

2/98

Propriété de l'Etat

République Algérienne Démocratique et Populaire

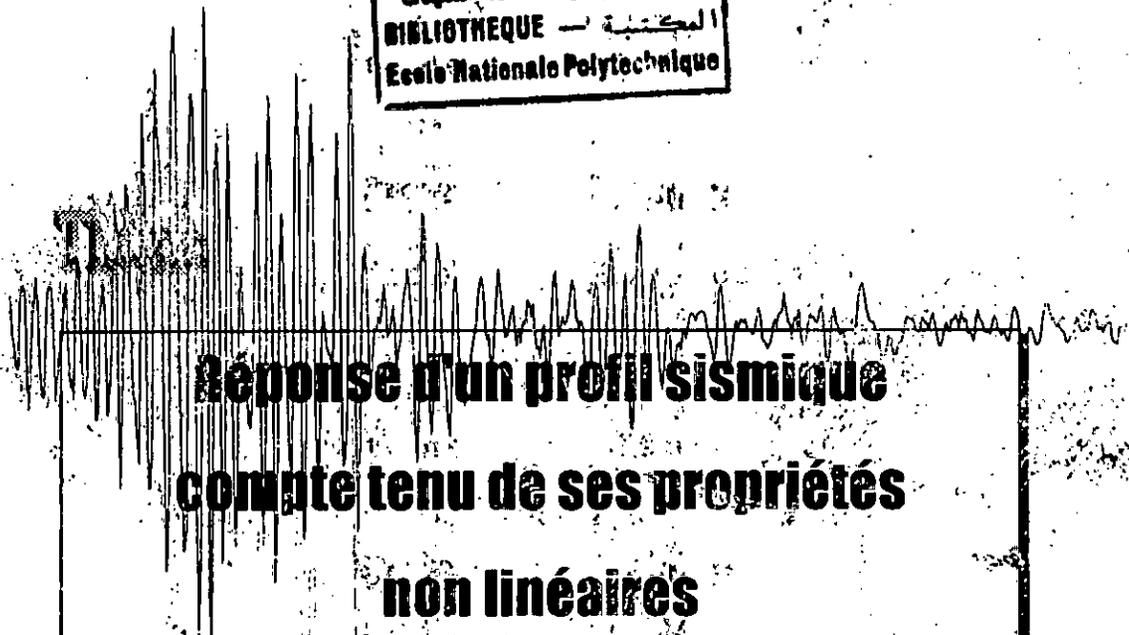
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil

Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie civil

المكتبة الوطنية للتقنيات
BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique



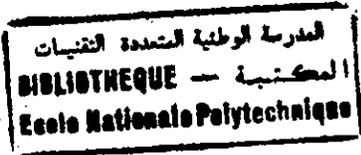
Réponse d'un profil sismique
compte tenu de ses propriétés
non linéaires

Etudié par :
D. DOUAF
G. KADA

Dirigé par :
M. M. HAMMOUTER

Juin 1998

Erratum



Erreur :

- Equation (2.27), page 22 :

$$\{\mathrm{d}\varepsilon\} = \{\mathrm{d}\varepsilon^p\} + \mathrm{d}\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}$$

- Equation (2.29), page 23 :

$$\{\mathrm{d}\sigma\} = ([D] - [D^p])\{\mathrm{d}\varepsilon\} = [D^{BP}]\{\mathrm{d}\varepsilon\} = [D^{ep}]\{\mathrm{d}\varepsilon\}$$

- Page 23 :

Le paramètre A est lié à la règle d'écoulement utilisée si le comportement est élastoplastique parfait.

- Page 31, paragraphe 1, ligne 4 :

La résolution G^* avec :

- Page 33 :

Expression de la matrice amortissement

$$\xi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix}$$

Corrigé :

- Equation (2.27), page 22 :

$$\{\mathrm{d}\varepsilon\} = \{\mathrm{d}\varepsilon^c\} + \mathrm{d}\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}$$

- Equation (2.29), page 23 :

$$\{\mathrm{d}\sigma\} = ([D] - [D^p])\{\mathrm{d}\varepsilon\} = [D^{cp}]\{\mathrm{d}\varepsilon\}$$

- Page 23 :

Le paramètre A est lié à la règle d'écoulement utilisée. Si le comportement est élastoplastique parfait, $A = 0$.

- Page 31 :

La résolution G^* avec :

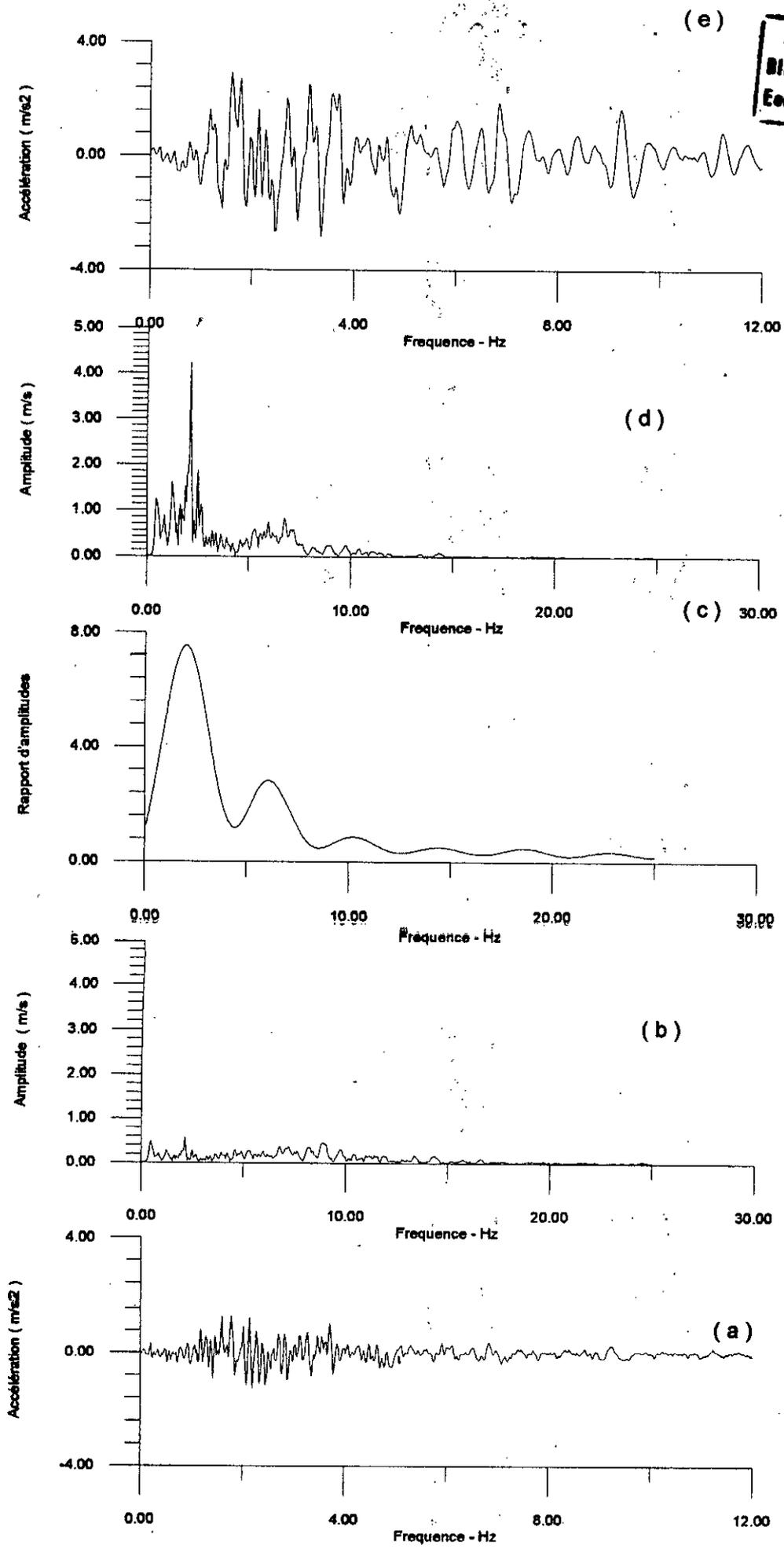
$$G^* = G(1+2iD)$$

- Page 33 :

Expression de la matrice amortissement

$$\{\xi_i\} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_i \\ b_i \end{Bmatrix}$$

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
 المكتبة — BIBLIOTHEQUE
 Ecole Nationale Polytechnique



- (a) Accélérogramme de projet
- (b) Spectre de Fourier de (a)
- (c) Fonction de transfert
- (d) Spectre de Fourier de (e)
- (e) Accélérogramme à la surface

Fig.4.6 : Réponse d'une couche d'argile

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil

Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie civil

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Titre



**Réponse d'un profil sismique
compte tenu de ses propriétés
non linéaires**

Etudié par :
D. DOUAR
O. KADA

Dirigé par :
M. M. HAMMOUTENE

Juin 1998

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à mes chères parents qui m'ont beaucoup aidé à poursuivre mes études ainsi que mes frères et soeurs.

Dehbia

Je dédie ce modeste travail à mes chères parents qui m'ont beaucoup aidé à poursuivre mes études.

A mes soeurs en particulier Nessrine.

A Nadjoua et Radjia

Ouassila

Remerciements

Qu'il nous soit permis de remercier M. *Hammoutene* pour ses précieux conseils et ses directives qu'il n'a cessé de nous donner tout au long de cette étude.

C'est un honneur pour nous de voir Monsieur *S. Belkacemi* présider notre jury. Puisse-t-il trouver ici notre reconnaissance. Nous sommes également très sensibles à l'honneur que nous fait monsieur *M. Demideme* pour avoir accepté d'examiner notre travail. Nous remercions également tous les membres de jury dont le nom ne nous a pas été communiqué pour pouvoir les remercier individuellement

Nos remerciements vont également à Monsieur *Zeghlache*, pour son aide et ses précieux conseils.

Qu'il nous soit permis de remercier tous les enseignants de l'institut qui nous ont aidé durant ce travail.

Nous ne pourrions nous permettre d'oublier M. *Aknouche, Halim, Abdelghani, Karima, Khaled, et Abd El Hak, Hakim Douar, Rédha Drkhli* et *Saïd Achiou* pour leur aide à élaborer ce modeste travail.

A tous ceux qui de près ou de loin ont participé à l'élaboration de ce travail.

Dehbia et Ouassila

لقد مكنت الدراسات التي أقيمت على عدد كبير من الزلازل، أن تجد علاقة كبيرة بين التضخم في سعة الهزّة الأرضية والطبيعة الجيولوجية للطبقات المكونة للقشرة الأرضية. فعلاً، فقد أكدت نفس الدراسات أن هذه الطبقات المترسبة تتصرف بطريقة غير خطية (لا تخضع لقانون هوك) وأن هذا التصرف يتغير بدلالة بعض الوسائط الجيولوجية. استطاعت الكثيرة أن تستخرج علاقات بين هذه الوسائط ومقدار التشوه الذي تخضع إليه التربة. سنحاول من خلال هذا، أن نأخذ بعين الاعتبار هذه الظواهر. ولقد إستعملنا لهذا الغرض نماذج مختلفة ونقارن بين النتائج المحصلة.

Abstract :

The seismic studies have shown that the amplification function and the vibration proper frequencies of a soil profile are essentially dependant of the geological and mechanical characteristics. The actual soil behavior is nonlinear. To take into account these non-linearities, we have we have introduced the viscoelastic linear-equivalent approach.

Résumé :

L'étude des séismes a montré que la fonction d'amplification, et les frequences propres de la vibration d'un profil de sol dependent essentiellement de ses caractéristiques géotechniques. Le comportement réel du sol est non linéaire. pour la prise en compte de ses non-linéarités, on a adopté une approche viscoélastique linéaire equivalente.

SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction	1
Chapitre I : Généralités sur les séismes	
I.1 – Introduction	3
I.2 – Causes des phénomènes sismiques	3
I.3 – Echange et dissipation d'énergie	4
I.4 – Propagation d'ondes	4
Chapitre II : Comportement des sols sous chargement cyclique	
II.1 – Introduction	7
II.2 – Description du comportement du sol	7
II.2.1 – Chargement cyclique	8
II.2.2 – Comportement des sols sous chargement cyclique	9
II.2.3 – Les courbes $G-\gamma$ et $D-\gamma$	10
II.2.4 – Notion d'amortissement	11
II.3 – Modèles de comportement	12
II.3.1 – Modèle élastique	12
II.3.2 – Modèle viscoélastique linéaire équivalent	13
II.3.3 – Modèles non linéaires	
Chapitre III : Réponse du sol à une onde sismique	
III.1 – Introduction	25
III.2 – Propagation d'une onde SH dans un milieu stratifié – Méthode de Thomson-Haskell	26
III.2.1 – Exposé de la méthode	27
III.2.2 – Fonction de transfert	29
III.3 – Réponse d'un profile viscoélastique à une onde SH	30

III.4 – Réponse non linéaire à une onde SH	32
III.4.1 – Résolution de l'équation du mouvement	32
Chapitre IV : Résultats et interprétation	
Conclusion	50
Annexe	
Bibliographie	

Introduction

Les tremblements de terre font partie des phénomènes naturels qui engendrent des dégâts susceptibles de remettre en cause le développement socio-économique de la région atteinte. C'est sans doute le phénomène auquel on accorde une importance particulière.

Ceci est bien justifié si l'on compte le nombre de désastres provoqués par la violente, la soudaine, et l'imprévisible force terrestre.

Ceci amène le concepteur à développer la méthodologie nécessaire, pour prendre en compte les effets destructeurs engendrés par ce phénomène, et concevoir des structures résistantes tout en prenant en considération l'aspect économique.

L'action sismique se caractérise par la propagation d'une onde de choc engendrant à son passage, des mouvements forts du sol qui sont fonctions de caractéristiques intrinsèques.

La réponse transitoire d'un profil donné, sera gérée par les paramètres qui caractérisent les diverses structures géologiques le composant.

Les tremblements de terre sont principalement des dislocations plus ou moins profondes qui engendrent des ondes sismiques de diverses natures, faisant vibrer à leur passage, les particules de terre dans des directions privilégiées.

On distingue principalement les ondes de volume et les ondes de surface.

L'analyse de la propagation de ces ondes se fait généralement, en considérant le milieu traversé comme étant homogène, élastique et isotrope.

Néanmoins, dans la réalité, il y a lieu de tenir compte des propriétés non linéaires qui introduisent un amortissement, plus ou moins important, du mouvement de l'onde, lui conférant ainsi, un caractère transitoire.

Dans le présent mémoire, on se fixe comme objectif, l'analyse des effets du comportement non linéaire des sols sur le mouvement sismique en champ libre.

Avant d'aborder les développements de base, nécessaires à définir la réponse d'un profil sismique, on donne dans le Chapitre I les notions générales des ondes sismiques.

Par la suite, on donne dans le Chapitre II, les fondements théoriques nécessaires à la description du comportement des sols sous chargement cyclique dans les cas : élastiques, visco-élastiques et non linéaires.

Dans le Chapitre III, on présente les outils nécessaires à la définition de la réponse d'un profil dans le cas des trois approches : linéaire, viscoélastique linéaire équivalente et non linéaire.

Pour cela, on fait un bref rappel de la méthode de *Thomson-Haskell* et de la méthode des éléments finis à amortissement variable.

Les développements théoriques présentés vont maintenant être appliqués pour établir :

- l'influence de la hauteur et la nature du dépôt sédimentaire, ainsi que celle de l'assise rocheuse sur la réponse à la surface libre pour le cas élastique.
- de même pour le cas viscoélastique, on a étudié l'influence de la hauteur et de la nature du dépôt sédimentaire. On a mis en relief l'effet de l'amortissement matériel.
- pour un profil multicouche, on a comparé les réponses obtenues dans le cas linéaire et viscoélastique.
- pour le cas non linéaire, on a évalué les accélérations maximales ^{relatives} ~~absolues~~ à chaque nœud, ensuite les vitesses et les déplacements relatifs à chaque nœud.

Généralités sur les séismes

I.1 – Introduction

Les tremblements de terre font partie des phénomènes naturels dont l'homme craint le plus les effets dévastateurs. En effet, ils sont à l'origine de pertes humaines et matérielles considérables et ont souvent des conséquences désastreuses sur l'économie des pays touchés.

C'est pour toutes ces raisons que l'homme essaye toujours de mieux comprendre le phénomène pour mieux se protéger contre d'éventuels *événements sismiques*.

I.2 – Causes des phénomènes sismiques

Il faut distinguer :

- une cause profonde ;
- un effet de déclenchement.

1- Raison profonde : Les séismes sont précédés par une période d'accumulation de tensions dans la croûte ou au sommet du Manteau. A un certain moment, il suffit d'une énergie plus faible et d'origine différente pour amener le déclenchement d'un séisme.

Les séismes importants correspondent à l'apparition brutale d'une fracture, en profondeur, amenant le glissement soudain d'un compartiment par rapport à un autre sur quelques centimètres ou quelques décimètres.

