

9/97

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT : Génie Civil

PROJET DE FIN D'ETUDES
pour l'obtention du ~~diplôme d'ingénieur d'Etat~~ en GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

SUJET :

UTILISATION DE L'ELEMENT INFINI BIDIMENSIONNEL
DE TYPE « LAGRANGE » DANS L'ANALYSE
DE L'INTERACTION SOL - FONDATION

Proposé par :

Mr M. DEMIDEM

Etudié par :

Mr K. SAADALLAH
Mr K. SANDJAK

Dirigé par :

Mr M. DEMIDEM

Promotion : Septembre 1997

E.N.P 10, Avenue Hacén Badi El-Harrach - ALGER

10.15

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Génie Civil

PROJET DE FIN D'ETUDES

pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique
SUJET :

UTILISATION DE L'ELEMENT INFINI BIDIMENSIONNEL
DE TYPE « LAGRANGE » DANS L'ANALYSE
DE L'INTERACTION SOL - FONDATION

Proposé par :

Mr M. DEMIDEM

Etudié par :

Mr K. SAADALLAH
Mr K. SANDJAK

Dirigé par :

Mr M. DEMIDEM

Promotion : Septembre 1997

E.N.P 10,Avenue Hacén Badi El-Harrach - ALGER

الموضوع : استعمال العنصر الغير منتهي ذو البعدين من صنف "لاغرانج" في تحليل ضاهرة التأثير المتبادل بين التربة الأساسات .

الهدف : تهدف هذه الدراسة إلى تحليل ضاهرة التأثير المتبادل بين التربة و الأساسات و ذلك بإستعمال طريقة العناصر المنتهية وطريقة الجمع بين العناصر المنتهية و العناصر الامنتهية ، تحتوي هذه الدراسة على عدد من الأمثلة لتوضيح

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

أهمية الضاهرة وتأثيرها على سلوك التربة و المنشأة معا .

SUBJECT : Analysis of soil foundation interaction phenomenon using an infinite element of Lagrange .

ABSTRACT : The present work consist in a soil foundation study using (F.E.M) and à combination with à infinite element of Lagrange , for this purpose several examples are presented to demonstrate the importance of this phenomenon and its effect on the soil and the structure behavious .

SUJET : Utilisation de l'élément infini bidimensionnel de type « Lagrange » dans l'analyse de l'interaction sol - fondation .

RESUME : Le présent travail consiste à étudier le phénomène de l'interaction sol - fondation par l'utilisation de l'élément infini de type « Lagrange » par couplage avec la méthode des éléments finis .

A cet effet plusieurs exemples ont été traité pour illustrer l'importance de ce phénomène et son effet sur le comportement du sol et de la structure .

Dédicaces

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

À la mémoire de mon Grand Père
À ma Grand - Mère
À mon très cher Père
À ma mère qui a tant souffert pour moi
À mes frères et soeurs
À mes oncles MOHAMMED, MAHIEDDINE
À mes tantes
À mes cousins MOHAMMED et ZOUBIR
À tous les membres de ma famille
À tous mes amis et tous ceux qui me sont Chers

Je dédie ce modeste travail

Khaled



الإهداء

- ♦ إلى من دفعني إلى طريق العلم بكل ما تملك و من علمتنا العيش للمبادئ ، إلى والدتي الحبيبة
رمز التضحية والعطاء أهدي أولاً هذا العمل
- ♦ إلى ذكرى والدي الحبيب
- ♦ إلى شقيقتي الغالية وأخي عبد النور وجميع إخوتي
- ♦ إلى الجدة الحاجة زينب و الخال العزيز و زوجته المحترمة و أخوالي لخضر و ميلود و الخالة المحترمة
- ♦ إلى جدي الحاج البشير و أعمامي : سعد ، عبد الله ، عبد الحميد ، عبد العزيز و جميع عماتي
- ♦ إلى البدايات الصافية من تعلمت منهم معاني التسامح و الصفاء و المحبة الخالصة إلى الأحبة : عمر
، لخضر ، عبد العزيز ، جمال ، محمد و سعد و كل الأحبة في تغزوت
- ♦ إلى أحبتي كمال ، توفيق ، رضا ، إبراهيم ، محمد ، زكرياء و خالد
- ♦ إلى كل الأحبة في بوراوي عنهم : الطاهر ، سليم ، راجح ، سعد ، جلول ، عادل ، عبد
الباسط و سيف الدين
- ♦ إلى الذين يعملون في صمت من أجل أن يعيش وطني في سلم و سلام
- ♦ إلى كل من يحمل أمانة البحث العلمي في هذا الوطن
- ♦ إلى كل من عرفت فأحببت

أهدي هذا العمل المتواضع

وإلى الوالدة ثانياً وثالثاً

كمال

حبا ، برّاً ، ووفاءً

Remerciement

Nous tenons a remercier tout d'abord notre promoteur Mr M.DEMIDEM d'avoir orienté et suivi de près notre travail , pour son aide considérable et pour ses précieuses remarques ainsi que l'ensemble des enseignants du departement Genie Civil , on peut citer Mr.M . HAMMOUTENE Maitre de conferences a l'E.N.P pour sa serviabilite et sa gentillesse .

Nous remercions aussi Mr M CHEIKH . TOUAMI pour sa présence et ses conseils.

Aussi nous tenons a remercier Mr . SAHA pour son aide considérable , Nous remercions du fond du coeur AMINE pour sa disponibilité tout le long de cette année .

Nos remerciements vont aussi à Rachid du centre de calcul , à tous les gens de la bibliothèque (Salah et Krimo) , ainsi que tous ceux qui nous ont encouragés et aidés de près ou de loin .



SOMMAIRE

	N° page
Introduction générale	1
Chapitre I : Elasticité linéaire	3
I-1 Introduction	4
I-2 Hypothèses simplificatrices	4
I-3 Lois de comportement	5
I-4 Equation d'équilibre	5
I-5 Problème d'élasticité plane	9
Chapitre II Interaction sol-structure	13
II-1-1 Introduction	14
II-1-2 Modèle de Winkler	14
II-1-3 Modèle Element finis	15
II-1-4 Modele elements finis - elements infinis	15
II-2 Interaction par la théorie de l'élasticité	16
II-3 Comportement et mécanique des sols	20
Chapitre III La méthode des elements finis	23
III-1 Introduction	24
III-2 Historique	24
III-3 Formulation de la M.E.F	25
III-4 Evaluation de la matrice de rigidité	25
III-5 Patch test	30
III-6 Convergence	31
III-7 Elements Isoparametriques	32
Chapitre IV La méthode des éléments infinis	36
IV-1 Introduction	37
IV-2 Historique	37
IV-3 Formulation des éléments infinis	
IV-3-1 Approche directe	38
IV-3-2 Approche inverse	39
IV-4 Couplage éléments finis -éléments infinis	43

Chapitre V Présentation du programme

V-1 Introduction	46
V-2 Programation des éléments finis	46
V-3 Implémentation des éléments infinis	51

Chapitre VI APPLICATIONS

VI-1 Application 1	54
VI-1-a Modele A	55
VI-1-b Modele B	59
VI-2 Application 2	65
VI-2-a Modele C	
VI-3 Application 3	
VI-3-a Modele D	69
VI-3-b Modele E	71
VI-4 Interpretation	74

Chapitre VII Conclusionset recommandations

VII-1 Conclusion	77
VII-2 Recommandation	78

Bibliographie

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

Fonder des ouvrages était depuis longtemps le problème le plus rencontré par l'homme , et il reste encore le plus répondu et le moins résolu.

On supposait souvent qu'une structure est encastree dans le sol , chose qui n'est pas toujours vérifié , car pour des sols peu rigides des tassements de fondations peuvent nuire à la bonne tenue des ouvrages .

En pratique , la solution d'un tel problème consiste à l'analyse de l'influence mutuelle de l'action de la structure sur le sol et vice versa , cette influence est connue sous le nom « Interaction sol - fondation » ou sol structure .

En se basant sur des hypothèses plus ou moins réalistes , des théories ont pu voir le jour , l'une de ces théories « la théorie de l'élasticité » qui suppose une proportionnalité entre déformations et contraintes , ce qui n'est pas toujours le cas du sol , mais nous considérons que les contraintes et les déformations engendrées sont assez faibles et loin de l'état de rupture plastique .

L'apparition des méthodes numériques et le développement rapide des ordinateurs dans ces dernières décennies ont donné un nouveau souffle à la recherche dans le domaine du calcul des structures et plus particulièrement à l'interaction sol - fondation.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées dans le domaine de l'interaction sol - fondation , toutefois , quelques problèmes se posent lors de son utilisation , tels que ceux relatifs aux conditions aux limites qui sont généralement imposées sur une frontière arbitraire , ainsi que l'utilisation d'un grand nombre d'éléments finis pour modéliser le système vu les dimensions géométriques importantes du problème .

Pour surmonter ces difficultés , liées à l'utilisation de la méthode des éléments finis pour les domaines non bornés , de nombreuses méthodes ont été proposées , l'une de ces méthodes consiste à utiliser le concept des éléments infinis .

Le présent travail a été élaboré dans le but d'analyser le phénomène d'interaction sol - fondation par la méthode des éléments finis d'une part et par l'utilisation des éléments infinis d'autre part , pour mettre en évidence l'apport des éléments infinis dans l'analyse de l'interaction sol - fondation

Le plan suivi dans le présent travail est comme suit :

- Chapitre I :
Rappel de la théorie de l'élasticité linéaire

- Chapitre II :
Interaction sol - fondation et les différents modèles proposé

- Chapitre III :
Une représentation détaillée de la méthode des éléments finis

- Chapitre IV :
Présentation de la méthode des éléments infinis et le couplage éléments finis - éléments infinis

- Chapitre V :
Présentation des organigrammes et définition des sous-routines utilisées par le programme

- Chapitre VI :
Application , validation des modèles et interprétation

- Chapitre VII :
Conclusions et recommandations

CHAPITRE I
ELASTICITE LINEAIRE

I-1 INTRODUCTION :

Tous les matériaux ont une certaine limite susceptible de se comporter d'une manière élastique , c'est à dire qu'une fois les forces qui provoquent le changement cessent d'agir le corps solide peut reprendre sa forme et sa taille initiale , éventuellement c'est le cas pour des changements non importants .

La théorie de l'élasticité se base sur d'autres hypothèses telles que : la continuité du matériau , l'homogénéité et l'isotropie ainsi que l'hypothèse de petites déformations .

La théorie de l'élasticité est l'une des branches les plus rigoureuses de la mécanique des milieux continus . ses lois régissent l'étude de tous les corps solides qui environnent du point de vue de leur équilibre et de leur mouvement .

I-2 HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES :

Comme toute théorie l'élasticité se base sur des hypothèses simplificatrices telles que :

1- Hypothèse d'Hyperélasticité :

Le travail mécanique nécessaire pour déformer le corps dépend seulement de son état initial et de son état final .

2- Hypothèse de Linéarité :

Les contraintes sont des fonctions linéaires des déformations

3- Hypothèse d'Isotropie :

Les propriétés mécaniques du matériaux ne changent pas avec la direction autour du point .

4- Hypothèse d'Homogénéité :

Les propriétés mécaniques du matériaux ne changent pas avec le point dans le corps .

I-3 LES LOIS DE COMPORTEMENT :

Les milieux , surtout solides , ont un comportement tellement complexe qu'il est presque impossible de mettre au point un système d'équations qui décrit le comportement du milieu compte tenu de tous les paramètres intervenants .

En pratique , on procède à une formulation séparée d'équations qui chacune d'elle tente d'approximer l'observation physique de la réponse d'un milieu réel dans un domaine limité .

- Solide élastique Hookéen idéal :

C'est un matériau idéal souvent utilisé en calcul de structures , il est supposé suivre la loi de HOOKE , qui est pour un état de contrainte uniaxial , prend la forme suivante :

$$\boxed{\sigma_x = E \varepsilon_x} \quad (I-1)$$

Exprimant une relation linéaire entre la contrainte axiale et la déformation axiale .

Pour des situations de cisaillement pure , la loi de HOOKE prend une forme similaire :

$$\tau = \gamma G$$

τ : contrainte de cisaillement .

γ : déformation angulaire .

G : module de cisaillement .

Pour un changement plus général , la théorie de l'élasticité utilise la loi de HOOKE généralisée.

I-4 EQUATIONS D'EQUILIBRE :

Un corps est dit en équilibre si , sous l'action de forces extérieures , il est au repos ou bien s'il est en mouvement suivant une ligne droite à vitesse constante .

Ils existent en général deux types de forces extérieures :

- Forces réparties sur la surface du corps , comme la pression hydrostatique
ces forces sont appelées des forces de surface et sont exprimées par unité de surface (N / m^2)

- Forces réparties sur tout le volume du corps , comme la force gravitationnelle ces forces sont appelées Forces massiques ou l'forces volumiques et sont exprimées par unité de volume (N / m³)

Soit l'état de contrainte en un point du corps défini par le tenseur de contrainte suivant :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (I-3)$$

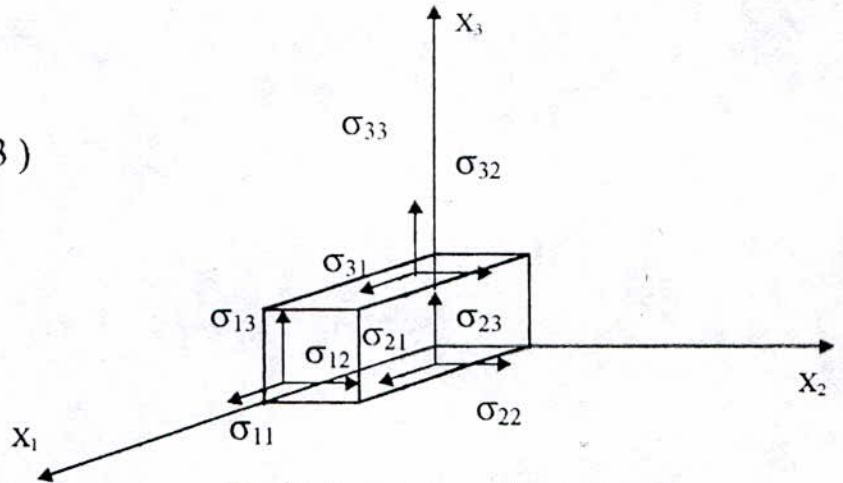


Fig I-1 Etat de contrainte en un point

Remarque :

Le tenseur de contrainte est symétrique : $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$

Pour pouvoir dire qu'un milieu continu est en équilibre statique , il faut que les composants du tenseur de contrainte satisfassent l'équation différentielle suivante :

$$\sigma_{ij} + F_i = 0 \quad (I-4)$$

où F_i : représente les composantes des forces volumiques suivant la direction i les équations d'équilibre sont satisfaites par les équations suivantes :

$$P_i = \sigma_{ij} n_j ; i=1,3 ; j=1,3 \quad (I-5)$$

où n : sont les cosinus directeurs de la normale n par rapport à la direction (X).

P : représente les forces surfaciques prescrites sur la frontière

I-4-1 EQUATIONS DEFORMATION - DEPLACEMENT :

L'état de déformation en un point est défini par le tenseur de déformation $[\epsilon]$ comme suit :

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (I-6)$$

il est à noter aussi que ce tenseur de déformation est symétrique :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$$

Les équations reliant déformation - déplacement pour la théorie linéaire sont données par le système d'équations suivant :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (I-7)$$

avec : $i=1,3$
 $j=1,3$

I-4-2 EQUATION DE COMPATIBILITE :

Les composantes de la déformation en un point sont complètement déterminées par trois (3) composantes de déplacements, ce ne sont pas donc des fonctions arbitrairement choisies de x , y et z , mais des fonctions qui dépendent des relations (I-7)

Il existe six (6) composantes de déformation ε_{11} , ε_{22} , ε_{33} , ε_{12} , ε_{13} , ε_{23} et il existe trois (3) composantes de déplacement U_{11} , U_{22} , U_{33} ; il est possible de se donner trois (3) fonctions suffisamment dérivables et d'en déduire les six fonctions ε_{ij} .

Par contre, il n'est pas possible de se donner arbitrairement six fonctions ε_{ij} et d'en déduire les trois fonctions de déplacement, il devrait par conséquent exister trois relations liant les ε_{ij} d'un point de vue mathématique.

Ces relations expriment les restrictions sur la forme de ε_{ij} pour que le système d'équations différentielles soit intégrable.

Les conditions d'intégrabilité sont appelées conditions de compatibilité, elles assurent l'existence du champ de déplacement et de son unicité.

En fait, les déplacements sont obtenus à des constantes près qui sont déterminées par les conditions aux limites.

Les équations de compatibilité sont les suivantes :

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (I-8)$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2}$$

$$2 \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right]$$

$$2 \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} \right]$$

$$2 \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right]$$

Il est à noter que :

- Ces équations reliant les composantes de déformation entre elles traduisent la continuité dans le matériau en respectant les conditions initiales d'homogénéité, d'isotropie et d'élasticité.
- Quoique les équations de compatibilité sont au nombre de six (6), elles ont un degré d'indépendance égale à trois

I-4-3 EQUATION CONTRAINTE - DEFORMATION :

Le tenseur de contrainte et l'état de déformation sont liés par une relation linéaire telle que :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (I-9)$$

où :

C_{ijkl} : est un tenseur d'ordre 4 à 81 termes et représente les fonctions réponses du matériau, pour un matériau isotrope le tenseur C_{ijkl} est indépendant du repère.

Du fait de la symétrie du tenseur de contrainte le nombre de termes indépendant est réduit de 81 à 36, la nature élastique du matériau réduit aussi le nombre de termes indépendant de 36 à 21, la symétrie élastique, la symétrie orthotrope et l'isotropie réduit considérablement le nombre de termes indépendant, finalement seulement deux constantes indépendantes caractérisent le tenseur C_{ijkl} , ces constantes sont : λ et μ , qui sont appelés coefficients de Lamé et sont fonction du module de Young E et du coefficient de Poissons ν

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (I-10)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

D'où la matrice C devient en fonction de λ et μ comme suit :

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu \end{bmatrix}$$

La loi de Hooke généralisée pour un matériau isotrope s'écrit comme suit :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{pp} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\lambda \delta_{ij}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{pp} + \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij} \quad (I-11)$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{pp} \delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij}$$

avec :

σ_{pp} : trace du tenseur contraintes

ε_{pp} : trace du tenseur déformation

δ_{ij} : symbole de Kronecker

I-5 PROBLEME D'ELASTICITE PLANE :

Les problèmes de la théorie de l'élasticité sont simplifiés dans une large mesure lorsqu'on est en présence de problèmes bidimensionnels .

I-5-1 ETAT DE CONTRAINTE PLANE :

L'état de contrainte plane est définie de deux façons :

- L'épaisseur du corps est très petite comparée aux dimensions caractéristiques suivant X_1 et X_2
- Aucune force de surface n'agit sur les faces limitant le solide à $X_3 = \pm h/2$
- Les forces agissant sur la surface limite cylindrique sont planes et indépendantes de X_3 donc : $\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ dans tout le volume et σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} sont indépendantes de X_3

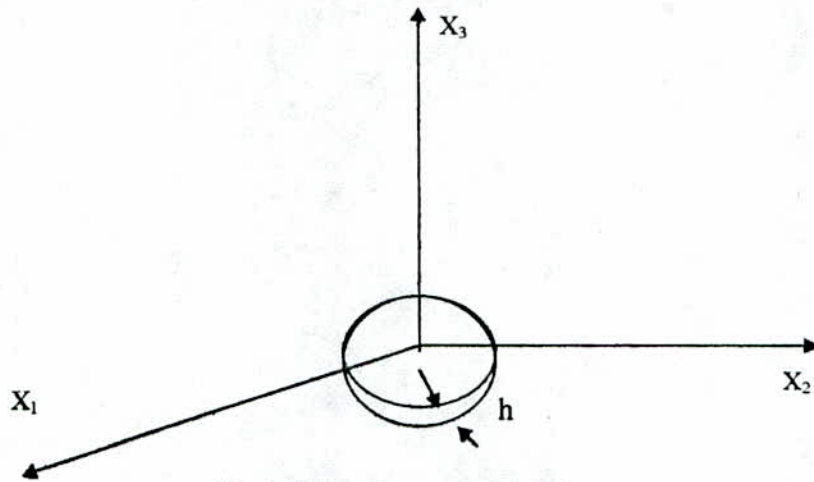


Fig I-2 Etat de contrainte plane

La loi de « Hooke » s'écrira pour un matériau isotrope :

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E} - \frac{\nu\sigma_{22}}{E}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\nu\sigma_{11}}{E} + \frac{\sigma_{22}}{E} \quad (1-12)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{12} \right]$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\nu}{E} [\sigma_{11} + \sigma_{22}]$$

d'ou les relations contraintes - déformations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (I-13)$$

On peut citer comme exemples de structures étudiées en contraintes planes :

- Poutres
- Voiles minces

I-5-2 ETAT DE DEFORMATION PLANE :

Un cas de déformation plane est approximativement celui d'un long cylindre dont la direction X_3 est grande par rapport aux deux autres dans le plan $X_1 X_2$.

Les forces de volume et les forces de surface agissent sur la surface limite cylindrique soit dans le plan (pas de composante suivant X_3) et ne sont pas fonction de X_3 , on peut donc admettre que les déplacements plans U_1 et U_2 ne dépendent pas de X_3 , et que $U_3 = 0$

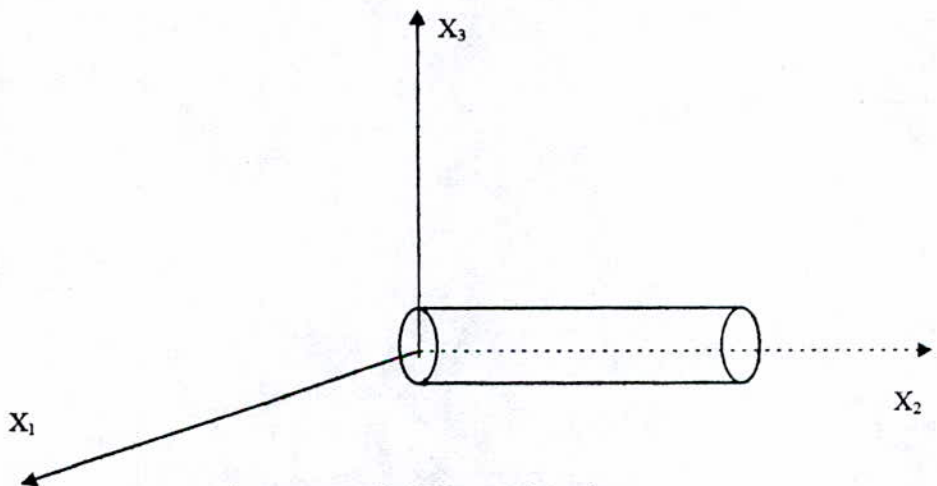


Fig I-3 Etat de déformation plane

Soit $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{32} = 0$ mais $\sigma_{33} \neq 0$

On aura les relations contraintes - déformations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{I-14})$$

On citera comme exemples étudiés en déformations planes :

- ◆ Les talus
- ◆ Les murs de soutènements
- ◆ Les tunnels
- ◆ Les barrages poids

CHAPITRE II

INTERACTION SOL - STRUCTURE

II-1-1 INTRODUCTION :

La non prise en compte de certains phénomènes dans l'étude des ouvrages peut engendrer des dégâts importants et parfois inévitables, surtout si c'est le cas des constructions de valeur, et bien entendu les édifices de grandes dimensions, parmi ces phénomènes l'interaction sol - structure, qui se traduit principalement par la perturbation du champ de contrainte initial dans le sol dû à la présence de la fondation et d'un échange d'énergie entre la structure et le sol, cet échange se fait à travers la fondation c'est pourquoi on s'intéresse au comportement mutuel du sol et de la fondation

II-1-2 MODELE DE WINKLER :

Le calcul de la distribution des contraintes et des tassements sous une surface chargée devient très difficile lorsque la surface en question n'est pas parfaitement rigide.

