1}^0 & 0 \\ (1 - P_{i-1}^0)(1 - P_i^{N_i}) & 0 & P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i}) & (1 - P_{i-1}^0)P_i^{N_i} & P_{i-1}^0P_i^{N_i} \end{array} \right] \end{matrix}$$

Nous utilisons les formulations de la méthode des machines équivalentes développée par Ouazene et al. (2013) [4]. Nous pouvons donc estimer les probabilités que chaque buffer soit vide  $P_j^0$  ou saturé  $P_j^{N_j}$  en utilisant les équations suivantes :

$$P_j^0 = \begin{cases} \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_j^{N_j + 1}} & \text{si } \alpha_j \neq 1 \\ \frac{1}{N_j + 1} & \text{si } \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$P_j^{N_j} = \begin{cases} \frac{\alpha_j^{N_j} \times (1 - \alpha_j)}{1 - \alpha_j^{N_j + 1}} & \text{si } \alpha_j \neq 1 \\ \frac{1}{N_j + 1} & \text{si } \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

Où  $\alpha_j$  est le ratio des capacités de production relatif au stock  $B_j$  donné par l'équation 2.3

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=1, \dots, j} \rho_i}{\min_{i=j+1, \dots, K} \rho_i} \quad (2.3)$$

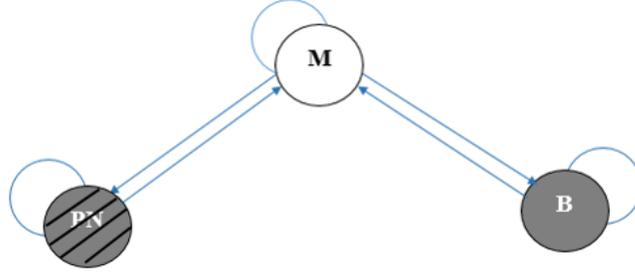
Le taux de production  $\rho_i$  de chaque machine est donné par l'équation 2.4.

$$\forall i = 1, \dots, K, \rho_i = \omega_i \times \frac{\mu_i \times \xi_i}{\mu_i + \xi_i \times \lambda_i} \quad (2.4)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \xi_1 = 1 - P_1^{N_1} \\ \xi_K = 1 - P_{K-1}^0 \\ \forall i = 2, \dots, K-1, \xi_i = (1 - P_{i-1}^0) \times (1 - P_i^{N_i}), j = i \end{cases}$$

## 2.4.2 Le cas de la première et la dernière machine

Étant donnée que la première machine ne peut être affamée et la dernière ne peut être bloquée, selon les hypothèse où l'on suppose un flux amont de la ligne et une capacité de stockage à la fin de la ligne infinis, le système de Markov présente une exception pour ces deux cas de figure.


 FIGURE 2.3 – Graphe de transition (cas de la première machine  $i=1$ ).

### La première machine $i=1$

L'ensemble des états  $S$  est constitué des états : en marche, en panne, bloquée. Car la première machine de la ligne ne peut être affamée d'où l'élimination de l'état affamée  $A$  ainsi que l'état affamée et bloquée  $AB$ .

$$S = \{M, PN, B\}$$

### La matrice de transition

Nous considérons en premier lieu le graphe des états (voir figure 2.3), dans lequel nous représentons les différentes transitions entre chacun des états de la machine.

Nous considérons les probabilités de transition suivantes :

$$\begin{aligned} P_{M,M} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} (1 - P_1^{N_1}) & P_{M,PN} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & P_{M,B} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_1^{N_1} \\ P_{PN,M} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} & P_{PN,PN} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} \\ P_{B,M} &= 1 - P_1^{N_1} & P_{B,B} &= P_1^{N_1} \end{aligned}$$

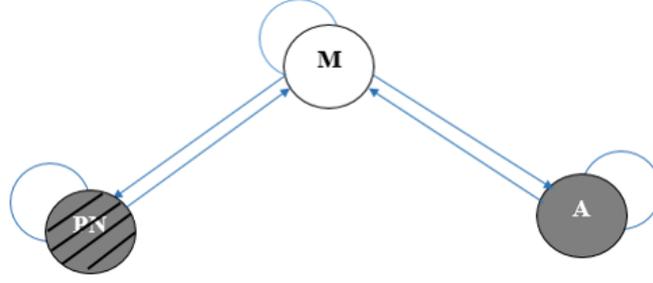
Ainsi, la matrice de transition est déduite comme suit :

$$P = \begin{array}{c} M \\ PN \\ B \end{array} \begin{array}{ccc} M & PN & B \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} (1 - P_1^{N_1}) & \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_1^{N_1} \\ \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} & \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & 0 \\ 1 - P_1^{N_1} & 0 & P_1^{N_1} \end{array} \right] \end{array}$$

### La dernière machine $i=K$

L'ensemble des états  $S$  est constitué des états : en marche, en panne, affamée. Car la dernière machine de la ligne ne peut être bloquée d'où l'élimination de l'état bloquée  $B$  ainsi que l'état affamée et bloquée  $AB$ .

$$S = \{M, PN, A\}$$

FIGURE 2.4 – Graphe de transition (cas de la dernière machine  $i=K$ ).

### La matrice de transition

Nous considérons en premier lieu le graphe des états (voir figure 2.4), dans lequel nous représentons les différentes transitions entre chacun des états de la machine.

Nous considérons les probabilités de transition suivantes :

$$\begin{aligned}
 P_{M,M} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} (1 - P_{K-1}^0) & P_{M,PN} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & P_{M,A} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_{K-1}^0 \\
 P_{PN,M} &= \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} & P_{PN,PN} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} \\
 P_{A,M} &= 1 - P_{K-1}^0 & P_{AA} &= P_{K-1}^0
 \end{aligned}$$

Ainsi, la matrice de transition est déduite comme suit :

$$P = \begin{array}{c} M \\ PN \\ A \end{array} \begin{array}{ccc} M & PN & A \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} (1 - P_{K-1}^0) & \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} P_{K-1}^0 \\ \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} & \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} & 0 \\ 1 - P_{K-1}^0 & 0 & P_{K-1}^0 \end{array} \right] \end{array}$$

## 2.5 Étude du système à l'état stationnaire

Nous étudions le comportement du système à l'état stationnaire pour définir les probabilités que la machine soit dans chacun des différents états, à savoir marche M, panne PN, affamée A, bloquée B ainsi que affamée et bloquée AB. Pour cela nous utilisons la définition de stationnarité d'une chaîne de Markov décrite auparavant.

*Une probabilité  $\pi$  sur  $E$  est appelée probabilité invariante, ou probabilité stationnaire, d'une chaîne de Markov de matrice de transition  $P$  si  $\pi = \pi P$ .*

Nous calculons donc la solution du système :

$$\begin{cases} \pi = \pi P \\ \sum_{i=1}^K \pi_i = 1 \end{cases}$$

Et ce pour chacun des cas de figures, à savoir le cas général, la première ainsi que la dernière machine. La résolution du système d'équations a donné les résultats ci dessous. Les équations (2.5), (2.5), (2.8) et (2.9) représentent respectivement les probabilités que chaque machine soit en état de marche, panne, affamée, bloquée ainsi que bloquée et affamée. La solution au système est donnée comme suit :

$$P_{M,i} = \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} \frac{P_1^{N_1}}{1 - P_1^{N_1}}} & \text{si } i=1 \\ \frac{1}{1 + \frac{\lambda_K}{\mu_K} + \frac{\mu_K}{\lambda_K + \mu_K} \frac{P_{K-1}^0}{1 - P_{K-1}^0}} & \text{si } i=K \\ \frac{1}{1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0)P_i^{N_i}(1 - P_i^{N_i})} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0)P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}{1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}} & \text{Sinon} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$P_{PN,i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_{M,i} \quad \forall i = \{1, \dots, K\} \quad (2.6)$$

$$P_{A,i} = \begin{cases} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0)P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)} P_{M,i} & \text{for } i = \{2, \dots, K - 1\} \\ \frac{\mu_K}{\lambda_K + \mu_K} \frac{P_{K-1}^0}{1 - P_{K-1}^0} P_{M,K} & \text{for } i = K \end{cases} \quad (2.7)$$

$$P_{B,i} = \begin{cases} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0)P_i^{N_i}(1 - P_i^{N_i})} P_{M,i} & \text{for } i = \{2, \dots, K - 1\} \\ \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} \frac{P_1^{N_1}}{1 - P_1^{N_1}} P_{M,i} & \text{for } i = 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

$$P_{AB,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} P_{i-1}^0}{(1 - P_{i-1}^0)P_i^{N_i}} P_{M,i} \quad \text{for } i = \{2, \dots, K - 1\} \quad (2.9)$$

## 2.6 Formulation de la consommation énergétique

Notre évaluation s'effectue sur une unité de temps (voir figure 2.5). Nous considérons une unité de temps  $T$ , au sein de cette unité, une machine  $M_i$  est :

- En panne sur une partie avec une probabilité  $P_{PN,i}$  consommant ainsi une énergie constante par unité de temps que nous représentons par  $E_{down,i}$ .
- En fonctionnement à vide/sans charge c'est à dire affamée, bloquée ou affamée et bloquée avec une probabilité égale à  $(P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i})$  consommant ainsi une énergie constante par unité de temps que nous appelons  $E_{no-load,i}$ .
- En marche opérant/fabricant les pièces du processus et consommant ainsi une énergie

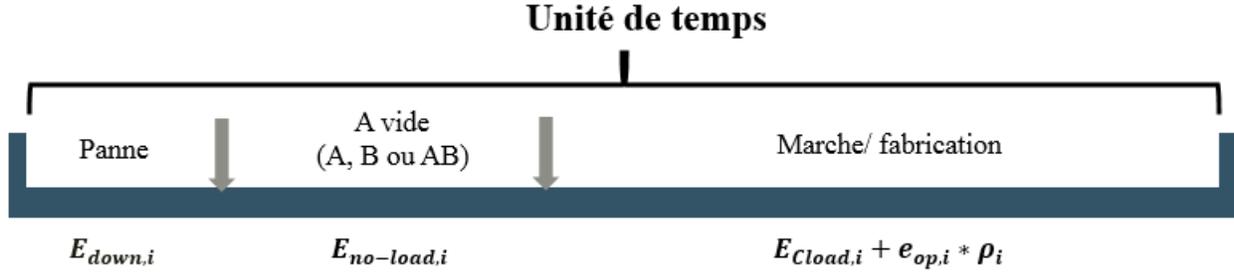


FIGURE 2.5 – Formulation de la consommation énergétique sur une unité de temps.

constante par unité de temps que nous appelons  $E_{Cload,i}$  avec une probabilité  $P_{M,i}$  ainsi qu'une énergie variable qui dépend du nombre de pièces opérées. Cette énergie est égale à l'énergie  $e_{op,i}$  nécessaire pour opérer une pièce fois le nombre de pièces  $\rho_i$  effectivement opérées par la machine  $M_i$  qui n'est autre que son taux de production.

Les énergies constantes  $E_{down,i}$ ,  $E_{no-load,i}$ ,  $E_{Cload,i}$  sont évaluées en unité d'énergie par unité de temps. Tandis que  $e_{op,i}$  l'énergie spécifique à une opération est évaluée en unité d'énergie par pièce/opération.

Après avoir calculé  $P_M, P_{PN}, P_A, P_B, P_{AB}$ , les probabilités que la machine soit en état de marche, panne, affamée, bloquée, affamée et bloquée respectivement, on peut écrire l'expression de la consommation énergétique d'une machine  $M_i$  sur une unité de temps :

**Cas général  $i=\{2, \dots, K-1\}$  :**

$$E_i = P_{PN,i}E_{down,i} + (P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i})E_{no-load,i} + P_{M,i}E_{Cload,i} + e_{op,i} * \rho_i \quad (2.10)$$

**Cas  $i=1$  :**

$$E_1 = P_{down,1}E_{PN,1} + P_{B,1}E_{no-load,1} + P_{M,1}E_{Cload,1} + e_{op,1} * \rho_1 \quad (2.11)$$

**Cas  $i=K$  :**

$$E_K = P_{down,K}E_{PN,K} + P_{A,K}E_{no-load,K} + P_{M,K}E_{Cload,K} + e_{op,K} * \rho_K \quad (2.12)$$

La consommation d'énergie d'une ligne de production de  $K$  machines en série séparées par  $K-1$  stocks intermédiaires n'est autre que la somme des consommations énergétiques des  $K$  machines de la ligne en série. Elle est donnée par l'équation suivante :

$$E = \sum_{i=1}^K E_i \quad (2.13)$$

## 2.7 Formulation de l'efficacité énergétique

Après consultation de la littérature et des travaux effectués sur cet axe, nous avons abouti à une formulation de l'efficacité énergétique adéquate avec les besoins de notre étude et les

caractéristiques de notre système. Nous définissons l'efficacité énergétique de la ligne de production par le rapport entre l'énergie consommée pour effectuer l'ensemble des opérations  $E_{op}$  et l'énergie totale consommée par la ligne de production  $E$ .

On peut donc estimer l'efficacité énergétique en calculant  $\eta$  :

$$\eta = \frac{E_{op}}{E} \quad (2.14)$$

Où :

$$E_{op} = \sum_{i=1}^K E_{op,i} = \sum_{i=1}^K e_{op,i} * \rho_i$$

Nous introduisons aussi un autre indicateur de performance relatif à la performance énergétique de chaque machine  $M_i$ , appelée **efficacité énergétique spécifique**. Il est donné par l'équation 2.15.

$$\eta_i = \frac{E_{op,i}}{E_i} = \frac{e_{op,i} * \rho_i}{E_i} \quad (2.15)$$

## 2.8 Algorithme d'évaluation de la performance économique et énergétique

Cet algorithme est composé de deux étapes :

- La première consiste à évaluer le throughput  $\psi$  (taux de production de la ligne) en évaluant les probabilités que chacun des stocks  $B_j$ ,  $j = \{1, \dots, K - 1\}$  soit vide  $P_j^0$  ou plein  $P_j^{N_j}$ , les ratios des capacités de production relatifs à chacun des stocks  $B_j$ ,  $j = \{1, \dots, K - 1\}$ , ainsi que les taux de production des machines équivalentes  $\rho_i$ ,  $i = \{1, \dots, K\}$ . Le throughput  $\psi$  est alors défini comme étant le minimum des taux de production  $\rho_i$  des  $K$  machines de la ligne.
- La deuxième partie consiste à utiliser les valeurs des probabilités que chacun des stocks  $B_j$ ,  $j = \{1, \dots, K - 1\}$  soit vide  $P_j^0$  ou plein  $P_j^{N_j}$  calculées précédemment dans l'évaluation de l'énergie consommée par chaque machine  $M_i$ ,  $i = \{1, \dots, K\}$  selon les formules (2.1 - 2.4). Pour ensuite calculer la consommation énergétique globale  $E$  de la ligne, puis évaluer son efficacité énergétique  $\eta$  ainsi que l'efficacité énergétique spécifique  $\eta_i$ ,  $i = \{1, \dots, K\}$  pour chacune des machines.

L'algorithme retourne donc un indicateur de performance économique (le throughput  $\psi$ ) ainsi que les indicateurs de performance énergétique (l'efficacité énergétique  $\eta$ , et la consommation énergétique  $E$ ).

La méthode proposée pour évaluer la performance économique et énergétique est formulée comme un algorithme de programmation non linéaire (voir algorithme 2). Pour la partie résolution, cet algorithme a été implémenté sur le solveur LINGO 18.0.

**Algorithme 2 : Évaluation de la performance économique et énergétique**

Données :

K	Nombre de machines
K-1	Nombre de stocks intermédiaires
$N_j$	Taille du stock intermédiaire $B_j$
$\omega_i$	Capacité de production de la machine $M_i$
$\lambda_i$	Taux de défaillance de la machine $M_i$
$\mu_i$	Taux de réparation de la machine $M_i$
$E_{down,i}$	Énergie consommée par la machine $M_i$ en état de panne
$E_{no-load,i}$	Énergie consommée par la machine $M_i$ en état de fonctionnement à vide/ sans charge
$E_{Cload,i}$	Énergie constante consommée par la machine $M_i$ en état de fonctionnement avec charge/ fabrication
$e_{op,i}$	Énergie consommée par la machine $M_i$ pour effectuer une opération

Pour tout stock  $B_j$  faire

Pour toute machine  $M_i$  faire

$P_0^j \leftarrow$  Calculer la probabilité que le stock  $B_j$  soit vide

$P_{N_j}^j \leftarrow$  Calculer la probabilité que le stock  $B_j$  soit plein

$\alpha_j \leftarrow$  Calculer le ratio des capacités de production relatif au stock  $B_j$

$\rho_i \leftarrow$  Calculer le taux de production de la machine équivalente  $M_i$

$(P_{M,i}, P_{PN,i}, P_{A,i}, P_{B,i}, P_{AB,i}) \leftarrow$  Calculer les probabilités que chaque machine  $M_i$  soit dans chacun des états

$E_i \leftarrow$  Calculer l'énergie consommée par la machine  $M_i$

Fin pour

Fin pour

Retourner (  $\psi = \min_{i=1}^K \rho_i$  ;  $\eta = \frac{\sum_{i=1}^K e_{op,i} \times \rho_i}{\sum_{i=1}^K E_i}$  )

## 2.9 Analyse des résultats d'évaluation

### 2.9.1 Hypothèses supplémentaires

Afin d'analyser le comportement de la performance économique et surtout énergétique des systèmes de production, nous effectuons des tests de notre modèle d'évaluation sur le solveur LINGO 18.0 en utilisant des instances existantes dans la littérature.

Nous émettons l'hypothèse qu'une machine en marche en train de fabriquer/opérer consomme l'énergie qu'elle consomme lorsqu'elle est en fonctionnement sans charge  $E_{no-load,i}$ , plus l'énergie nécessaire à la fabrication de chaque pièce  $e_{op,i} * \rho_i$ .

Nous avons donc :  $E_{Cload,i} = E_{no-load,i}$ . La consommation énergétique de chaque machine  $M_i$  devient alors :

$$E_i = E_{no-load,i} + P_{PN,i}(E_{down,i} - E_{no-load,i}) + e_{op,i} * \rho_i \quad (2.16)$$

Grâce à cette hypothèse nous arrivons à simplifier notre algorithme d'évaluation (voir algorithme 3).

