

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

7/95

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE MINIER

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

TOMOGRAPHIE SISMIQUE PAR L'ALGORITHMME  
ITERATIF D'INVERSION SIMULTANEE

Proposé par :

Etudié par :

Dirigé par :

Dr. N. BOUMBAR

Y. TITEM

Dr. N. BOUMBAR

PROMOTION 1994 / 1995

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE -- المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE MINIER

# PROJET DE FIN D'ETUDES

## SUJET

TOMOGRAPHIE SISMIQUE PAR L'ALGORITHMME  
ITERATIF D'INVERSION SIMULTANEE

Proposé par :

Etudié par :

Dirigé par :

Dr. N. BOUMBAR

Y. TITEM

Dr. N. BOUMBAR

PROMOTION 1994 / 1995

## DEDICACE



- A ma mère et mon père, pour leurs sacrifices à mon égard, et leurs encouragements qui m'ont toujours été utiles.
- A mon grand père, à qui je dois tout le respect, le dévouement et la reconnaissance.
- A mes frères.
- A mes soeurs.
- A toute ma famille et à toute la famille Amroun.
- A mes amis..

Je dédie ce modeste travail

TITEM Yacine

## REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Mes remerciements les plus vifs vont tout d'abord à Mademoiselle 'Boumbar , ma promotrice, pour m'avoir initié à la Géophysique et pour le temps ,l'aide et les conseils qu'elle m'a prodigué durant l'élaboration de ce travail.

Je transmets également mes sincères remerciements à tous les enseignants du département Génie Minier qui ont participé à ma formation.

Enfin je tiens à exprimer ma gratitude et ma reconnaissance à ma très chère cousine Hamida pour l'aide et le temps qu'elle m'a consacré.

## SOMMAIRE

	Page
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	1
<b>CHAPITRE I : LA PROSPECTION SISMIQUE</b>	3
1- Introduction	3
2- Théorie sismique	4
2.1- les ondes sismiques	4
2.2- l'atténuation des ondes sismiques	6
2.2.1- absorption	7
2.2.2- divergence sphérique	8
2.2.3- réfraction et réflexion	8
3- Les méthodes de la prospection sismique	12
3.1- méthode sismique par réfraction	12
3.2- méthode sismique par réflexion	14
3.3- méthode sismique par transmission	15
<b>CHAPITRE II : LA TOMOGRAPHIE SISMIQUE</b>	17
1- Introduction	17
1.1- définition	17
1.2- domaines d'applications	17
2- Principe physique	17
3- Tomographie sismique	23
3.1- introduction	23
3.2- les domaines d'application	24
3.3- imagerie des données sismiques	26
3.3.1- image des vitesses	26
3.3.2- image de l'atténuation	27
<b>CHAPITRE III : RESOLUTION</b>	30
1- Introduction	30
2- Méthode des équations normales	30
2.1- analyse d'un système linéaire arbitraire	30
2.2- décomposition en valeurs singulières	34
2.3- résolution du système	35
2.3.1- matrice de résolution	36
2.3.2- matrice densité de l'information	36

2.3.3- sens de la solution	36
3- Les méthodes de résolution géométriques	36
3.1- introduction	36
3.2- les méthodes A.R.T.	37
3.3- les méthodes S.I.R.T.	44
3.4- la méthode B.P.T.	50
CHAPITRE IV : REALISATION DU PROGRAMME DE CALCUL	53
1- Introduction.	53
2- Organigramme des méthodes itératives	53
3- Choix du modèle géométrique	56
4- Présentation du programme	58
4.1- les fichiers	58
4.2- les menus	60
4.3- Structure du programme "Tomograf"	62
4.3.1- les fonctions	62
4.3.2- l'unité "Matrix"	63
4.3.3- les procédures	63
CHAPITRE V : APPLICATION SUR DES DONNEES SYNTHETIQUES	69
1- Introduction	69
2- Réalisation du modèle synthétique	69
3- Application sur modèle 1	71
3.1- utilisation de la B.P.T.	72
3.2- utilisation de la S.I.R.T.	72
3.2.1- solution initiale par la B.P.T.	72
3.2.2- solution initiale homogène (S = 0)	73
3.2.3- solution initiale homogène (S = 1)	74
3.2.4- solution initiale homogène (S = 2)	75
3.3- conclusion	76
4- Application sur modèle 2	77
4.1- utilisation de la B.P.T.	78
4.2- utilisation de la S.I.R.T.	78
4.2.1- solution initiale par la B.P.T.	78
4.2.2- solution initiale homogène (S = 0)	79
4.2.3- solution initiale homogène (S = 0.34)	80
4.3- conclusion	81

<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>82</b>
<b>ANNEXE 1 : Démonstration de l'équivalence entre la solution donnée par l'inverse généralisé et celle des moindres carrés</b>	<b>84</b>
<b>ANNEXE 2 : Liste des variables globales du programme</b>	<b>85</b>
<b>ANNEXE 3 : Texte de l'unité "Matrix"</b>	<b>86</b>
<b>ANNEXE 4 : Texte du programme "Tomograf"</b>	<b>90</b>
<b>ANNEXE 5 : Images des vitesses obtenues par le programme "tomograf"</b>	<b>105</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>125</b>

# CHAPITRE 1

# LA PROSPECTION SISMIQUE

## INTRODUCTION GENERALE

L'inversion des données sismiques concerne l'interprétation des temps des arrivées des ondes en terme de vitesse de propagation à travers le sous-sol.

La tomographie est sans doute la technique la plus sophistiquée des méthodes géophysiques utilisées dans la connaissance des réservoirs pétroliers, en détectant les hétérogénéités importantes entre les puits. Elle permet également par des mesures entre galeries, d'obtenir des indications précieuses sur les propriétés mécaniques des terrains en exploitation minière et en génie civil.

Cette technique suppose que les tirs sismiques sont effectués le long d'un puits ou d'une galerie, et éventuellement en surface, et que les géophones sont échelonnés le long d'un autre puits ou d'une autre galerie.

Les enregistrements obtenus correspondent à des rayons qui ont traversé en tous sens la zone étudiée. L'interprétation des temps des premières arrivées de ces rayons nous permet d'en déduire des renseignements sur les vitesses sismiques des différents terrains situés dans cette zone.

La résolution du problème repose sur certains processus mathématiques dont l'étude est l'objet majeur de ce mémoire.

Comme on le verra par la suite, la mise en oeuvre de ces processus exige un volume de calcul assez considérable qui nécessite l'emploi de l'ordinateur.

Dans le chapitre 1, on rappelle quelques notions sur la nature des ondes sismiques, sur les propriétés de leur propagation dans le sous-sol, ainsi que celles concernant leur emploi dans les différentes méthodes de prospection (réfraction, réflexion et transmission).

Le chapitre 2 présente la tomographie en spécifiant plus en détail les domaines d'application, les bases théoriques, ainsi que son application à l'imagerie des données sismiques.

La résolution sera abordée au chapitre 3, en présentant la méthode des équations normales (méthode des moindres carrés) qui se base sur la résolution des systèmes

d'équations linéaires, ainsi que les méthodes géométriques itératives relatives au processus des moindres carrés. On discutera leurs propriétés de convergence ainsi que les limites de leur utilisation.

En terme d'application on va réaliser un programme informatique qui traite les données de mesure, afin de produire l'image du caractère sismique associé en se basant surtout sur la méthode SIRT.

Enfin et pour tester le comportement de cette méthode ainsi que celui du programme, une application sera réalisée sur des données de mesures synthétiques.

# CHAPITRE I

## LA PROSPECTION SISMIQUE

### 1- INTRODUCTION

La prospection sismique a pour objet la détermination des gisements minéraux, (y compris les hydrocarbures, les gisements métallifères, l'eau, les ressources géothermiques, etc.), des sites archéologiques et l'étude géologique nécessaire en génie civil, à l'aide d'ondes élastiques provoquées. Elle livre des données qui, exploitées en conjonction avec d'autres informations géophysiques peuvent nous instruire quant à la structure et à la répartition des différents types de roches. D'une façon plus générale elle se traduit par la cartographie des structures géologiques.

Les vastes applications de la sismique prouvent son importance en géologie pétrolière. Presque toutes les compagnies pétrolières s'appuient sur l'interprétation sismique pour choisir l'implantation des forages d'exploration. De même, les méthodes sismiques sont importantes en hydrogéologie et en génie civil ; quelle est la profondeur du rocher, lorsque l'on envisage de construire un grand édifice, un barrage, une autoroute ou un port ? Faudra-t-il dérocher pour construire une telle route ? Des risques existent-ils sous tel site à construire - cavité karstique ou mine oubliée ? Un tunnel ou une galerie de mine vont-ils rencontrer des venues d'eau ? Des failles compromettent-elles la stabilité des ouvrages miniers, d'une centrale nucléaire, etc.

Concernant la recherche minière, la prospection sismique définit mal les interfaces entre les différents types de roches lorsque celles-ci ont des formes très irrégulières, cependant elle sert plutôt à déterminer l'emplacement de caractères associés : par exemple des chenaux remblayés dans lesquels se seraient accumulés des minéraux lourds.

La prospection sismique est une application de la sismologie générale. Lors d'un séisme la terre se fracture et les roches situées de part et d'autre de la faille se déplacent en sens opposés. Cette faille produit des ondes sismiques qui se propagent en s'éloignant de la zone de fracture.

Des sismographes enregistrent les ondes . Des informations sur la nature des roches dans lesquelles les ondes se sont propagées sont déduites à partir des données enregistrées.

## **2- THEORIE SISMIQUE**

### **2.1- Les ondes sismiques**

Les méthodes sismiques sont fondées sur la propagation des ondes élastiques dans la terre. Cette propagation dépend des propriétés élastiques des roches. La dimension et la forme d'un corps matériel peuvent être modifiées en appliquant des forces à la surface externe. Ces forces extérieures sont opposées à des forces intérieures qui résistent à tout changement. Il en résulte que le corps intéressé tend à retourner à sa situation initiale lorsque les forces extérieures cessent d'agir. Cette propriété de résister à toute modification des dimensions et de forme et de retourner à l'état initial lorsque les forces extérieures deviennent inactives est appelée **élasticité**.

Beaucoup de substances, y compris les roches peuvent être considérées comme parfaitement élastiques, sans erreur appréciable, pourvu que les déformations dont elles font l'objet soient petites.

L'émission sismique se traduit par l'application brutale au voisinage de la surface du sol d'une certaine contrainte. La théorie de l'élasticité et le principe fondamental de la dynamique montrent qu'il en résulte une propagation d'ondes sismiques par deux mécanismes différents qui donnent naissance à deux types d'ondes se propageant d'une manière indépendante.

- **Ondes primaires P**

Ondes longitudinales ou de compression, c'est-à-dire qu'elles mettent en mouvement les particules parallèlement à leur direction de propagation, elles sont animées d'une vitesse  $V_p$ .

- **Ondes secondaires S**

Ondes transversales ou de cisaillement, elles sont animées d'une vitesse  $V_s$ , légèrement supérieure à la demi vitesse des ondes P. Leur passage dans le sous-sol se traduit par une contrainte de cisaillement perpendiculaire à la direction de propagation. Les ondes S ne se propagent pas dans les liquides.

Soit  $\vec{u}$  le vecteur déplacement dans un solide. Alors Lors d'un ébranlement on peut montrer que :

-- Pour les ondes P l'équation de propagation est:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = V_p^2 \cdot \nabla^2 \theta$$

$\theta$  : est la dilatation volumique, avec:

$$\theta = \text{div } \vec{u}$$

-- Pour les ondes S l'équation de propagation s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \vec{\alpha}}{\partial t^2} = V_s^2 \cdot \nabla^2 \vec{\alpha}$$

$$\vec{\alpha} = \text{rot } \vec{u}$$

La vitesse  $V$  des ondes élastiques peut être exprimée en fonction des constantes élastiques et de la densité.

-- Pour les ondes P la vitesse est :

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

-- Pour les ondes S la vitesse est:

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$\lambda, \mu$  : Paramètres élastiques de Lamé.

$\rho$  : est la densité du milieu.

Les valeurs du module de Young  $Y$ , du coefficient de Poisson  $\sigma$  et du module de cisaillement  $\mu$  à prendre en considération en sismique sont les valeurs dynamiques par opposition aux valeurs statiques obtenues par les essais habituels de mécanique des sols. On montre que dans un milieu élastique isotrope  $Y, \sigma$  et  $\mu$  peuvent se déduire des vitesses des ondes P et S [ Lavergne M., 1984 ; Telford W., 1982]

$$\sigma_{\text{dyn}} = \frac{V_p^2 - 2V_S^2}{2(V_p^2 - V_S^2)}$$

$$Y_{\text{dyn}} = \frac{(1 + \sigma_{\text{dyn}})(1 - 2\sigma_{\text{dyn}})\rho V_p^2}{1 - \sigma_{\text{dyn}}}$$

$$\mu_{\text{dyn}} = \frac{Y_{\text{dyn}}}{2(1 + \sigma_{\text{dyn}})}$$

## 2.2- L'atténuation des ondes sismiques

L'ensemble des points atteints par l'ébranlement après un temps  $t$  constituent un front d'onde. Les fronts d'onde successifs constituent une représentation très physique de la propagation, mais peu commode du point de vue calcul. On utilise donc la notion de rayons sismiques, perpendiculaires aux fronts d'onde.

Lorsqu'une onde sismique se propage dans le sous-sol, elle perd progressivement son énergie en raison des phénomènes suivants:

### 2.2.1- Absorption

Lorsque le milieu n'est pas parfaitement élastique ce qui est souvent le cas, l'onde sismique subit une certaine dissipation. Une partie de l'énergie est transformée d'une manière irréversible en chaleur. C'est le phénomène d'absorption. L'absorption est liée à la fréquence de l'onde sismique et d'une manière générale, plus la fréquence est élevée plus l'absorption est importante. Ce caractère fondamental des ondes sismiques peut être étudié à travers le coefficient d'absorption ou facteur d'atténuation spécifique  $\alpha$  [Baddari K., 1994]:

$$\alpha = \frac{1}{x} \ln \frac{A(o)}{A(x)} \quad ; (\text{unité de distance})^{-1}$$

$A(o)$ : est l'amplitude à la source.

$A(x)$ : est l'amplitude à la distance  $x$  par rapport à la source.

L'atténuation résultant du comportement non élastique des formations géologiques peut se décrire par le facteur de qualité  $Q$ . Une définition physique simple du facteur de qualité est :

$$Q = \pi \cdot n$$

$n$  définissant le nombre de cycles nécessaire pour réduire l'amplitude d'un facteur de  $e$  (2,72), ou bien encore:

$$\frac{1}{n} = \delta = \ln \frac{A(o)}{A(x)}$$

$\delta$ : étant le décrément logarithmique.

### 2.2.2- Divergence sphérique

Même en milieu homogène et isotrope (pas d'absorption), le mouvement des particules s'atténue en général au cours de la propagation à cause de l'expansion des fronts d'ondes. C'est l'atténuation géométrique, ou atténuation par divergence. Ce phénomène n'entraîne pas une perte d'énergie, la divergence sphérique implique qu'une énergie donnée se propage à l'intérieur "d'un cône de propagation", l'aire des sections successives de ce cône fictif croît comme le carré de la distance  $r$  (voir fig 1) ; donc l'énergie  $E$  par unité d'aire diminue, et on a :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

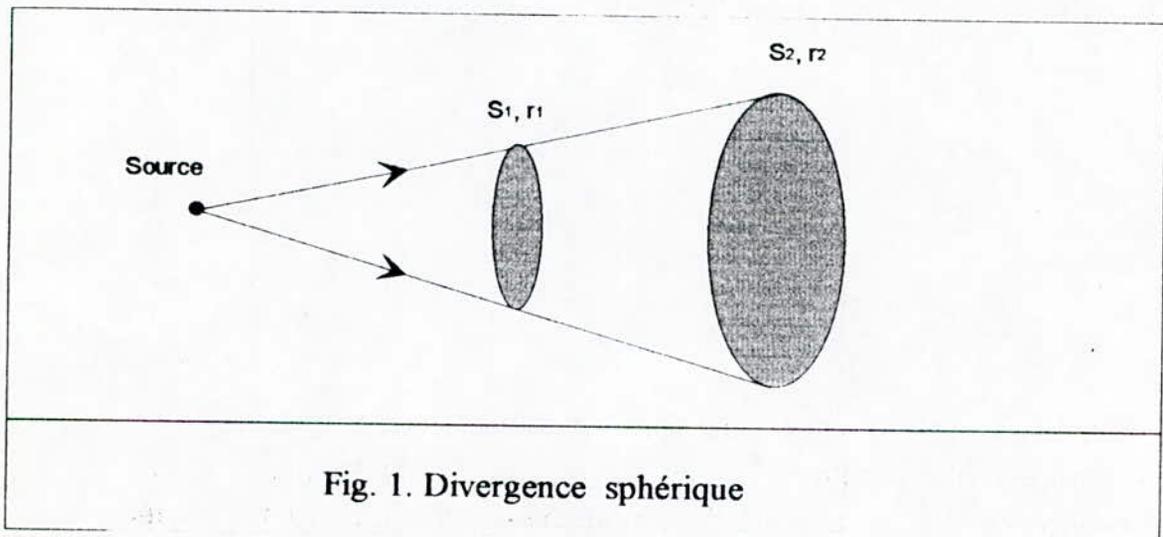


Fig. 1. Divergence sphérique

### 2.2.3- Réfraction et réflexion

Les ondes sismiques sont assimilables aux ondes élastiques, celles-ci se comportent comme des ondes lumineuses, elles sont réfléchies et réfractées à la rencontre de toute interface et elles sont atténuées. Elles obéissent au principe de Huygens et de Fermat. C'est ce comportement qui nous permet de calculer en fonction du temps, la position du front d'onde.

La réflexion d'une partie de l'énergie sur les interfaces entre deux milieux d'impédance acoustiques différentes ( Impédance = vitesse x densité) obéit aux lois de l'optique géométrique (égalité des angles d'incidence et de réflexion).

La réfraction d'une partie de l'énergie à travers des interfaces séparant des milieux de vitesses sismiques différentes, comme en optique géométrique, suit la loi de Snell - Descartes :

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

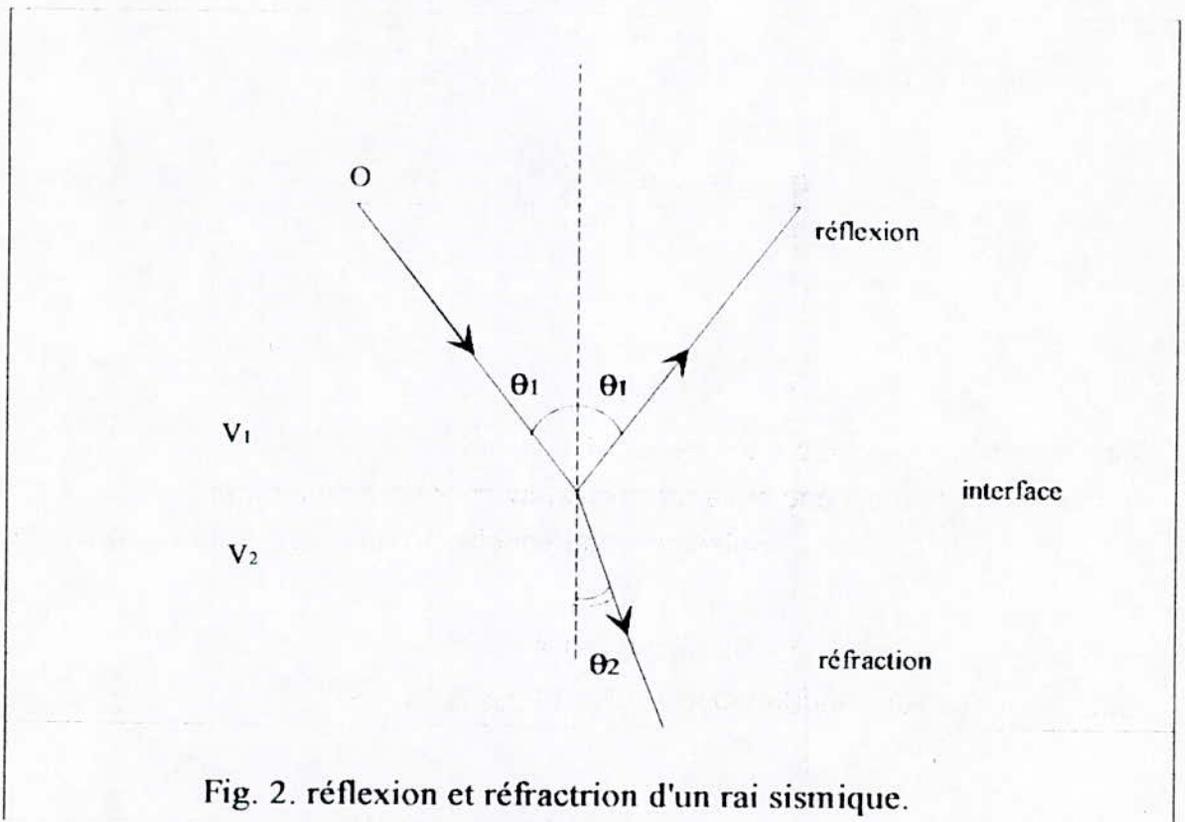


Fig. 2. réflexion et réfraction d'un rai sismique.

En sismique on ne s'intéresse qu'à l'onde réfractée qui correspond à un angle d'incidence critique tel que l'angle de réfraction  $\theta_2$  est de  $\pi/2$ . C'est l'onde conique.

La figure 3 illustre les trajets, direct, réfléchi et réfracté d'un rayon sismique émanant du point O (source de l'ébranlement). La partie supérieure montre les courbes temps distance (dromochroniques) qui en résultent.

Le trajet direct correspond à la propagation en ligne droite depuis la source O jusqu'aux divers récepteurs (B, Q, ...), la courbe temps distance passant par l'origine est une droite d'équation:

$$t = \frac{x}{V_1}$$

La courbe temps - distance du trajet réfléchi est une hyperbole d'équation

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V_1^2}$$

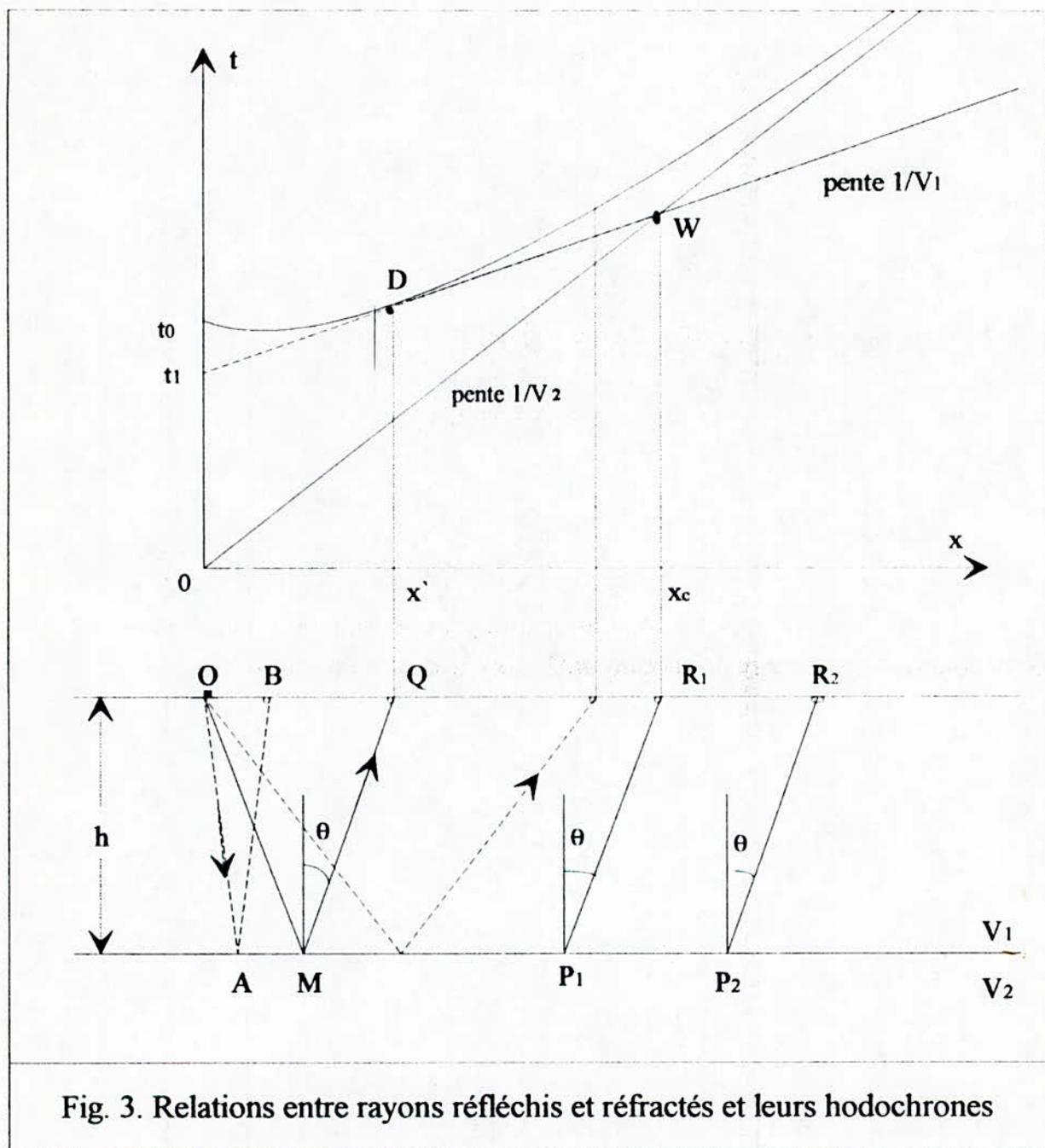
$$t_0 = \frac{2h}{V_1}$$

Pour  $X = 0 \Rightarrow t_0$  correspond au trajet réfléchi aller retour sous l'incidence normale. L'hyperbole de réflexion a pour asymptote la droite du trajet direct.

A une distance  $x' = 2h[(V_2/V_1) - 1]^{-1/2}$  correspondant au point Q sur la figure 3, l'angle de réflexion est égal à l'angle de réfraction critique  $\theta_c = \arcsin(V_1/V_2)$ , à partir de cette distance il existe un trajet réfracté le long de l'interface  $V_2 - V_1$  pour autant que  $V_2 > V_1$  et la courbe temps - distance correspondante est une droite d'équation :

$$t = \frac{x}{V_2} + \frac{2h \cdot \cos\theta}{V_1}$$

La pente  $1/V_2$  est plus faible que celle du trajet direct, il y a donc intersection pour une distance  $x_c$ . On constate donc que la première arrivée correspond à un trajet direct si  $x < x_c$  et un trajet réfracté si  $x > x_c$ . Une onde réfléchie ne correspond jamais à une première arrivée.



### 3- LES METHODES DE LA PROSPECTION SISMIQUE

#### 3.1- Méthodes sismique par réfraction

La sismique réfraction est une méthode très intéressante en géologie de l'ingénieur et en géotechnique. Elle permet de couvrir rapidement et économiquement des surfaces importantes et peut fournir une quantité considérable d'informations.

La sismique réfraction est une méthode d'exploration du sous-sol qui consiste à observer en surface les ondes réfractées le long de certaines interfaces "marqueurs" pour en déduire les vitesses de propagation et les profondeurs. Les interfaces susceptibles de constituer des marqueurs en sismique réfraction sont celles qui séparent un milieu supérieur de vitesse  $V_1$  et un milieu inférieur de vitesse  $V_2$  plus grande que  $V_1$ .

En schématisant à l'extrême, on peut considérer que les ondes descendent obliquement à la vitesse  $V_1$ , de la source jusqu'au marqueur, pénètrent dans le milieu rapide sous l'angle d'incidence critique,

$$\theta_c = \arcsin \frac{V_1}{V_2};$$

voyagent le long de l'interface à la vitesse  $V_2$ , émergent sous l'angle  $\theta_c$ , et remontent dans le milieu supérieur à la vitesse  $V_1$  jusqu'à la surface du sol (fig 3)

La méthode cherche à représenter en profondeur les différents marqueurs et à déterminer les vitesses de propagation le long de ces marqueurs. la détermination précise des instants d' arrivée des ondes réfractées à la surface du sol en fonction de la distance source-détecteur, permet d' y parvenir.

En pratique il est souvent nécessaire d'effectuer des tirs "directs" de **S** vers **R<sub>1</sub>**, **R<sub>2</sub>**, ... **R<sub>n</sub>** et des tirs "inverses" de **S** vers **R<sub>n</sub>**, **R<sub>n-1</sub>**, ... **R<sub>1</sub>**, pour pouvoir calculer simultanément les profondeurs, les vitesses et les pendages des couches.

## Applications

La sismique réfraction est appliquée dans une gamme sans cesse croissante de circonstances. Parmi les applications typiques on cite :

- **Excavabilité**

La sismique réfraction constitue la méthode la plus efficace pour déterminer in situ l'excavabilité des terrains. La vitesse sismique des ondes P est surtout fonction de la compacité des terrains et de la teneur en eau. On trouve même que certains constructeurs de matériel de terrassement ont établi des tables donnant la rippabilité des terrains en fonction de la vitesse sismique  $V_p$ .

Les applications les plus typiques sont la reconnaissance des terrassements routiers et ferroviaires, la dragabilité des roches sous l'eau, l'exploitation des carrières.

- **Fondations**

La sismique de surface permet de déterminer le niveau de la roche compacte, des zones altérées ou faillées. Il est à noter que l'altération, la fracturation et la détente entraîne une forte diminution de la vitesse.

- **Glissements de terrains**

La sismique réfraction permet de déterminer l'épaisseur des terrains déconsolidés ou détendus et la position du terrain sain sous-jacent. La méthode est surtout efficace dans le cas de glissements de terrains rocheux où le contraste de vitesse sismique entre le bedrock compact en place et la roche altérée glissée est très net.

- **Carrières**

La sismique réfraction est utilisée pour déterminer l'épaisseur des terrains de couverture, et les moyens d'excavation du gisement, pour localiser des zones faillées ou altérées, ainsi que pour la recherche des cavités et le contrôle des injections, ...

### 3.2- Méthode sismique par réflexion

La sismique-réflexion est une méthode d'exploration qui consiste à engendrer des ébranlements dans le sol, et à observer en surface les ondes réfléchies sur les interfaces géologiques du sous-sol. On peut ainsi obtenir une cartographie des structures en profondeur, en mesurant les temps d'arrivées des événements réfléchis, et définir certaines variations stratigraphiques en analysant le caractère des signaux réfléchis.

#### Applications

Les techniques de la sismique réflexion constituent un outil puissant pour l'investigation dans les profondeurs du sous-sol, dans les rivières et les canaux, ainsi que dans les environnements marins. Ses principales applications sont :

- Les reconnaissances géologiques générales : définitions des structures et de la stratigraphie d'une région donnée.
- Les études de l'environnement : stabilité des talus, détection du relief sous-marin, évaluation de la dynamique des sédiments, contrôle des exploitations sous-marines (dragage des bancs de sable).
- Les études géotechniques : Elles concernent l'investigation des sites pour les travaux de dragage, la détermination de la profondeur du rocher, la détection des structures enterrées, et l'étude de la stabilité des plates formes offshore (pétrolières), des tunnels ainsi que des barrages.

La principale différence entre la réflexion et la réfraction vient de la distance entre le point de tir et les géophones. Celle-ci est grande par rapport aux profondeurs des interfaces étudiées pour la réfraction alors qu'en réflexion, elle est petite ou du même ordre de grandeur. Les rayons en réfraction sont donc surtout horizontaux, alors qu'en réflexion, ils sont d'abord verticaux. C'est pourquoi les applications des méthodes de réfraction sont plus limitées que celles de la réflexion.

La sismique réflexion terrestre et marine reste de très loin la technique la plus utilisée pour l'étude des structures susceptibles de contenir des hydrocarbures. La sismique réfraction est beaucoup moins utilisée pour les investigations profondes, car elle nécessite des dispositifs de mesure très longs. Elle est en revanche particulièrement bien adaptée aux prospections à faible profondeur (0 - 50 m), et elle donne la possibilité d'interpréter les résultats en terme de caractéristiques mécaniques; c'est-à-dire la détermination des constantes élastiques  $\gamma$ ,  $\sigma$ ,  $\mu$ .

