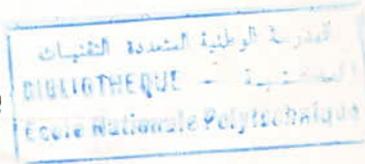


ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT d'electronique



PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*COMMANDE AUTOMATIQUE
DE LA POSITION D'UNE PLATE FORME*

Proposé par :

Monsieur
AIT-CHEIKH

Etudié par :

N. KETTOU
H. ZEGHBIB

Dirigé par :

Monsieur
AIT-CHEIKH

PROMOTION : JANVIER 88

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

R E M E R C I E M E N T S
oooooooooooooooooooooooooooo

Nos remerciements vont en premier lieu à notre promoteur Monsieur AIT-CHEIKH pour sa disponibilité et ses conseils.

Nous remercions également madame YAMANI pour l'aide qu'elle nous a fournit.

On remercie également tous les enseignants qui ont contribué, de près ou de loin, à notre formation, qu'ils trouvent ici notre sincère gratitude.

.....
: S O M M A I R E :
.....

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

§ / INTRODUCTION

§ I LE CONTROLE ADAPTIF

- 1.1 Introduction
- 1.2 Approche au conceptionnement d'un controlleur
 - 1.2.1 Le modèle mathématique d'un processus contrôllé
 - 1.2.2 Le contrôle optimal
 - 1.2.3 Le contrôle classique
 - 1.2.4 Le contrôle adaptif
 - 1.2.5 Le contrôle extremal
- 1.3 Les propretés structurelles d'un contrôle stochastique
 - 1.3.1 Les propretés structurelles des problèmes de contrôle
 - 1.3.2 Les propretés des lois de contrôle stochastique
 - 1.3.3 "caution" et "probing" dans le contrôle adaptif
- 1.4 Les différentes classes du contrôle adaptif
 - 1.4.1 Le contrôle auto-ajustant
 - 1.4.2 Le contrôle adaptif à modèle de référence
 - 1.4.3 Le contrôle adaptif sub-optimal

§ II IDENTIFICATION

- 2.1 Introduction
- 2.2 La méthode d'intercorrélation
 - 2.2.1 Séquence binaire pseudo aléatoire
 - 2.2.2 Principe de la méthode
 - 2.2.3 Mise en oeuvre pratique
 - 2.2.4 Cas d'un système multivariable
- 2.3 Méthode des moindres carrés
 - 2.3.1 Principe de la méthode
 - 2.3.2 Calcul du biais de l'estimation
- 2.4 Méthode des moindres carrés généralisés
 - 2.4.1 Principe de la méthode
 - 2.4.2 Cas multivariable

- 2.5 Méthode du maximum de vraisemblance
 - 2.5.1 Notion de fonction de vraisemblance
 - 2.5.2 Principe de la méthode
 - 2.5.3 Mise en oeuvre pratique
 - 2.5.4 Cas multivariable
- 2.6 Comparaison entre les différentes méthodes
 - 2.6.1 comparaison théorique
 - 2.6.2 Comparaison en stimulation

§ iii LE CONTROLE AUTO-AJUSTANT

- 3.1 Introduction
- 3.2 Descritisation
 - 3.2.1 modèle de prediction
- 3.3 Le contrôle a variance minimale
- 3.4 L'algorithme "pole assignement"

L' AUTOMATIQUE

Automatiser un système revient à lui fixer certaines consignes auxquelles il devra répondre de lui même, et ce grace à quelque loi de régulation ou de contrôle.

Le système à automatiser (réguler) s'il est isolé n'est pas complètement séparé du monde : ce qui lui est extérieur peut agir sur lui par l'intermédiaire des entrées du système qui lui même agit à l'extérieur par ses sorties.

Le but de l'automatique est de réaliser la commande du système considéré, c'est à dire par exemple , de faire varier les entrées pour que les sorties aient des valeurs fixés à l'avance, tout en satisfaisant certains critères qui peuvent être relativement simples (stabilité, sensibilité, précision) , ou relativement plus élaborés, relevant de techniques d'optimisation.

L'automaticien utilise la démarche scientifique qui consiste à se saisir d'un système, en premier lieu, par son modèle statique et ce on considérant que les variables intervenant dans la representation du système sont constantes cette operation permet de fixer le point de fonctionnement de chaque entrée et sortie, c'est à dire approximativement leurs valeurs moyennes.

Mais il est claire que l'automaticien doit d'une maniere ou d'une autre , tenir compte de l'aspect dynamique du système qu'il étudie puisque, en faisant varier les entrées, il imposera un régime non statique.

La loi de contrôle qu'élabore l'automaticien peut avoir plusieurs niveaux de performance , selon le type de classe de contrôle dont elle fût conçu

Le contrôle adaptif présenté dans cet ouvrage a pour objectif la commande de système perturbés constamment par des effets extérieurs et intérieurs au système considéré, ce type de commande tente de diminuer l'effet des perturbations et de garder la réponse du système dans le voisinage de son point de repos.

Le contrôle adaptif possède plusieurs variantes qui sont basés sur des lois de contrôle et des algorithmes différent au chapitre 1 trois variantes sont présentées à savoir : le controlleur auto-ajustant , le controlleur à modèle de

référence , et le controlleur sub-optimal.

La connaissance du système a controlé est une tache capitale pour l'automticien , cette opération de reconnaissance est appelée "identification".

Plusieurs méthodes d'identification sont présentées au chapitre 2 à savoir : la méthode d'intercorrelation, la méthode des moindres carrés , la méthode des moindres carrés généralisés , et la méthode du maximum de vraisemblance.

au chapitre 3 est préseté un algorithme particulier du contrôle auto-ajustant , le regulateur à variance minimale cet algorithme est basé sur des concepts simple et possède une performance assez bonne , ces deux avantages sont à l'origine de sa popularité

une application qui permettra d'illustrer cette étude est exposée au chapitre 4 , elle porte sur le contrôle de la position d'un bateau (grand tonnage) , en fait elle concerne surtout la directivité du bateau.

CHAPITRE / I

L E C O N T R O L E

A D A P T I F

1.1 INTRODUCTION

Un contrôleur adaptif est un contrôleur possédant la structure de la fig 1.1, la description "adaptif" signifie que ce contrôleur remplit deux fonctions qui sont :

- La reconnaissance du processus contrôlé.
- Le contrôle du comportement du processus.

L'intérêt de ce contrôleur adaptif a été créé principalement par les problèmes d'aérospatial, car les contrôleurs classiques ne donnent pas toujours un contrôle satisfaisant étant conçu pour des conditions de vols fixées et ne s'adaptent pas aux variations de ses conditions.

à propos du contrôle adaptif deux questions se posent:

- Y'a-t-il une distinction entre le contrôle adaptif et le contrôle classique à boucle fermée?

- Quand est-ce que le contrôle adaptif est pratique ?

En ce qui concerne la première question la définition de Truxal (B.2)° enlève toute ambiguïté à ce propos.

La seconde question demeure très vivante, l'une des principales raisons de ce état de chose est que le contrôle adaptif pourrait être convenable pour des systèmes essentiellement non linéaires stochastiques, d'où des difficultés pour contrôler et pour analyser.

Les problèmes stochastiques non linéaires sont difficiles car ils n'ont pas de solution analytique générale, en particulier il n'existe pas de procédure générale de conception des contrôleurs, chaque application peut avoir besoin d'être le sujet d'une étude particulière et il n'y a pas de garantie de transmettre à une autre situations les résultats d'une étude particulière.

Le contrôle adaptif pourrait porter une meilleure performance que celle d'un contrôle classique si certaines indications sur le type d'applications sont données, cette notion de perfection n'est pas rencontrée pour la plupart dans la littérature. Ceci la seconde raison de vivacité de la seconde question.

En 1979 Kalström et al ont utilisé le "Self-tuning control steering" pour réaliser une augmentation de la vitesse d'ordre 1 % pour un navire citerne de 355000 tonnes, en 1980 Amerongen utilisa la méthode du "Model-référence" pour réaliser une augmentation de la vitesse moyenne dans un "Ocean going survey vessel."

Bien que la recherche sur le contrôle adaptif porte sur

des applications pratiques, la théorie du contrôle a beaucoup à offrir à la conception des contrôleurs adaptifs.

1.2 APPROCHE AU CONCEPTIONNEMENT D'UN CONTROLLEUR.

On distingue trois optimalités : contrôle "optimal" qui est le meilleur contrôle qui peut être accompli, contrôle "sub-optimal" qui porte suffisamment de performance pour remplacer le contrôle optimal en pratique, contrôle non optimal dont la performance est sensiblement plus mauvaise que l'optimal.

1.2.1 Le modèle mathématique du processus contrôlé

Les processus contrôlés représentés par la fig 1.1 appartiennent à une classe générale qui peut être représenté par les équations en temps discret comme suit :

$$x(i+1) = G_1(x(i), u(i), \xi_1(i), i) \quad 1.1$$

$$y(i) = G_2(x(i), \xi_2(i), i) \quad 1.2$$

L'équation (1.1) montre l'évolution des états dynamiques $x(i)$ (dim n) en fonction du temps i , de l'influence du contrôle $u(i)$ (dim m) et du bruit $\xi_1(i)$ (dim n).

L'équation (1.2) montre comment dependent les sorties observables $y(i)$ (dim p) des états $x(i)$ et des bruits $\xi_2(i)$ (dim p)

Les bruits ξ sont blancs dans le sens que leurs valeurs à chaque instants sont independantes de leurs valeurs à d'autre instants.

La specification de chaque processus comporte la specification de la fonction G , la distribution de probabilité pour les bruits et pour les états à un certain instant i .

1.2.2 Le contrôle optimal

La théorie du contrôle stochastique étudié par Bellman en 1961, Feld'baum 1965, Aoki 1976 et Bertsekhas en 1976, aspire à minimiser la fonction d'évaluation de la forme :

$$I(i) = \sum H(x(i+1), u(i), i) \quad 1.3$$

où H est une fonction scalaire qui montre comment depend la fonction de commande $u(i)$ des états dynamiques $x(i)$ à chaque instant $i \in [i_1, i_2]$

Le critère d'optimalité exige que la fonction $I(i)$ ne soit pas aléatoire ce qui n'est pas notre cas.

Gessing en 1980 élaborera un critère non aléatoire J prédit à partir de I , à savoir :

$$J = E(I) \quad 1.4$$

Les variables aléatoire affectant $I(i)$ à l'instant i de l'intervalle (i_1, i_2) sont l'état courant incertain $x(i)$ et la séquence courante et future du bruit qui peut être représenté par :

$$\xi^i = [\xi_1(i), \dots, \xi_1(i_1-1), \xi_2(i+1), \dots, \xi_2(i_2-1)]$$

L'introduction de $x(i)$ et dans (1.4) précise sous quelle conditions la moyenne de $I(i)$ est calculée, alors:

$$J = E(I(i)) \quad 1.5$$

$x(i), \xi(i)$

sur laquelle le contrôle $u(i)$ pourrait être optimisé à l'instant i .

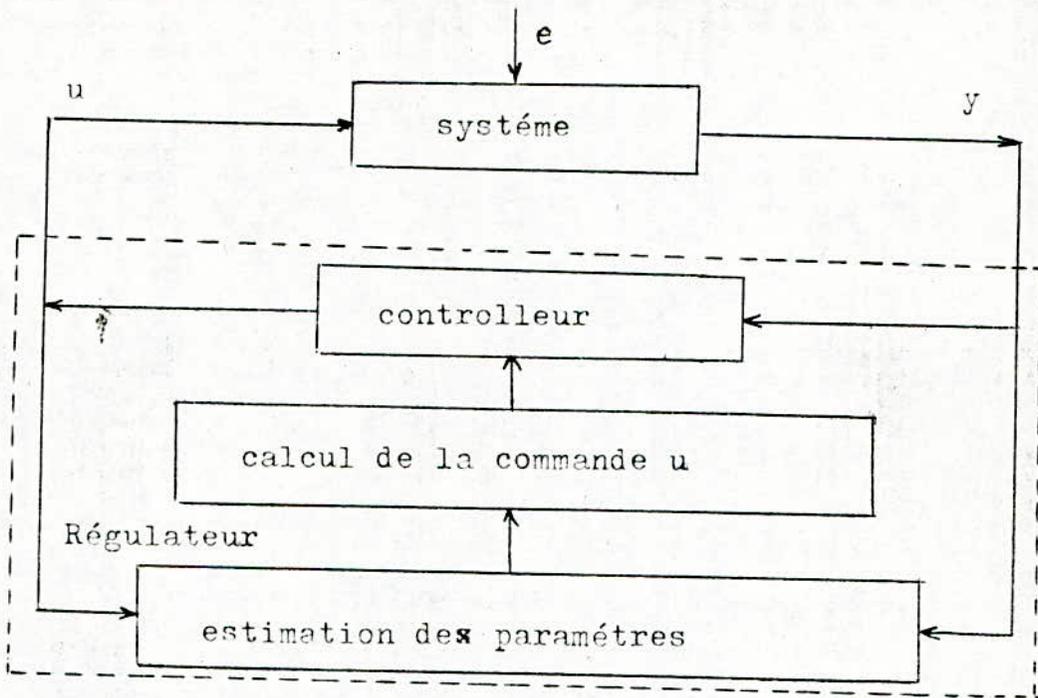


fig 1.1 Structure d'un contrôleur adaptif.

Les résultats principaux de la théorie de contrôle stochastique optimal sont :

a)- La valeur optimale $f(i)$ de la valeur prédite $J(i)$ satisfait l'équation de recurrence fonctionnelle suivante

$$f(i) = \min \left\{ E [H(i), I(i+1)] \right\} \quad 1.6$$

Cette équation est non résoluble car elle est non linéaire, en plus sa solution doit satisfaire des conditions initiales mixées.

b)- Le contrôle $u(i)$ minimisant le terme à droite de (1.6) est une fonction de distribution $P(x/y)$ de l'état $x(i)$ actuel.

L'indocinité de l'équation (1.6) fait apparaître la difficulté suivante : la dimension de $P(X/y)$ est infini de même

pour $f(P(x/y))$ et $u(P(x/y))$ solution de l'équation (1.6).

Dans quelques cas spéciaux la distribution conditionnelle est caractérisé par un nombre suffisant de caractéristiques, ce qui elimine la difficulté précédente; tous les cas où l'équation (1.6) a été resolu rentre dans cette classe.

Un controlleur pour système stochastique doit remplir 2 fonctions separées à chaque instant i :

a)- Le calcul de la nouvelle valeur de $P(x(I)/y)$

b)- L'utilisation de cette valeur calculée pour déterminer le contrôle $u(i)$.

Un tel controlleur est représenté à la fig 1.2 suivante:

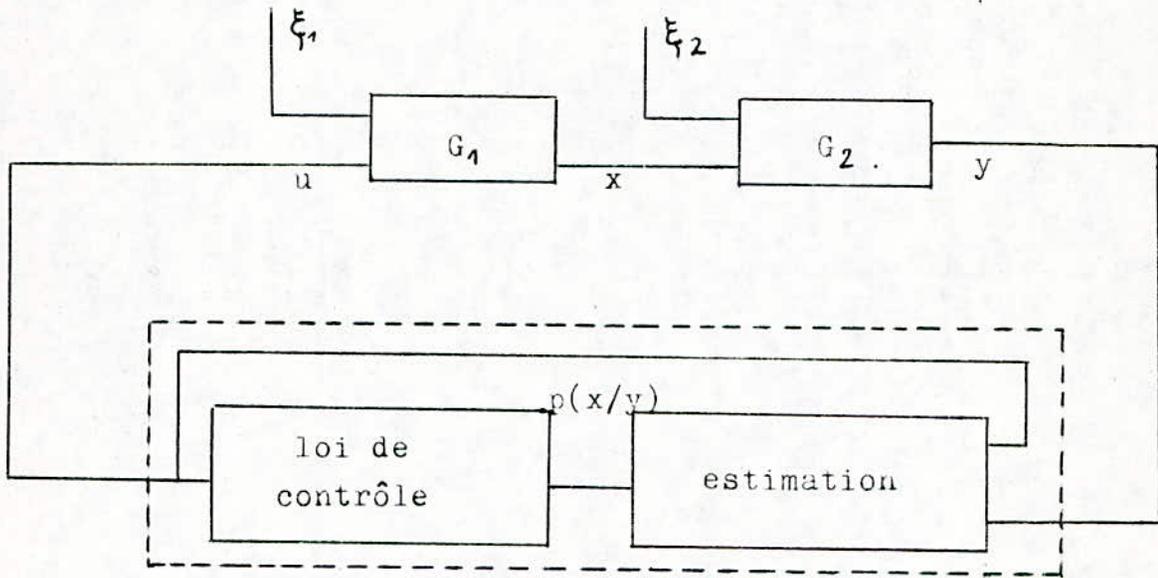


fig 1.2 Structure d'uncontrolleur optimal.

La seule classe de problèmes où l'on peut accomplir les deux fonctions precedentes optimalement est celle où les fonctions G sont linéaires. Cette classe est designée par l'appellation LQG; linéaire pour la fonction G , quadratique pour la fonction H , gaussiennes pour les distributions de $x(i)$ et $\xi(i)$

Cependant les problèmes pratiques sont généralement non LQG, les controlleurs pratiques sont donc usuellement "sub-optimal".

1.2.3 Le contrôle classique

L'approche sub-optimale la plus simple est de supposer que problème est LQG et de conceptionner un controlleur linéaire correspondant, il suffit alors de supposer que le processus contrôlé est représenté par un modèle linéaire.

Un modèle à équations aux différences avec les coefficients a, b, c, d constants et un delai r tard k , est fréquement utilisé :

$$\sum a_j y(i-j) = \sum b_j u(i-k-j) + \sum c_j \xi(i+j) + d \quad 1.7$$

La conception classique cherche à satisfaire un compromis entre une bonne réponse transitoire et une bonne performance à l'état permanent, la réponse transitoire peut être caractérisé par les modes de réponse en boucle fermée, la performance de l'état permanent est quand à elle associée à l'intégrale particulière.

La robustesse du contrôle classique fût à l'origine du choix du contrôle classique pour l'élaboration de l'approche simple précédente, en plus de l'insensibilité du contrôle à boucle fermée aux variations des paramètres du processus contrôlé, permettant ainsi des non linéarités préalables de (1.7) sans effets graves sur la performance du contrôle.

1.2.4 Le contrôle adaptif

Le contrôle adaptif est une approche sub-optimale qui concerne les processus pouvant être décrits par un modèle dont les coefficients peuvent posséder des valeurs incertaines, mais dans l'équation (1.7) si certains coefficients sont incertains cette équation n'est plus linéaire. Pour lever cette non linéarité ou la rendre apparente une représentation en variable d'état parait la plus adéquate.