**Algorithme 3 : Évaluation de la performance économique et énergétique (simplifié)**

Données :

$K$	Nombre de machines
$K-1$	Nombre de stocks intermédiaires
$N_j$	Taille du stock intermédiaire $B_j$
$\omega_i$	Capacité de production de la machine $M_i$
$\lambda_i$	Taux de défaillance de la machine $M_i$
$\mu_i$	Taux de réparation de la machine $M_i$
$E_{down,i}$	Énergie consommée par la machine $M_i$ en état de panne
$E_{no-load,i}$	Énergie consommée par la machine $M_i$ en état de fonctionnement à vide/ sans charge
$e_{op,i}$	Énergie consommée par la machine $M_i$ pour effectuer une opération

Pour tout stock  $B_j$  faire  Pour toute machine  $M_i$  faire     $P_0^j \leftarrow$  Calculer la probabilité que le stock  $B_j$  soit vide     $P_{N_j}^j \leftarrow$  Calculer la probabilité que le stock  $B_j$  soit plein     $\alpha_j \leftarrow$  Calculer le ratio des capacités de production relatif au stock  $B_j$      $\rho_i \leftarrow$  Calculer le taux de production de la machine équivalente  $M_i$      $P_{PN,i} \leftarrow$  Calculer les probabilités que chaque machine  $M_i$  soit en état de panne     $E_i \leftarrow$  Calculer l'énergie consommée par la machine  $M_i$ 

Fin pour

Fin pour

Retourner ( $\psi = \min_{i=1}^K \rho_i$ ;  $\eta = \frac{\sum_{i=1}^K e_{op,i} \times \rho_i}{\sum_{i=1}^K E_i}$ )

Pour la totalité de nos tests, nous avons fait le choix de garder des paramètres d'énergie constants pour toutes les machines. En raison de la complexité de la procédure et l'absence de benchmark énergétique (instances et données), l'influence de ces paramètres sera étudiée dans de futurs travaux.

Les paramètres d'énergie sont donc fixés :

$E_{down,i} = 1$	Unité d'énergie/unité de temps.
$E_{no-load,i} = 10$	Unité d'énergie/unité de temps.
$e_{op,i} = 8$	Unité d'énergie/pièce fabriquée.

## 2.9.2 Résultats numériques

Nous proposons, dans cette section, d'étudier les performances de la nouvelle approche d'évaluation de la performance économique et énergétique en comparaison avec des modèles

Cas	$M_i$	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
A	1	0.03	0.05	0.5	10
	2	0.04	0.06	0.1	10
	3	0.03	0.05	0.5	-
B	1	0.03	0.05	0.5	10
	2	0.04	0.06	0.2	10
	3	0.03	0.05	0.5	-

TABLE 2.1 – Cas d’une ligne avec trois machines Choong et Gershwin [27].

Cas	$M_i$	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
A	1	0.01	0.1	0.25	4
	2	0.02	0.3	0.2	4
	3	0.04	0.5	0.3	4
	4	0.02	0.5	0.2	4
	5	0.04	0.5	0.3	-
B	1	0.02	0.3	0.2	4
	2	0.05	0.4	0.23	4
	3	0.01	0.1	0.3	4
	4	0.07	0.4	0.26	4
	5	0.02	0.3	0.21	-

TABLE 2.2 – Cas d’une ligne avec cinq machines Choong et Gershwin [27].

de simulation ainsi que d’autres méthodes analytiques existant dans la littérature. L’évaluation économique composée du modèle de Ouazene et al.(2013) [4] a déjà été validée et sa pertinence démontrée. Cependant, nous ne pourrions évaluer les performance sur le plan énergétique en raison d’absence de benchmark dans la littérature.

Nous nous basons sur différents exemples numériques déjà étudiés et publiés dans la littérature. Dans cette étude numérique nous considérons des exemples de lignes de production homogènes et non-homogènes, présentés par Choong et Gershwin [27] pour l’étude de la première version de la méthode de décomposition.

Ces exemples considèrent des lignes de production avec respectivement 3, 5 et puis 7 machines différentes. Pour chaque exemple, deux versions différentes sont étudiées en faisant varier les paramètres de fiabilité ainsi que les capacités de production des différentes machines. La validation de l’évaluation économique de notre modèle est faite en calculant les écarts relatifs par rapport aux résultats de la simulation ainsi que la méthode de décomposition présentée par Choong et Gershwin [27] (voir équation 2.17).

Les paramètres de fiabilité ainsi que les capacités des stocks intermédiaires des différents exemples sont résumés dans les tables 2.1, 2.2 et 2.3.

$$gap(\%) = 100 \times \left| \frac{\psi_{\text{Méthode proposée}} - \psi_{\text{simulation}}}{\psi_{\text{simulation}}} \right| \quad (2.17)$$

Cas	$M_i$	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
A	1	0.02	0.3	0.20	4
	2	0.05	0.4	0.23	4
	3	0.01	0.1	0.3	6
	4	0.07	0.4	0.26	4
	5	0.03	0.3	0.21	4
	6	0.03	0.1	0.27	6
	7	0.06	0.4	0.26	-
B	1	0.02	0.3	0.2	4
	2	0.05	0.4	0.23	4
	3	0.01	0.1	0.3	5
	4	0.07	0.4	0.26	4
	5	0.02	0.3	0.21	4
	6	0.06	0.5	0.23	5
	7	0.01	0.1	0.27	-

TABLE 2.3 – Cas d’une ligne avec sept machines Choong et Gershwin [27].

Le tableau 2.6 résume les résultats obtenus par les modèles de simulation, de décomposition présentés par Choong et Gershwin [27] ainsi que la méthode proposée.

Nous utilisons également les instances étudiées par Belmansour and Nourelfath [28],[29] pour le cas des lignes homogènes et par Belmansour [30] pour le cas des lignes non homogènes. Cependant, ces instance présentant deux modes de défaillance pour chaque machine, nous n’allons prendre qu’un seul mode, car notre étude ne s’est pas élargie pour étudier plusieurs modes de défaillance.

Les exemples consistent en 2 configurations avec des lignes de production composées respectivement de 15 et 20 machines. Pour la première configuration, nous considérons à la fois le cas d’une ligne homogène et le cas d’une ligne non homogène. Par contre, pour la dernière instance, il s’agit d’une seule ligne non-homogène.

Les différents paramètres de ces exemples d’application sont reportés dans les tableaux 2.4 et 2.5.

Nous notons que les méthodes analytiques obtiennent sensiblement les mêmes résultats que le modèle de simulation. Les écarts relatifs des méthodes approchées peuvent s’expliquer dans le cas particulier de ces exemples par l’influence des petites tailles des différents stocks intermédiaires. En effet, il est avéré que la précision des méthodes approchées pour l’évaluation du taux de production des lignes de production croit en fonction de la taille des stocks qui absorbent les aléas dû a l’indisponibilité des machines. Les résultats sont présentés sur le tableau 2.6.

### 2.9.3 Analyse du système à deux machines et un stock intermédiaire

*Afin d’étudier certains comportements et certaines corrélations, nous commençons notre étude par analyser le système le plus simple : deux machines et un buffer. Des résultats intéressants ont été constatés et formulés dans cette section.*

Cas	Machine	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
Ligne homogène	$\lambda_i$	0.012	0.01	0.1	0.01	0.1	0.0141	0.0011	0.0143
	$\mu_i$	0.22	0.04	0.2	0.087	0.25	0.2323	0.0348	0.135
	$\omega_i$	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3
	$N_i$	55	40	40	55	50	50	65	55
	Machine	M9	M10	M11	M12	M13	M14	M15	-
	$\lambda_i$	0.0008	0.0133	0.0296	0.0074	0.0429	0.0037	0.008	-
	$\mu_i$	0.0349	0.1709	0.2323	0.0696	0.2024	0.0698	0.4273	-
	$\omega_i$	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	-
	$N_i$	35	40	55	40	50	55	-	-
Cas	Machine	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
Ligne non-homogène	$\lambda_i$	0.0943	0.0038	0.0234	0.0035	0.0206	0.0090	0.0017	0.0134
	$\mu_i$	0.4968	0.0525	0.3051	0.0547	0.3189	0.2876	0.0552	0.1874
	$\omega_i$	2.7256	3.7054	3.5206	3.0724	3.6719	3.6520	4.2079	3.6295
	$N_i$	70	50	45	60	67	65	75	65
	Machine	M9	M10	M11	M12	M13	M14	M15	-
	$\lambda_i$	0.0007	0.0055	0.0042	0.0005	0.1271	0.0003	0.0053	-
	$\mu_i$	0.0414	0.1666	0.2021	0.0824	0.2401	0.0276	0.2106	-
	$\omega_i$	4.0060	4.1955	3.9554	4.2889	2.1252	4.1519	4.0276	-
	$N_i$	40	45	60	67	65	65	-	-

TABLE 2.4 – Configuration 1 : ligne avec quinze machines [28],[29].

Machine	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10
$\lambda_i$	0.0120	0.0100	0.1000	0.0100	0.1000	0.0141	0.0011	0.0143	0.0008	1.2000
$\mu_i$	0.2200	0.0400	0.2000	0.0870	0.2500	0.2323	0.0348	0.1350	0.0349	0.0133
$\omega_i$	1	1.2	1.1	1.4	1.2	1	1.2	1.1	1.4	0.0546
$N_i$	55	40	40	55	50	50	65	55	35	40
Machine	M11	M120	M13	M14	M15	M16	M17	M18	M19	M20
$\lambda_i$	0.0296	0.0074	0.0429	0.0037	0.0080	0.0071	0.0022	0.0071	0.0032	0.0200
$\mu_i$	0.2323	0.0696	0.2024	0.0698	0.4273	0.2323	0.0696	0.2024	0.0698	0.4273
$\omega_i$	1	1.2	1.1	1.4	1.2	1.03	1.103	1.178	1.041	0.956
$N_i$	55	40	55	55	65	55	35	40	55	-

TABLE 2.5 – Configuration 2 : ligne avec vingt machines [30].

Configuration	$\psi$ Méthode de décomposition	$\psi$ Simulation	$\psi$ Méthode proposée	E	$\eta(\%)$
3 Machines : Cas A	0.06	0.06	0.06	25.23	11.81
3 Machines : Cas B	0.115	0.114	0.1198	25.55	16.98
5 Machines : Cas A	0.1377	0.1439	0.1351	54.23	11.94
5 Machines : Cas B	0.1385	0.1407	0.1424	52.95	11.71
7 Machines : Cas A	0.1333	0.1304	0.1355	72.72	12.10
7 Machines : Cas B	0.1376	0.1371	0.1359	74.13	11.77
10 Machines : Cas A	-	-	0.7281	157.68	43.31
10 Machines : Cas B	-	-	2.7463	342.35	71.73
15 Machines : Cas A	-	-	0.8604	259.39	47.72
15 Machines : Cas B	-	-	1.3896	454.37	68.69
20 Machines	-	-	0.0006	194.79	2.21

TABLE 2.6 – Résultats numériques.

Configuration	$\lambda_1$	$\mu_1$	$\omega_1$	$\omega_1 \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}$	$\lambda_2$	$\mu_2$	$\omega_2$	$\omega_2 \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}$
Config 1	0.1	0.4	1	0.800	0.1	0.4	1	0.800
Config 2	0.1	0.8	1	0.889	0.08	0.7	1	0.897
Config 3	0.08	0.3	3	2.368	0.06	0.55	2.5	2.254

TABLE 2.7 – Instances de Gershwin [25]

### La corrélation entre la consommation d'énergie et la taille du buffer

Nous considérons un système composé de deux machines séparées par un stock intermédiaires. Le but est de trouver une corrélation entre la consommation énergétique E de la ligne de production et la taille N du buffer.

Pour cela, nous faisons varier la taille du buffer N de 1 à 100 et nous effectuons les tests sur les instances de Gershwin [25] (Les paramètres de chaque configuration sont présentés dans le tableau 2.7). La première configuration représente une ligne homogène avec des machines identiques, la deuxième représente une ligne homogène avec des machines non identiques, tandis que la dernière traite le cas général de machines non identiques et ligne non homogène.

Les résultats montrent que la consommation énergétique est positivement corrélée avec la taille du buffer. Augmenter la dimension du stock entraîne une augmentation de la consommation énergétique et ce pour toutes les trois configurations. De plus, la croissance de la consommation énergétique en fonction de la taille du buffer arrive à une stabilité et atteint un maximum à partir d'une taille  $N^*$  (voir figure 2.6).

### La corrélation entre l'efficacité énergétique et la taille du buffer

Nous considérons un système composé de deux machines séparées par un stock intermédiaires. Le but est de trouver une corrélation entre l'efficacité énergétique  $\eta$  de la ligne de production et la taille N du buffer.

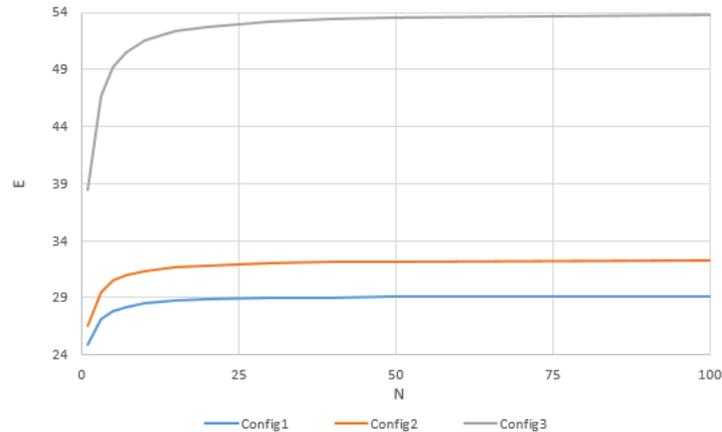


FIGURE 2.6 – La consommation énergétique en fonction de la taille du buffer.

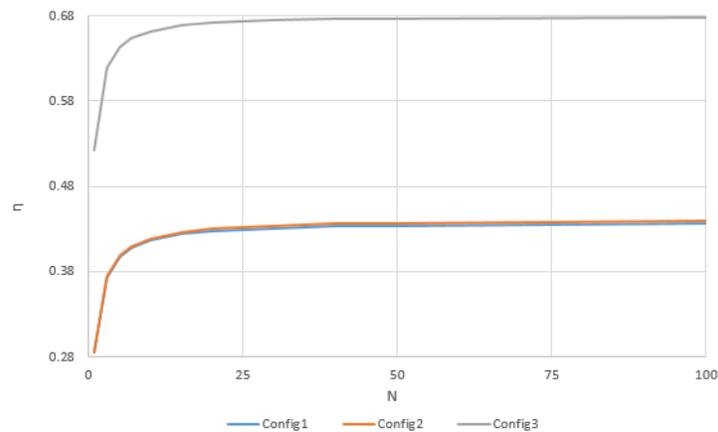


FIGURE 2.7 – L'efficacité énergétique en fonction de la taille du buffer.

Pour cela, nous faisons varier la taille du buffer  $N$  de 1 à 100 et nous effectuons les tests sur les mêmes instances précédemment utilisées (2.7).

Les résultats montrent que l'efficacité énergétique est positivement corrélée avec la taille du buffer. Augmenter la dimension du stock entraîne une augmentation de l'efficacité énergétique et ce pour toutes les trois configurations. De plus, la croissance de l'efficacité énergétique en fonction de la taille du buffer arrive à une stabilité et atteint un maximum à partir d'une taille  $N^*$  (voir figure 2.7).

### La corrélation entre la consommation d'énergie et les paramètres des machines

Nous souhaitons établir la relation entre les paramètres des deux machines qui composent la ligne de production avec la consommation énergétique de cette dernière.

Analyser la corrélation avec le taux de réparation  $\mu_i$  ou le taux de panne  $\lambda_i$  revient à étudier cette corrélation avec le rapport  $(\frac{\lambda_i}{\mu_i})$ .

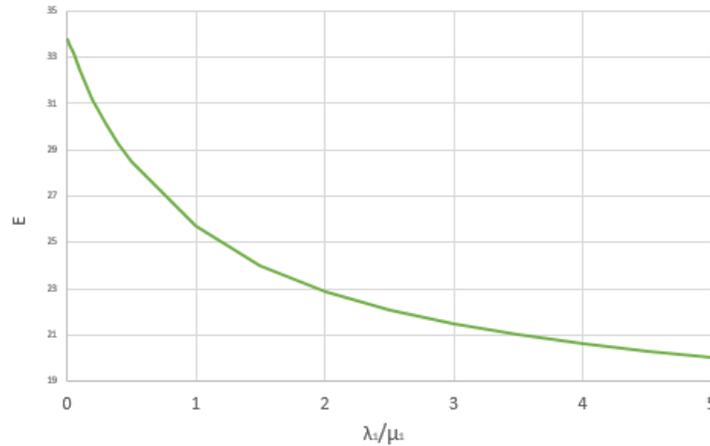


FIGURE 2.8 – La consommation énergétique en fonction de  $(\frac{\lambda_i}{\mu_i})$

Nous allons donc varier les valeurs de  $(\frac{\lambda_i}{\mu_i})$  et renseigner les valeurs de la consommation énergétique. Nous effectuons cela en premier lieu sur une ligne homogène puis sur une ligne non homogène. Pour chacune des deux lignes nous testons également 4 instances en variant la taille du buffer(1, 10, 25 et 100).

Nous constatons que la consommation énergétique E de la ligne décroît avec l'augmentation du rapport  $(\frac{\lambda_i}{\mu_i})$ . Ceci est constaté sur toutes les configurations et les instances testées (voir figure 2.8).

Nous confirmons aussi le résultat précédent en remarquant qu'une lecture horizontale des résultats montre que la consommation énergétique croît avec l'augmentation de la taille du buffer.

### La corrélation entre l'efficacité énergétique et les paramètres des machines

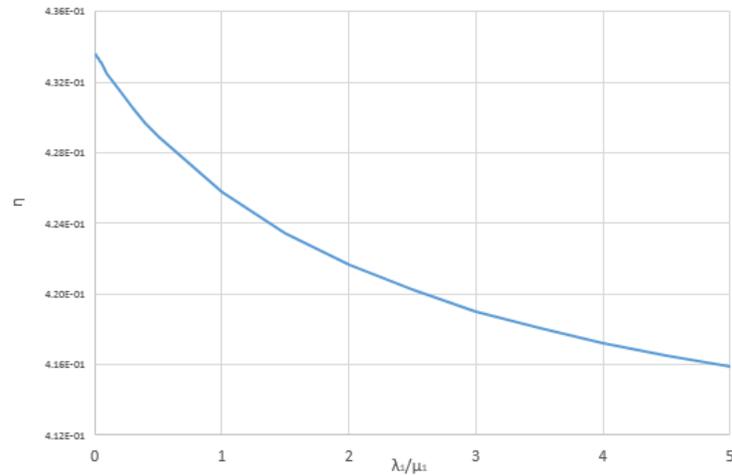
Nous considérons la démarche précédente mais cette fois ci nous souhaitons établir la relation entre les paramètres des deux machines de la ligne de production avec l'efficacité énergétique  $\eta$  de cette dernière.

Nous constatons les mêmes résultats que précédemment, à savoir l'efficacité énergétique  $\eta$  de la ligne décroît avec l'augmentation du rapport  $\frac{\lambda_i}{\mu_i}$  et cela pour toutes les configurations et les instances testées (voir figure 2.9).

### Analyses supplémentaires

Nous présentons une étude expérimentale basée sur différents exemples numériques existant dans la littérature et traduisant plusieurs configurations possibles.

Ces tests ont été présentés par Wijngaard [31] pour l'analyse et la validation des performances économiques de son modèle à deux machines considérant le même contexte que la partie économique de notre modèle.

