

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DÉPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



**Thèse de Doctorat d'Etat  
En  
Electronique**

**FILTRAGE ADAPTATIF UTILISANT LES STATISTIQUES  
D'ORDRE SUPÉRIEUR**

Soutenue le 27 mai 2006

Par

**Kamal MEGHRICHE**

Devant le Jury

Président : M. Daoud BERKANI, Professeur (ENP)  
Rapporteurs: M. Mourad HADDADI, Professeur (ENP)  
Examineurs : M. Adel BELOUHRANI, Maître de Conférences (ENP)  
M. Abderrezzak CHERIFI, Professeur, Université de  
Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines (UVSQ), France  
M. Djamel BENZAOUZ, Professeur, Université  
M'hamed Bouguera de Boumerdès (UMBB)  
Membre invité : M. M'Hamed HAMMADOUCHE, Docteur, (ESDAT)

*A la mémoire de  
mon épouse Aïcha,*

*décédée le 21 mai 2003  
lors du tremblement de terre  
de Boumerdès,*

*et qui a tellement voulu assister  
à la soutenance de cette thèse.*

**I do not believe that God rolls dice.**

**(Je ne pense pas que Dieu joue aux dominos)**

**– attributed to Einstein –**

**Nothing in nature is random... A thing appears random  
only through the incompleteness of our knowledge.**

**(Rien dans la nature n'est aléatoire... Un objet semble aléatoire  
uniquement à cause de l'insuffisance de nos connaissances)**

**– Baruch Spinoza, Ethics –**

---

## PENSÉES

---

Mes pensées les plus profondes vont à ma défunte épouse pour son amour et sa patience, et qui a tristement supporté mon absence pendant la période de mon stage de formation en France. Les plus chaudes larmes ne peuvent décrire ma peine et tristesse pour la mort de mon épouse durant le tremblement de terre de Boumerdès du 21 mai 2003, alors que j'étais au Laboratoire de Robotique de Versailles (LRV).

Elle a rejoint Allah sans assister à cette soutenance, bien qu'elle n'ait jamais cessé de m'encourager et me pousser pour venir à bout de cette thèse de Doctorat, au prix même de sa solitude. Ma défunte épouse, "rahimaha" Allah, était une dame très spéciale qui a laissé un très grand vide dans ma vie.

---

## REMERCIEMENTS

---

Le travail de recherche de cette thèse a été effectué dans le "Laboratoire des Dispositifs de Communication et de Conversion Photovoltaïque" du Département d'Électronique, Ecole Nationale Polytechnique (ENP), Alger, dirigé par mon Directeur de thèse Prof. M. Haddadi, et au Laboratoire de Robotique de Versailles (LRV), Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, Vélizy (France).

J'aimerais remercier Prof. Belkacem Derras pour m'avoir fourni ce sujet de recherche et m'avoir permis de distinguer l'arbre de la forêt dans un sujet aussi vaste que le traitement du signal. J'aimerais remercier son successeur, Prof. Mourad Haddadi de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, pour son soutien aussi bien scientifique que moral, ses remarques pertinentes, pour m'avoir donné une liberté académique et pour m'avoir laissé continuer sur le même sujet dans un excellent environnement de travail. Ce travail ne pourrait être accompli sans la contribution de Prof. Nacer K. M'Sirdi qui m'a accepté pour rejoindre son équipe et m'a accueilli comme chercheur invité au Laboratoire de Robotique de Versailles, Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines (France), durant les années universitaires 2002/2003 et 2003/2004.

J'aimerais remercier Prof. D. Berkani pour avoir accepté de présider le jury. Beaucoup de remerciements vont aux Professeurs. A. Belouchrani, A. Cherifi et D. Benazzouz pour avoir accepté d'être membres examinateurs de jury. Ma reconnaissance est due à M. Trabelsi, Chef du Département Electronique de l'ENP pour son soutien logistique et Z. Terra pour son accueil toujours si chaleureux et aimable au « Laboratoire des Dispositifs de Communication et de Conversion Photovoltaïque ».

Que tous les membres de l'Institut Universitaire de technologie (IUT) de Mantes-en-Yvelines, Université de Versailles (France), personnel et enseignant puissent trouver ici ma gratitude pour leur gentillesse et support. En particulier, j'aimerais remercier Prof. A. Cherifi pour son support technique et moral. Une note spéciale d'appréciation est due au Prof. Jean Charles Cadiou pour son soutien et son encouragement.

Que tous les amis trouvent ma gratitude pour leur aide pendant les temps les plus difficiles que j'ai vécus. J'aimerais citer, S. Garbaya, M. Bouteldja, N. Khraief, T. Madani, L. Meddereg, du LRV (Vélizy), R. Merzouki de l'Université de Lille A. Mokhtari de l'USTO (Oran), K. Benmansour (C.U. Médéa) et H. Derafa de l'EMP (Bordj El-Bahri) qui m'ont vraiment encouragé pour achever cette thèse. Des remerciements spéciaux vont à la direction et au personnel du LRV notamment P. Blazevic, D. Maillet et T. Touchais pour m'avoir fourni beaucoup d'arrangements pratiques.

J'aimerais remercier tout ceux qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'accomplissement de ce travail et particulièrement ceux qui m'ont aidé à obtenir un stage de recherche au LRV. Des pensées spéciales et ma gratitude la plus profonde vont à Prof. R. Kesri, Recteur de l'Université "M'Hamed Bouguerra" de Boumerdès (UMBB), pour son aide, son support et sa compréhension. J'apprécie énormément ses actions durant les jours difficiles qu'a connus la communauté universitaire de Boumerdès après le séisme du 21/5/2003. Je remercie aussi MM. A. Benaïssa et A. Tairi, Vice-recteurs de l'UMBB, ainsi que les membres du conseil scientifique de la Faculté des Sciences de l'Ingénieur, et particulièrement Profs. L. Refoufi et A. Seridi que j'apprécie énormément.

Je ne peux clôturer cette reconnaissance sans mentionner le support sans fin de mes amis et collègues du département de Génie Electrique et Electronique (DGEE-UMBB) de Boumerdès notamment H. Bentarzi qui a eu la gentillesse de traduire le résumé en Arabe, A. Benzekri, A. Ouadi, M. Toubal et A. Zitouni, sans oublier, bien sûr, les ex-Inelec D. Boulfefel, Z. Sari (Université de Tlemcen) et F. Ibazizène de Paris.

Finalement, mais pas des moindres, je voulais juste que tu saches, toi ma seconde épouse, oh combien j'apprécie ton support et tes encouragements. J'ai perdu ma femme durant le séisme du 21/03/05, et pourtant même je n'ai pas senti toute joie ni esprit de fête ces deux dernières années, il était si réconfortant d'avoir de tes nouvelles et de lire tes emails. Quelques-uns ont apporté des sourires, alors que d'autres ont apporté des larmes comme ils ont ouvert beaucoup de souvenirs. Ton support m'a aidé à me donner de bonnes pensées et d'avoir un nouveau départ dans la vie, et je l'apprécie énormément.

---

## RÉSUMÉ

---

Le thème de la thèse comprend deux aspects: le filtrage adaptatif et les statistiques d'ordre supérieur (cumulants). Le travail effectué consiste à combiner ces deux aspects pour améliorer les performances des filtres adaptatifs, en utilisant particulièrement le modèle autorégressif non linéaire couplé aux séries tronquées de Volterra.

Parmi les différents problèmes ouverts, des investigations ont été menées sur les points suivants :

- Le choix du pas d'adaptation et les conditions de convergence.
- L'erreur d'ajustement ou "misadjustment".
- La complexité du filtre.
- Le taux de convergence.
- La variation des pas d'adaptations durant la même expérience de manière adaptative.

Ce travail a permis de développer des filtres adaptatifs non linéaires et stables, dont la complexité de calcul est relativement inférieure à celle des méthodes précédemment disponibles, ainsi que le développement d'une nouvelle formulation itérative du facteur de convergence de l'algorithme adaptatif, ayant une structure de calcul simple avec quelques types d'applications comme l'égalisation adaptative de canaux de transmission et la modélisation des forces de contact pneu-chaussée d'un système mobile.

**Mots-clés :** *Egalisation, Facteur de convergence, Filtrage adaptatif, SOS.*

---

## ABSTRACT

This research work is related to the development of new signal processing tools using higher order statistics. The subject deals with two aspects: adaptive filtering and higher order statistics or cumulants. The work done combined these two aspects to enhance, in particular, the performance of adaptive filters through the use of nonlinear autoregressive modeling coupled with truncated Volterra series.

Among the problems still open to research work, the following investigations were carried out:

- Choice of the adaptation step and convergence conditions.
- Misadjustment error.
- Filter complexity.
- Convergence rate.
- Adaptive variation of the convergence factor.

The obtained results have shown computationally efficient and numerically stable algorithms for adaptive nonlinear filtering while keeping relatively simple computational complexity. A new variable-step adaptive algorithm is also developed, having a computationally simple structure, with applications to nonlinear communication channel equalizers and modeling of tire-road contact forces for mobile systems.

**Keywords:** *Adaptive filtering, Convergence factor, Equalization, HOS.*

---

## TABLE DES MATIÈRES

---

<i>Pensées</i>	<i>i</i>
<i>Remerciements</i>	<i>ii</i>
<i>Résumé et Abstract (Anglais)</i>	<i>iv</i>
1. INTRODUCTION GÉNÉRALE .....	1
1.1 Historique	5
1.2 Contributions Principales de cette Recherche	6
1.3 Travaux Déjà Publiés	7
1.4 Structure de ce Document	8
2. OUTILS STATISTIQUES ET TRAITEMENT ADAPTATIF DE SIGNAL .....	9
2.1 Equations Caractéristiques des Statistiques d'Ordre Supérieur	10
2.1.1 Distribution de signaux	10
2.1.2 Moment, variance et corrélation	11
2.1.3 Autocorrélation et spectre de puissance	13
2.1.4 Moments d'ordre trois, cumulants et bispectre	14
2.1.5 Moments d'ordre quatre, cumulants et trispectre	15
2.2 Utilité des Statistiques d'Ordre Supérieur	17
2.3 Conclusion	19
3. FILTRAGE ADAPTATIF ET EGALISATION .....	20
3.1 Filtre Optimal de Wiener	21
3.2 Problème d'Egalisation Adaptative	23
3.2.1 Critères d'évaluation de performance d'un filtre adaptatif	24
3.2.2 L'algorithme des moindres carrés moyens	25
3.3 Nouvelle Formulation d'une Loi d'Adaptation Itérative	27
3.3.1 Loi itérative de mise à jour du pas de convergence	29
3.3.2 Résultats de simulation	31
3.4 Performances en Poursuite	33
3.4.1 Non stationnarité linéaire	33
3.4.2 Non stationnarité sinusoïdale	36
3.4.3 Non stationnarité aléatoire	39
3.4.4 Conclusion	43
3.5 Filtrage Adaptatif Appliqué à l'Electrocardiogramme	44
3.5.1 L'électrocardiogramme	44
3.5.2 Interface matérielle	45
3.5.3 Résultats expérimentaux	48
3.5.4 Conclusion	50



4. EGALISATION NON LINÉAIRE DE CANAUX DE TRANSMISSIONS ET LES STATISTIQUES D'ORDRE SUPÉRIEUR .....	51
4.1 Modélisation non Linéaire via les Séries de Volterra	52
4.2 Egalisation Quadratique d'un Canal de Transmission Numérique : l'Algorithme VSE	56
4.2.1 Formulation du problème	57
4.2.2 Résultats de simulation	58
4.2.3 Conclusion	60
4.3 Utilisation des Statistiques d'Ordre Supérieur	61
4.3.1 Egalisation de Volterra	61
4.3.2 Modélisation non linéaire de canal de transmission	62
4.3.3 Algorithme proposé et conditions de convergence	64
4.4 Simulations de l'Egaliseur non Linéaire	67
4.4.1 Modèle de simulation	67
4.4.2 Résultats obtenus	68
4.5 Conclusion	71
5. APPLICATION DE L'ALGORITHME ADAPTATIF NON LINÉAIRE À LA MODÉLISATION DES FORCES DE CONTACT PNEU-CHAUSSÉE .....	72
5.1 Introduction	73
5.2 Modélisation Analytique des Forces de Contact Pneu-Chaussée	74
5.2.1 Modèle de Pacejka	75
5.2.2 Modèle de Gim	77
5.2.3 Modèle de Brosse	80
5.3 Modélisation non Linéaire Adaptative des Forces de Contact	81
5.4 Résultats Obtenus	82
5.5 Conclusion	85
6. CONCLUSIONS .....	86
6.1 Domaines d'Applications	87
6.2 Limites et Perspectives	88
RÉFÉRENCES .....	89
ANNEXES .....	98
A. FIGURES ET TABLEAUX	98
B. NOMENCLATURE	100
C. ABRÉVIATIONS	101
D. PROGRAMMES MATLAB	102

**INTRODUCTION GÉNÉRALE**

---

*Les systèmes modernes de communication exigent de plus en plus l'utilisation de techniques adaptatives. Ces dernières permettent de surmonter les divers problèmes rencontrés pendant le procédé de transmission/réception de données à travers un canal de communication [Haykin\_01].*

La figure 1.1 montre la configuration générale d'un système de communication. Un message source  $S(n)$  est sujet à la fonction de transfert du canal  $C(z)$  et une source de bruit. Le message reçu  $X(n)$  sera filtré pour obtenir un signal utile  $Y(n)$ .

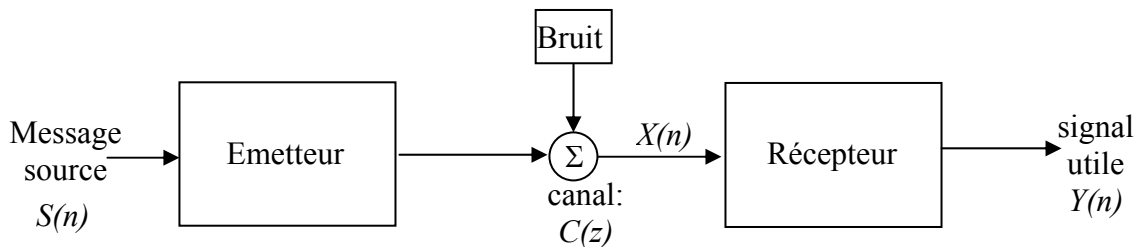


Fig. 1.1 Schéma bloc d'un système de communication

La théorie de filtrage linéaire basée sur le filtre de Wiener est bien connue. Elle est largement utilisée dans beaucoup de domaines de traitement d'images et de signaux. Cependant, l'usage de filtres linéaires est généralement associé avec leurs approximations implicites.

Dans le concept classique de filtrage, les signaux utiles se trouvent dans une bande de fréquence spécifique alors que les interférences et le bruit se trouvent dans une autre. L'introduction d'outils statistiques a permis de développer davantage le concept de filtrage. Ces outils permettent de dissocier les signaux utiles de ceux non désirés, en utilisant leurs différentes propriétés statistiques.

Les théories modernes de filtrage (Wiener, Kalman) sont fondamentalement basées sur le critère de l'erreur quadratique moyenne. Cela a fait que les statistiques d'ordre deux (autocorrélation) sont largement plus utilisées. L'information, contenue dans la séquence de corrélation ou dans les spectrogrammes de puissance, décrit entièrement la statistique de type gaussien. Cependant, dans les situations où les signaux présentent d'autres distributions statistiques ou que les systèmes considérés ne sont pas linéaires, les statistiques d'ordre supérieur à deux (*Higher Order Statistics* ou HOS) sont alors nécessaires. Dans le domaine des communications, les applications des statistiques d'ordre supérieur sont utilisées pour lutter contre la dégradation des signaux

dans un canal contaminé et pour atténuer l'effet des distorsions dites interférences d'entre symboles ou IES (*Inter-Symbols Interferences* ou ISI).

Les solutions qui sont offertes par HOS sont très attrayantes dans les situations difficiles. Dans ces cas, il n'y a pas assez de connaissance du canal de transmission, ce qui est généralement le cas en pratique, ou quand un signal de référence n'est pas disponible pour estimer et identifier le canal.

En plus, afin d'augmenter la capacité de systèmes multi-utilisateurs, il est obligatoire non seulement de recourir à la diversité fréquentielle, temporelle ou des méthodes de codage, mais aussi de recourir à la diversité statistique de l'utilisateur. Sous cet angle, les techniques HOS sont placées dans le cadre des techniques dites aveugles. Dans l'usage de telles techniques, la conception d'algorithmes simples et faciles à appliquer est encore sujette à investigations et recherches.

La modélisation non linéaire des systèmes devient un sujet crucial. Les problèmes rencontrés sont essentiellement les effets non linéaires sur les données. Dans cette situation, les méthodes linéaires ne peuvent fournir de bons résultats. Cependant, les modèles non linéaires que nous traitons sont linéaires par rapport à certains paramètres si bien que le critère bien connu de l'erreur quadratique moyenne minimale (MMSE), avec tous ses avantages (solutions adaptatives), reste valable. La performance d'un modèle de système basé sur les séries de Fourier permettant d'obtenir de meilleures courbes (vitesses) d'apprentissage pour les solutions adaptatives et l'extension des modèles basés sur la série de Volterra, exigeant relativement moins de charge de calcul, sont considérés.

Quand nous avons abordé pour la première fois le sujet des statistiques d'ordre supérieur (HOS), ceci nous avait renvoyé à nos années de lycée, lorsqu'un camarade de classe avait demandé à l'enseignant de Mathématiques, calculant la dérivée d'une fonction de second degré: qu'en est-il des troisièmes et quatrièmes dérivées? La réponse, bien sûr, était aussi évidente que zéro. Cette situation très simple est très proche du fait que les statistiques d'ordre deux (en anglais *Second Order Statistics* ou SOS) échouent à fournir des informations supplémentaires concernant des signaux de type non Gaussien ou des procédés non linéaires en général. SOS est en général un outil dit aveugle en phase (*phase-blind*).

L'utilisation des statistiques d'ordre supérieur est particulièrement motivée dans les cas suivants:

- L'identification des procédés **non Gaussiens**.
- L'identification des systèmes à **non minimum de phase** et la reconstruction de signaux à non minimum de phase.
- La détection et la caractérisation des propriétés **non linéaires** de signaux.

L'utilité des statistiques d'ordre supérieur pourrait se résumer comme suit [Mendel\_91] :

- Traitement des procédés de type **non** Gaussien et/ou **non linéaire**.
- Traitement de **bruit** mesuré de type Gaussien **coloré**.
- Amélioration du rapport signal/bruit (*Signal-to-Noise Ratio* ou SNR) quand les signaux sont contaminés par un **bruit** mesuré de type Gaussien **coloré**.

Les statistiques d'ordre supérieur ont connu un intérêt croissant dans des domaines aussi divers qu'intéressants comme la modélisation inverse, le filtrage adaptatif, l'estimation des temps de retard et l'égalisation aveugle. En effet, les HOS nous permettent non seulement de traiter l'information contenue dans l'amplitude mais aussi celle contenue dans la phase du signal utile, choses qui n'étaient pas disponibles avec les statistiques d'ordre deux ou autocorrélation. Des exemples d'applications de traitement de signal utilisant les statistiques d'ordre supérieur peuvent être :

- l'identification de systèmes à non minimum de phase,
- les applications de détection d'écho,
- le traitement du signal multidimensionnel,
- l'analyse du signal biomédical.

Le tableau 1.1 donne une liste non exhaustive des principales classes d'application de traitement adaptatif de signal [Widrow-Stearns\_85]. Les dispositifs typiques de telles applications sont montrés dans la figure 1.2.

Tableau 1.1: Classes d'applications du traitement adaptatif de signal

<i>Classe de traitement adaptatif de signal</i>	<i>Application</i>
Identification	Identification des systèmes
Elimination d'interférence	Formation adaptative de faisceaux Elimination adaptative de bruit Elimination d'écho
Modélisation inverse	Egalisation adaptative Déconvolution adaptative
Prédiction	Modulation par Impulsion et Codage Différentiel Adaptatif (MICDA ou ADPCM) Codage prédictif linéaire (LPC) Détection de signaux Analyse spectrale

Dans la figure 1.2-(a), on veut obtenir un modèle d'un système inconnu. Dans ce cas, l'exactitude des coefficients du filtre adaptatif est de première importance. Dans d'autres cas, il n'y a aucun besoin d'identifier explicitement le système inconnu, et il sera suffisant de produire des estimations exactes du signal utile.

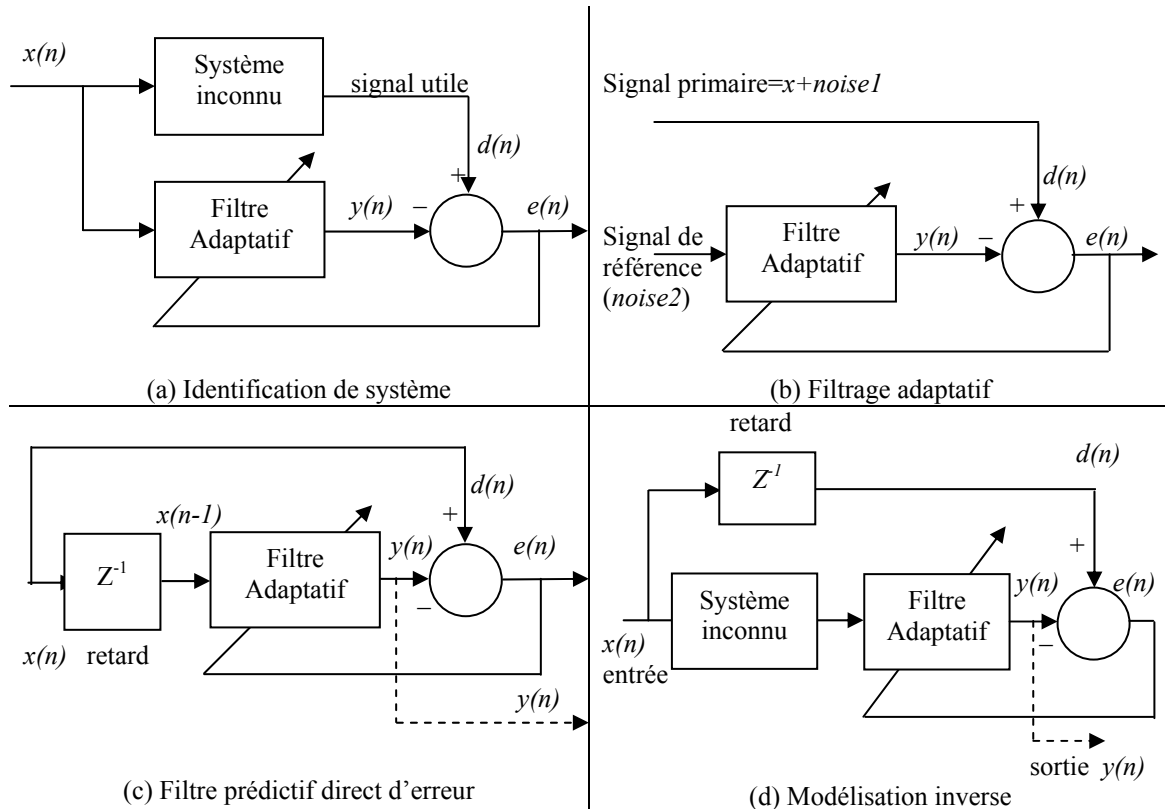


Fig. 1.2 Principales applications du traitement adaptatif de signal

La figure 1.2-(b) montre un filtre adaptatif où le signal  $x(n)$  est supposé être non corrélé avec le signal de référence *noise2*, autrement, le rapport signal/bruit (SNR) va se dégrader.

Pour un filtre adaptatif d'ordre  $N$ , tel qu'illustré dans la Fig. 1.2-(c), le vecteur d'entrée  $[x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T$  est utilisé pour prédire la valeur actuelle d'entrée  $x(n)$  donnée par  $y(n)$ ,  $T$  étant l'opérateur de la transposée. Le filtre possède deux sorties. L'erreur  $e(n)$ , non corrélée avec  $x(n)$ , est utilisée dans des applications comme le codage prédictif linéaire (LPC), l'analyse de voix et la modulation par impulsions et codage différentiel adaptatif (MICDA ou ADPCM). La valeur prédite  $y(n)$ , fortement corrélée avec  $x(n)$ , est utilisée dans les applications d'amélioration de ligne.

La figure 1.2-(d) représente le principe de base de l'égalisation adaptative utilisée pour réduire la dispersion et éliminer l'interférence d'entre symboles (ISI) dans les systèmes rapides de communications numériques. Cette méthode est utilisée dans les modems et les systèmes d'enregistrement de données sous forme magnétique comme les disques durs des ordinateurs (ou les bandes magnétiques) afin d'augmenter leurs capacités de stockage.

Dans ce travail, nous nous sommes principalement intéressés à la modélisation inverse ou égalisation des canaux numériques de communication. Dans la littérature, beaucoup de travaux ont été effectués à propos de l'égalisation [Widrow\_75], mais les canaux ont été considérés comme étant de type gaussien et les analyses ont été limitées aux statistiques d'ordre deux utilisant des algorithmes très connus basés sur la méthode des moindres carrés moyens (LMS) et les moindres carrés récursifs (*Recursive Least Square* ou RLS), avec leurs différentes variantes.

Depuis le début des années 1990, l'intérêt porté aux procédés non linéaires a fortement augmenté. En effet, beaucoup de procédés réels ne sont pas linéaires. Donc le besoin pour des outils analytiques, autres que la corrélation ou les statistiques d'ordre deux, se présente. Par conséquent, les gens ont commencé à réexaminer chaque application pour voir si de meilleurs résultats pourraient être obtenus, et ce, en utilisant les statistiques d'ordre supérieur (HOS) [Nikias-Mendel\_93].

## 1.1 Historique

Vers la fin des années 1950, quand Bernard Widrow et Marcian Hoff de l'Université de Stanford ont introduit la notion de filtrage adaptatif basée sur la méthode des moindres carrés moyens (*Least Mean Square* ou LMS), et que Robert Lucky d'AT&T avait proposé le premier égaliseur adaptatif basé sur des principes similaires, la technologie des circuits intégrés de l'époque n'était pas suffisamment avancée pour permettre une mise en œuvre pratique de ces nouveaux concepts. Ceci avait pour conséquence de retarder l'apparition des premières applications pratiques de ces nouveaux filtres adaptatifs.

Durant les trois dernières décennies, la percée rapide dans la théorie du traitement adaptatif de signal et le développement de la technologie de fabrication des circuits intégrés numériques, ont permis aux algorithmes de traitement adaptatif de signal à jouer des rôles clés dans le traitement numérique associé aux communications téléphoniques, réseaux informatiques, imagerie/vidéo numérique et aux systèmes multimédias. Parmi ces méthodes, on peut citer:

- Le filtre de Kalman : ce type de filtre a été développé dans le contexte de la représentation d'espace d'état principalement pour la description mathématique d'un système linéaire arbitraire (le filtre). Dans sa forme générale, le filtre de Kalman est représenté comme un système à réponse impulsionnelle infinie (RII) associé à l'algorithme adaptatif RLS. Ceci suggère que cette approche soit sujette aux instabilités potentielles du filtre à RII en plus des sensibilités numériques intrinsèques de l'algorithme RLS.
- Le filtre rapide de Quasi-Newton: il représente une solution mieux appropriée aux problèmes qui sont sujets à des perturbations importantes de nature inconnue.

- Le filtre adaptatif à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF), qui est la structure la plus utilisée dans l'implémentation des filtres adaptatifs, mais cette structure ne convient pas aux contrôleurs adaptatifs à cause du problème de retard qui peut mener à des conditions d'instabilité.
- L'égalisation de canal, utilisée pour éliminer les interférences d'entre-symboles (ISI). Beaucoup d'égaliseurs actuellement utilisés se basent sur des structures à RIF appliquées avec une ligne de retard tapée et un algorithme adaptatif relativement simple. Si le canal lui-même est mieux caractérisé par un modèle à RIF, il s'en suivrait que la structure la plus efficace pour un égaliseur serait une structure tout-pôles dont les pôles peuvent être placés de manière adaptative précisément pour annuler les zéros du canal. Il paraît donc qu'un filtre adaptatif tout-pôles à RII, fournirait la meilleure structure pour un égaliseur. Malheureusement, beaucoup de canaux sont des systèmes à non minimum de phase, signifiant que le modèle à RII du canal peut avoir des zéros à l'extérieur du cercle unité. Dans ce cas, un égaliseur à RII deviendra instable.

## 1.2 Contributions Principales de cette Recherche

Cette thèse traite principalement les filtres adaptatifs qui utilisent les statistiques d'ordre supérieur. Nous nous sommes essentiellement intéressés à la vitesse de convergence des algorithmes de type LMS à pas d'adaptation variable, appliqués à des systèmes non linéaires.

Après un aperçu général et systématique des algorithmes adaptatifs d'égalisation et une comparaison de leur comportement en convergence, les thèmes suivants sont abordés :

- Le traitement des statistiques d'ordre supérieur, particulièrement celles du troisième et quatrième ordre (cumulants) telles qu'appliquées dans le filtrage adaptatif.
- Le développement d'algorithmes à complexité de calcul réduite et numériquement stables pour le filtrage adaptatif non linéaire basé sur les modèles tronqués de Volterra. La sortie d'un modèle, basé sur le système de Volterra, est obtenue comme une combinaison linéaire de combinaisons linéaires et non linéaires multiplicatives des échantillons présents et passés des signaux d'entrée. Notre travail a permis de développer des filtres adaptatifs dont la complexité de calcul est relativement inférieure à celle des techniques précédemment disponibles.
- Le développement de filtres non linéaires, adaptatifs et stables.
- Le développement d'une nouvelle formulation du facteur de convergence variable de l'algorithme adaptatif, ayant une structure de calcul simple avec des applications aux égaliseurs de canaux non linéaires de communication.
- Une application d'identification du contact pneu-chaussée d'un système mobile (robot, véhicule).

### 1.3 Travaux déjà Publiés

Cette thèse reprend en les développant et en les détaillant quelques uns de nos travaux de recherche précédemment publiés dans des actes de conférences et revues :

- “HOS-Based Variable Step Adaptive Equalizer”, *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, issue 1, vol. 2, pp. 26–31, January 2005.
- “Feedback Linearization and Linear Observer for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle,” *Advanced Robotics*, vol. 20, Number 1, pp. 71–91, January 2006.
- “A Second-Order Volterra Filter with a Variable Step Algorithm”, in *Global Signal Processing Conferences GSPx*, Santa Clara Convention Center, California, 27-30 September 2004.
- “A Communication Protocol for Distributed Multi-processing”, *2003 International Conference on Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation - CIMCA'2003*, Vienna, Austria, 12-14 February 2003.
- “Nonlinear Adaptive Filter for Digital Data Communication”, *Proc. of IEEE-ISSPA-2001, 6<sup>th</sup> International Symposium on Signal Processing and its Applications*, Kuala Lumpur, Malaysia, vol. 1, pp. 304–306, 13-16 August 2001.
- “PC-Based Data Acquisition System for ECG Adaptive Filtering”, *Proc. of First National Workshop on Signal and Image Processing NWSIP'98*, pp. 88–91, University of Djillali Liabes, Sidi-Bel-Abbes, Algeria, December 1st, 1998.
- “Tracking Behavior of the LMS Algorithm in a Nonstationary Environment”, *Actes de la 2<sup>e</sup> Conférence Maghrébine d'Automatique, d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, COMAEI'96, Algerian Journal of Technology (AJOT)*, vol. 4, pp. 283–288, Tlemcen, Algeria, 3-5 December 1996.

En plus, on peut citer d'autres articles connexes:

- “Robex, An Expert System for Robot Fault Diagnosis”, *CD-ROM Proceedings of the CESA2003 Conference*, 9-11 July 2003, Lille, France



## 1.4 Structure de ce Document

Après cette introduction d'ordre général, nous proposons de présenter dans le second chapitre les outils statistiques, allant de l'autocorrélation et la puissance spectrale, aux moments et cumulants de troisième et quatrième ordre, tels qu'utilisés dans les applications de traitement adaptatif de signal.

Le chapitre 3 formule la théorie classique de traitement adaptatif de signal avec ses propriétés de convergence, ses limitations et ses critères de stabilité. Il traite ensuite de la formulation du problème d'égalisation adaptative et présente le nouvel algorithme à loi d'adaptation variable. Nous décrivons ses performances en poursuite et son comportement de convergence dans différents environnements non stationnaires. Un exemple d'application d'électrocardiogramme (ECG), basé sur le filtrage adaptatif, est présenté.

Le chapitre 4 étend le problème de filtrage adaptatif linéaire au traitement des signaux non linéaires et l'utilisation, dans un premier temps, des statistiques d'ordre deux et le système de Volterra dans le filtrage adaptatif. Ensuite, Il présente l'égalisation adaptative des canaux non linéaires de communication numérique utilisant les statistiques d'ordre supérieur, ainsi que la formulation des pas d'adaptation et les conditions de convergence.

Dans le chapitre 5, les techniques développées précédemment sont utilisées pour la modélisation des forces de contact pneu-chaussée d'un système mobile (robot ou véhicule). Les résultats obtenus sont comparés avec ceux des méthodes empiriques et analytiques déjà existantes.

Nous terminerons enfin par une conclusion générale et nous évoquerons les larges perspectives de recherche et d'applications possibles dans ce domaine qui reste en plein essor.

*Le traitement numérique de signal (Digital Signal Processing ou DSP) fait référence à plusieurs algorithmes pour améliorer la fiabilité et la précision des systèmes de communications numériques. La théorie cachée derrière les DSP est assez complexe et travaille, fondamentalement, à clarifier et/ou standardiser les niveaux ou états d'un signal numérique.*

*Tous les circuits de communications contiennent du bruit et/ou sont sujets à des perturbations. Le bruit est l'ennemi éternel des ingénieurs des communications qui s'efforcent toujours de trouver de nouvelles approches pour améliorer des critères aussi bien subjectifs qu'objectifs comme le rapport signal-bruit (SNR) dans les systèmes de communications. L'effet est très notable quand le bruit rivalise avec le signal désiré [Barry\_03].*

*La situation se complique davantage, quand des phénomènes non linéaires s'ajoutent aux problèmes déjà existants. Les méthodes classiques de traitement de signal s'avèrent inefficaces quand il s'agit d'éliminer des perturbations dues aux effets non linéaires des canaux de transmission. L'introduction d'outils statistiques, outre les méthodes classiques notamment les statistiques d'ordre deux ou autocorrélation, permet en conjonction avec les méthodes adaptatives de filtrage, d'extraire plus d'information utile qui s'avère nécessaire pour une élimination plus efficace des perturbations [Giannakis\_87], [Proakis\_92] et [Hayes\_96].*

*Dans ce chapitre nous allons présenter les bases des outils statistiques nécessaires pour le traitement aussi bien linéaire que non linéaire de signaux aléatoires. Une bonne synthèse bibliographique concernant l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur est donnée par [Nikias-Raghuveer\_87], [Nikias-Mendel\_93] et [Swami\_97].*

## 2.1 Equations Caractéristiques des Statistiques d'Ordre Supérieur

### 2.1.1 Distributions de signaux

Les propriétés principales d'une variable aléatoire  $x$  peuvent être définies au moyen des fonctions de densité de probabilité.

Le tableau 2.1 résume les distributions de probabilité les plus utilisées [Papoulis\_91], [Proakis\_02a]. Les figures 2.1 et 2.2 illustrent certains types de distributions continues et discrètes respectivement.