Soit l'exemple suivant :

Utilisons une version du 1-er ordre de l'équation (1.7)

$$y(i) + ay(i-1) = bu(i-1) + c\xi(i-1) + d \quad (1.8)$$

Soit les variables d'états suivantes:

$$X_1 = -c, \quad X_2 = b, \quad X_4 = d, \quad X_3 = c-a, \quad X_5 = y - \xi$$

Par substitution dans (1.8)

$$X_5(i+1) = X_1(i) \cdot X_5(i) + X_2(i) \cdot u(i) + X_3(i) \cdot y(i) + X_4(i) \quad (1.9)$$

La nonlinéarité principale dans (1.9) est le terme $X_1 X_5$ qui représente une incertitude à propos de c .

Le terme X_4 qui représente l'incertitude porté sur d est linéaire. Le terme $X_2 u$ qui représente l'incertitude des b bilinéaire, il n'affecte pas la linéarité de l'estimation d'état.

Le terme $X_3 y$ qui représente l'incertitude concernant les coefficients a est semblablement benigne.

Les catégories de non linéarité précédentes sont applicable à l'équation (1.7) car elles ne dépendent pas de l'ordre de l'équation à laquelle elles sont appliquées.

Les non linéarités rangées d'après leurs puissance dans

l'ordre décroissant suivant :

a)- L'incertitude portée sur les c qui traduisent l'effet du bruit empêchent d'avoir les deux fonctions estimation et contrôle avec la même force.

b)- La bilinéarité est introduite par l'incertitude concernant les coefficients b , ce fait engendre une difficulté pour la conception de la loi de contrôle, mais non pour l'estimation.

c)- L'incertitude concernant le biais d n'introduit pas de non linéarité, mais peut causer des problèmes d'observabilité.

Le contrôle adaptatif est toujours concerné par les problèmes où il existe des incertitudes à propos de certains ou de tous les coefficients a, b, c .

1.2.5 Le contrôle extremal (B.2)°

Une évaluation de H est mesurée et utilisée pour concevoir et conduire un contrôleur à boucle fermée à ajuster les contrôles u afin de minimiser H . Un tel contrôleur est conçu pour maximiser la relation entre H et u . Cette approche est connue sous le nom d'"extremal" étudié par Jacobs et Langdon (1970), représenté à la fig 1.3 il diffère de la structure optimale générale par :

a)- La non estimation des états dynamiques x de l'équation (1.)

b)- Le fait que l'approche "extremal" se concentre sur le rapport entre H et u et non sur celui de u et les états x , ce rapport devenu extremal est non linéaire comme illustré à la fig 1.3.b :

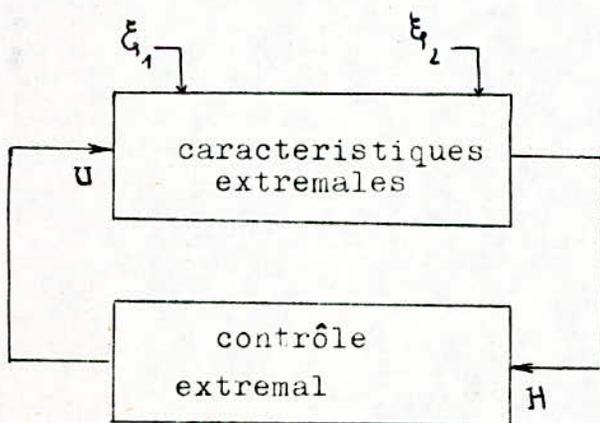


fig 1.3 Structure d'un contrôleur extremal

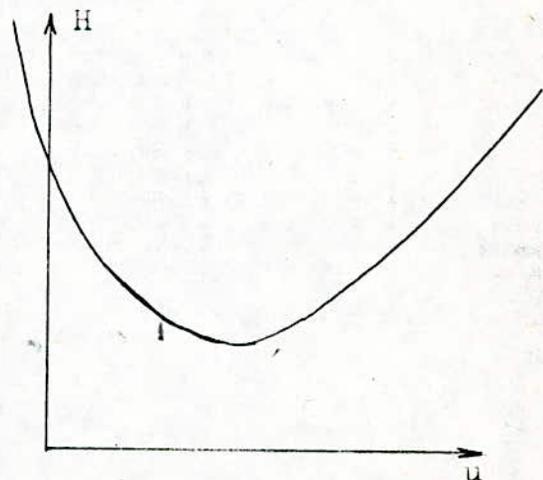


Fig 1.3.b Caracteristiques statique extremal

1.3 PROPRIÉTÉS STRUCTURELLES D UN CONTRÔLE STOCHASTIQUE

Les résultats exposés dans la section précédente ne peuvent mener directement aux algorithmes de contrôle stochastique mais ils ont porté un avancement aux concepts théoriques caractérisant les interactions entre les deux fonctions de l'estimation et du contrôle. On peut citer deux types d'interactions

1)- L'incertitude dans l'estimation courante de l'état courant pourrait provenir d'un contrôle prudent qui exerce un contrôle moins fort que s'il n'y avait pas d'incertitudes

2)- La probabilité d'introduction d'une action en profondeur dans le but de réduire plus rapidement l'incertitude future.

Ces deux interactions sont absentes dans la classe de problèmes LQG c'est la raison de leur solvabilité.

Trois propriétés structurelles sont décrites ici avec leurs conditions suffisantes sous lesquelles elles sont réalisées, à savoir : la neutralité, la séparabilité, et l'équivalence certaine (certainty equivalence)

1.3.1 Propriétés structurelles des problèmes de contrôle

La neutralité

Un problème de contrôle stochastique est "neutre" si le pourcentage de réduction des incertitudes relatives aux X est indépendant du contrôle u .

Le caractère principale de cette propriété est que la forme de la distribution conditionnelle $P(x(i)/y(i))$ est indépendante du contrôle u .

Définition Le problème de contrôle stochastique est neutre quand les équations (1.2./) et (1.1./) sont tel que $s(i)$ est indépendant de tous les contrôles passés $u(j)$.

$s(i)$ est l'entropie négative donnée par :

$$s(i) = \int_{x(i)} P(x(i)/y(i)) \cdot \text{Log}(P(x(i)/y(i)))$$

pour une distribution gaussienne (LQG)

$$s = \text{Log}|\Sigma| / 2 + \text{cste}$$

Σ est la matrice de covariance

Séparabilité :

Cette propriété concerne la quantité d'informations relative à l'état courant $x(i)$ qui a besoin d'être transmise pour le calcul du contrôle.

Un problème est séparable si l'information à transmettre est un point $\hat{X}(i)$ de l'état courant.

Définition : Le problème est séparable si les équations (1.1./), (1.2./) et (1.3./) sont tel que la loi de contrôle optimale a la forme

$$u(i) = f(\hat{x}(i))$$

Pour les problèmes LQG le contrôle optimal $u(i)$ est proportionnel à la moyenne conditionnelle m de $P(x(i)/y(i))$ qui indépendante de Σ , donc les problèmes LQG sont séparables.

L'équivalence certaine :

Un problème est dit à équivalence certaine s'il existe un problème déterministe ayant une loi de contrôle optimal en retro-action identique à la loi de contrôle du premier problème.

Définition : Un problème de contrôle stochastique est dit à équivalence certaine quand les équations (1.1./), (1.2./) et (1.3./) sont tel que leurs loi de contrôle optimal est équivalent à la loi de contrôle suivante:

$$u = F(\hat{x}(i))$$

tel que F est une fonction déterministe.

On remarquera que dans un problème à équivalence certaine on ne fait pas appel aux effets stochastiques.

Les conditions suffisantes :

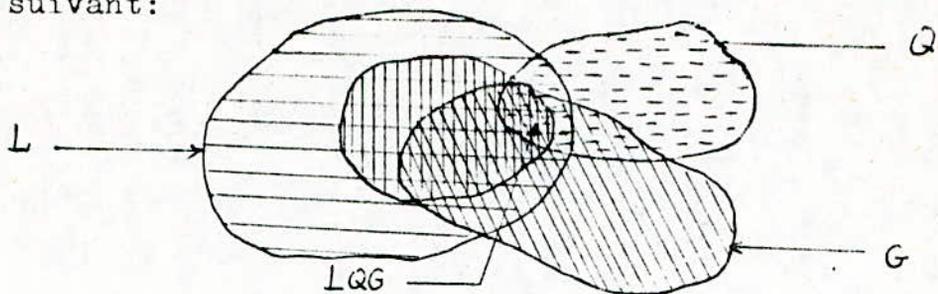
Ces trois propriétés sont réalisés sous les conditions suffisantes suivantes :

Neutralité: Un problème est neutre si les fonctions présentés aux équations (1.1./) et (1.2./) sont linéaires.

Séparabilité: Un problème séparable réalise en plus des deux conditions précédentes le fait que les variables aléatoire sont gaussiennes.

Equivalence certaine: Un problème de contrôle stochastique est dit à équivalence certaine si en plus de la condition de neutralité, l'équation (1.2.) est quadratique.

Les conditions précédentes sont résumés dans le diagramme de Venn suivant:



1.3.2 Propriétés structurelles des lois de contrôle

Le contrôle optimal pour un problème stochastique donne toujours une certaine tolérance pour n'importe quelle interactions entre les fonctions duales d'estimation et de contrôle. Le contrôle à équivalence certaine ne possède pas cette propriété.

La différence entre les deux lois de contrôle précédentes peut être vue comme étant la tolérance optimale citée ci-dessus on l'écrit : $(u^* - u^c)$

Cette tolérance peut avoir deux causes possibles qu'on désigne par "caution" et "probing" et qui sont supposés à effets additifs. ()°

On peut alors écrire :

$$u^* - u^c = \text{caution} + \text{probing} \quad (1.3.)$$

Dans le but de séparer les propriétés "caution" et "probing" on va introduire une loi de contrôle hypothétique: le contrôle neutre u^n : c'est le contrôle optimal lorsque les interactions entre les contrôles actuels et les incertitudes futures sont ignorées.

L'intérêt de ce contrôle hypothétique introduit est qu'il fournit une définition conceptuelle de "probing" comme étant la différence entre le contrôle optimal et le contrôle neutre

Ainsi :

$$\text{"probing"} = u^* - u^n \quad (1.3.)$$

En combinant les équations (1.3.) et (1.3.) on obtient une définition de caution :

$$\text{"caution"} = u^n - u^c \quad (1.3.)$$

1.3.3 Caution et probing dans le contrôle adaptif

Caution et probing suggèrent une structure pour la loi de contrôle dans le contrôleur à boucle de retour général.

quand le processus contrôlé est non linéaire, l'équation (1.3.) est réécrite dans une forme qui montre que le contrôle stochastique est la somme de trois composantes qui sont le contrôle à équivalence certaine, caution et probing.

Dans les problèmes non linéaires où il n'est pas possible d'implémenter un contrôle optimal, un contrôle sub optimal peut être construit et ceci en sommant les trois composantes sub optimales correspondantes, pour donner :

$$u^{*,s_0} :: u^{c,s_0} + (\text{caution})^{s_0} + (\text{probing})^{s_0}$$

Cette suggestion est surtout applicable aux problèmes non linéaires lesquels seront la sujet d'un contrôle adaptif.

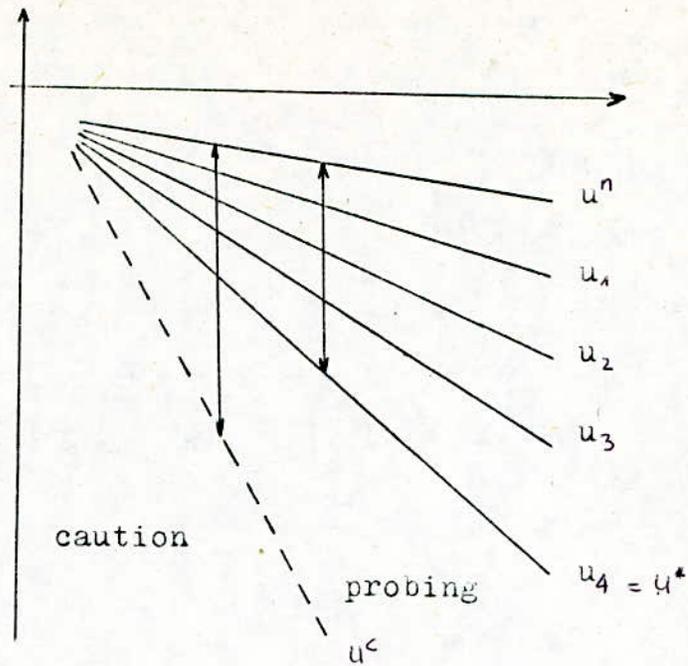


fig 1.4 Exemple de "caution" et "probing" dans un contrôle optimal

1.4 LES DIFFERENTES CLASSES DU CONTROLE ADAPTIF

L'étude présentée ici concerne trois classes identifiables d'algorithmes du contrôle adaptif : auto-ajustant , modèle de référence , et sub-optimal.

Les contrôleurs auto-ajustant et à modèle de référence possèdent la structure présentée à la fig 1.5 leurs contrôle u est le contrôle sub-optimale à équivalence certaine du processus à contrôler.

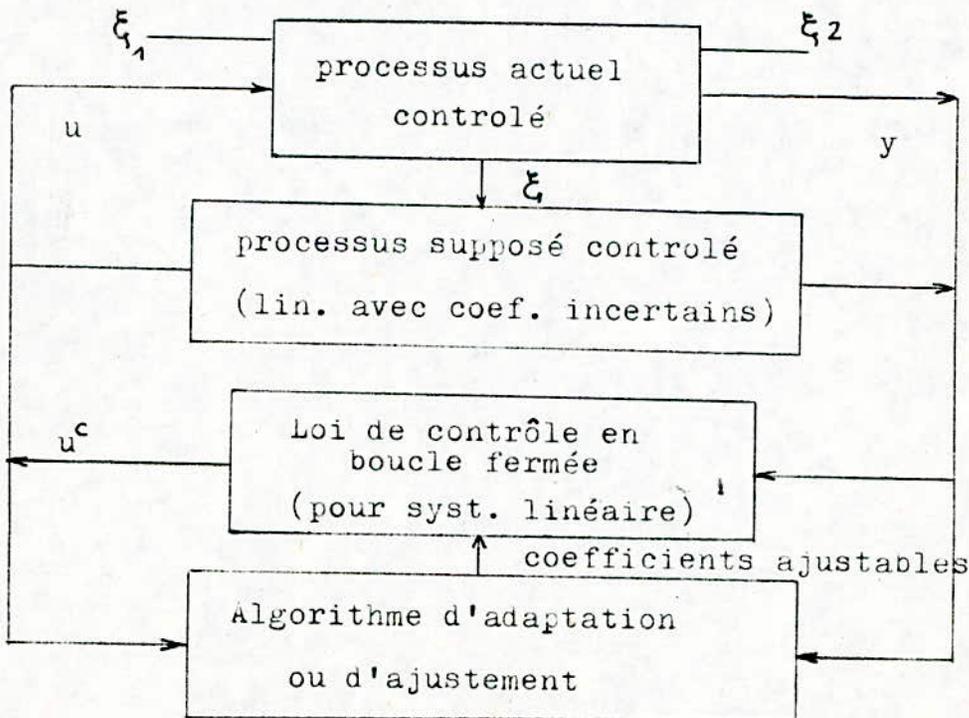


fig 1.5 Structure des contrôleurs "self-tuning" et "model reference"

la structure de la figure précédente ne sera pas optimale que si n'y a pas de modulation d'erreurs. Ainsi cette structure pourra être utilisée comme base pour la conception des lois de contrôle sub-optimale qui incluent "caution" et "probing".

1.4.1 Le contrôle auto-ajustant

L'algorithme de contrôle adaptif le plus simple dans la théorie de contrôle stochastique en temps discret, est l'algorithme de contrôle auto-ajustant (self-tuning).

Les algorithmes auto-ajustants d'identification et de contrôle sont fabriqués de façon à être implémentés aussi facilement et simplement que possible.

Une simplification possible de l'algorithme d'identification est de supposer que tous les coefficients c sont nuls sauf pour $i::0$ où $c::1$, l'effet de cette supposition est d'éliminer l'incertitude concernant les coefficients c

On réécrit l'équation (1.7) sous la forme suivante:

$$y(i) :: x(i) \cdot \hat{\theta} + \epsilon(i) \quad (1.4.1)$$

Tel que $\hat{\theta}$ est le vecteur des paramètres estimés, et

$$x(i) = [-y(i-1), \dots, -y(i-n), u(i-k), \dots, u(i-k-n)]$$

Le contrôle auto-ajustant considère que le processus satisfait l'équation (1.4.1), il combine l'estimation des moindres carrés recursive avec une loi de contrôle à équivalence certaine similairement simple en accord avec les estimés resultants.

La popularité du contrôle auto-ajustant peut être attribué à trois facteurs :

- 1)- Il utilise les algorithmes les plus simples.
- 2)- Il dérive de la théorie de contrôle stochastique en temps discret, dans une forme qui lui permet d'être exécutable sur les mini et micro ordinateurs disponibles.

3)- Il a été trouvé que l'établissement de certains résultats théoriques est possible, lesquels résultats malgré incomplets indiquent que la performance d'une stabilité satisfaisante peut être prédite.

Cette popularité a fait que les six applications réussies concernant l'implémentation d'algorithmes de contrôle adaptif cités dans la littérature, sont à base d'algorithmes auto-ajustants.

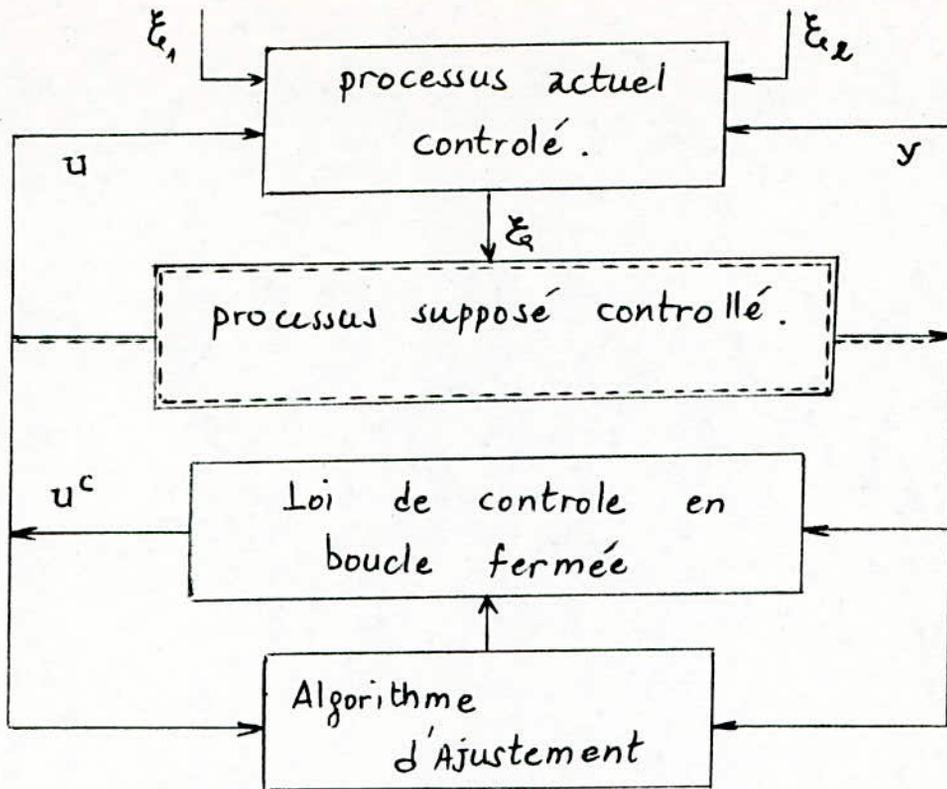


fig Structure d'un controlleur auto-ajustant

Il n'y a pas de garanties que pour toutes les applications le contrôle auto-ajustant soit le contrôle adaptif sub-optimal le plus performant, on ne peut être sûr, qu'en procédant à des études de simulation.

