

15/95  
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

*Génie Civil*

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

*Etude comparative  
d'une tour (R+14)  
contreventée mixte (Noyau + Portiques)*

Proposé par :  
L'ORGI (Réghaïa)

Etudié par :  
LOGBI Abdelaziz  
TCHAMAKDJI Mounir

Dirigé par :  
M<sup>me</sup> BAUCHE

PROMOTION  
*Juin 1995*



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

*Genie Civil*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

*Etude comparative  
d'une tour (R+14)  
contreventée mixte (Noyau + Portiques)*

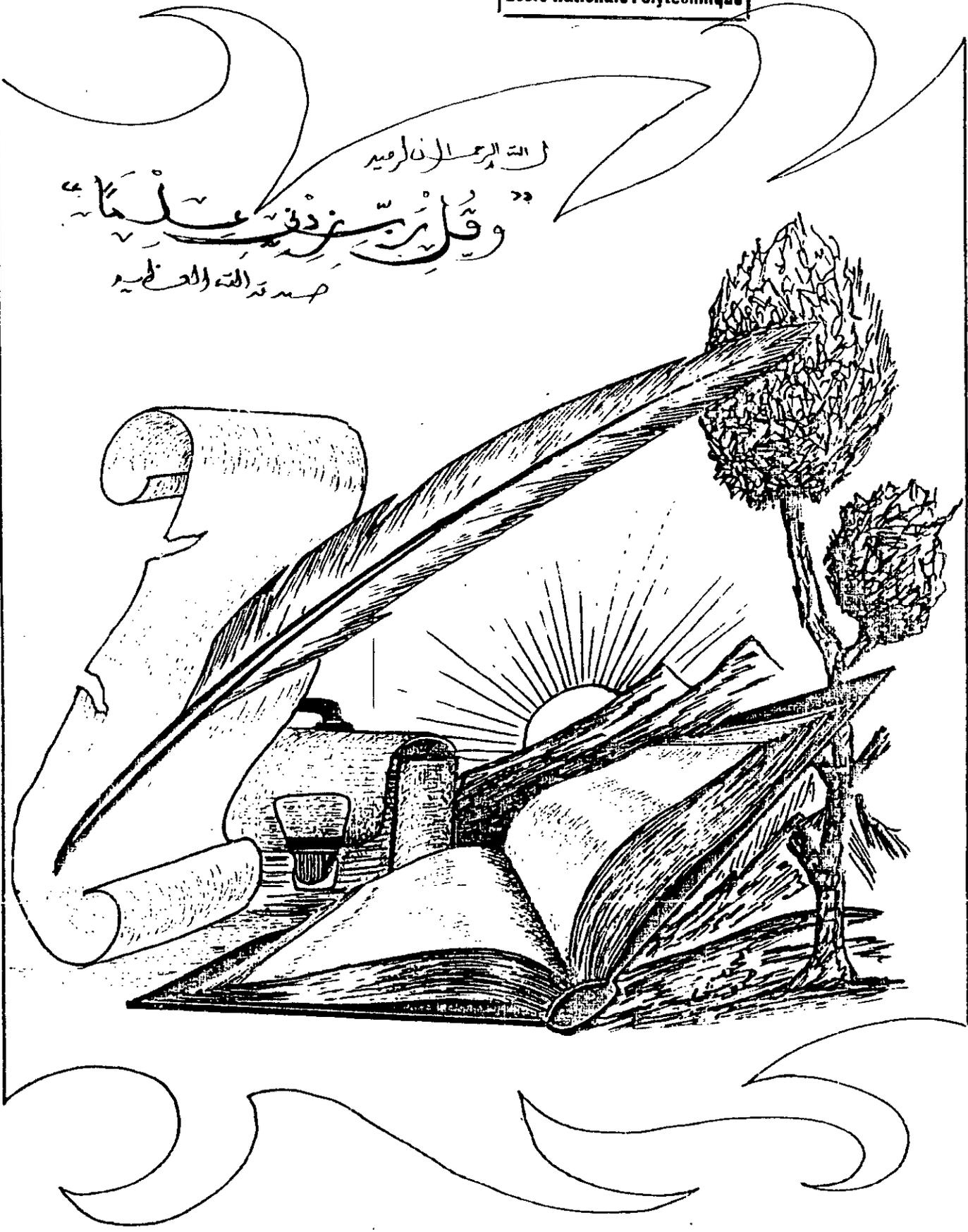
Proposé par :  
L'OPGI (Réghaïa)

Etudié par :  
LOGBI Abdelaziz  
TCHAMAKOJI Mounir

Dirigé par :  
M<sup>me</sup> BAOUICHE

PROMOTION  
*Juin 1995*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
« قُلْ إِنَّمَا نَحْنُ عِبَادٌ مُّطِيعُونَ »  
صَدَقَ اللَّهُ الْعَلِيمُ



## DEDICACES

- . *A mes chers parents comme geste de remerciement pour tous les sacrifices consentis à mon égard, que le bon dieu les protège .*
- . *A mes frères et soeurs, en particulier Abdelouahed qui n'a jamais cessé de me soutenir, et de m'encourager.*
- . *A mes deux oncles Athmane et Mahmoud et leurs familles pour leurs aides.*
- . *A mes frères que j'ai connu à BOURAOUI que le bon dieu les protège.*
- . *A tous ce qu'ils contribuent pour que la lumière plane sur notre ALGERIE.*

*Je dédie ce modeste travail*

**ABDELAZIZ**

*Je dédie ce modeste travail:*

- . *A mes chers parents comme geste de remerciement*
- . *A mes frères en particulier : Ali - Noredine .*
- . *A tous mes amis et en particulier : **SEKKAL Abdou***

**Mounir**

## REMERCIEMENTS

*Nous exprimons ici notre sincère gratitude à M<sup>me</sup> BAUCHE pour nous avoir prodigué ses conseils et nous avoir suivi tout le long de ce travail.*

*Nous remercions aussi M. BOUGHOUFALLAH pour l'aide qu'il nous a apporté.*

*Tous nos remerciements vont aussi aux enseignants qui de près ou de loin ont participé à notre formation.*

*Nous tenons à adresser notre reconnaissance:*

*. Aux gens de la bibliothèque, du centre de calcul et à M. Rachid de l'O.P.G.I. de Réghaia.*

*. A notre collègue M. Lyes TANFOUR.*

*Que tous, trouvent ici, le témoignage de notre profonde gratitude.*



المختصات

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## RESUMES

العنوان: دراسة مقارنة لمنشأة مرتفعة ذات هيكل مختلط نواة وأطر.  
المخلص: يتلخص بحثنا في دراسة مقارنة بين طريقتي حساب وتحليل للمنشآت المرتفعة ذات الهياكل المختلطة نواة مركزية وأطر وذلك بالنسبة لسلوكها في مقاومة القوى الأفقية. الطريقة الأولى: هي طريقة الأجناد لا ريدو، والطريقة الثانية هي برنامج أوتوماتيكي لحساب المنشآت SAP 90.

**TITRE:** ETUDE COMPARATIVE D'UNE TOUR ( R+14 ) A CONTREVENTEMENT MIXTE.

**RESUME:** Nôtre travail consiste à analyser une structure (R+14) à contreventement mixte ( Noyeau + portiques ), en modèle continu par la méthode de LAREDO, et en modèle discontinu par une discrétisation en éléments finis sur logiciel SAP 90, puis comparer les résultats des deux méthodes.

**TITLE:** COMPARATIVE STUDY OF A CORE STRUCTURE WITH SHEAR WALLS BUILDING.

**ABSTRACT:** Our work consists in analyse of the behavior of a fourteen storey shear wall building to lateral loads by two méthodes. First with a continous model: LAREDO method, and secondly with a discontinuous model using a finite element discretisation program.

# SOMMAIRE

## *I - INTRODUCTION GENERALE.*

1 - Introduction .....	1
2 - Présentation de l'ouvrage .....	1
3 - Caracteristiques des matériaux .....	3
4 - Prédimensionnement .....	4

## *II - DESCENTE DES CHARGES.*

1 - Introduction .....	10
2 - Evaluation des charges .....	10
3 - Détails des planchers .....	10
4 - Charges revenant aux poteaux .....	13
5 - Charges revenant aux voiles .....	16

## *III - CALCUL SISMIQUE*

1 - Introduction .....	21
2 - Conditions d'application de la M.S.E .....	21
3 - Calcul de l'application sismique .....	22

## *IV - GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE CONTREVENTEMENT.*

1 - Introduction .....	27
2 - Différents types de contreventement .....	27
3 - Les modèles de calcul des contreventements .....	30
4 - Principes généraux des méthodes de calcul .....	30

## *V - ANALYSE DE LA STRUCTURE PAR LA METHODE LAREDO.*

1 - Introduction .....	33
2 - Convention de signe .....	33
3 - Torsion fléchie des profils minces ouverts .....	34
4 - Torsion des noyaux symétriques à files d'ouvertures .....	42
5 - Interaction noyau-portique .....	45
6 - Application de la méthode .....	51

*VI - CALCUL AUTOMATIQUE*

1 -Introduction .....	77
2 -Application du « SAP90 » sur la structure .....	78
3 -Résultats .....	86
4 -Interpretation des résultats .....	90

<i>VII - CONCLUSION</i> .....	92
-------------------------------	----

• <i>ANNEXES</i> .....	94
• <i>BIBLIOGRAPHIE</i> .....	99

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**Chapitre I**  
**Introduction générale**

## **1-1- Introduction:**

L'étude qui nous a été confiée, s'intéresse aux structures à contreventements mixtes. Notre objet c'est de faire une étude comparative d'un bâtiment étagé (R+14) contreventé par portique et noyau à profil mixte.

Cette structure sera calculée d'une part, par la méthode proposée par M.LAREDO et d'autre part, par un calcul automatique à l'aide d'un logiciel (SAP 90).

Ceci nous permettra de faire une comparaison entre les efforts et les déplacements obtenus par ces deux méthodes de calcul.

Le plan de travail choisi pour la concrétisation de notre objectif est le suivant:

1. présentation de la structure et le prédimensionnement des différents
2. éléments de l'ossature par le règlement B.A.E.L. 91.
3. Calcul de la descente de charge.
4. L'étude au séisme.
5. Généralités sur les systèmes de contreventement.
6. Analyse de la structure par la méthode de LAREDO.
7. Calcul automatique.
8. Conclusion.

## **1-2- Présentation de l'ouvrage:**

La tour à étudier comprend deux sous-sol de 4,59m de hauteur, un rez-de-chaussée, un étage commercial avec terrasse inaccessible, treize étages avec terrasse accessible, et une cage d'escalier à terrasse inaccessible.

Le bâtiment est à usage d'habitation implanté à Réghaïa (Boumerdes), zone de moyenne sismicité.

Les dimensions de la structure sont: (voir figures a, b, c)

### **a- Dimensions en plan:**

La structure est symétrique, carrée.

\* Etage courant:

Longueur .....24m

Largeur .....24m

**\*R.D.C.-Etage commercial:**

Longueur.....27,6m.

Largeur .....27,6m.

**b- dimensions en élévation:**

La tour possède un décrochement au niveau du plancher de l'étage commercial à la cote:  $z=7,65m$ .

Hauteur total .....50,49m.

Hauteur du s. sol-1.....1,53m.

Hauteur du reste d'étage .....3,06m.

Chaque étage d'habitation comprend quatre appartements de type F4 de chacune.

Le sous-sol-2 comprend 52 caves, le sous-sol-1 est réservé aux grandes surfaces.

Le R.D.C est consacré à une galerie.

La communication entre les différents niveaux est assurée par un ascenseur et des escaliers à deux volées préfabriquées.

### **1-3 Caractéristiques des matériaux:**

#### **1-3-1 Acier:**

Les aciers utilisés doivent présenter les caractéristiques suivantes:

- Module d'élasticité:  $E_s = 2.10^5$  MPa.
- Acier (HA) tq: FeE 400;  $\eta = 1,6$
- $f_{su}$  (situation accidentelle): 400 Mpa.

#### **1-3-2 Béton:**

Le béton présente les caractéristiques suivantes:

- Résistance à la compression  $f_{c28} = 25$ MPa.
- Résistance à la traction  $f_{t28} = 2,1$ MPa.
- Contrainte de compression:
  - ELU:  $f_{bu} = 18,48$ MPa.
  - ELS:  $\sigma_{bc} = 15$ MPa.

#### **1-3-3 Limitation des contraintes:**

##### **\* Acier:**

$$\sigma_{st} \leq \min \left\{ \frac{2}{3} f_s; 150 \eta \right\} \quad \text{Fissuration pré judiciable.}$$

##### **\* Béton:**

$$\overline{\sigma}_{bc} = 16,2 \text{ M P a .}$$

$$\overline{\sigma}_{bt} = 2,22 \text{ M P a .}$$

### **1-4- Prédimensionnement:**

#### **1-4-1- Voiles du noyau central:**

$$\text{RPA: } \begin{cases} e_{\min} = 15 \text{ cm} \\ e \geq \frac{h_c}{20} = \frac{306}{20} = 15,3 \text{ cm} \end{cases}$$

nous prendrons comme valeur préliminaire et on tenant compte de la grande hauteur de notre structure:

$$e = 30 \text{ cm.}$$

### 1-4-2- Poutres:

$$B. A. E. L \left\{ \begin{array}{l} \frac{\ell_{\max}}{15} \leq h < \frac{\ell_{\max}}{10} \\ \frac{h}{\ell_{\max}} < \frac{M_t}{10M_0} \\ M_t = 0,75M_0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 600 < h < \frac{600}{10} \\ \frac{h}{600} < 0,075 \end{array} \right.$$

Donc nous prendrons:  $h = 50\text{cm}$ .

et  $b \in [0,3 \cdot h; 0,5 \cdot h]$  d'où:

$b = 30\text{cm}$ .

$$\text{D'après le RPA 88 on a: } \left\{ \begin{array}{l} b = 30\text{cm} > 20\text{cm} \\ h = 50\text{cm} > 20\text{cm} \\ \frac{h}{b} = 1,67 < 3 \end{array} \right.$$

Donc les dimensions précédemment choisies sont valables.

Etant donné que notre structure est carrée, nous adapterons les mêmes dimensions dans les deux directions (X et Y).

### 1-4-3- Poteaux:

Le prédimensionnement des poteaux se fera grâce à une descente de charges. Les dimensions retenues sont celles du poteau le plus sollicité et doivent satisfaire les conditions imposées par le RPA 88.

La descente de charge donne pour le poteau le plus sollicité:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 110414,626\text{Kg} \\ Q = 23976\text{Kg} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow N_u = 185023,745\text{Kg}$$

Pour tenir compte de l'effet de continuité ( $N_u$ ) est majoré de 10% soit:

$$N = 203526,12\text{Kg}$$

On suppose que le béton seul résiste à la compression et que la forme du poteau est carrée donc:

$$\lambda = \frac{\ell_f}{i} = \frac{0,7 \cdot h_c \cdot \sqrt{12}}{a} = \frac{7,42}{a}$$

$$B_r = (a - 0,02)^2 \geq \frac{0,9 \cdot \beta \cdot N_u}{f_{bc}}$$

$$\text{Si: } a = 0,4\text{m} \rightarrow \lambda = 18,55 \rightarrow \beta = 1,0562$$

$$\rightarrow B_r \geq 1365,63 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$$

$$\Rightarrow a \geq 39\text{cm}$$

Les dimensions retenues sont:  $40 \times 40 \text{cm}^2$ .

R.P.A 88  $a = b_1 = h_1$ .

-  $\min(b_1; h_1) = 40 \text{cm} > 25 \text{cm}$ .

-  $\min(b_1; h_1) > h_e / 20 = (306-50) / 20 = 12,8 \text{cm}$ .

-  $1/3 \leq b_1 / h_1 = 1 \leq 3$ .

D'où les dimensions du poteaux sont acceptables.

**1-4-4- Les planchers:**

Les planchers à adopter sont des dalles pleines en béton armé ce choix n'est pas arbitraire mais en comparaison avec les planchers à corps creux, les planchers en dalles pleines sont plus efficaces vue leur rigidité qui leur permet de transmettre convenablement et totalement les charges aux voiles.

Les conditions à vérifier:

- Isolation phonique:.....  $e \geq 16 \text{cm}$
- Résistance au feu:.....  $e \geq 11 \text{cm}$  (2 heures).
- Flèche :.....  $f_{\max} \leq L / 500$

On choisit un panneau de dimensions grandes tel que:

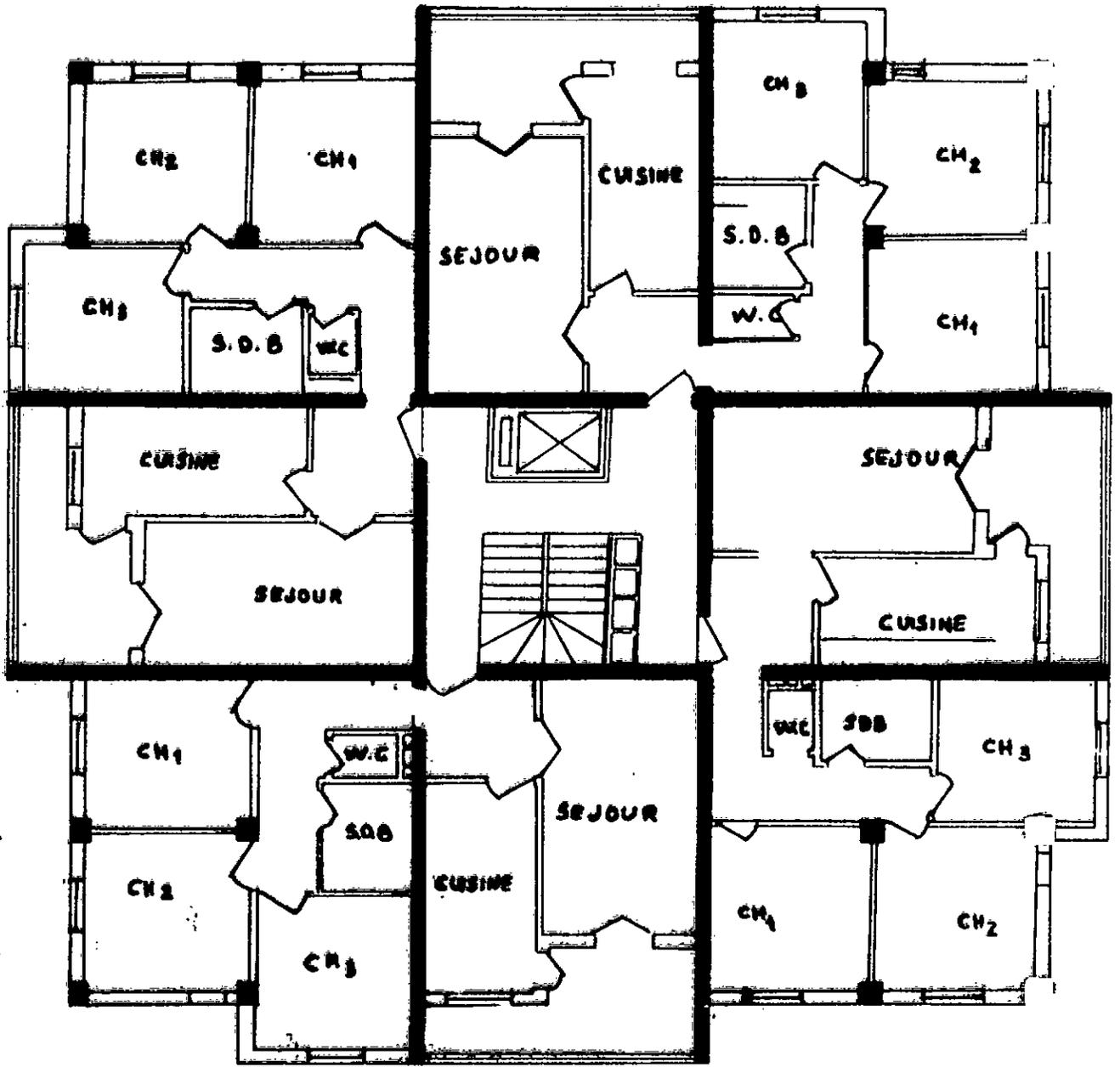
$$\begin{cases} \ell_x = 6 \text{m} \\ \ell_y = 9 \text{m} \end{cases} \rightarrow \rho = 0,66$$

$$\begin{cases} \frac{\ell_x}{50} \leq e \leq \frac{\ell_x}{40} \\ \frac{e}{\ell_x} \geq \frac{M_{\text{ax}}}{20M_{\text{ax}}} \\ M_{\text{ax}} = 0,75.M_{\text{ax}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12 \text{cm} \leq e \leq 15 \text{cm} \\ \text{ou} \\ e \geq 19,95 \text{cm} \end{cases}$$

Donc on prend:  $h = 20 \text{cm}$ .

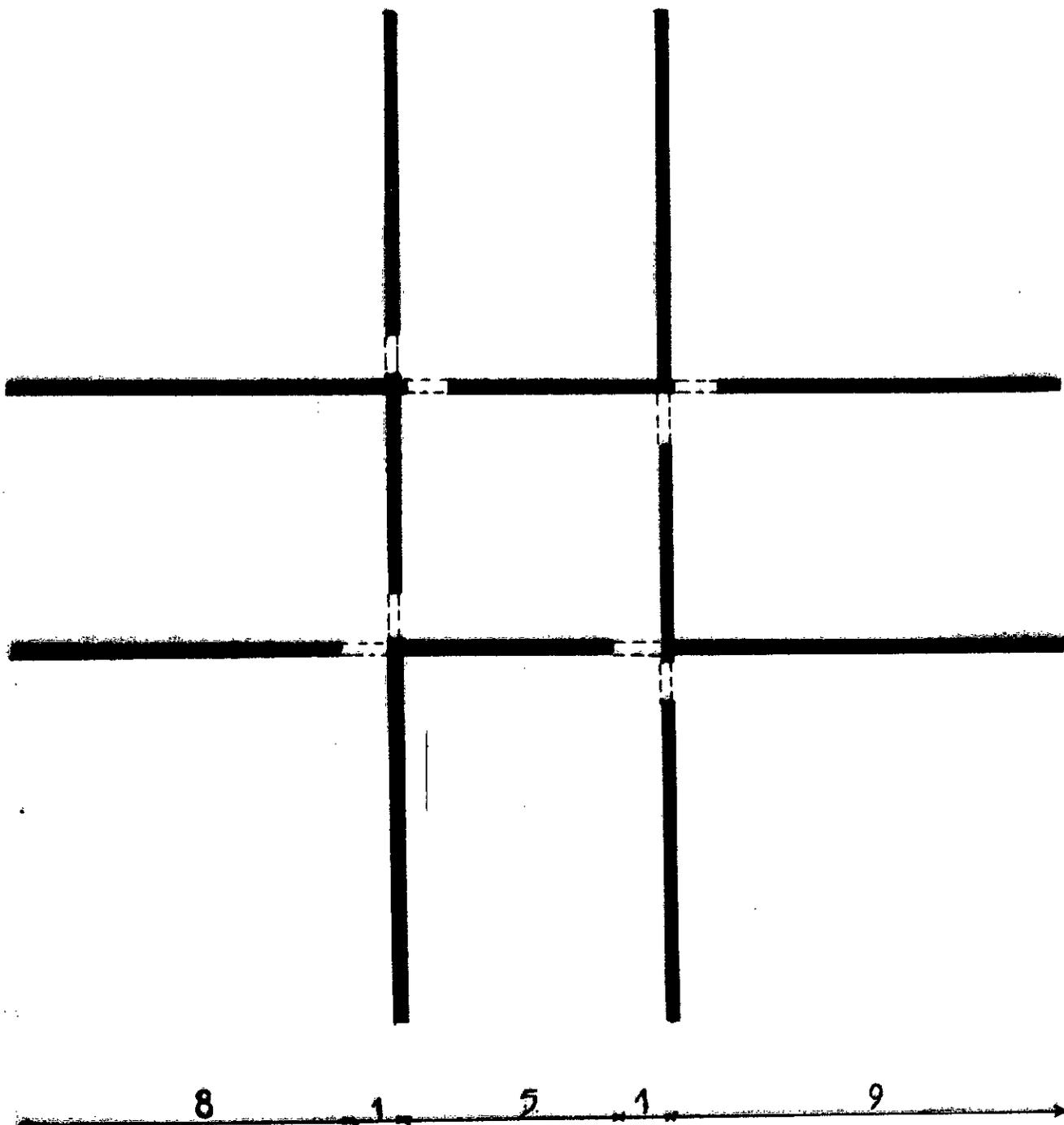
**Remarque:**

Les dimensions trouvées sont acceptées sans vérification de la flèche car les conditions relatives à l'état de déformation sont vérifiées.