Tableau 2.1 Distributions de probabilité

<i>Continue (données)</i>	<i>Continue (statistiques)</i>	<i>Discrète</i>
Beta	Chi-square	Binomiale
Exponentielle	F	Uniforme discrète
Gamma	t	Géométrique
Gaussienne (normale)		Hyper géométrique
Log normale		Poisson
Rayleigh		
Uniforme		

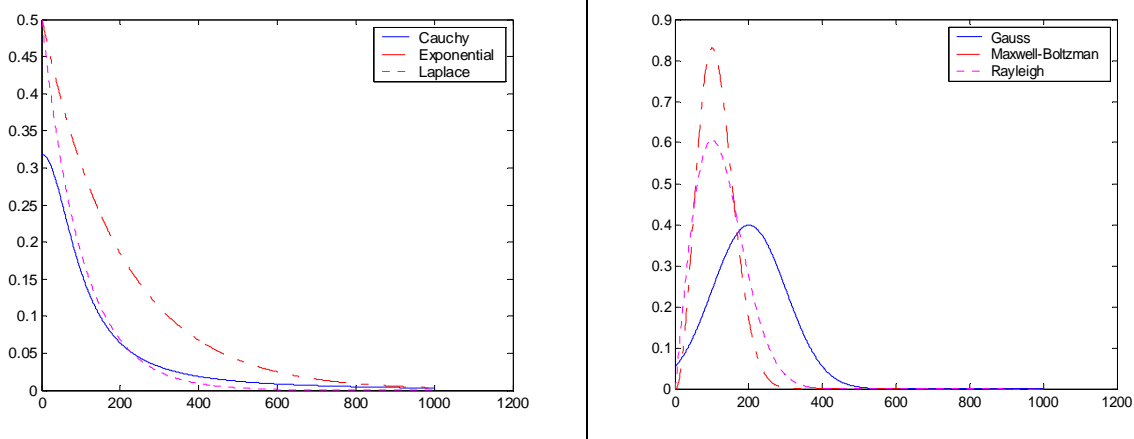


Fig. 2.1 Fonctions de densité de puissance de certaines distributions continues

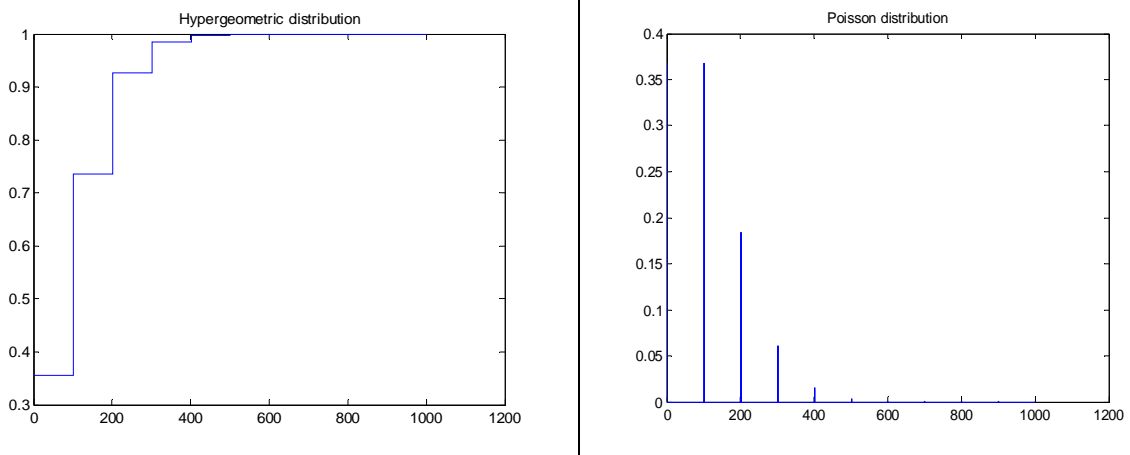


Fig. 2.2 Fonctions de densité de puissance de certaines distributions discrètes

### 2.1.2 Moment, variance et corrélation

La moyenne  $E[x(t)]$  d'une variable aléatoire  $x(t)$  est calculée à chaque instant  $t$ . Si cette moyenne ne dépend pas de  $t$ , on dit que le signal est stationnaire au premier ordre. A un instant  $t$  donné, si le signal est ergodique, propriété généralement admise, on peut remplacer le calcul sur différentes réalisations par une moyenne temporelle.

$$E[x(t)] = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (2.1)$$

La moyenne ou moment du premier ordre  $m$  d'une variable aléatoire  $x(t)$  est donné par (2.2)

$$m = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \quad (2.2)$$

Pour  $N$  réalisations  $x(n)$  de la variable aléatoire discrète  $x$ , le moment estimé du premier ordre est donné par (2.11)

$$\hat{m} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \quad (2.3)$$

Pour caractériser un signal aléatoire, l'outil de base utilisé est le moment du deuxième ordre. Dans le cas d'une variable centrée, le moment du deuxième ordre est appelé variance (ou carré de l'écart type).

Dans un certain nombre d'applications en traitement du signal, il est préférable de traiter des signaux de moyenne nulle, et donc de créer à partir de la variable aléatoire étudiée  $x$  une deuxième variable aléatoire  $y = x - m$  dite à moyenne nulle ou centrée.

- Moment de second ordre

$$M_x^2 = \varepsilon(x^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 p(\xi) d\xi \quad (2.4)$$

La variance (moment centré) de  $x$  est donnée par

$$\sigma^2(x) = \varepsilon(x - m_x)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - m_x)^2 p(\xi) d\xi = M_x^2 - (m_x)^2 \quad (2.5)$$

A partir de  $N$  réalisations du signal aléatoire (stochastique)  $x$ , l'estimation de la variance est donnée par (2.6).

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) \quad (2.6)$$

Cette variance caractérise la dispersion autour de la valeur moyenne (ou zéro pour un signal centré).

Pour caractériser la relation entre deux variables aléatoires, on étudie leur corrélation qui s'écrit en fonction de la densité de probabilité conjointe du couple de variables aléatoires  $p(x, y)$

$$E(xy) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy p(x, y) dx dy \quad (2.7)$$

On en déduit le coefficient de corrélation

$$r = \frac{E(xy)}{\sqrt{E(x^2)E(y^2)}} \quad (2.8)$$

$r$  est compris entre  $-1$  et  $1$ .

Si  $r=0$ , on dit que les variables  $x$  et  $y$  sont orthogonales.

Si  $r=\pm 1$ , il y a dépendance linéaire entre  $x$  et  $y$ .

Dans le cas où les variables aléatoires sont centrées et indépendantes, alors  $p(x, y)$  peut s'écrire comme suit

$$p(x, y) = p_x(x)p_y(y)$$

avec  $E(xy) = 0$ .

Autrement, l'intercorrélation entre les variables discrètes  $x$  et  $y$  est donnée par (2.9).

$$E(xy) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n) \quad (2.9)$$

Les estimations de  $E(x)$ ,  $E(x^2)$  et  $E(xy)$  sont d'autant meilleures que  $N$  est grand. Ces estimations sont elles-mêmes des variables aléatoires dont l'écart-type décroît lentement, (comme  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ) quand  $N$  augmente.

Cette corrélation  $E(xy)$  joue un rôle fondamental en traitement du signal.

Dans le cas d'un couple de variables aléatoires conjointement gaussiennes

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} \quad (2.10)$$

Les moments de ces variables sont

$$E(x^2) = \sigma_x^2, \quad E(y^2) = \sigma_y^2, \quad E(xy) = r\sigma_x\sigma_y$$

Si  $r=0$  (les variables  $x$  et  $y$  sont orthogonales),  $p(x, y)$  s'écrit sous la forme d'un produit

$$p(x, y) = p_x(x)p_y(y)$$

Deux variables aléatoires gaussiennes dans leur ensemble et orthogonales sont indépendantes.

### 2.1.3 Autocorrélation et spectre de puissance

L'autocorrélation permet d'identifier un modèle approprié à une séquence de donnée. Elle sert à déterminer si un échantillon de données a été généré à partir d'un processus aléatoire et si un modèle non linéaire peut être plus approprié pour représenter ces données au lieu d'un modèle plus simple [Box-Jenkins\_76], [Porat-Friedlander\_84].

Pour un signal à durée finie  $x(k)$ , la fonction d'autocorrélation peut être définie comme suit:

$$\mathfrak{R}(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)x(k+\tau) \quad (2.11)$$

Puisque la fonction d'autocorrélation est paire, elle peut également être définie comme suit:

$$\mathfrak{R}(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)x(k-\tau) \quad (2.12)$$

où  $\tau$  est le temps de réponse ou retard.

Dans le cas où  $x(k)$  est une distribution représentant un bruit blanc Gaussien, la figure 2.3 montre que seul l'échantillon à retard nul, produit une impulsion non nulle connue sous le nom d'impulsion de Dirac. Le spectre de puissance est obtenu en calculant la transformée de Fourier rapide (FFT) de la fonction d'autocorrélation.

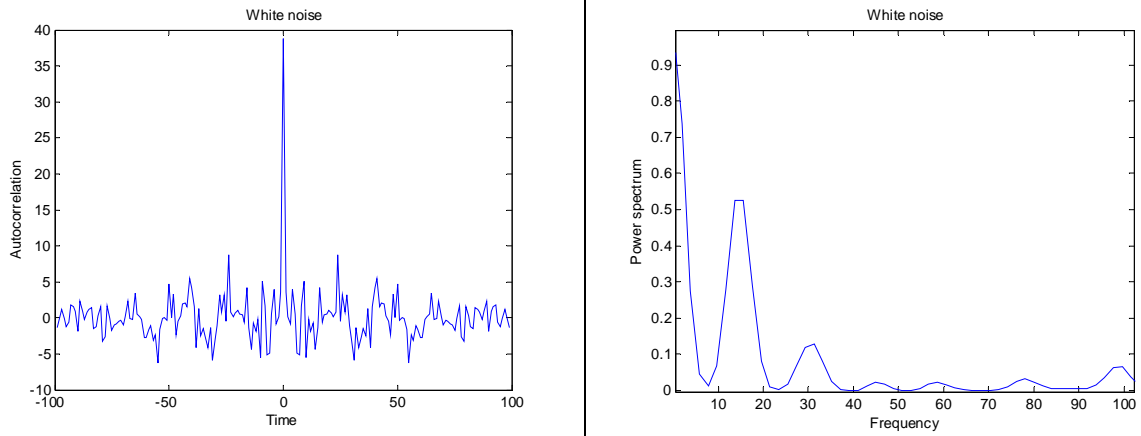


Fig. 2.3 Autocorrélation et spectre de puissance d'un bruit blanc

### 2.1.4 Moments d'ordre trois, cumulants et bispectre

Afin d'extraire le maximum d'information possible d'un signal, nous sommes passé des statistiques de premier ordre (moyenne et variance) au second ordre (autocorrélation, ou spectre de puissance) pour aboutir finalement aux statistiques d'ordre supérieur incluant les statistiques d'ordre trois (bispectre) et quatre (trispectre).

De façon similaire au moment d'ordre deux, le moment d'ordre trois est défini comme étant la moyenne d'ensemble du produit de trois instants de temps du processus aléatoire.

$$m_3^x(t_1, t_2) = E\{x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)\} \quad (2.13)$$

le moment d'ordre trois est obtenu en utilisant les fonctions génératrices de moments définies par  $\varphi(j\nu) = E\{e^{j\nu x}\}$ , auquel cas, les moments sont les puissances de  $j\nu$  dans l'expansion de la série de Taylor de  $\varphi$ .

Le cumulants d'un processus aléatoire est obtenu à partir des fonctions génératrices de cumulants, définies comme étant le logarithme des fonctions génératrices de moment  $\varphi$ .

$$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = E[x(k)x(k+\tau_1)x(k+\tau_2)] \quad (2.14)$$

Il est important de noter que pour un ordre inférieur ou égal à trois, les cumulants d'un processus aléatoire sont égaux aux moments centraux du même ordre. Pour des processus de type Gaussien, il se trouve que tous les cumulants sont nuls pour tout ordre supérieur à deux.

Le bispectre (*third order spectrum* ou *TOS*) est défini comme étant la transformée 2-D de Fourier du cumulants d'ordre trois.

### 2.1.5 Moments d'ordre quatre, cumulants et trispectre

L'équation (2.15) donne le cumulants d'ordre 4 de la séquence aléatoire  $x(n)$ .

$$C_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = E[x(n)x(n+\tau_1)x(n+\tau_2)x(n+\tau_3)] - C_2(\tau_1)C_2(\tau_2-\tau_3) - C_2(\tau_2)C_2(\tau_3-\tau_1) - C_2(\tau_3)C_2(\tau_1-\tau_2) \quad (2.15)$$

Le trispectre est défini comme étant la transformée 3-D de Fourier des statistiques d'ordre quatre.

La complexité de la mise en œuvre de cet ordre de calcul a limité l'utilisation des cumulants d'ordre quatre aux problèmes de séparation aveugle de source (*blind source separation* ou *BSS*).

Le tableau 2.2 nous donne un résumé des caractéristiques statistiques d'une séquence aléatoire de moyenne nulle  $x(k)$  [Mendel\_91]:

Tableau 2.2 Caractéristiques statistiques d'une séquence aléatoire

$M_x^n = \varepsilon(x^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^n p(\xi) d\xi$ $\sigma^n(x) = \varepsilon(x - m_x)^n = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - m_x)^n p(\xi) d\xi$
$C_{2,x}(\tau) = E[x(k)x(k+\tau)]$
$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = E[x(k)x(k+\tau_1)x(k+\tau_2)]$
$C_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = E[x(k)x(k+\tau_1)x(k+\tau_2)x(k+\tau_3)] - C_{2,x}(\tau_1)C_{2,x}(\tau_2-\tau_3) - C_{2,x}(\tau_2)C_{2,x}(\tau_3-\tau_1) - C_{2,x}(\tau_3)C_{2,x}(\tau_1-\tau_2)$

où

$M_x$  et  $\sigma_x$  sont le moment d'ordre  $n$  et le moment central d'ordre  $n$  respectifs,

$E$  est l'opérateur d'espérance mathématique.

$C_2$ ,  $C_3$  et  $C_4$  sont les cumulants d'ordre 2, 3 et 4 de la séquence  $x(k)$  respectivement.



La transformée de Fourier ( $f_i$ ) des expressions du tableau 2.2, nous donne les équations caractéristiques fréquentielles illustrées dans la figure 2.4.

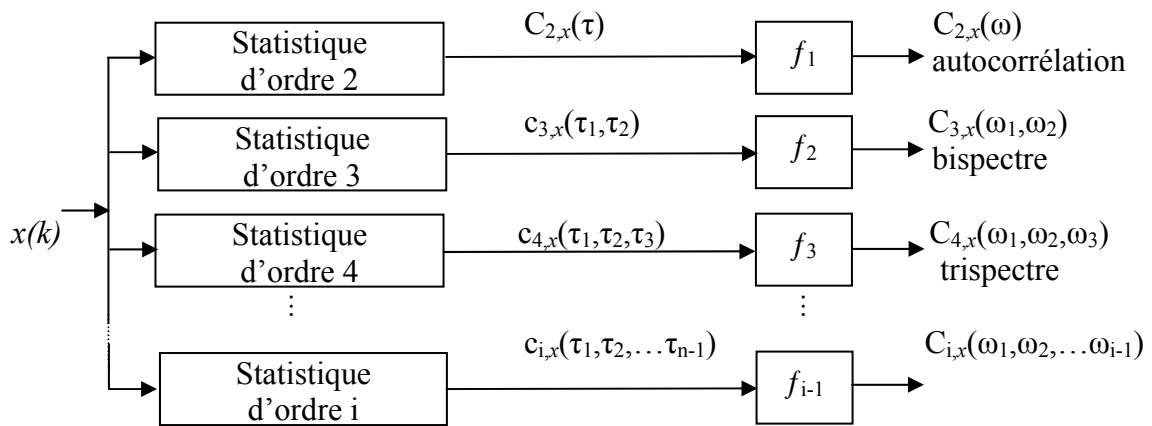


Fig. 2.4 Equations caractéristiques des statistiques d'ordre supérieur

## Utilité des Statistiques d'Ordre Supérieur (HOS)

Les statistiques d'ordre supérieur (trois ou quatre) présentent des avantages par rapport aux techniques classiques d'ordre deux (autocorrélation et/ou spectre de puissance). On peut citer [Nikias-Petropulu\_93] :

- Les caractéristiques d'ordre deux (comme le spectre de puissance et l'autocorrélation) ne contiennent aucune information de phase. Par conséquent, les signaux à non minimum de phase ne peuvent être correctement identifiés par les techniques d'ordre deux [Giannakis-Mendel\_89]. Ceci a son importance dans le cas des processus linéaires.

- Certain types de couplage de phase (associés à des non linéarités) ne peuvent être correctement identifiés par les statistiques d'ordre deux [Swami-Mendel\_89b].

- Tout signal de type Gaussien est entièrement caractérisé par sa moyenne et sa variance. Par conséquent, les statistiques d'ordre supérieur (HOS) d'un signal Gaussien sont soit nulles (par exemple le moment d'ordre trois d'un signal Gaussien est égal à zéro), soit contiennent une information redondante [Mendel\_91], [Nikias-Raghuvver\_87]. En pratique, plusieurs signaux ont des HOS non nulles, alors que les perturbations et bruits sont de nature Gaussienne. Par conséquent, les HOS sont moins affectées par les bruits de fond de type Gaussien que les statistiques d'ordre deux.

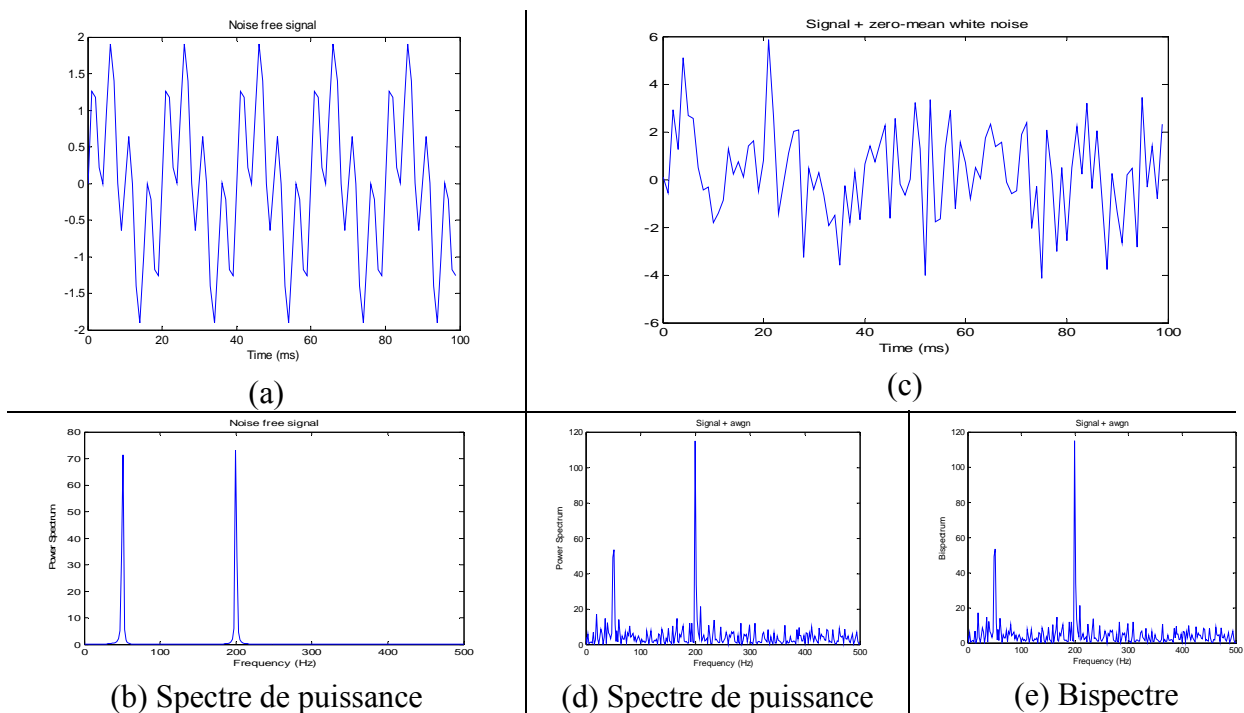


Fig. 2.5 Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal déterministe

S'il est évident que le spectre de puissance d'un signal déterministe contaminé par un bruit gaussien est très différent de celui du signal déterministe seul, il demeure que le bispectre du signal plus bruit est, au moins en principe, le même que celui du signal non bruité comme illustré dans les figures 2.5 et 2.6.

Les figures 2.5-a et 2.5-b montrent les représentations temporelle et fréquentielle du signal donné par  $y(t) = \sin(2\pi 50t) + \sin(2\pi 200t)$ . Dans ce cas, la nature du signal d'entrée et du bruit associé, permet à travers les filtres classiques, d'isoler le signal analogique désiré du signal non désiré (bruit).

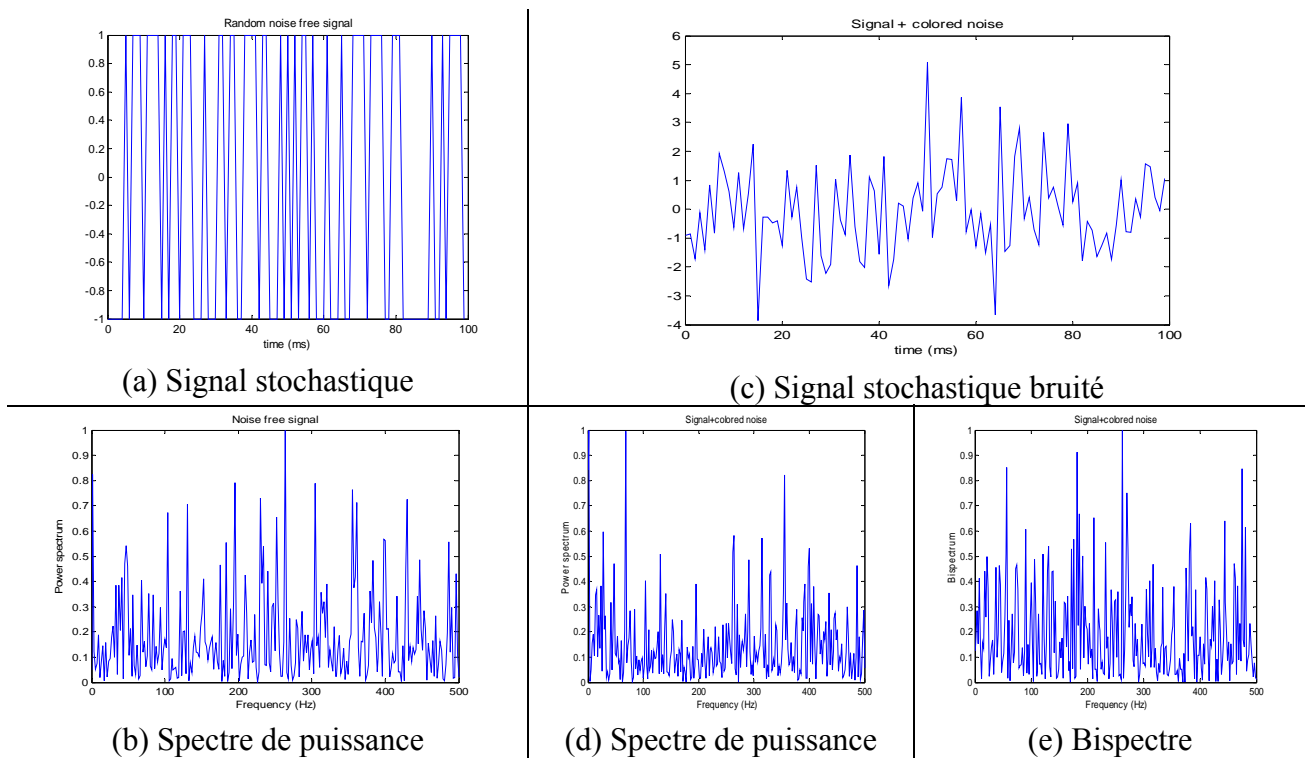


Fig. 2.6 Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal stochastique

Dans le cas de la transmission de données (numériques), la figure 2.7 illustre la représentation temporelle d'un signal binaire pseudo-aléatoire contaminé par un bruit blanc.

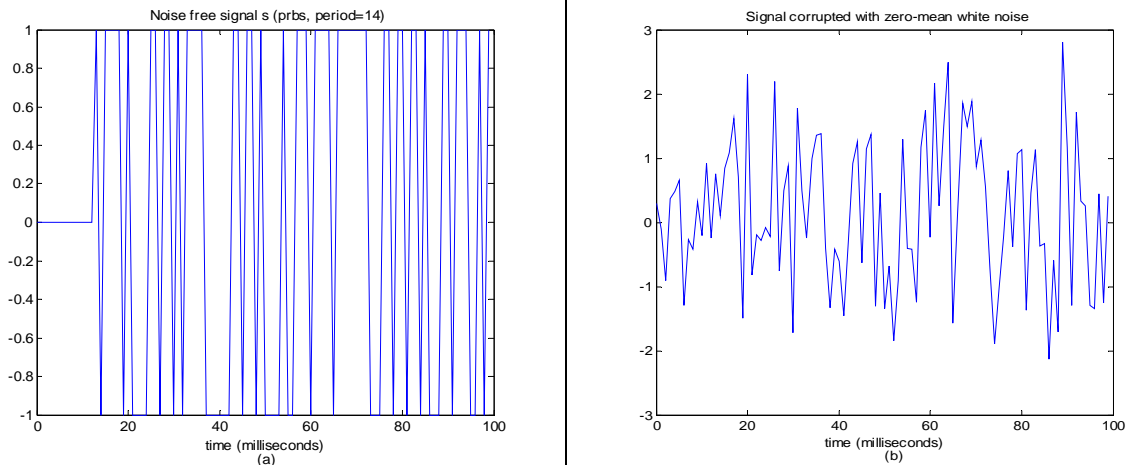


Fig. 2.7 Représentation temporelle d'un signal binaire pseudo-aléatoire

Les représentations fréquentielles des mêmes signaux de la Fig. 2.8, montrent qu'avec les méthodes classiques de filtrage, il n'est pas évident de dissocier le spectre du signal désiré de celui du signal bruit.

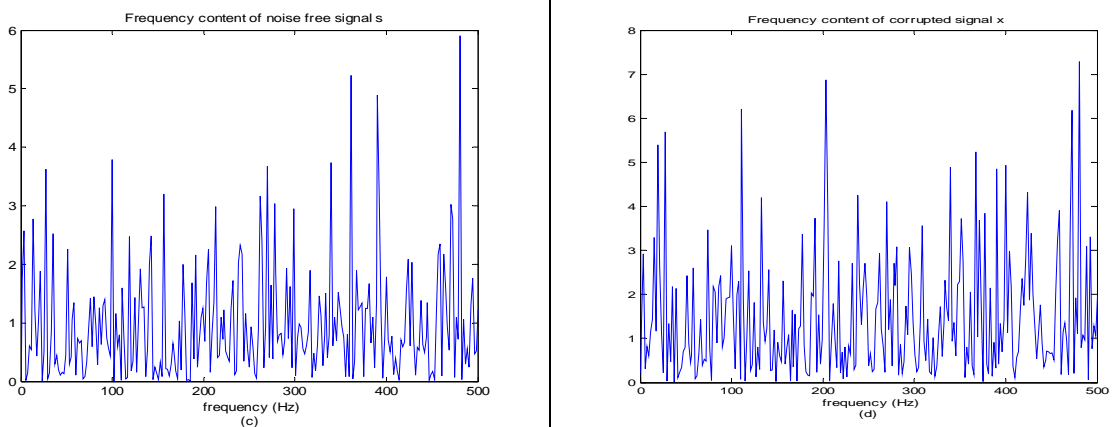


Fig. 2.8 Représentation de signaux numériques pour un égaliseur adaptatif

## 2.2 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les outils statistiques d'ordre deux, trois et quatre. On va utiliser ces outils dans le développement des filtres adaptatifs linéaires et non linéaires. Nous avons vu que, dans le cas des systèmes non linéaires, l'autocorrélation ne permet pas d'obtenir tous les résultats. L'utilisation des cumulants d'ordre trois ou quatre peut s'avérer plus qu'utile.

Dans le chapitre qui suit, nous allons évoquer le problème d'égalisation adaptative avant de développer la nouvelle formulation de l'algorithme de filtrage adaptatif à loi de d'adaptation variable.

*La conception des filtres stochastiques nécessite une connaissance à priori des statistiques de la séquence de donnée en question. Un nombre important de réalisations de telles séquences est nécessaire pour obtenir une estimation fiable de leurs statistiques. En pratique, on a généralement une seule réalisation des séquences du signal. Pour pallier à cette situation, le signal est généralement considéré comme étant ergodique [Diniz\_02].*

*Dans un système de transmission, la nature du canal de propagation conditionne la conception des éléments liés à la transmission ainsi que le dimensionnement du système. Les canaux sélectifs en fréquence, qui constituent un cas répandu dans les systèmes mobiles existants et à venir, entraînent l'apparition d'interférence d'entre symboles (IES) au niveau du signal numérique reçu.*

*L'égalisation est une technique usuelle permettant de résister aux distorsions et d'atteindre les performances escomptées. Le choix d'un égaliseur parmi différentes structures possibles (linéaire, non linéaire, à maximum de vraisemblance, etc.) est lié à un compromis entre performances et complexité qui dépend considérablement du type de modulation utilisé ainsi que des statistiques de la réponse impulsionnelle du canal.*

*Généralement, l'égaliseur implémenté dans le récepteur utilise une structure fixe. Des travaux préliminaires ont montré qu'il est judicieux d'évaluer l'apport effectif de l'égalisation avant de mettre en œuvre ce traitement sur un message reçu. L'objectif de cette thèse est de concevoir une structure d'égaliseur reliant deux aspects : une loi itérative d'adaptation du pas de convergence et les statistiques d'ordre supérieur. Une première approche sera de considérer des structures optimales, dérivées de l'algorithme de Wiener-Hopf. Les structures proposées permettront la mise en place de critères pertinents d'adaptation des traitements mis en œuvre afin d'obtenir le meilleur compromis entre la vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement.*

### 3.1 Filtre Optimal de Wiener

La figure 3.1 montre le schéma block d'un filtre adaptatif transversal  $H_k$  dans le contexte d'estimation d'une séquence désirée  $d_k$  basé sur un signal de référence  $X_k$ , obtenus en échantillonnant les signaux  $d(t)$  et  $X(t)$  respectivement. La sortie du filtre, à l'instant  $k$ , est  $Y_k$  et l'erreur d'estimation est  $e_k$  avec  $N$  étant l'ordre du filtre. Quand l'erreur d'estimation tend vers zéro, la sortie du filtre tend vers la séquence désirée.

Pour obtenir la configuration optimale du filtre, une méthode directe consiste à choisir une fonction appropriée de l'erreur d'estimation (parfois appelée fonction de performance ou fonction coût) qui permet d'obtenir les coefficients du filtre ( $H_k$ ) de telle sorte à optimiser cette fonction dans un certain sens. Plusieurs fonctions coût permettent d'achever des objectifs différents. Pour un processus déterministe, on peut minimiser l'erreur des moindres carrés (*least square error* ou *LSE*), alors que pour un processus stochastique, on minimise l'erreur quadratique moyenne (*mean square error* ou *MSE*). D'autres situations peuvent nous amener à vouloir maximiser le rapport signal-bruit (SNR) ou récupérer l'enveloppe du signal [Proakis\_02b].

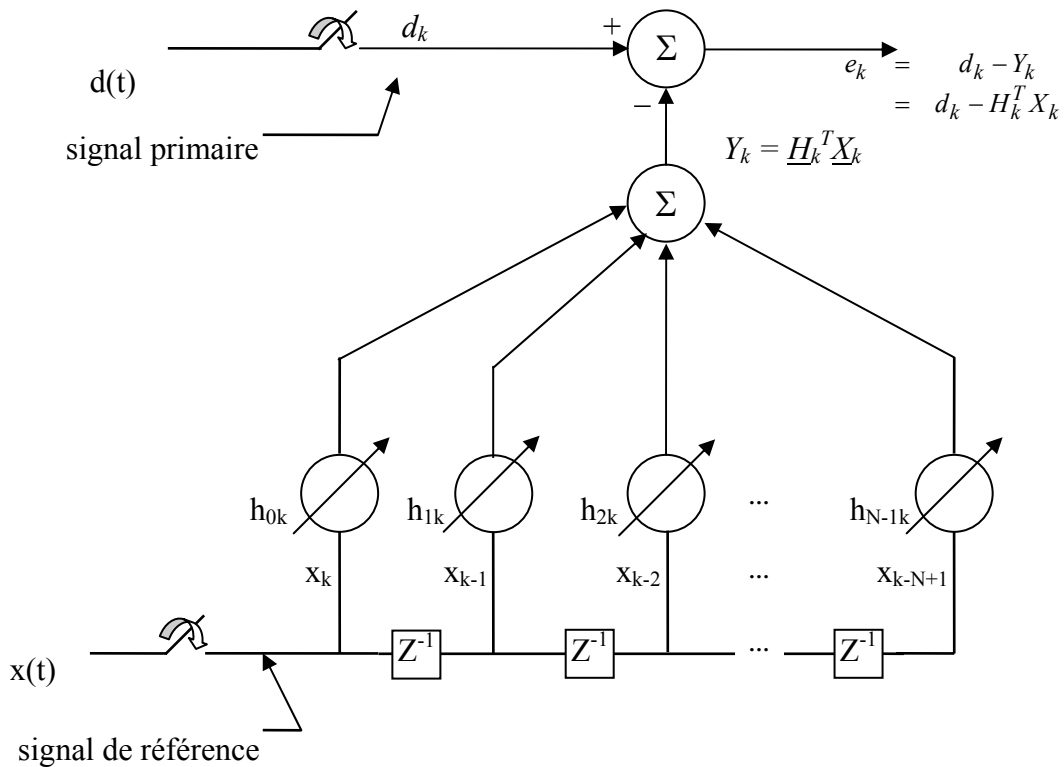


Fig. 3.1 Filtre linéaire adaptatif transversal

Dans le cas du filtre optimal de Wiener, cette fonction coût, dénommée  $J$ , est donnée par le carré de l'erreur d'estimation. La fonction  $J$  est aussi appelée erreur quadratique moyenne.

$$J = E[|e_k|^2] \quad (3.1)$$

où le signal d'erreur, à l'instant  $k$ ,  $e_k$  est donné par (3.2).

$$e_k = d_k - Y_k = d_k - H_k^T X_k = d_k - X_k^T H_k \quad (3.2)$$

Utilisant (3.2), le développement de (3.1) nous donne

$$J = E[d_k^2] - 2P^T H_k + H_k^T R H_k \quad (3.3)$$

où on reconnaît la variance du signal désiré  $E[d_k^2] = \sigma_d^2$ .

Les coefficients du filtre optimal ( $H_*$ ) sont obtenus en annulant le gradient de (3.1) par rapport aux coefficients du filtre.

$$\nabla J = \frac{\partial J}{\partial H_k} = 2E \left( e_k \frac{\partial e_k}{\partial H_k} \right) \quad (3.4)$$

Pour  $\nabla J = 0$ , on aura

$$E(X_k X_k^T) H_* = E(X_k d_k) \quad (3.5)$$

qu'on peut réécrire sous la forme

$$R H_* = P \quad (3.6)$$

L'expression (3.6) permet d'aboutir au filtre optimal de Wiener  $H_*$  donné par (3.7) plus connue sous le nom représentation matricielle de l'équation de Wiener-Hopf [Widrow\_75],

$$H_* = R^{-1} P \quad (3.7)$$

avec  $H_*$  étant le vecteur optimum des coefficients,

$R = E[X_k X_k^T]$  est la matrice d'autocorrélation du signal d'entrée  $X_k$ .  $R$  est symétrique, définie positive, de Toeplitz,

$P = E[X_k d_k]$  est le vecteur d'intercorrélacion entre le signal d'entrée  $X_k$  et le signal désiré  $d_k$ .

Une première approche pour résoudre l'équation de Wiener-Hopf (3.7) consiste à utiliser l'algorithme du gradient déterministe. Afin de minimiser la puissance du signal d'erreur  $E[e_k^2]$ , on utilise la méthode de la plus grande pente, qui consiste à rechercher à chaque itération la direction de la descente maximale (ou plus grande pente), pour obtenir les coefficients du filtre  $H_k$ .

La combinaison de (3.3) et (3.7) permet d'obtenir l'algorithme du gradient donné par (3.8)

$$\begin{aligned} H_{k+1} &= H_k - \mu \left( \frac{\partial E[e^2(k)]}{\partial H_k} \right) \\ &= H_k - 2\mu E(e_k \frac{\partial e_k}{\partial H_k}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

qu'on peut récrire, en utilisant (3.4) sous la forme

$$H_{k+1} = H_k - \frac{1}{2} \mu (\partial J / \partial H_k) \quad (3.9)$$

où  $\mu$  est une constante positive qui contrôle le taux de convergence et communément dénommée facteur de convergence ou pas d'adaptation.

