

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE**

**ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

*Département d'électrotechnique*

## ***Projet de fin d'études***

*En vue de l'obtention du diplôme*

*d'ingénieur d'état en électrotechnique*

*réalisé par :*

***Zerrounda Badreddine & Khelafi Abdelhakim***

*Thème :*

**Performances d'une machine asynchrone  
pentaphasée**

Soutenu le 17 Juin 2014 devant le jury composé de :

Président : **Pr. R. IBTIOUEN**  
Examineur : **Pr. M.O. MAHMOUDI**  
Promoteur : **Pr. O. TOUHAMI**  
Invité : **I.Z. Mohammedi**

***E.N.P. 10, avenue Pasteur BP 182 EL- Harrach Alger***

***Promotion: Juin 2014***

## **Remerciements**

---

*Nous remercions « ALLAH » le tout puissant pour la santé, les moyens, la volonté, le courage et la force dont il nous a dotés durant la réalisation de ce travail.*

*Et c'est avec beaucoup de reconnaissance que nous adressons nos sincères remerciements à notre promoteur Monsieur Touhami Omar professeur à l'ENP d'El Harrach, d'avoir dirigé ce travail avec patience, et persévérance, et pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.*

*Nos vifs remerciements vont également à Monsieur Ibtiouèn Rachid Professeur à l'ENP d'El Harrach, pour avoir accepté de présider le jury.*

*Nos remerciements vont aussi à Monsieur M.O.MAHMOUDI Professeur à l'ENP d'El Harrach, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant d'être examinateur et membre du jury.*

*Nous tenons aussi à remercier vivement Monsieur Saker Abdelhamid Professeur à l'université d'Annaba, pour son aide, ses conseils et sa disponibilité, durant tout notre cursus.*

*Nous exprimons notre profonde gratitude et toute notre reconnaissance envers, notre cher ami, Hattab Ali ingénieur en hydraulique, pour son aide, et sa disponibilité, tout au long de ce travail.*

*Nous remercions en particulier : Monsieur Hayahoum, Monsieur Lalleem et Monsieur Henache. Pour leurs disponibilités, leurs aides et leurs précieux conseils au cours des 2ans de préparation à Annaba.*

*Nous remercions particulièrement ceux qui ont donné un sens à notre existence, à ceux qui nous ont soutenus durant notre cursus : A vous nos très chers parents à qui nous ne saurions jamais exprimer toute notre reconnaissance, qu'ils trouvent ici l'accomplissement de leurs vœux et l'expression de notre profonde gratitude, ainsi que le témoignage de notre affection et tendresse.*

*Merci à tous ceux qui ont rendu possible ce travail.*

# *Dédicaces*

---

*A ma mère, à ma mère, à ma mère.*

*A mon père.*

*A mes frères et mes sœurs.*

*A mes grands-parents.*

*A toute ma famille.*

*A mon enseignant Pr. Saker Abdelhamid*

*A mes amis.*

*Je dédie ce modeste travail.*

*Badreddine*

## *Dédicaces*

---

A MES TRES CHERS PARENTS.

➤ A MES FRERES, et MES SOEURS : MARWA, SOUFIAN.

➤ A MA GRAND-MERE.

➤ A MON AMI ET MON FRERE : HATTAB ALI.

➤ A TOUS MES AMIS : YOUCEF, NACER, ZAKI, MOH TAIRI, FOUZI.

*Hakim*

ملخص:

في هذا البحث قمنا بدراسة إمكانيات وخصائص المحركات خماسية الطور، هذا النوع من المحركات ينتمي لعائلة المحركات المتعددة الأطوار، هذه المحركات لها خصائص وميزات عالية تتفوق بها على نظيرتها ثلاثية الطور، خاصة فيما يتعلق بمزدوجة التحريك في مقابل الحجم، الطلاقة في التصميم، والمردود. أول ما ابتدأنا به بحثنا هو دراسة لفائف المحركات خماسية الطور، انطلاقاً مما يقابلها في المحركات ثلاثية الطور، وضعنا في أول خطوة مخططات لللفائف خماسية الطور وذكرنا بعضاً من ميزاتهما، ثم ركزنا بحثنا على القوة المحركة المغناطيسية والأمواج المتناسقة الصادرة جميعاً من التوزيع الفضائي لللفائف، بعدها تطرقنا إلى حساب وتحديد عبارات الوشائع والمقاومات، الشيء الذي سمح لنا فيما بعد بوضع نموذج للمحرك، بإهمال التشبع المغناطيسي، في المعلم  $\alpha$ ،  $\beta$ ، 0.

كلمات جامعة: المحركات خماسية الطور، القوة المحركة المغناطيسية، الأمواج المتناسقة، لفائف خماسية الطور، قاعدة الإحداثيات المنفصلة، المعلم  $\alpha$ ،  $\beta$ ، 0.

Abstract :

This work is articulated on the study of the performances of five phase induction machines, in fact, it can be expected that, by using an AC machines with phase number higher than 3, the performance of the AC drives using IGBT converter will be improved in terms of, couple/volume, freedom of design, and output. Our subject is started by the study of the five phase stator windings, then, we have turned our attention on the magnetomotive forces and the harmonics associated with each type of windings, after that, we have started the determination of various inductances and resistances, and this have enabled us, to work out the model of the machine in the polyphase reference frame, which will carry out by a passage to the model of the machine, by neglecting the saturation, in the  $\alpha$ ,  $\beta$ , 0 reference frame.

Key words : five phase machine, MMF and Harmonics, five phase winding,  $\alpha$ ,  $\beta$ , 0 reference frame.

Résumé :

Ce travail est articulé sur l'étude des performances des machines asynchrones pentaphasées, en fait, ce sont les machines polyphasées, telles que  $m$  soit supérieur à 3, qui sont appelées au plus grand développement, car elles présentent des avantages, en termes de couple volumique, liberté en conception, et rendement, bien supérieurs à ceux de la machine triphasée. Notre sujet est entamé par l'étude des enroulements statoriques pentaphasés, puis, nous nous sommes intéressé aux forces magnétomotrices et les harmoniques associés à chaque type d'enroulement, après cela, nous avons abordé la détermination des différentes inductances et résistances, pour, enfin, élaborer le modèle de la machine dans la base naturelle, qui mènera, par un passage, au modèle de la machine, en négligeant la saturation, dans la base de découplage.

Mots clés : machine pentaphasée, FMM et Harmoniques, enroulement pentaphasé, base de découplage.

## Table des matières

Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : les enroulements des machines pentaphasées</b>	
Introduction.....	
Error! Bookmark not defined.	
I.1. Caractéristiques générales des enroulements polyphasés.....	3
I.2. Enroulement régulier à simple couche et à pôles conséquents .....	4
I.3. Enroulement régulier à simple couche concentré ( $q=1$ ).....	5
I.4. Enroulement régulier à simple couche réparti.....	7
I.4.1. Enroulement imbriqué.....	7
I.4.2. Enroulement ondulé.....	8
I.4.3. Enroulement concentrique.....	9
A/ Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans .....	9
I.5. Enroulement par pôles (à pôles non conséquents).....	11
I.5.1. Enroulement imbriqué.....	11
I.5.2. Enroulement concentrique à cinq plans.....	12
I.5.3. Enroulement en chaîne.....	12
I.6. Enroulement polyphasé à deux couches.....	14
I.6.1. Enroulement imbriqué.....	15
I.6.2. Enroulement ondulé.....	15
I.6.3 La connexion des groupes de bobines.....	15
I.7. Enroulement à pas raccourci.....	17
I.8. Enroulement à pas fractionnaire.....	18
I.9. Conclusion.....	19

# Table des matières

---

## **Chapitre II : FMM et Harmoniques développés par les enroulements pentaphasés**

Introduction.....	20
II.1. FMM d'un enroulement à pas quelconque présentant une symétrie.....	20
II.2. Calcul des forces magnétomotrices des enroulements des machines asynchrones pentaphasées.....	22
- <i>Hypothèses simplificatrices</i> .....	22
II.2.1 Calcul des FMM des différents enroulements à simple couche.....	23
A/ Calcul de la FMM d'un enroulement concentré.....	23
- <i>les harmoniques de rangs multiples de 5</i> .....	27
- <i>le cas des harmoniques de rangs non multiples de 5</i> .....	28
- <i>FMM résultante des cinq phases</i> .....	33
B/ Calcul de la FMM d'un enroulement réparti.....	34
• <i>FMM du groupe de bobines concentriques</i> .....	35
• <i>FMM du groupe de bobines imbriquées</i> .....	36
II.2.2 Calcul de la FMM d'un enroulement à deux couches.....	40
II.2.3 Calcul de la FMM d'un enroulement à pas raccourci.....	41
II.3. Elimination d'harmoniques.....	44
Conclusion.....	47

## **Chapitre III : Détermination des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés**

Introduction.....	48
III.1 Champ d'induction magnétique d'un enroulement à courant alternatif.....	49
III.2 Calcul des inductances propres de la machine pentaphasé.....	50
A/ <i>Calcul du flux et des inductances dans une phase d'un enroulement concentré</i> .....	50

## Table des matières

---

Le flux embrassé par un groupe de bobines.....	50
Flux embrassé par une phase de l'enroulement .....	53
Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement.....	53
<i>B/ Calcul des inductances d'un enroulement réparti à simple couche.....</i>	<i>54</i>
Flux embrassé par un groupe d'une phase de l'enroulement .....	54
Flux embrassé par une phase de l'enroulement .....	57
Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement .....	57
<i>C/ Les inductances propres d'un enroulement à deux couches.....</i>	<i>57</i>
<i>D/ Les inductances propres d'un enroulement raccourci .....</i>	<i>58</i>
III.3 Calcul des inductances mutuelles statoriques .....	60
<i>A/ cas d'un enroulement concentré .....</i>	<i>60</i>
L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes .....	60
L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes .....	61
<i>B/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement réparti à simple couche .....</i>	<i>62</i>
<i>C/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches .....</i>	<i>64</i>
L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes .....	65
L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes .....	65
<i>D/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches raccourci .....</i>	<i>66</i>
III.4 Calcul de l'inductance cyclique .....	67
III.5 Calcul de la résistance d'une phase .....	69
III.6 Détermination des inductances de fuite.....	70
- Inductances de Fuite des encoches.....	70
<i>A/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à simple couche..</i>	<i>70</i>
<i>B/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas raccourci.....</i>	<i>71</i>
<i>C/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à pas raccourci...71</i>	<i>71</i>



## Table des matières

---

- Inductance de fuite des parties frontales.....	72
<i>Application numérique</i> .....	72
Conclusion.....	75
<b>Chapitre IV : Elaboration du modèle de la machine pentaphasée</b>	
Introduction.....	76
IV.1. Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée dans la base naturelle .....	76
- <i>Hypothèses simplificatrices</i> .....	76
IV.2. Modélisation du rotor à cage.....	78
- Détermination des inductances rotoriques propre et mutuelle.....	80
A/ Calcul des inductances propres.....	80
B/ Détermination des inductances mutuelles.....	81
- Détermination du nombre de phases rotoriques .....	82
- Détermination des inductances mutuelles entre le stator et le rotor.....	83
IV.3 Equation mécanique .....	85
IV.4. Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée dans la base de découplage.....	87
IV.4.1 Changement de base .....	88
IV.4.2 Changement de base des grandeurs pentaphasées .....	89
IV.5. Résultats de la simulation du modèle.....	91
Conclusion.....	95
Conclusion générale .....	96
Les références bibliographiques.....	97

## Liste des Symboles

---

- $Z$  : Nombre total d'encoches au stator
- $P$  : Nombre de paires de pôles
- $m$  : Nombre de phases statoriques
- $a$  : Nombre de branches (ou de voies parallèle)
- $q$  : Nombre d'encoches par pôle et par phase
- $\tau_p$  : Pas polaire
- $D$  : Diamètre interne du stator.
- $\sigma$  : Angle d'une zone phasique.
- $\gamma$  : Angle entre deux encoches statoriques adjacentes.
- $y$  : Pas d'enroulement
- $\beta$  : Pas relatif d'enroulement
- $y_r$  : Pas résultant d'un enroulement ondulé
- $Q$  : Nombre total de bobines d'enroulement
- $A, B, C, D, E, F$  : Indices des phases statoriques
- FMM : Force magnétomotrice
- $a_n, b_n$  : Coefficients de la série de Fourier
- $N_b$  : Nombre de spires d'une bobine
- $N_s$  : Nombre de spires en série par phase.
- $\delta$  : Longueur de l'entrefer
- $\lambda_\delta$  : Perméance de l'entrefer par unité de surface
- $\mu_0$  : Perméabilité magnétique du vide
- $F_a, F_b, F_c, \dots$  : Amplitudes de la FMM d'une bobine.
- $i_A, i_B, i_C, i_D, i_E$  : Courants d'un système pentaphasé direct équilibré.
- $I$  : Courant efficace de phase
- $\alpha$  : Angle de position sur la périphérie du stator [rad électrique]
- $F_{MM}(\alpha)$  : Force magnétomotrice résultante des cinq phases.
- $H$  : Champ magnétique

## Liste des Symboles

---

$B$  : Induction magnétique

$B_A(\alpha)$  : Induction magnétique dans l'entrefer produite par la phase

$l$  : Longueur active du stator

$\varphi_A$  : Flux embrassé par une de bobine.

$\varphi_A^i$  : Flux embrassé par une spire appartient  $i^{\text{ème}}$  bobine d'un groupe  $i = 1, 2, \dots, (q - 1)$

$\Psi_{Agr}$  : Flux embrassé par un groupe de bobine

$\Psi_{Aph}$  : Flux embrassé par une phase de l'enroulement

$L_1 = L_A = L_B = \dots = L_E$  : Inductance propre d'une phase statorique

$L_1^{fond}$  : Inductance fondamentale de phase.

$\varphi_{Agr}$  : Flux embrassé par les  $q$  spires des bobines d'un groupe.

$\varphi_{B,A}$  : Flux de la phase A embrassé par une spire de la phase B

$\Psi_{B,A}$  : Flux de la phase A embrassé par le premier de la phase B

$\Psi_{A,Bph}$  : Flux mutuel total dans la phase B.

$L_2 = L_{B,A} = L_{E,A} = L_{E,A} = \dots = L_{E,A}$  : Inductance mutuelle entre deux phases adjacentes.

$L_3$  : Inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes.

$L$  : Inductance cyclique de l'enroulement statorique.

$E$  : Force contre électromotrice produite par le champ tournant.

$R_{ph}$  : Résistance d'une connexion série dans une phase.

$L_e$  : Inductance de fuite due à une encoche

$L_{\sigma e}$  : Inductance de fuite par phase due aux encoches d'un enroulement pentaphasé.

$N_e$  : Nombre de conducteurs par encoche.

$\lambda_s$  : Perméance spécifique de l'encoche.

$\lambda_{s,m}$  : Perméance spécifique mutuelle entre deux couches.

$\lambda_{s,sup}$  : Perméance spécifique de la couche supérieure.

$\lambda_{s,inf}$  : Perméance spécifique de la couche inférieure.

$L_{\sigma f}$  : Inductance de fuite des parties frontales.

## Liste des Symboles

---

$L_\sigma$  : Inductance de fuite totale par phase.

$[V_s]$  : Vecteur des tensions statoriques dans la base naturelle.

$[I_s]$  : Vecteur des courants statoriques dans la base naturelle

$[\Psi_s]$  : Flux statoriques dans la base naturelle.

$[\Psi_r]$  : Flux rotoriques dans la base naturelle.

$[L_{ss}]$  : Matrice inductance statorique.

$[L_{rr}]$  : Matrice inductance rotorique.

$L_{s1}$  : Inductance totale d'une phase.

$[M_{sr}]$  : Matrice inductance mutuelle rotor-stator

$[M_{rs}]$  : Matrice inductance mutuelle stator-rotor

$R_e$  : Résistance d'une portion de l'anneau de court-circuit

$R_b$  : Résistance d'une barre rotorique

$L_e$  : Inductance de fuite d'une portion de l'anneau de court-circuit

$L_b$  : Inductance de fuite d'une barre rotorique

$L_r$  : Inductance propre d'une maille rotorique constituée par deux barres adjacentes.

$N_r$  : Nombre de barres au rotor.

$r$  : Rayon du rotor

$L_{r_i r_k}$  : Inductance mutuelle entre la maille  $i$  et la maille  $k$  avec  $i = 1, 2, \dots, N_r; k = 1, 2, \dots, N_r$

$L_m$  : Inductance mutuelle entre deux boucles quelconques du rotor.

$P_0$  : le P.G.C.D (plus grand commun diviseur) de  $P$  et  $N_r$

$P'$  : Nombre de paires de pôles égal à la période des phénomènes électromagnétiques.

$N'_r$  : Nombre de barres par  $P'$  paires de pôles

$\Psi_{11}^{sr}$  : Flux de  $B_A(\alpha)$  embrassé par la phase 1 du rotor

$\alpha_{rm}$  : Angle mécanique entre deux barres rotoriques adjacentes

$\alpha_r$  : Angle électrique entre deux phases rotoriques adjacentes

$\varepsilon$  : Angle d'inclinaison des barres rotoriques

## Liste des Symboles

---

$\theta_m$  : Angle mécanique de la position angulaire du rotor par rapport au stator

$\theta$  : Angle électrique de la position angulaire du rotor par rapport au stator

$C_{em}$  : Couple électromagnétique

$W_{co}$  : Coénergie magnétique

$C_r$  : Couple résistant

$\Omega$  : Vitesse de rotation mécanique du rotor en (rad/s)

$J$  : Moment d'inertie de l'ensemble tournant

$[F^{\alpha\beta}]$  : Vecteur de la base naturelle.

$[A]$  : Matrice de transformation statorique

$[B]$  : Matrice de transformation rotorique

$[V_s^{\alpha\beta}]$  : Vecteur des tensions statoriques dans la base de découplage.

$[I_s^{\alpha\beta}]$  : Vecteur des courants dans la base de découplage.

$[V_r^{\alpha\beta}]$  : Vecteur des tensions rotoriques dans la base de découplage

$[I_r^{\alpha\beta}]$  : Vecteur des courants rotoriques dans la base de découplage

$[L_{SS}^P]$  : Matrice inductance dans la base de découplage

$L_{sp0}, L_{sp1}, L_{sp2}$  : Valeurs propres de la matrice  $[L_{SS}]$

$[R_r^P]$  : Matrice résistance rotorique dans la base découplage.

$I_{s1}^\alpha, I_{s1}^\beta$  : Composantes des courants statoriques dans la base de découplage de l'harmonique fondamental

$I_{r1}^\alpha, I_{r1}^\beta$  : Composantes des courants rotoriques dans la base de découplage de l'harmonique fondamental

$I_{s3}^\alpha, I_{s3}^\beta$  : Composantes des courants statoriques dans la base de découplage du troisième harmonique

$I_{r3}^\alpha, I_{r3}^\beta$  : Composantes des courants rotoriques dans la base de découplage du troisième harmonique

# Liste des Figures

## CHAPITRE I

Fig.1	Distribution des zones phasiques sur la périphérie du stator.....	5
Fig.2.a	Enroulement pentaphasé concentré .....	6
Fig.2.b	Représentation des conducteurs d'un enroulement 5-ph concentré dans les encoches .....	6
Fig.3	Enroulement pentaphasé imbriqué à simple couche.....	7
Fig.4	Enroulement pentaphasé ondulé à simple couche.....	8
Fig.5.a	Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans sans bobine coudée.....	10
Fig.5.b	Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans avec 2 bobines coudées.....	10
Fig.6	Enroulement pentaphasé imbriqué par pôle.....	11
Fig.7	Enroulement pentaphasé concentrique à 5 plans.....	12
Fig.8	Enroulement pentaphasé en chaîne.....	13
Fig.9	La distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total .....	14
Fig.10	Schéma représentant la façon de placer les bobines d'un enroulement à deux couches, en haut 3D, en bas vue de face.....	15
Fig.11	connexions des groupes d'un enroulement, (a) à 2P groupes par phase, (b) à P groupes par phase.....	16
Fig.12	(a) la distribution des zones phasiques d'un enroulement à deux couches à pas total (à gauche) et à pas raccourci (à droite) sur la périphérie du stator, (b) illustration du décalage causé par un raccourcissement d'une seule encoche .....	17

## CHAPITRE II

Fig.13	FMM développée par une bobine à pas quelconque.....	21
Fig.14	FMM résultante de deux bobines à pas quelconque décalées de $\pi$ et bobinées en sens inverse.....	21
Fig.15	la FMM d'une bobine concentrée à pas total .....	24
Fig.16	Histogrammes des harmoniques, à gauche, d'une phase d'un enroulement concentré, et à droite, de l'enroulement complet. ....	33
Fig.17	Groupe de bobines concentriques .....	34
Fig.18	Groupe de bobines imbriquées .....	34
Fig.19	Forme d'onde de la FMM développée par une bobine répartie.....	35

## Liste des Figures

Fig.20	Histogrammes des facteurs de distributions d'une phase de l'enroulement.....	38
Fig.21	Histogrammes des facteurs de distributions de l'enroulement entier.....	39
Fig.22	Histogrammes des amplitudes d'harmoniques d'une phase de l'enroulement.....	39
Fig.23	Histogrammes des amplitudes d'harmoniques de l'enroulement complet.....	40
Fig.24	FMM développée par une bobine à pas raccourci.....	43
Fig.25	Histogrammes des facteurs de raccourcissement d'une phase de l'enroulement.....	46
Fig.26	Histogrammes des facteurs de raccourcissement de l'enroulement complet.....	47
<b>CHAPITRE III</b>		
Fig.27	Schéma représentant l'instant de coïncidence entre l'axe polaire du champ et l'axe du groupe.....	67
Fig.28	Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à une seule couche de conducteurs.....	70
Fig.29	Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à deux couches de conducteurs .....	71
<b>CHAPITRE IV</b>		
Fig.30	Rotor à cage.....	77
Fig.31	Circuit du rotor à cage.....	77
Fig.32	L'induction magnétique produite par une maille rotorique.....	78
Fig.33	Phase rotorique.....	81
Fig.34	Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle au premier harmonique alimentée à travers un transfo triphasé-pentaphasé, (a) Vitesse, (b) couple électromagnétique, (c) Courant statorique.....	91
Fig.35	Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle tenant compte de l'injection du 3 <sup>ème</sup> harmonique, (a) Vitesse, (b) Couple électromagnétique résultant, (c) Couple électromagnétique dû au 3 <sup>ème</sup> harmonique, (d) Courant statorique résultant .....	92
Fig.36	Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle au premier harmonique alimentée à travers un onduleur MLI, (a) Vitesse, (b) couple électromagnétique, (c) Courant statorique .....	93
Fig.37	Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle tenant compte de l'injection du 3 <sup>ème</sup> harmonique alimentée à travers un onduleur MLI, (a) Vitesse, (b) Couple électromagnétique résultant, (d) Courant statorique résultant .....	94

# Liste des Tableaux

---

## Chapitre III

Tableau.1: PARAMÈTRES DE LA PREMIERE MACHINE PENTAPHASEE .....	73
Tableau.2 : RESULTATS DE CALCUL POUR LA 1 <sup>ière</sup> MACHINE .....	73
Tableau.3 : PARAMÈTRES DE LA 2 <sup>ème</sup> MACHINE PENTAPHASEE.....	74
Tableau.4 : RESULTATS DE CALCUL POUR LA 2 <sup>ème</sup> MACHINE.....	74



### Introduction générale

Les exigences en termes de performances dynamiques dans les systèmes de conversion électromécanique de l'énergie sont de plus en plus nombreuses en industrie. On peut s'attendre à ce que, à l'aide de machines à courant alternatif avec un nombre de phases supérieur à trois, le rendement de l'utilisation des systèmes composés de machines à courant alternatif et convertisseurs à IGBT soit amélioré [1-2].

A la différence des moteurs asynchrones triphasés qui doivent être alimentés avec une forme d'onde sinusoïdale, les moteurs polyphasés peuvent être alimentés avec une onde non sinusoïdale. La forme d'onde de l'alimentation est, ainsi, un nouveau degré de liberté dans la conception. Par l'exploitation correcte de ce degré de liberté dans la conception, il est possible d'améliorer les performances dynamiques du système convertisseur-machine, par exemple, le couple.

Le nombre de phases représente un nouveau degré de liberté dans la conception des machines polyphasées, ce qui est particulièrement intéressant dans les applications de forte puissance, car la puissance est répartie sur un plus grand nombre de phases. Ainsi, la puissance par phase du convertisseur sera réduite, ce qui rend possible l'utilisation de la plupart des topologies de convertisseurs à deux niveaux dans les applications de forte puissance, [2].

Augmenter le nombre de phases au-delà de trois, bien qu'il puisse être coûteux, a des avantages qui pourraient mériter son choix dans certaines applications. Parmi les avantages des machines avec plus de trois-phasés, on peut citer :

1. la diminution de la nécessité d'une alimentation purement sinusoïdale quand le nombre de phases augmente ( $m > 3$ ) ; car d'un côté les harmoniques d'ordre inférieur à ( $m$ ) vont contribuer à la production du couple utile, et les harmoniques d'ordre supérieur à ( $m$ ) auront des amplitudes atténuées car leur ordre est élevé.
2. La réduction des ondulations du couple et l'augmentation du couple/Ampère pour le même volume de la machine grâce à l'injection d'harmoniques [3].
3. La diminution de la perte de puissance harmonique dans le rotor pour des moteurs alimentés par onduleur.
4. La réduction de la puissance estimée par bras d'onduleur à mesure que le nombre de phases augmente ; ce qui est particulièrement intéressant dans les applications de forte puissance.

5. L'amélioration de la tolérance aux défauts, parce que la perte d'une ou plus de phases n'empêche pas le moteur de démarrer et de fonctionner. Ce résultat rend l'utilisation de ce genre de machines très avantageuse pour des applications qui exigent une fiabilité élevée tels que les véhicules électriques ou hybrides, la propulsion marine, et les applications aérospatiales [4].

Dans ce mémoire, on se propose d'étudier les enroulements statoriques qui auront une influence certaine sur les performances des machines asynchrones pentaphasées. On se penchera sur l'étude des forces magnétomotrices développées par différents types d'enroulements pentaphasés dans la première partie. Ensuite, on déterminera les inductances et les résistances des phases, pour finir avec l'élaboration d'un modèle de la machine pentaphasée.

### Introduction

Les enroulements des machines à induction polyphasées à m-phases, tel que m est supérieur à 3, sont destinés à être reliés à un onduleur (ou transformateur) polyphasé [4]. Les enroulements conventionnels de ces machines à induction polyphasées peuvent être couplés en étoile à plusieurs branches ou en polygone, et sont déposés dans les encoches statoriques en une ou deux couches. Le nombre total de bobines, constituant le bobinage, est égal à la moitié du nombre d'encoches statoriques dans les enroulements à une seule couche, et il est égal au nombre total d'encoches dans les enroulements à double couche. Le choix entre les bobines à pas total ou à pas raccourci est effectué selon l'application. Ces enroulements sont conçus avec un nombre entier ou un nombre fractionnaire d'encoches par pôle et par phase [5]. Lorsque le nombre d'encoches est fractionnaire, il faut veiller à ce que le bobinage soit équilibré, étant donné que la force magnétomotrice (f.m.m.) varie d'un pôle à un autre, ce qui provoque la naissance des harmoniques sub-synchrones avec une longueur d'onde supérieure à deux fois le pas polaire [6]. Cependant, pour des enroulements polyphasés symétriques, avec un nombre entier d'encoches par pôle et par phase, les harmoniques pairs sont éliminés, et ceux dont l'ordre est un multiple du nombre de phases sont également nuls, [7].

### I.1. Caractéristiques générales des enroulements polyphasés

Les enroulements des machines à courant alternatif sont définis par les paramètres suivants :

Z : le nombre total d'encoches au stator

P : le nombre de paires de pôles

m : le nombre de phases

a : le nombre de branches (ou de voies parallèle)

q : le nombre d'encoches par pôle et par phase ( $q = \frac{Z}{2 P m}$ )

$\tau_p$ : Le pas polaire, défini comme la distance entre deux lignes neutres consécutives ( $\tau_p = \frac{\pi D}{2P}$ ). D est le diamètre interne du stator.

On peut aussi définir le pas polaire comme étant l'angle entre deux lignes neutres consécutives, et on écrit :  $\tau_p = \frac{2\pi}{2P}$  [rad mec], ou bien comme étant le nombre d'encoches entre deux lignes neutres consécutives, et on écrira:  $\tau_p = \frac{Z}{2P} \Rightarrow \tau_p = \frac{2 P.q.m}{2P}$ , ce qui donne:  $\tau_p = q.m$

La périphérie du stator est divisée en zones phasiques positives et négatives. Une zone phasique est définie comme étant le nombre d'encoches adjacentes appartenant à une phase sous une paire de pôles [5]. L'arc d'une zone phasique est défini par :

$$\tau_v = \frac{\tau_p}{m} \text{ [m]}.$$

On définit  $\sigma$  l'angle d'une zone phasique comme étant l'angle électrique dans lequel la moitié de la phase est distribuée [8] et on écrit  $\sigma = \frac{\pi}{m}$  [rad électrique].

$y$  : pas d'enroulement qui peut être exprimé [9] :

- $y = \tau_p \longrightarrow$  pas diamétral (total).
- $y < \tau_p \longrightarrow$  pas raccourci
- $y > \tau_p \longrightarrow$  pas allongé

Suivant la valeur de  $q$  on peut distinguer :

- *L'enroulement régulier* : si  $q$  est entier tel que l'enroulement concentré si  $q = 1$  et l'enroulement réparti si  $q > 1$
- *L'enroulement non régulier (fractionnaire)* : si  $q$  est fractionnaire tel que  $q = \frac{a}{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers.

Aussi sur la base du nombre de couches de conducteurs dans chaque encoche on reconnaît si l'enroulement est à simple couche ou à deux couches:

### **I.2. Enroulement régulier à simple couche et à pôles conséquents**

Il faut noter que ce type d'enroulement est toujours à pas total, et que le nombre de groupes de phases est égal au nombre de paires de pôles, [9]. Dans cet enroulement les côtés des bobines sont logés dans les encoches en une seule couche, et comme évidemment chaque côté se trouve dans une encoche, le nombre total de bobines de ce type d'enroulement est  $Q = \frac{Z}{2}$ . Comme chaque phase est constituée de zones phasiques positives et négatives, avec un angle entre chaque paire de zones égales à  $\pi$  [rad électrique], pour un déphasage entre deux phases successives de  $\frac{2\pi}{m}$  [rad électrique], et un angle de zone phasique égale à  $\sigma = \frac{\pi}{m}$  [rad électrique].

Ceci implique, à chaque fois, un saut d'une zone phasique appartenant à une autre phase et de signe différent pour placer la prochaine zone de même signe de la phase suivante; autrement dit, la distribution des zones phasiques est effectuée de manière alternée (A, -D, B, -E, C,...) [10], comme illustré à la Fig.1. Concernant le nombre de branches  $a$  avec ( $1 \leq a \leq P$ ),  $P$  est strictement supérieur à 1, ce qui offre la possibilité de connecter les groupes phasiques en série, en parallèle ou en série-parallèle. Pour un tel enroulement les connexions sont effectuées de telle sorte qu'on relie, la sortie d'un groupe à l'entrée du groupe suivant pour une connexion série et l'entrée d'un groupe avec l'entrée du groupe suivant pour une connexion parallèle [11].