ETAGE COURANT

FIG : I\_a



DETAIL DU NOYAU

Fig: I-b

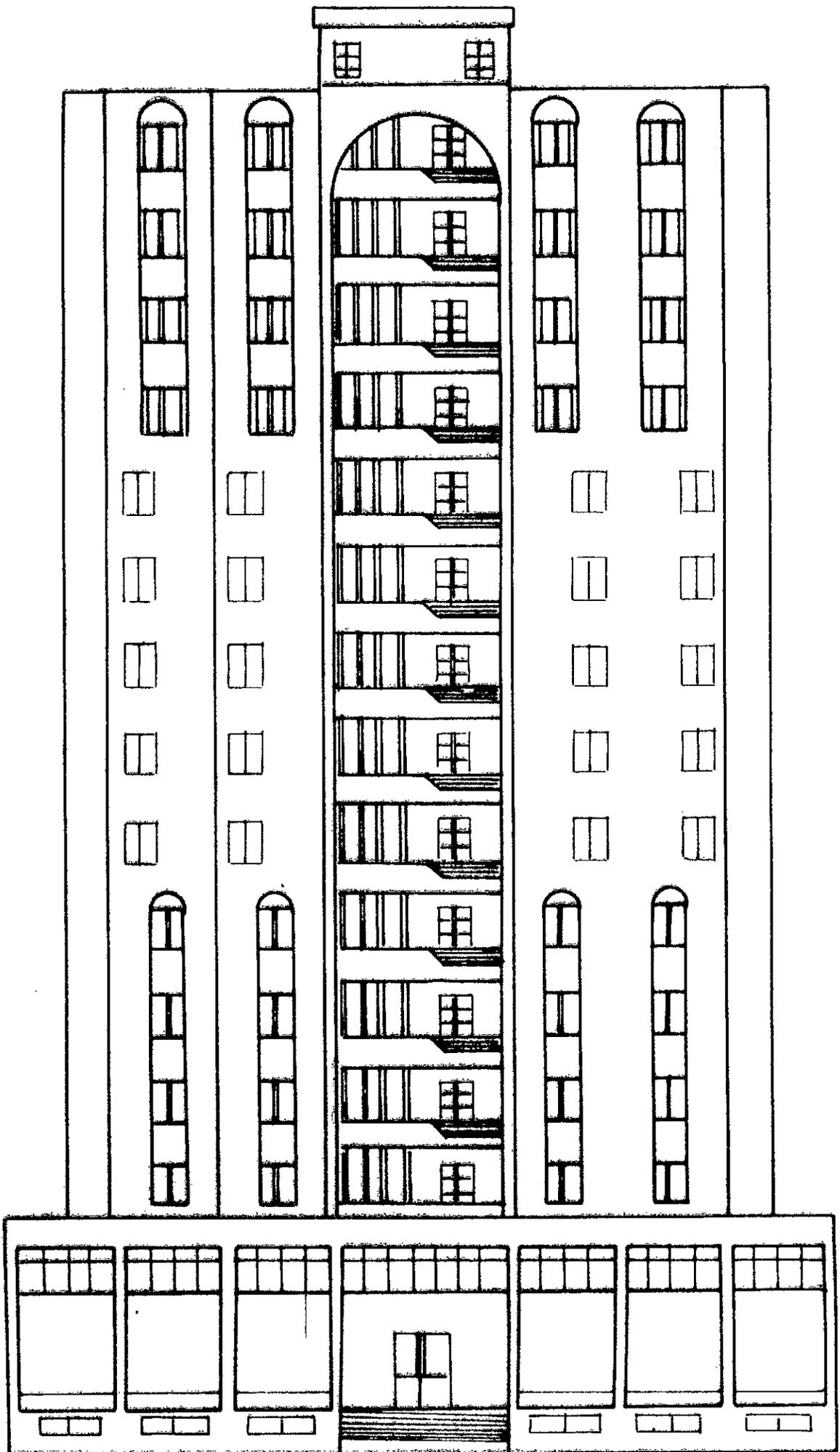
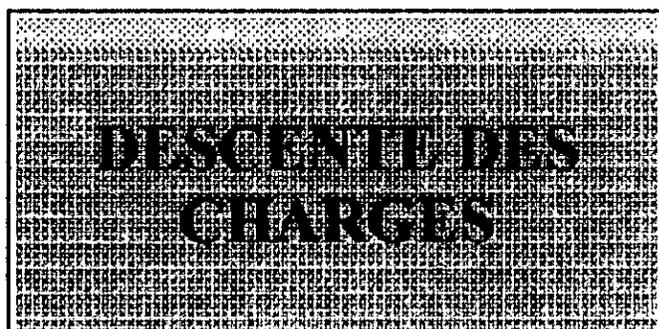


FIG : I . c

## CHAPITRE II



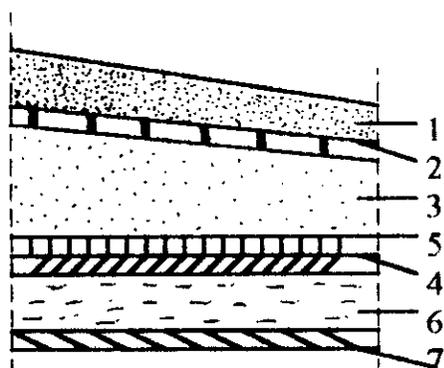
## 2.1 - Introduction

Cette opération consiste à calculer pour tout élément porteur ( voiles et poteaux ) les charges qu'il supporte au niveau de chaque étape pour déterminer la charge et la surcharge totale.

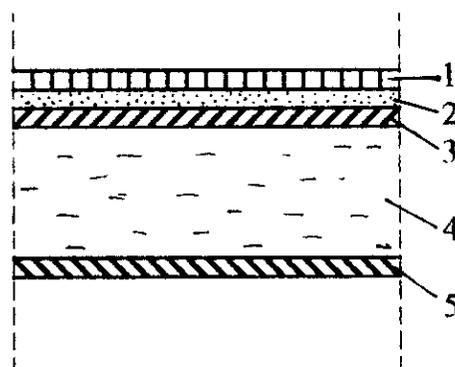
## 2.2 - Evaluation des charges :

Eléments	G	Q	Unité
Plancher terrasse inaccessible	772	100	Kg/m <sup>2</sup>
Plancher terrasse accessible	807	150	Kg/m <sup>2</sup>
Plancher R.D.C	719	200	Kg/m <sup>2</sup>
Plancher étage courant	719	175	Kg/m <sup>2</sup>
Poutres	375	-	Kg/m <sup>2</sup>
Poteaux	1224	-	Kg/m <sup>2</sup>
Acrotères	281,25	-	Kg/m <sup>2</sup>
Balcon	719	350	Kg/m <sup>2</sup>
Murs extérieurs	9	-	Kg/m

## 2.3 - Détail des planchers:



**Plancher terrasse**



**Plancher étage courant**

### 2.3.1 - Plancher terrasse ( Inaccessible ):

#### a ) Charges permanentes:

- 1 - Protection gravillon ( 5 cm ) .....  $0,05 \times 1700 = 85 \text{ Kg/m}^2$
- 2 - Etanchéité multicouche .....  $10 \text{ Kg/m}^2$
- 3 - Forme de pente ( béton banché : 6 cm ) .....  $0,06 \times 220 = 132 \text{ Kg/m}^2$
- 4 - Ecran par vapeur .....  $5 \text{ Kg/m}^2$
- 5 - Isolation thermique en liège ( 4 cm ) .....  $0,04 \times 400 = 16 \text{ Kg/m}^2$
- 6 - Dalle pleine en B.A ( 20 cm ) .....  $0,20 \times 2500 = 500 \text{ Kg/m}^2$
- 7 - Enduit de plâtre ( 2 cm ) .....  $0,02 \times 1200 = 24 \text{ Kg/m}^2$

—————>  $G = 772 \text{ Kg/m}^2$

#### b ) Charge d'exploitation:

$Q = 100 \text{ Kg/m}^2$

### 2.3.2 - Planche terrasse ( accessible):

#### a ) Charges permanentes :

- 1 - Revêtement en carrelage ( 2 cm ) .....  $0,02 \times 2200 = 44 \text{ Kg/m}^2$
- 2 - Mortier de pose ( 2 cm ) .....  $0,02 \times 2000 = 40 \text{ Kg/m}^2$
- 3 - Couche de sable ( 2 cm ) .....  $0,02 \times 1800 = 36 \text{ Kg/m}^2$
- 4 - Etanchéité multicouche .....  $= 10 \text{ Kg/m}^2$
- 5 - Forme de pente .....  $= 132 \text{ Kg/m}^2$
- 6 - Ecran par vapeur .....  $= 5 \text{ Kg/m}^2$
- 7 - Isolation thermique en liège .....  $= 16 \text{ Kg/m}^2$
- 8 - Dalle pleine en ( B.A ) .....  $= 500 \text{ Kg/m}^2$
- 9 - Enduit de plâtre .....  $= 24 \text{ Kg/m}^2$

—————>  $G = 807 \text{ Kg/m}^2$

#### b ) Charges d'exploitation:

$Q = 150 \text{ Kg/m}^2$

### 2.3.3 - Plancher étage courant :

#### a ) Charges permanentes :

- 1 - Revêtement en carrelage ( 2 cm ) ..... = 44 Kg/m<sup>2</sup>
- 2 - Mortier de pose ( 2 cm ) ..... = 40 Kg/m<sup>2</sup>
- 3 - Lit de sable ( 2 cm ) ..... = 36 Kg/m<sup>2</sup>
- 4 - Cloison ..... = 75 Kg/m<sup>2</sup>
- 5 - Dalle pleine en ( B.A ) ..... = 500 Kg/m<sup>2</sup>
- 6 - Enduit de plâtre ..... = 24 Kg/m<sup>2</sup>

—————>  $G = 719 \text{ Kg/m}^2$

#### b ) Charges d'exploitation

$Q = 175 \text{ Kg/m}^2$

## 2.4 - Charges et surcharges revenant à chaque poteau :

Le poteau va prendre le quart de chaque panneau ( Fig : 2-a )

### 2.4.1 - Poteaux extrême ( $A_1 = 3,24 \text{ cm}^2$ )

a ) Les poteaux sont : A-1, A-8, H-1, H-8.

Poteaux ( $A_1$ )				
Elément	Terrasse inaccessible	E. Courant	R.D.C	
Acrotère ( 3,6 m )	1012,5	-	-	
Plancher	2501,28	-	2329,56	
Poutre ( 3,6 m )	1350	-	1350	
Balcon	-	-	-	
Poteau	32,4	-	32,4	
Mur extérieur ( 3,6 m )	1224	-	1224	S.Sol1
Surcharges	324	-	648	1134
G = 20928,06 Kg			Q = 2511 Kg	

b ) Les poteaux sont : H-2,3,6,7    C-1,8,    A-2,3,6,7    B-1,8

$$A_2 = 6,28 \text{m}^2$$

Poteaux ( $A_2$ )				
Elément	Terrasse inaccessible	E. Courant	R.D.C	
Acrotère ( 3,6 m )	1012,5	-	-	
Plancher	5002,56	-	4659,12	
Poutres ( 5,4 m )	2025	-	2025	
Balcon	-	-	-	
Mur extérieur	32,4	-	32,4	
Poteaux	1224	-	1224	S.Sol1
Surcharges	648	-	1296	2268
G = 33118,02 Kg			Q = 5022 Kg	

c) Les poteaux sont : (  $A_3 = 8.64 \text{ m}^2$  )

A - 4 . A - 5 , H - 4 . H - 5

<b>Poteaux extrêmes (A<sub>3</sub>)</b>				
Eléments	Terrasse inaccessible	E. Courant	R.D.C	
Acrotère ( 4,8 m )	1350	-	1350	
Plancher	6670,08	-	6212,16	
Poutres ( 6,8 m )	2525	-	2550	
Balcon	-	-	-	
Mur extérieur	43,2	-	43,2	
Poteaux	1224	-	1224	S.Sol1
Surcharges	864	-	1728	3024
<b>G = 45975,36 Kg</b>			<b>Q = 6696 Kg</b>	

#### **2.2.4 - Poteaux extrêmes d'un étage courant :**

$$A_4 = 12.26 \text{ m}^2$$

Les poteaux sont : B - 2, B - 7, G - 2, G - 7

<b>Poteaux extrême (E.C)</b>				
<b>A<sub>4</sub></b>				
Eléments	Terrasse Inaccessible	Terrasse Accessible	E. C	R.D.C
Acrotère ( 6,43 m )	-	1807,715	-	-
Plancher	9468,341	9893,82	8814,94	8814,94
Poutres ( 7,2 m )	2700	2700	2700	2700
Balcon	-	-	-	-
Mur extérieur	-	5212	5212	-
Poteaux	1224	1224	1224	1224
Surcharges	1226	1839	2145,5	2145,5
<b>G = 22078,0576 Kg</b>			<b>Q = 22949,1875 Kg</b>	

### 2.4.3 - Poteaux Interieurs ( $A_s = 12.96 \text{ m}^2$ )

a ) Ce sont : C - 3, C - 6, F - 3, F - 6

<b>Poteaux (As)</b>				
Eléments	Terrasse Inaccessible	Terrasse Accessible	E. C	R.D.C
Acrotère	-	-	-	-
Plancher	-	10458,72	1350	1350
Poutres ( 3,6 m )	1350	1350	1350	1350
Balcon	-	-	-	-
Mur extérieur ( 5,8 M )	-	-	-	-
Poteaux	1224	1224	1224	1224
Surcharges	1296	1944	2268	2268
<b>G = 230410,8 Kg</b>			<b>Q = 22912,875 Kg</b>	

b ) Ce sont : B - 3, B - 6, G - 3, G - 6, C - 2, C - 7  
F - 2, F - 7

<b>Poteaux As</b>				
Eléments	Terrasse Inaccessible	Terrasse Accessible	E. C	R.D.C
Acrotère	-	1012,5	-	-
Plancher	10005,12	10458,72	9318,24	9318,24
Poutres ( 5,4 m )	2025	2025	2025	2025
Balcon	-	-	-	-
Mur extérieur ( 3,6 M )	-	32,4	32,4	-
Poteaux	1224	1224	1224	1224
Surcharges	1296	1944	2268	2268
<b>G = 251890,92 Kg</b>			<b>Q = 22912,875 Kg</b>	

## 2.5 - Charges et surcharges revenant à chaque voile

### 2.5.1 Volles : ( V<sub>1</sub> )

<b>Volles ( profil ouvert )</b>		
Eléments	Niveau 14	E. Courant
Surfaces afférentes ( m <sup>2</sup> )	34,60	34,60
Longueur de l' acrotère	4,80	4,80
Poid du voile ( Kg )	19005	19005
Acrotère ( Kg )	1350	-
Plancher ( Kg )	27910,10	22957,67
Balcon ( 3,75 m <sup>2</sup> )	2696,25	656,25
Surcharges ( Kg )	5187,75	5587,75
Niveau 36' - 56'	G=662335,05 Kg	Q = 62293 Kg

### 2.5.2 - Volles : ( V<sub>2</sub> )

<b>Volles ( du noyau central )</b>			
Eléments	Niveau 14	E.C	Biandré (D.M)
Surfaces afférentes ( m <sup>2</sup> )	15,68	15,68	7,84
Longueur de l' acrotère ( m <sup>2</sup> )	-	-	6
Poids du voile ( Kg )	12120	12120	12120
Acrotère ( Kg )	-	-	1687,5
Plancher ( Kg )	11273,92	11273,92	6052,48
Surcharges ( Kg )	2352	2744	784
Niveau 36' - 36' ( Kg )	G = 417556,62 Kg		Q = 30576 Kg

### 2.5.3 - Voiles : ( $V_3$ )

<b>Voiles (profil ouvert)</b>		
Eléments	Niveau 14	E. C.
Surfaces afférentes ( $m^2$ )	34,585	34,585
Longueur de l' acrotère ( m )	4,8	4,8
Poid du voile ( Kg )	20655	20655
Acrotère ( Kg )	1350	-
Plancher ( Kg )	27910,095	22957,67
Balcon ( Kg )	5033	1255
Surcharges ( Kg )	5187,75	5587,75
Niveau 36' - 36'	G=727513,145 Kg	Q = 62253 Kg

### 2.6 - Charges et surcharges revenant aux portiques

$$G_p = 4950471,3 \text{ Kg}$$

$$Q_p = 510715,25 \text{ Kg}$$

$$\longrightarrow P_p = G_p + 0,2 Q_p = 5052614,35 \text{ Kg}$$

**NB** : Les charges de la dalle machine concernant le niveau 14 et le sous - sol.

### 2.7 - Charges et surcharges revenants au noyau :

$$G_n = 7229619,26 \text{ Kg}$$

$$Q_n = 620328 \text{ Kg}$$

$$\longrightarrow P_n = G_n + 0,2 \cdot Q_n = 7353684,86 \text{ Kg}$$

$$\text{Donc : } P = P_n + P_p = 14142833,5 \text{ Kg}$$

$$\frac{P_p}{P} = 59,27 \% > 20 \%$$

Puisque notre bâtiment est constitué de voiles et de portiques, et les voiles reprènent plus de 20 % des charges verticales, donc la structure sera classée dans la catégories 5 d'après l'article 2.3.2 du R.P.A. 88.

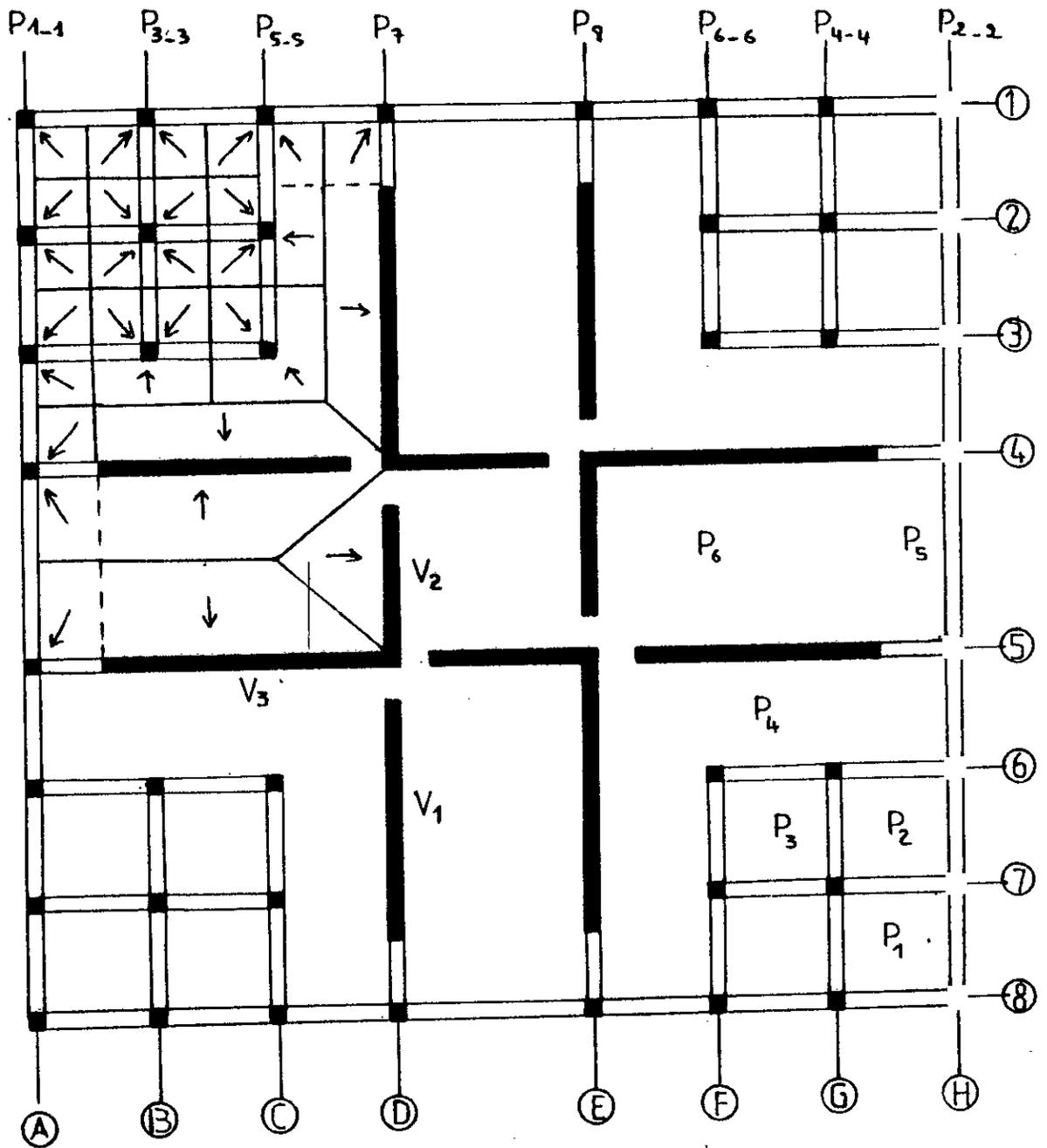


FIG: II. a - SURFACES AFFERENTES  
 - IDENTIFICATION DES PLANCHERS

		4'		
		2' 2'		
1	1	3' 3'		Terrasse
2	2	4' 4'	E. courant	
3	3	5' 5'		14 e.c
4	4	6' 6'		13 e.c
5	5	7' 7'		
6	6	8' 8'		12 e.c
7	7	9' 9'		
8	8	10' 10'		11 e.c
9	9	11' 11'		
10	10	12' 12'		10 e.c
11	11	13' 13'		
12	12	14' 14'		9 e.c
13	13	15' 15'		
14	14	16' 16'		8 e.c
15	15	17' 17'		
16	16	18' 18'		7 e.c
17	17	19' 19'		
18	18	20' 20'		6 e.c
19	19	21' 21'		
20	20	22' 22'		5 e.c
21	21	23' 23'		
22	22	24' 24'		4 e.c
23	23	25' 25'		
24	24	26' 26'		3 e.c
25	25	27' 27'		
26	26	28' 28'		2 e.c
27	27	29' 29'	commerces	
28	28	30' 30'		1 e.c
29	29	31' 31'	commerces	
30	30	32' 32'	R.D.C	R.D.C
31	31	33' 33'	S. Sol. 1	grande surface
32	32	34' 34'		
33	33	35' 35'	S. Sol. 2	caves
34	34	36' 36'		

FIG : II - b

## CHAPITRE III

# CALCUL SISMIQUE

### **3-1 Introduction:**

Une grande partie du Nord Algérien est susceptible d'être soumise à d'importantes secousses telluriques.

L'intensité de ces secousses est suffisants pour causer des dommages et ou ruines des constructions à moins que celles-ci ne soient pas conçues et construites de manière à résister à ces effets.

### **3-2 Conditions d'application de la méthode statique équivalente:**

D'après l'article 3-2-1-2 des R.P.A 88, on peu appliquer la méthode statique équivalente car toute les conditions sont vérifiées qui ce sont:

1. Le bâtiment étudié à une hauteur au plus égale à 60m en zones I et II et à 30m en zone III.
2. La forme en plan du bâtiment étudié est simple, symétrique et carrée.
3. La variation des dimensions en élévation dans les deux directions ne dépasse pas 25% dans le cas de décrochement.
4. La distance entre le centre de torsion et le centre des masses ne dépasse pas 25% de la largeur effective du bloc.
5. Le rapport masse sur rigidité de deux niveaux successifs ne doit pas varier de plus de 25 dans chaque direction.
6. Le bâtiment étudié présente un degré d'amortissement voisin à tous les niveaux.
7. La structure ne présente pas plusieurs degrés de liberté dans un même plan horizontal.
8. La rigidité de deux niveaux successif ne doit pas verrier de plus de 25% dans chaque direction.

Pour les maisons d'habitations et les ouvrages de groupe d'usage 3 dont la hauteur n'excède pas 12m en zone I et II, et 9m en zone III. Tous les rapports indiqués ci-dessus sont fixés à 40%.

### **3-3 Calcul de l'action sismique:**

d'après l'article 3-2-1-3 du R.P.A page 32 on à l'effort sismique (V) est donné par:

$$V=A.D.B.Q.W$$

A: est le coefficient d'accélération de zone:

- Zone: Réghaïa → moyenne sismicité

→ zone II

- Usage: d'habitation → Usage 2

d'après le tableau 1 on à:  $A=0,15$

D: est le facteur d'amplification dynamique moyenne: il est donnée par le spectre de réponse:

$$T = \frac{0,09.H}{\sqrt{L}}$$

$$- D = \frac{1,26}{\sqrt[3]{T^2}} \quad \text{car le sol est meuble.}$$

où:

T: période de l'ouvrage.

H: hauteur du bâtiment.

L: dimension du bâtiment dans le sens de l'action sismique.

Et comme:  $L = L_x = L_y = 27,6m$ .

Donc  $T = 0,865s$

$$D = 1,388.$$

B: est le facteur de comportement de la structure:

le contreventement est mixte donc:  $B = 1/5 = 0,2$ .

Q: facteur de qualité.

$$Q = 1 + \sum_i P_i = 1 + (0,05 + 0,05 + 0 + 0 + 0,05 + 0,1)$$

$$Q = 1,25$$

w: poids de la structure + 20% des charges d'exploitation.

$$W = G + 0,2Q = 11937,92t$$

L'action sismique est dans les deux directions d'où:

$$V = 621368,708 \text{ kg}$$

$$F_t = 0,07.T.V \quad \text{car : } T > 0,7s.$$

Donc:  $F_t = 37623,87 \text{ kg}$ .

$$\rightarrow F_k = \frac{(V - F_t)W_k h_k}{\sum_{i=1}^k W_i h_i} ; \quad M_k = \sum_{i=1}^k F_i z_i$$

Niveau	Hauteur (m)	Cote	Wi (t)	Wihi (t.m)	Fk (t)	M (tm)	Tk (t)
16	47,43	0,939	594	28173,42	59,89	0	59,898
15	44,37	0,878	699,348	31030,07	65,971	183,287	125,87
14	41,31	0,818	699,348	28890,06	61,422	568,447	187,291
13	38,25	0,757	699,308	26750,06	468,72	1141,55	274,163
12	35,19	0,696	699,308	24610,05	523,22	1888,684	296,485
11	32,13	0,636	699,308	22470,05	47,773	2795,922	344,258
10	29,07	0,575	699,348	20330,05	43,223	3849,345	387,481
9	26,01	0,515	699,348	18190,04	38,673	5035,031	426,154
8	22,95	0,454	699,348	16050,036	34,123	6339,05	460,277
7	19,89	0,393	699,348	13910,03	29,573	7747,48	489,85
6	16,83	0,333	699,348	11770,027	25,023	9246,4	714,873
5	13,77	0,272	699,348	9630,02	20,474	10821,9	535,347
4	10,71	0,212	699,348	7490,01	15,924	12460,05	551,271
3	7,65	0,151	995,0	7611,75	16,183	14146,92	587,454
2	4,59	0,09	960,745	4409,82	9,375	15883,315	576,83
1	1,53	0,03	960,745	1470,0	3,125	17648,4	579,954
0	0	0	/	/	0	19423,04	579,954