FIGURE 2.9 – L'efficacité énergétique en fonction de  $(\frac{\lambda_1}{\mu_1})$ 

instance	$\lambda_2$	$\mu_2$	$\omega_2$	$\omega_2 \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}$
1.a	0.011	0.09	1	0.891
1.b	0.01	0.0817	1	0.891
1.c	0.01	0.09	0.99	0.891
2.a	0.0153	0.09	1	0.855
2.b	0.01	0.059	1	0.855
2.c	0.01	0.09	0.95	0.855
3.a	0.03	0.09	1	0.750
3.b	0.01	0.03	1	0.750
3.c	0.01	0.09	0.83	0.750
4.a	0.06	0.09	1	0.600
4.b	0.01	0.015	1	0.600
4.c	0.01	0.09	0.67	0.600

TABLE 2.8 – Paramètres des différentes configurations testées [31]

En effet, l'auteur a considéré plusieurs configurations en variant les paramètres de fiabilité des machines, leurs capacités de production ainsi que la taille du buffer. Les paramètres de chaque configuration sont présentés dans le tableau 2.8.

Les paramètres de la première machine sont fixés comme suit :  $\lambda_1 = 0.01$ ,  $\mu_1 = 0.09$  et  $\omega_1 = 1$ . Les paramètres de la deuxième machine sont choisis de telle façon à ce que pour chaque configuration, les machines aient le même taux de production isolé comme indiqué dans le tableau 2.8. Chaque configuration a trois différentes instances en faisant varier les taux de panne, de réparation ainsi que les capacités de production de la seconde machine. La taille du stock intermédiaire varie de 1 à 100 pour chaque instance.

Pour chaque configuration, les deux premières instances considèrent le cas d'une ligne homogène et la troisième considère le cas non homogène.

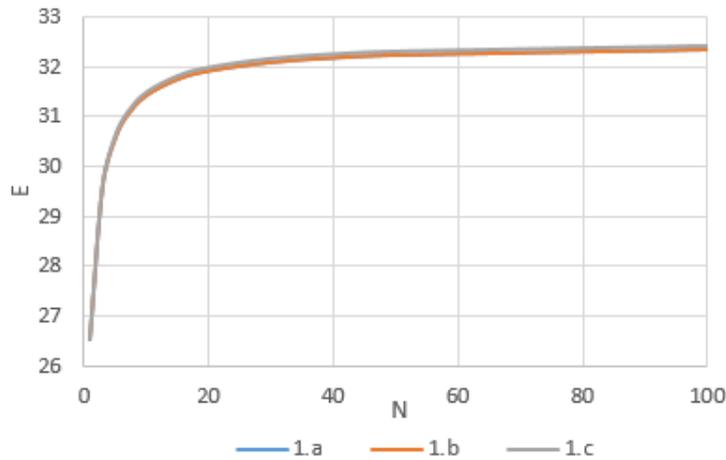


FIGURE 2.10 – La consommation énergétique de la ligne (configuration 1)

En analysant la consommation énergétique  $E$  ainsi que l'efficacité énergétique  $\eta$  pour chaque instance, nous avons pu aboutir aux résultats suivants :

- Lorsque la différence entre les disponibilités des deux machines est petite (configuration 1), les consommations énergétiques, productions et efficacités énergétiques des trois instances sont supposées identiques. Autrement dit, faire varier les paramètres  $(\lambda_2, \mu_2)$  de la machine ou sa vitesse de production  $\omega_2$  (capacité de production) en gardant le même taux de production isolé  $(\omega_2 \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2})$ , conduit à la même consommation d'énergie  $E$ , production  $\psi$  et efficacité énergétique  $\eta$  (voir figures 2.10 et 2.11 où les graphiques de consommation et efficacité énergétiques se superposent pour les toutes les instances de la première configuration).
- Plus la différence croit, plus nous remarquons que changer les paramètres de fiabilité de la machine en gardant le même taux de production isolé (instance 1 et 2 des configurations 2,3 et 4) conduit à la même consommation d'énergie, production et efficacité énergétique (voir figures 2.12 - 2.17 où les graphiques de consommation et efficacité énergétiques des instances 1 et 2 se superposent pour les trois configurations).
- Cependant, une variation de la capacité de production  $\omega_2$  de la machine tout en gardant le même taux de production isolé (instance 3 des configurations 2, 3 et 4) conduit à une consommation d'énergie, production et efficacité énergétique différentes. Nous remarquons alors qu'en ayant réduit la vitesse de production de la deuxième machine, la ligne consomme plus d'énergie et est énergétiquement moins efficace (voir figures 2.12 - 2.17 où les consommations énergétiques des instances 3 pour les trois configurations sont supérieures à celles des instances 1 et 2, tandis que les efficacités énergétiques des instances 3 pour les trois configurations sont inférieures à celles des instances 1 et 2).

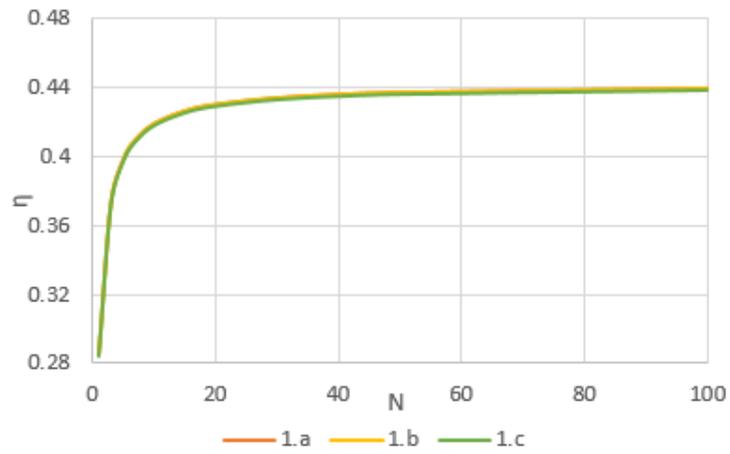


FIGURE 2.11 – L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 1)

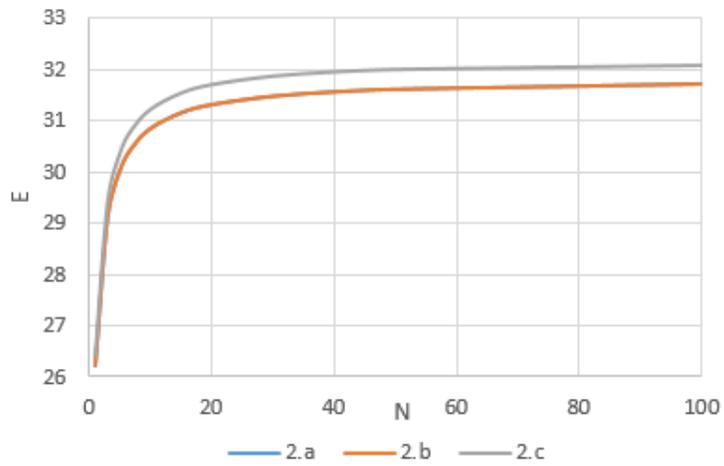


FIGURE 2.12 – La consommation énergétique de la ligne (configuration 2)

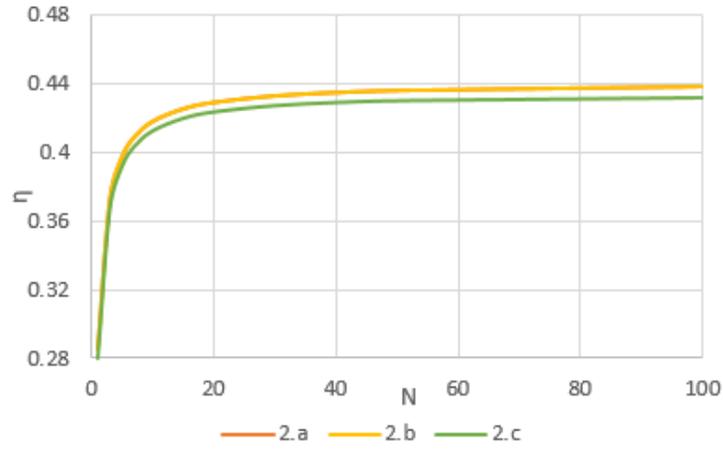


FIGURE 2.13 – L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 2)

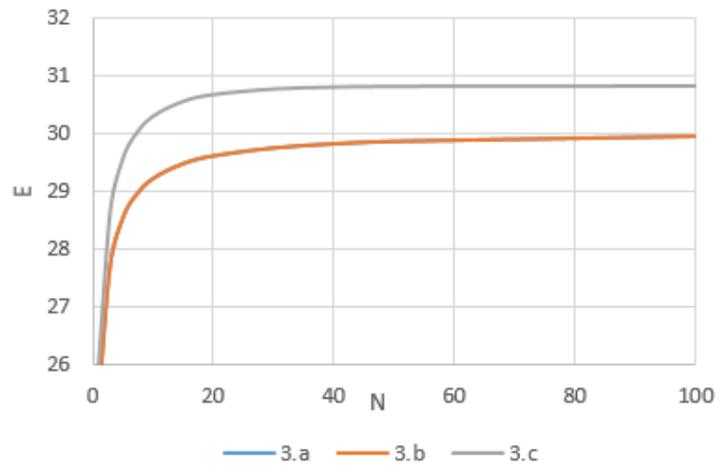


FIGURE 2.14 – La consommation énergétique de la ligne (configuration 3)

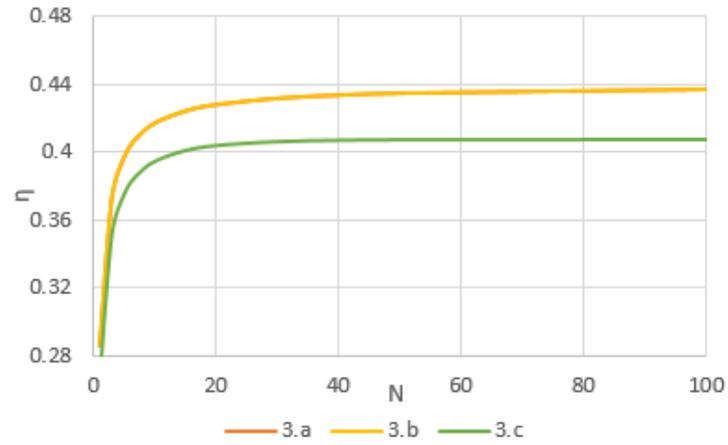


FIGURE 2.15 – L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 3)

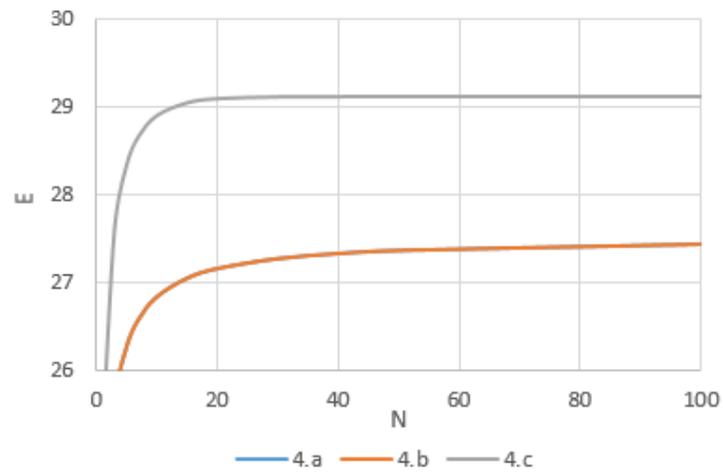


FIGURE 2.16 – La consommation énergétique de la ligne (configuration 4)

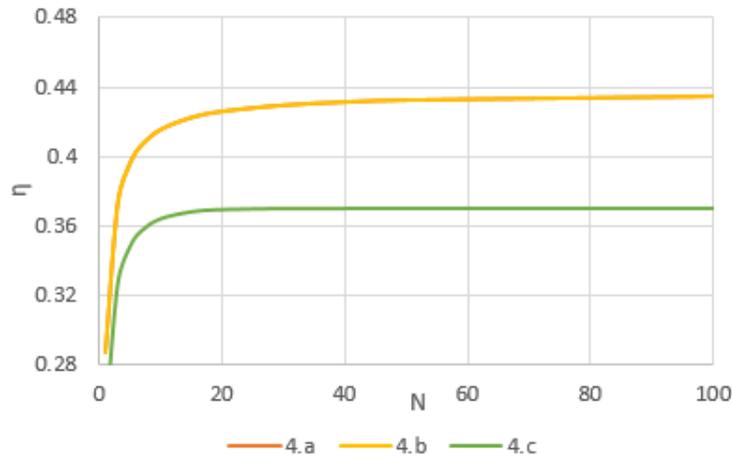


FIGURE 2.17 – L’efficacité énergétique de la ligne (configuration 4)

instance	$\lambda_1$	$\mu_1$	$\omega_1$	$\omega_1 \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}$	$\lambda_2$	$\mu_2$	$\omega_2$	$\omega_2 \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}$
1.1	0.01	0.09	1	0.9	0.06	0.09	1	0.6
1.2	0.06	0.09	1	0.6	0.01	0.09	1	0.9
2.1	0.01	0.09	1	0.9	0.01	0.09	0.67	0.6
2.2	0.01	0.09	0.67	0.6	0.01	0.09	1	0.9

TABLE 2.9 – Paramètres des différentes configurations

**Résultat :** Pour les mêmes taux de production isolés, une machine plus rapide consomme moins d’énergie, conduit à une moindre consommation totale de la ligne et une meilleure efficacité énergétique. Ceci est un résultat important à exploiter pour les choix d’investissement des machines.

### Étude de l’impact de la position de la machine

Nous souhaitons analyser l’impact du positionnement des machines pour une ligne à deux machines et un stock intermédiaire sur la consommation et l’efficacité énergétiques. Pour cela nous effectuons des tests d’évaluation sur les deux configurations représentées dans la tableau 2.9. Pour chacune des deux configurations nous testons deux instances, pour lesquelles nous inversons les positions des deux machines. Nous évaluons ensuite, pour chaque instance, la consommation ainsi que l’efficacité énergétiques de la ligne en variant la taille du buffer de 1 à 100. Les résultats sont représentés sur les figures 2.18-2.21.

Nous constatons que changer la position de la machines, en premier ou en dernier, n’influe ni sur sa production, sa consommation ou son efficacité énergétiques, ni encore sur les production, consommation et efficacité énergétiques de la ligne (voir figures 2.18 - 2.21 où les graphiques de consommation et efficacité énergétiques des instances 1 et 2 se superposent dans chacun des deux cas de configurations).

Il est important de noter que ce résultat reste particulier aux lignes à deux machines et

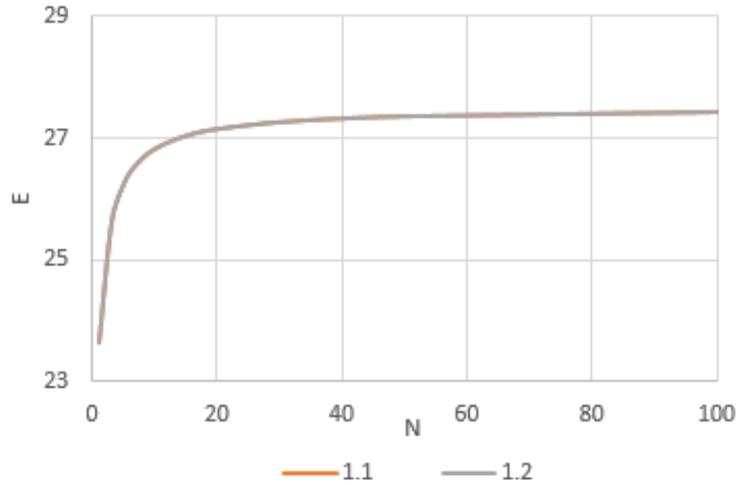


FIGURE 2.18 – La consommation énergétique de la ligne (configuration 1)

un stock intermédiaire.

## 2.9.4 Analyse du système à K machines et K-1 stocks intermédiaires

### Cas d'une ligne homogène : machines et buffers identiques

Nous considérons une ligne avec K machines identiques ( $\lambda_i = \lambda, \mu_i = \mu, \omega_i = \omega / \forall i = 1 \dots K$ ) et K-1 buffers identiques ( $N_j = N / \forall j = 1 \dots K - 1$ ). En testant plusieurs instances, nous avons pu aboutir aux résultats suivants :

- Le goulet de production  $\text{Min } \rho_i, \forall i = 1 \dots K$ , se trouve toujours au niveau de la machine positionnée au milieu de la ligne de production.
- Ce goulet est caractérisé par la consommation d'énergie minimale : Si m est une machine goulet tel que :  $\forall i = 1 \dots K, \text{Min } \rho_i = \rho_m$ , alors nous avons  $\text{Min } E_i = E_m$ .
- La consommation d'énergie  $E_i$  ainsi que le taux de production  $\rho_i$  croissent en partant du goulet progressivement à droite et à gauche  $\forall i \neq m$ . Comme représenté sur la figure 2.22.

Ces résultats sont illustrés par la figure 2.22 qui correspond à une représentation du taux de production ainsi que de la consommation énergétique de chaque machine normalisés par rapport aux maximums respectifs. L'instance correspondant aux résultats présentés est composée de cinq machines dont les paramètres sont donnés par le tableau 2.10.