C'est le frottement de ces compartiments et la vibration engendrée par le frottement qui est à l'origine de l'onde sismique.

Certains séismes peu importants peuvent avoir d'autres causes :

- effondrement ou écroulement d'une cavité souterraine de grande dimension ;
- éruption volcanique.

2- Force de déclenchement : Elles sont très variées :

- La variation de la pression atmosphérique peut entraîner le déclenchement d'un séisme déjà prêt en profondeur ;
- la marée en surchargeant localement la croûte peut provoquer un séisme ;
- Influence d'un séisme lointain, provoquant une véritable réaction en chaîne.

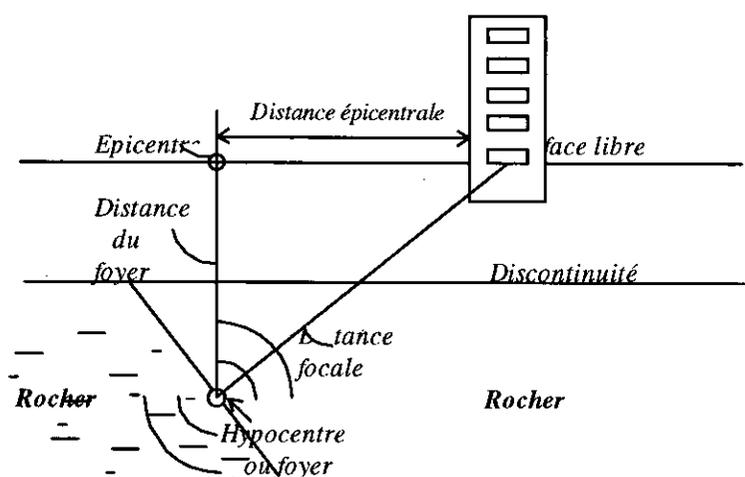


Fig.1 : Caractéristiques du mouvement sismique

1.3 – Echange et dissipation d'énergie

A l'instant où se produit la rupture, d'importantes quantités d'énergie se libèrent. L'énergie élastique emmagasinée par le travail du champ de contraintes se dissipe sous forme de radiation d'ondes sismiques et d'énergie transformée en chaleur ou en énergie potentielle. On passe d'abord par un état correspondant à des contraintes très importantes, à un second état où ces contraintes diminuent progressivement. Le retour à l'équilibre se fait par libération successive des déformations résiduelles.

1.4 – Propagation d'ondes

La partie d'énergie dissipée sous forme de radiations sismiques se propage le long du globe. Près de la source, elles correspondent aux ondes de volume, à savoir aux ondes de compression et ondes de cisaillement.

Lorsque celles-ci commencent leur ascension vers la surface de la terre, elles rencontrent dans leur chemin des hétérogénéités, des surfaces de discontinuité,... Elles sont alors réfléchies et réfractées, et donnent naissance lorsqu'elles arrivent en surface à d'autres types d'ondes (ondes de surface).

Différents types d'ondes :

L'analyse des séismographes placés dans les stations d'enregistrement, permet d'identifier une série de caractéristiques différentes arrivant successivement à l'observatoire.

a – Les premières sont les ondes P. Ce sont les plus rapides. Leur amplitude est faible, et leur fréquence élevée. Elles vibrent longitudinalement.

b – Ensuite arrivent les ondes S d'amplitude légèrement supérieure à celle des ondes P, de fréquence et de vitesse plus faibles. Elles vibrent transversalement à la direction de propagation :

- Soit dans le plan vertical de propagation : l'onde est dite de type SV.
- Soit dans le plan horizontal : la déformation est dite antiplane, l'onde est de type SH.

Lorsqu'une onde incidente de type P ou SV heurte une interface, l'onde transmise sera du même type que l'onde incidente (P ou SV), mais deux ondes P et SV existent simultanément et sont donc couplées.

Pour l'onde SH, les ondes réfléchies, transmises à travers une interface, sont également de type SH.

c – Enfin les ondes L arrivent les dernières, elles sont de plus grande amplitude, ce sont les plus lentes. Elles vibrent transversalement mais leur plan de vibration est différent de celui des ondes S.

elles sont :

- Les ondes Q ou de love : se propagent dans un plan tangent à la surface, perpendiculairement à la direction de propagation, elles n'engendrent que des contraintes de cisaillement.

- Les ondes R ou de *Rayleigh* : décrivent une ellipse dans le plan vertical de propagation. Elles entraînent des compressions (ou des tractions) ainsi que des cisaillements dans le sol.

Les ondes P et S sont appelées ondes de volume. Les ondes L sont les ondes de surface.

Comportement des sols sous chargement cyclique

II.1 – Introduction

L'étude et l'analyse des séismes a, depuis quelques années, permis de faire apparaître l'influence des couches sédimentaires superficielles sur la nature du mouvement sismique.

En effet, plusieurs résultats expérimentaux ont mis en relief la différence dans la réponse des couches de sol suivant leurs natures géologiques. Il a été largement constaté que la réponse s'amplifie considérablement au niveau de la surface libre d'un dépôt géologique par rapport à la réponse obtenue à un affleurement rocheux.

Cependant, on peut aisément se rendre compte des effets des caractéristiques géologiques sur la nature du mouvement sismique. On doit résoudre pour cela, le problème de propagation d'ondes en tenant compte du comportement réel des sols sous chargement dynamique.

II .2 – Description du comportement des sols

Décrire le comportement du sol consiste à obtenir à partir d'un état d'équilibre décrit par un champ de contraintes et de déformations, un nouvel état après que celui-ci ait subi un incrément de contrainte. La relation permettant d'assurer la distribution des contraintes et des déformations est appelée *loi de comportement*.

La détermination de cette loi de comportement se fait dans le cadre d'une théorie donnée : élasticité, viscoélasticité, élastoplasticité, ...

Par ailleurs, le modèle utilisé doit être formulé de façon simple et concise. Il doit pouvoir être appliqué pour décrire les divers aspects rhéologiques du sol et se traiter facilement aux calculs numériques.

Une fois le modèle établi, il doit pouvoir prédire la réponse du sol à des mouvements sismiques futurs.

Dans ce qui suit, nous commencerons par une description sommaire du comportement dynamique d'un sol au cours d'un cisaillement dynamique.

Nous examinerons par la suite les principes de l'approximation viscoélastique qui consiste à remplacer le comportement réel d'un sol par le comportement d'un système viscoélastique du type de *Kelvin-Voigt*. Nous introduisons en dernier, quelques éléments de l'approche non linéaire.

II.2.1 – Chargement cyclique

Les enregistrements du mouvement du sol pendant un séisme montrent que les contraintes et les déformations induites sont cycliques et rapides. Les sollicitations appliquées au sol sont caractérisées par des amplitudes variables et un nombre de cycles variable. En effet, si l'on considère le mouvement sismique induit par une onde de cisaillement se propageant verticalement, le cycle de chargement auquel un élément de sol, pris à une profondeur donnée h , sera celui présenté dans la fig.2.1 :

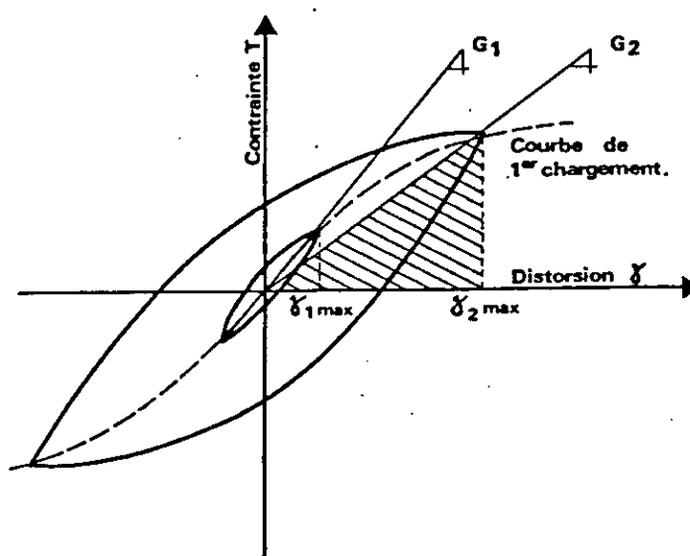


Fig.2.1 : Courbe effort – déformation cyclique

L'élément de sol, pour lequel l'état initial est caractérisé par un état d'équilibre gouverné par les contraintes verticales effectives $\bar{\sigma}_v$; et les contraintes horizontales effectives $\bar{\sigma}_h$, subit lors du passage de l'onde, une contrainte de cisaillement τ appliquée sur ses faces horizontales et donc sur ses faces verticales pour maintenir l'équilibre.

Cette contrainte engendre une déformation de cisaillement γ_c (appelée distorsion) définie par (fig.2.2) :

$$\gamma_c = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.1)$$

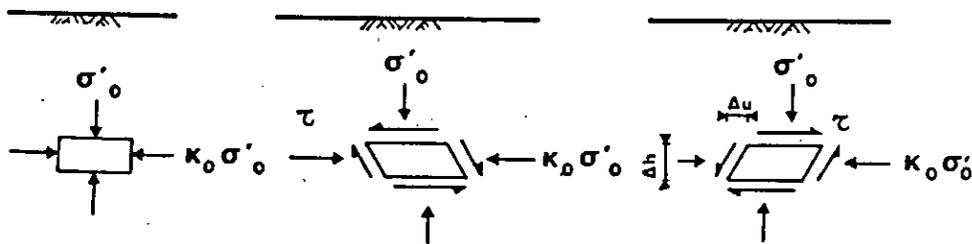


Fig.2.2 : Séquence de chargement idéalisée

II.2.2 – Comportement des sols sous chargement cyclique

Selon le niveau de déformation imposé au matériau, son comportement peut être purement élastique ou présenter des déformations résiduelles qui le rende anélastique.

En effet, lorsque l'on fait subir à un matériau des sollicitations cycliques, il apparaît une modification progressive de la relation contrainte-déformation. Cette modification se manifeste différemment selon la nature du sol et la sollicitation appliquée. Elle se traduit en général, par une diminution du module de cisaillement et l'apparition de déformations irréversibles.

Lorsque les déformations de cisaillement restent inférieures à $\sim 10^{-5}$, le sol décrit dans ce domaine un comportement élastique linéaire.

Il correspond à un domaine pour lequel si l'on effectue une décharge, le trajet suivi dans le plan contrainte – déformation est identique à celui suivi lors de la charge. A la fin de la sollicitation, il n'y a pas de déformation résiduelle et le sol retrouve son état initial.

Dans ce cas, le problème de la détermination de la loi de comportement réside dans la recherche du module de cisaillement initial G_0 .

La propagation d'ondes se fait dans un milieu élastique linéaire.

Si par contre l'amplitude du déviateur du tenseur de déformation devient plus importante, le comportement du sol devient anélastique avec des déformations irréversibles. Les déformations plastiques deviennent non négligeables, le module de cisaillement diminue lorsque la déformation cyclique augmente.

La réponse du sol est alors caractérisée par l'apparition de boucles appelées *boucles d'hystérésis*.

II.2.3 – Les courbes $G-\gamma$ et $D-\gamma$

On définit la courbe d'hystérésis obtenue pour un échantillon de sol soumis à des sollicitations sismiques, par deux paramètres :

Le module sécant G_s représentant la pente à l'origine de la droite joignant les deux extrémités de la boucle ; et le coefficient d'amortissement D , qui est une mesure de l'aire de la boucle. il caractérise l'énergie dissipée au cours du cycle.

On a donc :

$$G = \frac{\tau_c}{\gamma_c} \quad \text{et} \quad D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta w}{w} \quad (2.2)$$

ΔW est l'aire de la boucle hystérétique et W l'énergie de déformation emmagasinée durant le cycle ($W = \frac{1}{2} G \gamma_c$).

La figure 2.1 représente une boucle $\tau = f(\gamma)$ typique, obtenue pour un cycle fermé. Les paramètres G et D définis ultérieurement, dépendent de l'amplitude de la déformation cyclique. Cette dépendance est illustrée par les courbes $G/G_0 - \gamma$ et $D - \gamma$.

G_0 Représente la pente à l'origine du premier chargement. C'est le module de cisaillement pour les très faibles déformations ($G_0 = \rho\beta^2$).

Les courbes $G/G_0 - \gamma$ et $D - \gamma$ sont des courbes expérimentales réalisées à partir d'essais au laboratoire pour différentes natures de sols.

Ces courbes génériques sont la compilation d'un ensemble de résultats de tests en laboratoire et *in situ*.

II.2.4 – Notion d'amortissement

L'apparition d'une boucle d'hystérésis au cours d'un chargement cyclique met en évidence une dissipation d'énergie dans le matériau.

En effet l'amortissement matériel décrit le processus de conversion d'énergie cinétique et d'énergie potentielle en chaleur.

Il permet en outre, de maintenir, un système physique en résonance ; à une amplitude de déplacement limitée.

Cependant, deux types de matériaux présentant de l'amortissement peuvent être distingués :

- Ceux pour lesquels l'énergie dissipée dépend de la vitesse de déformation. C'est le cas des matériaux viscoélastiques linéaires. Par contre ce n'est pas le cas des sols pour lesquels l'expérience montre que l'énergie dissipée est indépendante de la vitesse de déformation.
- Ceux pour lesquels l'énergie de dissipation ne dépend pas de la vitesse de déformation. L'amortissement est dit hystérétique. Les sols font partie de cette catégorie de matériaux. Ils présentent des non- linéarités importantes à fort niveau de

déformation. Dans ce cas l'amortissement est dû aux déformations plastiques au niveau des grains.

On définit dans ce qui suit, quelques paramètres caractérisant l'amortissement :

- Le coefficient de perte, noté η , égal au rapport de l'énergie dissipée ΔW au cours d'un cycle à 2π fois l'énergie élastique W emmagasinée :

$$\eta = \frac{\Delta W}{2\pi W} \quad (2.3)$$

- La capacité d'amortissement spécifique χ , égale au rapport de l'énergie dissipée à l'énergie élastique emmagasinée :

$$\chi = \frac{\Delta W}{W} \quad (2.4)$$

- Le déphasage ϕ qui représente l'angle formé par les vecteurs représentant la contrainte (la force) et la déformation (le déplacement) lors d'un mouvement sinusoïdal.
- Le facteur de qualité Q qui est une mesure de l'atténuation de l'amplitude d'ondes se propageant dans le milieu du fait de l'absorption d'énergie par amortissement matériel.

On relie les paramètres précédant par les relations :

$$\eta = \frac{\Delta W}{W} = \text{tg}\phi = \frac{1}{Q} \quad (2.5)$$

II.3 Modèles de comportement

II.3.1- Modèle élastique :

On a vu précédemment que le sol présente un caractère non linéaire ne permettant pas au modèle élastique d'être totalement représentatif, tout au moins sur une plage de déformations étendue. Cependant, il existe des domaines pour lesquels ce modèle reste applicable.

Théorie de l'élasticité :

Lorsqu'un corps présente un comportement élastique parfait, il doit satisfaire aux conditions suivantes :

- L'application de contraintes extérieures provoque une déformation complète instantanée.
- En supprimant la contrainte, on revient à l'état initial.
- La déformation reste très faible, les relations contraintes–déformations sont linéaires.

Si de plus le corps est macroscopiquement isotrope, il satisfait à la lois de *Hook* généralisée dont l'écriture s'exprime comme suit :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \delta_{ij} = 0, & \text{si } i \neq j \\ \delta_{ij} = 1, & \text{si } i = j \end{cases} \quad (2.6)$$

λ et μ sont les paramètres de *Lamé* qui s'écrivent en fonction du module de *Young* E et du coefficient de *Poisson* ν par :

$$\begin{cases} \lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \\ \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \end{cases} \quad (2.7)$$

La relation (2.7) peut s'écrire pour une sollicitation de cisaillement simple (fig.2.1) :

$$\tau = G\gamma \quad (2.8)$$

où: G représente le module de cisaillement.

Dans le cas élastique linéaire, il y a identité entre ce module et le module G_s défini ultérieurement.

II.3.2 – Modèle viscoélastique linéaire équivalent

Les modèles viscoélastiques sont caractérisés par l'apparition de boucles d'hystérésis sous chargement cyclique; ces dernières ressemblent beaucoup à celles obtenues expérimentalement pour les sols. En effet, au cours d'un cycle de chargement, il se produit dans le sol une dissipation d'énergie dont la valeur est égale à la surface de la boucle d'hystérésis obtenue. La forme de cette boucle dépend du

niveau de cisaillement mais varie très peu avec les fréquences de sollicitation; ceci caractérise ce qu'on appelle un amortissement d'hystérésis. Un amortissement visqueux est au contraire dépendant des fréquences. En dépit de cette différence fondamentale entre ces deux types de comportement, on est tenté d'utiliser un tel modèle pour simuler le comportement réel du sol.