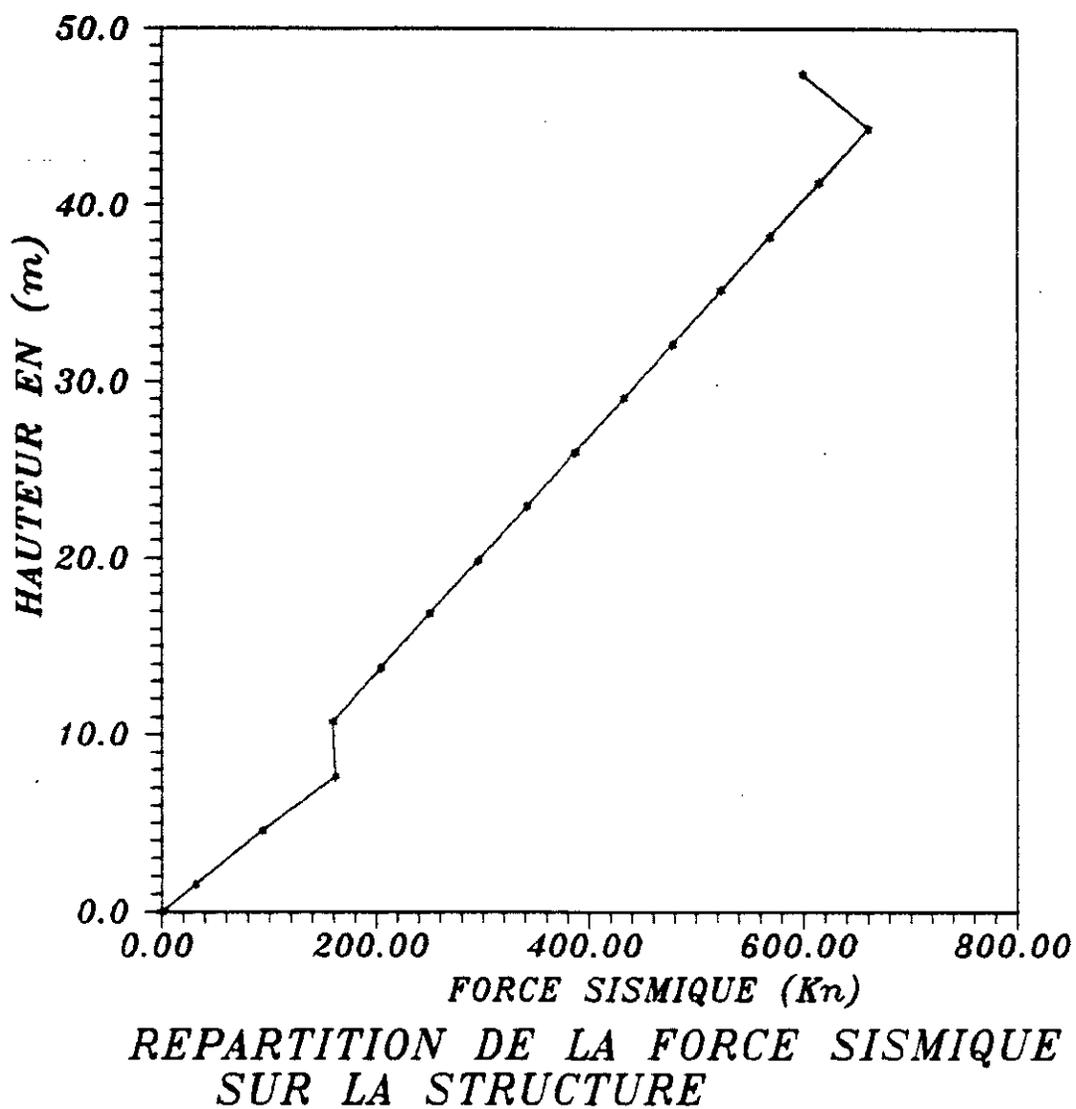
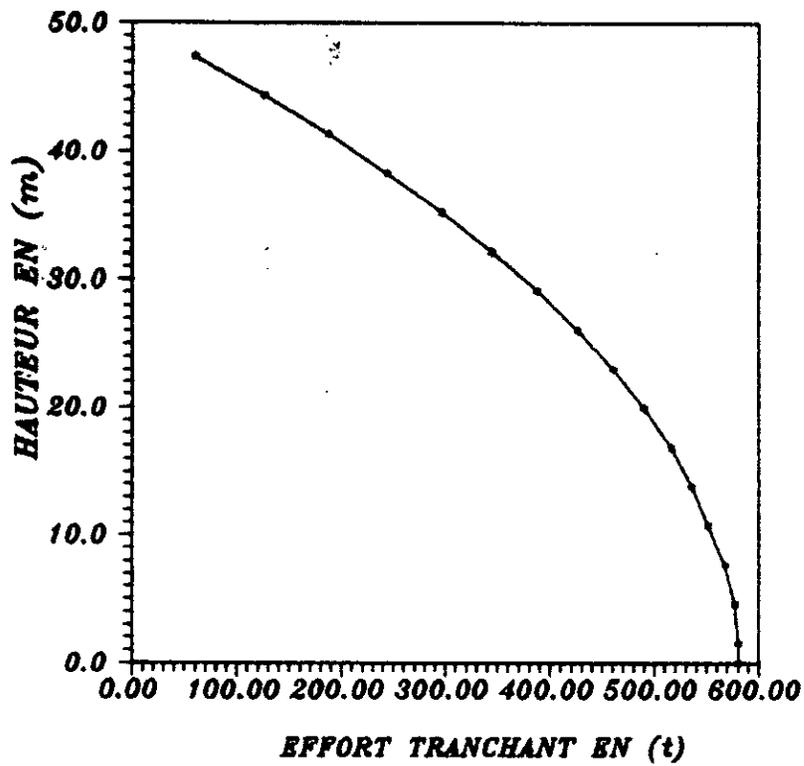
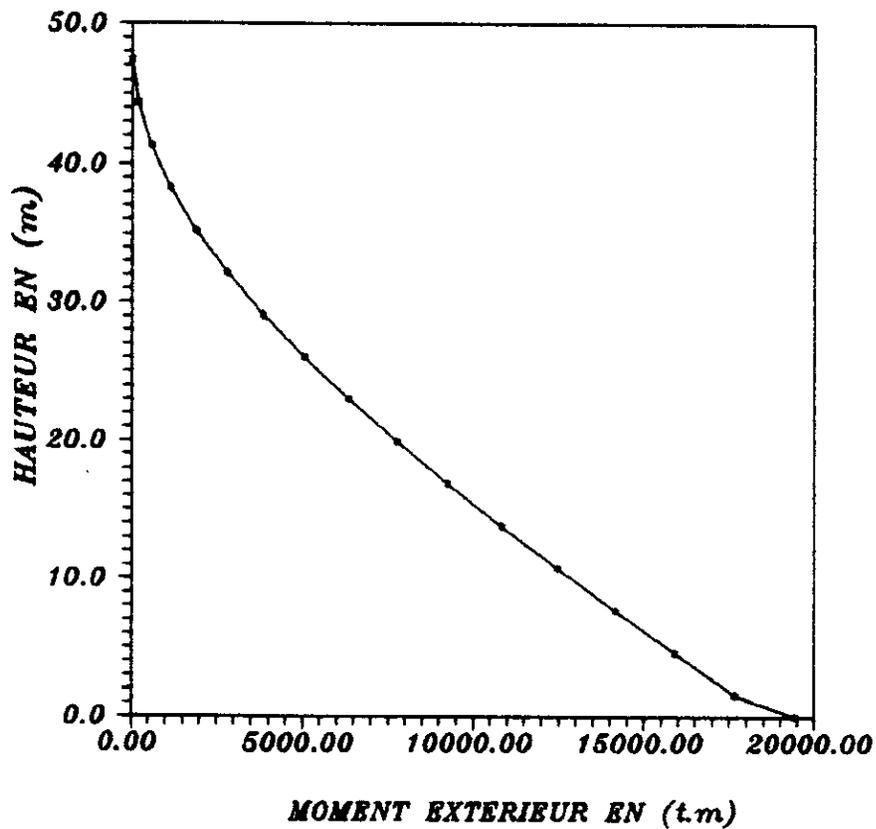


FIG : III - a



**REPARTITION DE L EFFORT TRANCHANT  
SUR LA STRUCTURE**

Fig: III - b



**REPARTITION DU MOMENT EXTERIEUR  
SUR LA STRUCTURE**

Fig: III - c

## Chapitre IV

# Généralités sur les contrevenances

#### **4-1- Introduction :**

Le contreventement d'une structure est constitué d'éléments verticaux assurant la stabilité sur l'action des sollicitations horizontales: particulièrement les forces dues au vent et au séisme.

En Algérie ces forces horizontales sont essentiellement les actions d'origine sismique, l'action du vent est négligeable par rapport à ces dernières.

Les éléments, à savoir, les refends pleins, les portiques, les noyaux et autres, transmettent également les charges verticales aux fondations.

Le développement des structures tours en béton armé est directement lié aux connaissances théoriques de l'ingénieur, ainsi qu'aux vœux permanents des architectes à la recherche de forme inédite.

Le noyau central a été créé comme un élément de contreventement efficace. Le noyau assure le contreventement du bâtiment tandis que les poteaux, sur la périphérie, ne sont destinés qu'à transmettre aux fondations les charges verticales.

Le noyau reste économique jusqu'à 50 à 60 niveaux, son exécution est facile par l'utilisation d'un coffrage glissant.

L'augmentation très importante de la capacité de résistance est obtenue en faisant participer la façade à la reprise des charges horizontales.

#### **4-2- Les différents types de contreventement:**

Les différents types de contreventement les plus utilisés sont:

- Les contreventements plans
- Les contreventements non plans.
- . Les contreventements des tours de grandes hauteurs.

##### **4-2-1 contreventement plans:**

Ce sont les refends pleins, refends avec couvertures, portiques et refends associés à des portiques.

Ces éléments sont dits plans car ils possèdent une certaine rigidité dans leur plans, à part cette dernière la rigidité est nulle ou négligeable.

#### **4-2-1-1 Les portiques:**

A partir des années 40, les portiques ont connu un progrès considérable, après la découverte des méthodes simplifiées ( Méthode de Cross ), mais ils sont utilisés pour des immeubles de faibles à moyennes hauteurs.

Ces structures deviennent de conception lourde lorsque le nombre de niveaux dépasse 15.

#### **4-2-1-2 Les refends linéaires:**

Dès que les limites des portiques s'est faite ressentir, l'utilisation des refends est devenue indispensable, ces dernières ont d'abord été disposé au droit des cages d'escalier et des ascenseurs. Le mode de contreventement reste économique lorsque le nombre de niveaux d'une structure ne dépasse pas 25.

#### **4-2-1-3 Les structures mixtes:**

Dans certaines structures, les refends seuls ne suffisent pas à assurer le contreventement, il est donc nécessaire de faire participer les portiques à la reprise des efforts horizontaux. Le calcul manuelle de ces structures mixtes par des méthodes exactes est très laborieux, ceci est dû essentiellement aux déformées des portiques et des refends qui sont fondamentalement différentes.

#### **NB:**

Dans ce type de contreventement, les éléments n'ont pas la même loi de déformation, d'ou on est en déformabilité non semblable.

La conséquence immédiate de cet état de fait est que lorsque deux éléments appelés à travailler conjointement n'ont pas la même loi de déformation, l'interaction de l'un sur l'autre est équivalente à une charge complémentaire variable avec la hauteur.

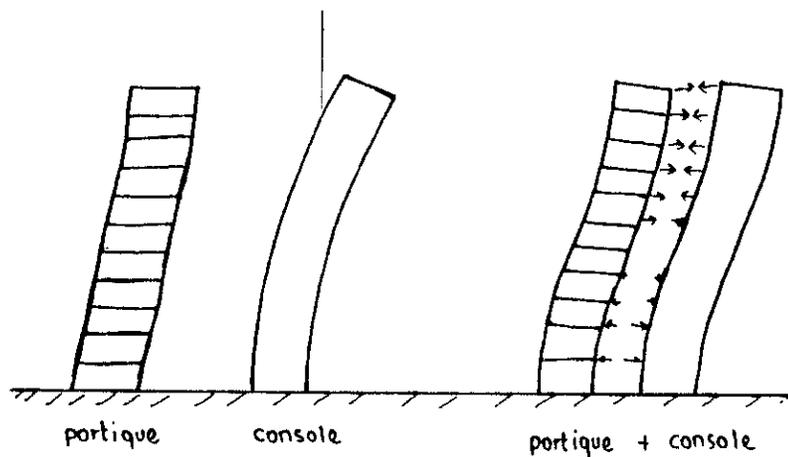


Fig: 4-1

#### **4-2-2 Les contreventements non plans:**

Ce sont essentiellement les noyaux avec ou sans ouvertures. Ces éléments ont deux rigidités flexionnelles, en plus, pour les noyaux fermés, ils possèdent une rigidité torsionnelle, sous l'action des charges latérales le noyau sera soumis à plusieurs déformations notamment:

- A torsion pure.
- La torsion fléchie.
- La flexion qui sera la sollicitation prépondérante dans la plus part des cas.

Le noyau reste économique jusqu'à 50 à 60 étages, mais parfois, il est nécessaire de faire participer la façade avec le noyau, lorsque celle-ci ne suffit pas à reprendre tous les efforts horizontaux.

Pour le calcul de contreventement, plusieurs méthodes ont été élaborées comme les suivantes:

- Albigis et Goulet.
- Méthode générale de calcul des refonds élaborée par « **DESPEYROUX** ».
- Méthode forfaitaire : on fait reprendre aux voiles les 100% des charges latérales, tout en donnant 20% aux portiques (d'où le nom: méthode des 120%).
- Méthode développée par M. Diver.
- Méthode de M. **LAREDO**: méthode développée par le professeur M. **LAREDO**, elle a été inspirée de la théorie des voiles minces de : **VLASSOV**.

Le détail de cette méthode et son application seront exposés dans le prochain chapitre.

### **4-3 Les modèles de calcul :**

L'analyse statique du contreventement peut être menée soit en modèle continu, soit en modèle discontinu.

approximative avec des moyens de calcul modestes, tandis que le second est plus conforme à la réalité, mais nécessite toujours l'emploi d'un ordinateur.

#### **4-3-1- Le modèle discontinu:**

Dans ce modèle, la structure est remplacée par un système d'éléments verticaux identiques à son contreventement, et liés entre eux au niveaux de tous les planchers par les bras d'inerties articulés à leur extrémités. Les charges sont supposées n'être appliquées qu'au niveau des planchers.

#### **4-3-2 - Le modèle continu:**

Dans ce modèle, les contreventements sont supposés sans discontinuité, et la répartition des planchers et des linteaux suffisamment dense pour pouvoir considérer l'ensemble de leur réactions sur un élément de contreventement comme une charge répartie.

Ce modèle a été utilisé initialement par « Albiges et Goulet », pour le calcul des systèmes plans, et ensuite son utilisation a été généralisée pour tout système spatial.

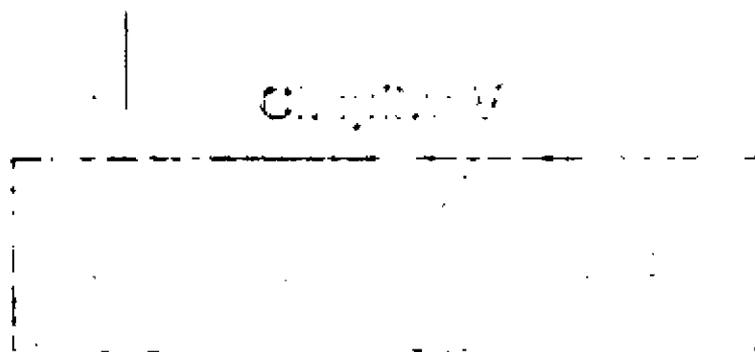
### **4-4 - Principe général des méthodes de calcul:**

Bien que leurs formulations puisse varier d'un auteur à un autre, les méthodes reposent toutes, sur un même principe pour chaque classe de structures étudiées.

Pour les systèmes dépourvus de files d'ouvertures on se sert toujours de relations suivantes:

- Déformations-efforts, de chaque élément.
- Compatibilité des déformations horizontales.
- Equilibre des charges et des efforts.

Pour les murs à files d'ouvertures on utilise la méthode des coupures. Là encore, la formulation peut prendre des aspects différents. Une étude approfondie des divers procédés montre qu'au début, le calcul repose sur la continuité des systèmes en certains points.



## 1- Introduction:

La stabilité des immeubles de grande hauteur est assurée dans la majorité des cas par des noyaux de rigidité, ces derniers assurent le contreventement. leur étude est compliquée par la présence d'ouvertures, qui en détruisent le « monolithisme ».

Dans ce qui suit, la théorie des pièces longues en voile mince sera exposée.

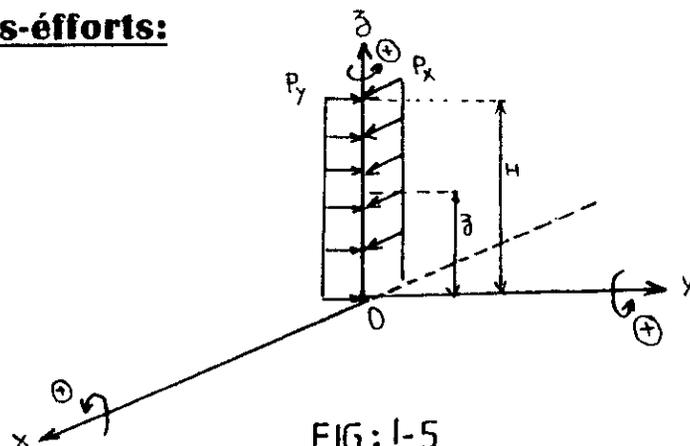
## 2- Convention de signe:

### 2-1 Repère:

La structure est repérée arbitrairement dans un référentiel OXYZ orthonormé direct. L'origine est située au pied de la structure, et l'axe OZ orienté vers le haut.

Généralement, on fait correspondre le plan XOY avec le niveau des fondations ou avec un niveau tel que les déplacements y soient connus.

### 2-2 Déformations-efforts:



Les déformations seront comptées algébriquement dans le repère OXYZ. Les sollicitations auxquelles est soumise une section sont la résultante des efforts agissant au dessous de cette section.

La figure (I-5) illustre cette convention.  $P_x$ ,  $P_y$  sont des densités de charge uniformément réparties sur la hauteur de la console.

### 2-3 Effort tranchant:

$$T_y = \int_z^H P_y \cdot dz = P_y (H - Z).$$

**2-4 Moment fléchissant:**

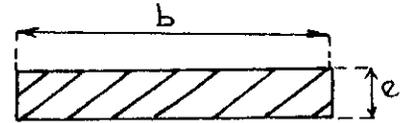
$$M_x(z) = -P_y (H-z)^2/2. \quad T_y = dM_x/dz.$$

**2-5 Déformée:**

La déformée s'obtient par un double intégration de:

$$\frac{d^2 V_y}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x} - \frac{P_y}{GSr_x}$$

telque:  $Sr_x$ : section réduite:  $Sr_x = \frac{5}{6} e \cdot b$



$$V_y(z) = P_y(z) \cdot \frac{z^2(6H^2 - 4H \cdot z + z^2)}{24EI_x} + \frac{P_y(z) \cdot z(2H - z)}{2GSr_x}$$

**NB:**

Cette déformée est provoquée seulement par l'effort  $P_y$ . Il en résulte de ces conventions la relation suivante liant les efforts aux déformations:

$$\frac{d^3 V}{dz^3} = -\frac{T}{EI} + \frac{T''}{GSr_x}$$

**2-6 Effet d'une torsion:**

Soit  $m_z$  un moment de torsion constant sur toute la hauteur  $H$ .

Donc: \*- **Moment de torsion:**

$$C_z(z) = \int_z^H m_z dz = m_z (H - z).$$

\*- **Angle de rotation:**

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{C_z}{GK} = \frac{m_z(H-z)}{G \cdot K}$$

$$\rightarrow \theta(z) = \frac{m_z(2hz - z^2)}{2GK}$$

**3- Torsion fléchie des profils minces ouverts:**

**3-1 Introduction:**

Les études classiques établies par les théoriciens S. Venant et Bernoulli Euler ne permettaient pas de décrire correctement le comportement des pièces longues en voiles minces. En effet, ce sont des ingénieurs de l'aéronautique et du génie maritime qui ont trouvé qu'une partie des sollicitations de torsion engendre des contraintes normales, ceci n'étant pas prévu par la théorie classique.

La théorie des pièces longues en voiles minces a été développée par VLASSOV (1906-1958).

### 3-2 Hypothèses:

l'étude de contreventement repose sur trois types de relations qui sont:

- La première résulte de l'indéformabilité des planchers, ce qui permet d'exprimer analytiquement la compatibilité des déplacements.
- La deuxième caractérise le comportement du matériau (Relation : déformation-effort).
- La troisième résulte de l'équilibre statique.

Ces trois relations se retrouvent dans la théorie de Vlassov sous la forme suivante:

1. Section transversale indéformable.
2. Absence de distorsion de la surface moyenne du voile.
3. Equilibre statique.

### 3-3 Expression des déplacements et des déformations:

Sous l'action des sollicitations extérieures, le voile se déforme.

On distingue par  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $\theta$  les composantes horizontales du déplacement du référentiel YOX au niveau  $z$  (voir fig.: 5-1).

La composante du déplacement du point M sur la tangente est donnée par:

$$v(z, s) = V_x(z) \cdot \cos \alpha(s) + V_y(z) \cdot \sin \alpha(s) + \theta(z) \cdot r(s) \dots \dots \dots (1)$$

Cette expression donne un déplacement avec distorsion.

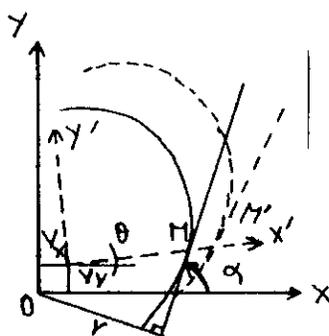


Fig:5-1-a

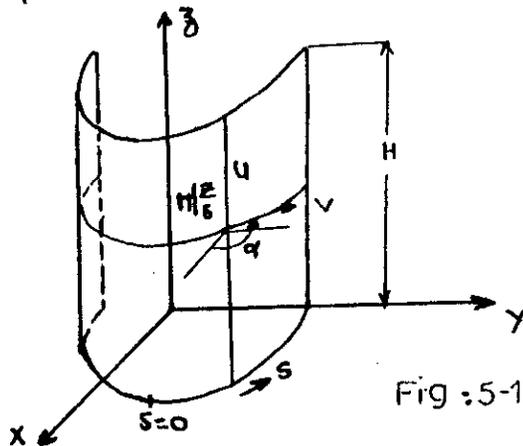


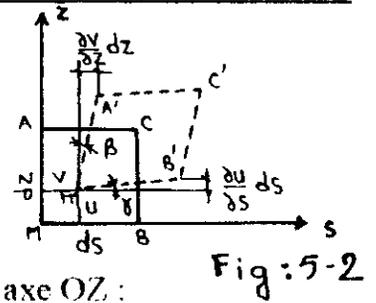
Fig :5-1-b

### 3-4 Expression de l'hypothèse relative à la distorsion:

Considérons un élément AMBC de côtés  $(ds)$  et  $(dz)$  (voir fig.: 5-2); après déformation, cet dernier se retrouve en  $A'M'B'C'$ .

Par définition la distorsion est la somme des déplacements angulaires des faces MA et MB.

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{\partial u}{\partial s} \cdot \frac{ds}{ds} \\ \beta &= \frac{\partial v}{\partial s} \cdot \frac{ds}{ds} \end{aligned} \right\} \rightarrow \gamma + \beta = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z}$$



Or par hypothèse la distorsion est nulle.

On exprime le déplacement du point M parallèlement à l'axe OZ :

$$V_z(z) = U + \int_0^z \frac{\partial v}{\partial z} dz \dots (2)$$

En remplaçant (2) dans la relation (1) on obtient:

$$U(z,s) = V_z(z) - V'_x(z) \cdot x(s) - V'_y(z) \cdot y(s) - \theta'(z) \cdot \omega(s) \dots (3)$$

$$\text{avec: } \cos \alpha \cdot ds = dx$$

$$\sin \alpha \cdot ds = dy$$

$$r \cdot ds = d\omega$$

Dans cette formule, les trois premiers termes expriment la loi des sections planes de Navier-Bernoulli. Le quatrième terme exprime le gauchissement provenant de la torsion, on voit que ce dernier est proportionnel à l'aire  $\omega(s)$ .

Le schéma ci-dessous (fig.: 5-3) illustre la répartition du déplacement vertical suivant ces quartes degrés de liberté.

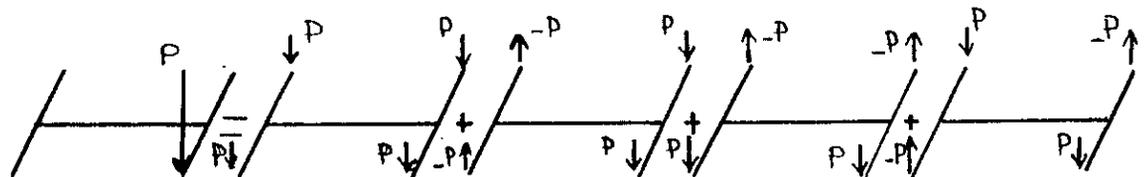


Fig:5-3

La déformation longitudinale s'exprime à partir de la relation suivante:

$$\epsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z}$$

Ce qui donne:  $\epsilon_z = V'_x - V''_x \cdot x - V'_y \cdot y - \theta'' \cdot \omega \dots (4)$

### 3-5 Expression des contraintes:

#### 3-5-1 Contrainte normale:

A l'aide des relations de la théorie de l'élasticité :

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \sigma_s)$$

$$\epsilon_s = \frac{1}{E} (\sigma_s - \nu \sigma_z)$$

E : le module d'Yong.

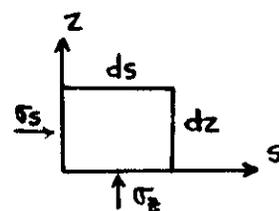


Fig:5-4

$\nu$ : le coefficient de Poisson.

Selon les hypothèses citées ci-dessus, le contour n'est pas déformable transversalement d'où:

$$\epsilon_z = 0 \Rightarrow \sigma_z = \nu \sigma_x$$

$$\text{et } \sigma_x = \epsilon_x \frac{E}{1 - \nu^2} \text{ on pose } E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} \approx E$$

$$C e \text{ qui donne } \sigma_x = E_1 (V''_x - V''_y \cdot X - V''_y \cdot Y - \theta'' \times \omega)$$

### 3-5-2 Contrainte de cisaillement:

Les contraintes de cisaillement proviennent de deux origines distinctes:

#### a - Une contrainte de torsion pure:

Cette contrainte est d'une part distribuée linéairement suivant l'épaisseur (voir fig.: 5-5) et d'autre part équilibre un couple de torsion.

$$\begin{aligned} C &= L \cdot \tau_m \cdot \frac{e}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot e \\ \text{pure égale à:} & \\ &= \tau_m \frac{L e^3}{6} \end{aligned}$$

où : L représente la longueur développée de la section. Et e l'épaisseur de la section.

Par ailleurs,  $C = Gk\theta'$  avec k: rigidité à la torsion pure, et

$k = \frac{L e^3}{3}$  dans le cas des contreventements à profil ouvert, ce qui donne:

$$\tau_m = 2eG\theta' = 2e \frac{C}{k} \dots \dots \dots (6).$$



Fig 5-5

#### b- Contrainte de cisaillement de torsion fléchie:

Cette contrainte est uniformément distribuée suivant l'épaisseur comme la contrainte normale, est identique à celle engendrée par l'effort tranchant dans un

refend lorsque celui ci, par sa flexion s'oppose à la torsion du bâtiment.

Pour déterminer cette contrainte, il suffit d'évaluer l'équilibre d'un élément du voile.

Soit  $P_z(z,s)$  une densité de charge verticale appliquée à la surface moyenne du voile.