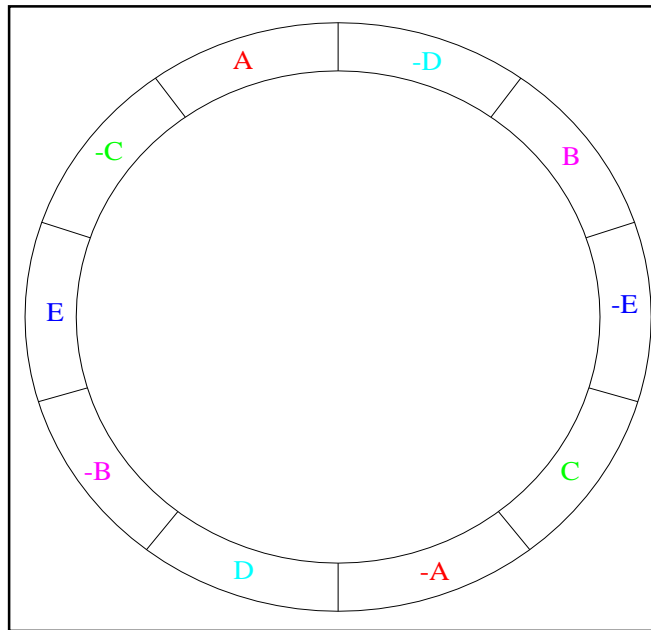


Fig.1: Distribution des zones phasiques sur la périphérie du stator

### I.3. Enroulement régulier à simple couche concentré ( $q=1$ )

Ce type d'enroulement est, en effet, le plus simple de tous les enroulements polyphasés, car les bobines constitutives ont toujours un facteur de distribution égale à 1. La configuration de base, pour un bobinage pentaphasé, comprend cinq bobines dont les cotés sont déposés sur dix encoches avec  $m = 5$  ;  $P = 1$  ;  $Z = 10$ . Les figures 2a et 2b illustrent ce cas de base où chaque bobine constitue une phase tel que le premier coté de la bobine A se trouve dans l'encoche 1, avec un pas d'enroulement correspondant à cinq encoches, le deuxième coté de la bobine se trouve dans l'encoche 6.

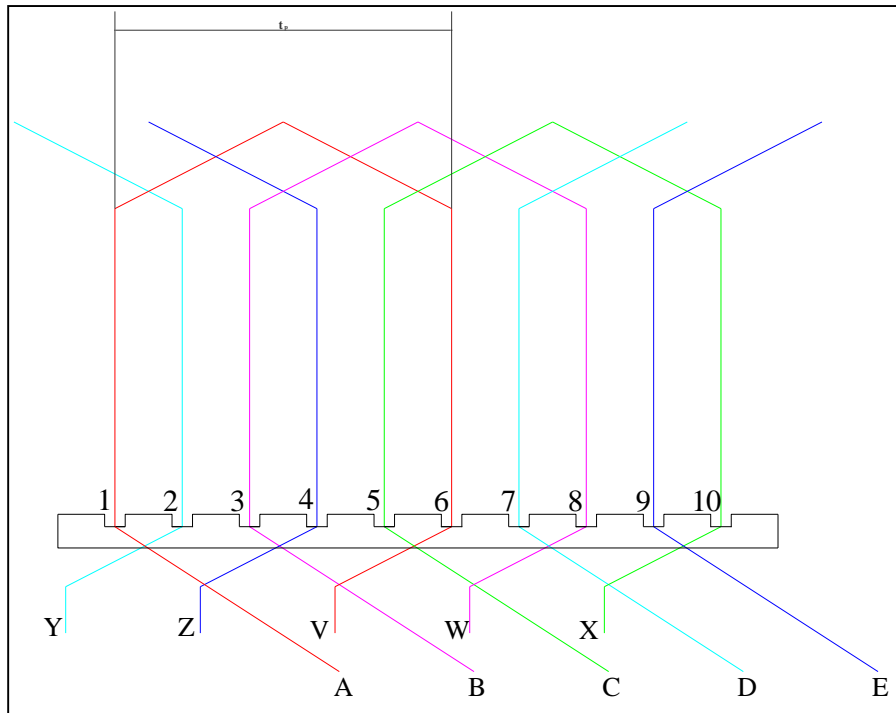


Fig.2.a Enroulement pentaphasé concentré avec  $P=1$ ,  $Z=10$ ,  $y=5$

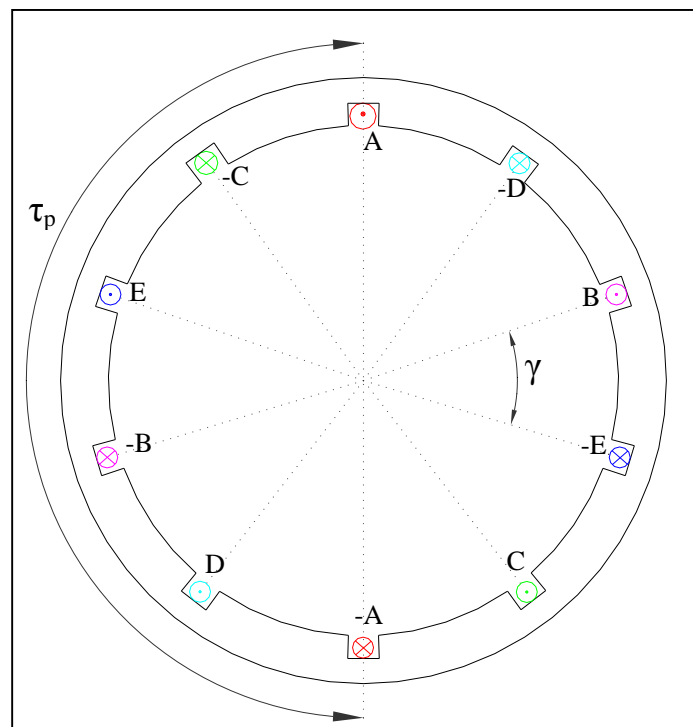


Fig.2.b : Représentation des conducteurs d'un enroulement 5-ph concentré dans les encoches

**I.4. Enroulement régulier à simple couche réparti**

L'enroulement à simple couche réparti contient dans chaque groupe  $q$  bobines en série, ce qui implique un facteur de distribution différent de 1. Dans un enroulement réparti on distingue trois types, à savoir : l'enroulement imbriqué, l'enroulement ondulé et l'enroulement concentrique.

**I.4.1. Enroulement imbriqué**

Cet enroulement consiste en un nombre de bobines ayant le même pas, mais arrangées avec un déplacement constant entre les bobines successives [12], ces bobines ont des axes différents entre eux et différents de l'axe polaire. Cet enroulement a l'avantage d'avoir des bobines identiques, à savoir des parties frontales identiques, des résistances égales et des inductances égales ; ce qui donne la liberté de choisir n'importe quel type de connexion, sans être tenu par la condition d'équilibre. Il est à noter que la première et la deuxième bobine reliées en série se trouvent sous le même groupe de pôles [8], c.à.d. on utilise chaque groupe de bobines pour chaque groupe de pôles. La figure 3 montre un enroulement pentaphasé imbriqué bipolaire  $P = 2, Z = 40, q = 2$ .

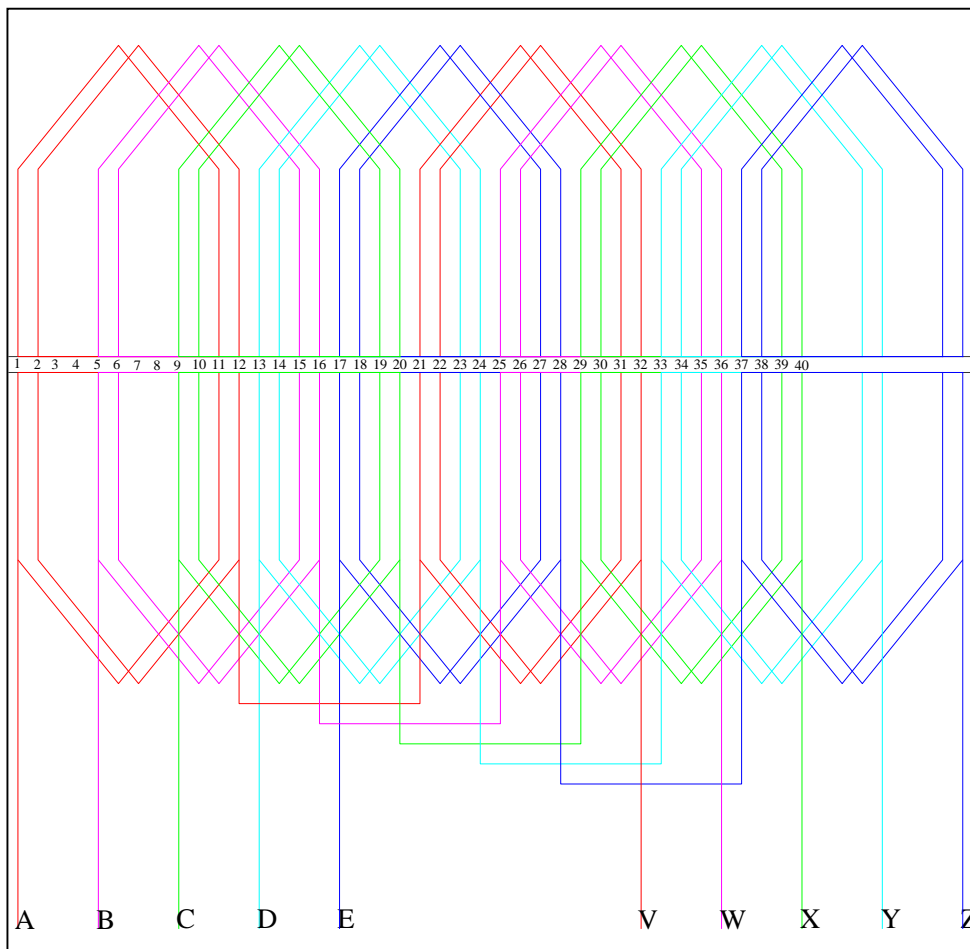


Fig.3: Enroulement pentaphasé imbriqué à simple couche avec  $P=2, Z=40, y=10, q=2$

**I.4.2. Enroulement ondulé**

Ce type d'enroulement est caractérisé par le fait que les bobines connectées en série se trouvent sous différents groupes de pôles [8], c.à.d. en passant à chaque fois au pôle suivant ; on en déduit que le pas résultant  $y_r$  s'écrit :  $y_r = \frac{Z}{2P}$ . En effet, l'exécution de ce type d'enroulement n'est envisageable que dans le cas où P est strictement supérieur à 1.

Cet enroulement présente l'avantage en termes de simplicité de connexion, par rapport à l'enroulement imbriqué, spécialement pour le cas des machines de forte puissance où plus de voies parallèles sont nécessaires. La figure 5 montre un enroulement pentaphasé tétrapolaire avec : P = 2, Z = 20 et q = 1.

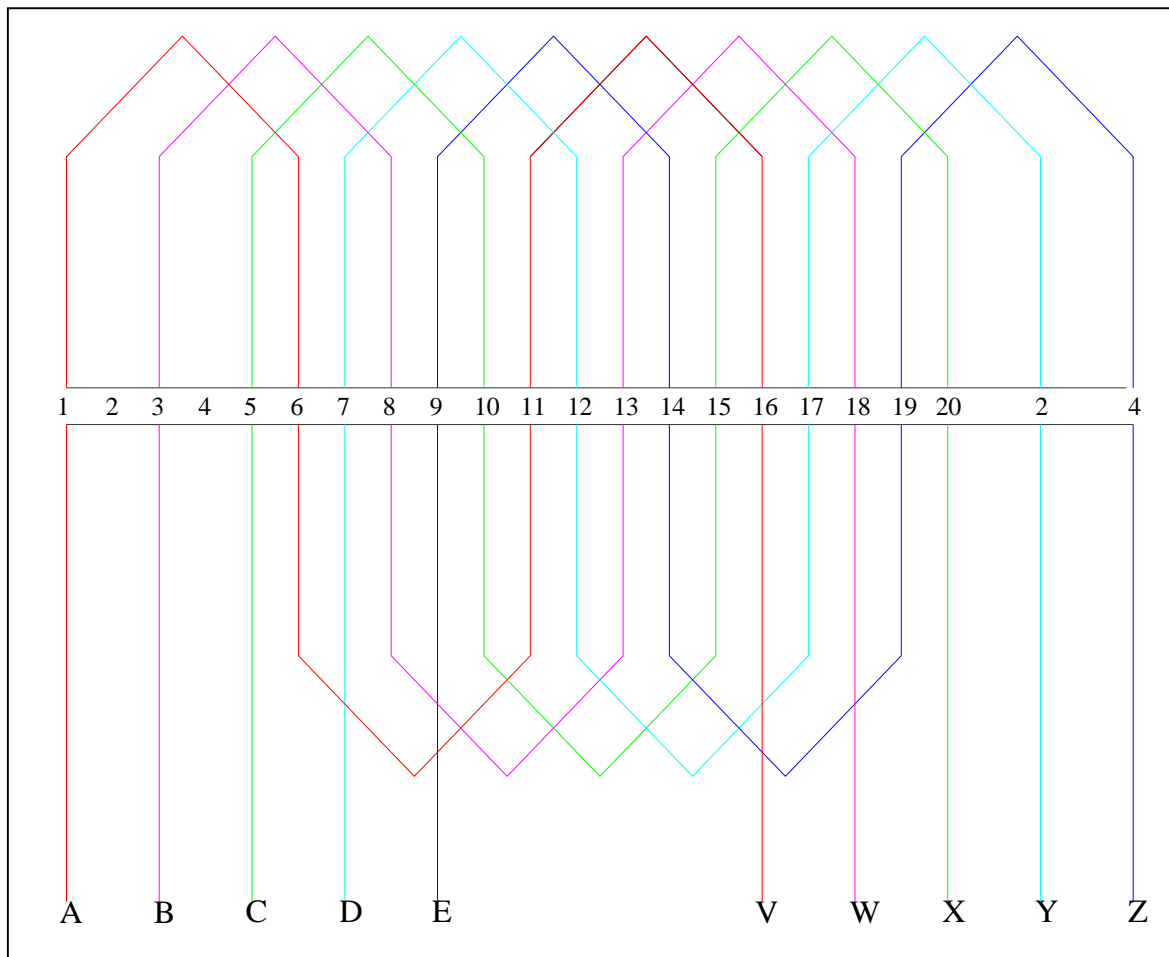


Fig.4. Enroulement pentaphasé ondulé à simple couche avec P=2, Z=20, q=1,  $y_r=5$



### I.4.3. Enroulement concentrique

Ce type d'enroulement est constitué d'un nombre de bobines ayant le même axe, c.à.d. des bobines concentriques, mais développées avec différents pas [12], d'où le nom de cet enroulement.

Il est marqué par une différence appréciable entre les formes de ses groupes de bobines, avec un pas  $y$  maximal égal à  $(\tau_p + (q - 1))$  et un pas  $y$  minimal égal à  $\tau_p$ . Contrairement à l'enroulement imbriqué, dans cet enroulement des difficultés apparaissent lors de la formation des branches parallèles car ses bobines ont des parties frontales différentes ainsi que des résistances et des inductances inégales [13]. Il est montré plus loin que l'enroulement concentrique a les mêmes propriétés magnétiques que l'enroulement imbriqué.

#### *A/ Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans*

Cet enroulement est inspiré de son équivalent triphasé à deux plans dont le principe d'exécution est basé sur l'existence de deux côtés de différents groupes de bobines, dont les parties frontales ont des sens opposés et des dimensions égales, au milieu des deux côtés d'un même groupe de bobines de dimensions différentes de celles des groupes du milieu; d'où l'utilisation de bobines de différentes longueurs. Dans le cas pentaphasé nous aurons au total 3 plans avec 4 côtés de groupes de bobines au milieu d'un seul groupe où deux groupes de bobines de même longueur auront des parties frontales de sens opposés. En triphasé, si  $P$  est pair les deux plans contiennent  $P/2$  groupes avec une moitié de bobines courtes et une moitié de bobines longues sans bobine coudée. En revanche, si  $P$  est impair l'existence d'une bobine coudée devient inévitable. En appliquant les mêmes principes pour l'enroulement pentaphasé, on distingue trois cas :

- si  $P$  est multiple de trois on obtient un enroulement concentrique pentaphasé à trois plans sans bobine coudée avec un tiers de bobines longues, un tiers de bobines moyennes et un tiers de bobines courtes,
- si  $P$  n'est pas multiple de trois, ou bien avec un reste de division égal à 1, alors l'enroulement contient une bobine coudée.
- Ou alors avec un reste de division égal à deux, dans ce cas l'enroulement contient deux bobines coudées. Pour n'importe quel enroulement polyphasé de ce type avec  $m$  impair, le nombre de plans sera  $\frac{m+1}{2}$ . La figure 5 montre deux enroulements pentaphasés concentriques à trois plans dont l'un est sans bobine coudée où  $Z = 60$ ,  $P = 3$ ,  $q = 2$ , et l'autre avec deux bobines coudées où  $Z = 40$ ,  $P = 2$ ,  $q = 2$ .

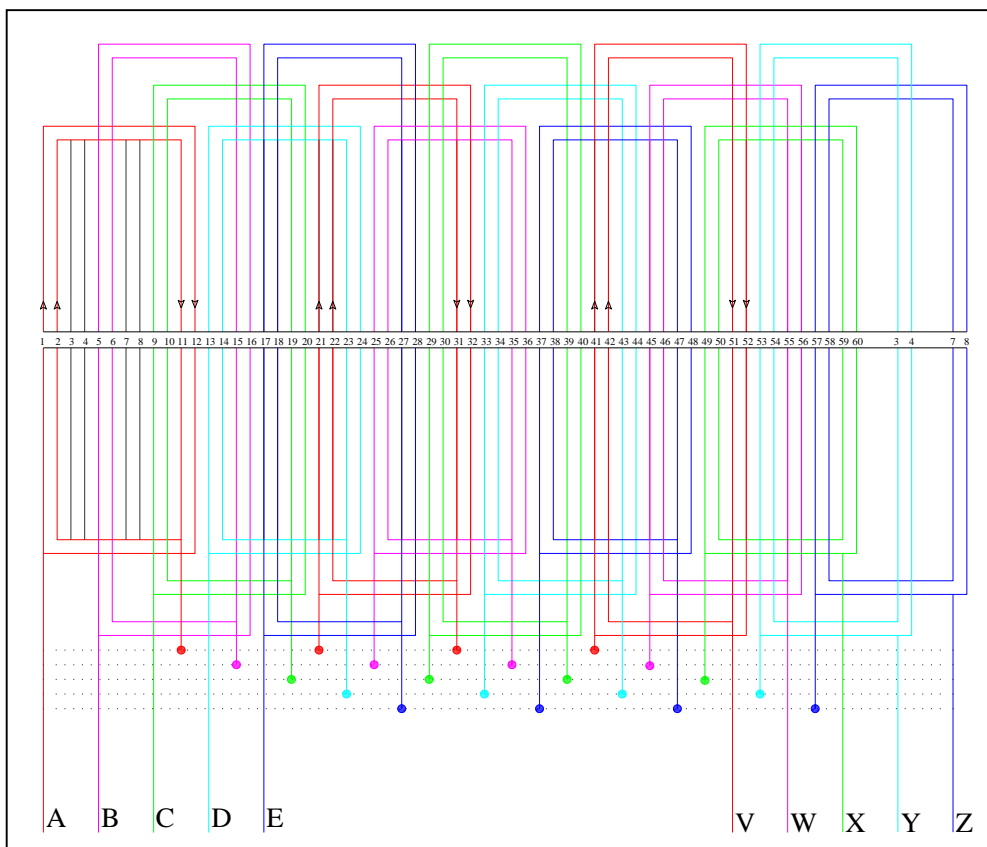


Fig.5.a Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans sans bobine coudée avec  $P=3$ ,  $Z=60$ ,  $q=2$

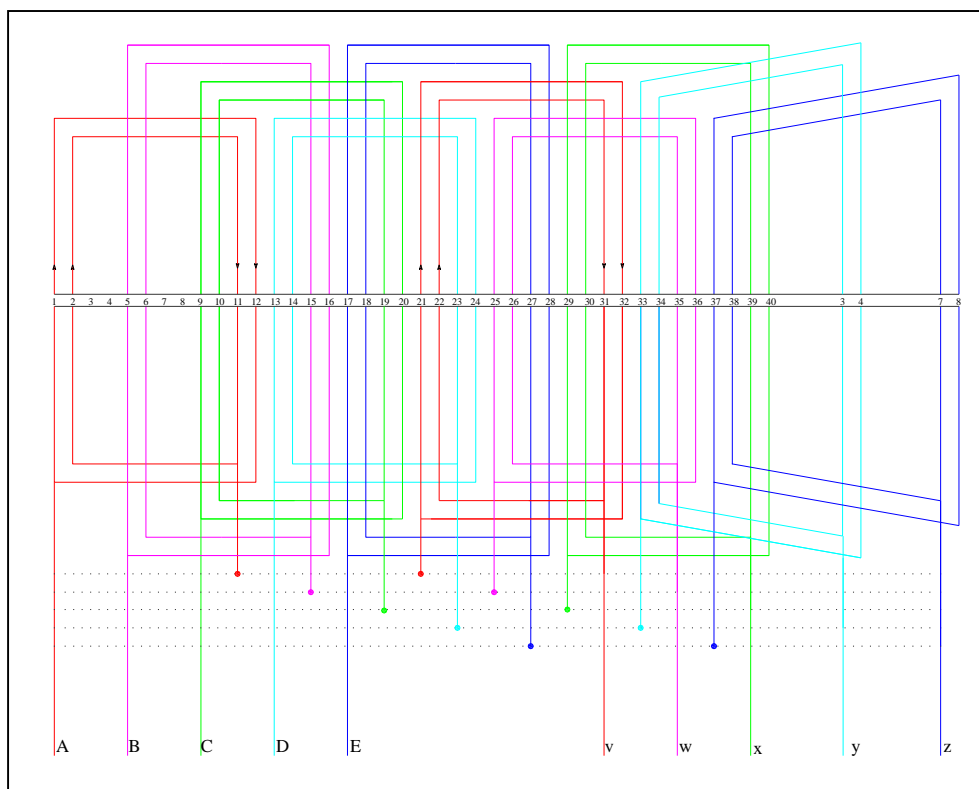


Fig.5.b Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans avec 2 bobines coudées pour  $P=2$ ,  $Z=40$ ,  $q=2$

**I.5. Enroulement par pôles (à pôles non consécutifs)**

Cet enroulement est toujours à pas raccourci, ce qui permet de diminuer les dimensions des parties frontales, et chacune de ses phases compte un groupe de bobines par pôle. Pour réarranger un enroulement à pôles consécutifs de façon à le rendre à pôles non consécutifs, il faut que le nombre d'encoches par pôle et par phase (q) soit pair [9], c.à.d. chacun de ses groupes doit contenir un nombre pair de bobines. Dans ce cas, les types d'enroulements à pôles non consécutifs sont l'imbriqué et le concentrique où q est nécessairement pair. Cependant, un autre type d'enroulement par pôle existe où q peut être aussi bien pair ou impair, il s'agit de l'enroulement en chaîne [9]. De par sa nature, l'enroulement par pôle possède toujours un nombre d'encoches par pôle et par phase (q) strictement supérieur 1, et son nombre de voies parallèles a est compris entre 1 et 2P.

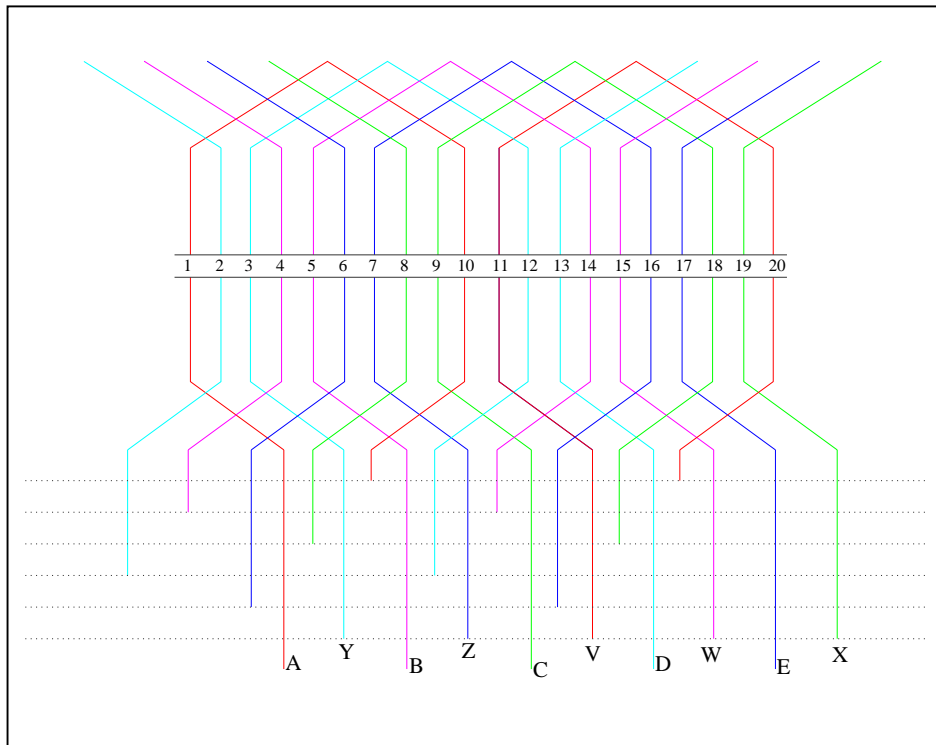


Fig.6. Enroulement pentaphasé imbriqué par pôle avec P=1, Z=20, q=2

**I.5.1. Enroulement imbriqué**

L'enroulement imbriqué par pôle déduit d'un enroulement à pôles non consécutifs aura les mêmes caractéristiques magnétiques que celles dont il est issu [13].

### I.5.2. Enroulement concentrique à cinq plans

La différence notable entre cet enroulement et celui à trois plans est le fait qu'il soit réalisé à l'aide de cinq bobines de dimensions différentes formant cinq plans. Cette différence est imposée par la nature de l'enroulement à pôle non consécutif où chaque groupe correspond à un pôle. On peut donc généraliser et dire qu'un enroulement polyphasé de  $m$  phases sera à  $m$  plans.

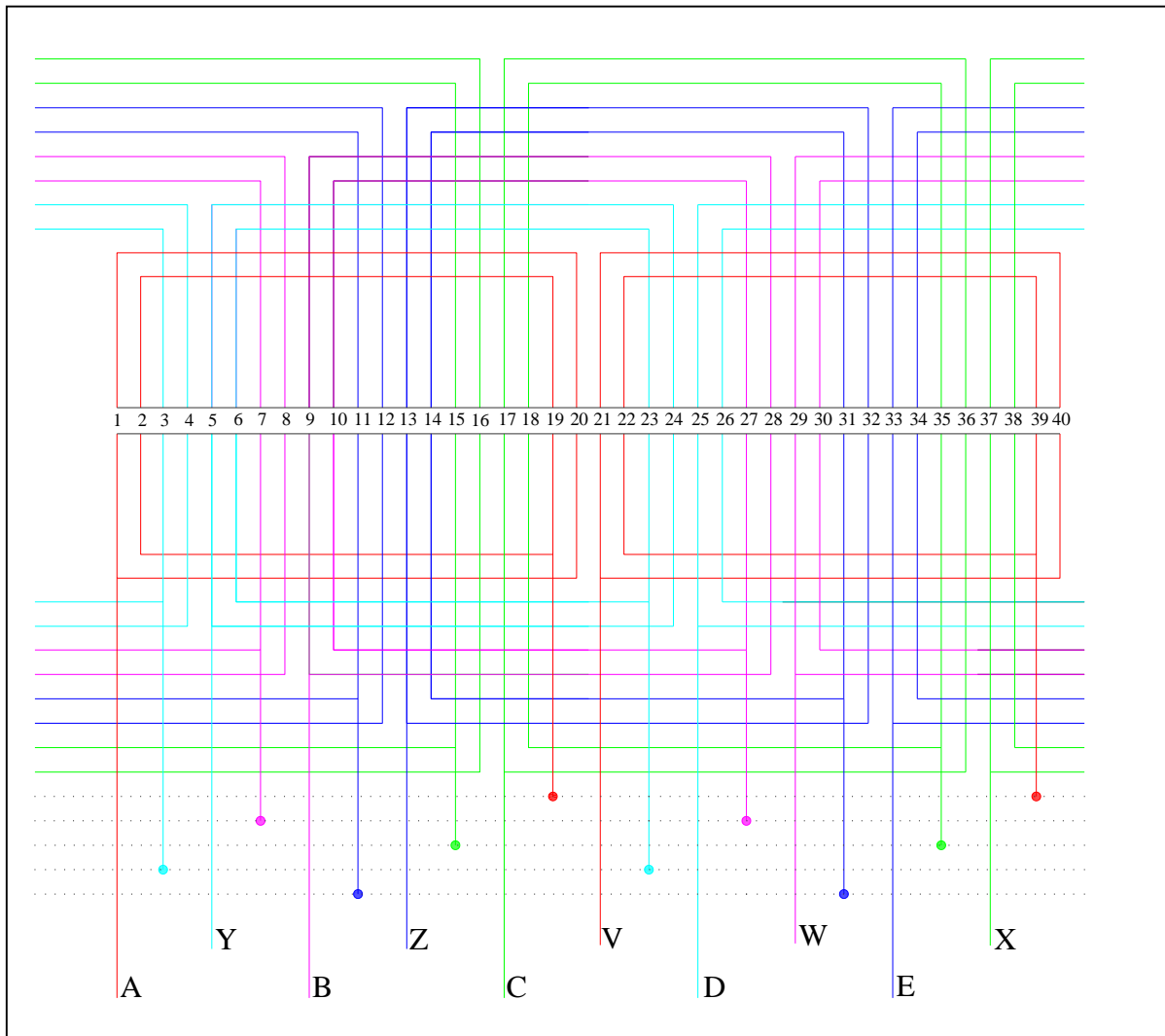


Fig.7 : Enroulement pentaphasé concentrique à 5 plans avec  $P=1$ ,  $Z=40$ ,  $q=4$

### I.5.3. Enroulement en chaîne

- Cas où le nombre de bobines est pair ( $q$  pair)

Ce type d'enroulement est caractérisé par son pas qui doit être toujours différent de  $\tau_p - \frac{q}{2}$  [9]. Il faut avoir en vue également que les groupes contiennent  $q/2$  bobines en série où le pas d'enroulement peut être :

- $y > \tau_p - \frac{q}{2}$
- $y < \tau_p - \frac{q}{2}$

Lorsque  $y > \tau_p - \frac{q}{2}$ , il faut intercaler les faisceaux d'un groupe de bobines entre les faisceaux d'un autre groupe appartenant à la même phase, c'est-à-dire que les bobines de la même phase se croisent formant ainsi une chaîne d'où le nom de ce type d'enroulement [9].

Lorsque  $y < \tau_p - \frac{q}{2}$ , les zones phasiques sont croisées et l'on peut trouver un ou plusieurs côtés de bobines appartenant à la même zone phasique entre deux côtés de bobines d'un groupe appartenant à une zone phasique différente.

- Cas où le nombre de bobines est impair (q impair)

On forme deux zones phasiques, une par  $q_1$ , et l'autre par  $q_2$  bobines en série par paire de pôles avec  $q = q_1 + q_2$ . Si  $y = \tau_p - \frac{q}{2}$  alors il n'y aura pas de croisement et les deux zones phasiques ont des pas différents dont la valeur moyenne est égale à  $y$ .