### 3.3- Méthode sismique par transmission

La sismique par transmission étudie la propagation directe des ondes sismiques entre les sources et les détecteurs placés entre des puits ou des galeries, pour obtenir des informations sur les propriétés acoustiques des terrains traversés. Elle est surtout employée en exploitation minière et en génie civil. Les profils sismiques ont pour objet l'étude de la propagation des ondes sismiques entre la surface et les puits (profils verticaux) ou entre puits (profils horizontaux). Les profils verticaux sont souvent mis en oeuvre par les pétroliers pour obtenir des informations sur les propriétés acoustiques des terrains autour des puits.

#### La Tomographie

Cette méthode sera présentée d'une façon plus détaillée au cours des chapitres suivants, cependant il est à noter que la tomographie est une méthode de prospection par transmission de puits à puits ou de galerie à galerie. Les vitesses sismiques sont déterminées entre les puits ou les galeries, par le calcul des trajectoires des rayons sismiques et interprétation itérative (fig. 4). L'interprétation itérative consiste à se donner a priori une tomographie de départ, à calculer les temps de propagation à travers ce schéma, à les comparer aux temps expérimentaux, à corriger le schéma de départ et ainsi de suite jusqu'à ce que la différence entre les tomographies calculées et mesurées soit suffisamment petite. On peut calculer des tomographies de vitesses pour les ondes de compression et pour les ondes de cisaillement, des tomographies d' amplitude et d' atténuation, des tomographies d' impédance acoustique.

Les tomographies par transmission permettent d' améliorer la connaissance du sous-sol en détectant les hétérogénéités importantes entre les puits et les galeries. Elles donnent des indications précieuses sur les propriétés mécaniques des terrains en exploitation minière et en génie civil.

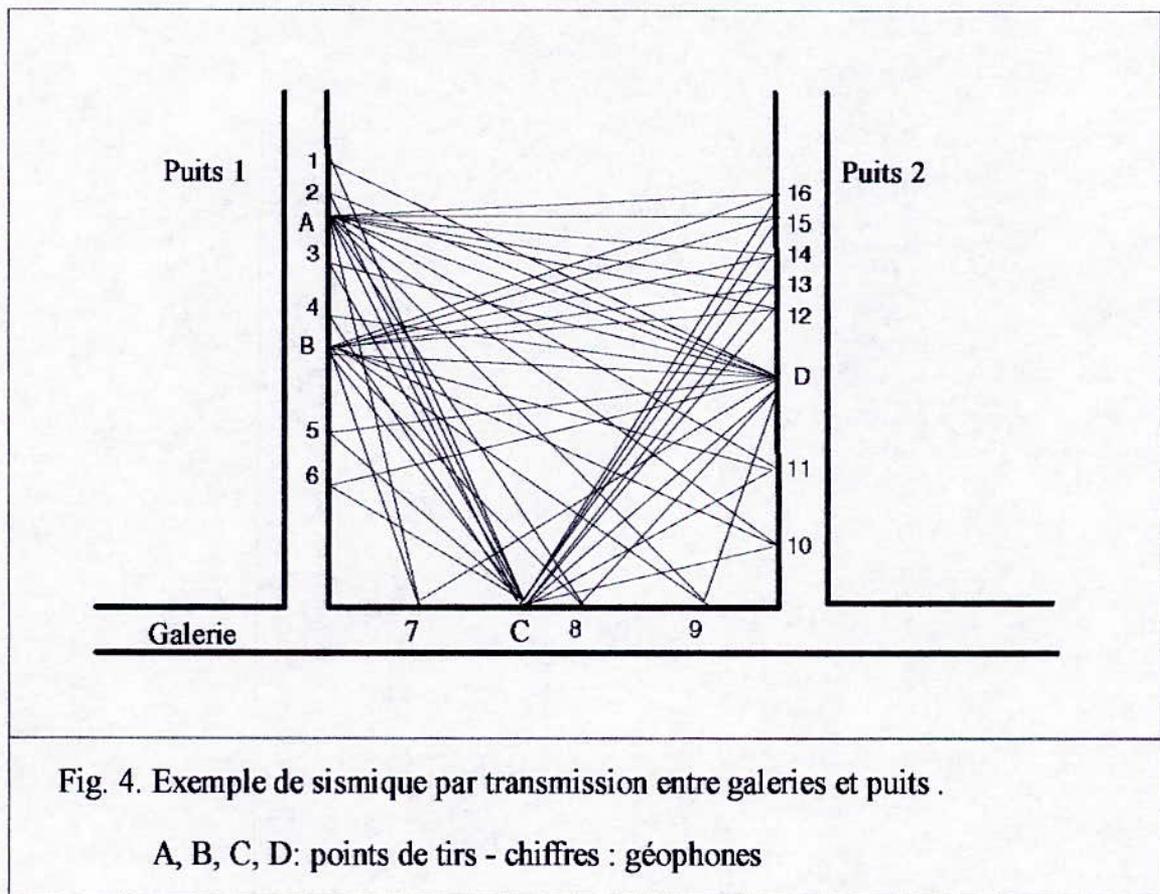


Fig. 4. Exemple de sismique par transmission entre galeries et puits .

A, B, C, D: points de tirs - chiffres : géophones

# CHAPITRE 2

## LA TOMOGRAPHIE SISMIQUE

## **CHAPITRE II**

### **LA TOMOGRAPHIE SISMIQUE**

#### **1- INTRODUCTION**

##### **1.1- Définition**

La tomographie est la représentation de la mesure (discrète ou continue) d'un paramètre physique en tout point d'un milieu ou encore imagerie tridimensionnelle (ou bien en deux dimensions) de ce paramètre, en exploitant pour cela les propriétés de la propagation des ondes dans ce milieu.

##### **1.2- Domaines d'application**

La tomographie a révolutionné le monde de l'imagerie médicale, elle a eu un grand impact sur la radiologie, la neurologie, la médecine nucléaire, sans oublier la microscopie électronique. Récemment de nouvelles applications ont vu le jour, en géophysique, et sur une échelle régionale elle apporte une contribution essentielle en sismologie à la connaissance de la structure interne du globe en exploitant pour cela les séismes ; sur une échelle locale elle intervient essentiellement en recherche minière, en exploration pétrolière et en génie civil, en utilisant des ondes sismiques artificielles ou bien des ondes électromagnétiques.

#### **2- PRINCIPE PHYSIQUE**

La propagation des ondes électromagnétiques ou des ondes sismiques est liée aux propriétés physiques du milieu traversé.

Pour les ondes sismiques ce sont la vitesse, le coefficient d'atténuation, la densité ainsi que les différents coefficients élastiques. Dans les cas des ondes électromagnétiques ce sont la permittivité diélectrique absolue ou relative, la perméabilité magnétique ainsi que la vitesse de propagation.

Quel que soit le type d'onde traité, on utilise l'analogie avec l'optique géométrique et on considère alors les rayons d'ondes (ou rais) qui représentent les perpendiculaires aux fronts d'ondes.

Contrairement aux fronts d'ondes, les rais n'ont aucune réalité physique mais leur utilisation s'avère judicieuse.

Soit la propagation d'un rai à travers l'espace  $R$ , entre un point source  $E$  et un point d'observation  $O$ , le milieu sera caractérisé par le paramètre physique  $F$ . Pour un milieu hétérogène, la propriété  $F$  diffère d'un point à un autre c'est pourquoi elle sera notée  $F(r)$  avec:

$r = (x, y, z)$  : représente les coordonnées à l'intérieur de l'espace  $R$ .

Le problème peut être formulé dans n'importe quelle dimension ( $D$ ), dans ce qui suit on prendra  $D=3$ .

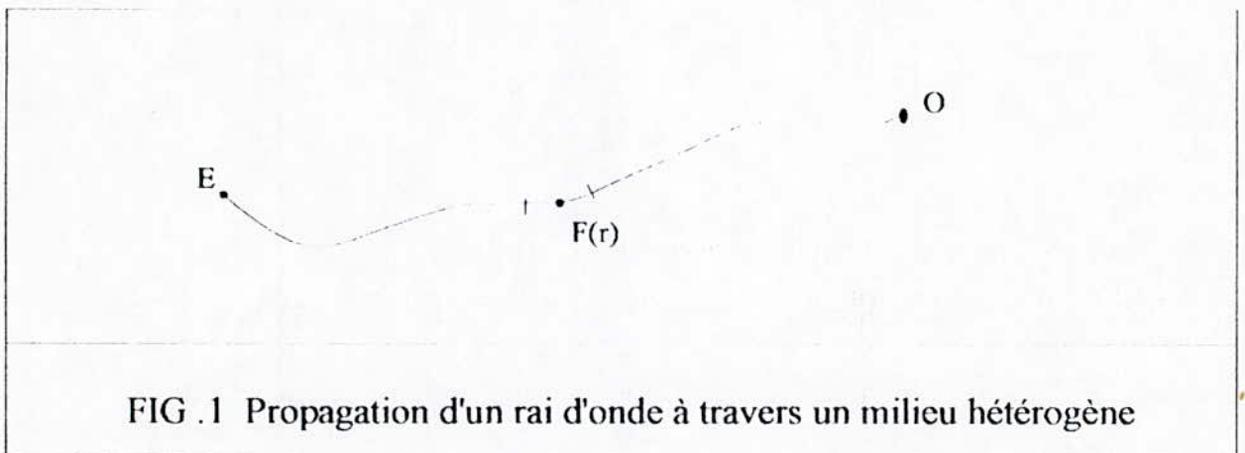


FIG .1 Propagation d'un rai d'onde à travers un milieu hétérogène

Alors d'après [Ivansson S., 1987 et Brzostowski M.A., 1992], toute observation  $\theta_i$  qui peut s'exprimer à l'aide d'une intégrale curviligne le long du chemin  $L_i(F)$  tel que:

$$\theta_i = \int_{L_i(F)} F(r).d^D r \quad (1)$$

peut être utilisée comme donnée dans l'imagerie de la distribution de  $F$  par les méthodes tomographiques.

avec :

- $\theta_i$  : est une fonction non linéaire de  $F(r)$ .
- $d^D r$  : est la différentielle par rapport à l'espace  $R$ ,  $D$  étant la dimension de ce dernier.
- $L_i(F)$  : représente le trajet reliant l'émetteur au récepteur, qui correspond selon le principe de Fermat au temps de propagation minimum.

La non linéarité est due à la dépendance très complexe entre  $L_i(F)$  et  $F$ , puisque toute variation de  $F$  conduit à une déviation du chemin  $L_i$ .

Le problème est linéarisé en spécifiant un modèle initial  $F^0(r)$  et toute observation faible  $\delta \theta_i$  est reliée dans un cadre approximatif à une perturbation  $\delta F(r)$  par rapport au modèle initial soit donc :

$$\theta_i^0 = \int_{L_i(F^0)} F^0(r).d^D r \quad (2)$$

et

$$\theta_i = \int_{L_i(F)} F(r).d^D r \quad (3)$$

L'hypothèse de la linéarité ainsi que le principe de Fermat qui stipule que la perturbation de l'observation n'est due en première approximation qu'à une variation des propriétés physiques du milieu le trajet restant inchangé, nous permettent d'assimiler  $L_i(F^0)$  à  $L_i(F)$  ce qui nous donne:

$$\delta \theta_i = \theta_i - \theta_i^0 = \int_{L_i(F^0)} (F(r) - F^0(r)).d^D r$$

$$\Rightarrow \delta\theta_i = \int_{L_i(F^0)} \delta F(r) \cdot d^D r \quad (4)$$

Ainsi on peut linéariser le système (1) et écrire que :

$$\theta_i = \int_{L_i(F^0)} F(r) \cdot d^D r \quad (5)$$

Pour un modèle homogène  $F^0(r)$ , le chemin  $L_i = L_i(F^0)$  est rectiligne, cette approche est souvent utilisée dans les applications.

Comme la détermination de la fonction  $F(r)$  s'avère impossible et dans le but de résoudre l'équation (1) une approximation discrète de  $F(r)$  s'impose en rendant l'espace  $R$  discret [Nolet G., 1984 et Ivansson S., 1987].

Ceci est possible en définissant un nombre fini de fonctions de base  $h_j(r)$  de l'espace de Hilbert tel que :

$$F(r) = \sum_{j=1}^m F_j \cdot h_j(r) \quad (6)$$

Sans oublier que les fonctions de base sont orthonormales, c'est-à-dire que :

$$\int_R h_i(r) \cdot h_j(r) = \delta_{ij} \quad (7)$$

$\delta_{ij}$  : est le symbole de Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$

En général l'espace R est subdivisé en cellules de telle manière que l'équation (7) soit satisfaite. Dans ce qui suit on pose

$$h_j(r) = \begin{cases} v_j^{-v_2} & \text{à l'intérieur de la cellule} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

avec:

$$v_j = \int_{\text{cellule } j} d^D r \quad (10)$$

représente le volume de la cellule j.

En remplaçant par (6) dans l'équation (5), on obtient

$$\theta_i = \int_{L_i(F^0)} \sum_{j=1}^m F_j \cdot h_j(r) \cdot d^D r \quad (11)$$

$$\Rightarrow \theta_i = \sum_{j=1}^m F_j \int_{L_i(F^0)} h_j(r) \cdot d^D r \quad (12)$$

On pose

$$L_{ij} = \int_{L_i(F^0)} h_j(r) \cdot d^D r \quad (13)$$

Pour l'implémentation machine, on subdivise le milieu en m blocs, pour chaque bloc  $F_j$  représente la valeur moyenne de la restriction de la fonction  $F(r)$  au niveau de la cellule j. Dans ce cas  $L_i(F^0) = L_{ij}$  représente la longueur du rai à l'intérieur de la cellule j.

On obtient donc :

$$\theta_i = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot F_j \quad (14)$$

Ainsi pour  $n$  observations  $\theta_i$ , donc  $n$  chemins,  $n$  équations linéaires sont obtenues, et la détermination de  $F_j$  ( $j= 1,2,\dots,n$ ) consiste à trouver la solution du système suivant:

$$\theta = L \cdot F \quad (15)$$

où :

$\theta$  : le vecteur des observations.

$L$  : la matrice des longueurs des rais au niveau des cellules.

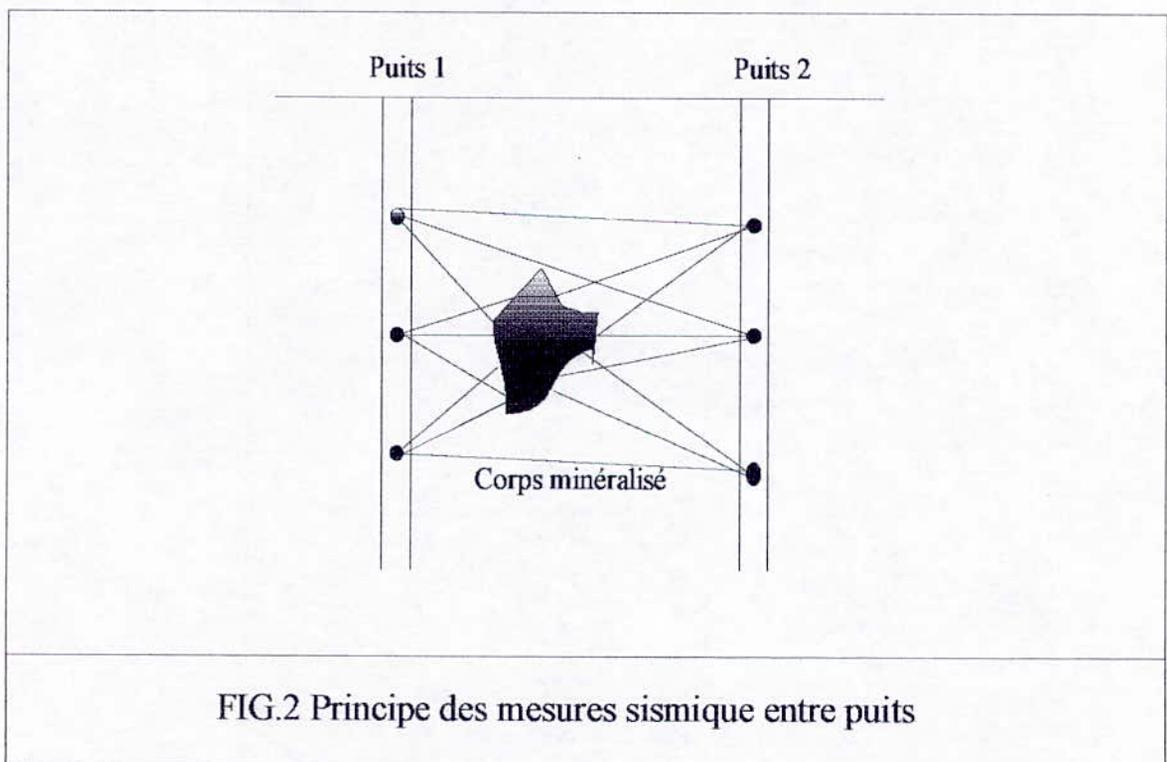
$F$  : le vecteur des paramètres à déterminer.

### 3- LA TOMOGRAPHIE SISMIQUE

#### 3-1. Introduction

Les mesures sismiques entre puits offrent un moyen d'investigation des masses rocheuses entre un ou plusieurs puits en utilisant pour cela une source d'énergie sismique placée dans l'un des puits et un récepteur dans l'un des autres (fig.2).

Les méthodes tomographiques utilisent un grand nombre d'émetteurs et de récepteurs. Elles consistent à déterminer la distribution des propriétés physiques telles que : la vitesse et le facteur de qualité des roches à partir des arrivées premières des temps de propagation. Elles offrent la possibilité de localiser avec précision des interfaces irrégulières par la construction d'une image du caractère étudié. La qualité de cette image augmente avec le nombre de rais (émetteurs - récepteurs) qui balayent la zone investiguée.



### 3-2. Les domaines d'application

La tomographie par mesures entre puits a été utilisée dans un grand nombre d'applications de différents types [Ivansson 1987], parmi lesquels on cite :

- La recherche de corps minéralisés dans les mines .
  - La détermination des états de contraintes dans les mines de charbon.
  - La délimitation des dômes de sel.
  - Les différentes investigations au niveau des barrages.
  - L'examen des contacts entre les roches et les dépôts de déchets nucléaires.
  - On a montré que la vitesse des ondes de compression augmente linéairement avec la température, en utilisant pour source des résistances électriques afin de simuler les effets thermiques produits par les réservoirs de déchets nucléaires, ou bien des réservoirs géothermiques.
- Parmi les récentes applications de la recherche en tomographie on cite la recherche des roches cristallines de haute qualité convenables pour le stockage des déchets radioactifs. Les roches granitiques s'avèrent appropriées pour ce type d'applications puisqu'elles présentent une grande résistance, elles sont massives et cristallines. Leur grande stabilité veut dire qu'elles résistent à l'érosion et aux perturbations climatiques. Par ailleurs le caractère cristallin du granite lui confère une faible perméabilité à l'eau sauf bien sûr au niveau des fissures ce qui implique que c'est le mécanisme le plus probable pour que la radioactivité soit transportée. Par conséquent la tomographie a pour rôle la détermination des zones fracturées ainsi que l'étude des contacts entre différents milieux, granite - nappe phréatique par exemple.
- Un important programme international de recherche [Peterson J.E., 1985] qui a débuté en mai 1980, appelé projet Stripa relativement à la mine de Stripa (Suède) et qui a vu la participation de huit nations, avait pour principales tâches :
    - L'investigation hydrogéologique et la détermination des écoulements à travers le système de fractures.
    - L'hydrogéochimie de la région et surtout des contacts roches - eau.
    - Et enfin la détection et la caractérisation des zones de fractures par des mesures entre puits.

L'utilisation conjuguée des données sismiques et des données radars fut un succès et a permis la mise en évidence des grandes structures ainsi que des caractères physiques dominants.

—Concernant les mines, une tomographie entre galeries peut être utilisée en plaçant des émetteurs et des récepteurs à l'intérieur de ces dernières.

Une configuration géométrique en éventail est souvent réalisée dans les mines souterraines (fig.3). Débutant approximativement du même point deux forages sont creusés dans le front de taille, l'aire du cône ainsi obtenue sera balayée par une multitude de rai afin d'en déduire les caractéristiques, cavités, fissures , eau, limites du gisement, etc.

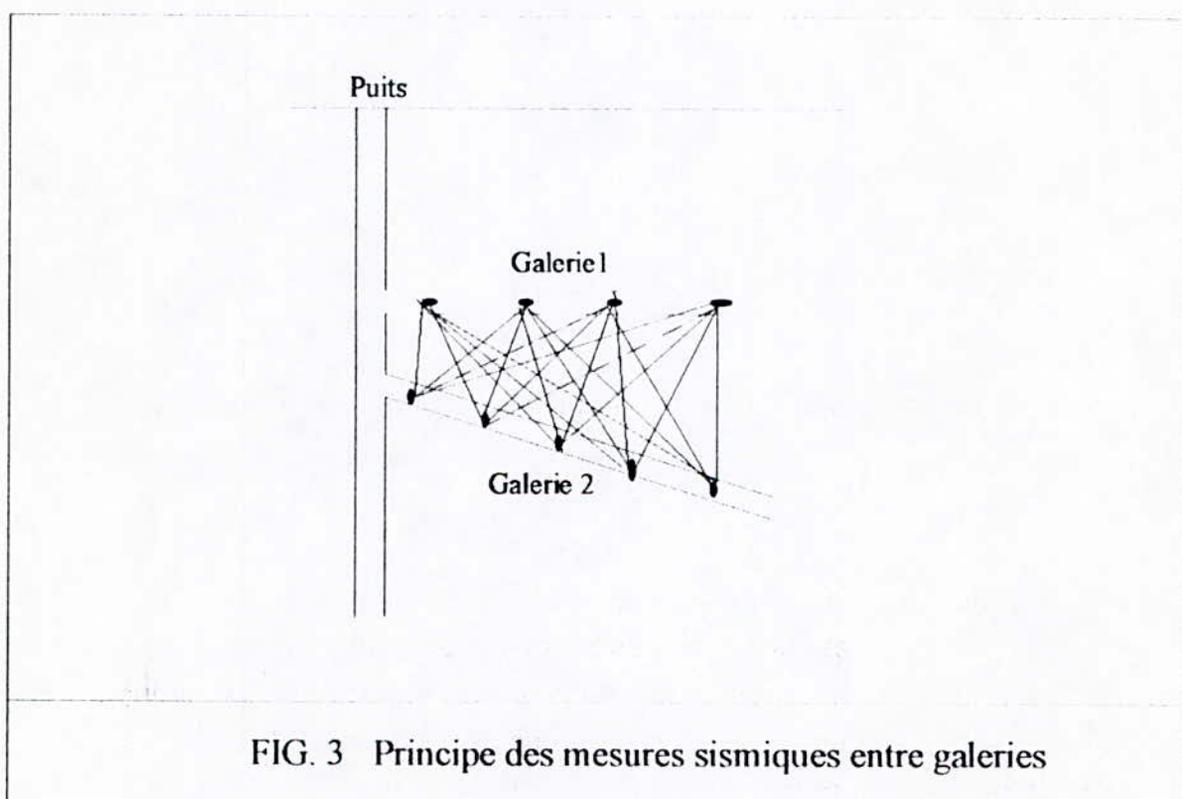


FIG. 3 Principe des mesures sismiques entre galeries

### 3.3- Imagerie des données sismiques

Comme pour les autres mesures tomographiques, les données sismiques représentent une propriété intégrale du milieu parcouru par les rais.

Souvent on est intéressé par la vitesse sismique dans le milieu non pas par ses propriétés d'absorption. Quoi qu'il en soit la formulation du problème ne diffère pas d'un cas à un autre.

#### 3.3.1- Image des vitesses [ Brzostowski M.A., 1992].

Pour tout rai  $i$  on peut définir le temps de propagation entre l'émetteur et le récepteur par la relation suivante:

$$t_i = \int_{\text{rai } i} \frac{dr}{v(r)} = \int_{\text{rai } i} v^{-1}(r).dr$$
$$\Rightarrow t_i = \int_{\text{rai } i} s(r).dl \quad (16)$$

$S(r)$  est dite lenteur de propagation de l'onde sismique et elle est définie comme étant l'inverse de la vitesse c'est-à-dire que :

$$s(r).v(r) = 1 \quad (17)$$

Conformément à l'équation (14) l'équation (16) devient:

$$t_i = \sum_{j=1}^m S_j . L_{ij} \quad (18)$$

**Remarque:**

Il est à noter que la valeur de  $L_{ij}$  est nulle pour la cellule  $j$  qui n'est pas traversée par le rai  $i$ . Pour un nombre  $n$  de rai on obtient le système:

$$T = L.S \quad (19)$$

Par exemple, dans le cas où  $m = n$ , on peut par inversion trouver la valeur de la lenteur, donc de la vitesse dans chaque cellule :

$$S = L^{-1}T \quad (20)$$

Cependant on verra plus loin que cette condition n'est pas suffisante.

### 3.3.2. Image de l'atténuation

Le coefficient ou le facteur d'atténuation spécifique pour un milieu homogène, peut être défini à partir de la décroissance exponentielle de l'amplitude d'une onde sinusoïdale pour un trajet infinitésimale  $dr$  à partir d'un émetteur  $E$  [M. Djeddi (1994)].

$$A(dr) = A(E) \exp(-\alpha \cdot dr) \quad (21)$$

où:

$A(E)$  :est l'amplitude de l'onde au niveau de l'émetteur.

Pour un rai  $i$ , l'amplitude mesurée à une distance  $L_i$  l'émetteur sera:

$$A(L_i) = A(E) \exp\left(-\alpha \int_{L_i} dr\right) \quad (22)$$

Pour un milieu hétérogène on a un facteur d'atténuation  $\alpha(x, y, z) = \alpha(r)$  et :

$$A(L_i) = A(E) \exp\left(-\int_{L_i} \alpha(r) \cdot dr\right) \quad (23)$$

L'atténuation globale pour le trajet est :

$$\gamma_i = \ln \frac{A(L_i)}{A(E)} = \int_{L_i} \alpha(r) \cdot dr \quad (24)$$

En comparant avec l'équation (5) on a :

$\alpha(r) = F(r)$  : inconnue à déterminer;  
 $\gamma_i$  : sont les valeurs mesurées.

Pour une subdivision en m cellules et pour n rai on obtient le système :

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^m \alpha_j \cdot L_{ij} ; (i = 1, 2, \dots, n) \quad (25)$$

Dans le cas d'un milieu non dispersif, connaissant la distribution de la vitesse  $V(r)$  on peut obtenir une estimation de la distribution du facteur de qualité  $Q(r)$  [Brzostowski M.A., 1992]. Sachant que :

$$A(L_i) = A(E) \exp\left[-\left(\frac{\omega}{2}\right) \int_{L_i} \frac{dr}{Q(r) \cdot V(r)}\right] \quad (26)$$

On peut en déduire que :

$$Q(r) = \frac{\omega}{2 \cdot \alpha(r) \cdot V(r)} \quad (27)$$

D'où :

$$Q_j = \frac{\omega}{2 \cdot \alpha_j \cdot V_j} = \frac{\omega \cdot S_j}{2 \cdot \alpha_j} \quad ; (j = 1, 2, \dots, m) \quad (28)$$

Ivansson (1987) a noté que la tomographie de l'atténuation est plus difficile en pratique que la tomographie des temps de propagation. Ces complications sont causées par la dépendance en fréquence de l'amplitude ainsi que par les réflexions et les conversions aux interfaces. De tels facteurs ne peuvent s'exprimer par une simple intégrale curviligne de la réciproque de Q.

# CHAPITRE 3

# RESOLUTION

## CHAPITRE III

### RESOLUTION

#### 1- INTRODUCTION

On appelle inversion des temps de propagation, la détermination de la distribution de la vitesse à partir des résultats de mesures.

Différentes méthodes ont été développées depuis plusieurs années, on distingue les méthodes d'inversion matricielle, fiables mais exigeant un coût informatique important, et les méthodes d'inversion géométriques, généralement itératives, moins coûteuses et conduisant en cas de convergence à des résultats de bonne qualité.

#### 2- Méthode des équations normales [Lanczos C. ,1961]

##### 2.1- Analyse d'un système linéaire arbitraire

Quel que soit le paramètre physique étudié, la vitesse ou l'atténuation, le problème de la résolution revient à trouver la solution du système linéaire de la forme :

$$Ax = b \quad (1)$$

dans la tomographie des vitesses on a:

$$LS = T$$

dans la tomographie de l'atténuation on a:

$$L\alpha = \gamma$$

Où :

$A$  : est une matrice de  $(n \times m)$  dont les éléments  $a_{ij}$  traduisent la géométrie des rais, dans notre cas c'est la longueur du  $i^{\text{ème}}$  rai dans la  $j^{\text{ème}}$  cellule d'une subdivision de l'espace.

$x$  : est un vecteur de dimension  $m$  représentant les inconnues ( lenteurs ou atténuations) au niveau de chaque cellule.

$b$  : est un vecteur de dimension  $n$  dont les coordonnées  $b_i$  représentent les données de mesure.

Le système (1) est souvent appelée système perturbé et présente les caractéristiques suivantes [Sluis A. et Vorst H.A.,1987]:

- Il est clairsemé, c'est-à-dire seuls quelques éléments de la matrice sont différents de zéro.
- Il est sur déterminé :  $n \gg m$
- En même temps sous déterminé, c'est le cas lorsque  $\text{Rang}(A) < m$ , cela peut s'expliquer par le fait que certaines équations sont superflues, elles n'apportent aucune information nouvelle.
- $A$  n'est pas carrée donc son inverse  $A^{-1}$  n'existe pas.
- Le système est aussi dit inconsistant, c'est-à-dire il n'existe pas de vecteur satisfaisant exactement les équations.
- Le modèle simplifié (hypothèse de linéarité) n'a souvent pas de solution exacte.

On a de ce fait recours à la solution au sens des moindres carrés (qui existe toujours). En introduisant le modèle statistique suivant :

$$b = Ax + r$$

où  $r$  est un vecteur aléatoire de  $n$  variables représentant les résidus de mesures.

Généralement on ne pourra jamais avoir  $r = Ax - b$  égal au vecteur nul, on cherchera donc à minimiser la norme de ce vecteur :

$$\|r\| = \|Ax - b\| \quad \text{minimale} \quad (2)$$

avec :

$$\|r\| = \left( \sum_{i=1}^n r_i^2 \right)^{1/2}$$

Quelle que soit la norme du vecteur utilisée, on peut démontrer facilement que la minimisation de ce vecteur équivaut à la résolution du système d'équations normales :

$$A^T A x = A^T b \quad (3)$$

Cette méthode souvent appelée méthode des moindres carrés, permet de résoudre le problème de l'incompatibilité des équations, et de réduire la dimension du système, de plus le produit  $A^T A$  est une matrice carrée, elle peut donc être facilement inversée. Mais en faisant les produits  $A^T A$  et  $A^T b$  on perd certaines informations contenues dans le système originel, il va falloir donc trouver le sens de la solution obtenue.

La matrice  $A$  est un opérateur lié à deux espaces le premier à  $m$  dimensions et le second à  $n$  dimensions, Lanczos (1961) a associé le système adjoint suivant:

$$A^T y = c \quad (4)$$

$A^T$  : est la matrice transposée de  $A$  elle est de dimensions  $(m \times n)$ .

$y$  : est un vecteur à  $n$  dimensions.

$c$  : est un vecteur à  $m$  dimensions.

En combinant les systèmes d'équations (1) et (4) on a

$$H z = a$$
$$H = \begin{pmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{pmatrix} ; z = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} ; a = \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix}$$

### Propriétés de $H$ :

- $H$  est une matrice carrée  $(n+m, n+m)$  et symétrique donc :

$$H^T = H \quad (5)$$

- On a  $(n+m)$  vecteurs propres  $W_i$  orthogonaux associés au  $(n+m)$  valeurs propres  $\lambda_i$  tel que :

$$H w_i = \lambda_i w_i \quad ; (i = 1, 2, \dots, n + m) \quad (6)$$

Chaque  $W_i$  peut être décomposé en deux vecteur propres c'est-à-dire avec les valeurs propres non nulles.

$$w_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$$

D'où on a le système :

$$\begin{cases} A v_i = \lambda_i u_i \\ A^T u_i = \lambda_i v_i \end{cases} \quad ; (i = 1, 2, \dots, n + m) \quad (7)$$

D'après la relation (7) on voit que:

- les  $u_i$  sont des vecteurs à  $n$  dimensions et sont associés à l'espace des données.
- les  $v_i$  sont des vecteurs à  $m$  dimensions et sont associés à l'espace des inconnues.