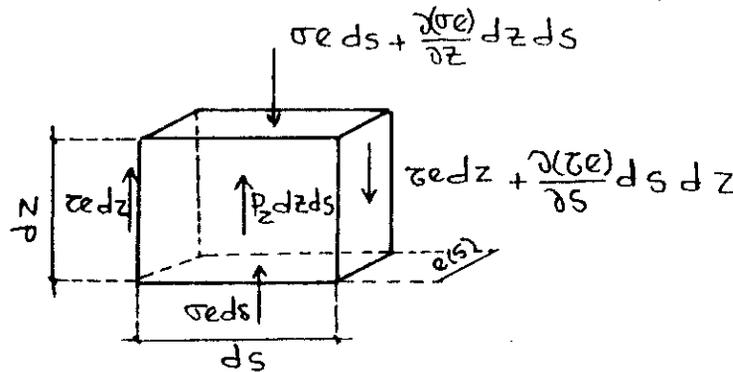


Fig:5-6

La projection sur l'axe des z donnera:

$$e \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial (\tau e)}{\partial s} + P_z = 0$$

Par conséquent  $d(\tau e) = -e \frac{\partial \sigma}{\partial z} ds - P_z ds.$

En remplaçant  $\sigma$  par sa valeur dans (5):

$$\tau = \frac{1}{e} \left( S_0(z) - E_1 \int_0^s (V''_z - V''''_x \cdot x - V''''_y \cdot y - \theta'''' \cdot \omega) e \cdot ds - \int_0^s P_z ds \right)$$

En introduisant les relations suivantes:

$$F(s) = \int_0^s e(s) ds \quad ; \quad S_y(s) = \int_0^s x \cdot e(s) ds \quad ; \quad S_x(s) = \int_0^s y \cdot e(s) ds.$$

$$S_\omega(s) = \int_0^s \omega \cdot e(s) ds \quad \text{on obtient:}$$

$$\tau = \frac{1}{e} \left( S_0(z) - E_1 F(s) V''_z + E_1 S_y(s) V''''_x + E_1 S_x(s) V''''_y + E_1 S_\omega(s) \theta'''' - \int_0^s P_z ds \right) \dots (7)$$

$S_0(z)$  est la fonction de répartition du cisaillement sur la génératrice origine des coordonnées curvilignes.

### 3-6 Relation entre les efforts et les déplacements:

Pour obtenir les équations entre les déplacements et les efforts, il suffit d'établir l'équilibre du voile à la côte (z).  $T_k$ ,  $T_L$  représentent la somme des efforts de cisaillement appliqués aux génératrices libres du voile.

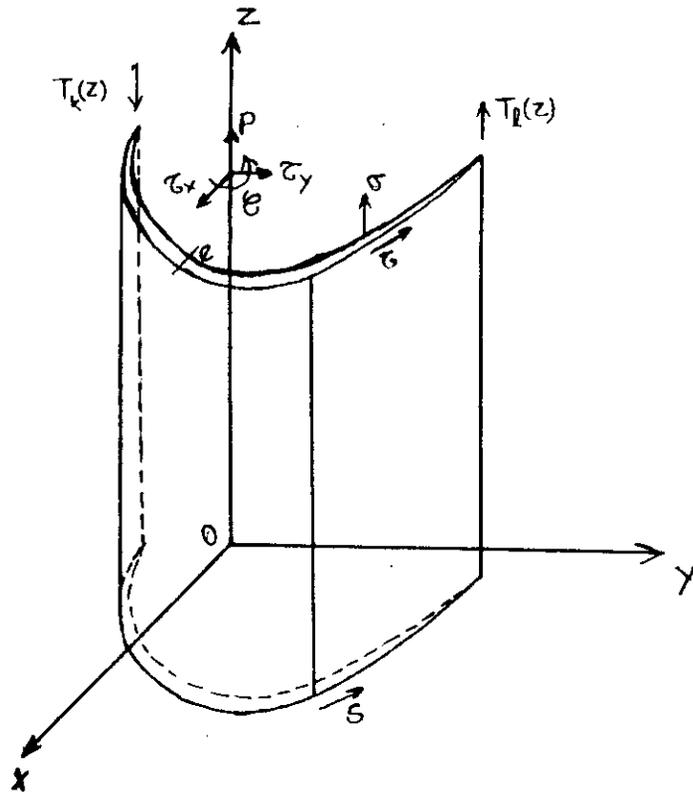


Fig:5-7

Selon la figure ci-dessus: (fig. 5-7); on a:

$$\text{Suivant OZ: } \int_F \sigma \cdot e \, ds = P_z + T_k + T_L$$

$$\text{Suivant OX: } \int_F \tau \cdot e \, dx = \tau_x = \int_F \tau \cdot e \cos \alpha \, ds$$

$$\text{Suivant OY: } \int_F \tau \cdot e \, dy = \tau_y = \int_F \tau \cdot e \sin \alpha \, ds$$

$$\text{Le moment autour de OZ s'écrit: } C = G \cdot k \cdot \theta' + \int_F \tau \cdot e \cdot r \, ds.$$

En tenant compte de l'expression (5) de la contrainte normale  $\sigma$  on obtient pour la première équation (suivant OZ):

$$E_1 V'_z \int_F e \, ds - E_1 V''_x \int_F x \cdot e \, ds - E_1 V''_y \int_F y \cdot e \, ds - E_1 \theta'' \int_F e \, ds = P_z + T_k + T_L.$$

Pour les trois autres, on effectue d'abord une intégration par partie, on arrive à:

$$E_1 V''_z \int_F x e ds - E_1 V''_x \int_F x^2 e ds - E_1 V''_y \int_F y \cdot x \cdot e ds - E_1 \theta''' \int_F \omega \cdot x e ds$$

$$= \tau_x - T'_t x_t + T'_k x_k - \int_F x \cdot p_z ds.$$

si on pose:  $S = \int_F e ds.$

$$S_x \int_F y \cdot e ds ; S_y = \int_F x \cdot e ds ; S_\omega = \int_F \omega \cdot e ds.$$

$$I_{xy} = \int_F x \cdot y \cdot e ds , I_{\omega x} = \int_F \omega \cdot x e ds , I_{\omega y} = \int_F \omega \cdot y \cdot e ds.$$

$$I_{xz} = \int_F y^2 \cdot e ds , I_y = \int_F x^2 \cdot e ds , I_\omega = \int_F \omega^2 \cdot e ds.$$

on aboutit au système d'équations différentielles:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet E_1 S V''_z - E_1 S y V''_x - E_1 S x V''_y - E_1 S \omega \theta''' = P_z + T_k + T_t, \\ \bullet E_1 S y V''_z - E_1 I_y V''_x - E_1 I_{xy} V''_y - E_1 I_{\omega x} \theta''' = \tau_x - T'_t x_t - \\ \quad T'_k x_k - \int_F x \cdot p_z ds. \\ \bullet E_1 S x V''_z - E_1 I_{xy} V''_x - E_1 I_x V''_y - E_1 S \omega \cdot y \cdot \theta''' = \tau_y - T'_t e y_t \\ \quad + T'_k y_k - \int_F y \cdot p_z ds. \\ \bullet E_1 S \omega V''_z - E_1 I_{\omega x} V''_x - E_1 I_{\omega y} V''_y - E_1 I_\omega \theta''' + GK \theta' = C - T'_t \omega_t + \\ \quad T'_k \omega_k - \int_F \omega \cdot p_z ds. \end{array} \right.$$

ce système est complexe, une méthode de simplification est nécessaire, le choix d'un système d'axes judicieux réduira la complexité du problème.

### 3-7 Système différentiel en coordonnées principales:

#### 3-7-1 Pôle principal:

##### 3-7-1-1 Définition:

Le pôle principal est un pois par lequel passe un droite parallèle à OZ et autours duquel on établit l'équilibre des contraintes de cisaillement.

Si on désigne les axes Oxy comme étant des axes principaux d'inertie, on annule les quantités  $S_y, S_x, I_{xy}$ .

##### 3-7-1-2 Coordonnées du pôle principal:

Cherchons à annuler, dans ce nouveau repère les quantités  $I_{\omega x}$  et  $I_{\omega y}$ . Soient  $a_x$ , et  $a_y$  les coordonnées du pôle tel que:

$$\int_F \omega_A \cdot x \cdot e \, ds = 0$$

$$\int_F \omega_A \cdot y \cdot e \, ds = 0$$

on a:

$$r_G = x \sin \alpha - y \cos \alpha$$

$$r_A = (x - ax) \sin \alpha - (y - ay) \cos \alpha$$

x, y: les coordonnées d'un point appartenant à la tangente en M.

$$r_A = r_G - (ax \cdot \sin \alpha - ay \cdot \cos \alpha).$$

$$\omega_A = \omega_G - \int_0^1 (ax \cdot \sin \alpha - ay \cdot \cos \alpha) ds = \omega_G - (ax \cdot y - ay \cdot x).$$

et par consé quant:

$$\int_F \omega_G \cdot x \cdot e \, ds - ax \int_F x y e \, ds + ay \int_F x^2 e \, ds = 0.$$

$$\int_F \omega_G \cdot y \cdot e \, ds - ax \int_F y^2 \cdot e \, ds + ay \int_F x \cdot y e \, ds = 0.$$

Comme les axes OXY coïncidant avec les axes principaux d'inertie on a:

$$\int_F x \cdot y \cdot e \cdot ds = 0$$

et par conséquent:

$$a_y = \frac{\int_F \omega_G \cdot x \cdot e \cdot ds}{I_y}$$

$$a_x = \frac{\int_F \omega_G \cdot y \cdot e \cdot ds}{I_x}$$

- Pour un point B(bx, by) pris comme pôle auxiliaire, ax est remplacé par: (ax-bx) et ay par: (ay - by).

- Le point B doit faire preuve d'un choix judicieux afin d'avoir une simple limite du diagramme de ( $\omega$ ).

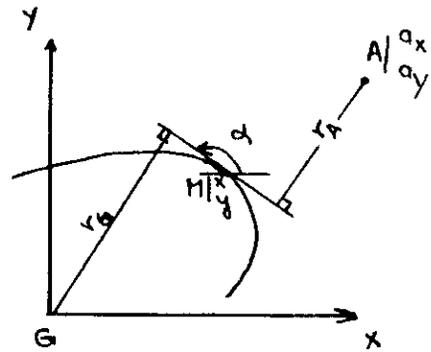


Fig: 5-8

### 3-7-2 Equation en cordonnées principales:

Avec toutes ces réductions, on obtient:

$$\begin{aligned}
 E_1 S V'_z &= P_z + T_k + T_l \\
 -E_1 I_y V''_x &= \tau_x - T'_l \cdot x_l + T'_k x_k - \int_F x P_z ds \\
 -E_1 I_x V''_y &= \tau_y - T'_l \cdot y_l + T'_k y_k - \int_F y P_z ds. \\
 -E_1 I_\omega \theta'' + G k \theta' &= C - T'_l \omega_l + T'_k \omega_k - \int_F \omega P_z ds.
 \end{aligned}$$

Si le cisaillement est nul sur les bords libres et si  $P_z$  est une charge repartie on obtient:

$$\begin{cases}
 E_1 S V'_z = P_z(z). \\
 -E_1 I_y V''_x = \tau_x(z). \\
 -E_1 I_x V''_y = \tau_y(z). \\
 -E_1 I_\omega \theta'' + G k \theta' = C(z).
 \end{cases}$$

### Conclusion:

La détermination du pôle principal est essentiel pour l'étude d'une pièce longue en voile mince.

## 4- Torsion des noyaux symétriques à files d'ouvertures:

Les noyaux dans les bâtiments possèdent presque toujours un plan de symétrie, ils peuvent être formés par des éléments indépendants reliés par des linteaux.

### 4-1 Notion de la souplesse ( $\epsilon$ ):

On appelle souplesse d'une liaison la quantité:

$$\epsilon = h \cdot \left( \frac{L^3}{12 \cdot E \cdot I} + \frac{L}{G \cdot S_r} \right).$$

Avec: L: longueur du linteau.

$S_r$ : section réduite du linteau.

$S_r = (5/6) \cdot S_{tot}$

h: hauteur d'étage.

I: moment d'inertie.

La souplesse nous aide à trouver le déplacement:  $\delta = Q \cdot \epsilon$

Q: l'effort tranchant  $Q = \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} \tau(z) \cdot dz$  voir la figure (5-9).

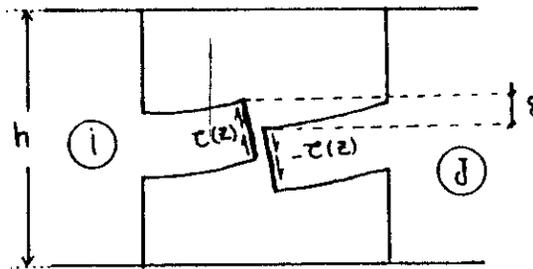


Fig: 5-9

#### 4-2 Effort sollicitant un élément du noyau:

On va prendre l'exemple illustrant ci contre: En isolant l'élément (2), en effectuant une coupure au milieu des linteaux qui le relie au autres profils.

Les efforts qui sollicitent cet élément sont:

- Un effort tranchant T2.
- Un couple de torsion C2.
- Un bimoment B2.

Ces efforts proviennent des charges extérieures et des efforts horizontaux (de cisaillement)  $\tau_i$ , voir figure (5-11) ci dessous:

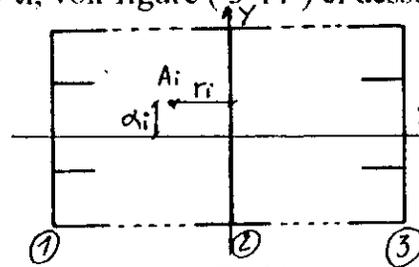


Fig: 5-10

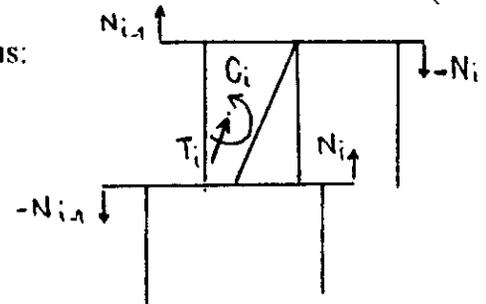


Fig: 5-11

En explicitant la quantité entre crochets pour i et i+1 et en mettant  $\tau_i$  en facteur on arrive à:

$$\bar{C} = \sum_i \tau_i \Omega_i$$

où:  $\Omega_i = 2b d_i$ .

$\Omega_i$ : le double aire formé par le linteau(i).

•L'angle de torsion est solution de l'équation

$$-E \cdot I_w \cdot \frac{d^3 \theta}{dz^3} + G \cdot k \cdot \frac{d \theta}{dz} = C + \sum \tau_i \cdot \Omega_i$$

où:  $k = \sum k_i$ .

### 4-3 Efforts dans les linteaux:

#### 4-3-1 Equation de continuité:

Sous l'effet des sollicitations extérieures, les lèvres des coupures se déplacent de l'une par rapport à l'autre de «  $\delta$  » ce déplacement provient:

- De la flexion différentielle des éléments  $i$  et  $i+1$ .
- Du gauchissement des éléments  $i$  et  $i+1$ .

L'équation de continuité est de :

$$(t_i \times e_i) + \left(\frac{W_i}{2}\right) \left(\frac{\partial t_i}{\partial z}\right) = 0$$

L'évaluation de l'action globale des forces de cisaillement est en générale comme suit:

$$N_i = - \int_{z_i}^H t_i dz$$

Les quatre forces verticales se décomposent de la façon suivante:

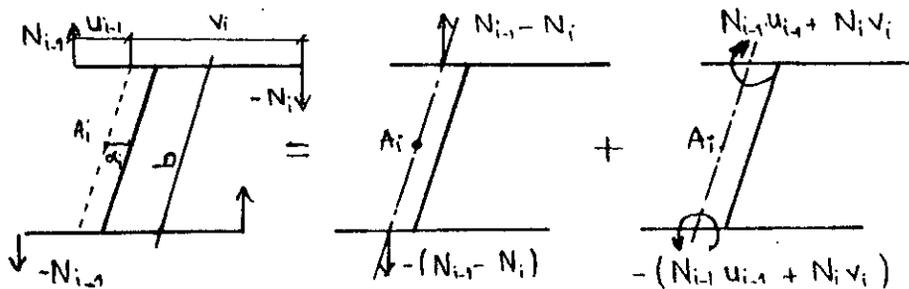


Fig: 5-12

Le premier groupe crée un couple de flexion:

$$(N_{i-1} - N_i)b$$

D'où un effort tranchant:

$$(\tau_{i-1} - \tau_i)b$$

\*le deuxième groupe crée un bimoment:

$$B_i = (N_{i-1} \cdot U_{i-1} + N_i \cdot V_i)b$$

d'où un couple de torsion fléchi:

$$(\tau_{i-1} U_{i-1} + \tau_i V_i)b$$

L'ensemble de ces efforts tranchants et de ces couples a pour résultante un couple, qui vaut:

$$\bar{C} = \sum [r_i(\tau_{i-1} - \tau_i)b + (\tau_{i-1}u_{i-1} + \tau_iv_i)b]$$

$r_i$ : l'abscisse du centre de flexion "A".

#### 4-3-2 Rigidité torsionnelle du noyau:

Par l'équation précédente on aura:

$$\tau_i = -\left(\frac{\Omega_i}{2\varepsilon_i}\right)\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right), \dots \dots \dots (*)$$

Ce qui permet d'écrire le couple de torsion:

$$C = \sum \tau_i \Omega_i = \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right) \sum \left(\frac{\Omega_i^2}{2\varepsilon_i}\right).$$

La rigidité à la torsion pure provenant des liaisons:

$$k = \frac{1}{G} \frac{\Omega_i^2}{\varepsilon_i}.$$

En portant l'expression de ( $\tau_i$ ) dans l'équation différentielle de torsion on arrive à:

$$-E \cdot I_w \cdot \frac{d^3\theta}{dz^3} + G \left[ k + \frac{1}{G} \sum \frac{\Omega_i^2}{2\varepsilon_i} \right] \frac{d\theta}{dz} = C$$

Connaissant  $\theta'$ , les efforts tranchants dans les linteaux s'obtiennent à partir de l'équation (\*).

### 5- Interaction noyau-portiques:

#### 5-1 Introduction:

Dans une telle structure effort tranchant à la base, est presque repris entièrement par le noyau, alors qu'en partie haute, il est moins sollicité avec un effort dans le sens inverse; Tandis que les portaux sont moins sollicités à la base, mais en partie haute, ils le sont fortement, bien que l'effort induit en élévation est faible.

#### 5-2 Modélisation de la structure:

Le choix du modèle représente une phase très importante de l'étude, car plus il rapproche de la réalité, plus l'étude sera précise et féconde.

### 5-2-1 Hypothèses:

Le fonctionnement mécanique d'une structure peut résumer de la manière ce suivante:

- Les planchers transmettent les charges verticales aux éléments porteurs, répartissent les charges horizontales dans le contreventement, assurent la compatibilité des déplacements horizontaux.
- Les éléments porteurs verticaux, transmettent les charges verticales apportées par les planchers jusqu'aux fondations et assurent la stabilité horizontale du bâtiment.
- Les fondations jouent le rôle d'appui, elles assurent la liaison avec le sol, et y répartissent les efforts.

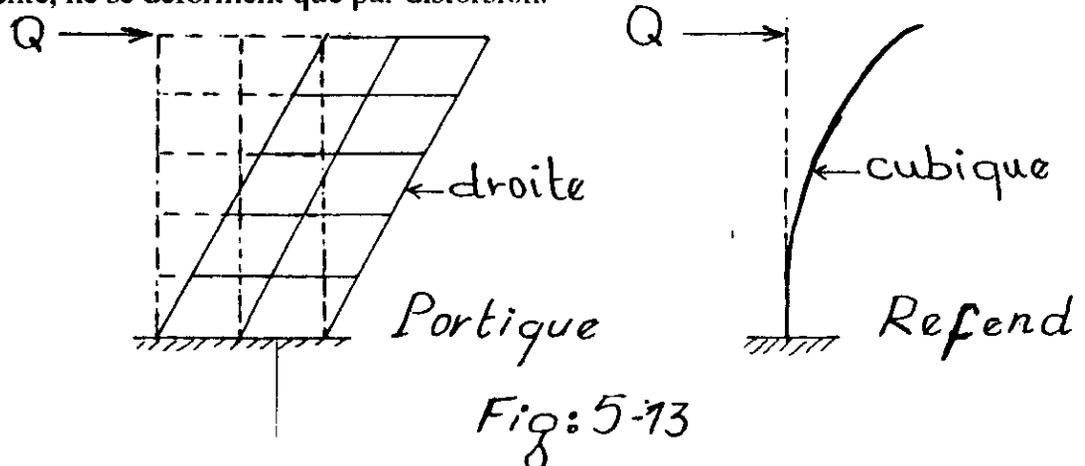
Tous les modèles de calcul doivent tenir compte de ces principes. Ils sont toujours supposés vérifier les deux hypothèses de base:

1. Tous les éléments ont un comportement élastique.
2. Les planchers sont infiniment rigides dans leurs plans, et infiniment souples en dehors.

### 5-2-2 Choix du modèle:

Le modèle de calcul choisi, est le modèle continu: les linteaux qui sont régulièrement espacés dans la structure réelle, sont remplacés par une plaque élastique se déformant dans son plan par distorsion.

Les portiques seront considérés comme consoles de rigidité distorsionnelle équivalente, ne se déforment que par distorsion.



**REMARQUE:**

On admet un point d'inflexion au milieu de chaque linteau: la déformation distorsionnelle dans trumeaux est négligée, il en résulte qu'à une côte (z), toutes les sections horizontales auront tournées d'un même angle.

**5-3 Résolution de l'équation différentielle:**

D'après cette interaction ( portiques - noyau ), l'influence des portiques sur la structure se traduit par l'expression suivante :

$$-\sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot \frac{d\theta}{dz} (G.Sr)_i$$

Ou n: Nombre de portiques considérés.

a<sub>i</sub> : L'implantaion du portique (i) par rapport au C.d.t.

Gsr<sub>i</sub> : Rigidité distorsionnelle équivalente du portique i.

D'ou l'équation différentielle globale traduisant le comportement mixte de notre structure est:

$$-EI\omega \frac{d^3\theta}{dz^3} + \left[ GK + \sum \frac{r_i^2}{2\varepsilon_i} - \sum a_i^2 (Gsr)_i \right] \frac{d\theta}{dz} = \xi$$

En posant:

$$\alpha^2 = \frac{1}{EI\omega} \left[ GK + \sum \frac{r_i^2}{2\varepsilon_i} - \sum a_i^2 (Gsr)_i \right]$$

Et en tenant compte de CAL suivante:

$$\begin{aligned} \text{à } z=0 & \quad \theta = \theta' = 0 \\ \text{à } z=H & \quad \theta'' = 0 \end{aligned}$$

On aboutit à la solution suivante:

$$\theta(z) = \frac{B}{\alpha^2 E I_o} \left[ \left( \frac{3H^2 - z^2}{6} - \frac{1}{\alpha^2} \right) z + \frac{\text{sh} \alpha(H-z) \left( (\alpha H)^2 - 2 \right)}{\alpha \text{sh}(\alpha H)} + \frac{H [\text{ch}(\alpha z) - 1]}{\alpha^2 \text{ch}(\alpha H)} - \frac{(\alpha H)^2 - 2}{2\alpha^3} \text{th}(\alpha H) \right]$$

$$\theta'(z) = \frac{B}{\alpha^2 E I_o} \left[ \left( \frac{H^2 - z^2}{2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) - \frac{(\alpha H)^2 - 2}{2\alpha^2} \frac{\text{ch} \alpha(H-z)}{\text{ch}(\alpha H)} + \frac{H \text{sh}(\alpha z)}{\alpha \text{ch}(\alpha H)} \right]$$

$$\theta''(z) = \frac{B}{\alpha^2 E I_o} \left[ -z + \frac{(\alpha H)^2 - 2}{2\alpha} \frac{\text{sh} \alpha(H-z)}{\text{ch}(\alpha H)} + \frac{H \text{ch}(\alpha z)}{\text{ch}(\alpha H)} \right]$$

$$\theta'''(z) = -\frac{B}{\alpha^2 E I_o} \left[ 1 + \frac{(\alpha H)^2 - 2}{2} \frac{\text{ch} \alpha(H-z)}{\text{ch}(\alpha H)} + (\alpha H) \frac{\text{sh}(\alpha z)}{\text{ch}(\alpha H)} \right]$$

Avec :  $B = C_H / H$ , ou  $C_H$  c'est la densité de torsion à la cote  $H$ .

### 5-3-1 EXPRESSION DES DEPLACEMENTS:

On distingue deux types de déplacements:

\* Déplacement due à la rotation  $\theta$ :  $V_0 = a \cdot \theta$ , ou :  $a$  est l'implantation de l'élément par rapport au C.d.t.

\*\* Déplacement due à l'effort latéral  $T$  qui est la solution de l'équation différentielle suivante:

$$-EI_x V'' = B \cdot z$$

En tenant compte des CAL suivantes:

$$V''(H) = 0; \quad V'(0) = V(0) = 0.$$

On aboutit à :  $V_1(z) = (B z^2 / 24 E I_x)(6H^2 - z^2)$

D'où le déplacement résultant:

$$V = V_0 + V_1$$

### 5-3-2 Expression du moment du noyau :

$$M = E I (V'' + e v'')$$

tel que :  $e$  est l'excentricité du noyau.

### 5-3-3 Expression des efforts tranchant repris par les portiques :

$$T_i = a_i \cdot v''(G S r) i$$

ou :  $a_i$  l'implantation du portique  $i$  par rapport au C.D.T

#### N.B :

L'effort tranchant repris par le noyau est la différence de l'effort tranchant globale et celui repris par les portiques.

### 5-4 Notion du bimoment:

La notion du bimoment touche les contraintes verticales qui agissent dans le noyau et tendent à créer un double moment

Le bimoment à pour expression:

$$B(z) = -E_1 I \omega \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right)$$

La contrainte due au bimoment est donnée par :

$$\sigma(s, z) = (B(z) \cdot \omega(s)) / I \omega$$

### 5-5 Expression des contraintes en fonction des efforts :

#### 5-5-1 Contrainte normale :

On a :

$$\begin{aligned} N &= \int_s \sigma \cdot e \cdot ds & ; & & M_y &= - \int_s \sigma \cdot x \cdot e \cdot ds \\ M_x &= \int_s \sigma \cdot y \cdot e \cdot ds & ; & & B &= \int_s \sigma \cdot \omega \cdot e \cdot ds \end{aligned}$$

Les trois premières relations sont celles qui définissent l'effort normal et les moments fléchissant de la théorie classique des poutres. La dernière introduit une nouvelle grandeur **B** : Le bimoment. Ce dernier agissant seul sur une section n'a pas de résultante.

En tenant compte de :

$$\sigma = E_1 \left( V_z' - V_x'' \cdot x - V_y'' \cdot y - \theta'' \cdot \omega \right)$$

et en supposant que la section est rapportée à ses coordonnées principales, on obtient :

$$N = E_1 S V_z' \quad ; \quad M_y = E_1 I_y V_x'' \quad ; \quad M_x = -E_1 I_x V_y''$$

$$B = E_1 I \omega \theta''$$

$$d'où : \sigma = \left( \frac{N}{S} \right) - \frac{M_y}{I_y} \times x + \frac{M_x}{I_x} \times y - \frac{B}{I \omega} \cdot \omega$$

### 5-5-2 Contrainte tangentielle :

1- La contrainte tangentielle de torsion pure est donnée par :

$$\tau = 2 \cdot e \cdot G \cdot \theta'$$

2- La contrainte tangentielle de torsion fléchie est donnée par :

$$\tau = \frac{E_1}{e} \left( S_y(s) \cdot V_x''' + S_x(s) \cdot V_y''' + S \omega(s) \theta''' \right)$$

Où  $S_y, S_x$  sont les moments statiques du point par rapport aux axes principaux, et  $S\omega$  est le moment sectoriel statique.