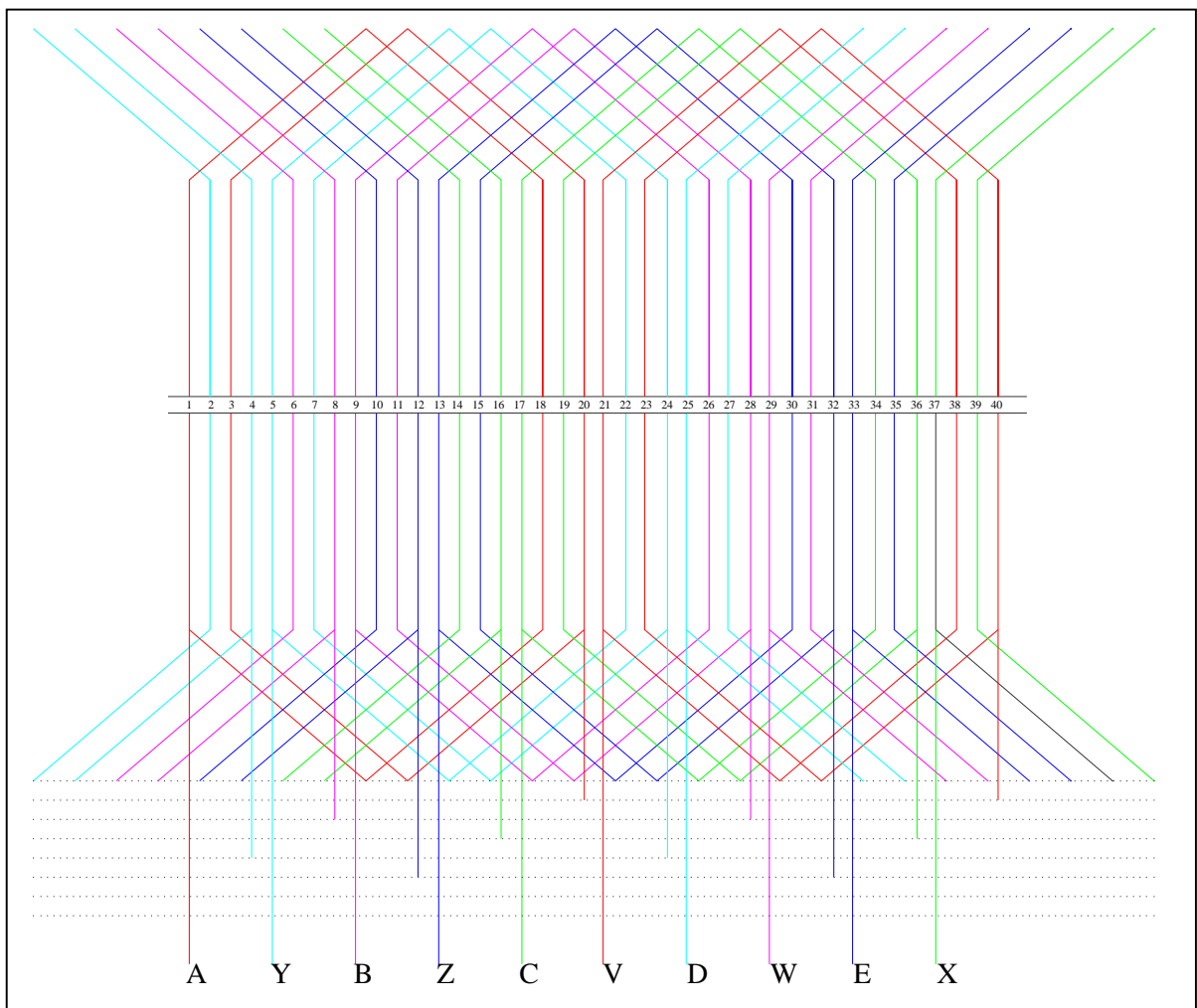
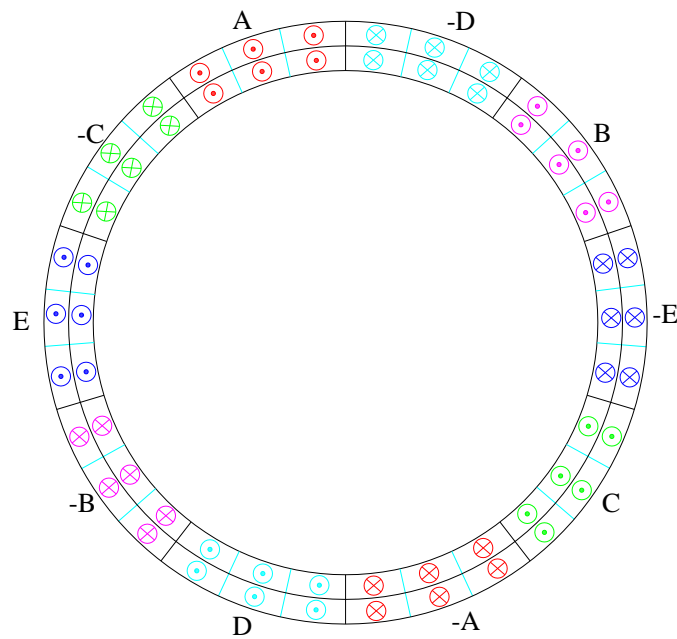


Fig.8 : Enroulement pentaphasé en chaîne avec  $Z=40$ ,  $P=1$ ,  $q=4$ ,  $y=9$

**I.6. Enroulement polyphasé à deux couches**

Dans ce type d'enroulement chaque encoche contient deux cotés de la bobine appartenant à la même phase. Le nombre total de bobines est égal au nombre d'encoches statoriques  $Q = Z = 2 P . q . m$ . Chaque phase contient  $2 P . q$  bobines c'est-à-dire chaque phase a  $2P$  groupes de  $q$  bobines en séries, le nombre de branches «  $a$  » est compris entre 1 et  $2P$  ( $1 \leq a \leq 2P$ ).

Chaque phase de l'enroulement comporte plusieurs bobines dont les portions actives (cotés de bobines) sont logées dans l'encoche de façon différente : le coté supérieur (de droite) est contenu dans la partie supérieure de l'encoche plus près de l'entrefer, et le coté inférieur (de gauche), dans la partie inférieure de l'encoche plus près du fond de l'encoche ; Les spires de chaque bobine sont isolées les unes des autres et chaque bobine est isolée de l'autre se trouvant dans la même encoche, si elles appartiennent à des phases différentes, et à leur tour chacune est isolée des parois de l'encoche [11], voir Fig.10. Concernant la distribution des zones phasiques de l'enroulement à deux couches la fig.9 montre sa mise en place sur la périphérie avec  $P = 1$ , et pour  $P$  supérieur à 1, le motif se répète. Les enroulements à deux couches peuvent être imbriqués ou ondulés.



(a)

A	A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C
A	A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C

(b)

Fig.9 : Distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total

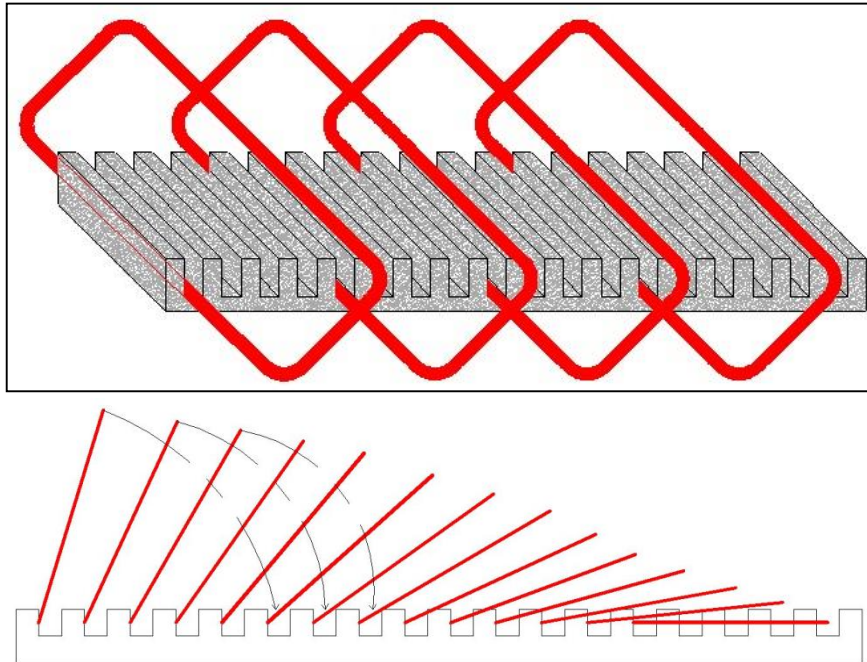


Fig.10 : Schéma représentant la disposition des bobines d'un enroulement à deux couches, en haut 3D, en bas vue de face.

### I.6.1. Enroulement imbriqué

Il se trouve que les bobines dans un enroulement imbriqué à deux couches, n'occupent que la moitié de l'encoche, on peut en modifier donc la largeur et les placer dans une paire d'encoches (qui contient les deux côtés d'une bobine) qui ne correspond plus au pas polaire. Ses bobines sont habituellement réduites et donnent un pas dit raccourci. Cette configuration complique le bobinage et sa mise en place, mais présente l'avantage d'améliorer le comportement de la machine, si évidemment le choix du pas raccourci est judicieux [14].

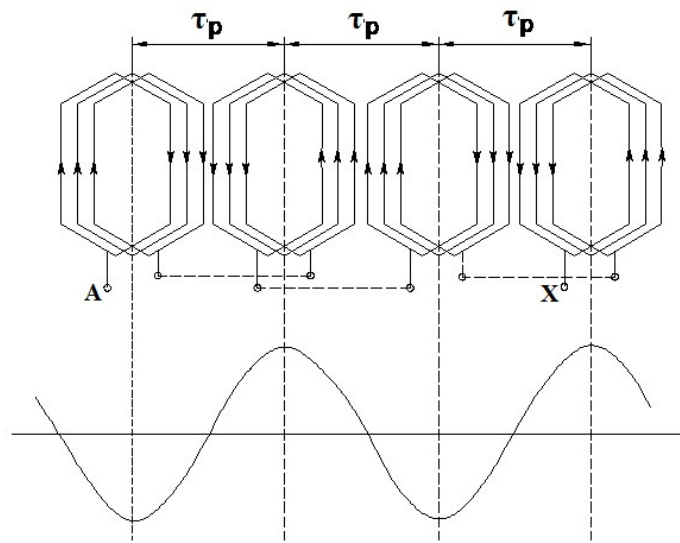
### I.6.2. Enroulement ondulé

Pour une configuration ondulée, les conducteurs qui occupent des places analogues sous deux pôles consécutifs sont connectés en série, lorsque toutes les encoches d'une même phase contiennent un conducteur par l'exécution d'un tour complet, on réalise une deuxième couche superposée à la première mais bobinée en sens inverse [14].

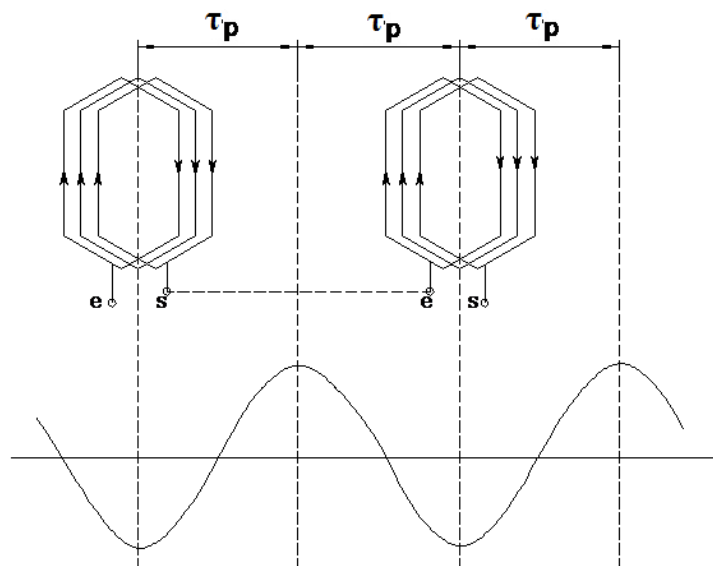
### I.6.3 La connexion des groupes de bobines

Si l'enroulement est à pôles non consécutifs (par pôle), les groupes d'une paire de pôles sont bobinés en sens inverse de façon, de cette manière la connexion de ces groupes est réalisée de façon que la sortie du premier groupe soit reliée à l'entrée du deuxième groupe,

et la sortie de ce deuxième groupe soit reliée à l'entrée du premier groupe de la paire de pôles suivante, et ainsi de suite pour une connexion série, si il s'agit d'une connexion parallèle l'entrée et la sortie d'un groupe sont reliées respectivement à l'entrée et la sortie du deuxième groupe de la même paire, à titre d'exemple la Fig. (11.a) montre une phase à quatre pôles non consécutifs. Si, maintenant, l'enroulement est à pôles consécutifs, c.-à-d. il contient un groupe de bobines chaque deux intervalles polaires, la sortie de chaque groupe de bobines est reliée à l'entrée du suivant, et ainsi de suite, par exemple la Fig. (11.b) montre une phase à quatre pôles consécutifs.



(a)



(b)

Fig.11 connexions des groupes d'un enroulement

(a) à 2P groupes par phase

(b) à P groupes par phase



I.7. Enroulement à pas raccourci

Lorsque le pas d'enroulement est inférieur au pas total (diamétral) l'enroulement est appelé un enroulement à pas raccourci. Souvent les enroulements à pas raccourci sont à deux couches, mais il existe également des enroulements à pas raccourci à simple couche (enroulement en chaîne), le raccourcissement est effectué en diminuant le nombre d'encoches entre deux côtés d'une bobine d'une seule encoche ou de plusieurs encoches. Dans un enroulement à deux couches à pas raccourci une encoche peut contenir deux côtés de bobines appartenant à deux phases différentes, contrairement à un enroulement de même type à pas total où les deux côtés de bobines ne peuvent appartenir qu'à la même phase. La figure 12 montre les deux types, on remarque qu'il y a un décalage d'une couche par rapport à l'autre dans le cas raccourci.

Le raccourcissement présente l'avantage de réduire l'amplitude des harmoniques proches du fondamental mais a l'inconvénient de diminuer le facteur de remplissage de l'encoche à cause de l'isolation entre les conducteurs logés dans la même encoche et appartenant à deux différentes phases, excepté pour le cas d'enroulement ondulé.

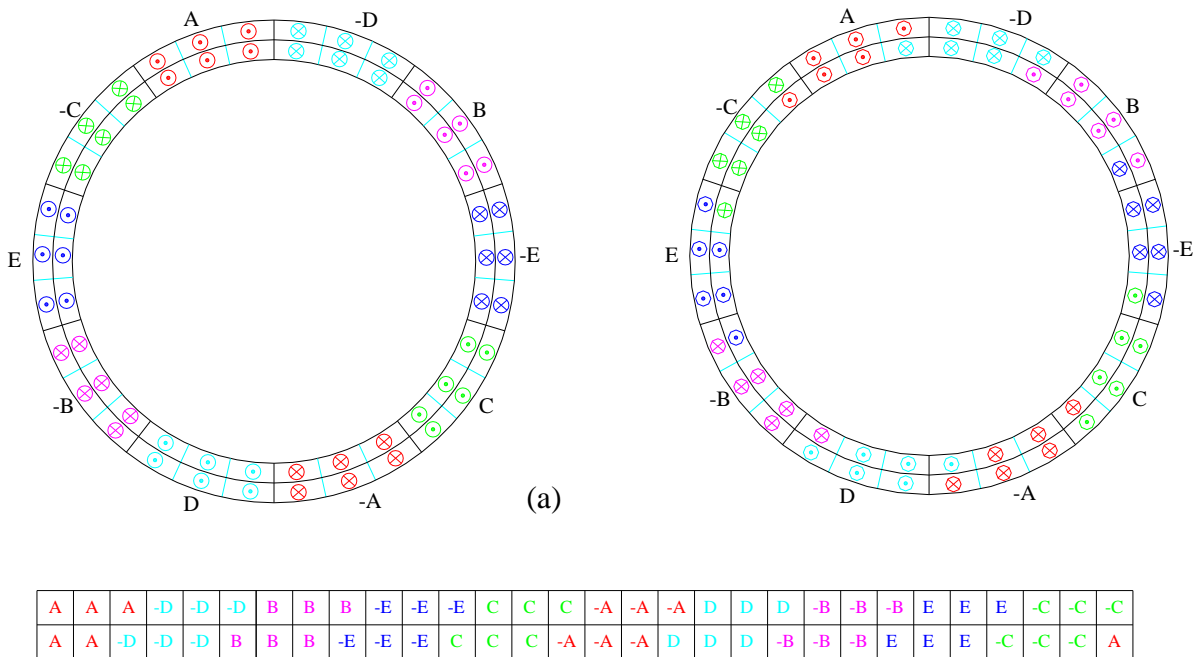


Fig.12. (a) Distribution des zones phasiques d'un enroulement à deux couches à pas total (à gauche) et à pas raccourci (à droite) sur la périphérie du stator

(b) illustration du décalage causé par un raccourcissement d'une seule encoche

### I.8. Enroulement à pas fractionnaire

Certaines machines polyphasées ont des groupes de bobines développées sur un nombre  $q$  non entier (nombre d'encoches par pôle et par phase). Il s'agit alors d'enroulement à pas fractionnaire. Ces enroulements donnent une tension au stator parfaitement équilibrée et produisent une forme d'onde de tension qui est notablement affranchie d'harmoniques [6]. Les enroulements de ce type sont concentriques ou imbriqués à une ou deux couches. Ils sont dotés d'une f.m.m qui varie d'un pôle à l'autre. Nous présentons, ci-dessous, quelques avantages des enroulements fractionnaires, lorsqu'on les compare à ceux à pas entier, [10] :

- Une grande liberté de choix concernant le nombre d'encoches,
- Des alternatives multiples au raccourcissement,
- L'opportunité d'atteindre une densité de flux magnétique appropriée avec les dimensions données,
- Si le nombre d'encoches est prédéterminé, l'enroulement fractionnaire peut être appliqué à une gamme plus large de nombre de pôles que l'enroulement à pas entier,
- L'occasion d'améliorer la forme d'onde de tension d'un générateur en supprimant certains harmoniques.

Le plus grand inconvénient des enroulements à pas fractionnaire est les subharmoniques.

- Quand le dénominateur de  $q$  est différent de 2, il est assez bien connu que les harmoniques habituels d'ordre supérieur parcourent l'armature avec une vitesse inférieure à celle du fondamental. Chaque harmonique parcourt sa propre longueur d'onde en un cycle de courant; Ainsi, il n'est pas surprenant de constater que les subharmoniques parcourent cette même armature avec une plus grande vitesse dès lors qu'ils poursuivent une longueur d'onde plus grande.
- Si le dénominateur est un nombre impair, l'enroulement sera dit «enroulement de première qualité» et quand le dénominateur est un nombre pair, l'enroulement sera de seconde qualité. L'enroulement fractionnaire le plus fiable est conçu en choisissant un dénominateur égal à 2. Dans les enroulements à pas entier l'enroulement de base s'étend sur une longueur de 2 pas polaires (la distance de la longueur d'onde fondamentale), tandis que dans le cas des enroulements fractionnaires, une distance de plusieurs longueurs d'ondes fondamentales doit être parcourue avant que l'on rejoigne le point de départ, c.à.d, avant qu'un côté d'une bobine de la même phase rencontre exactement la valeur crête de l'induction, [6].

### Conclusion

Nous avons passé en revue plusieurs types d'enroulements polyphasés dont nous avons donné des exemples pour des machines pentaphasés, ce qui est notre cas d'étude. En effet, Les enroulements des machines polyphasées sont classés principalement selon les critères suivant :

- Le nombre de pôles et de phases.
- Le nombre de groupes de bobines constituant une paire de pôles.
- La manière dont sont développés les groupes de bobines.
- Le nombre de couches de conducteurs dans les encoches.
- L'arrangement des extrémités des bobines dans des plans, et le type de leurs connexions.
- Le rapport entre le pas d'enroulement et le pas polaire.
- Le nombre d'encoches par pôle et par phase.

Ces points représentent, en fait, une démarche à suivre afin de déterminer le type de n'importe quel enroulement polyphasé et ensuite entamer son analyse.

### Introduction

Les différents effets des harmoniques d'espace de la force magnétomotrice sur les performances des machines à courant alternatif relèvent d'une importance capitale, et c'est la raison pour laquelle il est nécessaire de les étudier afin de les borner à une certaine tolérance. En effet, la forme d'onde de la force magnétomotrice est liée seulement à la distribution des conducteurs sur l'armature statorique et dans les encoches ainsi qu'aux courants des conducteurs le long de l'entrefer. Cependant, au plan de l'enroulement, elle n'est pas liée à l'arrangement des connexions des extrémités des conducteurs [15]. La méthode d'usage courant, pour réduire la teneur en harmoniques d'espace de la force magnétomotrice (F.M.M), produite par un enroulement distribué polyphasé à courant alternatif, est le raccourcissement du pas, en dépit du fait qu'il ne puisse éliminer qu'un seul des harmoniques principaux d'ordre réduit. Réaliser un enroulement dans lequel tous les facteurs autres que le fondamental soient nuls, est impossible comme le citent plusieurs auteurs. Un choix approprié des facteurs de distribution et de raccourcissement peut, cependant, être utilisé pour éliminer un harmonique d'ordre réduit, ou pour fournir généralement une réduction considérable des deux harmoniques proches du fondamental. Néanmoins, aucune méthode conventionnelle pratique ne peut avoir un facteur de bobinage nul pour deux harmoniques consécutifs de la forme d'onde résultante de la F.M.M. [15]. Il est évident que lorsqu'on élimine un harmonique d'espace d'une phase, il ne produira pas un champ tournant dans l'enroulement global ni aucun effet nuisible correspondant. Mais avec le problème d'élimination d'harmoniques il faut se poser la condition de préserver la plus grande amplitude possible du fondamental, [17].

### II.1 FMM d'un enroulement à pas quelconque présentant une symétrie

On considère une bobine à pas quelconque se trouvant à la surface d'un entrefer uniforme et dont la FMM est représentée par la Fig.(13). En effet, la forme d'onde de la FMM particulière montrée à la Fig.(14) est identique à la FMM obtenue par deux bobines du même type que la bobine considérée. Ces bobines sont placées l'une par rapport à l'autre de  $\pi$ , et elles maintiennent le même courant mais dans deux sens opposés; On notera que dans ces conditions, le flux n'embrasse, dans l'entrefer, que la portion de la circonférence qui est délimitée par les deux bobines. En effet, Le champ produit par la bobine considérée est équivalent à celui produit par une zone phasique d'un enroulement qui se compose d'une seule bobine, et celui produit par les deux bobines correspond à la phase entière.

## Chapitre 2 : FMM et Harmoniques développés par les enroulements pentaphasés

Ce qui fait que, si une zone phasique se compose de plusieurs bobines décalées chacune par rapport à l'autre d'un angle  $\frac{\pi}{qm}$ , la FMM résultante de la phase entière sera donc la superposition des FMMs de type de celle créée par les deux bobines considérées au début.

Il est évident que tout ce raisonnement n'est valable que dans le cas d'une symétrie par paire de pôles et par conséquent, la décomposition en séries de Fourier de la FMM ne contiendra que les harmoniques impairs.

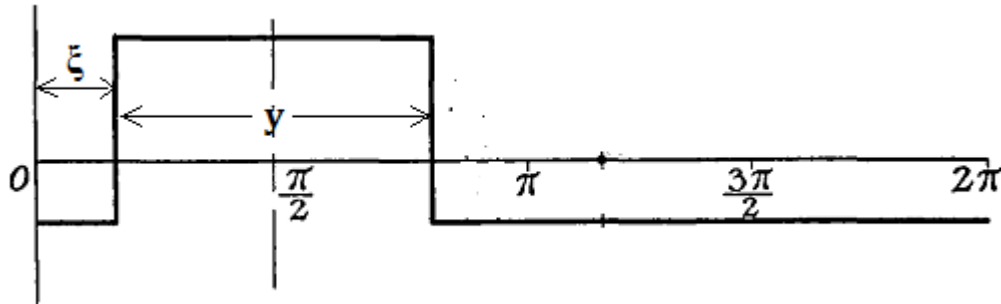


Fig.13 : FMM développée par une bobine à pas quelconque

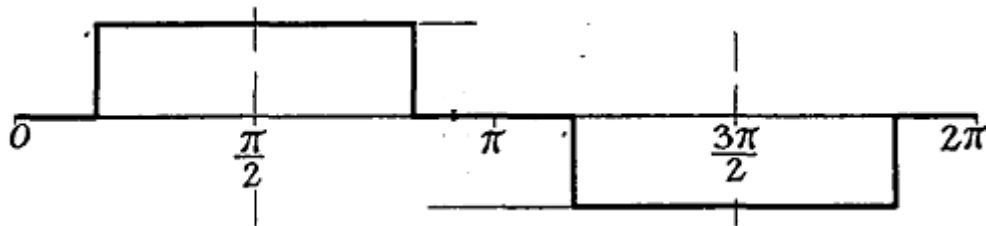


Fig.14 : FMM résultante de deux bobines à pas quelconque décalées de  $\pi$  et bobinées en sens inverse.

On démontre que dans le cas d'une symétrie seulement les harmoniques de rang impair existent suivant la démarche suivante :  $a_{1n}, b_{1n}$  sont les coefficients de la FMM de la première bobine,  $a_{2n}, b_{2n}$  sont les coefficients de la FMM de l'autre bobine.

$$a_{1n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f \cdot \cos(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{\xi}^{\pi-\xi} f_1 \cos(n\theta) d\theta - f_2 \left( \int_0^{\xi} \cos(n\theta) d\theta + \int_{\pi-\xi}^{2\pi} \cos(n\theta) d\theta \right) \right]$$

$$a_{1n} = \frac{1}{n\pi} (f_1 + f_2) [\sin(n(\pi - \xi)) - \sin(n\xi)]$$

$$a_{1n} = \frac{f}{n\pi} [\sin(n(\pi - \xi)) - \sin(n\xi)]$$

$$a_{1n} = -\frac{2f}{n\pi} \sin(2n\xi)$$

$$a_{2n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f \cdot \cos(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left[ f_2 \left( \int_0^{\pi+\xi} \cos(n\theta) d\theta + \int_{2\pi-\xi}^{2\pi} \cos(n\theta) d\theta \right) - \int_{\pi+\xi}^{2\pi-\xi} f_1 \cos(n\theta) d\theta \right]$$

$$a_{2n} = \frac{1}{n\pi} (f_1 + f_2) [\sin(n(\pi + \xi)) - \sin(n(2\pi - \xi))]$$

$$a_{2n} = \frac{f}{n\pi} [\sin(n(\pi + \xi)) - \sin(n(2\pi - \xi))]$$

$$a_{2n} = \frac{2f}{n\pi} \sin(\xi)$$

$$b_{1n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f \cdot \sin(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{\sigma}^{\pi-\xi} f_1 \sin(n\theta) d\theta - f_2 \left( \int_0^{\xi} \sin(n\theta) d\theta + \int_{\pi-\xi}^{2\pi} \sin(n\theta) d\theta \right) \right]$$

$$b_{1n} = \frac{1}{n\pi} (f_1 + f_2) [\cos(n\xi) - \cos(n(\pi - \xi))]$$

$$b_{1n} = \frac{f}{n\pi} [\cos(n\xi) - \cos(n(\pi - \xi))]$$

$$b_{1n} = \frac{2f}{n\pi} \sin((2n + 1)\xi)$$

$$b_{2n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f \cdot \sin(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left[ f_2 \left( \int_0^{\pi+\xi} \sin(n\theta) d\theta + \int_{2\pi-\xi}^{2\pi} \sin(n\theta) d\theta \right) - \int_{\pi+\xi}^{2\pi-\xi} f_1 \sin(n\theta) d\theta \right]$$

$$b_{2n} = \frac{1}{n\pi} (f_1 + f_2) [\cos(n(2\pi - \xi)) - \cos(n(\pi + \xi))]$$

$$b_{2n} = \frac{f}{n\pi} [\cos(n(2\pi - \xi)) - \cos(n(\pi + \xi))]$$

$$b_{2n} = \frac{2f}{n\pi} \cos((2n + 1)\xi)$$

$$a_n = a_{1n} + a_{2n} = 0 ; b_n = b_{1n} + b_{2n} = 2b_{2n} = 2b_{1n}$$

## II.2. Forces magnétomotrices des enroulements des machines asynchrones pentaphasées

*Hypothèses simplificatrices:*

- On suppose que la perméabilité du fer  $\mu$  est très grande et tende vers l'infini ( $\mu \rightarrow \infty$ ), cela permet de négliger la déformation du champ au voisinage des conducteurs.
- On néglige les ouvertures des encoches en supposant que l'entrefer est uniforme.
- Le courant statorique pentaphasé est considéré sinusoïdal équilibré.

- L'ensemble de la machine est supposé infiniment long de manière à négliger les effets d'extrémité de la machine. On peut considérer alors, que le champ ne dépend pas de la composante parallèle à l'axe de la machine.
- Si l'entrefer est assez petit devant les dimensions de l'armature, on suppose que le champ ne dépend pas du rayon, c.à.d. le champ dans l'entrefer est radialement le même, mais varie selon l'angle.
- Les encoches sont toutes identiques.

On considère que la FMM croit selon une fonction en escalier au centre de chaque encoche, donc la distribution de la f.m.m due aux courants de n'importe quelle phase aura aussi cette forme. Et le nombre d'échelons de l'onde est égal au nombre d'encoches, ce qui fait qu'à chaque passage par le centre d'une encoche la FMM augmente ou diminue par un échelon égal à  $N_b I$  ; où  $N_b$  est le nombre de conducteurs par encoche [15].

### II.2.1 FMM des différents enroulements à simple couche

#### *A/ FMM d'un enroulement concentré*

En prenant en considération les hypothèses susmentionnées, nous obtenons une répartition du champ magnétique dans l'entrefer représentée par la Fig. (15). La relation entre le courant de la bobine et le champ magnétique  $H$  est déterminée par le théorème d'Ampère :  $N_b i_b = \oint H dl$  ; L'intégrale est effectuée le long d'une ligne de champ.

$$\oint H dl = 2 \delta H \Rightarrow N_b i_b = 2 \delta H.$$

$$H = \frac{N_b i_b}{2 \delta}, \text{ avec } B = \mu_0 H \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{N_b i_b}{2} = \lambda_\delta F_a$$

$$F_a = \frac{1}{2} N_b i_b ; N_b \text{ le nombre de spires d'une bobine,}$$

$\delta$  : Longueur de l'entrefer

$\lambda_\delta = \frac{\mu_0}{\delta}$ : Perméance de l'entrefer, c.à.d. la perméance rapportée à une unité de surface perpendiculaire aux lignes d'induction magnétique dans l'entrefer.

$F_a$  : représente la FMM nécessaire pour faire passer le flux magnétique une fois par l'entrefer.

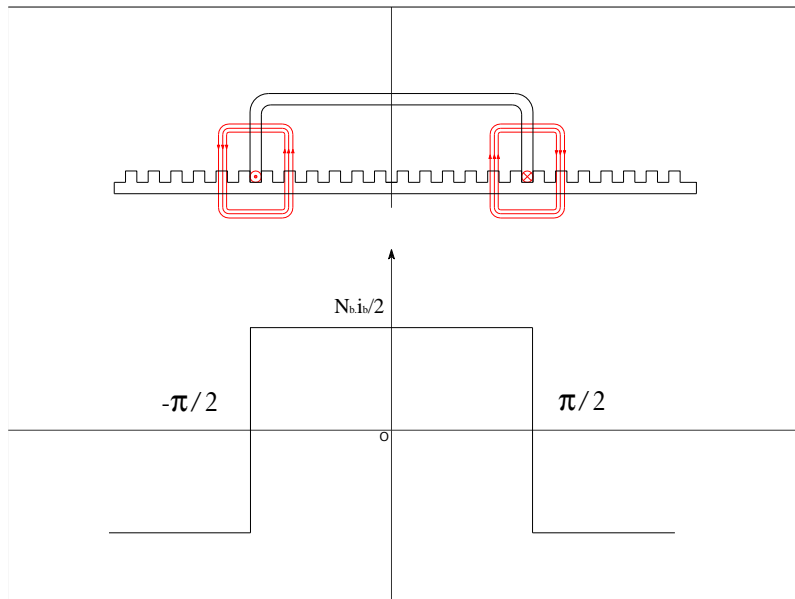


Fig.15 la FMM d'une bobine concentrée à pas total

Cette fonction est exprimée par un développement en série de Fourier, où la présence d'harmoniques est inévitable :  $F_A(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [ a_n \cos(n \alpha) + b_n \sin(n \alpha) ]$  ; C'est l'expression de la FMM produite par la phase A.