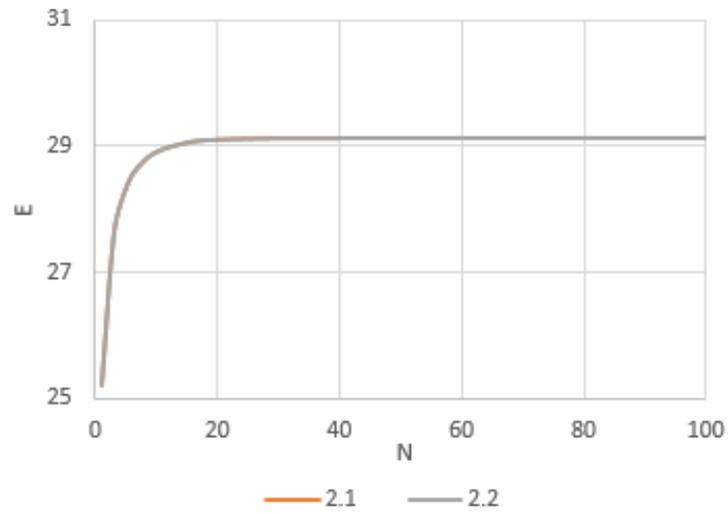


FIGURE 2.19 – La consommation énergétique de la ligne (configuration 2)

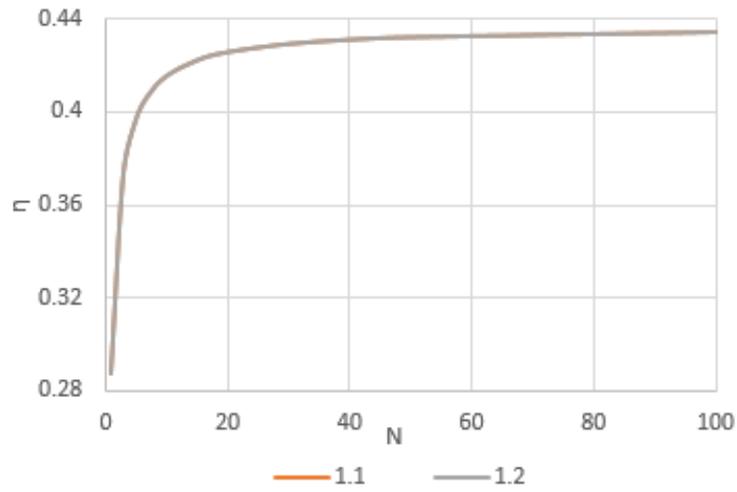


FIGURE 2.20 – L'efficacité énergétique de la ligne (configuration 1)

K	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
5	0.02	0.5	1	20

TABLE 2.10 – Paramètres de la configuration ligne homogène : machines et buffers identiques

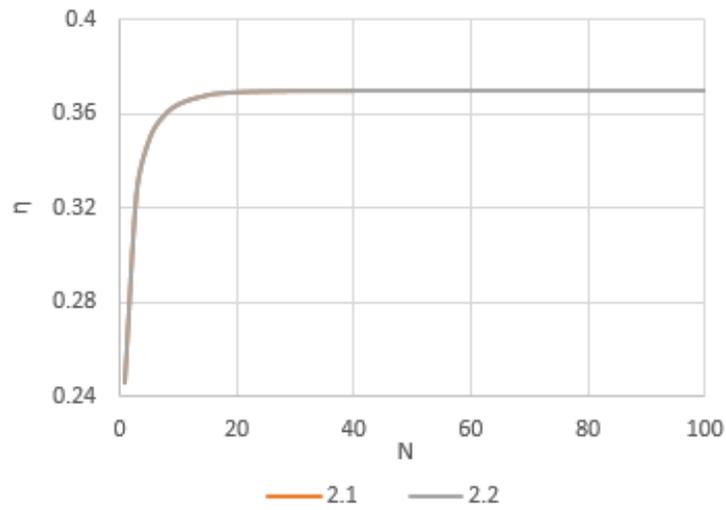


FIGURE 2.21 – L’efficacité énergétique de la ligne (configuration 2)

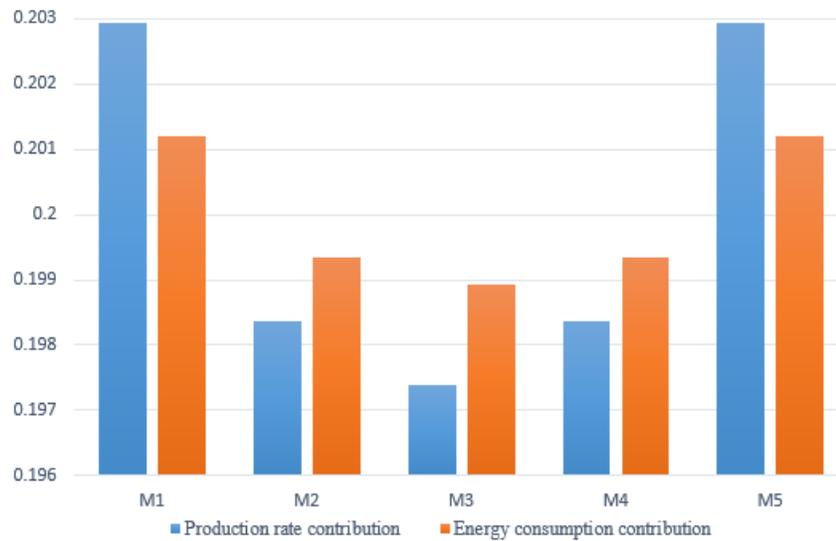


FIGURE 2.22 – Ligne homogène : machines et buffers identiques

K	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
5	0.02	0.5	1	(3, 8, 16, 50)

TABLE 2.11 – Paramètres de la configuration ligne homogène : machines identiques et buffers non-identiques

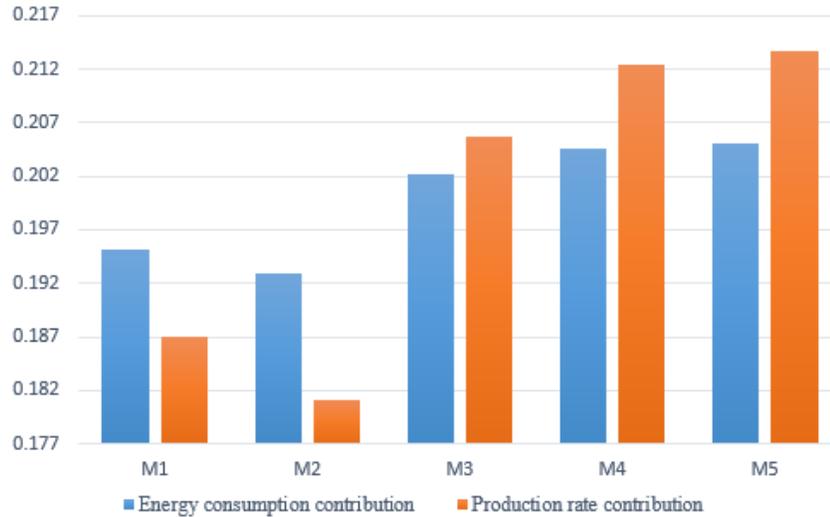


FIGURE 2.23 – Ligne homogène : machines identiques et buffers non-identiques

### Cas d'une ligne homogène : machines identiques et buffers non-identiques

Nous considérons une ligne avec  $K$  machines identiques ( $\lambda_i = \lambda, \mu_i = \mu, \omega_i = \omega / \forall i = 1 \dots K$ ) et  $K-1$  buffers non-identiques de capacités finies non nulles. En testant plusieurs instances, nous avons pu aboutir aux résultats suivants :

- Le goulet de production  $\text{Min } \rho_i, \forall i = 1 \dots K$  est caractérisé par la consommation d'énergie minimale : Si  $m$  est une machine goulet tel que :  $\forall i = 1 \dots K, \text{Min } \rho_i = \rho_m$ , alors nous avons  $\text{Min } E_i = E_m$ .
- La consommation d'énergie  $E_i$  ainsi que le taux de production  $\rho_i$  croissent en partant du goulet progressivement à droite et à gauche  $\forall i \neq m$ , comme représenté sur la figure 2.23.

Ces résultats sont illustrés par la figure 2.23 qui correspond à une représentation du taux de production ainsi que de la consommation énergétique de chaque machine normalisés par rapport aux maximums respectifs. L'instance correspondant aux résultats présentés est composée de cinq machines dont les paramètres sont donnés par le tableau 2.11.

### Cas d'une ligne avec machines et buffers non-identiques

$$\omega_i = \omega :$$

Machine	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
M1	0.01	0.45	1	12
M2	0.2	0.55	1	3
M3	0.5	0.3	1	20
M4	0.002	0.22	1	7
M5	0.3	0.4	1	//

TABLE 2.12 – Paramètres de la configuration machines et buffers non-identiques :  $\omega_i = \omega$ 

Nous considérons une ligne avec  $K$  machines non identiques ayant des capacités de production identiques ( $\forall i = 1 \dots K / \omega_i = \omega$ ) et  $K-1$  buffers non-identiques de capacités finies non nulles. En testant plusieurs instances, nous avons pu aboutir aux résultats suivants :

- Le minimum de production correspond toujours au minimum de consommation énergétique : Si  $m$  est une machine tel que  $\forall i = 1 \dots K : \text{Min } \rho_i = \rho_m$ , alors  $\text{Min } E_i = E_m$ .
- Le maximum de production correspond toujours au maximum de consommation énergétique : Si  $m$  est une machine tel que  $\forall i = 1 \dots K : \text{Max } \rho_i = \rho_m$ , alors  $\text{Max } E_i = E_m$ .
- Les machines qui produisent le plus sont celles qui consomment le plus. Le classement des machines par taux de production croissant est le même que par consommation énergétique croissante (voir figures 2.24 et 2.25).

Ces résultats sont illustrés par la figure 2.24 qui correspond à une représentation du taux de production ainsi que de la consommation énergétique de chaque machine normalisés par rapport aux maximums respectifs. La figure 2.25 présente le classement des machines selon le taux de production  $\rho_i$  et la consommation énergétique  $E_i$  de chacune. L'instance correspondant aux résultats présentés est composée de cinq machines dont les paramètres sont donnés par le tableau 2.12.

**$\lambda_i = \lambda$  et  $\mu_i = \mu$  :**

Nous considérons une ligne avec  $K$  machines non identiques ayant des taux de panne et de réparation identiques ( $\forall i = 1 \dots K / \lambda_i = \lambda$  et  $\mu_i = \mu$ ) et  $K-1$  buffers non-identiques de capacités finies non nulles. En testant plusieurs instances, nous avons pu aboutir aux résultats suivants :

- Le minimum de production correspond toujours au minimum de consommation énergétique : Si  $m$  est une machine tel que  $\forall i = 1 \dots K : \text{Min } \rho_i = \rho_m$ , alors  $\text{Min } E_i = E_m$ .
- Le maximum de production correspond toujours au maximum de consommation énergétique : Si  $m$  est une machine tel que  $\forall i = 1 \dots K : \text{Max } \rho_i = \rho_m$ , alors  $\text{Max } E_i = E_m$ .
- Les machines qui produisent le plus sont celles qui consomment le plus. Le classement des machines par taux de production croissant est le même que celui par consomma-

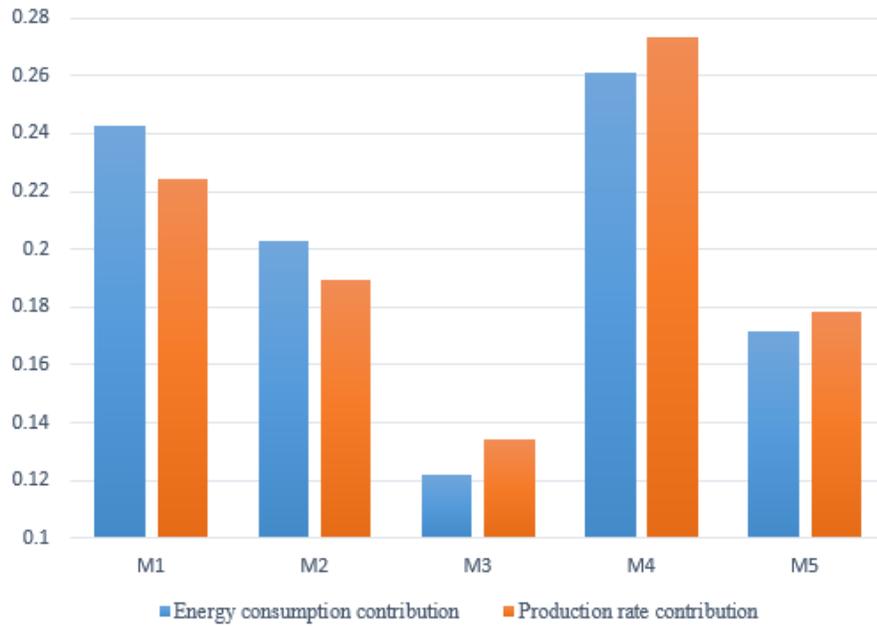


FIGURE 2.24 – Ligne avec machines et buffers non-identiques :  $\omega_i = \omega$

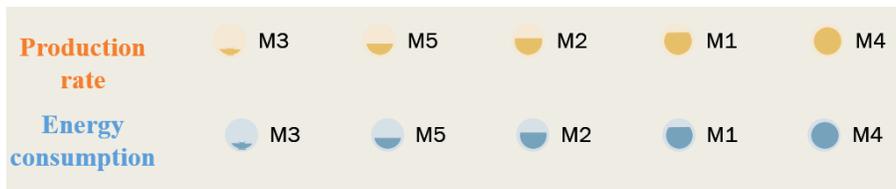


FIGURE 2.25 – Classement des machines par taux de production et consommation énergétique pour une ligne avec machines et buffers non-identiques :  $\omega_i = \omega$

Machine	$\lambda_i$	$\mu_i$	$\omega_i$	$N_i$
M1	0.02	0.2	0.5	7
M2	0.02	0.2	1.5	15
M3	0.02	0.2	3	5
M4	0.02	0.2	2.5	20
M5	0.02	0.2	1	//

TABLE 2.13 – Paramètres de la configuration machines et buffers non-identiques :  $\lambda_i = \lambda$  et  $\mu_i = \mu$

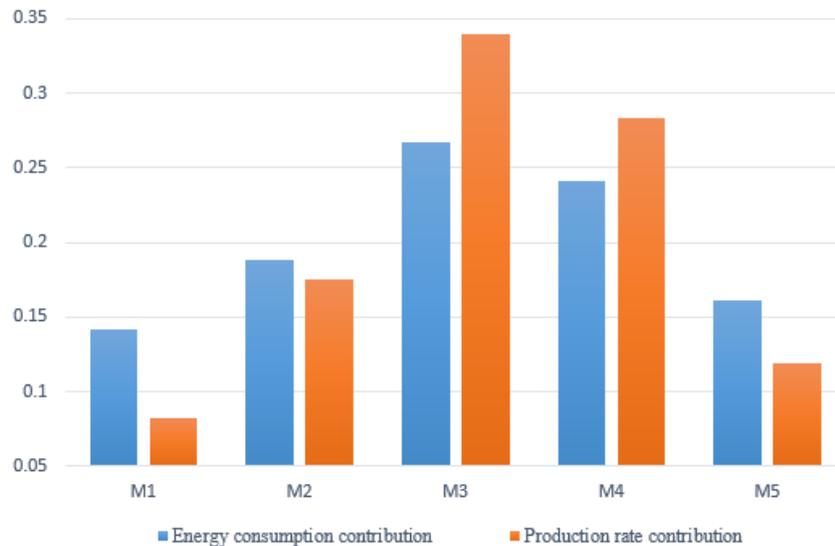


FIGURE 2.26 – ligne avec machines et buffers non-identiques :  $\lambda_i = \lambda$  et  $\mu_i = \mu$

tion énergétique croissante (voir figures 2.26 et 2.27).

Ces résultats sont illustrés par la figure 2.26 qui correspond à une représentation du taux de production ainsi que de la consommation énergétique de chaque machine normalisés par rapport aux maximums respectifs. La figure 2.27 présente le classement des machines selon le taux de production  $\rho_i$  et la consommation énergétique  $E_i$  de chacune. L'instance correspondant aux résultats présentés est composée de cinq machines dont les paramètres sont donnés par le tableau 2.13.

### Le cas général

Le cas général représente un résultat très important. Nous constatons que produire plus ne signifie pas forcément consommer plus d'énergie. Autre les cas que nous avons cités et dont nous avons présenté les résultats, le goulet de production n'est pas forcément la machine qui consomme le moins, de même que la machine qui produit le plus ne consomme pas forcément le plus d'énergie dans la ligne (voir figure 2.28).

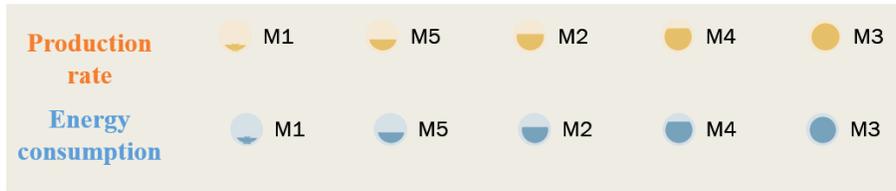


FIGURE 2.27 – Classement des machines par taux de production et consommation énergétique pour ligne avec machines et buffers non-identiques :  $\lambda_i = \lambda$  et  $\mu_i = \mu$

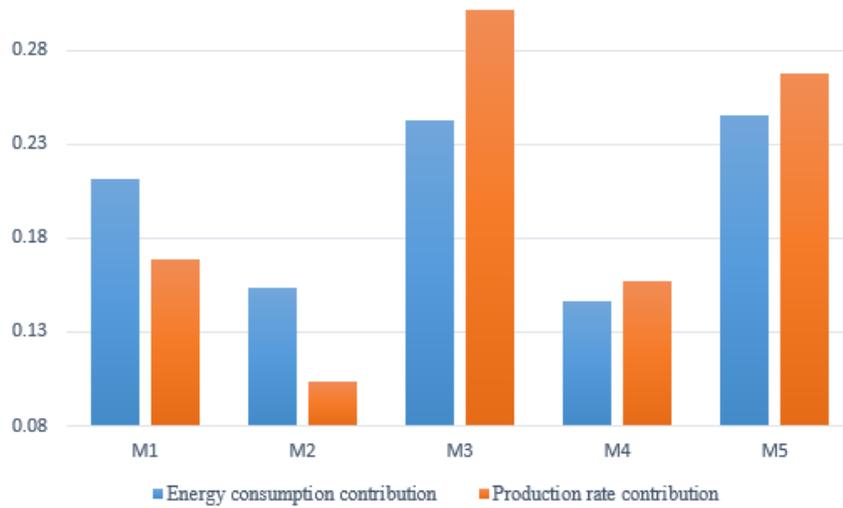


FIGURE 2.28 – Le cas général

## 2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre modèle d'évaluation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production composée de K machines séparées par K-1 buffers à capacités finies non nulles.

Notre modèle d'évaluation étant composé de deux parties :

- Une partie d'évaluation économique pour laquelle nous avons choisi d'adopter les résultats des travaux de Ouazene et al.(2013) [4]. La méthode nommée méthode des machines équivalentes est donc utilisée dans la partie économique de notre modèle d'évaluation. Elle permet d'évaluer le throughput  $\psi$ , les taux de production  $\rho_i$  de chaque machine  $M_i$ , ainsi que les probabilités que les buffers soient vides  $P_j^0$  ou pleins  $P_j^{N_j}$ . Cette méthode fut détaillée dans le chapitre précédent.
- Une partie d'évaluation énergétique que nous avons développée en utilisant une formulation de Markov ainsi qu'en exploitant les données de sortie de la méthode par machines équivalentes.

Nous avons commencé par formuler notre problème puis notre approche d'évaluation énergétique. Pour les besoins de l'étude et la spécificité du problème, nous avons opté pour une décomposition de la consommation énergétique selon les états dans lesquels peut se trouver une machine  $M_i$ . Nous avons donc présenté ces différents états, et considéré une chaîne de Markov à espace temps et espace d'états discrets pour représenter les transitions de chaque machines entre chacun des états possibles. Nous avons par la suite calculé les probabilités stationnaires pour chacune des machines  $M_i$  dans chacun des états de l'espace S. Ces probabilités sont en fonction des paramètres des machines ainsi que des probabilités que les buffers soient vides ou pleins calculées grâce à la méthode par machines équivalentes. Nous effectuons ces études pour le cas général des machines  $M_i / \forall i=2\dots K-1$ , ainsi que les cas particuliers de la première machine  $M_1$  et la dernière machine  $M_K$ .

La prochaine étape fut de développer la formule de calcul de la consommation énergétique pour une machine  $M_i$ . Nous avons considéré les cas : panne et fonctionnement sans charge ( affamée, bloquée, affamée et bloquée) dans lesquels une machine  $M_i$  consomme une énergie constante respectivement  $E_{down,i}$  et  $E_{no-load,i}$ , ainsi que l'état de marche (fabrication) dans lequel la machine consomme une énergie constante  $E_{Cload,i}$  ainsi qu'une énergie variable  $e_{op,i}$  par pièce fabriquée.