Notons que le vecteur  $(-u_i, v_i)$  avec  $-\lambda_i$  pour valeurs propres est aussi solution du système (7). Si l'on pose que  $2p$  valeurs propres sont non nulles, correspondants aux vecteurs propres  $(\pm u_i, v_i)$  on a pour les  $(n+m - 2p)$  valeurs propres l'équation suivante:

$$\begin{cases} A v_i = 0 & ; (i = 1, 2, \dots, m - p) \\ A^T u_i = 0 & ; (j = 1, 2, \dots, n - p) \end{cases} \quad (8)$$

La relation ci-dessus montre que l'espace des données et des inconnues ne sont couplés qu'à travers les valeurs propres non nulles.

## 2.2- Décomposition en valeurs singulières

[Lanczos 1961 ; Sluis A. et Vorst H.A.1987]

Dans ce cas on montre que la matrice  $A$  peut être construite uniquement à l'aide des matrices  $U$  et  $V$  liées au sous espaces définis par les  $2p$  valeurs propres non nulles, on écrira :

$$A = U_p \Lambda_p V_p \quad (9)$$

$\Lambda_p$  : est une matrice diagonale  $(p,p)$  dont les éléments sont les valeurs propres non nulles .  $U_p$  et  $V_p$  : vérifient que :

$$U_p^T \cdot U_p = V_p^T \cdot V_p = I_p \quad (10)$$

$I_p$  : est la matrice identité de dimensions  $(p \times p)$ .

### Conséquences

- La relation (9) montre que l'opérateur  $A$  bien qu'associé à deux espaces de dimensions  $n$  et  $m$ , n'agit pas sur l'espace tout entier mais seulement dans les sous espaces définis par les valeurs propres non nulles.
- Si  $n = m = p$  alors  $A$  agit sur l'espace en entier.
- Pour un système sous déterminé  $n < m$ , l'espace des solutions est partiellement représenté.
- Pour un système sur déterminé  $n > m$ , l'espace des données est partiellement représenté.
- Les sous espaces nuls liés aux valeurs propres nulles décrivent l'incompatibilité des équations, car si  $U_0$  existe et si les données ont des composantes dans cet espace on ne pourra jamais décrire les données quel que soit  $x$ . Si  $U_0$  n'existe pas alors  $x$  existe de façon que  $Ax = b$ .
- L'équation  $Av_i = 0$  traduit la non unicité de la solution.

La décomposition de Lanczos permet de montrer l'unicité ou non de la solution et si les données sont bien suffisantes ou non. Il sera montré ci-dessous la signification de la solution obtenue avec de tels systèmes.

### 2.3- Résolution du système

Partant de l'équation (9), l'inverse généralisé de  $A$  donné par Lanczos (1961) est:

$$A_g^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T \quad (11)$$

$\Lambda_p^{-1}$  est l'inverse de  $\Lambda_p$ .

D'autres parts on a :

$$\begin{aligned} A A_g^{-1} &= U_p U_p^T \\ A_g^{-1} A &= V_p V_p^T \end{aligned} \quad (12)$$

#### 2.3.1- Matrice de résolution

Nous cherchons à résoudre  $Ax = b$ , du fait du modèle simplifié et des erreurs dans les observations qui affectent ce dernier, la solution exacte n'est pas connue, la résolution consistera à trouver la meilleur estimation de la solution par :

$$\hat{x} = A_g^{-1} b = (A^{-I} A)x \quad (13)$$

On remarque que  $\hat{x}$  et  $x$  sont reliés par le biais de  $A_g^{-1} A$ .

Si  $V_0$  n'existe pas donc  $p=m$ , on a:

$$A_g^{-1} = V_p V_p^T = I \Rightarrow \hat{x} = x \quad (14)$$

C'est ainsi qu'on définit la matrice résolution  $R = A_g^{-1} A$  qui agit comme un filtre à travers lequel on voit la solution  $\hat{x} = R x$ . La résolution n'est parfaite que s'il n'y a pas d'espace  $V_0$ , c'est-à-dire  $R = I$ .

### 2.3.2- Matrice densité de l'information

Si  $U_0$  n'existe pas on a :

$$\begin{aligned} A A_g^{-1} = I &\Rightarrow \hat{b} = A \hat{x} = A(A_g^{-1} A x) \\ \Rightarrow \hat{b} = A A_g^{-1} b &= b \end{aligned} \quad (15)$$

La matrice  $D = A A_g^{-1}$  est appelée matrice densité de l'information, les données sont parfaitement représentées si  $D = I$ .

### 2.3.3- sens de la solution

En sismique on dispose en général de plus de données que d'inconnues, dans ce cas seule  $U_0$  existe, d'où on montre que la solution donnée par l'inverse généralisé est équivalente à celle des moindres carrés, (voir annexe 1)

## 3- Les méthodes de résolution géométriques

### 3.1- Introduction

Pour un système linéaire large et dont la plupart des éléments sont nuls ( cas des systèmes obtenus en tomographie sismique), l'utilisation de l'algorithme basé sur la solution directe des équations normales de la théorie des moindres carrés n'est pas très attrayante. puisqu'elle nous conduit à des temps de calculs très importants et requiert une grande place mémoire.

Un moyen d'éviter cela est d'utiliser les méthodes itératives ou géométriques. Une bonne méthode itérative est capable de nous donner une solution acceptable après quelques itérations seulement, tout en utilisant un espace mémoire réduit. Parmi ces méthodes on distingue :

- Les méthodes A.R.T.
- Les méthodes S.I.R.T.
- Les méthodes B.P.T.

### 3.2- Les méthodes A.R.T. (Algebraic reconstruction technique)[Peterson J.E., 1985]

Les techniques de reconstruction algébriques ou A.R.T. sont très utilisées dans les méthodes médicales et commencent à être appliquées en géophysique. Elles ont été développées pour résoudre les systèmes larges arbitraires. La principale caractéristique de ces méthodes de résolution géométrique itérative est de corriger le modèle équation par équation (row action), elles utilisent donc une ligne de la matrice  $A$  ( $Ax = b$ ) à la fois sans provoquer de changements dans la matrice d'origine. Elles ont donc l'avantage de pouvoir travailler avec de grands ensembles de données sans avoir à manipuler de grandes matrices. Leur principe est celui d'une projection itérative des anomalies le long des rais.

L'algorithme originel a été décrit par Kaczmarz en 1937 pour résoudre les systèmes non carrés et a été utilisé par Gordon en 1970 dans la microscopie électronique et en tomographie par rayons X. Parallèlement à ces travaux les mathématiciens ont étudié l'algorithme d'une manière plus détaillée et en 1969 Tanabé l'étudia pour les matrices en général. [ Granet M., 1989].

La première application de l'A.R.T. en géophysique fut introduite en 1979 par Dynes et Lytle [Dynes et Lytle 1979] en sismique pour les mesures entre puits. En 1983 Clayton et Comer ont utilisé cette méthode pour construire une image des vitesses dans le manteau [ Granet M., 1989].

L'algorithme de Dynes et Lytle a été utilisé pour la résolution des systèmes linéaires obtenue en tomographie et qui ont la forme :

$$\theta = L.F$$

Ou bien :

$$\theta_i = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot F_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

Pour une image initiale  $F_j^0$  on calcule pour un rai  $i$  l'estimation de  $\theta_i$  par :

$$\hat{\theta}_i^k = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot F_j^k \quad (17)$$

$F_j^k$  : indique l'estimation du modèle après la  $k^{\text{ième}}$  itération, une itération a lieu chaque fois qu'un rai est examiné.

On doit déterminer l'ensemble des corrections  $\Delta F_{ij}^k$  dues au  $i^{\text{ième}}$  rai de telle manière que l'erreur soit nulle pour cette étape.

$$\theta_i = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot (F_j^k + \Delta F_{ij}^k) \quad (18)$$

L'erreur est définie par :

$$r_i^k = \theta_i - \hat{\theta}_i^k = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot \Delta F_{ij}^k \quad ; (i = 1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

$r_i^k$  : est la différence à l'étape  $k$  entre la valeur mesurée et la valeur estimée pour un rai  $i$ .

Il existe une infinité de solutions pour l'équation (19) car il y a seulement une équation à satisfaire chaque itération mais  $m$  inconnues  $\Delta F_{ij}^k$  à estimer.

Le critère de sélection sera le vecteur solution qui est minimal dans une norme donnée

$\| \cdot \|_p$ , [ Sluis A. et Vorst H.A, 1987.

avec :

$$\|\Delta \mathbf{F}^k\|_p = \left( \sum_{j=1}^m |\Delta F_j^k|^p \right)^{1/p} \quad ; p \geq 1 \quad (20)$$

La norme euclidienne est définie par:

$$\|\Delta \mathbf{F}^k\|_2 = \left( \sum_{j=1}^m \Delta F_j^2 \right)^{1/2} \quad (21)$$

La correction donnée par Kaczmarz est :

$$\begin{cases} \Delta F_{ij}^k = \frac{\text{sgn}(L_{ij}) \cdot |L_{ij}|^w \cdot r_i^k}{\sum_{j=1}^m |L_{ij}|^{w+1}} \\ w = \frac{1}{p-1} \quad ; (i = 1, 2, \dots, n) ; (j = 1, 2, \dots, m) \end{cases} \quad (22)$$

$$\text{sgn}(L_{ij}) = \begin{cases} -1 & \text{si } L_{ij} < 0 \\ 0 & \text{si } L_{ij} = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Comme il a été déjà mentionné  $L_{ij}$  vaut zéro si le rai  $i$  ne traverse pas la cellule  $j$ , il sera de même pour la correction  $\Delta F_{ij}^k$ . La nouvelle image est estimée par:

$$F_j^{k+1} = F_j^k + \Delta F_j^k \quad ; (j = 1, 2, \dots, m) \quad (23)$$

- Lorsque  $p=2$ , on parle de correction d'énergie minimale, la méthode de kaczmaz donne alors:

$$F_j^{k+1} = F_j^k + \frac{\text{sgn}(L_{ij}) \cdot L_{ij} \cdot r_i^k}{\sum_{j=1}^m L_{ij}^2} \quad ; (j = 1, 2, \dots, m) \quad (24)$$

- Lorsque  $p \rightarrow \infty$  la minimisation de la norme  $\|\Delta F^k\|_\infty = \text{Max}|\Delta F_j^k|$  nous donne la correction suivante:

$$\Delta F_{ij}^k = \frac{\text{sgn}(L_{ij}) \cdot r_i^k}{\sum_{j=1}^m L_{ij}} \quad (25)$$

Ce cas est dit correction d'énergie maximum. Dans ce cas la même valeur a été ajoutée pour toutes les cellules traversées par le même rai, puisque :

$$\sum_{j=1}^m L_{ij} = L_i$$

représente la longueur du rai  $i$ . Ce qui donne la correction équivalente suivante :

$$\Delta F_{ij}^k = \frac{r_i^k}{L_i} \quad (26)$$

L'algorithme A.R.T. avec la correction d'énergie minimum ( $p=2$ ) nécessite que les  $\Delta F_{ij}^k$  soient pondérées par les longueurs  $L_{ij}$ . En pratique on peut les ignorer et un algorithme similaire à celui de correction d'énergie minimum est utilisé pour réduire le temps de calcul.

$$\Delta F_{ij}^k = \frac{\theta_i}{L_i} - \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^m F_{ij}^k \quad (27)$$

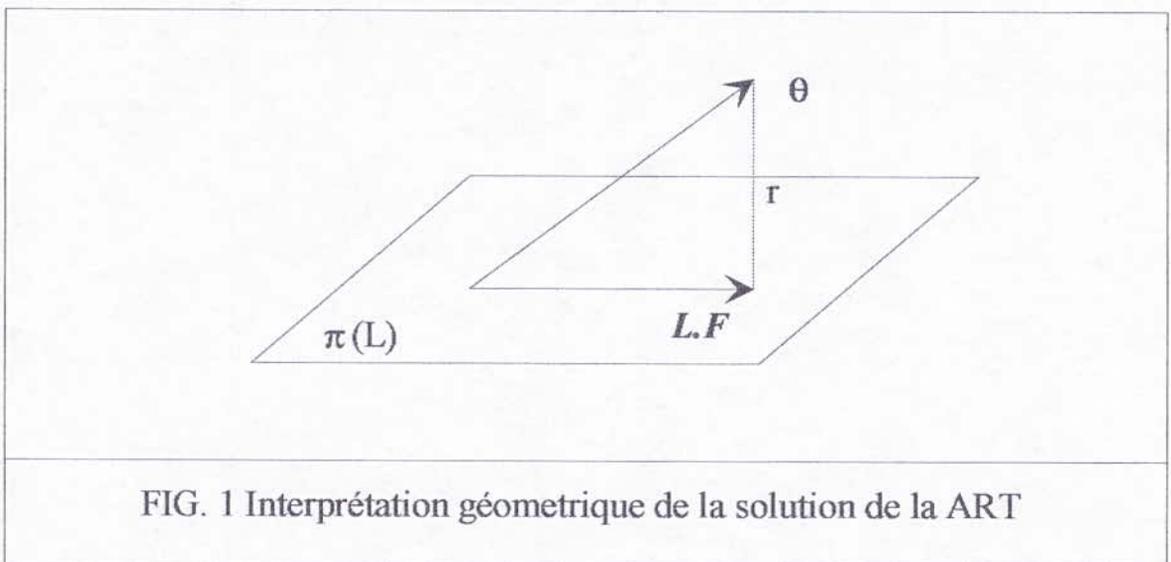
$M_i$ : représente le nombre de cellules traversées par le rai  $i$

#### remarque

Soit  $\Pi(L)$  le plan contenant tous les vecteurs  $L, F$  alors la méthode donnée ci-dessus converge si seulement  $\theta \in \Pi(L)$ , c'est-à-dire si  $L \cdot F = \theta$  a une solution exacte. Cependant à cause des erreurs dans les données  $\theta$  ne se trouve pas dans  $\Pi(L)$ , mais souvent au voisinage (fig. 1)

L'algorithme ART présenté par Dynes et Lytle donne une bonne solution lorsque les erreurs de mesures sont très faibles, dans le cas contraire on peut s'éloigner considérablement du modèle réel. De plus la solution obtenue dépend de l'ordre dans lequel on traite les rai.

Pour éviter cette difficulté, d'autres algorithmes ont été proposés, qui traitent simultanément les rai. Ce sont les méthodes d'inversion simultanée ou SIRT.



## ALGORITHME A.R.T. (P=2)

**Début**

**étape 1**

Choix du modèle initial  $F_j^k$

**étape 2**

Calcul théorique des mesures  $\hat{\theta}_i^k$

$$\hat{\theta}_i^k = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot F_{ij}^k$$

**étape 3**

Calcul des résidus

$$r_i^k = \theta_i - \hat{\theta}_i^k$$

**étape 4**

Calcul des corrections dues au rai i

$$\Delta F_{ij}^k = \frac{L_{ij} \cdot r_i^k}{\sum_{j=1}^m L_{ij}^2}$$

**étape 5**

Correction du modèle

$$F_j^k = F_j^k + \Delta F_j^k$$

**étape 6**

$$i = i + 1$$

si  $i \leq n$  aller à l'étape 2

**Fin**

### 3.3- Les méthodes S.I.R.T. (Simultaneous iterative reconstruction technique)

La méthode n'est en fait qu'une généralisation de l'algorithme de Kaczmarz (relatif à la méthode A.R.T.). Cependant les corrections ne sont pas faites après examen de chaque rai mais la nouvelle estimation du modèle est déduite à partir d'une correction moyenne due à l'ensemble des rais.

Cette méthode a été proposée par Gilbert en 1972 et Dynes et Lytle l'ont appliquée pour la première fois aux mesures entre puits.

Partant d'une image initiale définie par  $F^k$  on pose :

$$r^k = \Theta - L.F^k \quad (28)$$

$\Theta$  : est le vecteur des données de mesures.

$r^k$  : est un vecteur de dimension n définissant les résidus.

Notons que :

$$\hat{\Theta}^k = L.F^k \quad (29)$$

représente le vecteur des données estimées à l'étape k.

La méthode proposée par [Dynes et Lytle, 1979] donne:

$$F_j^{k+1} = F_j^k + \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^n \frac{L_{ij} \cdot r_i^k}{\sum_{j=1}^m L_{ij}^2} \quad (30)$$

$N_j$ : représente le nombre d'éléments non nuls de la  $j^{\text{ème}}$  colonne de L, ou physiquement, le nombre de rais traversant la cellule j.

Une itération k est maintenant redéfinie et elle a lieu après que les n équations soient examinées.

Ivansson a montré que l'équation (30) est toujours convergente et qu'elle converge vers la solution de la méthode des moindres carrés. La formulation complète de la démonstration est donnée par [Ivansson S., 1983 ; Sluis A. et Vorst H.A., 1987].

D'une manière plus générale la famille des algorithmes S.I.R.T. est définie par:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_j^{k+1} = F_j^k + \frac{\omega}{\gamma_j} \sum_{i=1}^n \frac{L_{ij} \cdot r_i^k}{\rho_i} \quad ; \quad 0 < \omega < 1 \\ \gamma_j = \sum_{i=1}^n |L_{ij}|^\alpha \quad ; \quad 0 \leq \alpha \leq 2 \\ \rho_i = \sum_{j=1}^m |L_{ij}|^{2-\alpha} \\ 0^0 = 0 \end{array} \right.$$

(31)

En écriture matricielle on a:

$$F^{k+1} = F^k + \omega \cdot \Gamma^{-1} \cdot L^T \cdot P^{-1} \cdot r^k \quad (32)$$

$\Gamma$ : est une matrice diagonale (m x m) définie par les  $\gamma_j$ .

$P$ : est une matrice diagonale (n x n) définie par les  $\rho_i$ .

### Cas particuliers

1.  $\alpha = 0$

$\omega = 1$

On a alors :

$$\bullet \quad \gamma_j = \sum_{i=1}^n |L_{ij}|^0 = N_j$$

c'est le nombre de rais traversant la cellule j.

$$\bullet \quad \rho_i = \sum_{j=1}^m L_{ij}^2$$

représente la somme des carrés des longueurs du rai i au niveau des cellules qu'il traverse.

On remarque que dans ce cas on retrouve l'équation (30).

2.  $\alpha = 2$

$\omega = 1$

on a alors :

$$\bullet \quad \gamma_j = \sum_{i=1}^n L_{ij}^2$$

représente la somme des longueurs des rais à l'intérieur de la cellule j.

$$\bullet \quad \rho_i = \sum_{j=1}^m |L_{ij}|^0 = M_i$$

c'est le nombre de cellules traversées par le rai i.

3.  $\alpha = 1$

$\omega = 1$

on a alors :

$$\gamma_j = \sum_{i=1}^n |L_{ij}|$$

représente les longueurs cumulées à l'intérieur de la cellule j.

$$\rho_i = \sum_{j=1}^m |L_{ij}| = L_i$$

représente la longueur du rai i.

– Quelle que soit la valeur de  $\alpha$  avec  $0 < \omega < 2$ , l'algorithme S.I.R.T. converge vers la solution des moindres carrés, mais pas vers celle qui présente la norme minimale. Cependant d'après [s.Ivansson,1983], l'algorithme converge vers la solution des moindres carrés de norme minimale après échelonnement du système  $\theta = L.F$ , c'est-à-dire vers la solution du système :

$$R^{-1/2} . L . C^{-1/2} . Y = R^{-1/2} . \theta \quad (33)$$

avec

$$\begin{cases} F = C^{-1/2} . Y \\ R = \text{diag}(\Gamma) \\ C = \text{diag}(P) \end{cases} \quad (34)$$

### En pratique

La principale difficulté de la méthode S.I.R.T. est de calculer les longueurs de rais pour chaque cellule. Pour faire cela les rais sont tracés analytiquement à l'intérieur de la subdivision, en supposant des trajets rectilignes. Dans ce cas les longueurs  $L_{ij}$  ne représentent qu'une projection géométrique des rais sur l'espace discret.

Après chaque itération les perturbations  $\Delta F_{ij}^k$  sont calculées par l'équation (31). En se basant sur le principe de Fermat, ces perturbations sont insensibles aux petites variations des longueurs qui sont supposées constantes durant l'inversion.

L'utilisation de la méthode S.I.R.T. nécessite un test d'arrêt, c'est-à-dire pour quelle solution doit-on arrêter le processus itératif.

Généralement on dit qu'il y a convergence lorsque la variation de l'écart entre les valeurs mesurées et les valeurs estimées n'est pas ressentie (conformément à une certaine tolérance). C'est-à-dire

$$\begin{aligned} & F \rightarrow \text{la solution} \\ \text{si } & \left\| \mathbf{r}^{k+1} \right\|_2 \rightarrow \left\| \mathbf{r}^k \right\|_2 \end{aligned} \quad (35)$$

## ALGORITHME S.I.R.T ( $\alpha = 2, \omega = 1$ )

**début**

**étape 1**

- Choix du modèle initial  $F_j^k$ .
- Choix de la tolérance  $\varepsilon$ .
- Initialisation du résidu  $res = 0$ .

**étape 2**

- Calcul théorique des données

$$\hat{\theta}_i^k = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot F_{ij}^k$$

**étape 3**

- Calcul des résidus

$$r_i^k = \theta_i - \hat{\theta}_i^k$$

**étape 4**

- Calcul des corrections

$$\Delta F_j^k = \frac{1}{N_j} \frac{\sum_{i=1}^n L_{ij} \cdot r_i^k}{\sum_{j=1}^m L_{ij}^2}$$

**étape 5**

- Correction du modèle

$$F_j^k = F_j^k + \Delta F_j^k$$

**étape 6**

- Test

si  $\left| \left\| r^k \right\|_2 - \left\| res \right\|_2 \right| > \varepsilon$  alors $r^k = res$ 

aller à l'étape 2

sinon

**Fin****3.4- La méthode B.P.T (Back projection technique)**

Le problème majeur en sismique est la détermination de la structure des vitesses dans une région qui a été traversée par un ensemble de rais.

Comme il a été déjà montré, l'approche usuelle pour l'inversion est la division de la région en blocs. Un modèle de référence est choisi et les perturbations par rapport à ce dernier sont calculées et utilisées pour la détermination du modèle de lenteurs, généralement par inversion directe (méthode des équations normales), ou par un processus de reconstruction géométrique tel que l'A.R.T. ou la S.I.R.T. Toutefois la B.P.T. diffère des autres méthodes par le fait qu'elle n'est pas itérative. La structure des vitesses est déduite à partir d'une projection géométrique au niveau de chaque bloc des temps de propagation proportionnellement aux longueurs des rais .

Le problème discret s'écrit

$$t_i = \sum_{j=1}^m L_{ij} \cdot S_j \quad (36)$$

$t_i$  : est le temps de propagation du rai i.

$S_j$ : lenteur du bloc j.

$L_{ij}$ : intersection du rai i avec l'élément discret j.

D'après Humphreys E.(1988), à cause de l'importance de la taille de la matrice  $L^T.L$ , l'inversion directe n'est pas conseillée puisqu'elle nous conduit à des temps de calculs importants et un espace mémoire qui l'est aussi. L'utilisation de la B.P.T. nous évite ces inconvénients.

Pour l'estimation de la lenteur au niveau de chaque cellule l'algorithme B.P.T. utilise seulement la diagonale de  $L^T.L$ , tel que:

$$S_j = \frac{\sum_{i=1}^n L_{ij} \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n L_{ij}^2} \quad (37)$$

ou d'une manière générale

$$S = D^{-1} \cdot L^T \cdot t \quad (38)$$

avec

$$D = \text{diag}(L^T \cdot L) \quad (39)$$

L'I.S.R.M (International Society for Rocks Mechanics, 1988), donne une autre approche de la B.P.T. Pour un rai  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) on calcule la lenteur moyenne

$$S_i = \frac{t_i}{L_i} \quad (40)$$

$L_i$  : est la longueur du rai  $i$ , avec

$$L_i = \sum_{j=1}^m L_{ij}$$

La lenteur de la cellule  $j$  est calculée en pondérant les lenteurs moyennes  $S_i$  des rais qui traversent  $j$  par leurs temps de propagation et en divisant le tout sur les longueurs cumulées de ces derniers à l'intérieur de  $j$ , tel que :

$$S_j = \frac{\sum_{i=1}^n L_{ij} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n L_{ij}} \quad (41)$$

L'algorithme B.P.T. est facile à utiliser d'autant plus qu'il nécessite un espace mémoire très réduit. Cependant, les modèles déduits ont la tendance d'être souvent brouillés, c'est pourquoi on applique plutôt cette méthode pour la détermination du modèle initial qui sera injecté dans d'autres algorithmes itératifs tels que les S.I.R.T. ou les A.R.T. afin d'accélérer leur convergence.

# CHAPITRE 4

## REALISATION DU PROGRAMME

## CHAPITRE IV

### REALISATION DU PROGRAMME DE CALCUL

#### 1- INTRODUCTION

Vu l'importance des systèmes d'équation et la complexité des calculs, l'utilisation de l'ordinateur en tomographie s'avère une étape essentielle, voire indispensable pour l'inversion des données de prospection.

Cet outil nous permet de visualiser sur écran une image de propriétés sismiques et électromagnétiques du terrain prospecté.

Grâce aux techniques du traitement de l'image (filtrage, reconnaissance des formes), la qualité de cette dernière peut être améliorée, les anomalies et leur contours sont plus nets et l'interprétation géophysique et géologique dans ce cas devient aisée et plus fiable.

#### 2- L'ORGANIGRAMME DES METHODES ITERATIVES

On présente dans la figure.1 l'organigramme général de l'algorithme basé sur les méthodes itératives, pour le calcul de la structure des vitesses sismiques.

##### a- lecture des arrivées premières

Les données correspondantes aux temps de propagation des premières arrivées sont enregistrées.

##### b- Construction des fichiers de données

L'ensemble des données introduites à l'ordinateur doivent comporter les temps de propagation et les coordonnées des émetteurs et récepteurs.

##### c- Détermination du modèle initial

Le modèle initial (structure des vitesses), qui est le point de départ pour toute méthode itérative, est déterminé normalement en considérant une vitesse uniforme pour toute les cellules à l'intérieur de la section du sous-sol à étudier, ou bien en utilisant la "Back Projection technique" (B.P.T).

Une connaissance à priori du milieu peut-être fructueuse. Des informations sur les limites entre les formations géologiques nous permettent d'avoir un modèle initial plus consistant.

#### **d- Calcul des temps de propagation théoriques**

Dans cette étape, les temps de propagation théoriques sont calculés à chaque itération pour toutes les paires d'émetteur - récepteur, en considérant des rais rectilignes ou en tenant compte des déviations des trajets.

En général, si l'écart entre les vitesses des différents milieux est important (un contraste supérieure de 20%), les courbures des rais doivent être prises en considération, afin de réduire l'erreur entre la solution obtenue et la structure réelle du terrain [ I.S.R.M. 1988].

#### **e- Comparaison entre les données théoriques et expérimentales**

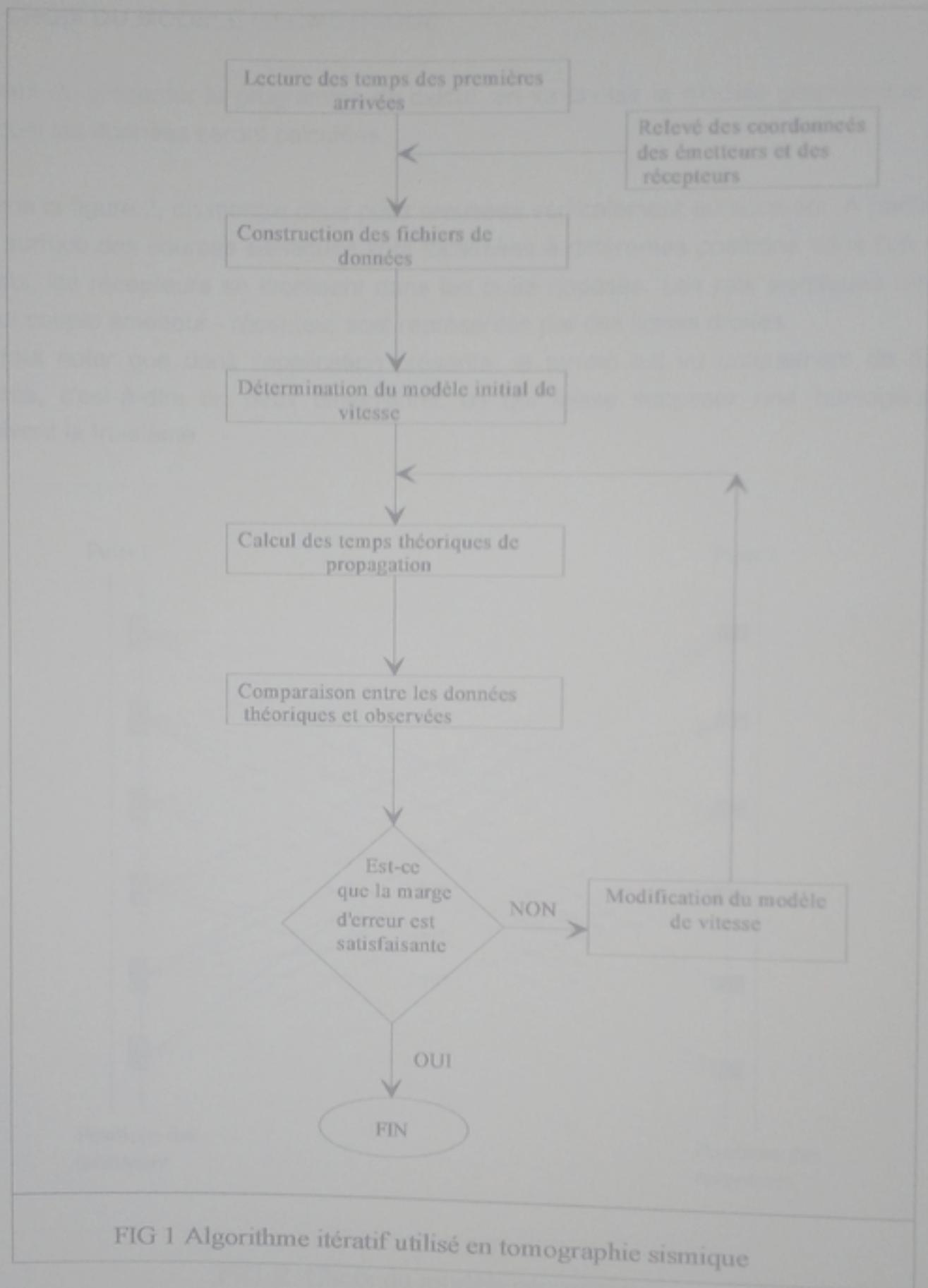
Les temps de propagation théoriques obtenus en (d) sont comparés avec les temps de propagation mesurés. Si le résultat de l'écart entre les deux quantités est satisfaisant, le calcul est achevé, sinon on passe à l'étape (f).

#### **f- Modification du modèle de vitesse**

Le modèle obtenu est modifié en corrigeant la valeur de la vitesse dans chaque cellule de façon à diminuer les résidus des temps de propagation. On peut envisager l'utilisation de plusieurs algorithmes itératifs: SIRT, ART., etc.

#### **Remarque:**

Les valeurs de vitesses obtenues pour chaque cellule par le processus précédent sont écrits dans chaque cellule, indiquées par des couleurs ou des tons de gris ou bien par une cartographie des contours pour le profil tout entier.