**Remarque :** Le signal est centré c'est-à-dire la valeur moyenne de la FMM est nulle, donc  $a_0 = 0$ , il est bien clair que la fonction  $F_A$  est impaire donc  $b_n = 0$ , calculons  $a_n$ .

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} N_b i_A \cos(n \alpha) d\alpha = \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_a \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right)$$

Le rang  $n$  doit, nécessairement, être impair pour que  $a_n$  soit non nul, par conséquent, Les harmoniques pairs sont tous nuls.

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right]$$

Les FMM des autres phases,  $F_B, F_C, F_D, F_E$  ont la même forme que la FMM de la phase A, mais décalées à chaque fois d'un déphasage de  $\frac{2\pi}{5}$  [rad élec] de chacune par rapport à l'autre.

Et leurs expressions respectives sont :



$$F_B(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_b \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{2\pi}{5} \right) \right) \right]$$

$$F_C(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_c \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{4\pi}{5} \right) \right) \right]$$

$$F_D(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_d \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{6\pi}{5} \right) \right) \right]$$

$$F_E(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_e \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{8\pi}{5} \right) \right) \right]$$

La FMM résultante est la somme des FMM des cinq phases :

$$F_{MM}(\alpha) = F_A(\alpha) + F_B(\alpha) + F_C(\alpha) + F_D(\alpha) + F_E(\alpha) \quad (5)$$

Maintenant, on alimente l'enroulement par un système de courants sinusoïdaux pentaphasés équilibrés dont les expressions sont les suivantes :

$$\begin{aligned} i_A &= \sqrt{2} I \cos(\omega t) ; & i_B &= \sqrt{2} I \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{5} \right) ; & i_C &= \sqrt{2} I \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{5} \right) \\ i_D &= \sqrt{2} I \cos \left( \omega t - \frac{6\pi}{5} \right) ; & i_E &= \sqrt{2} I \cos \left( \omega t - \frac{8\pi}{5} \right) \end{aligned}$$

L'expression de chaque FMM développée par chacune des phases est donnée par l'équation qui lui correspond dans l'ensemble des équations suivantes :

$$F_A(\alpha) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos((2n+1)\alpha) \right] \right) \cos(\omega t)$$

$$F_B(\alpha) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{2\pi}{5} \right) \right) \right] \right) \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{5} \right)$$

$$F_C(\alpha) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{4\pi}{5} \right) \right) \right] \right) \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{5} \right)$$

$$F_D(\alpha) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{6\pi}{5} \right) \right) \right] \right) \cos \left( \omega t - \frac{6\pi}{5} \right)$$

$$F_E(\alpha) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - \frac{8\pi}{5} \right) \right) \right] \right) \cos \left( \omega t - \frac{8\pi}{5} \right)$$

L'expression de l'harmonique de rang  $(2n+1)$  de la phase A par exemple est :

$$F_{A2n+1}(\alpha) = F_{2n+1} \cos((2n+1)\alpha) \cos(\omega t) ; \text{ On remarque que la FMM est pulsante.}$$

Et on note également qu'elle prend l'allure d'une onde stationnaire caractérisée par des nœuds où la FMM est nulle et des ventres où elle est maximale ou minimale.

On remplace les FMMs par leurs expressions respectives dans l'équation (5), et on obtient:

$$\begin{aligned}
 F_{MM}(\alpha) = & \left( \sum_{n=0}^{\infty} [F_{2n+1} \cos((2n+1)\alpha)] \right) \cos(\omega t) \\
 & + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{2\pi}{5}\right)\right) \right] \right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{5}\right) \\
 & + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{4\pi}{5}\right)\right) \right] \right) \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{5}\right) \\
 & + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{6\pi}{5}\right)\right) \right] \right) \cos\left(\omega t - \frac{6\pi}{5}\right) \\
 & + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{8\pi}{5}\right)\right) \right] \right) \cos\left(\omega t - \frac{8\pi}{5}\right)
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } F_{2n+1} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{(2n+1)} \frac{1}{2} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) N_b \sqrt{2} I ;$$

$$\text{L'amplitude de l'harmonique fondamental est : } F_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} N_b I$$

On utilise l'identité suivante :  $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos(a) \cos(b)$ , Pour développer les expressions des sommes trouvées ci-dessus. Ce qui donne la somme suivante :

$$\begin{aligned}
 F_{MM}(\alpha) = & \frac{1}{2} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ F_{2n+1} \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right. \right. \\
 & + F_{2n+1} \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - (2n+2)\frac{2\pi}{5}\right) \right. \\
 & + \left. \left. \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - 2n\frac{2\pi}{5}\right) \right) \right. \\
 & + F_{2n+1} \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - (2n+2)\frac{4\pi}{5}\right) \right. \\
 & + \left. \left. \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - 2n\frac{4\pi}{5}\right) \right) \right. \\
 & + F_{2n+1} \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - (2n+2)\frac{6\pi}{5}\right) \right. \\
 & + \left. \left. \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - 2n\frac{6\pi}{5}\right) \right) \right. \\
 & + F_{2n+1} \sqrt{2} I \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - (2n+2)\frac{8\pi}{5}\right) \right. \\
 & + \left. \left. \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - 2n\frac{8\pi}{5}\right) \right) \right] \right)
 \end{aligned}$$

## Chapitre 2 : FMM et Harmoniques développés par les enroulements pentaphasés

La FMM est ainsi décomposée en deux parties ; la valeur maximale de chacune de ces parties est indépendante de la valeur de  $\alpha$ , et donc de la position du point considéré. En bref, chaque composant de la FMM est équivalent à 2 ondes d'amplitude constante, et de distribution sinusoïdale, et tournant de façon synchrone dans deux directions opposées. La composante tournant dans le sens direct est représentée par:  $\cos((2n + 1)\alpha - \omega t)$ , La composante tournant dans le sens inverse est représentée par:  $\cos((2n + 1)\alpha + \omega t)$ . Les harmoniques de la FMM sont tous impairs tels que  $\{3, 5, 7, 9, 11, \dots, 2k+1\}$ . On peut les classer suivant qu'ils soient multiples ou non de 5 de la façon suivante :

- Les harmoniques de rang multiple de cinq :  $5(2k + 1) \rightarrow \{5, 15, 25, \dots\}$  avec  $k = 0, 1, 2, \dots$
- Les harmoniques, de rang non multiple de cinq, sont rangés dans deux ensembles comme suit :
  - Les harmoniques  $\{3, 7, 13, 17, 23, 27, \dots\}$ , on peut écrire ces harmoniques en utilisant la relation suivante  $2n + 1 = 10k \pm 3$
  - Les harmoniques  $\{9, 11, 19, 21, 29, 31, \dots\}$ , on peut écrire ces harmoniques en utilisant la relation suivante  $2n + 1 = 10k \pm 1 ; k \in \mathbb{Z}$
- Harmoniques de rang multiples de 5 ( $2n + 1 = 5k$ ): pour  $2n + 2 = 5k + 1 \Rightarrow :$

$$(5k + 1) \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2k\pi$$

$$(5k + 1) \frac{4\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2k\pi$$

$$(5k + 1) \frac{6\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2k\pi$$

$$(5k + 1) \frac{8\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 2k\pi$$

Pour  $2n = 5k - 1 \Rightarrow :$

$$(5k - 1) \frac{2\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 2(k - 1)\pi$$

$$(5k - 1) \frac{4\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(k - 1)\pi$$

$$(5k - 1) \frac{6\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2(k - 1)\pi$$

$$(5k - 1) \frac{8\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(k - 1)\pi$$

$$\begin{aligned}
 F_{MM}(\alpha) = \frac{1}{2} & \left( \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} \left[ (\cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t)) \right. \right. \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) \right) \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) \right) \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) \right) \\
 & \left. \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) \right) \right] \right) = 0
 \end{aligned}$$

Les harmoniques de rangs multiples de cinq sont tous nuls.

- Cas des harmoniques de rangs non multiples de 5 :

Les harmoniques de rang  $2n + 1 = 10k \pm 3$

**1<sup>er</sup> cas :**  $2n + 1 = 10k + 3$  ; Pour  $2n + 2 = 10k + 4 \Rightarrow$  :

$$(10k + 4) \frac{2\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 4k\pi$$

$$(10k + 4) \frac{4\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(4k + 1)\pi$$

$$(10k + 4) \frac{6\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2(6k + 2)\pi$$

$$(10k + 4) \frac{8\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(8k + 3)\pi$$

Pour  $2n = 10k + 2 \Rightarrow$ :

$$2n = 10k + 2$$

$$(10k + 2) \frac{2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 4k\pi$$

$$(10k + 2) \frac{4\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 8k\pi$$

$$(10k + 2) \frac{6\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(6k + 1)\pi$$

$$(10k + 2) \frac{8\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(8k + 1)\pi$$

On trouve ainsi :

$$\begin{aligned}
 F_{MM}(\alpha) = \frac{1}{2} & \left( \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} \left[ \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right] \right. \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) \right) \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) \right) \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) \right) \\
 & \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) \right) \right] = 0
 \end{aligned}$$

**2<sup>ème</sup> cas**  $2n + 1 = 10k - 3 \Rightarrow 2n + 2 = 10k - 2$

$$(10k - 2) \frac{2\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(2k - 1)\pi$$

$$(10k - 2) \frac{4\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(4k - 1)\pi$$

$$(10k - 2) \frac{6\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 2(6k - 2)\pi$$

$$(10k - 2) \frac{8\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2(8k - 2)\pi$$

Dans le cas où :  $2n = 10k - 4 \Rightarrow$  :

$$(10k - 4) \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(2k - 1)\pi$$

$$(10k - 4) \frac{4\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2(4k - 2)\pi$$

$$(10k - 4) \frac{6\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(6k - 3)\pi$$

$$(10k - 4) \frac{8\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 2(8k - 4)\pi$$

$$\begin{aligned}
 F_{MM}(\alpha) = \frac{1}{2} & \left( \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} \left[ (\cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t)) \right. \right. \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) \right) \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) \right) \\
 & + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) \right) \\
 & \left. \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) \right) \right] \right) = 0
 \end{aligned}$$

Les harmoniques d'expression générale de rang:  $2n + 1 = 10k \pm 3$ , sont, ainsi, tous nuls.

Les harmoniques de rang d'expression générale :  $2n + 1 = 10k \pm 1$  sont classés comme suit :

- 1<sup>er</sup> cas :  $10k + 1$

Ou bien  $2n + 1 = 10k + 1 \Rightarrow 2n + 2 = 10k + 2$  :

$$(10k + 2) \frac{2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 4k\pi$$

$$(10k + 2) \frac{4\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 8k\pi$$

$$(10k + 2) \frac{6\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(6k + 1)\pi$$

$$(10k + 2) \frac{8\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(8k + 1)\pi$$

Ou bien  $2n = 10k \Rightarrow$ :

$$(10k) \frac{2\pi}{5} = 4k\pi$$

$$(10k) \frac{4\pi}{5} = 8k\pi$$

$$(10k) \frac{6\pi}{5} = 12k\pi$$

$$(10k) \frac{8\pi}{5} = 16k\pi$$

On trouve alors :

$$F_{MM}(\alpha) = \frac{1}{2} \left( \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} \left[ \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos\left((2n+1)\alpha + \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right] \right)$$

$$F_{MMdir}(\alpha) = \left( \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k+1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k+1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right] \right) \quad (I)$$

C'est l'expression de la FMM résultante des cinq phases représentant la séquence directe.

- 2<sup>ème</sup> cas :  $10k - 1$

Soit  $2n + 2 = 10k$  :

$$(10k) \frac{2\pi}{5} = 4k\pi$$

$$(10k) \frac{4\pi}{5} = 8k\pi$$

$$(10k) \frac{6\pi}{5} = 12k\pi$$

$$(10k) \frac{8\pi}{5} = 16k\pi$$

Ou bien  $2n = 10k - 2$  :

$$(10k - 2) \frac{2\pi}{5} = \frac{6\pi}{5} + 2(2k - 1)\pi$$

$$(10k - 2) \frac{4\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2(2k - 1)\pi$$

$$(10k - 2) \frac{6\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} + 2(2k - 2)\pi$$

$$(10k - 2) \frac{8\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2(2k - 1)\pi$$

On trouve alors :

$$F_{MM}(\alpha) = \frac{1}{2} \left( \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} \left[ \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos((2n+1)\alpha - \omega t) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{6\pi}{5}\right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{2\pi}{5}\right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{8\pi}{5}\right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \cos((2n+1)\alpha + \omega t) + \cos\left((2n+1)\alpha - \omega t - \frac{4\pi}{5}\right) \right) \right] \right) \\ \underbrace{\hspace{15em}}_{(II)}$$

$$F_{MMinv}(\alpha) = \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10n-1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10n-1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10n-1)\alpha + \omega t)) \right] \right)$$

C'est l'expression de la FMM résultante des cinq phases représentant la séquence inverse.

L'expression de l'amplitude de l'harmonique d'ordre  $2n+1$  par pôle est :

$$F_{2n+1} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{2} N_c q \sqrt{2} \frac{I}{a}$$

On a :  $q = \frac{Z}{2Pm}$ , ce qui donne :

$$F_{2n+1} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{2} N_c \frac{Z}{2Pm} \sqrt{2} \frac{I}{a}$$

Sachant que :  $Q = \frac{Z}{2}$  est le nombre total de bobines dans un enroulement à simple couche, l'expression de  $F_{2n+1}$  sera :

$$F_{2n+1} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{2} N_c \frac{Q}{mP} \sqrt{2} \frac{I}{a}$$

Étant donné que  $\frac{Q}{am}$  est le nombre de bobine en séries par phase, et on le note  $N_s$ , ainsi

l'expression de  $F_{2n+1}$  sera :

$$F_{2n+1} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{2} N_s \frac{1}{P} \sqrt{2} I$$



- FMM résultante des cinq phases :

$$F_{MM}(\alpha) = \underbrace{\left( \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10n+1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10n+1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10n+1)\alpha - \omega t)) \right] \right)}_{(I)}$$

$$+ \underbrace{\left( \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10n-1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10n-1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10n-1)\alpha + \omega t)) \right] \right)}_{(II)}$$

Nous présentons à la Fig.(16) les harmoniques à gauche d'une phase d'un enroulement concentré, et à droite, de l'enroulement complet. Cette figure met en évidence la présence des harmoniques multiples de 5 et non multiples de 5, dans le spectre de la phase, et seulement la

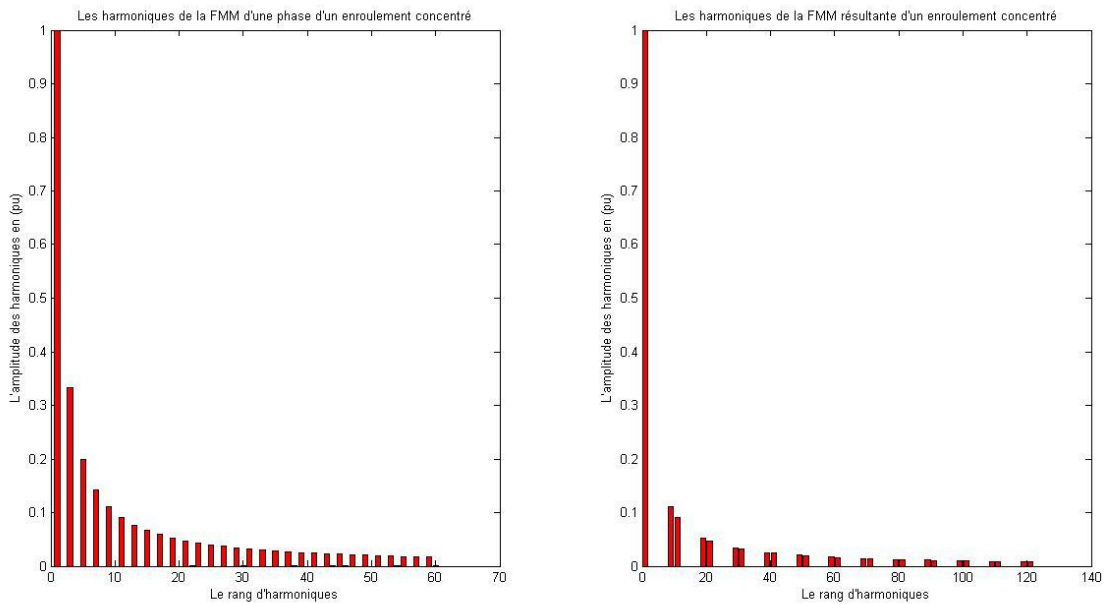


Fig.16 Histogrammes des harmoniques, à gauche, d'une phase d'un enroulement concentré, et à droite, de l'enroulement complet.

présence des harmoniques non multiples de 5 d'expression générale  $10k \pm 1$ , dans le spectre de l'enroulement complet.

### Remarques:

- En raison de la nature de la série de Fourier, L'amplitude des harmoniques d'espace diminue à mesure que leur ordre augmente.
- Comme les enroulements concentrés à simple couche sont réalisés avec un pas de bobine unitaire (total), et avec un facteur de distribution égal à 1, leur facteur de bobinage est aussi unitaire.

- Quand on traite les ondes de la FMM, par la méthode de remplacement d'un champ alternatif par deux champs équivalents, constants et tournant de façon synchrone dans deux directions opposées, Il est nécessaire que cette méthode soit appliquée séparément à chaque harmonique de l'onde de la FMM, et non pas à l'onde dans son ensemble.
- La FMM de ce type d'enroulement est riche en harmoniques.

### *B/ FMM d'un enroulement réparti*

Dans la pratique les côtés des bobines sont distribués sur la circonférence de l'armature, dans plusieurs encoches. Pour l'enroulement réparti considéré, le côté de chaque groupe de bobines est réparti, soit de façon concentrique comme dans la Fig. (17), soit de façon imbriquée comme dans la Fig. (18). L'effet de répartir le côté de la bobine (groupe de bobines), dans des encoches est de donner une forme en escalier à l'onde de distribution de la FMM, ce qui permet à l'onde de la FMM de s'approcher plus de la forme d'une sinusoïde.  $y$  est le pas moyen de la bobine dans le cas d'une bobine concentrique, et le pas de chaque bobine constituant la bobine complète dans le cas d'une bobine imbriquée.  $q$  est le nombre d'encoches où l'on dépose un seul côté de chaque groupe de bobines.

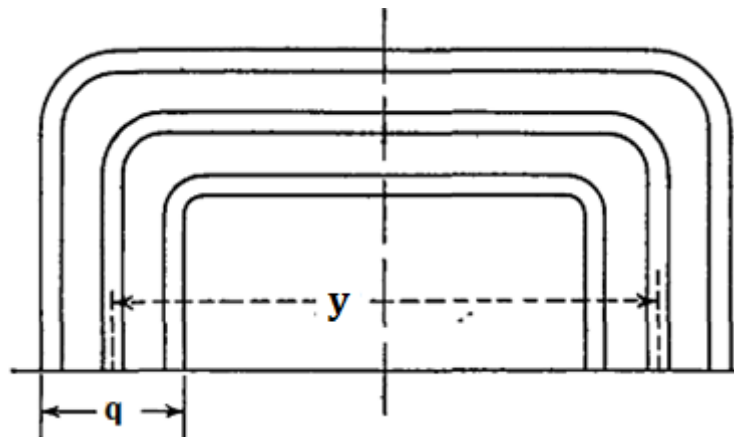


Fig.17. Groupe de bobines concentriques [12].

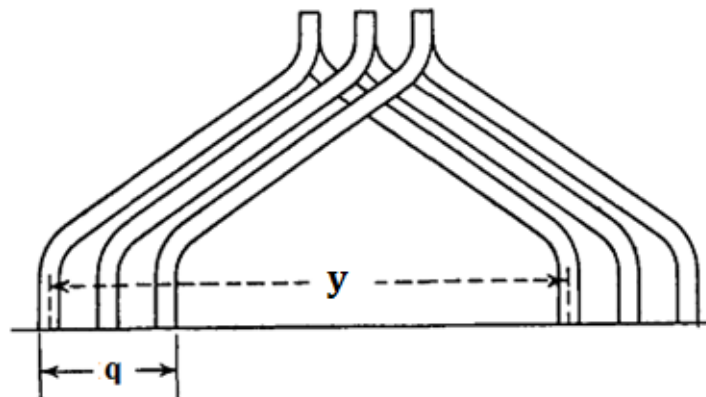


Fig.18. Groupe de bobines imbriquées [12].

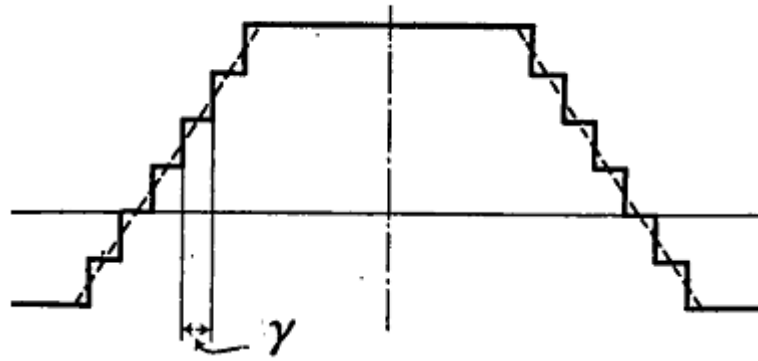


Fig.19 : Forme d'onde de la FMM développée par une bobine répartie [12].

- FMM du groupe de bobines concentriques

Dans ce cas, les positions des bobines constituant le groupe sont les mêmes vu qu'elles ont le même axe, quant à leurs pas, ils sont variables autour d'un pas moyen, ce qui fait qu'on obtienne cette forme échelonnée.

Le terme général de la FMM de chaque bobine est donné par :

$$F_{2n+1}^0 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y_0}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha),$$

$$F_{2n+1}^1 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\left(\frac{y_0}{2} + \gamma\right)\right) \cos((2n+1)\alpha), \dots, F_{2n+1}^{q-1} =$$

$$\frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\left(\frac{y_0}{2} + (q-1)\gamma\right)\right) \cos((2n+1)\alpha)$$

La FMM du groupe complet est la somme des FMMs des bobines, comme suit:

$$F_{2n+1}(\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \cos((2n+1)\alpha) \left( \sin\left((2n+1)\frac{y_0}{2}\right) + \sin\left((2n+1)\left(\frac{y_0}{2} + \gamma\right)\right) + \dots \right. \\ \left. + \sin\left((2n+1)\left(\frac{y_0}{2} + (q-1)\gamma\right)\right) \right)$$

$$F_{2n+1}(\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q \sin((2n+1)\gamma/2)} \sin\left((2n+1)\left(\frac{y_0}{2} + (q-1)\gamma/2\right)\right) \cos((2n+1)\alpha)$$

On pose  $\frac{y}{2} = \frac{y_0}{2} + (q-1)\gamma/2$ , ce qui donne :

$$F_{2n+1}(\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q \sin((2n+1)\gamma/2)} \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha)$$

La FMM de la phase entière sera alors :

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q\sin((2n+1)\gamma/2)} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right]$$

- FMM du groupe de bobines imbriquées

Pour ce type de bobines, le pas est le même, c'est plutôt la position de chaque bobine qui varie autour d'une position moyenne, et cette variation qui donne lieu à la forme échelonnée de la FMM. Le terme général de la FMM de chaque bobine est donné par :

$$F_{2n+1}^0 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \quad ,$$

$$F_{2n+1}^1 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)(\alpha - \gamma)) \quad ,$$

$$F_{2n+1}^{q-1} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)(\alpha - (q-1)\gamma))$$

Le terme général de la FMM du groupe complet est la somme des FMMs des bobines ; ce qui donne :

$$F_{2n+1}(\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \left[ \cos((2n+1)\alpha) + \cos((2n+1)(\alpha - \gamma)) + \dots + \cos((2n+1)(\alpha - (q-1)\gamma)) \right]$$

$$F_{2n+1}(\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q\sin((2n+1)\gamma/2)} \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)(\alpha - (q-1)\gamma/2))$$

On pose :  $\alpha' = \alpha - (q-1)\gamma/2$ , il en résulte que l'expression du terme général devient :

$$F_{2n+1}(\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q\sin((2n+1)\gamma/2)} \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha')$$

L'expression de la FMM de la phase entière est:

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q\sin((2n+1)\gamma/2)} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} F_a \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha') \right]$$

On note que :

- les expressions des FMMs de la phase, dans le cas d'un enroulement concentrique, et dans le cas d'un enroulement imbriqué sont bien les mêmes, ce qui justifie le fait que la forme d'onde de leurs FMMs est la même.
- Quand  $(2n+1)\gamma = 0$  ou  $k\pi$ , le facteur de distribution est égal à 1.
- La FMM de l'enroulement réparti est plus proche de la forme sinusoïdale quand on la compare avec celle d'un enroulement concentré, bien que le fondamental de ce dernier est plus grand que celui d'un enroulement réparti.

## Chapitre 2 : FMM et Harmoniques développés par les enroulements pentaphasés

Comparé au cas d'un enroulement concentré développant la même FMM et ayant un pas égal à  $y$ , l'effet de la distribution des groupes de bobines de l'enroulement dans plusieurs encoches, pour les conditions assumées jusqu'ici, est de réduire l'amplitude de l'harmonique correspondant à  $2(2n+1)$  pôles par un rapport de  $\frac{\sin(q(2n+1)\gamma/2)}{q\sin((2n+1)\gamma/2)}$ ; ce facteur est appelé facteur de distribution noté :  $k_{d,2n+1}$  avec  $\gamma = \frac{\pi}{qm}$

Le facteur de distribution du fondamental est :

$$k_{d,1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2m}\right)}{q\sin\left(\frac{\pi}{2mq}\right)}$$

Les harmoniques d'ordre  $n = 2mqk \pm 1$  où  $k = 1, 2, \dots, n$  donnent une valeur absolue du facteur de distribution qui est égale à  $k_{d,1}$  comme indiqué ci-dessous :

$$k_{d,(2mqk \pm 1)} = \frac{\sin\left((2mqk \pm 1) \frac{\pi}{2m}\right)}{q\sin\left((2mqk \pm 1) \frac{\pi}{2mq}\right)} = \pm \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2m}\right)}{q\sin\left(\frac{\pi}{2mq}\right)} = \pm k_{d,1}$$

L'ordre de ces harmoniques est lié au nombre d'encoches par paire de pôles ( $2mq$  encoches par paire de pôles). Pour cette raison ces harmoniques sont appelés harmoniques de denture. Lorsque  $m = 5$ , le facteur de distribution devient :

$$k_{d,n} = \frac{\sin\left(n \frac{\pi}{10}\right)}{q\sin\left(n \frac{\pi}{10q}\right)} \text{ avec } n \text{ impair.}$$

Les harmoniques de denture correspondant à  $m = 5$  deviennent :

$$k_{d,(2mqk \pm 1)} = \frac{\sin\left((10qk \pm 1) \frac{\pi}{2m}\right)}{q\sin\left((10qk \pm 1) \frac{\pi}{2mq}\right)} = \pm k_{d,1}$$

Les FMM des autres phases,  $F_B, F_C, F_D, F_E$  ont la même forme que la FMM de la phase A mais à chaque fois un déphasage de  $\frac{2\pi}{5}$  [rad élec] de chacune par rapport à l'autre. Et leurs expressions respectives sont :

$$F_B(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{d,2n+1} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_b \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{2\pi}{5}\right)\right) \right]$$

$$F_C(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{d,2n+1} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_c \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{4\pi}{5}\right)\right) \right]$$

$$F_D(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{d,2n+1} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_d \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{6\pi}{5}\right)\right) \right]$$

$$F_E(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{d,2n+1} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} F_e \sin\left((2n+1)\frac{y}{2}\right) \cos\left((2n+1)\left(\alpha - \frac{8\pi}{5}\right)\right) \right]$$

$F_{MM}(\alpha) = F_A(\alpha) + F_B(\alpha) + F_C(\alpha) + F_D(\alpha) + F_E(\alpha)$ ; et comme  $y = \pi$  on aura donc  $\Rightarrow$

$$F_{MM}(\alpha) = \left( \sum_{k=0}^{\infty} K_{d,10k+1} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10n+1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10n+1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right] \right) \quad \text{(I)}$$

$$+ \left( \sum_{k=1}^{\infty} K_{d,10n-1} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k-1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10n-1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right] \right) \quad \text{(II)}$$

Nous présentons aux Figs. (20 et 21) les histogrammes des facteurs de distributions d'une phase de l'enroulement et de l'enroulement complet respectivement pour  $q=1, q=2, q=3, q=4$ .

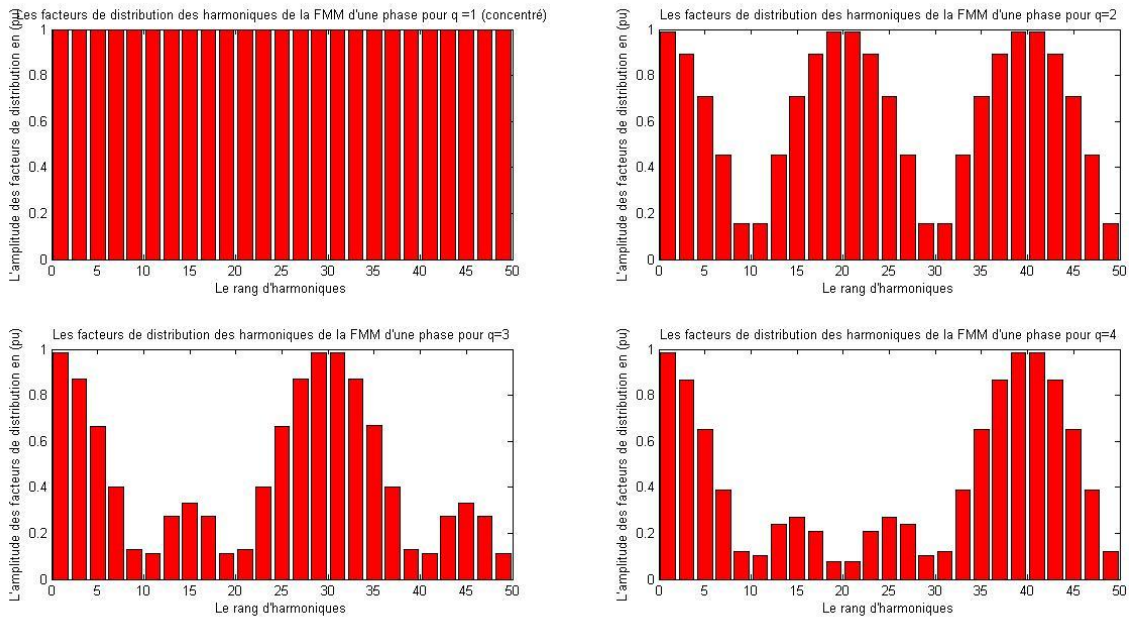


Fig.20 Histogrammes des facteurs de distributions d'une phase de l'enroulement pour  $q=1, q=2, q=3, q=4$ .