Nous avons abouti à la formulation de la consommation énergétique  $E_i$  d'une machine  $M_i$ . La consommation totale de la ligne est donnée par la somme des consommations des différentes machines qui la composent.

Puis, nous avons formulé l'efficacité énergétique  $\eta$  de la ligne de production. Une formulation à laquelle nous avons abouti grâce à une revue des travaux de littérature ainsi que notre considération des spécificités et des besoins de notre étude. La notion d'efficacité énergétique spécifique  $\eta_i$  fut aussi présentée afin d'évaluer l'efficacité de chaque machine  $M_i$ .

En combinant les deux axes économique et énergétique, notre algorithme d'évaluation retourne donc un indicateur de performance économique ( le throughput  $\psi$ ) ainsi que les

indicateurs de performance énergétique : l'efficacité énergétique  $\eta$  et la consommation énergétique  $E$ .

La méthode proposée pour évaluer la performance économique et énergétique est formulée comme un algorithme de programmation non linéaire implémenté sur le solveur LINGO 18.0 pour la partie résolution.

Ce chapitre est clôturé par des évaluations et analyses des résultats fournis par la méthode proposée en s'appuyant sur des données tirées de la littérature. Nous avons commencé par analyser le système à deux machines et un buffer afin d'en tirer la corrélation entre la consommation ainsi que l'efficacité énergétique avec la taille du buffer puis avec les paramètres  $(\lambda_i, \mu_i)$  des machines.

Nous avons par la suite présenté quelque résultats importants pour des analyses du système à deux machines ainsi qu'à  $K$  machines et  $K-1$  buffers en considérant plusieurs cas de figure.

Le chapitre suivant se base sur la méthode proposée pour l'évaluation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production à  $K$  machines et  $K-1$  buffers, afin de présenter un modèle d'optimisation du dimensionnement des stocks intermédiaires, et ce, pour aboutir au niveau de performance économique et énergétique optimal de la ligne de production.

# Chapitre 3

## Optimisation de la performance économique et énergétique

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'optimisation de la performance économique et énergétique des lignes de production en série en agissant sur le dimensionnement des stocks intermédiaires. Le chapitre précédant présenta notre modèle d'évaluation de cette performance, une fois l'évaluation effectuée, l'étape d'optimisation est la suivante.

Nous commencerons par un état de l'art concernant la problématique de dimensionnement des stocks intermédiaires, puis nous présenterons le modèle de dimensionnement des stocks intermédiaires développé par Ouazene et al. (2014) [23] afin d'optimiser la performance économique. Ce modèle basé sur la méthode des machines équivalentes ainsi que les méthodes consultées dans la littérature seront utilisés pour développer notre modèle d'optimisation de la performance économique et énergétique.

Nous développerons la partie énergétique de notre modèle d'optimisation qui se base sur notre modèle d'évaluation développé dans le chapitre précédent. À la fin de ce chapitre, nous présenterons l'algorithme d'optimisation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production en série composée de  $K$  machines et  $K-1$  stocks intermédiaires en agissant sur le dimensionnement des stocks intermédiaires.

### 3.2 Formulation du problème

Nous considérons la même ligne de production que celle décrite dans le chapitre précédent (voir figure 3.1). Elle est composée de  $K$  stations de travail (machines). Chaque machine alimente un stock intermédiaire aval et s'alimente elle-même à partir d'un autre stock intermédiaire amont.

Nous considérons aussi les mêmes hypothèses que celles décrites précédemment, à savoir que :

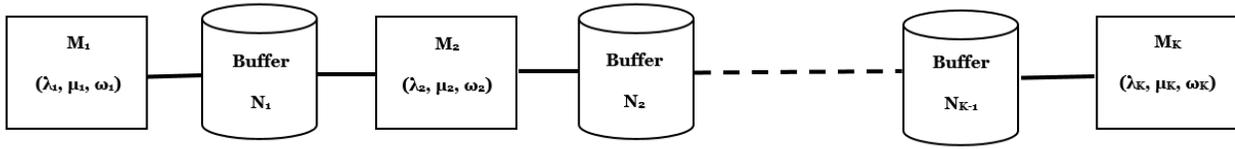


FIGURE 3.1 – Ligne de production en série à K machines et K-1 stocks intermédiaires.

- Les temps de panne et de réparation des machines sont des variables aléatoires exponentielles et statistiquement indépendantes.
- Les défaillances des machines dépendent des opérations, c'est-à-dire qu'une machine bloquée ou affamée ne peut tomber en panne.
- Il existe un nombre infini de pièces en stock amont de la première machine et une capacité de stockage infini en aval de la dernière machine, ainsi la première machine ne peut être affamée et la dernière ne peut être bloquée.
- Les temps de transition des pièces entre les machines et les zones de stockage ou entre les zones de stockage et les machines sont nuls.

Pour le problème d'optimisation, nous rajoutons l'hypothèse supplémentaire que les capacités des différents stocks intermédiaires sont finies mais inconnues. L'objectif, de ce chapitre, est de proposer une méthode d'optimisation afin de déterminer les valeurs de ces capacités qui optimisent la performance économique et énergétique de la ligne sachant que nous disposons d'une capacité de stockage total limitée.

### 3.3 Approche d'optimisation dans la littérature

Gershwin et Schor. (2000) [24] ont défini deux variantes du problème de dimensionnement des stocks intermédiaires (buffers) : le problème dual et le problème primal.

L'objectif du problème dual est de maximiser le taux de production réalisable avec une capacité de stockage totale donnée. Ceci est approprié dans les cas où la capacité totale de stockage est limitée et où le nombre d'emplacements des buffers est fixé. Le problème, dans ce cas, est de savoir comment disposer les machines pour obtenir le maximum de profit de l'utilisation des stocks intermédiaires.

$$\begin{cases} \text{Max} & \psi \\ \text{Contraintes :} & \\ \sum_{j=1}^{K-1} N_j \leq N_{total} & N_{total} \text{ La capacité de stockage totale maximale.} \\ N_j \in \mathbb{N}, \forall j = 1 \dots K - 1 & \end{cases}$$

L'objectif du problème primal est de minimiser la capacité totale des buffers requise pour la ligne pour atteindre ou dépasser un taux de production moyen donné. Généralement, cette formulation est appropriée si l'espace au sol ou le mécanisme de mise en stock est coûteux et que le taux de production de la ligne est fixé.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad \sum_{j=1}^{K-1} N_j \\ \text{Contraintes :} \\ \psi \geq \psi_{requis} \quad \psi_{requis} \text{ est le taux de production requis.} \\ N_j \in \mathbb{N}, \forall j = 1 \dots K - 1 \end{array} \right.$$

Il existe une autre version du problème de dimensionnement des buffers dite généralisée (Seong et al. (2000) [32]). Cette version combine les deux versions précédentes. Elle a pour objectif la maximisation de la différence entre le profit généré par le taux de production et le coût généré par le stockage des encours.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \quad f_1 \times \psi - f_2 \times \sum_{j=1}^{K-1} \overline{N}_j \\ \text{Contraintes :} \\ \sum_{j=1}^{K-1} N_j \leq N_{total} \quad N_{total} \text{ La capacité de stockage totale maximale.} \\ N_j \in \mathbb{N}, \forall j = 1 \dots K - 1 \\ \overline{N}_j \quad \text{Le niveau du stock moyen à l'état stationnaire.} \\ f_1 \quad \text{Le profit unitaire.} \\ f_2 \quad \text{Le coût de stockage unitaire.} \end{array} \right.$$

Le problème d'optimisation se compose de deux parties : une partie économique visant à maximiser le throughput de la ligne, ainsi qu'une partie énergétique dont l'objectif est de minimiser la consommation énergétique de la ligne de production.

Ceci nous conduit en premier lieu à revoir les travaux effectués afin de construire notre modèle d'optimisation du dimensionnement des stocks intermédiaires en tenant compte des deux axes économique et énergétique.

Pour cela, nous allons nous intéresser aux travaux effectués par Ouazene et al. (2014) [23] sur le volet économique qui seront exploités dans la construction du modèle d'optimisation économique et énergétique. Puis, la solution sera présentée.

### 3.3.1 Optimisation de la performance économique : dimensionnement des stocks intermédiaires

Ouazene et al. (2013) [4] ont développé une approche d'évaluation de la performance économique basée sur l'analyse des états des différents stocks intermédiaires en utilisant des processus Markovien de naissances et de mort dédiés. Le nombre d'états de chaque processus stochastique est connu du fait que les capacités de chacun des stocks intermédiaires soient fixées à l'avance.

Cependant, pour le problème d'optimisation, l'idée fut d'intégrer cette méthode par machines équivalentes dans un algorithme d'optimisation pour le dimensionnement des différents stocks. Ceci se fait en utilisant la même démarche de modélisation mais en considérant les tailles des différents stocks intermédiaires ( $N_1, N_2, N_3, \dots, N_{K-1}$ ) comme des variables à déterminer, intégrant ainsi une dimension de variabilité supplémentaire à la méthode par machines équivalentes.

L'analyse des différents états, à l'état stationnaire du fonctionnement du système, est faite de la même façon qu'avec des capacités de stockage déterminées. La seule différence est que les probabilités des différents états sont exprimées en fonction des tailles des buffers qui sont elles-mêmes des variables à déterminer.

Par conséquent, comme établi précédemment, les probabilités d'avoir un stock vide ou plein sont respectivement données par les équations suivantes (3.1 et 3.2) :

$$P_j^0 = \begin{cases} \frac{1-\alpha_j}{1-\alpha_j^{N_j+1}} & \text{si } \alpha_j \neq 1 \\ \frac{1}{N_j+1} & \text{si } \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$P_j^{N_j} = \begin{cases} \frac{\alpha_j^{N_j \times (1-\alpha_j)}}{1-\alpha_j^{N_j+1}} & \text{si } \alpha_j \neq 1 \\ \frac{1}{N_j+1} & \text{si } \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (3.2)$$

$\alpha_j$  étant le ratio des capacités de production de chaque processus Markovien, il est défini comme étant le rapport entre le taux de naissance et le taux de mort de chaque processus (voir équation 3.3).

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=1, \dots, j} \rho_i}{\min_{i=j+1, \dots, K} \rho_i} \quad (3.3)$$

Comme indiqué précédemment, les taux de production effectifs de la première et de la dernière machine sont exprimés différemment pour tenir compte de l'hypothèse qui stipule que la première machine ne peut être affamée et la dernière ne peut être bloquée. Le taux de production effectif  $\rho_i$  de chaque machine équivalente est donc exprimé comme suit :

$$\forall i = 1, \dots, K, \rho_i = \omega_i \times \frac{\mu_i \times \xi_i}{\mu_i + \xi_i \times \lambda_i} \quad (3.4)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \xi_1 = 1 - P_1^{N_1} \\ \xi_K = 1 - P_{K-1}^0 \\ \forall i = 2, \dots, K-1, \xi_i = (1 - P_{j-1}^0) \times (1 - P_j^{N_j}), j = i \end{cases}$$

Enfin, le taux de production de la ligne est défini comme étant le taux de production de

la machine la plus lente (la machine goulet) :

$$\psi = \min_{i=1}^K \rho_i \quad (3.5)$$

Ensuite, Ouazene et al. (2014) [23] ont choisi de travailler avec le cas du problème dual. En effet, le problème est formulé comme un modèle de programmation non linéaire ayant pour objectif de maximiser le taux de production de la ligne tout en respectant une contrainte linéaire de capacité de stockage totale disponible. Il s'agit d'identifier le meilleur profil des différents stocks intermédiaires  $(N_1, N_2, \dots, N_{K-1})$  qui maximise le taux de production du système. Ce dernier est exprimé en fonction des capacités de production, des paramètres de fiabilité des différentes machines ainsi que des capacités de stockage de chaque buffer.

Les différentes capacités des différents stocks sont les variables à déterminer. Les caractéristiques technologiques de chaque machines  $(\omega_i, \lambda_i, \mu_i)$  sont supposées être connues.

Ainsi, le problème d'optimisation du dimensionnement des stocks intermédiaires dans une ligne en série, en utilisant l'adaptation de l'approche par machines équivalentes est formulé comme un problème de programmation non linéaire comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Max } \psi &= \min_{i=1}^K \rho_i \\ \alpha_j &= \frac{\min_{i=1, \dots, j} \rho_i}{\min_{i=j+1, \dots, K} \rho_i}, \forall j = 1 \dots K - 1 \\ \sum_{j=1}^{K-1} N_j &\leq N_{total} \\ N_j &\in \mathbb{N}, \forall j = 1 \dots K - 1 \\ N_j &\neq 0, \forall j = 1 \dots K - 1 \end{aligned}$$

### 3.4 Le modèle de dimensionnement des stocks pour l'optimisation de la performance économique et énergétique

Nous considérons le système précédent composé de K machines séparées par K-1 stocks intermédiaires. Nous considérons également les mêmes hypothèses admises dans le modèle d'évaluation, à savoir :

- Les temps de panne et de réparation des machines sont des variables aléatoires exponentielles et statistiquement indépendantes.
- Les défaillances des machines dépendent des opérations, c'est-à-dire qu'une machine bloquée ou affamée ne peut tomber en panne.

- Il existe un nombre infini de pièces en amont de la première machine et une capacité de stockage infini en aval de la dernière machine, ainsi la première machine ne peut être affamée et la dernière ne peut être bloquée.
- Les temps de transition des pièces entre les machines et les zones de stockage ou entre les zones de stockage et les machines sont nuls.

Nous considérons également que la consommation énergétique des espaces de stockages intermédiaires est négligeable.

Nous admettons également la formulation énergétique développée dans le chapitre précédent. La consommation énergétique d'une machine  $M_i$  est donnée par l'équation suivante :

$$E_i = E_{down,i}P_{PN,i} + E_{no-load,i}(P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i}) + E_{Cload,i}P_{M,i} + e_{op,i} \times \rho_i \quad (3.6)$$

Sur une unité de temps, une machine  $M_i$  consomme donc une énergie constante  $E_{down,i}$  en état de panne avec une probabilité de  $P_{PN,i}$ , une énergie constante  $E_{no-load,i}$  en état affamée, bloquée ou affamée et bloquée avec une probabilité égale à  $P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i}$ . Tandis qu'à l'état de marche, la consommation de la machine  $M_i$  se compose d'une partie constante  $E_{Cload,i}$  avec une probabilité  $P_{M,i}$ , mais également d'une partie variable dépendant du nombre de pièces fabriquées (opérations effectuées) et est égale à l'énergie d'opération spécifique par pièce  $e_{op,i}$  fois le nombre de pièces effectivement fabriquées/opérées qui n'est autre que le taux de production  $\rho_i$  de la machine  $M_i$ .

Nous considérons aussi l'efficacité énergétique dont la formule est développée dans le chapitre précédent :

$$\eta = \frac{E_{op}}{E} \quad (3.7)$$

Tel que :

$$E_{op} = \sum_{i=1}^K E_{op,i} = \sum_{i=1}^K e_{op,i} \times \rho_i \quad (3.8)$$

En s'étant inspirés de la revue de littérature effectuée concernant l'optimisation du dimensionnement des stocks intermédiaires, et principalement les travaux de Ouazene et al. (2014) [23], les formulations de ce problème établies par Gershwin et Shor (2000) [24] pour maximiser le taux de production ou minimiser la capacité totale de stockage, ainsi que la version généralisée de ce problème développée par Seong et al. (2000) [32] permettant de maximiser la différence entre le profit générée par le taux de production et le coût généré par le stockage des encours, nous avons pu établir notre démarche d'optimisation.

Nous avons choisi de travailler sur deux modèles, le modèle généralisé ainsi que le problème primal que nous allons adapter à la problématique.

### 3.4.1 Le modèle généralisé

L'idée consiste à considérer les tailles des buffers comme des variables finies non nulles à déterminer. Il s'agit de considérer une capacité de stockage limitée, et de trouver l'allocation optimale de cette capacité sur les différents buffers de sorte à réaliser une optimisation multi-objectifs.

En effet, pour notre problème, il n'est plus question d'optimiser le taux de production de la ligne  $\psi$  uniquement mais aussi sa consommation énergétique  $E$ . Ce qui nous mène à une optimisation de deux variables totalement hétérogènes.

Afin d'homogénéiser notre objectif, nous avons choisi de le monétiser :

- Optimiser le throughput ( maximiser le taux de production de la ligne) revient également à maximiser le bénéfice total de production qui n'est autre que le bénéfice unitaire fois le taux de production  $\psi$ .
- D'un autre coté, optimiser la consommation énergétique revient également à minimiser le coût total de l'énergie qui n'est autre que le coût unitaire de l'énergie fois la consommation totale  $E$  de la ligne.

Ainsi, nous sommes parvenus à homogénéiser la fonction objectif. Il s'agit donc de maximiser la différence entre le bénéfice total de la production et le coût total de la consommation énergétique. La fonction objectif est formulée dans l'équation (3.9).

Le calcul de  $\psi$  et  $E$ , est effectué suivant le modèle d'évaluation économique et énergétique développé dans le chapitre précédent.

Pour le calcul du throughput  $\psi$ , il faudrait évaluer les taux de production  $\rho_i$  de chaque machines  $M_i$  (équation 3.10), les ratios des capacités de production  $\alpha_j$  (équation 3.11) ainsi que les probabilités que chaque buffer soit vide  $P_j^0$  (équation 3.12) ou plein  $P_j^{N_j}$  (équation 3.13).

Pour calcul de la consommation énergétique  $E$  de la ligne, il faudrait calculer en premier lieu les probabilités que chacune des machines soit dans chacun des états possibles, à savoir, marche (équation 3.15), panne (équation 3.16), affamée (équation 3.17), bloquée (équation 3.18) ou affamée et bloquée (équation 3.19). Cela se fait en utilisant les formules développées dans le chapitre précédent qui dépendent des paramètres de chaque machine ainsi que des probabilités que les buffers soient vides ou pleins. Enfin, le calcul de la consommation énergétique est effectué comme expliqué selon l'équation 3.14.

Une fois la fonction objectif formulée, ainsi que les formules relatives à son calcul, l'étape suivante consiste à définir les différentes contraintes.

L'équation (3.20) est la contrainte linéaire du modèle. Elle assure la limitation de la capacité de stockage totale. Etant donnée qu'en pratique, nous avons toujours une capacité de stockage finie. Que ce soit pour des raisons d'espace limité, ou encore pour des limitations d'investissement.

Les deux dernières contraintes (équations 3.21 et 3.21) sont très importantes dans la construction de notre modèle. En effet, ce dernier est basé sur une analyse de différents processus stochastiques à espaces d'états discrets. C'est pourquoi, les capacités des différents buffers doivent être entières et non nulles.