Plusieurs modèles sont mis au point pour illustrer le phénomène de l'interaction sol - structure.

Parmi ces modèles le modèle de Winkler est couramment utilisé, ce modèle suppose que pour un déplacement d'un ressort, la pression de contact q est donnée par :

$$q = K_s \delta$$

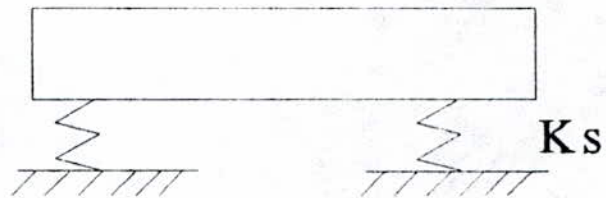


Fig II-1 Modèle de Winkler

K_s : coefficient de réaction sous fondation

Dans ce modèle, la fondation est représentée par un nombre de ressorts, les hypothèses de Winkler supposent que K_s ne dépend pas de l'intensité du chargement, mais il dépend de la nature du sol

Ce modèle est attrayant dans sa mise en œuvre, mais la détermination de K_s reste relativement difficile

II-1-3 MODELE ELEMENT FINIS :

Cette méthode sera détaillée plus loin , elle reflète mieux la continuité du milieu et permet de prendre en compte toute éventuelle complexité comme le cas des multicouches .

Les paramètres du sol E et ν sont plus faciles a obtenir sur le plan expérimental que le coefficient K_s dans le modèle de Winkler .

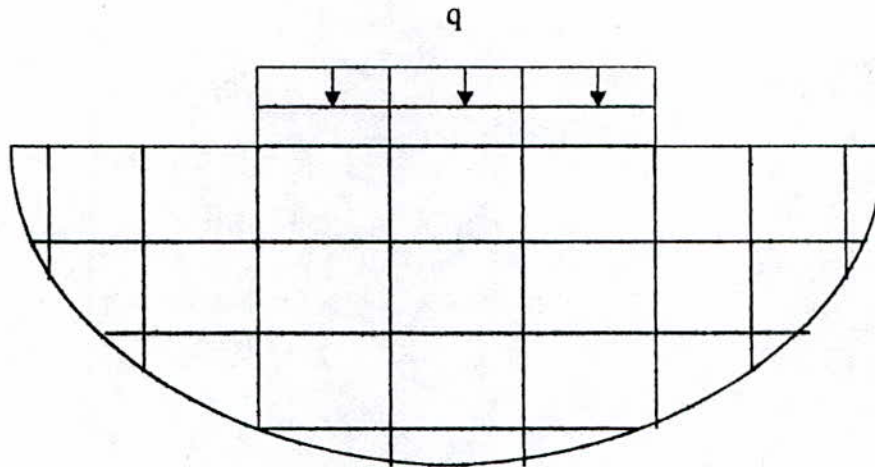
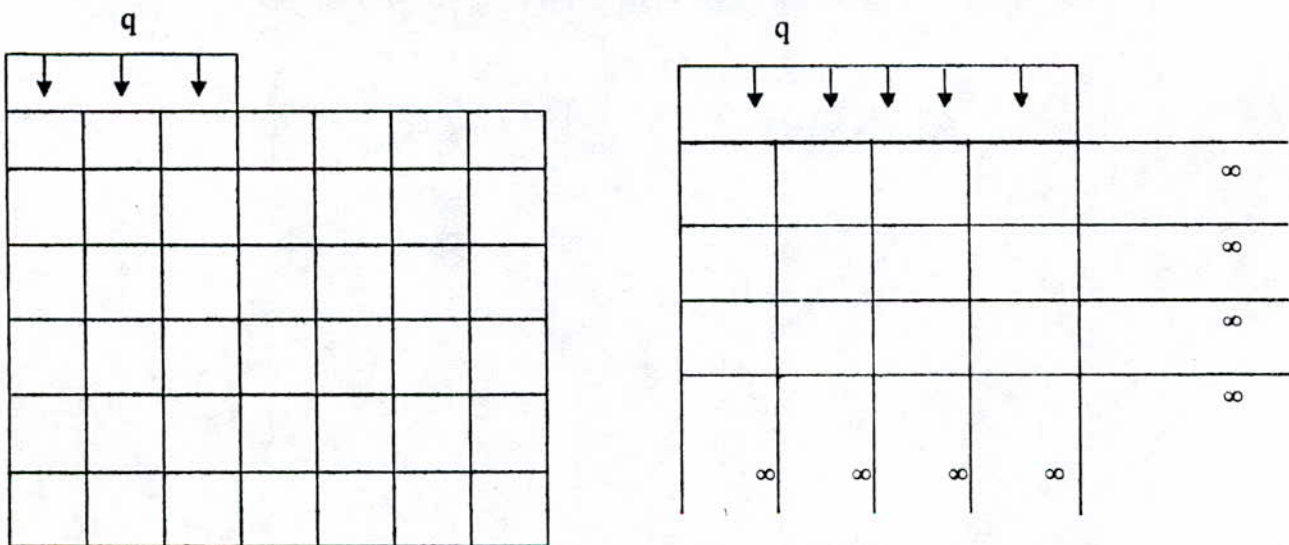


Fig II-2 Modèle Eléments Finis

II-1-4 MODELE ELEMENTS FINIS - ELEMENTS INFINIS :

La méthode des éléments finis a parmi ses inconvénients le raffinement du maillage à l'approximité des points d'application des charges , et le nombre important des éléments chaque fois que l'espace à analyser est plus étendu



a- Modèle éléments finis

b - Modèle éléments finis - éléments infinis

Tous ces inconvénients ont poussé les chercheurs à trouver une solution pour ce problème . La solution réside dans l'idée de couplage entre la méthode des éléments finis et celle des éléments infinis .

II-2 INTERACTION PAR LA THEORIE DE L'ELASTICITE :

II-2-1 INTRODUCTION :

Parmi les taches les plus importantes de la mécanique des sols est de prévoir les déplacements , si la fondation est bien conçue , les contraintes créés dans le sol par l'effet de la charge de la structure sont suffisamment faibles que les déformations n'atteignent pas l'état plastique .

Sous pareilles conditions , on peut supposer que les contraintes et les déformations dans le sol sont proportionnelles , ce qui nous permet d'appliquer la théorie de l'élasticité .

II-2-2 ANALYSE DE DEFORMATION PLANE D'UN MILIEU SEMI - INFINI

a) Chargement linéaire en surface :

On cherche a déterminer les contraintes dans une masse de sol semi-infini ayant comme frontière une surface horizontale , soumise à une charge linéaire uniforme .

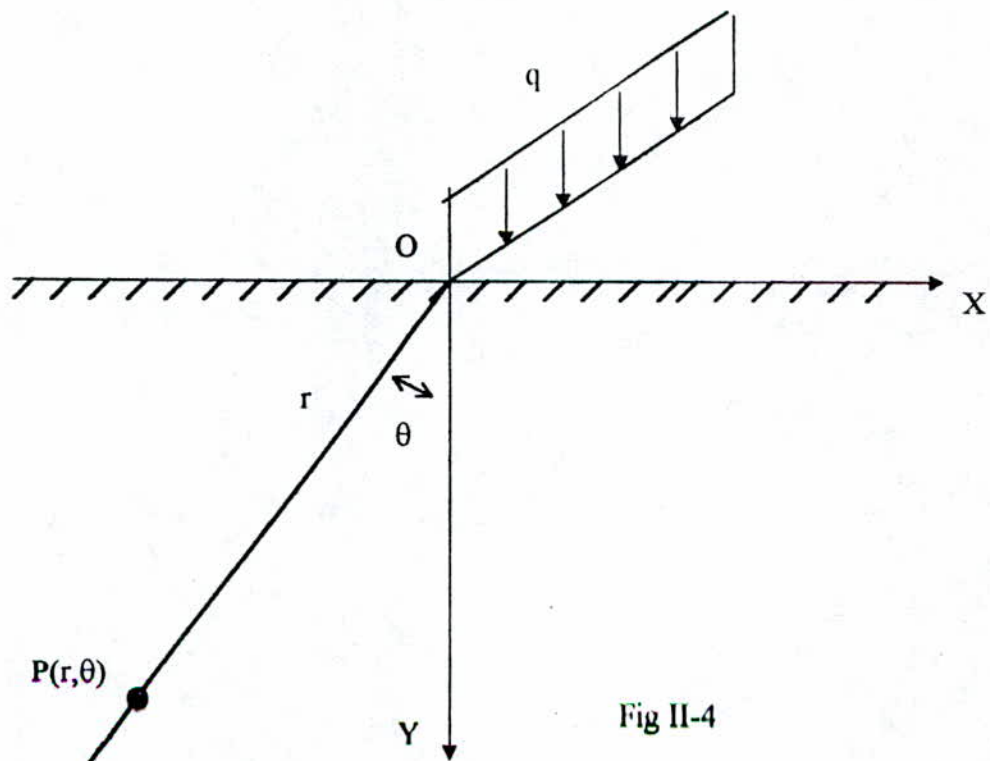


Fig II-4

Considérons un plan perpendiculaire à la droite sur laquelle agit la charge , les forces de volume seront négligées , on ne tiendra compte que de l'effet du chargement à la surface pour la détermination des contraintes .

La solution d'un tel problème est comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{-2P}{\pi} \cdot \frac{\cos(\theta)}{r} \\ \sigma_\theta = 0 \\ \tau_{r\theta} = 0 \end{cases}$$

l'état de contrainte trouvé est un état radial simple

En revenant au coordonnées cartésiennes on aura :

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{-2P}{\pi} \cdot \frac{x^2 y}{r^4} \\ \sigma_y = \frac{-2P}{\pi} \cdot \frac{y^3}{r^4} \\ \tau_{xy} = \frac{-2P}{\pi} \cdot \frac{xy^2}{r^4} \end{cases} \quad \text{avec } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

b) Chargement réparti sur la surface d'un milieu semi-fini :

Le but de l'étude du chargement linéaire n'est principalement que théorique , en effet la charge linéaire est toujours distribuée sur une largeur finie , le chargement réparti agissant sur un milieu élastique semi-infini peut être divisé en un nombre infini de charges linéaires élémentaires a partir desquelles et en utilisant le principe de superposition , on peut obtenir les expressions des contraintes par intégration .

Au dessous de la base d'une semelle réelle , les pressions de contact peuvent être distribuées de différentes façons , la plus simple est la distribution uniforme :

soit la fonction d'Airy suivante :

$$f(r, \theta) = A r^2 \theta$$

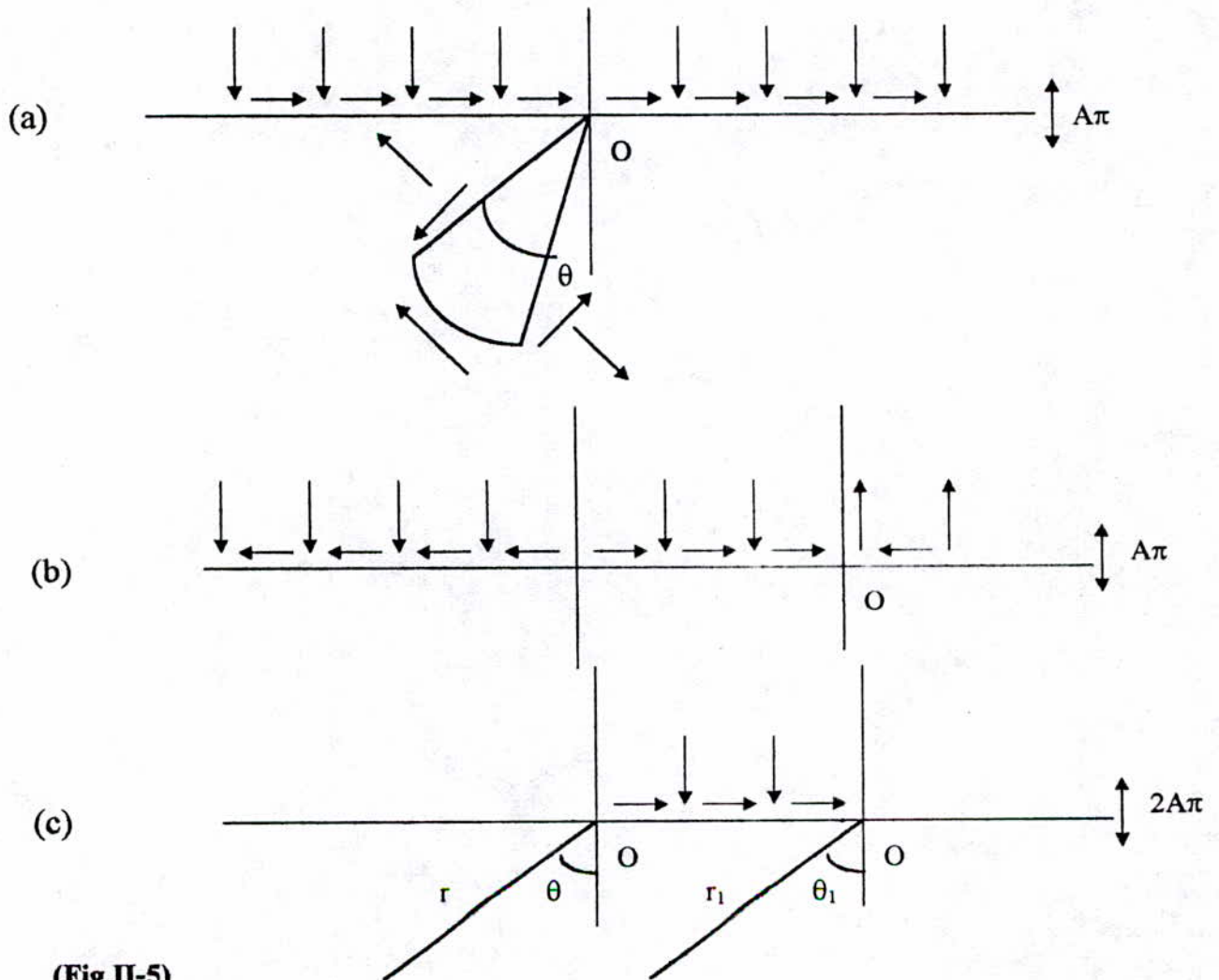
Les contraintes obtenus par dérivation de f sont :

$$\begin{cases} \sigma_r = 2A\theta \\ \sigma_\theta = 2A\theta \\ \tau_{r\theta} = -A \end{cases}$$

Si on applique cet état de contraintes à un milieu semi-infini le résultat à la surface serait celui montré sur la figure (Fig II-5-a).

Avec des contraintes normales d'intensité $A\pi$, changeant de signe à l'origine des coordonnées polaires, et des contraintes de cisaillement d'intensité $-A$.

Si on déplace l'origine O horizontalement au point O_1 , et on change de signe de la fonction d'Airy, on obtient l'état de chargement à la surface (Fig II-5-b), en superposant ces deux chargement on aura une charge uniforme d'intensité $2A\pi$ agissant sur une bande de largeur $2b$ en surface (Fig II-5-c)



(Fig II-5)

La fonction d'Airy pour la combinaison des deux chargements est donc :

$$f(r, \theta) = \frac{q}{2\pi} (r\theta^2 - r_1\theta_1)$$

En utilisant les relations de la figure (II-6) , les contraintes seront données par les expressions suivantes :

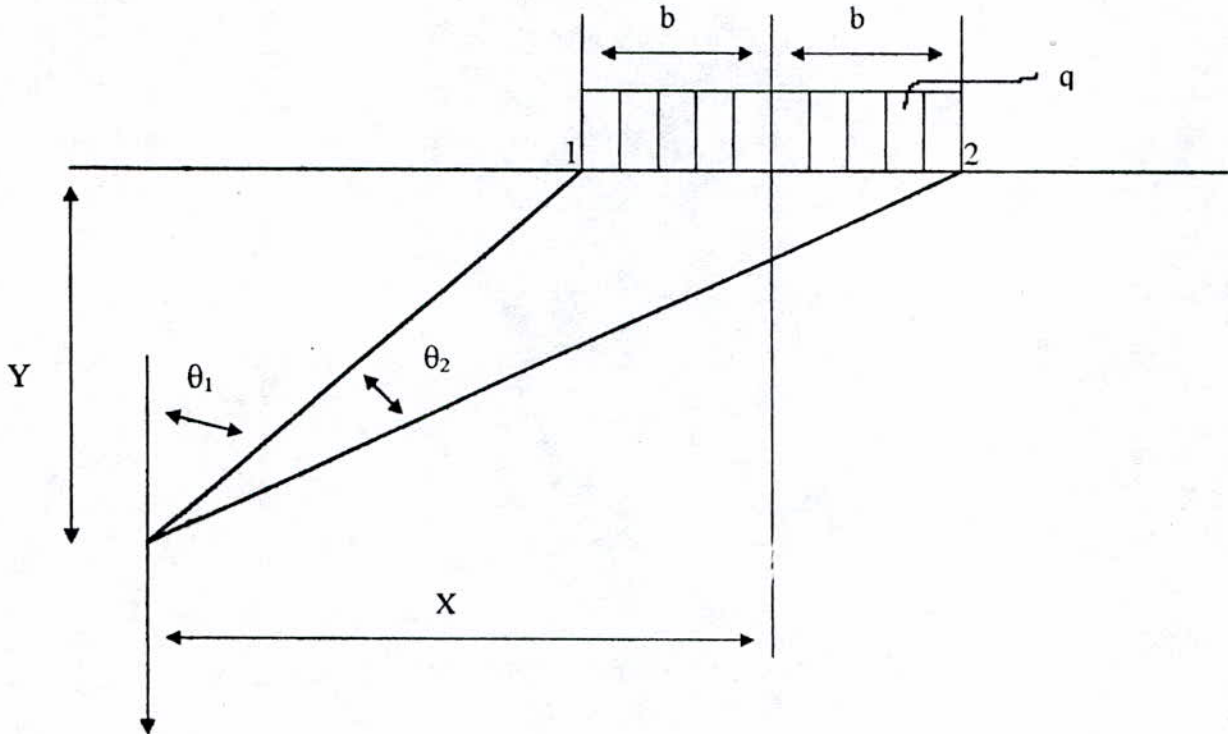


Fig II-6

$$\sigma_y = \frac{q}{\pi} [\sin(\theta_2 - \theta_1) \cos(\theta_1 + \theta_2) + (\theta_2 - \theta_1)]$$

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} [-\sin(\theta_2 - \theta_1) \cos(\theta_1 + \theta_2) + (\theta_2 - \theta_1)]$$

$$\tau_{xy} = \frac{q}{\pi} [\sin^2(\theta_2) - \sin^2(\theta_1^2)]$$

c) Calcul de tassement :

Dans l'analyse de la charge répartie sur une largeur finie , la distribution de la pression de contact était supposée uniforme , si on détermine le tassement «y» d'un point quelconque de la surface en intégrant la déformation verticale de zéro à l'infini , on obtient un résultat embarrassant , est que le tassement est infiniment grand .

Mais si on suppose que la compression du milieu est limitée à une certaine profondeur, ou bien calculant le tassement différentiel h entre la surface et une profondeur donnée.

L'expression de ce tassement est donnée en utilisant les notations de la figure (II-7)

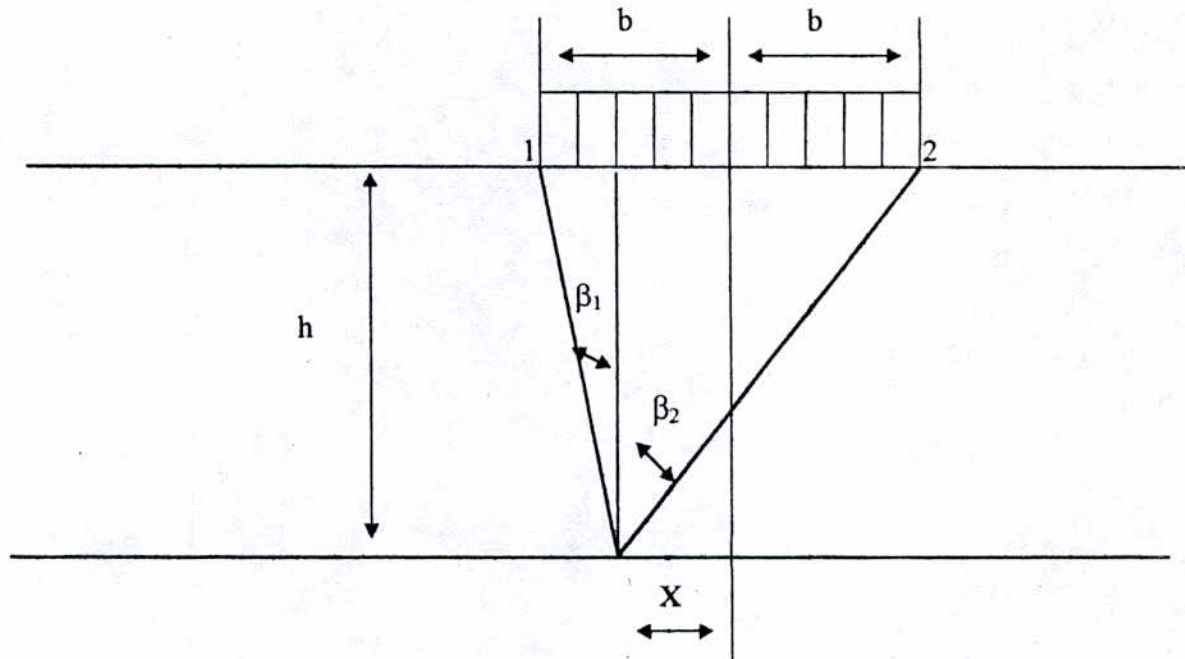


Fig II-7

$$y = \frac{qb}{\pi E} \left[2 \frac{x-b}{b} \sin(\beta_2) - 2 \frac{x-b}{b} \ln(\sin(\beta_1)) + \frac{h}{b} (\beta_2 - \beta_1) \right]$$

II-2 COMPORTEMENT ET MECANIQUE DES SOLS :

II-2-1 PROBLEME PRINCIPALE :

Parmi les problèmes principaux de la mécanique des sols relatifs aux fondations des structures est l'étude de la relation entre les facteurs suivants :

- Charge
- Surface de chargement
- Profondeur de la fondation
- La durée du chargement

Grâce à la grande diversité des propriétés des sols et au nombre de variables qui interviennent dans les problèmes de la stabilité des sols et structures, les

relations entre tous ces facteurs sont vraiment très compliquées , et dans les études théorique seules , on est forcé dans plusieurs cas de supposer des conditions idéales et des simplifications , sinon il faut étudier la mécanique des sols expérimentalement .