La méthode employée pour cet effet est dite linéaire équivalente. Elle consiste à remplacer le sol par un modèle présentant un matériau linéaire avec amortissement. Le modèle linéaire équivalent ainsi défini doit avoir des propriétés dissipatives plus ou moins équivalentes à celles du matériau réel. L'équivalence est dans ce cas fonction des caractéristiques du matériau et de la sollicitation. En ce qui concerne cette dernière, on prendra le cas de la sollicitation harmonique, base de la solution de beaucoup de problèmes.

Ce type de linéarisation est employé dans l'analyse de profils constitués de couches horizontales en considérant le mouvement sismique engendré par la propagation verticale d'ondes de cisaillement.

Approche de la méthode :

Dans le modèle de *Kelvin-Voigt* (fig.2.3), la contrainte de cisaillement s'exprime en fonction du module de cisaillement G et de la viscosité du matériau η par la relation :

$$\tau = G\gamma + \eta \dot{\gamma} \quad (2.9)$$

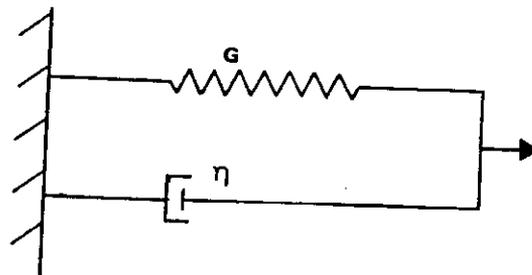


Fig.2.3 – Modèle de Kelvin-Voigt

En introduisant une sollicitation harmonique d'amplitude γ_0 et de pulsation ω , la distorsion γ aura la forme $\gamma = \gamma_0 e^{i\omega t}$ et la contrainte de cisaillement τ qui lui correspond sera donc :

$$\tau = (G + i\omega\eta')\gamma \quad (2.10)$$

Ainsi, l'équation précédente fait apparaître un module complexe de cisaillement noté G^* . La loi de comportement s'écrit de façon identique au cas de l'élasticité linéaire :

$$\tau = G^* \gamma \quad (2.11)$$

Pour faire l'équivalence entre les énergies dissipées par les deux systèmes, la partie imaginaire du module complexe dans le modèle doit être constante. Pour ce faire, on introduit un pourcentage d'amortissement D tenant compte de la nature hystérétique des sols.

$\omega\eta' = 2GD$ avec $D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W}$, le module complexe redevient

$$G^* = G(1 + 2iD) \quad (2.12)$$

Il représente dans ce cas la raideur complexe à résonance d'un oscillateur simple de raideur G et de pourcentage d'amortissement D .

La loi de comportement s'écrivant, comme indiqué précédemment, de façon analogue au cas de l'élasticité linéaire, il s'agit d'approcher les non linéarités en ajustant de façon itérative les caractéristiques G et D .

Le travail se fait pour chaque couche au niveau de la déformation moyenne pendant la sollicitation. On considère en premier lieu, des valeurs initiales de G et D en prenant pour G le module sécant G_s . Après formation du module complexe G^* , on résout le problème de propagation d'ondes dans un milieu élastique et on détermine la valeur de la déformation maximale γ_{\max} .

On estime une déformation moyenne γ_m prise arbitrairement égale à une fraction de la déformation maximale. Les courbes $G(\gamma)$ et $D(\gamma)$ nous permettent ensuite d'évaluer à partir de la valeur de γ_m les nouvelles caractéristiques. Le processus itératif s'enclenche par la suite jusqu'à ce que les déformations calculées correspondent au module et amortissement estimés à l'étape précédente. On dit alors que les caractéristiques G et D sont ajustées pour chaque couche pour être compatibles avec la déformation induite.

Détermination expérimentale des paramètres du modèle viscoélastique linéaire équivalent :

Les paramètres du modèle viscoélastique linéaire équivalent sont : le module G et le pourcentage d'amortissement critique D . Ils varient, tous deux, avec la déformation. Pour pouvoir modéliser correctement, des mesures expérimentales doivent être effectuées en parallèle. Des essais *in situ* et en laboratoire peuvent être effectués. Les essais en place sont basés sur la mesure d'une vitesse de propagation d'onde dans le sol

Détermination des paramètres du modèle viscoélastique linéaire équivalent :

Le problème des mesures des caractéristiques des sols constitue l'un des aspects fondamentaux de la mécanique des sols en général et de la dynamique des sols en particulier. Les modèles les plus élaborés, les calculs les plus compliqués ne sont d'aucune utilité, si les paramètres à entrer dans ces modèles, ou ces calculs, sont incorrectes ou mal connus. Pour toutes ces raisons, des essais doivent être établis pour déterminer les paramètres utilisés dans le modèle. Pour ce faire, de nombreux essais en laboratoire et *in situ* sont effectués. Nous allons présenter ci-dessous les plus importants.

Dans le cas viscoélastique linéaire équivalent, on a vu précédemment qu'il est caractérisé par deux paramètres : le module G et le pourcentage d'amortissement critique équivalent D qui varient, tous deux, avec la déformation. La détermination du module G_{\max} se fait à petites déformations, soit à l'aide d'essais en place par la mesure de la vitesse d'onde sismique ($G = \rho\beta^2$), soit à l'aide d'essais de laboratoire qui permettent de mesurer le module élastique. On citera essentiellement l'essai de colonne résonnante. Le principe de cet essai consiste à mettre un échantillon de sol sur une vibration forcée et à ajuster par la suite la fréquence d'excitation jusqu'à l'obtention de la résonance de l'éprouvette.

La connaissance de la fréquence de résonance et des dimensions de l'éprouvette permet de déterminer le module de *Young* dans le cas de vibrations longitudinales, ou de cisaillement dans le cas de vibrations de torsion. Lors de l'arrêt de la sollicitation,

l'échantillon revient au repos en vibrations libres, ce qui permet la mesure de l'amortissement matériel.

Pour les déformations plus élevées, on a usuellement recours à l'appareil triaxial cyclique qui permet l'enregistrement direct des boucles d'hystérésis du sol.

Plusieurs auteurs ont proposé des courbes expérimentales exprimant la variation des paramètres G et D en fonction de la déformation. Nous exposons dans ce qui suit le modèle proposé par *Hardin et Drnevich* ainsi que celui de *Seed et Idriss*.

Modèle de Hardin et Drnevich :

Les auteurs ont déterminé les différents paramètres pouvant influencer les valeurs de G et D et ont développé des relations pour les calculer. L'équation adoptée pour représenter la courbe contrainte-déformation est hyperbolique et a pour expression :

$$\tau = \frac{1}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}} \quad (2.13)$$

γ : la déformation de cisaillement

G_{\max} : le module de cisaillement égal à la pente à l'origine

τ_{\max} : la contrainte de cisaillement ultime (à la rupture).

L'étude a révélé qu'il est plus simple de définir le comportement du sol en utilisant une déformation normalisée qui est la déformation de référence γ_r tel que :

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_{\max}} \quad (2.14)$$

Hardin et Black ont montré que pour plusieurs sols, G_{\max} est donné par l'expression suivante :

$$G_{\max} = 1230 \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} (\text{OCR})^k \bar{\sigma}_o^{1/2} \quad (2.15)$$

e : indice des vides

OCR : degré de surconsolidation

K : paramètre dépendant de l'indice de plasticité (IP)

$\bar{\sigma}_o$: la contrainte effective moyenne

A partir du tracé du cercle de *Mohr*, on peut tirer :

$$\tau_{\max} = \left[\left[\frac{1+k_o}{2} \bar{\sigma}_v \sin \bar{\phi} + \bar{c} \cos \bar{\phi} \right]^2 + \left[\frac{1-k_o}{2} \bar{\sigma}_v \right]^2 \right]^{1/2} \quad (2.16)$$

$\bar{\sigma}_v$: la contrainte effective verticale

$\bar{c}, \bar{\phi}$: la cohésion et l'angle de frottement interne du matériau.

Les résultats expérimentaux ont conduit aux expressions :

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad (2.17)$$

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma_r}}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad (2.18)$$

D_{\max} est la valeur maximale de D.

quelques modifications ont ensuite été apportées pour mieux décrire ces résultats en introduisant une déformation hyperbolique :

$$\gamma_h = \frac{\gamma}{\gamma_r} \left[1 + a e^{-b \left(\frac{\gamma}{\gamma_r} \right)} \right] \quad (2.19)$$

a et b sont des constantes empiriques du sol (Annexe).

Les équations (2.17) et (2.18) deviennent :

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \gamma_h} \quad (2.20)$$

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{\gamma_h}{1 + \gamma_h} \quad (2.21)$$

Modèle de Seed et Idriss :

Seed et *Idriss* se sont servis de nombreux résultats d'essais de laboratoire et *in situ* pour représenter les valeurs de G et D pour différents types de sols, en fonction du niveau de déformation, sous forme de fuseaux.

L'essai le plus connu, est sans doute l'essai à la colonne résonnante cité plus haut. Cependant, ces courbes peuvent être obtenues à l'aide des relations de *Hardin-Drnevich*.

II.3.3 – Modèles non linéaires

Lorsque le comportement se trouve gouverné par des non linéarités très prononcées, le modèle viscoélastique linéaire équivalent ne permet plus d'apporter une solution satisfaisante. On a recours dans ce cas aux modèles non linéaires.

Éléments fondamentaux de la théorie incrémentale de plasticité

L'écoulement plastique d'un corps solide se caractérise par des déformations irréversibles qui se développent à partir d'un certain niveau de contrainte, appelé limite d'écoulement. Ces déformations ne dépendent pas seulement de l'état actuel de contraintes, mais aussi de l'histoire du chargement.

1 – Equations différentielles décrivant le comportement

La déformation est supposée statique est infinitésimale. De plus, on suppose que pour un incrément de contrainte, la variation de déformation correspondante $d\{\epsilon\}$ est définie comme la somme d'une déformation réversible (élastique) et d'une déformation irréversible (plastique) :

$$d\{\epsilon\} = d\{\epsilon\}_e + d\{\epsilon\}_p \quad (2.22)$$

Les incréments des déformations élastiques sont reliées aux incréments de contraintes par la loi de *Hooke* généralisée.

Pour obtenir les relations nécessaires entre les incréments de déformations plastiques et les incréments de contraintes, trois concepts fondamentaux sont utilisés :

- Le critère de plasticité qui généralise la notion du seuil de plasticité ;
- la règle d'écoulement qui définit la façon dont évolue la déformation plastique ;
- le phénomène d'écrouissage qui se traduit mathématiquement par l'évolution de la surface de charge dans l'espace des contraintes.

2 – Notion de surface de charge ou critère de plasticité

Il a été postulé que l'écoulement plastique tient lieu lorsque l'état de contraintes cumulé dans un point matériel atteint une valeur critique bien déterminée appelée limite d'écoulement.

par ailleurs, l'écoulement ne peut se produire que si les contraintes $\{\sigma\}$ vérifient un critère général de plasticité défini par : $F(\{\sigma\}) = 0$.

Le critère de plasticité est défini dans l'espace à n dimensions des contraintes, par une surface. Nous avons les trois cas suivants :

$F(\{\sigma\}) < 0$: l'état des contraintes est à l'intérieur du domaine élastique, le comportement du matériau est purement élastique.

$F(\{\sigma\}) = 0$: l'état des contraintes est sur la surface de charge.

$F(\{\sigma\}) > 0$: l'état des contraintes est physiquement impossible.

Par ailleurs, pour les matériaux isotropes, la surface de charge est invariable par rapport à tout système de coordonnées. On exprime dans ce cas le critère de plasticité en termes d'invariants du tenseur des contraintes et du tenseur des contraintes déviatoriques :

$$F(I_1, I_2, I_3, J_2, J_3) = 0 \quad (2.23)$$

Le premier, le deuxième et le troisième invariant du tenseur des contraintes sont donnés par :

$$I_1 = \text{tr} \sigma = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (\text{tr}^2 \sigma - \text{tr} \sigma^2)$$

$$I_3 = \det \sigma$$

J_2 et J_3 le deuxième et le troisième invariant de contraintes déviatoriques :

$$J_2 = I_1^2 - 2I_2$$

$$J_3 = I_1^3 - 3I_1 I_2 + 3I_3$$

Notion de règle d'écoulement

Le postulat fondamental de la théorie incrémentale de plasticité réside dans le fait qu'un écoulement matériel à l'état plastique est contrôlé par une certaine fonction qui dépend de l'état actuel des contraintes, nommé potentiel plastique. Si l'on suppose que le potentiel a la même forme que celle de la surface de charge, on peut donc l'exprimer :

$$Q(\{\sigma\}) = 0 \quad (2.24)$$

La règle d'écoulement énonce que l'incrément de déformation plastique est linéairement relié au gradient du potentiel plastique : toutes les déformations possibles sont coaxiales à la normale extérieure au potentiel plastique dans l'espace des contraintes, autrement dit :

$$\{d\varepsilon^p\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \{\sigma\}} \right\}, \quad d\lambda \geq 0 \quad (2.25)$$

$d\lambda$ est un scalaire incrémental non négatif appelé multiplicateur plastique. Il dépend de l'état actuel des contraintes, des déformations et de l'histoire entière du chargement.

On dit qu'un matériau est standard si son potentiel plastique et sa surface de charge sont identiques : ($F \equiv Q$). On parle donc d'une règle d'écoulement associée.

Règles d'écrouissage :

Les règles d'écrouissage permettent de définir l'évolution de la surface de charge résultant des déformations plastiques continues. Cela veut dire que l'état d'écrouissage n'évolue que lorsqu'il y a évolution de la déformation plastique. En fait, c'est la connaissance de l'histoire de l'état des contraintes qui définit l'état d'écrouissage du matériau.

L'équation de la fonction de charge peut être réécrite d'une façon plus générale :

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon^p\}) = 0 \quad (2.26)$$

ou $F(\{\sigma\}, h) = 0$

où : h représente une fonction scalaire des déformations plastiques appelé paramètre d'écroûissage.

Divers théories simplificatrices ont été construites pour décrire les règles d'écroûissage. On ne citera que la théorie de l'écroûissage isotrope, qui suppose une expansion ou contraction uniforme de la surface de charge initiale. En d'autres termes, la surface de charge actuelle se déduit de la surface de charge initiale par homothétie au fur et à mesure que les déformations plastiques se développent.

Relations incrementales pour un seul mécanisme plastique à écroûissage isotrope :

Les relations incrémentales permettent de décrire un comportement élasto-plastique avec écroûissage isotrope, et sont aussi applicables où un comportement élasto-plastiques parfait.

Lorsqu'on part d'un état plastique et on effectue un chargement on obtient un autre état plastique. On doit donc admettre que l'état de contrainte et d'écroûissage (σ, h) se situe obligatoirement sur la frontière du domaine d'élasticité actuel. Ceci signifie que $F(\{\sigma\}, h) = 0$. On a donc la relation :

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^p\} + d\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \tag{2.27}$$

Afin de définir complètement la relation de comportement, il convient d'exprimer le multiplicateur plastique $d\lambda$ soit en fonction de l'incrément de déformation, soit en fonction de l'incrément de contrainte.

soit après le calcul :

$$d\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \{d\varepsilon\}}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \tag{2.28}$$

On peut également écrire une relation plus générale liant les incréments de déformations de contraintes : c'est la relation du comportement élasto-plastique :

$$\{d\sigma\} = ([D] - [D^p])\{d\varepsilon\} = [D^{ep}]\{d\varepsilon\} = [D^{ep}]\{d\varepsilon\} \quad (2.29)$$

$$\text{où: } [D^p] = \frac{[D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D]}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \quad (2.30)$$

Le tenseur de comportement $[D^{ep}]$ ainsi défini est appelé matrice de comportement élasto-plastique. Celle-ci remplace la matrice d'élasticité $[D]$ dans l'analyse incrémentale $[D^{ep}]$ est symétrique et définie positive.

Le paramètre A est lié à la règle d'écoulement utilisée si le comportement est élasto-plastique parfait.

Pour résumer, les relations incrémentales élasto-plastiques reliant les contraintes aux déformations ont trois ingrédients :

- une fonction de charge permettant de définir une surface délimitant une zone élastique et une zone plastique ;
- une fonction d'écrouissage décrivant l'évolution de la surface de charge due aux déformations plastiques ;
- et finalement, une règle d'écoulement définissant la direction des déformations plastiques.

Cette règle régit également le phénomène de dilatance pendant la déformation plastique. Elle a donc un effet considérable sur la résistance du matériau.

Nous nous limiterons dans notre travail à un sol élasto-plastique et à une règle d'écoulement associée.

Nous nous proposons d'étudier dans ce qui suit le comportement élasto-plastique parfait d'une colonne de sol. On considère le cas d'une déformation plane incompressible dans le plan (σ_1, σ_2) .

nous avons dans ce cas :

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2.31)$$

L'étude de l'enveloppe des cercles de *Mohr* limites nous permet d'obtenir pour ce cas, une relation (σ, τ) qui se met sous la forme :

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \phi + c \quad (2.32)$$

ϕ : par définition s'appelle angle de frottement interne.

c : cohésion.