Le modèle retourne au final, les valeurs du throughput  $\psi$ , de la consommation énergétique  $E$  ainsi que les valeurs des capacités des différents stocks intermédiaires  $(N_1, N_2, \dots, N_{K-1})$  (voir algorithm 4).

$$\text{Max } (f_g \times \psi - f_e \times E) \quad (3.9)$$

$$\psi = \min_{i=1}^K \{\rho_i\}$$

$$= \min \left\{ \omega_1 \frac{\mu_1(1 - P_1^{N_1})}{\mu_1 + (1 - P_1^{N_1})\lambda_1}; \omega_K \frac{\mu_K(1 - P_{K-1}^0)}{\mu_K + (1 - P_{K-1}^0)\lambda_K}; \omega_i \frac{\mu_i(1 - P_{i-1}^0)(1 - P_i^{N_i})}{\mu_i + (1 - P_{i-1}^0)(1 - P_i^{N_i})\lambda_i} \right\} \quad (3.10)$$

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=1, \dots, j} \rho_i}{\min_{i=j+1, \dots, K} \rho_i}, \forall j = 1 \dots K - 1 \quad (3.11)$$

$$P_j^0 = \left\{ \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_j^{N_j+1}}; \frac{1}{N_j + 1} \right\} \quad (3.12)$$

$$P_j^{N_j} = \left\{ \frac{\alpha_j^{N_j} \times (1 - \alpha_j)}{1 - \alpha_j^{N_j+1}}; \frac{1}{N_j + 1} \right\} \quad (3.13)$$

$$E = \sum_{i=1}^K E_i = \sum_{i=1}^K (P_{PN,i} E_{down,i} + (P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i}) E_{no-load,i} + P_{M,i} E_{Cload,i} + e_{op,i} * \rho_i) \quad (3.14)$$

$$P_{M,i} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_i^{N_i})} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_{i-1}^0)} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}{1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}} \quad (3.15)$$

$$P_{PN,i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_{M,i} \quad (3.16)$$

$$P_{A,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_{i-1}^0)} P_{M,i} \quad (3.17)$$

$$P_{B,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_i^{N_i})} P_{M,i} \quad (3.18)$$

$$P_{AB,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} P_{i-1}^0}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})} P_{M,i} \quad (3.19)$$

$$\sum_{j=1}^{K-1} N_j \leq N_{total} \quad (3.20)$$

$$N_j \in \mathbb{N}, \forall j = 1 \dots K - 1 \quad (3.21)$$

$$N_j \neq 0, \forall j = 1 \dots K - 1 \quad (3.22)$$

Pour la résolution de ce programme non linéaire, nous avons utilisé le solveur LINGO 18.0 (voir algorithme 4).

**Algorithme 4 : Optimisation de la performance économique et énergétique (modèle généralisé)**

Donnés :

$K$	Nombre de machines.
$K - 1$	Nombre de stocks intermédiaires.
$\lambda_i$	Taux de panne de la machine $M_i$ .
$\mu_i$	Taux de réparation de la machine $M_i$ .
$\omega_i$	Capacité de production de la machine $M_i$ .
$e_{op,i}$	L'énergie nécessaire pour opérer une unité par la machine $M_i$ .
$E_{load,i}$	La partie constante de l'énergie consommée par la machine $M_i$ en charge.
$E_{no-load,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ à vide.
$E_{down,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ en panne.
$f_g$	Le bénéfice unitaire de production.
$f_e$	Le coût unitaire de l'énergie.
$N_{total}$	La capacité de stockage totale maximale.
$P_0^0 = 0$	La première machine n'est jamais affamée.
$P_K^{NK} = 0$	La dernière machine n'est jamais bloquée.

Pour tout stock  $B_j$  fairePour toute machine  $M_i$  faire

$$\text{MAX}( f_g * \psi - f_e * E )$$

$$\psi = \min_{i=1}^K \rho_i$$

$$E = \sum_{i=1}^K E_i$$

$$\sum_{j=1}^{K-1} N_j \leq N_{total}$$

$$N_j \in \mathbb{N} \text{ And } N_j \neq 0$$

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=j+1}^K \rho_i}{\min_{i=j+1}^K \rho_i}$$

$$\rho_i = \omega_i \frac{\mu_i(1-P_{j-1}^0)(1-P_j^{N_j})}{\mu_j + (1-P_{j-1}^0)(1-P_j^{N_j})\lambda_i}$$

Si  $\alpha = 1$  faire

$$P_j^0 = P_j^{N_j} = \frac{1}{N_j + 1}$$

Sinon

$$P_j^0 = \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_j^{N_j + 1}}$$

$$P_j^{N_j} = \frac{\alpha_j^{N_j} (1 - \alpha_j)}{1 - \alpha_j^{N_j + 1}}$$

Fin si

$$P_{M,i} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_i^{N_i})} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 (1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}{1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}}$$

$$P_{PN,i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_{M,i}$$

$$P_{A,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 (1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)} P_{M,i}$$

$$P_{B,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_i^{N_i})} P_{M,i}$$

$$P_{AB,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} P_{i-1}^0}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i}} P_{M,i}$$

$$E_i = P_{PN,i} E_{down,i} + (P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i}) E_{no-load,i} + P_{M,i} E_{load,i} + e_{op,i} * \rho_i$$

Fin pour

Fin pour

Retourner  $\psi$ ,  $E$  et  $(N_1, N_2, N_3, \dots, N_{K-1})$

### 3.4.2 Le problème primal

Nous considérons, dans cette section, le cas du problème primal que nous allons adapter à notre problème. En effet, le problème est formulé comme un modèle de programmation non linéaire ayant pour objectif de minimiser la consommation énergétique  $E$  de la ligne (équation 3.23) tout en respectant une contrainte de taux de production désiré  $\psi_d$  (équation 3.24). Il s'agit d'identifier le meilleur profil des différents stocks intermédiaires qui minimise la consommation énergétique du système en réalisant un taux de production  $\psi$  supérieur ou égal au taux de production désiré  $\psi_d$ .

Les différentes capacités des différents stocks sont des variables entières finies non nulles à déterminer. Les caractéristiques technologiques ( $\lambda_i, \mu_i, \omega_i$ ) de chaque machines, ainsi que leurs constantes énergétiques ( $E_{down,i}, E_{no-load,i}, E_{load,i}$  et  $e_{op,i}$ ) sont supposées être connues.

Il s'agit donc de considérer une capacité de stockage limitée, et de trouver l'allocation optimale de cette capacité sur les différents buffers de sorte à réaliser un un taux de production désiré ainsi qu'une consommation énergétique minimale.

Le calcul du throughput  $\psi$  (équation 3.24) et de la consommation énergétique  $E$  de la ligne (équation 3.28) nécessite l'évaluation des taux de production  $\rho_i$  de chaque machines  $M_i$  (équation 3.24), les ratios des capacités de production  $\alpha_j$  (équation 3.25) ainsi que les probabilités que chaque buffer soit vide  $P_j^0$  (équation 3.26) ou plein  $P_j^{N_j}$  (équation 3.27), les probabilités que chacune des machines soit dans chacun des états possibles, à savoir, marche (équation 3.29), panne (équation 3.30), affamée (équation 3.31), bloquée (équation 3.32) ou affamée et bloquée (équation 3.33) et cela en utilisant les formules développées dans le chapitre précédant qui dépendent des paramètres de chaque machine ainsi que des probabilités que les buffers soient vides ou pleins.

Une fois notre fonction objectif formulée, ainsi que les formules relatives à son calcul, l'étape suivante consiste à définir les différentes contraintes de la même manière qu'avec le modèle généralisé.

L'équation (3.34) est la contrainte linéaire du modèle. Elle assure la limitation de la capacité de stockage totale. Etant donnée qu'en pratique, nous avons toujours une capacité de stockage finie. Que ce soit pour des raisons d'espace limité, ou encore pour des limitation d'investissement.

Les deux dernières contraintes (équations 3.35 et 3.36) sont très importantes dans la construction de notre modèle. En effet, ce dernier est basé sur une analyse de différents processus stochastiques à espaces d'états discrets. C'est pourquoi, les capacités des différents buffers doivent être entières et non nulles.

Le modèle retourne au final, la consommation énergétique  $E$  ainsi que les valeurs des capacités des différents stocks intermédiaires ( $N_1, N_2, \dots, N_{K-1}$ ).

Pour la résolution de ce programme non linéaire, nous avons utilisé le solveur Lingo 18.0 (voir algorithme 5).

$$\text{Min } E \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \psi &= \min_{i=1}^K \{\rho_i\} \geq \psi_d \\ &= \min \left\{ \omega_1 \frac{\mu_1(1 - P_1^{N_1})}{\mu_1 + (1 - P_1^{N_1})\lambda_1}; \omega_K \frac{\mu_K(1 - P_{K-1}^0)}{\mu_K + (1 - P_{K-1}^0)\lambda_K}; \omega_i \frac{\mu_i(1 - P_{i-1}^0)(1 - P_i^{N_i})}{\mu_i + (1 - P_{i-1}^0)(1 - P_i^{N_i})\lambda_i} \right\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=1, \dots, j} \rho_i}{\min_{i=j+1, \dots, K} \rho_i}, \forall j = 1 \dots K - 1 \quad (3.25)$$

$$P_j^0 = \left\{ \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_j^{N_j+1}}; \frac{1}{N_j + 1} \right\} \quad (3.26)$$

$$P_j^{N_j} = \left\{ \frac{\alpha_j^{N_j} \times (1 - \alpha_j)}{1 - \alpha_j^{N_j+1}}; \frac{1}{N_j + 1} \right\} \quad (3.27)$$

$$E = \sum_{i=1}^K E_i = \sum_{i=1}^K (P_{PN,i} E_{down,i} + (P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i}) E_{no-load,i} + P_{M,i} E_{Cloud,i} + e_{op,i} * \rho_i) \quad (3.28)$$

$$P_{M,i} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_i^{N_i})} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_{i-1}^0)} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}{1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}} \quad (3.29)$$

$$P_{PN,i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_{M,i} \quad (3.30)$$

$$P_{A,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0(1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_{i-1}^0)} P_{M,i} \quad (3.31)$$

$$P_{B,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i}(1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})(1 - P_i^{N_i})} P_{M,i} \quad (3.32)$$

$$P_{AB,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} P_{i-1}^0}{(1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i})} P_{M,i} \quad (3.33)$$

$$\sum_{j=1}^{K-1} N_j \leq N_{total} \quad (3.34)$$

$$N_j \in \mathbb{N}, \forall j = 1 \dots K - 1 \quad (3.35)$$

$$N_j \neq 0, \forall j = 1 \dots K - 1 \quad (3.36)$$

**Algorithme 5 : Optimisation de la performance économique et énergétique (Problème Primal)**

Donnés :

$K$	Nombre de machines.
$K - 1$	Nombre de stocks intermédiaires.
$\lambda_i$	Taux de panne de la machine $M_i$ .
$\mu_i$	Taux de réparation de la machine $M_i$ .
$\omega_i$	Capacité de production de la machine $M_i$ .
$e_{op,i}$	L'énergie nécessaire pour opérer une unité par la machine $M_i$ .
$E_{load,i}$	La partie constante de l'énergie consommée par la machine $M_i$ en charge.
$E_{no-load,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ à vide.
$E_{down,i}$	L'énergie consommée par la machine $M_i$ en panne.
$N_{total}$	La capacité de stockage totale maximale.
$\psi_d$	Le taux de production minimal désiré.
$P_0^0 = 0$	La première machine n'est jamais affamée.
$P_K^{N_K} = 0$	La dernière machine n'est jamais bloquée.

 Pour tout stock  $B_j$  faire

 Pour toute machine  $M_i$  faire

Min E

$$\psi = \min_{i=1}^K \rho_i \geq \psi_d$$

$$E = \sum_{i=1}^K E_i$$

$$\sum_{j=1}^{K-1} N_j \leq N_{total}$$

$$N_j \in \mathbb{N} \text{ And } N_j \neq 0$$

$$\alpha_j = \frac{\min_{i=1}^j \rho_i}{\min_{i=j+1}^K \rho_i}$$

$$\rho_i = \omega_i \frac{\mu_i(1-P_{j-1}^0)(1-P_j^{N_j})}{\mu_j + (1-P_{j-1}^0)(1-P_j^{N_j})\lambda_i}$$

 Si  $\alpha = 1$  faire

$$P_j^0 = P_j^{N_j} = \frac{1}{N_j + 1}$$

Sinon

$$P_j^0 = \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_j^{N_j + 1}}$$

$$P_j^{N_j} = \frac{\alpha_j^{N_j} (1 - \alpha_j)}{1 - \alpha_j^{N_j + 1}}$$

Fin si

$$P_{M,i} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_i^{N_i})} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 (1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)} + \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}{1 - P_{i-1}^0 P_i^{N_i}}}$$

$$P_{PN,i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_{M,i}$$

$$P_{A,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_{i-1}^0 (1 - P_i^{N_i})}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)} P_{M,i}$$

$$P_{B,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} (1 - P_{i-1}^0)}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i} (1 - P_i^{N_i})} P_{M,i}$$

$$P_{AB,i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \frac{P_i^{N_i} P_{i-1}^0}{(1 - P_{i-1}^0) P_i^{N_i}} P_{M,i}$$

$$E_i = P_{PN,i} E_{down,i} + (P_{A,i} + P_{B,i} + P_{AB,i}) E_{no-load,i} + P_{M,i} E_{load,i} + e_{op,i} * \rho_i$$

Fin pour

Fin pour

 Retourner E et  $(N_1, N_2, N_3, \dots, N_{K-1})$

### 3.5 Résultats numériques

Nous effectuons dans cette partie, des tests numériques sur les deux modèles développés, à savoir le modèle généralisé ainsi que le programme primal.

Dans notre étude, nous nous intéressons au cas des lignes de production avec des machines ayant des paramètres de fiabilité suivant des lois exponentielles. Par conséquent, nous adoptons les instances, référencées dans la littérature, proposées par Seong et al.[32].

Ce benchmark a été largement repris par différents auteurs afin de valider leurs travaux sur les problématiques d'allocation de buffers. Il est composé de dix instances différentes représentant des lignes de production avec 4, 5, 6, 8, 9 et 10 machines et des capacités de stockage totales qui varient de 10 à 315 unités. Chacune des configurations considère le cas général d'une ligne non-homogène asynchrone avec des machines ayant des paramètres de fiabilité ainsi que des temps de traitement différents. Les données relatives à chaque instance sont reportées dans le tableau 3.1.

Les tests témoignent de la complexité du modèle généralisé, ceci est démontré par les temps de calculs importants, principalement pour des instances avec un nombre important de machines et stocks intermédiaires.

Nous présentons dans le tableau 3.2 les résultats numériques de l'algorithme de dimensionnement des stocks intermédiaires pour l'optimisation de la performance économique et énergétique. Les résultats sont assez satisfaisants lorsque les instances sont petites ou moyennes. Cependant plus la complexité croît, plus l'algorithme nécessite un temps de calcul important pour s'approcher de l'optimum.

Toutefois, pour le problème primal, la complexité est moins prononcée. En fixant un taux de production minimal désiré  $\psi_d$  pour chaque ligne qui soit réalisable, nous obtenons une stabilité et des résultats satisfaisants en moins de temps. Surtout lorsqu'il s'agit des petites ou moyennes instances.

Nous notons l'utilisation du solveur global de LINGO 18.0 pour les deux versions du problème, pour des raisons de complexité et pour la particularité non linéaire du problème. Les temps de calcul étant très grands sur certaines instances, nous avons choisi d'arrêter le calcul sur des durées adéquates à chaque cas (à travers plusieurs tests pour un suivi de stabilité de la solution). Ceci est représenté par le (+) qui suit le temps de calcul sur les tableau de résultats (3.2 et 3.3).

Malgré le caractère peu important du temps de calcul dans ce genre de problème (Résultats exploités pour des choix d'investissement ou de conception), la performance de l'algorithme est encore à améliorer, l'idée est de borner les solutions, et rajouter des contraintes qui pourraient faciliter la convergence de la solution.

### 3.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons présenté notre modèle d'optimisation de la performance économique et énergétique d'une ligne de production en série, composée de  $K$  machines séparées par  $K-1$  buffers, en agissant sur le dimensionnement des stocks intermédiaires.

Cas	K	$\sum_{j=1}^{K-1} N_j$	Paramètres
1	4	10	$\lambda_i=(0.07,0.11,0.49,0.19)$ $\mu_i=(0.17,0.37,0.78,0.5)$ $\omega_i=(3.7,1.5,1.1,3)$
2	4	30	$\lambda_i=(0.38,0.3,0.35,0.45)$ $\mu_i=(0.45,0.55,0.5,0.4)$ $\omega_i=(3,1,2,3.6)$
3	5	10	$\lambda_i=(0.1,0.3,0.5,0.4,0.2)$ $\mu_i=(0.3,0.5,0.2,0.3,0.1)$ $\omega_i=(1.2,1,3,2,1.8)$
4	5	15	$\lambda_i=(0.3,0.4,0.45,0.35,0.1)$ $\mu_i=(0.64,0.83,0.75,0.85,0.74)$ $\omega_i=(2.8,1.7,2.5,3.4,1.9)$
5	6	115	$\lambda_i=(0.08,0.24,0.2,0.17,0.1)$ $\mu_i=(0.4,0.4,0.6,0.5,0.3)$ $\omega_i=(2.6,3,3.4,4.7,1.5)$
6	6	130	$\lambda_i=(0.3,0.5,0.1,0.2,0.3,0.4)$ $\mu_i=(0.2,0.5,0.3,0.1,0.2,0.3)$ $\omega_i=(3,1,1.2,1.8,1.5,2)$
7	8	125	$\lambda_i=(0.25,0.18,0.23,0.32,0.19,0.35,0.26,0.2)$ $\mu_i=(0.52,0.48,0.58,0.5,0.47,0.46,0.66,0.41)$ $\omega_i=(1,3.6,1.7,1.4,2.8,2.7,1.6,1.2)$
8	9	200	$\lambda_i=(0.2,0.1,0.3,0.2,0.1,0.1,0.3,0.2,0.3)$ $\mu_i=(0.7,0.6,0.8,0.8,0.7,0.6,0.8,0.5,0.6)$ $\omega_i=(2.5,1.5,2.8,3.6,2.1,1.9,2.7,3,2)$
9	10	310	$\lambda_i=(0.2,0.1,0.3,0.2,0.1,0.1,0.3,0.2,0.3,0.1)$ $\mu_i=(0.7,0.6,0.8,0.8,0.7,0.6,0.8,0.5,0.6,0.7)$ $\omega_i=(2.5,1.5,2.8,3.6,2.1,1.9,2.7,3,2,2.1)$
10	10	315	$\lambda_i=(0.365,0.215,0.305,0.375,0.340,0.390,0.265,0.285,0.255,0.24)$ $\mu_i=(0.465,0.565,0.485,0.455,0.455,0.390,0.5,0.49,0.495,0.505)$ $\omega_i=(2.4,1.7,2.8,2.2,2.1,2.5,1.1,1.3,1.6,0.8)$

TABLE 3.1 – Paramètres des différentes configurations de Seong et al.[32]

Cas	Allocation des buffers	$\psi$	E	Profit	min :sec
1	(2,5,3)	0.6119	63.24	24.27	01 :00+
2	(9,20,1)	0.6434	55.20	26.65	01 :00+
3	(4,3,1,2)	0.4739	51.19	18.58	01 :00+
4	(5,6,2,2)	1.0079	86.76	41.72	00 :02
5	(2,4,1,108)	1.1250	96.48	46.60	03 :00+
6	(22,92,2,12,2)	0.4975	63.39	18.54	03 :00+
7	(1,1,1,1,1,1,1,1)	0.3357	97.45	7.04	03 :00+
8	(97,6,22,22,14,1,7,31)	0.9095	180.06	27.47	03 :00+
9	(152,15,24,30,6,16,41,14,12)	1.2258	217.60	39.53	03 :00+
10	(1,1,1,1,1,116,1,3,190)	0.4251	120.48	9.21	03 :00+

TABLE 3.2 – Résultats numériques de la méthode proposée : problème généralisé

Cas	$\psi_d$	Allocation des buffers	$\psi$	E	min :sec
1	0.5	(1,2,3)	0.5138	59.07	01 :00+
2	0.5	(2,3,1)	0.5092	52.38	01 :00+
3	0.3	(1,2,1,1)	0.3302	48.27	01 :00+
4	0.8	(2,5,1,1)	0.8059	77.36	03 :00+
5	1	(1,4,1,6)	1.0024	90.63	01 :00+
6	0.4	(2,4,1,4,1)	0.4020	59.65	01 :00+
7	0.5	(2,1,15,1,1,1,2)	0.5000	104.34	03 :00+
8	0.8	(3,2,1,1,10,1,2,1)	0.8003	142.13	15 :00+
9	0.4	(1,1,1,1,1,1,1,1)	0.4609	140.60	15 :00+
10	0.5	(2,1,1,2,2,1,296,1,9)	0.5037	121.80	03 :00+

TABLE 3.3 – Résultats numériques de la méthode proposée : problème primal

Nous avons commencé par une formulation du problème, puis nous avons présenté quelques travaux de littérature concernant les problématiques du dimensionnement des stocks intermédiaires pour l'optimisation de la performance économique.