II-2-2 PRESSIONS DE CONTACT :

Les contraintes dans le sol sont causées par deux facteurs principaux :

- Le poids propre du sol
- Les conditions appliquées sur le sol par la charge de la structure .

II-2-3 TASSEMENT DES SOLS :

Quand un sol est soumis à des charges (fondations , barrages ,.....) il se produit des déformations dans le milieu comme généralement ces charges sont verticales , alors les déformations produites sont particulièrement marquées dans la même direction des charges appliquées ; les déformations verticales du sol prennent alors le nom de tassement .

Le tassement du sol présente une influence directe et inévitable du sol sur la structure et il doit être étudié pour ne pas engendrer des dégâts .

II-2-4 CHARGEMENT :

Sous chargement quasi statique monotone le comportement des sols est schématisé par la figure (II-8) qui regroupe des courbes effort-déformation obtenue à l'appareil triaxial pour trois chemins de contraintes différentes :

- Courbe A : Essai triaxial classique à contrainte radiale constante
- Courbe B : Essai à déformation latérale nulle
- Courbe C : Compression isotrope

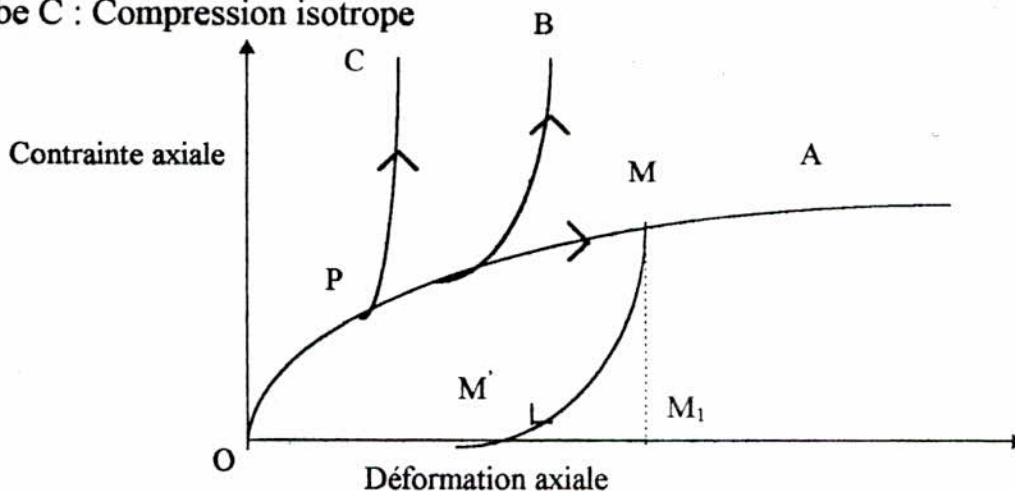


Fig II-8 : Courbe contraintes - Déformations

CHAPITRE III

LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

III-1 INTRODUCTION :

Le calcul des structures et en particulier les milieux continus couvre une grande variété d'applications dans les secteurs industriels de la construction , génie civil , mécanique , aéronautique ... etc.

La résolution analytique d'un problème de mécanique des milieu appliqué au génie civil est une tâche rarement possible , les équations aux dérivées partielles de la physique ne permettent d'obtenir des solutions exactes que dans quelques cas particuliers qui n'ont souvent qu'un rapport très lointain avec la réalité des ouvrages . C'est pourquoi des méthodes de calcul approché ou semi-empirique ont été développées.

La méthode des éléments finis est une méthode approchée de calcul numérique des structures , elle a connue durant ces dernières décennies un essor important lié au développement des ordinateurs .

La méthode des éléments finis est sans conteste la méthode d'analyse des structures la plus générale et la plus puissante , en toute rigueur , elle permet la résolution approchée de nombreux problèmes de mécanique en comportement élastique ou plastique , en régime stationnaire ou transitoire , en statique ou en dynamique

III-2 HISTORIQUE :

La méthode des éléments finis se base d'une part sur la formulation énergétique de la mécanique des structures et d'autre part sur les méthodes d'approximation .

Concernant les théorèmes énergétiques de l'élasticité , leur formulation à été effectuée au siècle dernier grâce au travaux de NAVIER (1819) sur les structures hyperstatiques, puis MAXWELL (1864) et CASTIGIANO (1878) qui établissent de façon complète les théorèmes de l'énergie .

Cependant , les applications de cette formulation au calcul des structures complexes ont été inexistantes à cause de l'indisponibilité de moyen de calcul .

Il faut noter qu'en 1932 , l'établissement par H .CROSS d'une méthode rendant possible l'analyse de système de poutre avec les moyens de calcul de l'époque (distribution des moments) . cependant , ces techniques ne permettent pas jusqu'alors la résolution de problèmes de milieu continus , rendue possible uniquement par la discrétisation du problème continu à l'aide de méthode d'approximation adéquates

C'est au début du 20^{ème} siècle qu'ont été acquis les résultats fondamentaux dans le domaine des méthodes d'approximation sous impulsion de RITZ (1908) et GALERKIN (1915) , puis en 1943 COURANT établit les bases de la M.E.F en

montrant que la résolution de certains problèmes de milieux continus est possible , en effectuant une discrétisation spatiale du domaine , tout en utilisant les méthodes d'approximation variationnelles .

Avec le développement de l'ordinateur , après la 2^{ème} guerre mondiale , cela a provoqué un retour aux méthodes classiques d'analyse , de la nait « la méthode matricielle » , permettant de traiter des problèmes assez complexes , parmi les contributions les plus importantes , citons celle de LEVY (1947) , GARVEY (1951) pour la méthode des forces et LEVY (1953) pour la méthode des déplacements .

En 1955 , ARGYRIS présente une approche unifiée des méthodes des déplacements et des forces , puis l'année suivante , TURNER et CLOUGH publient une présentation systématique de la méthode des déplacements .

Dés 1960 , la M.E.F subit un développement rapide dans plusieurs directions :

- Création d'éléments de Haute précision
- Construction d'une base mathématique de la M.E.F
- Utilisation de la méthode de la M.E.F pour la résolution de problèmes non linéaires , non stationnaires

De nos jours la méthode des éléments finis est la plus utilisée en analyse de structures , retenue particulièrement pour sa fiabilité en modélisation des systèmes dans divers secteurs de l'industrie

III-3 FORMULATION DE LA M.E.F :

1) Formulation contraintes ou équilibre :

Dans laquelle on se donne une approximation soit sous forme d'un champ de contraintes en équilibre ou soit sous forme d'une fonction de contraintes , elle se base sur la théorie de l'énergie complémentaire .

2) Formulation déplacement :

Dans laquelle on se donne une approximation du champ de déplacement , elle se base sur la stationnarité de l'énergie potentielle .

3) Formulation mixte :

Dans laquelle on considère le champ de déplacement et de contraintes comme inconnu primaires du problème , d'où le nom mixte .

On considère la formulation basée sur la méthode des déplacements .

III-3-1 FORMULATION DEPLACEMENT :

Dans cette méthode on suppose que le champ de déplacement est l'inconnu primaire du problème , à partir desquels seront déterminées les contraintes et les déformations en tout point du milieu , utilisant les relations d'élasticité .

Cette déformation peut être résumée dans les étapes suivantes :

- Subdivision du milieu à étudier par des lignes fictives (cas plan) ou par des plans (cas tri-dimensionnel) , ce qui donne un certain nombre d'éléments finis
- Ces éléments sont supposés reliés entre eux par un nombre fini de points appelés « points nodaux » ou « noeuds » dont leurs déplacements de ces noeuds
- On détermine le système de forces concentrées au noeuds , équivalent à l'ensemble des charges appliquées au milieu
- On évalue la matrice de rigidité $[K^e]$ de chaque élément fini , puis celle du milieu entier par assemblage des matrices élémentaires
- On résout le système d'équations pour déterminer les déplacements au noeuds , puis les déformations et les contraintes

III-4 EVALUATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE :**III-4-1 CHOIX DE LA FONCTION DEPLACEMENT :**

Comme la formulation choisie est une formulation déplacement , on doit donc imposer un champ de déplacement qui remplit les conditions suivantes :

- a- Les fonctions choisies doivent être continues au sein de l'élément , ainsi qu'au passage des frontières entre les éléments , lorsque les éléments adjacents sont de même type ou possèdent les mêmes fonctions de déformation sur les frontières
- b- Les équations force - déplacement découlant des fonctions choisies doivent refléter une énergie de déformation nulle lorsque l'élément subit un déplacement de corps rigide
- c- Les fonctions choisies doivent permettre la représentation des valeurs uniformes pour toutes les contraintes ou déformations
- d- Le nombre de termes indépendants dans le polynôme doit être égale au nombre de composantes des déplacements qui sont à calculer

III-4-2 CALCUL DE LA MATRICE DE RIGIDITE :

La détermination de la matrice de rigidité peut s'effectuer à l'aide de théorème du minimum d'énergie potentielle totale .

$$\delta \pi = \delta (U - W) = 0 \Rightarrow \delta U = \delta W \quad (\text{III-1})$$

où l'énergie de déformation virtuelle est :

$$\delta U = \int_v \{\sigma\}^T \{\delta \varepsilon\} dv \quad (\text{III-2})$$

et l'énergie accomplie par les forces extérieures pour un déplacement virtuel est :

$$\delta W = \{F\}^T \{\delta \hat{U}\} \quad (\text{III-3})$$

avec :

$\{\sigma\}$: Vecteur contrainte

$\{\delta \varepsilon\}$: Vecteur des déformations virtuelles

$\{F\}$: Vecteur des forces nodales

$\{\delta \hat{U}\}$: Vecteur des déplacements nodaux virtuels

En raison de l'élasticité du corps et en absence de tout champ on a :

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

et

$$\{\varepsilon\} = [L]\{U\} \quad (\text{III-4})$$

avec :

$[D]$: Matrice d'élasticité

$[L]$: Matrice opérateur différentiel

$\{U\}$: Vecteur champ déplacements

$$\text{Or : } \{U\} = [N]\{\hat{U}\}$$

$$\{\varepsilon\} = [L][N]\{\hat{U}\} \quad (\text{III-5})$$

$$\text{Si on pose : } [B] = [L][N]$$

$$\text{On aura : } \{\varepsilon\} = [B]\{\hat{U}\} \quad (\text{III-6})$$

$$D'ou : \{ \sigma \} = [D][B]\{\hat{U}\} \quad (III-7)$$

avec :

$\{\hat{U}\}$: Vecteur déplacement nodaux

$[N]$: Matrice fonctions d'interpolation

des équations (III-1) et (III-2) on trouve :

$$\{F\}^T \{\delta \hat{U}\} = \int_v \{\sigma\}^T \{\delta \epsilon\} dv \quad (III-8)$$

En injectant (III-6) et (III-7) dans (III-8) on obtient :

$$\{F\}^T \{\delta \hat{U}\} = \int_v \{\hat{U}\}^T [B][D][B] dv \{\delta \hat{U}\}$$

Or les équations d'équilibre sont définies par :

$$\{F\} = [K]\{\hat{U}\}$$

$$\{F\}^T = \{\hat{U}\}^T [K] = \{\hat{U}\}^T \int_v [B]^T [D][B] dv$$

d'ou

$$[K] = \int_v [B]^T [D][B] dv \quad (III-9)$$

III-4-3 PROPRIETE DE LA MATRICE DE RIGIDITE :

La matrice de rigidité est :

- Symétrique en vertu du théorème de MAXWELL - BETTI
- Singulière avant l'introduction des conditions aux limites ce qui explique le mode de déplacement rigide de l'élément
- Définie positive , ce qui donne à l'énergie de déformation sa propriété physique d'être positive ou nulle

III-4-4 ETAPES DE BASE POUR LA DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DE RIGIDITE DE L'ELEMENT

L'élaboration de la matrice de rigidité passe par les étapes suivantes :

Etape 1 :

- Identifier le type de problème
- Choisir un système de coordonnées convenable
- Numérotter les noeuds

Etape 2 : Choisir une fonction d'interpolation , c'est à dire déterminer l'ordre du polynôme .

Etape 3 : Obtenir l'état des déplacements en chaque points en fonction des déplacements nodaux .

Etape 4 : Relier les déformations en chaque point avec les déplacements .

Etape 5 : Relier les contraintes avec les déformations puis avec les déplacements .

Etape 6 : Ecrire l'égalité du travail virtuel avec l'énergie de déformation virtuelle et tirer par identification la matrice de rigidité de l'élément .

III-4-5 REGLE D'ASSEMBLAGE :

L'assemblage consiste à construire la matrice de rigidité globale $[K]$ et le vecteur de charge nodale $\{F\}$ de la structure complète à partir des matrices caractéristiques des différents éléments $[K^e]$, $\{F^e\}$ préalablement calculées , en utilisant l'approche énergétique , on peut définir la méthode d'assemblage suivante :

Soit π l'énergie potentielle totale de l'élément e :

$$\pi^e = \frac{1}{2} \{\hat{U}^e\}^T [K^e] \{\hat{U}^e\} - \{U^e\}^T \{F^e\} \quad (\text{III-10})$$

Si les éléments ont la compatibilité requise , l'énergie potentielle de la structure peut être obtenue par des énergies potentielles totales élémentaires , Soit :

$$\pi = \sum_{\text{éléments}} \pi^e = \sum_{\text{éléments}} \left\{ \frac{1}{2} \{\hat{U}^e\}^T [K] \{\hat{U}^e\} - \{U^e\}^T \{F^e\} \right\} \quad (\text{III-11})$$

La compatibilité des déplacements nodaux de la structure est obtenue en écrivant pour chaque élément une relation matricielle de type :

$$\{\hat{U}^e\} = [B^e] \{U\} \quad (\text{III-12})$$

avec :

$[B^e]$: matrice de localisation ou de connectivité géométrique dont les éléments sont des 0 (zéros) ou des 1 .

Chaque relation (III-3) permet de repérer ou de localiser les d.d.l de chaque élément dans l'ensemble des d.d.l de la structure .

En utilisant les relations (III-10) et (III-12) on peut écrire :

$$\pi = \sum_{\text{éléments}} \frac{1}{2} \{\hat{U}\}^T [B^e]^T [K^e] [B^e] \{\hat{U}^e\} - \{\hat{U}\}^T [B^e] \{F^e\}$$

d'ou

$$\pi = \frac{1}{2} \{\hat{U}\}^T [K] \{\hat{U}\} - \{U\}^T \{F\} \quad (\text{III-13})$$

avec :

$$[K] = \sum_{\text{éléments}} [B^e]^T [K^e] [B^e] \quad (\text{III-14})$$

$$\{F\} = \sum_{\text{éléments}} [B^e] \{F^e\}$$

L'assemblage de la matrice de rigidité d'une structure s'effectue en additionnant bloc à bloc les sous - matrices de rigidité nodale de chaque élément .

III-5 PATCH - TESTS :

Il faut également pouvoir juger du comportement des éléments assemblés , ces tests d'assemblage (impliquant plusieurs éléments) complètent avantageusement les tests élémentaires et permettent de vérifier les points suivants :

- La capacité des éléments assemblés a présenter correctement les états des déformation constante
- L'influence du maillage sur la précision des résultats forme et densité des maillages , distorsion des éléments , ... etc.
- La stabilité de la solution ou la non - existence des modes parasites .

Mais , contrairement aux tests élémentaires qui portent sur des éléments individuels les tests d'assemblage ne peuvent pas être réalisés indépendamment du projet .

III-6 CONVERGENCE :

Dans les discussions de la convergence d'une solution M.E.F, il y a des propriétés nécessaires ou tout au moins souhaitables afin d'obtenir une solution aussi proche que possible de la solution exacte .

Au fur et à mesure qu'on augmente le nombre d'éléments , la solution converge vers l'exacte , mais aussi , le choix du modèle , du type d'éléments , ... etc. interviennent comme facteurs influant sur la convergence .

Par ailleurs , il importe de préciser que plusieurs sources d'erreurs peuvent affecter la procédure de convergence .

La convergence de la solution n'est pas toutefois toujours monotone , c'est pourquoi on rencontre deux types de convergences .

III-6-1 CONVERGENCE MONOTONE :

La convergence monotone nécessite la satisfaction de deux critères :

a - La complétude :

Un élément fini est dit complet s'il satisfait les deux conditions suivantes :

- Les fonctions qui représentent le déplacement à l'intérieur d'un élément ne doit pas donner lieu à des déformations lorsque les déplacements nodaux correspondent à un déplacement de corps rigide.
- Les fonctions qui représentent le déplacement doivent pouvoir représenter un état de déformation constante à l'intérieur de l'élément .

b - Compatibilité :

Un élément est dit compatible s'il permet la définition d'un champ compatible c'est à dire une continuité des déplacements au sein des éléments et aux frontières de ces derniers , et une continuité des déplacements et de leurs dérivées première pour les problèmes de flexion .

Physiquement , la compatibilité peut s'expliquer par le fait qu'aucun vide n'apparaît entre les éléments lorsque l'assemblage est chargé .

Remarques :

- Généralement , des difficultés relatives à la compatibilité apparaissent lorsque les degrés de liberté d'un noeud quelconque sont dépendants (cas de flexion des corps , des plaques , coques ...)
- Il est à remarquer que la convergence se fait par valeurs inférieure $U^{ah} < U^{exacte}$

III-6-2 CONVERGENCE NON MONOTONE :

Certains éléments ne satisfassent pas toutes les conditions de complétude comme condition essentielle , mais en la remplaçant par un autre critère de complétude sur un groupe d'éléments , on constate que les éléments complets et incompatibles qui satisfasse ce test convergent

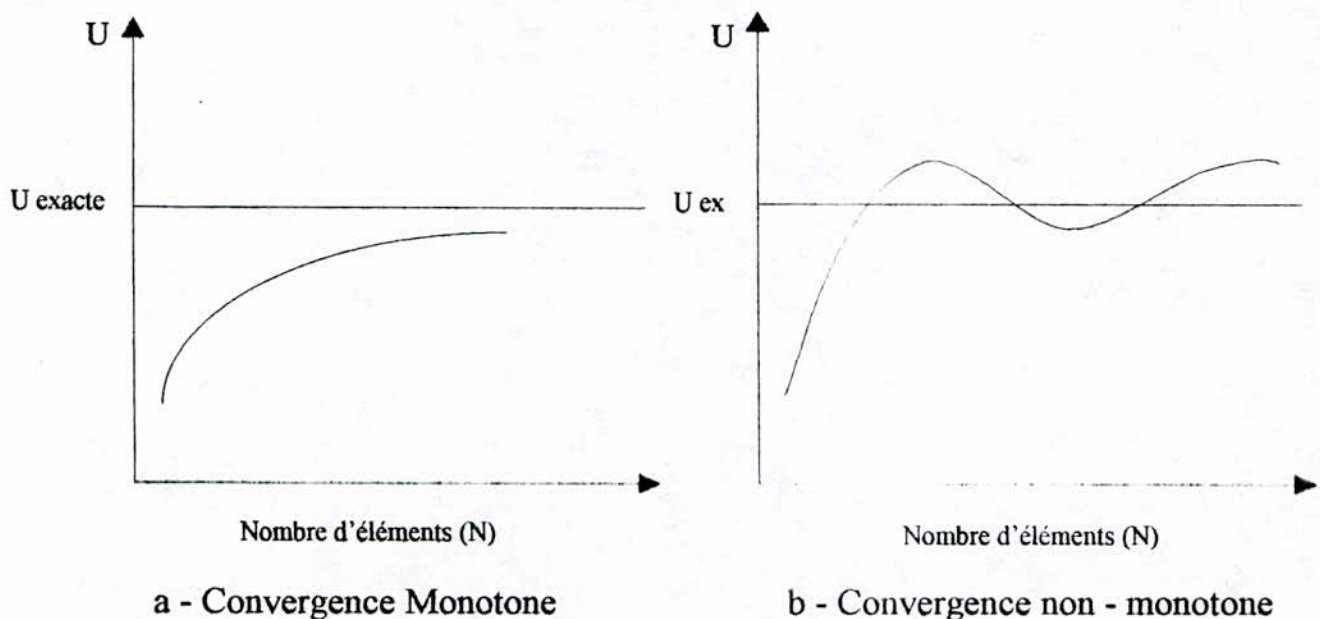


Fig III-1

III-7 ELEMENTS ISOPARAMETRIQUES :

III-7-1 INTRODUCTION :

Souvent la modélisation d'une structure génère des éléments de forme irrégulière cela est dû à la forme arbitraire de cette dernière , donc on a recours à d'autres éléments qui peuvent mieux discrétiser le domaine , ces éléments sont appelés éléments isoparamétriques , superparamétriques et subparamétriques .