Dans notre cas :

Le Critère de *Drucker-Prager* s'exprime en fonction des invariants I_1 et J_2 par :

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \quad (2.33)$$

Les paramètres α et k sont des constantes du matériau, fonctions de l'angle de frottement interne ϕ et le cohésion c du sol.

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad , \quad k = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$$

La surface de charge dans le critère de *Drucker-Prager* représente dans l'espace des contraintes principales un cône à section circulaire dont l'axe de symétrie représente la droite de la contrainte hydrostatique (σ_3) .

Le critère de *Drucker-Prager* peut donc modéliser les sols à la fois frottants et cohérents.

Dans la pratique, cela consiste à déterminer les deux paramètres c et ϕ .

Réponse du sol à une onde sismique

III.1 – Introduction

Afin de déterminer la réponse d'un profil de sol à une sollicitation d'origine sismique, il est nécessaire de procéder à l'évaluation des accélérations, vitesses, déplacements et contraintes induits par le passage de l'onde. Ceci revient à résoudre le problème de propagation d'ondes dans un milieu continu et homogène, connaissant à priori le mouvement sismique en un point donné du site. Celui-ci pouvant être enregistré, soit sur un affleurement rocheux, soit à la surface libre d'un dépôt sédimentaire.

On a vu précédemment que le comportement du sol sous sollicitations cycliques peut présenter de fortes non linéarités avec un caractère dissipatif pouvant modifier la nature du mouvement. Pour pouvoir en tenir compte, quelques étapes indispensables à la résolution sont énumérées ci-dessous :

- Choix de la nature et la direction de propagation de l'onde incidente.
- Choix de la modélisation du milieu : modélisation d'ordre géométrique (milieu continu ou discrétisé) et le choix de la loi de comportement (viscoélasticité linéaire équivalente, non linéaire).
- Choix de la méthode d'intégration dans le domaine temporel (cas non linéaire) ou résolution analytique ou numérique dans le domaine des fréquences.
- Choix des caractéristiques de l'onde sismique.

Selon la distance par rapport à la source, le problème de propagation d'onde est tridimensionnel en champ proche (près de la faille) et bidimensionnel à une certaine distance de la faille. Si de plus le profil de sol est stratifié horizontalement, le problème devient unidimensionnel suivant la direction Oz.

En effet, sachant que les caractéristiques mécaniques d'un profil de sol croissent en profondeur, il existe à une certaine distance de la surface libre, une couche présentant

des caractéristiques beaucoup plus importantes que celles des couches sédimentaires, permettant de rendre le rapport d'admittance, défini par les lois de *Snell* (Annexe) très faible. En se propageant vers la surface, l'angle réfracté devient de plus en plus petit. Le mouvement est alors quasiment vertical. On considère dans ce cas, que le mouvement vertical est induit par la propagation d'ondes P et les mouvements horizontaux par la propagation d'ondes S.

Nous ne considérons dans ce qui suit que l'effet de la propagation d'ondes SH dans le sol. Nous spécifions notre étude dans un premier temps dans le cadre d'un milieu purement élastique; les non linéarités du sol vont être introduites par la suite.

III.2 - Propagation d'une onde SH dans un milieu stratifié – Méthode de Thomson–Haskell :

Considérons le modèle d'un profil de sol stratifié horizontalement, où l'onde incidente est une onde plane SH (associée à un déplacement selon l'axe oy) d'incidence i et de pulsation $\omega = 2\pi f$.

La méthode de *Thomson–Haskell* proposée ci-dessous, nous permet d'avoir les coefficients de transmission et de réflexion à travers un empilement de couches horizontales (Fig.3.1).

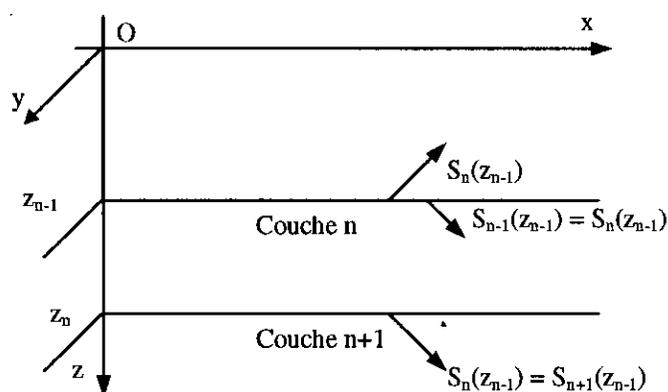


Fig.3.1

III.2.1 –Exposé de la méthode :

Soit un vecteur S_n ayant comme composantes toutes les quantités scalaires permettant d'assurer les conditions de continuité, à savoir : les composantes de déplacement et les composantes de contraintes sur une interface plane du profil.

En passant du toit de la couche n à celui de la couche sous-jacente $n+1$, la relation liant les deux vecteurs S_n et S_{n+1} est la suivante (voir fig. 3.1) :

$$S_{n+1}(z_n) = G_n S_n(z_{n-1}).$$

Pour le cas d'une onde SH, le déplacement est induit par le passage de deux ondes :

L'une se propageant vers le haut :

$$V^i = A e^{i(kx-sz-\omega t)} \quad (3.1)$$

L'autre se propageant vers le bas:

$$V^r = A e^{i(kx+sz-\omega t)} \quad (3.2)$$

$$\text{avec : } k = \omega \frac{\sin i}{\beta}, \quad \text{et } s = \omega \frac{\cos i}{\beta}$$

à une profondeur $z = z_{n-1}$, le vecteur S_n défini précédemment, s'écrit :

$$S_n(z_{n-1}) = \begin{vmatrix} V_n \\ \mu_n \frac{1}{i} \frac{\partial V_n}{\partial z} \end{vmatrix} \quad \text{soit} \quad S_n(z_{n-1}) = \begin{vmatrix} V_n^i + V_n^r \\ \mu_n S_n (V_n^r - V_n^i) \end{vmatrix} \quad (3.3)$$

$$s_n = \omega \frac{\cos i_n}{\beta_n}$$

μ_n est la rigidité de la couche n .

Les conditions de compatibilité à l'interface des deux milieux s'écrivent :

Continuité des déplacements :

A une interface définie par $z = z_n$, et juste en dessous, nous avons :

$$V_{n+1} = V_{n+1}^r + V_{n+1}^i \quad (3.4)$$

Juste en dessus:

$$V^r = V_n^r e^{is_n h_n}$$

$$V^i = V_n^i e^{-is_n h_n} \quad \text{avec} \quad V = V_n^r + V_n^i \quad (3.5)$$

V étant le déplacement à l'intérieur de la couche n .

V_n et V_{n+1} sont les déplacements au niveau de l'interface n et $n+1$ respectivement. En assurant la continuité des déplacements, nous obtenons:

$$V_{n+1}^i + V_{n+1}^r = (V_n^r + V_n^i) \cos(s_n h_n) + i(V_n^r - V_n^i) \sin(s_n h_n) \quad (3.6)$$

Continuité des contraintes :

juste en dessous de z_n :
$$\mu_{n+1} \frac{\partial V_{n+1}}{\partial z} = i\mu_{n+1} s_{n+1} (V_{n+1}^r - V_{n+1}^i) \quad (3.7)$$

juste en dessus, la contrainte vaut : $\mu_n s_n V_n^r e^{is_n h_n} - \mu_n i s_n V_n^i e^{-is_n h_n}$

On assure la continuité des contraintes en posant :

$$\mu_{n+1} s_{n+1} (V_{n+1}^r - V_{n+1}^i) = \mu_n s_n (V_n^r - V_n^i) \cos(s_n h_n) + i(V_n^r + V_n^i) \sin(s_n h_n) \quad (3.8)$$

La formation du vecteur S_{n+1} se fait par la relation : $S_{n+1}(z_n) = G_n S_n(z_{n-1})$, qui définit la matrice de transfert G_n comme suit :

$$G_n = \begin{pmatrix} \cos(s_n h_n) & i(\mu_n s_n)^{-1} \sin(s_n h_n) \\ i\mu_n s_n \sin(s_n h_n) & \cos(s_n h_n) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Si l'on désire avoir la matrice de transfert entre une couche de rang n et la surface libre, la matrice de transfert liant les deux endroits est le produit des matrices G_i tel que :

$$\begin{vmatrix} V_n^r + V_n^i \\ \mu_n s_n (V_n^r - V_n^i) \end{vmatrix} = G_{n-1} \cdot G_{n-2} \cdots G_1 \begin{vmatrix} V_1 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

avec V_1 : déplacement à la surface libre. A cet endroit la contrainte est nulle.

En appelant A le produit des matrices G_i , nous avons :

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Le coefficient de réflexion R défini par le rapport de l'amplitude de l'onde qui se propage vers le haut (V^i) et celle qui se propage vers le bas (V^r), s'écrit :

$$R = \frac{\mu_n s_n A_{11} + A_{21}}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}} \quad (3.12)$$

Le déplacement en surface s'obtient par :

$$V_1 = \frac{2\mu_n s_n V^i}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}} \quad (3.13)$$

La quantité $\frac{\mu_n s_n}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}}$ est le coefficient d'amplification de la structure ou fonction de transfert.

III.2.2 – fonction de transfert :

Pour pouvoir évaluer la réponse d'un profil de sol a une excitation sismique, on définit une grandeur fonction de la fréquence permettant d'exprimer la valeur de l'amplification du profil.

Elle est en général, calculée pour évaluer l'amplification au niveau de la surface libre.



On définit la fonction de transfert comme étant le rapport reliant l'amplitude du déplacement à la surface de la couche de sol (le point A sur la figure) a l'amplitude du déplacement à l'interface (le point B), soit $T_{1,2}$ cette fonction Nous avons, d'après la

méthode de *Thomson-Hashell* : $T_{12} = \frac{1}{A_{11}}$ (3.14)

Si de plus on désire relier l'amplitude du déplacement au point A à celle du point B' situé à un affleurement rocheux, la fonction de transfert est définie par:

$$T_{12}^* = \frac{\mu_n s_n}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}} \quad (3.15)$$

On remarque cependant que cette fonction passe par des extremums correspondant aux minimums de $|\mu_n s_n A_{11} - A_{21}|$

Ils correspondent à des périodes de résonance $T = \frac{4h \cos i_1}{(2n+1)\beta_1}$, l'amplification maximale survient aux fréquences $f_n = \frac{(2n+1)\beta_1}{4h \cos i_1}$.

Pour une incidence verticale, la fréquence fondamentale est : $f = \frac{\beta_1}{4h}$.

L'amplification minimale est égale à 1 et survient aux fréquences : $f'_n = \frac{n\beta_1}{2h}$.

La notion de fonction de transfert permet de donner des informations rapides sur l'effet des couches sédimentaires superficielles sur l'amplification du mouvement. Elle permet de nous donner la plage de fréquences pour laquelle le sol peut avoir des conséquences dangereuses sur les ouvrages se trouvant à sa surface. Par conséquent, sa détermination constitue une étape fondamentale pour le calcul des accélérations et du spectre de réponse à la surface libre.

III.3 – Réponse d'un profil viscoélastique à une onde SH

Considérons dans ce cas l'effet de la prise en compte de l'amortissement lors du passage d'une onde SH à travers un profil de sol stratifié horizontalement tel que défini précédemment (n couches sédimentaires). Appliquons dans ce cas aussi la méthode de *Thomson-Haskell* en introduisant dans l'expression de la solution harmonique, un terme γ fonction de l'amortissement.

Le déplacement de l'onde incidente devient :

$$V^i = A e^{i(-sz - \omega t)} e^{-\gamma z} \quad (3.16)$$

de même pour l'onde réfléchie :

$$V^r = B e^{i(sz - \omega t)} e^{+\gamma z} \quad (3.17)$$

Si W est l'énergie dissipée par le matériau à un temps t et W' l'énergie dissipée au

$$\text{temps } t+T, \text{ alors : } \frac{\Delta W}{W} = 2\gamma\lambda \quad (3.18)$$

λ, T représentent respectivement la longueur d'onde et la période.

Par ailleurs, le coefficient de perte η est défini par la relation :

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{Q} \quad (3.19)$$

Q est le coefficient de qualité, il mesure l'atténuation de l'amplitude des ondes sismiques suite à une absorption d'énergie par amortissement matériel.

La résolution du problème revient à introduire dans les équations obtenues pour le cas élastique un module de cisaillement complexe noté G^* avec :

La méthode de *Thomson-Haskell* s'appliquera comme précédemment pour obtenir la réponse du sol.

L'évaluation de la réponse du sol à une excitation transitoire générée au niveau du substratum rocheux, (généralement à l'affleurement) se fait à l'aide de la réponse à une onde monochromatique stationnaire par résolution du problème dans le domaine fréquentiel. L'onde incidente est ainsi décomposée en ondes harmoniques à l'aide d'une transformée de *Fourier*. Le mouvement de référence s'écrit sous la forme d'une série

de *Fourier* tronquée : $\ddot{y} = \text{Re} \sum_{s=0}^{M/2} y_s e^{i\omega_s t}$

où y désigne l'amplitude de l'harmonique $\omega_s = \frac{2\pi s}{T}$, T la durée du séisme, M le nombre de valeurs données pour représenter le séisme (il est pris sous la forme 2^n), Re désigne la partie réelle.

Pour chaque harmonique y_s , la solution au niveau de la couche j , s'écrit :

$$U_{j,s} = y_s T_{j,n}(\omega_s)$$

Les solutions individuelles recomposées en série de Fourier sont alors données par:

$$u_j = \text{Re} \sum_{s=0}^{M/2} y_s T_{j,n}(\omega_s) e^{i\omega_s t} \quad (3.20)$$

Finalement on obtient :

- L'accélérogramme $\ddot{y}(t)$ au niveau du substratum rocheux;
- Le spectre de Fourier $|y_s|$ de l'accélérogramme;
- La fonction de transfert $|T_{1,n+1}^*|$ au niveau de la surface libre;

- Le spectre de *Fourier* à la surface libre $|\ddot{u}_s|$;
- Enfin, l'accélérogramme à la surface libre.

Une fois l'équation (3.20) résolue, ceci nous permettra d'évaluer en tout point du profil, la vitesse et le déplacement par intégration (division par ω_s et ω_s^2).

La fonction de transfert apparaît comme une étape indispensable dans l'évaluation de la réponse.

Elle constitue l'étape la plus longue parmi celles décrites ci-dessus.

III.4 – Réponse non linéaire à une onde SH :

En réalité, le sol a un caractère fortement non linéaire. Les paramètres qui le décrivent sont en fait variables à chaque instant. Tant que le niveau de déformation n'excède pas une certaine limite, le modèle décrit précédemment fournit des résultats satisfaisants. Au-delà, le recours aux modèles non linéaires est indispensable.

Une loi de comportement non linéaire se caractérise par une variation, à chaque instant, des caractéristiques du sol. Si l'on considère le cas unidimensionnel, il s'agit du module de cisaillement G puisque le caractère dissipatif du sol est inclus dans la loi de comportement.

Dans ce cas, la solution au problème de propagation ne peut plus se faire dans le domaine des fréquences par l'analyse de *Fourier*, car celle-ci suppose les caractéristiques invariables dans le temps.

On doit dans ce cas, intégrer pas à pas dans le temps, l'équation complète du mouvement avec tous ses termes, linéaires et non linéaires.

III.4.1 – Résolution de l'équation du mouvement :

On veut déterminer la réponse d'un profil constitué de plusieurs couches de sol de différentes natures. Dans notre cas on considère le profil comme une colonne modélisée en éléments finis isoparamétriques à quatre nœuds. Pour pouvoir simuler le

mouvement engendré par l'onde SH, le déplacement vertical est imposé nul et on ne garde que la composante horizontale.

L'équation d'équilibre mécanique d'un tel système se traduit par l'expression :

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = -[M]\ddot{u}_s$$

qui s'écrit sous la forme incrémentale :

$$[M]\Delta\ddot{u} + [C]\Delta\dot{u} + [K]\Delta u = -[M]\Delta\ddot{u}_s$$

où M, C, K sont respectivement les matrices masse, amortissement et rigidité du système et u, \dot{u}, \ddot{u} respectivement les vecteurs déplacement, vitesse et accélération.

En analyse non linéaire, il est impossible de faire une décomposition modale pour résoudre le système, car on ne peut plus suivre dans ce cas la variation des caractéristiques.

Le recours à une méthode d'intégration de l'ensemble de l'équation s'impose. L'intégration se fait alors pas à pas.

Les matrices sont formées à partir de matrices élémentaires. Les matrices globales sont obtenues par un assemblage de ces matrices. Les matrices [M], [C] et [K] ont alors pour expression :

$$K = \int_{\Omega} [B]^T [D^{ep}] [B] d\Omega$$

$$C = \sum_{i=1}^N [a_i [M^e] + b_i [K^e]]$$

$$M = \int_{\Omega} [N]^T \rho [N] d\Omega$$

La matrice N est la fonction de forme, B est la dérivée de la fonction de forme. Les coefficients a_i et b_i de la matrice amortissement sont obtenus à partir de la matrice

amortissement définie par : $\xi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix}$

Elle est obtenue en ne considérant que les deux premiers modes de vibration.