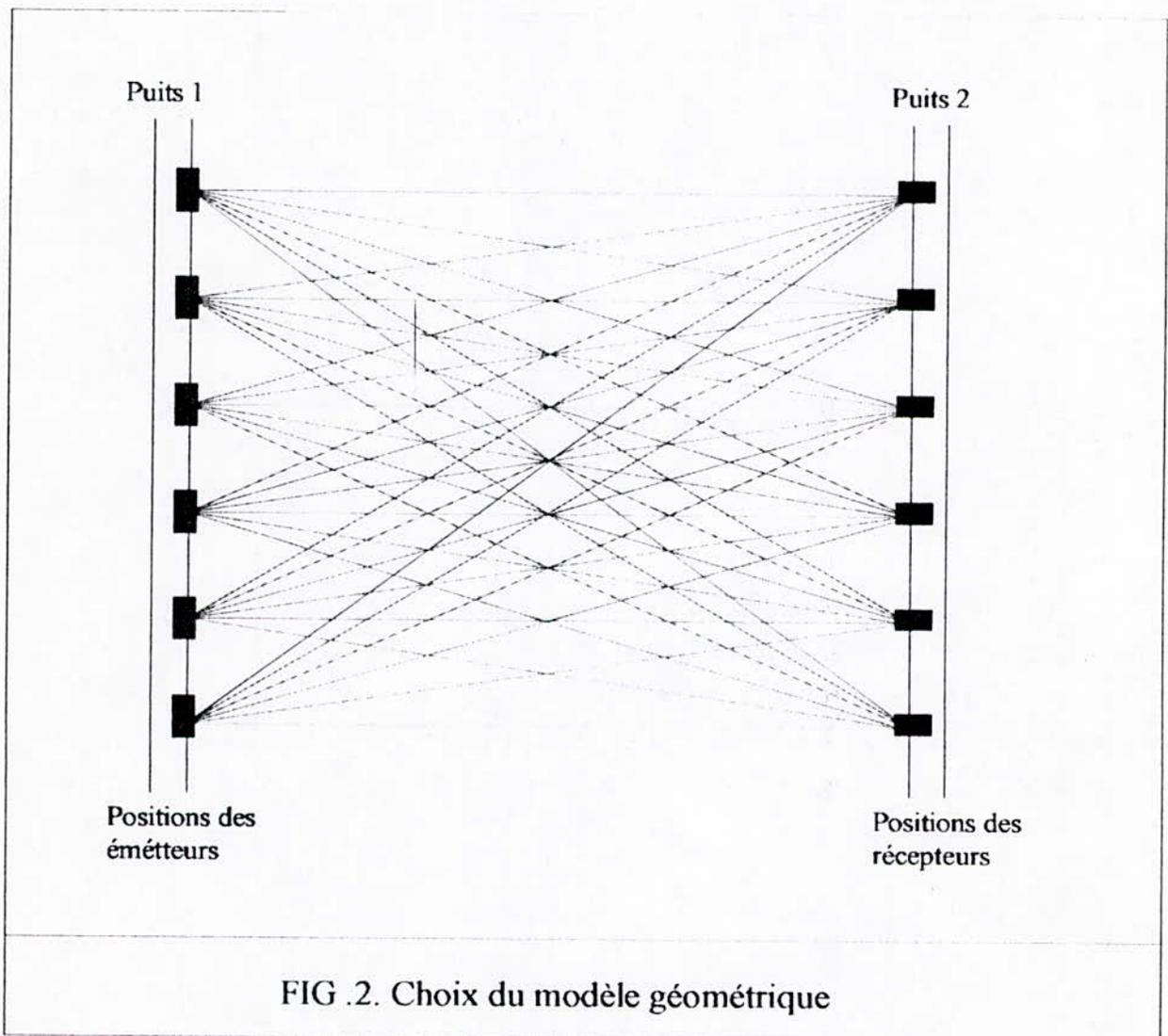


### 3- CHOIX DU MODELE GEOMETRIQUE

Avant de présenter le programme de calcul, on va choisir le modèle géométrique sur lequel les données seront calculées.

Dans la figure.2, on montre deux puits creusés verticalement au sous-sol. A partir de la surface des sources sismiques sont localisées à différentes positions dans l'un des puits, les récepteurs se localisent dans les puits opposés. Les rais sismiques reliant tout couple émetteur - récepteur sont représentés par des lignes droites.

Il faut noter que dans l'application présente, le terrain est vu uniquement de deux cotés, c'est-à-dire en deux dimensions, ce qui laisse supposer une homogénéité suivant la troisième.



Le modèle de la figure.2 devient discret en superposant une grille à maille rectangulaire sur le plan défini par les deux puits (voir fig.3).

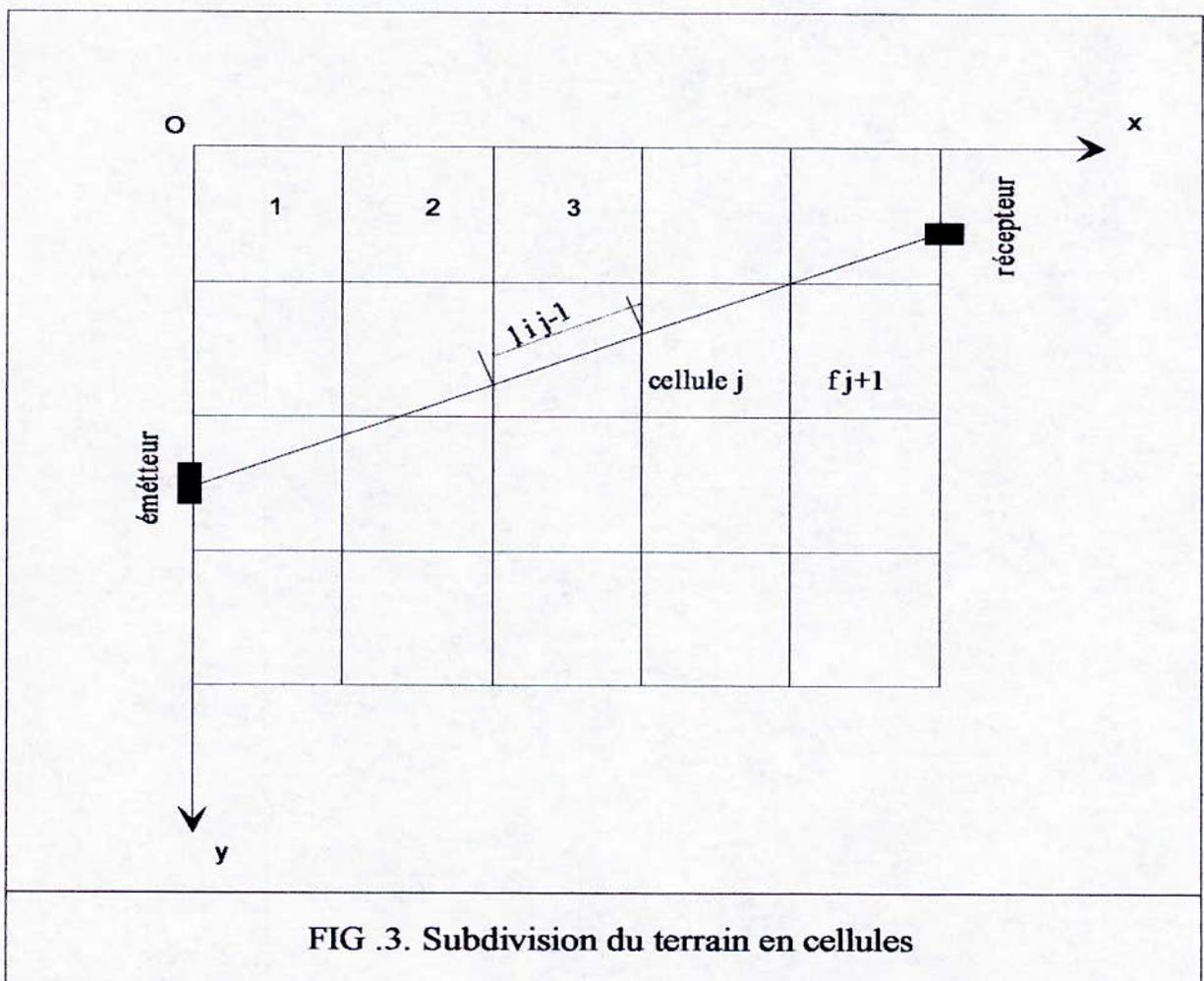
On obtient ainsi m cellules

$$m = N_x \cdot N_y$$

avec

$N_x$  : est le nombre de cellules suivant l'axe Ox

$N_y$  : est le nombre de cellules suivant l'axe Oy



Chaque cellule porte l'indice  $j=1,\dots,m$  à l'intérieur de laquelle on définit la valeur discrète  $V_j$  de la fonction vitesse  $v(x,y)$ .

Cette valeur moyenne  $v(x,y)$  à l'intérieur de la surface définie par le bloc  $j$ .

On définit aussi la valeur  $L_{ij}$  représentant la longueur du rai à l'intérieur de la cellule  $j$ .

La distance horizontale entre les émetteurs et les récepteurs est constante c'est pourquoi on ne va s'intéresser qu'aux coordonnées verticales des émetteurs, et de la distance horizontale entre les puits.

#### **4- PRESENTATION DU PROGRAMME**

Le programme de calcul a été réalisé à l'aide du langage de programmation Turbo Pascal (version 7), il s'applique essentiellement à l'algorithme itératif S.I.R.T. Cependant, il peut servir de base pour n'importe quelle méthode tomographique (itérative ou non).

Le programme Tomograf peut être utilisé de deux manières :

1- Par une compilation en mémoire. Le calcul dans ce cas ne peut se faire que dans l'environnement de turbo pascal.

2- Par une compilation sur disque, ceci implique l'obtention du fichier TOMOGRAF.exe, ce qui rend le programme indépendant et utilisable sur n'importe quel P.C.

##### **4-1 Les fichiers**

Le programme "Tomograf" utilisable à partir du disque est constitué de deux répertoires et d'un fichier exécutable:

```
TOMOGRAF : / > DONNEES [rep]
              PILOTE  [rep]
              TOMOGRAF.EXE
```

## **a/ Données :**

Est un répertoire au départ vide, mais qui va contenir les fichiers des données introduites lors de l'enregistrement des coordonnées des émetteurs et des récepteurs sous un nom de fichier "sismique ". Par exemple le programme construit automatiquement les fichiers suivants :

sismique.rcp :

c'est le fichier qui contient les coordonnées des récepteurs, d'où l'extension rcp.

sismique.emt

c'est le fichier contenant les coordonnées des émetteurs d'où l'extension emt.

Lors de l'enregistrement des temps de propagation, le programme va demander à l'utilisateur de donner un nom de fichier ; il faudra veiller à ce qu'il ait le même nom que celui donné aux coordonnées pour que l'ensemble soit relié. Dans le cadre de l'exemple précédent, on obtiendra le fichier

sismique.tmp

L'extension tmp désigne le temps.

En définitive, les données vont se présenter comme suit

DONNEES : \ >

sismique.rcp

sismique.emt

sismique.tmp

## **b/ Pilote**

est un répertoire contenant les programmes gérant les cartes graphiques des ordinateurs, dans notre cas les cartes graphiques gérées sont :

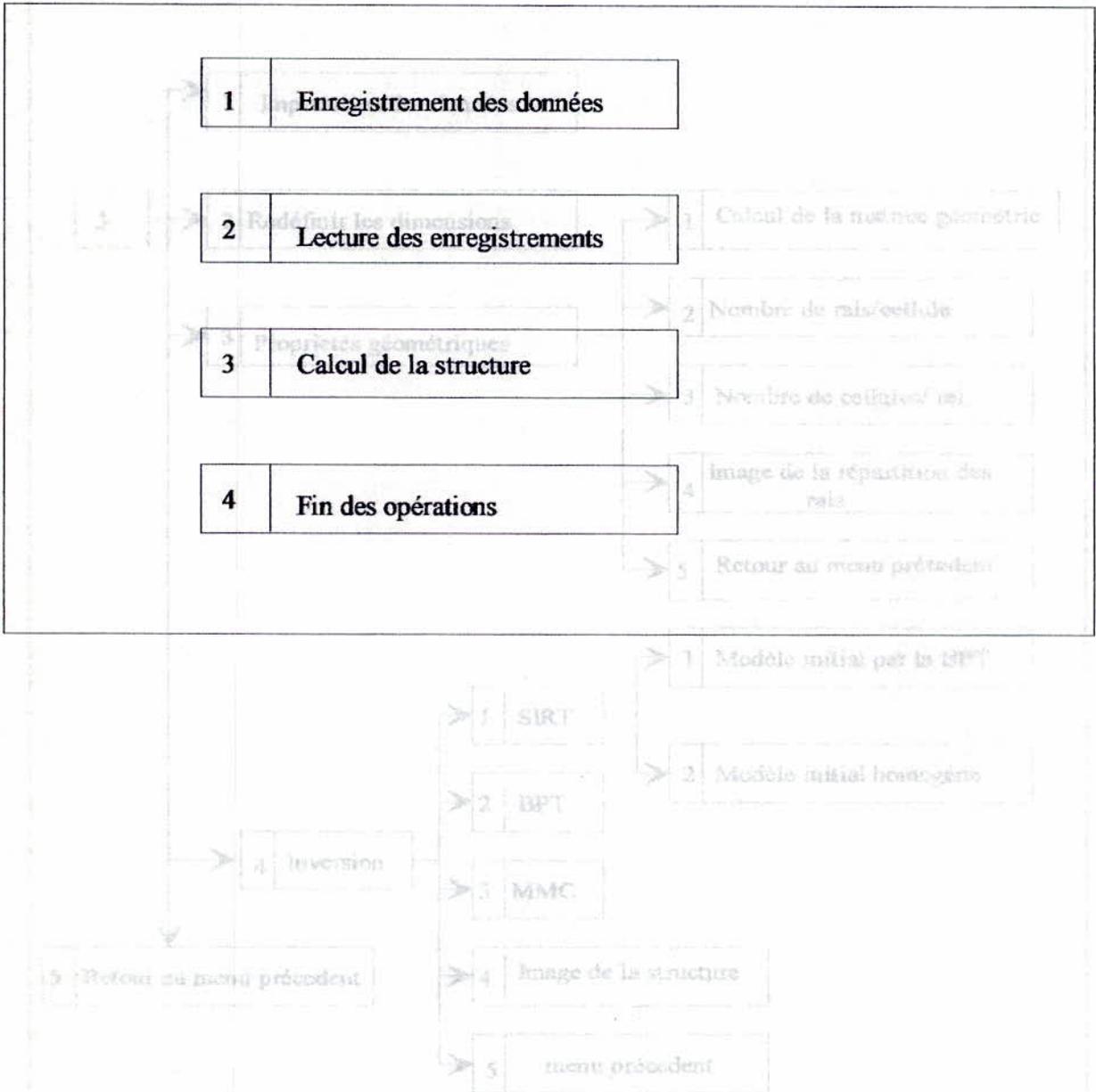
- CGA
- EGA.VGA
- VESA 16

## c/ Tomograf.exe

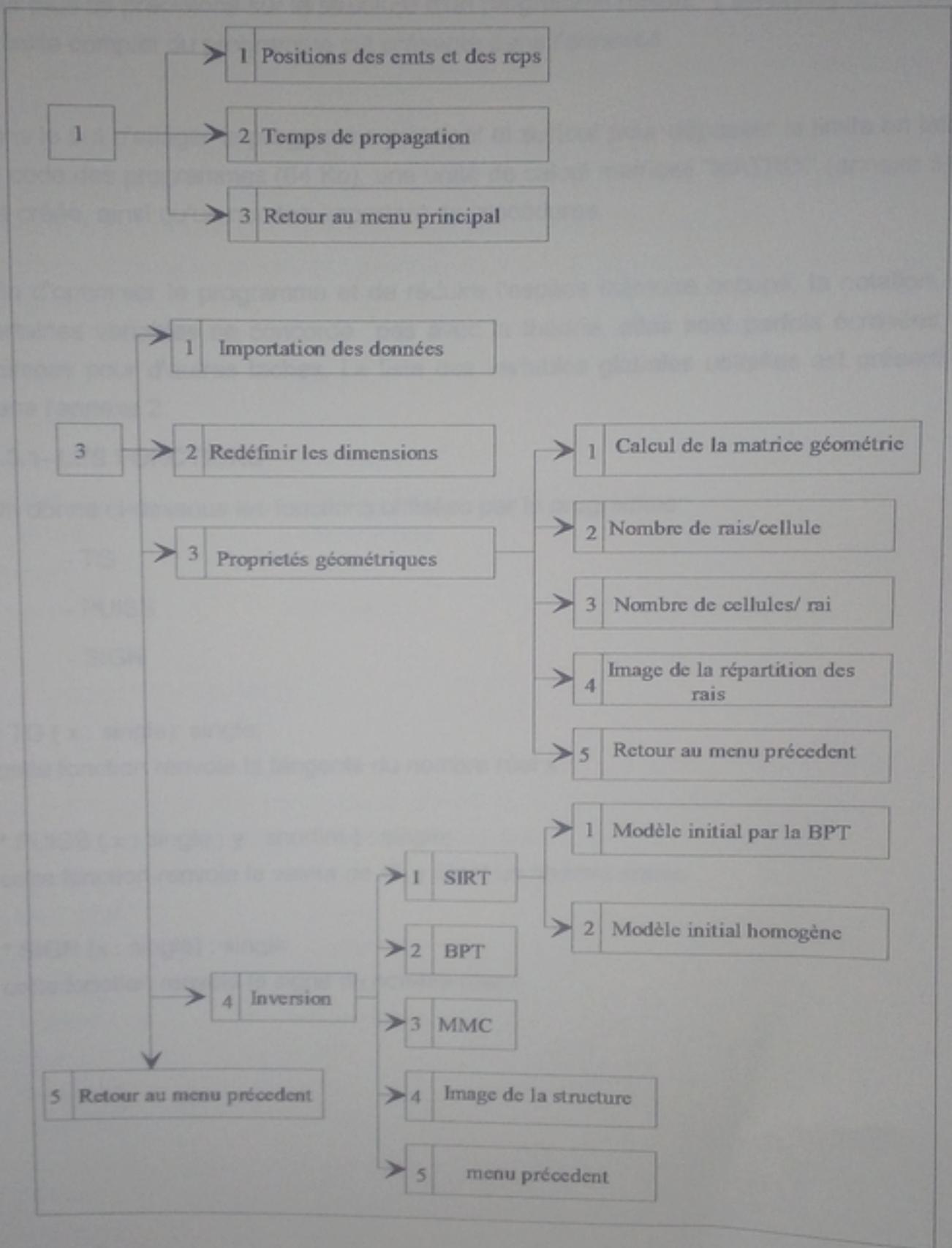
c'est le fichier exécutable qui permet d'accéder aux différentes applications du programme. Il suffit donc de taper Tomograf pour y accéder.

### 4.2 Les menus du programme

Une fois dans le programme, le menu principal se présente comme suit :



Les menus secondaires sont présentés ci-dessous



### 4.3. STRUCTURE DU PROGRAMME TOMOGRAF

Pour plus de précisions sur la structure d'un programme pascal, [ Delannoy C., 1994].  
Le texte complet du programme est présenté dans l'annexe4 .

Dans le but d'alléger le programme principal et surtout pour dépasser la limite en taille de code des programmes (64 Ko), une unité de calcul matriciel "MATRIX" (annexe 3) a été créée, ainsi qu'un nombre important de procédures.

Afin d'optimiser le programme et de réduire l'espace mémoire occupé, la notation de certaines variables ne concorde pas avec la théorie, elles sont parfois écrasées et utilisées pour d'autres tâches. La liste des variables globales utilisées est présentée dans l'annexe 2.

#### 4.3.1- LES FONCTIONS

On donne ci-dessous les fonctions utilisées par le programme:

- TG
- PUISS
- SIGN

\* TG ( x : single): single;

cette fonction renvoie la tangente du nombre réel x

\* PUISS ( x : single ; y : shortint ) : single;

cette fonction renvoie la valeur de  $x^y$ , y étant un nombre entier.

\* SIGN (x : single) : single;

cette fonction renvoie le signe du nombre réel x.

### 4.3.2- L'UNITE MATRIX

Une unité est une bibliothèque de procédures et de fonctions qui pourront facilement être utilisées par différents programmes allégeant d'autant la tâche de la programmation.

En plus des unités accompagnant le logiciel "Turbo Pascal" (system, Dos, Crt, Printer, Graph, Overlay...), L'unité "Matrix" a été spécialement créée pour accomplir les opérations de calcul matriciel relatives aux problèmes de tomographie.

On donne ci-dessous la liste des procédures et des fonctions contenues à l'intérieur de l'unité matrix.

- |             |               |
|-------------|---------------|
| - Norme     | - ecrismat    |
| - Transpose | - Produitmv   |
| - Sommemat  | - Produitvect |
| - Sommevect | - Produitmat  |
| - Lisvect   | - Decompose   |
| - Lismat    | - Invmat      |
| - ecrisvect | - Detmat      |

### 4.3.3- LES PROCEDURES

On donne ci-dessous la liste des procédures utilisées par le programme principal, puis on présentera le rôle de chacune d'elles avec si nécessaire des organigrammes schématisant les appels entre les différentes composantes du programme

- |               |               |
|---------------|---------------|
| - Alarme      | - Rais        |
| - Modegraf    | - Image       |
| - Ecriture    | - Compare     |
| - Lecture     | - Information |
| - Intromesure | - Resolution  |
| - Lire        | - BPT         |
| - Données     | - SIRT        |
| - Dimension   | - Filtre      |
| - Georais     |               |
| - Angle       |               |
| - Indice      |               |

### **Alarme**

Une fois appelée cette procédure génère un son de fréquence 440 Hz pendant un temps de 100 ms

### **Modegraf**

Cette procédure détecte et initialise le mode graphique, elle est nécessaire pour les applications présentant du graphisme.

### **Ecriture**

Cette procédure permet la création des fichiers de données et l'enregistrement des coordonnées des émetteurs et celles des récepteurs.

### **Lecture**

Procédure permettant de consulter le contenu des fichiers de données enregistrées.

### **Intromesure**

Procédure qui enregistre les temps de propagation des rais sismiques.

### **Lire**

Lire( nom: string ; Cn: integer; var y : single);

permet l'ouverture du fichier "nom" pointe sur l'élément de position Cn et transmet sa valeur à la variable y.

Notons que nom, Cn et y sont des variables locales.

### **Indice**

Indice( A, B : single ; var C: integer);

soit A : l'abscisse du point d'intersection du rai avec la cellule.

B : la largeur de la cellule.

alors

C : représente l'indice j de la cellule.

Donc, cette procédure calcule automatiquement les indices des cellules, elle peut aussi déterminer le nombre de cellules lors de la subdivision de l'espace.

### Angle

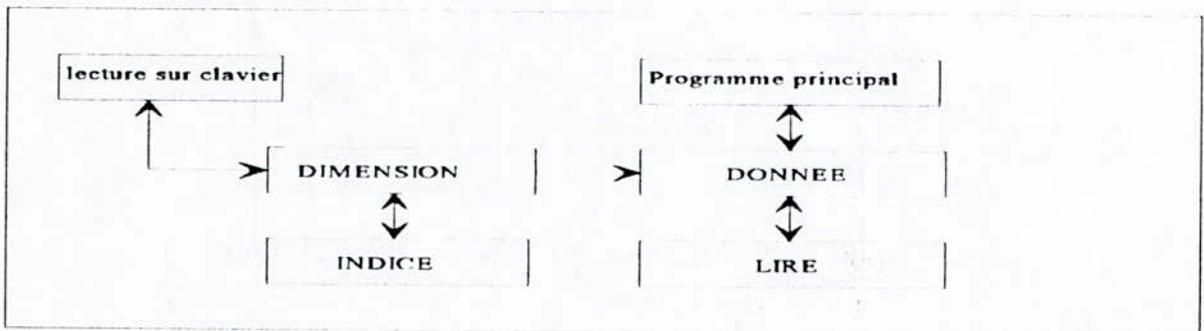
Angle( X1, Y1 :single ; C1, C2 : integer; var ALFA, GAMA : single );  
connaissant les coordonnées (X1, Y1) du point d'intersection P du rai avec la cellule d'indice (C1, C2), cette procédure calcule les angles ALFA et GAMA correspondant respectivement à Tetar1 et Tetar2.

### Dimension

Cette procédure transmet lors de son appel les valeurs de Xmax, Ymax, Px, Py lues au clavier et les valeurs de Nx et de Ny obtenues par l'appel de la procédure Indice.

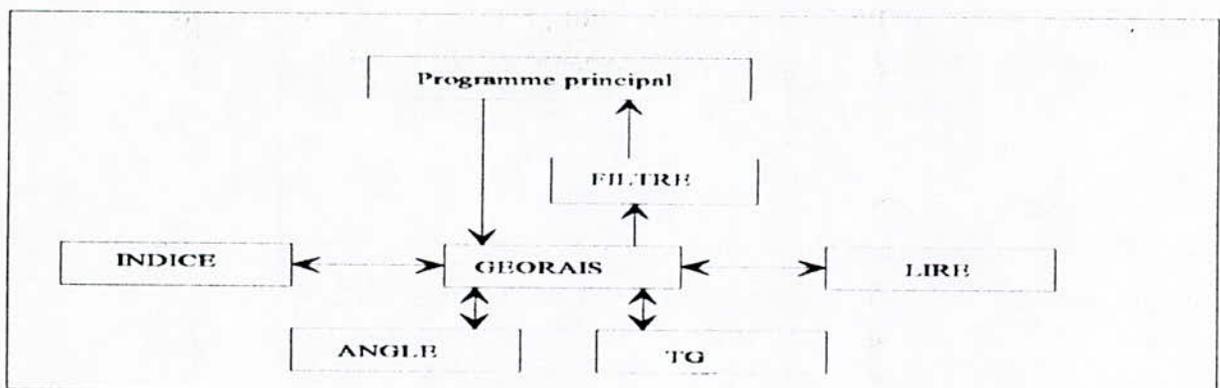
### Donnée

Cette procédure est activée par l'instruction "Importation des données" du menu du programme. Elle transmet les coordonnées des émetteurs et des récepteurs, les temps de propagation, ainsi que les valeurs générées par la procédure dimension, selon l'organigramme suivant:



### Géorais

Cette procédure permet de calculer et d'afficher sur écran la matrice géométrie G. L'appel des procédures résultant est schématisé par l'organigramme suivant :



### Filtre

Permet de réduire la taille de la matrice G et cela en éliminant les rais (donc les lignes) pour lesquels on n'enregistre pas de temps (t=0).

### Rais

procédure qui affiche sur écran la répartition des rais à l'intérieur de la grille formée par la subdivision de l'espace entre les deux puits. On peut ainsi observer et distinguer les zones de faible et de haute résolution, les positions des émetteurs et des récepteurs ainsi que les dimensions du terrain.

### Image

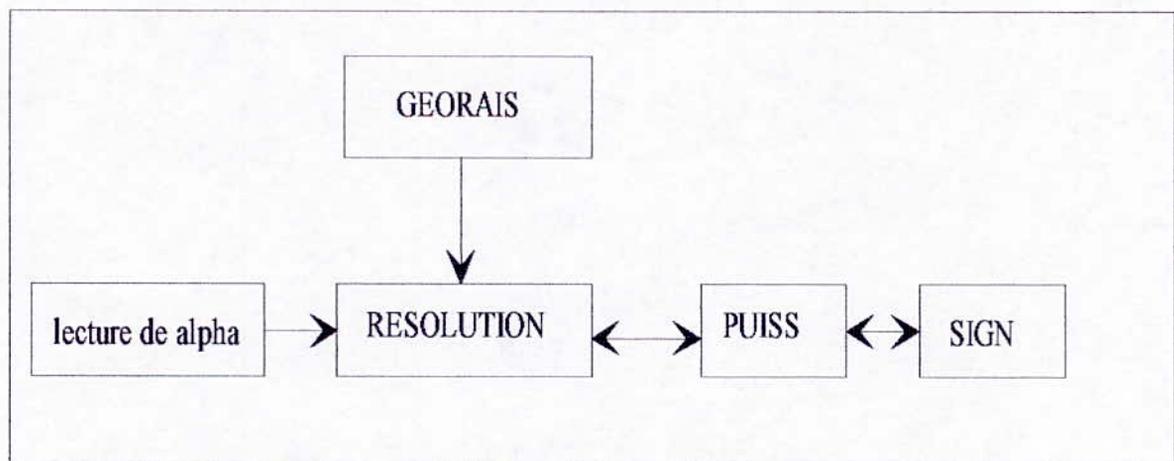
Affiche sur écran l'image de la distribution de la lenteur à l'intérieur de l'espace défini par les deux puits, et cela en associant à chaque valeur la couleur qui lui correspond, ce qui nous permet de distinguer et de localiser l'anomalie.

### Résolution

calcule la matrice W (m x m) définie par :

$$W_j = \sum_{i=1}^n G_{ij}^\alpha$$

L'organigramme associé se présente comme suit:

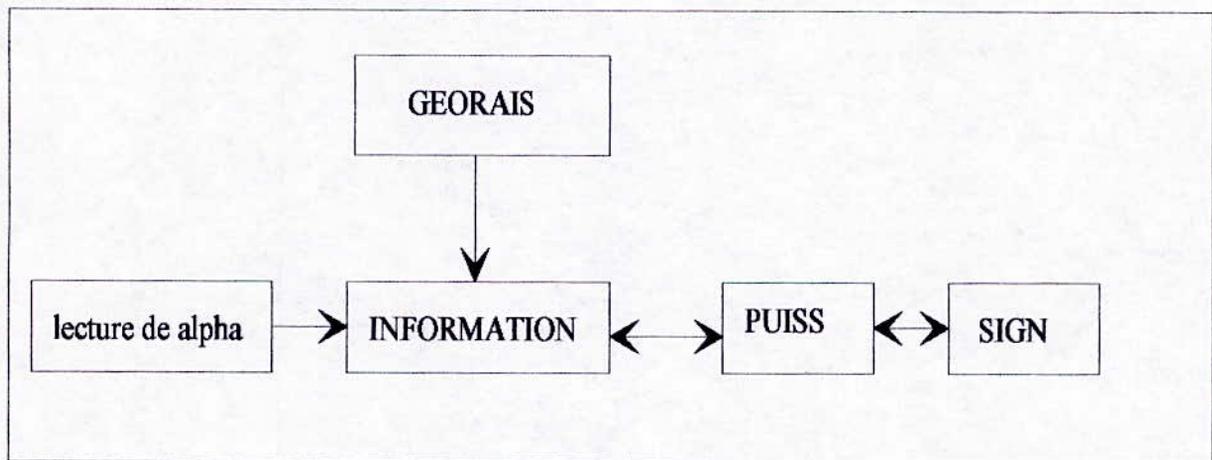


### Information

Calcule la matrice D (n x n) définie par :

$$D_i = \sum_{j=1}^m G_{ij}^{2-\alpha}$$

L'organigramme associé à l'appel des procédures est le suivant:



### BPT

résoud le système obtenu, par la méthode BPT, ici on a utilisé l'algorithme proposé par [I.S.R.M, 1988], avec:

$$\begin{cases} S = G^T T D^{-1} W^{-1} \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

### **SIRT**

résoud le système obtenu, par la méthode itérative SIRT en utilisant le calcul matriciel suivant:

$$\begin{cases} \mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{S}^k + \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{r}^k \\ \alpha = 0, 1, 2 \end{cases}$$

Ici le modèle initial est introduit par deux manières, soit on injecte la solution obtenue par la BPT, ou on choisi un modèle homogène c'est-à-dire à valeur constante.

### **MMC**

Résolution du système par la méthode des équations normales, la lenteur est définie dans ce cas par :

$$\mathbf{S} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{T}$$

# CHAPITRE 5

## APPLICATION SUR DES DONNEES SYNTHETIQUES

## CHAPITRE 5

### APPLICATION SUR DES DONNEES SYNTHETIQUES

#### 1-INTRODUCTION

Dans le but de mieux comprendre le comportement des méthodes d'inversions (SIRT et BPT), on teste le programme sur des données synthétiques. A ces modèles correspondent des temps de propagation calculés théoriquement. On teste alors la fiabilité des algorithmes d'inversion utilisés, en comparant le modèle réel à la solution obtenue.

#### 2-REALISATION DU MODELE SYNTHETIQUE

En réalisant un modèle synthétique on essaye de se rapprocher le plus possible de la réalité. Ainsi donc les trajectoires des rais ne sont pas des droites rectilignes, mais vont être réfractées à chaque rencontre d'un milieu de vitesse différente selon la loi de Snell - Descartes :

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

On calcule la longueur du rai  $i$   $L_{ik}$  à l'intérieur de chaque milieu  $k$ . Le temps de propagation du rai se définit par la relation :

$$t_i = \sum_k L_{ik} / V_k$$

$V_k$ : est la vitesse du milieu  $k$ .