Les éléments isoparamétriques sont ceux pour lesquels les fonctions de déplacements sont les mêmes que les fonctions de forme , si la fonction de forme est d'ordre

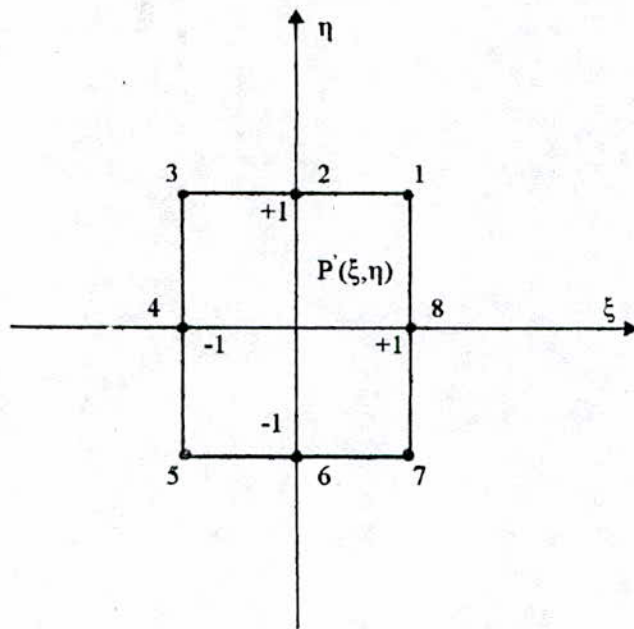
supérieur à la fonction d'interpolation (déplacement), l'élément est dit superparamétrique, dans le cas contraire il est subparamétrique.

III-7-2 AVANTAGE DE L'ELEMENT ISOPARAMETRIQUE :

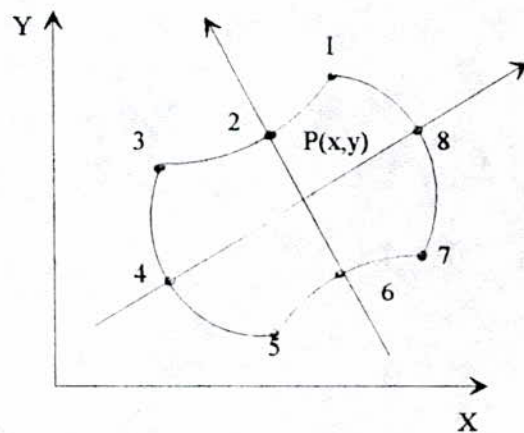
- 1- Diversité de la géométrie des éléments
- 2- Grande simplification des calculs
- 3- Facilité des côtés courbes

III-7-3 ELEMENTS ISOPARAMETRIQUE QUADRILATERAL A 8 NOEUDS :

III-7-3-1 Transformation géométrique :



a- Plan naturel
élément parent



b- Plan Physique
élément isoparametrique

Fig III-2 Elément isoparametrique à 8 noeuds

La transformation définissant la forme géométrique de l'élément isoparamétrique, lie tout point P(X,Y) à un P'(ξ,η) de l'élément parent

Cette transformation doit répondre aux conditions suivantes :

- 1- La transformation doit être bi-univoque, les points P et P' forment des couples le déterminant du jacobien de la transformation ne peut être nul ou infini
- 2- La transformation doit être défini univoquement par les coordonnées x_i, y_i des huit noeuds de l'élément isoparamétrique
- 3- Si P' coïncide avec un noeud de l'élément parent, le point p correspondant est le noeud de même numéro de l'élément isoparamétrique

$$\begin{cases} X = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) X_i \\ Y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) Y_i \end{cases} \quad \text{(III-15)}$$

Les fonctions de forme N_i(ξ,η) sont données par :

- Coins (1,3,5,7) :

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)(\xi \xi_i + \eta \eta_i - 1)$$

- Milieux (2,4,6,8) :

$$\begin{cases} \xi_i = 0 \rightarrow N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta \eta_i) \\ \eta_i = 0 \rightarrow N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 - \eta^2)(1 + \xi \xi_i) \end{cases} \quad \text{(III-16)}$$

Pour satisfaire à la condition (3), on doit avoir :

$$N_i(\xi, \eta) = \delta_{i,j} \quad \text{avec } i=1,8 ; j=1,8$$

III-7-3-2 Interpolation du champ de déplacement :

Le champ de déplacement {U} en tout point P de l'élément isoparamétrique est donné par :

$$\{U\} = [N] \{\hat{U}\}$$

Ou explicitement :

$$\begin{cases} U = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) U_i \\ V = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) V_i \end{cases} \quad \text{(III-17)}$$

La définition de la transformation géométrique et la définition de l'interpolation du champ de déplacement se basent :

- a- Sur les mêmes noeuds
- b- Sur les mêmes fonctions de forme $N_i(\xi, \eta)$

Cela justifie l'appellation d'élément isoparamétrique .

III-7-3-3 Calcul des propriétés de l'élément isoparamétrique :

a- Matrice de rigidité :

La matrice de rigidité est donnée par :

$$[K^e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta \quad (\text{III-18})$$

avec :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (\text{III-19})$$

b- Forces généralisées :

En utilisant le principe des travaux virtuels , on trouve le vecteur $\{F_e^v\}$ des forces généralisées équivalentes à une force $\{f^v\}$ répartie par unité de volume sur l'élément

On a :

$$\{F_e^v\} = \int_v [N]^T \{f^v\} dv = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T \{f^v\} |J| d\xi d\eta \quad (\text{III-20})$$

de même pour les forces de surface :

$$\{F_e^s\} = \int_s [N]^T \{f^s\} ds = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T \{f^s\} |J| d\xi d\eta \quad (\text{III-21})$$

CHAPITRE IV
ELEMENTS INFINIS

IV-1 INTRODUCTION :

L'application directe de la méthode des éléments finis à un domaine infini oblige à considérer une infinité d'éléments bornés , le problème n'est donc pas adapté à une résolution numérique , mais rien n'empêche de considérer des éléments non bornés , pourvu que les quantités intégrées restent finies , nous obtenons ainsi la notion d'éléments infinis .

IV-2 HISTORIQUE :

L'idée de base dans la formulation de la méthode des éléments infinis est l'utilisation des éléments non bornés qui modélisent d'une façon efficace un domaine infini ou semi-infini .

En se basant sur cette idée , plusieurs chercheurs ont commencé dès 1973 à proposer des formulations de ces éléments .

UNGLESS et ANDERSON ont construit le premier élément infini , en se basant sur l'utilisation d'une fonction de décroissance de forme $\left(\frac{1}{1+r}\right)$ dans la direction radiale .

Le premier travail publié sur ce type d'élément était celui de « ZIENKIEWICZ » et « BETTESS » en 1975 , dans cette formulation , le domaine de l'élément est étendu jusqu'à l'infini , les fonctions de forme sont multipliées par des fonctions décroissantes et qui sont choisies suivant le type de problème étudié .

En 1981 , Medina utilise un terme de la forme $\left(\frac{1}{1+r}\right)$ pour la résolution des problèmes d'axisymétrie , dans la même année BEER et MEEK ont utilisé une transformation incluant un terme de la forme $\left(\frac{1}{1-\xi}\right)$ et qui transforme le domaine ξ en un domaine (X) infini

En 1983 , BANDO à utilisé une nouvelle formulation des éléments infinis pour des excavations .

En 1984 , MARQUES et OWEN ont publié plusieurs articles sur ces éléments , dans cette même année , RAJAPALSKA et KARASUDHI ont publié un article sur utilisation des éléments infinis élastoplastiques pour les domaines semi-infinis multicouches .

En 1986 , ZHANG et AL ont appliqué des éléments infinis avec des fonctions de formes décroissantes pour l'analyse des contraintes dans les barrages poids.

En 1987 , KUMAR à étendu son analyse concernant les excavations souterraines pour le cas anisotrope et non homogène .

En 1989 , ZHANG et AL ont continué l'application des éléments infinis pour les problèmes de fondation de barrages .

IV-3 FORMULATION DES ELEMENTS INFINIS :

Il existe deux approches pour la formulation des éléments infinis :

- Approche directe
- Approche inverse

IV-3-1 Approche directe :

Dans cette approche , le domaine des coordonnées naturelles est étendu a l'infini dans la direction considérée (Fig IV-1)

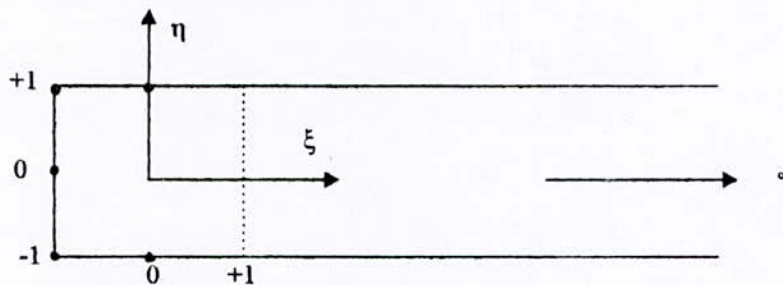


Fig IV-1 Géométrie de l'élément infini

Les variables inconnues sont exprimées en termes de fonctions de forme descendantes qui tendent vers zéro à l'infini .

Les fonctions de formes de l'élément infini sont données par l'expression :

$$M_i(\xi, \eta) = F_i(\xi, \eta) N_i(\xi, \eta) \quad (IV-1)$$

avec :

$N_i(\xi, \eta)$: sont les fonctions de forme standard .

$F_i(\xi, \eta)$: sont les fonctions décroissantes

$M_i(\xi, \eta)$: sont les fonctions de forme de l'élément infini

Le rôle de la fonction décroissante $F_i(\xi, \eta)$ est d'assurer que le comportement de l'élément soit une bonne réflexion du sens physique du problème .

La fonction décroissante $F_i(\xi, \eta)$ doit être égale à l'unité en chaque noeud

$$F_i(\xi_i, \eta_i) = 1 \quad (IV-2)$$

L'inconvénient principale de l'approche directe est qu'elle nécessite l'utilisation d'une intégration numérique sur un domaine semi-infini .

IV-3-2 APPROCHE INVERSE :

Dans cette approche , le domaine des coordonnées est maintenu . des fonctions de forme ascendantes sont utilisées pour la transformation géométrique et qui sont singulières à l'extrémité du plan naturel $\xi = +1$

Les valeurs des coordonnées physiques tendent vers l'infini à l'extrémité du plan naturel , ainsi les éléments infinis représentent un milieu infini .

L'avantage principale de cette approche est qu'elle garde les points d'intégration originaux de Gauss , utilisés pour un élément fini .

Dans la présente étude nous nous intéresserons à l'approche inverse pour sa facilité d'implémentation .

IV-3-2-1 Principe de construction de la fonction de transformation :

a- Cas unidimensionnel :

Commençons par une transformation unidimensionnelle le long d'une ligne (1-2-3) dont la direction coïncide avec l'axe de X (fig IV-2)

Considérons la fonction suivante :

$$X = N_1 X_p + N_2 X_0 = \left(\frac{-2\xi}{1-\xi} \right) X_p + \left(\frac{1+\xi}{1-\xi} \right) X_0 \quad (IV-3)$$

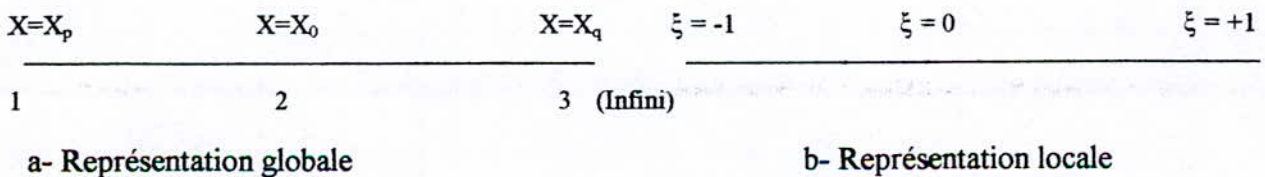


Fig IV-2 : Élément infini unidimensionnel

Nous remarquons que :

$$\xi = 0 \Rightarrow X = X_0$$

$$\xi = -1 \Rightarrow X = X_p$$

$$\xi = +1 \Rightarrow X = X_q$$

De plus on a :

$$N_1 + N_2 = \sum_{i=1}^2 N_i = 1 \quad (\text{IV-4})$$

EN résolvant l'équation (IV-3) en ξ on trouve :

$$\xi = \frac{X - X_0}{X - 2X_p + X_0} = 1 - \frac{2(X_0 - X_p)}{X - 2X_p + X_0} \quad (\text{IV-5})$$

avec une valeur : $X_0 = 2X_p$, l'équation (IV-5) devient :

$$\xi = 1 - \frac{2X_p}{X} \quad (\text{IV-6})$$

Dans une transformation est établie entre un domaine infini X et un domaine fini ξ la généralisation de cette interpolation pour n'importe quelle ligne droite dans l'espace (x,y,z) nous donne :

$$\begin{cases} X = \sum_{i=1}^2 N_i X_i \\ Y = \sum_{i=1}^2 N_i Y_i \\ Z = \sum_{i=1}^2 N_i Z_i \end{cases} \quad (\text{IV-7})$$

avec :

N_i : sont les transformations infinies à une dimension

b- Cas bidirectionnel :

La généralisation de cette formulation pour les cas 2D est nécessaire, cette généralisation est réalisée en faisant le produit des transformations infinies à une dimension avec des fonctions de forme standard en η (direction finie).

Donc les fonctions de forme sont données par :

$$M_i(\xi, \eta) = N_i(\xi)N_i(\eta) \quad (\text{IV-8})$$

avec :

$N_i(\xi)$: Transformation infinie à une dimension

$N_i(\eta)$: Fonction de forme standard en η

$M_i(\xi, \eta)$: Fonction de forme de l'élément infini

Si on considère des fonctions décroissantes de type $(1/r)$, alors les fonctions de transformation sont données par :

$$\begin{aligned}
 M_1(\xi, \eta) &= \frac{\xi \eta (1 - \eta)}{1 - \xi} \\
 M_2(\xi, \eta) &= \frac{-2\xi \eta (1 - \eta^2)}{1 - \xi} \\
 M_3(\xi, \eta) &= \frac{-\xi \eta (1 + \eta)}{1 - \xi} \\
 M_4(\xi, \eta) &= \frac{(1 + \xi)(1 - \eta)}{2(1 - \xi)} \\
 M_5(\xi, \eta) &= \frac{(1 + \xi)(1 + \eta)}{2(1 - \xi)}
 \end{aligned}
 \tag{IV-9}$$

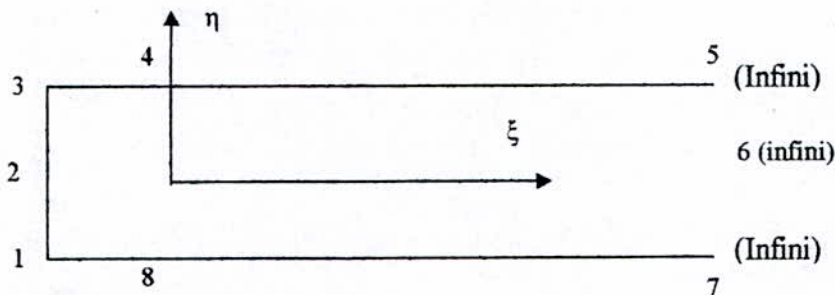


Fig IV-3 Elément infini à 5 noeuds

IV-3-2-2 Calcul de la matrice de rigidité de l'élément infini :

Considérons l'élément infini à 5 noeuds donné par la figure (IV-3), la transformation géométrique qui permet le passage des coordonnées locales aux coordonnées globales, s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases}
 X = \sum_{i=1}^5 M_i(\xi, \eta) X_i \\
 Y = \sum_{i=1}^5 M_i(\xi, \eta) Y_i
 \end{cases}
 \tag{IV-10}$$

avec :

$M_i(\xi, \eta)$: sont les fonctions de transformation de l'élément infini , l'interpolation du champ de déplacement des éléments infinis est donnée en termes des déplacements nodaux des noeuds situés à une distance finie .

En supposant que les déplacements tendent vers zéro à l'infini , l'élément infini à 5 noeuds peut être considéré comme un élément quadrilatère à 8 noeuds dans le champ de déplacement , sur la face $\xi = +1$, est nul .

Donc , les fonctions d'interpolation de l'élément infini sont obtenues directement à partir de celles correspondantes aux mêmes noeuds de l'élément fini , le champ de déplacement en tout point de l'élément est donné par :

$$\begin{cases} U = \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) U_i \\ V = \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) V_i \end{cases} \quad (\text{IV-11})$$

avec :

$N_i(\xi, \eta)$: fonction de forme standard de l'élément fini .

La matrice de rigidité de l'élément infini est donnée par :

$$[K^e] = \int_v [B]^T [D] [B] dv$$

ou encore : (IV-12)

$$[K^e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta$$

Pour un cas de déformation plane , on a :

$$[\varepsilon] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-13})$$

ou :

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) U_i \\ \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) V_i \end{array} \right\} \quad (IV-14)$$

Pour un élément infini , les fonctions de transformation $M_i(\xi, \eta)$ sont différentes des fonctions d'interpolation $N_i(\xi, \eta)$.

$$\begin{cases} X = \sum_{i=1}^5 M_i(\xi, \eta) X_i \\ Y = \sum_{i=1}^5 M_i(\xi, \eta) Y_i \end{cases} \quad (IV-15)$$

d'où :

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} X_i & ; & \frac{\partial X}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i(\xi, \eta)}{\partial \eta} X_i \\ \frac{\partial Y}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} Y_i & ; & \frac{\partial Y}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i(\xi, \eta)}{\partial \eta} Y_i \end{cases} \quad (IV-16)$$

Donc la matrice jacobienne [J] pour un élément infini est donnée par :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i}{\partial \xi} X_i & \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i}{\partial \xi} Y_i \\ \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i}{\partial \eta} X_i & \sum_{i=1}^5 \frac{\partial M_i}{\partial \eta} Y_i \end{bmatrix} \quad (IV-17)$$

V-4 COUPLAGE ELEMENT FINIS - ELEMENT INFINIS :

Dans de nombreux problèmes de géomécanique , nous nous trouvons en présence de domaines infinis où semi-infinis , un exemple simple est donné , celui d'un domaine semi-infini soumis à une charge ponctuelle centrée illustrée par la figure (IV-4) .

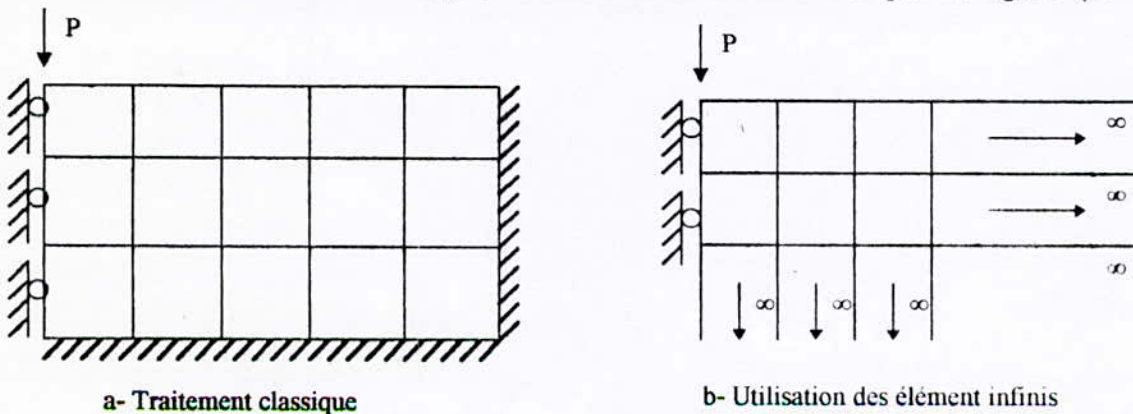


Fig IV-4 Domaine semi-infini soumis à une charge concentrée

La question qui se pose est le choix d'une méthode de résolution de ces problèmes , la première réponse intuitive est celle d'imposer des déplacements nuls sur une frontière arbitraire , cela pose le problème du choix de cette frontière finie , Une méthode plus efficace consiste à coupler les éléments finis standards à des éléments infinis (fig IV-4) , cette méthode modélise d'une façon satisfaisante le comportement du matériau à l'infini .

CHAPITRE V

PRESENTATION DU PROGRAMME

V-1 INTRODUCTION :

La discrétisation du milieu continu par la méthode des éléments finis et la méthode des éléments infinis donne des systèmes algébrique de la forme :

$$[A]\{X\} = \{B\}$$

Ces systèmes contiennent des matrices et des vecteurs de grande taille ce qui nécessite l'utilisation de l'outil informatique.

V-2 PROGRAMMATION DES ELEMENTS FINIS :

Pour la résolution des problèmes de déformation plane en tenant compte de l'interaction sol - fondation , on a élaboré un programme en utilisant la méthode des éléments finis .

V-2-1 ENTREE DES DONNEES :

Les données sont constituées principalement d'information sur les noeuds (nombre de noeuds total , conditions d'appuis , conditions de chargement) , sur les éléments (nombre d'éléments dans la direction (x) , dans la direction (y) , nombre d'éléments de la fondation , taille des éléments) et les caractéristiques géométriques et mécaniques des différentes couches .

Pour cela on a utilisé le sous programme :

Subroutine FORMD : pour le calcul de la matrice d'élasticité [D] et l'introduction des caractéristiques mécaniques des matériaux .

V-2-2 ASSEMBLAGE DES MATRICE [K^e] ET VECTEUR {F^e} :

Pour l'assemblage , on utilise principalement les sous programmes suivant :

*** SUBROUTINE FORMNF :**

Cette subroutine se charge de numéroter les degrés de liberté actifs et d'annuler les inactifs pour chaque noeuds (dans l'ordre de leurs numérotation)

Ces informations sont stockées dans un tableau appelé : [NF]

*** SUBROUTINE GEOMQ :**

Dans cette subroutine , pour chaque élément , un vecteur de localisation élémentaire est défini , ce vecteur {G} permet de positionner chaque degré de liberté des noeuds de l'élément dans le repère globale .

Elle permet donc un transfert de chaque terme K_{ij} de la matrice de rigidité élémentaire en K_{ij} de la matrice globale et également le transfert de chaque terme f_i du vecteur force élémentaire en F_i du vecteur force globale .

*** SUBROUTINE FORMKB :**

Comme l'opération de la localisation exige l'introduction des conditions aux limites et qu'elle affecte la valeur zéro au degré de liberté inactif , seul les degrés de liberté actifs sont numérotés , et il n'est donc plus nécessaire de passer par l'opération d'expansion des matrices de rigidité élémentaires pour effectuer l'assemblage .

L'opération d'assemblage se fera donc par un simple transfert de chaque terme K_{ij} des matrices de rigidités en K_{IJ} de la matrice globale , ainsi que les termes f_i en F_i , grâce au vecteur de localisation élémentaire dont les composantes nulles sont automatiquement éliminées .