1.4.2 Contrôle adaptif à modèle de référence

Les caractéristiques essentielles d'une conception de contrôleur à modèle de référence sont les lois de contrôle à boucle de retour et un mécanisme d'adaptation. Ce mécanisme d'adaptation doit être capable en se basant sur les erreurs observés à la sortie, d'ajuster les coefficients intervenant dans le modèle de représentation du système.

Un contrôleur à modèle de référence est basé sur un algorithme qui tend à rapprocher la sortie y_s du processus de celle y_p d'un modèle qui génère la sortie souhaitée, ce qui revient à minimiser l'erreur :

$$e = y_s - y_p$$

Les différences essentielles entre le contrôle à modèle de référence et les autres types de contrôles sont :

1)- il est basé sur un algorithme explicite, il utilise un signal de sortie qui indique explicitement la qualité de performance.

2)- Le signal $u(t)$ n'est pas explicitement fabriqué, et

n'intervient pas dans le mécanisme d'adaptation

3)- Les valeurs des sorties y ont pour cibles les valeurs x variables dans le temps.

4)- Originellement il fût développé pour être exécuté en utilisant le hardware analogique.

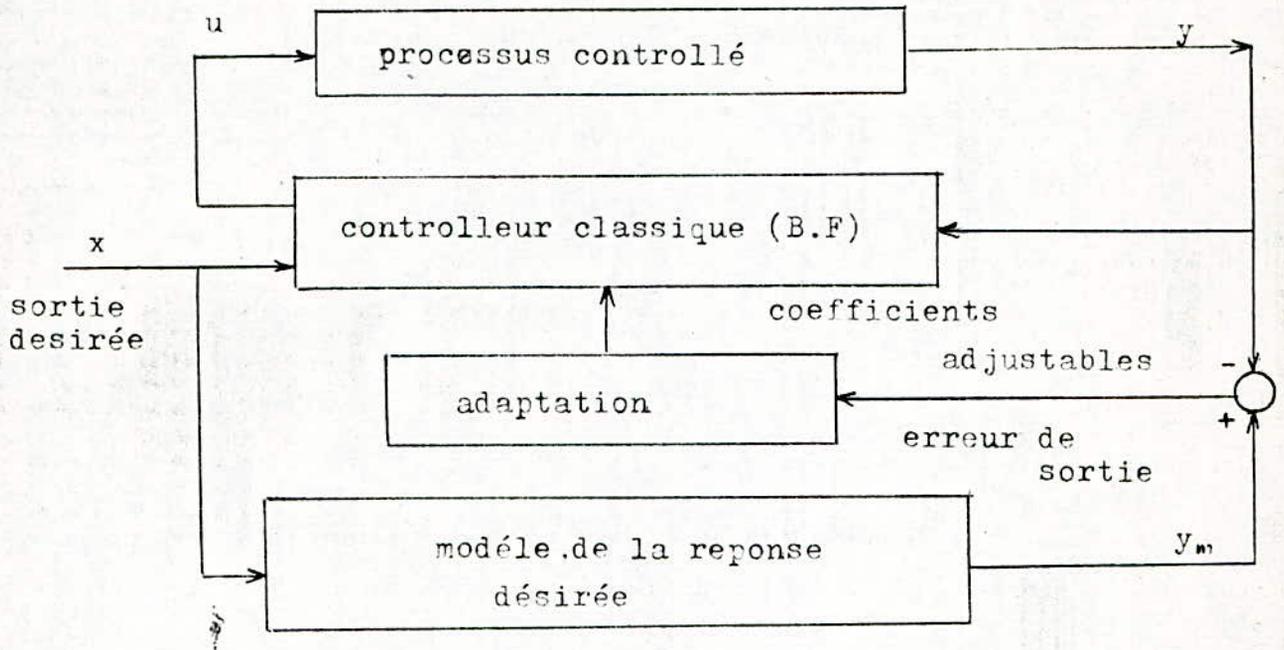


fig 1.7 Structure d'un contrôleur à modèle de référence

Ces types de contrôleurs concernent surtout les systèmes déterministes représentés par des modèles en temps continu.

Ces contrôleurs ont le même statut que ceux concernant le contrôle auto-ajustant, ils ne donnent aucune garantie sur la stabilité, ni sur le meilleur contrôle adaptatif à exécuter.

1.4.3 Contrôle adaptatif sub-optimal

Un contrôleur adaptatif conçu d'après la structure de la fig 1.3 peut prendre en compte le calcul sub-optimal de certaines ou de toutes les non linéarités décrites à la section 1.2 et 1.3 et qui sont propre au contrôle adaptatif.

Un contrôleur sub-optimal est caractérisé par trois éléments essentielles à savoir :

- Un estimateur non linéaire des paramètres, et ceci afin de donner les meilleures estimations possible aux états, et ceci en supposant la linéarité du problème.

- L'effet "caution" dans la loi de contrôle, afin de donner le meilleur contrôle réalisable, ce qu'on peut obtenir en considérant la séparabilité du problème.

- L'effet "probing" dans la loi de contrôle, afin de donner le meilleur contrôle; réalisable en considérant la neutralité du problème.

Un estimateur non linéaire sub-optimal populaire est le "filtre de Kalman augmenté" qui peut être utilisé à estimer conjointement l'état dynamique $x(i)$ et les coefficients incertains dans un modèle de représentation.

Prenons comme exemple d'illustration de cet estimateur le modèle présenté à l'équation (1.8):

$$x(i+1) = g_j x(i) + d_j + \xi(i)$$

Où g_j et d_j sont connues et ξ un bruit blanc de variance connu σ . Ici g_j représente la dynamique de changement des coefficients et assure que $|g_j| \leq 1$

la valeur moyenne de l'état $x(i)$ est donné par :

$$\bar{x} = d_j / (1 - g_j)$$

et sa variance par :

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 / (1 - g_j)$$

Le filtre de Kalman augmenté considère que toutes les variables aléatoires sont gaussiennes et génèrent les estimés \hat{m} et $\hat{\sigma}$ de la moyenne et matrice de covariance de la distribution conditionnelle $P(x/y)$ ces estimés sont ensuite transmis à la loi de contrôle comme indiqué à la fig 1.1

La loi de contrôle optimal qui a été proposé pour servir avec le filtre de Kalman augmenté est le contrôle neutre de 1 étage ($N=1$).

CHAPITRE : 2

I D E N T I F I C A T I O N

2.1 INTRODUCTION

En simulation le système physique réel est remplacé par un modèle mathématique qui représente le mieux possible le système. Comment obtient-on ce modèle? c'est ce qu'on appelle l'identification.

On parle de modélisation lorsque le modèle est obtenu à partir des lois des procédés (modèle de connaissance), et d'identification lorsque le modèle est obtenu ou construit à partir des suites de mesures des entrées et des sorties du système (modèle de représentation).

L'identification consiste à déterminer un ensemble d'équations décrivant le mieux possible le procédé.

Il y'a deux étapes à suivre:

-étape qualitative: "caractérisation" ou fixation la forme des équations.

-étape quantitative: "estimation des paramètres" détermination des valeurs numériques des coefficients qui interviennent dans ces équations.

Le comportement du modèle doit être le plus proche possible de celui du système, cette proximité est mesurée par le critère suivant:

Il faut que modèle et système se conduisent identiquement dans des conditions aussi variées que possible, le modèle doit être fidèle et précis mais aussi simple que possible, car il servira au calcul de la commande.

°)- L'étape qualitative

Pour définir la structure du modèle on peut s'aider des lois de la physique, l'ensemble de ces équations ainsi obtenus constituent un modèle de connaissance, ce cas est rare en pratique.

Lorsque on ignore une grande partie des phénomènes mis en jeu alors on se contente d'une description mathématique sans liens apparent avec la réalité physique, c'est le modèle de représentation, sa structure est fixée a priori.

L'identification devra se terminer par une vérification des hypothèses de la structure adoptée, si les tests sont négatifs, il faut alors adopter une autre structure et recommencer le travail, l'identification se présente ainsi sous forme itérative.

Si le modèle dynamique obtenu n'est pas linéaire, on pourra facilement le linéariser car en ne prend en compte que des variations petites autour d'un point de repos pré-fixé.

La détermination du modèle se fait par l'intermédiaire des mesures des entrées-sorties du système, donc décrit uniquement la partie observable du système, la partie observable et commandable si les conditions initiales sont nulles.

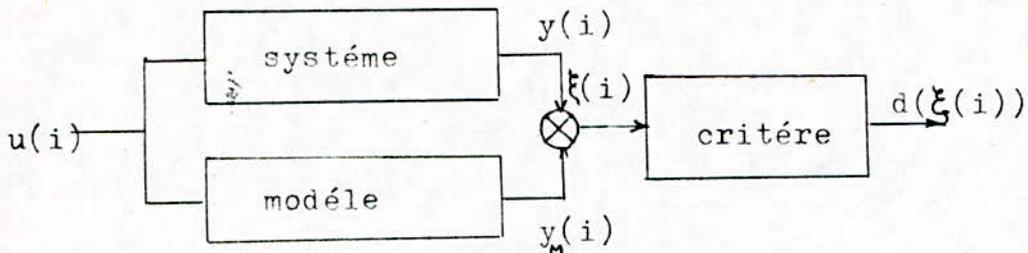
°)- L'étape quantitative

Les paramètres du système sont reliés aux retards, gains pôles et zéros du système, le critère exprimant quantitativement l'écart entre le modèle et le système doit être minimalisé.

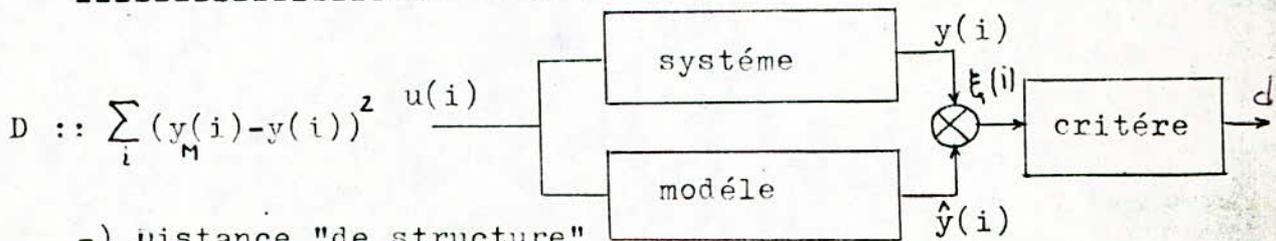
Dans l'espace paramétriques des , un point représente le modèle, un autre le système, notre critère sera la distance entre les deux points.

On citera les trois types de distance suivants:

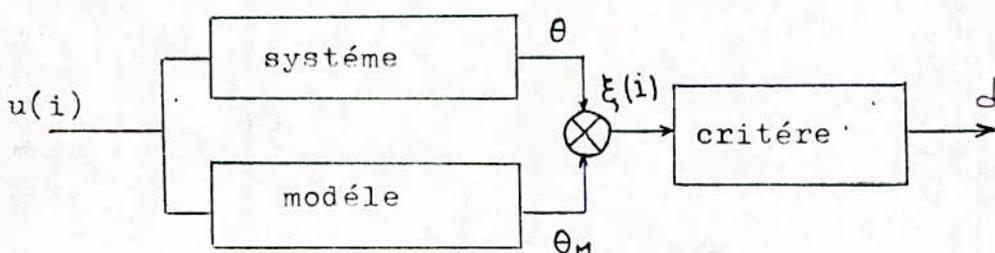
-) Distance "d'état"



-) Distance "de prédiction"



-) Distance "de structure"



Le critère a pour propriété d'être linéaire par rapport aux paramètres, cette linéarité est indépendante de la linéarité du modèle par rapport à l'entrée.

La qualité des résultats dépend de la quantité d'informations contenu dans les données entrées-sorties, or la sortie dépend de l'entrée, le choix de l'entrée est donc primordial pour l'identification.

2.2 METHODE D'INTERCORRELATION

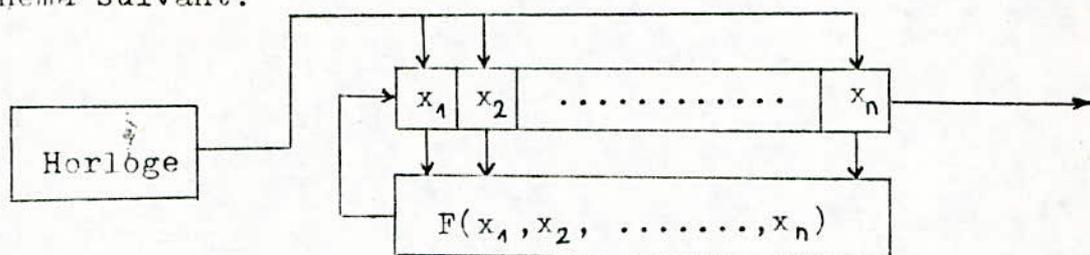
2.2.1 Etude des séquences binaires pseudo-aléatoires

Puisque il s'agit d'identifier une unité industrielle sans interrompre son fonctionnement normal, ainsi il faut exciter le plus possible pour en tirer le maximum d'informations sur une large bande de fréquence. Le bruit serait ainsi l'entrée idéale s'il était réalisable.

Une séquence pseudo-aléatoire est l'entrée qui répond le mieux aux exigences précédentes. Une séquence pseudo-aléatoire est une séquence fabriquée de façon déterministe mais elle apparaît comme aléatoire à un observateur qui ignore son procédé de fabrication.

a)- Génération

Une séquence pseudo-aléatoire binaire se fabrique d'après le schéma suivant:



La fonction F est choisie comme l'addition modulo 2

La séquence obtenue est périodique de longueur $(L=2^n-1)$, toutes les combinaisons peuvent exister sauf : $X=0 \forall i$ qui engendrerait toujours 0.

Au lieu de prendre les niveaux 1 et 0 on pourrait prendre +1 et -1, alors la fonction de disjonction serait équivalente au produit changé de signe.

b)- Propriété des SBPA de longueur maximale.

On prend a comme amplitude la séquence au lieu de 1 :
Sa valeur moyenne est alors:

$$E(X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L X(i) = a/L$$

Si L est grand alors $E(X) \approx 0$

La séquence est considérée alors comme centrée.

L'autocorrélation $C_{XX}(k)$ est donnée par:

$$C_{XX}(k) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L X(i) \cdot X(i-k) = \begin{cases} a^2 & \text{si } k = n \cdot L \\ -\frac{a^2}{L} & \text{si } k \neq n \cdot L \end{cases}$$

c)- Séquence ternaire pseudo-aléatoire (STPA)

Ces types de séquences sont définits par trois niveaux $+a, -a, 0$, pour les fabriquer on utilise un registre de trois états rétro-alimentés à travers une addition modulo trois de certains bits multipliés par $+1, -1$.

La fonction d'autocorrelation serait :

$$\begin{aligned} C_{uu}(k) &= 2 \cdot 3^n \cdot a / (3^n - 1) && \text{si } k = nL \\ C_{uu}(k) &= 2 \cdot 3^n \cdot a / (3^n - 1) (-1) && \text{si } k = L(n+1)/2 \\ C_{uu}(k) &= 0 && \text{si } k = nL/2 \end{aligned}$$

2.2.2 Principe de la méthode

On décrit le système avec le modèle de la séquence de pondération ()°:

$$y(i) = \sum_{j=0}^{\infty} g(j)u(i-j) + b(i)$$

L'intercorrelation de l'entrée avec la sortie est donnée par :

$$C_{yu}(k) = \langle y(i)u(i-k) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=-N}^N y(i)u(i-k) \right) / 2N+1$$

D'où :

$$C_{yu}(k) = \sum_{j=0}^{\infty} g(j) \cdot C_{uu}(j-k) + C_{bu}(k)$$

Si l'entrée et le bruit $b(i)$ ne sont pas corrélés, c'est à dire $C_{bu}(k) = 0 \forall k$, alors :

$$C_{yu}(k) = \sum g(j) \cdot C_{uu}(j-k)$$

SI en plus l'entrée est bruit blanc ou à défaut une SBPA ayant $C_{uu}(k) = 0 \forall k$, et $C_{uu}(k) = a$ si $k = 0$

d'où :

$$C_{yu}(k) = a \cdot g(k)$$

Si y et u sont périodiques, on se contente de mesurer $C(k)$ sur une seule période.

Ici on utilisera comme entrée une SBPA, alors:

$$\begin{aligned} C_{yu}(k) &= \sum_{j=0}^L g(j) \cdot a^2 \frac{L+1}{L} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(j-k-nL) \\ &= a^2 \frac{L+1}{L} \cdot \sum \delta(k+nL) \end{aligned}$$

Le système doit être physiquement réalisable donc pour $j > 0$ il faut que $g(j) = 0$, en plus le système doit être asymptotiquement stable donc lorsque j tend vers l'infini, $g(j)$ doit tendre vers zero. Soit N le temps de réponse du système alors pour $j > N$ on a $g(j) = 0$

Vu toute ces considerations on a:

$$C_{yu}(k) = a^2 \frac{L+1}{L} \cdot g(k) \quad \text{pour } L \geq k \geq 0 \text{ et } L > N$$

On voit clairement que l'intercorrelation est une mesure directe de la séquence de pondération (SP) qui est un modèle représentant le système.