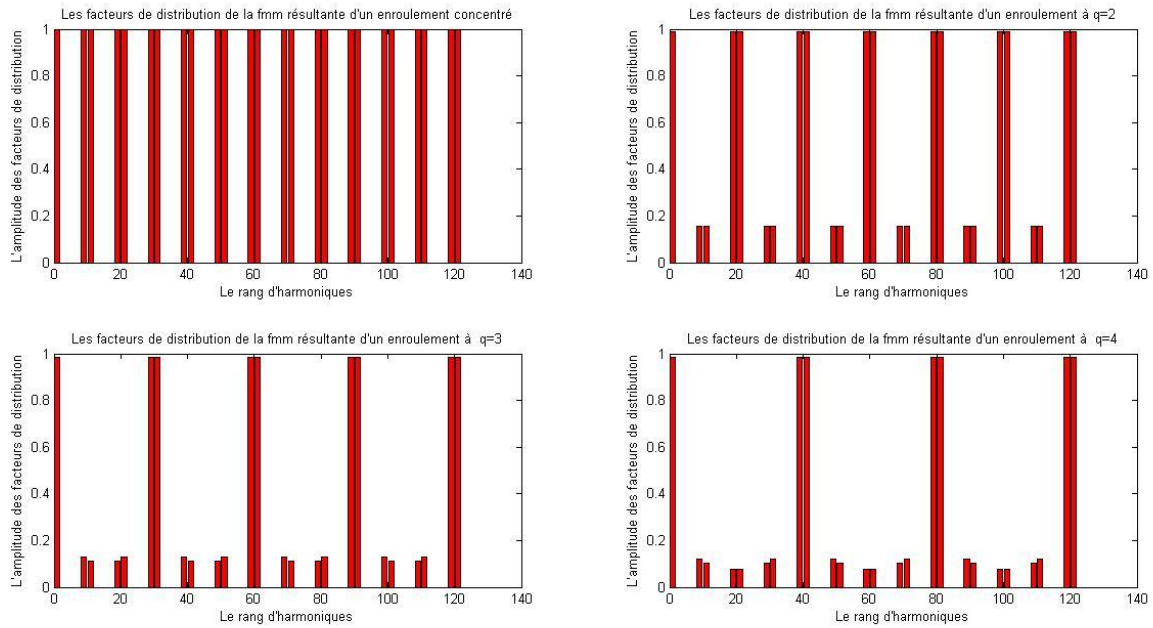


Fig.21: Histogrammes des facteurs de distributions de l'enroulement entier pour  $q=1$ ,  $q=2$ ,  $q=3$ ,  $q=4$ .  
On notera que lorsque  $q$  augmente, le rang du premier harmonique proche du fondamental en amplitude, est plus grand, ce qui fait que les harmonique les plus proches sont d'autant plus petits que  $q$  est grand.

Il est présenté aux Figs. (22 et 23) les Histogrammes des amplitudes d'harmoniques d'une phase de l'enroulement et de l'enroulement complet respectivement pour des nombres d'encoches par pole et par phase  $q$  variant de 1 à 4.

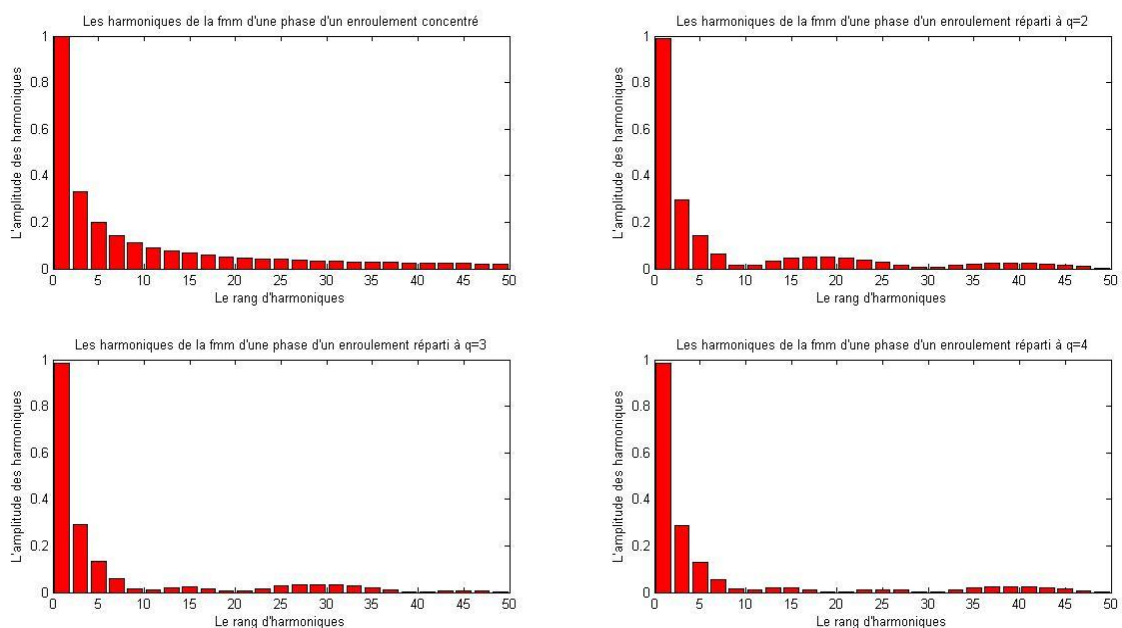


Fig.22: Histogrammes des amplitudes d'harmoniques d'une phase de l'enroulement pour  $q=1$ ,  $q=2$ ,  $q=3$ ,  $q=4$ .

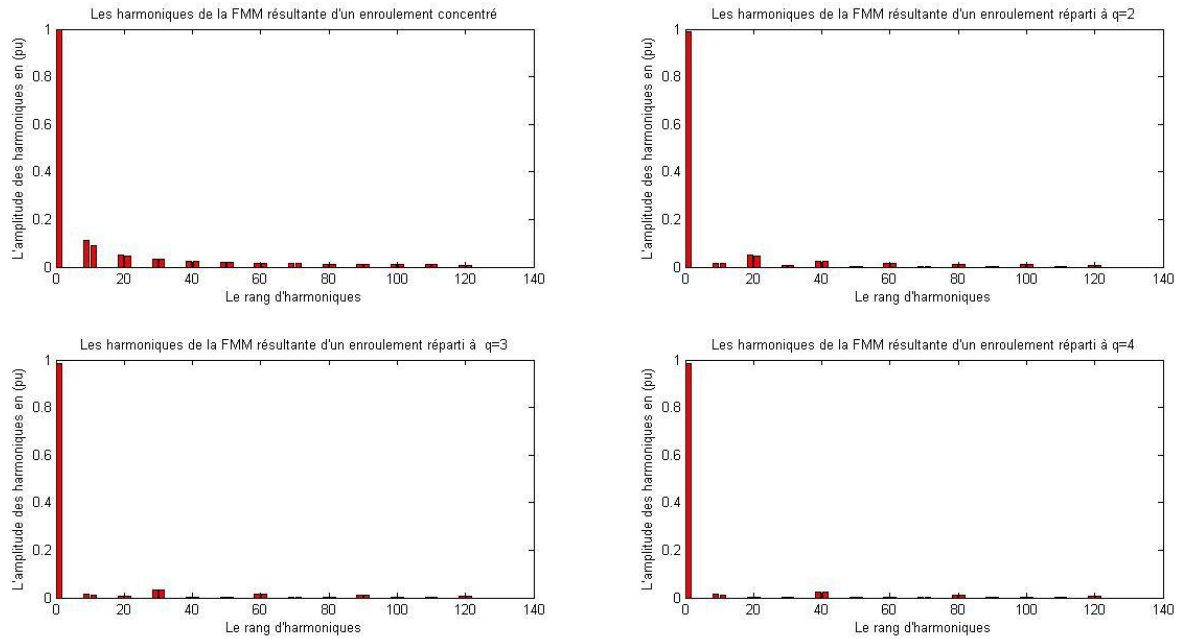


Fig.23: Histogrammes des amplitudes d'harmoniques de l'enroulement complet pour  $q=1$ ,  $q=2$ ,  $q=3$ ,  $q=4$ .

On observe que, l'enroulement concentré est plus riche en harmoniques en termes d'amplitudes par rapport à celui réparti, et qu'il conserve la plus grande valeur du fondamental. Bien que dans le cas réparti l'amplitude du fondamental soit rabattue par le coefficient de distribution, mais quand la valeur de  $q$  tende vers l'infini (très grande), le facteur de distribution du fondamental tend vers la valeur 0,983 qui est toutefois plus grande que celle atteinte dans le cas triphasé, à savoir 0,955. De ce fait, nous recommandons que la valeur de  $q$  soit, au minimum, égale à 3.

### II.2.2 FMM d'un enroulement à deux couches

Étant donné qu'un enroulement à deux couches est déduit de celui d'une seule couche, il est alors facile de superposer à la première couche une deuxième couche décalée de  $\pi$  radians électriques, et bobinée en sens inverse par rapport à la première de façon qu'elle embrasse le même flux mais avec une polarité inverse. Ainsi la FMM d'un enroulement à deux couches peut être trouvée, aisément, à partir de celle d'un enroulement à une seule couche. Dans le paragraphe II.1 nous avons montré que la FMM d'un enroulement formé de deux parties bobinées de cette façon, est le double de celle développée par une seule partie. Donc, l'expression de la FMM d'une phase d'un enroulement à deux couches devient:

$$F_A(\alpha) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} q k_{d,2n+1} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{2} N_b i_A \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \Rightarrow$$



$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{d,2n+1} \left[ \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{Z}{2Pm} N_b \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \sqrt{2} \frac{I}{a} \cos(\omega t) \right]$$

Avec :  $Q = Z$  est le nombre de bobines d'un enroulement à deux couches.

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{d,2n+1} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{P} \frac{Z}{ma} N_b \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \right]$$

$\frac{Z}{ma} N_b$  est le nombre de spires en séries par phase noté  $N_s$

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{1}{2n+1} \frac{k_{d,2n+1} \sqrt{2} I}{P} N_s \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \cos(\omega t) \right]$$

L'expression de la FMM résultante est la suivante :

$$F_{MM}(\alpha) = \underbrace{\left( \sum_{k=0}^{\infty} K_{d,10k+1} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2} I}{10n+1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k+1)\frac{\pi}{2}\right) (\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right] \right)}_{\text{(I)}} + \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{\infty} K_{d,10k-1} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2} I}{10k-1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k-1)\frac{\pi}{2}\right) (\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right] \right)}_{\text{(II)}}$$

Remarques : les caractéristiques magnétiques de l'enroulement à deux couches sont les mêmes que celles d'un enroulement à simple couche de même pas et de même  $q$ .

### II.2.3 FMM d'un enroulement à pas raccourci

La bobine est à pas raccourci si la distance entre les deux côtés de la bobine est inférieure au pas polaire  $< \tau_p$  ; les parties frontales et les connexions sont inférieures à celles des enroulements à pas total ; ce qui réduit la quantité du cuivre. On définit le pas relatif  $\beta$  comme le rapport du pas d'enroulement et le pas polaire  $\left(\beta = \frac{y}{\tau_p}\right)$ . On sait que le pas polaire est égal à  $180^\circ$  électrique ( $\pi$  radian électrique)  $y = \beta\pi$

Le flux magnétique est un flux conservatif, c'est-à-dire :

$$\nabla B = 0, \nabla H = 0 \Rightarrow \oint H ds = 0 ; \text{ le flux rentrant de H passe à travers la surface } S_1, \text{ et celui sortant à travers la surface } S_2, \text{ de façon qu'on ait : } H_1 S_1 = H_2 S_2 ; \text{ avec } S_1 = y \frac{D}{2} l \text{ et } S_2 = (2\pi - y) \frac{D}{2} l. \Rightarrow H_1 e y = H_2 e (2\pi - y)$$

On pose  $f_1 = H_1 e$  et  $f_2 = H_2 e$ , il en résulte que :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{(2\pi - y)}{y}, \text{ avec } f_1 + f_2 = N_b i_b$$

On aura alors :  $f_1 = \frac{(2\pi - y)}{2\pi} N_b i_b$ , et  $f_2 = \frac{y}{2\pi} N_b i_b$

Il est clair que la fonction qui représente la FMM est paire, par conséquent, les coefficients  $b_n$  de la série de Fourier de la FMM seront tous nuls, on n'aura donc à calculer que les  $a_n$ .

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{y}{2}} \frac{(2\pi - y)}{2\pi} N_b i_b - \int_{\frac{y}{2}}^{\pi} \frac{y}{2\pi} N_b i_b \right)$$

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \left( \left[ \frac{(2\pi - y)}{2\pi} \frac{y}{2} N_b i_b \right] - \left[ \frac{y}{2\pi} \frac{(2\pi - y)}{2} N_b i_b \right] \right) = 0$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{y}{2}} \frac{(2\pi - y)}{2\pi} N_b i_b \cos(n\alpha) d\alpha - \int_{\frac{y}{2}}^{\pi} \frac{y}{2\pi} N_b i_b \cos(n\alpha) d\alpha \right)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left( \left[ \frac{(2\pi - y)}{2\pi} N_b i_b \frac{1}{n} \sin\left(n \frac{y}{2}\right) \right] - \left[ \frac{y}{2\pi} N_b i_b \frac{1}{n} (\sin(n\pi) - \sin\left(n \frac{y}{2}\right)) \right] \right)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left( \left[ \frac{(2\pi - y)}{2\pi} N_b i_b \frac{1}{n} \sin\left(n \frac{y}{2}\right) \right] + \left[ \frac{y}{2\pi} N_b i_b \frac{1}{n} (\sin\left(n \frac{y}{2}\right)) \right] \right)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left( \left[ \frac{(2\pi - y)}{2\pi} + \frac{y}{2\pi} \right] N_b i_b \frac{1}{n} \sin\left(n \frac{y}{2}\right) \right)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left( N_b i_b \frac{1}{n} \sin\left(n \frac{y}{2}\right) \right)$$

On sait que  $y = \beta\pi$ , il vient alors :

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left( N_b i_b \frac{1}{n} \sin\left(n \beta \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$F_{mm1}(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \left( N_b i_b \frac{1}{n} \sin\left(n \beta \frac{\pi}{2}\right) \right) k_{d,n} \cos(n\alpha)$$

Dans cette FMM produite par q bobines en série, les harmoniques pairs et impairs sont tous deux présents, l'apparition des harmoniques pairs s'explique par la distribution dissymétrique de la FMM sur la circonférence du stator, dans un enroulement polyphasé régulier (q entier) l'angle entre deux groupes consécutifs est égal à  $\pi$  radians électriques, et les courants circulant dans ces deux groupes sont opposés.

## Chapitre 2 : FMM et Harmoniques développés par les enroulements pentaphasés

Cela se traduit dans l'expression de la FMM du deuxième groupe, par un décalage de  $\pi$  et un signe moins (-), par rapport à l'expression de la FMM du premier groupe. Et, on écrit :

$$F_{mm2}(\alpha) = -F_{mm1}(\alpha + \pi) = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2}{\pi} \left( N_b i_b \frac{1}{n} \sin \left( n \beta \frac{\pi}{2} \right) \right) k_{d,n} \cos(n(\alpha + \pi))$$

Si  $n$  est pair :  $-\cos(n(\alpha + \pi)) = -\cos(n(\alpha))$

Si  $n$  est impair :  $-\cos(n(\alpha + \pi)) = \cos(n(\alpha))$

La FMM produite par la phase entière est la somme des FMM des deux groupes, et en faisant la somme, on ne trouvera que les harmoniques impairs.

$$F_{MM}(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{\pi} \left( N_b i_b \frac{1}{(2n+1)} \sin \left( (2n+1) \beta \frac{\pi}{2} \right) \right) k_{d,2n+1} \cos((2n+1)(\alpha))$$

Si  $\beta = 1$  nous sommes sur le cas de la FMM d'un enroulement à pas total.

La FMM totale des cinq phases est la suivante :

$$F_{MM}(\alpha) = \underbrace{\left( \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{(10k+1)} \frac{N_s}{P} k_{d,(10k+1)} k_{r,(10k+1)} \sin \left( (10k+1) \frac{\pi}{2} \right) I(\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right] \right)}_{\text{(I)}} + \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{(10k-1)} \frac{N_s}{P} k_{d,(10k-1)} k_{r,(10k-1)} \sin \left( (10k-1) \frac{\pi}{2} \right) I(\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right] \right)}_{\text{(II)}}$$

On définit le facteur de raccourcissement  $k_{r,n}$  :

$$k_{r,n} = \sin \left( n \beta \frac{\pi}{2} \right)$$

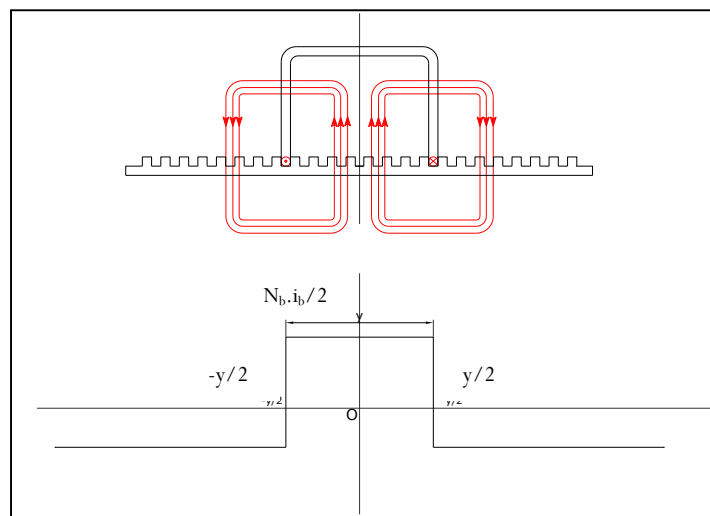


Fig.24 : FMM développée par une bobine à pas raccourci

En agissant sur  $\beta$  on peut éliminer un seul harmonique, ou réduire l'amplitude de plus d'un seul harmonique. On sait que l'amplitude de la FMM est inversement proportionnelle au rang d'harmoniques, dans l'enroulement triphasé les harmoniques les plus néfastes sont le 5 et le 7, dans l'enroulement pentaphasé, ceux sont les 9 et 11. Un choix judicieux du pas relatif permet d'éliminer un harmonique parmi les deux (9,11) ou réduire leurs amplitudes.

### II.3. Élimination d'harmonique

Le facteur de raccourcissement donne la possibilité d'agir sur l'amplitude d'un harmonique en annulant ou en réduisant sa valeur. Il est donné par la relation suivante :

$$k_{r,n} = \sin\left(n\beta\frac{\pi}{2}\right)$$

Le facteur de raccourcissement du pas est toujours compris entre 0 et 1 ( $0 \leq \beta \leq 1$ ), afin d'annuler l'amplitude de l'harmonique de rang  $n$ , on doit mettre à zéro son facteur de raccourcissement et tirer le pas relatif correspondant de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\sin\left(n\beta\frac{\pi}{2}\right) = 0 &\Rightarrow n\beta\frac{\pi}{2} = r\pi \\ \Rightarrow \beta &= \frac{2r}{n}; r \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

Il faut choisir ce facteur de manière à éliminer l'harmonique le plus gênant, et à préserver la plus grande valeur possible du fondamental. En vue de remplir cette condition on procède de la façon suivante :

Pour une fraction composée de deux nombres entiers,  $\frac{h-1}{h}$  est le plus grand nombre inférieur à 1 ( $h \in \mathbb{N}$ ). On sait que les harmoniques de la FMM produite par une phase sont impairs donc  $\beta = \frac{2r}{2n+1}$  en s'inspirant de  $\frac{h-1}{h}$  on pose :  $r = n$ , ce choix permet d'avoir un  $\beta$  qui annulera l'harmonique de rang  $2n+1$  et conservera une valeur proche de 1 pour le fondamental.

Exemple (1) : Pour annuler l'harmonique 9 :

$$\beta = 2\frac{4}{2 \times 4 + 1} = \frac{8}{9}$$

$$k_{r,9} = \sin\left(9\frac{8\pi}{9 \times 2}\right) = 0$$

Et la valeur du facteur correspondant au fondamental est :

$$k_{r,1} = \sin\left(\frac{8}{9} \frac{\pi}{2}\right) = 0.98$$

On remarque que  $k_{r,1}$  est très proche de 1.

Les harmoniques d'un enroulement pentaphasé sont de rang  $(10k \pm 1)$ , les rangs d'harmoniques les plus proches du fondamental sont 9 et 11, et ils sont aussi perturbateur l'un et l'autre.

Ce qui fait que l'annulation d'un seul des deux ne présente qu'un avantage mineur par rapport à la réduction de l'amplitude des deux, et partant de cela, on peut démontrer qu'un choix de  $\beta = \frac{10k-1}{10k}$  réduit les amplitudes des deux harmoniques successifs de rangs égaux à :  $(10k - 1)$  et  $(10k + 1)$  respectivement.

**Démonstration :** Soit :

$$\beta = \frac{10k - 1}{10k} \Rightarrow$$

$$1) \quad k_{r,10k-1} = \sin\left((10k - 1) \frac{(10k - 1)\pi}{10k} \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow k_{r,10k-1} = \sin\left(\frac{\pi}{20k} + (5k - 1)\pi\right)$$

$$\Rightarrow k_{r,10k-1} = \cos((5k - 1)\pi) \sin\left(\frac{\pi}{20k}\right)$$

$$\Rightarrow |k_{r,10k-1}| = \left| \sin\left(\frac{\pi}{20k}\right) \right|$$

$$2) \quad k_{r,10k+1} = \sin\left((10k + 1) \frac{(10k - 1)\pi}{10k} \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow k_{r,10k+1} = \sin\left(\frac{-\pi}{20k} + 5k\pi\right)$$

$$\Rightarrow k_{r,10k+1} = \sin\left(\frac{-\pi}{20k} + 5k\pi + \pi - \pi\right)$$

$$\Rightarrow k_{r,10k+1} = \sin\left(\frac{19k\pi}{20k} + (5k - 1)\pi\right)$$

$$\Rightarrow k_{r,10k+1} = \cos((5k - 1)\pi) \sin\left(\frac{19k\pi}{20k}\right) \Rightarrow |k_{r,10k+1}| = \left| \sin\left(\frac{19\pi}{20k}\right) \right|$$

$$\text{on a : } \frac{19k\pi}{20k} + \frac{\pi}{20k} = \pi$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{19k\pi}{20k}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{20k}\right)$$

$$k_{r,10k-1} = k_{r,10k+1} = \cos((5k-1)\pi) \sin\left(\frac{\pi}{20k}\right)$$

$$\Rightarrow |k_{r,10k+1}| = \left| \sin\left(\frac{\pi}{20k}\right) \right|$$

Et pour le fondamental :

$$k_{r,1} = \sin\left(\frac{(10k-1)\pi}{10k \cdot 2}\right)$$

$$k_{r,1} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20k}\right), \text{ on note que la valeur de } k_{r,1} \text{ est très proche de } 1$$

Exemple (2) : Pour réduire les harmoniques 9 et 11 on choisit donc :

$$\beta = \frac{9}{10} \Rightarrow k_{r,9} = \sin\left(9 \frac{9\pi}{10 \cdot 2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{20} + (5-1)\pi\right)$$

$$k_{r,9} = \sin\left(\frac{\pi}{20}\right) = 0.1564 = k_{r,10}$$

Le pas de la bobine statorique est, normalement, choisi de façon à réduire l'harmonique de l'ordre le plus bas des harmoniques des zones phasiques qui sont généralement les plus grands [5]. La figure (25) présente les histogrammes des facteurs de raccourcissement d'une phase de l'enroulement pour  $\beta=8/9$  et  $\beta=9/10$ .

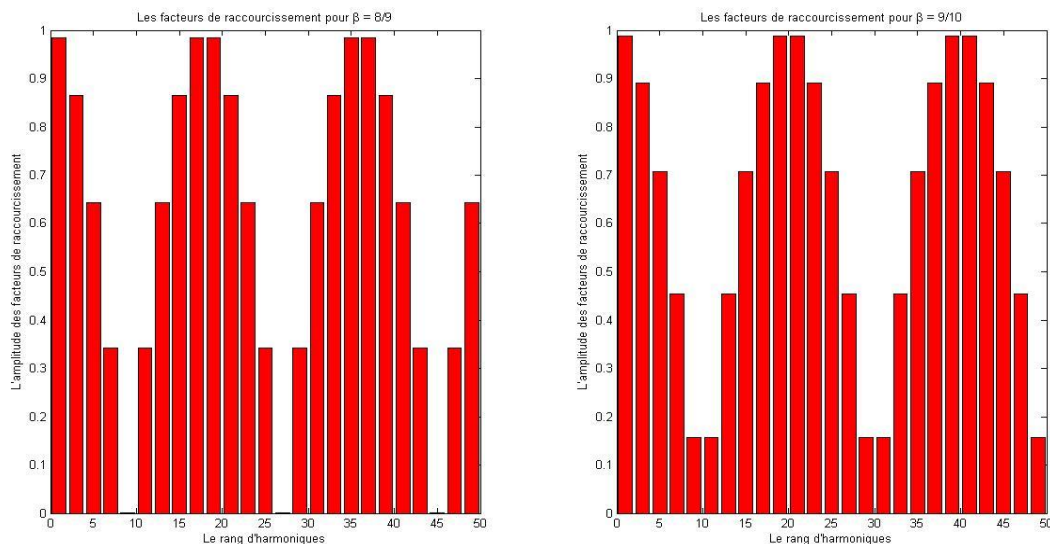


Fig.25: Histogrammes des facteurs de raccourcissement d'une phase de l'enroulement, pour  $\beta=8/9$  et  $\beta=9/10$ .

Remarques:

1. Dans le cas de l'élimination d'un harmonique :
  - L'histogramme du facteur de raccourcissement est caractérisée par une période égale à  $2n \pm 1$ , avec  $n$  le rang de l'harmonique éliminé.
  - Les facteurs de rangs  $3n+1$  sont tous nuls.
2. Dans le cas de la réduction de deux harmoniques :
  - L'histogramme du facteur de raccourcissement est caractérisée par une période égale  $2(n+1) \pm 1$ . Avec  $n$ , et  $n+2$  les rangs des harmoniques à réduire.

Les histogrammes des facteurs de raccourcissement de l'enroulement complet, pour  $\beta=8/9$  et  $\beta=9/10$  sont représentés à la Fig. (26).

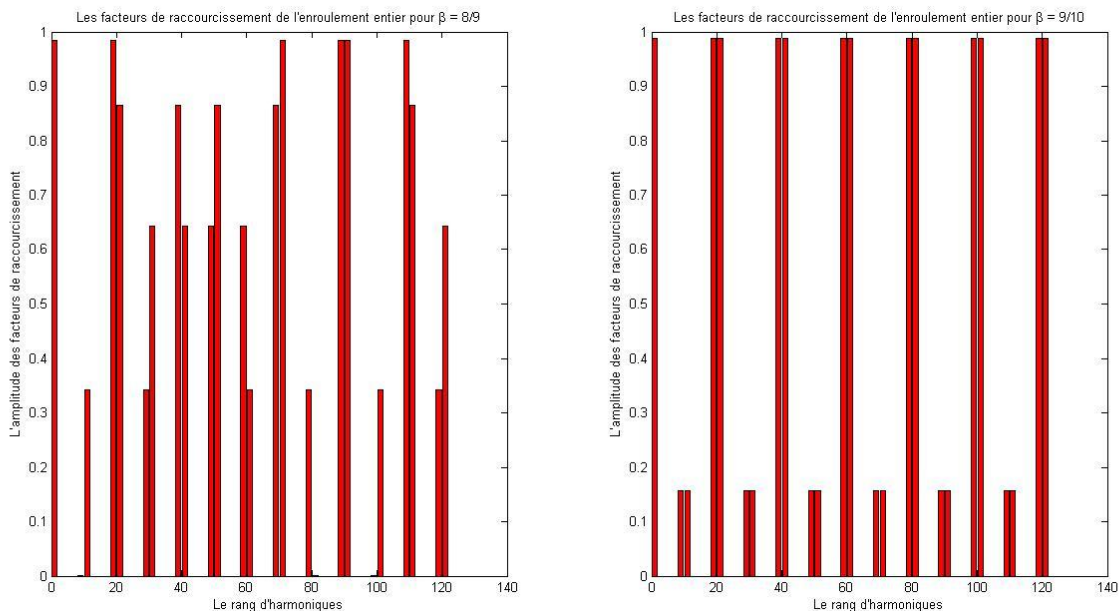


Fig.26 Histogrammes des facteurs de raccourcissement de l'enroulement complet, pour  $\beta=8/9$  et  $\beta=9/10$

### Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous nous sommes concentrés sur la détermination des forces magnétomotrices développées par les différents types d'enroulements pentaphasés, et sur les harmoniques d'espaces qui y sont présents. En effet, beaucoup d'intérêt est porté à l'étude de la force magnétomotrice, parce qu'elle représente le moyen rigoureux d'étude des machines électriques, car d'une part elle est liée aux sources du champ, et d'autre part elle donne naissance à l'induction. Dans une machine électrique la FMM est concentrée, en grande partie, dans l'entrefer qui représente la zone utile dans la conversion de l'énergie

électromagnétique. En fait, c'est la forme d'onde de la FMM qui est l'objet d'étude de cette dernière, car cette onde représente la manière par laquelle la différence de potentiel magnétique entre le stator et le rotor varie autour de la machine. L'objectif y afférent est d'avoir une forme d'onde qui donnerait lieu aux meilleures performances dynamiques possibles. Pour ce faire, nous sommes passés à l'analyse des harmoniques présents dans l'onde de la FMM. Ces harmoniques sont classés en deux catégories :

- la première regroupe les harmoniques des zones phasiques,
- la deuxième regroupe les harmoniques de denture.

En ce qui nous concerne, nous nous sommes bornés à l'étude des harmoniques des zones phasiques. Parmi tous les types d'enroulement, le plus riche en harmonique est le concentré, cela pourrait à première vue paraître désavantageux, alors que c'est le contraire qui est vrai. En réalité, les harmoniques d'ordre inférieur à  $m$  contribuent toujours à la production du couple utile dans les machines polyphasées. Pour la machine pentaphasée, le couple peut être développé par le premier et le troisième harmonique, [16]. Dans un enroulement polyphasé conventionnel réparti à une seule ou à deux couches, la forme d'onde de la FMM est fonction de deux facteurs appelés ; facteur de distribution et facteur de raccourcissement. Ainsi, en agissant sur ces deux facteurs, on pourra réduire l'amplitude des harmoniques les plus néfastes pour le fonctionnement de la machine pentaphasée. Ces harmoniques sont le 9<sup>ème</sup> et le 11<sup>ème</sup>, aux dépens d'une certaine diminution de l'amplitude du fondamental par rapport au cas d'un enroulement concentré. Les résultats ont permis de voir que le facteur de distribution du fondamental tend vers 0,983 quand  $q$  est très grand, contre 0,955 seulement pour un enroulement triphasé. Et pour ne pas être loin de ce résultat, nous avons préconisé que la valeur de  $q$  soit au minimum égale à 3, tout en ayant en vue, que plus le nombre d'encoches est élevée, plus la taille de l'armature statorique est grande. Pour remédier à cela, le raccourcissement est utilisé pour diminuer l'espace occupé par les groupes de bobines, et par conséquent réduire la taille de l'armature.



### **Introduction**

Les expressions des FMMs dans l'entrefer, élaborés dans le chapitre précédent, permettent le calcul de l'induction magnétique lorsque la machine fonctionne en régime normal avec des courants suffisamment faibles pour éviter la saturation de la machine. Ce fonctionnement en régime permanent est obtenu lorsque le stator de la machine est alimenté par un système de courants pentaphasés, sinusoïdaux et équilibrés, comme décrits dans le chapitre précédent. A cet effet, on exprime les flux propres et les flux mutuels statoriques, dont on déduit les expressions des inductances propres et mutuelles. L'inductance propre de la phase est déterminée par le flux principal embrassé et produit par le courant circulant dans cette phase. Quant à l'inductance mutuelle entre deux phases, elle dépend de l'angle entre les axes de ces deux phases, et de ce fait, on envisage deux cas, à savoir :

- Le premier est celui des phases adjacentes c.-à-d., des phases dont les axes font un angle égal à  $\frac{2\pi}{5}$ ,
- le deuxième est celui des phases non adjacentes c.-à-d. des phases dont les axes font un angle égal à  $\frac{4\pi}{5}$ .