La procédure de résolution se fait pas à pas, à chaque pas de temps Δt . La réalisation des étapes des éléments finis permet de savoir si l'on se trouve dans le domaine élastique; auquel cas on calcule les incréments des contraintes $\Delta\sigma$ à partir des incréments de déformation $\Delta\varepsilon$ par la loi élastique; ou si l'on se trouve dans le domaine plastique, ($F(\sigma_o + \Delta\sigma) > 0$) auquel cas un procédé itératif permet de se ramener sur la surface du critère de plasticité.

Pour résoudre l'équation différentielle, plusieurs chemins d'intégration pas à pas ont été proposés. Le principe consiste à choisir une forme de la fonction d'accélération sur l'intervalle de temps. Celle-ci est supposée égale à une fonction constante dans l'intervalle de temps.

Si l'on considère la méthode de *Newmark* pour laquelle le développement de *Taylor* du second ordre des inconnues \dot{u} et u est donné par :

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + [(1 - \delta)\ddot{u}_t + \delta\ddot{u}_{t+\Delta t}] \Delta t \quad (3.21)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{u}_t + \alpha \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2$$

Les paramètres α et δ sont choisis de façon à optimiser la solution donnée par l'intégration numérique : ($\delta = 1/2$, $\alpha = 1/6$).

A partir des équations (3.21), on obtient des relations de $\Delta\dot{u}$ et $\Delta\ddot{u}$ en fonction de Δu . On les injectes dans les équations d'équilibre sous forme incrémentale.

L'équation obtenue est de la forme :

$$\tilde{k} \Delta u = \Delta F \quad (3.22)$$

c'est le système statique équivalent.

On résout ensuite le système.

La matrice rigidité \tilde{k} s'écrit $\tilde{k} = k + a_o m + a_1 c$ ainsi que le vecteur charge :

$$\Delta \tilde{F} = \Delta F + M(a_o u_t + a_2 \dot{u}_t + a_3 \ddot{u}_t) + M(a_1 u_t + a_4 \dot{u}_t + a_5 \ddot{u}_t)$$

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}, \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1, \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right),$$

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta)$$

La résolution du système statique équivalent nous permet d'obtenir $u_{t+\Delta t}$, c'est à dire le déplacement au temps $t+\Delta t$.

En supposant un état linéaire dans le pas Δt , la contrainte σ est alors obtenue par la loi élastique. La contrainte obtenue nous permet d'avoir les invariants I_1 et J_2 caractérisant le caractère de *Drucker-Prager* : $F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k$

Sil la fonction $F < 0$: on est dans le domaine élastique, par contre si on a $F > 0$ cela n'a aucune signification physique. On doit ramener la contrainte sur la surface de charge. Pour cela un procédé itératif s'enclenche jusqu'à ce que l'on tombe sur le critère de plasticité. On obtient après cela la contrainte plastique déterminée à l'aide de l'équation (3.22). Si les deux contraintes coïncident, la contrainte σ est solution du système pour le pas de temps Δt . Sinon on recalcul σ mais cette fois-ci celle obtenue par le critère. La matrice rigidité $[K]$ qui constitue la matrice $\tilde{k} (*)$ change. La matrice amortissement change aussi ($C = \alpha M + \beta K$).

On dit qu'il y a convergence, lorsque tous les éléments du système convergent pour le pas Δt .

Dimension des éléments :

La transmission correcte des hautes fréquences impose une dimension maximale aux éléments, au plus égale à une fraction de la longueur d'onde correspondante. On retient généralement une valeur comprise entre 1/8 et 1/6 de la longueur d'onde :

$$h \leq \frac{\beta}{(6 \text{ à } 8) f_{\max}} \quad (3.23)$$

où f_{\max} représente la fréquence la plus élevée à transmettre et β la vitesse de propagation des ondes de cisaillement.

Cette condition fixe la taille de la plus petite longueur d'onde (celle correspondant à f_{\max}).

Résultats et Interprétation

Application

Introduction

Nous allons tout au long de ce chapitre, essayer de mettre en évidence l'influence de certains paramètres sur la modification du mouvement sismique et ce, suite au passage de l'onde à travers un empilement de couches sédimentaires.

Nous considérons dans un premier temps le sol se comporter comme un matériau élastique linéaire. Ceci est valable pour des niveaux de déformation n'excédant pas $\sim 10^{-5}$.

Nous introduisons par la suite les non linéarités en considérant l'approche viscoélastique linéaire équivalente. Cette approche sera comparée avec les résultats obtenus par une approche non linéaire.

On adoptera pour cet effet un programme de calcul de structure en élastoplastique pour lequel on a effectué quelques modifications pour pouvoir être appliqué à notre cas.

Nous assimilons à la base de la couverture sédimentaire un mouvement donné par un accélérogramme (on prendra celui d'El Asnam). Ceci sera le mouvement de référence à partir duquel on estimera la réponse du sol au niveau de la surface libre. Nous nous bornerons au cas de la propagation verticale d'une onde SH.

Domaine élastique linéaire

L'expression de la fonction de transfert donnée par l'équation (3.15) nous permet de tirer les paramètres pouvant modifier la réponse du mouvement, à savoir :

- la hauteur de la couche de sol ;
- les caractéristiques géotechniques du sol et du substratum ;
- l'angle d'incidence.

Notre choix s'est porté sur trois natures différentes de sol : une couche d'argile, une couche de sable et une vase. L'assise rocheuse sera l'une des trois suivantes : dolomie, craie, grès. La hauteur sera prise égale à 50 m, 100 m et 250 m. Les résultats obtenus sont donnés sur la figure (4.1).

Interprétation

Influence de la hauteur

Les caractéristiques des sols, et ceux des roches sont :

Type de sol	ρ (kg/m ³)	β (m/s)
Dolomie	2900	3600
Craie	2300	1300
Grès	2100	1200
Argile	2400	800
Sable	1700	500
Vase	1500	100

Lorsque la hauteur de la couche de sol sédimentaire augmente, la fréquence du mode fondamental diminue, ce qui est en accord avec la théorie où : $f = \frac{\beta}{4}h$

β étant la vitesse de propagation des ondes SH, elle est constante dans chaque couche. f : la fréquence du mode fondamental, ainsi dans le cas d'un demi-espace de dolomie surmonté par une couche de sable et pour une largeur de bande de 25 Hz (Fig. 4.1).

- Pour une hauteur de 50 m, 5 pics d'amplification, le premier au voisinage de 2,5 Hz
- Pour 100 m, 10 pics d'amplification, le premier au voisinage de 1,5 Hz
- Pour 250 m, 125 pics d'amplification, le premier au voisinage de 0,5 Hz

Nous constatons que plus la hauteur augmente, plus le rapport d'amplification augmente, et les fréquences tendent vers les basses fréquences, l'amplification étant plus prononcée dans les sols lâches (vase) :

- Pour une hauteur de 100 m, le rapport d'amplitude est au voisinage de 5 Hz pour l'argile, 8,5 Hz pour le sable et 9 Hz pour la vase.

Influence de la nature du substratum rocheux

Pour étudier la variation de la fonction de transfert, nous avons considéré trois types de rochers : dolomie, grès et craie, de caractéristiques mécaniques différentes (Fig.4.2).

On remarque que pour tous les sols étudiés à une hauteur de 100 m, la valeur de la fréquence fondamentale n'est pas affectée par le type de l'assise rocheuse, il y a par contre une variation des amplitudes dues à la densité des rochers. Plus le rocher est dense, plus l'amplitude augmente. Ceci peut être expliqué par le rapport d'impédance

$$\alpha = \frac{\rho_r V_r}{\rho_s V_s}$$

ρ_r , V_r , ρ_s , V_s sont les caractéristiques du rocher et du dépôt sédimentaire respectivement. Lorsque ce rapport tend vers 1, i. e., lorsque les propriétés du sol et du rocher sont les mêmes, l'onde traverse l'interface sol-rocher sans aucune réflexion vers le haut. Le rocher absorbe entièrement le signal et le mouvement du profil se trouve entièrement amorti. Pour les contrastes d'impédance de plus en plus élevés, les réflexions au niveau du rocher sont plus importantes. Ce dernier absorbe de moins en moins le signal sismique. L'onde effectue alors des allés et retours dans le profil avec peu ou pas d'amortissement produisant ainsi des oscillations.

Réponse d'une couche de sol à l'aide du modèle

viscoélastique linéaire équivalent

On s'intéresse à présent à l'étude de l'effet qu'introduit la prise en compte de l'amortissement matériel dans la réponse du sol.

Les courbes $G-\gamma$ et $D-\gamma$ utilisées pour le calcul linéaire équivalent sont représentées sur la figure (4.3-a et 4.3-b). L'effet de l'amortissement est illustré sur les figures (4.4 et 4.5) où on obtient des atténuations des amplitudes qui sont plus prononcées lorsqu'on augmente la hauteur. On remarque que les sols fermes tendent à ramener le mode fondamental vers les hautes fréquences contrairement aux sols lâches.

pour bien illustrer la réponse à une onde SH dans le domaine viscoélastique linéaire équivalent, on a présenté sur la figure (4.6) la réponse à partir de l'accélérogramme à la base (affleurement rocheux), passant par le spectre de *Fourier* de cet accélérogramme, la fonction de transfert à la surface, le spectre de *Fourier* à la surface et enfin l'accélération à la surface.

Réponse d'un profil de sol – Application

Considérons le cas d'un profil de sol dont les caractéristiques sont les suivantes :

Type de sol	ρ (kg/m ³)	β (m/s)	h (m)
Argile	1800	350	15
Sable	1900	450	12
Argile	2000	500	8
Dolomie	2900	3600	∞

Nous assimilons à sa base rocheuse, un mouvement donné par un accélérogramme, nous calculons par la suite la réponse obtenue au niveau de la surface libre de ce profil. Une comparaison entre l'approche viscoélastique linéaire équivalente et l'approche linéaire est donnée sur la figure (4.5); elle représente la réponse obtenue en utilisant les

deux approches. On constate que la prise en compte de l'amortissement matériel fait introduire une atténuation forte du signal sismique; ce qui est en accord avec la réalité. Comparant au model élastique le modèle viscoélastique linéaire équivalent a tendance à filtrer les hautes fréquences.

Parmi les limitations du modèle viscoélastique linéaire équivalent, son incapacité à calculer les déplacements permanents. On a eu recours au modèle non linéaire pour lequel le déplacement maximal relatif, vitesse maximale relative et l'accélération maximale absolue (Fig.4.8).

Toutes les observations qu'on a faites doivent être confortées par la prise en compte d'un modèle de comportement non linéaire, néanmoins divers auteurs ont indiqués qu'en règle générale pour des niveaux de sollicitations pas trop élevés, le modèle viscoélastique linéaire équivalent conduit à des résultats parfaitement valables. Les non linéarités étant prises en compte de façon satisfaisante par le processus itératif et le caractère dissipatif correctement représenté à l'aide du module complexe.

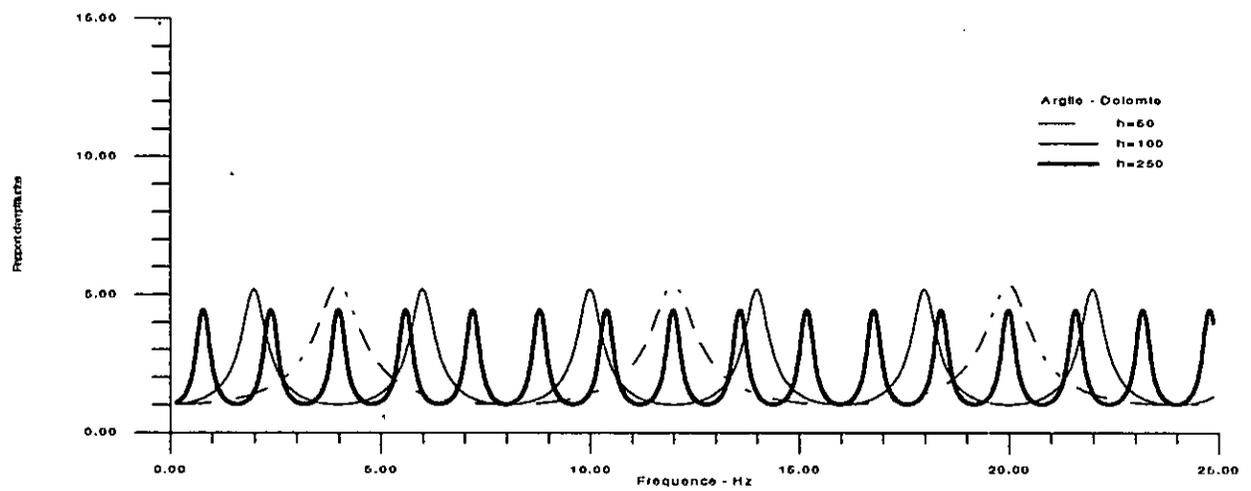
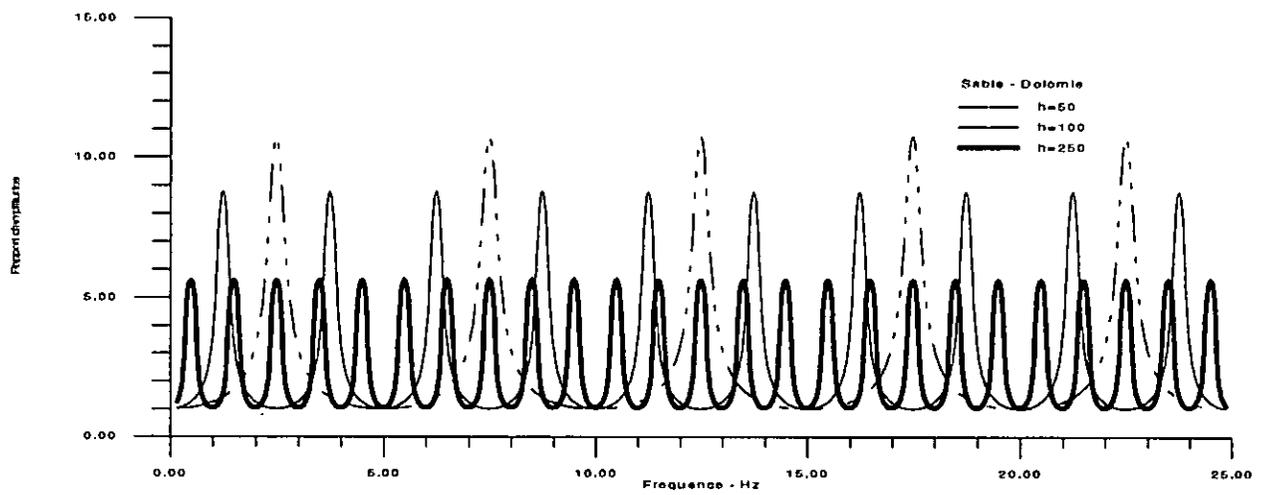
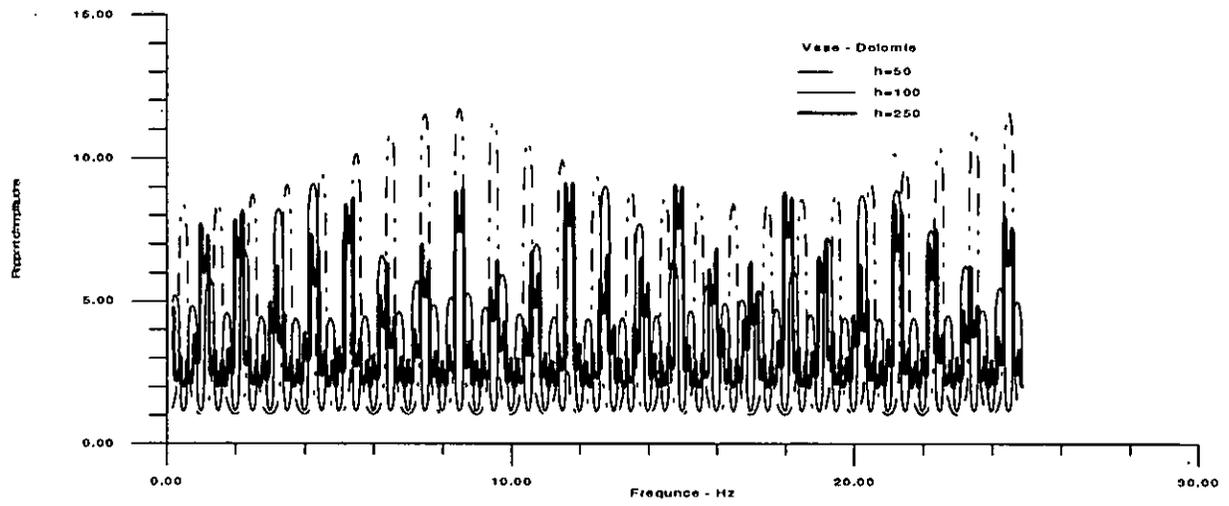