Afin de simuler les erreurs de mesures rencontrées sur le terrain, on injecte souvent des perturbations aux temps de propagation. Ces dernières sont distribuées selon une loi normale [ Lanczos , 1961].

Dans notre application, cette dernière option n'est pas utilisée vu que les modèles choisis présentent des contrastes de vitesses très importants, supérieurs à 25%.

L'injection d'erreurs dans ce cas nous éloignerait de la solution, puisque la correction des trajectoires n'est pas réalisée.

Pour générer des données synthétiques, on utilise souvent deux types de configurations [W. Scott Phillips, 1991] :

– Un modèle qui présente un faible gradient de vitesse et qui peut être défini par:

$$V = \begin{cases} V_2 + (V_1 - V_2) \frac{r}{r_0} & r < r_0 \\ V_1 & r \geq r_0 \end{cases}$$

– Un modèle qui présente une variation nette de la vitesse tel que

$$V = \begin{cases} V_2 & r < r_0 \\ V_1 & r \geq r_0 \end{cases}$$

Pour ce dernier cas on choisit souvent une forme rectangulaire pour l'anomalie, la forme circulaire s'adapte mieux au premier modèle. Les modèles synthétiques choisis pour tester le programme Tomograf correspondent au deuxième type.

### 3- Application sur modèle N°1

1.2	1.2	1	1	1
1	1	1	1	1
1.4	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1.2	1.2	1	1	1

**Tableau 1:** modèle réel pour les lenteurs

$X_{max} = 10$  ;       $P_x = 2$        $N_e = 5$   
 $Y_{max} = 10$  ;       $P_y = 2$        $N_r = 9$

#### Coordonnées

Ye	1	2	5	7	9				
Yr	0	1	2	3	5	7	8	9	10

**Tableau 2:** coordonnées des émetteurs et des récepteurs

#### Temps de propagation

	r	c	p									
emt	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
1	10.85	10.80	10.85	11.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00			
2	0.00	10.20	10.05	10.00	10.20	10.77	0.00	0.00	0.00			
3	12.05	11.62	11.27	11.01	10.80	11.27	11.01	11.62	12.05			
4	0.00	0.00	0.00	10.77	10.20	10.00	10.05	10.20	0.00			
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	11.01	10.80	10.85	11.01			

**Tableau 3:** temps de propagation correspondants au modèle réel N°1

On applique dans ce qui suit l'algorithme SIRT en faisant varier la solution initiale ainsi que la valeur de  $\alpha$ . La tolérance restant inchangée  $\varepsilon = 0.01$ , on va comparer les résultats en terme de nombre d'itérations ainsi qu'en terme de vitesse obtenues.

### 3.1- Utilisation de la BPT.

L'estimation de la solution par l'algorithme BPT est donnée dans le tableau 4.

1.08	1.08	1.07	1.06	1.07
1.00	1.03	1.05	1.05	1.04
1.08	1.06	1.03	1.02	1.03
1.00	1.03	1.04	1.05	1.04
1.08	1.08	1.07	1.07	1.07

Tableau 4: solution obtenue par la BPT

### 3.2- Utilisation de la SIRT

#### 3.2.1- Solution initiale par la BPT

Les solutions obtenues par les différentes valeurs de  $\alpha$  sont données dans le tableau 5:

$\alpha = 0 \Rightarrow 10$  itérations

$\alpha = 1 \Rightarrow 11$  itérations

$\alpha = 2 \Rightarrow 12$  itérations

1.11	1.11	1.06	1.05	1.07
0.87	0.99	1.05	1.06	1.02
1.19	1.10	1.04	1.00	1.07
0.88	0.98	1.04	1.07	1.03
1.12	1.12	1.07	1.06	1.07

1.11	1.11	1.06	1.05	1.07
0.87	0.99	1.06	1.06	1.02
1.18	1.11	1.04	1.00	1.08
0.88	0.98	1.04	1.07	1.02
1.11	1.11	1.06	1.06	1.08

1.11	1.11	1.05	1.06	1.07
0.88	0.99	1.06	1.06	1.02
1.18	1.12	1.04	1.00	1.07
0.88	0.98	1.05	1.06	1.02
1.11	1.11	1.06	1.07	1.08

Tableau 5: solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale celle obtenue par la BPT

L'image des vitesses ainsi que la distribution des raies est illustrée en annexe 5. La solution obtenue par la BPT n'est en fait qu'une approche du modèle introduit. On remarque que les valeurs maximales (1.08) correspondent à l'emplacement des anomalies. Cependant les cellules se trouvant sur la même ligne sont aussi affectées puisque dans cette méthode un rai affecte toutes les cellules qu'il traverse de la même manière. Car on considère la vitesse moyenne de ce dernier et le temps associé dans

ce cas à chaque cellule est le même. Seules les longueurs cumulées interviennent pour corriger cet aspect (équation 41, chapitre 3).

En ce qui concerne les solutions obtenues par la SIRT, on constate que les valeurs sont proches de celles du modèle synthétique, les anomalies se distinguent bien (1.11, 1.12, 1.19).

On remarque par ailleurs que les cellules de l'extrême droite présentent des valeurs légèrement élevées. Ceci s'explique par le fait que les anomalies du modèle synthétique (1.20 et 1.40) influencent considérablement les cellules (voir la répartition des rais dans l'annexe 5).

On remarque que plus  $\alpha$  augmente, plus le nombre d'itérations augmente aussi et la solution obtenue n'est pas meilleure. On peut dire pour cet exemple que la meilleure estimation est obtenue avec  $\alpha = 0$  (10 itérations).

### 3.2.2- Solutions initiale homogène ( $S = 0$ )

Dans ce cas, à l'itération zéro toutes les cellules sont affectées par la même lenteur ( $S = 0$ ), la première itération va correspondre à une inversion directe des temps de propagation, alors que les itérations suivantes correspondent à l'inversion des résidus.

$\alpha = 0 \Rightarrow 11$  itérations

1.15	1.15	0.90	1.01	1.19
1.02	0.88	0.92	1.03	1.16
1.37	0.94	0.89	1.03	1.16
1.02	0.87	0.91	1.03	1.16
1.15	1.15	0.91	1.01	1.20

$\alpha = 1 \Rightarrow 12$  itérations

1.11	1.11	1.06	1.05	1.07
0.87	0.99	1.06	1.06	1.02
1.18	1.11	1.04	1.00	1.08
0.88	0.98	1.04	1.07	1.02
1.11	1.11	1.06	1.06	1.08

$\alpha = 2 \Rightarrow 15$  itérations

1.09	1.09	1.17	1.06	1.00
0.80	1.04	1.16	1.06	0.95
1.09	1.20	1.12	0.97	1.03
0.81	1.03	1.14	1.06	0.95
1.09	1.09	1.17	1.07	1.01

**Tableau 6:** solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale ( $S = 0$ )

Dans ce cas, on vérifie que le nombre d'itérations augmente avec  $\alpha$ , cependant les solutions obtenues diffèrent d'un cas à un autre.

$\alpha = 0$ . Les anomalies obtenues sont très proches du cas réel (1.15, 1.37) au lieu de (1.20, 1.40), mais il y a une surestimation au niveau des cellules de l'extrême droite. Ceci nous induirait en pratique à des erreurs d'interprétation.

$\alpha = 1$ . La qualité de la solution est assez bonne puisqu'on distingue facilement les anomalies. Notons que les valeurs obtenues dans sont exactement identiques à celles du tableau 5 pour  $\alpha = 1$ .

$\alpha = 2$ . On a une mauvaise estimation de la solution. Les anomalies sont déplacées vers le centre de la structure. On peut dire que pour l'exemple du modèle homogène ( $S = 0$ ), la meilleure estimation est obtenue avec ( $\alpha = 1$ ).

### 3.2.3- Solution initiale homogène ( $S = 1$ )

Au début de l'inversion, les cellules sont affectées par la même valeur de la lenteur ( $S = 1$ ). La première itération va correspondre à l'inversion des écarts par rapport à ce modèle.

$\alpha = 0 \Rightarrow 11$ itérations	$\alpha = 1 \Rightarrow 12$ itérations	$\alpha = 2 \Rightarrow 14$ itérations
--	--	--

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1.11</td><td>1.11</td><td>1.05</td><td>1.05</td><td>1.07</td></tr> <tr><td>0.88</td><td>0.99</td><td>1.05</td><td>1.06</td><td>1.03</td></tr> <tr><td>1.20</td><td>1.09</td><td>1.04</td><td>1.00</td><td>1.08</td></tr> <tr><td>0.88</td><td>0.98</td><td>1.03</td><td>1.07</td><td>1.03</td></tr> <tr><td>1.12</td><td>1.12</td><td>1.06</td><td>1.06</td><td>1.08</td></tr> </table>	1.11	1.11	1.05	1.05	1.07	0.88	0.99	1.05	1.06	1.03	1.20	1.09	1.04	1.00	1.08	0.88	0.98	1.03	1.07	1.03	1.12	1.12	1.06	1.06	1.08	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1.11</td><td>1.11</td><td>1.06</td><td>1.05</td><td>1.07</td></tr> <tr><td>0.87</td><td>0.99</td><td>1.06</td><td>1.06</td><td>1.02</td></tr> <tr><td>1.18</td><td>1.11</td><td>1.04</td><td>1.00</td><td>1.08</td></tr> <tr><td>0.88</td><td>0.98</td><td>1.04</td><td>1.07</td><td>1.02</td></tr> <tr><td>1.11</td><td>1.11</td><td>1.06</td><td>1.06</td><td>1.08</td></tr> </table>	1.11	1.11	1.06	1.05	1.07	0.87	0.99	1.06	1.06	1.02	1.18	1.11	1.04	1.00	1.08	0.88	0.98	1.04	1.07	1.02	1.11	1.11	1.06	1.06	1.08	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1.11</td><td>1.11</td><td>1.06</td><td>1.06</td><td>1.07</td></tr> <tr><td>0.87</td><td>0.99</td><td>1.07</td><td>1.06</td><td>1.02</td></tr> <tr><td>1.18</td><td>1.12</td><td>1.04</td><td>0.99</td><td>1.07</td></tr> <tr><td>0.88</td><td>0.98</td><td>1.05</td><td>1.06</td><td>1.02</td></tr> <tr><td>1.11</td><td>1.11</td><td>1.07</td><td>1.07</td><td>1.07</td></tr> </table>	1.11	1.11	1.06	1.06	1.07	0.87	0.99	1.07	1.06	1.02	1.18	1.12	1.04	0.99	1.07	0.88	0.98	1.05	1.06	1.02	1.11	1.11	1.07	1.07	1.07
1.11	1.11	1.05	1.05	1.07																																																																									
0.88	0.99	1.05	1.06	1.03																																																																									
1.20	1.09	1.04	1.00	1.08																																																																									
0.88	0.98	1.03	1.07	1.03																																																																									
1.12	1.12	1.06	1.06	1.08																																																																									
1.11	1.11	1.06	1.05	1.07																																																																									
0.87	0.99	1.06	1.06	1.02																																																																									
1.18	1.11	1.04	1.00	1.08																																																																									
0.88	0.98	1.04	1.07	1.02																																																																									
1.11	1.11	1.06	1.06	1.08																																																																									
1.11	1.11	1.06	1.06	1.07																																																																									
0.87	0.99	1.07	1.06	1.02																																																																									
1.18	1.12	1.04	0.99	1.07																																																																									
0.88	0.98	1.05	1.06	1.02																																																																									
1.11	1.11	1.07	1.07	1.07																																																																									

**Tableau 7:** solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale ( $S = 1$ )

La solution obtenue est la même que pour les deux cas précédents c'est à dire (tableau 5,  $\alpha = 1$ ), (tableau 6,  $\alpha = 1$ ). Les solutions obtenues pour les trois cas différents légèrement. Les anomalies sont bien localisées. Cependant le nombre d'itérations augmente lorsque  $\alpha$  augmente.

La qualité de la solution peut s'expliquer par le fait que la solution initiale injectée ( $S = 1$ ) est proche du cas réel, notons que la valeur moyenne de la lenteur du modèle synthétique est de (1.05).

### 3.2.4- Modèle initiale homogène ( $S = 2$ )

$\alpha = 0 \Rightarrow 14$  itérations

1.09	1.09	1.20	1.09	0.95
0.73	1.10	1.18	1.10	0.90
1.03	1.24	1.18	0.97	1.00
0.74	1.09	1.16	1.10	0.90
1.09	1.09	1.20	1.09	0.96

$\alpha = 1 \Rightarrow 12$  itérations

1.11	1.11	1.06	1.05	1.07
0.87	0.99	1.06	1.06	1.02
1.18	1.11	1.04	1.00	1.08
0.88	0.98	1.04	1.07	1.02
1.11	1.11	1.06	1.06	1.08

$\alpha = 2 \Rightarrow 13$  itérations

1.13	1.13	0.95	1.06	1.13
0.95	0.94	0.97	1.06	1.13
1.26	1.04	0.96	1.02	1.11
0.95	0.93	0.96	1.07	1.09
1.13	1.13	0.96	1.06	1.14

**Tableau 8:** solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale ( $S = 2$ )

La solution est identique aux cas précédents, c'est à dire (tableau 5,  $\alpha = 1$ ), (tableau 6,  $\alpha = 1$ ), (tableau 7,  $\alpha = 1$ )

#### $\alpha = 0$ .

La qualité de la solution est mauvaise, les anomalies ne sont pas détectées, elles sont par contre déplacées vers les cellules du centre de la structure.

#### $\alpha = 1$ .

On a une bonne résolution. On peut conclure que lorsque  $\alpha = 1$ , la solution ne dépend pas du modèle initiale injecté.

#### $\alpha = 2$ .

les anomalies sont bien détectées, cependant on a une surestimation au niveau des cellules de l'extrême droite.

## Conclusion

On peut, à travers l'étude des résultats obtenus pour les différents cas précédents, conclure que :

- le nombre d'itérations augmente si la valeur de  $\alpha$  augmente, lorsque la solution est correcte.
- lorsque ( $\alpha = 1$ ), la solution est la même quelque soit le modèle initial injecté, et elle s'avère assez bonne puisque les anomalies sont bien distinguées.
- Quelque soit la valeur de  $\alpha$  utilisée, ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), la solution est la même lorsque le modèle initial injecté est proche du modèle réel.
- Lorsque le modèle initial est éloigné du modèle synthétique, l'utilisation de la solution pour ( $\alpha = 0, \alpha = 2$ ) est mauvaise. Lorsqu'on n'a pas d'information quant à la solution initiale, il est donc préférable de choisir ( $\alpha = 1$ ).
- Lorsque les anomalies se localisent du côté des émetteurs, les rais passant par ces dernières affectent de la même manière des cellules qu'ils traversent. Cette caractéristique nous a conduit à choisir une anomalie centrée pour le deuxième modèle.

#### 4- Application sur Modèle N°2

Dans le modèle synthétique qui suit, on choisit une structure présentant un grand contraste de vitesse (67%), contrairement au précédent (29%). L'anomalie à détecter est centrée et présente une vitesse ( $V_1 = 1$ ), le terrain encaissant est de vitesse ( $V_2 = 3 \Rightarrow S_2 = 1/3$ ). On a 35 cellules, la lenteur est distribuée comme suit.

0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
0.33	0.33	1.00	1.00	1.00	0.33	0.33
0.33	0.33	1.00	1.00	1.00	0.33	0.33
0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33

**Tableau 9:** modèle réel de lenteurs

$X_{max} = 14$ ;  $P_x = 2$ ;  $N_e = 5$

$Y_{max} = 10$ ;  $P_y = 2$ ;  $N_r = 9$

Coordonnées

Ye	1	3	5	7	9				
Yr	0	1	2	3.3	4.5	5.7	7	8.3	9

**Tableau 10:** coordonnées de émetteurs et des récepteurs

Temps de propagation

rcp emt	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4.68	4.67	4.68	4.71	4.77	5.44	6.58	7.72	8.72
2	4.77	4.71	4.68	4.67	0.00	8.80	8.92	9.08	9.32
3	4.96	4.85	0.00	8.72	8.67	8.72	8.74	8.84	9.00
4	0.00	0.00	9.05	8.90	8.78	8.70	8.67	8.70	0.00
5	9.95	9.72	9.45	9.25	9.05	5.42	0.00	4.68	4.67

**Tableau 11:** temps de propagation correspondants au modèle réel N°2

#### 4.1- Utilisation de la BPT

0.39	0.34	0.33	0.33	0.33	0.36	0.40
0.48	0.44	0.39	0.35	0.44	0.48	0.51
0.55	0.58	0.61	0.59	0.58	0.57	0.54
0.62	0.61	0.59	0.59	0.59	0.57	0.55
0.51	0.41	0.34	0.33	0.33	0.46	0.53

Tableau 12: solution obtenue par la BPT

#### 4.2- Utilisation de la SIRT

##### 4.2.1- Solution initiale par la BPT

La solution de la SIRT dans ce cas est :

$\alpha = 0 \Rightarrow 46$ itérations							$\alpha = 1 \Rightarrow 48$ itérations						
0.38	0.37	0.26	0.26	0.29	0.31	0.44	0.39	0.38	0.26	0.23	0.30	0.32	0.43
0.54	0.44	0.16	0.07	0.46	0.50	0.40	0.54	0.45	0.17	0.10	0.47	0.50	0.40
0.55	0.63	0.78	0.79	0.58	0.72	0.47	0.55	0.62	0.80	0.78	0.56	0.73	0.48
0.48	0.80	0.67	0.68	0.59	0.43	0.53	0.46	0.80	0.67	0.70	0.59	0.41	0.54
0.55	0.23	0.13	0.33	0.33	0.52	0.69	0.57	0.30	0.11	0.37	0.37	0.52	0.68
$\alpha = 2 \Rightarrow 48$ itérations													
0.39	0.38	0.26	0.24	0.29	0.32	0.44							
0.53	0.44	0.18	0.09	0.46	0.50	0.41							
0.54	0.62	0.81	0.77	0.57	0.71	0.48							
0.48	0.79	0.67	0.69	0.59	0.43	0.54							
0.56	0.27	0.12	0.35	0.35	0.53	0.68							

Tableau 13: solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale celle obtenue par la BPT

La solution obtenue par la BPT est une approximation du modèle réel. Mais on remarque déjà que l'anomalie commence à apparaître malgré qu'elle soit plus étendue.

Les solutions obtenues pour la SIRT diffèrent légèrement en fonction de la valeur de  $\alpha$ . les anomalies sont détectées bien que les valeurs soient différentes de celles du modèle réel. N'oublions pas que le contraste est de (67%) et que les courbures des rais ne sont pas prises en compte.

L'augmentation du nombre d'itérations avec l'augmentation de  $\alpha$  se confirme dans ce cas aussi.

**4.2.2- Solution initiale homogène (S = 0)**

Rappelons que la valeur de zéro implique une inversion directe des temps au lieu des résidus pour la première itération.

$\alpha = 0 \Rightarrow 47$ itérations							$\alpha = 1 \Rightarrow 49$ itérations						
0.43	0.35	0.26	0.22	0.30	0.29	0.46	0.39	0.38	0.26	0.23	0.30	0.32	0.43
0.60	0.40	0.16	0.09	0.45	0.48	0.43	0.54	0.45	0.17	0.10	0.47	0.50	0.40
0.62	0.57	0.75	0.84	0.53	0.74	0.47	0.55	0.62	0.80	0.78	0.56	0.73	0.48
0.51	0.78	0.67	0.66	0.63	0.41	0.52	0.46	0.80	0.67	0.70	0.59	0.41	0.54
0.58	0.27	0.08	0.39	0.39	0.48	0.68	0.57	0.30	0.11	0.37	0.37	0.52	0.68
$\alpha = 2 \Rightarrow 50$ itérations													
0.36	0.39	0.25	0.30	0.33	0.33	0.42	0.36	0.39	0.25	0.30	0.33	0.33	0.42
0.50	0.46	0.18	0.09	0.47	0.51	0.39	0.50	0.46	0.18	0.09	0.47	0.51	0.39
0.30	0.66	0.82	0.76	0.79	0.71	0.48	0.30	0.66	0.82	0.76	0.79	0.71	0.48
0.46	0.81	0.68	0.69	0.58	0.43	0.55	0.46	0.81	0.68	0.69	0.58	0.43	0.55
0.55	0.26	0.12	0.33	0.33	0.56	0.68	0.55	0.26	0.12	0.33	0.33	0.56	0.68

**Tableau 14:** solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha=0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale (S = 0)

Dans les trois cas les anomalies sont détectées de façon approximative, le contraste de vitesse est net. On confirme que pour  $\alpha = 1$  la solution initiale n'influe pas sur les résultats.

dans ce cas la préférence d'une solution pour les différents valeurs de  $\alpha$  n'est pas évidente.

#### 4.2.3- Solution initiale homogène (S = 0.34)

$\alpha = 0 \Rightarrow 47$ itérations							$\alpha = 1 \Rightarrow 49$ itérations						
0.39	0.38	0.26	0.26	0.29	0.30	0.44	0.39	0.38	0.26	0.23	0.30	0.32	0.43
0.56	0.43	0.16	0.07	0.45	0.49	0.41	0.54	0.45	0.17	0.10	0.47	0.50	0.40
0.58	0.61	0.77	0.81	0.56	0.73	0.47	0.55	0.62	0.80	0.78	0.56	0.73	0.48
0.49	0.80	0.67	0.67	0.60	0.42	0.52	0.46	0.80	0.67	0.70	0.59	0.41	0.54
0.56	0.24	0.13	0.33	0.33	0.51	0.69	0.57	0.30	0.11	0.37	0.37	0.52	0.68

$\alpha = 2 \Rightarrow 50$  itérations

0.38	0.38	0.27	0.24	0.30	0.32	0.44
0.53	0.44	0.18	0.10	0.46	0.50	0.40
0.52	0.64	0.81	0.77	0.58	0.71	0.48
0.48	0.80	0.67	0.70	0.59	0.43	0.55
0.26	0.27	0.12	0.35	0.35	0.54	0.68

**Tableau 14:** solutions obtenues par la SIRT avec ( $\alpha = 0, 1, 2$ ), en injectant comme solution initiale (S = 0,34)

L'introduction du modèle initial (0.34) proche de la valeur moyenne des lenteurs du cas réel n'influe pas de façon très importante. La valeur de la solution obtenue diffère légèrement des autres cas.

## Conclusion

A travers l'étude du modèle précédent on peut confirmer que :

- Le nombre d'itérations augmente lorsque  $\alpha$  augmente.
- Pour ( $\alpha = 1$ ) la solution obtenue ne dépend pas du modèle initial. Ceci s'explique par le fait que pour ( $\alpha = 0$ ) c'est le nombre de rais par cellule qui est important alors que pour ( $\alpha = 1$ ), c'est la longueur effective cumulée des rais dans la cellule qui intervient.

On peut d'autre part conclure que :

- Lorsqu'on a un grand contraste de vitesse, les valeurs de la lenteur obtenues sont différentes de celles du cas réel, cependant les anomalies sont détectées.

- La solution initiale n'influe pas d'une façon importante lorsque le contraste de vitesse est grand. Il est nécessaire de tenir compte des courbures des rais et On doit alors recalculer à chaque itération les trajets.

- Dans le cas où on a une anomalie excentrée, homogène qui se présente parallèlement aux puits, tous les rais vont être affectés de façon identique. La solution ainsi estimée est homogène et tend vers la valeur moyenne du modèle réel.

Il est nécessaire dans ce cas d'utiliser des récepteurs ou des émetteurs en surface ou dans les galeries de façon à avoir une meilleur couverture azimutale de la zone d'étude par les rais [ Ivansson S., 1987].

## CONCLUSION GENERALE

L'utilisation de l'ordinateur à grande capacité de mémoire ouvre des voies nouvelles à l'interprétation sismique dans les zones où les forages ont été implantés et plus généralement lorsqu'il existe des sources sismiques profondes.

A travers l'étude consacrée à la prospection sismique par les méthodes tomographiques on peut conclure que :

- La tomographie est une méthode très efficace pour tout type d'investigations, géologiques, hydrogéologiques, géotechniques, en génie civil, en recherche minière, etc. Cependant elle est très coûteuse, son utilisation est très exigeante en terme de précision de données et dans l'emplacement des dispositifs d'émission et de réception. Elle nécessite l'utilisation d'un grands nombre de mesures afin d'augmenter sa fiabilité.

- Plus les données sont nombreuses, plus les erreurs de lecture de ces données sont réduites, meilleure est la qualité des solutions obtenues. En effet Lanczos (1961) a constaté que la technique des moindres carrés donnait un résultat qui dépend du nombre de stations et de la distribution de celles-ci en distance et en azimut. Cette manifestation de l'instabilité de la solution dans les paramètres de la solution se traduit par :

- Une variation significative de la solution lorsque différentes stations sont utilisées.
- Une faible dépendance de la solution envers le modèle de vitesse utilisé

Le mieux pour avoir une solution correcte , serait de disposer d'un réseau à bonne couverture azimutale.

- L'utilisation des méthodes classiques (inversion directe) n'est pas très avantageuse lorsque Les systèmes obtenues sont très grands. En effet cela nécessiterait l'inversion d'une grande matrice ( $A^T . A$ ). On utilise alors des méthodes de résolution géométriques qui ne nécessitent pas l'inversion de cette matrice et qui conduisent parfois à de très bonnes solutions.

Comme on l'a constaté à travers l'application de la SIRT sur les données synthétiques, cette méthode a révélé de bons résultats. Cependant il faut faire très attention quant au choix du modèle initial ainsi qu'à la valeur de  $\alpha$  à injecter dans le processus itératif.

Lorsqu'on n'a pas une idée préliminaire sur la solution initiale on utilisera la BPT pour l'estimer. L'utilisation de ( $\alpha = 1$ ) nous mènerait vers les mêmes résultats.

La méthode SIRT s'avère très efficace lorsque le contraste de vitesse n'est pas important. Dans le cas contraire il faut tenir compte de la courbure des rais, en corrigeant leurs longueurs à l'intérieur des blocs à chaque itération.

La solution est meilleure si on a une bonne couverture azimutale.

# ANNEXES

## ANNEXE I

### DEMONSTRATION DE L'EQUIVALENCE ENTRE LA SOLUTION DONNEE PAR L'INVERSE GENERALISE ET CELLE DES MOINDRES CARRES

Si  $V_0$  n'existe pas on a:

$$V_p V_p^T = V_p^T V_p = I$$

$$U_p^T U_p = I$$

$$A^T A = V_p \Lambda_p U_p^T U_p \Lambda_p V_p^T = V_p \Lambda_p^2 V_p^T$$

$$(A^T A)^{-1} = (V_p^T)^{-1} \Lambda_p^{-2} V_p^{-1} = V_p \Lambda_p^{-2} V_p^T$$

$$\begin{aligned} (A^T A)^{-1} A^T &= V_p \Lambda_p^{-2} V_p^T V_p \Lambda_p U_p^T \\ &= V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T = A_g^{-1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A_g^{-1} = (A^T A)^{-1} A^T$$

Soit :

$$\hat{x} = A_g^{-1} b$$

$$A \hat{x} - b = A A_g^{-1} b - b = U_p U_p^T b - b$$

comme :

$$U_p^T U_p = I$$

on a :

$$U_p^T (U_p U_p^T b - b) = U_p^T U_p U_p^T b - U_p^T b = 0$$

Le vecteur  $A \hat{x} - b$  n'a pas de composantes dans l'espace  $U_p$ , de même que  $A \hat{x}$  n'a pas de composantes dans  $U_0$  puisque  $U_0^T A \hat{x} = 0$ .

de ce fait  $A \hat{x}$  et  $A \hat{x} - b$  sont perpendiculaires et la distance entre  $A \hat{x}$  et  $b$  ou  $(A \hat{x} - b)^2$  est minimum.

## ANNEXE II LES VARIABLES GLOBALES

Elles affectent toutes les procédures du programme, elles sont donc directement utilisées et restent constantes tant qu'elles ne soient pas modifiées.  
Voici la liste des variables globales utilisées dans cette application :

- Xmax : distance horizontale entre les deux puits.
- Ymax : profondeur des puits.
- Px : dimension de la cellule suivant l'horizontale.
- Py : dimension de la cellule suivant la verticale.
- Ne : nombre d'émetteurs.
- Nr : nombre de récepteurs.
- m : nombre total de cellules.
- n : nombre total de rais.
- Ye : coordonnée de l'émetteur.
- Yr : coordonnée du récepteur.
- teta : angle formé par l'horizontale et le rai considéré.
- tetar1 : angle formé entre l'horizontale et le segment joignant le point d'intersection du rai avec la cellule et le coin supérieur droit de cette dernière.
- tetar2 : angle formé entre l'horizontale et le segment joignant le point d'intersection du rai avec la cellule et le coin inférieur droit de cette dernière.
- G : matrice ( $m \times n$ ) dont les éléments représentent les longueurs des intersections des rais avec les cellules.
- D : matrice dont l'élément  $d(i,j)$  correspond à la longueur de l'intersection du rai choisi avec la cellule d'indice  $(i,j)$ .
- S : vecteur des lenteurs.
- T : vecteur des temps de propagation

## ANNEXE III

### L'UNITE "MATRIX"

```

unit matrix;

interface
uses crt;

type matrice = array [1..50,1..50] of single;
   vecteur = array [1..50] of single;
var a,b,c : matrice;
Procedure norme(V:vecteur; n:shortint;var Nor: single);
procedure filtrage(a:matrice;b:vecteur;n,m:shortint;var c:matrice);
procedure decompose (m : matrice; n : integer;var u, t :matrice);
procedure invmat ( m:matrice; n : integer; var sol:matrice;
   var inversible : boolean);
procedure transpose(a:matrice; n,m:shortint; var b:matrice);
procedure sommemat (a,b:matrice; n,m :shortint; var c :matrice);
procedure sommevect(a,b:vecteur; n:shortint; var c:vecteur);
procedure ecartvect(a,b:vecteur; n :shortint ; var c: vecteur);
procedure lisvect (var V:vecteur;var n:shortint);
procedure lismat (var a:matrice;var n, m : shortint);
procedure ecrismat (a: matrice;n, m :shortint);
procedure ecrisvect (a: vecteur; n,m:shortint);
procedure produitmv (a:matrice;b:vecteur;n,m:shortint; var c:vecteur);
procedure produitvect (a,b:vecteur; n:shortint; var c: vecteur);
procedure produitmat(a, b :matrice;n, m, p :shortint;var c :matrice);
function detmat (a : matrice; n : shortint) : single;
(*****
implementation
(*****
PROCEDURE LISMAT;
var i, j :shortint;
begin
  writeln ('Introduire la taille de la matrice:');
  write ('nø de lignes =');
  read(n);
  write ('nø de colonnes =');
  read(m);
  for i:= 1 to n do
    for j:= 1 to m do
      begin
        read(a[i,j]);
      end
end;
(*****
PROCEDURE LISVECT;
var i:shortint;
begin
  writeln ('Introduire la taille du vecteur:');
  write ('nø de lignes =');
  readln(n);
  for i:= 1 to n do
    begin
      read(V[i]);
    end
end;
(*****
PROCEDURE ECRISMAT;
var i, j :longint;
begin
  writeln;
  for i:= 1 to n do
    begin
      for j:= 1 to m do
        write (' ',a[i,j]:3:2);

```

```

        writeln;
    end;
    writeln
end;
(*****)
PROCEDURE ECRISVECT;
var i,j : longint;
begin
    writeln;
    for i:= 1 to m do
        begin
            for j:= 1 to n do
                write (' ',a[(i-1)*n+j]:3:2);
                writeln;
            end;
        end;
    writeln
end;
(*****)
PROCEDURE PRODUITMAT;
var
    i, j, k :shortint;
begin
    for i:= 1 to n do
        for j:= 1 to p do
            begin
                c[i,j]:= 0;
                for k:= 1 to m do
                    c[i,j]:= c[i,j] + a[i,k] * b[k,j];
                end
            end;
        end;
    end;
(*****)
;PROCEDURE SOMMEVECT;
var i: shortint;
begin
    for i:= 1 to n do
        c[i]:=a[i]+b[i];
    end;
(*****)
PROCEDURE TRANSPOSE;
var i,j :shortint;
begin
    for i:= 1 to n do
        for j:= 1 to m do
            begin
                b[j,i]:=a[i,j];
            end;
        end;
    end;
(*****)
PROCEDURE SOMMEMAT;
var i,j :shortint;
begin
    for i:= 1 to n do
        for j:= 1 to m do
            c[i,j] := a[i,j] + b[i,j];
        end;
    end;
(*****)
PROCEDURE ECARTVECT;
var i: shortint ;
begin
    for i:= 1 to n do
        c[i]:= a[i]-b[i];
    end;
(*****)
PROCEDURE NORME;
var i:shortint;
begin
    nor:=0.0;
    for i:= 1 to n do

```

```

        nor:=nor+sqr(v[i]);
        nor:=sqr(nor);
end;
(*****)
PROCEDURE PRODUITMV;
var i,j :shortint;
begin
    for i:= 1 to n do
        begin
            c[i]:=0;
            for j:= 1 to m do
                c[i]:=c[i] + a[i,j]*b[j];
            end;
        end;
end;
(*****)
PROCEDURE PRODUITVECT;
var i :shortint;
begin
    for i:= 1 to n do
        c[i]:=a[i]*b[i];
    end;
end;
(*****)
PROCEDURE DECOMPOSE;
var i, j, k :integer;
    lambda :single;
begin
    (*definition de t = m *)
    for i:= 1 to n do
        for j:= 1 to n do
            t[i,j] := m[i,j];
        end;
    (*definition de u = id *)
    for i:= 1 to n do
        for j:= 1 to n do
            u[j,j] := 0;
        end;
        for i := 1 to n do
            u[i,i] := 1;
        end;
    (*triangularisation de t *)
    for j := 1 to n do
        begin
            if t[j,j] = 0 then
                begin (* il y a un zero sur la diagonale *)
                    i := j + 1;
                    while (t[i,j] = 0) and (i < n) do
                        i := i + 1;
                    end;
                    if t[i,j] <> 0 then
                        for k := 1 to n do
                            begin
                                t[j,k] := t[j,k] + t[i,k];
                                u[j,k] := u[j,k] + u[i,k];
                            end;
                        end;
                    (* fin du cas zero sur la diagonale *)
                    if t[i,j] <> 0 then
                        for i := j+1 to n do
                            begin
                                lambda := -t[i,j] / t[j,j];
                                for k:= 1 to n do
                                    begin
                                        t[i,k] := t[i,k] + lambda * t[j,k];
                                        u[i,k] := u[i,k] + lambda * u[j,k];
                                    end;
                                end;
                            end;
                        end;
                    end;
        end;
    end;
end;
(*****)
PROCEDURE INVMAT;
var i, j, k : integer;
    u, t, invt : matrice;
begin
    decompose(m, n, u, t);
end;

```

```

        (*t est elle inversible *)
i := 1;
while (t[i,i] <> 0) and (i < n) do
    i := i + 1 ;
if t[i,i] = 0 then
    inversible := false
else
    begin
        inversible := true;
        (*calcul de invt *)
        for i := n downto 1 do
            for k := 1 to n do
                begin
                    if i = k then
                        invt[i,k] := 1
                    else
                        invt[i,k] := 0;
                    for j := i+1 to n do
                        invt[i,k] := invt[i,k] - t[i,j]*invt[j,k];
                    invt[i,k] := invt[i,k] / t[i,i]
                end;
            end;

            (*multiplication de inv(t) par u *)
            produitmat(invt, u, n,n,n, sol);
        end
    end;
    (*****)
fFUNCTION DETMAT;
var i :integer;
    d :real;
    u, t : matrice;
begin
    decompose(a, n, u, t);
    d := 1;
    for i:= 1 to n do
        d := d * t[i,i];
    detmat := d
end;
    (*****)
end.