V-2-3 RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATION :

Une fois l'assemblage terminé , on aura le système suivant à résoudre :

$$[K]\{U\} = \{F\}$$

Du fait que la matrice $[K]$ est une matrice bande symétrique définie positive , nous avons opté pour la résolution du système par la méthode de Cholesky qui consiste à factoriser la matrice comme suit :

$$[K] = [L][L]^T$$

$[L]$: matrice triangulaire inférieur .

le système linéaire : $[K]\{U\} = \{F\}$, s'écrit en utilisant la décomposition de Cholesky sous la forme :

$$[L][L]^T \{U\} = \{F\}$$

Ce système se résout en (02) étapes :

$$\Rightarrow 1^{\text{ère}} \text{ ETAPE : } [L]\{F'\} = \{F\}$$

$$\Rightarrow 2^{\text{ème}} \text{ ETAPE : } [L]^T \{U\} = \{F'\}$$

Dans notre programme la subroutine CHOLIN décompose la matrice selon la méthode de Cholesky .

La subroutine CHOBK1 : résout le système triangulaire supérieur , alors que la subroutine CHOBK2 résout le système triangulaire inférieur .

Une fois qu'on a les déplacements des degrés de libertés actifs , on procède au calcul des déformations et des contraintes par simple multiplication matricielle selon les deux relations :

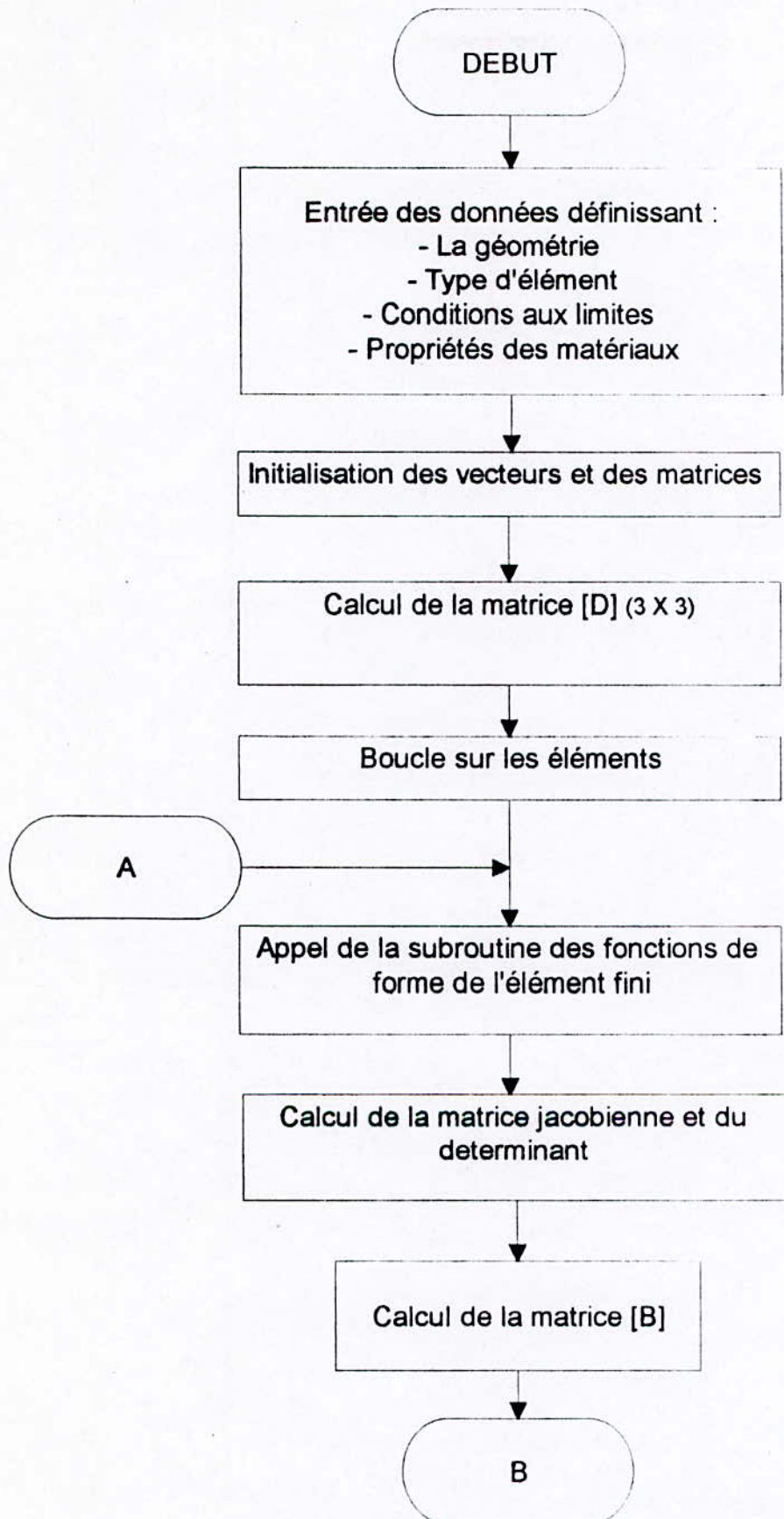
$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

$[B]$: Matrice reliant déformations - déplacements

$[D]$: Matrice d'élasticité

L'organigramme (fig V-1) représente les grandes étapes du programme éléments finis



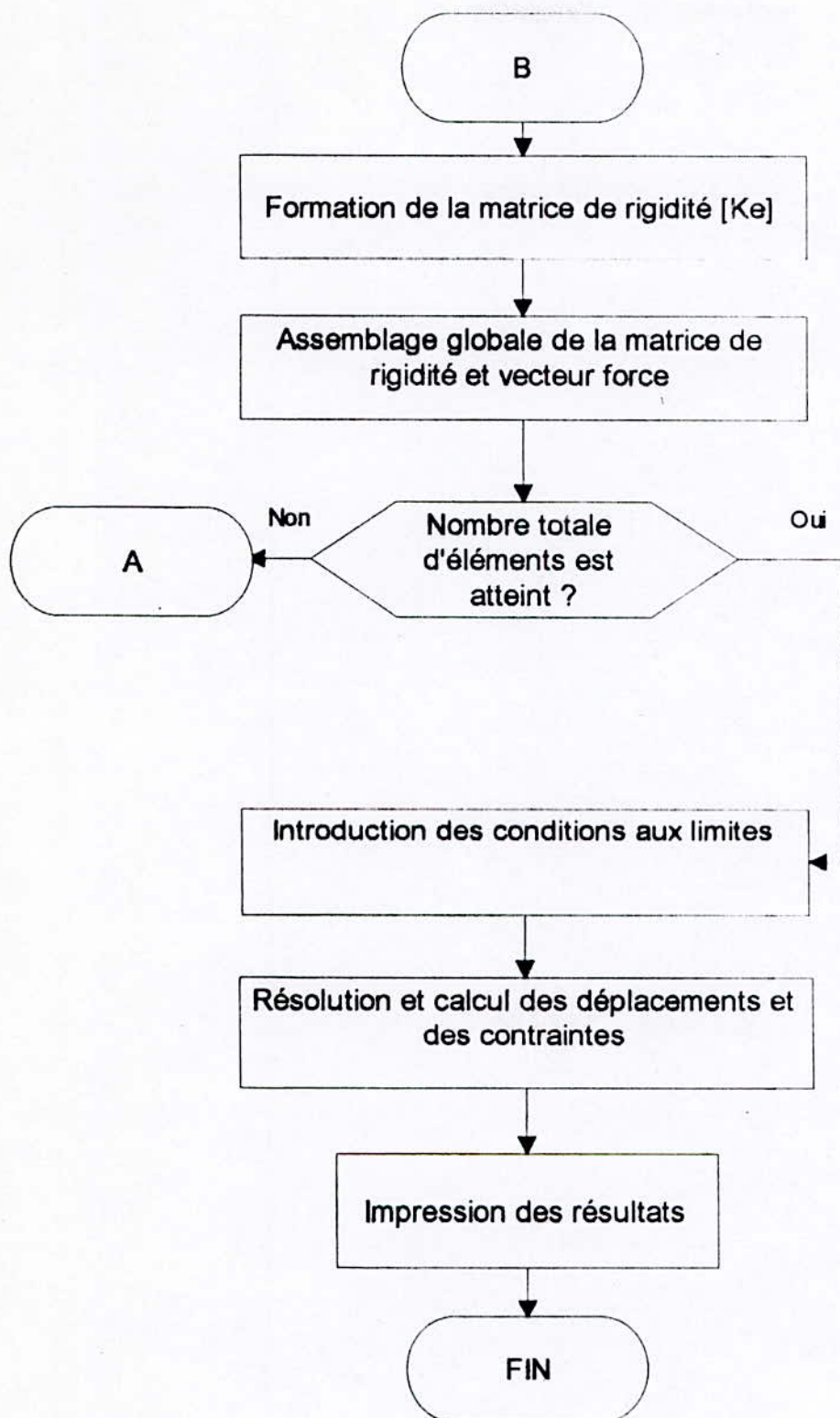


Fig V-1 Organigramme du programme éléments finis

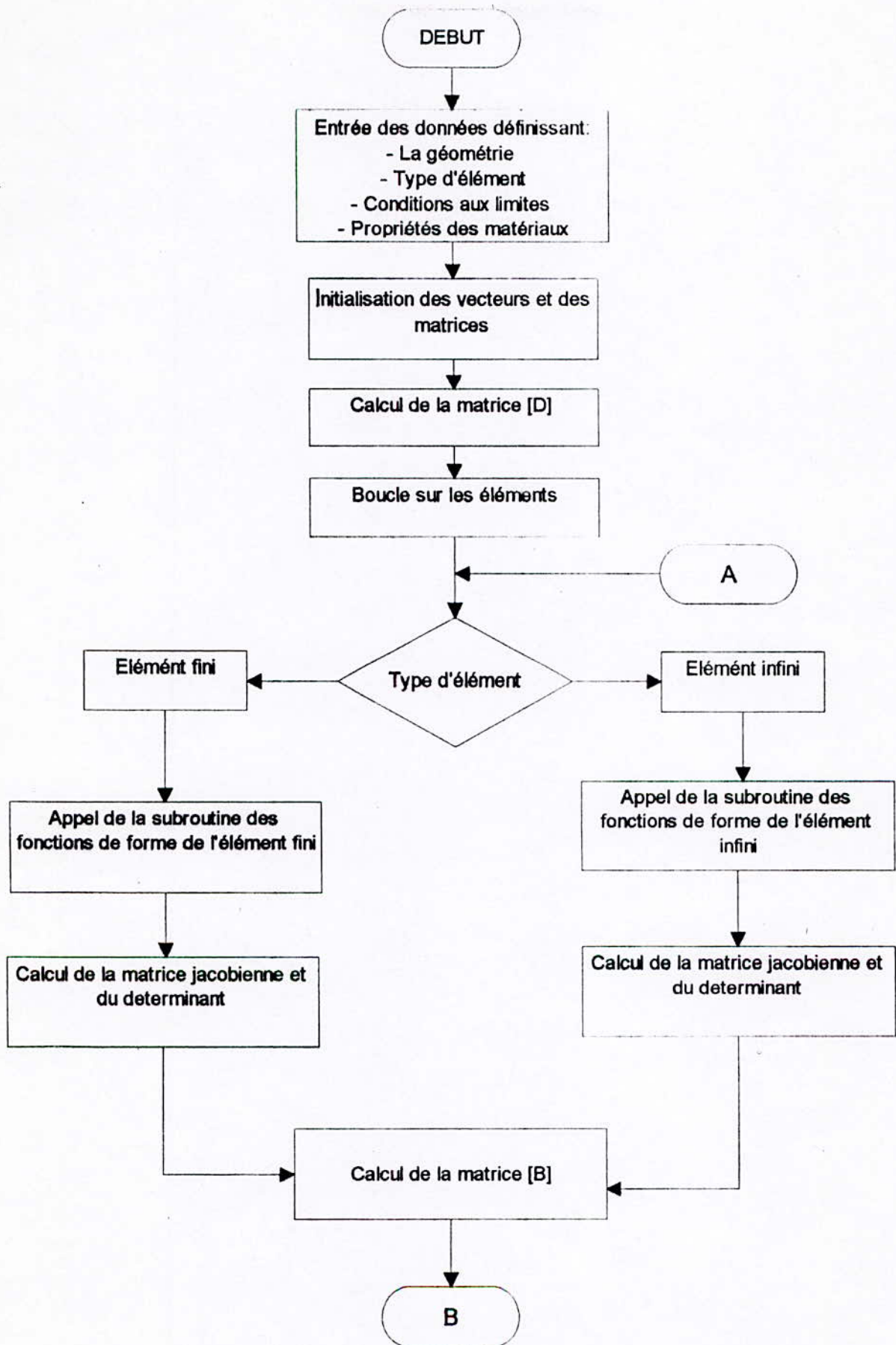
V-3 IMPLEMENTATION DES ELEMENTS INFINIS :

La matrice de rigidité infini , obtenue par l'approche inverse , peut être évaluée par la méthode d'intégration numérique de Gauss

Cette technique d'intégration numérique est aussi utilisée pour le calcul des propriétés des éléments finis , mais avec un ordre d'intégration qui peut être différent de celui d'un élément infini .

Dans la présente étude , des éléments finis isoparamétriques à 8 noeuds sont couplés à des éléments infinis à 5 noeuds , les éléments finis sont utilisés pour modéliser la structure et une partie du sol . Pour l'autre partie on a utilisé des éléments infinis .

L'organigramme suivant (Fig V-2) présente le programme du couplage éléments finis - éléments infinis



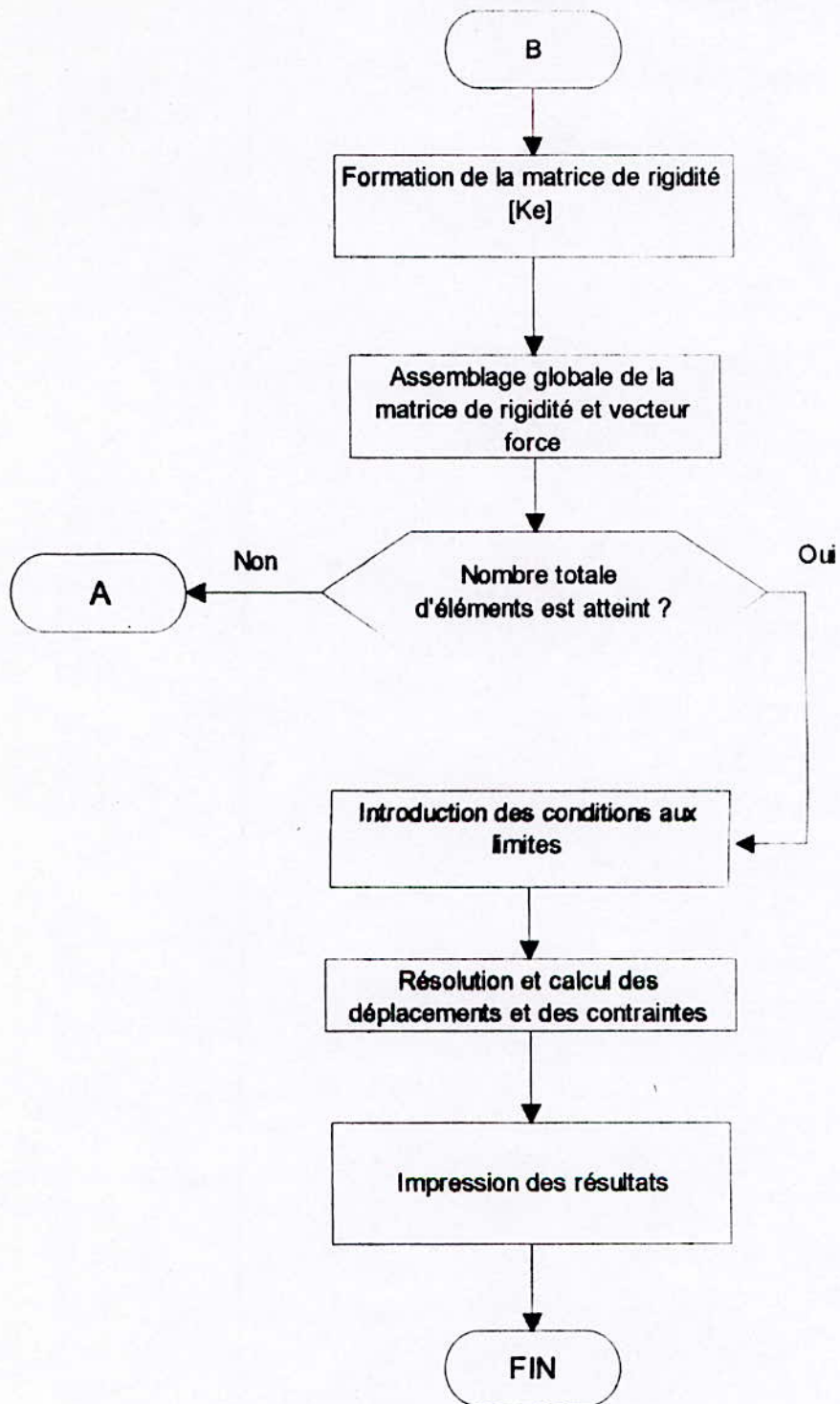


Fig V-2 Organigramme du programme de couplage éléments finis - éléments infinis

CHAPITRE VI
APPLICATIONS

VI - 1 : APPLICATIONS :**VI - 1 - a Modele A**

- $a = b = 10 \text{ m}$
- $E_s = 80 \text{ MPa}$
- $\nu = 0,3$
- $P = 1 \text{ MN}$
- Nombre d'elements = 64

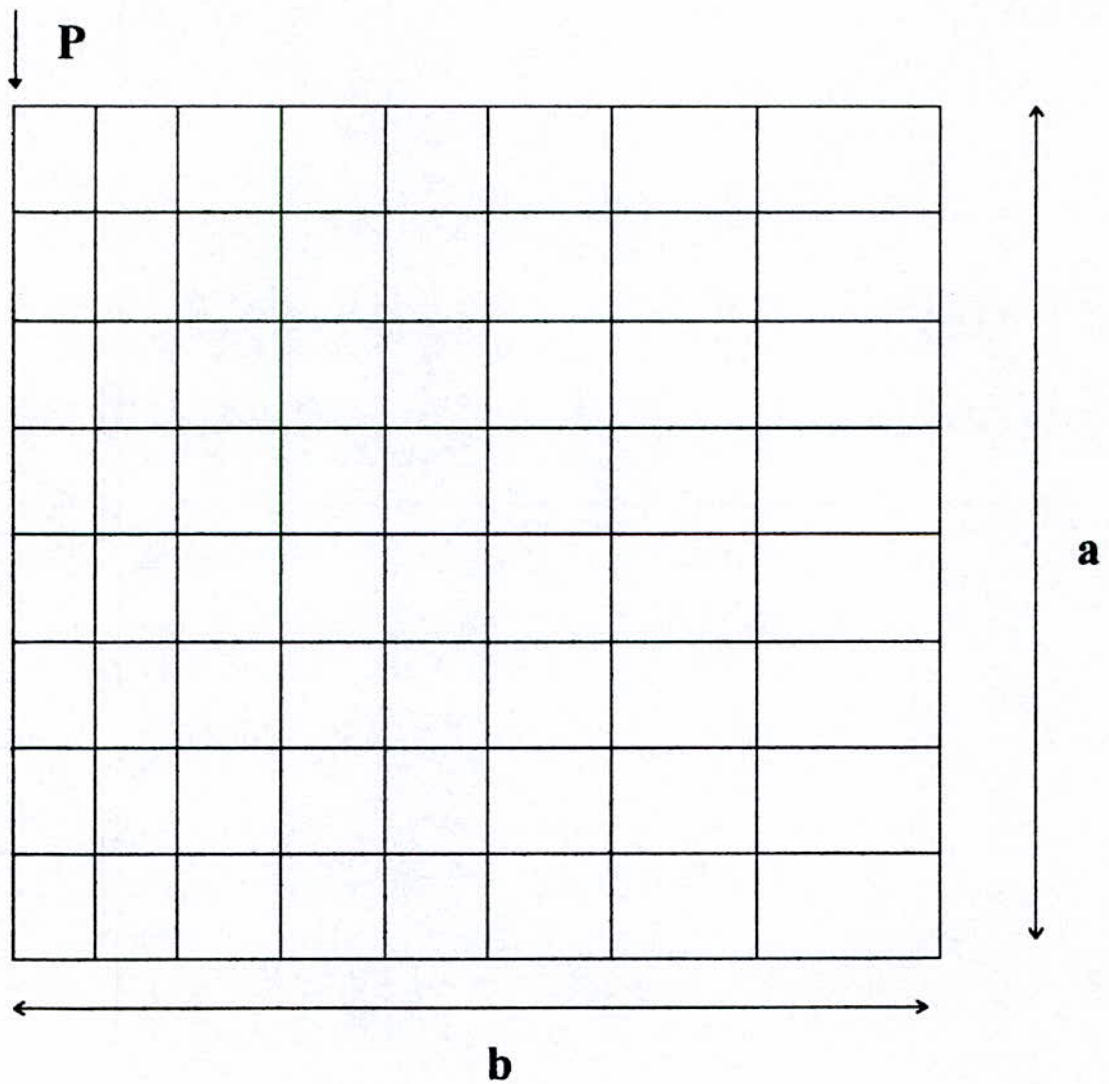
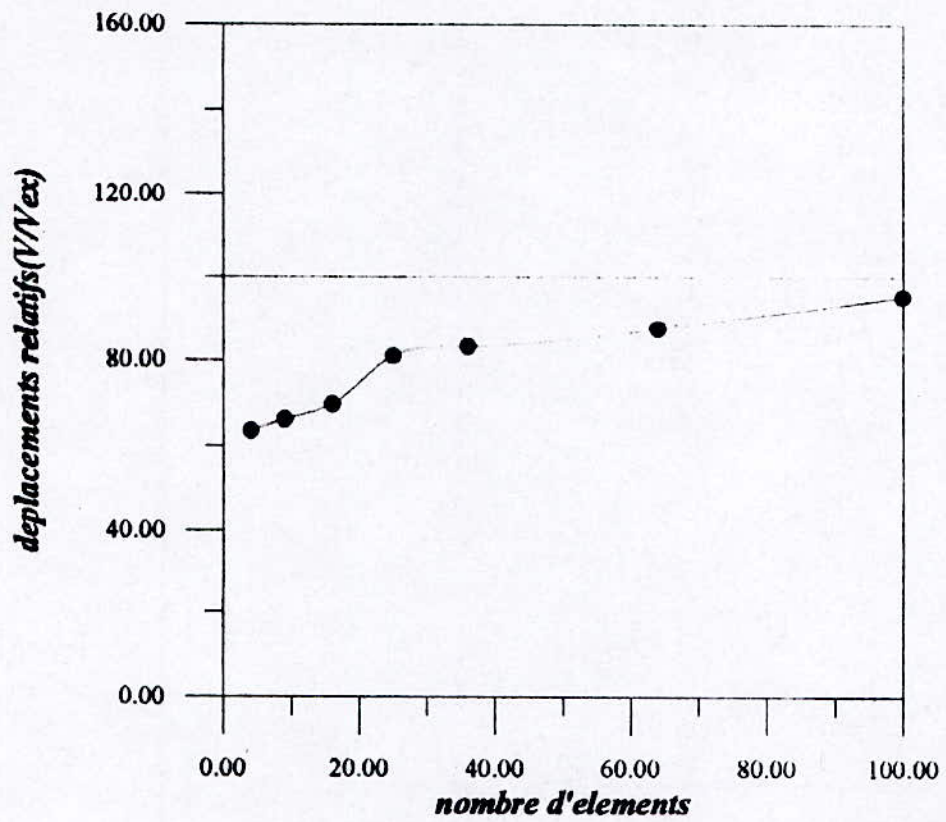
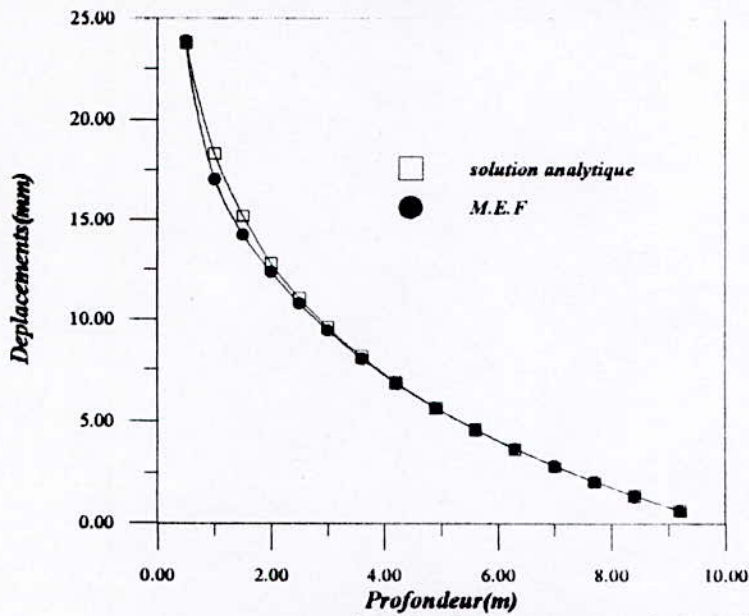