Ensuite, nous avons introduit deux versions de résolution du problème. La première dite généralisée consiste à trouver l'allocation optimale des capacités de stockage intermédiaire afin de maximiser la différence entre le profit généré par le throughput  $\psi$  et le coût de la consommation énergétique  $E$  de la ligne. Tandis que pour la deuxième, il s'agit de trouver l'allocation optimale des capacités de stockage intermédiaires afin de minimiser la consommation énergétique  $E$  tout en satisfaisant un niveau minimal de taux de production désiré  $\psi_d$ . Nous avons présenté les deux modèles et leurs différentes contraintes, puis leurs algorithmes de résolution respectifs sur LINGO 18.0.

A la fin du chapitre, nous avons présenté quelques tests pour les deux modèles sur des instances tirées de la littérature. Bien qu'on ait eu des résultats très satisfaisants sur les petites et moyennes instances, la complexité fut démontrée par les temps de calcul importants notamment pour des instances de tailles importantes, nécessitant ainsi d'éventuelles améliorations de l'algorithme de résolution.

# Conclusion générale

Le contexte économique, industriel, législatif et environmental actuel pousse de plus en plus les chercheurs ainsi que les industriels à s'intéresser à l'optimisation des performances pas seulement économiques à la façon traditionnelle mais surtout au duo économie et énergie. Atteindre l'excellence opérationnelle revient à maîtriser les deux axes, les exploiter ainsi que les optimiser.

Les avantages se montrent nombreux : l'optimisation énergétique est une source d'optimisation des coûts créant ainsi un avantage concurrentiel, une contrainte législative en raison du contexte mondial actuel, une responsabilité envers l'environnement, une preuve d'une bonne stratégie RSE et un argument de vente crucial. D'où notre volonté de contribuer à l'avancement de cette problématique en proposant une méthode pour l'optimisation de la performance économique et énergétique des lignes de production.

Cependant, avant de songer à optimiser cette performance il faudrait d'abord être capable de l'évaluer ainsi que d'en tirer des analyses, d'où notre démarche.

Nous avons commencé par introduire quelques notions de base concernant les lignes de production, les modèles d'évaluation de performance ainsi que chaînes de Markov qui serviront de base pour notre modèle. Cette partie est importante dans la mesure où elle permet de se familiariser avec les prochaines étapes de notre travail.

Dans la suite, nous avons présenté un état de l'art concernant l'évaluation économique et énergétique. Pour la partie économique nous avons développé la méthode par machine équivalente [4] qui servira pour l'évaluation économique au sein de notre modèle. Tandis que pour la partie énergétique, nous avons présenté plusieurs travaux présents dans la littérature présentant le concept d'efficacité énergétique et différentes approches de formulation et décomposition de la consommation énergétique que ce soit pour les machines ou pour les lignes de production. Cet état de l'art constitue une base de raisonnement et d'inspiration pour la construction de notre modèle d'évaluation.

L'étape suivante fut de développer notre modèle. L'évaluation économique est réalisée grâce à la méthode des machines équivalentes, tandis que pour l'évaluation énergétique, un modèle a été développé.

Le modèle se repose sur une formulation de la consommation énergétique basée sur une décomposition de cette dernière selon les états dans lesquels peut se trouver une machine  $M_i$ . Nous utilisons une formulation de Markov afin d'aboutir aux probabilités stationnaires pour chaque machine dans chacun des états possibles. Nous formulons ensuite la consommation énergétique  $E$  de la ligne, son efficacité énergétique  $\eta$  ainsi que la notion d'efficacité énergétique spécifique  $\eta_i$  pour chaque machine  $M_i$ .

Le modèle avec ses deux composantes économique et énergétique est formulé comme un algorithme de programmation non linéaire que nous implémentons sur le solveur Lingo 18.0. Nous effectuons notamment quelques analyses résultant de nos tests d'évaluation pour le système simple à deux machines et un buffer ainsi que pour le cas général de  $K$  machines et  $K-1$  buffers. Des résultats importants ont été présentés.

Une fois le modèle d'évaluation développé, le modèle d'optimisation de la performance économique et énergétique est présenté. Pour cela, nous avons exploité le modèle d'évaluation en considérant les tailles des buffers comme des variables à déterminer. Il est donc sujet de trouver l'allocation optimale des capacités de stockage en agissant sur le dimensionnement des stocks intermédiaires.

La solution a été présentée en commençant par un bref état de l'art sur les approches d'optimisation du dimensionnement des stocks dans la littérature. Puis, notre modèle a été développé.

Nous avons choisi de présenter deux formes du modèle, une forme généralisée ayant pour objectif de maximiser la différence entre le bénéfice généré par le throughput  $\psi$  et les coûts de l'énergie consommée  $E$ , ainsi que la forme primal visant à minimiser la consommation d'énergie  $E$  tout en satisfaisant le taux de production minimal désiré  $\psi_d$ .

Les deux modèles ont été formulés en programmes non linéaires implémentés sur le solveur LINGO 18.0. Des résultats satisfaisants ont été atteints sur les petites et moyennes instances. Cependant, la complexité fut démontrée par les temps de calcul importants notamment pour des instances de tailles importantes, nécessitant ainsi d'éventuelles améliorations de l'algorithme de résolution. Ceci est surtout constaté dans le cas du modèle généralisé.

Le modèle que nous avons développé permet d'évaluer la performance économique et énergétique des lignes de production en série ainsi que de l'optimiser en agissant sur le dimensionnement des stocks intermédiaires. Le modèle d'évaluation permet aux industries d'évaluer facilement le throughput  $\psi$ , la consommation et l'efficacité énergétiques  $E$  et  $\eta$  respectivement de la ligne de production. Ces données de sorties sont des indicateurs de performance clés d'une importance cruciale pour la prise de décision. Nous rajoutons également les indicateurs de performance relatifs à chaque machine  $M_i$  tels que les taux de production  $\rho_i$ , la consommation ainsi que l'efficacité énergétiques  $E_i$  et  $\eta_i$  respectivement pour chaque machine  $M_i$ . Cette solution d'évaluation est donc un apport significatif en matière d'aide à la décision pour des problématiques de conception ou de choix d'investissement.

Bien que le modèle d'évaluation ait pu apporter des réponses très avantageuses, la partie optimisation reste à améliorer : Cette partie assez vaste dans laquelle nous avons agi sur le dimensionnement des stocks intermédiaires afin d'optimiser la performance économique et énergétique. Plusieurs axes d'améliorations restent à exploiter notamment les paramètres intrinsèques des machines, leur positionnement, etc. Ce travail met donc en perspective plusieurs possibilités de recherche futures.

- Sur l'axe d'évaluation, la méthode proposée pourrait être adaptée pour les lignes de production autres que celles en série telles que les lignes d'assemblage ou les lignes de production flexibles.

- Sur l'axe d'optimisation, comme nous l'avons expliqué ci dessus, nous avons choisi d'agir sur le dimensionnement des stocks intermédiaires afin d'optimiser la performance économique et énergétique, ce qui laisse des possibilités à de futurs travaux d'optimisation agissant sur d'autres variables telles que les paramètres intrinsèque des machines, leur positionnement, etc.

La performance de l'algorithme d'optimisation est également à améliorer à travers, entre autres, l'ajout de bornes ou de contraintes, permettant de faciliter la convergence vers la solution optimale.

Pour conclure, nous avons présenté une méthode qui permet d'évaluer la performance économique et énergétique des lignes de production en série. Nous avons proposé un modèle d'optimisation de cette performance en agissant sur le dimensionnement des stocks intermédiaires. Ce travail en réponse au besoin croissant de solution pour l'aide à la décision aux industriels sur cette problématique nous a permis de mettre en perspectives de futures possibilités de travaux de recherche.

# Bibliographie

- [1] International Energy Agency. *Share of Total Final Consumption (TFC) by sector* [en ligne]. International Energy Agency, 2018, [consulté le 20 Mai 2019]. Disponible sur <https://www.iea.org/statistics/?country=WORLD&year=2016&category=Energy%20consumption&indicator=TFCShareBySector&mode=chart&dataTable=BALANCES>.
- [2] Ouazene Yassine. *Maîtrise des systèmes industriels : optimisation de la conception des lignes de production* Université de Technologie de Troyes, 2013.
- [3] <https://cermics.enpc.fr/delmas/Enseig/mod-stoch.pdf>
- [4] Ouazene Yassine, Chehade Hicham, Yalaoui Alice, Yalaoui Farouk. *Equivalent machine method for approximate evaluation of buffered unreliable production lines*. 2013.
- [5] Stanley B. Gershwin. *Manufacturing systems Engineering*. PTR Prentice-Hall, 1994.
- [6] Lirong Zhou, Jianfeng Li, Fangyi Li, Qiang Meng, Jing Li and Xingshuo Xu. *Energy consumption model and energy efficiency of machine tools : a comprehensive literature review* Journal of Cleaner Production, 2015.
- [7] Murray G Patterson. *What is energy efficiency ? : Concepts, indicators and methodological issues*. Energy Policy, 1996.
- [8] J. Quariguasi Frota Neto, G. Walther, J. Bloemhof, J.A.E.E. van Nunen, T. Spengler. *A methodology for assessing eco-efficiency in logistics networks*. European Journal of Operational Research, 2009.
- [9] Timo Schudeleit, Simon Züst, Lukas Weiss, Konrad Wegener. *The Total Energy Efficiency Index for machine tools*. Energy, 2016.
- [10] Lv Lishu, Deng Zhaohui, Liu Tao, Wan Linlin, Huang Wenliang, Yin Hui and Zhao Tao. *A Composite Evaluation Model of Sustainable Manufacturing in Machining Process for Typical Machine Tools*. Processes, 2019.
- [11] Tuo Junbo, Liu Fei, Liu Peiji. *Key performance indicators for assessing inherent energy performance of machine tools in industries*. International Journal of Production Research, 2018.
- [12] Dietmair A, Verl Alexander. *Energy Consumption Forecasting and Optimisation for Tool Machines*. MM Science Journal, 2009.
- [13] Sebastian T. *Energy Efficiency in Manufacturing Systems*. Springer, 2012.
- [14] Gutowski T, Dahmus J, Thiriez A, Branham M, Jones A. *A thermodynamic characterization of manufacturing processes*. IEEE International Symposium on Electronics & the Environment, 2007.

- [15] Renaldi, Kellens K, Dewulf W, Duflou JR. *On the implementation of exergy efficiency metrics in discrete manufacturing system : the dissipative nature of production processes*. Springer, 2012.
- [16] Guo YS, Loenders J, Duflou J, Lauwers B. *Optimization of energy consumption and surface quality in finish turning*. Presented at the 5th CIRP Conference on High Performance Cutting, 2012.
- [17] Pfefferkorn FE, Lei S, Jeon Y, Haddad G. *A metric for defining the energy efficiency of thermally assisted machining*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2009.
- [18] Duflou JR, Kellens K, Renaldi, Guo Y, Dewulf W. *Critical comparison of methods to determine the energy input for discrete manufacturing processes*. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2012.
- [19] Kordonowy DN. *A power assessment of machining tools*. Thesis. Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- [20] G.Y Zhao, Ziyu Liu, Y.He, H.J. Cao, Y.B. Guo. *Energy Consumption in Machining : Classification, Prediction, and Reduction Strategy*. Energy, 2017.
- [21] Dahmus JB, Gutowski TG. *An environmental analysis of machining*. Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2004.
- [22] VA Balogun, PT Mativenga. *Modelling of direct energy requirements in mechanical machining processes*. Journal of Cleaner Production, 2013.
- [23] Ouazene Y., Yalaoui A., Yalaoui F., Chehade H. *Non-linear Programming Method for Buffer Allocation in Unreliable Production Lines*. In : Sericola B., Telek M., Horváth G. (eds) Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications. ASMTA 2014. Lecture Notes in Computer Science, vol 8499. Springer, Cham
- [24] Gershwin, S.B., Schor, J.E. *Efficient algorithms for buffer space allocation*. Annals of Operations Research 93, 117–144, 2000.
- [25] S.B. Gershwin. *An efficient decomposition method for the approximate evaluation of tandem queues with finite storage space and blocking*. Operations Research, 35(2) :291-305, 1987.
- [26] Seong, D., Chang, S.Y., Hong, Y. *An algorithm for buffer allocation with linear resource constraints in a continuous-flow unreliable production line*. Asia-Pacific Journal of Operational Research 17, 169–180, 2000.
- [27] Y.F. Choong and S.B. Gershwin. *A decomposition method for the approximate evaluation of capacitated transfer lines with unreliable machines and random processing times*. IIE Transactions, 19 :150-159, 1987.
- [28] A.T. Belmansour and M. Nourelfath. *An aggregation method for performance evaluation of a tandem homogenous production line with machines having multiple failure modes*. CIRRELT-2008-53, 2008.
- [29] A.T. Belmansour and M. Nourelfath. *An aggregation method for performance evaluation of a tandem homogenous production line with machines having multiple failure modes*. Reliability Engineering & System Safety, 95(11) :1193-1201, 2010.

- [30] A.T. Belmansour. *Évaluation du taux de production d'une ligne avec stocks intermédiaires et machines à deux modes de défaillances par la technique d'agrégation*. Mémoire de la maîtrise en ingénierie, Université du Québec à Chicoutimi, 2007.
- [31] J. Wijngaard. *The effect of interstage buffer storage on the output of two unreliable production units in series, with different production rates*. AIIE Transactions, 11(1) :42-47, 1979.
- [32] D. Seong, S. Y. Chang, and Y. Hong. *Heuristic algorithms for buffer allocation in a production line with unreliable machines*. International Journal of Production Research, 33(7) :1989-2005, 1995.

## Annexe A

### Résultats numériques des analyses d'évaluation

N	$\eta_1$	E 1	$\eta_2$	E 2	$\eta_3$	E 3
1	0.285404	24.91599	0.2850791	26.47858	0.5221479	38.41749
3	0.372363	27.13823	0.3733805	29.49279	0.6192679	46.60896
5	0.396311	27.84299	0.3979728	30.46614	0.6430357	49.2028
7	0.407509	28.18875	0.4095214	30.94709	0.6537541	50.47405
10	0.416316	28.46839	0.418627	31.3378	0.6620024	51.50018
15	0.423423	28.69921	0.4259902	31.66148	0.6685245	52.34307
20	0.427064	28.81932	0.4297685	31.83034	0.6718018	52.77763
30	0.430766	28.94273	0.4336135	32.00415	0.6750504	53.21592
40	0.43264	29.00571	0.4355615	32.09298	0.6766278	53.4315
50	0.433772	29.04392	0.4367386	32.14691	0.6775332	53.55608
100	0.436052	29.12131	0.4391117	32.25622	0.679067	53.7685

FIGURE A.1 – Résultats numériques de l'étude de la corrélation consommation et efficacité énergétiques avec la taille du buffer.

$\lambda_1$	$\mu_1$	$\lambda_1/\mu_1$	$\lambda_2$	$\mu_2$	$\lambda_2/\mu_2$	E	$\eta$
0.002	0.2	0.01	0.0025	0.025	0.1	33.75884	4.34E-01
0.004	0.2	0.02	0.0025	0.025	0.1	33.60278	4.33E-01
0.006	0.2	0.03	0.0025	0.025	0.1	33.44957	4.33E-01
0.008	0.2	0.04	0.0025	0.025	0.1	33.29914	4.33E-01
0.01	0.2	0.05	0.0025	0.025	0.1	33.15143	4.33E-01
0.02	0.2	0.1	0.0025	0.025	0.1	32.45109	4.32E-01
0.04	0.2	0.2	0.0025	0.025	0.1	31.2177	4.31E-01
0.06	0.2	0.3	0.0025	0.025	0.1	30.16679	4.31E-01
0.08	0.2	0.4	0.0025	0.025	0.1	29.2611	4.30E-01
0.1	0.2	0.5	0.0025	0.025	0.1	28.47275	4.29E-01
0.2	0.2	1	0.0025	0.025	0.1	25.69167	4.26E-01
0.3	0.2	1.5	0.0025	0.025	0.1	24.00949	4.23E-01
0.4	0.2	2	0.0025	0.025	0.1	22.88367	4.22E-01
0.5	0.2	2.5	0.0025	0.025	0.1	22.07778	4.20E-01
0.6	0.2	3	0.0025	0.025	0.1	21.47257	4.19E-01
0.7	0.2	3.5	0.0025	0.025	0.1	21.00146	4.18E-01
0.8	0.2	4	0.0025	0.025	0.1	20.62435	4.17E-01
0.9	0.2	4.5	0.0025	0.025	0.1	20.31567	4.17E-01
1	0.2	5	0.0025	0.025	0.1	20.05837	4.16E-01

FIGURE A.2 – Résultats numériques de l'étude de la corrélation consommation et efficacité énergétiques avec les paramètres des machines.

N	E1	$\eta_1$	E2	$\eta_2$	E3	$\eta_3$
1	26.5155	0.28508	26.5144	0.28508	26.5465	0.28407
3	29.5509	0.37341	29.5492	0.37341	29.604	0.37229
5	30.5317	0.39802	30.5298	0.39801	30.5931	0.39689
7	31.0165	0.40957	31.0144	0.40957	31.0821	0.40845
10	31.4103	0.41868	31.4082	0.41868	31.4795	0.41756
15	31.7366	0.42605	31.7344	0.42605	31.8087	0.42493
20	31.9069	0.42983	31.9046	0.42983	31.9804	0.42871
30	32.0821	0.43368	32.0798	0.43368	32.1571	0.43255
40	32.1717	0.43563	32.1694	0.43563	32.2473	0.4345
50	32.2261	0.43681	32.2237	0.43681	32.3019	0.43567
100	32.3363	0.43918	32.3339	0.43918	32.4119	0.43802

FIGURE A.3 – Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 1.