```

## ANNEXE IV LE PROGRAMME "TOMOGRAPF"

```

PROGRAM TOMOGRAPHIE;
uses crt,dos,graph,matrix;
label b,b1,c,c1,c12,c13;
var fich1,fich2,fich3 :file of single;
    nomfich,fichemt,fichrcp,fichtmp,chemin,st :string[20];
    D,G,w: matrice;
    S,T:vecteur;
    Nx,Ny,l,J,k,l,M,N,lr,le,choix,choice,select :integer;
    Lmax,Lmin,Ymax,Xmax,XP1,YP1,XP2,YP2,Px,Py,YE,YR,valeur,Ne,Nr,Nd,
    teta,tetar1,tetar2,tetar3,ecart,Sm:single;
    alpha:shortint;
(*****)
PROCEDURE LIRE(nom:string;cn : integer;var y:single);var
fich :file of single;
begin
    assign(fich,'données\'+nom);
    reset(fich);
    seek(fich,cn);
    read(fich,y);
    close(fich);
end;
(*****)
PROCEDURE ANGLE (X1,Y1:single;C1,C2:integer;VAR ALFA,GAMA:single);
begin
    IF (C2*Px <> X1) THEN
        begin
            ALFA:= ARCTAN((Y1-(C1-1)*Py)/(C2*Px-X1));
            GAMA:= ARCTAN((Y1-C1*Py)/(C2*Px-X1));
        end;
    IF(C2*Px = X1) THEN
        begin
            ALFA:= ARCTAN((Y1-(C1-1)*Py)/((C2+1)*Px-X1));
            GAMA:= ARCTAN((Y1-C1*Py)/((C2+1)*Px-X1));
        end;
end;
(*****)
PROCEDURE MODEGRAF;
var Gd, Gm:integer;
begin
    Gd := Detect;
    if chemin = 'a' then
        InitGraph(Gd, Gm,'A:\pilote');
    if chemin = 'b' then
        Initgraph(Gd, Gm,'B:\pilote');
    if chemin = 'c' then
        InitGraph(Gd, Gm,'c:\tp\bgi');
    if GraphResult <> grOk then
        Halt(1);
end;
(*****)
PROCEDURE ALARME;
begin
    sound(440); delay(100);
    sound(340); delay(100);
    nosound;
end;
(*****)
PROCEDURE INDICE(A,B:single;VAR C:INTEGER);
var Z:single;
begin
    IF A=0 THEN C:=1 ELSE
        begin
            Z:=0;
            C:=0;
        end;
end;

```

```

while Z<A do begin
    Z:=Z+B;
    C:=C+1
end;
end;
end;
(*****
PROCEDURE DIMENSION;
begin
textbackground(black);
CLRSCR;
textcolor(cyan);
if nomfich = " then
begin
modegraf;
outtextxy(250,200,'Fichier absent');
Alarme;
readkey;
closegraph;
end;
if nomfich <> " then
begin
writeln ('Donnez les dimensions de la prospection,Xmax et Ymax :');
write('Xmax=');
read(Xmax);
write('Ymax=');
readln(Ymax);
writeln ('Donnez les dimensions de la cellule,Px et Py :');
write('Px=');
readln(Px);
write('Py=');
readln(Py);
(*Determination du nombre de lignes et du nombre de colonnes*)
INDICE(Ymax,Py,Ny);
INDICE(Xmax,Px,Nx);
end;
end;
(*****
PROCEDURE DONNEE;
begin
textbackground(black);
CLRSCR;
(*Ouverture des fichiers de données*)
textcolor(cyan);
gotoxy(25,20);
write('Donner le nom du fichier : ');
readln(nomfich);
clrscr;
fichemt:=nomfich+'.emt';
fichrcp:=nomfich+'.rcp';
lire(fichemt,0,ne);
lire(fichrcp,0,nr);
dimension;
end;
(*****
PROCEDURE COMPARE;
var
ic:integer;
L:vecteur;
begin
clrscr;
L:=S;
Lmax:=0;
Lmin:=10000;
for ic := 1 to m do
begin
if L[ic] >= Lmax then
Lmax:= L[ic];

```

```

    if L[ic] <= Lmin then
        Lmin:= L[ic];
    end;
    Ecart:=Lmax-Lmin;
end;
(*****)
PROCEDURE IMAGE;
var
    Xo,Yo,X1,Y1,dx,dy,h,ic,i,j:integer;
    L:vecteur;
    st1,st2:string;
    color,Lmoy:single;
begin
    COMPARE;
    MODEGRAF;
    L:=S;
    Xo:=200;
    Yo:=20;
    if xmax <> 0 then
        begin
            if(Xmax >= Ymax) then
                h:=round(400/Xmax)
            else
                h:=round(400/ymax);
            X1:=round(h*Xmax);
            Y1:=round(h*Ymax);
            dx:=round(h*Px);
            dy:=round(h*Py);
            for i:= 1 to Ny do
                for j := 1 to Nx do
                    begin
                        ic:= Nx*(i-1)+j;
                        L[ic]:=12*(L[ic]-Lmin)/ecart;
                        (*****)
                        IF (L[ic] >= 0)and (L[ic] < 2) then
                            SetFillStyle(1,0);
                        IF (L[ic] >= 2)and (L[ic] < 4) then
                            SetFillStyle(9,1);
                        IF (L[ic] >= 4)and (L[ic] < 6) then
                            SetFillStyle(9,9);
                        IF (L[ic] >= 6)and (L[ic] < 8) then
                            SetFillStyle(9,3);
                        IF (L[ic] >= 8)and (L[ic] < 10) then
                            SetFillStyle(1,3);
                        IF (L[ic] >= 10)and (L[ic] <= 12) then
                            SetFillStyle(1,7);
                        BAR(Xo+(j-1)*dx,Yo+(i-1)*dy,Xo+j*dx,Yo+i*dy);
                    end;
                end;
            end;
            (* Affichage de la légende*)
            setfillstyle(1,0);
            Bar(20,40,50,70);
            setfillstyle(9,1);
            Bar(20,70,50,100);
            setfillstyle(9,9);
            Bar(20,100,50,130);
            setfillstyle(9,3);
            Bar(20,130,50,160);
            setfillstyle(1,3);
            Bar(20,160,50,190);
            setfillstyle(1,7);
            Bar(20,190,50,220);
            rectangle(20,40,50,220);
            setcolor(lightgreen);
            rectangle(Xo,Yo,Xo+X1,Yo+Y1);
            setcolor(lightblue);
            rectangle(0,0,635,460);
            rectangle(3,3,632,457);
            setcolor(lightred);
            rectangle(10,20,180,420);

```

```

end;
setcolor(white);
st1:='0';
for i := 1 to 6 do
begin
  color:=i*ecart/6+Lmin;
  if color < 0 then
    color := abs(color);
  str(color:3:2,st2);
  outtextxy(55,23+30*i,st1);
  outtextxy(92,23+30*i,'< S <=');
  outtextxy(142,23+30*i,st2);
  st1:=st2
end;
(*calcul de la lenteur moyenne*)
Lmoy:=0;
for i := 1 to m do
Lmoy:=Lmoy+S[i];
Lmoy:=Lmoy/m;
str(Lmoy:3:2,st);
outtextxy(25,250,'Smoy = '); outtextxy(80,250,st);

  if Xmax = 0 then
  begin
    outtextxy(250,200,'Fichier absent');
    sound(440); delay(100);
    sound(340); delay(100);
    nosound;
  end;
  readkey;
  closegraph;
end;

(*****)
PROCEDURE RAIS;
var dx,dy,Xo,Yo,X1,Y1,X,Y,h:integer;
    tmp :single;
var st:string[7];
begin
  modegraf;
  Y:=0;
  X:=0;
  if xmax <> 0 then
  begin
    if(Xmax >= Ymax) then
      h:=round(400/Xmax)
    else
      h:=round(400/ymax);
    Xo:=200;
    Yo:=20;
    (*Transformation des données par h*)
    setcolor(15);
    X1:=round(h*Xmax);
    Y1:=round(h*Ymax);
    dx:=round(h*Px);
    dy:=round(h*Py);
    (*repr_sentation des limites*)
    rectangle(Xo,Yo,Xo+X1,Yo+Y1);
    (*représentation des lignes horizontales*)
    while Y < Y1 do
    begin
      line(Xo,Yo+Y,Xo+X1,Yo+Y);
      Y:=Y+dy;
    end;
    (*représentation des lignes verticales*)
    while X < X1 do
    begin
      line(Xo+X,Yo,Xo+X,Yo+Y1);
      X:=X+dx;
    end;
  end;
end;

```

```

end;
(*représentation des jonctions entre les emts et les rcps*)
(*lecture de Ye et de Yr à partir du fichier*)
for ie := 1 to round(ne) do
begin
lire(fichemt,ie,Ye);
X:=round(h*Ye);
for ir := 1 to round(nr) do
begin
setcolor(lightgreen);
lire(fichrcp,ir,Yr);
Y:=round(h*Yr);
line(Xo,Yo+X,Xo+X1,Yo+Y);
end;
end;
(**affichage des commentaires**)
setcolor(lightblue);
rectangle(0,0,635,460);
rectangle(3,3,632,457);
setcolor(lightred);
rectangle(10,20,180,420);
setcolor(white);
str(ymax:6:2,st);
outtextxy(15,25,'Ymax :');outtextxy(70,25,st);
str(Xmax:6:2,st);
outtextxy(15,45,'Xmax :');outtextxy(70,45,st);
str(round(ne*nr),st);
outtextxy(15,75,'Nombre de rais');
outtextxy(60,90,st);
str(nx*ny,st);
outtextxy(15,110,'Nombre de cellules');
outtextxy(60,125,st);
end;
if Xmax = 0 then
begin
outtextxy(250,200,'Fichier absent!');
ALARME;
end;
readkey;
CloseGraph;
end;
(*****);
PROCEDURE FILTRE;
var i,j,compt :shortint;
begin
fichtmp:=nomfich+'.tmp';
lire(fichtmp,0,Nd); (*lecture des donn_es Ti*)
for i:=1 to round(Nd) do
begin
lire(fichtmp,i,valeur);
T[i]:=valeur;
end;
compt:=0;
for i:=1 to n do
begin
if T[i]=0 then
compt:=compt+1;
end;
k:=0;
for i:=1 to n do
begin
if T[i] <> 0 then
begin
k:=k+1;
T[k]:=T[i];
for j:=1 to m do
G[k,j]:=G[i,j];
end;
end;
end;
end;
end;

```

```

n:=n-compt;
end;
(*****)
FUNCTION TG (x:single):single;
begin
  TG:=SIN(x)/COS(x);
end;
(*****)
PROCEDURE georais;
BEGIN
  textbackground(black);
  clrscr;
if Xmax <> 0 then (*Bip et message d'erreur*)
begin
  textcolor(cyan);
  (*Determination de la taille de G[l,k]*)
  N:=round(Ne)*round(Nr);
  M:=Nx*Ny;
  (*Initialisation de la matrice G[l,k]*)
  For i:=1 to N do
  begin
    For j:=1 to M do
      G[K,L]:=0;
    end;
  (*Lecture de YE et de YR _ partir des fichiers*)
  for ie := 1 to round(ne) do
  begin
    lire(fichemt,ie,ye);
    for ir :=1 to round(nr) do
      (*initialisation des variables*)
      begin
        XP1:=0;
        YP1:=Ye;
        lire(fichrcp,ir,yr);
        for i:= 1 to Ny do
          begin
            for j:=1 to Nx do
              D[i,j]:=0;
            end;
          (*Determination de l'angle d incidence teta*)
          TETA:=ARCTAN((YE-YR)/Xmax);
          INDICE(XP1,Px,J);
          INDICE(YP1,Py,l);
          WHILE XP1 < Xmax DO
          BEGIN
            (*Determination des angles reperes*)
            (*Appel de la procedure ANGLE*)
            ANGLE(XP1,YP1,l,J,TETAR1,TETAR2);
            (*calcul des coordonnees du point d intersection*)
            (* _tude suivant les diff _rentes valeurs de teta*)
            IF TETA >= TETAR1 THEN
            Begin
              if tetar1 <> 0 then
              begin
                YP2:=(l-1)*Py;
                XP2:=XP1+(YP1-YP2)/TG(TETA);
                INDICE(XP2,Px,J);
                D[i,j]:=SQRT(SQR(XP2-XP1)+SQR(YP2-YP1));
                INDICE(YP2,Py,l);
              end;
              if tetar1 = 0 then
              begin
                XP2:=XP1+Px;
                YP2:=YP1;
                INDICE(XP2,Px,J);
                D[i,j]:=SQRT(SQR(XP2-XP1)+SQR(YP2-YP1));
              end;
            End;
            IF (TETA <TETAR1) AND (TETA > TETAR2) THEN

```

```

Begin
if teta = 0 then
begin
  XP2:=XP1+Px;
  YP2:=YP1;
  INDICE(XP2,Px,J);
  D[i,j]:=SQRT(SQR(XP2-XP1)+SQR(YP2-YP1));
  INDICE(YP2,Py,I);
end;
if teta <> 0 then
begin
  if J*Px = XP1 then
    XP2:=(J+1)*Px
  else
    XP2:=J*Px;
  YP2:=YP1-(XP2-XP1)*TG(TETA);
  INDICE(XP2,Px,J);
  D[i,j]:=SQRT(SQR(XP2-XP1)+SQR(YP2-YP1));
  INDICE(YP2,Py,I);
End;
end;
IF TETA = TETAR2 THEN
Begin
  if tetar2 = 0 then
  begin
    XP2:=XP1+Px;
    YP2:=YP1;
    INDICE(XP2,Px,J);
    D[i,j]:=Px;
  end;
  if tetar2 <> 0 then
  begin
    XP2:=XP1+Px;
    YP2:=YP1+ABS((XP2-XP1)*TG(TETA));
    INDICE(XP2,Px,J);
    D[i,j]:=SQRT(SQR(XP2-XP1)+SQR(YP2-YP1));
    Indice(YP2,Py,I);
  end;
End;
IF TETA < TETAR2 THEN
Begin
  if tetar2=0 then
  begin(*****Calcul de tetar3*****)
    if J*Px = XP1 then
      TETAR3:=ARCTAN(-Py/((J+1)*Px-XP1))
    else
      TETAR3:=ARCTAN(-Py/(J*Px-XP1));
    (*****Test sur teta*****)
    IF TETA >= TETAR3 THEN
    begin
      if J*Px = XP1 then
        XP2:=(J+1)*Px
      else
        XP2:=J*Px;
      YP2:=YP1+ABS((XP2-XP1)*TG(TETA));
    end;
    IF TETA < TETAR3 THEN
    begin
      YP2:=(I+1)*Py;
      XP2:=XP1+ABS((YP2-YP1)/TG(TETA));
    end;
    indice(yp2,py,i);
  end;
  if tetar2 <> 0 then
  begin
    YP2:=I*Py;
    XP2:=XP1+ABS((YP2-YP1)/TG(TETA));
  end;
  INDICE(XP2,Px,J);

```

```

D[i,j]:=SQRT(SQR(XP2-XP1)+SQR(YP2-YP1));
INDICE(YP2,Py,l);
End;
XP1:=XP2;
YP1:=YP2;
end; (*Changement d'espace*)
K:=round(Nr)*(l-1)+l;
for i:=1 to ny do
  for j:=1 to nx do
    begin
      L:=(Nx)*(i-1)+j;
      G[K,L]:=D[l,J];
    end;
  end;
end;
end;
normvideo;
end;
if Xmax = 0 then
  begin
    modegraf;
    outtextxy(250,200,'Fichier absent');
    Alarme;
    readkey;
    closegraph;
  end;
  filtre;
END;
(*****
FUNCTION SIGN(x:single): single;
var res : single;
begin
  if x=0 then
    res:=0
  else if x>0 then
    res:=1
  else
    res:= -1;
  sign:= res
end;
(*****
FUNCTION PUISS(x:single; y: shortint): single;
var res :single;
begin
  if (abs(x)<=0.00001) then res:= 0
  else if odd(y) then
    res:= sign(x)*exp(y*ln(abs(x)))
  else
    res:= exp(y*ln(abs(x)));
  puiss:=res
end;
(*****
PROCEDURE RESOLUTION;
var
  terme:single;
Begin
  for i:=1 to m do
    for j:=1 to m do
      begin
        W[i,j]:=0;
      end;
    For j:=1 to m do
      begin
        For i:= 1 to n do
          begin
            terme:=puiss(G[i,j],alpha);
            W[j,j]:=W[j,j]+terme;
          end;
          W[j,j]:=puiss(W[j,j],-1);
        end;
      end;
end;

```

```

End;
(*****)
PROCEDURE INFORMATION;
var
  terme:single;
Begin
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do
      begin
        D[i,j]:=0;
      end;
    For i:=1 to n do
      begin
        For j:= 1 to m do
          begin
            terme:=puiss(G[i,j],(2-alpha));
            D[i,i]:=D[i,i]+terme;
          end;
          D[i,i]:=puiss(D[i,i],-1);
        end;
      end;
    End;
  (*****)
PROCEDURE BPT;
var
  Gt:matrice;
  V,SM:vecteur;
  ic:shortint;
begin
  clrscr;
  georais;
  alpha:=1;
  resolution;
  for j:=1 to m do
    V[j]:=W[j,j];
  information;
  for i:=1 to n do
    SM[i]:=D[i,i];
    produitvect(T,SM,n,SM);
    transpose(G,n,m,Gt);
    produitmv(Gt,SM,m,n,S);
    produitvect(S,V,m,S);
    writeln('La lenteur est : ');
    écrisvect(S,nx,ny);
  readkey;
end;
(*****)
PROCEDURE SIRT;
var
  Gt: matrice;
  R1,Ro,So,Th:vecteur;
  compt,selection:integer;
  terme,norme1,norme2,epsilon,sm: single;
begin
  clrscr;
  Georais;
  transpose(G,n,m,Gt);
  alpha:=0;
  Write('Donner la valeur de alpha :');
  readln(alpha);
  write('donner la tol_rance epsilon : ');
  readln(epsilon);
  resolution;
  produitmat(W,Gt,m,m,n,W);
  information;
  produitmat(W,D,m,n,n,W);
  norme1:=1;
  norme2:=0;
  compt:=0;
  while abs(norme1-norme2) > epsilon do

```

```

begin
  compt:=compt+1;
  So:=S;
  produitmv(G,So,n,m,Th);
  ecartvect(T,Th,n,Ro);
  produitmv(W,Ro,m,n,S);
  sommevect(S,So,m,S);
  produitmv(G,S,n,m,R1);
  ecartvect(T,R1,n,R1);
  norme(R1,n,norme1);
  norme(Ro,n,norme2);
  clrscr;
  write('la lenteur à l'itération:',compt);
  écrisvect(S,nx,ny);
  readkey;
end;
clrscr;
sound(440);
delay(200);
nosound;
writeln('CONVERGENCE APRES ',compt,' ITERATIONS');
écrisvect(S,nx,ny);
readkey;
end;
(*****
)
PROCEDURE MMC;
var
  A,Gt,B:matrice;
  inv:boolean;
begin
  clrscr;
  georais;
  écrismat(G,n,m);
  readkey;
  transpose(G,n,m,Gt);
  écrismat(Gt,m,n);
  readkey;
  produitmat(Gt,G,m,n,m,A);
  écrismat(A,m,m);
  readkey;
  Invmat(A,m,B,inv);
  écrismat(B,m,m);
  readkey;
  produitmat(B,Gt,m,m,n,A);
  produitmv(A,T,m,n,S);
  écrisvect(S,nx,ny);
  readkey;
end;
(*****
)
PROCEDURE ECRITURE;
var a:single;
begin
  textcolor(cyan);
  gotoxy(25,20);
  write('Donner le nom du fichier : ');
  readln(nomfich);
  clrscr;
  fichemt:= nomfich+'.emt';
  fichrcp:= nomfich+'.rcp';
  Assign(fich1,'donn_es'+fichemt);
  Assign(fich2,'donn_es'+fichrcp);
  rewrite(fich1);
  rewrite(fich2);
  textbackground(blue);
  textcolor(lightgreen);
  write('Le nombre d"_meteurs : ');
  read(Ne);
  write(fich1,Ne);
  write('Le nombre de r_cepteurs: ');

```

```

read(Nr);
writeln;
write(fich2,Nr);
writeln(' Les coordonn_es des _meteurs : ');
gotoxy(40,4);
writeln(' Les coordonn_es des r_cepteurs : ');
normvideo;
for i:=1 to round(Ne) do
begin
  gotoxy(15,4+i);
  readln(a);
  write(fich1,a);
end;
for i:=1 to round(Nr) do
begin
  gotoxy(52,4+i);
  readln(a);
  write(fich2,a);
end;
close(fich1);
close(fich2);
nomfich:="";
readkey;
clrscr;
end;
(*****
PROCEDURE LECTURE;
var
  a: single;
begin
  textcolor(cyan);
  gotoxy(25,20);
  write('Donner le nom du fichier : ');
  readln(nomfich);
  clrscr;
  fichemt:= nomfich+'.emt';
  fichrcp:= nomfich+'.rcp';
  Assign(fich1,'données'+fichemt);
  Assign(fich2,'données'+fichrcp);
  reset(fich1);
  reset(fich2);
  textbackground(blue);
  textcolor(lightgreen);
  write('Le nombre d"émeteurs : ');
  read(fich1,Ne);
  writeln(Ne:3:0);
  write('Le nombre de récepteurs: ');
  read(fich2,Nr);
  writeln(Nr:3:0);
  writeln;
  writeln(' Les coordonnées des émeteurs : ');
  gotoxy(40,4);
  writeln(' Les coordonnées des récepteurs: ');
  normvideo;
  for i:=1 to round(Ne) do
  begin
    gotoxy(15,4+i);
    seek(fich1,i);
    read(fich1,ye);
    writeln(ye:3:3);
  end;
  for i:=1 to round(nr)do
  begin
    gotoxy(52,4+i);
    seek(fich2,i);
    read(fich2,yr);
    writeln(yr:3:3);
  end;
  close(fich1);

```

```

close(fich2);
nomfich :=";
readkey;
end;
(*****
)
PROCEDURE INTROMESURE;
var
a,compt,reste: single;

begin
textcolor(cyan);
gotoxy(25,20);
write('Donner le nom du fichier : ');
readln(nomfich);
clrscr;
fichtmp:= nomfich+'.tmp';
assign(fich3,'données\'+fichtmp);
rewrite(fich3);
textbackground(blue);
textcolor(lightgreen);
write('Le nombre de mesures Nd : ');
read(Nd);
write(fich3,Nd);
normvideo;
if nd <=20 then
begin
for i:=1 to round(Nd) do
begin
gotoxy(5,3+i);
readln(a);
write(fich3,a);
end;
end;
if nd > 20 then
begin
compt:= trunc(Nd/20);
reste:= nd - 20*compt;
for i:=1 to round(compt) do
begin
for j:= 1 to 20 do
begin
gotoxy(5+10*i,3+j);
readln(a);
write(fich3,a);
end;
end;
for j := 1 to round(reste) do
begin
gotoxy(5+10*round(compt+1),3+j);
readln(a);
write(fich3,a);
end;
end;
close(fich3);
nomfich:=";
readkey;
end;
(*****
)
*****Programme principal*****
)
BEGIN
textbackground(black);
clrscr;
(*Indication du répertoire de travail*)
Write('Donner le répertoire de travail ?,A, B, C:');
chemin:=readkey;
b:clrscr;
textcolor(lightgreen);
textbackground(blue);

```

```

Gotoxy(25,10); Writeln("1.Enregistrement des données ");
Gotoxy(25,12); Writeln("2.Lecture des enregistrements ");
Gotoxy(25,14); Writeln("3.Calcul de la géométrie des rais ");
Gotoxy(25,16); Writeln("4.Fin des opérations ");
str( choix,st);
st:=readkey;
val(st,choix,i);
normvideo;
Case choix of
1:begin
  b1: textbackground(black);
  clrscr;
  textcolor(lightgreen);
  textbackground(blue);
  Gotoxy(25,10); Writeln("1.positions des émts et des rcps ");
  Gotoxy(25,12); Writeln("2.temps de propagation ");
  Gotoxy(25,14); Writeln("3.Introduction du modèle initial ");
  Gotoxy(25,16); Writeln("4.retour au menu principal ");
  str( select,st);
  st:=readkey;
  val(st,select,i);
  normvideo;
Case select of
1:écriture;
2:Intromesure;
3: ;
4:goto b;
  end;
  goto b1;
  end;
2:lecture;
3:begin
  c: textbackground(black);
  clrscr;
  textcolor(lightgreen);
  textbackground(blue);
  Gotoxy(25,10); Writeln("1.Importation des données ");
  Gotoxy(25,12); Writeln("2.Redéfinir les dimensions ");
  Gotoxy(25,14); Writeln("3.Inversion ");
  Gotoxy(25,16); Writeln("4.Proprités Géométriques ");
  Gotoxy(25,18); Writeln("5.retour au menu principal ");
  str( choice,st);
  st:=readkey;
  val(st,choice,i);
  normvideo;
  Case choice of
  1:donnee;
  2:Dimension;
  3:begin
  c12:textbackground(black);
  clrscr;
  textcolor(lightgreen);
  textbackground(blue);
  Gotoxy(25,10); Writeln("1.Résolution par la S.I.R.T.");
  Gotoxy(25,12); Writeln("2.Résolution par la B.P.T. ");
  Gotoxy(25,14); Writeln("3.Equations normales ");
  Gotoxy(25,16); writeln("4.Image des lenteurs ");
  Gotoxy(25,18); Writeln("5.Retour au menu Précédent ");
  str( choix,st);
  st:=readkey;
  val(st,choix,i);
  normvideo;
  Case choix of
  1:begin
  clrscr;
  for i:=1 to m do
  s[i]:=-0;
  textcolor(lightgreen);
  textbackground(blue);

```

```

gotoxy(25,10);writeln("1.modèle initial par la BPT");
gotoxy(25,12);writeln("2.modèle initial homogène ");
str(select,st);
st:=readkey;
val(st,select,i);
normvideo;
case select of
1:begin
  BPT;
  SIRT;
  end;
2:begin
  clrscr;
  write("donner une valeur ");
  readln(sm);
  for i:=1 to m do
    S[i]:=sm;
    SIRT;
  end;
  end;
  end;
2:BPT;
3:MMC;
4:Image;
5:goto c;
end;
goto c12
end;
4:begin
c1: textbackground(black);
  clrscr;
  textcolor(lightgreen);
  textbackground(blue);
  Gotoxy(25,10); Writeln("1.Calcul de la matrice géometrie ");
  Gotoxy(25,12); Writeln("2.Matrice de résolution ");
  Gotoxy(25,14); Writeln("3.Matrice densité de l'information");
  Gotoxy(25,16); Writeln("4.Image de la répartition des rais ");
  Gotoxy(25,18); Writeln("5.retour au menu précédent ");
  str( select,st);
  st:=readkey;
  val(st,select,i);
  normvideo;
  Case select of
1:begin
  Georais;
  writeln ("La matrice G[K,L] représentant les intersections");
  writeln ("est donn_e ci-dessous:");
  ECRISMAT(G,n,m);
  readkey;
  end;
2:begin
  clrscr;
  georais;
  write("Donner la valeur de Alpha: ");
  readln(alpha);
  Resolution;
  for j:= 1 to m do
    W[j,j]:=-puiss(W[j,j],-1);
  writeln ("La matrice W[l,l] est donnée ci-dessous:");
  ECRISMAT(W,m,m);
  readkey;
  end;

3:begin
  clrscr;
  georais;
  write("Donner la valeur de Alpha: ");
  readln(alpha);
  Information;