2.2.3 Mise en oeuvre pratique

Cette méthode est sensible à certains phénomènes dont l'impact peut être considerable sur les resultats et peut les fausser complètement, on verra ici l'influence pratique de ces phénomènes ainsi que celle des hypothèses de travail.

a)- Influence de la durée d'experimentation

Le signal d'entrée n'est pas appliqué à $t = -\infty$ comme il est supposé, les resultats risquent d'être fausser, mais on peut y remédier en envoyant une première période de la séquence sans faire de calcul, mais alors on se heurte à un autre problème: la durée de l'experimentation augmente et si le système est fortement bruité, l'effet transitoire sera noyé dans le bruit.

b)- Influence de la correlation entre l'entrée et le bruit

Le bruit de mesure $b(i)$ a peu de chance d'être en rapport avec l'entrée, mais pour être négligeable, l'intercorrelation devrait être calculée sur l'infini et non sur une période car le bruit n'est pas periodique. On proposera comme solution possible de prendre les resultats du calcul fait sur un nombre entier de périodes; l'experience montre que les estimations ainsi obtenus sont bonnes.

c)- Influence de la valeur entre pics de $C(k)$

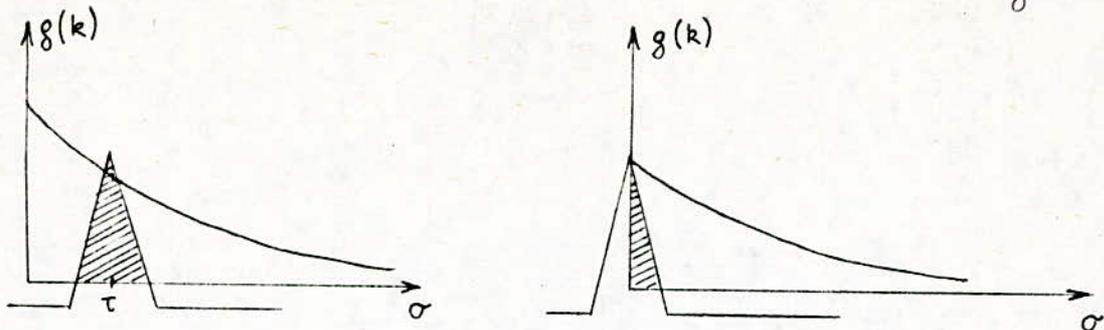
Si les valeurs entre pics ne sont pas négligés, comme il est le cas dans la presente étude, alors:

$$\begin{aligned} C_{yu}(k) &= a^2 \frac{L+1}{L} \sum g(k+nL) - a^2 \frac{1}{L} \sum_{j=0}^N g(j) \\ &= a^2 \frac{L+1}{L} g(k) - a^2 \sum g(j) \\ &= a^2 \frac{L+1}{L} g(k) - a^2 \frac{1}{L} K_0 \end{aligned}$$

K_0 est le gain statique.

d)- Influence de la largeur du triangle

La largeur du triangle influence surtout le premier point $g(0)$, la simulation montre qu'il est toujours mauvais car un facteur de 1/2 intervient. fig (2.3)



2.2.4 Cas d'un système multivariable

Pour un système à plusieurs entrées et à plusieurs sorties on utilisera l'ensemble des r entrées qu'on corrélera avec l'une des m sorties, mais ainsi on se heurte aux problèmes suivants :

- Le temps nécessaire au calcul est long, ainsi les perturbations lentes auront le temps d'entre en considération
- Il est difficile sinon impossible de garder constantes toutes les r entrées.

Le calcul de l'intercorrélation de chaque sortie avec chaque entrée donnera la réponse impulsionnelle correspondante

Soit $C_{y_l u_p}(k)$ l'intercorrélation entre la sortie y_l et l'entrée u_p , alors :

$$C_{y_l u_p}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} g_{p,l}(k) \cdot C_{u_p u_p}(n-k) + \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{\infty} g_{j,l}(k) \cdot C_{u_j u_p}(n-k)$$

Supposons que l'on ait des entrées tel que les conditions suivantes soient vérifiées:

a)- Toutes les autocorrélations sont en impulsions de Dirac à savoir :

$$C_{u_p u_p}(k) = 0 \quad \forall k \neq 0$$

$$C_{u_p u_p}(k) = \text{cste} \quad \text{pour } k=0$$

b)- Toutes les intercorrélation entre des entrées différentes sont nulles.

$$C_{u_j u_p}(k) = 0 \quad \forall k$$

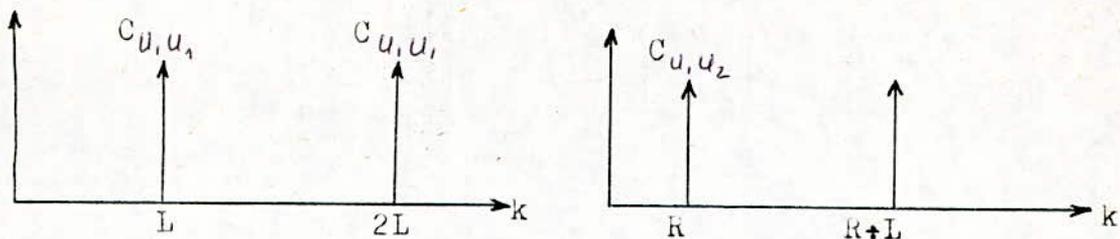
Les SBPA qu'on utilise comme entrées vérifient la condition a), et la condition b) n'est pas vérifiée, alors on a pensé à combiner une SBPA et une STPA, ou deux SBPA; mais le temps de calcul nécessaire pour annuler les intercorrélations mutuelles est trop long.

La solution suivante est proposée pour éliminer le problème précédent :

On utilise une SBPA que l'on retarde de R sur chaque entrée par rapport à la précédente, alors les autocorrélations

sont des impulsions aux instants $R_i - R_j$.

Voici ce qu'on obtient pour deux entrées u_1, u_2 :



Si l'on veut qu'il y ait proportionnalité entre $C(k)$ et $g(k)$ d'une part et $C(k)$ et $g(k)$ d'autre part il faut que :

$$L > N_1; \quad R > N_1; \quad L > N_2; \quad L - R > N_2$$

Où N_1 est le temps de réponse de g_1 , N_2 celui de g_2

Le choix des retards R_i est lié aux temps de réponses.

Une autre solution éventuelle est la multiplication d'une SBPA par une matrice de Hadamard.

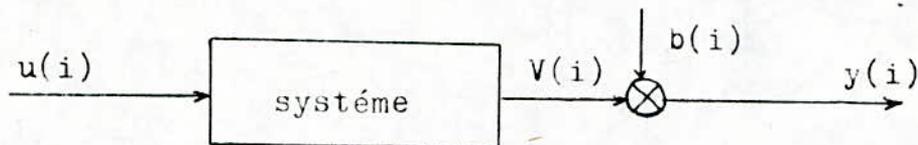
L'organigramme de cette méthode est présenté à l'annexe 1

2.3 METHODE DES MOINDRES CARRES

2.3.1 Principe de la méthode

Cette méthode permet d'identifier directement un modèle paramétrique discret.

Soit un système discret représenté par le schéma suivant :



Si on adopte une représentation en équations aux différences alors :

$$V(i) + a_1 V(i-1) + \dots + a_n V(i-n) = b_0 u(i) + \dots + b_p u(i-p)$$

On suppose connu le degré n du système et les $p+1$ valeurs de l'entrée. D'après le schéma précédent :

$$y(i) = V(i) + b(i) \quad 3.2$$

Où $b(i)$ est l'ensemble des perturbations (bruits) introduites dans le processus, ramené à la sortie vu la linéarité du modèle de représentation.

Alors

$$y(i) + \sum_{j=1}^n a_j y(i-j) = \sum_{j=1}^p b_j u(i-j) + b(i) + \sum_{j=1}^n a_j b(i-j) \quad 3.2$$

On utilise l'opérateur retard Z^{-1} dans la notation suivante :

$$y(i-1) = Z^{-1} \cdot y(i) \quad 3.4$$

D'où :

$$A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i) + e(i) \quad 3.5$$

L'équation (3.5) est une représentation du système, avec

$$A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n}$$

$$B(Z^{-1}) = b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_p Z^{-p}$$

Le système étudié doit être stable, cette condition est réalisée si tous les poles (racines) du polynôme $A(Z)$ sont à l'intérieur du cercle unité (dans la représentation de Nyquist)

Soit N couples de mesures entrées-sorties effectués sur le système, en adoptant la représentation de l'équation (3.1) et en utilisant l'écriture matricielle il vient:

$$\begin{bmatrix} y(N) \\ y(N-1) \\ \vdots \\ y(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(N) & \dots & -y(N-n) & u(N) & \dots & u(N-p) \\ -y(N-2) & \dots & -y(N-n-1) & u(N-1) & \dots & u(N-p-1) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y(n) & \dots & -y(1) & u(n+1) & \dots & u(n+1-p) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(n+1) \end{bmatrix}$$

En écriture condensé :

$$Y = X \cdot \theta + e \quad 3.6$$

Où Y est le vecteur des sorties mesurées.

θ est le vecteur des paramètres à estimer.

X est la matrice des sorties mesurées et des commandes générées de l'ordre N à $n+1$

e est le vecteur du bruit.

Les n premières données sont prises comme des conditions initiales. Les sorties $y(i)$ sont mesurées directement sur le système, alors que les commandes $u(i)$ sont générées par le calculateur en utilisant le critère de la variance minimale.

L'erreur de prediction existant entre la sortie prédite et la sortie mesurée est calculée comme suit:

$$e = y_s - y_p$$

ou encore

$$e = Y - X \cdot \theta \quad 3.7$$

Cette erreur doit être minimisée afin de rapprocher la sortie prédite de celle mesurée, pour ce on utilisera le critère quadratique suivant:

$$C = \sum_i e^2(i) \quad 3.8$$

Alors:

$$-2X^T.Y + 2X^T.X.\theta = 0 \quad 3.9$$

Ce qui donne:

$$\theta = (X^T.X)^{-1}.X^T.Y \quad 3.10$$

Le calcul de la dérivée seconde $= 2X^T.X$ qui est une matrice symétrique définie positive par construction, ce fait permet d'affirmer qu'on a bien un minimum et non un maximum.

2.3.2 Le biais de l'estimation

est une fonction de $y(i)$, elle est une variable aléatoire, car $y(i)$ est elle-même une variable aléatoire, l'espérance mathématique de $\hat{\theta}$ estimé est donnée par:

$$E(\hat{\theta}) = \theta + E((X^T.X)^{-1}.X^T.e) \quad 3.11$$

Le biais mesure et indique la qualité de l'estimé, on atteint le meilleur estimé lorsque le biais est nul.

Soit $C_{\theta\theta}$ la covariance, elle est donnée par :

$$\begin{aligned} C_{\theta\theta} &= E((\hat{\theta} - \theta).(\hat{\theta} - \theta)^T) \\ &= \sigma^2(X^T.X)^{-1} \end{aligned}$$

où σ^2 est la variance de l'erreur e

si on ne connaît pas cette variance on peut l'estimer par

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M+m} \hat{e}^T.\hat{e}$$

où M et m sont les dimensions de la matrice X .

Pour obtenir un biais nul il faudrait que X et e ne soient pas corrélés, et que e soit centré; or ces conditions ne sont pas réalisées.

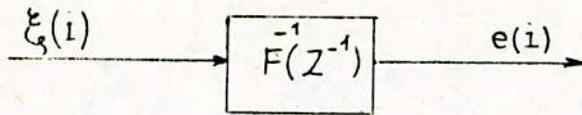
Le problème du biais est dû à la forme du modèle utilisé et non à la méthode elle-même. (B.1)°

2.4 METHODE DES MOINDRES CARREES GENERALISES

2.4.1 Principe de la méthode

Comme la solution des moindres carrés présente l'énorme avantage d'être explicite et fort simple, on a cherché à garder les caractéristiques de cette méthode tout en annulant le biais pour améliorer la qualité de l'estimation, ce qui peut être réalisé en blanchissant les résidus. (B.1)°

$b(i)$ est un bruit quelconque, il est possible de supposer qu'il est obtenu à partir d'un bruit blanc par filtrage comme suit :



où $\xi(i)$ est un bruit blanc

D'après le schéma on peut écrire :

$$F(Z^{-1}) \cdot e(i) = \xi(i) \quad 4.1$$

Avec :

$$F(Z^{-1}) = 1 + f_1 Z^{-1} + f_2 Z^{-2} + \dots + f_q Z^{-q} \quad 4.2$$

Afin de blanchir les résidus $e(i)$ on multiplie l'équation (3.5) qui modélise le système par $F(Z)$ ça donne :

$$A(Z^{-1}) \cdot F(Z^{-1}) \cdot y(i) = B(Z^{-1}) \cdot F(Z^{-1}) \cdot u(i) + F(Z^{-1}) \cdot e(i)$$

ou bien

$$A(Z^{-1}) \cdot y^*(i) = B(Z^{-1}) \cdot u^*(i) + \xi(i) \quad 4.3$$

Cette multiplication mathématique signifie un filtrage sur le plan physique, les données $y(i)$, $u(i)$ sont filtrés avant d'être utilisés dans le calcul des paramètres.

Si on appliquait la méthode des moindres carrés à l'équation (4.3), l'estimateur obtenu ne sera pas biaisé étant donné que les résidus sont blancs, ainsi il reste maintenant à déterminer le filtre $F(Z)$.

Pour cela on écrit qu'aux instants d'échantillonnage l'équation (4.1) se réalise, alors :

$$\begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(q+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -e(N-1) & \dots & -e(N-q) \\ -e(N-2) & \dots & -e(N-q-1) \\ \vdots & & \vdots \\ -e(q) & \dots & -e(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi(N) \\ \xi(N-1) \\ \vdots \\ \xi(q+1) \end{bmatrix}$$

Sous forme condensée ça donne :

$$e = X_E \cdot f + \xi$$

d'après ce qui précède :

$$f = (X_E^T \cdot X_E)^{-1} \cdot X_E^T \cdot e$$

Or la mesure de e n'est pas possible, pour cela on l'estime à l'aide de l'équation suivante :

$$\hat{e} = Y - X \cdot \theta$$

mais on sait que θ est obtenu à partir des données non filtrés, il est donc biaisé, alors \hat{e} l'est aussi; une itération de ce procédé éliminerait progressivement l'effet du

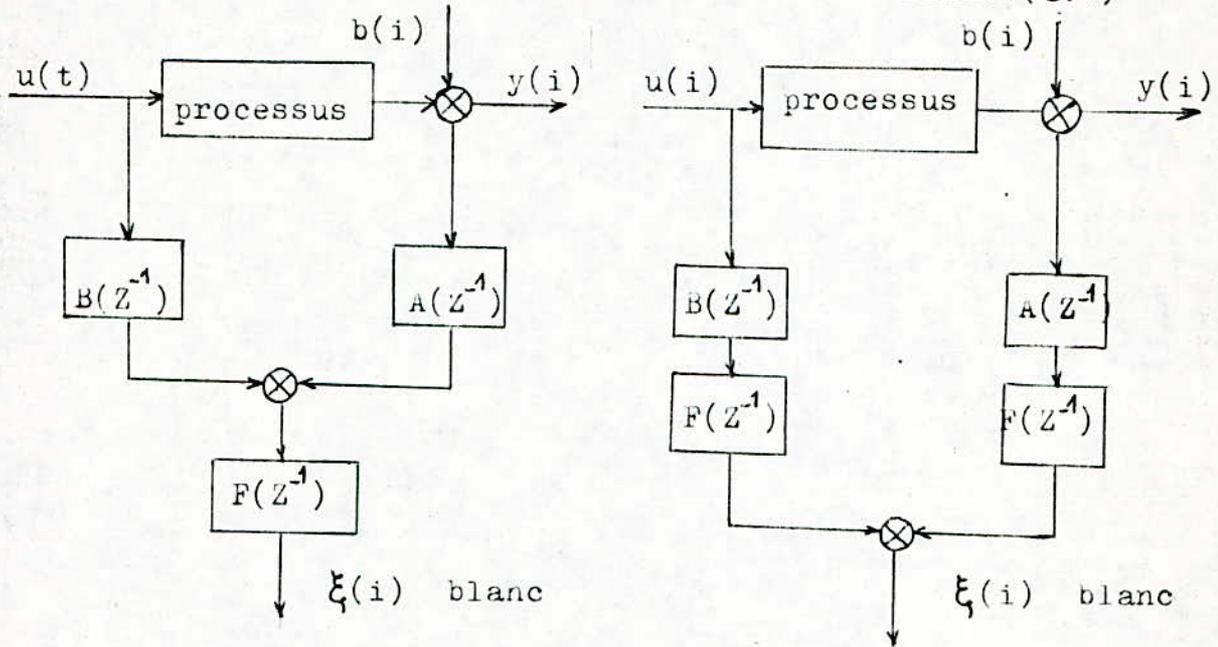
biais, on dit que les residus blanchissent.

Soit s le nombre d'iterations et $F(Z^{-1})$ le filtre obtenu à la i -ieme iteration, alors :

$$F(Z^{-1}) = \prod_i F_i(Z^{-1})$$

Ainsi l'ordre du filtre final $F(Z^{-1})$ est de $s \cdot q$

L'experience montre que la methode converge lorsque le spectre de l'entrée utilisé comme commande est riche. (B.1)°



Principe de filtrage des données.

2.4.2 Cas multivariables.

Elle est en principe triviale. En effet, dans le cas d'un système à une entrées et une sortie l'équation (3.5) se transforme en :

$$A(Z^{-1})y(i) = B_1(Z^{-1})u_1(i) + \dots + B_p(Z^{-1})u_p(i) + e(i)$$

où les polynômes $B_i(Z^{-1})$ sont donnés par :

$$\begin{aligned} B_1(Z^{-1}) &= b_{01} + b_{11}Z^{-1} + \dots + b_{p1}Z \\ B_2(Z^{-1}) &= b_{02} + b_{12}Z^{-1} + \dots + b_{p2}Z \\ &\vdots \\ B_p(Z) &= b_{0p} + b_{1p}Z^{-1} + \dots + b_{pr}Z \end{aligned}$$

Le vecteur des estimés θ devient alors:

$$\theta = (a_0 \dots a_n \quad b_{01} \dots b_{p1} \quad b_{02} \dots b_{p2} \quad \dots \quad b_{pr})$$

La matrice X se transforme aussi en :

$$\begin{bmatrix} -y(N-1) & \dots & -y(N-n) & u_1(N) & \dots & u_1(N-p_1) & \dots & \dots & \dots & u_r(N-p_r) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & & & \vdots \\ -y(n) & \dots & -y(1) & u_1(n+1) & \dots & u_1(n+1-p_1) & \dots & \dots & \dots & u_r(n+1-p_r) \end{bmatrix}$$

La solution est alors donnée par l'équation (3.10)

Si le système comporte plusieurs sorties, on l'identifiera sortie par sortie par cette méthode (mais l'expérimentation consistera à faire varier toutes les entrées u et à relever toutes les sorties y simultanément).

2.5 METHODE DU MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE.

Cette méthode a été proposée par K.J.Aström et T.Bohlin en 1965, elle permet d'identifier en même temps les polynômes $A(Z^{-1})$, $B(Z^{-1})$ et $C(Z^{-1})$ explicités ci après.

2.5.1 Notion de fonction de vraisemblance

Soit $P(x)$ la densité de probabilité de la variable aléatoire x et θ un ensemble de paramètres tel que $p(x, \theta) :: P(x)$, pour une valeur x , $p(x) = \int P(x, \theta) \cdot dx$; c'est une fonction de θ .