### 3.2 Problème d'Egalisation Adaptative

Le problème d'égalisation adaptative peut être décrit utilisant la figure 3.2.

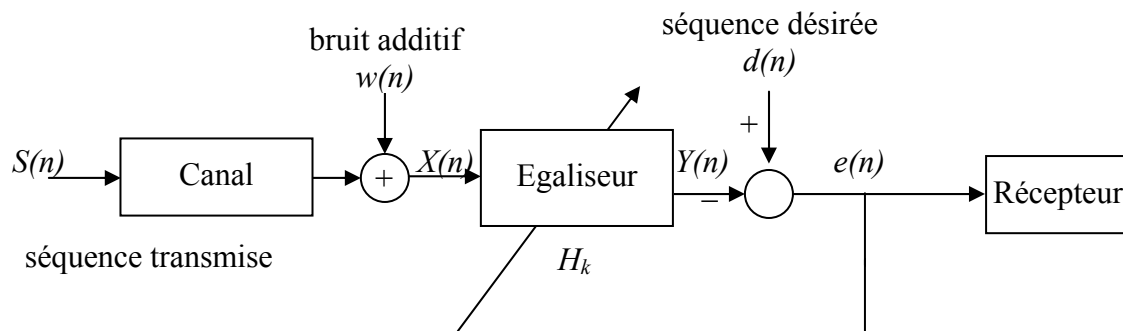


Fig. 3.2 Configuration d'un égaliseur adaptatif

Le signal primaire  $X(n)$  est la somme d'un signal porteur d'information  $S(n)$  et d'un bruit additif  $w(n)$  formant le signal donné par (3.10)

$$X(n) = S(n) + w(n) \quad (3.10)$$

qui alimente l'entrée de l'égaliseur pour obtenir le signal de sortie du filtre  $Y(n)$ . Le signal d'erreur  $e(n)$  donné par (3.2) est utilisé pour mettre à jour, à chaque itération (ou instant)  $k$ , le vecteur des coefficients (poids) du filtre  $H_k$ . La séquence désirée  $d(n)$ , est parfois dénommée en littérature signal de référence ou signal d'entraînement.

À chaque instant  $k$ , on veut adapter les coefficients du filtre ( $H_k$ ) selon certains critères comme l'erreur quadratique moyenne donnée par (3.1) afin d'éliminer au mieux le bruit additif.

Selon la nature du signal d'entrée et le type d'application en question, trois approches principales peuvent être considérées.

- Signal stationnaire, où les paramètres statistiques du signal d'entrée (i.e., moyenne et écart type) ne changent pas avec le temps. Le critère le plus important d'un signal stationnaire est que sa fonction d'autocorrélation ne change pas avec le temps (dépend uniquement des décalages).
- Signal non stationnaire, principalement dû aux dépassements transitoires.
- Déconvolution aveugle ou absence du signal d'entraînement.



Dans notre cas, on s'intéresse aux deux premières approches. La dernière approche concernant l'égalisation aveugle, ne fait pas partie des objectifs de cette thèse.

Avant d'entamer la discussion de l'algorithme des moindres carrés moyens, nous allons d'abord présenter les critères d'évaluation d'un filtre adaptatif.

### 3.2.1 Critères d'évaluation de performance d'un filtre adaptatif

- *Taux de convergence*

Dans un système adaptatif, une convergence rapide vers la solution optimale est un critère désiré. Cependant, une convergence trop rapide peut conduire à une instabilité du système. Cela montre que le critère de convergence ne peut être considéré seul mais en conjonction avec d'autres critères. Par conséquent, il faut retenir que la convergence rapide:

- ne veut pas forcément dire meilleure solution.
- est recommandée pour des applications à haute fréquence (radiocommunications mobiles, téléphone portable (GSM), télévision numérique à haute définition ou HDTV et *Asymptotic Digital Subscriber Line* ou ADSL).
- est un critère important pour évaluer la performance d'un algorithme.

- *Erreur quadratique moyenne minimale (Minimum Mean Square Error, MMSE)*

indique dans quelle mesure le système est apte à exécuter sa tâche de filtrage. Une MMSE faible indique que le système adaptatif a «précisément» convergé vers la solution désirée. Les paramètres qui peuvent affecter ce critère sont, mais ne se limitent pas à : l'ordre du système adaptatif, l'erreur de quantification et le bruit de mesure. L'erreur quadratique moyenne excédante (*excess MSE*) est définie comme étant la différence entre l'erreur quadratique moyenne (MSE) réelle à la sortie du filtre adaptatif et ce qu'elle devrait être si les coefficients du filtre adaptatif étaient maintenus à leurs valeurs optimales.

- *L'erreur d'ajustement (misadjustment)* dépend essentiellement de:

- bruit du gradient,
- la sensibilité des coefficients à l'effet de quantification (distorsion),
- l'ordre du filtre adaptatif,
- l'amplitude (grandeur) du bruit de la mesure.

- *Précision de l'estimation des paramètres du filtre*

La précision de l'estimation des coefficients du filtre est plutôt importante dans la mesure où elle permet d'obtenir des conditions acceptables de l'erreur d'ajustement.

- *Charge de calcul*  
Une faible charge de calcul est particulièrement intéressante pour une implémentation matérielle en temps réel (DSP) et les applications où une faible consommation d'énergie est exigée.
- *Stabilité*  
Les filtres RIF sont intrinsèquement stables aussi longtemps que le facteur de convergence et les constantes de gain sont appropriés. La stabilité devient un problème majeur lorsqu'il s'agit de filtres RII.
- *Robustesse*  
Il est difficile de mesurer quantitativement ce critère tant la robustesse est directement liée avec la stabilité du système adaptatif. Elle indique à quelle mesure le système peut résister aussi bien aux aléas du signal d'entrée qu'aux effets de quantification.
- *Ordre du filtre*  
L'ordre du filtre, désigné par  $N$ , est intrinsèquement lié aux autres critères d'évaluation de la performance. Il indique à quel degré de précision le filtre adaptatif peut modéliser le système. Pour les systèmes surdéterminés, (l'ordre du filtre est supérieur à l'ordre du système), ou autrement, quand il y a trop de pôles/zéros dans le modèle du système, l'erreur quadratique moyenne aura la possibilité de converger vers zéro mais au prix d'une charge de calcul excessive. De la même manière, lorsque le système est sous déterminé, (l'ordre du filtre est inférieur à l'ordre du système), peu de calculs seront nécessaires. Par contre, l'erreur quadratique moyenne va converger vers une constante non nulle. Un traitement sur la détermination de l'ordre du filtre est donné par [Shah\_94].

### 3.2.2 L'algorithme des moindres carrés moyens (MCM ou LMS)

Une solution itérative de (3.7) peut être dérivée à partir du concept des moindres carrés. Cette approche itérative permet de réduire la charge de calcul requise  $O(N^3)$  pour l'inversion de la matrice d'autocorrélation  $R$ . La version de base de l'algorithme des moindres carrés moyens ou LMS est donnée par [Widrow\_75], [Widrow-Stearns\_85]

$$\begin{aligned}
 Y_k &= X_k^T H_k \\
 e_k &= d_k - Y_k \\
 H_{k+1} &= H_k + 2\mu e_k X_k
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

- où  $Y_k$  est la sortie du filtre à l'instant  $k$ ,  
 $H_k$  est le vecteur des coefficients du filtre,  
 $X_k$  est la séquence observée de donnée d'entrée,  
 $d_k$  est le signal désiré
- et  $e_k$  est le signal d'erreur comme illustré dans la figure 3.3;  
 $T$  étant l'opérateur de la transposée.

D'autres variantes de cet algorithme ont été proposées dans la littérature, voir tableau 3.1, dans l'espoir d'améliorer un ou plusieurs des critères d'évaluations vus précédemment.

Cependant, l'algorithme LMS et ses différentes variantes souffrent des problèmes de faible performance en poursuite et de convergence notamment en milieu non stationnaire [Friedlander-Smith\_84], [Cilke-Etter\_92] et [Bermudez-Bershad\_96b]. En plus, les deux dernières variantes du tableau 3.1 présentent une erreur conséquente d'ajustement et sont, par conséquent, susceptibles de diverger [Eweda\_99].

Tableau 3.1 Variantes classiques du LMS

Algorithme	Mise à jour du vecteur coefficients
LMS	$H_{k+1} = H_k + 2\mu e_k \times X_k$
Sign-data LMS	$H_{k+1} = H_k + 2\mu e_k \times \text{sgn}(X_k)$
Sign-error LMS	$H_{k+1} = H_k + 2\mu \text{sgn}(e_k) \times X_k$
Sign-sign LMS	$H_{k+1} = H_k + 2\mu \text{sgn}(e_k) \times \text{sgn}(X_k)$

La figure 3.3 illustre une application type du LMS dans le domaine d'annulation d'interférence.

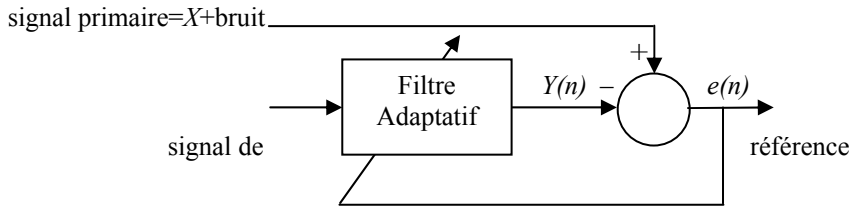
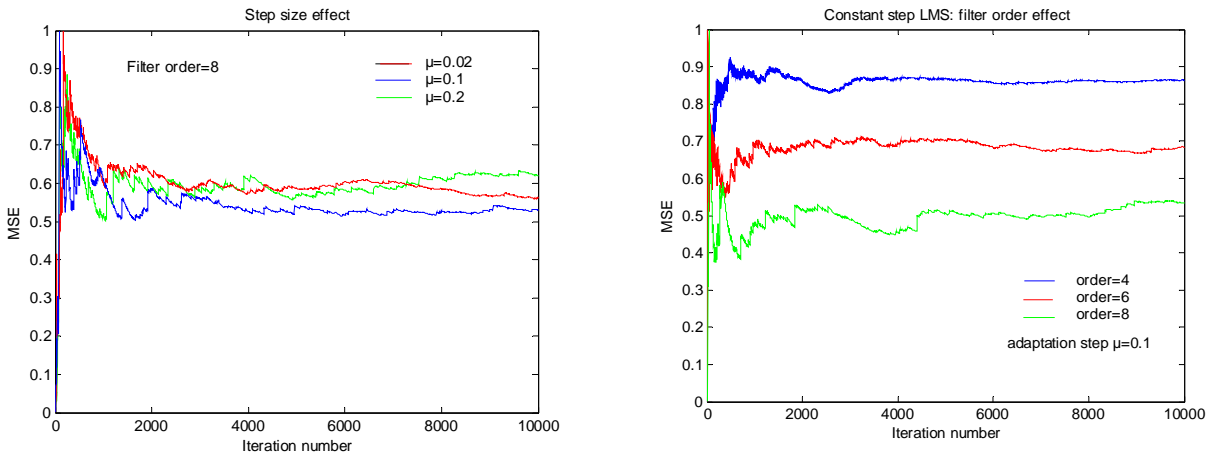


Fig. 3.3 Application type de l'algorithme LMS

Dans ce cadre, différentes simulations sont conduites pour illustrer notamment, les effets de la valeur du pas de convergence et l'ordre du filtre sur la vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement tels illustrés dans la figure 3.4. On déduit que la vitesse de convergence, l'erreur d'ajustement et l'ordre du filtre sont proportionnels au pas d'adaptation de l'algorithme.



(a) effet du pas de convergence

(b) effet de l'ordre du filtre

Fig. 3.4 Courbes d'apprentissage de l'algorithme des moindres carrés moyens

### 3.3 Nouvelle Formulation d'une Loi d'Adaptation Itérative

Dans (3.11), le pas d'adaptation ou le facteur de convergence ( $\mu$ ) est normalement déterminé à partir des valeurs propres ( $\lambda_i$ ) de la matrice de corrélation d'entrée ( $R$ ). Mais puisque ces paramètres sont à priori inconnus, leur estimation devient nécessaire. Pour assurer la convergence de l'algorithme, le pas d'adaptation ( $\mu$ ) doit être, généralement, une constante scalaire choisie dans l'intervalle  $]0, 1/\lambda_{\max}[$ , où  $\lambda_{\max}$  représente la valeur propre maximale de la matrice d'autocorrélation  $R$  [Haykin\_01], [Widrow-Stearns\_85].

Le filtrage adaptatif classique via l'algorithme LMS utilise un pas d'adaptation fixe. Cette approche a donné lieu à des limitations de l'algorithme notamment lorsqu'il s'agit de poursuite de non stationnarité ou de faire face à des processus non linéaires. Dans cette section, on va développer une loi adaptative, sous forme récursive pour effectuer la mise à jour du pas d'adaptation. Cette méthode permet d'obtenir un meilleur filtrage adaptatif en particulier dans un environnement non stationnaire. Elle permet aussi de maintenir un niveau de charge de calcul acceptable, notamment en utilisant une loi sous forme récursive qui concorde avec la solution itérative de (3.7) permettant d'éviter l'inversion de la matrice d'autocorrélation  $R$ .

L'utilisation de l'algorithme des moindres carrés moyens (LMS) allait crescendo depuis son introduction par Widrow et al. durant les années 1960, et ce dans différents domaines d'applications comme mentionné dans [Widrow\_75], [Widrow-Stearns\_85], [Cowan-Grant\_85], [Haykin\_01] et [Sayed\_03]. Cette utilisation grandissante est due principalement à une formulation simple du LMS et une facilité de son implémentation pratique. Certains problèmes, malheureusement, persistent encore au niveau de cet algorithme, notamment, le choix critique du pas de convergence et la dépendance de la convergence de la dispersion des valeurs propres de la matrice d'autocorrélation. Ces deux éléments peuvent conduire, dans certaines situations, à une faible performance en poursuite et une convergence très lente, voire une divergence. Pour pallier à ces problèmes, plusieurs techniques traitant le pas de convergence ont été proposées dans la littérature.

Une expression du pas de convergence en fonction des données d'entrée a été formulée par [Bershad\_86], cependant, l'algorithme a été seulement testé avec des données blanches et l'analyse a été restreinte à des signaux d'entrée stationnaires à moyenne nulle et de type Gaussien. [Gardner\_87] a montré la dépendance de la dimension du pas optimal du degré de non stationnarité.

Pour augmenter la vitesse de convergence de l'algorithme, une expression du pas variable avec le temps a été proposée dans [Lee-Un\_86], mais encore, la méthode souffre de l'augmentation substantielle de sa complexité de calcul. [Bershad-Macchi\_91] propose un algorithme à pas d'adaptation fixe capable de poursuivre un signal non stationnaire mais celui-ci doit avoir une amplitude constante.

Dans d'autres méthodes, comme [Kwong-Johnston\_92] et [Azimi-Sadjadji\_94], la valeur optimale du pas de convergence est obtenue en minimisant l'erreur quadratique moyenne par rapport à ce paramètre. Cependant, ces méthodes nécessitent des charges de calculs considérables et par conséquent, ne peuvent être appliqués en temps réel. Même l'algorithme proposé par [Chiang-Nikias\_88] et repris un peu plus tard par [Bakrim\_94] n'échappe pas à cette limitation [Aboutajdine\_96]. [Rupp-Cezanne\_00] propose une loi de convergence sous forme matricielle variable dans le temps incluant implicitement les problèmes de détermination de la norme et du déterminant de la matrice.

Dans cette partie, l'objectif est de présenter une nouvelle formulation récursive du pas d'adaptation tout en essayant de garder une simplicité de calcul aussi compétitive que celle du LMS classique. Cette formulation de l'algorithme est testée dans des environnements stationnaire et non stationnaire.

On rappelle que l'algorithme LMS est donné par (3.11)

$$\begin{aligned} Y_k &= X_k^T H_k \\ e_k &= d_k - Y_k \\ H_{k+1} &= H_k + 2\mu e_k X_k \end{aligned}$$

où  $Y_k$  est la sortie du filtre à l'instant  $k$ ,  $H_k$  est le vecteur des coefficients,  $X_k$  est la séquence de données d'entrée,  $d_k$  est la réponse désirée et  $e_k$  le signal d'erreur.

Avec la supposition que  $H_k$  et  $X_k$  sont statistiquement indépendants, et prenant l'espérance mathématique des deux cotés de l'équation de mise à jour du vecteur des coefficients de (3.11), on obtient

$$E[H_{k+1}] = E[H_k + 2\mu e_k X_k] = E[H_k] + 2\mu (E[d_k X_k] - E[X_k^T H_k X_k]) \quad (3.12)$$

où  $E[.]$  est l'opérateur d'espérance mathématique.

On peut facilement démontrer que (3.12) converge vers la solution optimale de Wiener donnée par (3.13),

$$H_* = R^{-1}P \quad (3.13)$$

où  $P$  est le vecteur d'intercorrélation entre le réponse désirée du filtre et les éléments du vecteur données d'entrée.

Durant le processus d'adaptation, à l'itération  $k$ , l'erreur quadratique moyenne (MSE)  $\xi_k$  peut être représentée par (3.14)

$$\begin{aligned} \xi_k &= E[e^2 k] \\ &= \xi_{\min} + (H_k - H_*)^T R (H_k - H_*) \end{aligned} \quad (3.14)$$

où  $\xi_{min}$  est l'erreur quadratique moyenne minimale menant à la solution optimale de Wiener. L'équation (3.14) montre que lorsque  $H_k$  cherche à atteindre le vecteur optimum des coefficients  $H^*$ ,  $\xi_k$  tend vers  $\xi_{min}$ .

L'erreur d'ajustement de la convergence  $M$ , est définie comme étant le rapport de l'erreur quadratique moyenne excédante (*excess MSE*) par  $\xi_{min}$  [Haykin\_01].

$$M \triangleq \frac{\xi_k - \xi_{min}}{\xi_{min}} = \frac{\sum_{i=1}^N \mu \lambda_i}{1 - \sum_{i=1}^N \mu \lambda_i} \quad (3.15)$$

Quand le facteur de convergence  $\mu$  est plus petit que  $1/\lambda_{max}$ , une approximation de la valeur de  $M$  est donnée par (3.16)

$$M \approx \mu \sum_{i=1}^N \lambda_i = \mu \cdot tr[R] \quad (3.16)$$

où  $tr[R]$  est la trace de la matrice d'autocorrélation  $R$ .

La vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement sont directement proportionnelles à la valeur du pas de convergence. L'utilisation d'un pas de convergence constant, diminue la performance de poursuite du LMS qui reste essentiellement la même que durant la phase initiale de convergence. Par conséquent, une expression variable du pas de convergence, assurant un compromis entre une convergence rapide et une erreur d'ajustement faible, sera privilégiée [Ho\_96].

### 3.3.1 Loi itérative de mise à jour du pas de convergence

Les propriétés de convergence de l'algorithme à pas d'adaptation variable décrites ci-dessous concernent la charge de calcul (complexité mathématique), les limites du pas de convergence et la vitesse d'adaptation.

La loi d'adaptation itérative du pas de convergence, dépendant des caractéristiques précédentes du signal d'entrée du filtre [Meghriche-Derras\_96], est représentée par (3.17)

$$\mu_k = \frac{1}{\frac{1}{\mu_0} + \sum_{i=1}^N X^2(k-i)} \quad (3.17)$$

où  $N$  représente le nombre de coefficients (ordre) du filtre et  $\mu_0$  étant un facteur de régulation.

Après les premières  $N$  itérations d'initialisation, une expression récursive pour le pas de convergence peut s'écrire comme suit:

$$\mu_k = \frac{\mu_{k-1}}{1 + \Delta\mu_{k-1}}$$

avec  $\Delta = X^2(k) - X^2(k - N)$ ,

ou encore sous la forme donnée par (3.18),

$$\mu_k = \mu_{k-1} - \frac{\Delta\mu_k^2}{1 + \Delta\mu_k} \quad (3.18)$$

Dans l'expression (3.18), la mise à jour du vecteur de coefficients nécessite un nombre supplémentaire de multiplications de l'ordre de  $4N$  par rapport à la version classique du filtre ayant un pas de convergence constant.

En effectuant le changement de variable  $\mu'_k = 1/\mu_k$ , une forme plus simplifiée de (3.18) peut être obtenue. Ainsi, durant les premières  $N$  itérations,  $\mu'_k$  peut s'écrire sous la forme récursive donnée par (3.19).

$$\mu'_k = \mu'_{k-1} + X^2(k) \quad (3.19)$$

et pour les itérations suivantes ( $k > N$ ), la mise à jour de  $\mu'_k$  s'effectue sous la forme décrite par (3.20)

$$\mu'_k = \mu'_{k-1} + [X(k) - X(k - N)][X(k) + X(k + N)] \quad (3.20)$$

Par rapport à (3.11), l'équation (3.20) montre que le nombre d'opérations mathématiques supplémentaires introduites pour la mise à jour du vecteur des poids, se réduit à une seule multiplication et trois additions. Le tableau 3.2 donne une comparaison des différentes expressions du pas de convergence par rapport au nombre requis d'opérations mathématiques, sachant que la multiplication représente une charge de calcul plus importante que celle de l'addition. Dans le cas où  $N$  est choisi comme étant une puissance de 2, la version 2 du tableau 3.2 ne nécessitera alors que des additions.

Tableau 3.2: Complexité mathématique des algorithmes

<i>Pas d'adaptation</i>	<i>Nombre de multiplication</i>	<i>Nombre d'addition</i>
Formule de [Kwong-Johnston 92]	3N	1N
version 1 (3.18)	4N	2N
version 2 (3.20)	1N	3N

Pour assurer la convergence de l'algorithme, le pas de convergence  $\mu_k$  doit vérifier l'inéquation  $0 < \mu_k < 1/\lambda_{\max}$ . En utilisant l'expression de  $\mu'_k$ , on obtient

$$\mu'_k > \lambda_{\max}$$

L'équation d'adaptation ou mise à jour du vecteur des coefficients peut se réécrire comme

$$H_{k+1} = H_k + (2/\mu'_k)e_k X_k \quad (3.21)$$

De manière similaire, l'erreur d'ajustement peut se réécrire comme

$$M \approx (1/\mu'_k) \text{tr}[R] \quad (3.22)$$

Des équations (3.21) et (3.22), on déduit que la vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement sont inversement proportionnelles à  $\mu'_k$ .

### 3.3.2 Résultats de simulation

La figure 3.5 illustre un schéma bloc d'un circuit anti-parasite adaptatif (ANC). Le signal primaire  $X$  se compose d'un signal désiré  $D$  contaminé par un signal bruit  $n_1$  qui est une version "filtrée" du signal secondaire (signal bruit de référence)  $n_2$ . Le signal  $D$  est généré de façon à être statistiquement indépendant de  $n_1$  et  $n_2$ . Le filtre adaptatif donne une estimation  $Y_k$  de la composante bruit du signal primaire (dans ce cas le signal bruit  $n_1$ ), de telle sorte que le signal d'erreur  $e_k$  est donné par  $e_k = X - Y_k = \hat{D} \approx D$ .

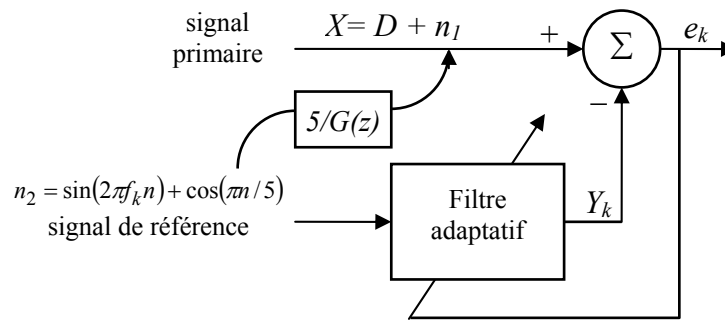


Fig. 3.5 Schéma bloc d'un système anti-parasite adaptatif

Pour illustrer le comportement de la nouvelle formulation du filtre, on génère une séquence désirée par le passage d'un bruit blanc  $D$ , à moyenne nulle et variance unité, à travers un système de type tout pôles (AR) de fonction de transfert  $F(z)$ , voir tableau 3.3.

Le signal bruit  $n_1$  est généré par le passage d'un signal sinusoïdal (de référence) non stationnaire  $n_2$ , ayant la forme  $n_2 = \sin(2\pi f_k n) + \cos(\pi n/5)$ , à travers un autre système tout pôles de fonction de transfert  $G(z)$ . Le tableau 3.3 donne les valeurs des paramètres utilisés pour lesquelles,  $F(z)$  aura des pôles complexes placés à  $(0.64 \pm j0.712)$ .

Tableau 3.3 Modèles autorégressifs pour la génération des signaux d'entrée du filtre

Forme du Modèle AR	Paramètres pour $F(z)$	Paramètres pour $G(z)$
$F(z), G(z) = \frac{a_0}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$	$a_0=1,$ $b_0=1, b_1 = -1.28, b_2 = 0.9137$	$a_0=5,$ $b_0=1, b_1=0.07, b_2= -0.4544$

Dans un premier temps et pour le même type de signaux d'entrée (primaire et référence), on va déterminer l'ordre du filtre optimum en termes de taux de convergence et erreur d'ajustement en milieu stationnaire pour l'algorithme à pas d'adaptation fixe.



Comme l'illustre la figure 3.6, sur un ensemble de 100 réalisations, l'ordre du filtre  $N=6$  donne la meilleure performance en termes de taux de convergence et d'erreur d'ajustement. Cet ordre sera retenu pour les comparaisons ultérieures des performances en poursuite avec la nouvelle formulation de l'algorithme adaptatif.

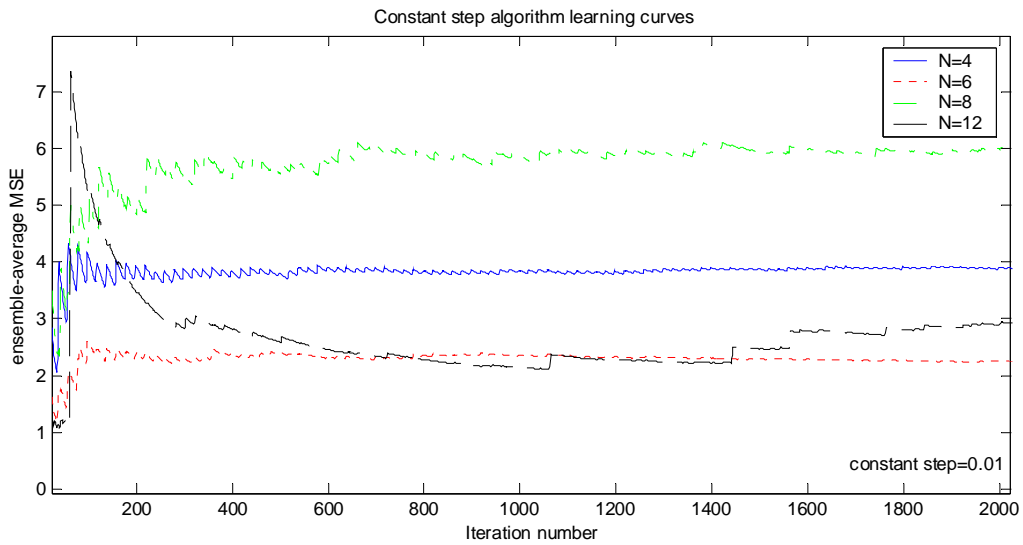


Fig. 3.6 Courbes d'apprentissage de l'algorithme à pas d'adaptation fixe

### 3.4 Performance en Poursuite.

Les algorithmes adaptatifs qui présentent de bonnes propriétés de convergence dans un environnement stationnaire, ne donnent pas nécessairement des performances en poursuite satisfaisantes dans un environnement non stationnaire [Widrow\_76], [Haykin\_01], [Wei\_02]. En effet, le comportement de convergence d'un algorithme adaptatif est un phénomène transitoire alors que sa performance en poursuite est une propriété stationnaire.

Afin d'évaluer la performance en poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation variable, on le soumet à différentes formes de non stationnarité en faisant subir, successivement, des déviations linéaire, sinusoïdale et aléatoire à la fréquence du signal de référence comme le résume le tableau 3.4

Tableau 3.4 Formes de non stationnarités de la fréquence du signal de référence

Type de déviation de fréquence	Equations	Valeurs utilisées
Linéaire	$f_k = (1 + a\Delta f_L)/b$ $\Delta f_L = \Delta f_L + 0.05$	$a=1, b=20$ $\Delta f_L=5$
Sinusoïdale	$f_k = [1 + a \sin(2\pi\Delta f_S(k-1))]/b$ $\Delta f_S = \Delta f_S + 0.05$	$a=1, b=20$ $\Delta f_S=5$
Aléatoire	$f_k = (1 + \alpha\Delta f_R)/b$ $\Delta f_R = rand - 0.5$	$\alpha=5$ $b=20$

#### 3.4.1 Non stationnarité linéaire

Un glissement linéaire de fréquence ( $\Delta f_L$ ) du signal de référence ( $n_2$ ) est effectué durant l'intervalle de temps (5000–5100) comme illustré dans la figure 3.7.

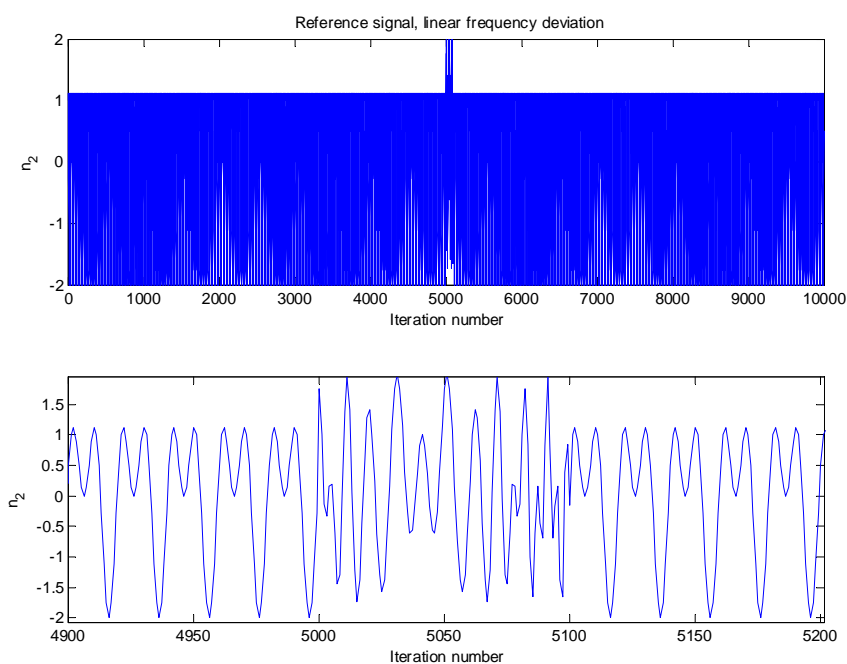


Fig. 3.7 Signal de référence,  $\Delta f_L=5\%$  dans la région d'itération 5000–5100

Le signal primaire  $X$ , décrit dans la figure 3.5, est illustré dans la figure 3.8.

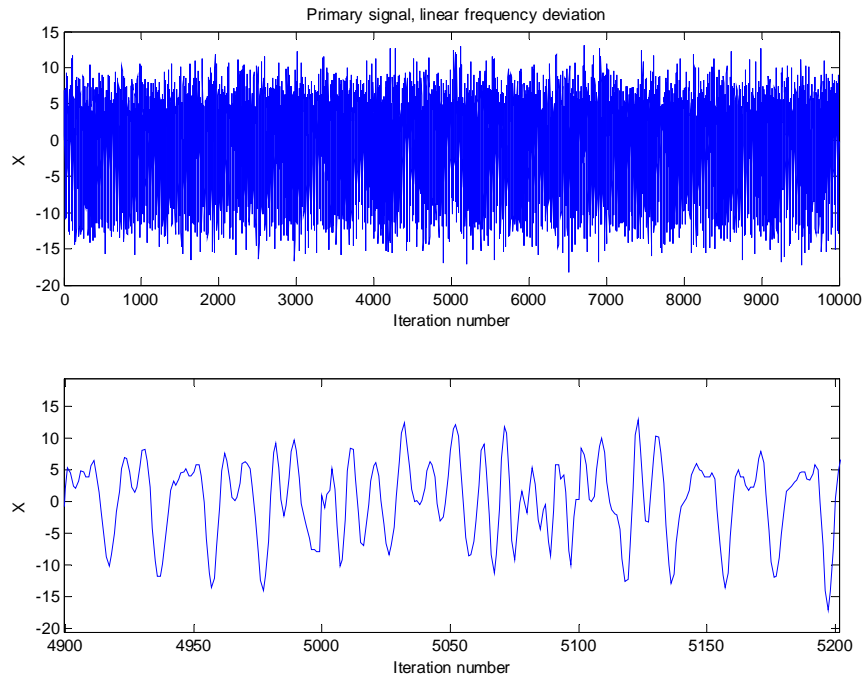


Fig. 3.8 Signal primaire du filtre adaptatif

La figure 3.9 montre l'effet de changement de l'ordre du filtre sur la courbe d'apprentissage, utilisant un pas de convergence fixe. Comme dans le cas stationnaire, (figure 3.6), l'ordre du filtre  $N=6$  donne la meilleure performance en termes de taux de convergence et d'erreur d'ajustement.

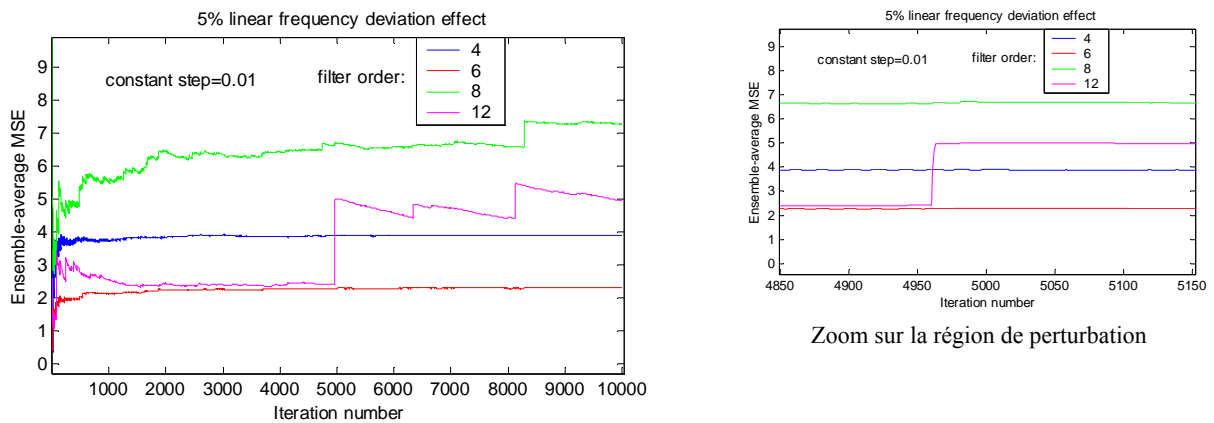


Fig. 3.9 Courbes d'apprentissage du filtre à pas d'adaptation fixe,  $\Delta f_L=5\%$

La figure 3.10 montre les mêmes courbes d'apprentissage, moyenne d'ensemble sur 100 réalisations, du filtre utilisant une loi variable pour le pas de convergence. Une déviation linéaire de fréquence ( $\Delta f_L$ ) de 5% est effectuée dans la région d'itération 5000–5100. L'ordre du filtre  $N=12$  donne la meilleure performance, cependant pour la

comparaison, on va maintenir  $N=6$  afin de ne pas désavantager l'algorithme à pas d'adaptation fixe.