Fig.4.1 : Influence de la hauteur – modèle élastique

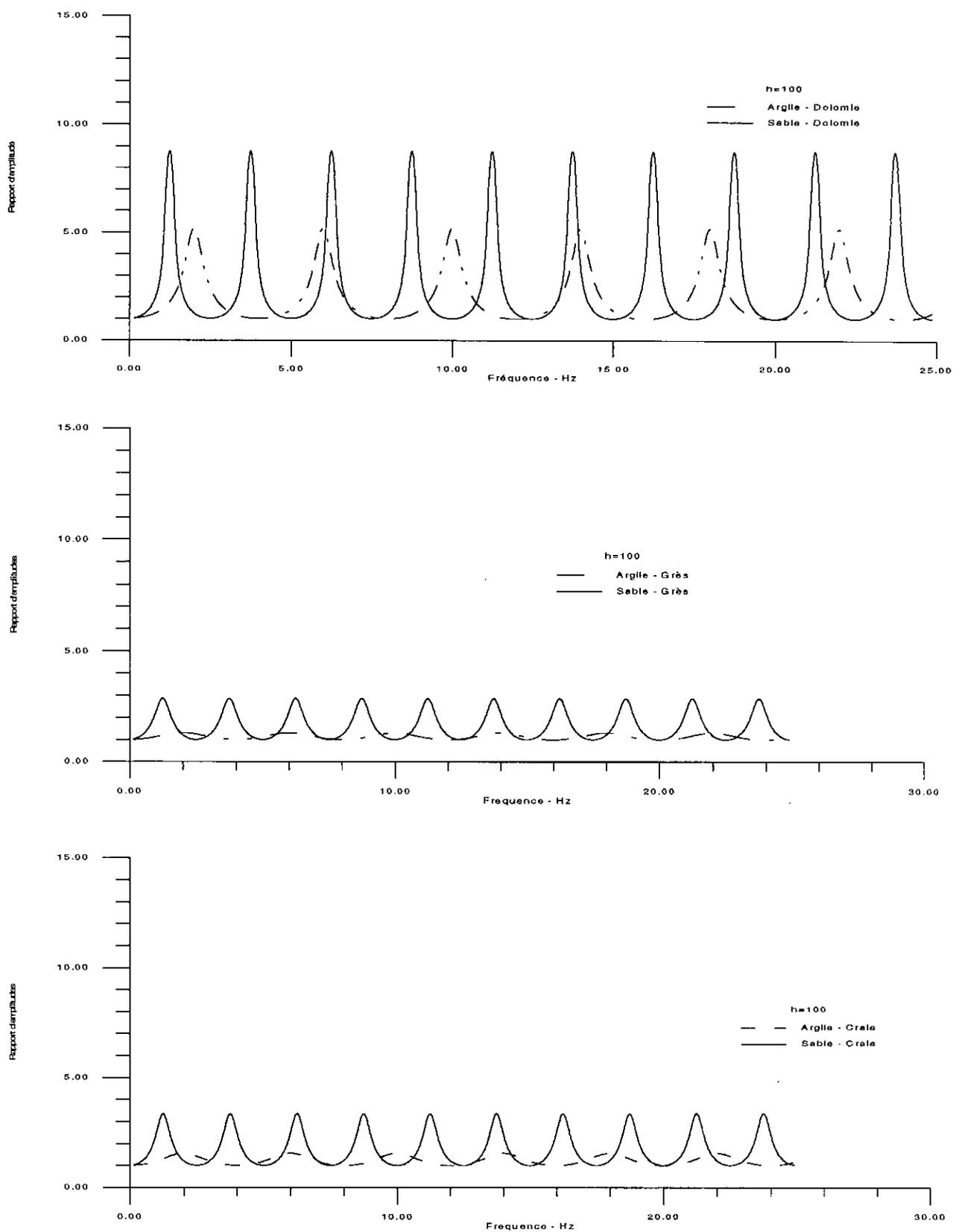


Fig.4.2-a : Influence de l'assise rocheuse – modèle élastique

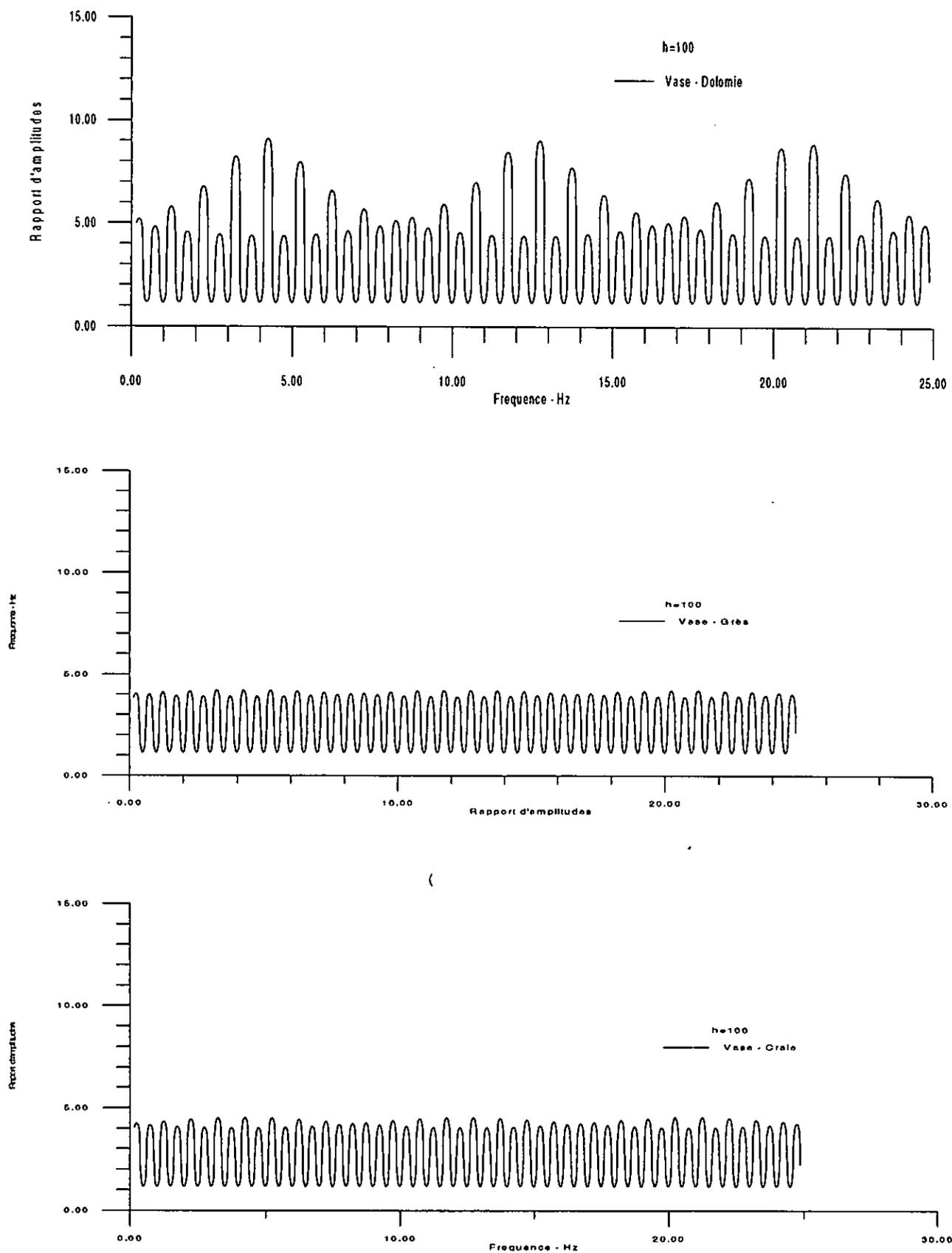


Fig.4.2-b : Influence de l'assise rocheuse – modèle élastique

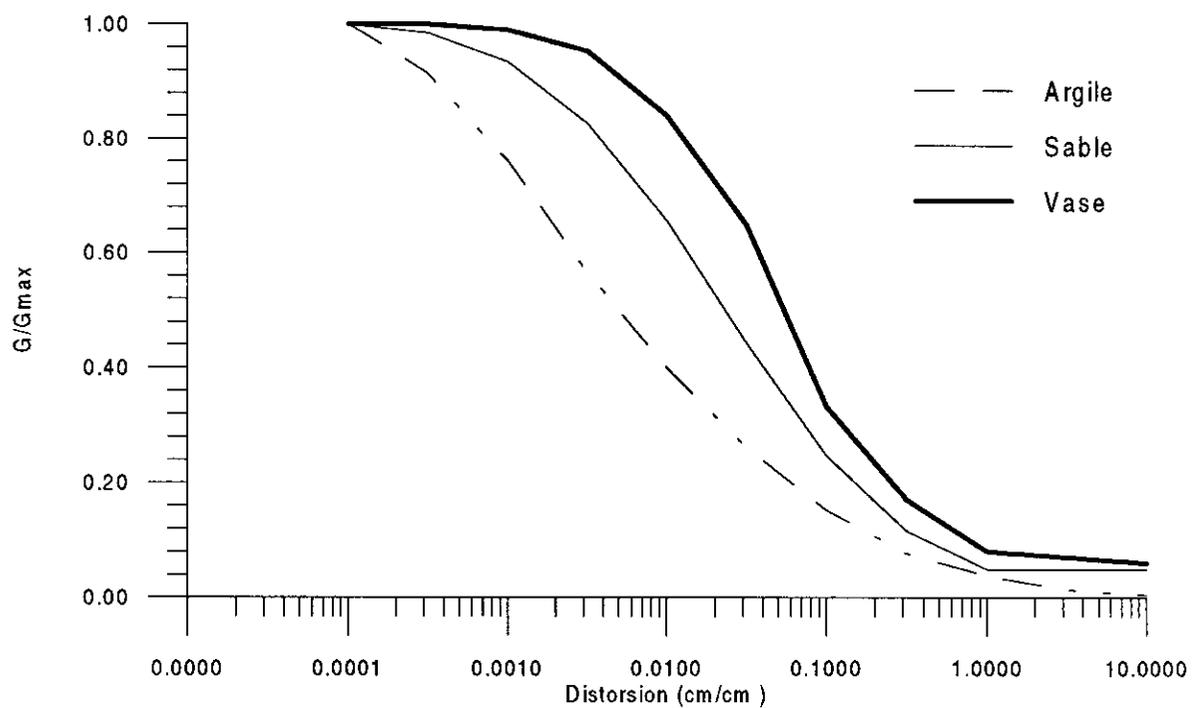


Fig.4.3-a : G/G_{max} en fonction de la distorsion

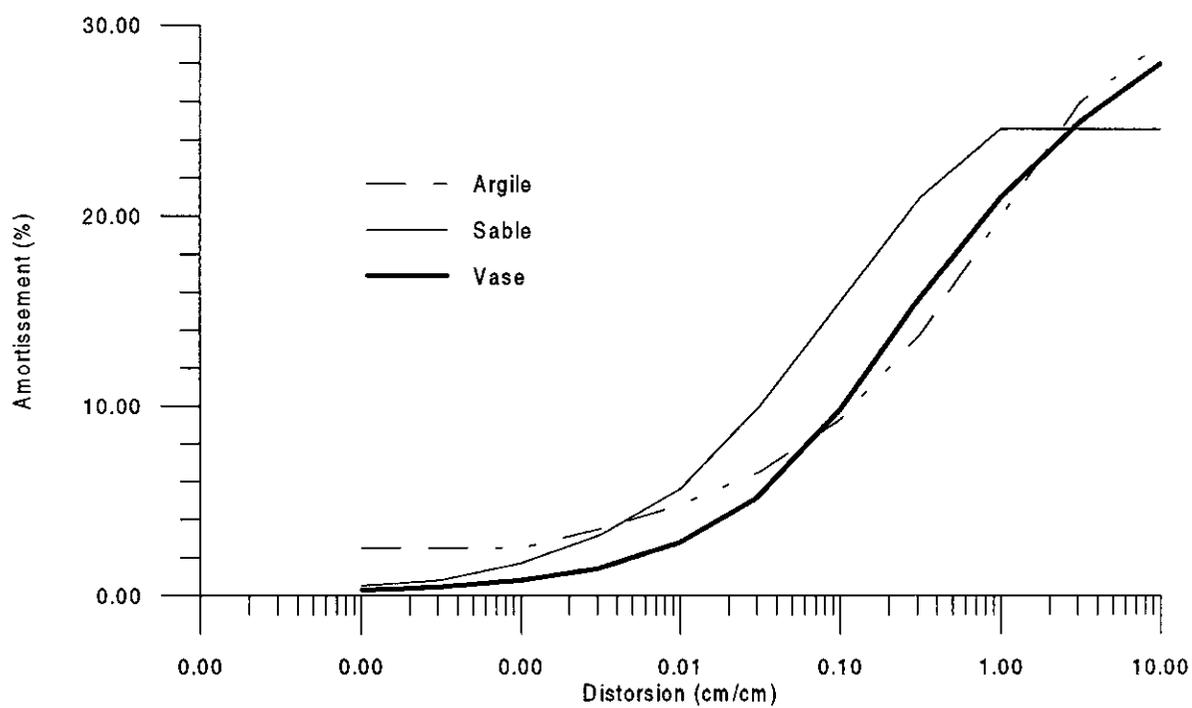


Fig.4.3-b : Pourcentage d'amortissement en fonction de la distorsion

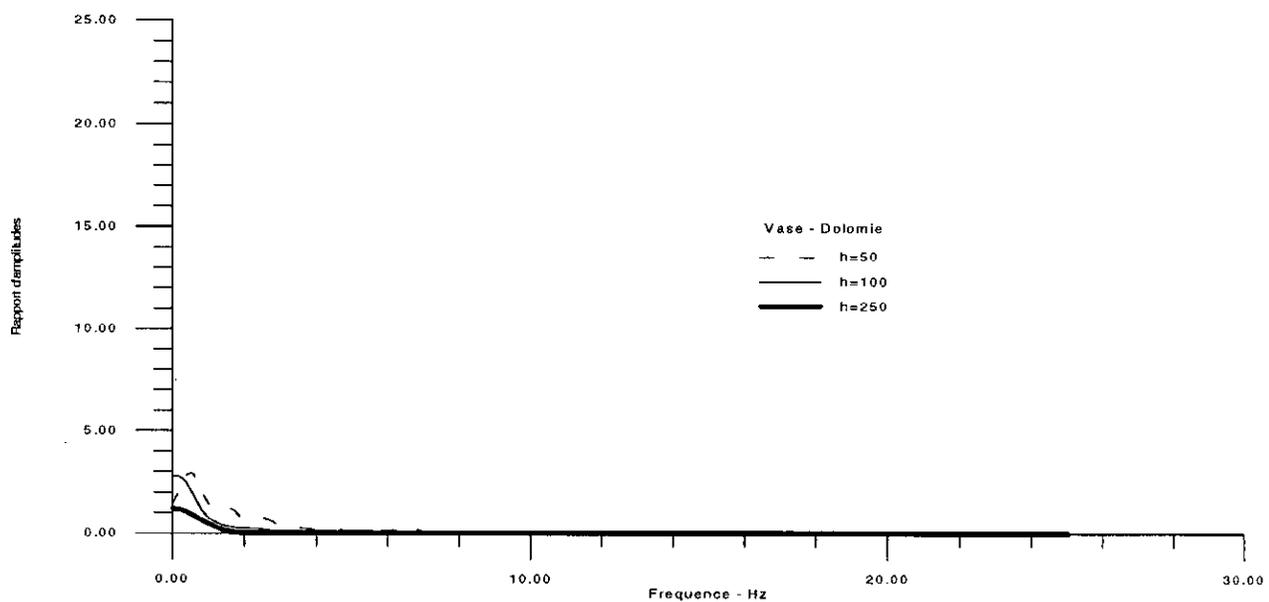
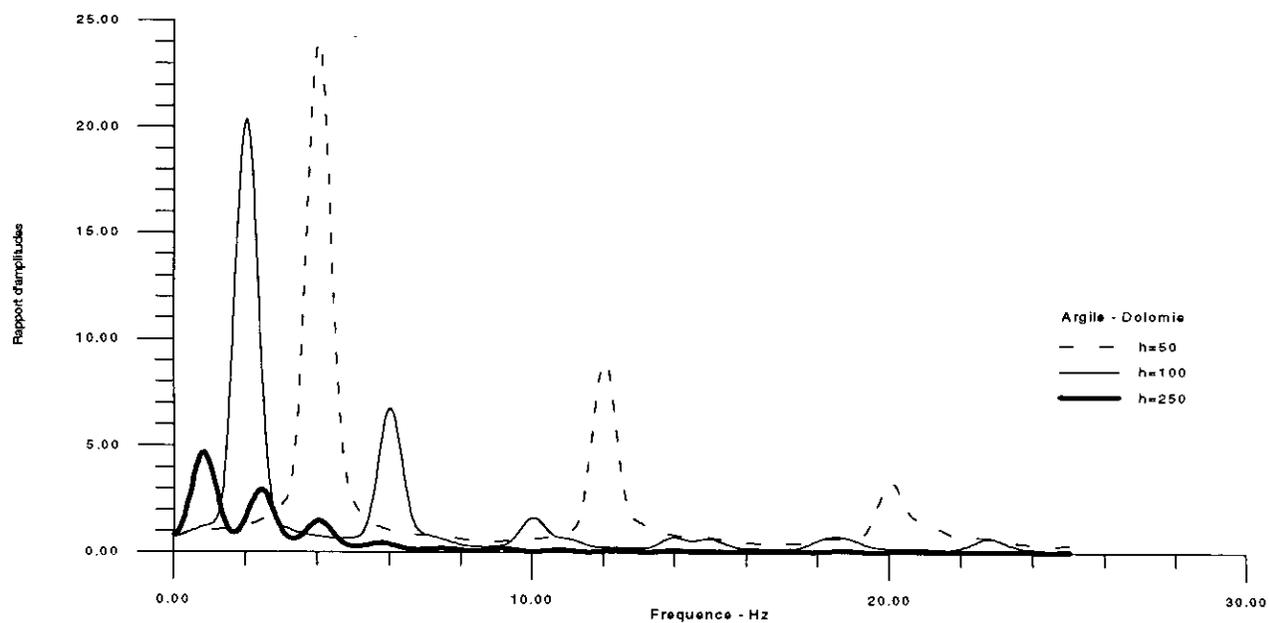