Pour les deux valeurs θ_1 et θ_2 de θ , le rapport suivant est appelé rapport de vraisemblance :

$$q = \left(\prod_{i=1}^N P(x_i, \theta_1) \right) / \left(\prod_{i=1}^N P(x_i, \theta_2) \right) \quad 5.1$$

La fonction L suivante est appelée fonction de vraisemblance :

$$L = \prod_{i=1}^N P(x_i, \theta_i) \quad 5.2$$

2.5.2 Application à l'identification

Ici le système est représenté par le modèle suivant :

$$A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i) + C(Z^{-1})\xi(i) \quad 5.3$$

où

$$A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}$$

$$B(Z^{-1}) = b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + b_n Z^{-n}$$

$$C(Z^{-1}) = 1 + c_1 Z^{-1} + c_2 Z^{-2} + \dots + c_n Z^{-n}$$

$\xi(i)$ est supposé blanc, centré, de variance σ^2 .

L'équation (5.3) peut être réécrite comme suit :

$$y(i) = A^{-1}(Z^{-1}) \cdot B(Z^{-1})u(i) + A^{-1}(Z^{-1}) \cdot C(Z^{-1})\xi(i) \quad 5.4$$

A ce niveau on cherche la probabilité $p(y/A, B, C, \sigma, u)$

d'avoir pour resultat de notre experience (envoi d'une entrée) sur le système) les mesures effectuées sur la sortie.

y est supposé gaussien alors:

$$p(y/A, B, C, \sigma, u) = \frac{1}{((2\pi)^n \cdot (\det C_{yy}))^{n/2}} \exp[-(y-y_m)^T \cdot C_{yy} \cdot (y-y_m) / 2]$$

Avec C matrice de covariance qui s'exprime comme suit:

$$C_{yy} = \sigma^2 A^{-1} C C^T (A^{-1})^T$$

On prendra comme paramètre global: $\theta = (A, B, C)$

La probabilité calculée ci-dessus est une fonction de θ on exprimera sa fonction de vraisemblance par :

$$L(\theta; \sigma) = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum \xi^2(i) - N \cdot \ln \sigma + \text{cste}$$

Le maximum de cette fonction est obtenu pour :

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = 0 \quad \text{ce qui donne} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi^2(i) \quad 5.6$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad 5.7$$

L'équation 5.6 est la formule classique d'estimation de la variance d'un bruit centré, par contre l'équation 5.7 n'a pas de solution explicite, on devra rechercher sa solution par programmation non linéaire, ce qui est équivalent à rechercher le minimum de :

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \xi^2(i)$$

$(\hat{\theta}, \hat{\sigma})$ est l'estimateur de vraisemblance.

On demontre que l'estimateur trouvé est à variance minimale, sa covariance est donnée par:

$$C_{\theta\theta} = \hat{\sigma}^2 V_{\theta\theta}^{-1}(\hat{\theta})$$

Où $V_{\theta\theta}$ represente le hessien du critère $V(\theta)$ calculé à l'optimum.

2.5.3 Mise en oeuvre pratique

L'algorithme général est :

$$\theta_{i+1} = \theta_i - k \cdot V_{\theta}(\theta_i)$$

$$\text{avec} \quad V_{\theta}(\theta_i) = \left[\frac{\partial V}{\partial \theta_1} \quad \dots \quad \frac{\partial V}{\partial \theta_n} \right]$$

k pourrait être constante mais on prendra plutôt pour k la matrice $V_{\theta\theta}^{-1}$ qui sera calculée à partir des dérivées se-

condes du critère.

°) Calcul de $\xi(i)$

On utilise : $C(Z^{-1})\xi(i) = A(Z^{-1})y(i) - B(Z^{-1})u(i)$

que l'on écrira sous forme d'un pseudo modèle d'état :

$$x(i+1) = \begin{bmatrix} -c & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} x(i) + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} y(i) - \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u(i) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} y(i+1) + \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u(i+1)$$

ET $\xi(i) = (1, \dots, 0)x(i)$

°) Calcul de $\partial \xi(i) / \partial \theta_j$

De 5.9 on tire ce qui suit :

$$\frac{\partial \xi(i)}{\partial a_j} = Z^{-j+1} \frac{\partial \xi(i)}{\partial a_j} = \frac{\partial \xi(i+1-j)}{\partial a_1}$$

$$\frac{\partial \xi(i)}{\partial a_j} = Z^{-j} \frac{\xi(i)}{\partial a_j} = \frac{\partial \xi(i-j)}{\partial b_0}$$

$$\frac{\partial \xi(i)}{\partial c_j} = Z^{-j+1} \frac{\partial \xi(i)}{\partial c_j} = \frac{\partial \xi(i+1-j)}{\partial c_1}$$

en utilisant un modèle d'état il vient :

$$x(i+1) = \begin{bmatrix} -c & -c & \dots & -c \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & \vdots \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} x(i) + \begin{bmatrix} y(i) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$x(i) = \begin{bmatrix} \partial \xi(i) / \partial a_1 \\ \vdots \\ \partial \xi(i) / \partial a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial \xi(i) / \partial a_1 \\ \vdots \\ \partial \xi(i+n-1) / \partial a_1 \end{bmatrix}$$

°) Calcul de $\partial^2 \xi(i) / \partial \theta_k \partial \theta_j$

D'après ce qui précède :

$$C(Z^{-1}) \frac{\partial^2 \xi(i)}{\partial a_j \partial c_k} = \frac{\partial}{\partial a_j} \left[C(Z^{-1}) \frac{\partial \xi(i)}{\partial c_k} \right] = \frac{\partial}{\partial a_j} \left[-Z^{-k} \xi(i) \right] = -Z^{-j-k+1} \frac{\partial \xi(i)}{\partial a_1}$$

$$C(Z^{-1}) \frac{\partial^2 \xi(i)}{\partial b_j \partial c_k} = \frac{\partial}{\partial b_j} \left[C(Z^{-1}) \frac{\partial \xi(i)}{\partial c_k} \right] = \frac{\partial}{\partial b_j} \left[-Z^{-k} \xi(i) \right] = -Z^{-j-k} \frac{\partial \xi(i)}{\partial b_0}$$

$$c(Z^{-1}) \frac{\partial^2 \xi(i)}{\partial c_j \partial c_k} = \frac{\partial \xi(i)}{\partial c_j} Z^{-k} - Z^{-j} \frac{\partial \xi(i)}{\partial c_k} = -2Z^{-j-k+1} \frac{\partial \xi(i)}{\partial c}$$

. De plus :

$$c(Z^{-1}) \frac{\partial^2 \xi(i)}{\partial a_j \partial b_k} = \frac{\partial}{\partial a_j} \left[c(Z^{-1}) \frac{\partial \xi(i)}{\partial b_k} \right] = \frac{\partial}{\partial a_j} \left[-Z^{-k} u(i) \right] = 0$$

de même pour : $\frac{\partial^2 \xi(i)}{\partial a \partial a} = \frac{\partial^2 \xi(i)}{\partial b \partial b} = 0 \quad \forall i, j$

Initialisation

Pour calculer le gradient ou le hessien comme indiqué ci-dessus, on a besoin d'avoir certaines conditions initiales.

On considèrera l'insatnt $i::1$, adoss :

$$\xi(1) = y(1) - b_0 u(1) \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial \xi(1)}{\partial b_0} = -u(1)$$

et les autres variables nulles.

2.5.4 Le cas multivariable

La méthode qui vient d'être exposée concerne l'identification d'un système à simple entrée simple sortie, nous allons voir ici comment il faut modifier la méthode pour l'appliquer à un système à une sortie et plusieurs entrées.

Le modèle (5.3) devient pour r entrées:

$$A(Z^{-1})y(i) = B_1(Z^{-1})u_1(i) + \dots + B_r(Z^{-1})u_r(i) + C(Z^{-1})\xi(i)$$

$$\text{Avec :} \quad \begin{array}{cccc} B_1(Z^{-1}) & = & b_{01} + b_{11}Z^{-1} + \dots + b_{p1}Z^{-p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ B_r(Z^{-1}) & = & b_{0r} + b_{1r}Z^{-1} + \dots + b_{pr}Z^{-p} \end{array}$$

Donc d'un point de vue théorique la méthode reste la même il suffit de remplacer $B(Z^{-1})u(i)$ par $\sum B_j(Z^{-1})u_j(i)$

Le vecteur des estimés devient quand à lui :

$$\theta = [a_1, \dots, a_n, b_{01}, \dots, b_{p1}, \dots, b_{0r}, \dots, b_{pr}, c_1, \dots, c_n]$$

On pourra identifier les systèmes à plusieurs sorties en procédant à l'identification sortie par sortie.

2.6 COMPARAISON ENTRE LES DIFFERENTES METHODES

2.6.1 Comparaison théorique

Les méthodes d'identification étudiées dans ce chapitre présentent à la fois beaucoup de similitude et beaucoup de différences de point de vue de leurs structure, cette comparaison théorique permettra de clarifier certains points.

Dans le cas de l'intercorrélation on cherche à déterminer la séquence de pondération du système à partir du modèle:

$$y(i) = \sum_{j=0}^N g(j)u(i-j) + b(i)$$

alors que dans les autres cas on cherche les paramètres d'une équations aux différences, soit :

$$A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i) + e(i)$$

$$F(Z^{-1})e(i) = \xi(i)$$

pour MCG

$$\text{et } A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i) + C(Z^{-1})\xi(i) \quad \text{pour MV}$$

Une différence importante entre les méthodes paramétriques (MCG, MV) et les autres réside dans le petit nombre de paramètres qu'elles ont à identifier, ce qui est un avantage évident, et la nécessité pour les appliquer de connaître l'ordre du système et sa structure, ce qui est un inconvénient non moins évident.

On citera aussi le fait que la séquence de pondération ne peut être utilisée directement pour le calcul de la commande mais qu'il faudra passer par la fonction de transfert grâce à la programmation non linéaire.

Une autre différence importante entre ces méthodes réside dans le fait que pour appliquer la méthode de corrélation, il faut obligatoirement à l'entrée une séquence binaire pseudo aléatoire. On n'est donc pas libre sur le choix de l'entrée, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes.

C'est surtout en multivariable que se manifeste le problème du choix de l'entrée pour la méthode de corrélation et son utilisation devient lourde, mais malgré tout si cette contrainte sur le choix de l'entrée peut être considérée comme un défaut, le plus souvent elle n'est pas fondamentale.

Par contre, il en existe une autre contrainte dans l'application de la méthode de corrélation le nombre de données à utiliser doit être un multiple de la longueur de la séquence. il n'existe pas de telle restriction avec les autres méthodes dont les résultats s'améliorent généralement quand on augmente le nombre de données.

pour comparer entre elles les méthodes MCG et MV on se référera aux figures données ci-après.

La différence essentielle entre ces deux méthodes réside dans la manière de modéliser le bruit.

Dans le cas des moindres carrés généralisés, on calcule analytiquement le filtre $F(Z^{-1})$; il faut itérer ce processus à mesure que $F_m(Z^{-1})$ se rapproche de $F(Z^{-1})$, $A_m(Z^{-1})$ et $B(Z^{-1})$, paramètres du modèle, se rapprochent de $A(Z^{-1})$ et $B(Z^{-1})$ paramètres du procédé, et $e(i)$ devient blanc.

Dans le cas du maximum de vraisemblance, on remarque que le polynôme $C(Z^{-1})$ joue le même rôle que $1/F(Z^{-1})$. Ceci explique que la solution ne puisse être calculée analytiquement mais nécessite la mise en oeuvre d'algorithmes de programmation non linéaire. Nous noterons encore que si les c_i sont considérés comme des paramètres à identifier, $F(Z^{-1})$ est par contre un intermédiaire permettant une estimation non biaisée.

2.6.1 Comparaison en simulation

On constate globalement un même comportement pour toutes les méthodes à savoir :

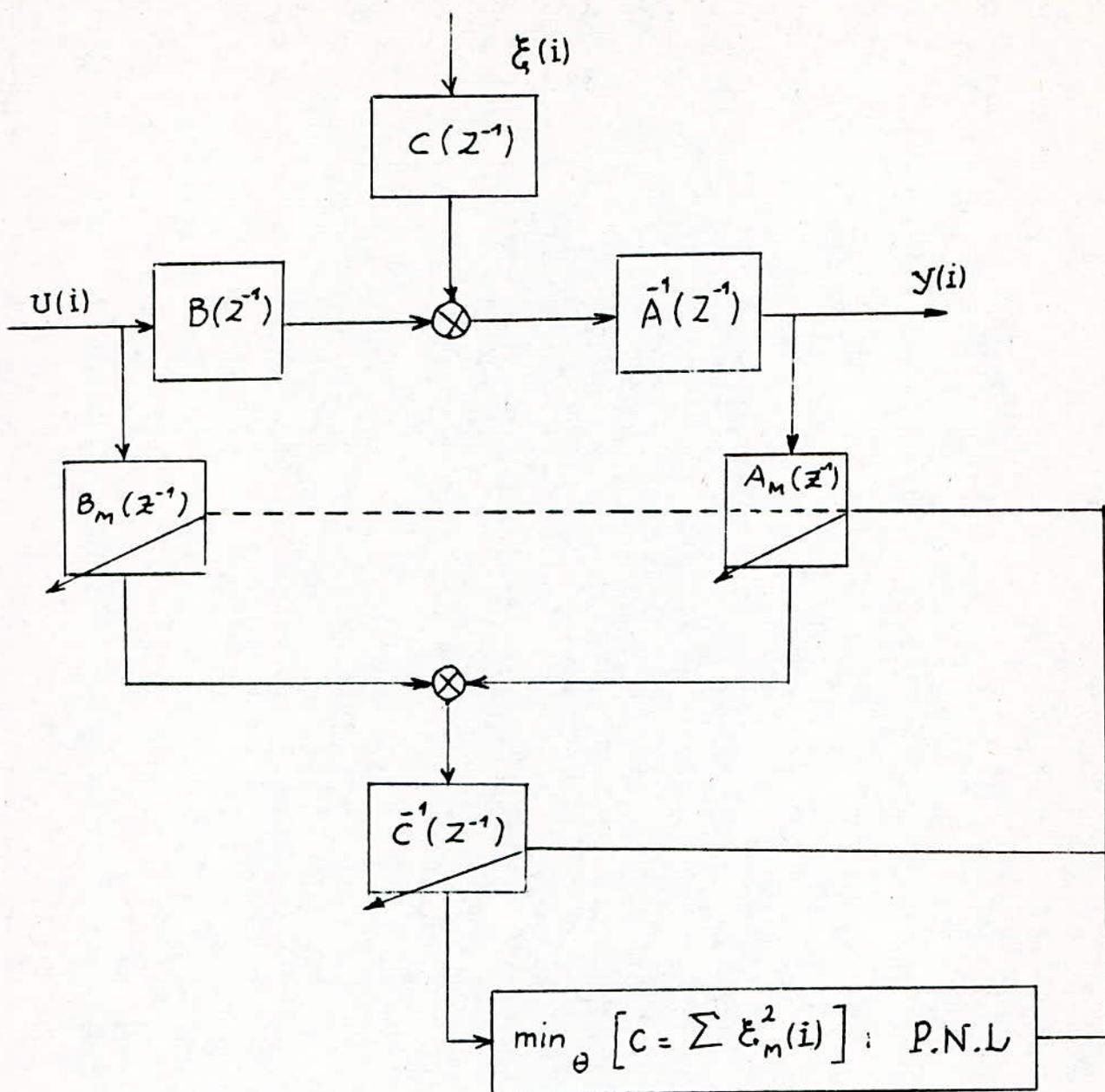
a)- Quand le niveau du bruit augmente, les résultats se dégradent.

b)- Quand le nombre de données utilisées pour l'identification augmente, la qualité de l'estimation augmente.

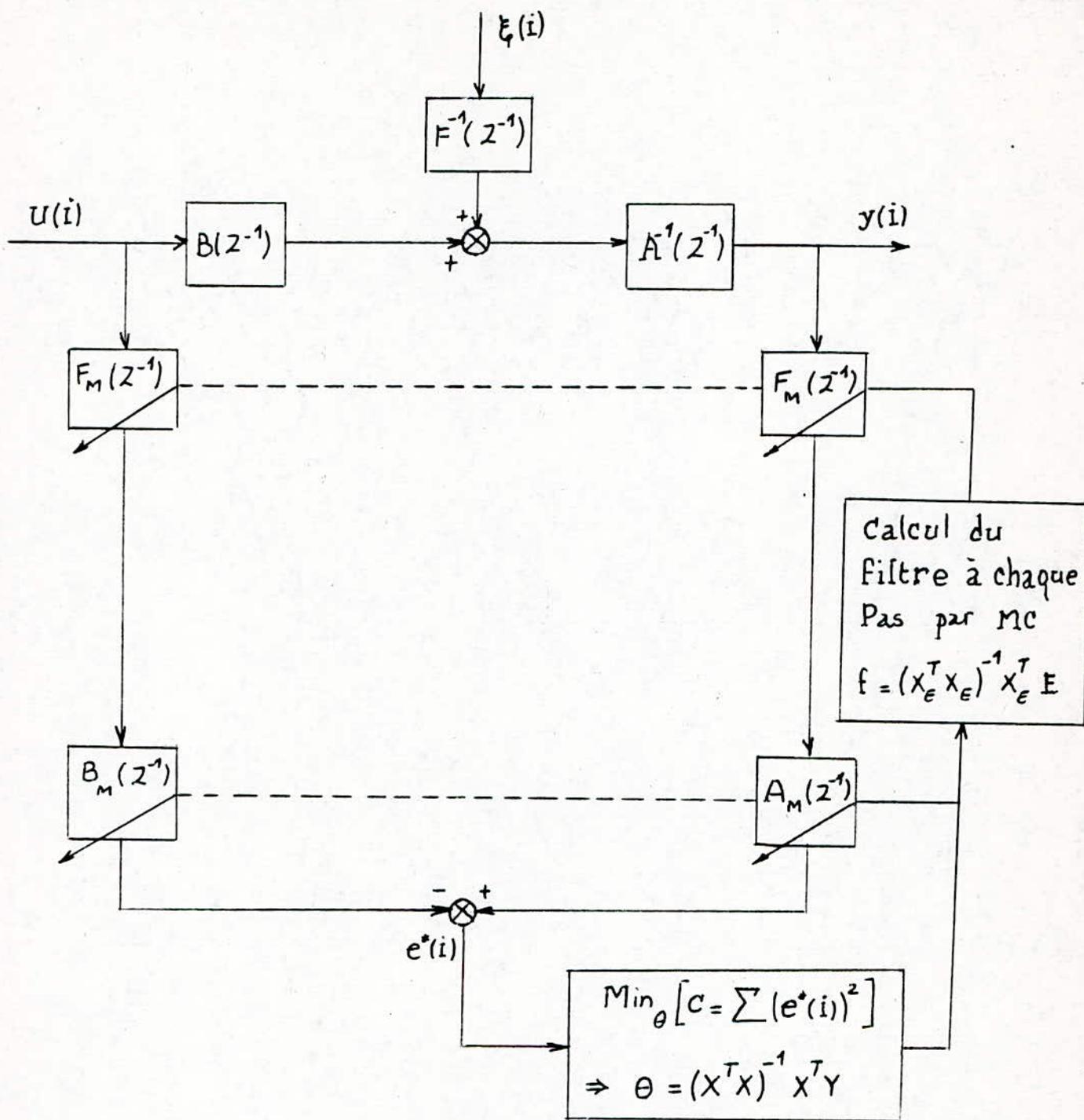
c)- Les paramètres a_i sont mieux identifiés que les paramètres b_i qui se déterminent toujours avec moins de précision, et sont les plus perturbés par un niveau de bruit élevé.

d)- Les filtres générateurs de bruit ne sont pas toujours correctement déterminés, mais leurs qualités influence en fait assez peu l'identification des paramètres a_i et b_i .

f)- Les résultats du maximum de vraisemblance sont toujours meilleurs que les résultats des moindres carrés généralisés et plus précis ; les résultats des MCG peuvent rester



Méthode du maximum de vraisemblance.