```

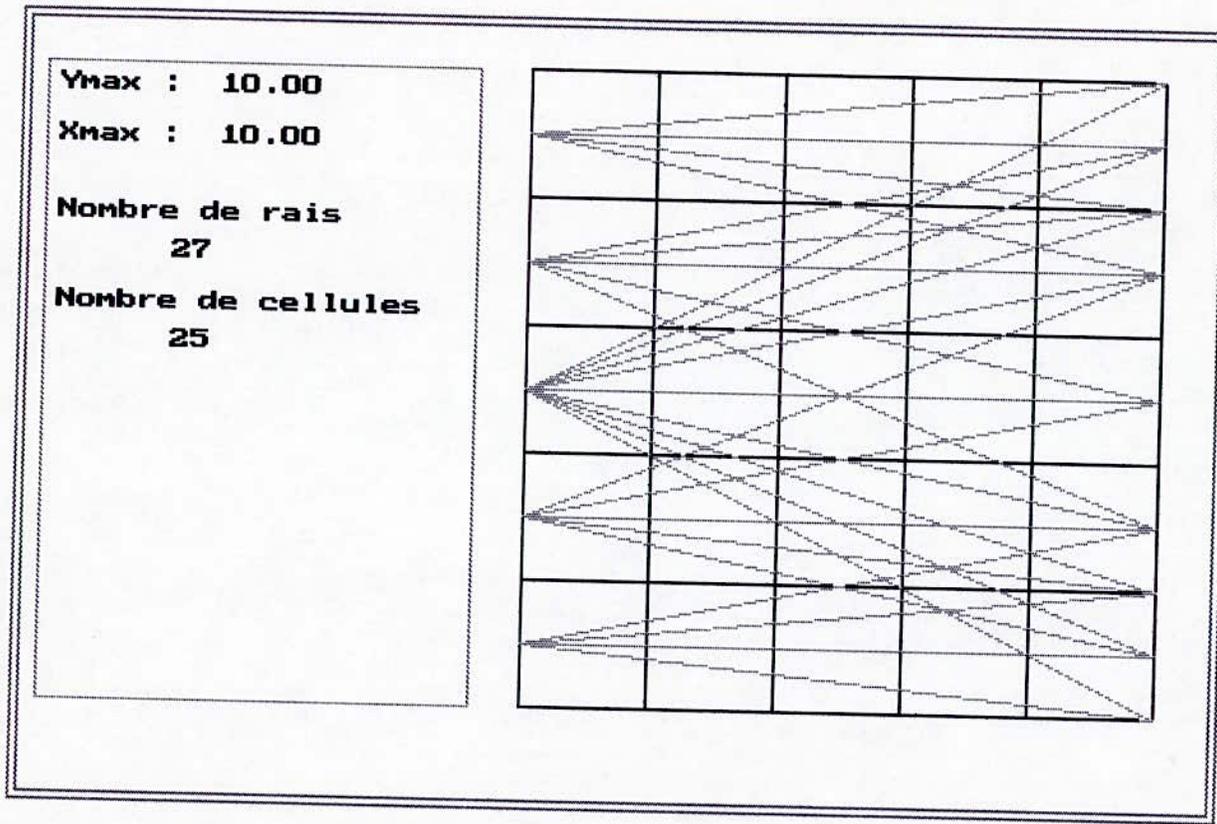
```

    for i:= 1 to n do
        D[i,i]:=puiss(D[i,i],-1);
    writeln ('La matrice D[k,k] est donnée ci-dessous:');
    ECRISMAT(D,n,n);
    readkey;
    end;
4:Rais ;
5:goto c;
end;
goto c1;
end; (*end of select cases*)
5:goto b;
end;
goto c;
end; (*end of choice cases *)
4:begin
    textcolor(cyan);
    gotoxy(30,20);
    write('RETOUR AU DOS (O/N)?');
    st:=readkey;
    normvideo;
    if st='n' then goto b;
    end;
end; (*end of choix cases*)
if (choix = 2) or (choix = 1) then goto b
else
    if (choix <> 4) then
        begin
            Alarme;
            goto b;
        end;
    end;
normvideo;
clrscr;
END.

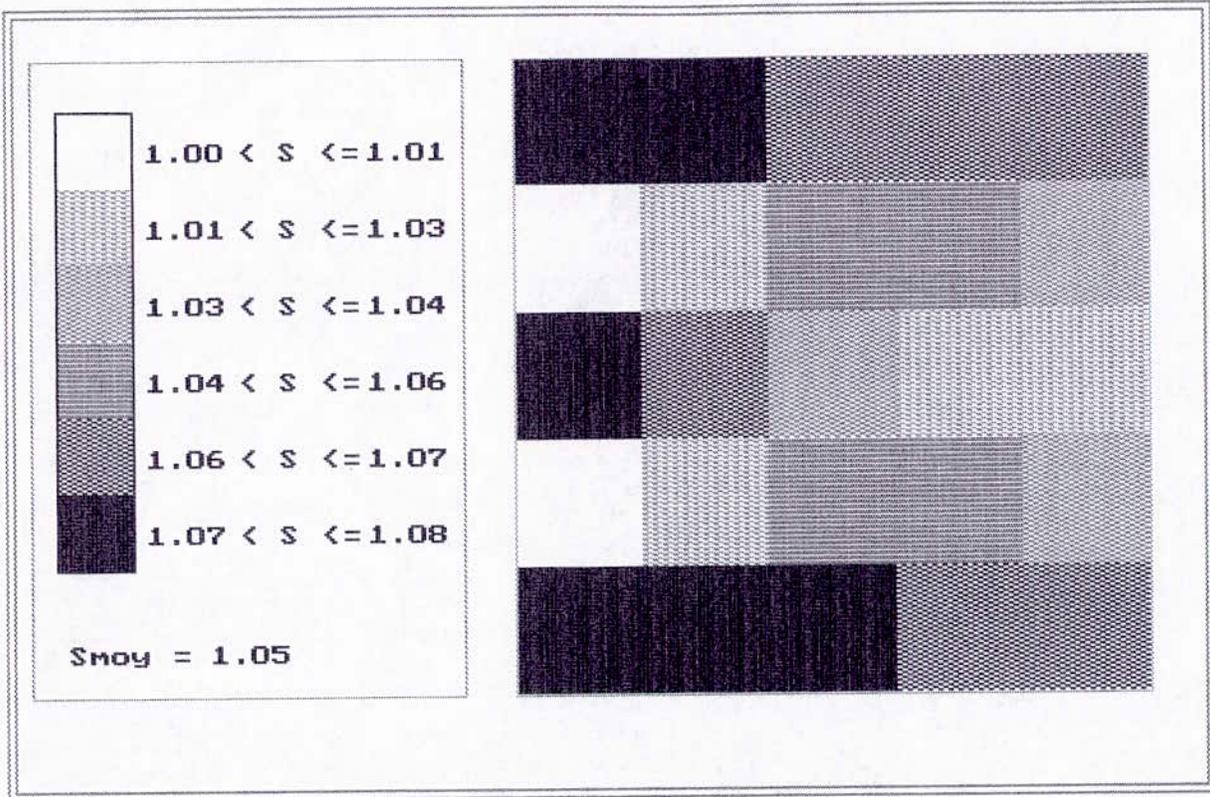
```

# ANNEXE 5

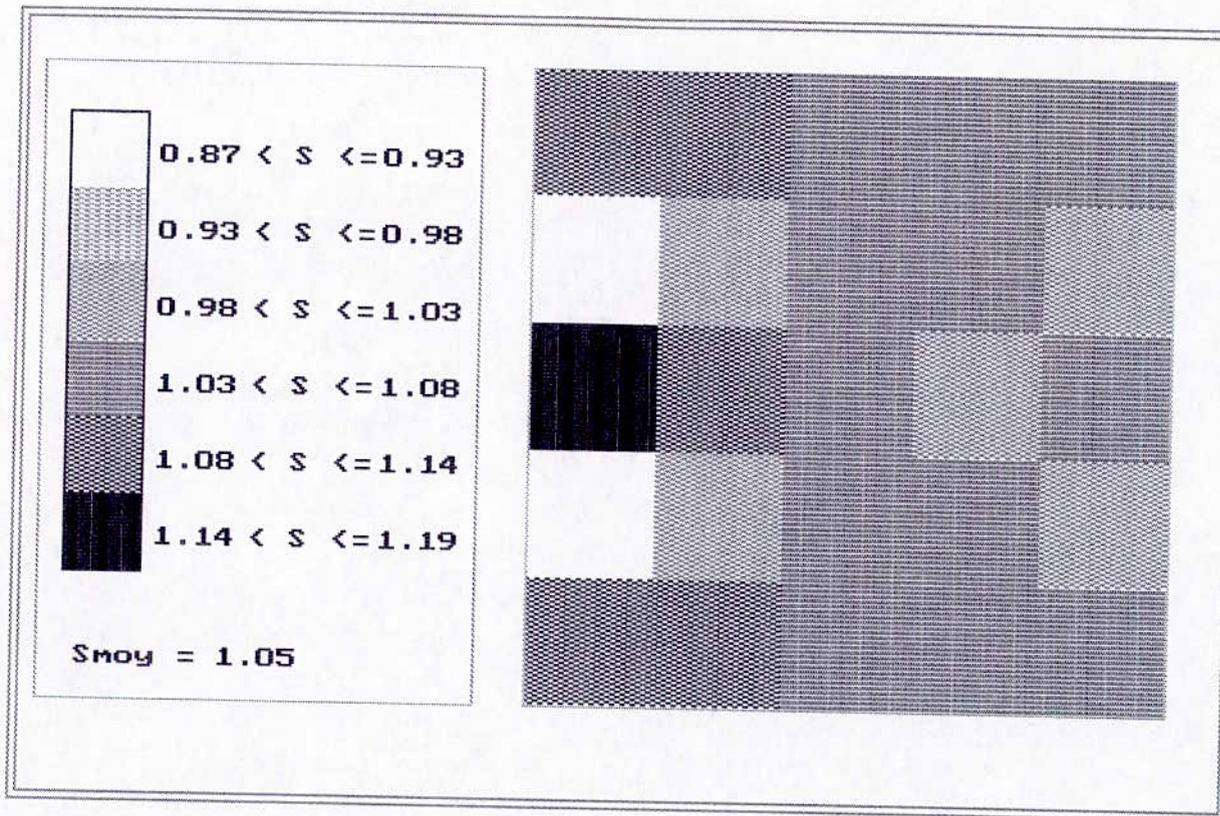
IMAGES DES VITESSES  
OBTENUES  
PAR LE PROGRAM  
TOMOGRAP



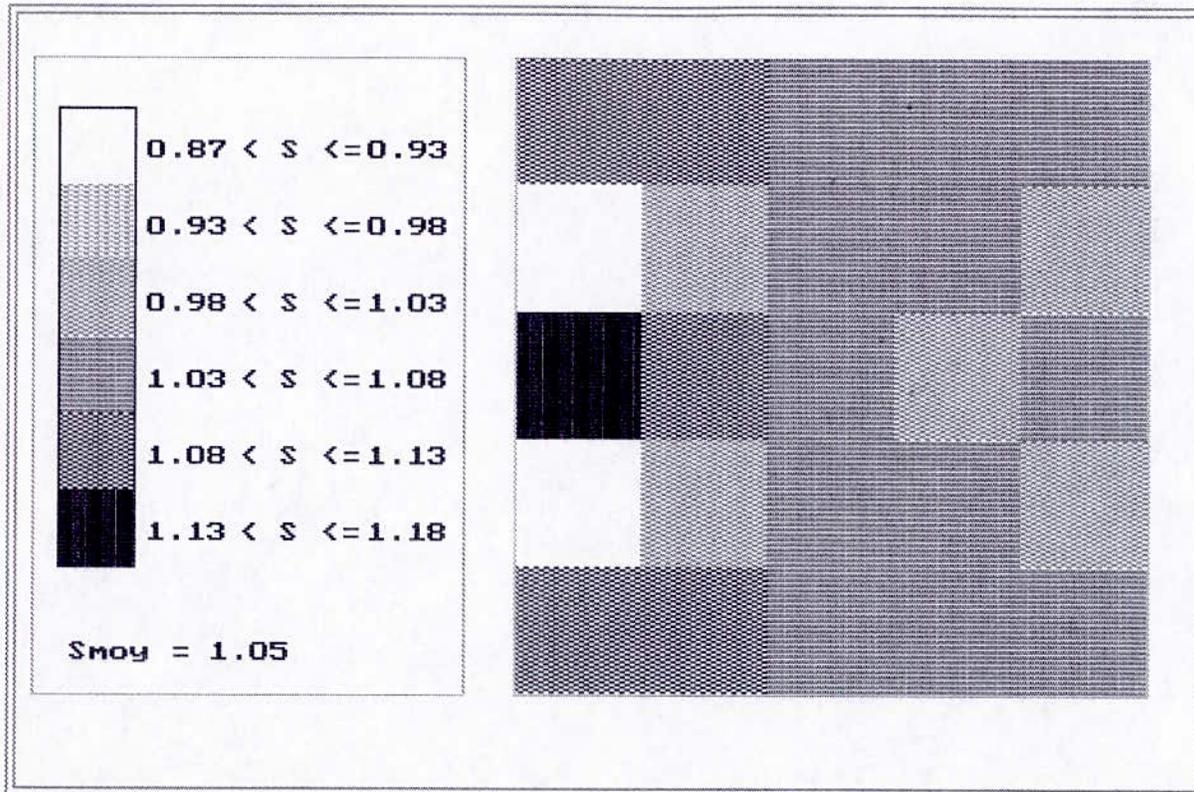
Répartition théorique des rais dans  
le modèle n°1



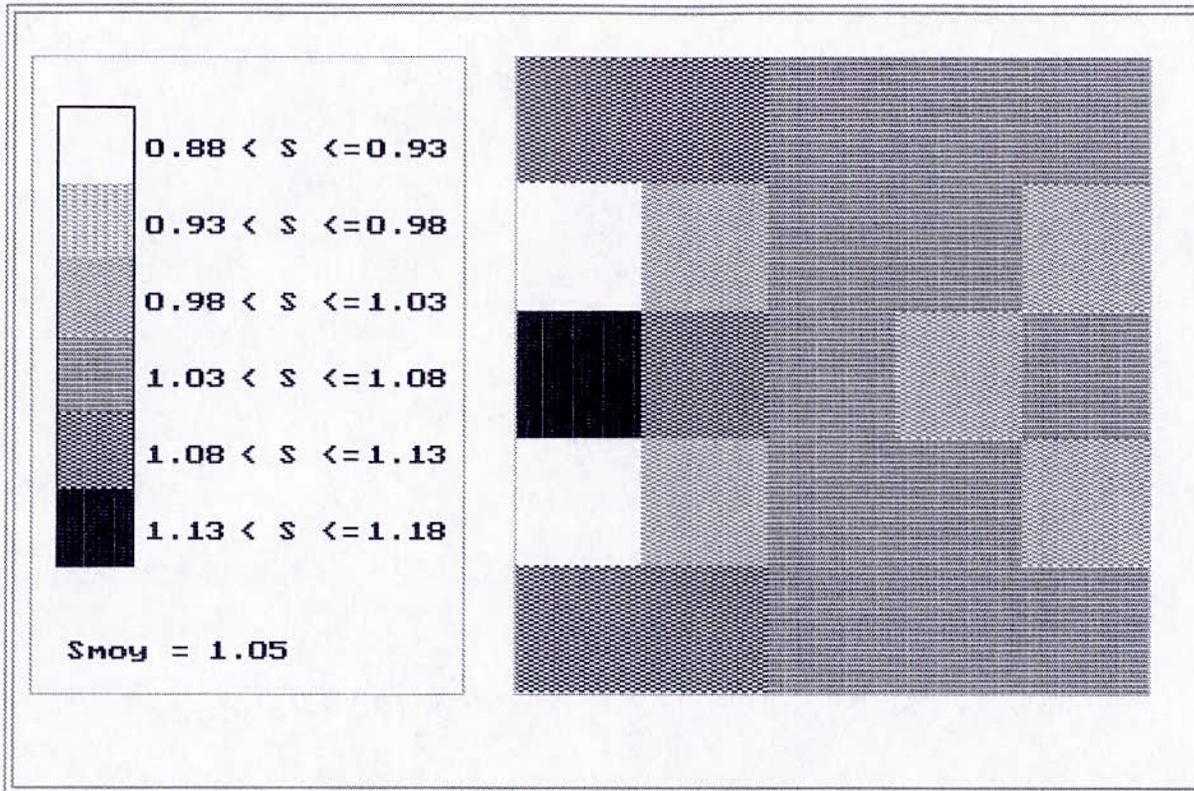
Modèle n°1  
 Solution de la BPT



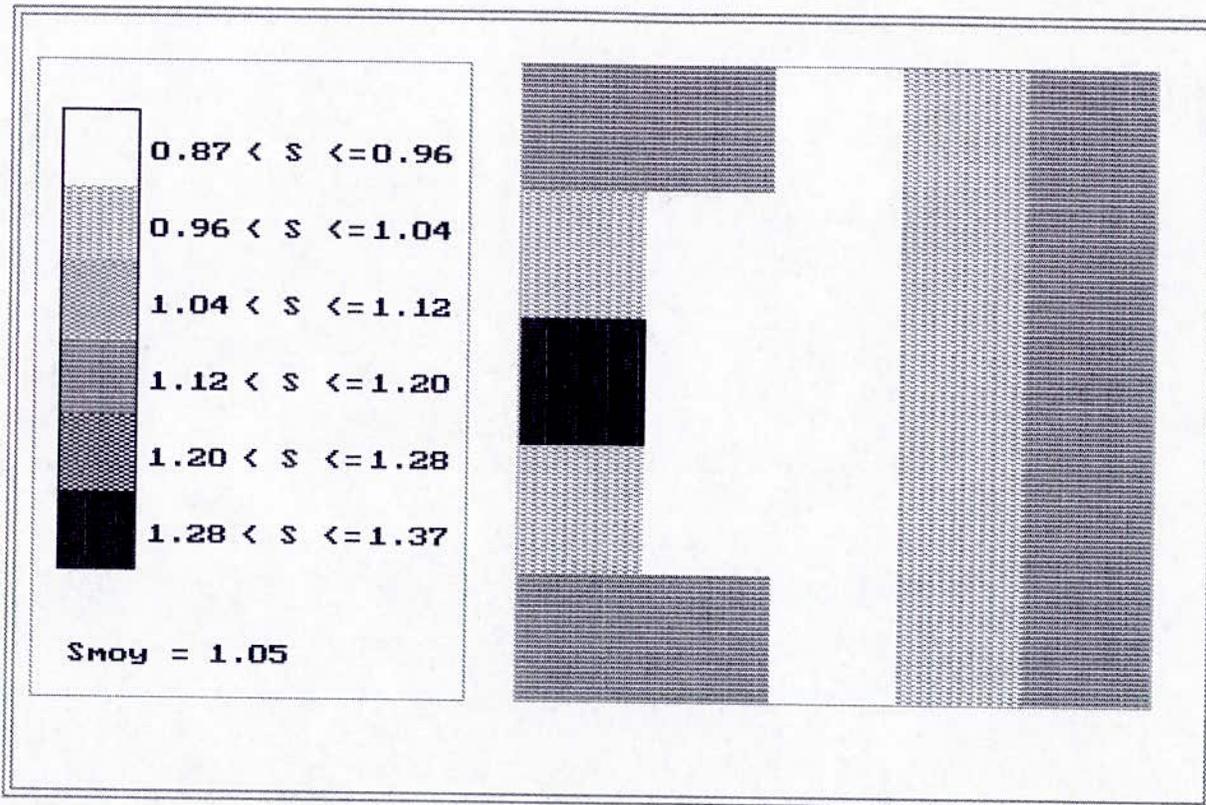
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale par la BPT  
 $\alpha = 0 \implies 10$  itérations



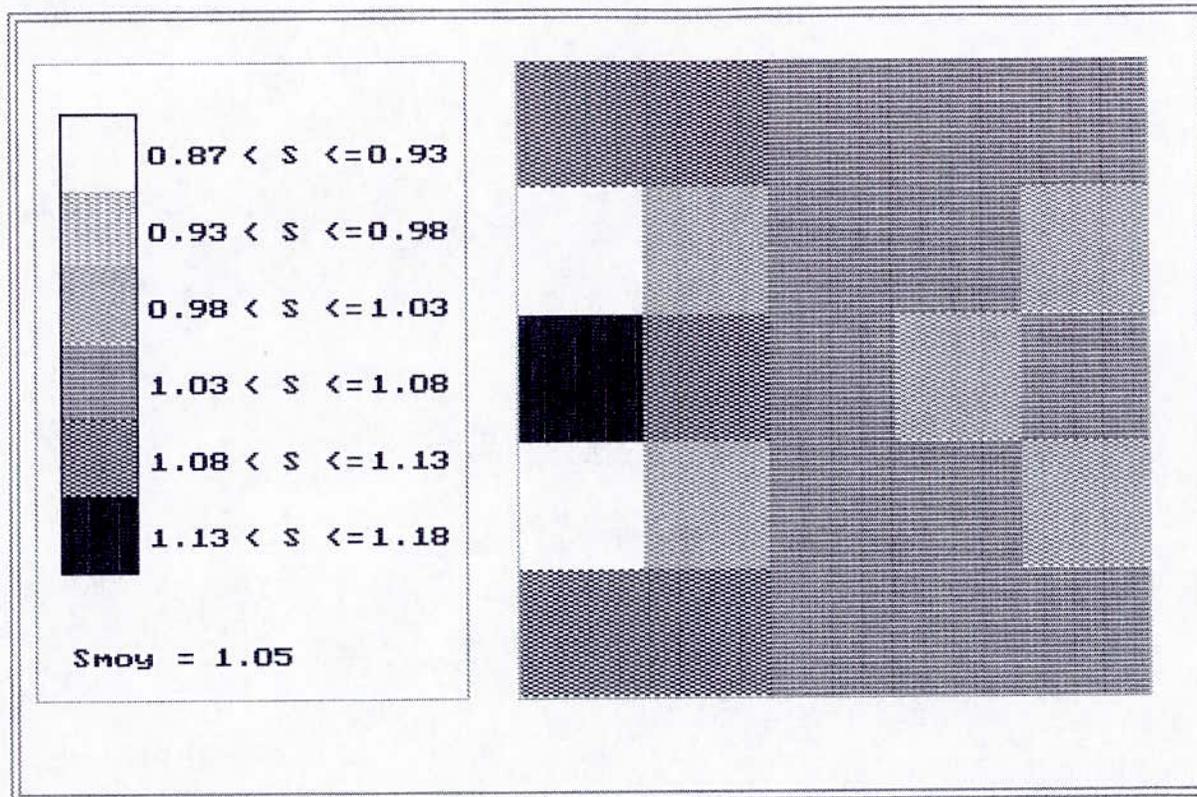
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale par la BPT  
 $\alpha = 1 \implies 11$  itérations



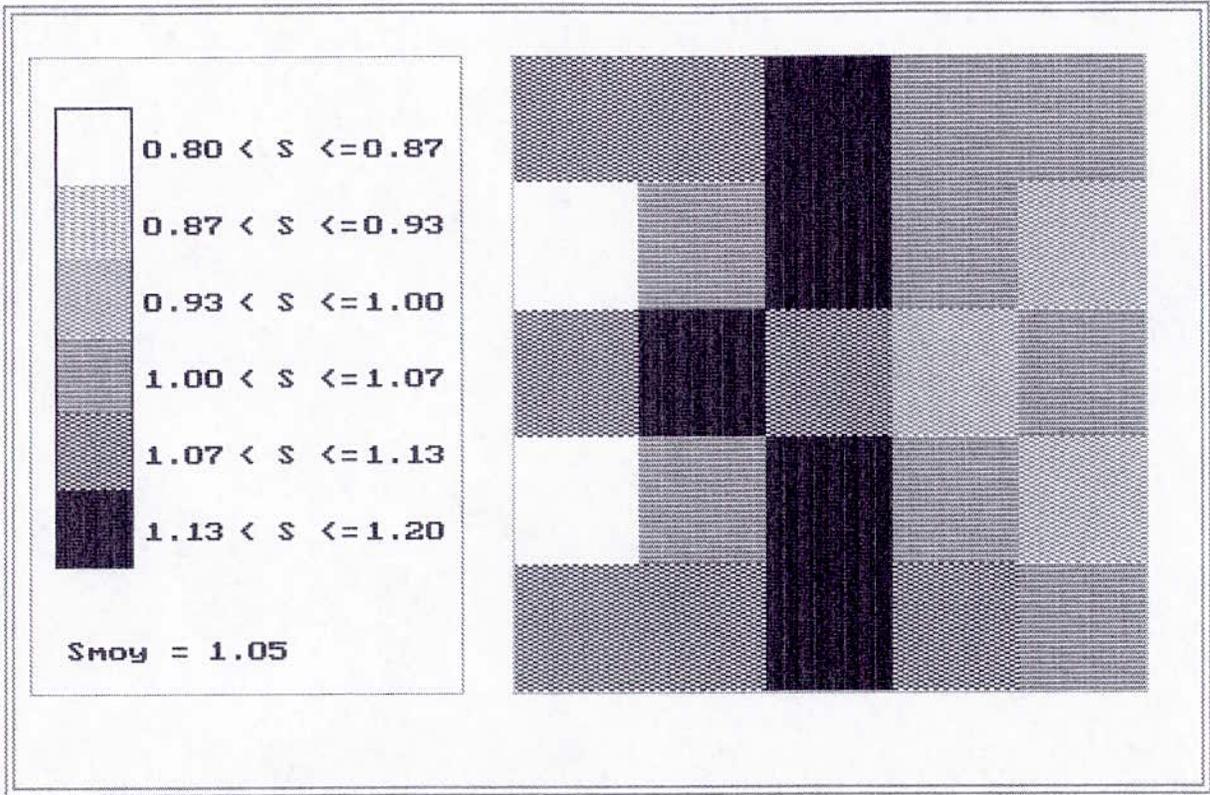
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale par la BPT  
 $\alpha = 2 \implies 12$  itérations



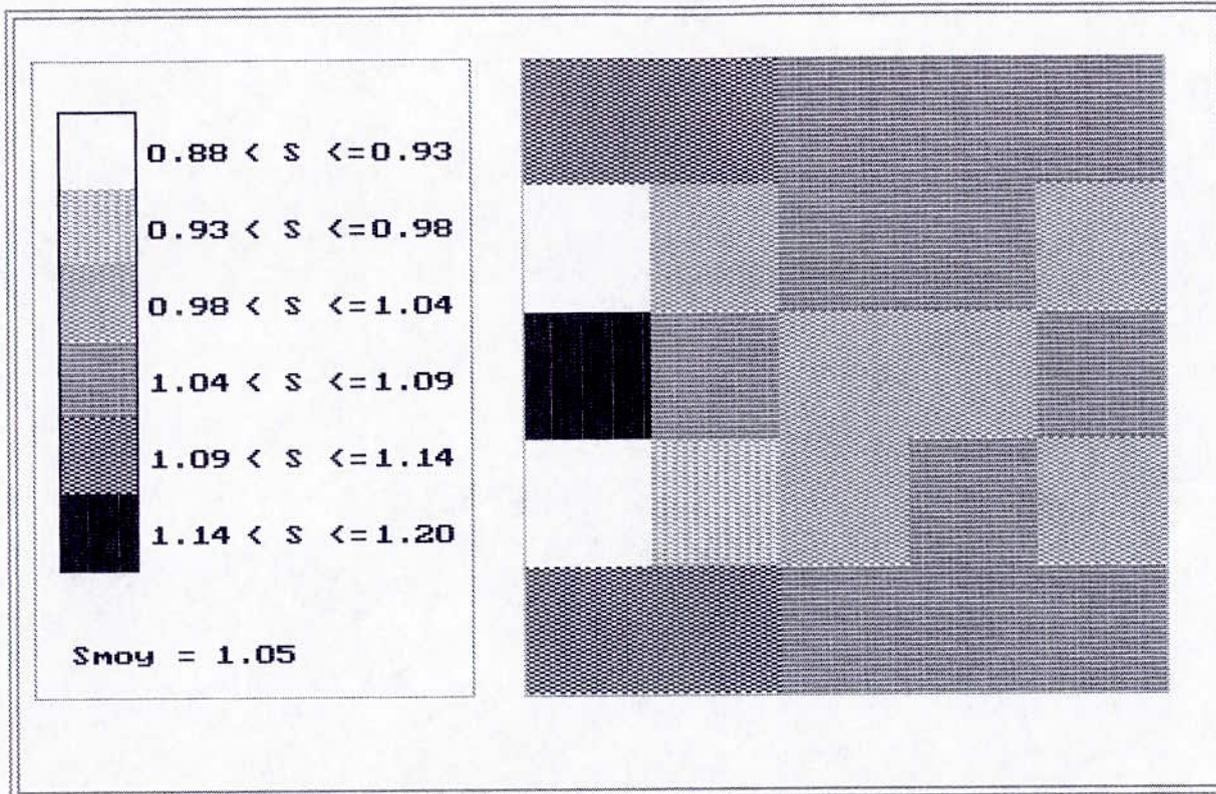
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0$   
 $\alpha = 0 \implies 11$  itérations



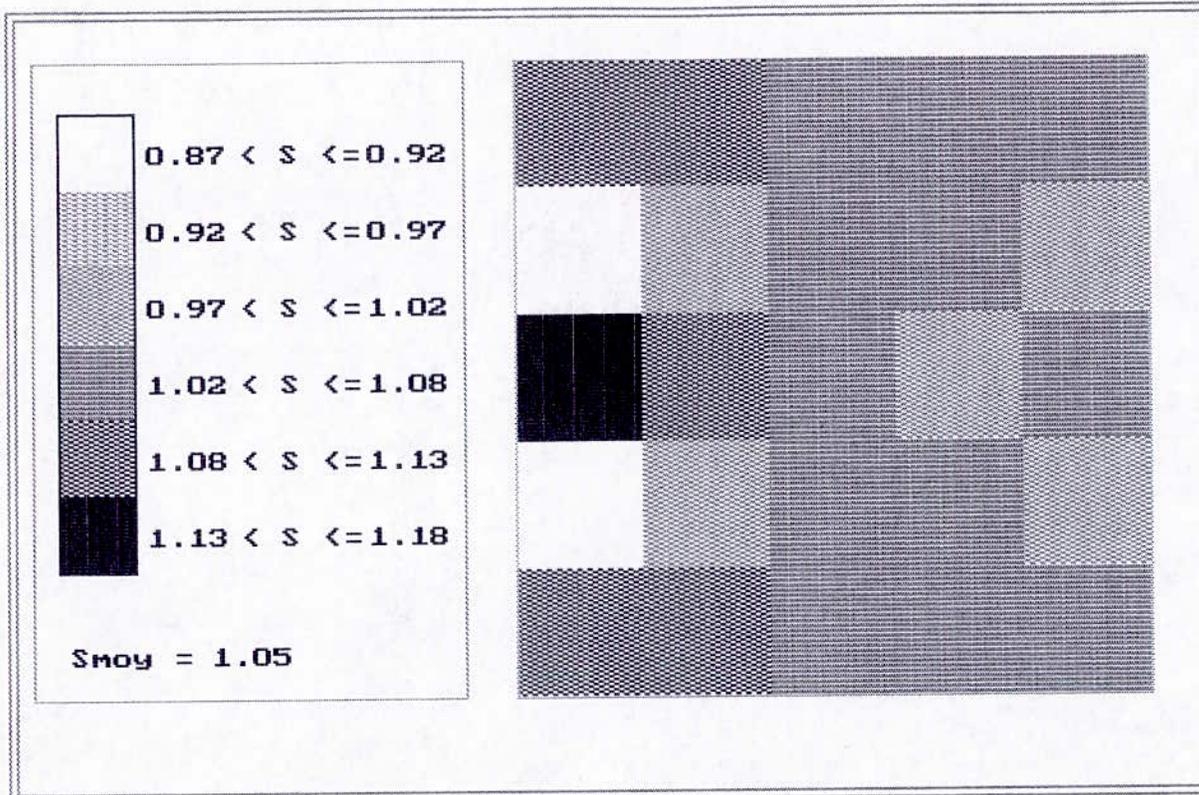
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0$   
 $\alpha = 1 \implies 12$  itérations



