

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

12/95

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

*Genie Civil*  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة - BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE D'UN TABLIER  
DE PONT COURBE  
HYPERSTATIQUE

Proposé par :

ENG OA

Etudié par :

GUETTOUCHE ALI  
CHAIB-CHERIF M<sup>ed</sup>

*Nam* *pr*

Dirigé par :

M<sup>e</sup> ZOUKH

PROMOTION

ملخص



الهدف من هذه الدراسة هو حساب سطح جسر بلطي. مفرد  
الكون ذو و فصح، أنجز بخرسانة سابقة الإجهاد. وتتضمن  
الدراسة في حساب القوى و عدد الحبال السابقة الإجهاد و مراقبة  
الإجهاد و حساب المراسي

### RESUME

Cette étude a pour objectif de calculer et étudier d'un pont  
dalle à hyperstatique à 3 travées. A savoir le calcul des efforts,  
câblage de la dalle, vérification des contraintes, calcul des énergies

### Abstract

The purpos of this work is a calcul of slabbridge with pre-stressed  
concrete. We calcul a load, vérification of stress, and calcul of  
energy

## Sommaire

### Partie I

- 1- Présentation du l'ouvrage
- 2- Caractéristique géométriques
- 3- Caractéristiques des matériaux
- 4- Charges et surcharges
- 5- Lignes d'influences
- 6- Influence de la courbe en plan
- 7- Calcul des Moments longitudinaux
  - Moment sur appuis
  - Moment en travée
- 8- Effort tranchant
- 9- Moment du torsion à courbure
- 10- Répartition transversale des moments de flexion
- 11- Répartition transversale de l'effort tranchant
- 12- Moments transversaux "  $M_y$  "
- 13- Moments dus à l'excentrement des charges "  $M_{xy}$  "
- 14- Moments dus aux dénivellations d'appuis

## Partie II

- Etude de la précontrainte
- Détermination du nombre de câble en phase de construction
- Calcul des pertes
- Vérification à la flexion
- Vérification à l'effort tranchant
- Ferrailage de la dalle
- Vérification à la torsion
- Etude des encorbellements
- Vérification de la flèche
- Annexe
- Bibliographie

## Chapitre 1 :

### Présentation de l'ouvrage.

Le travail qui nous a été confié par l'E.N.G.O.A consiste à étudier un tronçon de pont qui est partie de l'échangeur du place premier mai à Alger, qui fait partie des ponts d'autoroute d'Alger .

L'ouvrage est constitué de 2 partie :

- Une partie courbe , qui comporte 8 travées de longueurs

1<sup>er</sup> travée : 23,5 m

2<sup>ème</sup> , 3<sup>ème</sup> , 4<sup>ème</sup> , 6<sup>ème</sup> travées : 24,5 m

5<sup>ème</sup> travée : 25 m

avec un rayon constant  $R = 41,5$  m

7<sup>ème</sup> travée : 28,9685 m

8<sup>ème</sup> travée : 27,044 m

- Une partie droite qui comporte 1 travée de 25 m de longueur

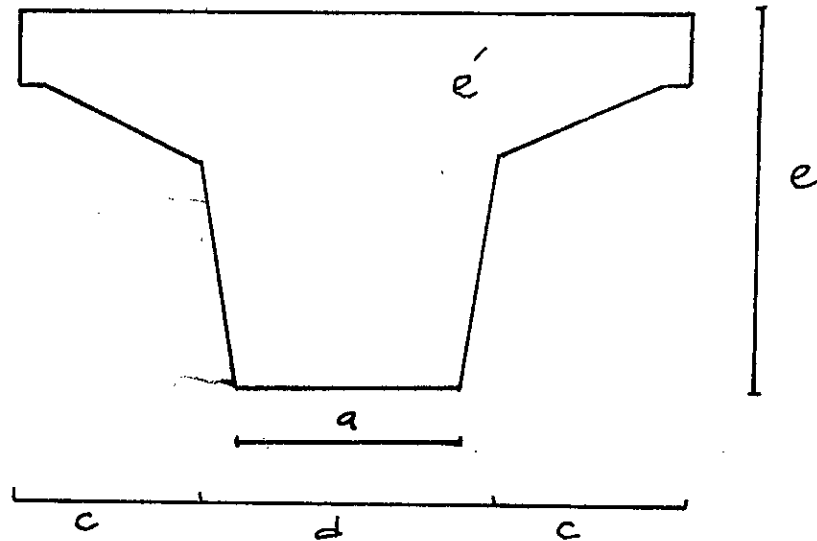
Le tablier du pont est continue , d'ou hyperstatique repose sur des piles considéré comme des appuis simple pour la flexion et encastrement pour la torsion .

Transversalement la chaussée a une largeur chargeable de 7,00 m qui représente 2 voies de 3,5 m chacune . Et on a 2 trottoirs de 1,00 m chacun .