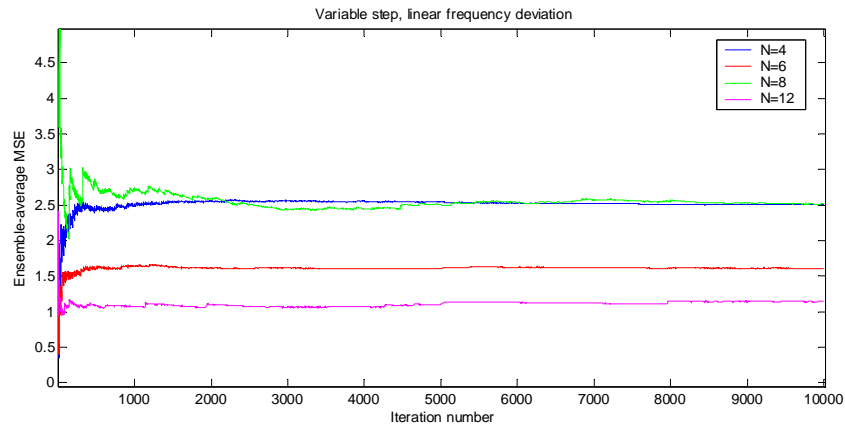
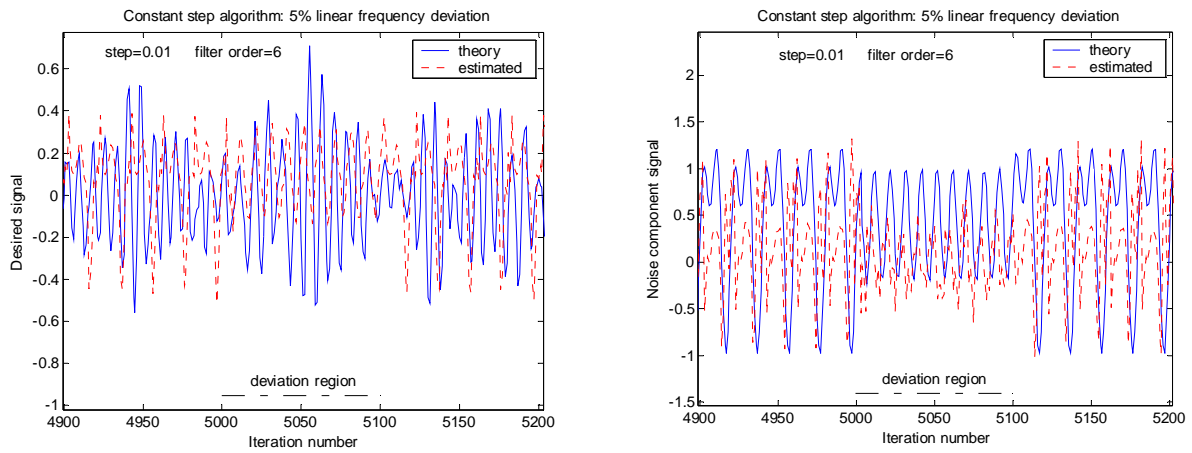


Fig. 3.10 Courbes d'apprentissage du filtre à pas d'adaptation variable

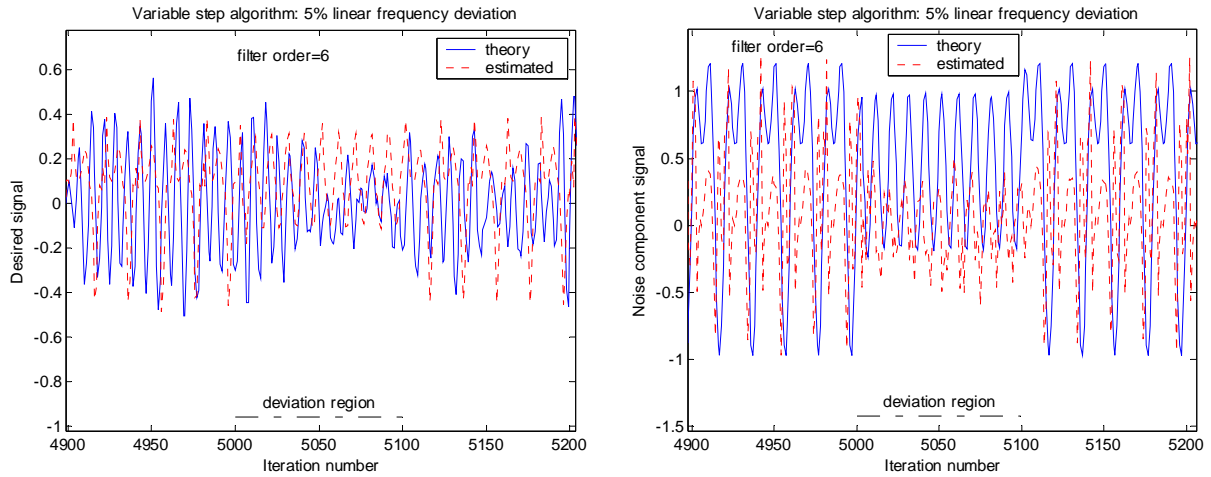


Poursuite du signal désiré

Poursuite du bruit

Fig. 3.11 Performance en poursuite du LMS à pas d'adaptation fixe

L'analyse des courbes de poursuite aussi bien du signal désiré que du signal bruit, figures 3.11 et 3.12, montre un retard (décalage) dans la poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation fixe, principalement dans la zone de non stationnarité, par rapport à l'algorithme utilisant un pas d'adaptation variable.



Poursuite du signal désiré

Poursuite du bruit dans la région de non stationnarité

Fig. 3.12 Performance en poursuite du filtre à pas d'adaptation variable

La figure 3.13 met en évidence l'avantage de l'algorithme à pas d'adaptation variable au vu de la vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement, où on a représenté les deux courbes d'apprentissage de deux versions d'algorithme (pas de convergence fixe et variable) pour un même ordre de filtre  $N=6$ . L'algorithme à pas d'adaptation variable converge plus rapidement.

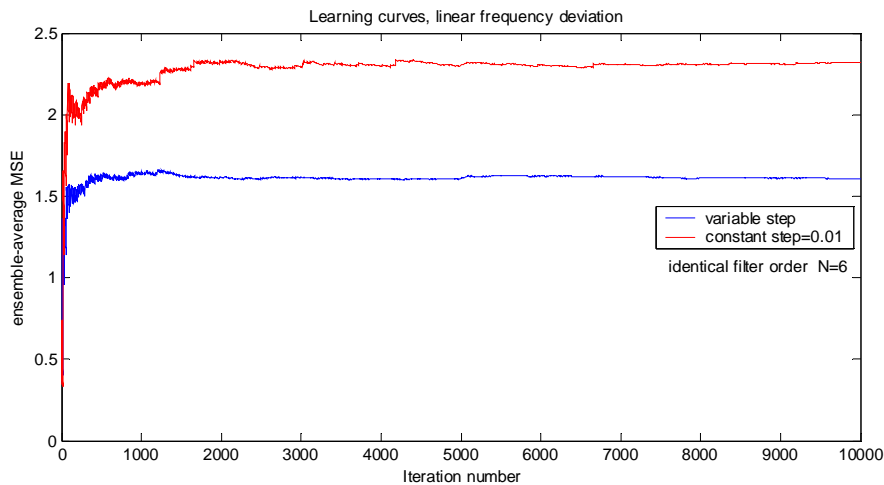


Fig. 3.13 Comparaison des courbes d'apprentissage pour un même ordre de filtre

### 3.4.2 Non stationnarité sinusoïdale

Dans cette partie de simulation, on fait subir à la fréquence du signal de référence ( $n_2$ ), une déviation sinusoïdale ( $\Delta f_s$ ) durant l'intervalle d'itération (5000–5100) comme illustré dans la figure 3.14. La figure 3.15 montre le signal primaire du filtre.

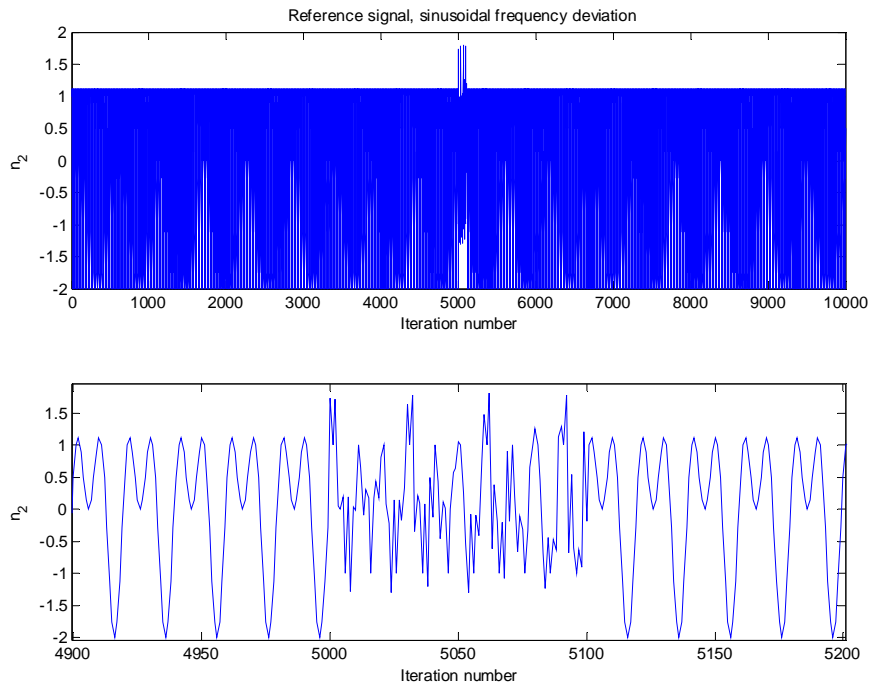


Fig. 3.14 Signal de référence avec  $\Delta f_s = 5\%$

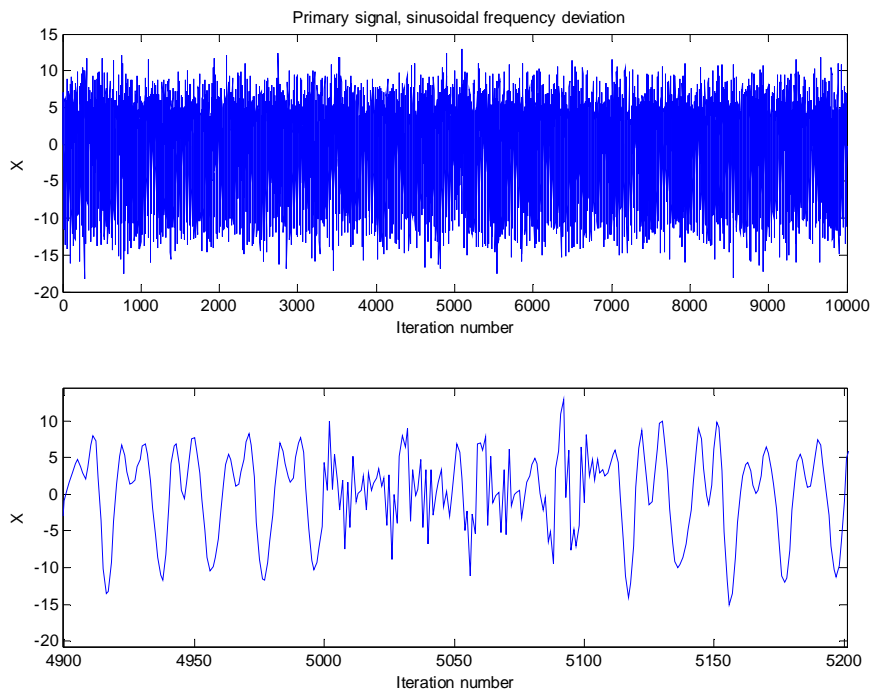


Fig. 3.15 Signal Primaire du filtre adaptatif

La figure 3.16 illustre les courbes d'apprentissage du filtre à pas d'adaptation variable lorsqu'on fait subir à la fréquence du signal de référence une déviation sinusoïdale de l'ordre de 5% dans la région d'itération 5000–5100. L'ordre du filtre

N=12 donne la meilleure performance, cependant on va maintenir N=6 pour la même raison citée pour la figure 3.10.

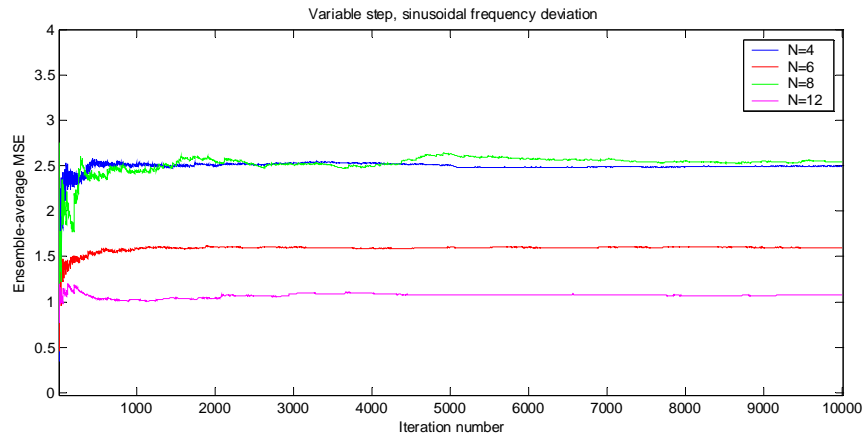
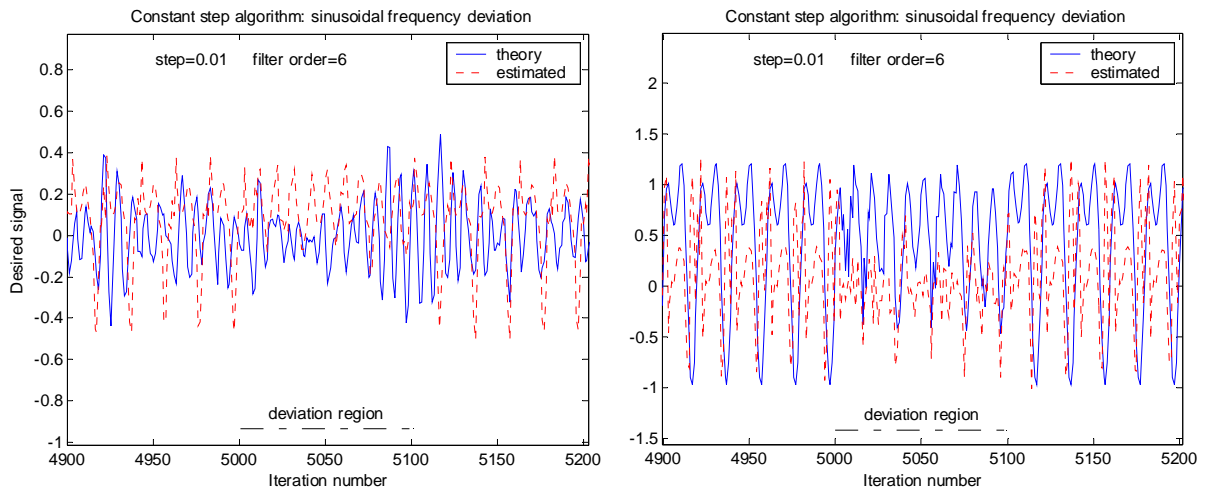


Fig. 3.16 Courbes d'apprentissage de l'algorithme à pas d'adaptation variable,  $\Delta f_s = 5\%$

Les courbes de poursuite du signal désiré et du signal bruit, figures 3.17 et 3.18, montrent de façon similaire aux figures 3.11 et 3.12, une meilleure performance du filtre à pas d'adaptation variable.

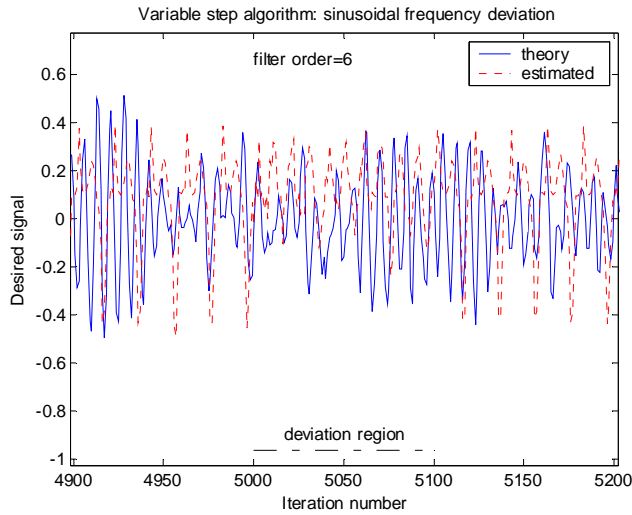
Pour un même ordre de filtre N=6, la figure 3.19 met en évidence l'avantage de l'algorithme à pas d'adaptation variable au vu de la vitesse de convergence et l'erreur d'ajustement.



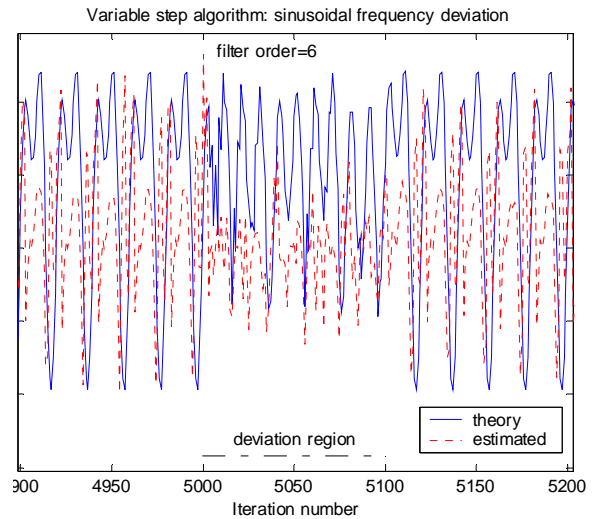
Poursuite du signal désiré

Poursuite du bruit dans la région de non stationnarité

Fig. 3.17 Performance en poursuite du LMS à pas d'adaptation fixe



Poursuite du signal désiré



Poursuite du bruit dans la région de non stationnarité

Fig. 3.18 Performance en poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation variable

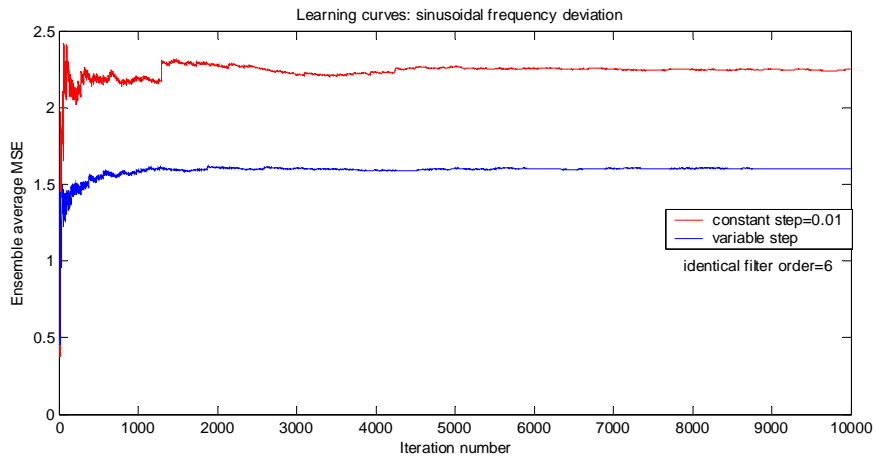


Fig. 3.19 Comparaison des courbes d'apprentissage pour un même ordre de filtre

### 3.4.3 Non stationnarité aléatoire

En dernier lieu, une déviation aléatoire de fréquence ( $\Delta f_r$ ) du signal de référence ( $n_2$ ) est effectuée durant l'intervalle de temps (5000–5100) comme illustré dans la figure 3.20. Le signal primaire du filtre est donné dans la figure 3.21.



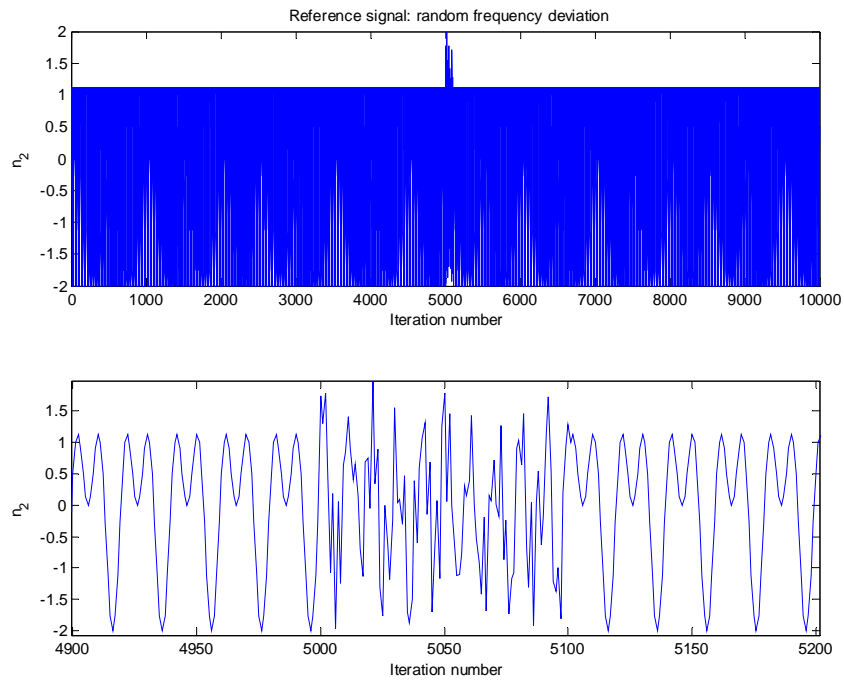


Fig. 3.20 Signal de référence, avec déviation aléatoire de la fréquence ( $\Delta f_R$ )

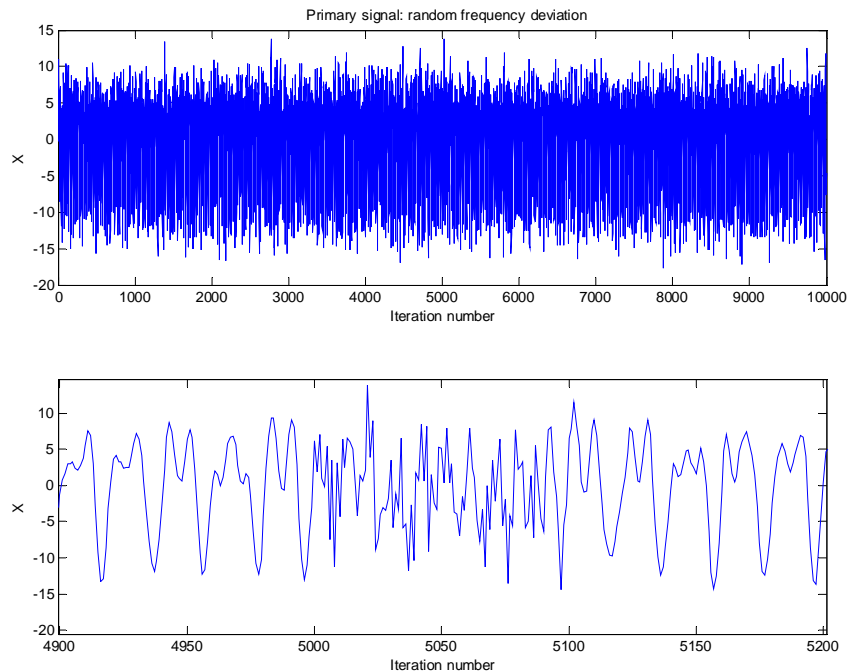


Fig. 3.21 Signal primaire du filtre adaptatif

La figure 3.22 illustre les courbes d'apprentissage du filtre à pas d'adaptation variable lorsqu'on fait subir au signal de référence une déviation aléatoire de fréquence dans la région d'itération 5000–5100. Alors que l'ordre du filtre  $N=12$  donne la meilleure performance, cependant on va utiliser  $N=6$  pour le comparer au filtre à pas d'adaptation fixe.

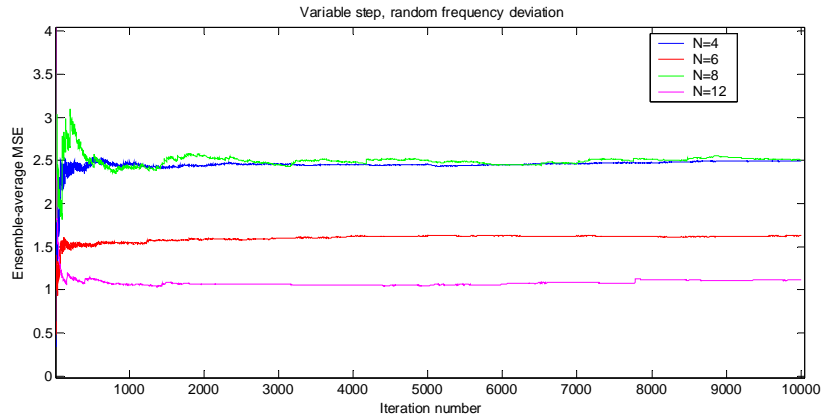
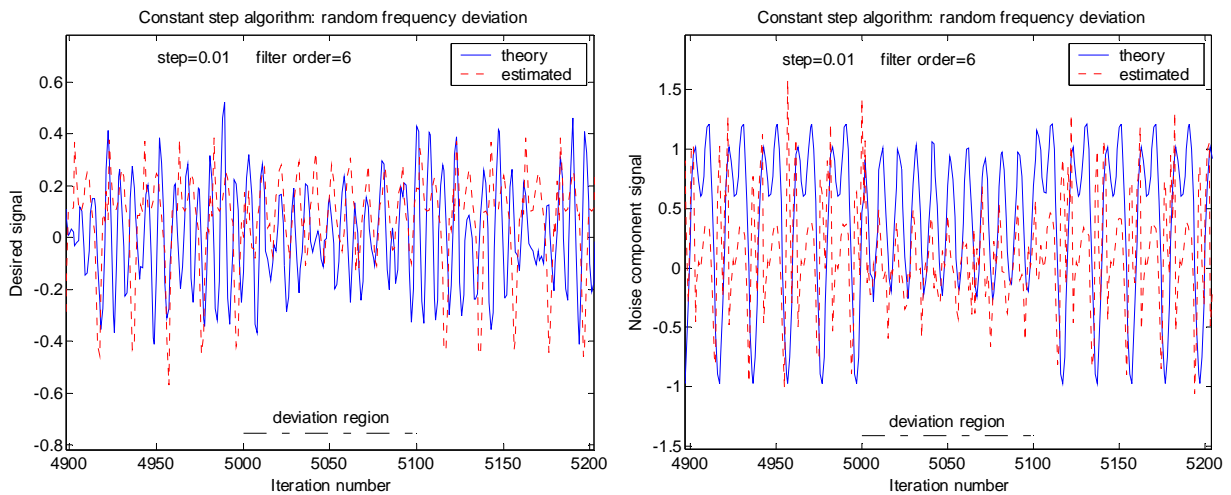


Fig. 3.22 Courbes d'apprentissage de l'algorithme à pas d'adaptation variable,  $\Delta f_R$

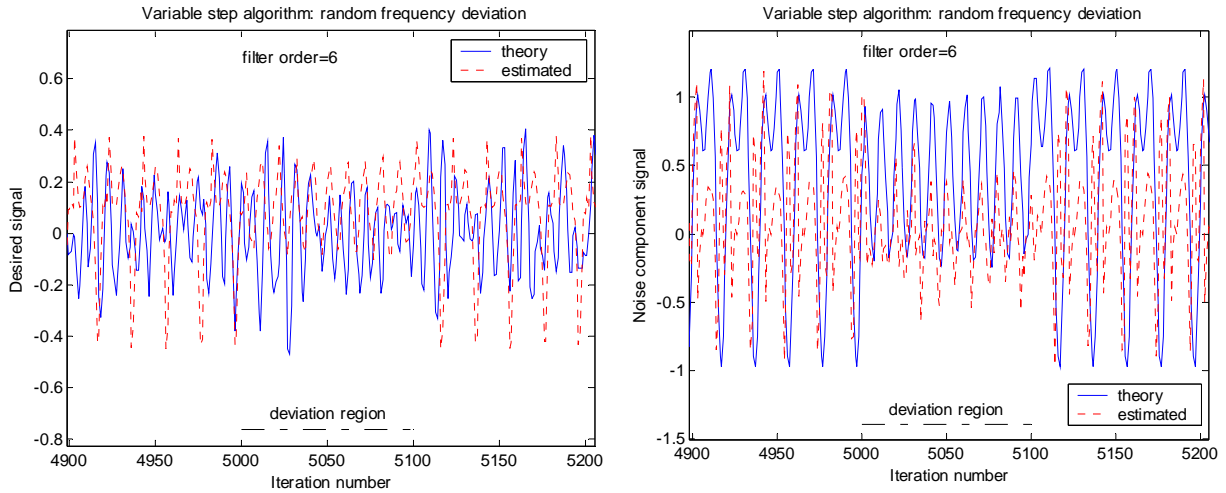
Les courbes des figures 3.23 et 3.24 montrent, une meilleure performance du filtre à pas d'adaptation variable aussi bien dans la poursuite de la séquence désirée que du signal bruit.



Poursuite du signal désiré

Poursuite du bruit

Fig. 3.23 Performance en poursuite du LMS à pas d'adaptation fixe



Poursuite du signal désiré

Poursuite du bruit

Fig. 3.24 Performance en poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation variable

La figure 3.25 montre la performance de poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation variable qui converge plus rapidement et ce pour un même ordre de filtre.

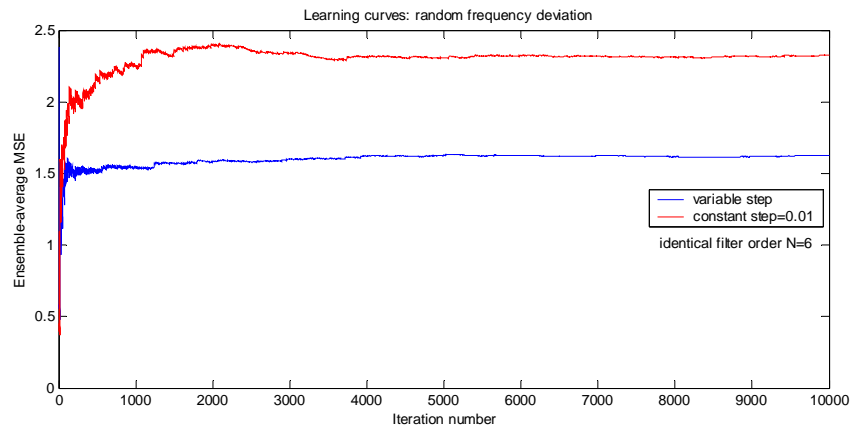


Fig. 3.25 Comparaison des courbes d'apprentissage

La figure 3.26 illustre l'erreur d'ajustement des deux algorithmes. Pour la déviation linéaire ( $\Delta f_L$ ), l'algorithme à pas d'adaptation fixe présente une performance qui rivalise avec celle de l'algorithme à pas d'adaptation variable. Par contre, l'écart des performances s'accroît à mesure que la déviation de fréquence s'écarte du caractère linéaire (type sinusoïdale,  $\Delta f_S$  ou aléatoire,  $\Delta f_R$ ).

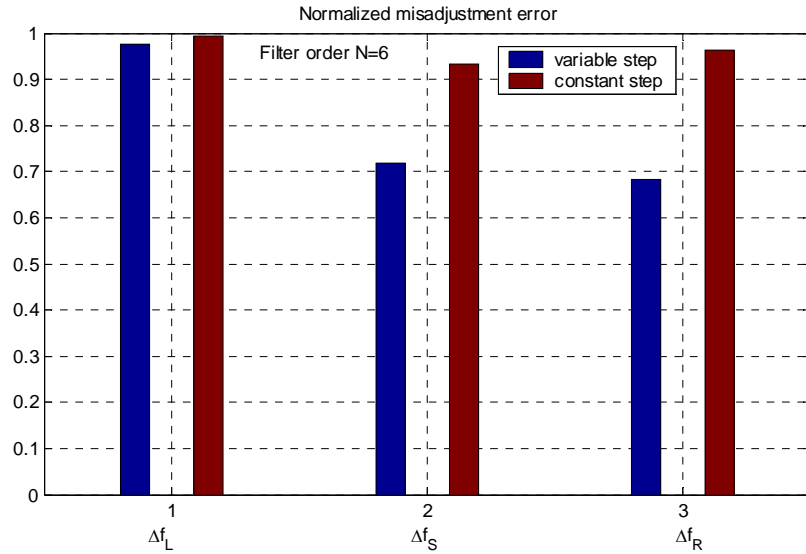


Fig. 3.26 Erreur d'ajustement normalisée

### 3.4.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons décrit une nouvelle formulation de l'algorithme LMS en le dotant d'une loi d'adaptation variable. Cette formulation du facteur de convergence « immunise » l'algorithme contre différentes formes de non stationnarité ce qui n'était pas le cas pour l'algorithme de [Gardner\_87]. Cette nouvelle formulation du facteur de convergence, présentée sous forme unique et itérative, se conjugue parfaitement avec l'inversion itérative de la matrice d'autocorrélation, et permet une implémentation beaucoup plus simple et compacte que l'approche à pas multiple de [Soo-Pang\_91].

L'algorithme à pas d'adaptation variable offre de meilleures performances de poursuite, tout en gardant une expression mathématique relativement simple. Même les différentes variantes de l'algorithme LMS (pas d'adaptation fixe) introduites par [Farhang-Gazor\_96], présentent des performances moindres en poursuite en plus du fait que ces variantes nécessitent des déviations lentes du processus à poursuivre.

### 3.5 Filtrage Adaptatif Appliqué à l'Electrocardiogramme

Dans les électrocardiogrammes (ECG), utilisés pour le suivi du rythme cardiaque des patients, un signal acoustique est généré à chaque battement de cœur à travers un capteur posé sur la poitrine du patient. Cependant, ce signal est de faible amplitude et est sujet à dégradation à cause des interférences externes.

La taille de mémoire, requise pour le traitement numérique du signal, est un autre problème majeur rencontré avec le système d'acquisition. Plusieurs techniques de compression de données ont été développées afin de palier à ce problème, on peut citer [Jalaleddine\_90], [Hamilton-Topkins\_91], [Hall-Crowe\_96]. Cependant, le développement sans cesse croissant de la technologie des micro-ordinateurs a pu apporter les solutions adéquates à la majorité des contraintes matérielles (taille de mémoire notamment) requises par une telle application (ECG).

La généralisation de l'usage des ordinateurs personnels (dans ses deux versions portable et de bureau), nous a motivé à apporter cette contribution qui nous permettait, en même temps, de mettre en œuvre les algorithmes et méthodes de traitements de signal développés précédemment. Cette plate-forme expérimentale permet non seulement d'acquérir et de visualiser les signaux ECG, mais aussi permet de mettre en œuvre pratique les différents algorithmes adaptatifs de filtrage développés [Meghriche-Haddadi\_98].

La plage de fréquences d'un signal ECG le rend très sensible à la fréquence de la tension d'alimentation (50 Hz). C'est une perturbation captée notamment par le circuit de mise en forme, beaucoup plus que d'autres formes de perturbations externes. L'annulation adaptative de cette interférence est considérée comme étant la solution la plus appropriée pour éliminer ce type de perturbation [Haykin\_01].

#### 3.5.1 l'Electrocardiogramme (ECG)

La figure 3.27 montre l'allure typique d'un signal ECG d'une personne saine adulte. Un capteur, basé sur le principe du microphone, est utilisé pour percevoir chaque battement de cœur en surface de la poitrine du corps humain, et le transforme en signal électrique. Il est constitué de trois sections: une onde P, un complexe QRS, et une onde T. Le signal ECG est de nature aperiodique. Il est sujet à différentes sources de perturbations telles les contractions musculaires, les interférences électriques, et dérive (déviation) de la fréquence de la tension d'alimentation [Albiol-Almenar\_95]. Cet éventail de sources de bruit, rend la tâche des méthodes de filtrage classique plus délicate.

- **Détermination du rythme cardiaque.** Normalement, le rythme cardiaque d'un adulte va de 60 à 90 battements par minute. Quand le rythme est inférieur à cette plage de valeur, il est appelé bradycardie sinusale, et quand il est supérieur, il est appelé tachycardie sinusale.