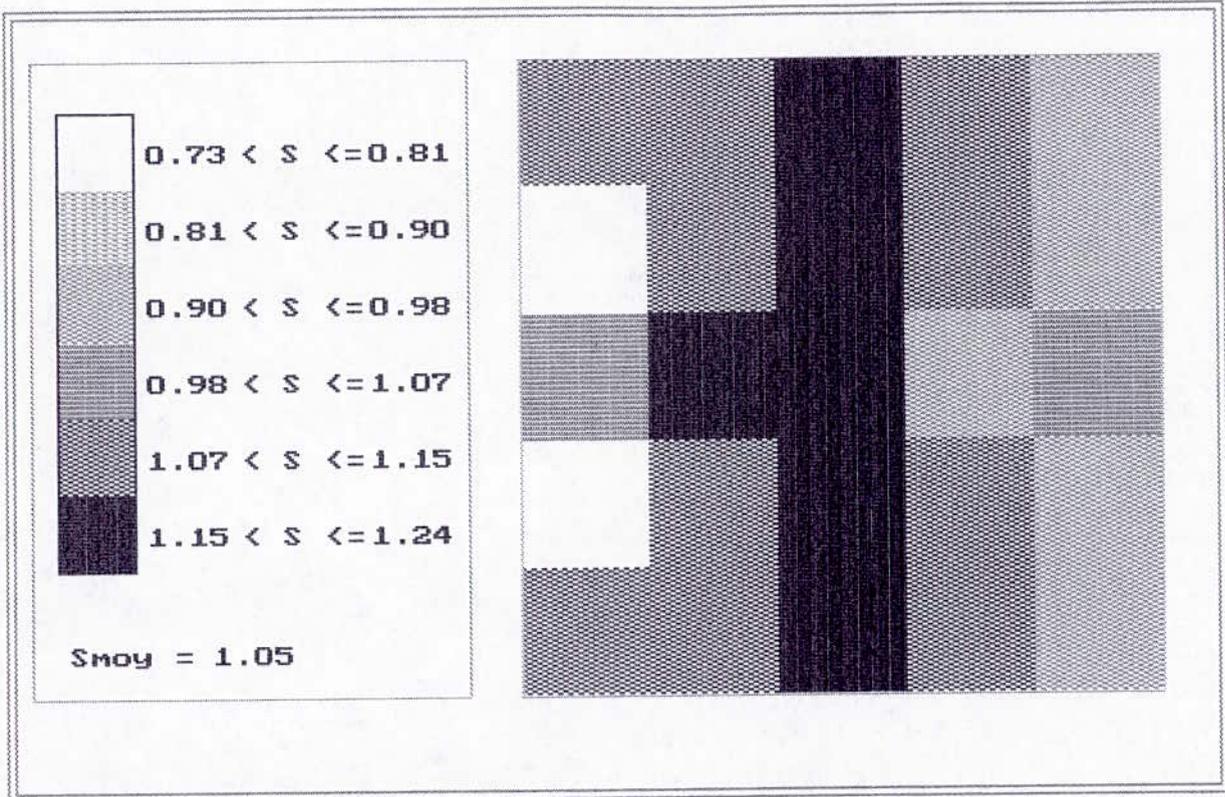
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0$   
 $\alpha = 2 \implies 15$  itérations



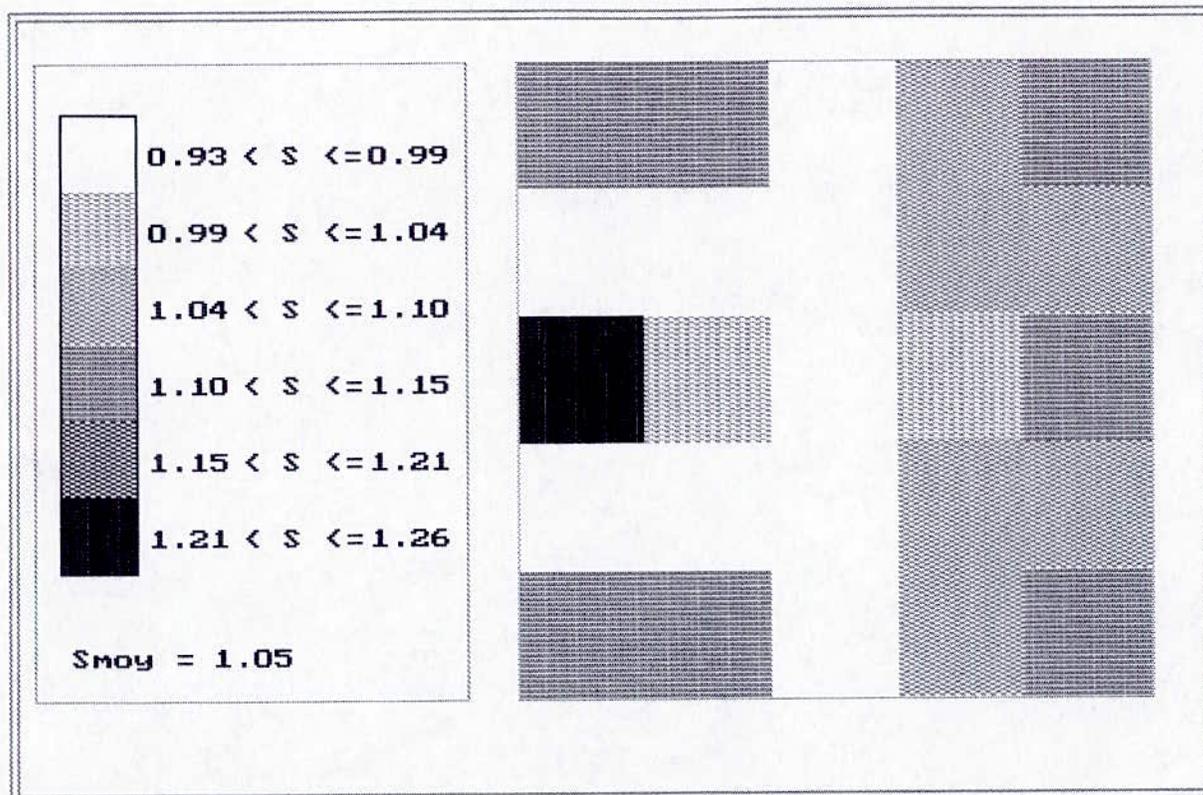
Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 1$   
 $\alpha = 0 \implies 11$  itérations



Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 1$   
 $\alpha = 2 \implies 14$  itérations



Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 2$   
 $\alpha = 0 \implies 14$  itérations



Modèle n° 1  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 2$   
 $\alpha = 2 \implies 13$  itérations

**Ymax : 10.00**

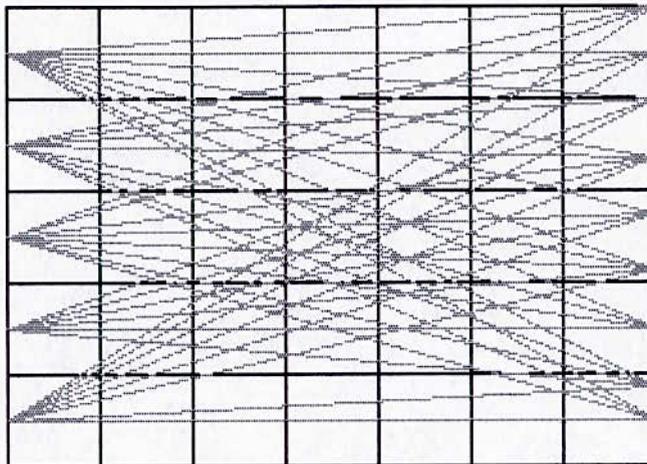
**Xmax : 14.00**

**Nombre de rais**

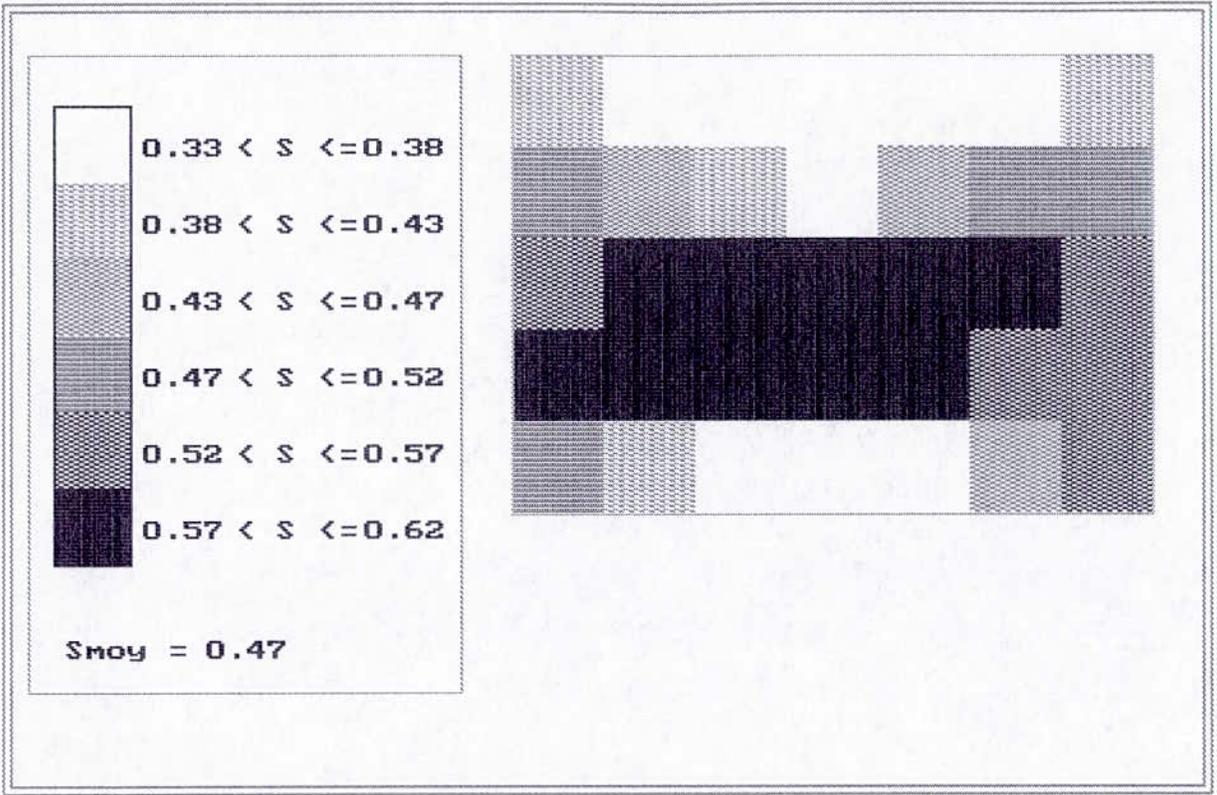
**39**

**Nombre de cellules**

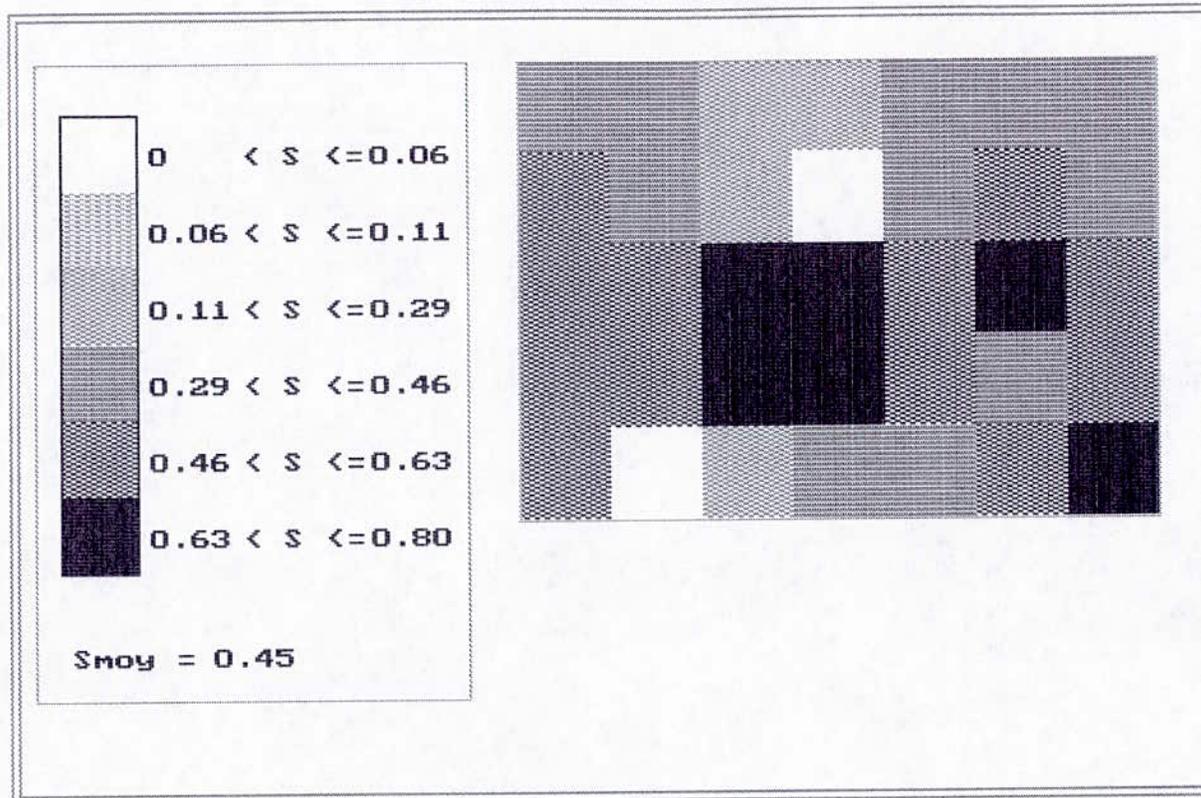
**35**



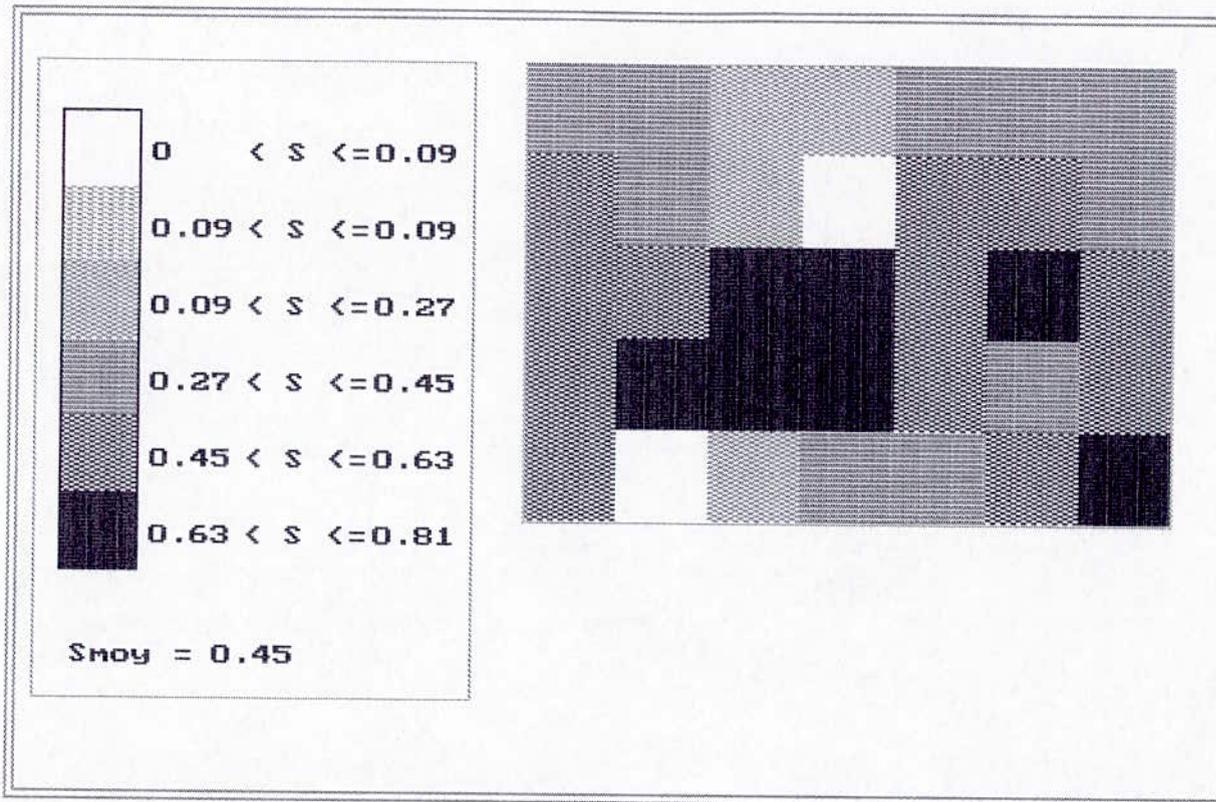
Répartition théorique des rais dans  
le modèle n°2



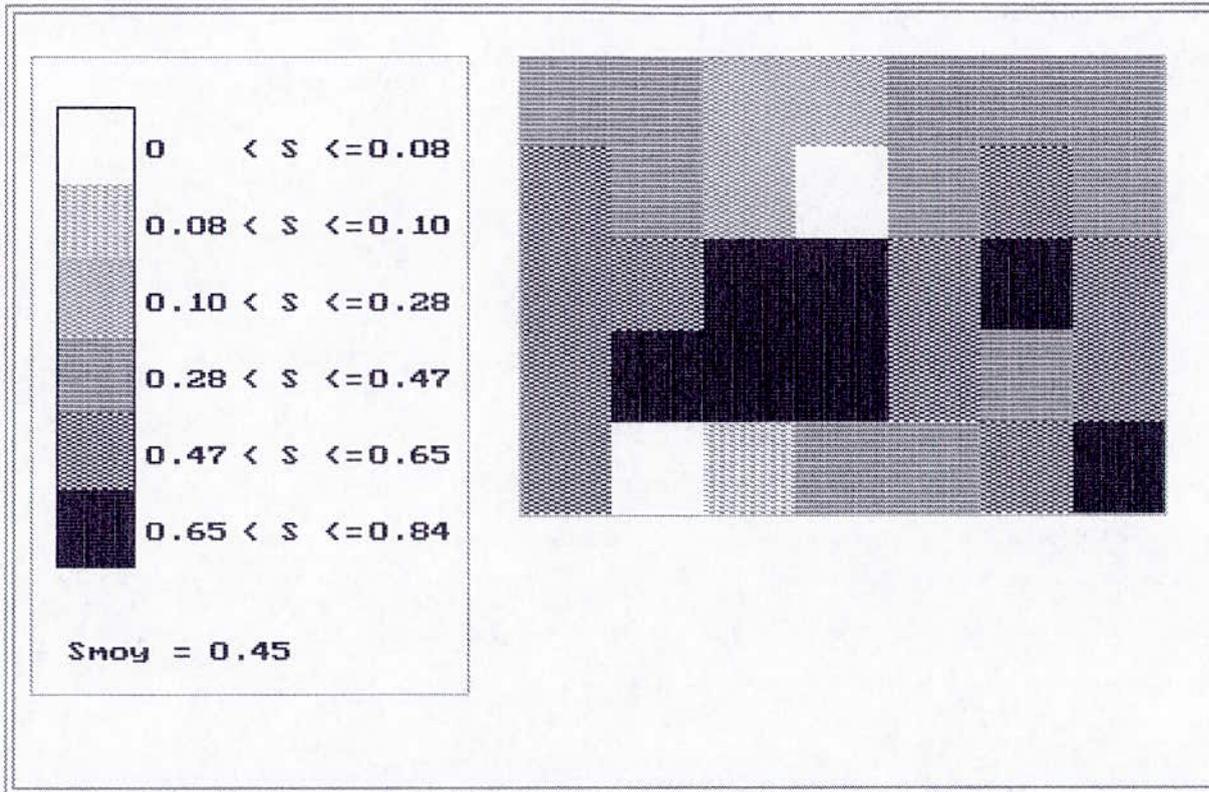
Modèle n°2  
 Solution de la BPT



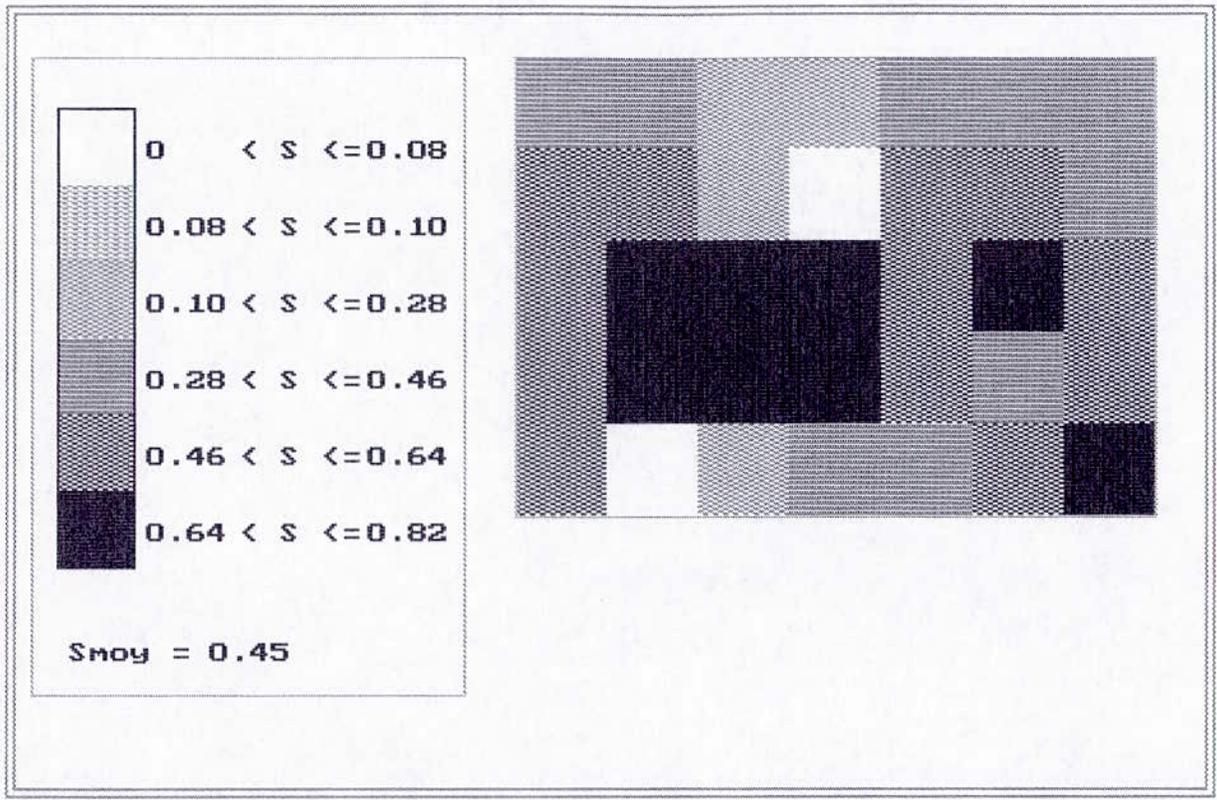
Modèle n° 2  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale par la BPT  
 $\alpha = 0 \implies 46$  itérations



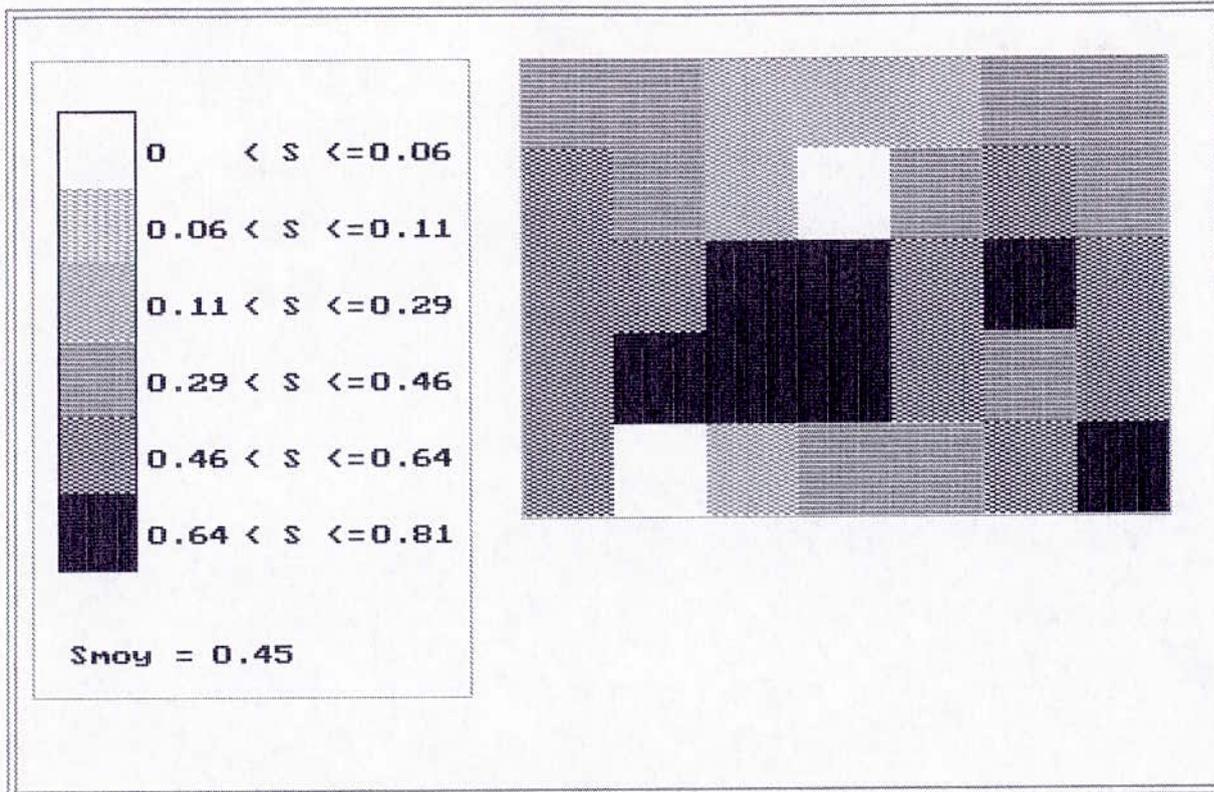
Modèle n° 2  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale par la BPT  
 $\alpha = 2 \implies 48$  itérations



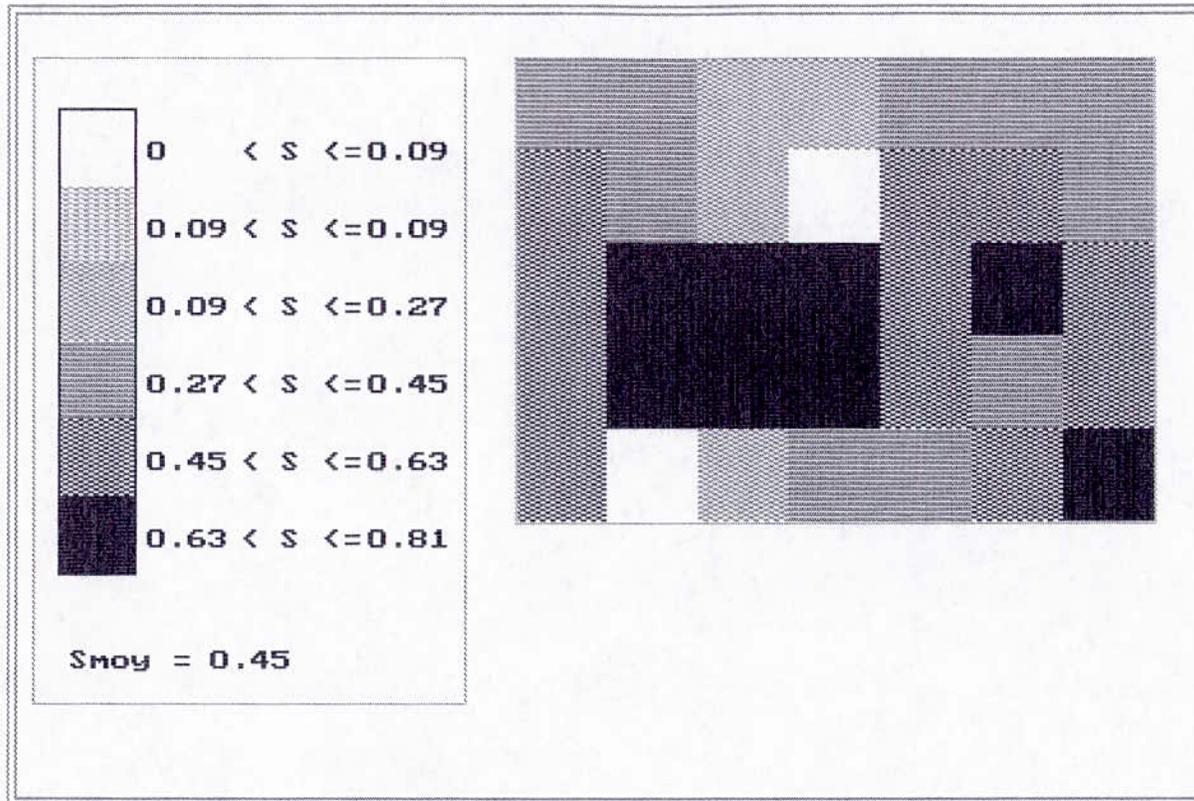
Modèle n° 2  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0$   
 $\alpha = 0 \implies 47$  itérations



Modèle n° 2  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0$   
 $\alpha = 2 \implies 50$  itérations



Modèle n° 2  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0.34$   
 $\alpha = 0 \implies 47$  itérations



Modèle n° 2  
 Méthode SIRT  
 Solution initiale homogène  $S = 0.34$   
 $\alpha = 2 \implies 50$  itérations

## BIBLIOGRAPHIE

Baddari K., Djeddi M., Elément de sismologie, Office des publications universitaires, 465 pages, 1994.

Brzostowski M. A., McMechan G. A., 3D tomographic imaging of near-surface seismic velocity and attenuation, *Geophysics*, vol. 57, No. 3, p 396-403, march 1992.

Carrion P., Costa J., Pinheiro J.E.F., and Schoenberg M., Cross-borehole tomography in anisotropic media, *Geophysics*, Vol. 57, No. 9, p 1194-1198, september 1992.

Delannoy C., Programmer en Turbo Pascal 7.0, éditions Berti, 350 pages, 1994.

Dines K. A., and Lytle R.J, Computerized geophysical tomography, *proc. IEEE*, 67, p 1065-1073, 1979.

Dowek G., Fauchet B., Méthode pour l'épreuve d'informatique Math sup / Math spé, Bordas-Dunod, paris, 160 pages, 1988.

Fehler M.C., Phillips W.S, Travel time tomography : A comparison of popular methods, *Geophysics*, Vol. 56, No. 10, p 1639-1649, october, 1991.

Granet M., Trampert J., Large P-velocity structures in the Euro-Meditarranean area, *Geophys. J. Int.* Vol. 99, p 583-594, 1989.

Halleux G., Jongmans D., Application des méthodes de prospection géophysique à la géologie de l'ingénieur, CBGI- BCIG, Liège, 1989.

Humphreys E. Clayton R.W., Adaptation of back projection tomography to seismic travel time problems, *J. Geophys. Res.*, vol. 93, No. B2, p 1073-1085, february 10, 1988.

ISRM (International society for rocks mechanics), Suggested methods for seismic testing within and between boreholes, *Int. J. Rocks Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr.* Vol. 25, No. 6, p 447-472, 1988.

Ivansson S., Remark on an earlier proposed iterative tomographic algorithm, Geophys. R. J. Astron. Soc., 75, p 855-860, 1983.

Ivansson S., Seismic tomography, editions Reidel Publishing Copany, p 159-237, 1987.

Lanczos C., Linear differential operators, D. Van Nostrad company limited, Princeton, New Jersey, 1961.

Lavergne M., Méthodes sismiques, Edition technip, Paris , 1986.

Nolet G., Solving or resolving inadequate and noisy tomographic systems, J. Comput. Phys., 61, p 463-482, 1985.

Peterson J.E., Paulson B.N.P., Mc Evilly T.V., Application of algebraic reconstruction techniques to seismic data, Geophysics, vol. 50, No 10, p 1566-1580, october 1985.

Piskounov N., Calcul différentiel et intégral, éditions Mir- Moscou, 614 pages, 1980.

Radcliff R.D., Balanis C.A., Reconstruction algorithms for geophysical applications in noisy environments, Proc. of the IEEE, Vol. 67, No. 7, july, 1979.

Renault J., Turbo Pascal élémentaire pour la physique, éditions Bordas-Dunod, Paris, 273 pages, 1989.

Robert T.L., Turbo Pascal 7, éditions Sybex, 346 pages, 1993.

Scudder H.J., Introduction to computer aided tomography, Proc. of the IEEE, Vol. 66, No. 6, June, 1978.

Sluis A., Vorst H. A, Seismic tomography, editions Reidel Publishing Company, p 49-83 , 1987.

Telford W.L., Geldart L.P., Sheriff R.E., Keys D.A., Prospection géophysique (tome1), Prospection sismique, ERG éditions la Barbannerie ,1980.

Xianhuai Zhu, McMechan G.A., 2-D tomographic imaging of velocities in the Wichita Uplift-Andarko basin region of southwestern Oklahoma, Bulletin of seismological society of America, Vol. 79, No. 3, p 873-887, june 1989.