Le calcul est développé en prenant en considération tous les harmoniques présents dans l'onde de la FMM. Cette méthode de calcul est valable que ce soit pour un stator couplé en étoile, ou en pentagone. En effet, la précision du calcul des inductances dépend de la connaissance du chemin parcouru par les lignes de champ, car chaque chemin magnétique est caractérisé par sa perméance envers le passage des lignes de champ, de l'état magnétique de l'armature, à savoir : saturée, non saturée, ou peu saturée.

### III.1 Champ d'induction magnétique d'un enroulement à courant alternatif

Dans une armature dentée, l'entrefer est loin d'être considéré constant, notamment lorsque l'on tient compte de la saturation, car il est entouré par deux surfaces de fer munies de dents dans la direction radiale. On sait que les lignes de champ tendent à suivre le chemin le moins réductant, et qu'elles tendent à être les plus courtes possible. Ainsi lorsque la perméabilité du fer est infinie, les lignes de champ rejoignent la culasse en rentrant, ou bien par la surface de la dent, sans passer par l'encoche, ou alors par le côté de la dent, en passant par l'encoche. Il est clair, dans ce cas, que la perméance totale sera affectée par une diminution par rapport au cas d'un entrefer régulier, en effet, cette diminution est prise en considération par un facteur appelé facteur de Carter noté  $k_\delta$ . Dans le cas où la perméabilité du fer est finie, un troisième chemin s'ajoute, il s'agit d'un chemin parallèle ; de l'armature statorique vers celle rotorique via l'entrefer, sans passer par la dent. La saturation sera localisée dans ce cas, en grande partie, dans la partie supérieure de la dent, l'induction dans l'entrefer diminuera et se déformera encore plus que dans le cas non saturé, cette saturation est prise en considération par un facteur appelé facteur de saturation caractérisant la diminution de la perméance totale à cause de la saturation noté  $k_\mu$ . Le coefficient  $k_\mu$  est déterminé d'après les données du calcul du circuit magnétique selon la courbe à vide de la machine [13]. Comme les dents et les encoches déforment le champ magnétique ; on peut admettre avec une précision suffisante que la perméance totale par unité de longueur  $\lambda_\delta$  soit représentée par le rapport suivant:

$$\lambda_\delta = \frac{\mu_0}{k_\mu k_\delta \delta}$$

L'équation qui caractérise la relation entre l'induction magnétique  $B$ , et la force magnétomotrice  $F$  sera donc :

$$B = \frac{\mu_0}{k_\delta k_\mu \delta} F = \lambda_\delta F$$

Lors des calculs approximatifs, on peut admettre que l'irrégularité de l'entrefer, et la saturation ont la même influence sur le champ des harmoniques supérieurs, que sur le champ de l'harmonique fondamental [13].

### III.2 Calcul des inductances propres de la machine pentaphasé

*A/ Calcul du flux et des inductances dans une phase d'un enroulement concentré*

- Le flux embrassé par un groupe de bobines

### Chapitre 3 : Détermination des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés

Tous les calculs sont faits pour déterminer les grandeurs de la phase A et, par un raisonnement similaire, on retrouve les grandeurs des autres phases.

L'expression de la FMM d'une phase d'un enroulement concentré  $q=1$  est :

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

On considère l'axe du premier groupe de la phase comme origine de calcul.

L'induction correspondante sera alors :

$$B_A(\alpha) = \lambda_{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

On sait qu'un groupe de bobines dans un enroulement concentré est constitué d'une seule bobine. A partir de cela, on détermine, d'abord, le flux embrassé par une spire constituant la bobine complète, et après cela, on multiplie par le nombre total de spires  $N_b$  le flux d'une seule spire, on trouve celui du groupe complet. Le flux par définition est :  $\varphi = \iint B ds$ .

Il faut tenir compte du fait que suivant l'axe de la machine, l'induction reste constante, et que dans un système de coordonnées cylindriques la composante normale coïncide exactement avec la composante radiale de façon à ce qu'on ait :  $B_N = B_R = B_A$ . On peut alors passer, de l'intégration sur la surface à l'intégration le long de la circonférence où la seule variable qui détermine la position d'un point est la coordonnée angulaire  $\frac{\alpha}{P}$ .

Un élément de surface  $ds$  peut être exprimé par un élément de longueur de la circonférence de la manière suivante :

$$ds = l \frac{D}{2} \frac{d\alpha}{P}$$

Le flux embrassé par une spire d'un groupe est le suivant :

$$\varphi_A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_A(\alpha) l \frac{D}{2P} d\alpha$$

En remplaçant  $B_A(\alpha)$ , par son expression on trouve :

$$\varphi_A = l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha$$

Après intégration, on trouve :

$$\varphi_A = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)^2} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \left[ 2 \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right] \cos(\omega t)$$

$$\varphi_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)^2} \left( \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 \cos(\omega t)$$

avec  $\left( \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 = 1$  ; l'expression de  $\varphi_A$  devient:

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_s \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

On définit l'amplitude du flux développé par l'harmonique de rang n, et embrassé par une spire comme suit :

$$\varphi_{A,n} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} N_s \lambda_\delta \frac{1}{(2n+1)^2}$$

Le flux du champ magnétique embrassé par une bobine (un groupe dans le cas concentré) est calculé en multipliant le flux  $\varphi_A$ , embrassé par une spire, par le nombre de spires de la bobine  $N_b$

$$\Psi_A = N_b \varphi_A$$

En remplaçant  $\varphi_A$  par son expression dans l'équation précédente, on trouve :

$$\Psi_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_b N_s}{P} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

- Flux embrassé par une phase de l'enroulement

Une phase de l'enroulement est constituée par des groupes de bobines mis en, série, parallèle, ou série-parallèle. Chaque phase d'un enroulement concentrique à simple couche comporte  $P$  groupes (bobines) identiques (un groupe chaque deux pas polaires). Dans le cas général le flux résultant de la phase est le flux d'une branche, et son expression est la suivante :

$$\Psi_{Aph} = \frac{\Psi_A + \Psi_A + \Psi_A + \dots + \Psi_A}{a}$$

Sachant qu'une branche contient  $\frac{P}{a}$  groupes, on trouve alors:

$$\Psi_{Aph} = \frac{P}{a} \Psi_A$$

En substituant l'expression de  $\Psi_A$ , dans  $\Psi_{Aph}$ , on trouve:

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2} \lambda_\delta \frac{N_s P}{P a} N_b \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

sachant que le nombre de bobines en série par phase est :  $N_s = \frac{P}{a} N_b$

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

- Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement

L'expression du flux en fonction de l'inductance est par définition donnée comme suit :

$$\Psi_{Aph} = L_A i_A$$

Comme l'inductance propre de la phase est déterminée par le flux principal embrassé produit par le courant circulant dans cette phase ; son expression est :

$$L_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right]$$

Les phases de l'enroulement sont identiques, par conséquent, leurs inductances propres sont égales :

$$L_1 = L_A = L_B = L_C = L_D = L_E$$

On définit l'inductance fondamentale de la phase  $L_{A,1}$

$$L_{A,1} = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P}$$

$$L_{A,1} = L_{B,1} = L_{C,1} = L_{D,1} = L_{E,1}$$

On définit l'inductance de rang n comme suit :

$$L_{A,n} = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

$$L_A = L_{A,1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

On peut écrire l'expression de l'inductance propre de la phase en fonction de son inductance fondamentale :

$$L_A = L_{A,1} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_{A,n}}{L_{AA}} \right)$$

*B/ Calcul des inductances d'un enroulement réparti à simple couche*

- Flux embrassé par un groupe d'une phase de l'enroulement

Nous avons donné au chapitre précédent la FMM produite par une phase de l'enroulement réparti à simple couche :

$$F_A(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2} N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} I \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1)\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \cos(\omega t)$$

L'origine est l'axe de la première bobine du premier groupe, déterminons d'abord l'expression de l'induction :

$$B_A(\alpha) = \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1)\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \cos(\omega t)$$

On sait qu'un groupe de bobines d'un enroulement réparti est constitué par q bobines en séries placées l'une par rapport à l'autre d'un angle  $\gamma$ , en premier lieu, on considère que les bobines sont constituées, chacune d'une seule spire, après cela, on détermine le flux embrassé par chaque bobine, puis on généralise pour le cas de bobines constituées de  $N_b$  spires. Ce qui nous amène, à l'expression du flux total embrassé par un groupe d'un enroulement réparti à simple couche.

Le flux embrassé par une spire de la première bobine du groupe est donné par :

$$\varphi_{A,n}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

Après intégration on obtient :

$$\begin{aligned} \varphi_{A,n}^1 &= \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) 2 \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( q-1 \right) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \\ \Rightarrow \varphi_{A,n}^1 &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)^2} k_{d,2n+1} \left( \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 \cos \left( (2n+1) \left( q-1 \right) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Après simplification du  $\left( \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \right)^2$  on obtient :

$$\varphi_{A,n}^1 = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)^2} k_{d,2n+1} \right] \cos \left( -(2n+1) \left( q-1 \right) \frac{\gamma}{2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

La deuxième bobine du groupe est déplacée d'un angle  $\gamma$  par rapport à la première bobine, le flux embrassé par une spire de la deuxième bobine du groupe est donné par :

$$\varphi_{A,n}^2 = \frac{2}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2}+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) d\alpha \right]$$

Après intégration et simplification on trouve :

$$\varphi_A^2 = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)^2} \right] \cos \left( (2n+1) \left( \gamma - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

### Chapitre 3 : Détermination des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés

La  $q^{\text{ième}}$  bobine du groupe est placée par rapport à la première bobine d'un angle  $(q-1)\gamma$ , le flux embrassé par une spire de la  $q^{\text{ième}}$  bobine est donné par :

$$\varphi_A^q = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2}+(q-1)\gamma}^{\frac{\pi}{2}+(q-1)\gamma} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) d\alpha \right]$$

$$\varphi_A^q = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)^2} \right] \cos \left( (2n+1) \left( (q-1)\gamma - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Les  $q$  bobines du groupe sont en série donc le flux résultant embrassé par les  $q$  spires des  $q$  bobines en série d'un groupe, est la somme arithmétique des  $q$  flux embrassés par chaque spires, on note  $\varphi_{Agr}$  la somme des  $q$  flux de ces spires.

$$\varphi_{Agr} = \varphi_A^1 + \varphi_A^2 + \dots + \varphi_A^q$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} & \cos \left( -(2n+1)(q-1) \frac{\gamma}{2} \right) + \cos \left( (2n+1) \left( \gamma - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) + \dots \\ & + \cos \left( (2n+1)(q-1) \frac{\gamma}{2} \right) = q \frac{\sin \left( (2n+1) q \frac{\gamma}{2} \right)}{q \sin \left( (2n+1) \frac{\gamma}{2} \right)} = q k_{d,2n+1} \end{aligned}$$

Le flux embrassé par les  $q$  spires des bobines du groupe est donné par :

$$\varphi_{Agr} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} q \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total embrassé par  $q$  bobines constituées chacune par  $N_b$  spires est le flux embrassé par un groupe de bobines à une seule spire, multiplié par  $N_b$ , et il s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \Psi_{Agr} &= N_b \varphi_{Agr} \\ \Rightarrow \Psi_{Agr} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} q N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$



- Flux embrassé par une phase de l'enroulement

Pour trouver le flux total d'une phase de l'enroulement réparti, on suit le même raisonnement que dans le cas concentré. Par conséquent, l'expression du flux total sera donnée par :

$$\Psi_{Aph} = \frac{P}{a} \Psi_{Agr}$$

$$\Rightarrow \Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s qP}{P} \frac{N_b}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$\frac{qP}{a} N_b$  ; est le nombre de spires en série par phase  $N_s$

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

- Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement

L'inductance propre de la phase est la suivante :

$$L_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \right]$$

$$L_{A,2n+1} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2$$

$$L_{A,1} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \frac{\mu}{k_{\delta} k_{\mu} \delta} \frac{(N_s k_{d,1})^2}{P}$$

$$L_A = L_{A,1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{A,2n+1}}{L_{A,1}}$$

Les phases de l'enroulement sont identiques, par conséquent leurs inductances propres sont égales :

$$L_1 = L_A = L_B = L_C = L_D = L_E$$

*C/ Les inductances propres d'un enroulement à deux couches*

Le procédé de calcul des flux embrassés par les groupes de bobines constituant l'enroulement complet est le même que précédemment. Compte tenu du fait que l'enroulement à deux couches, contient  $2P$  groupes par phase au lieu de  $P$  groupes, ainsi, le flux résultant de la phase entière sera la somme des flux de  $\frac{2P}{a}$  groupes par voie au lieu de  $\frac{P}{a}$ , et l'expression de ce flux est donnée par :

$$\Psi_{Aph} = \frac{2P}{a} \Psi_{Agr}$$

En remplaçant  $\Psi_{Agr}$  par son expression déterminée dans le paragraphe précédent on trouvera :

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s}{P} \frac{q2P}{a} N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

*D/ Les inductances propres d'un enroulement raccourci*

A partir du calcul développé dans le deuxième chapitre, on sait que la FMM d'une phase d'un enroulement raccourci est donnée par :

$$F_A(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2} N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} I \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t)$$

Donc l'induction magnétique, correspondante devient:

$$B_A(\alpha) = \frac{\mu}{k_{\delta} k_{\mu} \delta} \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t)$$

L'origine du calcul est, toujours, l'axe de la première bobine du groupe, de façon à ce que le flux embrassé par cette bobine à spire unique s'exprime par :

$$\varphi_{A,n}^1 = \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\beta\pi}{2}}^{\frac{\beta\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

Après intégration on trouve :

$$\varphi_{A,n}^1 = l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{2 N_s}{\pi P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)^2} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} 2 \sin \left( (2n+1) \frac{\beta\pi}{2} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

On sait que " $\sin\left((2n+1)\frac{\beta\pi}{2}\right)$ " représente le facteur de raccourcissement donc l'expression du flux devient :

$$\varphi_A^1 = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)^2} (k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)(q-1)\frac{\gamma}{2}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total du groupe complet est donc:

$$\Psi_{Agr} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} q N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Cette expression est déterminée en effectuant la somme des flux des q bobines, caractérisées à leur tour, par un facteur de distribution, ce qui nous donne au total  $(k_{d,2n+1})^2$ . Le flux total de la phase devient :

$$\begin{aligned} \Psi_{Aph} &= \frac{2P}{a} \Psi_{Agr} \\ \Rightarrow \Psi_{Aph} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \frac{q2P}{a} N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t) \\ \Rightarrow \Psi_{Aph} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

L'expression de l'inductance propre de la phase est :

$$\begin{aligned} L_A &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \right] \\ L_{A,2n+1} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \end{aligned}$$

En posant n =0, on retrouve l'expression de l'inductance fondamentale  $L_{A,1}$ :

$$L_{A,1} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{(N_s k_{d,1} k_{r,1})^2}{P}$$

L'expression de l'inductance propre peut ainsi être écrite sous la forme suivante :

$$L_A = L_{A,1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{A,2n+1}}{L_{A,1}}$$

Avec:  $L_1 = L_A = L_B = L_C = L_D = L_E$

**III.3 Calcul des inductances mutuelles statoriques**

Afin de déterminer les inductances mutuelles statoriques, on alimente une seule phase, par exemple, la phase A, puis on détermine le flux embrassé par chacune des autres phases.

*A/ cas d'un enroulement concentré*

- L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes

Considérons deux phases adjacentes telles que leurs axes soient décalées par un angle égal à  $\frac{2\pi}{5}$ . Par exemple la phase A et les phases B et E sont adjacentes et choisissons de calculer l'inductance mutuelle entre la phase A et la phase B (notons qu'elle est la même pour deux autres phases adjacentes).

L'expression de l'induction est :

$$B_A(\alpha) = \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

L'expression du flux engendré par la phase A et embrassé par une spire du premier groupe de la phase B est:

$$\varphi_{B,A} = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{m}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{m}} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha$$

Après intégration on trouve :

$$\begin{aligned} \varphi_{B,A} &= \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_b i_b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \left[ 2 \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t) \\ \Rightarrow \varphi_{B,A} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left( \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

L'expression du flux est donné par :

$$\varphi_{B,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total embrassé par un groupe est :

$$\Psi_{B,A} = N_b \varphi_{B,A}$$

$$\Rightarrow \Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux mutuel total dans la phase B est :

$$\Psi_{A,Bph} = \frac{P}{a} \Psi_{A,Bgr}$$

$$\Rightarrow \Psi_{A,Bph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{A,Bph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

comme :  $\Psi_{A,Bph} = L_{AB} i_A$

Donc :

$$L_{B,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right)$$

Par effet de symétrie, on aura :  $L_{A,B} = L_{B,A}$

En substituant l'expression de  $L_{A,n}$  dans la relation de  $L_{B,A}$ , on trouve :

$$L_{B,A} = \sum_{n=0}^{\infty} L_{A,n} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right)$$

De la même manière on démontre que :

$$L_2 = L_{B,A} = L_{E,A} = L_{E,A}$$

- L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes

Deux phases non adjacentes, sont des phases telles que leurs axes soient décalés d'un angle égale à  $\frac{4\pi}{5}$ . Dans ce cas on détermine, par exemple, l'inductance mutuelle entre la phase A et la phase C, et elle est la même pour deux phases non adjacentes quelconques. Le flux engendré par la phase A, et embrassé par une spire de la phase C, est donné par:

$$\varphi_{C,A} = l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{m}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{m}} \lambda_{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2 N_s \sqrt{2} I}{\pi (2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

Après intégration, on aura :

$$\varphi_{C,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total embrassé par un groupe de bobines est le suivant :

$$\Psi_{C,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Par conséquent le flux embrassé par la phase entière devient :

$$\Rightarrow \Psi_{C,Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{C,Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'expression du flux en fonction de l'inductance est donnée, par définition, comme suit :

$$\Psi_{C,Aph} = L_{AC} i_A$$

On en déduit donc l'expression de l'inductance  $L_{C,A}$  :

$$L_{C,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right)$$

$$\Rightarrow L_{C,A} = \sum_{n=0}^{\infty} L_{A,2n+1} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right)$$

Et comme on a cité précédemment :  $L_3 = L_{AC} = L_{CA} = L_{AD} = L_{DA}$

*B/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement réparti à simple couche*

L'expression de l'induction correspondante tirée à partir de l'expression de la FMM est :

$$B_A(\alpha) = \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

L'expression du flux engendré par la phase A, et embrassé par une spire du premier groupe de la phase B est la suivante :

$$\varphi_{B,A}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \int_{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{2})}^{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{2})} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha \right]$$

Après intégration on obtient :

$$\varphi_{B,A}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) 2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \sin \left( (2n+1) \left( \frac{\pi}{2} + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \cos(\omega t) \right]$$

En développant l'expression  $\sin \left( (2n+1) \left( \frac{\pi}{2} + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right)$  on obtient :

$$\begin{aligned} \varphi_{B,A}^1 &= \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \left( \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left( (2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \cos(\omega t) \right] \\ \Rightarrow \varphi_{B,A}^1 &= \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left( (2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

De la même manière pour laquelle on a déterminé le flux  $\varphi_{B,A}^1$ , on retrouve les flux  $\varphi_{B,A}^2, \dots, \varphi_{B,A}^q$ . Et leurs expressions respectives sont :

$$\varphi_{B,A}^2 = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left( (2n+1) \left( \gamma + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \varphi_{B,A}^q = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left( (2n+1) \left( (q-1) \gamma + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux du groupe complet, est la somme des flux de ces bobines constitutives, et son expression est déterminée par la relation suivante :

$$\varphi_{B,A} = \varphi_{B,A}^1 + \varphi_{B,A}^2 + \dots + \varphi_{B,A}^q$$

Le développement de cette somme nous amène à :

$$\varphi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s}{(2n+1)P} q (k_{d,2n+1})^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Ainsi, le flux embrassé par un groupe de bobines chacune constituée de  $N_b$  spires en série, est donné par :

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} q N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Par conséquent, le flux total embrassé par la phase B, aura pour expression :

$$\Psi_{B,Aph} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{qP}{a} N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{B,Aph} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} N_s^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

A partir de l'expression de  $\Psi_{B,Aph}$ , on tire l'expression de l'inductance mutuelle  $L_{B,A}$  et elle est donnée par :

$$L_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} N_s^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right]$$

*C/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches*

Le procédé de calcul des flux mutuels embrassés par les groupes de bobines constituant l'enroulement complet, est le même que précédemment, c.à.d., le cheminement de calcul nous mènera vers les mêmes résultats, compte tenu du fait que l'enroulement à deux couches contient  $2P$  groupes par phase au lieu de  $P$  groupes, ainsi, le flux résultant de la phase entière



### Chapitre 3 : Détermination des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés

sera la somme des flux de  $\frac{2P}{a}$  groupes par voie au lieu de  $\frac{P}{a}$ , ainsi deux cas peuvent se présenter :

- L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes

En suivant le même raisonnement que précédemment, on abouti à l'expression du flux embrassé par un groupe de bobines appartenant à la phase B :

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} q N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

De cette expression, on tire l'expression du flux total embrassé par la phase complète :

$$\Psi_{B,ApH} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{q2P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'expression de l'inductance est déterminée en utilisant la définition, et elle s'écrit par :

$$L_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left( (2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right]$$

- L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes

La seule différence entre ce cas et le cas précédent est le fait que le décalage entre les deux phases soit  $\frac{4\pi}{m}$ . De ce fait l'expression du flux embrassé par un groupe de la phase C devient:

$$\Psi_{C,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} q N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left( (2n+1) \frac{4\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

De cette expression, on tire l'expression du flux total embrassé par la phase complète :

$$\Psi_{C,ApH} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu}{k_{\delta} k_{\mu} \delta} l \frac{D}{2P} \frac{q2P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left( (2n+1) \frac{4\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'expression de l'inductance est tirée en utilisant la définition, et elle s'écrit comme suit :

$$L_{C,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left( (2n+1) \frac{4\pi}{m} \right) \right]$$

*D/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches raccourci*

Comme l'enroulement à deux couches à pas total dérive de celui à pas raccourci, et que ce dernier représente, en fait, une généralisation, l'expression du flux embrassé par une bobine, à spire unique, appartenant à la phase B, est donné par :

$$\varphi_{B,A}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} \cos(\omega t) \int_{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} - \beta\frac{\pi}{2})}^{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} + \beta\frac{\pi}{2})} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha \right]$$

Après intégration on obtient :

$$\varphi_{B,A}^1 = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} 2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sin\left((2n+1)\left(\beta\frac{\pi}{2} + (q-1)\frac{\gamma}{2}\right)\right) \cos(\omega t) \right]$$

L'expression du flux mutuel embrassé par le groupe de bobines complet découle de celle d'une bobine qui lui appartient, et elle s'écrit:

$$\varphi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{N_s}{(2n+1)P} q (k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Ainsi, l'expression du flux mutuel embrassé par un groupe de bobines constituées de  $N_b$  spires est:

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} q N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Dans tout ce qui précède, le flux total embrassé par la phase est donné par l'expression:

$$\Psi_{B,ApH} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \frac{q2P}{a} N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

**III.4 Calcul de l'inductance cyclique**

L'expression de la FMM résultante des cinq phases est :

$$F_{MM}(\alpha) = \underbrace{\left( \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k+1} \frac{N_s}{P} \sin\left( (10k+1) \frac{\pi}{2} \right) I (\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right] \right)}_{(I)}$$

$$+ \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k-1} \frac{N_s}{P} \sin\left( (10k-1) \frac{\pi}{2} \right) I (\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right] \right)}_{(II)}$$

(I) représente la séquence directe

(II) représente la séquence inverse

L'induction du champ magnétique tournant est donnée par :

$$B(\alpha) = \lambda_{\delta} F_{MM}(\alpha)$$

On calcule le flux du champ tournant embrassé par une spire de la bobine constituant l'enroulement concentré, on choisit l'instant initial d'intégration comme étant l'instant où l'axe polaire du champ tournant coïncide avec l'axe du groupe, puis, on intègre sur la portion du cylindre statorique délimitée par la bobine, comme illustré à la Fig.(27). L'expression du flux devient donc :

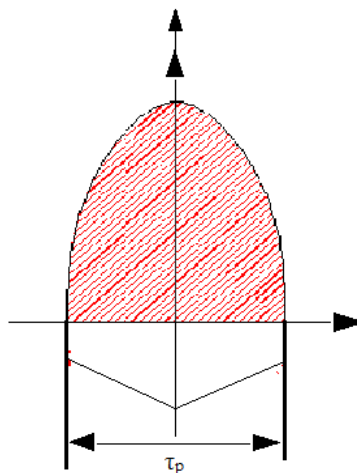


Fig.27 : Schéma représentant l'instant de coïncidence entre l'axe polaire champ et l'axe du groupe

$$\varphi_A = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[ \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k+1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k+1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right) \right. \\ \left. + \left( \sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k-1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k-1)\frac{\pi}{2}\right) I(\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right) \right] d\alpha$$

Après intégration et simplification on obtient l'expression de  $\varphi_{Agr}$  :

$$\varphi_A = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \frac{N_s}{P} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

On sait que :  $\Psi_A = N_b \cdot \varphi_A$ , ce qui donne:

$$\Psi_A = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_b \frac{N_s}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux correspondant à la phase entière, est la somme des flux des groupes par voie d'enroulement, après avoir effectué la somme, l'expression devient :

$$\Psi_{Aph} = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

A partir de l'expression du flux  $\Psi_{Aph}$  on tire l'inductance cyclique qui aura pour relation :

$$L = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \right)$$

L'inductance cyclique peut, également, être écrite en fonction de l'inductance propre de la phase :

$$L = \frac{5}{2} L_A$$

Pour un enroulement réparti, à simple ou à deux couches, et à pas total, il faut introduire le facteur de distribution pour obtenir  $\Psi_{Aph}$  :

$$\Psi_{Aph} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n \pm 1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

S'il s'agit d'un enroulement réparti à pas raccourci, on introduit en plus le facteur de raccourcissement du pas et on obtient l'expression correspondante de  $\Psi_{Aph}$  :

$$\Psi_{Aph} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Enfin, l'expression de l'inductance cyclique devient :

$$L = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{5}{2} L_A$$

**Remarque 1:**

- On constate que quelque soit le type d'enroulement, l'inductance cyclique est toujours  $\frac{5}{2}$  fois plus grande que l'inductance propre d'une phase de l'enroulement considéré.

La force contre-électromotrice induite par le champ tournant est donnée par définition comme suit :

$$E = - \frac{d\Psi_{Aph}}{dt}$$

Après avoir dérivé et simplifié, l'expression de  $E$ , on obtient:

$$E = \omega \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right) \sqrt{2} I \sin(\omega t)$$

**Remarque 2:**

- On constate que la force contre-électromotrice induite par le champ tournant possède la même pulsation que celle du courant.

**III.5 Calcul de la résistance d'une phase**

La résistance électrique d'une phase est définie à partir de la longueur moyenne d'une bobine  $l_b$ , de la résistivité du conducteur statorique  $\rho_c$ , de la section active du conducteur  $S_c$  ainsi que du nombre de bobines en série par phase:

$$R_{ph} = \frac{\rho_c l_b}{S_c} N_s [\Omega]$$

Nous précisons que la résistance électrique est déterminée pour une connexion en série des bobines composant une phase de l'enroulement.

**III.6 Détermination des inductances de fuite**

**- Inductances de fuite des encoches**

Les fuites dues aux encoches sont définies comme étant le flux sortant d'une dent et rentrant dans la dent adjacente traversant les conducteurs se trouvant dans l'encoche entre ces deux dents. Pour déterminer l'expression de l'inductance de fuite due aux encoches, on doit:

- En premier lieu, subdiviser l'encoche en portions suivant la longueur du tube de fuite ; Ce tube de fuite enlace les lignes du champ de fuite traversant une surface élémentaire de l'encoche,
- ensuite, on détermine la perméance spécifique de chaque portion, et la perméance totale spécifique de l'encoche qui est la somme des perméances de toutes ces portions.

L'expression de l'inductance de fuite due à une encoche dans un enroulement à simple couche devient:

$$L_e = N_e^2 l \lambda_s$$

*A/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à simple couche :*

L'expression de l'inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à simple couche est:

$$L_{\sigma e} = \frac{Z_e}{2a} L_e = 20 N_s^2 l \frac{\lambda_s}{Z}$$

Avec  $N_e$  : nombre de conducteurs par encoche.

$\lambda_s$  : Perméance spécifique de l'encoche.

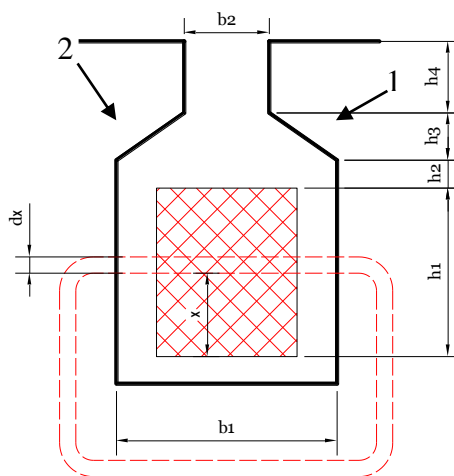


Fig.28 : Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à une seule couche de conducteurs

*B/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas raccourci :*

Dans un enroulement à deux couches, l'expression de l'inductance de fuite due à une encoche est :

$$L_e = \left(\frac{N_e}{2}\right)^2 l(\lambda_{s,inf} + \lambda_{s,sup} + 2\lambda_{s,m})$$

Avec  $\lambda_{s,m}$  : Perméance spécifique mutuelle entre les deux couches.

$\lambda_{s,sup}$  : Perméance spécifique de la couche supérieure.

$\lambda_{s,inf}$  : Perméance spécifique de la couche inférieure

Ainsi, l'expression de l'inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total est:

$$L_{\sigma e} = \frac{Z_e}{2a} L_e = 5 N_s^2 l \frac{\lambda_s}{Z}$$

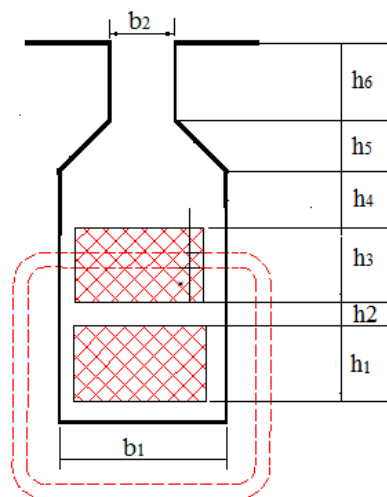


Fig.29 : Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à deux couches de conducteurs

*C/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à pas raccourci :*

Quand l'enroulement est à pas raccourci, l'expression de l'inductance de fuite due à une encoche deviendra :

$\lambda_s = \lambda_{s,inf} + \lambda_{s,sup} + 2(5\beta - 4)\lambda_{s,m}$  ;  $4/5 < \beta < 1$  , lorsque  $\beta$  n'appartient pas à cet intervalle  $\lambda_{s,m}$  est nulle

$$L_e = \left(\frac{N_e}{2}\right)^2 l(\lambda_{s,inf} + \lambda_{s,sup} + 2(5\beta - 4)\lambda_{s,m})$$

Par conséquent, l'expression de l'inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé raccourci est :

$$L_{\sigma e} = 5 N_s^2 l \frac{\lambda_s}{Z}$$

L'existence de deux couches appartenant à deux phases différentes, cause une apparition d'inductance mutuelle entre les phases, cette mutuelle est nulle dans le cas où  $\beta = 1$ , et max lorsque  $\beta = \frac{4}{5}$  et elle a pour expression :

$$L_{\sigma e, m} = -5 N_s^2 l \frac{\lambda_{s, m}}{Z} (4 - 4\beta)$$

**- Inductance de fuite des parties frontales**

Dans les enroulements électriques, les parties frontales des bobines produisent des flux de fuite. Les lignes de champ de ce flux de fuite rencontrent sur leur chemin les réluctances de l'entrefer et c'est la raison pour laquelle on peut négliger la réluctance du fer et admettre que l'inductance de fuite devient  $L_{\sigma} = const.$

Ainsi, le flux de fuite dû aux parties frontales est donné par :

$$L_{\sigma f} = \frac{2Pq}{a^2} \left[ \mu_0 q (k_d k_r N_e)^2 (2.4) \left( l_{f2} + \frac{l_{f1}}{2} \right) \right]$$

En utilisant les relations suivantes  $N_e = 2N_b$ ,  $N_b = \frac{a}{2Pq} N_s = \frac{m a}{Z} N_s$ , on obtient :

$$L_{\sigma f} = 4 \mu_0 \frac{N_s^2}{P} \left[ 8 (k_d k_r)^2 \left( l_{f2} + \frac{l_{f1}}{2} \right) \right]$$

***Application numérique :***

L'application numérique est effectuée sur deux machines pentaphasées dont l'enroulement est imbriqué à simple couche et à pas total. Les paramètres de ces deux machines sont donnés au tableau.1. et tableau.3. respectivement. On calcule alors la résistance de la phase, l'inductance propre, les deux inductances mutuelles et enfin, l'inductance de fuite correspondant aux flux de fuite traversant les encoches et les parties frontales.