On définit :

$$T_x = \int \tau \cdot e \, dx \quad ; \quad T_y = \int \tau \cdot e \, dy \quad ; \quad C\omega = \int \tau \cdot e \, d\omega$$

Si on porte l'expression de  $\tau$  dans celle donnant  $T_x$ , en tenant compte du fait que la section est rapportée à ses axes principaux, on obtient :

$$\tau = -\left( \frac{1}{e} \right) \left[ \frac{T_x}{I_y} \cdot S_y + \frac{T_y}{I_x} \cdot S_x + \frac{C\omega}{I\omega} S_\omega \right]$$

## **6 - APPLICATION DE LA METHODE**

### **6 - 1 - Calcul des caractéristiques mécaniques du noyau :**

Les résultats ci-dessous, sont obtenus de la méthode analytique qui sera exposée ultérieurement (voir annexe).

L'étude du noyau se fait en le décomposant en tronçons.

#### **a - Caractéristiques flexionnelles :**

\* Le centre de gravité G coïncide avec le centre géométrique de la structure à cause de la symétrie.

\* Les moments d'inertie du noyau par rapport à GX, GY, et GXY sont respectivement

$$\begin{aligned}I_{xx} &= 798,8 \text{ m}^4 \\I_{yy} &= 798,8 \text{ m}^4 \\I_{xy} &= 0.\end{aligned}$$

#### **\* Détermination des axes principaux :**

Vue la symétrie de notre noyau, nous aurons :

- L'inclinaison des axes principaux est nulle.
- Les moments d'inertie principaux :

$$I_{\max} = I_{\min} = I_{xx} = I_{yy} = 798,8 \text{ m}^4.$$

c-a-d: que les axes principaux coïncident avec les axes de référence GX, GY.

#### **b - Caractéristiques torsionnelles :**

Dans ce qui suit, on désigne par :

d / GX; d / GY : implantation du tronçon par rapport à GX et GY.

Aire : aire du tronçon.

$S_x, S_y$  : moments statiques par rapport à GX et GY.

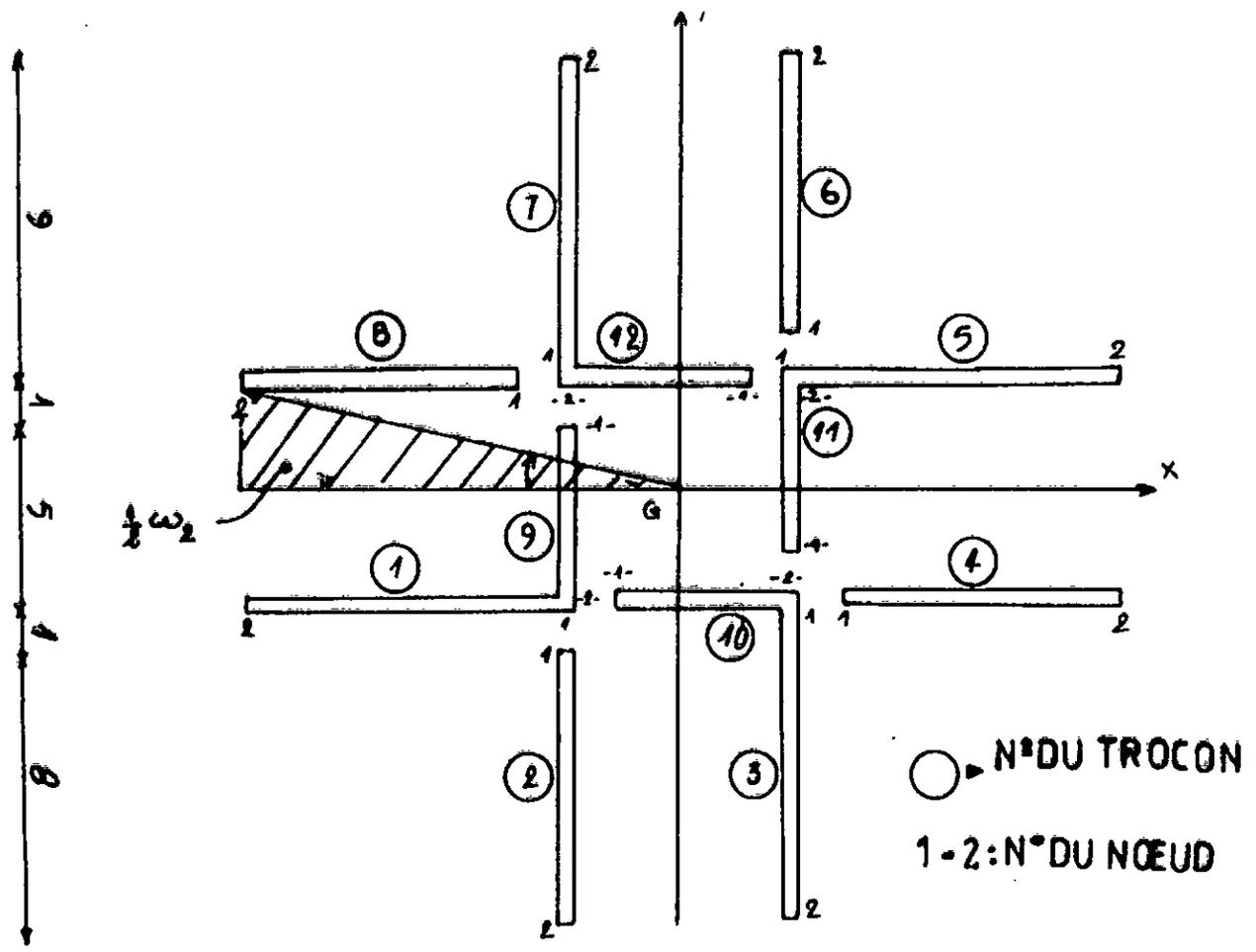
$S_{xx}, S_{yy}$  : moments d'inertie par rapport à GX et GY.

$S_{xy}$  : moment d'inertie centrifuge par rapport à GXY.

$x_i, y_i$  : abscisse et ordonnée du noeud « i ».

$\omega$  : coordonnée sectorielle.

$S\omega_x, S\omega_y$  : moment sectoriel central d'inertie.



CONFIGURATION DU NOYAU CENTRAL

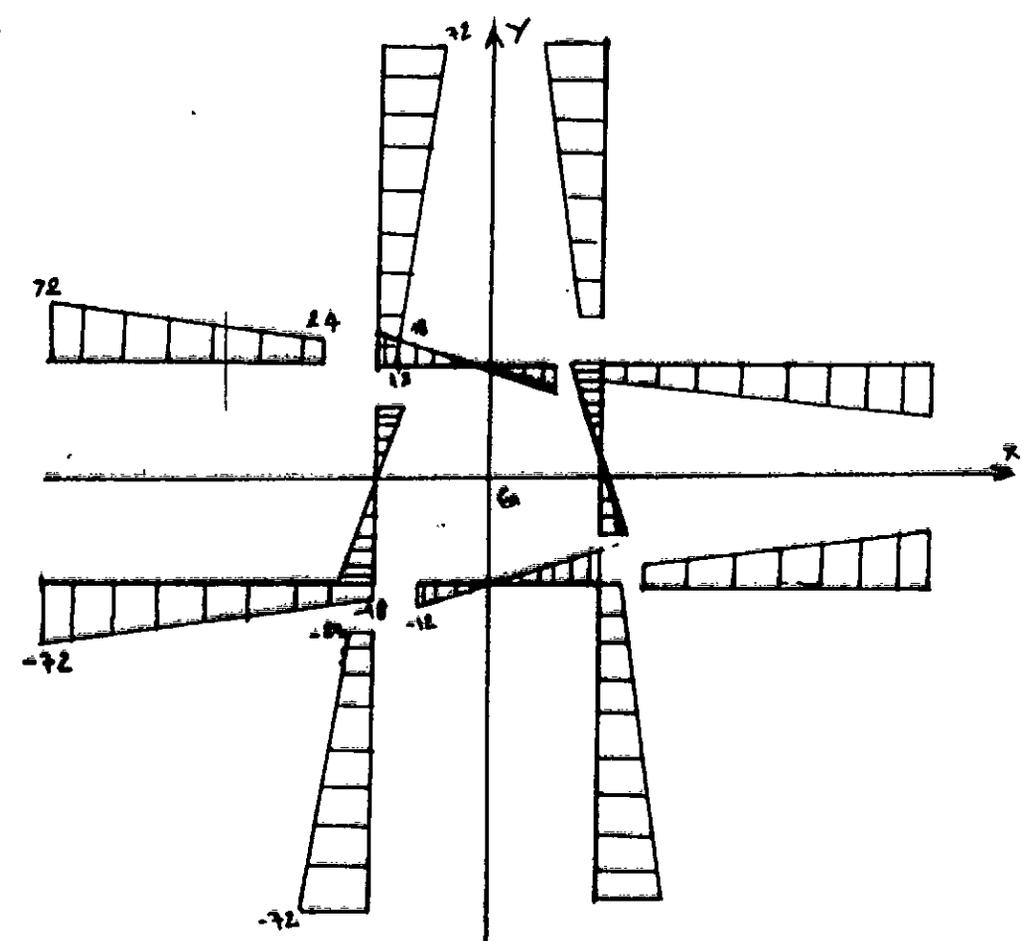


FIG:5.14 AIRESECTORIELLES ( $\omega_x$ )

N° du tronçon	Aire (m <sup>2</sup> )	d/Gx (m)	d/Gy (m)	Sx (m <sup>3</sup> )	Sy (m <sup>3</sup> )	Sxx (m <sup>4</sup> )	Syy (m <sup>4</sup> )	Sxy (m <sup>4</sup> )
1	2,7	-3	-7,5	-8,1	-20,25	24,3	151,87	60,75
2	2,4	-8	-3	-19,2	7,2	153,6	21,6	57,6
3	2,7	-7,5	3	-20,25	8,1	151,87	24,3	-60,75
4	2,4	-3	8	-7,2	19,2	21,6	153,6	-57,6
5	2,7	3	7,5	8,1	20,25	24,3	151,87	60,75
6	2,4	8	3	19,2	7,2	153,6	21,6	57,6
7	2,7	7,5	-3	20,25	8,1	151,87	24,3	-60,75
8	2,4	3	-8	7,2	-19,2	21,6	153,6	-57,6
9	1,5	-0,5	-3	-0,75	-4,5	0,375	13,5	2,25
10	1,5	-3	0,5	-4,5	0,75	13,5	0,375	-2,25
11	1,5	0,5	3	0,75	4,5	0,375	13,5	2,25
12	1,5	3	0,5	4,5	-0,75	13,5	0,375	-2,25
$\Sigma$	26,4			0	0	730,5	730,5	0

**Tableau donnant les caractéristiques sectorielles du noyau :**

N° tronçon	Noeud 1		Noeud 2		Aire (m <sup>2</sup> )	$\omega$ (m <sup>2</sup> )		$S\omega_x$ (m <sup>5</sup> )	$S\omega_y$ (m <sup>5</sup> )
	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)		Nd1	Nd2		
1	-3	-3	-12	-3	2,7	-18	-72	1020,6	364,5
2	-3	-4	-3	-12	2,4	-24	-72	345,6	998,4
3	3	-3	3	-12	2,7	18	72	364,5	1020,6
4	4	-3	12	-3	2,4	24	72	998,4	-345,6
5	3	3	12	3	2,7	-18	-72	1020,6	-364,6
6	3	4	3	12	2,4	-24	-72	-345,6	-998,4
7	-3	3	-3	12	2,7	18	72	-364,5	1020,6
8	-4	3	-12	3	2,4	24	72	-950,4	324
9	-3	2	-3	-3	1,5	12	-18	13,5	21
10	-2	-3	3	-3	1,5	-12	18	21	-13,5
11	3	-2	3	-3	1,5	12	-18	-13,5	-21
12	2	3	-3	-3	1,5	-12	18	-21	13,5
$\Sigma$								48	-21,6

**\* Détermination du centre de torsion :**

Pour déterminer les coordonnées  $(a_x, a_y)$  de A, on doit résoudre le système d'équations (voir annexe).

$$\begin{aligned}\text{On trouve : } a_x &= -2,95 \text{ cm} \\ a_y &= -6,57 \text{ cm}\end{aligned}$$

\* On remarque que les deux coordonnées sont négligeables, est ça dûe à la symétrie de la structure. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de corriger les aires sectorielles, car on va retomber sur les mêmes valeurs.

\* Calculons maintenant le moment sectoriel d'inertie :

D'après la méthode analytique mentionnée en annexe, on aboutit à :

$$I_{\omega_A} = 48410 \text{ m}^6$$

\* Détermination de l'exentricité de l'effort :

$$e = \text{Max} \{e_a, e_{th}\}$$

$$e = e_a = 0,05 \times 27,6 \Rightarrow e = 1,38 \text{ m}$$

**6-2. Calcul de la constante de torsion (j) du noyau central:**

Elle est donnée par la formule suivante:

$$J = \underbrace{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (b_i e^3)}_{J_1} + \underbrace{\sum_{i=1}^m 12 E I_i b \Omega_i^2 / G h_i L_i^3}_{J_2}$$

Cette expression est valable pour les section partiellement fermées où:

$L_i$  : longueur du linteau (i).

$H_i$  : hauteur entre deux linteaux.

$I_i b$  : moment d'inertie du linteau (i) par rapport à un axe horizontal passant par son centre de gravité .  $\Omega_i$  : double aire fermée par le linteau (i) .

$n$  : nombre de tronçons de la section.

$M$  : nombre de linteau.

$E$  : module d'élasticité du béton.

$G$  : module de torsion.

$b_i$  : longueur de tronçon.

**La valeur de  $J_1$  :**

$$J_1 = 1/3 (0,4)^3 (4 \times 5 + 4 \times 9 + 4 \times 8)$$

$J_1 = 0,788m^4$

**la valeur de  $J_2$  :**

On un seul type de linteau de caractéristique suivante:

$$L_i = 1m,$$

$$h_i = 2,2m,$$

$$I_i b = 0,0212m$$

**•Calcul du ( $\Omega_i$ ):**

Pour les linteau: 1', 2', 3', 4' on a:

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4 = 0$$

Car le contour n'est pas fermé.

1'

Pour les linteau 1,2,3,4.

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4 = \Omega_5 = 6.6.2$$

$\Omega_i = 72m^2$

on prenant

$$E/G = 2.3$$

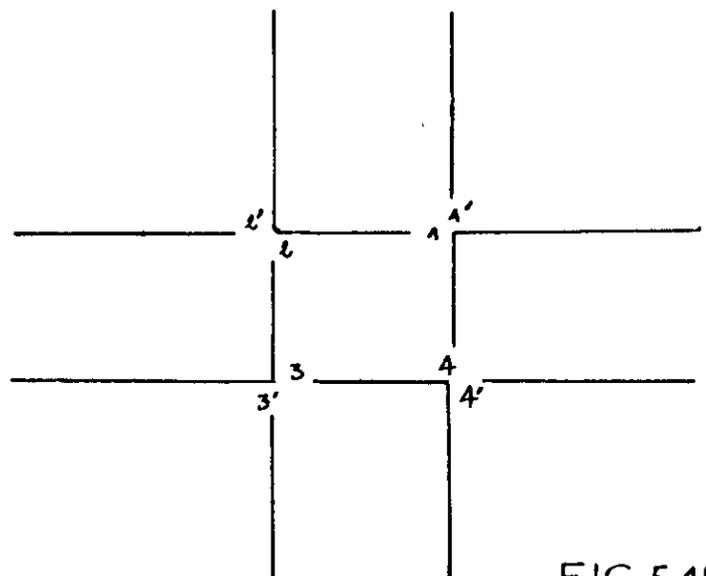


FIG:5.15

On aboutit à :

$$J_2 = 3965,4 \text{ m}^4$$

$$J = J_1 + J_2 \approx 3966,0 \text{ m}^4$$

### 6-3. Calcul de la souplesse du linteau:

$$\varepsilon = h \left( l_i^3 / 12 E I_i + l_i / G S r_i \right)$$

pour un linteau rectangulaire de hauteur « d » d'épaisseur « e », avec :

$$E = G \times 2.3 \quad \text{on a:}$$

$$\varepsilon_i = h l_i / E e d_i \left( l_i^2 / d_i^2 + 2,78 \right)$$

$$\text{avec: } h = 3,06 \text{ m, } l_i = 1 \text{ m, } e = 0.4 \text{ m, } d = 0.86 \text{ m}$$

$$E = 3,216 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$$

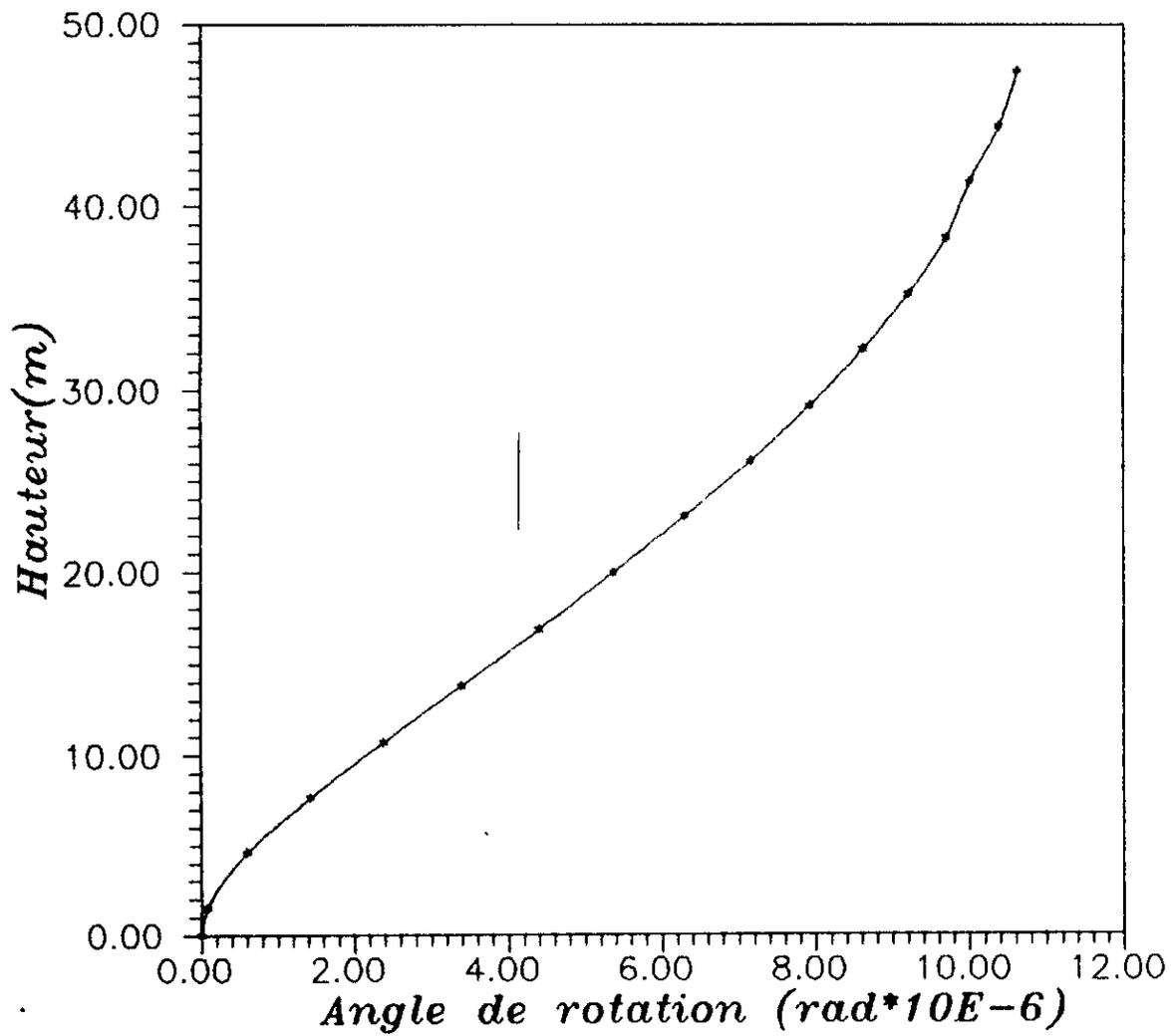
On trouve :

$$\varepsilon = 1,506 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{MN}$$

## 6-4 - Résolution de l'équation différentielle

Le tableau suivant, donne les valeurs de la rotation  $\theta$  , et ses trois dérivées en fonction de la hauteur z

Z (m)	$\theta$ (rad) $\times 10^6$	$\theta'$ ( $m^{-1}$ ) $\times 10^{-7}$	$\theta''$ ( $m^{-2}$ ) $\times 10^{-9}$	$\theta'''$ ( $m^{-3}$ ) $\times 10^{-9}$
0	0	0	79	- 20
1,53	0,080	1,03	57	- 12
4,59	0,60	2,31	29	- 7
7,65	1,43	2,95	14	- 4
10,71	2,38	3,23	5	- 2
13,77	3,39	3,31	- 0,24	- 1
16,83	4,49	3,25	- 3	- 0,87
19,89	5,37	1,11	- 6	- 0,62
22,95	6,30	2,91	- 7	- 0,48
26,01	7,16	2,67	- 9	- 0,39
29,07	7,93	2,39	- 10	- 0,31
32,13	8,62	2,09	- 10	- 0,22
35,19	9,21	1,76	- 11	- 0,08
38,25	9,70	1,42	- 11	0,16
41,31	10,00	1,1	- 10	0,623
44,37	10,38	0,85	- 70	0,90
47,43	10,62	0,73	0	1



*Representation de l'angle de rotation en fonction de la hauteur*

FIG:5.16

## 6-5 - Calcul des déformées.

Le tableau suivant donne les valeurs des déformées,  $V(\theta)$  et  $V(T)$  dues à la rotation  $\theta$ , et à l'effort tranchant  $T$ . Ainsi que la déformée totale  $V$  et la dérivée seconde de la déflexion  $V''(T)$ .

Z (m)	$V(\theta)$ (mm) $\times 10^3$	$V(T)$ (mm) $\times 10^3$	V Tot (mm)	$V''(T)$ $\times 10^7$
0	0	0	0	6,55
1,53	1,26	0,766	0,002	6,54
4,59	9,35	7,65	0,017	6,48
7,65	21,76	26,65	0,048	6,38
10,71	31,95	63,64	0,095	6,21
13,77	45,41	124,65	0,17	5,99
16,83	58,87	215,64	0,27	5,72
19,89	71,94	341,34	0,41	5,40
22,95	84,3	507	0,59	5,01
26,01	95,8	717,45	0,813	4,58
29,07	10,6	976,74	1,08	4,09
32,13	115,3	1288,75	1,404	3,54
35,19	123,2	1656,74	1,78	2,95
38,25	129,8	2083,71	2,21	2,29
41,31	13,5	2571,5	2,71	1,58
44,37	138	3121,5	3,26	0,82
47,43	142	3735,12	3,87	0

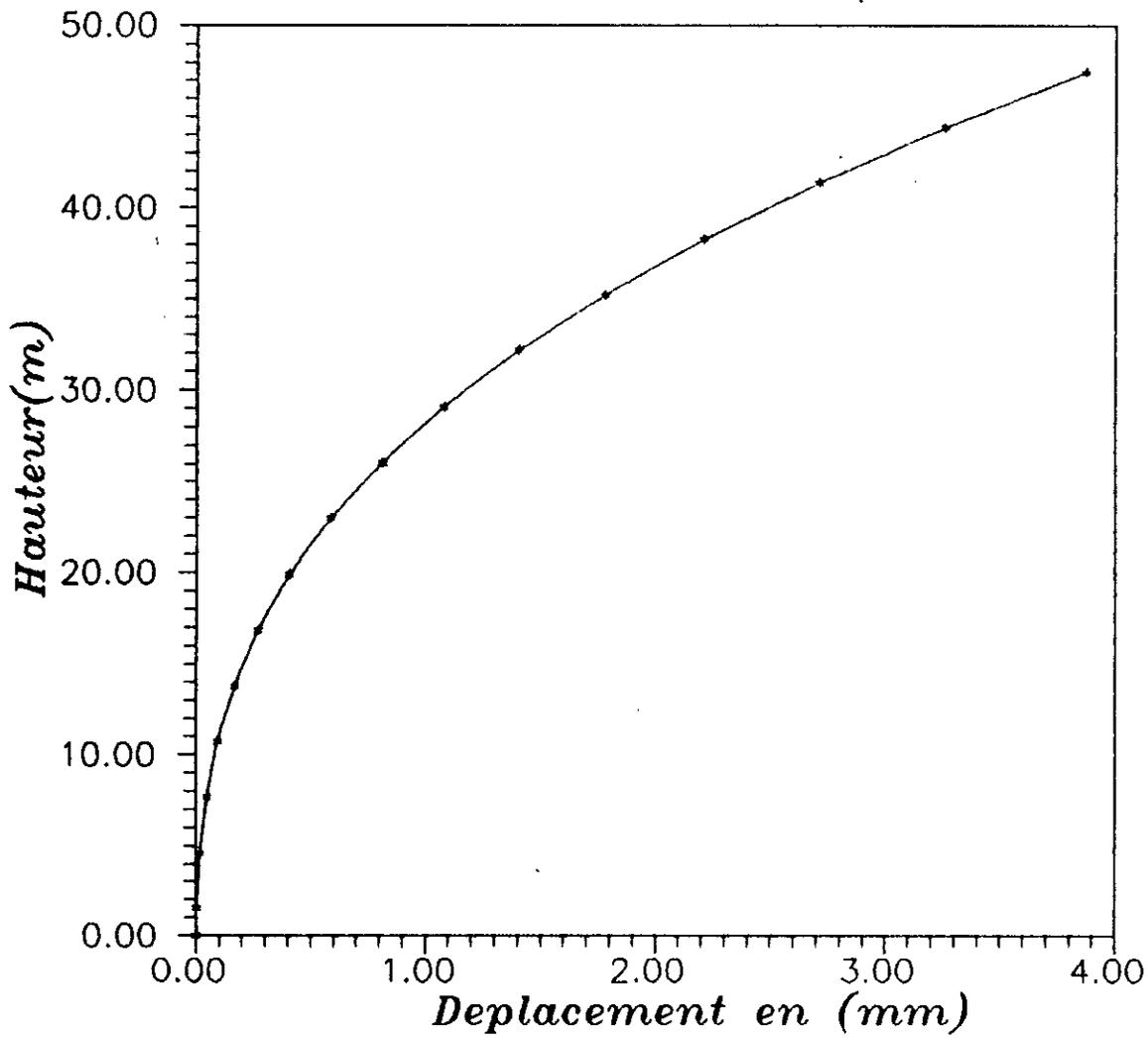
## 66 - Calcul des moments sollicitants le noyau :