- **L'onde P.** La durée de l'onde P d'une personne adulte saine est généralement inférieure à 0.12 secondes et son amplitude est inférieure à 0.25 mV. Pour les nouveau-nés, elle est inférieure à 0.08 second. C'est le temps requis pour l'onde de dépolarisation de s'étaler à travers l'oreillette pour atteindre le nœud auriculo-ventriculaire.
- **Le complexe QRS.** Il représente le temps requis pour la dépolarisation de la musculature ventriculaire. Pour un adulte sain, un complexe QRS dure environ 0.10 seconde et 0.08 seconde pour un enfant, et son amplitude varie entre 0.5 et 0.7 mV.
- **L'onde T.** Elle est produite par la phase de repolarisation. Le front de montée de l'onde T est moins raide que le front de descente et comprend une surface valant deux tiers de la surface comprise par la courbe du complexe QRS [Schamroth\_90].

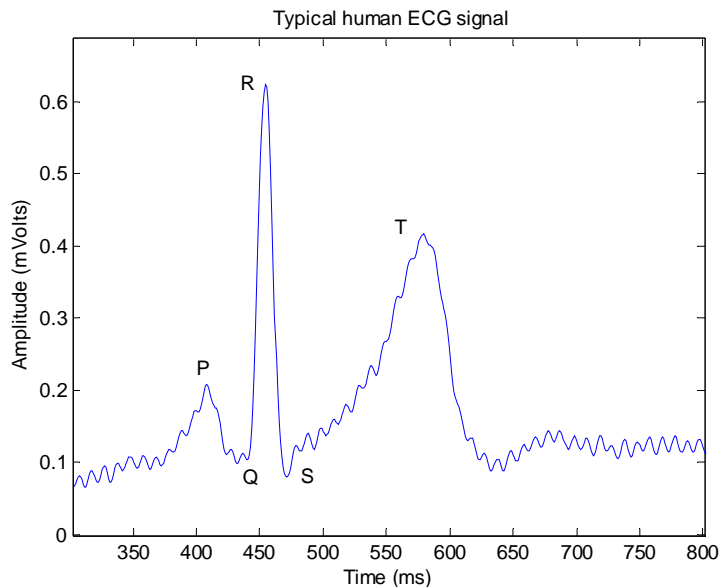


Fig. 3.27 Signal type d'ECG humain

### 3.5.2 Interface matérielle

L'objectif est de mettre en œuvre une interface rentable facilement utilisable avec un ordinateur et constituant une plate-forme expérimentale pour l'implémentation des algorithmes adaptatifs d'annulation d'interférence. La figure 3.28 montre le schéma block de l'interface matérielle. Un circuit de mise en forme du signal est conçu pour amplifier le signal ECG du capteur pour donner une tension dans la plage 0–10 volts pour s'adapter à la tension de référence du convertisseur numérique-analogique (*digital-to-analog converter* ou DAC). Le signal ECG étant variable d'une personne à une autre, des limites inférieure et supérieure sont établies afin de couvrir la quasi-totalité de la plage des amplitudes.

Deux circuits de type échantillonneur–bloqueur sont utilisés pour acquérir, sous contrôle du programme, les signaux d’entrée aux instants d’échantillonnage. Le signal contaminé de l’ECG (signal primaire) et la perturbation de référence (signal 50 Hz) sont simultanément échantillonnés. Une conversion analogique numérique sur 8 bits est effectuée utilisant la technique des approximations successives afin de minimiser le nombre de composants matériels exigés [Austerlitz\_91].

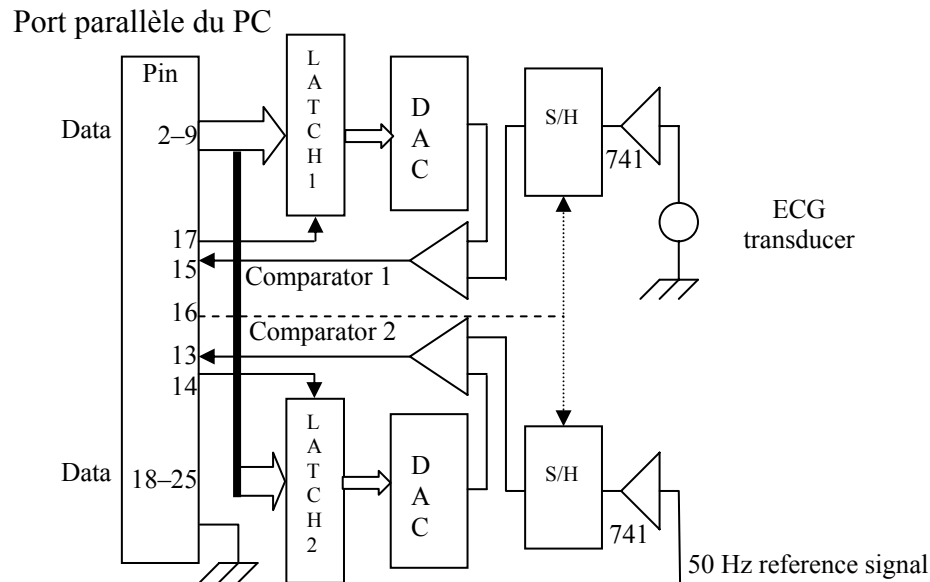


Fig. 3.28 Dispositif d’acquisition de données de l’ECG

Le port parallèle du PC, plus connu sous le nom de port Centronics [Irvine\_03], est un port 8-bit unidirectionnel utilisé pour envoyer des données de l’ordinateur vers un périphérique (généralement une imprimante) utilisant des signaux de nature TTL [Allen-Wyatt\_93], [Tischer-Jennrich\_96].

Après avoir activé les deux verrous (*latches*) via le registre de commande du port parallèle (*printer control register* ou PCR), la machine, sous le contrôle du programme d’acquisition de la figure 3.29, envoie une valeur numérique qui sera convertie en tension par un convertisseur numérique-analogique (DAC). Les signaux analogiques obtenus sont alors comparés avec les signaux primaire (signal ECG) et de référence (interférence 50 Hz) fournis par les circuits échantillonneurs bloqueurs (*sample-and-hold S/H*).

Le résultat de comparaison, qui ne peut être que “plus petit que” ou “plus grand que”, est réintroduit dans la machine par le registre d’état du port parallèle (PSR). La machine prend la décision appropriée en conséquence, selon l’algorithme des approximations successives.

Cette procédure est ré-exécutée pour tous les bits de chaque valeur lue via le registre de données du port parallèle (*printer data register* ou PDR) en allant du bit de poids le plus fort (*most significant bit* ou MSB) vers le bit de poids le plus faible (*least significant bit* ou LSB).

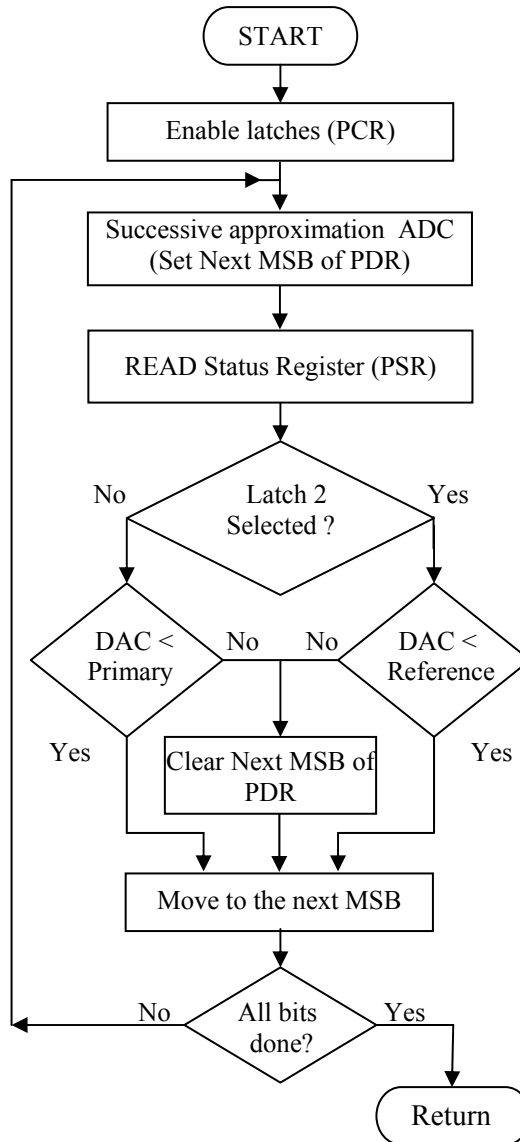


Fig. 3.29 Organigramme du programme d'acquisition de données

Après avoir balayé (*scan*) tous les bits, le résultat final sera une valeur numérique correspondant à la valeur de l'échantillon actuel du signal d'entrée. L'ensemble des ces valeurs (échantillons) est sauvegardé dans la mémoire de l'ordinateur comme deux fichiers d'ECG et signal d'interférence (50-Hz) respectivement. Ces deux fichiers seront par la suite traités par un algorithme de filtrage adaptatif, sujet de la section suivante.



### 3.5.3 Filtrage adaptatif de l'ECG et résultats expérimentaux

La figure 3.30 montre les éléments principaux du système adaptatif d'annulation d'interférence (*adaptive noise canceling* ou ANC) [Widrow-Stearns\_85].

Un signal primaire (ECG contaminé par le bruit) et un signal de référence (fréquence 50 Hz) corrélé avec la composante bruit du signal primaire constituent les entrées du système. Un algorithme de filtrage adaptatif LMS avec une loi itérative de mise à jour du pas de convergence, développée dans [Meghrich-Derras\_96] est utilisé. L'adaptation des coefficients du filtre fait que le signal de sortie  $Y_k$  converge vers la composante bruit du signal primaire  $X_k$ . Ceci amène le signal d'erreur  $e_k$  à estimer le signal désiré de l'ECG.

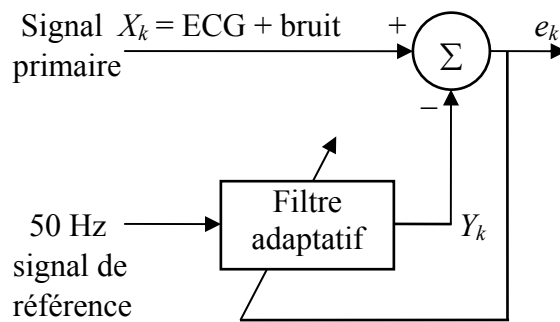


Fig. 3.30 Système adaptatif d'annulation d'interférence (ANC)

Dans cette section, on va tester la mise en œuvre pratique du système de filtrage adaptatif. On effectue l'acquisition d'un signal ECG d'une personne saine, utilisant une fréquence d'échantillonnage de 3 KHz sur 20 000 points de données. L'ordre du filtre utilisant un algorithme à pas d'adaptation variable est de 4 avec une valeur initiale du facteur de convergence  $\mu_0=4 \times 10^{-11}$ .

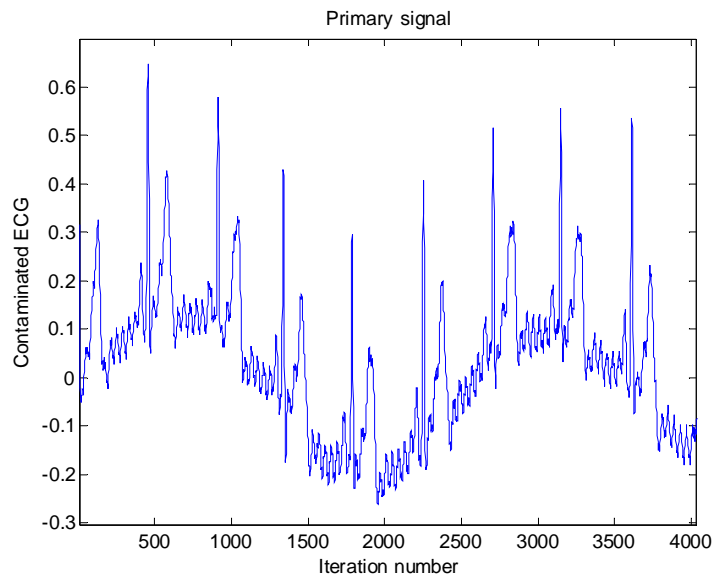


Fig. 3.31 Signal primaire (ECG contaminé)

Le signal primaire est illustré dans la figure 3.31 avec 4000 échantillons. Le système offre la possibilité d'agrandir ou réduire (zoom) toute ou partie de section de la courbe affichée. La figure 3.32 montre le signal de référence du système.

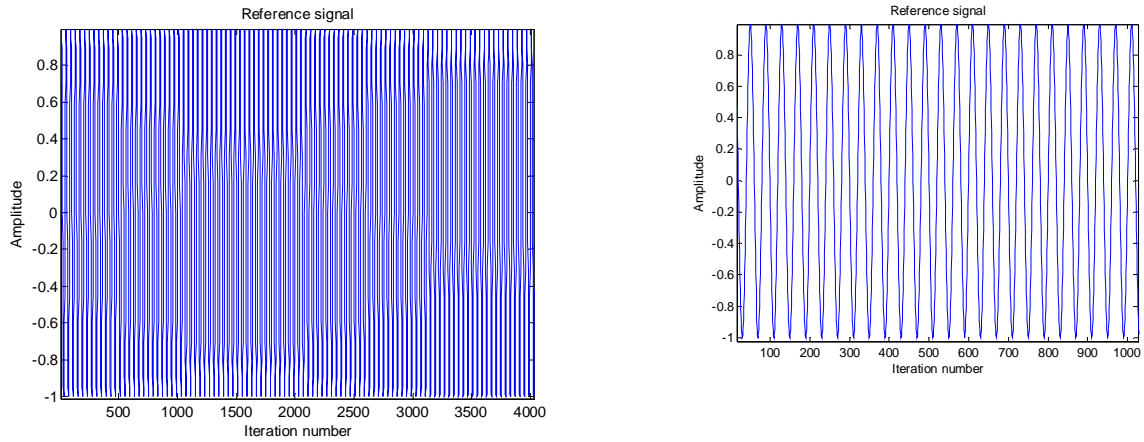


Fig. 3.32 Signal d'entrée de référence

La figure 3.33(a) montre le signal primaire tandis que la figure 3.33(b) illustre la sortie filtrée du système ANC.

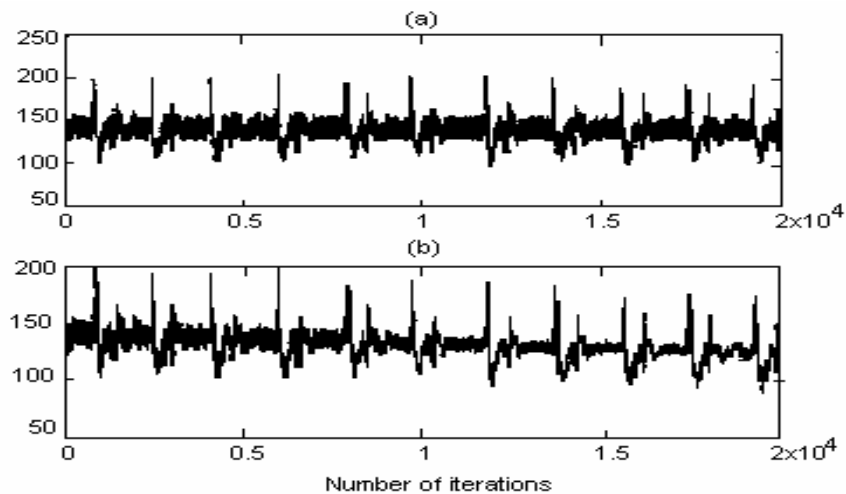


Fig. 3.33 (a) Signal d'entrée de l'ANC,  
(b) Sortie du filtre, ordre=4, pas initial  $\mu_0=4 \times 10^{-11}$

L'erreur quadratique moyenne (MSE), une mesure de performance de l'algorithme, augmente rapidement à chaque battement QRS et diminue progressivement au fur et à mesure que l'algorithme s'adapte à la nouvelle situation comme l'illustre la figure 3.34.

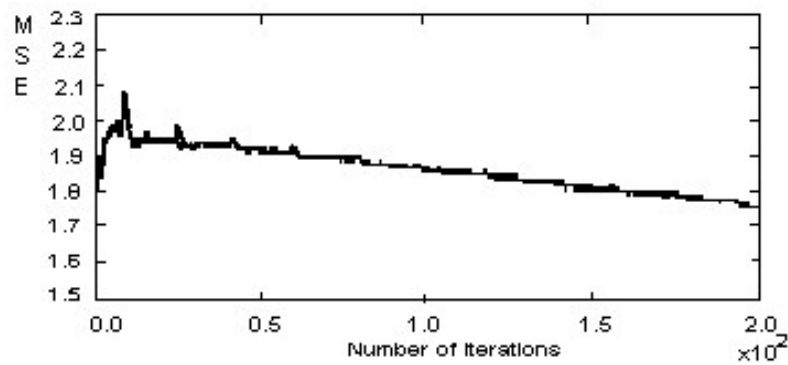


Fig. 3.34 Courbe d'apprentissage du filtre adaptatif d'ECG

### 3.5.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté une mise en oeuvre pratique de la technique de filtrage adaptatif et ce en utilisant un algorithme à pas de convergence variable. L'utilisation d'un ordinateur personnel (PC) permet aux utilisateurs de profiter de toutes les potentialités offertes par ce système notamment en terme de disponibilité, de simplicité d'utilisation, et de capacités de stockage de l'information. Comme il permet, à travers les réseaux informatiques, d'effectuer des diagnostics à distance. Le filtrage adaptatif permet de donner aux praticiens un outil fiable afin d'éviter d'éventuels faux diagnostics.

Dans le chapitre suivant, nous allons étendre la nouvelle formulation du pas d'adaptation variable à l'égalisation non linéaire des canaux de transmissions de données numériques.

## EGALISATION NON LINÉAIRE DE CANAUX DE TRANSMISSION ET LES STATISTIQUES D'ORDRE SUPÉRIEUR

---

*Pour un signal de type gaussien, l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur (autre que l'autocorrélation ou cumulants d'ordre 2), peut être assimilée à vouloir calculer la dérivée d'ordre trois d'une fonction de second degré. En effet, les statistiques d'ordre supérieur (3 et plus), sont beaucoup plus utiles quand il s'agit d'extraire des informations concernant la non linéarité d'un signal ou la quantité de sa déviation du caractère Gaussien [Nikias-Mendel\_93], [Nikias-Petropulu\_93].*

*Les techniques de filtrage et modélisation linéaires ont fait preuve de leur efficacité dans un éventail d'applications de traitement de signal, de télécommunications et d'automatique. Cependant, dans certaines applications, où les filtres linéaires échouent à donner des résultats satisfaisants, les filtres non linéaires et en particuliers les filtres de Volterra deviennent une solution attrayante et évidente pour offrir de meilleures performances [Koh-Powers\_85], [Sicuranza-Ramponi\_87], [Oppenheim-Schafer\_89], [Jenkins\_99]. Une synthèse bibliographique concernant l'identification des systèmes non linéaires est donnée par [Giannakis-Serpedin\_01].*

*Dans ce chapitre, nous allons étendre le problème de filtrage adaptatif linéaire au traitement des signaux non linéaires et l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur via les séries de Volterra dans l'égalisation adaptative des canaux non linéaires de communication numérique, ainsi que la formulation des pas d'adaptation et les conditions de convergence. Cette extension se base sur une importante propriété des séries de Volterra stipulant que la sortie du filtre de Volterra est fonction linéaire des coefficients du filtre.*

## 4.1 Modélisation non Linéaire via les Séries de Volterra

Au regard des séries de Volterra, les filtres quadratiques permettent d'éliminer la première catégorie de non linéarité rencontrée dans certaines applications, pour lesquelles les systèmes linéaires affichent des limites.

Dans le cas d'un système linéaire à temps discret, la fonction de transfert est représentée par (4.1).

$$Y(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i)X(k-i) \quad (4.1)$$

où  $X(k)$  est la séquence d'entrée,  $Y(k)$  est le signal de sortie et  $h(i)$  est la réponse impulsionnelle du système.

L'expression (4.1) est simple et largement utilisée dans la représentation des systèmes avec, en pratique, une limitation de la durée de  $h(i)$ . Dans beaucoup de situations, l'usage de (4.1) ne peut donner que des approches approximatives aux systèmes pratiques réels. Afin d'obtenir plus de précision dans la représentation des systèmes, d'autres modèles plus complexes peuvent être utilisés en introduisant le concept des séries de Volterra.

Un système général à temps discret peut être représenté par un modèle non linéaire via les séries de Volterra [Meghriche-Haddadi\_05].

$$Y(k) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_1(i)x(k-i) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h_2(i,j)x(k-i)x(k-j) + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_3(i,j,l)x(k-i)x(k-j)x(k-l) + \dots \quad (4.2)$$

Pour des considérations pratiques, cette représentation est tronquée au troisième terme avec des noyaux finis dénommés dans (4.2) par  $h_1(i)$ ,  $h_2(i,j)$  et  $h_3(i,j,l)$ , connus aussi sous le nom de noyaux de Volterra [Andre\_97].

Le problème consiste donc à trouver la réponse impulsionnelle du filtre de Wiener qui minimise la fonctionnelle  $J$ , fonction de l'erreur quadratique moyenne donnée par (4.3), au lieu d'utiliser la moindre puissance 4 moyenne (*least mean fourth* ou LMF) stipulée par [Walach-Widrow\_84], et qui a connu peu d'applications au vu des charges de calculs exigées et des résultats obtenus.

$$J = E[e^2(k)] = E[(d(k) - Y(k))^2] \quad (4.3)$$

où  $d(k)$  est la réponse désirée.

Dans le cas linéaire, le filtre classique de Wiener minimise la fonctionnelle  $J$  quand

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i)x(k-i) \quad (4.4)$$

Pour un filtre quadratique, donc non linéaire, donné par (4.5), le problème

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h_1(i)x(k-i) + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} h_2(i,j)x(k-i)x(k-j) \quad (4.5)$$

consiste à minimiser (4.3) quand le signal de sortie du filtre de Wiener est donné par (4.5). On va procéder de manière similaire à la dérivation classique du filtre de Wiener.

En premier lieu, on forme les vecteurs de données ( $X$ ) et de coefficients ( $H$ ).

$$X = (x(k) \ x(k-1) \ \dots \ x(k-N+1) \ x^2(k) \ x(k)x(k-1) \ x(k)x(k-2) \ \dots \ x^2(k-1) \ \dots \ x^2(k-M+1))^T$$

$$H = (h_1(0) \ h_1(1) \ \dots \ h_1(N-1) \ h_2(0,0) \ h_2(0,1) \ \dots \ h_2(1,0) \ h_2(1,1) \ \dots \ h_2(M-1,M-1))^T \quad (4.6)$$

Les dimensions de  $X$  et  $H$  étant  $N + M^2$ ,

où

$N$ : est l'ordre du noyau linéaire du filtre  $h_1$ ,

$M$ : est l'ordre du noyau quadratique  $h_2$ .

Une des propriétés des noyaux de Volterra est que le noyau quadratique  $h_2(i,j)$  est symétrique. Cette symétrie nous amène à ne pas considérer tous les éléments de  $h_2$  et par conséquent, les dimensions de  $X$  et  $H$  deviennent  $N + M(M+1)/2$ .

Ensuite, si on écrit l'équation (4.5) sous la forme donnée par (4.7),

$$Y(k) = X^T H = H^T X \quad (4.7)$$

la fonctionnelle  $J$  de (4.3) prendra la forme qui suit:

$$J_Q = E[(d(k) - X^T H)^2] \quad (4.8)$$

Le développement de (4.8) nous donne

$$J_Q = E(d^2(k)) - 2 E(d(k)X^T)H + H^T E(XX^T)H \quad (4.9)$$

Dérivant  $J_Q$  par rapport aux coefficients de  $H$  et mettant le gradient résultant égal à zéro, on obtient l'ensemble normé des équations suivant:

$$\mathcal{R}H = P \quad (4.10)$$

avec  $\mathcal{R} = E(XX^T) \quad (4.11a)$

et  $P = E(d(k)X) \quad (4.11b)$

Dans ce cas,  $\mathcal{R}$  n'est plus une matrice d'autocorrélation comme dans le cas classique. Pour ce filtre quadratique,  $\mathcal{R}$  contient des statistiques d'ordre deux, trois et quatre. En effet, le vecteur  $X$  peut être partitionné en deux autres vecteurs  $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$  où  $X_1$  représente la partie linéaire et  $X_2$  la partie quadratique (non linéaire) contenant les termes  $x(k-i)x(k-j)$ .

Donc  $\mathfrak{R} = E\{XX^T\} = E\left\{\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1^T & X_2^T \end{pmatrix}\right\}$ , ou encore

$$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} E\{X_1X_1^T\} & E\{X_1X_2^T\} \\ E\{X_2X_1^T\} & E\{X_2X_2^T\} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

De (4.12), on peut déduire que,

- $E\{X_1X_1^T\}$  est une matrice de  $N$  par  $N$  représentant les statistiques d'ordre deux;
- $E\{X_1X_2^T\}$  est une matrice de  $N$  par  $M(M+1)/2$  représentant les statistiques d'ordre trois;
- $E\{X_2X_2^T\}$  est une matrice de dimensions  $M(M+1)/2$  par  $M(M+1)/2$  représentant les statistiques d'ordre quatre.

Ayant la séquence de données d'entrée  $X(k)$  et le signal de référence  $d(k)$ , le système (4.10) peut être résolu pour  $H$ .

L'utilisation des modèles de processus à moyenne mobile (*Moving Average* ou MA), autorégressif (*Auto Regressive* ou AR) et autorégressif à moyenne mobile (ARMA), peut être étendue au cas non linéaire. Dans ce cas, l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur devient nécessaire via les séries de Volterra.

Pour rappel, les modèles linéaires des processus MA, AR et ARMA sont donnés par (4.13).

Moyenne mobile (MA):

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{m-1} b_i X(k-i) \quad (4.13a)$$

Autorégressif (AR):

$$Y(k) = b_0 X(k) - \sum_{i=1}^{n-1} a_i Y(k-i) \quad (4.13b)$$

ARMA:

$$Y(k) = - \sum_{i=1}^{n-1} a_i Y(k-i) + \sum_{j=0}^{m-1} b_j X(k-j) \quad (4.13c)$$

Les séries de Volterra permettent une extension du modèle de canal linéaire au modèle quadratique. En pratique, l'ajout d'un terme quadratique à (4.13) est largement suffisant autrement, le système devient encombrant. Un modèle quadratique de type ARMA peut être alors décrit par (4.14),

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s d_{ij} y(k-i) y(k-j) + \sum_{i=0}^m b_i x(k-i) + \sum_{i=0}^u \sum_{j=0}^u c_{ij} x(k-i) x(k-j) \quad (4.14)$$

Dans le cas où  $x(k)$  et  $y(k)$  sont corrélés, on peut inclure dans (4.14) un terme croisé ayant la forme donnée par (4.15) [Swami-Mendel\_89a], [Shin-Nikias\_93].

$$\sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{u-1} \alpha_{ij} x(k-j)y(k-i) \quad (4.15)$$

Il faut noter que pour tous ces modèles non linéaires, le signal de sortie est une fonction non linéaire des données d'entrée mais linéaire par rapport aux coefficients. Ceci est l'un des avantages des filtres basés sur les séries de Volterra. Par conséquent, pour les calculs de ces derniers, les méthodes classiques de modélisation paramétrique et filtrage optimal peuvent être utilisées [Broersen-Wensink\_96].



## 4.2 Egalisation Quadratique d'un Canal de Transmission Numérique: l'Algorithme VSE

Dans le domaine des télécommunications (Fig. 4.1), la probabilité d'erreur dans la transmission de données sur un canal téléphonique à des débits supérieur à 4800 bits/s, est due principalement aux distorsions non linéaires du canal.

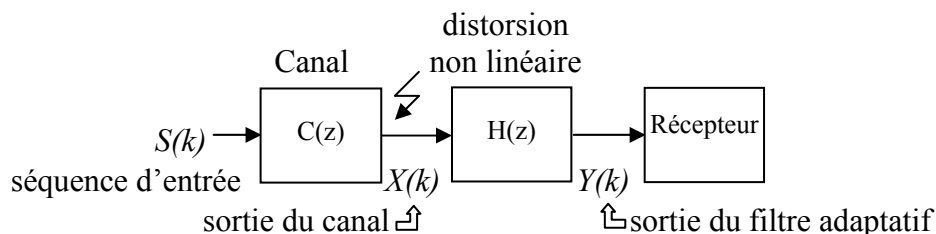


Fig. 4.1 Représentation d'un égaliseur non linéaire

Ainsi, dans un canal sujet à évanouissement, en plus des différentes méthodes de correction d'erreur à utiliser [Femmam-Meghriche\_03], l'égalisation non linéaire doit être considérée afin de compenser l'effet des distorsions sévères introduites par le canal.

La distorsion la plus importante est l'élargissement d'impulsion (*pulse spreading*) qui résulte du fait que la fonction de transfert du canal n'est pas, en pratique, égale à une fonction impulsionnelle idéale, mais plutôt à une fonction non nulle sur une plage de plusieurs caractères de données (symboles) [Haykin\_91], [Sayed\_03]. Cette distorsion se manifeste dans l'interface de voisinage des caractères de données, connue sous le nom d'interférence d'entre symboles (IES), rendant du coup, le processus de détection par seuil peu fiable. La présence d'échantillons additifs de bruit, ne fait que détériorer davantage la performance des récepteurs de données [Farhang\_98].

Plusieurs approches basées sur l'algorithme de type LMS ont été développées dans l'espoir de surmonter les problèmes reliés à la vitesse de convergence [Farhang\_94], [Meghriche-Derras\_96], [Diniz\_02] pour ne citer que quelques exemples chronologiques, seulement les analyses présentées se limitaient aux modèles linéaires. Un modèle analytique non linéaire a été présenté par [Bermudez-Bershad\_96a], seulement l'analyse s'est limitée à des signaux déterministes. En plus, il fallait toujours maintenir l'expression arbitraire du pas d'adaptation dans les limites de la région de stabilité de l'algorithme.

Dans cette section, on va présenter un algorithme adaptatif utilisant un pas de convergence variable (*variable step equalizer* ou VSE). L'objectif est d'obtenir une amélioration de la vitesse de convergence pour l'égalisation non linéaire d'un canal de communication.

### 4.2.1 Formulation du problème

Les équations récursives de base de l'algorithme LMS sont données par (3.11). Il est vrai que beaucoup d'efforts ont été consentis dans la recherche de la meilleure valeur du pas de convergence  $\mu$ , cependant, aucune formule universelle n'a été trouvée.

On propose d'utiliser une formulation normalisée du facteur de convergence  $\mu$  et donnée par l'expression (4.16) [Meghriche\_01]<sup>(\*)</sup>:

$$\begin{aligned}\mu_n &= \frac{\mu}{N\hat{\sigma}^2} = \frac{\mu}{N} \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \\ &= \mu_c \frac{1}{\hat{\sigma}^2}\end{aligned}\quad (4.16)$$

avec

$N$ : ordre du filtre,

$\hat{\sigma}^2$ : puissance estimée du signal d'entrée,

et  $\mu_c$ : la partie constante du facteur de convergence.

L'intervalle de stabilité de  $\mu_n$  se trouve dans  $0 < \mu_n < 1$ .

Cette version normalisée du facteur de convergence permet d'effectuer une comparaison dans des conditions similaires avec d'autres algorithmes proposés dans [Farhang\_94] et [Farhang\_98]. Pour des applications données, le signal d'entrée est soit inconnu, soit variable dans le temps ou évoluant dans un environnement non stationnaire. Dans de tels cas, la puissance du signal d'entrée  $\hat{\sigma}^2$  de (4.16) peut être remplacée par une estimation variant dans le temps telle donnée par (4.17) [Meghriche\_01]

$$\hat{\sigma}_k^2 = \alpha X_k^2 + (1 - \alpha) \hat{\sigma}_{k-1}^2 \quad (4.17)$$

où

$X_k$ : est l'échantillon actuel (à l'instant  $k$ ) du signal d'entrée.

$\alpha$ : est un facteur d'oubli se trouvant dans l'intervalle  $0 < \alpha \ll 1$ .

L'algorithme VSE se présente alors sous la forme donnée par (4.18)

$$H_{k+1} = H_k + \frac{\mu}{N\hat{\sigma}_k^2} e_k X_k \quad (4.18)$$

Dans (4.16), si  $\mu_c$  désigne la partie constante du facteur de convergence donnée par  $\mu_c = \frac{\mu}{N}$ , la forme itérative du pas d'adaptation devient [Meghriche\_01]:

$$\mu_k = \mu_c \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.19)$$

ou encore

$$\mu_k = \mu_c \cdot \frac{1}{\alpha \left( \sum_{i=0}^k X_{k-i}^2 (1 - \alpha)^i \right)} \quad (4.20)$$

<sup>(\*)</sup> Ce travail a été également cité en référence 18 dans G. Sorwar, M. Murshed, and L. Dooley, "A fully adaptive performance-scalable distance-dependent thresholding search algorithm for video coding," in the Proc. of IEEE ICASP2003, Vol. 3, pp. III.649-652, 6-10 April 2003.

Si  $\beta$  désigne l'expression

$$\beta = \frac{1}{\alpha \left( \sum_{i=0}^k X_{k-i}^2 (1-\alpha)^i \right)} \quad (4.21)$$

Remplaçant (4.20) et (4.21) dans (3.11), et mettant

$g = E[X_k \cdot d_k]$ , matrice d'intercorrélation des séquences d'entrée et désirée,  
et  $R = E[X_k \cdot X_k^T]$ , matrice d'autocorrélation de la séquence d'entrée,

et prenant l'espérance mathématique des deux cotés, on obtient

$$E[H_{k+1}] = E[H_k] + \beta g - \beta R E[H_k] \quad (4.22)$$

Retranchant le vecteur optimum de coefficients  $H^*$  de (4.22) donne

$$E[H_{k+1}] - H^* = E[H_k] - H^* + \beta g - \beta E[H_k] R \quad (4.23)$$

Pour le vecteur optimum des coefficients ( $H^*$ ), on a  $Hg = RH^*$  (solution de Wiener), de telle sorte que

$$E[H_{k+1}] - H^* = (I - \beta R) E[H_k] - H^* \quad (4.24)$$

Lorsque  $k \rightarrow \infty$ , l'estimation du vecteur de coefficients (4.24) converge vers la solution optimale pourvu que  $\beta$  soit dans l'intervalle  $0 < \beta < 2/\lambda_{\max}$ , où  $\lambda_{\max}$  est la valeur propre maximale de la matrice d'autocorrélation  $R$ .

## 4.2.2 Résultats de simulation

La méthode VSE proposée est destinée à l'égalisation non linéaire d'un canal numérique de communication. La simulation a été effectuée se basant sur le système de la figure 4.2.

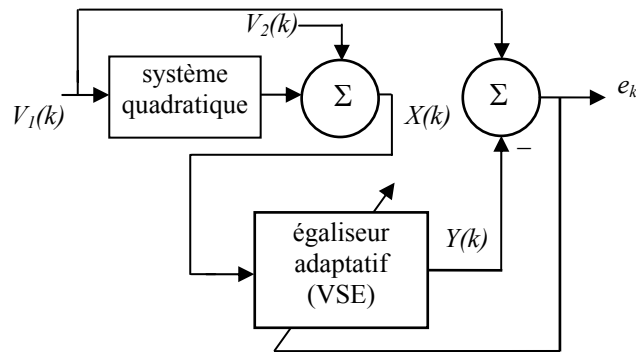


Fig. 4.2 Dispositif de simulation de VSE

Une séquence binaire pseudo-aléatoire (SBPA)  $V_1(k)$  est injectée à l'entrée d'un système non linéaire de second ordre. Un bruit blanc  $V_2(k)$ , représentant la distorsion du canal, est ajouté à sa sortie  $V(k)$  pour obtenir le signal  $X(k)$  représentant le signal d'entrée du filtre adaptatif. Le filtre non linéaire VSE est utilisé pour récupérer le signal transmis  $V_1$ .

Les résultats de simulation sont obtenus avec  $V_1$  étant une SBPA de période 14 [Kuehnel\_03] et  $V_2$  étant un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et variance unité.

La figure 4.3 donne la moyenne d'ensemble, sur 100 réalisations, de l'erreur carrée moyenne utilisant l'algorithme VSE. Pour plus de clarté, seulement quelques itérations sont montrées.