Fig VI-1-a

A-1 CONVERGENCE DE LA M.E.F

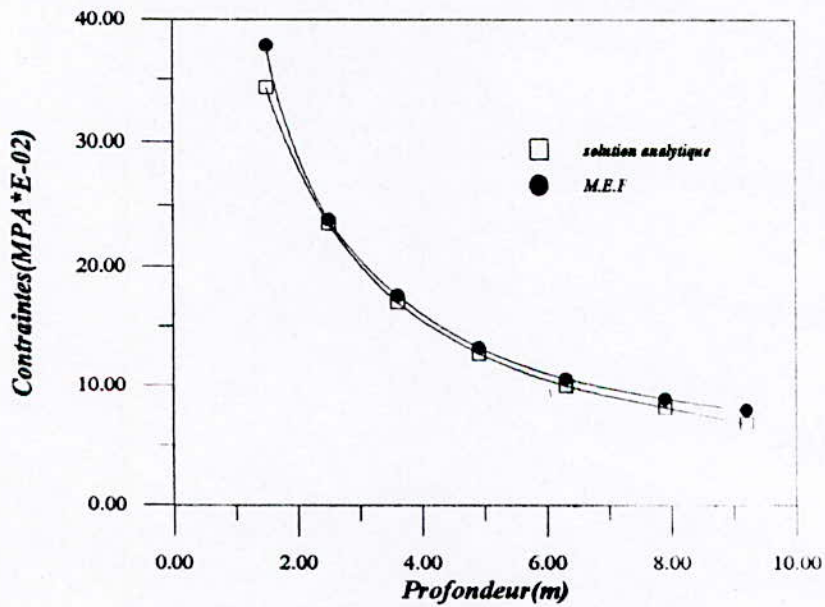
convergence des déplacements par la M.E.F
Fig(A-1)

**A-II: COMPARAISON DES DEPLACEMENTS ET DES CONTRAINTES
PAR LA M.E.F ET LES RESULTATS ANALYTIQUES**



comparaison des déplacements entre la M.E.F et les résultats analytiques

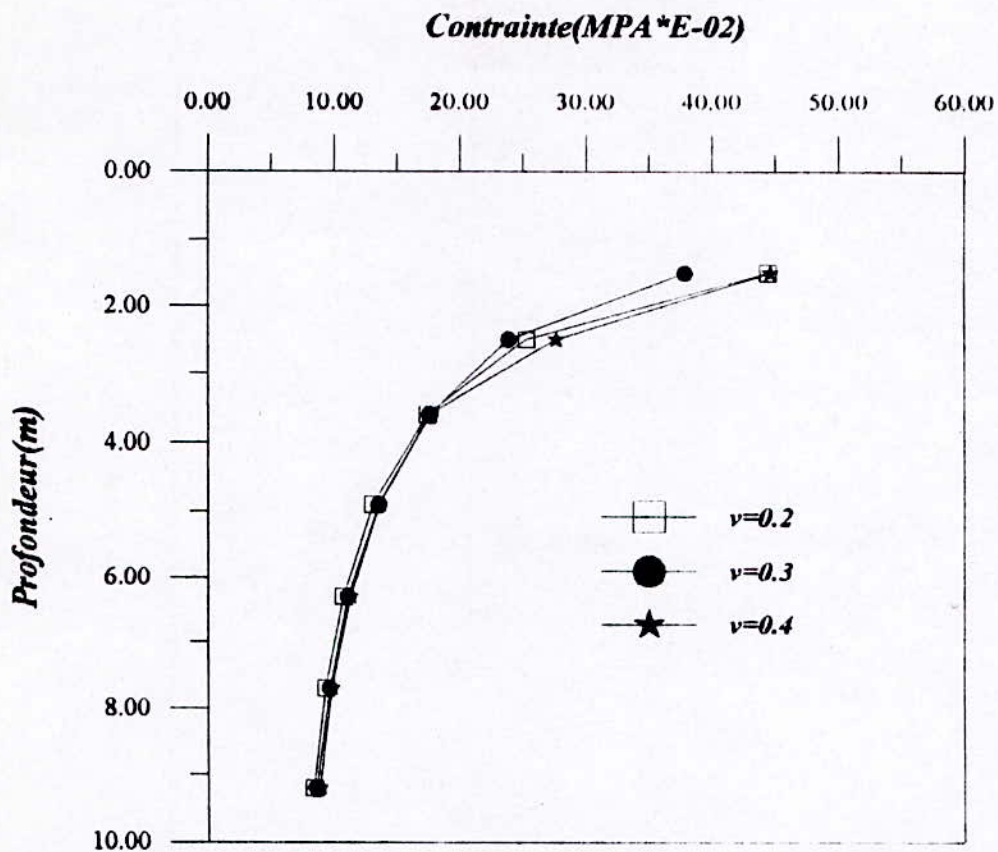
Fig (A-2)



comparaison des contraintes verticales entre la M.E.F et les résultats analytiques

Fig (A-3)

A - III Influence du coefficient de poisson sur les contraintes verticales



Effet du coefficient de poisson en profondeur
Fig(A-4)

VI - 1 : APPLICATIONS :**VI - 1 - b Modele B**

- $a = b = 10$ m
- $q = 1$ MPA
- Nombre d'elements = 64

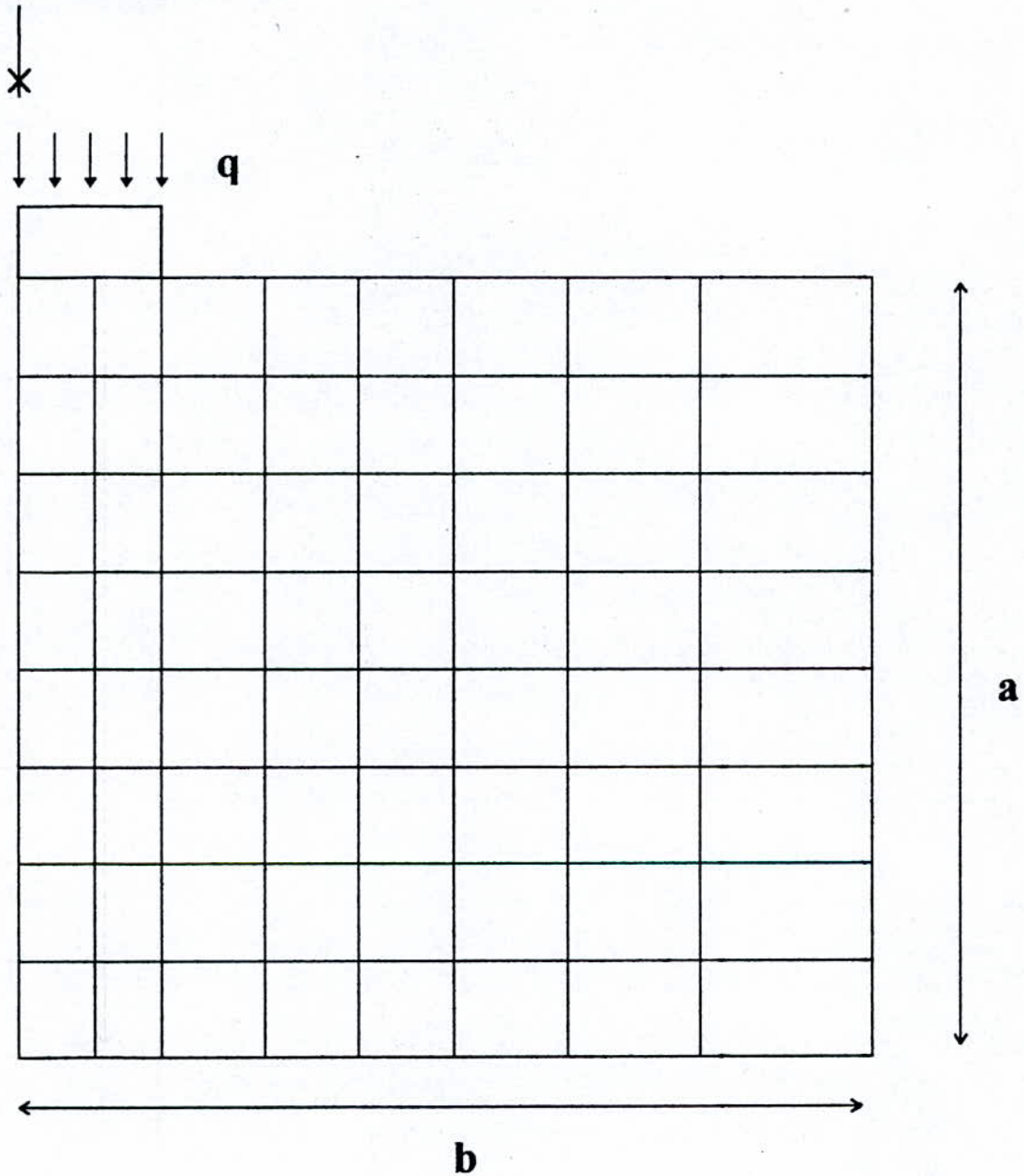
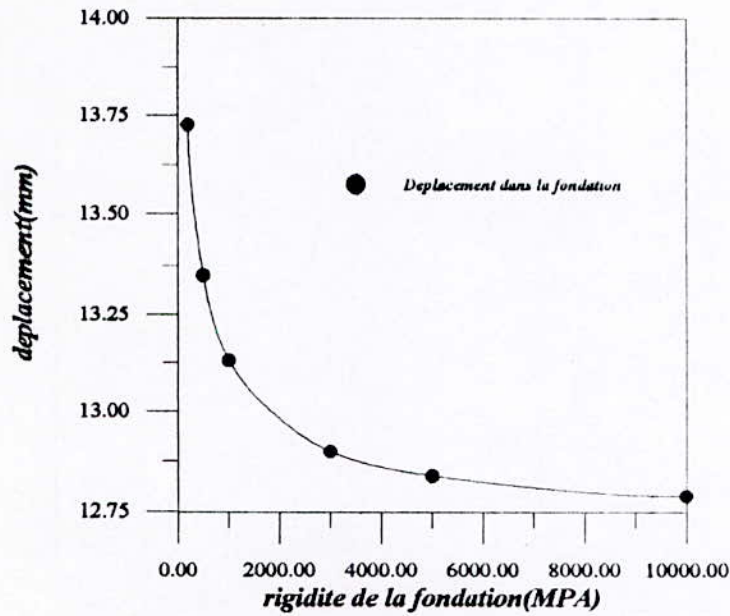


Fig VI -1-b

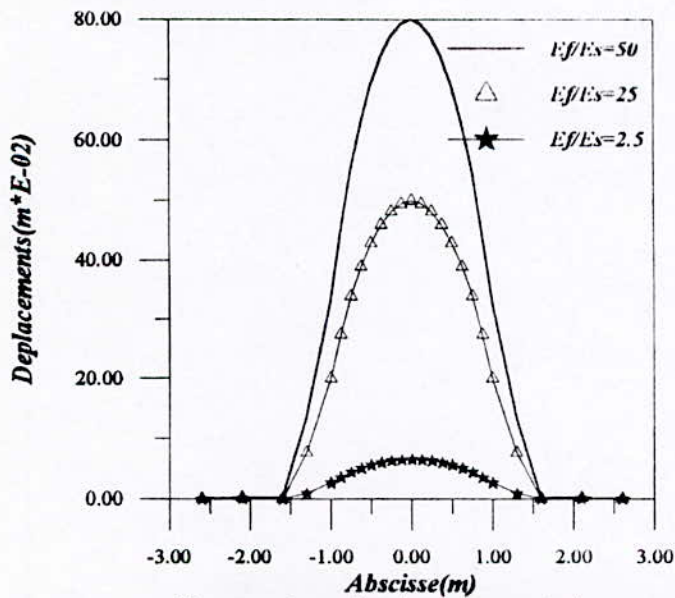
B-I INFLUENCE DE LA RIGIDITE DE LA FONDATION

1- Influence de la rigidité de la fondation sur les déplacements



Influence de la rigidite de la fondation sur les déplacements

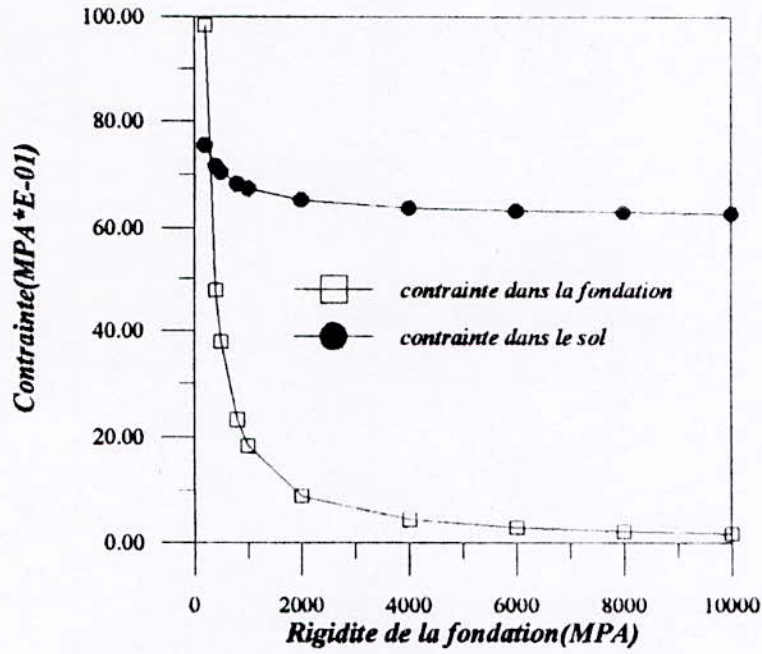
Fig(B-1)



Comparaison des déplacements dans une section horizontale sous fondation pour différents E_f

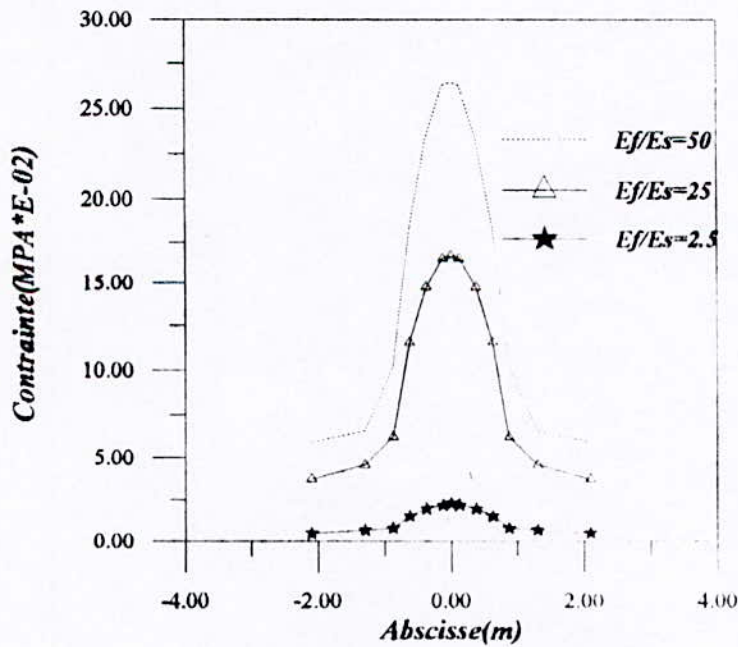
Fig(B-2)

2- Influence de la rigidité de la fondation sur les contraintes verticales



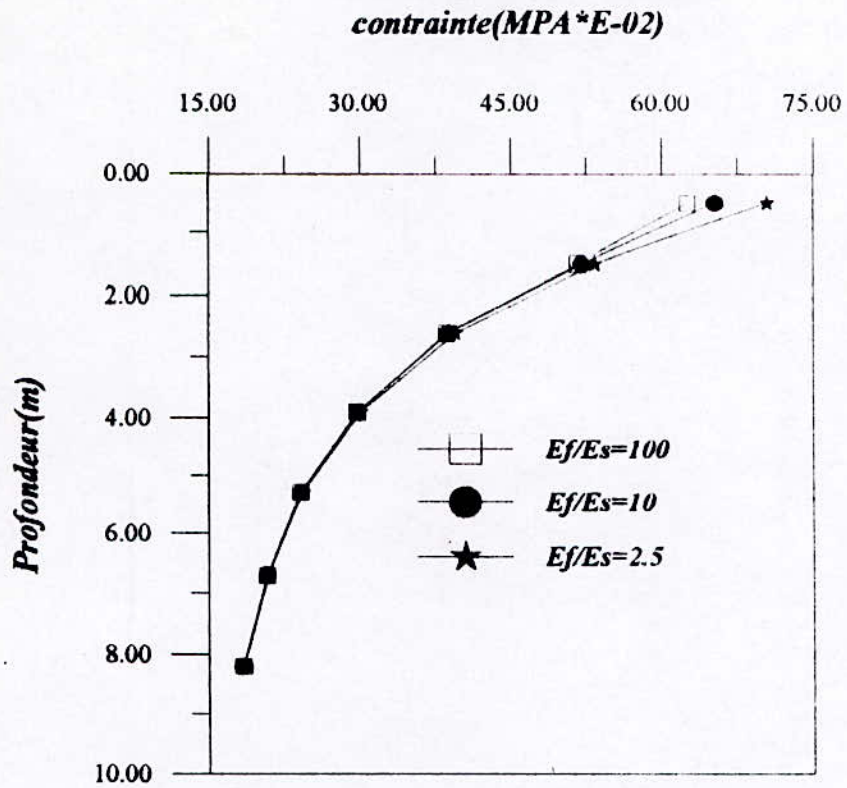
Influence de la rigidite de la fondation sur les contraintes

Fig(B-3)



Comparaison des contraintes dans une section horizontale sous fondation pour differents Ef

Fig(B-4)

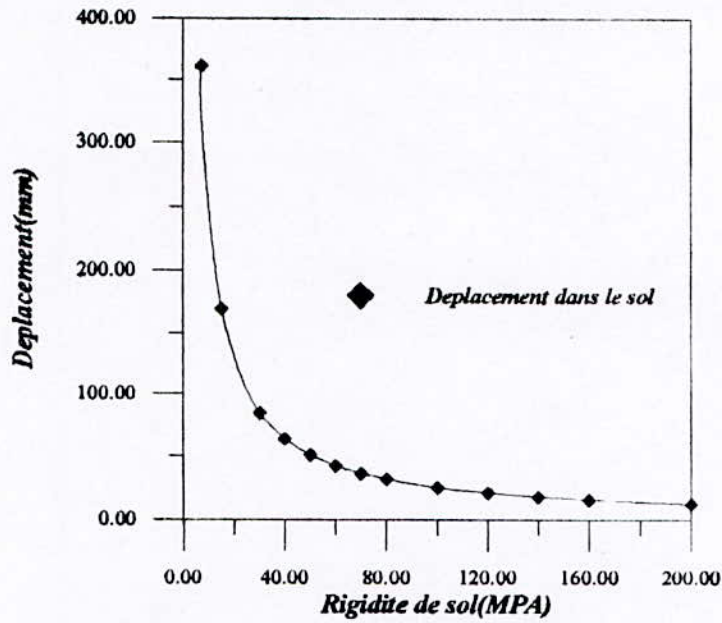


*contraintes verticales en profondeur pour
différents rigidité de la fondation*

Fig(B-5)