\* Le moment du noyau :  $M_x = EI_x (V'' + e_a \theta''')$

\* Le bimoment :  $B = -EI\omega \theta''$

\* Le couple de torsion fléchié :  $C_w = -EI\omega \theta''$

Z (m)	M <sub>x</sub> (MN.m)	B (MN.m <sup>2</sup> )	C <sub>w</sub> (MN.m)
0	192,76	- 122,9	31,12
1,53	174,1	- 88,69	18,67
4,59	155,96	- 45,12	10,89
7,65	138,64	- 21,78	6,22
10,71	121,86	- 7,7	3,112
13,77	105,78	0,038	1,556
16,83	90,4	4,66	1,35
19,89	75,78	9,33	0,96
22,95	62,05	10,89	0,75
26,01	49,36	14	0,61
29,07	37,81	15,55	0,49
32,13	27,54	15,57	0,35
35,19	18,68	17,12	0,128
38,25	11,36	17,10	- 0,26
41,31	5,72	15,56	- 0,97
44,37	1,9	10,89	- 1,4
47,43	0	0	- 1,56



*Representation de la deformed totale de la structure en fonction de la hauteur*

FIG:5.17

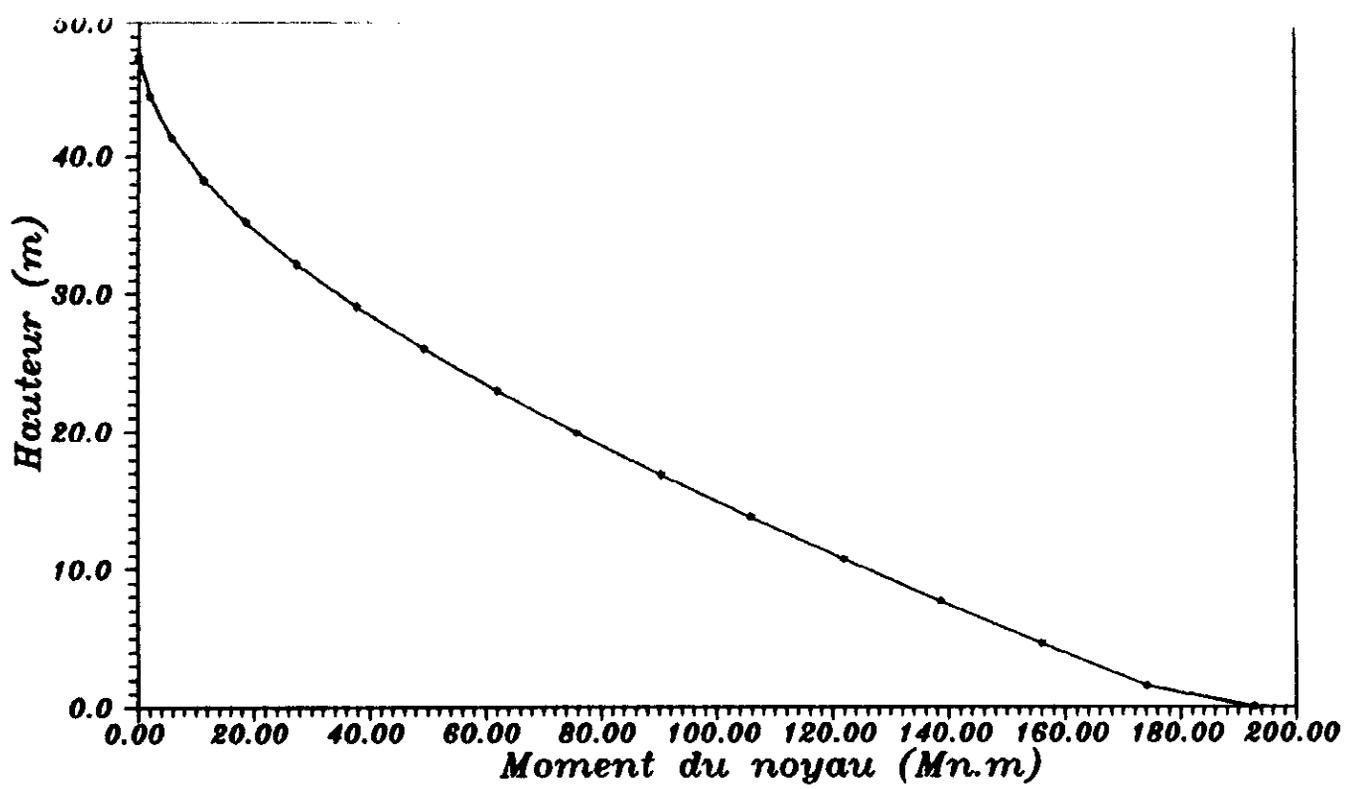


FIG:5.18 *Représentation du moment du noyau en fonction de la hauteur*

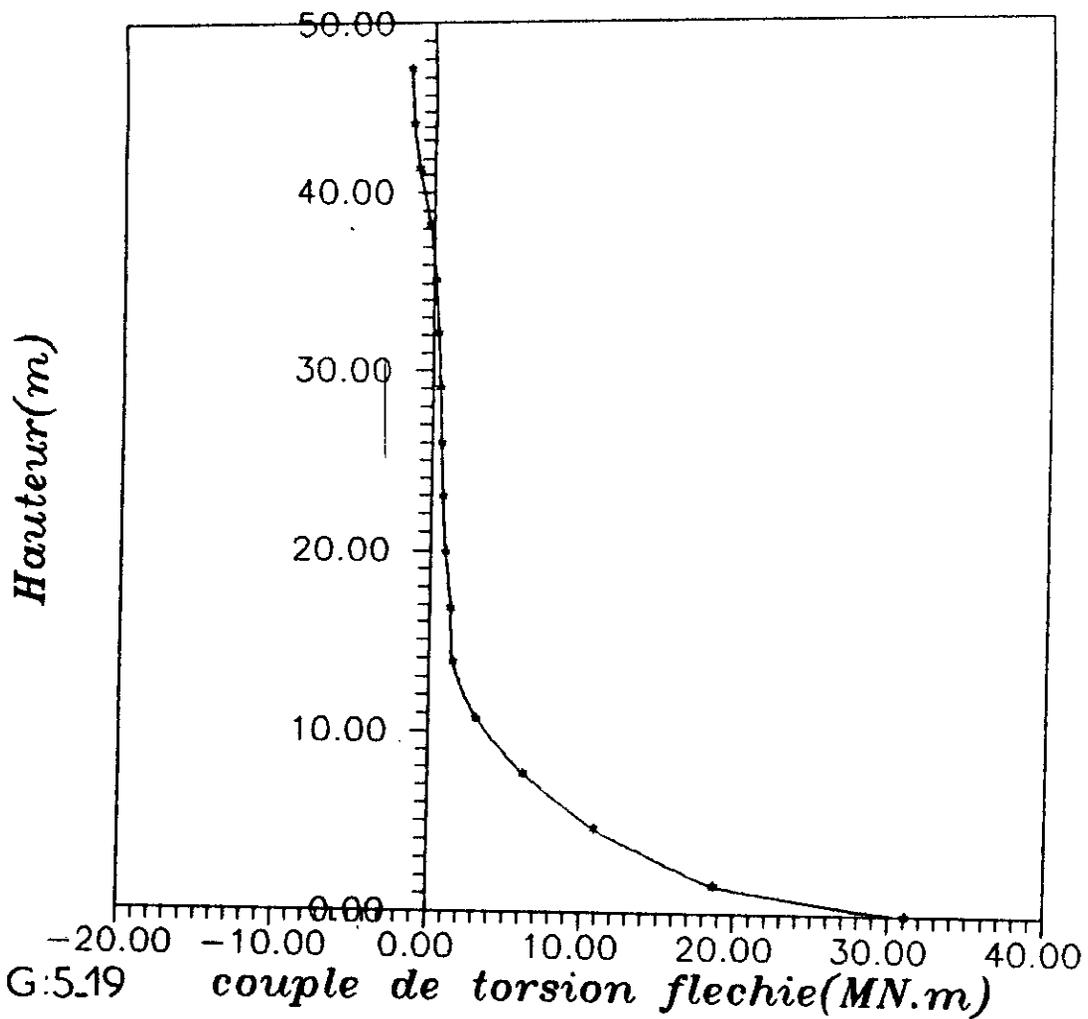
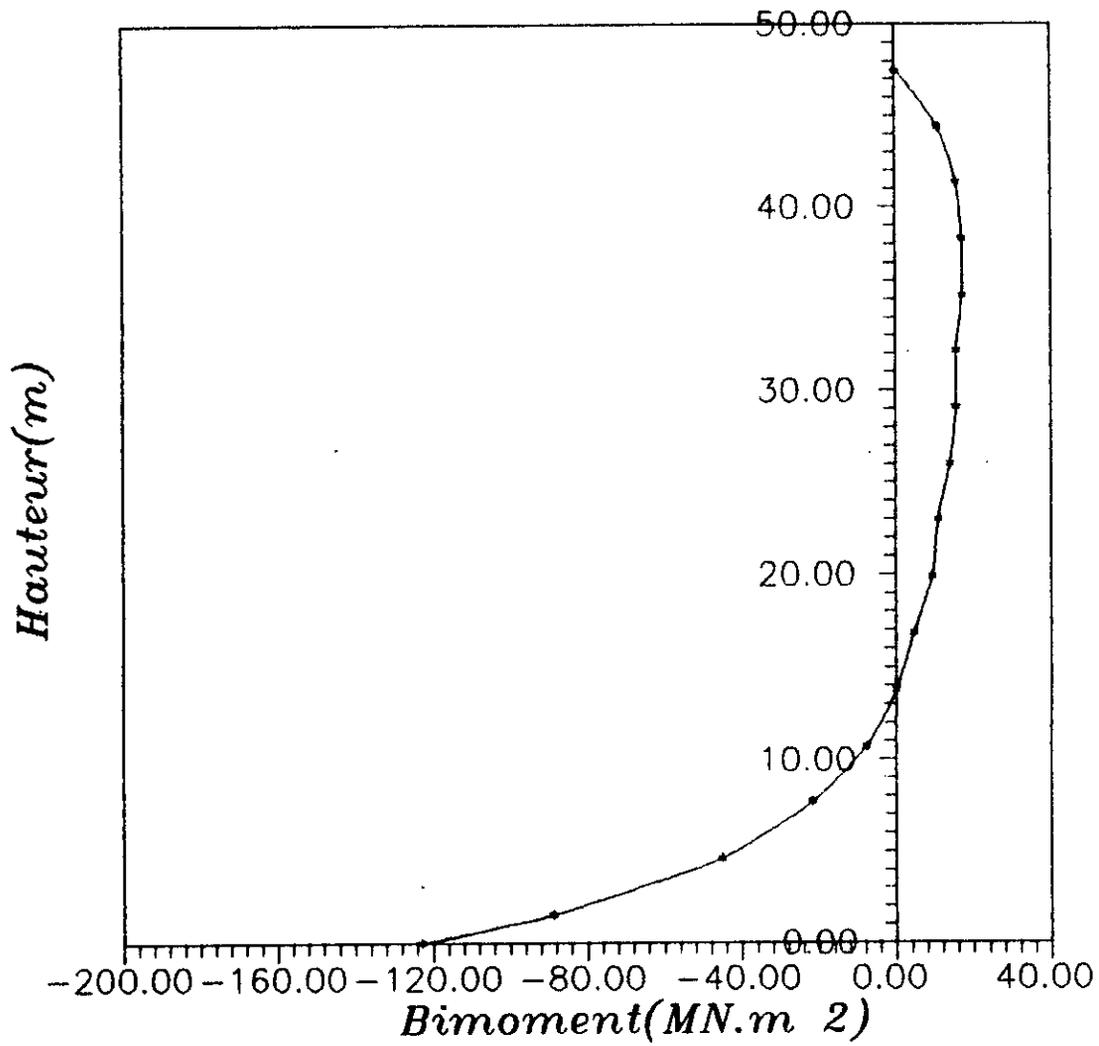


FIG:5.19 *couple de torsion flechie(MN.m)*



*Representation du bimoment  
en fonction de la hauteur*

FIG:5\_20

**6-7 - Calcul des contraintes dans le noyau :**

**6-7-1 Calcul de la contrainte de torsion pure ( Saint Venant )**

$$\tau_m = 2G\theta'$$

Z (m)	$\theta' (m^{-1})$ $\times 10^7$	$\tau_m (KN/m^2)$
0	0	0
1,53	1,03	0,86
4,59	2,31	1,93
7,65	2,95	2,47
10,71	3,23	2,7
13,77	3,31	2,77
16,83	3,25	2,72
19,89	3,11	2,61
22,95	2,91	2,44
26,01	2,67	2,24
29,07	2,39	2,00
32,13	2,09	1,75
35,19	1,76	1,47
38,25	1,42	1,19
41,31	1,1	0,92
44,37	0,85	0,7
47,43	0,73	0,61

**6-7 -2 . La contrainte normale :**

$$\sigma = \frac{N}{S} \pm \frac{My}{I_y} x \pm \frac{M_x}{I_x} y - \frac{B}{I\omega} \omega$$

On va calculer cette contrainte à  $z = 0$  (RDC) et à  $z = 13,77$  m

\* à  $z = 0$  on a :

-----

Tronçon N°	$\sigma(N)$ [MPa]	$\sigma(Mx)$ [MPa]		$\sigma(B)$ [M.Pa]		$\sigma$ totale (M.Pa)	
		Nœud1	Nd2	Nd1	Nd2	Nd1	Nd2
1	2,70	-0,72	-0,72	0,0457	0,1827	3,374	3,24
2	2,76	-0,96	-2,89	0,061	0,1827	3,66	5,41
3	2,70	-0,72	-2,89	-0,0457	-0,1827	3,466	5,77
4	2,76	-0,72	-0,72	-0,061	-0,1827	3,48	2,60
5	2,70	0,72	0,72	0,0457	0,1827	3,374	3,24
6	2,76	0,96	2,89	0,061	0,1827	3,66	5,407
7	2,70	0,72	2,89	-0,0457	-0,1827	3,466	5,773
8	2,76	0,72	0,72	-0,0457	-0,1827	3,466	3,603
9	2,784	0,48	-0,72	-0,03	0,0457	3,30	3,31
10	2,784	-0,72	-0,72	0,03	-0,0457	3,47	3,55
11	2,784	-0,48	+0,72	-0,03	0,0457	3,29	3,46
12	2,784	0,72	0,72	0,03	-0,0457	3,474	3,55

\* à la hauteur z = 13,77 m

Tronçon N°	$\sigma(N)$	$\sigma(Mx)$ [MPa]		$\sigma(B)$ [MPa]		$\sigma_{totale}$ (MPa)	
	MPa	Nœud1	Nd2	Nd1	Nd2	Nd1	Nd2
1	1,864	-0,39	-0,39	-14,10	-57,10	2,25	2,25
2	1,988	-0,53	-1,58	-19,10	-57,10	2,52	3,57
3	1,864	-0,39	-1,58	14,10	-57,10	2,25	3,44
4	1,988	-0,39	-0,39	-19,10	-57,10	2,38	2,38
5	1,864	-0,39	0,39	-14,10	-57,10	2,254	2,254
6	1,988	0,53	1,58	-19,10	-57,10	2,52	3,57
7	1,864	-0,39	1,58	14,10	-57,10	2,25	3,44
8	1,988	0,39	0,39	19,10	-57,10	2,38	2,38
9	1,848	0,26	-0,39	9,10	-14,10	2,11	2,24
10	1,848	-0,39	-0,39	-9,10	14,10	2,24	2,24
11	1,848	-0,26	0,39	9,10	-14,10	2,10	2,24
12	1,848	0,39	0,39	-9,10	14,10	2,24	2,24

### 6-7-3 . Calcul des contraintes de cisaillement

1) Contrainte de torsion pure :

$$\tau_1 = 2 \cdot G \cdot e \theta'$$

2) Contrainte de torsion fléchie :

$$\tau_2 = -\frac{1}{e} \left( \frac{T_x}{I_y} S_y(s) + \frac{T_y}{I_x} S_x(s) + \frac{C\omega}{I\omega} S\omega(s) \right)$$

a/à z = 0 (RDC) :

$$T_y = 0, T_x = 57799 \text{ KN} ; C\omega = 31,12 \text{ MN} \cdot \text{m},$$

$$I_x = 798,8 \text{ m}^4 ; I\omega = 48410 \text{ m}^6$$

N° du Tronçon	$\tau_1$ (MPa)	$\tau$ (T) [MPa]	$\tau$ (Cw) [MPa]	$\tau_2$ (MPa)	$\tau_{\text{tot}} = \tau_1 + \tau_2$ (MPa)
1	0	-0,49	-0,319	-0,80	-0,80
2	0	-0,17	-0,302	-0,47	-0,47
3	0	0,196	-0,319	0,514	-0,514
4	0	0,464	0,302	0,766	0,766
5	0	0,49	-0,319	0,171	0,171
6	0	0,174	-0,302	-0,128	-0,128
7	0	-0,196	0,319	0,123	0,123
8	0	-0,46	0,302	-0,158	-0,158
9	0	-0,108	-0,011	-0,119	-0,119
10	0	0,018	0,011	0,029	0,029
11	0	0,108	-0,011	0,097	0,097
12	0	-0,018	0,011	-0,0067	-0,0067

6-7-4. Tableau donnant la contrainte de cisaillement totale  $\tau$  et la contrainte normale  $\sigma$

N° du Tranchée	$\tau$ (MPa)	$\sigma$ (MPa)		$\tau$ (MPa)	$\sigma$ (MPa)	
		Nd 1	Nd 2		Nd 1	Nd 2
1	-0,80	3,37	3,24	-0,457	2,25	2,25
2	-0,47	3,66	5,41	-0,17	2,25	3,57
3	-0,514	3,47	5,77	0,196	2,25	3,44
4	0,766	3,48	2,60	0,436	2,38	2,38
5	0,171	3,37	3,24	0,439	2,25	2,25
6	-0,128	3,66	5,407	0,150	2,25	3,57
7	0,123	3,466	5,77	-0,160	2,25	3,44
8	-0,158	3,47	3,60	-0,404	2,38	2,38
9	-0,119	3,30	3,31	-0,098	2,11	2,24
10	0,029	3,47	3,55	0,0044	2,24	2,24
11	0,097	3,29	3,46	0,102	2,10	2,24
12	-0,0067	3,47	3,55	-0,013	2,24	2,24

\* à la hauteur  $z = 13,77$  m :

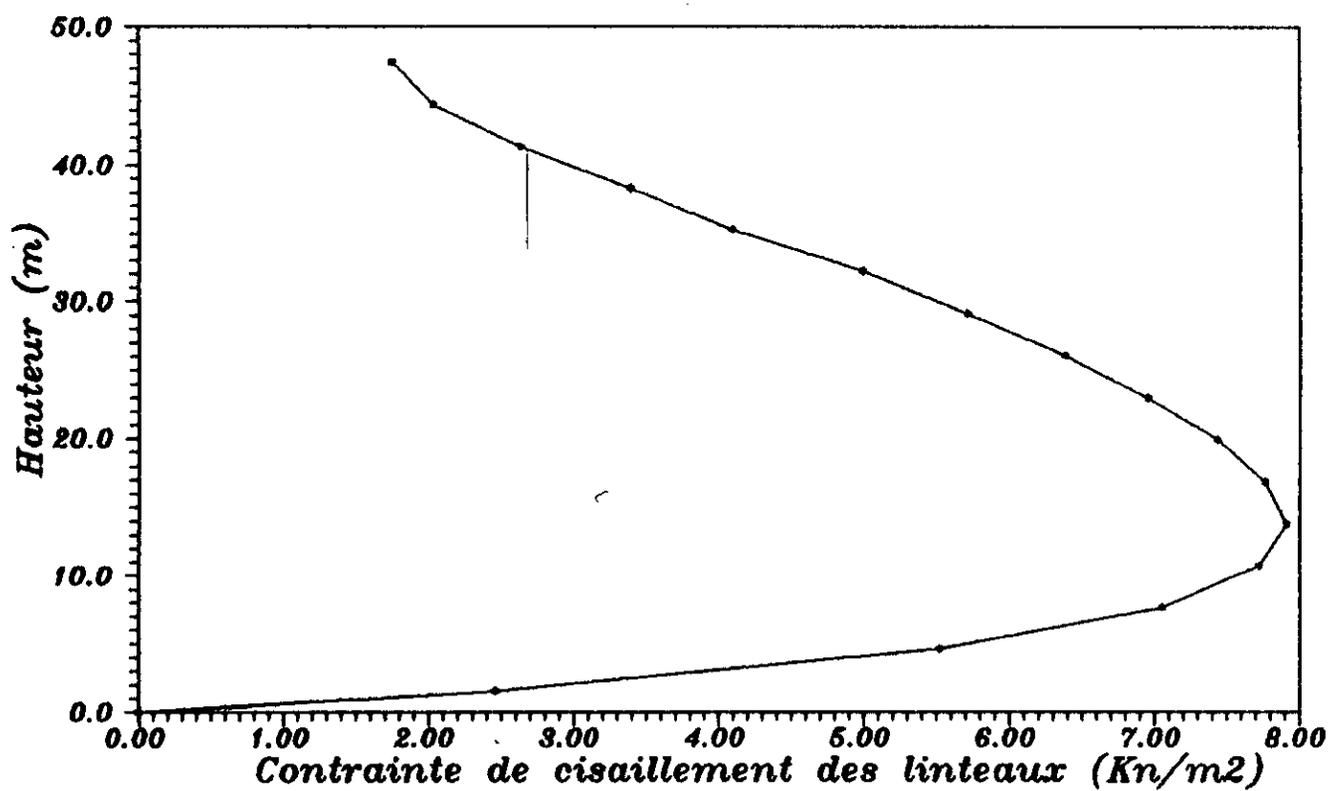
N° du Tronçon	$\tau_{11}$ (MPa) $\times 10^{-3}$	$\tau_1$ (T) (MPa)	$\tau$ (Cw) (MPa) $\times 10^{-3}$	$\tau_2$ (MPa)	$\tau_{tot} = \tau_1 + \tau_2$ (MPa)
1	2,78	-0,45	-13,81	-0,46	-0,457
2	2,78	-0,16	-13,10	-0,173	-0,17
3	2,78	0,18	13,81	0,193	0,196
4	2,78	0,42	13,10	0,433	0,436
5	2,78	0,45	-13,81	0,436	0,439
6	2,78	0,16	-13,10	0,147	0,150
7	2,78	-0,177	13,81	-0,163	-0,160
8	2,78	-0,42	13,10	-0,407	-0,404
9	2,78	-0,10	-0,51	-0,101	-0,098
10	2,78	0,016	0,51	-0,0165	0,0044
11	2,78	0,10	-0,51	0,0995	0,102
12	2,78	-0,016	-0,51	-0,0155	-0,013

### **6 -8 Calcul de la contrainte de cisaillement, ainsi que les moments dans les linteaux:**

\* Cisaillement dans les linteaux :  $\tau_l = - \frac{\Omega_i}{2 \epsilon_i} \theta$

\* Moment dans le linteau :  $M_l = 0.5 \tau$

Z (m)	Type de linteau	$\tau_l$ (KN/m <sup>2</sup> )	M <sub>l</sub> (KN.m)
0	1	0	0
1,53	1	- 2,46	- 1,23
4,59	1	- 5,52	- 2,76
7,65	1	- 7,05	- 3,525
10,71	1	- 7,72	- 3,86
13,77	1	- 7,91	- 3,95
16,83	1	- 7,76	- 3,88
19,89	1	- 7,43	- 3,76
22,95	1	- 6,95	- 3,47
26,01	1	- 6,38	- 3,19
29,07	1	- 5,71	- 2,85
32,13	1	- 4,99	- 2,50
35,19	1	- 4,09	- 2,04
38,25	1	- 3,39	- 1,70
41,31	1	- 2,63	- 1,31
44,37	1	- 2,03	- 1,02
47,43	1	- 1,57	- 0,87



*Représentation de la contrainte de cisaillement dans les linteaux en fonction de la hauteur*

FIG. 5.21

**6-9-Tableau** donnant les effort tranchant des portiques en fonction de la hauteur z ainsi que l'effort tranchant dans le noyau.

z (m)	T <sub>1</sub> (KN)	T <sub>2</sub> (KN)	T <sub>3</sub> (KN)	T <sub>4</sub> (KN)	T <sub>5</sub> (KN)	T <sub>6</sub> (KN)	T noyau (KN)
0	0	0	0	0	0	0	5799,54
1,53	4,9	3,28	0,285	1,65	1,036	0,44	5787,95
4,59	10,64	7,12	0,62	3,59	2,25	0,96	5743,12
7,65	13,65	9,14	0,80	4,6	2,88	1,23	5642,24
10,71			0,86	5,03	3,15	1,35	5502,32
13,77			0,88	5,15	3,23	1,38	5342,83
16,83			0,87	5,07	3,17	1,36	5138,26
19,89			0,83	4,85	3,04	1,3	4888,48
22,95			0,78	4,53	2,84	1,21	4593,41
26,01			0,71	4,16	2,6	1,11	4253
29,07			0,64	3,71	2,32	1,00	3867,14
32,13			0,56	3,26	2,04	0,87	3435,85
35,19			0,47	2,74	1,72	0,73	2959,2
38,25			0,38	2,22	1,4	0,6	2437,03
41,31			0,29	1,72	1,08	0,46	1869,36
47,37			0,23	1,32	0,83	0,35	1256
47,43			0,19	1,13	0,71	0,30	596,65