N	E2.1	$\eta_2.1$	E2.2	$\eta_2.2$	E2.3	$\eta_2.3$
1	26.2232	0.2851	26.2263	0.28509	26.3926	0.27989
3	29.0997	0.3732	29.1044	0.3732	29.3781	0.36746
5	30.0256	0.3977	30.0308	0.3977	30.3431	0.39191
7	30.4826	0.4092	30.488	0.4092	30.8196	0.40339
10	30.8535	0.41826	30.8592	0.41826	31.2058	0.41243
15	31.1606	0.42558	31.1665	0.42559	31.5243	0.4197
20	31.3208	0.42934	31.3268	0.42935	31.6889	0.4234
30	31.4856	0.43317	31.4917	0.43317	31.8551	0.4271
40	31.5698	0.4351	31.5759	0.43511	31.937	0.4289
50	31.6209	0.43627	31.6271	0.43628	31.9844	0.42994
100	31.7245	0.43863	31.7307	0.43864	32.0654	0.43171

FIGURE A.4 – Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 2.

N	E3.a	$\eta$ 3.a	E3.b	$\eta$ 3.b	E3.c	$\eta$ 3.c
1	25.2808	0.28551	25.2808	0.28551	25.9105	0.26649
3	27.7351	0.37276	27.7351	0.37276	28.6621	0.35158
5	28.5221	0.39685	28.5221	0.39685	29.5416	0.37527
7	28.9098	0.40814	28.9098	0.40814	29.9684	0.38624
10	29.2242	0.41701	29.2242	0.41701	30.3046	0.39465
15	29.4842	0.42418	29.4842	0.42418	30.5649	0.40102
20	29.6197	0.42786	29.6197	0.42786	30.6852	0.40393
30	29.759	0.4316	29.759	0.4316	30.7838	0.40629
40	29.8302	0.43349	29.8302	0.43349	30.8167	0.40708
50	29.8734	0.43463	29.8734	0.43463	30.8285	0.40736
100	29.9609	0.43694	29.9609	0.43694	30.8354	0.40753

FIGURE A.5 – Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 3.

N	E4.a	$\eta$ 4.a	E4.b	$\eta$ 4.b	E4.c	$\eta$ 4.c
1	23.6452	0.28714	23.6452	0.28714	25.2102	0.24608
3	25.6155	0.37237	25.6155	0.37237	27.6009	0.32636
5	26.2547	0.39564	26.2547	0.39564	28.3323	0.34804
7	26.5702	0.4065	26.5702	0.4065	28.6646	0.35751
10	26.8263	0.41503	26.8263	0.41503	28.8999	0.36407
15	27.0383	0.42191	27.0383	0.42191	29.0463	0.36809
20	27.1488	0.42544	27.1488	0.42544	29.0929	0.36936
30	27.2625	0.42902	27.2625	0.42902	29.1142	0.36994
40	27.3206	0.43083	27.3206	0.43083	29.1168	0.37001
50	27.3559	0.43193	27.3559	0.43193	29.1171	0.37002
100	27.4273	0.43414	27.4273	0.43414	29.1171	0.37002

FIGURE A.6 – Résultats numériques des analyses supplémentaires : Configuration 4.

N	E1.1	$\eta$ 1.1	E1.2	$\eta$ 1.2
1	23.64518	0.28714	23.64518	0.28714
3	25.61551	0.372371	25.61551	0.372371
5	26.25467	0.39564	26.25467	0.39564
7	26.57023	0.4065	26.57023	0.4065
10	26.82634	0.415033	26.82634	0.415033
15	27.03832	0.421914	27.03832	0.421914
20	27.14883	0.425438	27.14883	0.425438
30	27.26252	0.42902	27.26252	0.42902
40	27.3206	0.430833	27.3206	0.430833
50	27.35586	0.431929	27.35586	0.431929
100	27.42729	0.434135	27.42729	0.434135

FIGURE A.7 – Résultats numériques : impact du positionnement des machines (configuration 1).

N	E2.1	$\eta$ 2.1	E2.2	$\eta$ 2.2
1	25.21023	0.24608	25.21023	0.24608
3	27.60089	0.326357	27.60089	0.326357
5	28.33225	0.348043	28.33225	0.348043
7	28.66457	0.357507	28.66457	0.357507
10	28.89993	0.364068	28.89993	0.364068
15	29.04629	0.368092	29.0463	0.368092
20	29.09291	0.369364	29.09291	0.369364
30	29.11419	0.369944	29.11419	0.369944
40	29.11677	0.370014	29.11677	0.370014
50	29.11709	0.370022	29.11709	0.370022
100	29.11713	0.370024	29.11713	0.370024

FIGURE A.8 – Résultats numériques : impact du positionnement des machines (configuration 2).

M	$\rho$	$\rho(\%)$	E	E(%)
M1	0.904123	1	16.90675	1
M2	0.883784	0.977504	16.7501	0.99073447
M3	0.879407	0.972662	16.71646	0.98874473
M4	0.883784	0.977504	16.7501	0.99073447
M5	0.904123	1	16.90675	1
	0.904123	1	16.90675	1

FIGURE A.9 – Résultats numériques : Ligne avec machines et buffers identiques.

M	$\rho$	$\rho(\%)$	E	E(%)
M1	0.71667	0.87474777	15.47281	0.95172371
M2	0.6940013	0.84707897	15.29313	0.9406717
M3	0.7886455	0.96259909	16.02222	0.9855176
M4	0.8143375	0.99395804	16.2198	0.99767064
M5	0.8192876	1	16.25767	1
	0.8192876	1	16.25767	1

FIGURE A.10 – Résultats numériques : Ligne avec machines identiques et buffers non-identiques.

M	$\rho$	$\rho(\%)$	E	E(%)
M1	0.59043	0.82091	14.60433	0.93057
M2	0.499073	0.693891	12.20654	0.777786
M3	0.353544	0.491554	7.328326	0.466952
M4	0.719239	1	15.69396	1
M5	0.469464	0.652723	10.32443	0.65786
	0.719239	1	15.69396	1

FIGURE A.11 – Résultats numériques : Ligne avec machines et buffers non-identiques ( $\omega_i = \omega$ ).

M	$\rho$	$\rho(\%)$	E	E(%)
M1	0.444515	0.242332	12.75439	0.529381
M2	0.944382	0.51484	16.97181	0.704428
M3	1.83432	1	24.09303	1
M4	1.530027	0.834111	21.67249	0.899534
M5	0.644807	0.351524	14.56238	0.604423
	1.83432	1	24.09303	1

FIGURE A.12 – Résultats numériques : Ligne avec machines et buffers non-identiques ( $\lambda_i = \lambda$ ,  $\mu_i = \mu$ ).

## Annexe B

Codes relatifs aux tests effectués sur  
Lingo 18.0

```

Lingo 18.0 - [Lingo Model - 20M]
File Edit Solver Window Help
[Icons]

TITLE 20_MACHINES model;

SETS:
  Machine/1..20/ : lamda,mu,omega,psi,PN_,Eop_,Enoload_,Edown_,etas_,E_;
  Buffer/1..19/ : alpha,N,PO_,FN_;
ENDSETS

DATA:
  lamda = 0.0120,0.0100,0.1000,0.0100,0.1000,0.0141,0.0011,0.0143,0.0008,1.2000,0.0296,0.0074,0.0429,0.0037,0.0080,0.0071,0.0022,0.0071,0.0032,0.0200;
  mu = 0.2200,0.0400,0.2000,0.0870,0.2500,0.2323,0.0348,0.1350,0.0349,0.0133,0.2323,0.0696,0.2024,0.0698,0.4273,0.2323,0.0696,0.2024,0.0698,0.4273;
  omega = 1,1.2,1.1,1.4,1.2,1.1,1.2,1.1,1.4,0.0546,1,1.2,1.1,1.4,1.2,1.03,1.103,1.178,1.041,0.956;

  N = 55,40,40,55,50,50,65,55,35,40,55,40,55,65,55,65,55,35,40,55;

  Eop_ = 8, 8, 8, 8, 8,8,8,8,8, 8,8,8,8,8, 8,8,8,8,8, 8 ;
  Enoload_ = 10, 10, 10, 10, 10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10;
  Edown_ = 1, 1, 1, 1, 1,1,1,1, 1, 1,1,1,1,1, 1,1,1,1,1, 1;

END DATA

!Calcul des ratios de capacités de production relatifs à chaque stock Bj;
@FOR( Buffer(k) :
  alpha(k) = @MIN(Machine(m) | (m#GT#0#AND#m#LT#k+1) : psi(m)) / @MIN(Machine(m) | (m#GT#k#AND#m#LT#21) : psi(m));

!Calcul des probabilités que chaque buffer Bj soit vide ou plein;
@FOR( Buffer(k) :
  PO_(k) = @IF(alpha(k)#NE#1, (1-alpha(k)) / (1-alpha(k)^(N(k)+1)), 1 / (N(k)+1));
  FN_(k) = @IF(alpha(k)#NE#1, ((alpha(k)^N(k)) * (1-alpha(k))) / (1-alpha(k)^(N(k)+1)), 1 / (N(k)+1));

!Calcul du taux de production pour chaque machine Mi;
@FOR( machine(m) | (m#GT#1#AND#m#LT#20) :
  psi(m) = (omega(m) * (1-PO_(m-1)) * (1-FN_(m)) * mu(m)) / (lamda(m) * (1-PO_(m-1)) * (1-FN_(m)) + mu(m));

```

FIGURE B.1 – Evaluation de la performance économique et énergétique : Cas ligne avec 20 Machines.

```

Lingo 18.0 - [Lingo Model - 20M]
File Edit Solver Window Help
[Icons]

psi(1) = (omega(1) * (1-FN_(1)) * mu(1)) / (lamda(1) * (1-FN_(1)) + mu(1));
psi(20) = (omega(20) * (1-PO_(19)) * mu(20)) / (lamda(20) * (1-PO_(19)) + mu(20));

!Calcul du taux de production de la ligne;
Throughput=@MIN(Machine(m) : psi(m));

!Calcul des probabilités de panne des machines;
@FOR(machine(i) | (i#GT#1#AND#i#LT#20) :
  PFN_(i) = (lamda(i)/mu(i)) * (1 / (1+(lamda(i)/mu(i)) + (mu(i) / (lamda(i)+mu(i)))) * (1 / (1-PO_(i-1)) * FN_(i))) * ((FN_(i) * (1-PO_(i-1))) / (1-FN_(i))) +
  ((PO_(i-1) * (1-FN_(i))) / (1-PO_(i-1))) + PO_(i-1) * FN_(i));
);

PFN_(1) = (lamda(1)/mu(1)) * (1 / (1+(lamda(1)/mu(1)) + (mu(1) / (lamda(1)+mu(1)))) * (FN_(1) / (1-FN_(1))));
PFN_(20) = (lamda(20)/mu(20)) * (1 / (1+(lamda(20)/mu(20)) + (mu(20) / (lamda(20)+mu(20)))) * (PO_(19) / (1-PO_(19))));

!Calcul de l'energie consommée / efficacité énergétique spécifique de chaque machine;
@FOR(machine(i) :
  E_(i) = Eop_(i) * psi(i) + PFN_(i) * (Edown_(i) - Enoload_(i)) + Enoload_(i);
  etas_(i) = (Eop_(i) * psi(i)) / E_(i);
);

!Calcul de l'energie totale/ energie opérationnelle totale consommées de la ligne;
Eope=@SUM(machine(i) : Eop_(i) * psi(i));
EG=@SUM(machine(i) : E_(i));

!Calcul de l'efficacité énergétique;
etas=Eope/EG;

end

```

FIGURE B.2 – Suite du code Evaluation de la performance économique et énergétique : Cas ligne avec 20 Machines.

```

Lingo 18.0 - [Lingo Model - Instance9E]
File Edit Solver Window Help
TITLE OFI_TE model;
SETS:
  Machine/1..10/ : lamda,mu,omega,psi,FPN_,Eop_,Enoload_,Edown_,E_;
  Buffer/1..9/ : alpha,N,P0_,PN_;
ENDSETS

DATA:
lamda =0.2, 0.1,0.3,0.2,0.1,0.1,0.3,0.2,0.3,0.1;
mu=0.7, 0.6,0.8,0.8,0.7,0.6,0.8,0.5,0.6,0.7;
omega = 2.5, 1.5,2.8,3.6,2.1,1.9,2.7,3,2,2.1;

Eop_ = 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8 ;
Enoload_ = 10, 10, 10, 10, 10,10, 10, 10, 10, 10;
Edown_ = 1, 1, 1, 1, 1,1, 1, 1, 1, 1;

END DATA

@SUM(buffer(j):N(j))<= 310;

@FOR ( Buffer(j):
  @GIN(N(j));
  alpha (j)= @MIN(Machine(i) | (i#GT#0#AND#i#LT#j+1) :psi (i))/@MIN(Machine(i) | (i#GT#j#AND#i#LT#11) :psi (i));
  @FOR( machine(m) | (m#GT#1#AND#m#LT#10):
    psi (m)=(omega (m) * (1-P0_(m-1)) * (1-PN_(m)) * mu (m)) / (lamda (m) * (1-P0_(m-1)) * (1-PN_(m)) + mu (m));
    psi (1)=(omega (1) * (1-PN_(1)) * mu (1)) / (lamda (1) * (1-PN_(1)) + mu (1));
    psi (10)=(omega (10) * (1-P0_(9)) * mu (10)) / (lamda (10) * (1-P0_(9)) + mu (10));
    P0_(j) = @IF(alpha(j)#NE#1, (1-alpha(j))/(1-alpha(j)^(N(j)+1)),1/(N(j)+1));
    PN_(j) = @IF(alpha(j)#NE#1, ((alpha(j)^N(j)) * (1-alpha(j)))/(1-alpha(j)^(N(j)+1)),1/(N(j)+1));
  );
);

```

FIGURE B.3 – Optimisation de la performance économique et énergétique : Problème généralisé (Instance 9)

```

Lingo 18.0 - [Lingo Model - Instance9E]
File Edit Solver Window Help
!Calcul des probabilités de panne de chaque machine;
@FOR(machine(i) | (i#GT#1#AND#i#LT#10): FPN_(i)=(lamda (i)/mu (i)) * (1/(1+(lamda (i)/mu (i)) + (mu (i) / (lamda (i) + mu (i)))) * (1/(1-P0_(i-1) * PN_(i))) * (((PN_(i) * (1-P0_(i-1)))/(1-PN_(i) * PN_(1)) = (lamda (1)/mu (1)) * (1/(1+(lamda (1)/mu (1)) + (mu (1) / (lamda (1) + mu (1)))) * (PN_(1) / (1-PN_(1)))));
FPN_(10)=(lamda (10)/mu (10)) * (1/(1+(lamda (10)/mu (10)) + (mu (10) / (lamda (10) + mu (10)))) * (P0_(9) / (1-P0_(9))));

!Calcul de l'energie consommée pour chaque machine;
@FOR(machine(i):
  E_(i)=Eop_(i)*psi (i)+FPN_(i)*(Edown_(i)-Enoload_(i))+Enoload_(i));

!Calcul de l'energie globale consommée par la ligne;
EG=@sum(machine(i):E_(i));
Throughput=@MIN(machine(i):psi (i));

MAX= 50*Throughput-0.1*EG;

```

FIGURE B.4 – Suite du code d'optimisation de la performance économique et énergétique : Problème généralisé (Instance 9)

```

Lingo 18.0 - [Lingo Model - Instance10]
File Edit Solver Window Help

TITLE OFI_TH_E model;

SETS:
  Machine/1..10/ : lamda,mu,omega,psi,PPN_,Eop_,Enoload_,Edown_,E_;
  Buffer/1..9/ : alpha,N,P0_,PN_;
ENDSETS

DATA:
lamda =0.365,0.215,0.305,0.375,0.340,0.390,0.265,0.285,0.255,0.24;
mu=0.465,0.565,0.485,0.455,0.455,0.390,0.5,0.49,0.495,0.505;
omega = 2.4,1.7,2.8,2.2,2.1,2.5,1.1,1.3,1.6,0.8;

Eop_ = 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8 ;
Enoload_ = 10, 10, 10, 10, 10,10, 10, 10, 10, 10;
Edown_ = 1, 1, 1, 1, 1,1, 1, 1, 1, 1;

END DATA

@SUM(buffer(j):N(j))<= 315;

@FOR( Buffer(j):
  @GIN(N(j));
  alpha (j)= @MIN(Machine(i) | (i#GT#0#AND#i#LT#j+1):psi(i))/@MIN(Machine(i) | (i#GT#j#AND#i#LT#11):psi(i));
  @FOR( machine(m) | (m#GT#1#AND#m#LT#10):
    psi (m)=(omega (m) * (1-P0_(m-1)) * (1-PN_(m)) * mu (m)) / (lamda (m) * (1-P0_(m-1)) * (1-PN_(m)) + mu (m));
    psi (1)=(omega (1) * (1-PN_(1)) * mu (1)) / (lamda (1) * (1-PN_(1)) + mu (1));
    psi (10)=(omega (10) * (1-P0_(9)) * mu (10)) / (lamda (10) * (1-P0_(9)) + mu (10));
    P0_(j) = @IF(alpha(j)#NE#1, (1-alpha(j)) / (1-alpha(j)^(N(j)+1)), 1 / (N(j)+1));
    PN_(j) = @IF(alpha(j)#NE#1, ((alpha(j)^N(j)) * (1-alpha(j))) / (1-alpha(j)^(N(j)+1)), 1 / (N(j)+1));
  );
);

```

FIGURE B.5 – Optimisation de la performance économique et énergétique : Problème primal (Instance 10)

```

Lingo 18.0 - [Lingo Model - Instance10]
File Edit Solver Window Help

!Calcul des probabilités de panne de chaque machine;
@FOR(machine(i) | (i#GT#1#AND#i#LT#10): PPN_(i)=(lamda(i)/mu(i)) * (1/(1+(lamda(i)/mu(i))+(mu(i)/(lamda(i)+mu(i)))) * (1/(1-P0_(i-1)*PN_(i)))) * (((PN_(i) * (1-P0_(i-1)))/(1-PN_(i)
PPN_(1)=(lamda(1)/mu(1)) * (1/(1+(lamda(1)/mu(1))+(mu(1)/(lamda(1)+mu(1)))) * (PN_(1)/(1-PN_(2)))));
PPN_(10)=(lamda(10)/mu(10)) * (1/(1+(lamda(10)/mu(10))+(mu(10)/(lamda(10)+mu(10)))) * (P0_(9)/(1-P0_(9)))));

!Calcul de l'energie consommée pour chaque machine;
@FOR(machine(i):
E_(i)=Eop_(i)*psi(i)+PPN_(i)*(Edown_(i)-Enoload_(i))+Enoload_(i););

!Calcul de l'energie globale consommée par la ligne;
EG=@sum(machine(i):E_(i));
@MIN(machine(i):psi(i))>=0.5;

MIN= EG;

```

FIGURE B.6 – Suite du code d'optimisation de la performance économique et énergétique : Problème primal (Instance 10)