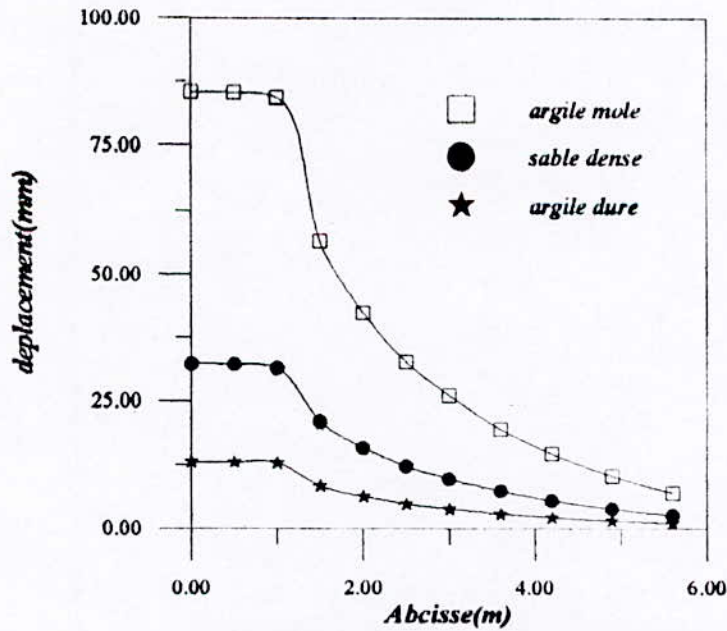
B - II INFLUENCE DE LA RIGIDITE DU SOL

1- Influence sur les déplacements



Influence de la rigidité du sol sur les déplacements

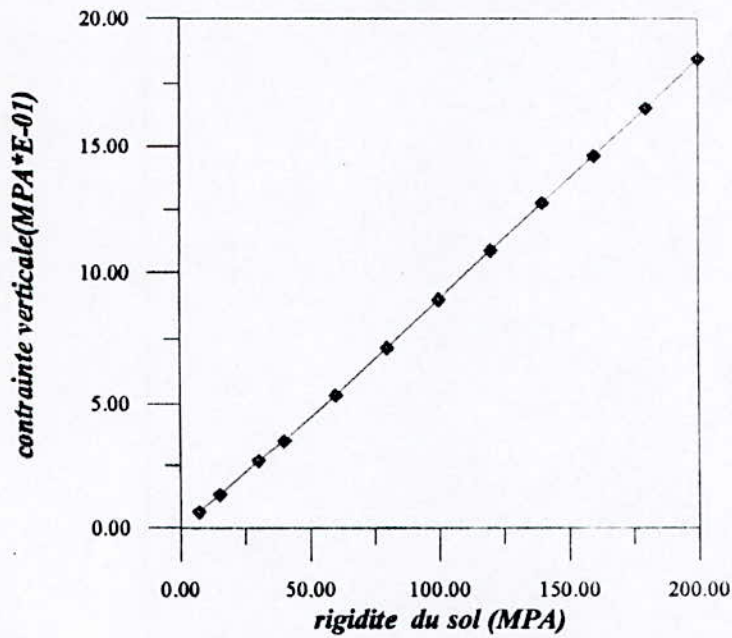
Fig(B-6)



Déplacement en surface pour différentes rigidités de sol

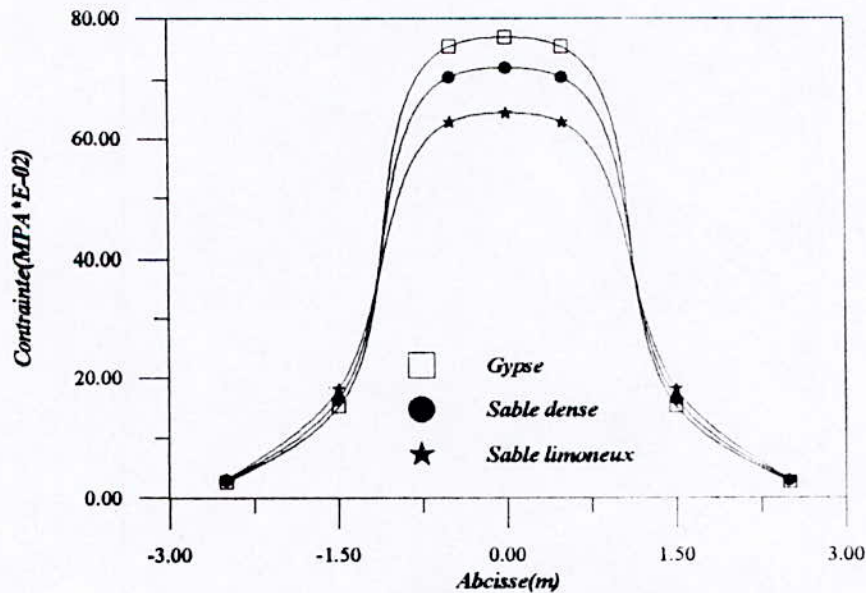
Fig(B-7)

II - 2 INFLUENCE SUR LES CONTRAINTES



INFLUENCE DE LA RIGIDITE DU SOL SUR LA CONTRAINTE VERTICALE DANS LA FONDATION

Fig(B-8)



Comparaison des contraintes en surface pour différentes rigidités du sol

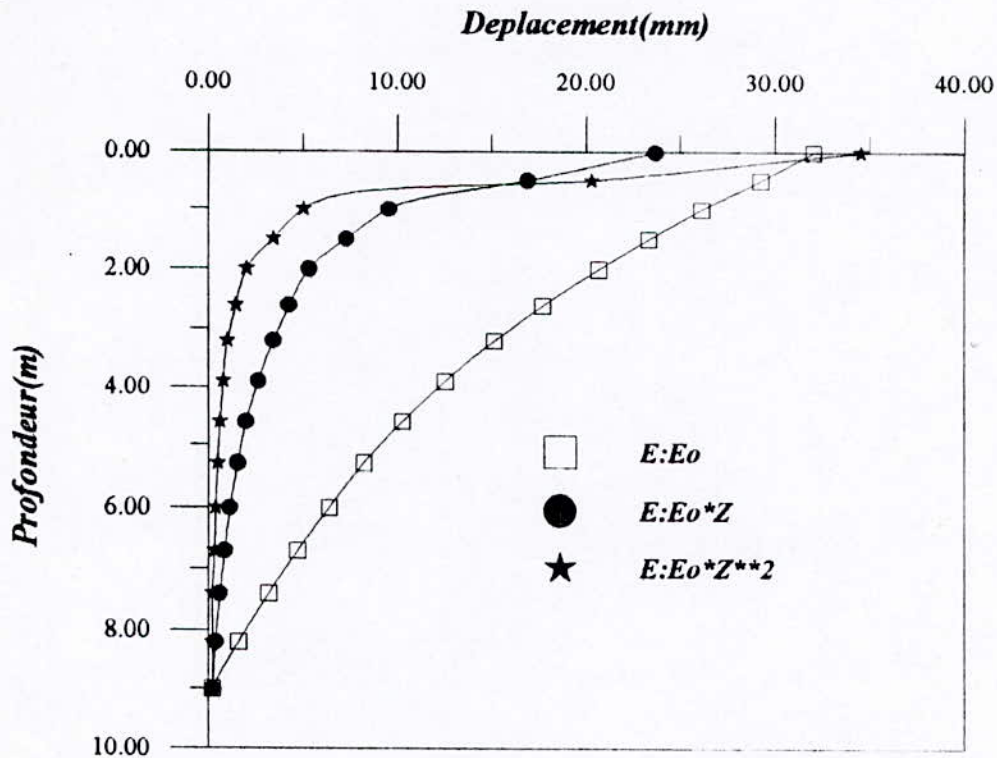
Fig(B-9)

B - III INFLUENCE DE LA VARIATION DE LA RIGIDITE DU SOL EN PROFONDEUR

Rigidité constante : $E = E_0$

Variation linéaire de la rigidité : $E = E_0 * Z$

Variation quadratique de la rigidité : $E = E_0 * Z^2$



**Variation des déplacements du sol en profondeur
Fig(B-10)**

VI-2 : APPLICATION 2 : SOL MULTICOUCHES

VI - 2 - a : Modele C :

- Sol stratifie a 3 couches
- Hauteur des couches : $h_1 = 1\text{ m}$
 $h_2 = 5\text{ m}$
 $h_3 = 3\text{ m}$
- Rigidite des couches : E_1, E_2 Variables
 $E_3 = 200\text{ MPA}$

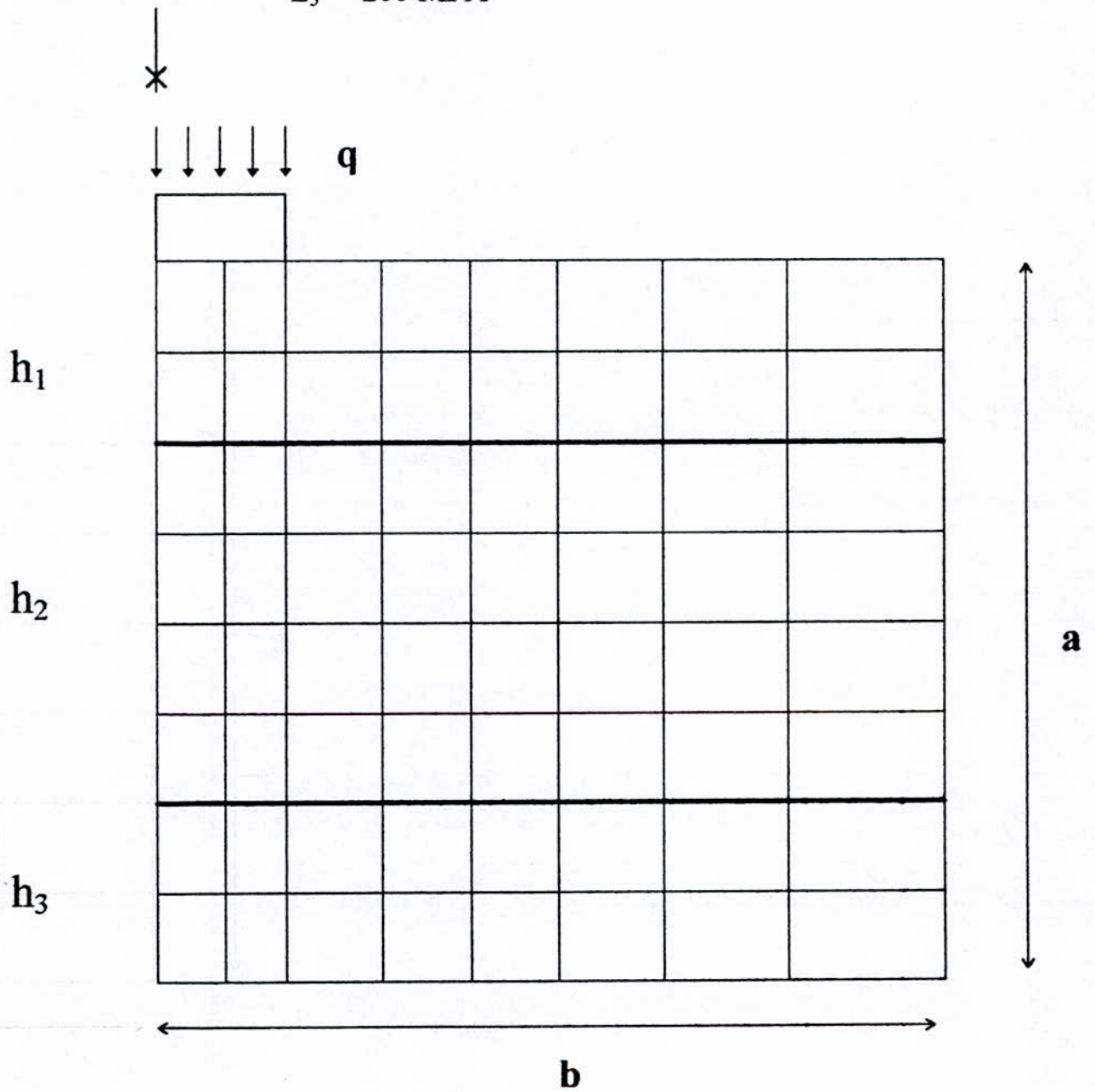
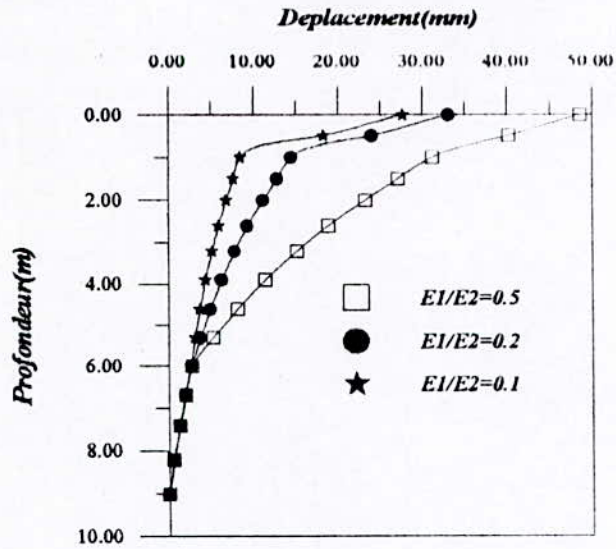


Fig VI - 2

C - 1 INFLUENCE DE LA VARIATION DE LA RIGIDITE DU SOL MULTICOUCHE SUR LES DEPLACEMENTS

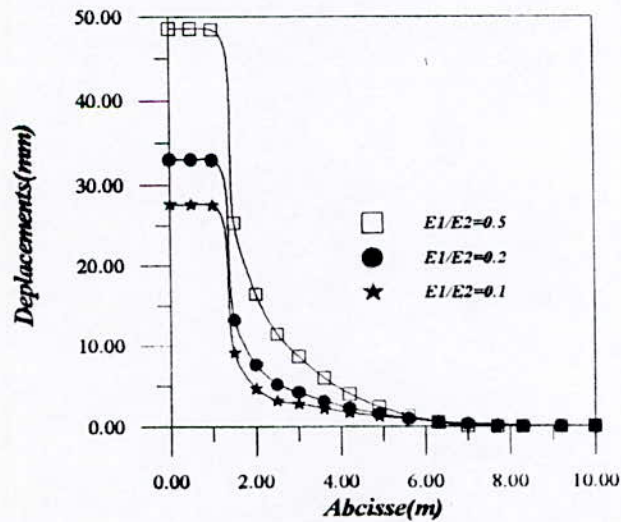
1- Influence sur les déplacements en profondeur



deplacement du sol le long de l'axe de fondation

Fig(c-1)

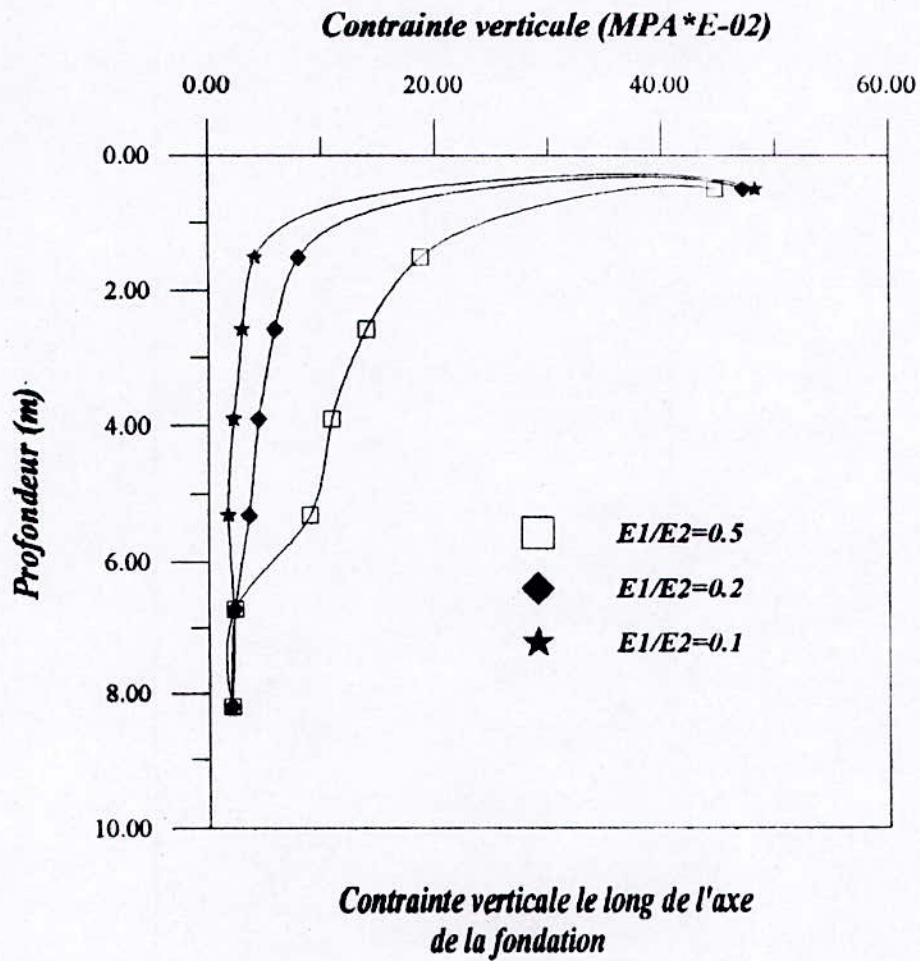
C - 1 - 2 Influence sur les déplacements en surface



Deplacement du sol en surface

Fig(C-2)

C - II INFLUENCE DE LA VARIATION DE LA RIGIDITE SUR LES CONTRAINTES



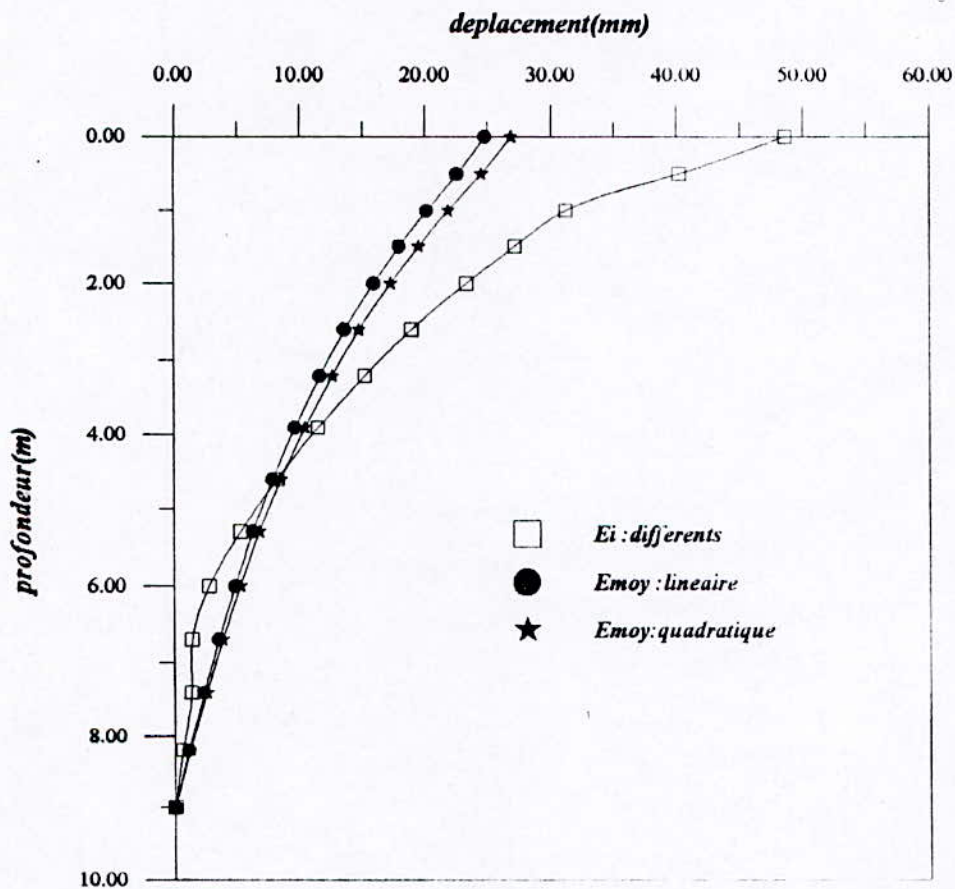
Fig(C-3)

C - III Comparaison des déplacements en profondeurs pour différentes formulations de la rigidité

E Différent : $E = E_i$

E Linéaire : $E = \frac{\sum E_i h_i}{\sum h_i}$

E Quadratique : $E = \frac{\sum E_i h_i^2}{\sum h_i^2}$



*deplacement du sol en profondeur
Fig(C-4)*

VI - 3 APPLICATION 3 : Elements infinis

VI - 3 - a Modele D :

- $a = b = 12$
- $E_s = 80 \text{ MPA}$
- $\nu = 0,3$
- $P = 1 \text{ MN}$
- Nombre d'elements : $n = 25$