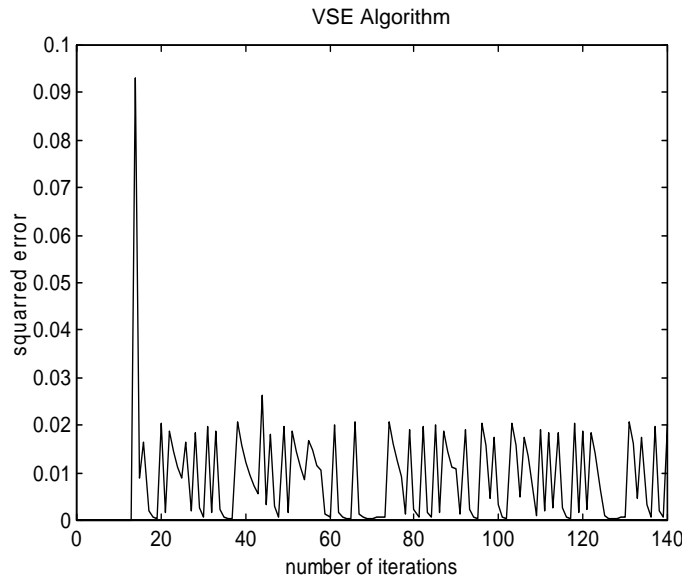


Fig. 4.3 Moyenne d'ensemble de l'erreur carrée moyenne de l'algorithme VSE

Dans les mêmes conditions de simulation, et sauf pour les expressions du pas de convergence, la performance de l'algorithme VSE est comparée à celle des versions conventionnelle (*Variable Step-Size LMS ou VSLMS*) et avec signe de l'algorithme LMS à pas variable (*Signed VSLM ou SVSLMS*) de [Farhang\_98]. La figure 4.4 montre les courbes d'apprentissage des trois algorithmes.

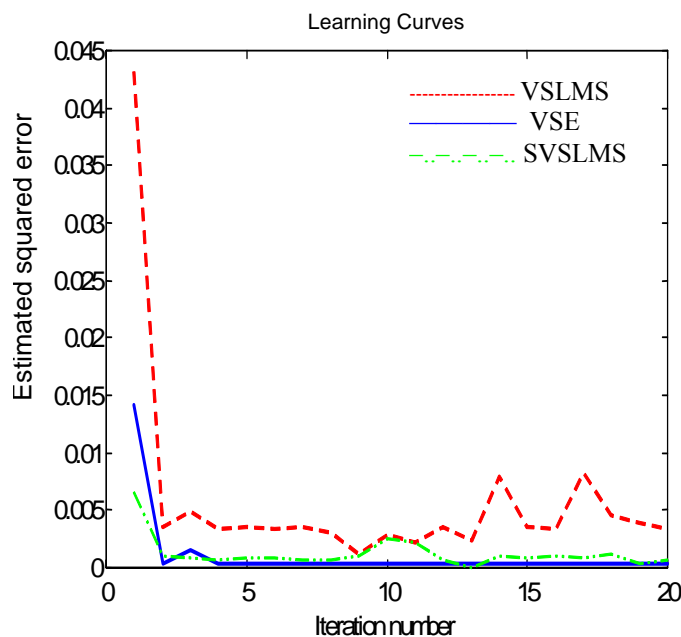


Fig. 4.4 Comparaison des performances de VSE avec VSLMS et SVSLMS

La loi itérative proposée pour la mise à jour du pas de convergence montre que l'erreur quadratique moyenne minimale est inférieure à celle des deux autres versions (VSLMS) et (SVSLMS) qui exigent de très petites valeurs initiales du pas de convergence de l'ordre de  $10^{-13}$ . Cependant, on doit noter que l'algorithme VSE garde la même charge de calcul que celle de l'algorithme VSLMS, soit de l'ordre de  $O[N^2]$ .

### **4.2.3 Conclusion**

Une nouvelle formulation du pas de d'adaptation a été proposée pour l'égalisation adaptative d'un canal non linéaire de transmission de données. Cette approche nous a permis d'obtenir une convergence plus rapide et une meilleure performance par rapport aux méthodes déjà existantes.

## 4.3 Utilisation des Statistiques d'Ordre Supérieur

### 4.3.1 Egalisation de Volterra

Comme mentionné dans la section précédente, le grand avantage des filtres de Volterra, comparés aux autres modèles, est que la réponse du système est linéaire dans les coefficients et que par conséquent plusieurs méthodes de filtrage adaptatif linéaire peuvent être adaptées pour le filtre de Volterra.

Un filtre (série) de Volterra peut représenter une large classe de systèmes non linéaires. La série de Volterra est une somme de convolutions généralisées qui peuvent être considérées comme une extension du cas linéaire. Le problème majeur des filtres de Volterra réside dans le grand nombre de coefficients du filtre. Par conséquent, seulement des degrés réduits de non linéarités peuvent être efficacement modélisés. Considérant le même nombre de coefficients, les modèles de filtres récursifs (RIF) seront donc plus efficaces que les modèles à RII.

En reconsidérant le problème de filtrage quadratique de Wiener décrit précédemment, la version adaptative de l'algorithme de type LMS aura la forme

$$H_k = H_{k-1} + \mu e_k X_k \quad (4.25)$$

où l'indice  $k$  représente le nombre d'itération.

$e_k$  est l'erreur donnée par  $e_k = d_k - Y_k$  et

$$X_k = \left( x(k) \quad x(k-1) \quad \dots \quad x(k-N+1) \quad x^2(k) \quad x(k)x(k-1) \quad \dots \quad x^2(k-M+1) \right)^T \quad (4.26)$$

Il est évident que (4.25) utilise implicitement les statistiques d'ordre supérieur pour la mise à jour du vecteur de coefficients  $H_k$ .

Dans notre cas, les noyaux linéaire et quadratique du filtre sont dotés de lois d'adaptations différentes. Cela nous permet d'avoir plus de degrés de libertés dans l'ajustement des coefficients du filtre. En outre, Ces pas d'adaptation distincts vont donner au filtre plus de capacités de poursuite dans un environnement non stationnaire. Par conséquent, avec un facteur de convergence ( $\mu$ ) qui n'est pas le même pour les parties linéaire et quadratique de  $X_k$ , (4.25) devient

$$H_k = H_{k-1} + e_k \begin{pmatrix} \mu_1 X_{1k} \\ \mu_2 X_{2k} \end{pmatrix} \quad (4.27a)$$

avec

$$X_{1k} = \begin{pmatrix} x(k) \\ \vdots \\ x(k-N+1) \end{pmatrix}, \quad X_{2k} = \begin{pmatrix} x^2(k) \\ x(k)x(k-1) \\ \vdots \\ x^2(k-M+1) \end{pmatrix} \quad (4.27b)$$

et  $\mu_1$  et  $\mu_2$  étant les pas d'adaptation respectifs des parties linéaire et quadratique du filtre.

Les conditions de convergence sur le choix de  $\mu_1$  sont connues, mais les conditions de convergence sur  $\mu_2$  seront déterminées dans les sections suivantes.

L'utilisation de ce type de filtrage (non linéaire et adaptatif), nous permet d'extraire des informations supplémentaires des données et ainsi améliorer de façon significative la performance. Ceci peut être appliqué dans de nombreux domaines de transmission de données, notamment où l'égalisation, l'élimination de l'écho acoustique ainsi que d'autres opérations de filtrage sont nécessaires.

### **4.3.2 Modélisation non linéaire de canal de transmission**

Les méthodes de filtrage linéaire croisent un adversaire redoutable quand il s'agit de filtrer du bruit impulsif, perturbation de grande amplitude et de courte durée, qui survient sur les voies de transmission. En effet, les filtres linéaires ne permettent pas d'obtenir des performances satisfaisantes du moment où les perturbations proviennent de sources non linéaires. Durant les transmissions de données sur un canal (voie) de transmission non idéal, il a été démontré que l'égalisation non linéaire adaptative doit être utilisée pour éliminer la majorité des types de bruit rencontrés, notamment l'effet de dispersion et les interférences d'entre symboles [Haykin\_01], [Mendel\_91]. Les statistiques d'ordre supérieur deviennent alors, un outil indispensable pour faire face aux non linéarités. [Nikias-Mendel\_93] et [Giannakis-Serpedin\_01] constituent de bonnes références bibliographiques concernant l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur dans le traitement de signal.

Beaucoup d'attention a été donnée aux filtres adaptatifs non linéaires, et en particulier aux filtres de Volterra qui ont trouvé un large spectre d'applications dans des domaines divers [Borys\_00]. Ce succès est dû principalement aux propriétés de convergence et à la linéarité dans les paramètres de tels filtres.

Une étude comparative des performances, en régime permanent (steady state), des algorithmes adaptatifs est donnée dans [Yousef-Sayed\_01], seulement cette étude ne tient pas compte des non linéarités dans les équations de mise à jour du pas d'adaptation. [Sulyman-Zerguine\_03] nous propose une expression limitée du pas variable d'adaptation pour l'algorithme LMS normalisé (NLMS) et aussi bien [Soo-Pang\_91] que [Andritsopoulos\_04] ont présenté une loi de mise à jour segmentée (à plusieurs paliers) du pas d'adaptation pour un algorithme de type NLMS. Ces approches réduisent intrinsèquement la dépendance de la convergence de l'algorithme du pas de convergence et ne facilitent guère la mise en œuvre pratique de l'algorithme.

Durant la dernière décennie, une panoplie de travaux concernant les filtres non linéaires de Volterra ont été publiés, voir [Sicuranza\_92], [Suna\_97], [Li-Jenkins\_97], [Griffith-Arce\_97], [Stenger\_99], [Mumolo-Carini\_99], [Gupta\_03], pour ne citer que quelques-uns. Il est vrai que ses algorithmes ont apporté des améliorations de convergence dans certains cas particuliers concernant la nature des signaux traités. Il demeure, néanmoins, que ces mêmes approches, ne proposent que des expressions uniques de loi de convergence pour leurs algorithmes adaptatifs.

Dans cette section, on propose une nouvelle approche pour la mise à jour du pas de convergence d'un algorithme de type LMS afin de minimiser l'erreur quadratique moyenne. Deux lois d'adaptations distinctes sont utilisées pour les parties linéaire et quadratique d'un filtre non linéaire de type Volterra.

La modélisation de type AR peut être étendue au cas non linéaire via les séries de Volterra, où l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur devient nécessaire. Pour rappel, un modèle linéaire de type AR est donné par (4.28).

$$y(k) = b_0 x(k) - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) \quad (4.28)$$

Considérant les modèles linéaires, une simple extension au modèle non linéaire, est possible via les séries de Volterra. En général, l'ajout d'un terme carré à (4.28) est suffisant, autrement le système devient très complexe.

Avec la supposition que  $x(k)$  et  $y(k)$  ne sont pas corrélés, un modèle quadratique de type AR peut alors être représenté par (4.29)

$$y(k) = b_0 x(k) - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s c_{ij} y(k-i)y(k-j) \quad (4.29)$$

Il convient de noter que pour ces modèles non linéaires, la sortie du filtre est une fonction non linéaire de données (entrée et/ou sortie précédente) mais qu'elle est linéaire par rapport aux coefficients. Ceci permet de déterminer ces derniers en utilisant les méthodes classiques de modélisation paramétrique et filtrage optimal.



### 4.3.3 Algorithme proposé et conditions de convergence

Nous présenterons dans cette section la nouvelle approche que nous proposons pour la mise à jour des vecteurs de coefficients des noyaux linéaire et quadratique du filtre adaptatif de type Volterra. Nous y développerons aussi les conditions de convergence de l'algorithme.

La figure 4.5 illustre une application type du filtre adaptatif. Pour le choix du signal d'entrée du système, il s'agit essentiellement de prendre un signal d'excitation avec une densité spectrale homogène couvrant l'ensemble de la bande passante du procédé (un canal de transmission) à identifier. Dans le cas des applications qui nous intéressent, on utilise comme signal d'entrée une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) qui permet une bonne identification temporelle.

Une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) est transmise à travers un canal de communication. A la réception, un bruit blanc additif de type Gaussien (BBAG), archétype des modèles de bruits rencontrés en pratique, est ajouté au signal reçu avant que le signal « somme » soit injecté à l'entrée du filtre adaptatif. Le signal d'erreur, représenté par la différence entre la sortie du filtre et la réponse désirée, est utilisé pour adapter les coefficients du filtre afin de mieux éliminer la perturbation ou signal non désiré.

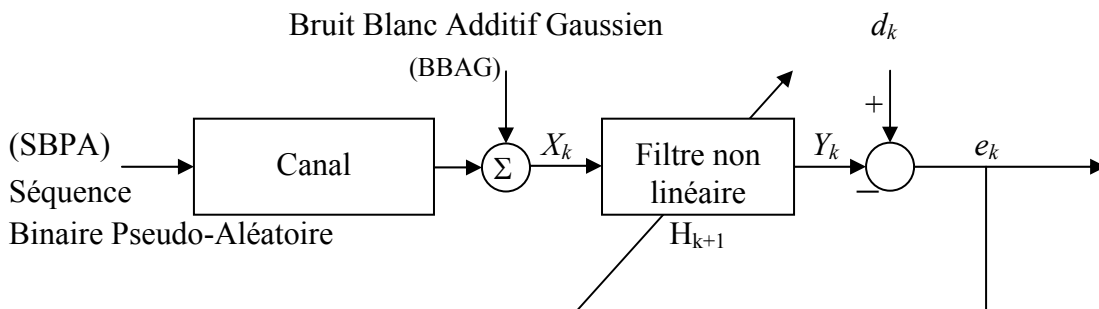


Fig. 4.5 Egalisation d'un canal numérique utilisant les statistiques d'ordre supérieur

Se référant à la figure 4.5, la fonction de transfert de l'égaliseur adaptatif, aura la forme donnée par (4.25) où l'indice  $k$  indique le nombre d'itérations.

L'erreur  $e_k$  est donnée par  $e_k = d_k - y_k$

et  $X_k$  est représenté sous la forme donnée par (4.26).

Utilisant une approche similaire à celle développée dans [Meghriche\_04] et [Meghriche-Haddadi\_05], les lois d'adaptations itératives des parties linéaires et quadratiques sont données par :

$$\mu_{i_k} = \mu_{i_{k-1}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{N, M^2} X^2(k-j)} \quad i = 1, 2 \quad (4.30)$$

où  $N$  et  $M^2$  sont les ordres des noyaux linéaire et quadratique du filtre respectivement.

Après les premières  $N$  et  $M^2$  premières itérations d'initialisation, les expressions des pas de convergence  $\mu_1$  et  $\mu_2$  peuvent être reformulées par

$$\begin{aligned}\mu_{i_k} &= \frac{\mu_{i_{k-1}}}{1 + \Delta_i \mu_{i_{k-1}}} \quad i=1,2 \\ \Delta_1 &= X^2(k) - X^2(k - N + 1) \\ \Delta_2 &= X^2(k) - X^2(k - (M - 1)^2)\end{aligned}\quad (4.31)$$

ou encore sous la forme donnée par (4.32),

$$\mu_{i_k} = \mu_{i_{k-1}} - \frac{\Delta_i \mu_{i_k}^2}{1 + \Delta_i \mu_{i_k}} \quad i=1,2 \quad (4.32)$$

Finalement, en effectuant le changement de variable  $\mu' = 1/\mu$ , l'équation (4.32) devient

$$\mu'_{i_k} = \mu'_{i_{k-1}} + \Delta_i \quad i=1,2 \quad (4.33)$$

Ecrite sous la forme (4.33), le nombre d'opérations mathématiques nécessaires pour la mise à jour du vecteur de coefficients de (4.27a) est considérablement réduit [Meghriche-Haddadi\_05]. Ceci nous amène à l'algorithme adaptatif donné par (4.34).

$$H_{k+1} = H_k + e_k \begin{pmatrix} X_{1_k} / \mu'_{1_k} \\ X_{2_k} / \mu'_{2_k} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Lorsque  $k \rightarrow \infty$  dans (4.27),  $\mu_{i_k} \rightarrow \mu_{i_{k-1}}$ , menant à des conditions sur le pas de convergence  $\mu'_1 = 1/\mu_1$  similaires à celles de l'algorithme LMS utilisant un pas d'adaptation fixe. Dans ce qui suit, on va déterminer les conditions de convergences sur le pas d'adaptation  $\mu'_2 = 1/\mu_2$  de la partie non linéaire du filtre.

De (4.34), on obtient

$$H_{k+1} - H_k = e_k \begin{pmatrix} X_{1_k} / \mu'_{1_k} \\ X_{2_k} / \mu'_{2_k} \end{pmatrix}$$

ou encore

$$Q_k^T (H_{k+1} - H_k) = e_k Q_k^T Q_k \quad (4.35)$$

avec  $Q_k = \begin{pmatrix} X_{1_k} / \mu'_{1_k} \\ X_{2_k} / \mu'_{2_k} \end{pmatrix}$  et  $T$  étant l'opérateur de la transposée.

En mettant  $\alpha = Q_k^T Q_k$  et  $\beta = Q_{k+1}^T Q_{k+1}$ , (4.35) peut se réécrire comme

$$e_k = \frac{Q_k^T (H_k - H_{k-1})}{\alpha} \quad (4.36)$$

De manière similaire, on peut obtenir (4.37) pour  $e_{k+1}$

$$e_{k+1} = \frac{Q_{k+1}^T (H_{k+1} - H_k)}{\beta} \quad (4.37)$$

Le signal d'entrée du filtre (SBPA) étant borné, et appliquant la condition de convergence de Milosavljević [Milosavljević\_85]

$$(S_{k+1} - S_k)S_k < 0$$

et mettant

$$S_k = e_k^T e_k \quad \text{et} \quad S_{k+1} = e_{k+1}^T e_{k+1}, \text{ nous donne}$$

$$\left\{ \frac{1}{\beta^2} [(H_{k+1} - H_k)^T Q_{k+1} Q_{k+1}^T (H_{k+1} - H_k)] - \frac{1}{\alpha^2} [(H_k - H_{k-1})^T Q_k Q_k^T (H_k - H_{k-1})] \right\} \\ \left\{ \frac{1}{\alpha^2} [(H_k - H_{k-1})^T Q_k Q_k^T (H_k - H_{k-1})] \right\} < 0 \quad (4.38)$$

où  $\left( \frac{\Gamma_1}{\beta^2} - \frac{\Gamma_2}{\alpha^2} \right) \frac{\Gamma_2}{\alpha^2} < 0$

avec

$$\Gamma_1 = (H_{k+1} - H_k)^T Q_{k+1} Q_{k+1}^T (H_{k+1} - H_k) \\ \Gamma_2 = (H_k - H_{k-1})^T Q_k Q_k^T (H_k - H_{k-1})$$

Finalement, pour assurer une convergence de l'algorithme, on doit avoir  $\Gamma_1 < \frac{\beta^2}{\alpha^2} \Gamma_2$

Menant à  $\mu_2' > \mu_1'$ , ou

$$\mu_2 < \mu_1 \quad (4.39)$$

Pour assurer une convergence de l'algorithme, la valeur initiale du pas de convergence de la partie non linéaire du filtre doit être inférieure à celle de la partie linéaire.

## 4.4 Simulation de l'Egaliseur non Linéaire

La première phase d'évaluation de cet algorithme consiste à construire un modèle de simulation qui sera programmé utilisant Matlab.

### 4.4.1 Modèle de simulation

La figure 4.6 illustre le schéma bloc du dispositif de simulation du filtre adaptatif de Volterra à pas d'adaptation variable.

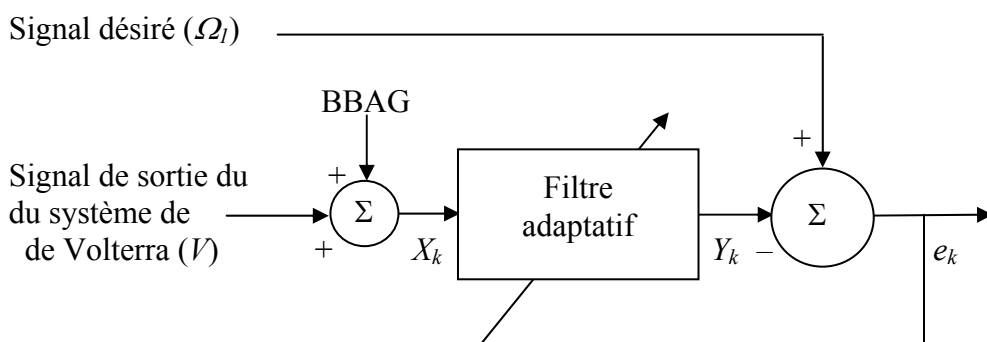


Fig. 4.6 Dispositif de simulation du filtre adaptatif de Volterra

Le tableau 4.1 résume les valeurs des paramètres utilisés dans cette simulation.

Tableau 4.1 Paramètres de simulation du filtre de Volterra

<b>Valeur initiale du pas d'adaptation</b>	Partie linéaire $\mu_{1_0}$	0.2
	Partie quadratique $\mu_{2_0}$	0.001
<b>Ordre du filtre</b>	Partie linéaire $N$	8
	Partie quadratique $M$	4
<b>Nombre d'échantillons</b>		1000
<b>Nombre de réalisations</b>		200
<b>Rapport signal-bruit (SNR)</b>		30 dB

Un signal bipolaire, ayant la nature d'une séquence binaire pseudo-aléatoire (SBPA) avec périodicité 14, est généré pour alimenter le bloc de simulation de la figure 4.6.

#### 4.4.2 Résultats obtenus

La figure 4.7 montre le signal désiré alors que la figure 4.8 illustre la sortie du système de Volterra. La figure 4.9 montre le signal d'entrée de l'égaliseur adaptatif contaminé par une perturbation avec un rapport signal-bruit de SNR=30 dB. Pour plus de lisibilité, un zoom des 100 premières itérations sur 1000 échantillons, est effectué.

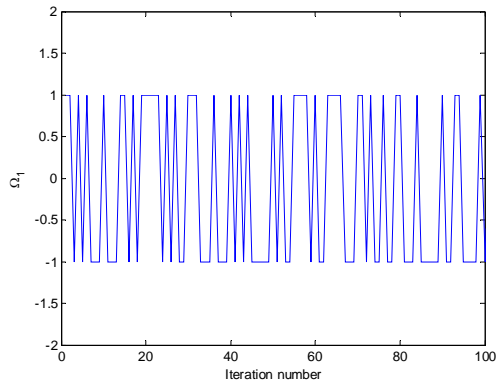


Fig. 4.7 Signal désiré du filtre de Volterra

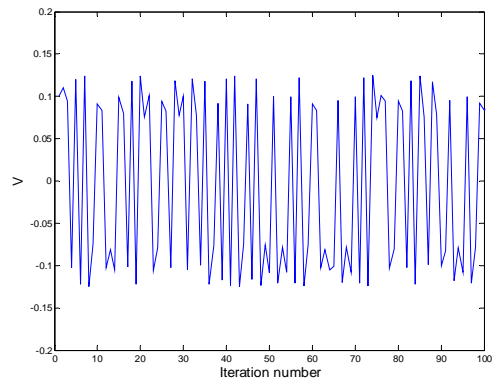


Fig. 4.8 Sortie du filtre de Volterra

Dans la figure 4.10, on voit les 100 premières itérations du filtre adaptatif.

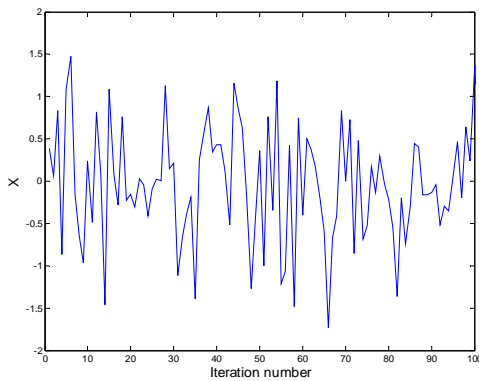


Fig. 4.9 Signal contaminé par le bruit

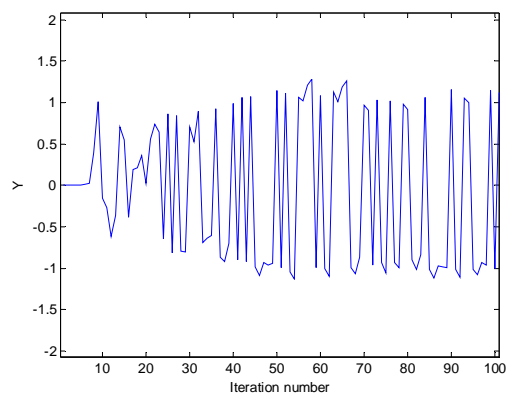


Fig. 4.10 Signal de sortie de l'égaliseur adaptatif

Les figures 4.11 et 4.12 illustrent l'évolution des coefficients des noyaux linéaire et quadratique du filtre, alors que la figure 4.13 montre l'évolution du signal d'erreur d'ensemble sur 200 réalisations.

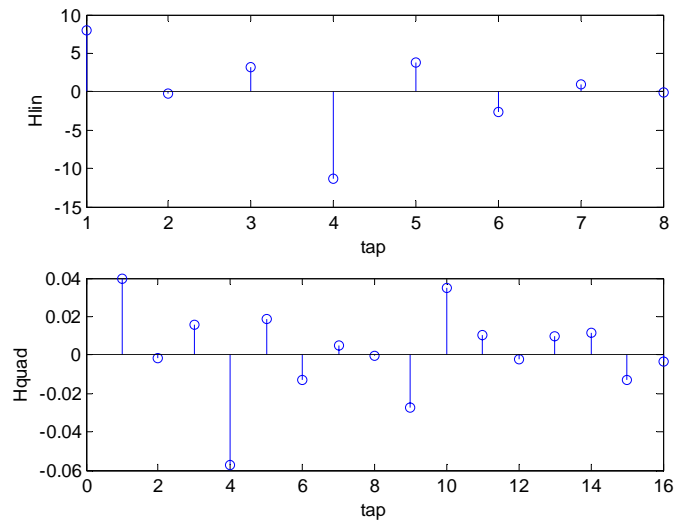


Fig. 4.11 Evolution des noyaux linéaire ( $H_{lin}$ ) et quadratique ( $H_{quad}$ ) du filtre

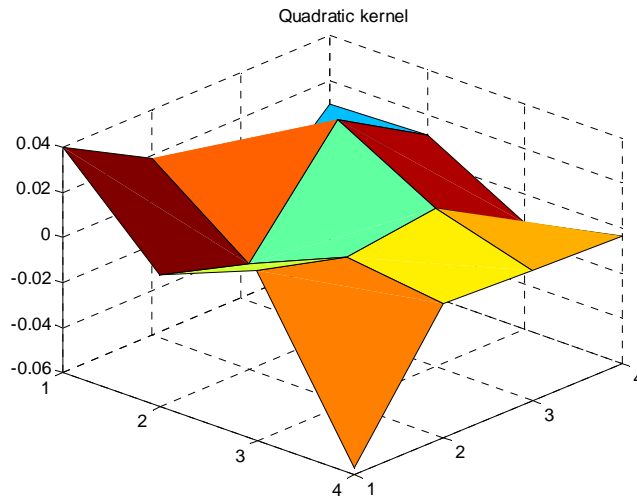


Fig. 4.12 Représentation 3-D du noyau quadratique

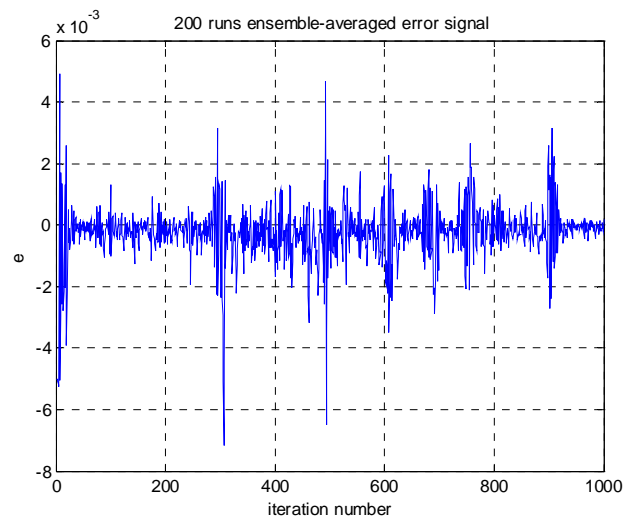


Fig. 4.13 Evolution de la moyenne d'ensemble de l'erreur

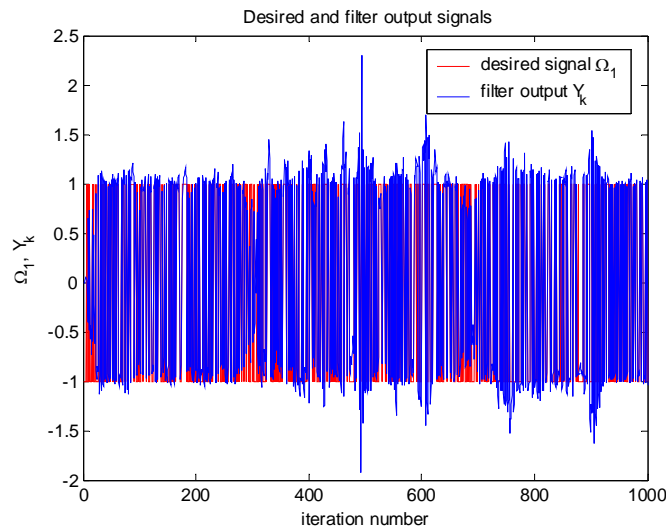


Fig. 4.14 Signal désiré et signal de sortie du filtre

Dans la figure 4.14, on montre le signal de sortie du filtre comparé au signal désiré. Un gros plan sur le comportement du signal de sortie du filtre est donné dans la figure 4.15. On voit que 25 itérations suffisent pour que l'algorithme non linéaire adaptatif arrive à converger.

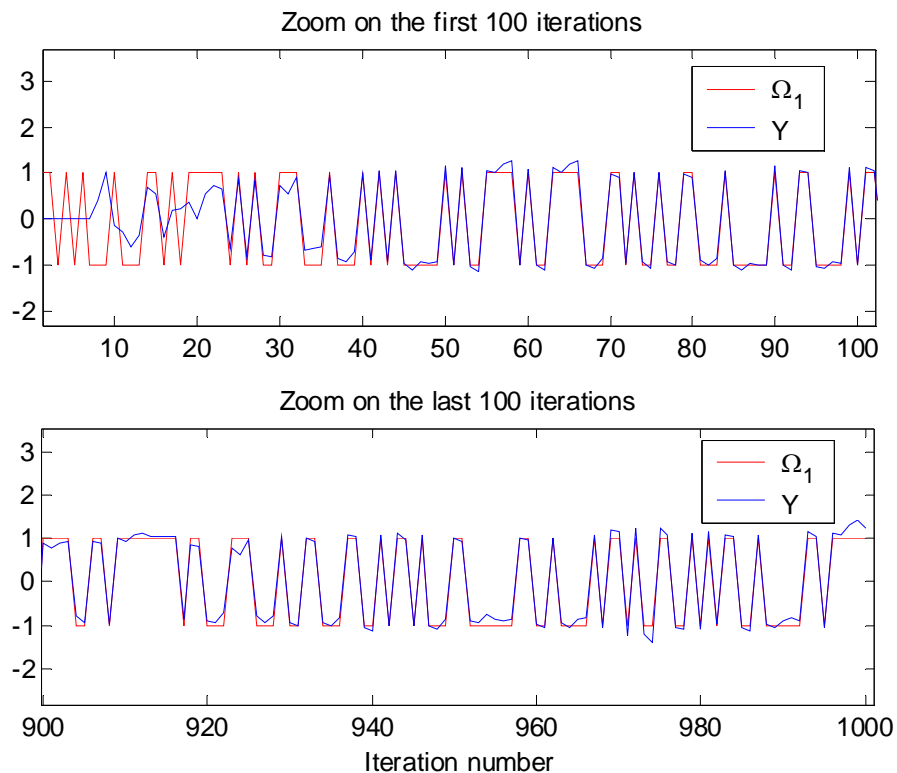


Fig. 4.15 Zoom sur les 100 premières et dernières itérations de l'algorithme

La courbe d'apprentissage de l'égaliseur non linéaire à pas d'adaptation variable, montre que ce dernier converge vers la solution désirée plus rapidement que le LMS classique utilisé dans les mêmes conditions de simulation comme l'illustre la figure 4.16.

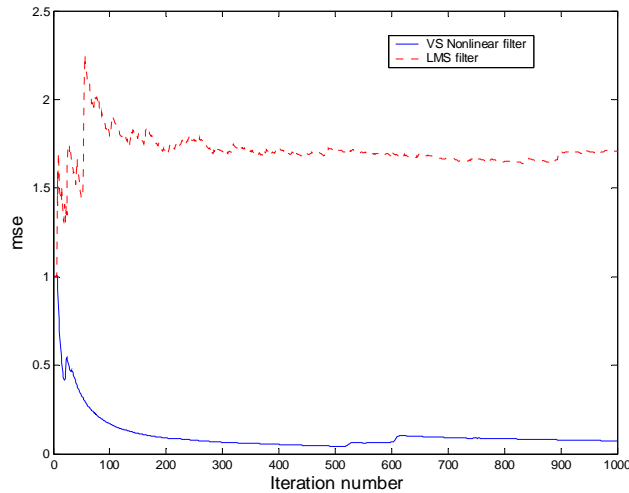


Fig. 4.16 Courbes d'apprentissage du filtre non linéaire et du LMS

## 4.5 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté une nouvelle formulation de loi d'adaptation pour un égaliseur non linéaire de type Volterra destiné à l'égalisation des canaux de transmission de données. Utilisant ce type de filtrage adaptatif non linéaire, la performance a été inéluctablement améliorée du fait que des informations supplémentaires sont extraites des données pour être injectées dans le processus d'adaptation.

Les domaines d'application d'une telle approche concernent l'égalisation et l'annulation des perturbations dans les systèmes de communication numériques. Comparé aux autres algorithmes à pas d'adaptation fixe, cet égaliseur montre une vitesse de convergence plus rapide et une meilleure performance en poursuite.



---

## Chapitre 5

### APPLICATION DE L'ALGORITHME ADAPTATIF NON LINÉAIRE: MODÉLISATION DES FORCES DE CONTACT PNEU-CHAUSSÉE

---

*Les domaines d'applications des filtres adaptatifs non linéaires sont aussi vastes que variés.*

*La disponibilité, même partielle de certaines données expérimentales dans le domaine de modélisation des forces de contact pneu-chaussée, nous a encouragé à tester le comportement des algorithmes non linéaires développés précédemment. Ceci a pour objectif de mettre à disposition des chercheurs du domaine en question des modèles analytiques qui leur permettent d'obtenir des données de simulation proches de la pratique.*

*Dans ce chapitre, nous allons présenter un exemple type d'application des algorithmes développés dans le domaine de la modélisation inverse du contact pneu-chaussée d'un système mobile. En effet, ce domaine d'application présente des non linéarités que les méthodes classiques de modélisation et/ou de filtrage peinent à représenter convenablement.*

## 5.1 Introduction

La modélisation réalisée à partir d'un comportement de système et/ou de lois physiques, consiste à déterminer la structure des équations et la valeur des paramètres qui régissent le comportement de ce système. Cependant, il est souvent difficile, voire impossible, d'obtenir une connaissance à priori complète et précise de tous les paramètres du modèle.

L'identification, ou la recherche de modèles à partir de données expérimentales, est une préoccupation majeure dans la plupart des disciplines scientifiques. Elle désigne à la fois une démarche scientifique et un ensemble de techniques visant à déterminer des modèles mathématiques capables de reproduire aussi fidèlement que possible le comportement d'un système sujet à des sollicitations diverses (entrées, perturbations), comme illustré dans la figure 5.1.

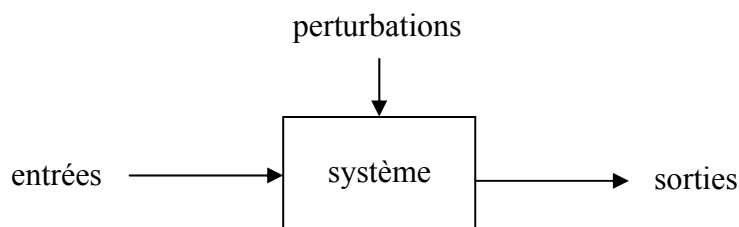


Fig. 5.1 Représentation d'un système

Les modèles peuvent être divisés en deux grandes catégories, les modèles de connaissance qui donnent une description complète des systèmes et sont utilisés pour la simulation et la conception des procédés. Ce sont souvent des modèles complexes ; et les modèles dynamiques de commande, qui donnent la relation entre les variations des entrées d'un système et les variations de la sortie.