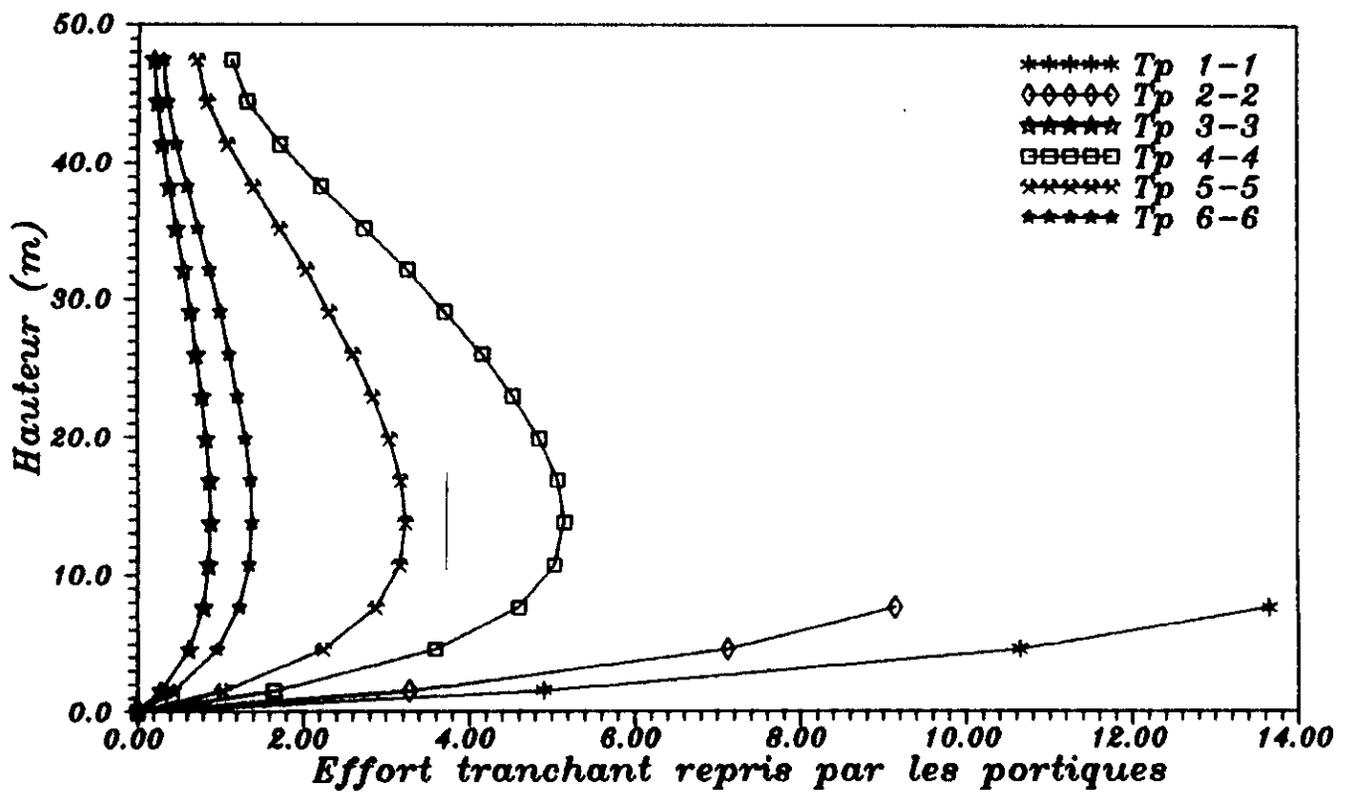


FIG:5.22 *Representation de l'effort tranchant repris par les portiques en fonction de la hauteur*

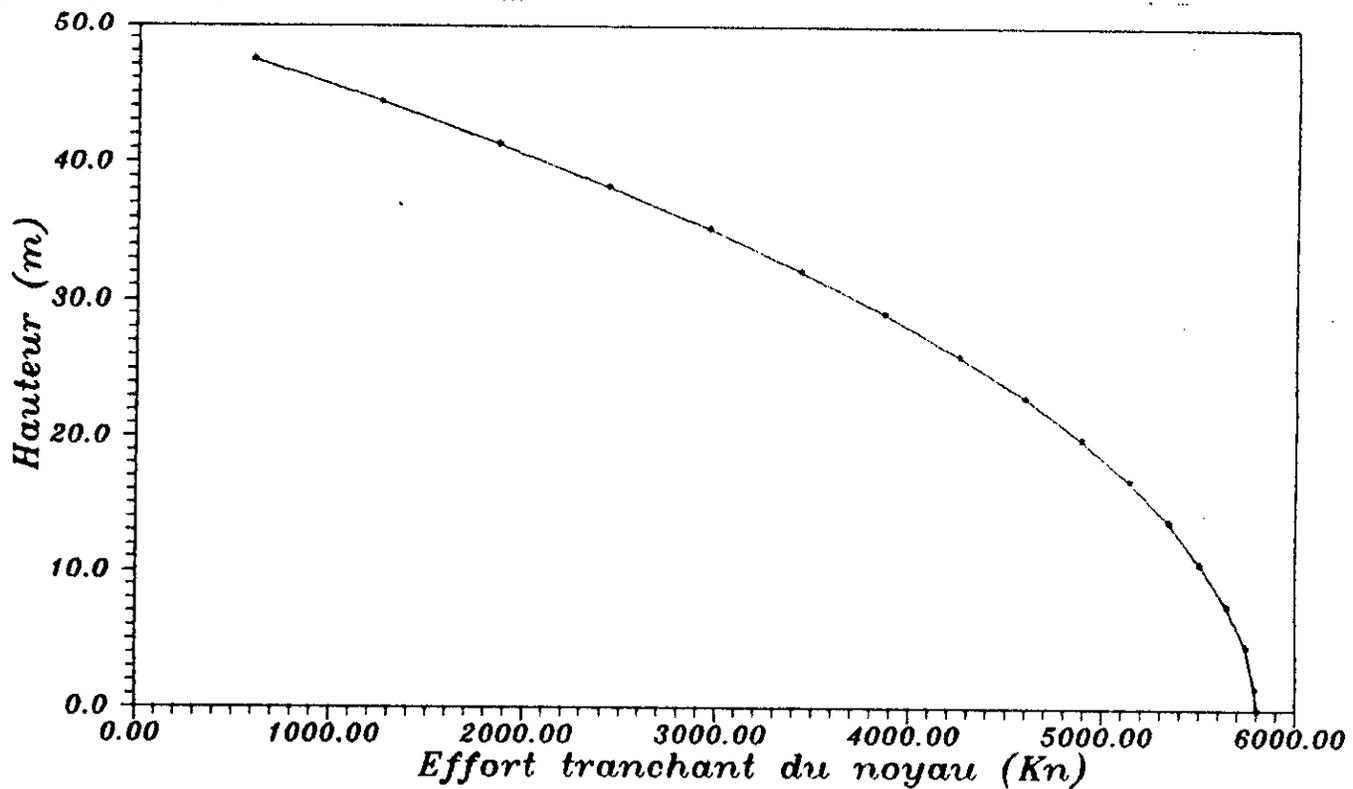


FIG:5.23 *Representation de l'effort tranchant repris par le noyau en fonction de la hauteur*

## **6 -10 - Interprétation des résultats**

### **6-10-1 - Les déplacements :**

On remarque que la déformées est de type flexionnel car la rigidité distorsionnelle de la structure est négligeable. Alors que pour la rotation  $\theta$  l'effet distorsionnelle des portiques est remarquable dans la partie haute.

### **6-10-2 - L'état de contrainte :**

#### **\* Contrainte normale :**

. La contrainte normale due au bimoment est maximale à la base, ( elle représente 7 % de la contrainte totale ), car à ce niveau, on a la plus grande valeur du bimoment, ce dernier va décroître avec la hauteur, il s'annule à  $z = 13,77$  m, puis il change de signe, ce qui influe sur l'état de contrainte dans la structure.

. à  $z = 13,77$  m on a  $B = 0$  donc la contrainte normale « $\sigma$ » sera fonction de  $N$  et  $M$  seulement, c. a. d. une contrainte de flexion composée.

#### **\* Contrainte de cisaillement :**

On remarque que l'influence de la torsion fléchie sur la contrainte de cisaillement est considérable, elle est l'ordre de 40 % dans les tronçons : 1, 3, 5, 7 de la base .

#### **\* Contrainte tangentielle dans les linteaux :**

D'après la courbe ( fig:5-21), on remarque que les linteaux les plus sollicités, se situent à la cote  $z = 13,77$  m, ce qui coïncide avec le point nul du bimoment.

En fait, ce dernier est une fonction de la première dérivée de  $\tau$  .

### **6-10-3 - L'effort tranchant et le moment**

D'après les courbes (fig5-22 et fig5-18 ) on remarque que l'effort tranchant est entièrement repris par le noyau à la base, tandis que dans les parties hautes une portion négligeable de cet effort est repris aussi par les portiques ce qui explique l'interaction noyau - portique.

Ce ci est vrai pour le moment fléchissant aussi, sauf qu' à la base le moment des portiques n'est pas nul.

## 6-11-Vérification des contraintes

### 6-11-1 - Contrainte normale dans le noyau

On a trouvé :  $\sigma_{\max} = 5,77 \text{ MPa}$  (à la base)

$$\sigma_{\text{adm}} = 14,16 \text{ MPa}$$

donc :  $\sigma_{\max} = 5,77 \text{ MPa} < \sigma_{\text{adm}} = 14,16 \text{ MPa}$  c'est largement vérifié.

### 6-11-2 - Contrainte de cisaillement dans le noyau

$$\tau_{\max} = 0,80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{adm}} = 5 \text{ MPa}$$

—————>  $\tau_{\max} < \tau_{\text{adm}}$  c'est vérifié

### 6-11-3 - Contraintes de cisaillement dans les linteaux :

On doit vérifier que  $\tau_{\text{lmax}} < \tau_{\text{adm}}$

$$\tau = 1,4 T / 0,8 hb \quad \text{avec } T = T_E + T_p + T_g$$

$$\tau (T_E)_{\max} = 7,91 \text{ KN/m}^2$$

$$T_p = \begin{cases} 2,134 \times 0,5 = 1,07 \text{ KN} & \text{au RDC} \\ 1,82 \times 0,5 = 0,91 \text{ KN} & \text{à } z = 13,77 \text{ m} \end{cases}$$

$$T_g = \begin{cases} 16,27 \times 0,5 = 8,13 \text{ KN} & \text{au RDC} \\ 16,27 \times 0,5 = 8,13 \text{ KN} & \text{à } z = 13,77 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \tau = 0 + (1,4 * 9,2 / 0,8 * 0,86 * 0,3) = 62,51 \text{ KN/m}^2 \quad \text{au RDC}$$

$$\tau = 7,91 + (1,4 * 9,045 / 0,8 * 0,86 * 0,3) = 69,26 \text{ KN/m}^2 \quad \text{à } z = 13,77$$

$$\text{On à } \tau_{\text{adm}} = 5 \text{ MPa}$$

$$\text{Donc : } \tau_{\max} = 0,07 \text{ MPa} < 5 \text{ MPa} \quad \text{c'est largement vérifié.}$$

# CHAPITRE IV

## CALCUL AUTOMATIQUE

## **1 - Introduction**

Vue la complexité de notre structure , et notre but c'est de comparer les résultats par deux méthodes différentes . Pour cela , on à opter pour un calcul automatique qui fait appel à plusieurs logiciels qui ont été développés pour faciliter le calcul automatique . Parmi ces logiciels on a :

### **a ) STRUDL ( Structural Design Langage )**

Ce programme concerne la plus part des activités de Génie Civile et des Travaux Publics . Le programme STRUDL concerne les essatures et les éléments finis . Parmi les principales options de ce programme ; citons :

- Le prédimensionnement .
- L'analyse statique et dynamique .
- L'instabilité élastique ( non linéarité géométrique ) .
- L'élasticité non linéaire .

### **b ) ASKA**

C'est un programme d'éléments finis ( et essatures ) qui permet l'analyse statique et dynamique des structures .

### **c ) STARDYNE**

C'est un programme général de calcul ( statique et dynamique ) , parmi ces options on trouve :

- Analyse statique : structures à 15 000 d.d.l
- Analyse dynamique : structures à 6 000 d.d.l
- Analyse fréquentielle .
- Analyse transitive .
- Analyse aléatoire .
- études des checks .

### **d ) SAP90 ( Structural Analysis Programms )**

Permet l'analyse des structures par éléments finis. L'étendue des possibilités qu'il prépose, le nombre d'équations qu'il peut résoudre ainsi que son option d'analyse dynamique représentent sa puissance et son efficacité:

**\*) Analyse statique:**

Nombre maximale d'équations(n eq).....	8000
Nombre noeuds (n omj).....	4000
Nombre de conditions de changement(n ld).....	20

**\*) Analyse dynamique:**

Nombre maximale d'équation(n eq).....	5000
Nombre de noeuds(n omj).....	2500
Nombre de valeurs propres(n fq)	
$n \text{ eq.}(n \text{ ld} + n \text{ fd}) < 400$	

**2- Application du SAP 90 sur la structure:**

**2-1- Structure du programme SAP 90**

( Voir figure : 6\_1 - Organigramme ).

**2-2- Préparation du fichier données sur SAP 90:**

Pour utiliser le SAP90, nous devons préparer le fichier de données de notre structure, l'utilisateur doit créer un fichier données en utilisant un éditeur de texte. L'édition est guidée et assistée par un aide modulée.

Le fichier données doit être conforme au modèle suivant :

**a - Système : carte contrôle**

R = ropt	N = Numj	L = nld	C = ncyc	
	V = nfq	T = Tol	P = per	W = wept

tq : ropt : mode de restart ( 0,1 mode normale, restart )

ncyc : nombre de fréquence en cycle / unité de temps

per : seuil du temps pour les périodes à calculer

wept : mode de sortie des erreurs ( 0,1 : sortie, supprimer )

**b - joints : coordonnées des noeuds**

Jid x =	y =	z =	G = g <sub>1</sub> , G <sub>2</sub> , i	Q = q <sub>1</sub> , q <sub>2</sub> , q <sub>3</sub> , q <sub>4</sub> , i <sub>n</sub> , j <sub>n</sub>
F = f, n <sub>i</sub> , n <sub>j</sub> , i <sub>n</sub> , j <sub>n</sub>		L = l, n <sub>i</sub> , n <sub>j</sub>		A = C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub> , C <sub>3</sub> , n <sub>c</sub> , i <sub>c</sub> , a

Tel que : G : génération linéaire des noeuds.  
 Q : génération quadratique des noeuds  
 F : génération frontale des noeuds  
 L : génération l'agrangienne des noeuds  
 A : génération cylindrique des noeuds

**c - Restraints : conditions d'appuis**

$J_1 \quad J_2 \quad inc \quad R = r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6.$

Tel que :  $J_1$  Numéro du premier joints  
 $J_2$  numéro du dernier joint  
 inc : incrément des joints entre eux

$r_1, r_2, r_3$  : Translation suivant x, y, z

$r_4, r_5, r_6$  : rotation suivant x, y, z.

Ou  $r_i = \left\{ 0 : \text{libre}, 1 : \text{bloquer} \right\}$

**d - Springs : Appuis élastique**

$J_1 \quad J_2 \quad inc \quad K = K_x, K_y, K_z, K_{rx}, K_{ry}, K_{rz}.$

$K_x$  : translation suivant (x) de l'appuis élastique.  
 $K_{rx}$  : rotation suivant (rx) de l'appuis élastique.

**e - Constraints : présence ou non des noeuds esclaves**

$n_i \quad n_j \quad inc \quad C = C_1, C_2, \dots, C_6 \quad I = i_1, i_2, \dots, i_6$

tq :  $C_1, C_2, C_3$  : numéro du noeud maître dans la direction des déplacements  
 suivant ; x, y, z.

$C_4, C_5, C_6$  : numéro du noeud maître dans la direction de rotation au tour de:  
 x, y, z

$i_i$  : l'incrément pour le noeud  $C_i$ .

**f - Masses : déclaration des masses affectées aux noeuds ( les appuis exclus )**

$n_i \quad n_j \quad inc \quad M = m_x, m_y, m_z, m_{rx}, m_{ry}, m_{rz}.$

tel que :  $m_x, m_y, m_z$  : masse suivant  $x, y, z.$

$m_{rx}, m_{ry}, m_{rz}$  : moments d'inertie massique.

**g - Potential: température et pression aux noeuds**

$n_i \quad n_j \quad inc \quad T = t_i, t_j \quad P = p_i, p_j.$

**h - Frame: éléments barres**

$NM = n_{pro} \quad NI, = n_{bsl}.$

$np \quad A = a \quad J = j \quad I = I_{33}, I_{22} \quad E = e \quad G = g \quad W = w \quad M = m.$

$nel \quad n_i \quad n_s \quad M = n_{mat} \quad LP = n_1, n_2 \quad NSL = L_1, \dots, L_n.$

tel que :  $n_{pre}$  : nombre totale de type de propriétés.

$n_{bsl}$  : nombre de cas de charge.

$w, m$  : coordonnées de l'élément de longueur.

$n_1, n_2$  : coordonnées de l'élément dans le repère local.

$L_i$  : numéro de cas de charge.

**i - SHELL : éléments coques**

$NM = n_{mat}.$

$nm \quad E = e \quad U = u \quad W = w \quad M = m \quad Ta = \alpha.$

$nel \quad JQ = n_i, n_j, n_k, n_l \quad E \text{ type} = et \quad M = mat \quad TH = th_1, th_2 \quad LP = n.$

tel que :  $U$  : coefficient du poisson.

$m, w$  : masse, poids volumique.

$n_i$  : noeuds de l'élément coque.

$et$  : type d'élément où :

1 : élément membrane.

2 : élément flexionnel.

0: 1 + 2.

$th_1, th_2$  : épaisseur de élément (1) et (2).

$n$  : localisation de l'élément dans le repère local.

### **j - Asolid : élément Isoparamétrique**

NM = nmat E type = et MAXN = ntm.  
nm NUMT = nt W = w M = m B = b.  
nel JN = j1.....jq jq = j1 j3 j7 j9 TH = th, LP = n.

Où : et : type d'élément :

- 0 : élément axisymétrique.
- 1 : élément de déformation plane.
- 2 : élément de contrainte plane.

### **k - SOLID : élément de volume**

nel JQ = n1....., n8 JR = nj, nk, nl M = mat I = i.

### **l - LOADS : chargements**

ni nf inc L = l F = fx, fy, fz, mx, my, mz.

tel que : l : numéro de condition de chargement.  
fx, mx : force et moment selon la direction ( x ).

### **m - Displacement : déplacement où rotations statiques des noeuds**

ni nf inc U = ux, uy, uz, rx, ry, rz.

### **n - Prestress : Précontraintes**

npi npf inc D = di, dc, dj, T = t.

tel que : npi, npf : numéros des poutres initiales et finales.  
di, dc, dj : détail d'emplacement du câble.  
t : tension du câble.

### **o - SPEC : réponse spectrale**

A = a S = s D = d.

tel que a : angle d'excitation en degrés.  
s : facteur d'échelle de la réponse spectrale.  
S = A. B. Q. g.  
d : coefficient d'amortissement de la structure.

### **p - Combo : combinaison des charges**

$$ncomb \quad c = x_{m1} \dots x_{nm} \quad D = X_{md}$$

$x_{mi}$  : coefficient multiplicateur pour la charge statique de la  $i^{ème}$  condition de chargement

$x_{md}$  : coefficient multiplicateur pour la charge dynamique.

### **q - SELECT : sélection des résultats**

$$NT = nt \quad ID = i_1, i_2, inc \quad Sw = isw$$

tel que : nt : type de sélection ( 1 - déplacements, 2 - actions et réactions ... )

$i_1, i_2$  : noeuds de l'élément.

isw = { 0 : code d'élimination, 1 : code d'ajout }.

### **2-3 - Choix du modèle :**

La modélisation de notre structure est fait comme suit :

**a - Les portiques** : Sont modélisés en élément FRAME de tel sorte que les poteaux et les poutres sont numérotés comme le montre la figure : ( 6-2 ).

**b - Les linteaux** : Ce sont des petites plaques qui sont rapportées en élément poutres pour la modélisation ( élément FRAME ).

**c - Noyau** : Le noyau a été modélisé comme le montre les figures ( 6-1, 6-2, 6-3 )  
c.a.d : en élément SHELL.

#### **Remarques :**

. Des poutres auxiliaires ont été rajoutées au modèle pour assurer une fidélité des coins ainsi que le monolithisme du noyau. Les caractéristiques de ces poutres sont :

- Grande rigidité flexionnelle horizontale.
- Petite rigidité flexionnelle verticale.
- Petite rigidité axiale.

.. Des poteaux auxiliaires ont été rajoutés au modèle pour assurer la rigidité torsionnelle du modèle de tel sorte que ces poteaux ont une rigidité axiale et flexionnelle tend vers zéro.

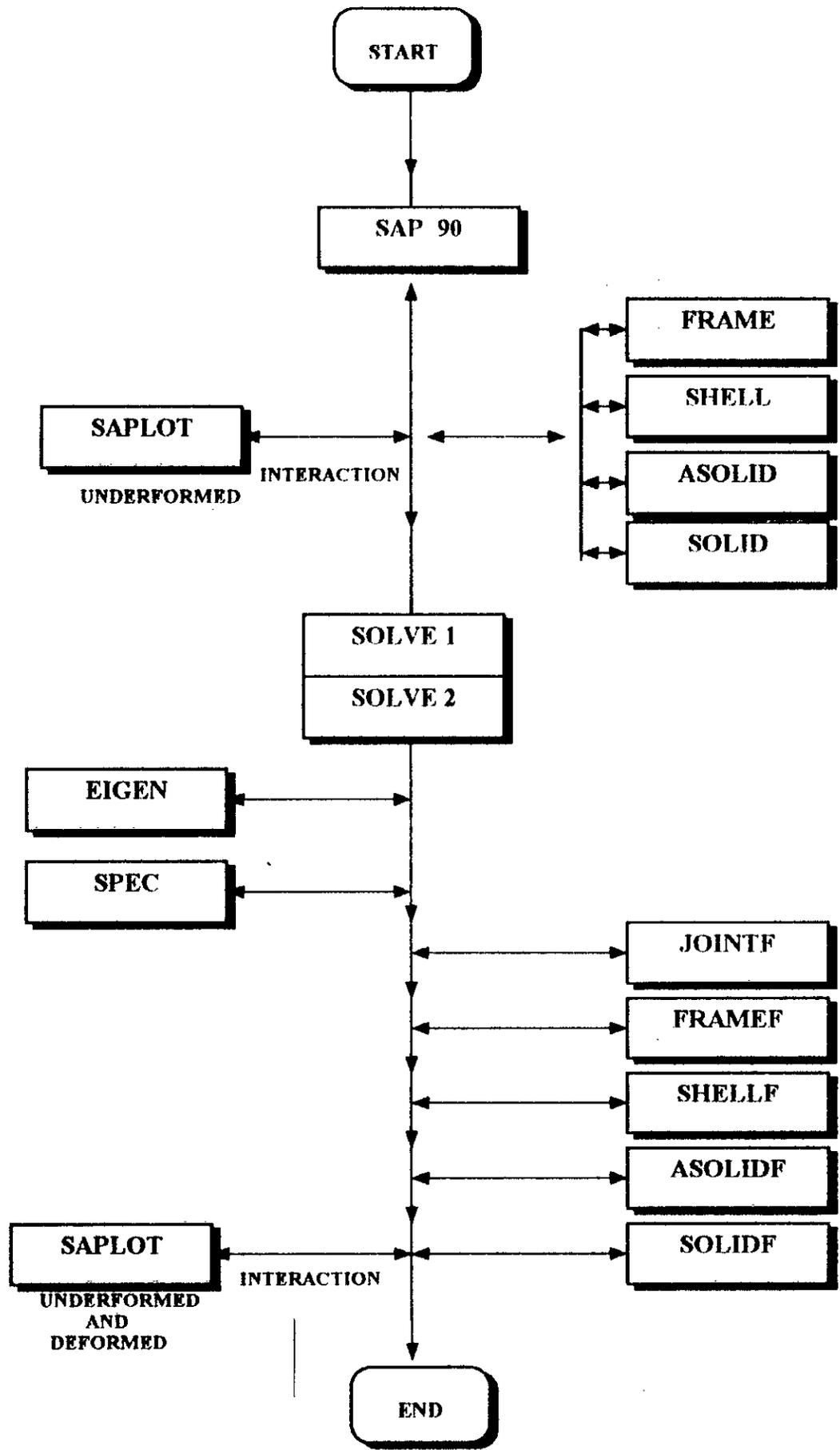
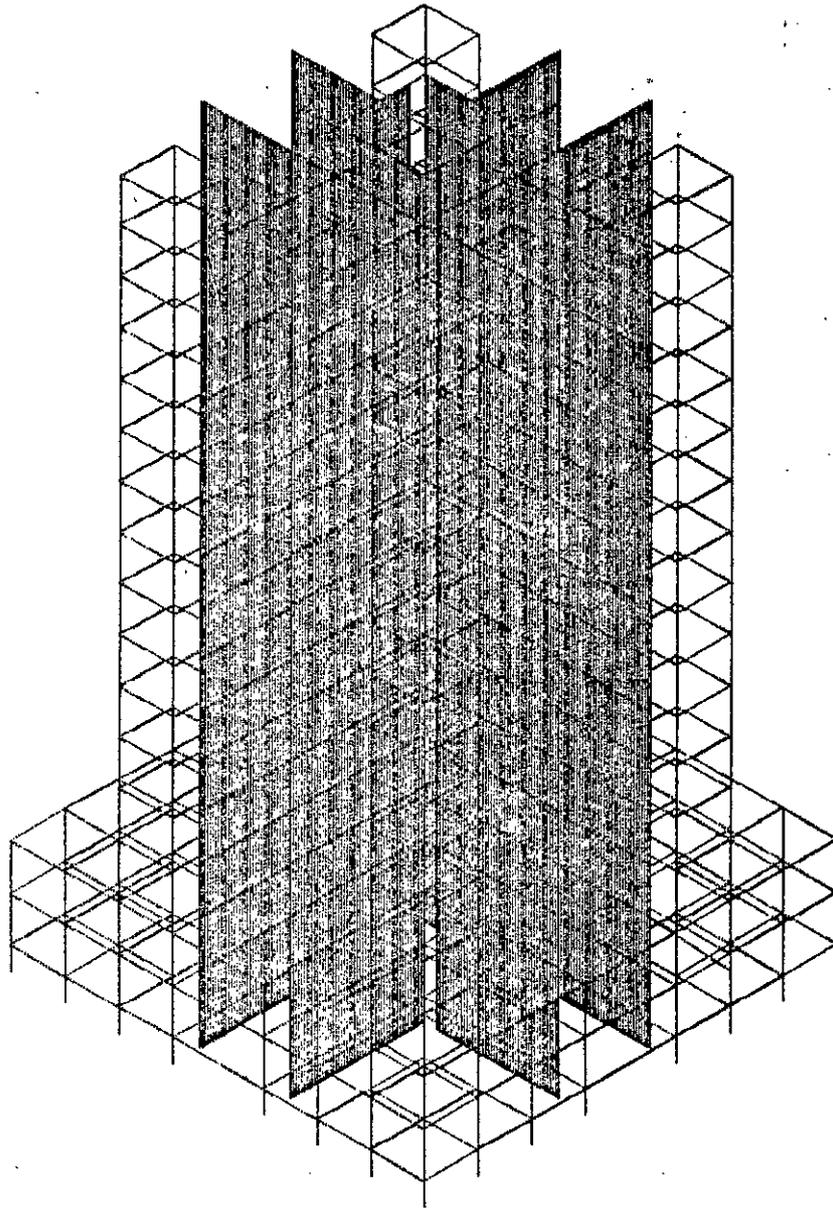