Méthode des moindres carrés généralisés.

CHAPITRE : 3

L E C O N T R O L E

A U T O A J U S T A N T

3.1 INTRODUCTION

Le contrôle auto-ajustant est une approche au problème d'ajustement automatique, il peut être considéré comme une aide à l'ajustement de lois de contrôle plus compliqués que P.I.D avec des paramètres fixés, ou comme un moyen de contrôler un processus dont les paramètres varient lentement dans le temps.

Ce type de contrôle n'exige qu'une modeste puissance de calcul, il pourra donc sans grand frais être implementé là où existe un controlleur P.I.D.

Un controlleur auto-ajustant possède trois éléments constitutifs:

- Un générateur d'actions de contrôle u basé sur une loi en rétro-action dans la forme d'une équation aux différences et en utilisant les informations disponibles à l'instant courant.

- Un estimateur de paramètres récursif surveille l'entrée et la sortie du processus calcule une estimation de la dynamique de ce processus.

- Ces paramètres estimés alimentent un algorithme de conception du contrôle qui fixe le nouveau point de repos.

La fig 3.1 illustre ces trois composants.

C'est Kalman qui en 1958 jeta les premiers fondements d'un controlleur auto-ajustant, il a même essayé de réaliser l'algorithme dans un calculateur pour une utilisation spéciale, la théorie fût rappelée, étendue de façon à recouvrir les effets stochastiques par Peterka en 1970, mais ce fût l'article d'Aström et de Wittenmark qui lança le grand intérêt de cette théorie, cet article mena directement à des applications pratiques, qui eux mêmes engendrèrent de nouveaux développements théoriques.

Un regulateur P.I.D possède trois coefficients que l'ingénieur peut ajuster afin d'atteindre la performance de contrôle sous certaines conditions, mais les changements dynamiques de ce système peuvent altérer cette performance de façon que globalement la performance réelle (potentielle) du système n'est pas atteinte. Tandis que pour un auto-ajustant l'utilisateur spécifie la performance souhaitée de la boucle fermée et l'algorithme s'arrange pour atteindre celle-ci.

Plus récemment on a tenté d'interpréter cette théorie dans les termes d'un contrôle classique avec lequel les utilisateurs sont beaucoup plus familiers.

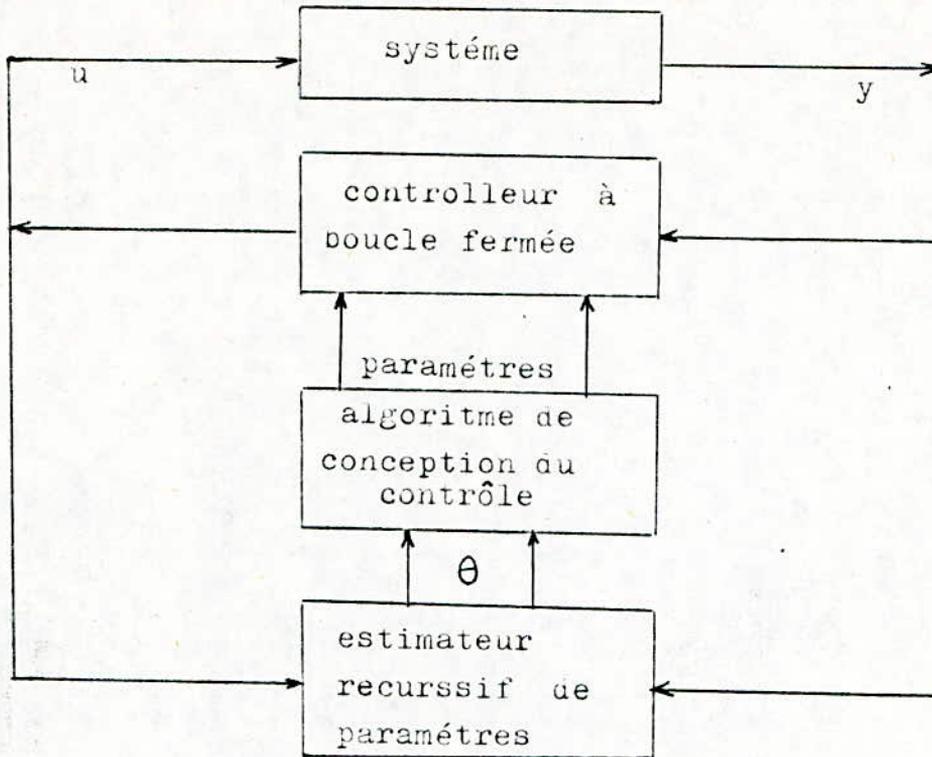


fig 3.1 structure d'un auto-ajustant explicite

L'auto-ajustant original conçu par Aström et Wittenmark (1973) avait pour objectif la minimisation de la variance de la sortie $y(i)$ d'un processus. Cet algorithme est le plus simple algorithme implicite et forme la base pour beaucoup de self-tunner (auto-ajustants) généraux.

3.2 LES MODELES DE SYSTEMES

Malgré que tous les processus pratiques sont non-linéaires, une bonne régulation peut être obtenue par la linéarisation locale autour du point de fonctionnement courant.

Un modèle convenable pour notre étude est le suivant :

$$y(t) = (B(s)/A(s))u(t-\Delta) + d(t) \quad (3.2.1)$$

La fonction de transfert reliant l'entrée u à la sortie y est :

$$G(s) = \exp(-s\Delta).B(s)/A(s) \quad (3.2.2)$$

Où s est la variable de la transformée de Laplace, le temps de retard, le signal $d(t)$ est une perturbation possédant plusieurs composantes :

a)- Une constante d_1 reflétant le fait que un contrôle nul ne mène jamais à une sortie nulle pour tout système, cette

constante change avec le point de fonctionnement.

b)- Une valeur d_2 variant lentement, dependant des perturbations de charge activant le processus.

c)- Un élément de la boucle de retour $d(t)$ qui peut être représenté par $d_3(t) = G_4(s)v(t)$; où $v(t)$ est un signal mesurable auxiliaire. Un tel signal peut être réduit par une boucle de retour approprié.

d)- Un signal stochastique $d_4(t)$ donné par :

$d_4(t) = G_2(s) \cdot \xi(t)$; où $\xi(t)$ est un bruit blanc, $G^*(s)$ donne la densité spectrale convenable.

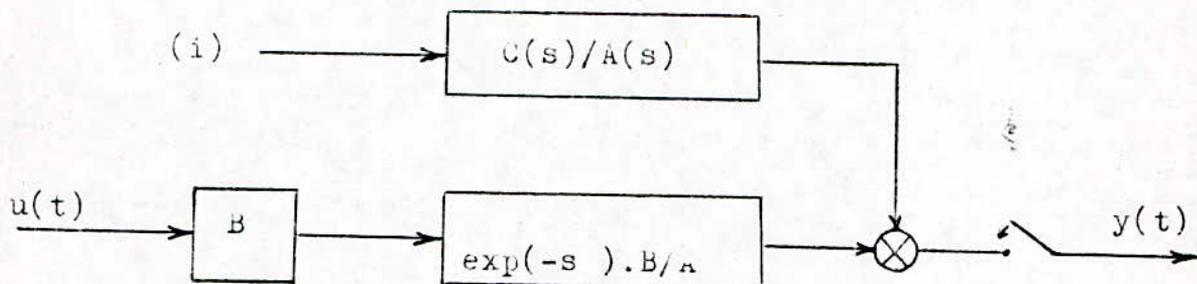
Dans notre étude nous ne considererons que la 4-ieme composante puisque nous nous limitons à l'étude de base du contrôle auto-ajustant.

Le modèle (3.2.1) devient alors :

$$y(t) = (B(s)/A(s))u(t-\Delta) + (C(s)/A(s))\xi(t) \quad (3.2.3)$$

Où aucune racine de $C(s)$ ne se trouve dans le demi plan droit ni sur l'axe imaginaire.

Tous les contrôleurs auto-ajustants sont implémentés digitalement, d'où la nécessité de descritiser le modèle précédent ce qui se fait selon le schéma suivant:



La descritisation de $G(s)$ se fera donc selon la procédure suivante :

1)- trouver k et δ tel que $\Delta = (k-1)h + \delta$ (3.2.4)
 où δ est le retard fractionnel $0 \leq \delta \leq h$

k est

Ecrire $\exp(-s\Delta)$ comme $\exp(-skh) \cdot \exp(s(h-\delta))$

2) Developper $\exp(s(h-\delta)) \cdot A(s)/B(s)$, pour donner

$$\frac{G(0)}{s} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{s+p_i} \quad (3.2.5)$$

où les δ_i sont les residus aux poles :

$$\delta_i = \frac{\exp(-p_i(h-\delta)) \cdot B(-p_i)}{[d(sA(s))/ds]_{s=-p_i}}$$

3)- Prendre les transformés de Z terme par terme, ce qui donne :

$$\frac{G(0)}{1-Z^{-1}} + \sum \frac{\gamma_i}{1-q_i \cdot Z^{-1}} \quad \text{avec } q_i = \exp(-p_i h) \quad (3.2.6)$$

4)- Recombiner et premultiplier par $(1-Z^{-1})Z^{-1}$ pour donner

$$G^*(Z^{-1}) = Z^{-k} \cdot B(Z^{-1}) / A(Z^{-1}) \quad (3.2.7)$$

de là la transformée en Z de G peut être écrite :

$$G(Z^{-1}) = Z^{-k} \cdot \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_n Z^{-n}}{a_0 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n}} \quad (3.2.8)$$

Alors le rapport entrée-sortie à l'instant t s'exprime sous la forme de l'équation aux différences suivante:

$$y(t) + \sum_{i=1}^n a_i y(t-i) = \sum_{i=0}^n b_i u(t-i-k) \quad (3.2.9)$$

La position des pôles et des zéros de $G^*(Z^{-1})$ possède une importance particulière pour un contrôle en temps discret, car lors de la description du système, le risque de déstabilisation intervient, il faudrait donc chercher une relation précise entre les pôles et les zéros de $G^*(Z^{-1})$ dans le plan S et leurs images dans le plan Z.

Chaque pôle du plan S possède un pôle image unique dans le plan Z liés par la relation $Z = \exp(sh)$, donc les pôles stables dans le demi plan S gauche se traçent à l'intérieur du cercle unité.

Mais il n'y pas un tel rapport simple entre les zéros de $G^*(Z^{-1})$ et leurs images, comme l'indique le lemme suivant:

.....
Lemme 3.2.1

Si le retard fractionnel " δ " est nul, et si le degré de $B(s)$ est égal à celui de $B^*(Z^{-1})$ alors les zéros de B sont donnés par :

$$Z = 1 + hb_i + o(h^2) \quad (3.2.10)$$

où B_i est le zéro d'ordre i de $B(s)$

Ce lemme montre que pour les systèmes de phase minimum où $B_i < 0$, le système décrit possède des zéros à l'intérieur de la région de stabilité si $d^\circ(B^*) = d^\circ(B)$

Cependant la description d'un processus engendre un degré de B^* égal à $(n-1)$, donc ce résultat est valable pour des systèmes qui ont un pôle de plus que de zéros dans le plan s.

Peu de systèmes pratiques possèdent cette propriété, c'est les pôles du plan S excédent qui mènent aux zéros supplémen-

taires du plan Z, et c'est la localisation de ces zeros supplementaires qui cause des difficultés dans certains algorithmes de self-tunning (auto-ajustant), ils peuvent de ce fait se trouver en dehors de la region de stabilité, de tels systèmes sont dits à "phase non-minimale".

Lemme 3.2.2

Si $G(s)$ possède p pôles de plus que de zeros, alors $G^*(Z)$ devient lorsque h tend vers zero proportionel à:

$$b (1-Z^{-1})^n \cdot D^n / (1-Z^{-1})^p$$

où D est l'operateur $-hZ \cdot d/dZ$

De là plusieurs systèmes stables en temps continu et de phase minimale auront des modèles en temps discret avec des zeros en dehors de la region de stabilité s'il est échantillonné assez rapidement. Ceci a la conséquence pratique suivante :

Quand le controlleur auto-ajustant est implémenté sur un processus, on pense généralement à reduire l'intervalle d'échantillon h tel que le controlleur réponde plus rapidement aux perturbations. Ceci menera à la migration des zeros en temps discret, donc il est relativement important d'assurer que la conception du contrôle est relativement insensible à leurs localisation.

3.2.1 Le modèle de prédiction

Plusieurs strategies auto-ajustables particulièrement les méthodes implicites, sont basées sur la conception de commande prédite (predictive control design).

L'argument sur lequel est basé le contrôle prédictif est le suivant:

Comme le retard est k , la premiere sortie qui peut être influencée par le contrôle courant $u(t)$ est $y(t+1)$. Pendant ce temps là, le contrôle $u(t)$ peut être choisi de façon à annuler les perturbations intervenant sur le système.

L'efficacité du contrôle depend de la precision de la prediction et du retard k .

Reecrivons l'équation (3.2.1) pour donner :

$$y(t+k) = (B/A)u(t) + (C/A)(t+k) \tag{3.2.11}$$

Soient les polynômes E et F donnés par l'identité :

$$C/A = E(Z^{-1}) + Z^{-k} \cdot F(Z^{-1})/A(Z^{-1}) \tag{3.2.12}$$

avec $E(0) = 1$, le degré de E est $k-1$, celui de F est $n-1$, les

équations (3.2.11) et (3.2.12) donnent :

$$E.A.y(t+k) = E.B.u(t) + E.C.\xi(t+k)$$

$$C.y(t+k) = F.y(t) + G.u(t) + E.C.\xi(t+k)$$

où $G(Z^{-1}) = E(Z^{-1}).B(Z^{-1})$

Enfinement $y(t+k) = (Fy(t) + gu(t))/C + E\xi(t+k)$ (3.2.13)

Soit $y(t+k/t)$ la prediction optimale et $y(t+k/t)$ l'erreur l'équation (3.2.13) peut être simplifiée à :

$$y(t+k) = y(t+k/t) + y(t+k/t)$$

Avec $Cy(t+k/t) = Fy(t) + Gu(t)$

$$y(t+k/t) = E(t+k)$$

Il est à noter que y et y sont orthogonaux. La precision de la prediction peut être obtenu par :

$$\text{Var}(y) = \sigma^2 (1 + e_1^2 + \dots + e_n^2)$$

cette variance augmente avec k ce qui deteriore la prediction/

3.3 LE CONTROLE A VARIANCE MINIMALE

Maintenant qu'on a obtenu une solution pour le problème de prediction, on va generaliser le problème de contrôle stochastiques . Afin de formuler un problème de contrôle optimal il est necessaire de specifier la dynamique du processus, son environnement, le critère utilisé pour le calcul du contrôle et les restrictions de la loi, de contrôle.

La representation dynamique adoptée.

On suppose que le processus à reguler est discretisé, d'ordre m avec une entrée et une sortie.

Le processus dynamique est decrit par :

$$y(i) + \dots + a_m y(i-m) = b_0 u(i-k) + \dots + b_m u(i-k-m)$$

L'intervalle d'echantillonnage h est suppose être le temps unité. En introduisant l'operateur retard Z^{-1} il vient :

$$A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i-k)$$

L'effet de l'environnement

L'influence de l'environnement sur le processus est caracterisé par des perturbations stochastiques, additionné à la

sortie :

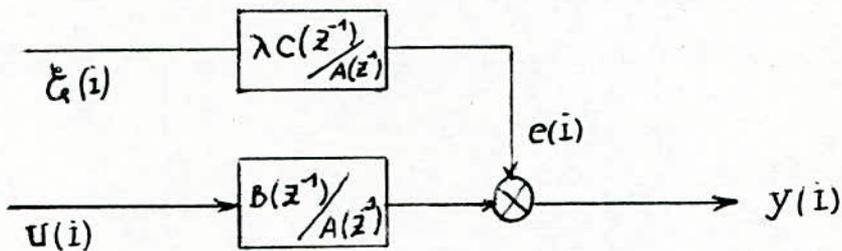
$$A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i-k) + v(i)$$

On supposera que le bruit $v(i)$ est obtenu à partir d'un bruit blanc à travers un filtre /

$$v(i) = \lambda C(Z^{-1})\xi(i)$$

Alors globalement le processus et son environnement sont représentés par :

$$A(Z^{-1})y(i) = B(Z^{-1})u(i-k) + \lambda C(Z^{-1})\xi(i)$$



Le critère utilisé

Le critère du problème de contrôle est choisi de façon à minimiser la variance de la sortie y .

Il est supposé en plus que le contrôle $u(i)$ à l'instant i est une fonction des sorties observés aux instants passés et présents $y(i), y(i-1), \dots$ et de tous les signaux de contrôle passés $u(i-1), u(i-2), \dots$.

Position du problème

ON considère un système dynamique décrit par l'équation (3.3.5), il faut trouver une loi de contrôle admissible qui minimise la variance de la sortie.

Solution

A l'instant i on connaît toutes les mesures de la sortie $y(i), y(i-1), \dots$ et tous les contrôles passés $u(i-1), u(i-2), u(i-3), \dots$, on appliquant le contrôle $u(i)$ à l'instant i la première sortie qui en sera affectée est $y(i+k)$ tel que:

$$y(i+k) = \frac{B(Z^{-1})}{A(Z^{-1})}u(i) + \frac{C(Z^{-1})}{A(Z^{-1})}\xi(i)$$

D'après le modèle de prédiction cité ci-dessus :

$$C(Z^{-1}) = A(Z^{-1}) \cdot F(Z^{-1}) + Z^{-k} \cdot G(Z^{-1})$$

On remplace $C(Z^{-1})$ dans l'équation précédente, après simplification il vient :

$$y(i+k) = F(Z^{-1})\xi(i+k) + \frac{G(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}y(i) + \frac{B(Z^{-1})F(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}u(i)$$

Calculons la variance de $y(i+k)$:

$$E[y^2(i+k)] = E\left[\lambda F(Z^{-1})\xi(i+k)\right]^2 + B\left[\frac{G(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}y(i) + \frac{B(Z^{-1})F(Z^{-1})}{C(Z^{-1})}u(i)\right]^2$$

et comme :

$$E[y(i+k)]^2 \geq \lambda^2(1 + f_1^2 + \dots + f_q^2)$$

La variance minimale pour $y(i+k)$ est obtenu pour :

$$B(Z^{-1}) \cdot F(Z^{-1})u(i) + G(Z^{-1})y(i) = 0 \quad (3.3.6)$$

Le contrôle à variance minimale à l'instant i est donné par l'équation (3.3.6) .