Les modèles dynamiques sont de deux sortes :

- Modèles non paramétriques (réponse fréquentielle, réponse à un échelon)
- Modèles paramétriques (fonction de transfert, équations différentielles)

Dans le cas des modèles paramétriques, le problème typique rencontré est le choix de l'ordre de la fonction de transfert pouvant caractériser le modèle. Une fois la complexité du modèle est fixée, il reste à estimer les paramètres du modèle.

Pour la mise en place d'une procédure de validation, et se basant sur la figure 5.2, l'objectif est de montrer que la sortie du modèle  $y(n)$  excité par le même signal que le processus  $x(n)$  reproduit les variations de la sortie causées par les variations de la commande en s'affranchissant de l'effet du bruit de mesure.

Pour réaliser une identification correcte, il faut disposer de données en entrée et en sortie du système qui ne peuvent être obtenues que sous un protocole d'expérimentation. Pour les besoins de notre étude, qui consistent à évaluer des méthodes d'identification, et faute de données expérimentales exhaustives, souvent classées confidentielles par les constructeurs automobiles, nous nous sommes contentées de données expérimentales partielles [Mourghad\_04].

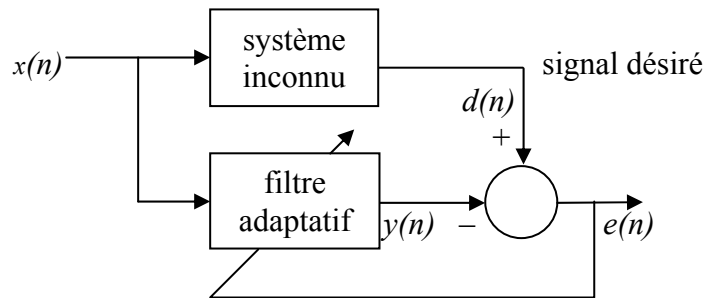


Fig. 5.2 Identification adaptative de système

## 5.2 Modélisation Analytique des Forces de Contact Pneu-Chaussée

Le pneumatique est une partie essentielle d'un véhicule, puisque c'est la seule partie en contact avec la route. Toutes les forces d'interaction entre la route et le véhicule sont ainsi transmises à travers une toute petite surface.

La sélection d'un modèle mathématique est une tâche très difficile du fait d'un large éventail de formulations et de la complexité structurale du pneumatique qui entraîne une lourde pénalisation en termes de temps et coût de calcul. Les simulations dynamiques des véhicules nécessitent des modèles pneu/chaussée compacts et prenant en compte les principales caractéristiques des pneumatiques.

Dans cette section, on va comparer trois types de modèle des efforts de contact pneu-chaussée. Le premier modèle est empirique et sert de référence dans la validation des comparaisons des résultats obtenus. Il s'agit de la "formule magique" développée par [Pacejka-Baker\_91].

Le second modèle présenté par [Gim-Nikraves\_99] est analytique. Le troisième modèle dit de Brosse, est présenté par [Svendenius-Gäfvert\_04]. La comparaison entre ces modèles est réalisée à partir de l'identification et l'estimation des paramètres (forces de contact) de chaque modèle.

### 5.2.1 Modèle de Pacejka

Le modèle de Pacejka constitue le modèle de base ou de référence [Pacejka-Baker\_91]. Il est considéré dans le cas de glissement seul. Il se présente sous la forme donnée par (5.1)

$$y(x) = D \sin[g(C \arctan(B_x - E(B_x - \arctan B_x)))] \quad (5.1)$$

avec

$x$  et  $y$  comme entrée et sortie du modèle respectivement,

et

$B$ , permet de contrôler la pente à l'origine, aussi appelée coefficient de rigidité,  
 $C$ , constante déterminée en fonction de la sortie, qui fixe le type de courbe,  
 $D$ , valeur maximale de la courbe,  
 $E$ , contrôle l'abscisse de glissement à laquelle la valeur maximale est atteinte,  
 $\arct(BCD)$ , fixe la pente à l'origine de la courbe, c'est-à-dire au point d'inflexion.

L'équation (5.1) permet de produire une courbe qui passe par l'origine. Dans certains cas, il peut être intéressant de produire une courbe décalée où l'on ajoute un décalage (*offset*). Dans ce cas, le modèle de Pacejka peut alors être représenté par (5.2)

$$\begin{aligned} Y(X) &= y(x) + S_{vy} \\ X &= x + S_{hx} \end{aligned} \quad (5.2)$$

où

$S_{hx}$ , désigne une translation horizontale de la courbe  
et  $S_{vy}$  désigne un décalage vertical.

Le décalage horizontal est fonction de la force de résistance au roulement  $R_x R$  pour la force longitudinale. L'angle de carrossage  $c$  joue quant à lui un rôle dans le décalage de la courbe de la force transversale  $F_y$ .

Les sorties  $y(x)$  du modèle peuvent être, voir figure 5.3 :

$F_x$ , la force longitudinale,  
 $F_y$ , la force transversale,  
 $M_z$ , le couple d'auto alignement.

Pour les entrées respectives

$g_l$ , le glissement longitudinal,  
 $\delta$ , la dérive du pneumatique.

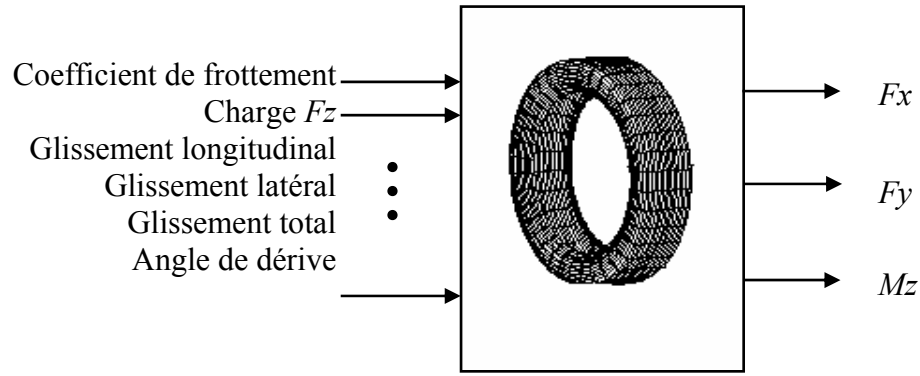


Fig. 5.3 Modèle de pneumatique

### 5.2.1.1 Force de réaction longitudinale

La force de réaction longitudinale est une fonction de glissement  $g_l$  donnée par (5.3).

$$F_x(g_l + S_{hx}) = D_x \sin[C_x \arctan(B_x(g_l + S_{hx}) - E_x(B_x(g_l + S_{hx}) - \arctan(B_x(g_l + S_{hx})))))] + S_{vx} \quad (5.3)$$

Les expressions des paramètres en fonction de la charge  $F_z$  supportée par la roue [Pacejka-Baker\_91] sont

$$\begin{aligned} D_x &= F_z(b_1 F_z + b_2) = F_z u_l \\ B_x &= \frac{b_3 F_z + b_4}{CD} F_z e^{-b_5 F_z} \\ C_x &= 1.65 \\ E_x &= (b_6 F_z^2 + b_7 F_z + b_8) (1 - b_9 \operatorname{sgn}(g_l + S_{hx})) \\ S_{hx} &= b_{10} F_z + b_{11} \\ S_{vx} &= b_{12} + b_{13} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Pour des conditions données (type de pneumatique, pression de gonflage, condition d'adhérence), les coefficients  $b_i$ ,  $i=1 \dots 13$ , sont fixes. Ainsi, pour chaque type de revêtement, il faut identifier ces différents paramètres.

### 5.2.1.2 Force de réaction transversale

La force de réaction transversale est une fonction de la dérive. Elle est calculable à partir de l'équation (5.5).

$$F_y(\delta + S_{hy}) = D_y \sin(C_y \arctan(B_y(\delta + S_{hy}) - E_y(B_y(\delta + S_{hy}) - \arctan(B_y(\delta + S_{hy})))))] + S_{vy} \quad (5.5)$$

Les expressions des paramètres en fonction de la charge  $F_z$  supportée par la roue et de l'angle de carrossage  $c$  sont données par (5.6) [Pacejka-Baker\_91].

$$\begin{aligned}
D_y &= F_z(a_1 F_z + a_2)(1 - a_3 c^2) = F_z u_t \\
B_y &= \frac{1}{C_y D_y} a_4 \sin\left(2 \arctan\left(\frac{F_z}{a_5}\right)\right)(1 - a_6 |c|) \\
C_y &= 1.3 \\
E_y &= (a_7 F_z + a_8) \left[1 - (a_9 c + a_{10} \operatorname{sgn}(\delta + S_{hy}))\right] \\
S_{hy} &= a_{11} F_z + a_{12} + a_{13} c \\
S_{vy} &= a_{14} F_z + a_{15} + c(a_{16} F_z^2 + a_{17} F_z)
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Les coefficients  $a_i$ ,  $i=1\dots 17$ , sont fixés pour des conditions expérimentales données de manière similaire que pour les coefficients  $b_i$  de (5.4). Il convient de noter que le modèle de Pacejka est un modèle empirique. Nous avons seulement identifié les coefficients de la formule magique pour voir si les autres modèles étaient identifiables à celle-ci.

## 5.2.2 Modèle de Gim

Une autre modélisation du contact pneu-chaussée est proposée dans [Gim-Nikravesh\_99] et [Choi-Gim\_00]. Le modèle de Gim propose une méthode de calcul des différentes forces qui agissent sur la roue à partir des pressions internes dans la chambre à air et des différentes flexibilités et raideurs du pneumatique. Les raideurs sont calculées à partir des déformations résultantes de la carcasse et de la bande de roulement.

### 5.2.2.1 Aire de contact

[Gim-Nikravesh\_99] considère l'aire de contact comme un rectangle. Le rayon de roue considéré étant  $R_{dyn}$ . L'écrasement de la roue est le même que celui utilisé par [Kiencke-Nielsen\_05].

On utilise des coordonnées paramétriques  $\zeta$  et  $\eta$  pour caractériser l'aire de contact. La direction  $\zeta$  est opposée au roulement et l'origine du repère est située au (début) de l'aire de contact. La longueur de l'aire de contact  $2l_r$  est calculée à partir d'une équation analytique. La largeur  $w_r$  est fixée à 0.2 m

### 5.2.2.2 Pression

L'ensemble du modèle développé par [Gim-Nikravesh\_99] sur la détermination de la pression  $P$  le long de la surface de contact. C'est elle qui est à l'origine de la force normale. La distribution de la pression, donnée par (5.7), est parabolique suivant l'axe longitudinal de la roue.

$$\begin{aligned}
P(\zeta) &= \frac{2P_{\max} \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{2l_r}\right)}{l_r} \\
P_{\max} &= P(l_r)
\end{aligned} \tag{5.7}$$

La force normale et déduite de l'intégration de la pression le long de l'aire de contact avec l'hypothèse que la largeur de l'aire de contact  $w_r$  est indépendante de l'abscisse  $\xi$ .

$$F_z = \int P(\zeta) w_r d\zeta = \frac{4}{3} P_{\max} w_r l_r \quad (5.8)$$

De (5.8), on peut déduire l'expression de la valeur maximale de la pression

$$P_{\max} = \frac{3}{4} \frac{F_z}{w_r l_r}, \quad (5.9)$$

et obtenir ainsi, une expression de la pression en fonction de la charge normale supportée par la roue :

$$P(\zeta) = \frac{3F_z \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{2l_r}\right)}{2l_r^2 w_r} \quad (5.10)$$

### 5.2.2.3 Élasticités et frottements

Le calcul des forces longitudinales et transversales se fait à partir des contraintes tangentielles le long de l'aire de contact. Ces contraintes dépendent des raideurs de la roue dans la zone d'adhésion et de la pression au contact et du coefficient de frottement roue-sol dans la région de glissement.

L'aire de contact est décomposée en une zone de glissement et une zone d'adhérence. Les déformations élastiques dues aux glissements longitudinaux et transversaux croissent linéairement jusqu'au point appelé point de détachement ou point de résultantes des actions au sol, noté  $A$ . En ce point, la contrainte élastique atteint la contrainte de frottement. L'abscisse du point de détachement est, selon le repère paramétrique associé à l'aire de contacte :  $lr + \Delta l$

### 5.2.2.4 Région d'adhérence

Pour caractériser les différentes contraintes dans la zone d'adhérence, on suppose que l'axe de la roue est fixe et que c'est le sol qui se déplace. Du fait de l'élasticité du pneumatique, il se crée un décalage entre les points du pneumatique et les points (associés) du sol. Le déplacement relatif longitudinal peut être caractérisé par  $\Delta\eta = g_l \zeta$  et le déplacement relatif transversal par  $\Delta\zeta = g_t \zeta$ . Dans ce cas la région adhérente, la contrainte élastique longitudinale sera égale à

$$\sigma\zeta a = k_x g_l \zeta \quad (5.11a)$$

pour  $0 \leq \zeta \leq (lr + \Delta l)$ , avec  $k_x$  étant la raideur longitudinale par unité de surface du pneumatique.

De même, la contrainte élastique transversale est donnée par (5.11b)

$$\sigma\eta a = k_y g_t \zeta \quad (5.11b)$$

pour  $0 \leq \zeta \leq (l_r + \Delta l)$ , et  $k_y$  étant la raideur transversale par unité de surface du pneumatique.

### 5.2.2.5 Glissements, freinage et traction

Les différents glissements sont déduits de la vitesse longitudinale et de l'angle de dérive  $\delta$  donné par (5.12).

$$\delta = \arctan\left(\frac{V_{Ay}^s}{V_{Ax}^s}\right) \quad (5.12)$$

Pendant le freinage, les glissements longitudinal  $g_l$  et transversal  $g_t$  sont donnés par (5.13)

$$\begin{aligned} g_l &= \frac{V_{Ax}^s - V_{Eq}^s}{V_{Ax}^s} \\ g_t &= |\tan(\delta)| \end{aligned} \quad (5.13)$$

Pendant la traction, les glissements longitudinal et transversal sont définis par (5.14).

$$\begin{aligned} g_l &= \frac{V_{Ax}^s - V_{Eq}^s}{V_{Eq}^s} \\ g_t &= (1 - |g_l|) |\tan(\delta)| \end{aligned} \quad (5.14)$$

L'angle de glissement peut être déterminé autrement à partir des valeurs de glissement longitudinal ( $g_l$ ) et transversal ( $g_t$ ), voir (5.15).

$$\begin{aligned} \sin(x) &= g_t \sqrt{g_l^2 + g_t^2} \\ \cos(x) &= g_l \sqrt{g_l^2 + g_t^2} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Pour le calcul des différentes forces de contact, la connaissance de l'abscisse du détachement, dans le cadre du calcul par contrainte, est indispensable. Une des caractéristiques du point de détachement est que la contrainte d'adhérence est égale à la contrainte de glissement telle donnée par (5.16).

$$\begin{aligned} (\sigma\zeta a)^2 + (\sigma\eta a)^2 &= (\sigma g)^2 \\ (k_x g_l \zeta)^2 + (k_y g_t \zeta)^2 &= \left( \frac{3\mu F_z \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{2l_r}\right)}{2w_r l_r^2} \right)^2 \\ \Delta l + l_r &= 2l_r \left( 1 - \frac{2w_r l_r^2}{3\mu F_z} \sqrt{(k_x g_l)^2 + (k_y g_t)^2} \right) \end{aligned} \quad (5.16)$$



Les forces de contact entre la roue et le sol sont fonction des différentes contraintes. Les contraintes sont elles mêmes fonction du coefficient de frottement suivant deux directions : longitudinale et transversale. On a donc :

$$\begin{aligned}\mu_l &= \mu \cos(x) \\ \mu_t &= \mu \sin(x)\end{aligned}$$

On peut tout d'abord calculer la force longitudinale  $F_x = \int \sigma \zeta w_r d\zeta$

Comme l'aire de contact est divisée en deux parties, on découpe l'intégrale suivant la zone de glissement et la zone d'adhérence. On obtient de cette manière  $F_x$  donnée par (5.17).

$$F_x = \frac{k_x g_l w_r l_n^2}{2} + \mu F_z \cos(x) \left( 1 - \frac{3}{4} l_r^2 \right) l_n^2 + \frac{l_r^3 l_n^3}{4} \quad (5.17)$$

De façon similaire, on peut obtenir la force transversale  $F_y$  donnée par (5.18).

$$F_y = \frac{k_y g_t w_r l_n^2}{2} + \mu F_z \sin(x) \left( 1 - \frac{3}{4} l_r^2 \right) l_n^2 + \frac{l_r^3 l_n^3}{4} \quad (5.18)$$

Lorsque les valeurs critiques du taux de glissement sont atteintes, on n'a plus que la partie due aux frottements qui intervient. Les déformations et les contraintes élastiques ont disparu. Il ne subsiste que la région de glissement dans l'aire de contact.

### 5.2.3 Modèle de Brosse

L'expression générale du modèle de brosse est donnée par [Svendenius-Gäfvert\_04]

$$F_x = \frac{-k_x \sigma_x}{\sqrt{(k_x \sigma_x)^2 + (k_y \sigma_y)^2}} \left\{ 3c_0 - \frac{3(c_0 \sigma)^2}{\mu F_z} + \frac{3(c_0 \sigma)^3}{(\mu F_z)^2} \right\} \quad (5.19)$$

$$F_y = \frac{-k_y \sigma_y}{\sqrt{(k_x \sigma_x)^2 + (k_y \sigma_y)^2}} \left\{ 3c_0 - \frac{3(c_0 \sigma)^2}{\mu F_z} + \frac{3(c_0 \sigma)^3}{(\mu F_z)^2} \right\} \quad (5.20)$$

avec

$$\sigma_x = \frac{-k}{k+1} \quad \sigma_y = \frac{-\tan(\delta)}{k+1} \quad \sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

et

$\sigma$ : glissement total

$\sigma_x, \sigma_y$ : contraintes longitudinale et transversale respectivement

$k$ : taux de glissement

$\mu$ : coefficient maximal de traction

$\delta$ : angle de dérive

### 5.3 Modélisation non Linéaire Adaptative des Forces de Contact

L'utilisation des conditions théoriques d'optimalité conduit souvent à la résolution de systèmes d'équations très complexes, qui suppose la connaissance du critère et des contraintes sous forme analytique.

La modélisation adaptative permet, à partir d'une valeur initiale  $X_0$ , de construire une suite  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de telle sorte à converger vers une solution optimale.

En pratique, on ne peut pas savoir, a priori, si le problème possède ou non des minimums locaux (si la fonction est convexe ou non). Il est alors nécessaire dans toute méthode itérative de modifier plusieurs fois la valeur initiale  $X_0$  de la séquence, et de vérifier si pour ces différentes valeurs l'algorithme converge vers le même point  $X^*$  ou vers des points différents  $\hat{X}$ , auquel cas, on prendra  $J(X^*) = \text{Min}(J(\hat{X}))$ .

Le modèle est Généralement, établi par rapport aux données (équations) disponibles (physiques, chimiques, électroniques, ...). La connaissance a priori des données et ou modèles joue un rôle primordial dans la modélisation du processus.

La figure 5.4 illustre la structure utilisée pour la modélisation du contact pneu-chaussée.

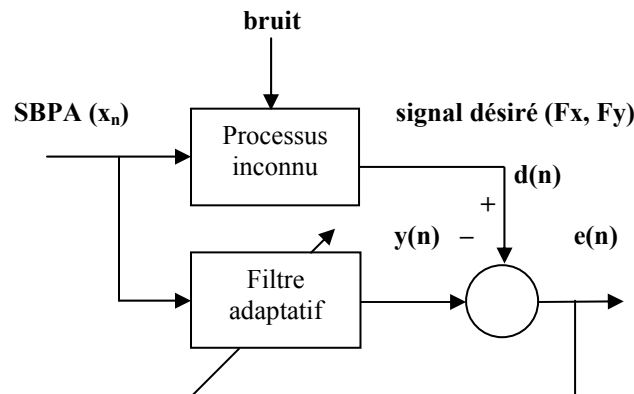


Fig. 5.4 Identification des forces de contact pneu-chaussée

## 5.4 Résultats Obtenus

Les données empiriques mises à notre disposition, représentant les forces de contact pneu-chaussée, montrent un caractère non linéaire. Cette connaissance à priori, nous a permis de prendre les décisions appropriées concernant certains paramètres du modèle :

- L'ordre du filtre (système)
- Le nombre de points (échantillons) disponibles
- Les valeurs initiales des pas d'adaptation pour la partie linéaire et non linéaire.
- Le signal d'entraînement (SBPA).

Le tableau 5.1 résume les paramètres utilisés dans la modélisation du contact pneu-chaussée.

Tableau 5.1 Paramètres de modélisation du contact pneu-chaussée

Nombre d'échantillons		Ordre du filtre		$\mu 1$ (initial)	$\mu 2$ (initial)
$F_x$	$F_y$	Noyau linéaire	Noyau quadratique		
251	101	8	4	0.1	0.0001

Le tableau 5.2 liste les coefficients utilisés du modèle AR non linéaire de Volterra donné par (5.21).

$$y(k) = b_0 x(k) - \sum_{i=1}^2 a_i y(k-i) - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 b_{ij} y(k-i) y(k-j) \quad (5.21)$$

avec les coefficients du modèle donnés par le tableau 5.2.

Tableau 5.2 Coefficients du modèle AR non linéaire

$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$
0.1	-0.1	0.1	0.1	0.1

L'application des algorithmes non linéaires, développés dans le chapitre précédent, nous permet d'obtenir les forces de contact estimées. Les Figures 5.5 et 5.6 illustrent la comparaison des forces de réaction –exprimées en kilo-Newton (KN)– longitudinale ( $F_x$ ) et transversale ( $F_y$ ) subies par le pneumatique pour le modèle de Gim sur goudron sec.

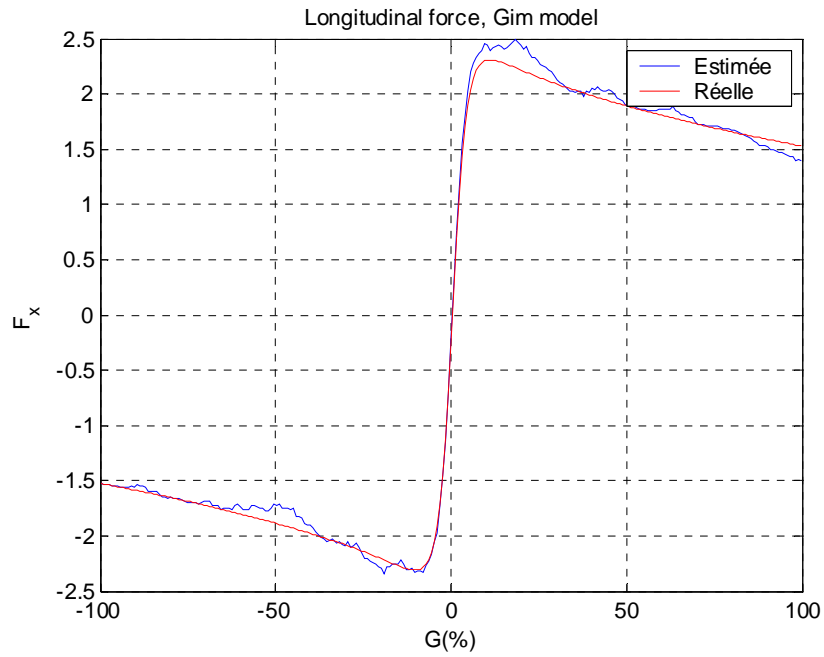


Fig. 5.5 Estimation de la force longitudinale  $F_x$  (Gim)

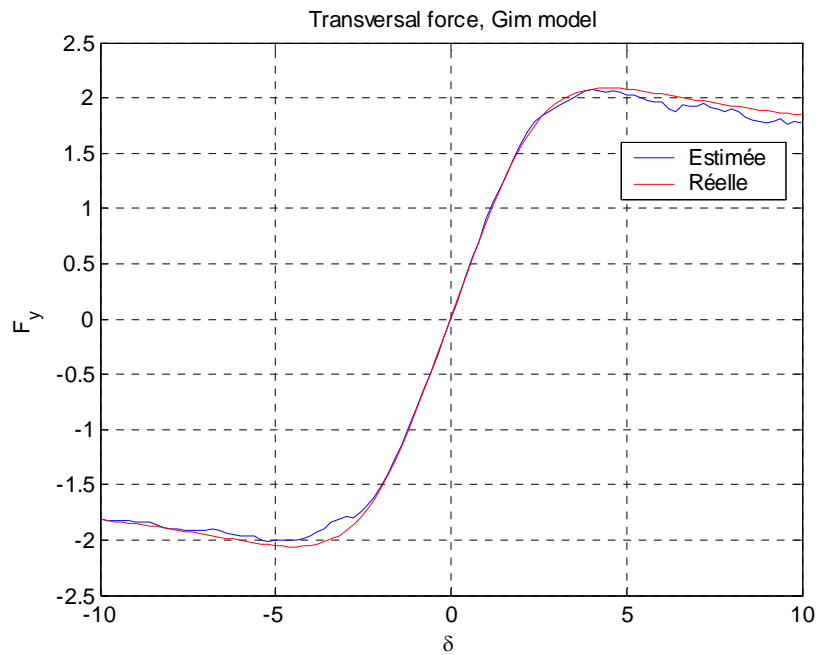


Fig. 5.6 Estimation de la force transversale  $F_y$  (Gim)

Les forces correspondantes du modèle de Brosse sont illustrées dans les figures 5.7 et 5.8. Les résultats obtenus sont comparés avec les données expérimentales des forces de contact pneu-chaussée disponibles pour un goudron humide [Mourghad\_04].

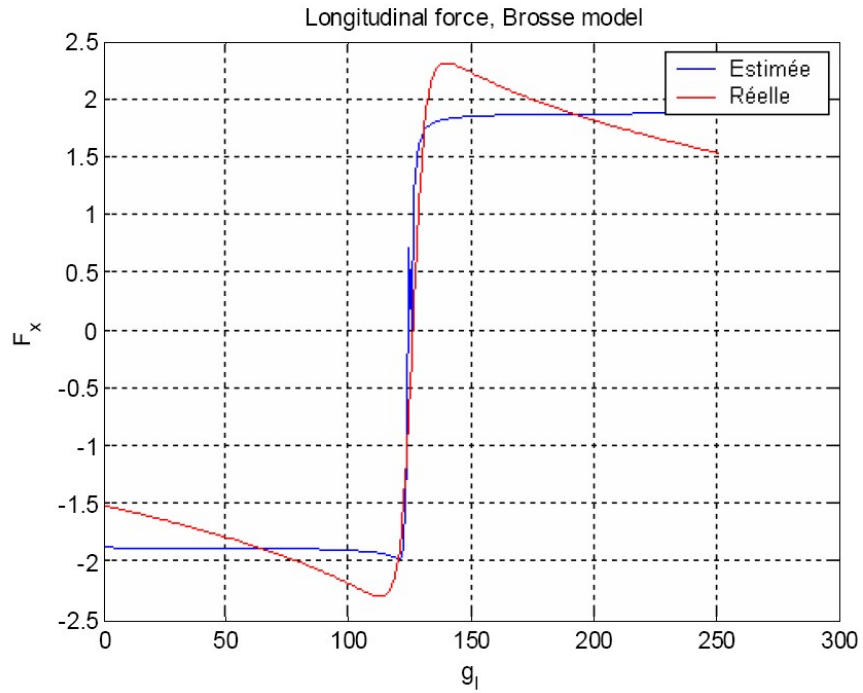


Fig. 5.7 Estimation de la force longitudinale  $F_x$  (Brosse)

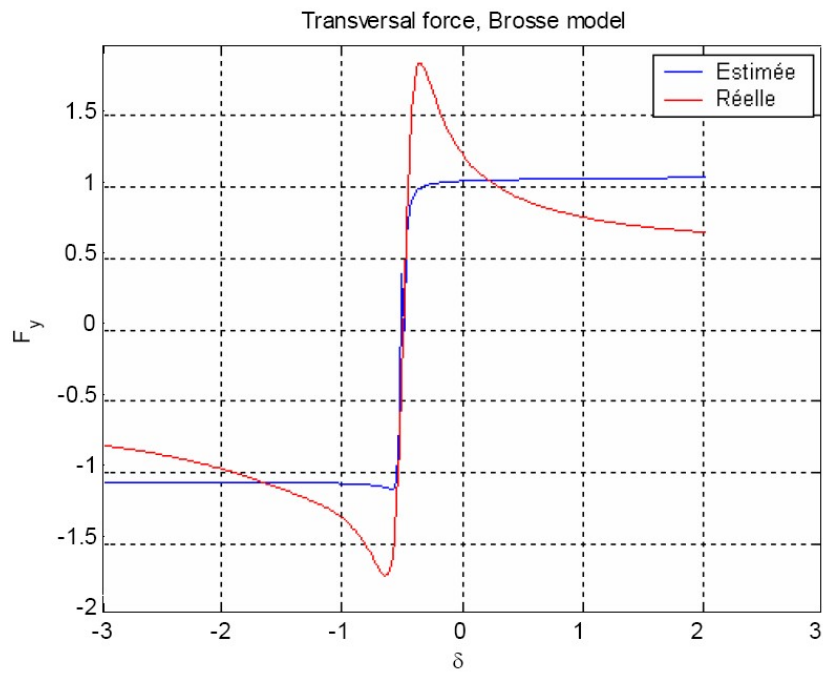


Fig. 5.8 Estimation de la force transversale  $F_y$  (Brosse)

## 5.5 Conclusion

Afin de mieux tester la stabilité de l'algorithme appliqué, nous avons accompli les différentes simulations en ajoutant des perturbations de type bruit blanc.

L'analyse des résultats obtenus, montre qu'au vu de l'erreur de sortie, le modèle de Brosse présente une erreur de 15% alors que celle du modèle de Gim est inférieure à 10%. Pour le modèle de Gim, le problème réside en la détermination des coefficients  $K_x$  et  $K_y$ . Pour les données mises à notre disposition, ces coefficients ne sont disponibles que dans le cas du goudron sec, ce qui explique la différence des courbes expérimentales avec celles utilisées pour la validation du modèle de Brosse.

---

**CONCLUSIONS**

---

*Dans cette section, on propose de présenter les conclusions principales du travail effectué ainsi que quelques suggestions et perspectives relatives au filtrage adaptatif utilisant les statistiques d'ordre supérieur.*

*Le travail effectué consiste à combiner deux aspects, le filtrage adaptatif et les statistiques d'ordre supérieur, pour améliorer les performances des filtres adaptatifs, en utilisant particulièrement le modèle autorégressif, la modélisation paramétrique non linéaire pour l'égalisation des canaux de transmission et pour quelques types d'applications comme la modélisation du contact pneu-chaussée.*

*En premier lieu les motivations de ce travail ont été mises en exergue. Par la suite, les éléments essentiels d'un système de communication numérique ont été décrits et le besoin pour l'égalisation adaptative du canal de transmission, utilisant les statistiques d'ordre supérieur, a été mis en valeur.*

*Bien que plusieurs modèles de bruit impulsif existent dans la littérature, les bruits, de type gaussien et non Gaussien, ont été retenus comme modèles appropriés pour représenter les distorsions du canal. Une nouvelle formulation de l'algorithme adaptatif de type LMS doté d'une loi d'adaptation variable, a été présentée.*

*Cette formulation a été mise à l'épreuve des différentes formes de non stationnarité : linéaire, sinusoidale et aléatoire. Exprimée sous forme unique et itérative, le pas d'adaptation se conjugue parfaitement avec l'inversion itérative de la matrice d'autocorrélation, et permet une implémentation simplifiée en termes de complexité mathématique de l'algorithme.*

*Pour le choix du signal d'entrée du système, il s'agit essentiellement de prendre un signal d'excitation avec une densité spectrale homogène couvrant l'ensemble de la bande passante du procédé à identifier (dans notre cas un canal de transmission). Dans ce cas, on a utilisé comme signal d'entrée une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) bipolaire qui permet une bonne identification temporelle. L'algorithme à pas d'adaptation variable offre de meilleures performances de poursuite, tout en gardant un niveau de charge de calcul (simplicité mathématique) relativement simple. Même les différentes variantes de l'algorithme LMS à pas d'adaptation aussi bien fixe que variable décrites dans la littérature, présentent des performances moindres en poursuite en plus du fait que ces variantes nécessitent des déviations lentes du processus à poursuivre.*

*Un support de validation expérimentale a été également développé pour la mise en œuvre pratique du filtrage adaptatif de l'électrocardiogramme (ECG).*

*Pour l'égalisation non linéaire de canaux de transmissions de données, une nouvelle formulation de loi d'adaptation pour un égaliseur de type Volterra a été développée. Utilisant ce type de filtrage adaptatif non linéaire, la performance a été améliorée du fait que des informations supplémentaires sont extraites des données pour être injectées dans le processus d'adaptation. Les domaines d'application d'une telle approche concernent l'égalisation et l'annulation des perturbations dans les systèmes de communication numériques. Comparé aux autres algorithmes à pas d'adaptation fixe, cet égaliseur montre une vitesse de convergence plus rapide et une meilleure performance en poursuite.*

## **6.1 Domaines d'Applications**

Outre les exemples d'applications illustrés dans cette thèse, télécommunications (Estimation adaptative des signaux), l'amélioration adaptative des signaux (filtrage adaptatif d'ECG) et l'identification paramétrique adaptative (contact pneu chaussée), le résultats de ce travail peuvent être aussi bien appliqués dans divers domaines de recherche tels que la recherche biomédicale, la prospection pétrolière (géologie, sismique), comme listés ci-dessous :

- Identification paramétrique adaptative
- Applications biomédicales.
- Estimation adaptative des signaux
- Amélioration adaptative des signaux
- Prospection pétrolière, géologie, sismique.



## 6.2 Limites et Perspectives

Les contributions présentées dans cette étude ont montré que les filtres adaptatifs à loi d'adaptation variable, peuvent fournir une performance optimale dans des environnements sujets à différentes sources de distorsions et de non stationnarité. Cependant, certaines simplifications et suppositions ont été adoptées partout dans cette étude qui limitent les conclusions de ce travail à fournir une compréhension complète notamment des égaliseurs non linéaires de type Volterra.

Dans cette thèse, l'étude de l'égaliseur non linéaire a été restreinte à la transmission binaire de données, en présence d'un signal d'entraînement ou de référence avec des noyaux de Volterra limités au deuxième terme. Les retards introduits dans les systèmes de communications ont été également négligés. Cependant, dans le cas de quelques systèmes de communication, il n'est pas facile, parfois, de disposer d'un signal de référence et les délais observés peuvent être assez conséquents.

Bien que les résultats de ce travail de recherche soient significatifs, il demeure néanmoins, que l'adaptation des algorithmes développés aux techniques dites aveugles avec prise en considération des retards, peuvent être de grande importance.

---

## RÉFÉRENCES

---

[[Aboutajdine\\_96](#)] Driss Aboutajdine, A. Adib, and A. Meziane, “Fast adaptive algorithms for AR parameters estimation using higher order statistics,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 8, pp. 1998–2009, Oct. 1996.

[[Albiol-Almenar\\_95](#)] A. Albiol and V. Almenar, “Single input adaptive algorithm for ECG enhancement,” *Applied Signal Processing*, vol. 2, pp. 48–63, Springer-Verlag London Ltd., 1995.

[[Allen-Wyatt\\_93](#)] L. Allen, and S.R. Wyatt, *Using Assembly Language*, Prentice Hall Computer Publishing, 1993.

[[Andre\\_97](#)] T.F. Andre, R.D. Nowak, B.D. Van Veen, “Low rank estimation of higher order statistics,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, no. 3, pp. 673–685, March 1997.

[[Andritsopoulos\\_04](#)] Fotis E. Andritsopoulos & al., “Time distributed update of the NLMS algorithm coefficients for acoustic echo cancellers,” *Proc. WSEAS MATH 2004 Symposium*, paper no. 484-291, Miami, Florida, April 21–24, 2004.