Fig.4.4 : Influence de la hauteur – modèle viscoélastique équivalent

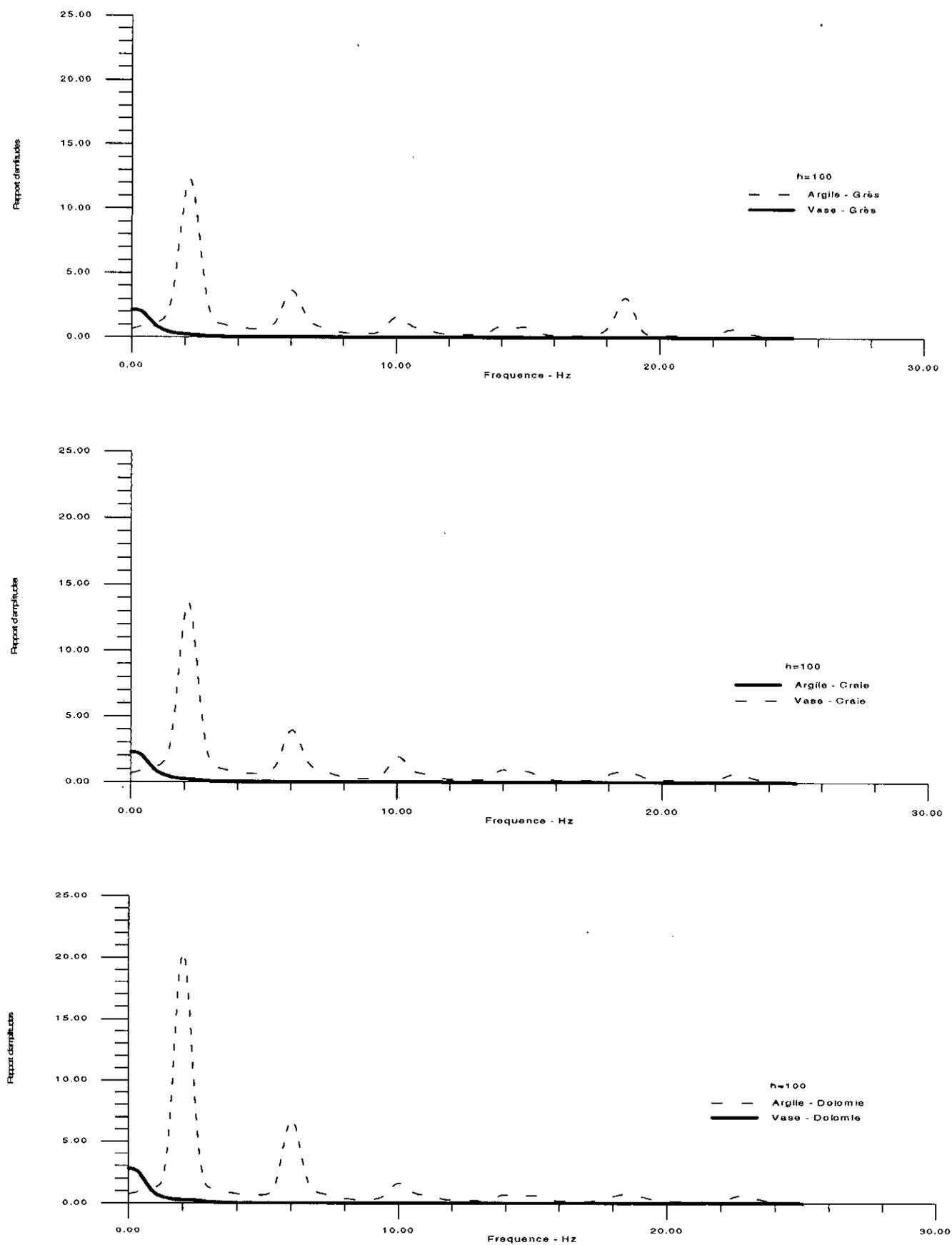
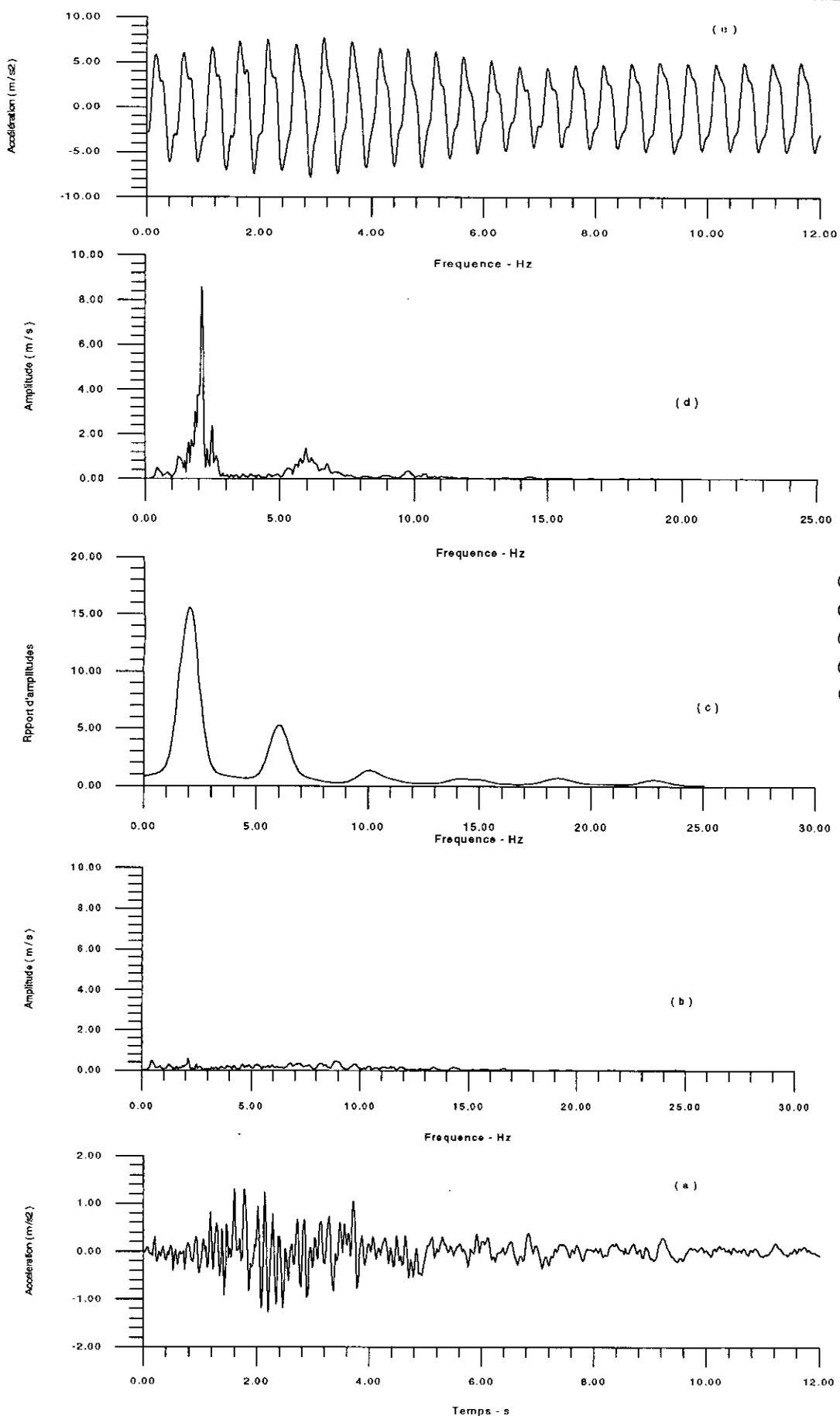


Fig.4.5 : Influence de l'assise rocheuse – modèle viscoélastique équivalent



(a) Accélérogramme de pro
 (b) Spectre de Fourier de (a)
 (c) Fonction de transfert
 (d) Spectre de Fourier de (c)
 (e) Accélérogramme à la su

Fig.4.6

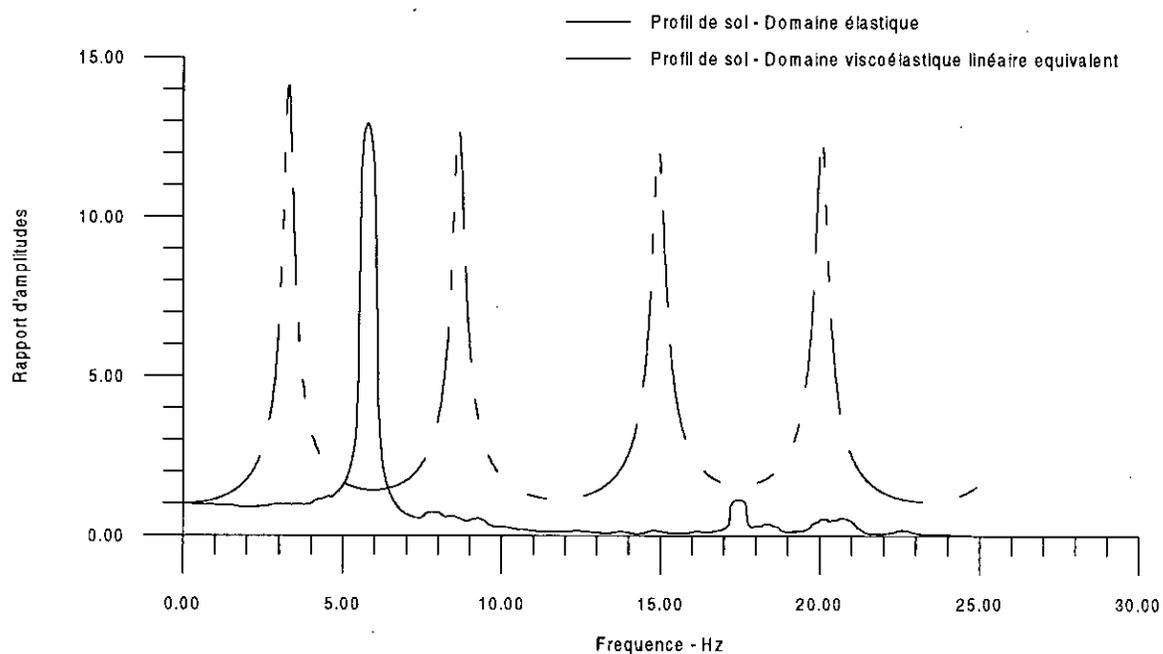


Fig.4.7 : Réponse d'un profil de sol

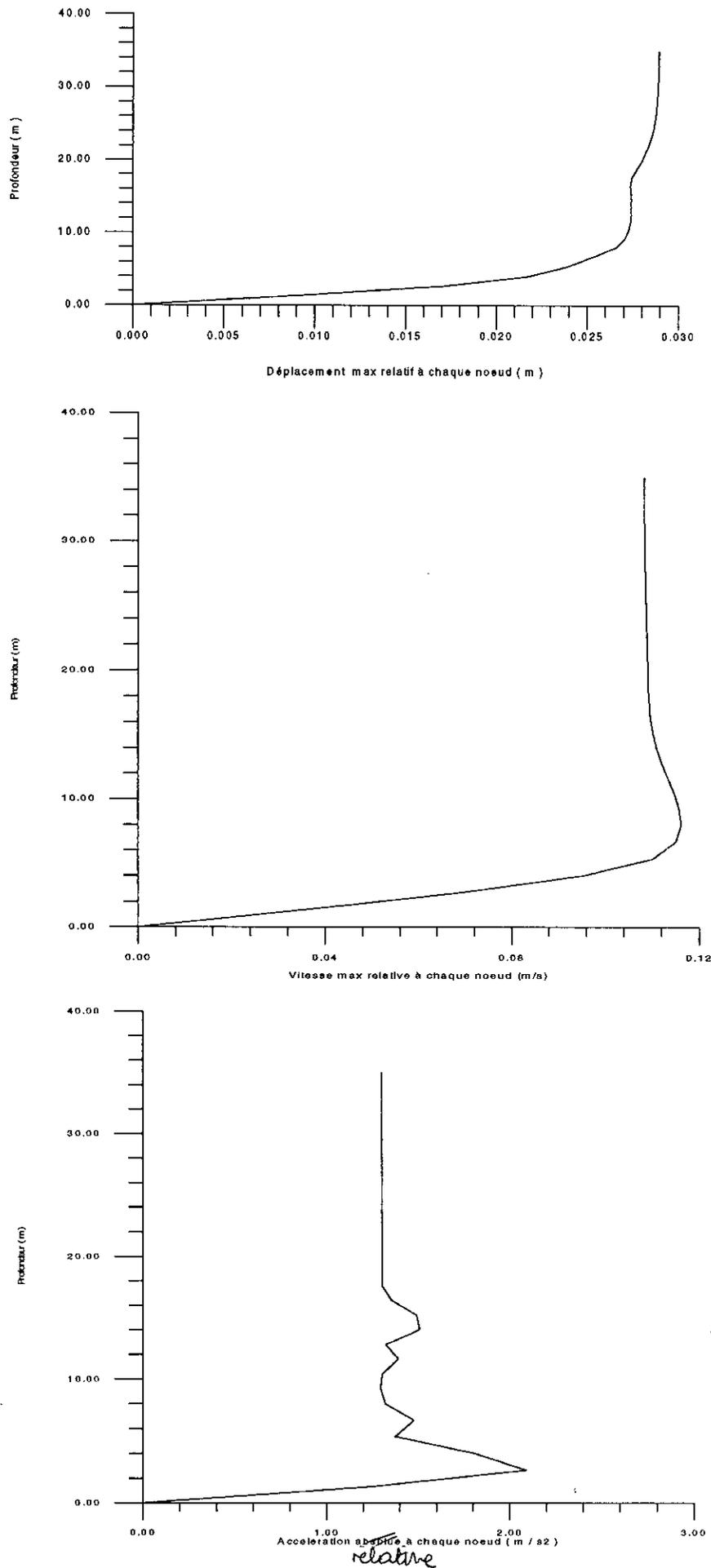


Fig.4.8 : Modèle non linéaire

Conclusion

L'étude de la propagation des ondes sismiques à travers un empilement de couches sédimentaires, est une étape importante dans une phase de calcul et de dimensionnement des ouvrages en Génie Civil.

Si l'on considère une onde SH incidente au niveau du substratum rocheux, elle donnera naissance à l'interface, à une onde SH réfractée. Cette dernière se propage dans un autre milieu, de caractéristiques différentes de celles de la base rocheuse.

Par ailleurs, de nombreuses études, réalisées à partir d'observation de séismes récents, ont fait apparaître l'influence des couches sédimentaires superficielles sur la réponse du mouvement sismique.

Ainsi, la résolution du problème de propagation d'ondes est fortement liée à la connaissance du comportement réel des sols.

C'est ainsi que dans notre présent travail, on a porté une importance particulière à la compréhension des phénomènes physiques qui régissent le comportement des sols sous chargements dynamiques, tels que ceux engendrés par les séismes.

A cet égard, on a introduit la notion d'amortissement matériel. Notion que la loi de *Hooke* ne prend pas en considération. C'est pourtant elle qui, à partir d'un certain niveau de déformation, met en évidence une dissipation d'énergie dans le matériau.