3.4 L'ALGORITHME DU "POLE ASSIGNEMENT"

Il existe beaucoup d'algorithmes possédant la propriété d'auto-ajustement, par conséquent ne dépendant que des conditions initiales, l'un d'eux est l'algorithme du pole assignement régulant un processus stochastique.

Quand les conditions initiales sont dues aux systèmes à phase non minimale, ou aux systèmes enveloppant des délais temporels, le meilleur algorithme à utiliser est alors le régulateur auto-ajustant "pole assignement".

L'approche "pole assignement" est basée sur un algorithme qui permet que les positions du pole en boucle fermée soit assignée (fixée).

Il y'a plusieurs voies de mise en oeuvre de cet algorithme la plus utilisée est l'approche de l'espace d'état qui permet de calculer sa loi de contrôle.

Les démarches pour le calcul de la loi de contrôle sont les mêmes que celles citées pour l'algorithme à variance minimale, sauf qu'au début du calcul on suppose que $u(i)$ possède une forme de loi de contrôle à boucle fermée.

4.1 INTRODUCTION

Le contrôle dynamique de la position appelé le positionnement dynamique est utilisé pour maintenir la position et la voie d'un bateau ou d'une plate forme sur une position fixe preselectée, cette forme de contrôle est encore utilisée pour maintenir un bateau à vitesse constante.

Les systèmes de positionnement dynamiques sont surtout employer pour garer les bateaus ou pour le forage en eaus profondes, cette méthode de positionnement possède l'avantage de ne pas necissiter de cables ni d'ancres, le temps de l'emplacement est réduit et les tubes de forages sont protégés lorsque la mer est mauvaise.

Pour reperer la position du bateau ou de la plate forme on a le choix entre plusieurs procédés, on pourra utiliser les radars acoustiques. un système radio travaillant à 9,2 Ghz peut reperer une position distante de 6 Km avec une precision de 1 m.

Les deplacement d'un bateau sont supposés être constitués de mouvement de basse fréquence et de mouvement de haute fréquence, les déplacements basses fréquences ont des oscillations inferieures à 0,25 rd/s et sont essentiellement dues^{aux} courants marins , au vent et forces des vagues du second ordre, ces forces là peuvent faire deriver le bateau de sa position et donc il faut les neutraliser, en appliquant les forces des hélices.

Les oscillations constitués par les forces des vagues du 1^{er} ordre engendrent des mouvements de haute fréquence de 0,3 à 1,5 rd/s auxquels on ne peut pas les forces des hélices avec efficacité toute tentative faite dans ce but ne fait que causer des pertes energitiques.

Avant de calauler la commande qui puisse reguler la position de ce bateau ,et ainsi le stabiliser ; voyons d'abord comment on peut le modéliser.

4.2 MODELISATION LINEAIRE DU BATEAU

Les équations décrivant le mouvement d'un bateau sont obtenu à partir des lois de NEWTON exprimant la conservation de la quantité de mouvement rectligne et angulaire.

Ce bateau possède six degré de liberté qui sont:

bateau.

I_Z : moment d'inertie autour de l'axe Z.

On développera les fonctions du mouvements en utilisant les 1^{er} dérivée du développement en serie de Taylor/

$$Y_v = \partial Y / \partial v$$

On utilisant ces dérivées on pourra linéariser les équations précédentes autour des valeurs stationnaires : $r = 0$ et $v = 0$.

Ce qui donne :

$$(Y_{\dot{v}} - m)\dot{v} + Y_v \cdot v + (Y_{\dot{r}} - m \cdot x) \dot{r} + (Y_r - m \cdot u)r + Y_{\delta} \cdot \delta = 0$$

$$(N_{\dot{v}} - m \cdot x_G)v + N_v \cdot v + (N_{\dot{r}} - I_Z)\dot{r} + (N_r - m \cdot x_G \cdot u)r + N_{\delta} \cdot \delta = 0$$

Représentés dans l'espace d'état ces équations se transforment en :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \Psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Avec :

δ : angle de rotation du gouvernail.

Ψ : angle de rotation du bateau. (angle de cap)

De la representation d'état précédente on tire la fonction de transfert liant $\Psi(s)$ et $\delta(s)$:

$$\frac{\Psi(s)}{\delta(s)} = G(s) = \frac{b_0 \cdot s + b_1}{s(s^2 + a_1 s + a_2)}$$

C'est cette fonction de transfert qu'on utilisera pour calculer la sortie du système ($\Psi(s)$) en fonction de son entrée, et ainsi on obtiendra un modèle sous forme d'équations de différences qui sera utilisé dans le calcul de la commande.

Les résultats de la simulation sont donnés à l'annexe.

trois mouvements de translation :

- Evolution en ligne droite (surge)

■ Evolution latérale (sway)

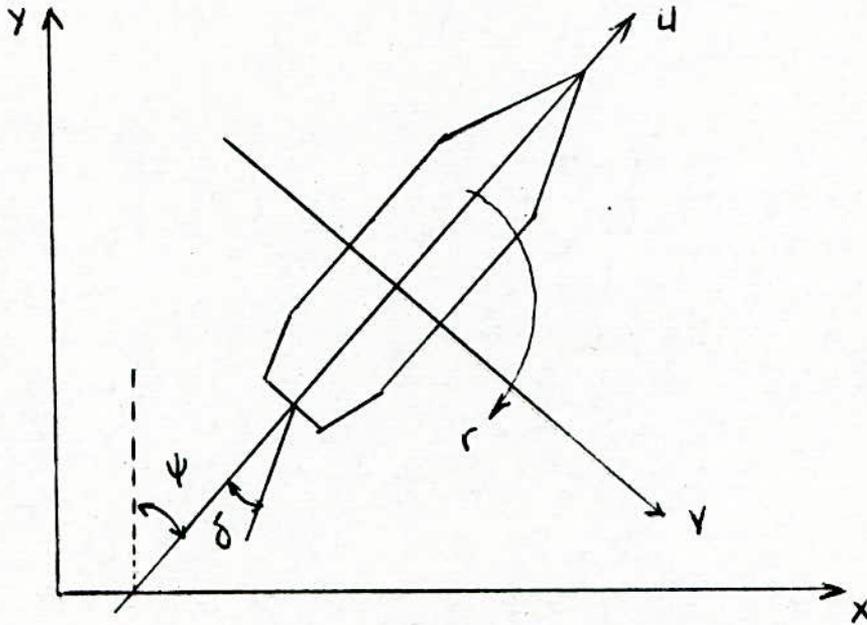
-(Heavy): soulèvement vertical

trois mouvement de rotation :

- Tangage (pitch)

- Roulis (roll)

- Rotation dans le plan horizontal (yaw)



Pour les plates forme et les grand bateaux on peut aisement négliger les trois mouvement qui ne se font pas dans le plan horizontal.

Alors on élabore les équations suivantes:

$$m(\dot{u}-v.r-x_G.r^2) = x$$

$$m(\dot{v}+u.r+x_G.\dot{r}) = y$$

$$I_Z.\dot{r} + m.x_G.(v + r.u) = N$$

Avec : m : masse bu bateau

r : rotation proportionnelle , taux de virage

x :: les x coordonnées du centre de gravité du bateau.

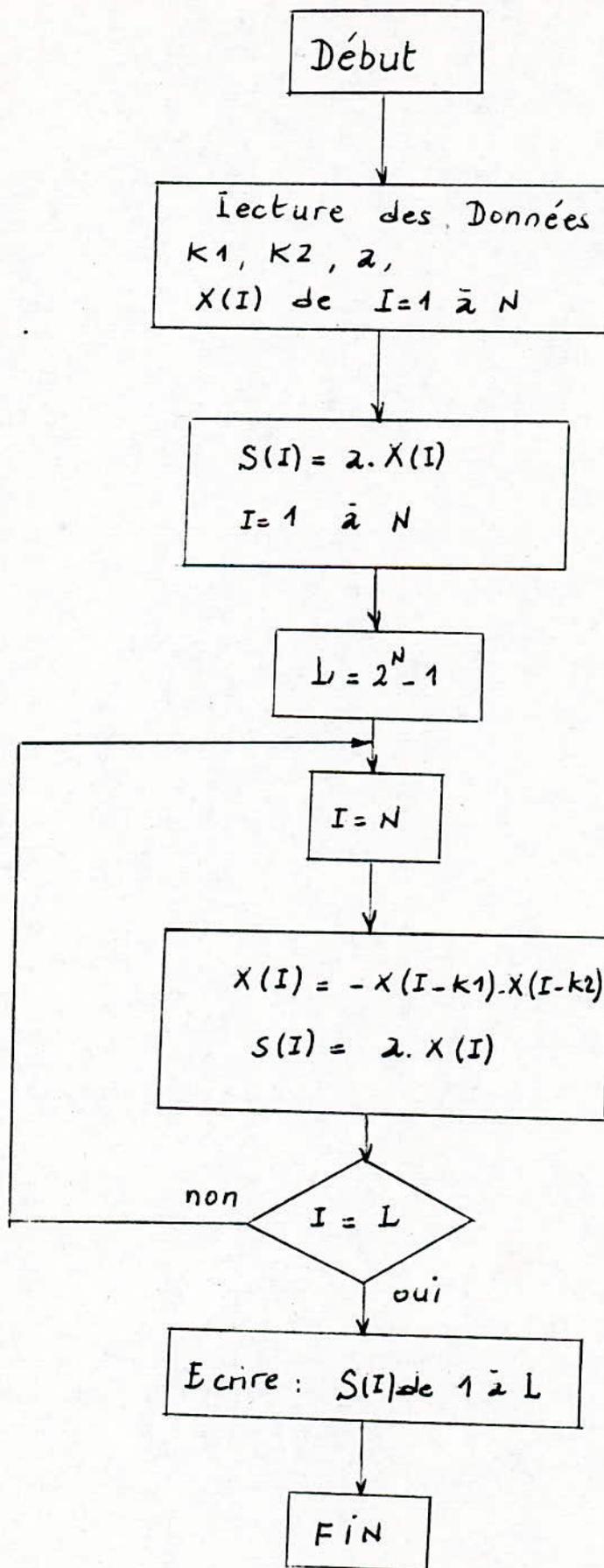
x,y,N : sont les forces et moment hydrodynamique qui sont des fonctions compliqués du

CONCLUSION

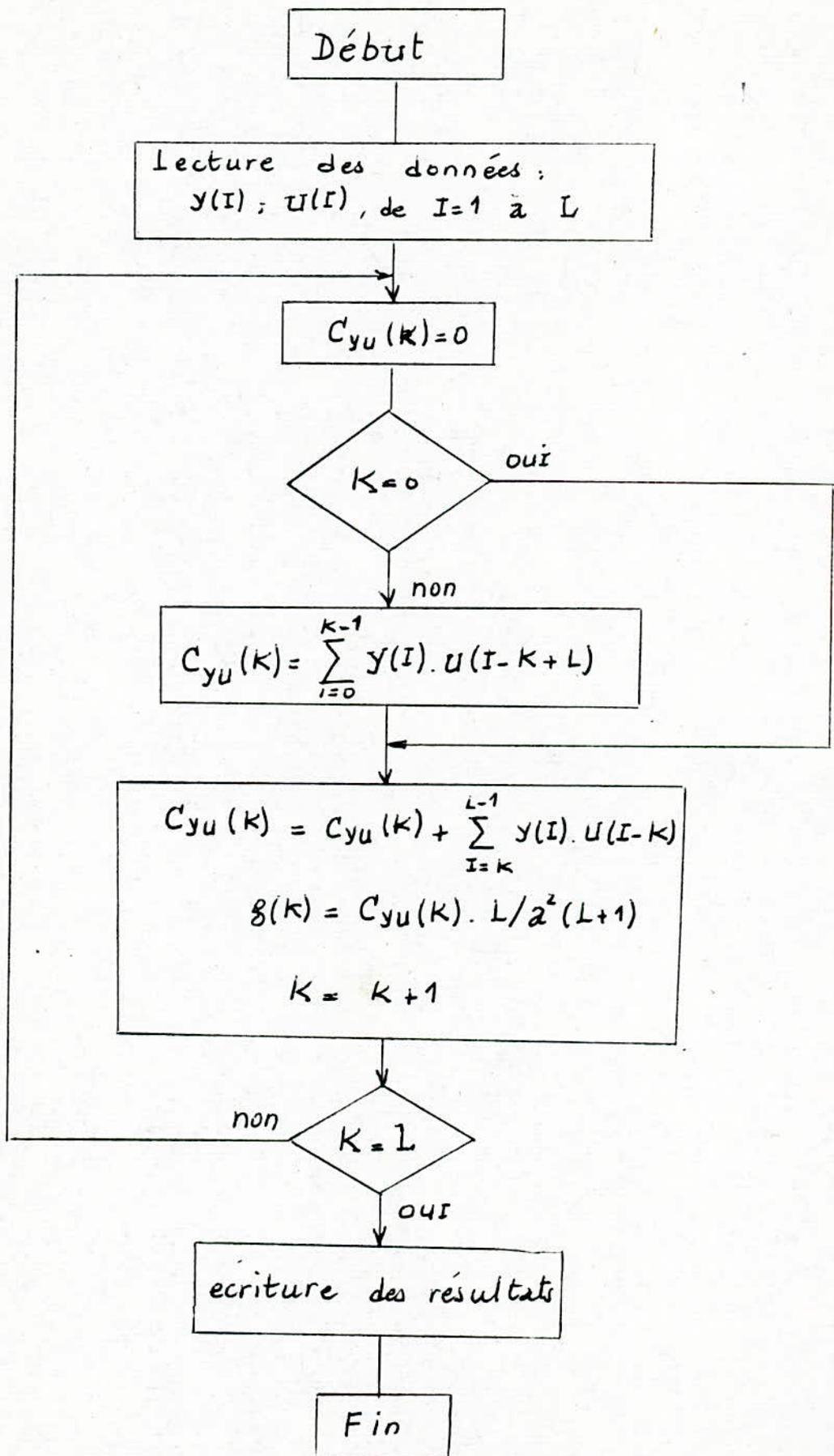
En conclusion on dira que :

- * Le contrôle adaptif est une nécessité que dicte les exigences des systèmes industriels de plus en plus complexe, auquel, le contrôle classique ne suffit plus.
- * L'implémentation d'un contrôleur adaptif doit passer par une étude en simulation, afin de déterminer le meilleur algorithme d'identification et du contrôle applicable au cas en cours.
- * Le programme des moindres carrés généralisés que nous avons présenté peut identifier n'importe quel système physique, à condition de connaître sur ce système toutes les informations qu'exige la méthode.
- * Les résultats de simulation qu'on a obtenu sont conformes aux prévisions et aux exigences des algorithmes utilisés.
- * Cette étude pourra être complétée ultérieurement par l'élaboration d'un programme qui permettra la détermination des pôles et des zéros du système, ce qui permettra d'être fixé sur sa stabilité.