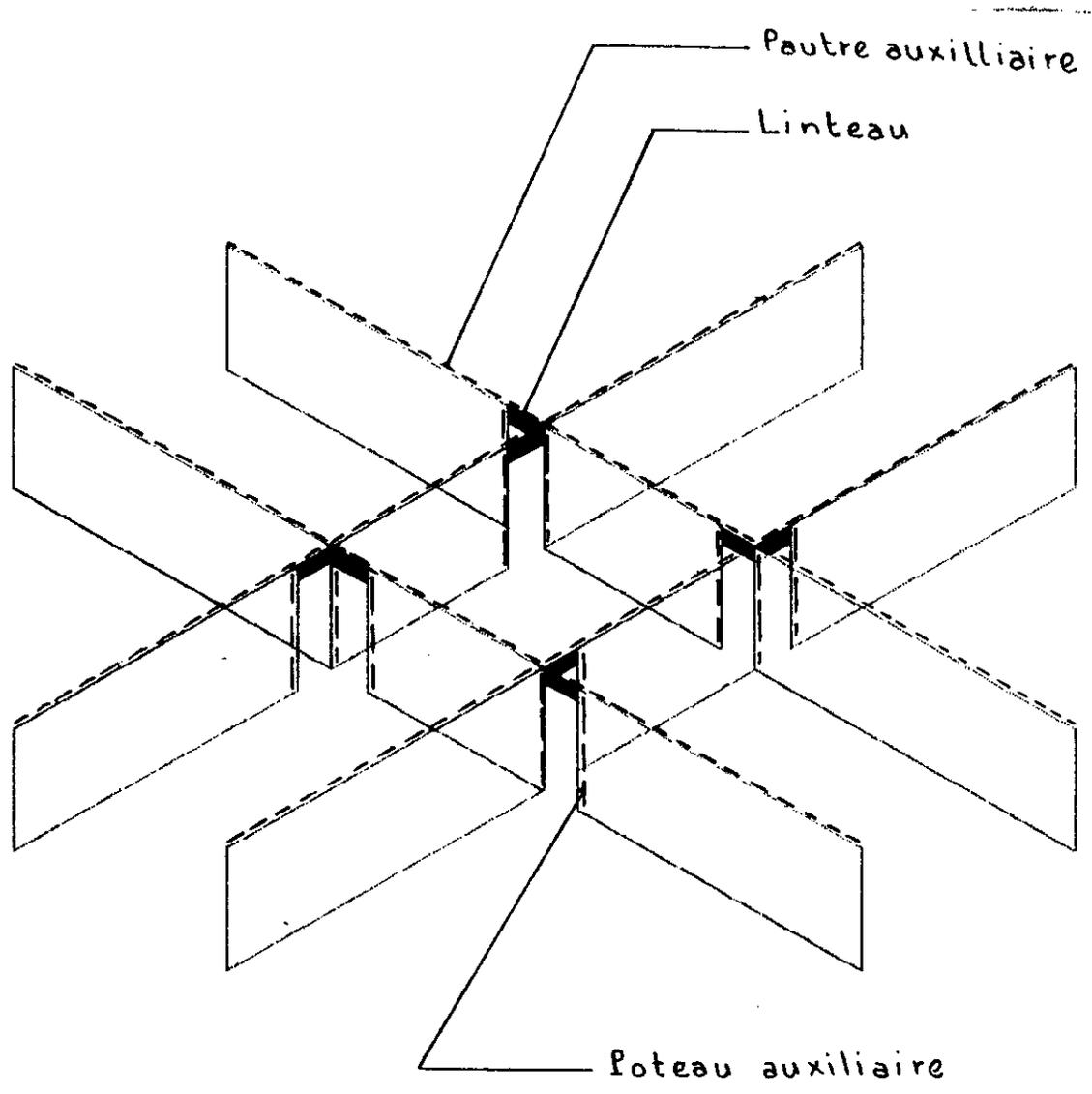
FIG:6\_1 THE SAP 90 PROGRAM STRUCTURE



MODEL DE LA STRUCTURE

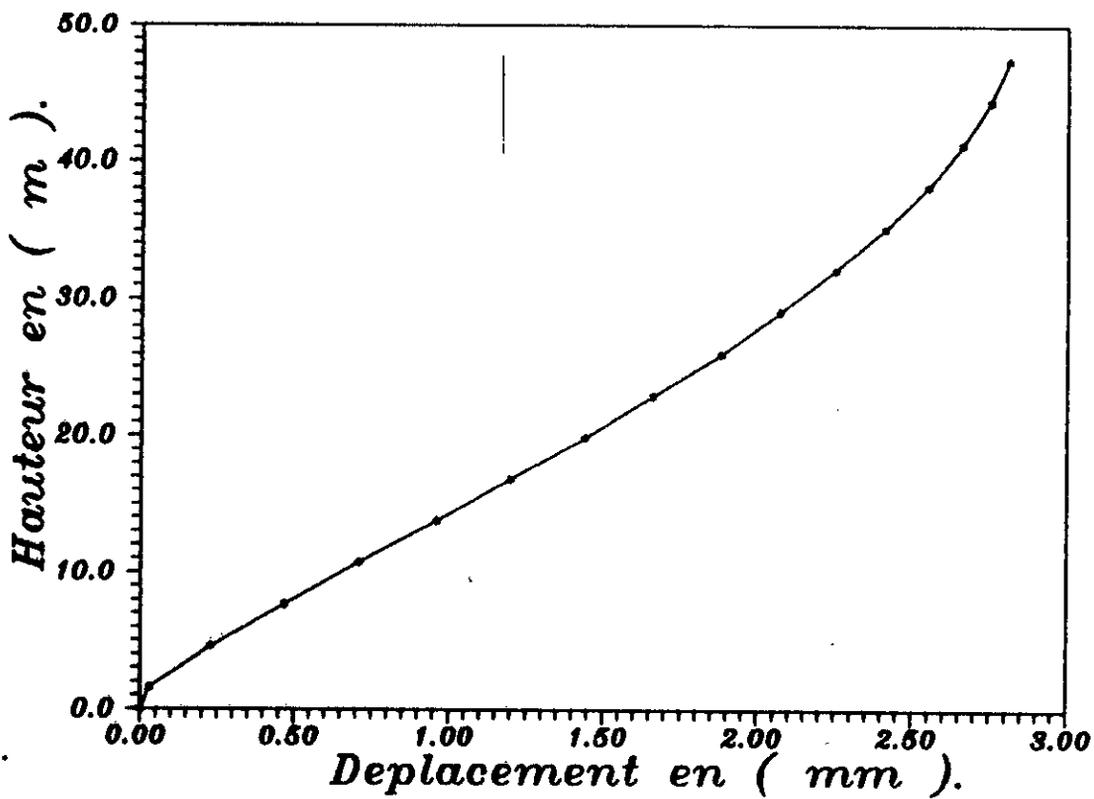
FIG: 6\_2

761: noeuds.  
190: Plaques.  
334: Poteaux.  
412: Poutres.



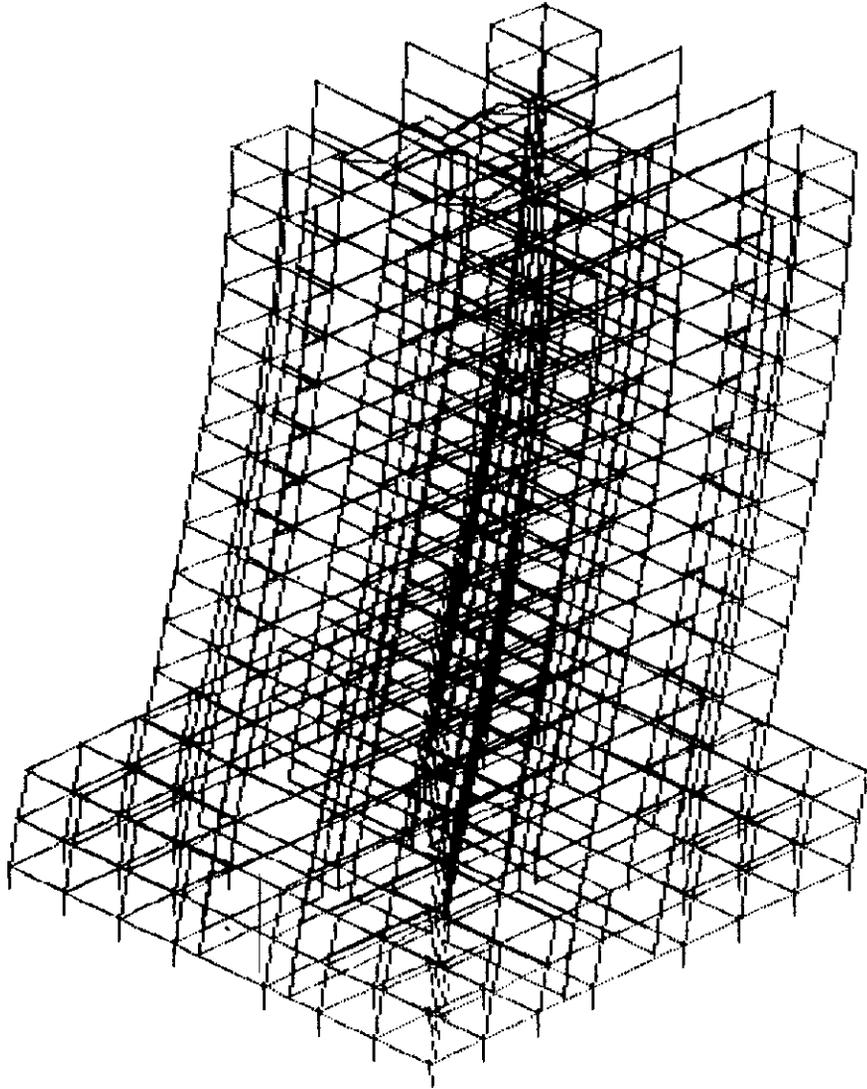
MODELE D'UN ETAGE DU NOYAU

FIG: 6\_3



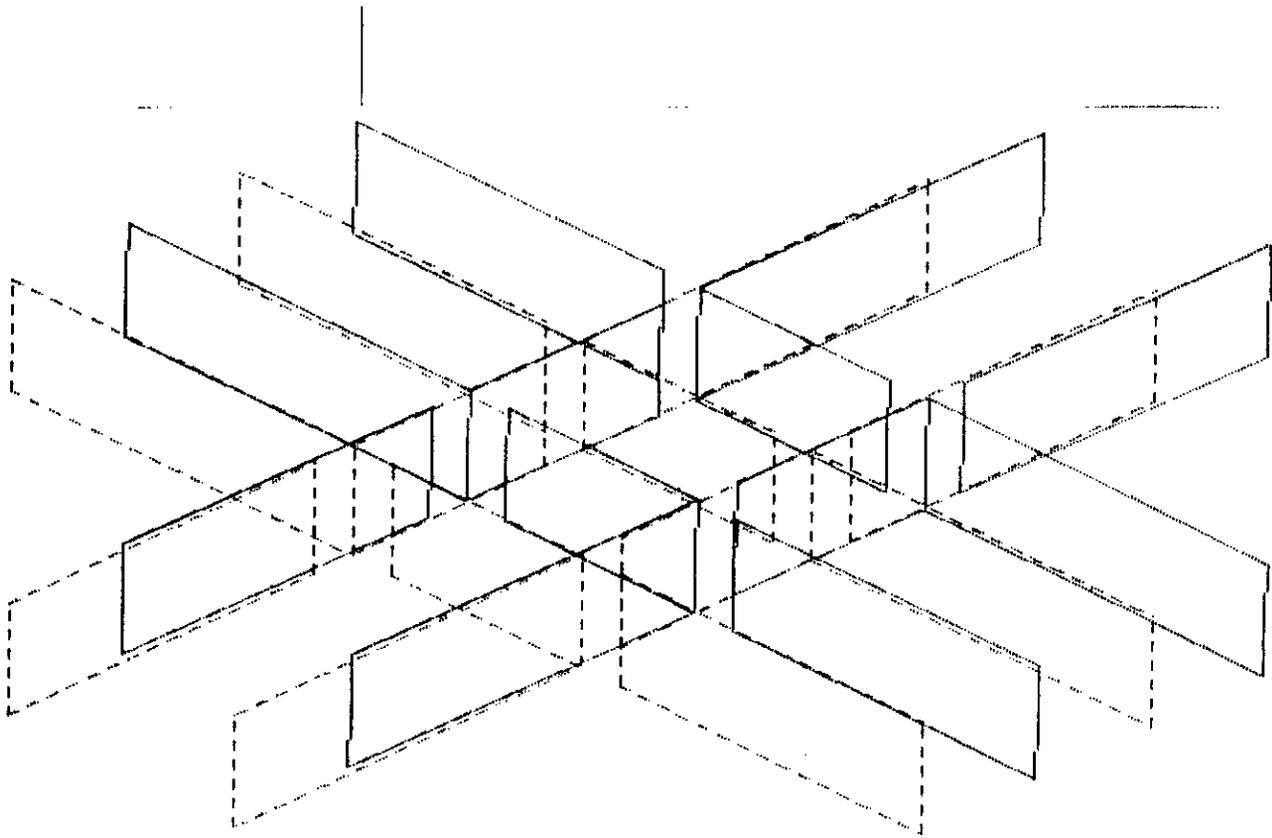
*Representation de la deformee totale  
de la structure en fonction de la hauteur.*

*Fig:6-4*



DEFORME DE LA STRUCTURE

FIG:6\_5



DEFORMATION D'UN ETAGE DE NOYAU

FIG: 6\_6

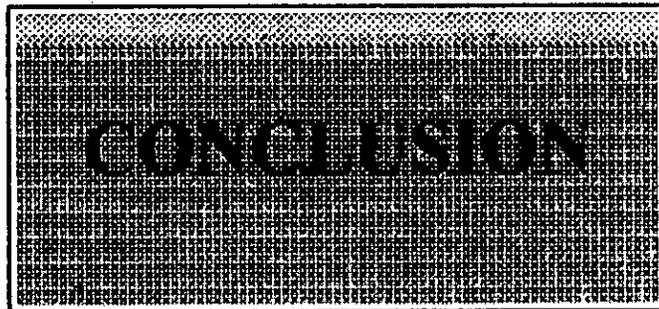
## **4 Interprétation des résultats:**

### **4-1 Les déplacements:**

On remarque d'après le tracé de la courbe des déplacements de la structure (voir figure 6.4), que cette dernière a un comportement flexionnel dans la partie basse du bâtiment, ce qui est en accord avec le fait que ce sont les voiles qui retiennent les déplacements des portiques à la base.

Dans la partie haute, la déformée est de type légèrement distortionnelle ce qui induit que ce sont les portiques qui retiennent les voiles dans la partie haute.

## CHAPITRE VII



## Conclusion

Cette étude nous a permis d'analyser une structure par deux méthodes, la première porte sur la théorie des pièces longues en voiles minces, cette théorie touche tous les noyaux de configuration complexe.

Elle tient compte aussi de fait qu'une partie des sollicitations de torsion engendrent des contraintes normales, tandis que dans la théorie de contreventement des voiles, la torsion était reprise en partie par des refends sollicités en flexion. Comme cette méthode est basée sur une approche énergétique, on a abouti à un système d'équations différentielles qui nous a permis d'analyser la structure au point de vue sollicitations et déplacements.

En ce qui concerne le monolithisme du noyau, il est assuré par l'équation de continuité dans les linteaux, ces derniers sont modélisés en éléments plaques, ayant un comportement flexionnel et distorsionnel, tandis que la détermination du C.D.T. est basée sur l'analyse sectorielle de la structure.

On en conclut, d'après la méthode de **LAREDO**, que notre système de contreventement est constitué de deux sous-systèmes travaillant conjointement:

- Un système flexionnel qui est le prépondérant.
- Et un système distorsionnel.

La seconde méthode (SAP 90) est basée sur la **discrétisation de la structure** en éléments finis.

Au contraire de la première, cette méthode nous a permis de remarquer l'effet distorsionnel des portiques à la partie haute de la structure, ce qui explique l'importance du modèle discontinu, qui est le plus conforme à la réalité que le modèle continu.

Malgré que l'analyse des structures par le calcul automatique est plus rapide, elle est très délicate au point de vue modélisation (assurer le monolithisme du noyau est un problème majeur), surtout pour les structures mixtes. Tandis que la méthode de **LAREDO** même si elle apparaît assez complexe et laborieuse, leur calcul se trouve largement simplifié.

ANNEXES

## 1 Détermination des caractéristiques d'une section ouverte

Selon la théorie de VLASSOV, les calculs permettant d'obtenir les caractéristiques mécaniques du noyau sont longs et fastidieux. Nous allons présenter dans ce qui suit une méthode analytique qui simplifie les calculs:

### 1-1 Définition d'une section:

Une section est définie comme une arborescence dont on donne les coordonnées des sommets dans un système d'axes quelconque. Voir ( fig 1 ).

Un élément rectiligne de la section est défini par:

$i(x_i, y_i) ; j(x_j, y_j)$ , son épaisseur  $e$ .

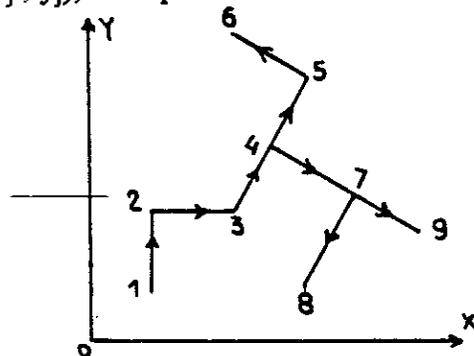


Fig: 1

### 1-2 Formules d'intégration

Les caractéristiques exprimés en intégral dans la partie théorique sont remplacés ici par des formules analytiques simples.

• Section d'un élément  $(ij)$ :

$$F = e \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}.$$

• Moment statique par rapport à OX

$$S_x = F \frac{y_j - y_i}{2}.$$

• Moment statique par rapport à OY:

$$S_y = F \frac{x_j + x_i}{2}.$$

• Moment d'inertie centrifuge par rapport à OXY:

$$S_{xy} = F \frac{(y_i + y_j)}{2} \cdot \frac{(x_i + x_j)}{2}.$$

• Moment d'inertie par rapport à OX:

$$S_{xx} = F \frac{(y_i + y_j)^2}{4}.$$

- **Moment d'inertie par rapport à OY:**

$$S_{yy} = F \frac{(x_i + x_j)^2}{4}.$$

- **Moment d'inertie propre par rapport à OX:**

$$I_{xxp} = F \frac{(y_i - y_j)^2}{12}.$$

- **Moment d'inertie propre par rapport à OY:**

$$I_{yyp} = F \frac{(x_i - x_j)^2}{12}.$$

- **Moment d'inertie propre centrifuge:**

$$I_{xyp} = F \frac{(x_i - x_j)(y_i - y_j)}{12}.$$

Les formules ci dessus sont valables pour les sections fermées comme pour les sections ouvertes; par contre, ce qui suit, suppose des sections à profil ouvert.

- **Moment sectoriel statique:**

$$S'_{\omega} = \int_0^L \omega e ds.$$

$$S_{\omega} = F \frac{\omega_i + \omega_j}{2}.$$

$\omega_i, \omega_j$ : Les coordonnées sectorielles des points  $i, j$ .

- **Moment sectoriel central d'inertie d'un élément ij:**

$$S_{\omega x} = \int_F \omega \cdot x \cdot e ds = \frac{F}{6} [\omega_j (x_i + 2x_j) + \omega_i (x_j + 2x_i)].$$

$$S_{\omega y} = \frac{F}{6} [\omega_j (y_i + 2y_j) + \omega_i (y_j + 2y_i)].$$

- **Moment sectoriel d'inertie:**

$$S_{\omega\omega} = \frac{F}{3} (\omega_i^2 + \omega_i \omega_j + \omega_j^2).$$

**Remarque:** Les formules sont obtenues à l'aide de la théorème de « Verechtchaguine ».

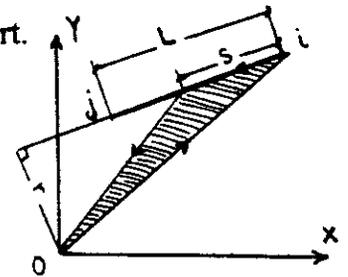


Fig: 2

### **1-3 Caractéristiques flexionnelles:**

- **Coordonnées du centre de gravité:**

$$X_G = \frac{S_y}{S}$$

$$Y_G = \frac{S_x}{S}$$

- **Moment d'inertie par rapport à  $G_x$  et  $G_y$ :**

$$I_{Gx} = \sum I_{xp} - \sum y_G^2 S_i$$

$$I_{Gy} = \sum I_{yp} - \sum x_G^2 S_i$$

$$I_{Gxy} = \sum (I_{xyp} - x_G y_G S_i)$$

- **Inclinaison des axes principaux:**

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot I_{Gxy}}{I_{Gy} - I_{Gx}}$$

- **Moments d'inertie principaux:**

$$I_{\max, \min} = \frac{I_{Gx} + I_{Gy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{Gx} - I_{Gy}}{2}\right)^2 + I_{Gxy}^2}$$

### **1-5 Caractéristiques torsionnelles:**

Si on prend  $A(ax, ay)$  comme pôle on obtient:

- **L'aire sectorielle par rapport à  $A$ :**

$$\omega_A = \omega_0 - y \cdot ax + x \cdot ay + \Omega_0$$

telle que:

$ax, ay, \Omega_0$ , sont calculées à l'intermédiaire du système d'équations suivant:

$$\begin{bmatrix} S_{yy} & -S_{xy} & S_y \\ -S_{xy} & S_{xx} & -S_x \\ S_y & S_x & S \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} ay \\ ax \\ \Omega_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -S_{ax} \\ S_{ay} \\ -S_{\omega} \end{Bmatrix}$$

- **Le moment sectoriel d'inertie:**

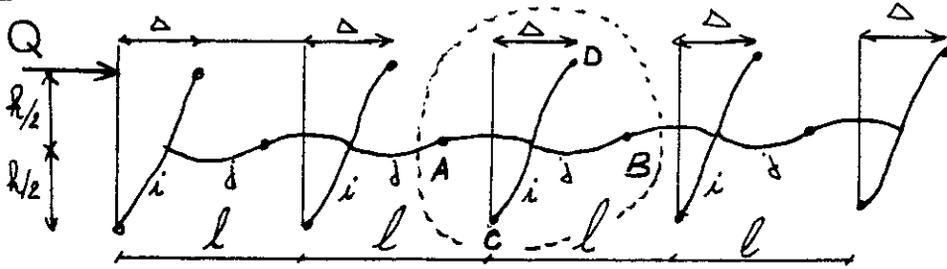
$$I_{\omega A} = \int_F \omega^2 \cdot eds = a_y S_{ax} - a_x S_{ay} + \Omega_0 S_{\omega} + S_{\omega 0}$$

## 2- Calcul de la rigidité distortionnelle équivalente d' un portique:

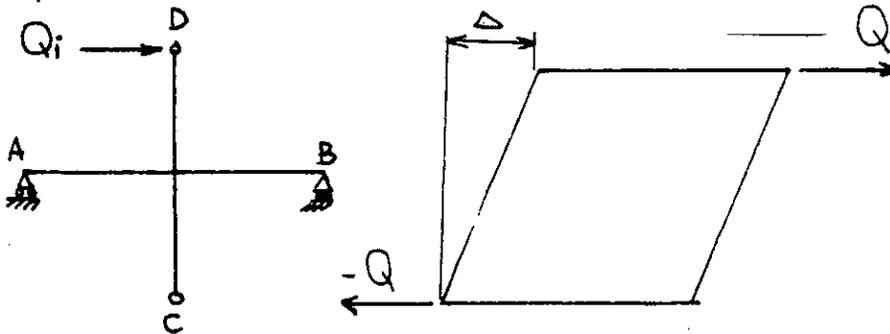
Comme on a déjà mentionné, un portique peut être assimilé à une console ne se déformant que par distorsion.

On distingue deux cas:

1er cas: portique à poteaux équidistants:



Isolant l'élément ABCD, son comportement mécanique est défini par le schéma suivant:

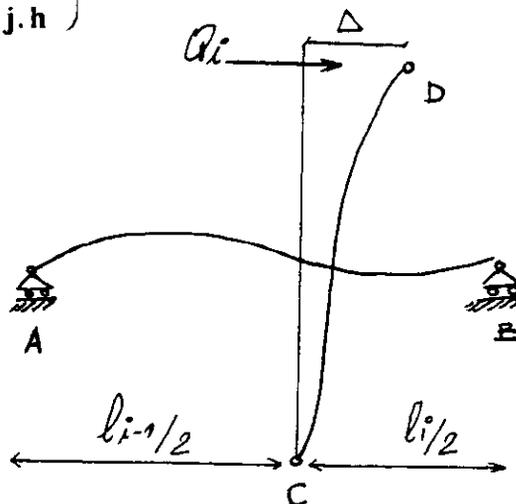


$$\Delta = \frac{h^3}{12E \cdot i} \cdot \left(1 + \frac{2i \ell}{j h}\right) Q_i \iff \Delta = \frac{h Q}{G S_r}$$

En comparant ces deux relations, on déduit

$$(G S_r) = \frac{12E \cdot i \cdot m}{h^2 \left(1 + \frac{2 \cdot i \cdot \ell}{j \cdot h}\right)}$$

2eme Cas:  $l_i \neq l_{i+1}$ :



La rigidité équivalente est donnée par:

$$(GS_r) = \frac{12E \sum i_i}{h^2 \left( 1 + \frac{2i_i}{h} \cdot \frac{\gamma_{i-1} \gamma_i}{\gamma_{i-1} + \gamma_i} \right)}$$

où:  $i_i$ : moment d'inertie du poteau "i".

$h$ : hauteur d'é tage.

$\gamma_i = \frac{\ell_i}{j_i}$  ;  $j_i$ : moment d'inertie du poutre "i".

$\gamma_{i-1} = \frac{\ell_{i-1}}{j_{i-1}}$ .

# Bibliographie

- [1] - M. LAREDO « Grand bâtiment » Edition Eyrolles, 1977
- [2] - B.Z. VLASSOV « Pièces longues en voiles minces »  
Edition Eyrolles, Paris 1951
- [3] - FUENTES « calcul pratique des ossatures Edition Eyrolles, 1983  
de bâtiments en B.A »
- [4] - J.P. MOUJIN « Cours de B.A- B..A.E.L.91 » Edition Berti, 1994
- [5] - M. ALBIGES « Centrevent des bâtiment » et GOULET
- [6] - E. WILSON « Logiciel SAP 90 »
- [7] - N. HASSAIM « P.F.E: Conception, calcul et Edition ENP.1992 comparaison  
d'une structure(R+18) »
- [8] - R. BOUCHELKIA « Etude d'une tour r+14 » Edition ENP. 1993
- [9] - M<sup>me</sup> BAOUCHE « Note de cours d'ouvrage et structures »
- [10] - M<sup>f</sup> DEMIDEM « Note du cours du calcul automatique des structures »
- [11] - DTR.B.C2-48 « RPA88 »
- [12] - DTR2-2 sur les charges et les charges d'exploitation
- [13] - Mr DAOUDI « Conception et calcul des structures Edition OPU,1984  
souwises aux seismes »
- [14] - C.G.S « Catalogue d'exemples de calcul au RPA » Edition. Alger,1995
- [15] - A. CAPRA ; « Modélisation des structures pour calcul sur ordinateur »  
Edition Eyrolles 82
- [16] - Ml. TANFOUR « PFE Analyse 3-D d'une structure contreventée par N.C »  
ENP 94.
- [17] - M. MEDDEB. PFE « Calcul des structures » ENP 91.