Tableau.1 : PARAMÈTRES DE LA MACHINE PENTAPHASEE [22].

Diamètre externe du stator	130.3 mm
Diamètre interne du stator	80 mm
Longueur axiale	64 mm
Longueur de l'entrefer	0.3 mm
Spires/Bobine stator	90
Nombre d'encoches statoriques	40
Nombre d'encoches rotoriques	30
Nombre de pôles	4
Tension par phase	220 V
Puissance	550 W
Courant	0.8 A

Les résultats de calcul des paramètres de la première machine sont donnés au tableau.2.

Tableau.2 : RESULTATS DE CALCUL POUR LA 1<sup>ière</sup> MACHINE

Paramètres	Valeurs
$R_s$	6.0 $\Omega$
$L_1$	107.73 mH
$L_2$	33,29 mH
$L_3$	-78,15 mH
$L_\sigma = (L_{\sigma f} + L_{\sigma e})$	11 mH

Tableau.3 : PARAMÈTRES DE LA 2<sup>ème</sup> MACHINE PENTAPHASEE [7].

Nombre d'encoches	40
Largeur de la dent statorique (mm)	5.1
Largeur de l'ouverture d'encoche (mm)	2
Longueur de l'empilement (mm)	70
Diamètre externe du stator (mm)	200
Diamètre interne du stator (mm)	121
Hauteur de la dent statorique (mm)	20.4
Nombre de barres au rotor	28
Diamètre externe du Rotor (mm)	120
Ouverture de l'encoche rotorique (mm)	1
Nombre de pôles	4
Largeur de l'entrefer (mm)	0.5
Nombre d'encoches/pôle/phase	2
Nombre de spires par phase	200
Puissance	1,2 kW

Les résultats de calcul des paramètres de la 2<sup>ème</sup> machine sont donnés au tableau.4.

Tableau.4 : RESULTATS DE CALCUL POUR LA 2<sup>ème</sup> MACHINE

Paramètres	Valeurs
$R_s$	2.6 $\Omega$
$L_1$	132 mH
$L_2$	40.79 mH
$L_3$	-106.80 mH
$L_\sigma = (L_{\sigma f} + L_{\sigma e})$	5 mH

#### **Conclusion**

Nous avons utilisé la méthode analytique pour déterminer les expressions finales des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés. Nous avons tenté de décomposer pas à pas l'étude, de façon à exploiter d'abord les résultats obtenus par le calcul de la FMM dans le chapitre précédent. Nous terminons par la détermination du flux embrassé par la phase dont nous voulons préciser l'inductance propre. Quant à l'inductance mutuelle, elle est, en plus, fonction de la position de chaque phase par rapport à l'autre, et nous avons mentionné que deux positions peuvent se présenter, la première concerne les phases adjacentes, et l'autre, les phases non adjacentes. Pour ce qui est de l'inductance cyclique, nous avons trouvé que sa valeur est égale à  $\frac{5}{2}$  fois l'inductance propre de la phase. Enfin, un calcul des inductances de fuite est effectué, pour mieux évaluer, dans le modèle de la machine, les pertes en matière d'effort électromagnétique dues aux inductances de fuite.

### Introduction

Parmi toutes les machines polyphasées, c'est la machine pentaphasée qui est appelée au grand développement, en fait, les performances dynamiques des machines à induction avec différents nombres de phases fonctionnant avec des convertisseurs statiques, sont évaluées [21]. Cette étude conclut que les machines pentaphasées peuvent avoir un rapport couple/volume très élevé que celui des machines triphasées conventionnelles.

L'objet de ce chapitre est d'élaborer un modèle mathématique simple et général pour une machine asynchrone pentaphasée à rotor à cage, ce modèle tiendra compte, aussi bien, de la présence des harmoniques de temps que celle des harmoniques d'espace. Pour ce faire, la machine sera modélisée dans sa forme naturelle où les contraintes de couplage seront représentées. Ensuite, la machine sera également modélisée dans la base de découplage, où les contraintes de couplage seront éliminées. Enfin, nous utilisons le concept multi-machines qui consiste à assimiler mathématiquement la machine réelle pentaphasée à un ensemble de machines fictives biphasées et monophasées, [22]. Autrement dit, la machine pentaphasée sera vue comme une association de machines fictives magnétiquement découplées et mécaniquement couplées.

#### IV.1. Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée dans la base naturelle

##### - *Hypothèses simplificatrices*

Pour pouvoir élaborer le modèle électrique équivalent de la machine, il est nécessaire de considérer certaines hypothèses :

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encoche est négligeable.
- La saturation du circuit magnétique et les courants de Foucault sont négligeables.
- Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température.

L'application de la loi de Faraday à chaque enroulement de la machine, en considérant la chute de tension ohmique donne l'équation vectorielle en tension. Par ailleurs, comme les barres sont court-circuitées par les anneaux de court-circuit, les tensions rotoriques sont nulles:

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d[\Psi_s]}{dt}$$

$$[0] = [R_r][I_r] + \frac{d[\Psi_r]}{dt}$$

Les hypothèses que nous avons considérées précédemment conduisent à des relations linéaires entre les flux et les courants :

## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

$$[\Psi_s] = [L_{ss}][I_s] + [M_{sr}][I_r]$$

$$[\Psi_r] = [L_{rr}][I_{rr}] + [M_{rs}][I_s]$$

Les expressions des tensions deviennent donc :

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d}{dt}([L_{ss}][I_s] + [M_{sr}][I_r])$$

$$[0] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt}([L_{rr}][I_{rr}] + [M_{rs}][I_s])$$

avec :

$[I_s] = [I_{s1} \ I_{s2} \ I_{s3} \ I_{s4} \ I_{s5}]^t$  : Vecteur des courants statoriques,

$[I_r] = [I_{r1} \ I_{r2} \ I_{r3} \ \dots \ I_{rm_r}]^t$  : Vecteur des courants rotoriques avec  $m_r$  le nombre de phases rotoriques,

$[\Psi_s] = [\Psi_{s1} \ \Psi_{s2} \ \Psi_{s3} \ \Psi_{s4} \ \Psi_{s5}]^t$  : Vecteur des flux statoriques,

$[\Psi_r] = [\Psi_{r1} \ \Psi_{r2} \ \Psi_{r3} \ \Psi_{r4} \ \dots \ \Psi_{rm_r}]^t$  : Vecteur des flux rotoriques,

$[R_s]$  et  $[R_r]$  sont respectivement, la matrice résistance statorique et la matrice résistance rotorique.

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}$$

La matrice résistance statorique est diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux, car les phases statoriques de la machine sont identiques.

$[L_{ss}]$  et  $[L_{rr}]$  sont respectivement, la matrice inductance statorique et la matrice inductance rotorique :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_3 & L_2 \\ L_2 & L_1 & L_2 & L_3 & L_3 \\ L_3 & L_2 & L_1 & L_2 & L_3 \\ L_3 & L_3 & L_2 & L_1 & L_2 \\ L_2 & L_3 & L_3 & L_2 & L_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_\sigma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_\sigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_\sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_\sigma \end{bmatrix}$$

On pose:  $L_{s1} = L_1 + L_\sigma$ , et on substitue dans l'expression de  $[L_{ss}]$  :

$$[L_{SS}] = \begin{bmatrix} L_{s1} & L_2 & L_3 & L_3 & L_2 \\ L_2 & L_{s1} & L_2 & L_3 & L_3 \\ L_3 & L_2 & L_{s1} & L_2 & L_3 \\ L_3 & L_3 & L_2 & L_{s1} & L_2 \\ L_2 & L_3 & L_3 & L_2 & L_{s1} \end{bmatrix}$$

$[M_{sr}]$  et  $[M_{rs}]$  sont respectivement, la matrice inductance mutuelle rotor-stator et la matrice inductance mutuelle stator-rotor

On déterminera ultérieurement  $[R_r]$ ,  $[L_{rr}]$ ,  $[M_{sr}]$  et  $[M_{rs}]$ .

### IV.2. Modélisation du rotor à cage

Le rotor à cage d'écoreuil est constitué de  $N_r$  barres et deux anneaux de court-circuit.

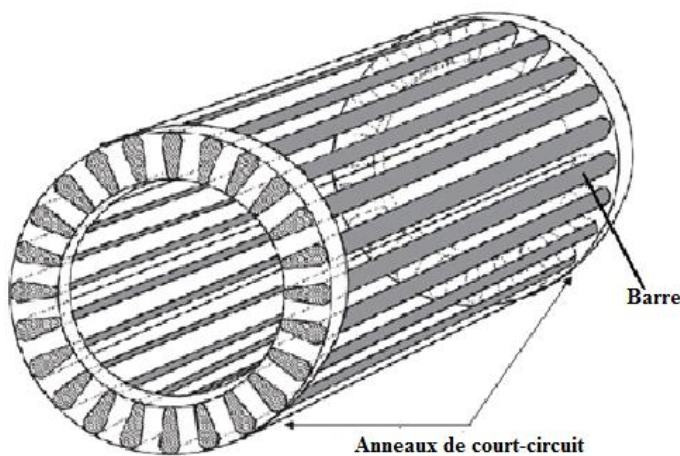


Fig. (30) : Rotor à cage

Les  $N_r$  barres constituent  $N_r$  mailles, en considérant que dans chaque maille  $k$ , circule un courant  $I_{rk}$ , en supposant que le courant inter-barres est nul. La figure (31) montre les mailles et les courants.

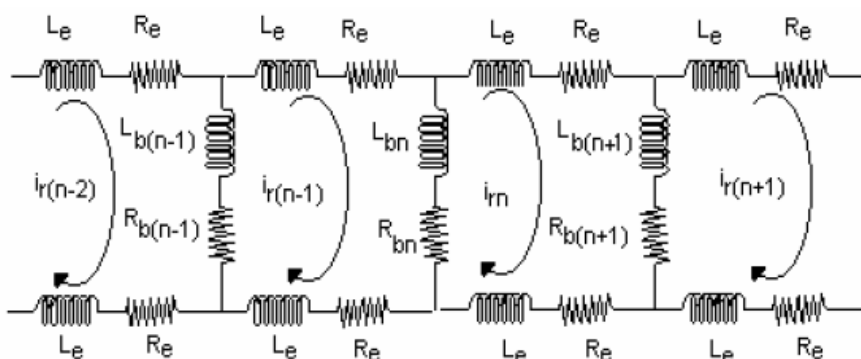


Fig. (31) circuit du rotor à cage [24].

En appliquant la loi des mailles et après arrangement et simplification, on trouve  $[R_r]$  et  $[L_{rr}]$  telles que :

$$[R_r] = \begin{bmatrix} 2(R_e + R_b) & -R_b & 0 & \dots & \dots & -R_b \\ -R_b & 2(R_e + R_b) & -R_b & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 2(R_e + R_b) & -R_b \\ -R_b & 0 & \dots & \dots & -R_b & 2(R_e + R_b) \end{bmatrix}$$

On constate que la matrice  $[R_r]$  est symétrique et circulaire.

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} 2L_r + (L_e + L_b) & L_{r_2r_1} - L_b & L_{r_1r_3} & \dots & L_{r_1r_n} - L_b \\ L_{r_2r_1} - L_b & 2L_r + (L_e + L_b) & L_{r_2r_1} - L_b & \dots & L_{r_2r_n} \\ L_{r_3r_1} & L_{r_3r_2} - L_b & 2L_r + (L_e + L_b) & \dots & L_{r_3r_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ L_{r_nr_1} - L_b & L_{r_nr_2} & L_{r_nr_3} & \dots & 2L_r + (L_e + L_b) \end{bmatrix}$$

$L_e$  et  $L_b$  sont, respectivement, l'inductance de fuite d'une portion d'anneau de court-circuit, et l'inductance de fuite d'une barre rotorique.

$L_r$  : Inductance propre d'une maille.

$L_{r_i r_k}$  : Inductance mutuelle entre la maille  $i$  et la maille  $k$  avec  $i = 1, 2, \dots, N_r; k = 1, 2, \dots, N_r$ ;

- **Détermination des inductances rotoriques propre et mutuelle**

*A/ Calcul des inductances propres*

Soit le courant  $I$  passant par la barre  $k$  et la barre  $k-1$  du rotor, ce courant va produire un champ d'induction magnétique  $B_1$  sortant du rotor et un champ d'induction magnétique  $B_2$  rentrant, comme l'illustre la Fig. (32).

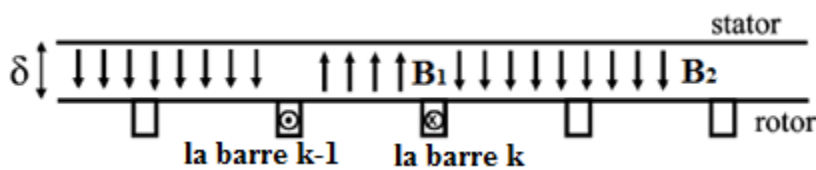


Fig. (32) l'induction magnétique produite par une maille rotorique [18].

En appliquant la loi d'Ampère, et en considérant que l'induction est constante dans la direction radiale, on trouve :

$$|B_1|\delta + |B_2|\delta = \mu_0 I$$

$$|B_2| + |B_2| = \frac{\mu_0 I}{\delta}$$

## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

Le champ d'induction  $B_1$  est sortant du rotor, donc, il a le même sens que le vecteur directeur normal à la surface cylindrique du rotor, et le champ d'induction  $B_2$  est rentrant, donc il a un sens opposé au sens du vecteur directeur normal à la surface cylindrique du rotor. En effet,  $B_1 = -B_2$ , par conséquent les flux des inductions seront tels que :  $\Psi_1 = -\Psi_2$ , avec :  
 $\Psi_1$  : le flux embrassé par les deux barres (k-1, k) qui constituent la maille considérée.  
 $\Psi_2$  : le flux embrassé par le reste de la surface.

De par sa nature, l'induction B vérifie toujours la relation :  $\nabla B = 0 \Rightarrow$  :

$$\Psi_1 + \Psi_2 = 0$$

Comme  $S_1 = l y_r$  et  $S_2 = l(2\pi r - y_r) \Rightarrow |B_1| l y_r - |B_2| l(2\pi r - y_r) = 0$

L'expression du flux  $\Psi_1$  embrassé par les deux barres adjacentes est :

$$\Psi_1 = |B_1| l y_r = l y_r \frac{(2\pi r - y_r) \mu_0 I}{2\pi r \delta}$$

L'inductance propre d'une boucle est donnée par :

$$L_r = \frac{\Psi_1}{I}$$

En remplaçant  $\Psi_1$  par son expression dans sa relation avec  $L_r$ , on obtient :

$$L_r = l r y_r \frac{(2\pi r - y_r) \mu_0}{2\pi r \delta}$$

La distance entre deux barres adjacentes  $y_r$  est donnée par :

$$y_r = r \alpha_{rm}$$

Avec  $\alpha_r$  : l'angle entre deux barres adjacentes, et  $r$  : le rayon du rotor, ainsi, par la substitution de  $y_r$  par  $r \alpha_r$  dans sa relation avec  $L_r$  on trouve :

$$L_r = l r \alpha_{rm} \frac{(2\pi - \alpha_{rm}) \mu_0}{2\pi \delta}$$

L'inductance propre d'une boucle constituée par deux barres adjacentes est :

$$L_r = \frac{\mu_0 l r}{\delta} \alpha_{rm} \left(1 - \frac{\alpha_{rm}}{2\pi}\right)$$

### *B/ Détermination des inductances mutuelles*

Le flux du champ d'induction  $B_2$  embrassé par deux barres consécutives est donné par :



$$\Psi_m = -|B_2|l y_r = -\frac{y_r}{2\pi r} \frac{\mu_0 l}{\delta} l y_r$$

Étant donné que l'inductance mutuelle entre deux boucles quelconques du rotor est définie comme suit :

$$L_m = \frac{\Psi_m}{I}$$

Par le remplacement de  $\Psi_m$  par son expression, déterminée ci-dessus, on trouve :

$$L_m = -\frac{y_r}{2\pi r} \frac{\mu_0}{\delta} l y_r$$

Après développement et simplification de l'expression de  $L_m$ , elle deviendra :

$$L_m = -\frac{\mu_0 l r}{\delta} \frac{\alpha_{rm}^2}{2\pi}$$

$$L_m = L_{r_2 r_1} = \dots = L_{r_i r_k}; \text{ avec } k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, n$$

En remplaçant  $L_{r_i r_j}$  par  $L_m$  dans la matrice inductance rotorique, on trouve:

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} 2L_r + (L_e + L_b) & L_m - L_b & L_m & \dots & L_m - L_b \\ L_m - L_b & 2L_r + (L_e + L_b) & L_m - L_b & \dots & L_m \\ L_m & L_m - L_b & 2L_r + (L_e + L_b) & \dots & L_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ L_m - L_b & L_m & L_m & \dots & 2L_r + (L_e + L_b) \end{bmatrix}$$

La matrice inductance rotorique  $[L_{rr}]$  est symétrique et circulaire.

### - Détermination du nombre de phases rotoriques

Nous avons deux méthodes pour déterminer le nombre de phases rotoriques, la première est expliquée dans [18]. En effet, elle n'est utilisée que dans le cas où le nombre de barres par paire de pôles soit entier, car les phénomènes électromagnétiques se répètent autant de fois qu'il y a de paires de pôles, ce qui fait qu'il suffit de prendre le nombre de barres par paire de pôles comme le nombre de phase rotoriques. La deuxième méthode peut être utilisée dans le cas où le nombre de barres par paire de pôles est fractionnaire. Pour appliquer, cette méthode il faut trouver le P.G.C.D (plus grand commun diviseur) de P et  $N_r$  (nombre de pôles et nombre de barres respectivement) [19].

$$P_0 = \frac{P}{P'} = \frac{N_r}{N'_r}$$

## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

Où  $P_0$  : est le P.G.C.D. de  $P'$  et  $N_r'$ , avec :  $P'$  et  $N_r'$  sont définis tels que le nombre de barres par  $P'$  paires de pôles soit entier et égal à  $N_r'$ , dans ce cas, les phénomènes électromagnétiques se répètent chaque  $P'$  paires de pôles. D'après l'approche des circuits couplés, dans le cas où le nombre de barres par paire de pôles est fractionnaire, le nombre de phases rotoriques est égal à  $N_r'$ . Dans notre cas d'étude le nombre de barres par paire de pôles est entier.

### - Détermination des inductances mutuelles entre le stator et le rotor

La détermination de l'inductance mutuelle entre le stator et le rotor est basée sur le flux embrassé par une phase rotorique lorsque une phase statorique est alimentée. L'expression du champ d'induction magnétique produit par une phase statorique est donnée dans les chapitres précédents. Le procédé est le suivant : on alimente la phase (A) du stator et on détermine par la suite le flux embrassé par la phase 1 du rotor. L'expression de l'induction magnétique produite par la phase (A) est déterminée dans le chapitre précédent, et elle est donnée par :

$$B_A(\alpha) = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \frac{N_s \sqrt{2} I}{n P} k_{d,n} k_{r,n} \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

Le flux de  $B_A(\alpha)$  embrassé par la phase 1 du rotor est, ainsi, donné par :

$$\Psi_{11}^{sr} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{\bar{\theta} + \frac{\alpha_r}{2}}^{\frac{l}{2} \bar{\theta} + \frac{\alpha_r}{2}} B_A(\alpha) \frac{D}{2} \frac{d\alpha}{P} dx$$

Avec,  $\bar{\theta} = \theta + \varepsilon \frac{x}{l}$  ; l'angle d'inclinaison des barres rotoriques.

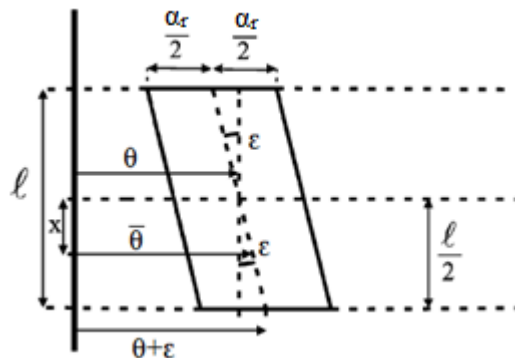


Fig. (33) : Phase rotorique [18].

## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

En remplaçant  $B_A(\alpha)$  par son expression on obtient :

$$\Psi_{11}^{rs} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{\bar{\theta} + \frac{\alpha_r}{2}}^{\bar{\theta} + \frac{\alpha_r}{2}} \lambda_\delta \frac{2}{\pi} \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \left[ \frac{N_s k_{d,n} k_{r,n}}{n P} \cos(n\alpha) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t) \frac{D}{2} \frac{d\alpha}{P} dx$$

On pose :

$$B_n = N_s k_{d,n} k_{r,n} \lambda_\delta \frac{2}{\pi} \frac{1}{n} \sqrt{2} I$$

On aura donc :

$$\Psi_{11}^{sr} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{\bar{\theta} + \frac{\alpha_r}{2}}^{\bar{\theta} + \frac{\alpha_r}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{B_n}{P} \cos\left(n\alpha - (q-1)\frac{\gamma}{2}\right) \right] \cos(\omega t) \frac{D}{2} \frac{d\alpha}{P} \cos(\omega t) dx$$

L'intégration par rapport à  $\alpha$  donne :

$$\Psi_{11}^{sr} = 2 \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{B_n}{n} \frac{D}{2} \frac{1}{P} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos(n\bar{\theta}) \cos(\omega t) dx$$

Ensuite, l'intégration par rapport à  $x$  donne :

$$\Psi_{11}^{sr} = 2 \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{B_n}{n} \frac{D}{2} \frac{1}{P} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right) \left( \frac{l}{n \varepsilon} \left[ \sin\left(n\left(\theta + \frac{\varepsilon}{2}\right)\right) - \sin\left(n\left(\theta - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right) \right] \right) \cos(\omega t)$$

On se sert de l'identité suivante :  $\left[ \sin\left(n\left(\theta + \frac{\varepsilon}{2}\right)\right) - \sin\left(n\left(\theta - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right) \right] = 2 \sin\left(n \frac{\varepsilon}{2}\right) \cos(n\theta)$

Pour la simplification de l'expression de  $\Psi_{11}^{sr}$ , on trouve:

$$\Psi_{11}^{rs} = 4 \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{B_n}{n} \frac{D}{2} \frac{l}{P} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right) \frac{\sin\left(n \frac{\varepsilon}{2}\right)}{n \varepsilon} \cos(n\theta) \cos(\omega t)$$

On définit le facteur d'inclinaison :

$$k_{i,n} = \frac{\sin\left(n \frac{\varepsilon}{2}\right)}{n \varepsilon}$$

L'expression du flux devient :

## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

$$\Psi_{11}^{rs} = 4\mu_0 \frac{N_s}{k_\delta k_\mu \delta \pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{D l}{2 P n^2} k_{d,n} k_{r,n} k_{i,n} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right) \frac{\sin\left(n \frac{\varepsilon}{2}\right)}{n \varepsilon} \cos(n\theta) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'inductance mutuelle entre la phase (A) statorique et la phase 1 rotorique est, ainsi, déduite de l'expression de l'expression de  $\Psi_{11}^{rs}$ , et elle est donnée par :

$$M_{11}^{sr} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta D l \frac{N_s}{P^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} k_{d,n} k_{r,n} k_{i,n} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos(n(\theta))$$

Avec  $\alpha_r = \frac{2\pi}{m_r}$  ;  $m_r$  est le nombre de phases rotoriques

L'inductance mutuelle entre une phase statorique  $i$  quelconque et une phase rotorique  $k$  quelconque est donnée par :

$$M_{ik}^{sr} = 4\lambda_\delta D l \frac{N_s}{P^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} k_{d,n} k_{r,n} k_{i,n} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left(n\left(\theta + (k-1)\alpha_r\right) - (i-1)\frac{2\pi}{5}\right)$$

On pose :

$$M_n^{sr} = 4\lambda_\delta D l \frac{N_s}{P^2} \frac{1}{n^2} k_{d,n} k_{r,n} k_{i,n} \sin\left(n \frac{\alpha_r}{2}\right)$$

On obtient donc :

$$M_{ik}^{sr} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} M_n^{sr} \cos\left(n\left(\theta + (k-1)\frac{2\pi}{m_r}\right) - (i-1)\frac{2\pi}{5}\right)$$

On constate que l'inductance mutuelle entre une phase statorique et une rotorique dépend de la position. La matrice inductance mutuelle stator-rotor  $[M_{sr}]$  est une matrice  $5 \times m_r$

$$[M_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} \\ M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} & M_{ik}^{sr} \end{bmatrix}$$

Si on alimente une phase rotorique et on exprime le flux embrassé par une phase statorique, on trouve  $[M_{sr}] = [M_{rs}]^t$

### IV. 3. Équation mécanique

Pour écrire l'équation mécanique de la machine, il faut d'abord déterminer le couple électromagnétique fourni par la machine. Le Couple électromagnétique est obtenu en dérivant la coénergie magnétique par rapport à la position du rotor par rapport au stator.

$$C_{em} = \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_m}$$

Avec  $\theta_m$  : angle mécanique qui détermine la position du rotor par rapport au stator.

Dans les systèmes magnétiques linéaires, la coénergie est égale à l'énergie magnétique emmagasinée [20]. Dans le cas des machines électriques, cette énergie est emmagasinée dans l'entrefer, et l'expression de la coénergie est la suivante :

$$W_{co} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_s & I_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{ss} & M_{sr} \\ M_{sr}^t & L_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_s \\ I_r \end{pmatrix}$$

En faisant la multiplication matricielle on obtient :

$$W_{co} = \frac{1}{2} I_s^t L_{ss} I_s + \frac{1}{2} I_s^t M_{sr} I_r + \frac{1}{2} I_r^t M_{sr}^t I_s + \frac{1}{2} I_r^t L_{rr} I_r$$

Les matrices  $L_{ss}$  et  $L_{rr}$  ne contiennent que des éléments constants, donc l'équation du couple sera comme suit :

$$C_{em} = \frac{1}{2} I_s^t \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta_m} I_r + \frac{1}{2} I_r^t \frac{\partial L_{sr}^t}{\partial \theta_m} I_s$$

Le couple électromagnétique est une grandeur scalaire donc  $I_s^t \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta_m} I_r$  et  $I_r^t \frac{\partial L_{sr}^t}{\partial \theta_m} I_s$  doivent être des grandeurs scalaires, il est évident que la transposée d'une scalaire est égale à elle-même [20], par conséquent :

$$I_r^t \frac{\partial L_{sr}^t}{\partial \theta_m} I_s = \left( I_r^t \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta_m} I_r \right)^t$$

De l'algèbre matricielle on a :

$$(A^t B^t C)^t = C^t B A$$

D'où:

$$I_r^t \frac{\partial L_{sr}^t}{\partial \theta_m} I_s = \left( I_r^t \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta_m} I_r \right)^t = \frac{1}{2} I_s^t \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta_m} I_r$$

Le couple électromagnétique devient:

$$C_{em} = I_s^t \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta_m} I_r$$

L'équation mécanique aura l'expression suivante :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r$$

Avec :

$\Omega = \frac{d\theta_m}{dt}$  : vitesse de rotation mécanique du rotor en (rad/s)

$J$  : le moment d'inertie de l'ensemble tournant

$C_r$  : le couple résistant (de charge)

Le système d'équations suivant est le modèle de la machine dans la base naturelle, [25]:

$$[V_s] = [R_s][I_s] + [L_{ss}] \frac{d[I_s]}{dt} (+[M_{sr}][I_r])$$

$$[0] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt} ([L_{rr}][I_{rr}] + [M_{rs}][I_s])$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r$$

La modélisation dans la base naturelle ne permet pas, aisément, l'élaboration du modèle. Il est maintenant systématique, de modéliser la machine pentaphasée dans une base telle qu'il y aurait découplage magnétique.

#### **IV.4. Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée dans la base de découplage**

La forme générale de la transformation de l'harmonique d'ordre  $h$  d'un système de  $n$ -phases en une base orthogonale biphasé est donnée par, [19] :

$$[F_h] = [T_h(\theta)]$$

Avec :

$$[F_h] = [f_1 f_2 f_3 \dots f_n]$$

$$[T_h(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos(h\theta) & \cos(h(\theta - \psi)) & \dots & \cos(h(\theta - (n-1)\psi)) \\ \sin(h\theta) & \sin(h(\theta - \psi)) & \dots & \sin(h(\theta - (n-1)\psi)) \end{bmatrix}$$

Avec  $\psi$  angle électrique entre deux phases successives.

La variable  $f$  représente courant, flux, ou tension du système à  $n$  phases, le coefficient  $\sqrt{2/n}$  est introduit pour une transformation à puissance invariante. Cette transformation est la

version généralisée de transformation triphasé-biphasée ( $\alpha \beta$  o et  $d q$  o), [19]. Le choix de  $\theta$  permet d'utiliser un repère lié au stator (fixe) ou un repère lié au rotor. Pour l'étude des performances dynamiques de la machine dans un repère approprié, le choix du repère lié au stator est le plus convenable c.-à-d. il faut poser  $\theta = 0$  (transformation polyphasée-( $\alpha \beta$  o)).

### IV.4.1. Changement de base

D'après [19], le passage de la base naturelle vers la base de découplage est défini comme suit :

$$[F^{\alpha\beta}] = [A][F]$$

Avec :  $[F_h] = [f_1 f_2 f_3 \dots f_n]^t$

Ainsi, on distingue deux cas :

- nombre de phases  $n$  impair,
- nombre de phases  $n$  pair.