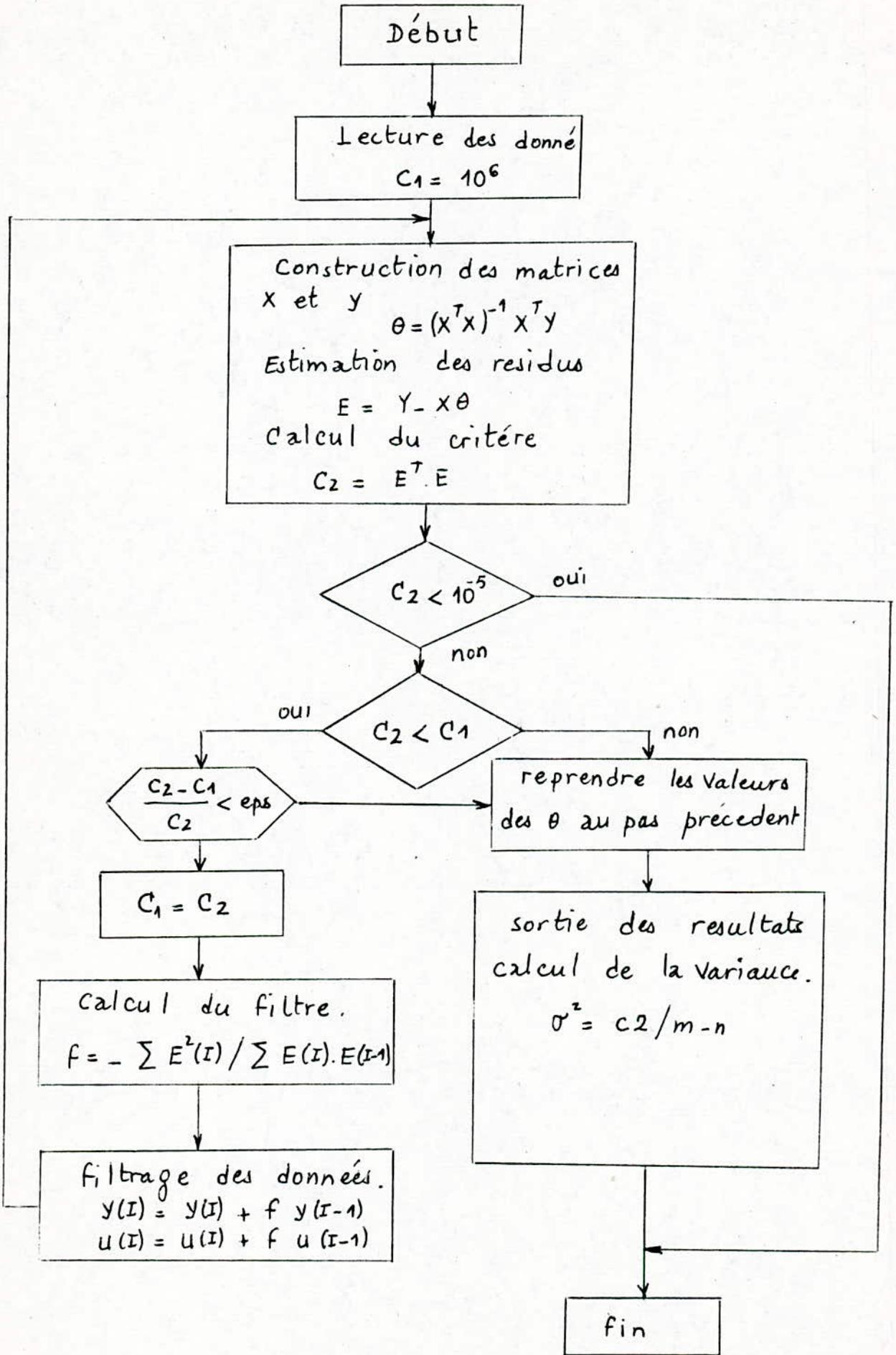
ANNEXES



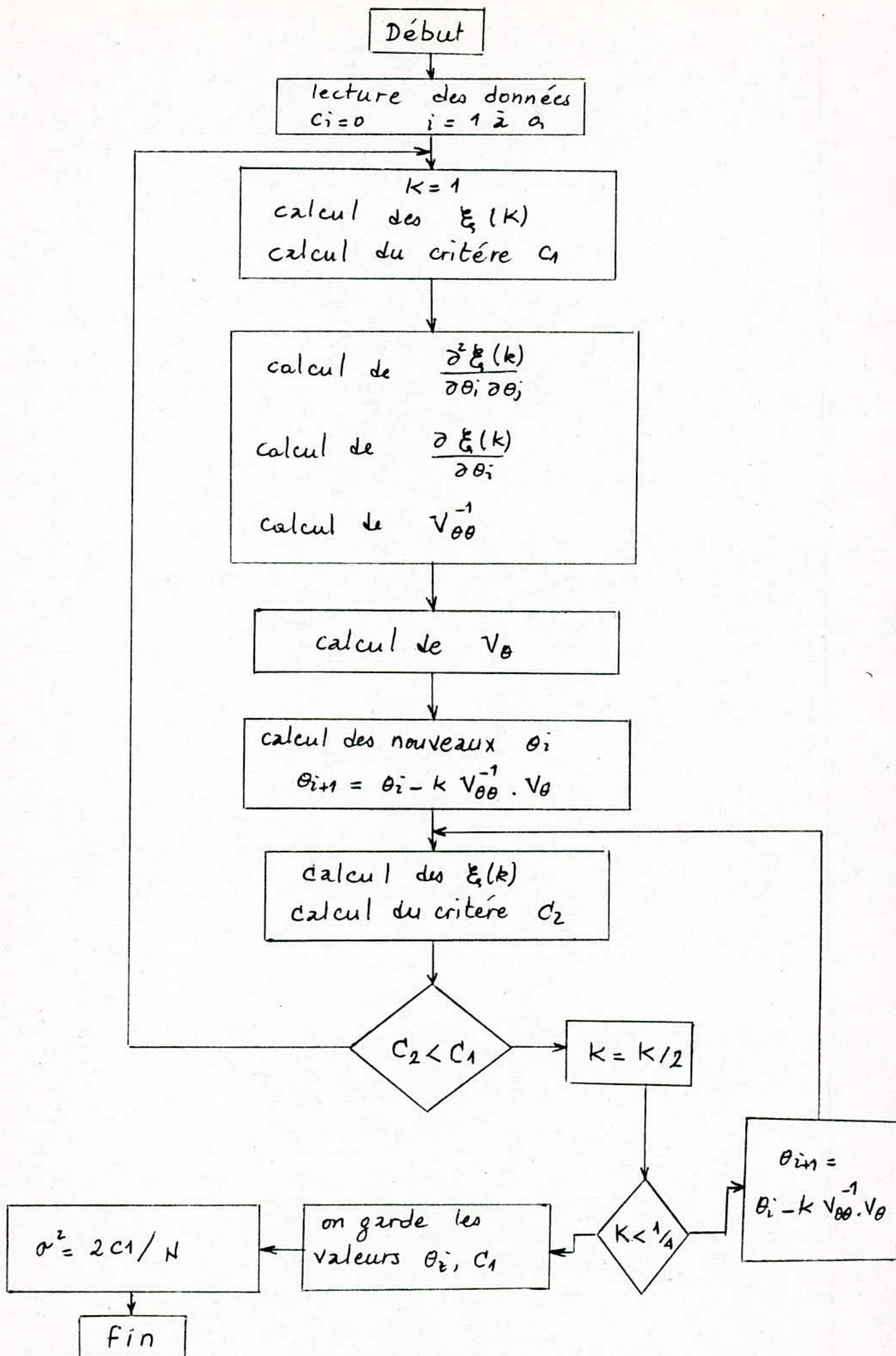
Génération des SBPA.



Méthode d'intercorrélation.



Méthode des moindres carrés généralisés.



Méthode du maximum de vraisemblance.

C ***** LA SIMULATION DE L'EDENTIFICATION SUR ORDINATEUR *****
 C C
 C C'EST POSSIBLE DE MODIFIER:
 1--> L'ORDRE DU SYSTEME: PN, GN
 2--> NOMBRE D'ECHOTILLONS
 3--> SIG DU BRUIT
 4--> MOY DU BRUIT
 5--> L'AMPLITUDE D'EXITATION D'ENTREE
 6--> LES CONDITIONS INITIALES: Y(1)----->Y(PN)
 7--> LA FORME DU BRUIT COROLLE(FORME DU FILTRE)

DIMENSION S2(600),U(600),XS(600)
 DIMENSION Y1(5),A(5),B(6)
 DIMENSION VY(5),VU(5),Y(300),TY(5),TU(5)
 DIMENSION XB(300),BR(300)
 DIMENSION YS1(300,1)
 DIMENSION XP(10,10),BP(10,1)
 DIMENSION TETA(10,1)
 DIMENSION XX(10)
 DIMENSION E(300,1),YP(300,1),ET(1,300)
 DIMENSION YS(300,1)
 DIMENSION XT(10,300),X(300,10),C2(1,1),XC(300,10)
 DIMENSION EN(300),ED(300),YF(300),UF(300)
 DIMENSION XP1(10,10),XP1(10,1)
 DIMENSION H(10),G(10)

C LR: LONGUEUR DU REGISTRE
 C LS: LONGUEUR DE LA SEQUENCE
 C1=1E+09
 P=?
 PN=?
 GN=?

C *****

OPEN (UNIT=5,FILE='FICH.DAT',STATUS='OLD')

OPEN(UNIT=6,FILE='FICH1.DAT',STATUS='NEW')

C *****
 PRINT*, 'DONNER LA VALEUR DE "A2"='
 ACCEPT*,A2

LR=9
 k1=9
 k2=5
 XS(1)=1.
 XS(2)=1.
 XS(3)=1.
 XS(4)=-1.
 XS(5)=-1.
 XS(6)=-1.
 XS(7)=1.
 XS(8)=1.
 XS(9)=1.
 LS=(2**LR)-1
 DO 1 I=1,LR
 S2(I)=A2*XS(I)
 CONTINUE
 DO 6 I=LR+1,LS
 XS(I)=-XS(I-k1)*XS(I-k2)
 S2(I)=A2*XS(I)

CONTINUE

```
*****
*****
```

```
PN ORDRE DU SYSTEME
GN TEMPS DE REPONSE(NOMBRE d'echantillons)
P+1 ORDRE DES PARAMETRES RELATIFS A L'ENTREE
L1=PN+P+1
L2=GN-PN
```

```
CHANGEMENT DES INDICES
DEVIENT U(PN+1-P)----->U(GN)
```

```
*****
```

```
DO 30 I=1,GN-PN+P
```

```
K=PN-P+I
```

```
U(K)=S2(I)
```

```
WRITE(*,2) K, U(K)
```

```
FORMAT(' U(',I4,')=' ,F5.2)
```

CONTINUE

```
*****
```

```
**** CONSTRUCTION DE LA MATRICE X ****
```

```
DIMENSION Y(5),A(5),B(5)
```

```
A(1)=?
```

```
A(2)=?
```

```
B(0)=?
```

```
B(1)=?
```

```
B(2)=?
```

```
Y(1)=?
```

```
Y(2)=?
```

```
PRINT*, ' J-1=',J-1,'
```

```
B(J-1)=' ,B(J-1)
```

CONTINUE

```
Y(PN):CONDITIONS INITIALES
```

```
*** ON CALCUL LES Y(I):I=PN+1----->GN (SORTIES DU SYSTEME)
```

```
DIMENSION VY(5),VU(5),Y(300)
```

```
***** Y=X*ETA+E *****
```

```
VY(0)=0
```

```
VU(0)=0
```

```
@@@ GENERATION DU BRUIT @@@
```

```
DIMENSION XB(1500),BR(1500)
```

```
BR(0)=0
```

```
DI=8192
```

```
SI=0
```

```
PI=6.283183071795/2
```

```
MOY=?
```

```
SIG=?
```

```
EI=INT(0.01*15)*2+11
```

```
SI=EI*181
```

```
SI=(SI/DI-INT(SI/DI))*DI
```

```
R1=SI*3.0517E-05
```

```
SB=GN
```

```
DO 40 I=1,SB
```

```
SI=SI*181
```

```

SI=(SI/DI-INT(SI/DI))*DI
R2=SI*3.0517E-05
AA1=SQRT(-2*LOG(R1))*COS(2*DI*R2)
XB(I)=AA1*SIG+MOY
XBR=2*(XB(I)-0.5)
BR(I)=BR(I-1)*0.6+XBR*(SB/100)
R1=R2
40 CONTINUE
C     @@@@@@@@@@@@@@@@@@
C
DO 50 K=1,GN-PN
DO 60 I=1,PN
M=PN+K-I
VY(I)=VY(I-1)-A(I)*Y(PN+K-1-I+1)+A(I)*BR(M)
WRITE(*,8)I, A(I), I, VY(I)
8   format(1X,'A(',I2,')='F10.3,6X,'VY(',I2,')='F10.3)
60 CONTINUE
DO 70 J=1,P+1
L=PN+1-J+K
VU(J)=VU(J-1)+B(J-1)*U(PN+1-J+1+K-1)
WRITE(*,9) J-1,B(J-1), J,VU(J)
9   FORMAT(1X,'B(',I2,')='F10.3,6X,'VU(',I2,')='F10.3)
70 CONTINUE
PRINT*, '*** Y: LES SORTIES DU SYSTEME BRUTEES ***'
I=PN+K
Y(I)=VY(PN)+VU(P+1)+BR(I)
WRITE(*,12) I ,Y(I)
12  FORMAT(1X,'Y(',I3,')='F15.3)
50 PRINT*, ' *****'
CONTINUE

```

```

*****
ecriture de la matrice X dans le fichier
      I Y(GN-1) .....Y(GN-PN) U(GN) .....U(GN-P)   I
      I      :                                     I
X=    I      :                                     I
      I      :                                     I
      I Y(PN) .....Y(1)          U(PN+1).....U(PN+1-P) I
      -----
                PN                                P+1

```

```

*****
42 DO 90 I=1,GN-PN
DO 90 J=1,PN
X(I,J)=Y(PN-J+1+I-1)
90 CONTINUE
DO 100 I=1,GN-PN
DO 100 J=1+PN,PN+1+P

```

```

100 X(I,J)=U(PN+1-J+1+PN+I-1)
CONTINUE
PRINT*, '          *** CONSTRUCTION DE LA MATRICE X ***'
DO 301 I=1,GN-PN
WRITE(*,123)I,(X(I,J),J=1,L1)
123 FORMAT(I4,5(1X,F8.3))
301 CONTINUE
PRINT*, ' *****'

```

```

C *****
C ***** CALCUL DU TRANSPOSEE DE X*****
DO 110 I=1,P+PN+1
DO 110 J=1,GN-PN
XT(I,J)=X(J,I)
110 CONTINUE
C ***** ( CALCULE DE LA MATRICE XP=XT*X ) *****
DO 132 I=1,L1
DO 132 K=1,L1
XP(I,K)=0
DO 132 J=1,L2
XP(I,K)=XP(I,K)+XT(I,J)*X(J,K)
132 CONTINUE
PRINT*, ' ***** LE PRODUIT XP=XT*X *****'
DO 133 I=1,L1
WRITE(*,31)I,(XP(I,K),K=1,L1)
31 FORMAT(1X,I4,5(F10.3))
133 CONTINUE
C*****

```

c programme d'inversion de la matrice xp

```

NN=L1-1
XP(1,1)=1.0/XP(1,1)
DO 4110 M=1,NN
K=M+1
450 DO 4260 I=1,M
G(I)=0
DO 4260 J=1,M
G(I)=G(I)+XP(I,J)*XP(J,K)
4260 CONTINUE
D=0
DO 4270 I=1,M
D=D+XP(K,I)*G(I)
4270 CONTINUE
EE=XP(K,K)-D
XP(K,K)=1.0/EE
DO 4280 I=1,M
XP(I,K)=-G(I)*XP(K,K)
4280 CONTINUE
DO 4290 J=1,M
H(J)=0
DO 4290 I=1,M
H(J)=H(J)+XP(K,I)*XP(I,J)
4290 CONTINUE
DO 4100 J=1,M
XP(K,J)=-H(J)*XP(K,K)
4100 CONTINUE
DO 4110 I=1,M
DO 4110 J=1,M
XP(I,J)=XP(I,J)-G(I)*XP(K,J)
4110 CONTINUE
C *****
C ***** XT*Y=XP1 *****
DO 3132 I=1,L1
XP1(I,1)=0

```

```

DO 3132 J=1,L2
XP1(I,1)=XP1(I,1)+XT(I,J)*Y(J+PN))
132 CONTINUE
PRINT*, '          ***** LE PRODUIT: XP1=XT*Y *****'
DO 3133 I=1,L1
WRITE(*,13)I, XP1(I,1)
3   FORMAT(10X,'XP1(',I4,')=',F10.3)
133 CONTINUE
*****
PRINT*, '          ***** TETA=XPI*XP1=((XT*X)**-1)*XT*Y *****'
DO 3134 I=1,L1
TETA(I,1)=0
DO 3134 J=1,L1
TETA(I,1)=TETA(I,1)+XP(I,J)*XP1(J,1)
134 CONTINUE
PRINT*, '          ***** TETA ESTIME *****'
DO 3135 I=1,L1-P-1
WRITE(6,14)I,- TETA(I,1),I,A(I)
4   FORMAT(/ ' TETA(',I2,',1)=',F10.3,12X,'A(',I2,',')=',F10.3)
135 CONTINUE
DO 3136 I=1,P+1
K=I+PN
WRITE(6,15)K, TETA(K,1),I-1,B(I-1)
5   FORMAT(/ ' TETA(',I2,',1)=',F10.3,12X,'B(',I2,',')=',F10.3)
136 CONTINUE

*****
** ON CALCULE LES RESIDUS ESTIMES **
**** E=Y-X*ETETA , ON POSE X*ETETA=YP (YP: SORTIE PREDITE)****

DO 136 I=1,L2
YP(I+PN,1)=0
DO 136 J=1,L1
YP(I+PN,1)=YP(I+PN,1)+X(I,J)*TETA(J,1)
36 CONTINUE
PRINT*, '          ***** PREDICTION DE LA SORTIE *****'
DO 137 I=1,L2
J=I+PN
WRITE(*,17)I, YP(J,1)
7   FORMAT(/ 1X,' YP(',I3,',1)=',F10.3)
37 CONTINUE
PRINT*, '*****'
DO 11 I=1,L2
E(I+PN,1)=Y(I+PN)-YP(I+PN,1)
1 CONTINUE
DO 138 I=1,L2
K=I+PN
WRITE(*,19)K ,Y(K), K, YP(K,1),K,E(K,1)
9   FORMAT(1X,'Y(',I3,',')=',F10.3,12X,'YP(',I3,',1)=',F10.3,12X,
1   'E(',I3,',1)=',F10.3)
38 CONTINUE

```

DONC ON A LE RESIDU E ESTIME

```

*****
***** CALCUL DU CRITERE C2 (C2=ET*E) *****

```

***** TRANSPOSEE DE E *****

DO 10 I=1,L2

J=I+PN

ET(1,J)=E(J,1)

WRITE(*,37)J, ET(1,J)

FORMAT(1X,'ET(1,',13,')=' ,F10.3)

CONTINUE

***** CALCUL DE C2 *****

C2(1,1)=0

DO 142 J=1,L2

K=J+PN

C2(1,1)=C2(1,1)+ET(1,K)*E(K,1)

CONTINUE

PRINT*, ' ***** LA VALEUR DU CRITERE *****'

PRINT*, ' C2(1,1)=' ,C2(1,1)

***** TEST SUR LE CRITERE *****

IF (C2(1,1).LT.10E-5)GOTO 1000

C1=C2(1,1)

** CALCUL DU FILTRE (q=1) BASE SUR E *****

** F=(XET*XE)**-1*XET*E

F(Z**1)*E(I)=XI(I) :XI(I)=BRUIT BLANC

** ESTIMATION DE E**

** E=Y-X*TETA

TETA :LA 1-ERE ESTIMATION

@@@ CALCUL DU FILTRE @@@

DIMENSION EN(300),ED(300)

EN(2)=0

ED(1)=0

DO 280 I=PN+1,GN

EN(I)=EN(I)+E(I,1)*E(I-1,1)

ED(I)=ED(I)+(E(I-1,1)**2)

CONTINUE

F=-EN(GN)/ED(GN)

PRINT*, '***** LA VALEUR DU FILTRE *****'

PRINT*, ' F=' ,F

@@@@@@@@@ FILTRAGE DES DONNEES @@@@@@@@@

DIMENSION YF(300),UF(300)

YF(I)=Y(I)+F*Y(I-1)

UF(I)=U(I)+F*U(I-1)

Y(0)=0

```
U(0)=0
DO 290 I=1,GN
YF(I)=Y(I)+F*Y(I-1)
290 CONTINUE
   DO 292 I=1,GN
Y(I)=YF(I)
   PRINT*,I,'           Y(I)=',Y(I)
292 CONTINUE
DO 310 I=PN+1-P,GN
UF(I)=U(I)+F*U(I-1)
310 CONTINUE
DO 312 I=PN+1-P,GN
U(I)=UF(I)
PRINT*,I,'           U(I)=',U(I)
312 CONTINUE
GOTO 42
1000 END
```

TETA(1,1)=	-1.497	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.697	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.007	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.998	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.508	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.501	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.702	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.020	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.497	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.501	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.498	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.699	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.504	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.498	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.698	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.506	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.497	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.698	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000

TETA(4,1)=	0.989	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.507	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.497	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.698	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.989	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.507	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.497	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.698	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.989	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.507	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.497	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.698	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.989	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.507	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.497	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.698	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.506	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.498	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.699	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.505	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.498	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.699	A(2)=	0.700

TETA(3,1)=	-0.018	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.504	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.499	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.699	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.503	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.499	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.503	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.499	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.502	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.501	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.501	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500

TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.500	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.020	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.500	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.020	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.500	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.501	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.501	B(2)=	0.500
TETA(1,1)=	-1.500	A(1)=	-1.500
TETA(2,1)=	0.700	A(2)=	0.700
TETA(3,1)=	-0.019	B(0)=	0.000
TETA(4,1)=	0.988	B(1)=	1.000
TETA(5,1)=	0.501	B(2)=	0.500

.....
: B I B L I O G R A P H I E :
.....

- B-1 Commande et regulation par calculateur numerique
Claude Foulard
Sylviane Gentil Eyrolles 1982
- B-2 Self-tuning and adaptive control theory and applications
H. Nicholson
B.H. Swanick 1981
- B-3 Introduction to stochastic control theory
Karl J. Astrom 1970