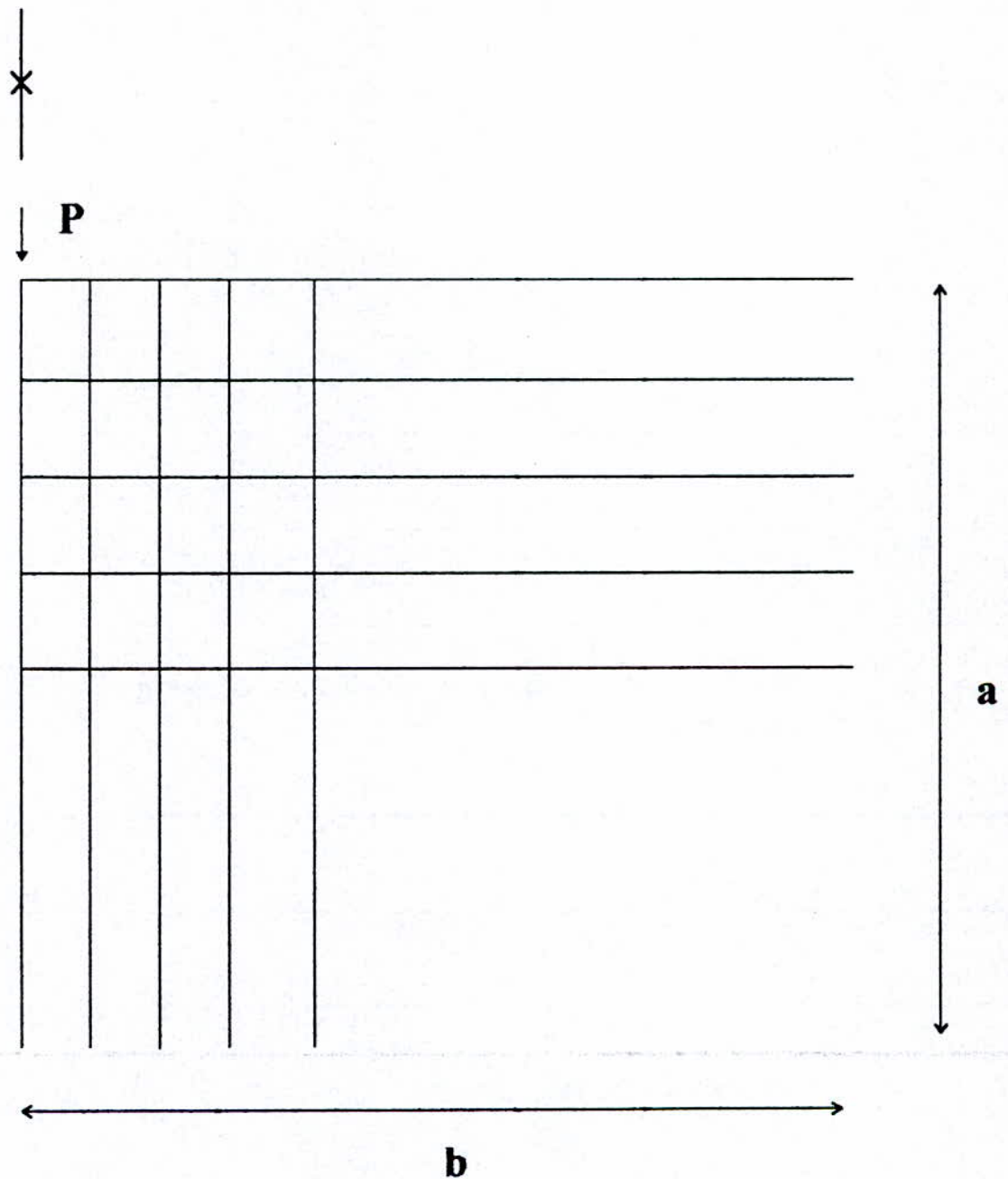
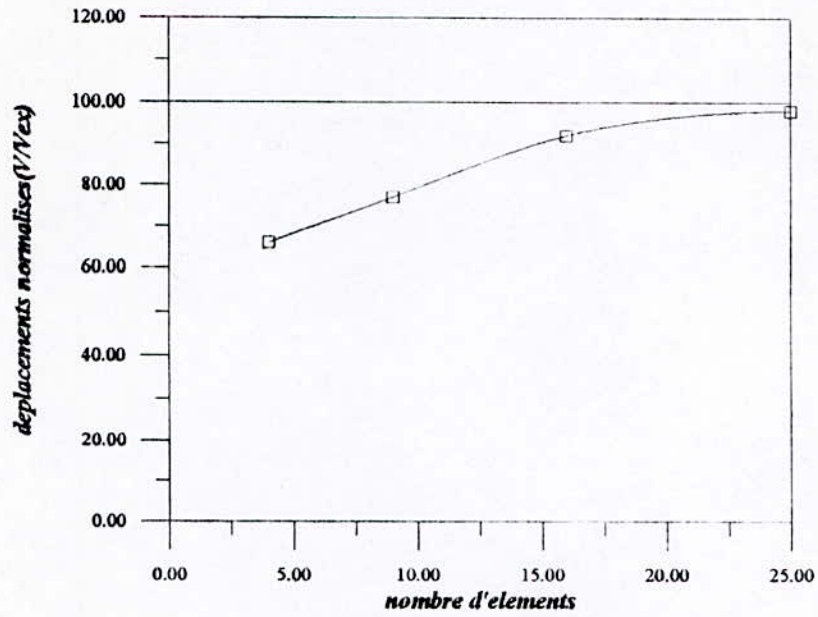


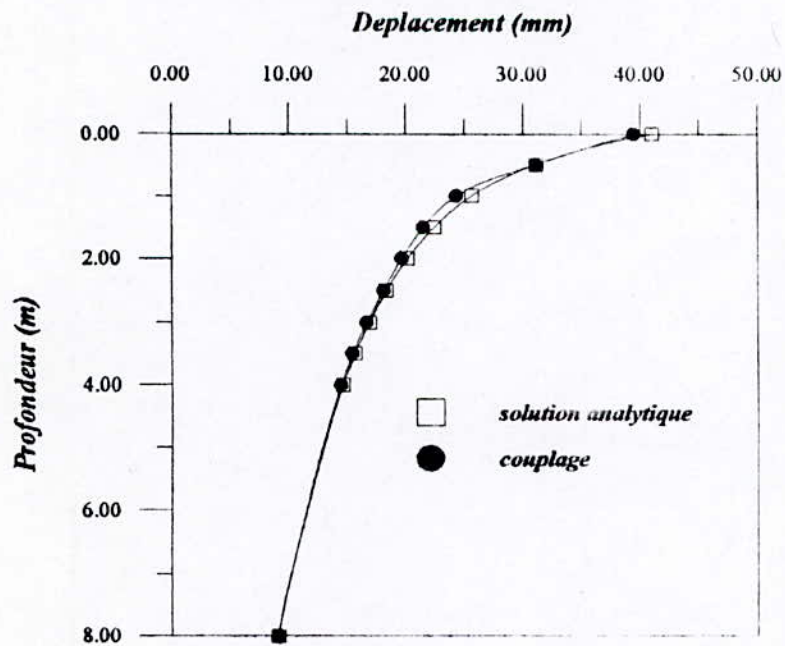
Fig VI - 2 - a

D - 1 Convergence de la methode de couplage M.E.F - M.E.I



Fig(D-1)

D-2: COMPARAISON DES DEPLACEMENTS VERTICAUX SOUS L'AXE DE LA FONDATION



Comparaison des déplacements en profondeur

Fig (D-2)

VI - 3 - b : MODELE E

- $a = b = 12$ m
- Nombre d'elements = 25
- $q = 1$ MPA

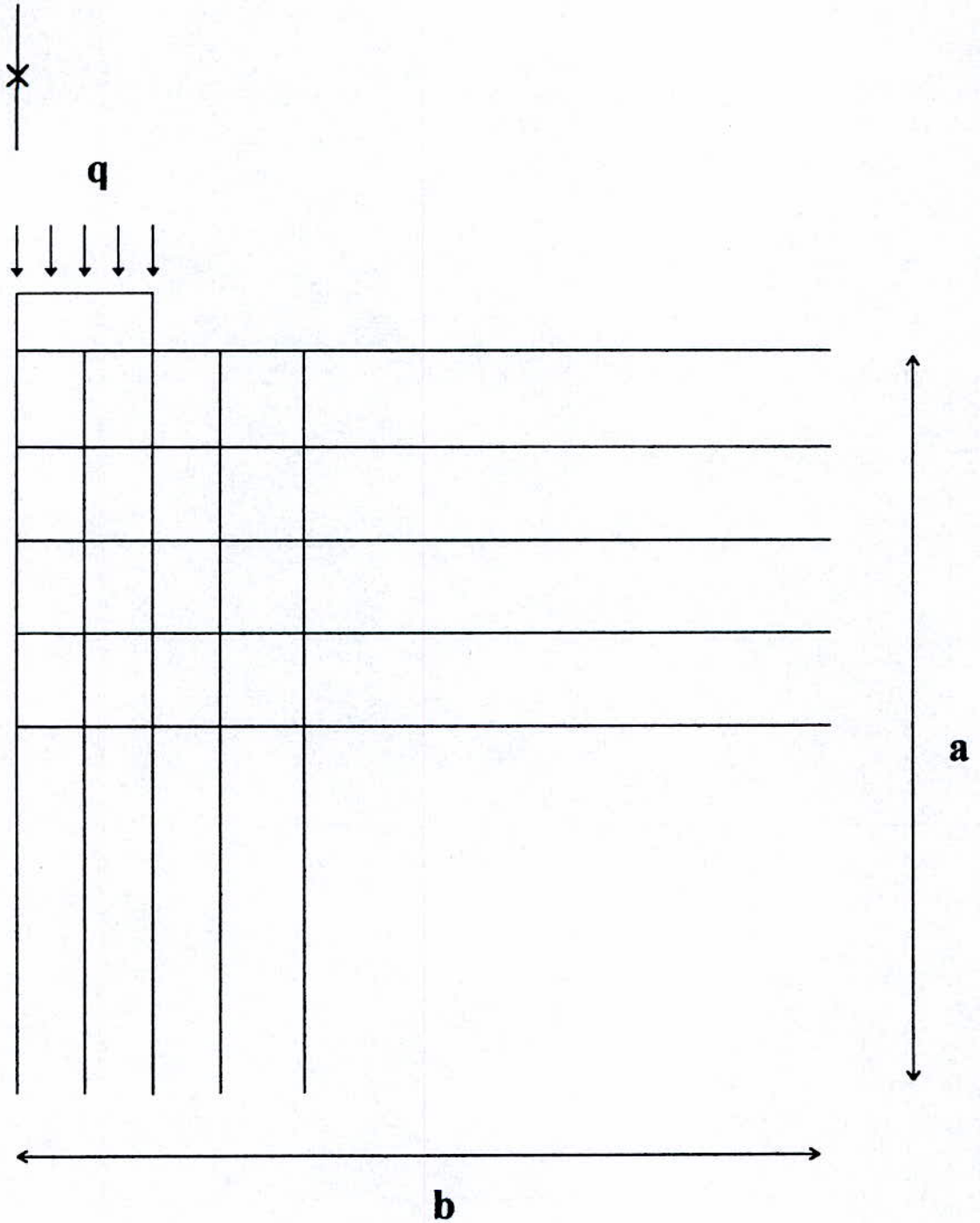
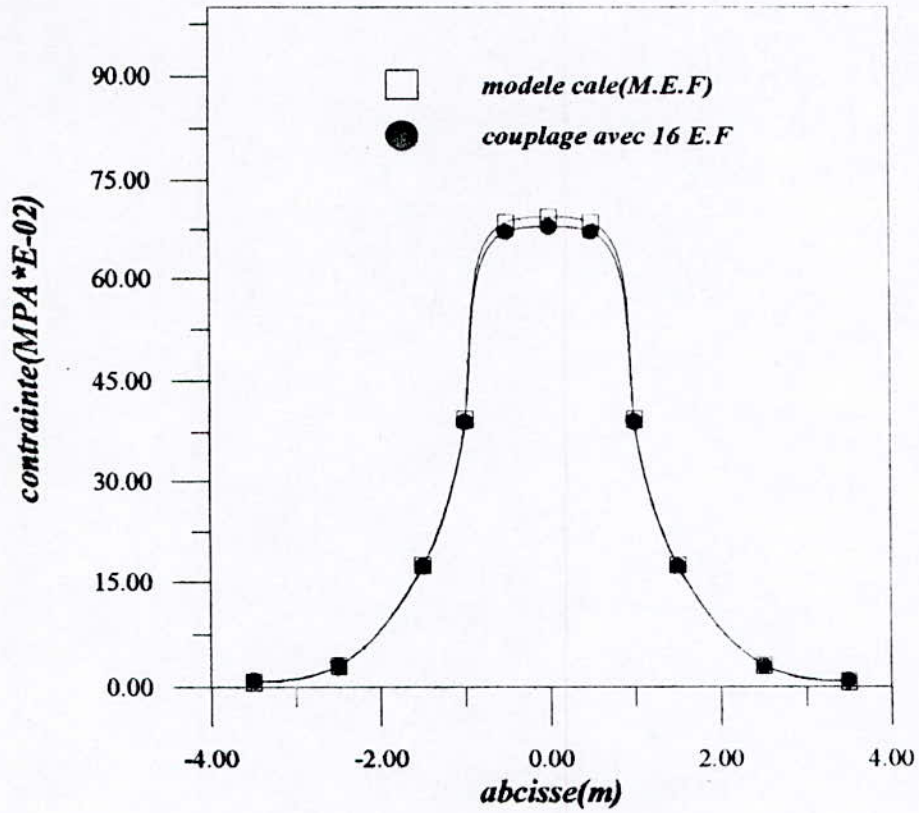


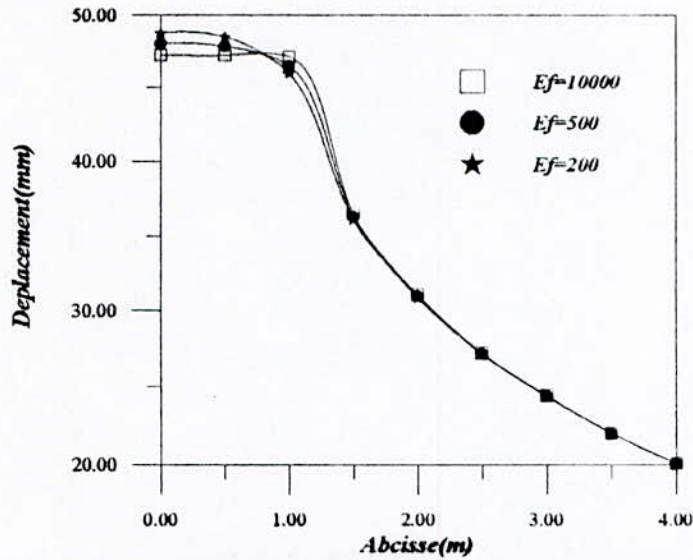
Fig VI - 2 - b

**E-1 : COMPARAISON DES CONTRAINTES VERTICALES
ENTRE M.E.F ET COUPLAGE M.E.F - M.E.I**

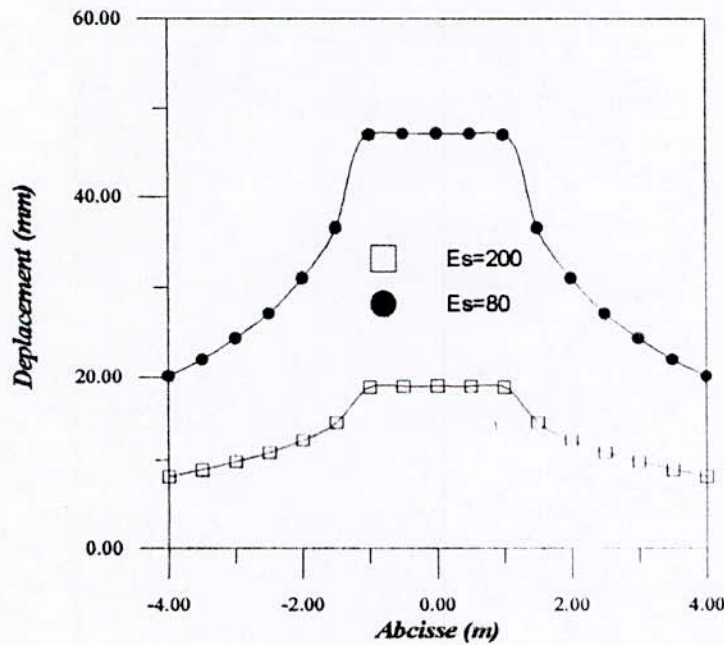
Comparaison des contraintes verticales en surface

Fig (E-1)

E - 2 : INFLUENCE DE LA RIGIDITE DU SOL ET DE LA FONDATION SUR LES DEPLACEMENTS



Comparaison des déplacements en surface pour différentes rigidités de la fondation
Fig(E-2)



Comparaison des déplacements sous fondation pour différentes rigidités du sol

Fig (E-3)

VI-4 : INTERPRETATION :

Dans le but d'analyser le phénomène de l'interaction sol - fondation nous avons testé plusieurs modèles que se soit par la méthode des éléments finis ou de couplage éléments finis - éléments infinis , seules les modèles qui donnent des résultats plus proches des solutions analytiques sont retenus , aussi le modèle définitif est celui qui représente le plus fidèlement possible le phénomène physique sujet de la présente étude .

Les déplacements calculés par les deux méthodes que ce soit la M.E.F ou la méthode de couplage M.E.F-M.E.I sont très proches des valeurs calculés analytiquement comme le montre les deux figure (Fig A-2) et (Fig D-2) .

Les contraintes verticales données par la solution analytique et celle calculées par la M.E.F sont très proches à l'exception du point qui se situe juste sous le point d'application de la charge , d'ailleurs le principe de SAINT-VENANT préconise l'application de la théorie de l'élasticité linéaire loin du point d'application de la charge .

Une étude sur l'influence du coefficient de poisson sous les contraintes verticales montre que l'effet de ce coefficient sur les contraintes verticales est presque négligeable , ce qui est en accord avec la solution analytique .

La première partie de l'application met en évidence l'effet de la rigidité de la fondation au sein d'un massif de sol , on remarque que pour des fondations flexibles la valeur maximale des déplacements est au centre de la fondation avec une allure parabolique de la courbe (Fig B-2) , Une augmentation de la rigidité de la fondation fait diminuer les contraintes dans le sol (Fig B-5) .

Pour des sols rigides les déplacements sous fondation sont minimales , par conséquent , on peut considérer que la fondation est encastree dans le sol chose qui n'est pas vraie pour de faibles rigidités de sols , d'ou s'avère l'utilité de l'étude de l'interaction sol - fondation .

Une étude de la variation de la rigidité du sol en profondeur réduit les déplacements d'une manière sensible à comparé avec un modèle à rigidité constante .

Pour la partie multicouche une augmentation de la rigidité de la couche inférieure réduit les déplacements en surface et en profondeur .

On remarque aussi une concentration de contraintes dans la couche de faible rigidité, comme on peut remarquer que les déplacements calculés par

$E_{moy} = \frac{\sum_i E_i h_i}{\sum_i h_i}$ sont généralement sous-estimés.

CHAPITRE VII

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

VII-1: CONCLUSIONS :

Dans la présente étude, nous avons mis en évidence le phénomène de l'interaction sol - fondation, en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol et de la fondation ainsi que du comportement du sol à l'infini en introduisant des éléments infinis dans les trois directions x , y , xy . Les modèles sont valides par des résultats des exemples traités.

L'utilité de la méthode des éléments finis est qu'elle permet de déterminer la réponse dans le sol et dans la structure en même temps, l'utilisation de l'élément infini de type lagrange permet de prendre en compte les conditions aux limites d'une manière plus réaliste d'une part, d'autre part réduire le nombre total d'éléments utilisés pour discrétiser le domaine à étudier tout en offrant des résultats très satisfaisants.

Cependant, le maillage du modèle étudié par la technique du couplage éléments finis - éléments infinis nécessite un choix judicieux de l'emplacement des éléments infinis pour avoir une bonne précision.

Enfin, nous pouvons conclure que :

- L'utilisation de la méthode des éléments finis ainsi que le couplage éléments finis - éléments infinis nous ont offerts la possibilité de mettre en évidence l'effet de l'interaction sur le sol ainsi que la fondation, ce qui mène à une bonne analyse du phénomène de l'interaction sol - structure.

- La concentration des contraintes dans le sol ou dans la structure ^s et inversement ₌ proportionnelle à la rigidité de l'un ou l'autre.

- Les contraintes verticales dans la fondation sont plus importantes pour les sols rigides que pour les sols flexibles .

- L'hypothèse selon laquelle les structures (fondations) sont supposées être encastées dans le sol mène à une sur estimation des contraintes dans la fondation et une sous estimation des contraintes dans le sol .

- La relation $E_{moy} = \frac{\sum E_i h_i}{\sum h_i}$ pour les sols multicouches donne généralement des

resultats plus proche du modèle stratifié

Pour un sol stratifié , l'utilisation des trois formulations de la rigidite a savoir une rigidite differente pour chaque couches , une rigidite moyenne selon une variation lineaire et une rigidite moyenne selon une variation quadratique en profondeur donne de bons resultats a comparer avec le modele stratifié dans le cas d'une variation lineaire , mais on peut remarquer qu'en dépassant une certaine profondeur , les trois modeles cites ci dessus donnent des resultats comparables .

VII- 2 RECOMMANDATIONS :

On peut recommander :

- 1 - Une etude dynamique de l'interaction sol - structure est necessaire , surtout pour des ouvrages stratégiques
- 2- L'utilisation d'un modele elastoplastique pour le sol qui reflète mieux son comportement réel
- 3- Une étude tridimensionnelle de l'interaction sol -structure
- 4- L'introduction de l'element infini dans l'interaction fluide - sol - structure

BIBLIOGRAPHIE

- [1]- BATHE . K . J : « Finite element produces in Engineering analysis » Printice Hall , Englewood cliffs , New Jersey (1982)
- [2]- BELKHEIR . K ABDICHE .H : « Investigation numeriques du phenomene d'interaction sol-fondation » P.F.E propose par Mr. K. BERRAH et M. DEMIDEM , E.N.P ALGER (1995)
- [3]- BOUZIANE .S : « Modelisation non lineaire du comportement du sol par couplage elements finis - elements d'interfaces et elements infinis » These de magister , E.N.P ALGER 1996 .
- [4]- M.BRAJA : « Advanced soil mechanics » Mc . Graw Hill 1985
- [5]- CHEIKH - TOUAMI - BOUDA : « Analyse du phenomene de l'interaction sol - fondation circulaire par la M.E.F et couplage M.E.F - M.E.I » P.F.E propose par : Mr . B. TILIOUINE et Mr . M . DEMIDEM E.N.P ALGER (1996)
- [6]- Costet et Sanglerat : « Cours Pratique de mecanique des sols » TOME : I - II , DUNOD , PARIS (1981)
- [7]- DEMIDEM .M : Note de cours « Calcul automatique des structures » E.N.P ALGER (1996)
- [8]- DEMIDEM . M : Note de cours « Methode numerique » 1^{ere} année P.G E.N.P ALGER (1996)
- [9]- DEMIDEM .M , BOUDA . M , CHEIKH - TOUAMI . H : « Contribution a l'analyse du phenomene d'interaction sol-structure par une combinaison d'elements finis et infinis » Article : Algerie equipement mars 1997
- [10]- DHATT . G ,TOUZOT . G : « Une presentation de la methode des elements finis » Maloine Edition 1984
- [11]- S.Faroult : « Fortran structure et methode numerique » DUNOD BORDAS PARIS - 1986
- [12]- GOURDINA et BOUMEHRAT . M « Methodes numeriques appliquee seconde edition , O.P.U ALGER (1991)
- [13]- KETTAB .A , METICHE . R : « Mecanique des milieux continus » O.P.U ALGER (1995)
- [14]- NORRIE . D. H : « Finite element handbook » M.C GRAW - HILL N.Y (1987)

- [15]- PRAT . M : « Modelisation des ouvrages » HERMES PARIS (1996)
- [16]- RAHMANI . O , KEBDANI . S : « Introduction a la methode des elements finis pour les Ingenieur » O.P.U ALGER (1988)
- [17]- ROCKEY . K . C, EVANS .HR : « Introduction de la methode des elements finis » EYROLLES , PARIS (1979)
- [18]- SAHA . O , BERBAS . M : « Analyse des problemes de l'elasticite bidimensionnelle par la methode des elements finis et la methode des equations integrales et leur couplage » P.F.E propose par M . K . BERRAH et M . DEMIDEM E.N.P ALGER (1993)
- [19]- SCHLOSSER . F : « Elements de mecanique des sols » PRESSE DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHOSSEES (1988)
- [20]- SUKLJE .T : « Rheological aspects of soils mechanics » Sons LTD NEW-YORK 1969
- [21]- TIMOSHENKO . : « Theorie de l'elasticite lineaire » EDITION MASSON PARIS (1951)
- [22]- ZIENKIEWICZ . O . C : « La methode des elements finis , formulation de base et problemes lineaires » Tome 1 EDITION AFNOR , PARIS (1991)