Lorsque  $n$  est impair l'expression de la transformation devient:

$$[F^{\alpha\beta}] = [f_1^\alpha f_1^\beta f_2^\alpha f_2^\beta \dots f_j^\alpha f_j^\beta \dots f_{\frac{n-1}{2}}^\alpha f_{\frac{n-1}{2}}^\beta f_n^0]^t$$

$$\Rightarrow [F^{\alpha\beta}] = \left[ [F_1^{\alpha\beta}]^t [F_2^{\alpha\beta}]^t \dots [F_j^{\alpha\beta}]^t \dots [F_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta}]^t [F_n^0]^t \right]^t$$

Lorsque  $n$  est pair l'expression devient :

$$[F^{\alpha\beta}] = [f_1^\alpha f_1^\beta f_2^\alpha f_2^\beta \dots f_j^\alpha f_j^\beta \dots f_{\frac{n}{2}-1}^\alpha f_{\frac{n}{2}-1}^\beta f_{\frac{n}{2}} f_n^0]^t$$

$$[F^{\alpha\beta}] = \left[ [F_1^{\alpha\beta}]^t [F_2^{\alpha\beta}]^t \dots [F_j^{\alpha\beta}]^t \dots [F_{\frac{n}{2}-1}^{\alpha\beta}]^t [F_{\frac{n}{2}}]^t [F_n^0]^t \right]^t$$

La matrice de transformation est définie par :

- si  $n$  est impair
- si  $n$  est pair

$$[A] = \begin{bmatrix} [T_1(0)] \\ [T_2(0)] \\ \vdots \\ \vdots \\ [T_{\frac{n-1}{2}}(0)] \\ [T_n] \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [T_1(0)] \\ [T_2(0)] \\ \vdots \\ \vdots \\ [T_{\frac{n}{2}}] \\ [T_n] \end{bmatrix}$$

Où  $[T_n] = \frac{1}{\sqrt{n}} [1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1]$

$$\left[ T_{\frac{n}{2}} \right] = \frac{1}{\sqrt{n}} [1 \ -1 \ \dots \ 1 \ -1 \ \dots \ 1 \ -1]$$

**IV. 4.2 Changement de base des grandeurs pentaphasées**

A partir ce qui précède, on peut définir la matrice de transformation des grandeurs statoriques  $[A]$  étant donné que cette matrice est, toujours orthogonale, donc :

$$[A]^{-1} = [A]^t$$

Ainsi on peut définir la matrice de transformation des grandeurs rotoriques  $[B]$ . Cette matrice possède les mêmes propriétés que la matrice  $[A]$ :

$$[B]^{-1} = [B]^t$$

$$[V_s^{\alpha\beta}] = [A][V_s]$$

$$[V_r^{\alpha\beta}] = [B][V_r]$$

En substituant les relations ci-dessus dans les équations électriques de la machine, on aura :

$$[A]^t [V_s^{\alpha\beta}] = [R_s][A]^t [I_s^{\alpha\beta}] + [L_{ss}][A]^t \frac{d[I_s^{\alpha\beta}]}{dt} + \frac{d}{dt} ([M_{sr}][B]^t [I_r^{\alpha\beta}])$$

$$[0] = [R_r][B]^t [I_r^{\alpha\beta}] + [L_{rr}][B]^t \frac{d[I_r^{\alpha\beta}]}{dt} + \frac{d}{dt} ([M_{rs}][A]^t [I_s^{\alpha\beta}])$$

On multiplie, respectivement, l'équation de tensions statorique et rotorique par  $[A]$ ,  $[B]$  ce qui donne :

$$[V_s^{\alpha\beta}] = [A][R_s][A]^t [I_s^{\alpha\beta}] + [A][L_{ss}][A]^t \frac{d[I_s^{\alpha\beta}]}{dt} + \frac{d}{dt} ([A][M_{sr}][B]^t [I_r^{\alpha\beta}])$$

$$[0] = [B][R_r][B]^t [I_r^{\alpha\beta}] + [B][L_{rr}][B]^t \frac{d[I_r^{\alpha\beta}]}{dt} + \frac{d}{dt} ([B][M_{rs}][A]^t [I_s^{\alpha\beta}])$$

$[A][R_s][A]^t = [R_s]$  elle reste inchangé car elle est diagonale.



## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

$[L_{ss}]$  est une matrice circulaire et symétrique donc la matrice  $[A][L_{ss}][A]^t$  sera diagonale dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de la matrice  $[L_{ss}]$ .

$$[A][L_{ss}][A]^t = [L_{ss}^P] = \begin{bmatrix} L_{sp1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{sp2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{sp1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{sp2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{sp0} \end{bmatrix}$$

Avec  $L_{sp1}, L_{sp2}, L_{sp0}$  : les valeurs propres de la matrice  $[L_{ss}]$ , et sont données par :

$$L_{sp1} = L_{s1} + 2 \left( L_2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + L_3 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \right)$$

$$L_{sp2} = L_{s1} + 2 \left( L_2 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) + L_3 \cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) \right)$$

$$L_{sp0} = L_{s1} + 2(L_2 + L_3)$$

$[R_r]$  est une matrice circulaire et symétrique donc la matrice  $[A][L_{ss}][A]^t$  sera diagonale dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de la matrice  $[R_r]$ .

$$[R_r^P] = [B][R_r][B]^t$$

$[L_{rr}]$  est une matrice circulaire et symétrique donc la matrice  $[B][L_{rr}][B]^t$  sera diagonale dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de la matrice  $[L_{rr}]$ .

$$[L_{rr}^P] = [B][L_{rr}][B]^t$$

Les matrices  $[R_r^P], [L_{rr}^P], [A][M_{sr}][B]^t$  sont données dans la référence [18].

D'après [19], les harmoniques sont répartis en famille et d'après [23] les familles d'harmoniques dans le cas d'une machine pentaphasée sont :

- a)  $h = 1, 9, \dots, h = 5h \pm 4$  avec  $h$  : rang d'harmonique.
- b)  $h = 3, 7, \dots, 5h \pm 2$
- c)  $h = 5, 15, \dots, h = 5h$

La famille (a) est associée à la machine principale, la famille (b) est associée à la machine secondaire et la famille (c) est associée à la machine homopolaire. Souvent dans la littérature on ne prend en considération que le plus petit rang de chaque famille, dans ce cas seulement l'harmonique fondamental est associé à la machine principale, le troisième est associé à la

## Chapitre 4 : Elaboration du modèle de la machine

machine secondaire, et le cinquième pour la machine homopolaire. On suppose que les phases statoriques sont couplées en étoile, et que le neutre est en l'air, donc la composante homopolaire statorique est nulle et, il est évident que la composante homopolaire rotorique est nulle, car le rotor est à cage. Les équations de la machine dans la base de découplage sont donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MP} \\ \text{MS} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} V_{s1}^{\alpha\beta} = R_s I_{s1}^{\alpha\beta} + L_{sp1} \frac{dI_{s1}^{\alpha\beta}}{dt} + M_1 \frac{dI_{r1}^{\alpha\beta}}{dt} \\ 0 = R_{rp1} I_{r1}^{\alpha\beta} + L_{sp1} \frac{dI_{s1}^{\alpha\beta}}{dt} + M_1 \frac{dI_{r1}^{\alpha\beta}}{dt} + j\omega_r \varphi_{s1}^{\alpha\beta} \\ V_{s3}^{\alpha\beta} = R_s I_{s3}^{\alpha\beta} + L_{sp2} \frac{dI_{s3}^{\alpha\beta}}{dt} + M_2 \frac{dI_{r3}^{\alpha\beta}}{dt} \\ 0 = R_{rp2} I_{r3}^{\alpha\beta} + L_{sp2} \frac{dI_{s3}^{\alpha\beta}}{dt} + M_2 \frac{dI_{r3}^{\alpha\beta}}{dt} + j3\omega_r \varphi_{s1}^{\alpha\beta} \\ J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r \\ C_{em} = PM_1 [I_{s1}^{\beta} I_{r1}^{\alpha} - I_{s1}^{\alpha} I_{r1}^{\beta}] + 3 PM_2 [I_{s3}^{\beta} I_{r3}^{\alpha} - I_{s3}^{\alpha} I_{r3}^{\beta}] \end{array} \right.$$

MP : machine principale.

MS : machine secondaire.

avec :

$$R_{rp1} = 2R_e + 4 R_b \sin^2 \left( \frac{\alpha_r}{2} \right); R_{rp2} = 2R_e + 4 R_b \sin^2 \left( \frac{3\alpha_r}{2} \right)$$

$$L_{rp1} = 2L_e + 4 L_b \sin^2 \left( \frac{\alpha_r}{2} \right) + L_m; L_{rp2} = 2L_e + 4 L_b \sin^2 \left( \frac{3\alpha_r}{2} \right) + L_m$$

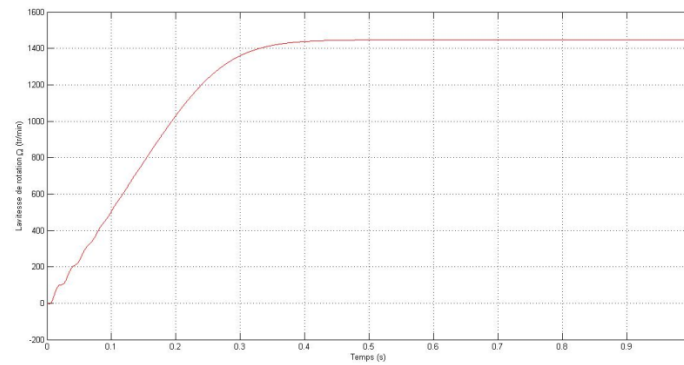
$$I_{s1}^{\alpha\beta} = I_{s1}^{\alpha} + jI_{s1}^{\beta}; I_{s3}^{\alpha\beta} = I_{s3}^{\alpha} + jI_{s3}^{\beta}$$

$$V_{s1}^{\alpha\beta} = V_{s1}^{\alpha} + jV_{s1}^{\beta}; V_{s3}^{\alpha\beta} = V_{s3}^{\alpha} + jV_{s3}^{\beta}$$

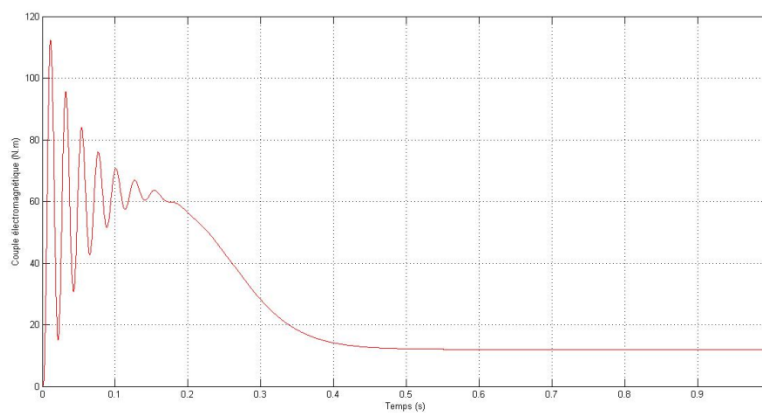
$$\varphi_{s1}^{\alpha\beta} = \varphi_{s1}^{\alpha} + j\varphi_{s1}^{\beta}; \varphi_{s3}^{\alpha\beta} = \varphi_{s3}^{\alpha} + j\varphi_{s3}^{\beta}$$

$$\omega_r = -P\Omega; M_1 = \frac{\sqrt{5m_r}}{2} L_{sp1}; M_2 = \frac{\sqrt{5m_r}}{2} L_{sp2}$$

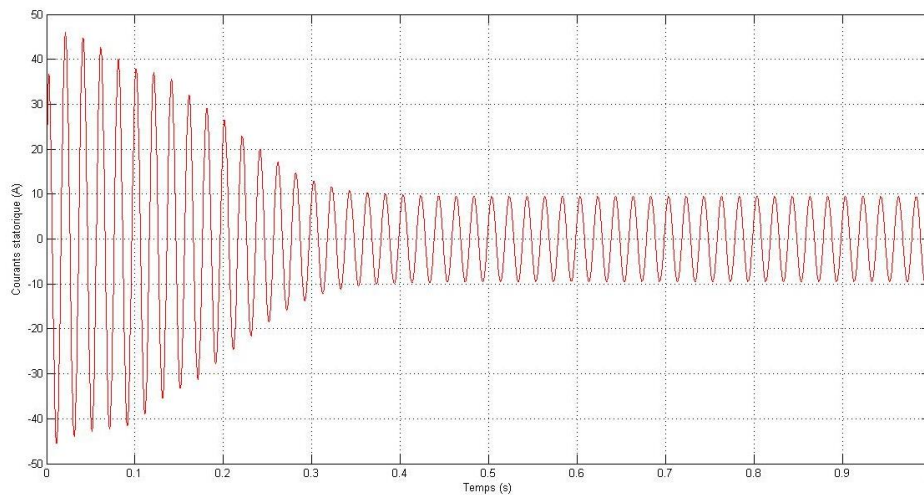
### IV.5. Résultats de la simulation du modèle



(a)

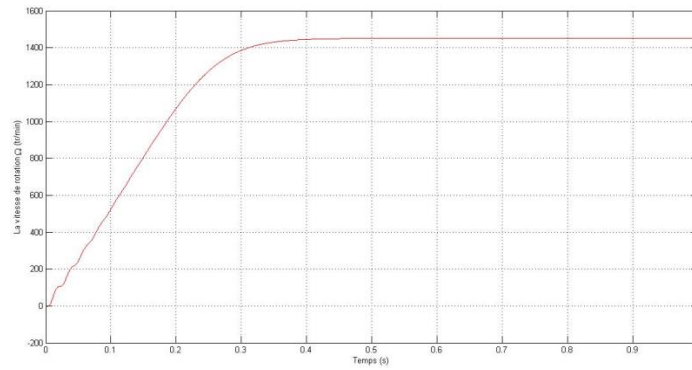


(b)

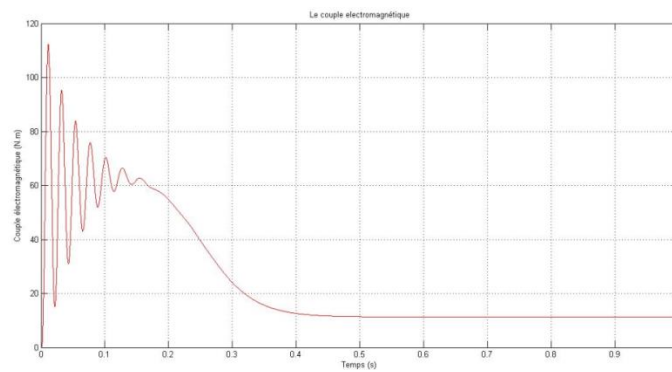


(c)

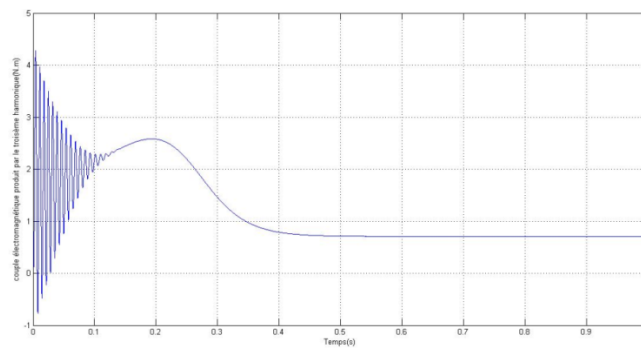
Fig.34, Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle au premier harmonique alimentée à travers un transfo triphasé-pentaphasé, (a) Vitesse en tr/min, (b) couple électromagnétique, (c) Courant statorique .



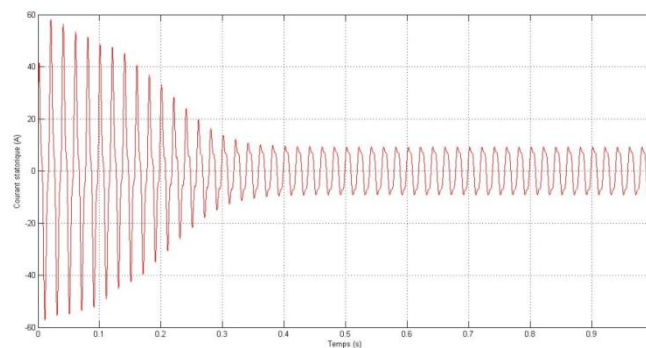
(a)



(b)

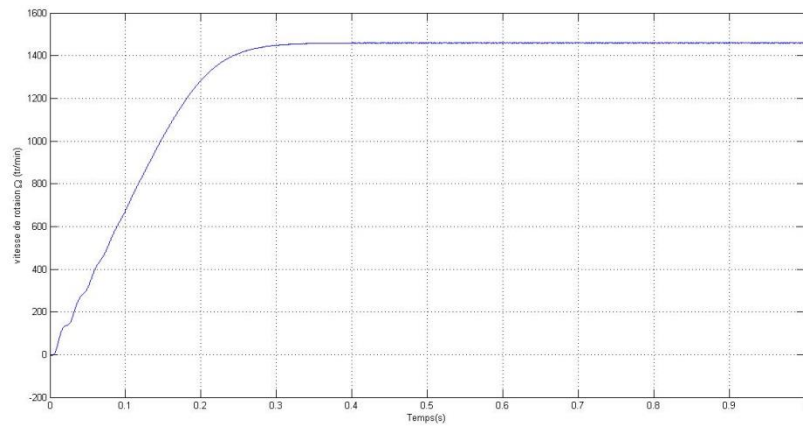


(c)

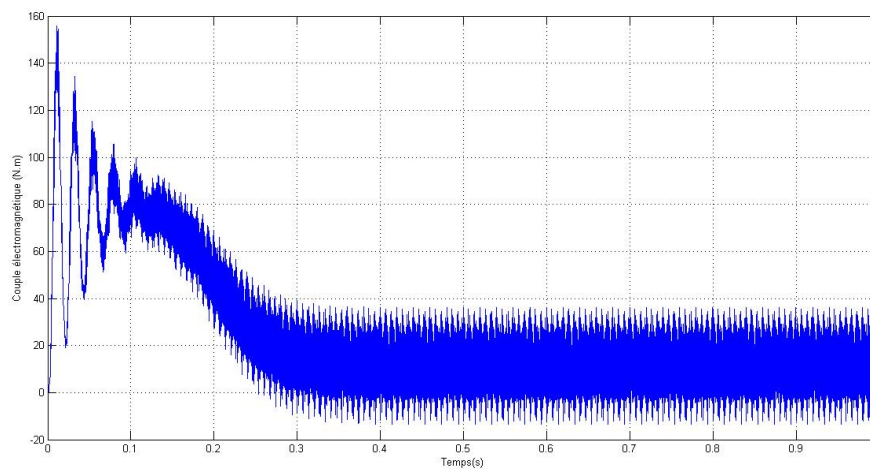


(d)

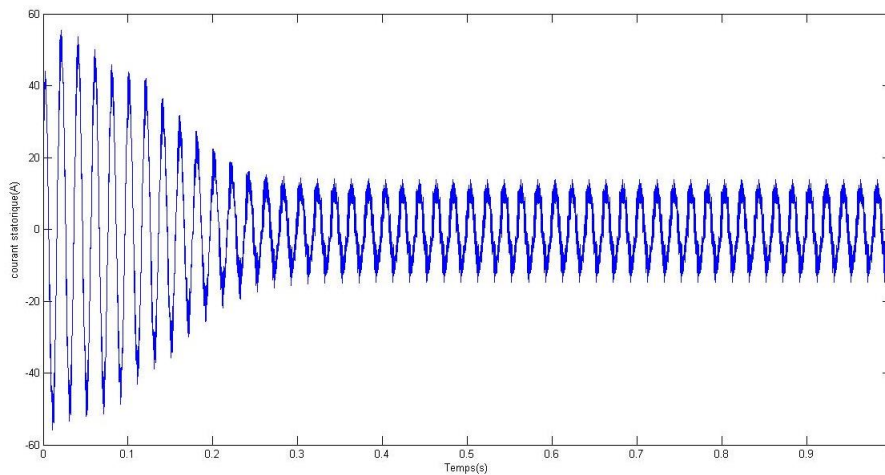
Fig.35 Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle tenant compte de l'injection du 3<sup>ème</sup> harmonique, (a) Vitesse en tr/min, (b) Couple électromagnétique résultant, (c) Couple électromagnétique dû au 3<sup>ème</sup> harmonique, (d) Courant statorique résultant



(a)

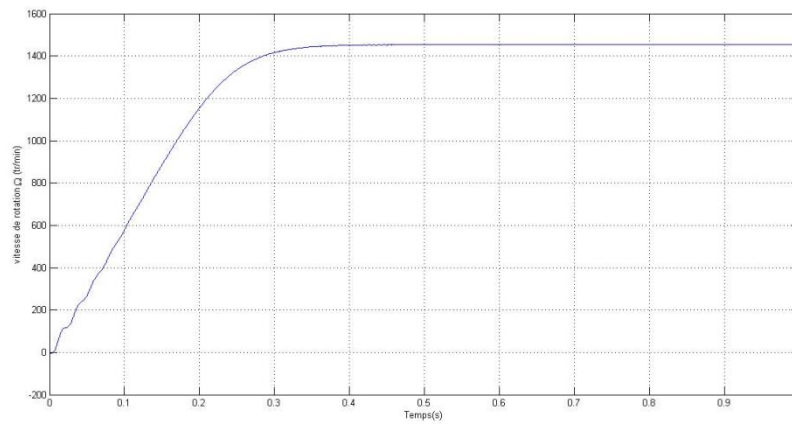


(b)

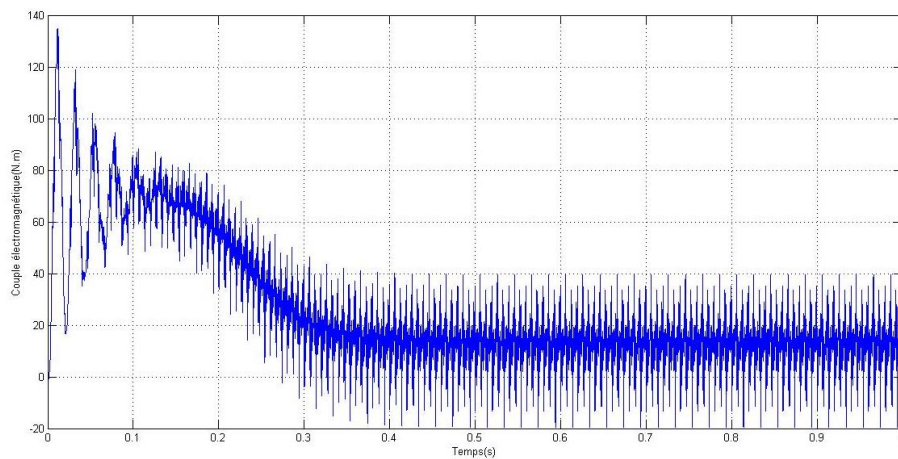


(c)

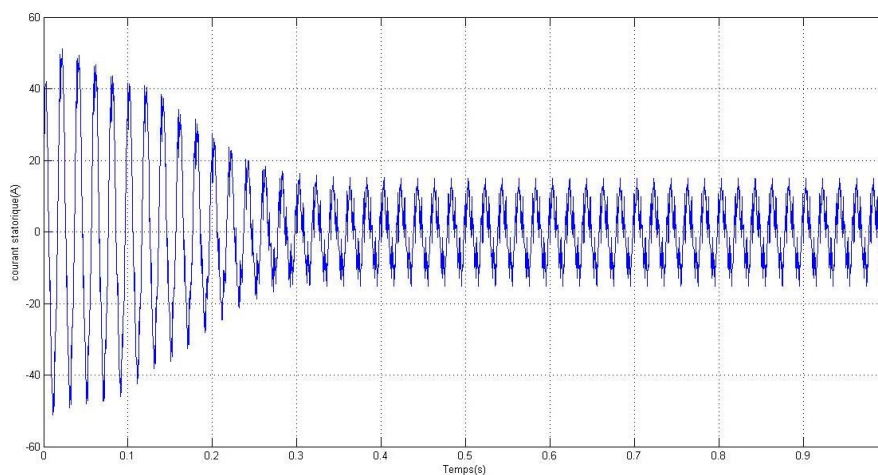
Fig.36 Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle au premier harmonique alimentée à travers un onduleur MLI, (a) Vitesse en tr/min, (b) couple électromagnétique, (c) Courant statorique.



(a)



(b)



(c)

Fig.37 Les performances dynamiques d'une machine pentaphasée avec un modèle tenant compte de l'injection du 3<sup>ème</sup> harmonique alimentée à travers un onduleur MLI, (a) Vitesse en tr/min, (b) Couple électromagnétique résultant, (d) Courant statorique résultant

Les résultats présentés ci-dessus mettent en évidence la contribution du troisième harmonique à la production du couple utile de la machine asynchrone pentaphasée, par exemple, dans la fig.35 (d), on remarque que la forme du courant est distordue à cause de l'injection du 3<sup>ème</sup> harmonique. La fig.35 (c), donne les variations de la contribution de l'harmonique 3 dans la production du couple résultant représenté dans la fig. 35 (b), et dans la fig.37 (b), on remarque que les ondulations du couple, dans le cas d'une alimentation par onduleur, sont réduites après avoir injecté le troisième harmonique par rapport au cas où il n'était pas injecté. Dans les figures représentant la vitesse de rotation, on constate que la valeur du glissement est bien réduite, à savoir la vitesse est de 1448 tr/min, ce qui donne un glissement égal à 3,46, pour un couple égal à 12 N.m.

### Conclusion

Nous avons établi deux modèles mathématiques pour la machine asynchrone pentaphasée, l'un est représenté dans la base naturelle, et l'autre dans la base de découplage. Nous avons conclu que la modélisation de la machine dans la base naturelle est très compliquée. Pour cela, nous avons exploité les propriétés des matrices inductances de la machine (circularité et symétrie) qui nous ont ramenés à modéliser la machine dans la base de découplage en considérant les matrices inductances diagonales. Nous avons, également, montré que la machine pentaphasée peut être équivalente à trois machines, à savoir : principale, secondaire et homopolaire accouplées mécaniquement, découplées magnétiquement. A cet effet, l'étude d'une machine complexe se résume donc en plusieurs études de machines simples, la chose qui était mise en évidence par les résultats de la simulation des performances dynamiques de la machine.

# **Conclusion générale**



### Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons effectué l'étude des machines pentaphasées, en commençant par élaborer des configurations d'enroulements pentaphasés, à partir de leurs homologues triphasés, ensuite, par mettre en évidence leurs caractéristiques. En fait, ces enroulements représentent la pièce maîtresse dans la machine, car c'est leur distribution dans des encoches, et par suite des phases composées de plusieurs zones, qui détermine la répartition spatiale de la force magnétomotrice, qui est, à son tour, importante dans la conversion électromécanique de l'énergie. Par une suite logique, nous avons consacré le second chapitre à l'étude de la force magnétomotrice. La méthode de traitement adoptée est de commencer par établir la série de Fourier représentant la distribution de la FMM due à une seule bobine, et sur la base de cette série, on étend le raisonnement pour déterminer les séries correspondant à n'importe quel enroulement complet. L'effet de la distribution des cotés de bobines (groupe de bobines), dans plusieurs encoches, et du raccourcissement du pas d'enroulement, sur la forme d'onde de la FMM est discuté. Étant donné que cette onde est, de nature, riche en harmoniques, un choix judicieux des pas de raccourcissement et de distribution, a donné lieu à une réduction dans les deux plus proches harmoniques du fondamental, et a préservé la plus grande amplitude possible de ce dernier. Nous avons procédé à la détermination des inductances et des résistances des enroulements. C'est en effectuant, le calcul de l'induction et, puis, du flux propre et mutuel qui correspond à chaque phase, qu'on a pu écrire les expressions des inductances propres et mutuelles. Concernant l'inductance cyclique, elle est déduite à partir de l'expression du flux du champ tournant. Enfin nous avons élaboré, en négligeant la saturation du circuit magnétique comme hypothèse principale, le modèle de la machine. En effet, le travail dans ce chapitre était concentré sur la transformation de l'étude d'une machine complexe en plusieurs études de machines simples, et nous avons trouvé que l'étude de la machine pentaphasée dans une base de découplage se subdivisait en deux études de machines simples, la première était d'une machine principale liée à l'harmonique fondamental, et la deuxième, d'une machine secondaire liée au 3<sup>ème</sup> harmonique.

## Références bibliographiques

- [1] Jin Huang, Min Kang, Jia-qiang Yang, Hai-bo Jiang, Dong Liu, "Multiphase Machine Theory and Its Applications", IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems, Wuhan, 2008, pp. 1-7.
- [2] Y. Kats, "Adjustable-Speed Drives with Multiphase Motors," IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record, Milwaukee, WI, USA, May 1997, pp. TC2/4.1-TC2/4.3.
- [3] H. A. Toliyat, "Analysis and simulation of five-phase variable-speed induction motor drives under asymmetrical connections," IEEE Trans. Power Electron., vol. 13, no. 4, pp. 748–756, Jul. 1998.
- [4] C.C. Scharlau, L.F.A. Pereira, L.A. Pereira, S. Haffner, "Performance of a five-phase Induction machine with optimized air gap field under open loop V/f control", IEEE Trans, on Energy Conversion, Vol. 23. No.4, pp. 1046-1056, Dec. 2008
- [5] M. Muteba, A.A. Jimoh and D. Nicolae, "Torque Ripple Reduction in Five-Phase Induction Machines Using Mixed Winding Configurations", International Conference, on Electrical Machines, (ICEM), Marseille, France Sept. 2012, pp. 512.
- [6] Graham, Quentin, "The M.M.F.Wave of Polyphase Windings With Special Reference to Sub-Synchronous Harmonics", AIEE Trans, Vol. XLVI, pp. 19.
- [7] Ayman S. Abdel-Khalik and Shehab Ahmed, "Performance evaluation of a five-phase modular winding induction machine", IEEE Trans, on Industrial Applications, Vol.59. No.6, pp. 2654-2669, June. 2012
- [8] K.M. Vishnu Murthy, "Computer-Aided Design of Electrical Machines", édition BS Publications 2008.
- [9] R.Abdesmed, V.Abdesmed, "Les enroulements des machines électriques", édition de Batna university press 1995.
- [10] Juha Pyrhonen, Tapani Jokinen, "Design of rotating electrical machines", édition John Wiley & Sons, Ltd 2008.
- [11] A.Ivanov-Smolenski, "Machines électriques" tome 2, édition MIR 1983.
- [12] Clayton, Albert.e, "A mathematical development of the theory of the magnetomotive force of windings", IET, on IEE journal, Vol. 61. No. 320, pp. 749.
- [13] M. Kostenko, L. Piotrovski, "machines électriques tournantes" tome 2, édition MIR 1969.
- [14] Réal-Paul Bouchard, Guy Olivier, "Conception de moteurs asynchrones triphasés", édition de l'école polytechnique de Montréal 1997.
- [15] Dreyahmet Ahmet Kocabas, "Novel winding and core design for Maximum Reduction of harmonics Magnetomotive Force in AC Motors", IEEE Trans, on Magnetics, vol.45, no.2, feb 2009
- [16] H. A. Toliyat, L. Y. Xue, and T. A. Lipo, "A five phase reluctance motor with high specific torque," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 28, pp. 659–667, May/June. 1992.
- [17] Thomas A. Lipo, "Introduction to AC Machine Design", édition library of congress 2004.

- [18] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Perera, e J. F. Haffner " Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air-Gap Field Part I, Part II ",The 30<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, November 2 - 6,2004, Busan, Korea
- [19] H. R. Fudeh, C. M. Ong, "Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics (Part I, Part II, Part III)" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 8, August 1983
- [20] Hamid A. Toliyat, Thomas A. Lipo, J.Coleman White, "Analysis of a Concentrated Winding Induction Machine for Adjustable Speed Drive Applications Part 1 (Motor Analysis)", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 6, No.4, December 1991.
- [21] H. A. Toliyat, T. Lipo, and J. C. White, "Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications (parts I and II)," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 6, no. 4, pp. 679–692, Dec.1991.
- [22] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Pereira, and J. F. Haffner, " General Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air Gap Field ", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 21, No. 4, December 2006.
- [23] Xavier Kestelyn, " Modélisation Vectorielle Multimachines Pour la commande des ensembles convertisseurs-Machines Polyphasés ", thèse de doctorat, Université de Lille 1, Décembre 2003.
- [24] M. Benouzza, M. Drif, A.J. Marques Cardos et J.A. Dente, "Emploi de l'Approche des Vecteurs de Park pour la Détection des Défauts de Barres dans les Moteurs Asynchrones à Cage d'Ecureuil", Rev. Energ. Ren. : Valorisation (1999) 71-76.
- [25] Samir Hamdani, Omar Touhami, Rachid Ibtouen, "A Generalized Two Axes Model of a Squirrel-Cage Induction Motor for Rotor Fault Diagnosis", Serbian journal of electrical engineering vol. 5, no. 1, may 2008, pp. 155-170.