En effet, le terme d'amortissement matériel permet de décrire le phénomène physique de conversion d'énergie cinétique et d'énergie potentielle (énergie de déformation) en chaleur.

C'est un fait bien établi que le comportement du sol sous changement dynamique est fortement non linéaire.

Pour cela, on procède dans la pratique à des méthodes approchées, ayant pour but de simuler de façon approximative, le comportement réel des sols.

Face à la grande similitude entre la loi décrivant le comportement du modèle viscoélastique, et celle établie expérimentalement pour les sols, on a essayé de modéliser le comportement réel du sol à l'aide de ce modèle.

Pour cela, on a eu recours à une procédure de linéarisation qui consiste à remplacer le modèle non linéaire par un modèle linéaire équivalent ayant des propriétés dissipatives plus ou moins équivalentes à celles du matériau réel.

Des courbes expérimentales, tirées à l'aide d'un grand nombre d'expérimentations, ont été utilisées.

C'est avec ces courbes que l'on fait "caler" le comportement du sol à celui du modèle.

Par ailleurs, la méthode de *Thomson-Haskell* a été utilisée pour résoudre l'équation du mouvement.

Suite à cela, on a voulu prendre en considération les non linéarités dans le domaine temporel, ce qui caractérise la réalité physique.

Une analyse dans le domaine temporel demande une procédure incrémentale sur le temps Δt .

Elle est nécessaire pour tenir compte des variations des caractéristiques du sol.

On a choisi le critère de *Drucker-Prager* pour la simplicité qu'il offrait par rapport à sa surface de charge. De plus, il ne comprend que deux paramètres : à savoir l'angle de frottement interne et la cohésion.

Ici aussi, on doit se reporter à l'expérimentation pour déterminer ces paramètres.

Malheureusement, on a été contraint de choisir des données tirées de la littérature.

On a adopté un programme de calcul en élastoplastique initialement établi pour les structures.

Ce dernier a été modifié pour les besoins de l'étude.

On n'a pas pu avoir malheureusement encore une fois, les résultats initialement prévus pour avoir un élément de comparaison entre l'approche viscoélastique linéaire et l'approche non linéaire.

Ainsi, on se limite à la détermination des accélérations maximales absolues, vitesses et déplacements relatifs maximums à chaque nœud.

Dans ce modeste travail, on a mené une étude paramétrique, où on a pu mettre en évidence le caractère dissipatif du comportement du sol à travers le modèle viscoélastique linéaire équivalent.

On a fait varier les paramètres affectant la fonction de transfert dans le cas d'une propagation verticale d'une onde SH (la hauteur de la couche, les caractéristiques du dépôt sédimentaire, type de l'assise rocheuse). Cette fonction est considérée comme une propriété intrinsèque du sol.

Lors de cette étude, on vu que l'approche viscoélastique fait apparaître des modes de vibrations déterminants, la fonction de transfert présente des atténuations d'autant plus fortes que la hauteur est grande.

Rappelons en dernier que pour mener une analyse complète du comportement dynamique des sols, il y a lieu de déterminer les caractéristiques du sol. On a dans ce cas recours à des mesures expérimentales sans oublier les paramètres physiques liés à la source de l'excitation.

On procède ensuite à la résolution des problèmes dynamiques tenant compte des non linéarités du sol, ce qui fait intervenir un traitement numérique dans le domaine non linéaire.

En conclusion, on peut dire que ce travail n'est qu'une modeste contribution dans le domaine de la recherche en dynamique des sols. Nous espérons que ces études seront poursuivies dans ce sens.

Nous proposons comme perspective futur, de faire une étude comparative de la réponse d'un sol stratifié dans le domaine non linéaire, en adoptant plusieurs critères.

Bibliographie

- AKNOUCHE, H., (1998).** *Programme de calcul de structures en éléments finis.*
- BARD, P.Y., (1988).** *Cours de sismologie de l'ingénieur.*
Institut de physique et laboratoire de géophysique et tectonophysique,
Grenoble.
- BATHE, K.J.; WILSON, E.L.** *Numerical methods in finite element analysis.*
Prentice Hall, New Jersey.
- CHABOU.** *Cours de géologie.* Ecole Nationale Polytechnique. Alger.
- CAPRA, A.,** *Calcul des structures en zone sismique.*
- COULOMB, J. & JOBERT, G., (1973).** *Traité de géophysique.*
- DAVIDOCI, V., (1985).** *Génie parasismique.*
Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ENPC, Paris.
- DJILALI**
- GYANC; NAYAK, S.; OLGEND, C.; ZIENKIEWICZ.**
Convenient form of stress invariants for plasticity.
Journal of the structural division. Avril, 1972.
- HAMMOUTENE, M.,** *Cours de mécanique des milieux continus.*
- HARDIN, B.O. & DRNEVICH, V.P., (1972).** *Shear modulus and damping in soils : design equations and curves.*
Journal of soil mechanics and foundation division, ASCE 98, pp. 667-692.
- IDRISS, I. M. et al., (1973).** *A computer program for evaluating the seismic response of soil structures by variable damping finite element procedures.*
Report n°EERC, 73-16, July 1973, College of Engineering
University of California, Berkley, California.
- MELLAL, A., (1997).** *Analyse des effets du comportement non linéaire des sols sur le mouvement sismique.*
Thèse de doctorat. Ecole centrale, Paris.
- MILUTINOVIC, Z., PETROVSKI, J.,** *Deconvolution analysis of surface accelerogramme records in El Asnam region.*
- SEED. B., IDRISS. A.,** *Influence of soil conditions on ground motions during earthquakes*

soil mech. and fond. div. ASCE, January, 1969, pp. 99-137.

PECKER, A., (1984). *Dynamique des sols.*

Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ENPC, Paris.

PRAKASH, S., (1981). *Soil dynamics.*

Mc Graw-Hill Book Company, 1981.

WILLIAM, B.; JOYNER; RICHARD, E; and ADOLPH, A.O., *Analysis of sismograms from a downhole array in sediments rear.*

San Francisco bay, BSSA, Vol. 66, n°3, pp. 937-958, June 1976.

WILLIAM, H., (1986). *Numerical recipes : The art of scientific computing.*

Cambridge University Press, London.

ZERFA, (1991). *Etude du comportement dynamique des barrages en terre.*

Thèse de magister, Ecole Nationale Polytechnique.

ZIENKIEWICZ, O.C., (1973). *La méthode des éléments finis : application à l'art de l'ingénieur.* Paris.

Annexe

Calcul du spectre de Fourier au niveau d'une couche de sol :

L'accélérogramme est un enregistrement de l'accélération du mouvement du sol dans une direction donnée en fonction du temps. L'ensemble des informations contenues dans un accélérogramme peut être résumé en vue des applications par un spectre de la fonction $f(t)$, c'est à dire par une représentation non plus dans le domaine des temps mais dans celui des fréquences. En effet, il est souvent utile de faire cette transformation pour que les équations mécaniques soient résolues plus facilement. Une représentation du mouvement dans le domaine fréquentiel permet la détermination de la fréquence prédominante du signal ainsi que la gamme de fréquences pour laquelle les amplitudes du mouvement sont amplifiées.

Spectre de Fourier :

La transformée de Fourier est donnée par la relation :

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt = T_f(f)$$

De cette relation découlent les relations suivantes :

$$T_f(\dot{f}) = i\omega F$$

$$T_f(\ddot{f}) = -\omega^2 F$$

La transformation de Fourier inverse est donnée par :

$$f(t) = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} F(\omega) d\omega$$

On peut définir lorsqu'on passe du niveau discrétisé une transformée de Fourier discrète, en remplaçant l'intégrale continue par une somme discrète de la forme :

$$F_r = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{2\pi i r k / N}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

f_k : étant l'échantillonnage de la fonction f à l'instant $k\Delta t$.

Transformée de Fourier rapide :

Le calcul directe va faire intervenir un nombre total d'opérations arithmétiques proportionnel à N^2 . Dans le domaine de l'analyse sismique, où le nombre d'échantillons atteint couramment plusieurs milliers, le nombre total d'opérations serait alors de plusieurs millions d'opérations.

La méthode de la transformée de Fourier rapide permet d'avoir un nombre total d'opérations proportionnel à $N \log_2 N$, soit une réduction considérable du temps de calcul.

Méthode de résolution dans le domaine fréquentiel :

La méthode de résolution dans le domaine fréquentiel se résume aux étapes suivantes :

- Détermination de la fonction d'amplification du système, définie par le rapport de l'amplitude au niveau de la surface libre à celle obtenu au niveau de l'assise rocheuse.
- Transformer le signal d'entrée du domaine temporel au domaine fréquentiel et ce en passant par la transformée de Fourier.
- Le produit du spectre de Fourier obtenue lors de l'étape précédente par la fonction de transfert nous permet d'obtenir le spectre de Fourier du mouvement en surface.
- Une fois le spectre de Fourier du mouvement en surface obtenu, on passe cette fois-ci dans le domaine temporel en utilisant la transformée de Fourier inverse.

Ainsi on obtient l'accélérogramme à la surface libre.

Réflexion et réfraction d'une onde :

La loi de Snell :

Les relations angulaires entre les rayons incidents, réfléchis et transmis dans les différents types d'ondes se traduisent du principe de Huygens et conduisent à la loi de Snell :

$$\frac{\sin \theta_1}{V_{p1}} = \frac{\sin \theta'_1}{V_{s1}} = \frac{\sin \theta_2}{V_{p2}} = \frac{\sin \theta'_2}{V_{s2}} = R = \text{cste}$$

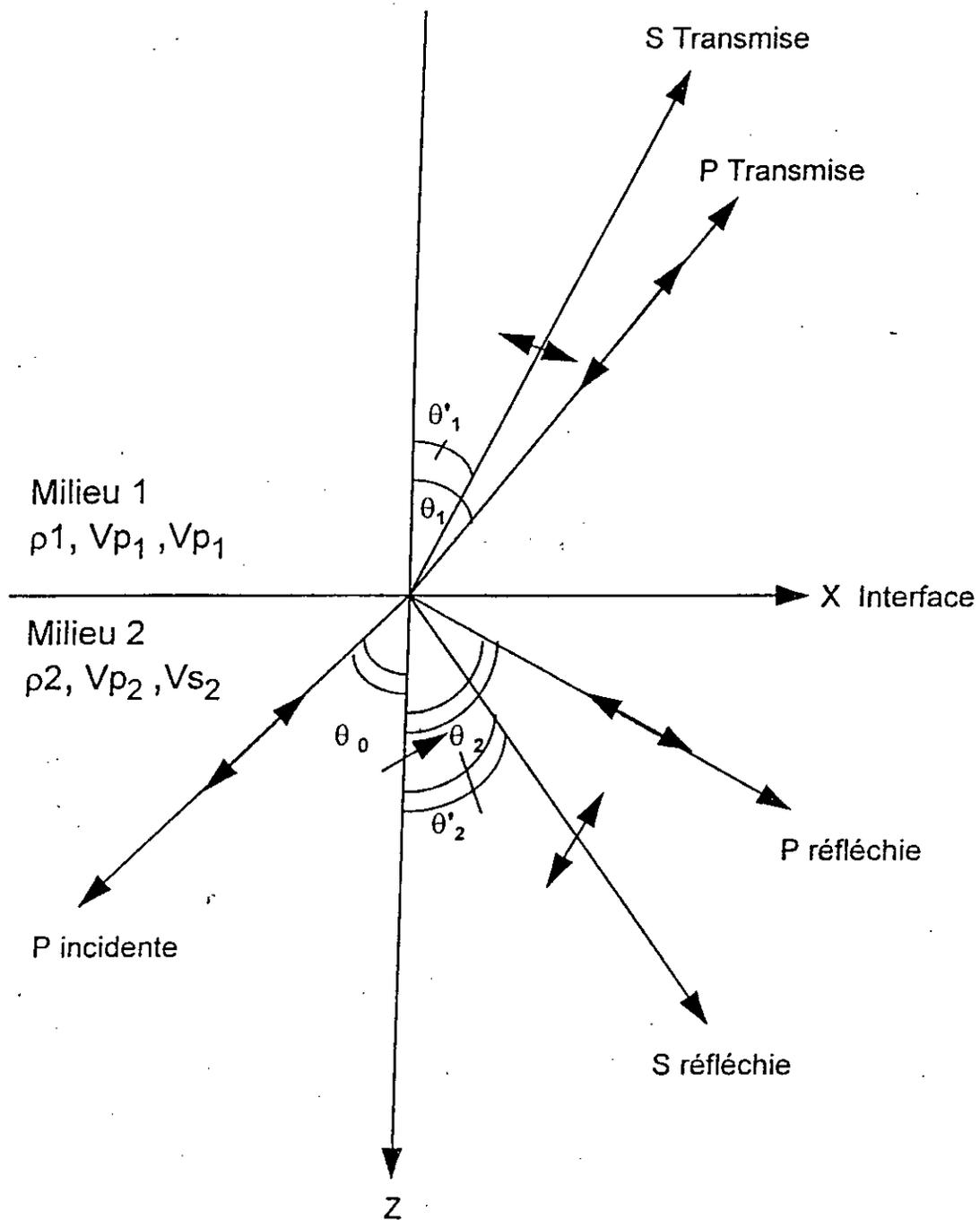
θ_1 , θ'_1 , θ_2 , θ'_2 sont les angles d'incidence, de réflexion et de transmission à travers l'interface.

V_{p1} , V_{s1} , V_{p2} , V_{s2} sont les vitesses de propagation des ondes de compression et de cisaillement dans le milieu 1 et 2.

La loi de Snell montre que si les caractéristiques mécaniques des deux milieux et l'angle d'incidence de l'onde incidente sont tels que :

$$\frac{V_{s1}}{V_{s2}} \sin \theta'_2 > 1$$

Pour la valeur de θ_1 tel que $\sin \theta_1 > 1$, l'onde incidente donnera naissance à des ondes inhomogènes se propageant avec une vitesse $V_{s2} / \sin \theta_2$.



REFLEXION ET TRANSMISSION DES ONDES
 SISMIQUES AUX INTERFACES

L'approche Hardin-Drnevich :

Type de sol	a	b
Sable sec et propre	$a_G = -0.5$ $a_D = 0.6 N^{-1/6} - 1$	$b_G = 0.16$ $b_D = 1 - N^{-1/12}$
Sable saturé et propre	$a_G = -0.2 \text{Log}_{10} N$ $a_D = 0.54 N^{-1/6} - 0.9$	$b_G = 0.16$ $b_D = 0.65 - 0.65 N^{-1/12}$
Sol cohésif saturé	$a_G = 1 + 0.25 \text{Log}_{10} N$ $a_D = 1 + 0.2 f^{1/2}$	$b_G = 1.3$ $b_D = 0.9 f e^{-\bar{\sigma}_o} + 2.25 \bar{\sigma}_o + 0.3 \text{Log}_{10} N$

(a_G, b_G) , (a_D, b_D) sont les valeurs de a et b correspondant au module de cisaillement et au coefficient d'amortissement respectivement.

f : la fréquence du séisme;

N : le nombre de cycles équivalents;

$\bar{\sigma}_o$: la contrainte effective initiale moyenne.

Solution à amortissement variable :

Dans une solution à amortissement variable, une matrice élémentaire doit être formulée pour chaque élément puis pour tous les autres éléments, d'une manière appropriée, afin d'obtenir la matrice d'amortissement pour l'assemblage entier des éléments. La formulation d'une telle matrice élémentaire est proposée ici. Elle est aussi basée sur l'utilisation de l'expression d'amortissement de Rayleigh, mais au lieu d'utiliser une seule équation pour le système entier, la relation suivante est utilisée pour chaque élément, q :

$$[C] = \alpha_q [m]_q + \beta_q [k]_q$$

dans laquelle $[C]_q$, $[M]$, et $[K]$ sont respectivement les matrices élémentaires d'amortissement, masse et rigidité pour l'élément q , et α_q et β_q sont des paramètres qui sont fonctions de la valeur de l'amortissement et des caractéristiques de rigidité de l'élément q . Les paramètres α_q et β_q sont donnés par :

$$\alpha_q = \lambda_q \omega_1$$

$$\beta_q = \lambda_q / \omega_1$$

La valeur de λ_q , qui représente le pourcentage d'amortissement pour l'élément q , est choisie en se basant sur la déformation développée dans l'élément.

La matrice d'amortissement pour l'ensemble des éléments est obtenu par un assemblage appropriée des matrices d'amortissement élémentaires de tous les éléments dans l'assemblage. Ainsi, si $C_{ij}^{(q)}$ représente le $(ij)^{\text{ème}}$ terme de la matrice élémentaire d'amortissement $[C]_q$ d'un élément typique (q) , le $(IJ)^{\text{ème}}$ terme de la matrice d'amortissement de tout le système est donné par :

$$C_{IJ} = \sum_q C_{ij}^{(q)}$$

On notera que $C_{IJ} \neq 0$ seulement si I est égal à J ou I est adjacent à J .

La matrice d'amortissement résultante $[C]$ est symétrique.