[[Austerlitz\\_91](#)] H. Austerlitz, *Data Acquisition Techniques Using Personal Computers*, Academic Press Inc., 1991.

[[Azimi-Sadjadji\\_94](#)] M.R. Azimi-Sadjadji and H. Pan, “Two-dimensional block diagonal LMS adaptive filtering,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, no. 9, pp. 2420–2429, September 1994.

[[Bakrim\\_94](#)] M’Hamed Bakrim, Driss Aboutajdine, and Mohamed Najim, “New cumulant-based approaches for non-Gaussian time varying AR models,” *Signal Processing*, vol. 39, nos. 1/2, pp. 107–115, September 1994.

[[Barry\\_03](#)] John R. Barry, Edward A. Lee, David G. Messerschmitt, *Digital Communication*, Springer, 3<sup>rd</sup> edition, ISBN 0-792-37548-3, 2003.

[[Bermudez-Bershad\\_96a](#)] J.C.M. Bermudez and N.J. Bershad, “A nonlinear analytical model for the quantized LMS algorithm — The arbitrary step size case,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 5, pp. 1175–1183, May 1996.

[[Bermudez-Bershad\\_96b](#)] J.C.M. Bermudez and N.J. Bershad, “Transient and tracking performance analysis of the quantized LMS algorithm for time-varying system identification,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 8, pp. 1990–1997, August 1996.

[[Bershad\\_86](#)] Neil J. Bershad, “Analysis of the normalized LMS algorithm with Gaussian inputs,” *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-34, no. 4, pp. 793–806, August 1986.

[[Bershad-Bermudez\\_96a](#)] N.J. Bershad and J.C.M. Bermudez, “New insights on the transient and steady-state behavior of the quantized LMS algorithm,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 10, pp. 2623–2625, October 1996.

[[Bershad-Bermudez\\_96b](#)] J.C.M. Bermudez and N.J. Bershad, “A nonlinear analytical model for the quantized LMS algorithm — The power-of-two step size case,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 11, pp. 2895–2900, November 1996.

[[Bershad-Macchi\\_91](#)] N.J. Bershad and O.M. Macchi, “Adaptive recovery of a chirped sinusoid in noise, part 2: performance of the LMS algorithm,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, no. 3, pp. 595–602, March 1991.

[[Borys\\_00](#)] Andrzej Borys, *Nonlinear Aspects of Telecommunications: Discrete Volterra Series and Nonlinear Echo Cancellation*, CRC Press, 2000.

[[Box-Jenkins\\_76](#)] George E. P. Box and M. Gwilym Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, Ca, 1976.

[[Broersen-Wensink\\_96](#)] P.M.T. Broersen and H.E. Wensink, “On the penalty factor for autoregressive order selection in finite samples,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 3, pp. 748–752, March 1996.

[[Carini\\_98](#)] A. Carini, G.L. Sicuranza, V.J. Mathews, “Equalization and linearization of nonlinear systems,” *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP '98*, vol. 3, pp. 1617–1620, 12-15 May 1998.

[[Chiang-Nikias\\_88](#)] H. H. Chiang and C. K. Nikias, “Adaptive filtering via cumulants and the LMS algorithm,” in *Proceedings of the IEEE ICASSP'88 Conference*, pp. 1479–1482.

[[Choi-Gim\\_00](#)] Yongchul Choi, Gwanhun Gim, “Improved UA tire model as a semi-empirical model,” *FISITA World Automotive Congress 2000*, Seoul, Korea, 2000.

[[Cilke-Etter\\_92](#)] J. Thomas Cilke and Delores M. Etter, “A new adaptive algorithm to reduce weight fluctuations caused by high variance data,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, no. 9, pp. 2324–2327, September 1992.

[[Cowan-Grant\\_85](#)] C.F.N. Cowan and P.M. Grant (Editors), *Adaptive Filters*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

[[Diniz\\_02](#)] Paulo S.R. Diniz, *Adaptive Filtering Algorithms and Their Practical Implementation*, Kluwer Academic Publishers, ISBN 1-4020-7125-6, July 2002.

[[Eweda\\_99](#)] Eweda Eweda, “Transient and tracking performance bounds of the sign-sign algorithm,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 47, no. 8, pp. 2200–2210, August 1999.

[[Farhang\\_94](#)] B. Farhang-Boroujeny, “Variable step LMS algorithm: new developments and experiments,” *IEE Proc. Vision, Image and Signal Processing*, vol. 41, no. 5, pp. 311–317, October 1994.

[[Farhang\\_98](#)] B. Farhang-Boroujeny, *Adaptive Filters Theory and Applications*, John Wiley & Sons Ltd., ISBN 0-471-98337-3, Chapt. 14, 1998.

[[Farhang-Gazor\\_96](#)] B. Farhang-Boroujeny, and S. Gazor “Performance of LMS-based adaptive filters in tracking a time-varying plant,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 11, pp. 2868–2871, November 1996.

[[Femmam-Meghriche\\_03](#)] S. Femmam, K. Meghriche, P. Brouyae, “A communication protocol for distributed multi-processing,” *Proc. International Conference on Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation CIMCA'2003, in conjunction with IAWTIC'2003*, Vienna, Austria, 12–14 February 2003.

[[Friedlander-Smith\\_84](#)] B. Friedlander and Juliuso Smith, “Analysis and performance evaluation of an adaptive filter,” *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-30, no. 2, pp. 283–295, March 1984.

[[Gardner\\_87](#)] W.A. Gardner, “Nonstationary learning characteristics of the LMS algorithm,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, no. 10, pp. 1199–1207, October 1987.

[[Giannakis\\_87](#)] G.B. Giannakis, “Cumulants: a powerful tool in signal processing,” *IEEE Proceedings*, vol. 75, no. 9, pp. 1333–1334, September 1987.

[[Giannakis\\_90](#)] G.B. Giannakis, “On the identifiability of non Gaussian ARMA models using cumulants,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 35, no. 1, pp. 18–26, January 1990.

[[Giannakis-Mendel\\_89](#)] Georgios B. Giannakis and Jerry M. Mendel, “Identification of nonminimum phase systems using higher order statistics,” *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 3, pp. 360–377, March 1989.

[[Giannakis-Serpedin\\_01](#)] G. B. Giannakis, and E. Serpedin, “A bibliography on nonlinear system identification,” *Signal Processing–EURASIP, Elsevier Science B.V.*, vol. 81, no. 3, pp. 533–580, 2001.

[[Gim-Nikraves\\_99](#)] G. Gim and P.E. Nikraves, “A unified semi-empirical tire model with higher accuracy and less parameters,” *SAE International Congress and Exposition*, Detroit, MI, 1999.

[[Griffith-Arce\\_97](#)] D. W. Griffith, J. R. Arce, “Partially decoupled Volterra filters: formulation and LMS adaptation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 6, pp. 1485–1494, 1997.

[[Gupta\\_03](#)] Sunil Gupta, “Performance evaluation of an adaptive Volterra/hybrid equalizer in a nonlinear magneto-optic data storage channel,” *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, issue 4, vol. 2, pp. 832–835, October 2003.

[[Hall-Crowe\\_96](#)] J. Hall and J. Crowe, “Ambulatory ECG compression using wavelet packets to approximate the Karhunen-Loeve transform,” *Applied Signal Processing*, vol. 3, no. 1, pp. 25–36, 1996.

[[Hamilton-Topkins\\_91](#)] P.S. Hamilton and W.J. Tompkins, “Compression of the ambulatory ECG by average beat subtraction and residual differencing,” *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, vol. 38, pp. 253–259, 1991.

[[Hayes\\_96](#)] Manson H. Hayes, *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*, John Wiley & Sons, 1<sup>st</sup> edition, ISBN , 0-471-59431-8, 1996.

[[Haykin\\_01](#)] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 4<sup>th</sup> edition, ISBN 0-130-90126-1, 2001.

[[Ho\\_96](#)] K.C. Ho, “A minimum misadjustment adaptive FIR filter,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 3, pp. 577–585, March 1996.

[[Irvine\\_03](#)] Kip R. Irvine, *Assembly Language for Intel Based Computers*, 4<sup>th</sup> edition, Prentice-Hall, 2003.

[[Jalaleddine\\_90](#)] S.M.S. Jalaleddine & al., “ECG data compression techniques: A unified approach,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 37, no. 4, pp. 329–343, 1990.

[[Jenkins\\_99](#)] W. Kenneth Jenkins, A.W. Hull, J.C. Strait, B. A. Schnaufer and Xiaohui Li, *Advanced Concepts in Adaptive Signal Processing*, Kluwer Academic Publishers, Second Printing, 1999.

[[Kiencke-Nielsen\\_05](#)] Uwe Kiencke and Lars Nielsen, *Automotive Control Systems for Engine, Driveline, and Vehicle*, Springer Verlag, 2<sup>nd</sup> ed., ISBN 3-540-66922-1, 2005.

[[Koh-Powers\\_85](#)] Taiho Koh and Edwards J. Powers, “Second-order Volterra filtering and its application to nonlinear system identification,” *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-33, no. 6, pp. 1445–1455, December 1985.

[[Kuehnel\\_03](#)] Richard Kuehnel, “An improved design methodology for generating multiple random bit Sequences,” in *Proceedings of the Global Signal Processing Conferences, GSPx*, April 2003.

[[Kwong-Johnston\\_92](#)] R.H. Kwong and E.W. Johnston, “A variable step size LMS algorithm,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, no. 7, pp. 1633–1642, July 1992.

[[Lee-Un\\_86](#)] J. C. Lee and C.K. Un, “Performance of transform-domain LMS adaptive digital filters,” *IEEE Trans. ASSP*, vol. ASSP-34, no. 3, pp. 499–510, June 1986.

[[Li-Jenkins\\_97](#)] X. Li, W. K. Jenkins, “A computationally efficient algorithm for adaptive quadratic Volterra filters,” *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Hong Kong, pp. 2184–2187, 1997.

[[Meghriche\\_01](#)] K. Meghriche, S. Femmam, B. Derras, M. Haddadi, “Nonlinear adaptive filter for digital data communication,” *IEEE-ISSPA-2001, Proc. of 6th International Symposium on Signal Processing and its Applications*, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 304–306, vol.1, 13–16 August 2001.

[[Meghriche\\_04](#)] K. Meghriche, N.K. M’sirdi, M. Haddadi, “A second-order Volterra filter with a variable step algorithm,” in *Proceedings of the Global Signal Processing Conferences, GSPx*, Santa Clara Convention Center, California (USA), September 27–30, 2004.

[[Meghriche-Derras\\_96](#)] K. Meghriche, B. Derras, “Tracking behavior of the LMS algorithm in a nonstationary environment,” *Proceedings of the 2<sup>e</sup> Conférence Maghrébine d’Automatique, d’Electrotechnique et d’Electronique Industrielle, COMAEI’96, Algerian Journal of technology (AJOT)*, vol. 4, pp. 283–288, Tlemcen, Algeria, 3–5 December 1996.

[[Meghriche-Haddadi\\_05](#)] K. Meghriche, M. Haddadi, “HOS-based variable step adaptive equalizer,” *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, Issue 1, vol. 2, pp. 26–31, January 2005.

[[Meghriche-Haddadi\\_98](#)] K. Meghriche, M. Haddadi, “PC-based data acquisition system for ECG adaptive filtering,” *Proceedings of the NWSIP’98, First National Workshop on Signal and Image Processing*, pp. 88–91, University of Djillali Liabes, Sidi-Bel-Abbes, Algeria, 1<sup>st</sup> December 1998.

[[Mendel\\_91](#)] Jerry M. Mendel, “Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and some applications,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 3, pp. 278–305, March 1991.

[[Milosavljević\\_85](#)] Č. Milosavljević, “General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems,” *Automation & Remote Control*, no. 46, pp. 307–314, 1985.

[[Mourghad\\_04](#)] B. Mourghad, Encadreurs : K. Meghriche, N.K. M'Sirdi, "Identification adaptative du contact pneu-chaussée," *Rapport de DEA en réalité virtuelle et maîtrise des systèmes complexes (rvmsc)*, LRV, UVSQ, juin 2004.

[[Mumolo-Carini\\_99](#)] E. Mumolo, A. Carini, "On the stability of discrete time Volterra filters," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, no. 9, pp. 230–232, 1999.

[[Nikias-Mendel\\_93](#)] C.L. Nikias, and J.M. Mendel, "Signal processing with higher-order spectra," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 10–37, 1993.

[[Nikias-Petropulu\\_93](#)] C.L. Nikias and A.P. Petropulu, *Higher Order Spectra Analysis: A Nonlinear Signal Processing Framework*, Prentice Hall Inc., 1993.

[[Nikias-Raghuveer\\_87](#)] C.L. Nikias and M.R. Raghuveer, "Bispectrum estimation: A digital signal processing framework," *Proceedings of the IEEE*, vol. 75, no. 7, pp. 869–891, July 1987.

[[Nowak-Veen\\_97](#)] Robert D. Nowak and Barry D. Van Veen, "Volterra filter equalization: A fixed point approach," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 377-388, February 1997.

[[Oppenheim-Schafer\\_89](#)] A.V. Oppenheim and R.W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall, ISBN 0-13-216771-9, 1989.

[[Pacejka-Baker\\_91](#)] Hans B. Pacejka and E. Baker, "The magic formula tire model," *Proc. 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis*, Delft, The Netherlands, pp. 1–18, 1991.

[[Papoulis\\_91](#)] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill Inc., 1991.

[[Picinbono\\_89](#)] B. Picinbono, "Higher order statistical signal processing with Volterra," *Proceedings of the IEEE Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, pp. 62–67, 1989.

[[Porat-Friedlander\\_84](#)], Boaz Porat and B. Friedlander, "Parametric techniques for adaptive detection of Gaussian signals," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 32, no. 4, pp. 780–790, August 1984.

[[Porat-Friedlander\\_93](#)], Boaz Porat and B. Friedlander, "FIR system identification using fourth-order cumulants with application to channel equalization," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 38, no. 9, pp. 1394–1398, September 1993.

[[Proakis\\_02a](#)] John G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw Hill, 4<sup>th</sup> edition, ISBN 0-072-32111-3, 2001.

[[Proakis\\_02b](#)] John G. Proakis, Charles M. Rader, Fuyun Ling, Chrysostomos L. Nikias, Marc Moonen, Ian K. Proudler, *Algorithms for Statistical Signal Processing*, Prentice Hall, 1<sup>st</sup> edition, ISBN 0-130-62219-2, January 2002.

[[Proakis\\_92](#)] John G. Proakis, Charles M. Rader, Fuyun Ling, C.L. Nikias, *Advanced Digital Signal Processing*, Macmillan Publishing Co., New York, 1992.

[[Raghuveer-Nikias\\_85](#)] M.R. Raghuveer and C. L. Nikias, “Bispectrum estimation: A parametric approach,” *Proceedings of the IEEE*, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 1213–1230, October 1985.

[[Reuter-Zeidler\\_99](#)] M. Reuter and J. R. Zeidler, “Nonlinear effects in LMS adaptive equalizers,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, pp. 1570–1579, June 1999.

[[Roberts-Mullis\\_87](#)] R.A. Roberts and C.T. Mullis, *Digital Signal Processing*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts (USA), chap. 7, 1987.

[[Rupp-Cezanne\\_00](#)] Markus Rupp and Jürgen Cezanne, “Robustness conditions of the LMS algorithm with time-variant matrix step size,” *Signal Processing, Elsevier Science B.V.*, vol. 80, pp. 1787–1794, 2000.

[[Sachs\\_93](#)] R. Von Sachs, “Estimating the spectrum of a stochastic process in the presence of a contaminating signal,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 41, no. 1, pp. 323–333, January 1993.

[[Sayed\\_03](#)] Ali H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*, Wiley-IEEE Press, ISBN 0-471-46126-1, 2003.

[[Sayed-Kailath\\_94](#)] Ali H. Sayed and T. Kailath, “A state-space approach to adaptive RLS filtering,” *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 183–59, July 1994.

[[Schamroth\\_90](#)] Leo Schamroth, *An Introduction to Electrocardiography*, Blackwell Scientific Publications, 7<sup>th</sup> edition, Oxford, ISBN 0-632-02411-9, 1990.

[[Shah\\_94](#)] Abhijit A. Shah, Advisor: Dr. Tufts, *Development and Analysis of Techniques for Order Determination and Signal Enhancement*, PhD dissertation, University of Rhode Islands, 1994.

[[Shin-Nikias\\_93](#)] Dae C. Shin and C.L. Nikias, “Adaptive noise canceller for narrowband/wideband interferences using higher-order statistics,” *Proceedings of the IEEE*, pp. III.363–III.367, 1993.

[[Sicuranza\\_92](#)] G. L. Sicuranza, “Quadratic filters for signal processing,” *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 8, pp. 1263–1285, 1992.



[[Sicuranza-Ramponi\\_87](#)] G.L. Sicuranza and G. Ramponi, “A variable step adaptation algorithm for memory oriented Volterra filter,” *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-35, no. 10, pp. 1492–1494, October 1987.

[[Soderstrom-Stoica\\_89](#)] T. Soderstrom and P. Stoica, *System Identification*, Prentice Hall International, ISBN 0-13-127606-9, 1994

[[Soo-Pang\\_91](#)] J.-S. Soo and K.K. Pang, “A multistep size (MSS) frequency domain adaptive filter,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, no. 1, pp. 115–121, January 1991.

[[Stenger\\_99](#)] A. Stenger, L. Trautmann, R. Rabenstein, “Nonlinear acoustic echo cancellation with 2<sup>nd</sup> order adaptive Volterra filters,” *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Phoenix, USA, pp. 877–880, 1999.

[[Sulyman-Zerguine\\_03](#)] A. I. Sulyman, and A. Zerguine, “Convergence and steady-state analysis of a variable step-size NLMS algorithm,” *Signal Processing, Elsevier Sc. B.V.*, vol. 83, no. 6, pp. 1255–1273, 2003.

[[Suna\\_97](#)] S. Suna, R. Tetzlaff, D. Wolf, “Identification of nonlinear systems by Volterra systems,” *Proc. European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD’97)*, Budapest, Hungary, 1997.

[[Svendenius-Gäfvert\\_04](#)] Jacob Svendenius and Magnus Gäfvert, “A brush-model based semi-empirical tire-model for combined slips,” *In SAE World Congress*, March 2004.

[[Swami\\_97](#)] A. Swami, G.B. Giannakis, and Guotong Zhou, “Bibliography on higher-order statistics,” *Signal Processing, Elsevier Science B.V.*, vol. 60, pp. 65–126, 1997.

[[Swami-Mendel\\_89a](#)] Ananthram Swami and Jerry M. Mendel, “AR identifiability using cumulants,” *Proceedings of the IEEE Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, pp. 1–6, 28-30 June, 1989.

[[Swami-Mendel\\_89b](#)] Anathram Swami and Jerry M. Mendel, “ARMA systems excited by non-Gaussian processes are not always identifiable,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, no. 5, pp. 572–573, May 1989.

[[Tischer-Jennrich\\_96](#)] Michael Tischer and Bruno Jennrich, *PC Intern, The Encyclopedia of System Programming*, Abacus, ISBN 1-557-55304-1, 6<sup>th</sup> edition, July 1996.

[[Tugnait\\_90](#)] Jitendra K. Tugnait, “Approaches to FIR system identification with noisy data using higher order statistics,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 38, no. 7, pp. 1307–1317, July 1990.

[[Tugnait\\_91](#)] Jitendra K. Tugnait, “New results on FIR system identification using higher order statistics,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 39, no. 10, pp. 2216–2221, October 1991.

[[Walach-Widrow\\_84](#)] E. Walach and B. Widrow, “The least-mean fourth (LMF) adaptive algorithm and its family,” *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-30, no. 2, pp. 275–283, March 1984.

[[Wei\\_02](#)] Paul C. Wei, J. Huan, J.R. Zeidler, W.H. Ku, “Tracking performance of the LMS and RLS algorithms for chirped narrowband signal recovery,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 50, no. 7, pp. 1602–1609, July 2002.

[[Widrow\\_75](#)] B. Widrow, J.R. Glover, J. McCool, J. Kaunitz, C. Williams, R. Hearn, J. Zeidler, E. Dong, and R. Goodlin, “Adaptive noise cancelling: Principles and applications,” *Proc. of the IEEE*, vol. 63, no. 12, pp. 1692–1716, December 1975.

[[Widrow\\_76](#)] B. Widrow, J. McCool, M. Larimore, and R. Johnson Jr., “Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter,” *Proc. IEEE*, vol. 64, pp. 1151–1162, August 1976.

[[Widrow-Stearns\\_85](#)] Bernard Widrow and Samuel D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

[[Widrow-Walach\\_84](#)] B. Widrow and E. Walach, “On the statistical efficiency of the LMS algorithm with nonstationary inputs,” *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-30, no. 2, pp. 211–221, March 1984.

[[Yousef-Sayed\\_01](#)] N.R. Yousef, and Ali H. Sayed, “A unified approach to the steady-state and tracking analyses of adaptive filters,” *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 49, no. 2, pp. 314–324, 2001.

---

## ANNEXES

---

### A. FIGURES ET TABLEAUX

No.	INTITULÉ DE LA FIGURE	PAGE
1.1	Schéma bloc d'un système de communication .....	1
1.2	Principales applications du traitement adaptatif de signal.....	4
2.1	Fonctions de densité de puissance de certaines distributions continues.....	10
2.2	Fonctions de densité de puissance de certaines distributions discrètes .....	11
2.3	Autocorrélation et spectre de puissance d'un bruit blanc .....	14
2.4	Equations caractéristiques des statistiques d'ordre supérieur.....	16
2.5	Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal déterministe .....	17
2.6	Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal stochastique .....	18
2.7	Représentation temporelle d'un signal binaire pseudo-aléatoire .....	19
2.8	Représentation de signaux numériques pour un égaliseur adaptatif .....	19
3.1	Filtre linéaire adaptatif transversal .....	21
3.2	Configuration d'un égaliseur adaptatif .....	23
3.3	Application type de l'algorithme LMS .....	26
3.4	Courbes d'apprentissage de l'algorithme des moindres carrés moyens .....	26
3.5	Schéma bloc d'un système anti-parasite adaptatif.....	31
3.6	Courbes d'apprentissage de l'algorithme à pas d'adaptation fixe .....	32
3.7	Signal de référence, $\Delta f_L=5\%$ dans la région d'itération 5000–5100 .....	33
3.8	Signal primaire du filtre adaptatif .....	34
3.9	Courbes d'apprentissage du filtre à pas d'adaptation fixe, $\Delta f_L=5\%$ .....	34
3.10	Courbes d'apprentissage du filtre à pas d'adaptation variable .....	35
3.11	Performance en poursuite du LMS à pas d'adaptation fixe .....	35
3.12	Performance en poursuite du filtre à pas d'adaptation variable .....	36
3.13	Comparaison des courbes d'apprentissage pour un même ordre de filtre.....	36
3.14	Signal de référence avec $\Delta f_S = 5\%$ .....	37
3.15	Signal Primaire du filtre adaptatif .....	37
3.16	Courbes d'apprentissage de l'algorithme à pas d'adaptation variable, $\Delta f_S = 5\%$ .....	38
3.17	Performance en poursuite du LMS à pas d'adaptation fixe .....	38
3.18	Performance en poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation variable .....	39
3.19	Comparaison des courbes d'apprentissage pour un même ordre de filtre.....	39
3.20	Signal de référence, avec déviation aléatoire de la fréquence ( $\Delta f_R$ ) .....	40
3.21	Signal Primaire du filtre adaptatif .....	40
3.22	Courbes d'apprentissage de l'algorithme à pas d'adaptation variable, $\Delta f_R$ .....	41
3.23	Performance en poursuite du LMS à pas d'adaptation fixe .....	41
3.24	Performance en poursuite de l'algorithme à pas d'adaptation variable .....	42
3.25	Comparaison des courbes d'apprentissage .....	42
3.26	Erreur d'ajustement normalisée .....	43
3.27	Signal type d'ECG humain .....	45
3.28	Dispositif d'acquisition de données de l'ECG .....	46
3.29	Organigramme du programme d'acquisition de données .....	47
3.30	Système adaptatif d'annulation d'interférence (ANC).....	48
3.31	Signal primaire (ECG contaminé) .....	48
3.32	Signal d'entrée de référence .....	49
3.33	a-Signal d'entrée de l'ANC, b-Sortie du filtre, ordre=4, pas initial $\mu_0=4 \times 10^{-11}$ .....	49
3.34	Courbe d'apprentissage du filtre adaptatif d'ECG .....	50

4.1	Représentation d'un égaliseur non linéaire .....	56
4.2	Dispositif de simulation de VSE .....	58
4.3	Moyenne d'ensemble de l'erreur carrée moyenne de l'algorithme VSE .....	59
4.4	Comparaison des performances de VSE avec VSLMS et SVSLMS .....	59
4.5	Egalisation d'un canal numérique utilisant les statistiques d'ordre supérieur .....	64
4.6	Dispositif de simulation du filtre adaptatif de Volterra .....	67
4.7	Signal désiré du filtre de Volterra .....	68
4.8	Sortie du filtre de Volterra.....	68
4.9	Signal contaminé par le bruit.....	68
4.10	Signal de sortie de l'égaliseur adaptatif.....	68
4.11	Evolution des noyaux linéaire (Hlin) et quadratique (Hquad) du filtre .....	69
4.12	Représentation 3-D du noyau quadratique .....	69
4.13	Evolution de la moyenne d'ensemble de l'erreur .....	69
4.14	Signal désiré et signal de sortie du filtre .....	70
4.15	Zoom sur les 100 premières et dernières itérations de l'algorithme .....	70
4.16	Courbes d'apprentissage du filtre non linéaire et du LMS.....	71
5.1	Représentation d'un système.....	73
5.2	Identification adaptative de système .....	74
5.3	Modèle de pneumatique .....	75
5.4	Identification des forces de contact pneu-chaussée .....	81
5.5	Estimation de la force longitudinale $F_x$ (Gim) .....	83
5.6	Estimation de la force transversale $F_y$ (Gim).....	83
5.7	Estimation de la force longitudinale $F_x$ (Brosse).....	84
5.8	Estimation de la force transversale $F_y$ (Brosse).....	85

<b>NO.</b>	<b>INTITULÉ DU TABLEAU</b>	<b>PAGE</b>
1.1	Classes d'applications du traitement adaptatif de signal.....	3
2.1	Distributions de probabilité .....	10
2.2	Caractéristiques statistiques d'une séquence aléatoire.....	15
3.1	Variante classiques du LMS .....	26
3.2	Complexité mathématique des algorithmes.....	30
3.3	Modèles autorégressifs pour la génération des signaux d'entrée du filtre.....	31
3.4	Formes de non stationnarités de la fréquence du signal de référence.....	33
4.1	Paramètres de simulation du filtre de Volterra .....	67
5.1	Paramètres de modélisation du contact pneu-chaussée .....	82
5.2	Coefficients du modèle AR non linéaire .....	82

## B. NOMENCLATURE

$\alpha$	facteur d'oubli
$C_x^n$	cumulant d'ordre $n$ de $x$
$d(n)$	signal désiré
$e(n)$	erreur de sortie
$\xi$	erreur quadratique moyenne
$E[ ]$	espérance mathématique
$f$	fréquence, transformée de Fourier
$F_x$	force longitudinale
$F_y$	force transversale
$F_z$	charge
$J$	fonction coût, erreur quadratique moyenne
$\nabla J$	gradient de $J$
$H$	fonction de transfert du canal,
$\mathbf{H}$	coefficients de l'égaliseur
$k$	indice, itération
$\lambda$	valeur propre d'une matrice
$m_x$	valeur moyenne de la variable aléatoire $x$
$M$	erreur d'ajustement
$M_x^n$	moment d'ordre $n$ de $x$
$M_z$	couple d'auto-alignement
$\mu$	pas d'adaptation, facteur de convergence
$\mu_0$	facteur de régulation
$\mu_c$	partie constante du facteur de convergence
$\omega$	fréquence
$P(.)$	fonction de probabilité
$\varphi(.)$	fonction génératrice de moment
$\Re$	fonction d'autocorrélation
$\mathbf{R}$	matrice d'autocorrélation
$\sigma$	variance d'une variable aléatoire
$t(.)$	trace
$\tau$	temps de réponse, retard
$(.)^T$	opérateur de la transposée
$w$	bruit additif
$\mathbf{W}$	vecteur de coefficients du filtre
$\mathbf{x}(n)$	séquence (signal) d'entrée
$\mathbf{y}(n)$	signal de sortie
$Z^{-1}$	opérateur de retard

## C. ABRÉVIATIONS

ADC	analog to digital converter	(convertisseur analogique-numérique)
ADSL	asymptotic digital subscriber line	(ligne d'abonné numérique à débit asymétrique)
AR	autorégressif	
ARMA	autoregressive moving average	(autorégressif à moyenne mobile)
ANC	adaptive noise canceling	(élimination adaptative de bruit)
BBAG	bruit blanc additif Gaussien	
BSS	blind source separation	(séparation aveugle de sources)
DAC	digital to analog converter	(convertisseur numérique-analogique)
DSP	digital signal processing	(traitement numérique de signal)
ECG	électrocardiogramme	
FFT	fast Fourier transform	(transformée de Fourier rapide)
GSM	global system for mobile communications	(système mondial de communications mobiles)
HDTV	high definition television	(télévision à haute définition)
HOS	higher order statistics	(statistiques d'ordre supérieur)
ISI	inter symbol interference	(interférence d'entre-symboles)
LMF	least mean fourth	(moindre puissance 4 moyenne)
LMS	least mean square	(moindres carrés moyens)
LPC	linear predictive coding	(codage prédictif linéaire)
LSB	least significant bit	(bit de poids faible)
LSE	least square error	(erreur des moindres carrés)
MCM	moindres carrés moyens	
MICDA	modulation par impulsion et codage différentiel adaptatif	
MMSE	minimum mean square error	(erreur quadratique moyenne minimale)
MSB	most significant bit	(bit de poids fort)
MSE	mean square error	(erreur quadratique moyenne)
NLMS	normalized least mean square	(moindres carrés moyens normalisés)
PCR	printer control register	(registre de commande d'imprimante)
PDR	printer data register	(registre de données d'imprimante)
RIF	réponse impulsionnelle finie	
RII	réponse impulsionnelle infinie	
RLS	recursive least square	(moindres carrés récursifs)
SBPA	séquence binaire pseudo-aléatoire	
S/H	sample and hold	(échantillonneur-bloqueur)
SNR	signal-to-noise ratio	(rapport signal-sur-bruit)
SOS	second order statistics	(statistiques d'ordre deux)
SVSLMS	signed variable step-size LMS	(MCM à pas variable avec signe)
TOS	third order spectrum	(spectre d'ordre trois)
VSE	variable step equalizer	(égaliseur à pas variable)
VSLMS	variable step-size LMS	(MCM à pas variable)

## D. PROGRAMMES MATLAB

### Génération d'une séquence binaire pseudo-aléatoire bipolaire

```
% prbs(ssize): bipolar pseudo-random binary sequence of periodicity 14.
function bs = prbs(ssize);
%
bs=zeros(1,ssize);
for b= 1:14; bs(b)=round(rand); end
for i=14:ssize;
    b1=xor(1,bs(i-1));
    b2=xor(b1,bs(i-3));
    b3=xor(b2,bs(i-4));
    bs(i)=xor(b3,bs(i-13));
end
for i=1:ssize; if bs(i)==0; bs(i)=-1; end; end
return
```

### Génération d'un bruit blanc de moyenne $m$ et de variance $var$

```
% wnoise(ssize,m,var)
% Generation of gaussian white noise with m mean and var variance.
% ssize=sequence size
function z=wnoise(ssize,m,var);
N2=ssize;
if rem(N2,2)~=0, N2=N2+1;end
z=zeros(1,N2);
noise=rand(1,N2);
N1=N2/2;
for k=1:N1; % use Box-Mueller transforms
    f1=noise(2*k-1);
    f2=noise(2*k);
    tmp=sqrt(-2*log10(f1));
    w=2*pi*f2;
    z(2*k-1)=tmp*cos(w)*sqrt(var)+m;
    z(2*k)=tmp*sin(w)*sqrt(var)+m;
end
```

Filtre non linéaire de Volterra à pas d'adaptation variable  
(Main loop)

```

%-----
%           Ensemble average vectors
%-----
Hlin_avg=zeros(1,N);           % linear filter kernel coefficients
Hquad_avg=zeros(1,M*M);       % quadratic filter kernel coefficients
mse_avg=zeros(1,ssize);       % ensemble average learning surface
err_avg=mse_avg;              % ensemble average error signal
u1_avg=mse_avg;
u2_avg=mse_avg;
pxlin=zeros(1,N);
pxquad=zeros(1,M*M);
%
% main loop adaptive filter (equalizer)
%
for r=1:num_runs;
    u1(r,1:N)=1/mu1;          % linear kernel step
    u2(r,1:M*M)=1/mu2;       % nonlinear kernel step
    %
    %-----
    %   Generate a pseudo-random binary sequence omega1
    %-----
    omega1=prbs(ssize);
    %
    %-----
    %   Generate a white Gaussian noise omega2
    %-----
    omega2=wnoise(ssize,0,1);
    %
    %-----
    %   Apply omega1(k) to a nonlinear system for eg. a second-order AR Volterra system
    %   of the form:  $y(k)=b_0*x(k)-\sum\{a(i)y(k-i)\}-\sum\sum\{b(i)y(k-i)y(k-j)\}$ 
    %-----
    v(1)=b0*omega1(1);
    v(2)=b0*omega1(2)-a(2)*v(1);
    for k=3:ssize;
        v(k)=v(k)+b0*omega1(k);
        for i=1:2; v(k)=v(k)-a(i)*v(k-i)/20;
            for j=1:2; v(k)=v(k)-b(j)*v(k-i)*v(k-j)/20; end
        end
    end
end
%
%-----
%           Signaux d'entrée de l'algorithme
%-----
prims=omega1;                 % primary signal
refs=x;                        % reference signal
%
%-----
%           Adaptive filter iterations
%-----
for k=1:ssize;
    pxlin(1)=refs(k);          % take a new sample
    pxquad(1)=refs(k)*refs(k); % pxquad must be of order (M+1)^2
    for i=1:N-1;
        y(k)=pxlin(N-i)*Hlin(r,i);
    end
end

```



```

t=1;

for i=1:M-1;
    for j=1:M-1;
        y(k)=y(k)+Hquad(r,t)*pxquad(M-i)*pxquad(M-j);
    end
    t=t+1;
end
e(r,k)=prims(k)-y(k);      % evaluate the error
%
%-----
%      Update adaptation steps mu1 and mu2
%-----
%
if k>N;
    for n=1:N-1;
        u1(r,k)=u1(r,k-1)+[pxlin(n)-pxlin(N-n)]*[pxlin(n)+pxlin(N-n)];
    end
end
%
if k>M*M;
    for m=1:M*M-1;
        u2(r,k)=u2(r,k-1)+[pxquad(m)-pxquad(M*M-m)]...
            *[pxquad(m)+pxquad(M*M-m)];
    end
end
% update linear filter coefficients
if k<=N;
    Hlin(r,:)=Hlin(r,:)+2*mu1*e(r,k).*pxlin;
else
    Hlin(r,:)=Hlin(r,:)+2*e(r,k).*pxlin/u1(r,k);
end
%
% update filter quadratic coefficients
%
if k<=M*M;
    Hquad(r,:)=Hquad(r,:)+2*mu2*e(r,k).*pxquad;
else
    Hquad(r,:)=Hquad(r,:)+2*e(r,k).*pxquad/u2(r,k);
end
%
%-----
%      Evaluate the mean square error
%-----
if k==1;
    mse(r,k)=e(r,k)^2;
else
    mse(r,k)=((k-1)*mse(r,k-1)+e(r,k)^2)/k;
end

```

```

%
%-----
%               Update data
%-----
%
for n=N:-1:2;
    pxlin(n)=pxlin(n-1);
end
for m=M*M:-1:2;
    pxquad(m)=pxquad(m-1);
end
end
end
%-----
% Compute the ensemble average values
%-----
%
mse_avg=mse_avg/num_runs;
err_avg=err_avg/num_runs;
u1_avg=u1_avg/num_runs;
u2_avg=u2_avg/num_runs;
Hlin_avg=Hlin_avg/num_runs;
Hquad_avg=Hquad_avg/num_runs;

```