## Chapitre 2 :

### Caractéristiques géométriques.

#### Dimensionnement :



L'épaisseur de la dalle doit vérifier la condition :

$$\frac{L}{30} \leq e \leq \frac{L}{18} \quad L : \text{longueur de la travée (L = 28,956 m)}$$

$$\rightarrow 0,9655 \leq e \leq 1,609$$

$$\text{soit } e = 1,50 \text{ m}$$

- La largeur " D " de la nervure ( intrados ) doit satisfaire à la condition suivante :  
 $D \geq 0,51$

Avec :

l : Largeur utile de l'ouvrage ( l = 9 m )

$$\Rightarrow D \geq 4,5 \text{ m} \quad \text{soit } D = 4,5 \text{ m}$$

- La largeur c de l'encorbellement doit vérifier la condition

$$c \leq 0,2 \cdot L \quad \text{avec } L = 28,965$$

$$c \leq 5,793 \quad \text{soit } c = 2 \text{ m}$$

- L'inclinaison de la face inférieure des encorbellements par rapport à l'horizontale est comprise entre  $\frac{1}{20}$  et  $\frac{1}{10}$  soit 7,5 %

$$e' = \frac{c}{4} = 0,5 \text{ m}$$

### Caractéristique géométriques de la dalle :

#### > Notations :

$Y_i$  : l'ordonnée du centre de gravité de la section ( i ) par rapport à l'axe ( ox )

$S_i$  : Surface de la section ( i )

$d_i$  : Distance entre l'axe passant par le C.D.G de la section (i) et celui passant par le C . D . G de toute la section .

V : Distance de la fibre supérieur a l'axe ( GX )

V' : Distance de la fibre inférieure à l'axe ( GX )

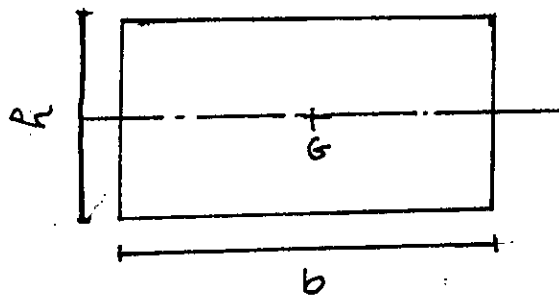
$IG_i$  : Moment de la section ( i ) par rapport à son centre de gravité

#### > Définitions :

- L'ordonnée du C.D.G :  $y_G = \frac{\sum y_i S_i}{\sum S_i}$

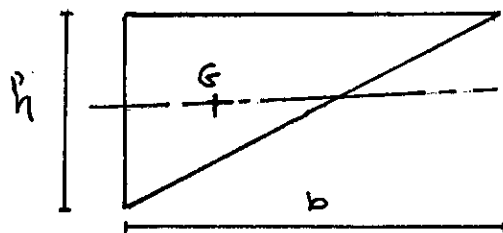
- Moment d'inertie :  $I_{GX} = \sum \left( IG_i + S_i d_i^2 \right)$

\* Moment d'inertie d'une section rectangulaire :



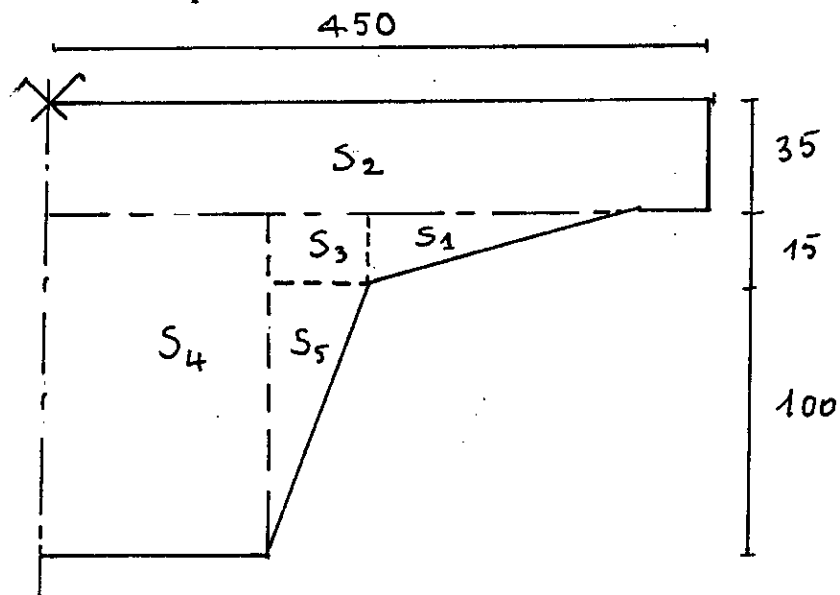
$$I_G = \frac{bh^3}{12}$$

\* Moment d'inertie d'une section triangulaire :



$$I_G = \frac{bh^3}{36}$$

\* Caracteristique de la section :





N° section	Y <sub>i</sub> (m)	S <sub>i</sub> (m <sup>2</sup> )	U (m)	I <sub>ci</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>cx</sub> (m <sup>4</sup> )
1	1,1	0,124	0,235	1,55 10 <sup>-4</sup>	0,007
2	1,325	0,1572	0,460	1,483 10 <sup>-2</sup>	0,322
3	1,075	0,375	0,210	7,03 10 <sup>-4</sup>	0,017
4	0,5	2,000	0,365	16,67 10 <sup>-2</sup>	0,433
5	0,67	0,250	0,198	1,39 10 <sup>-2</sup>	0,023
Σ		4,323			0,802
section total		8,647			I <sub>cx</sub> = 1,605 m <sup>4</sup>

- Calcul de rayon de gitation :

$$V' = 0,865 = 0,87$$

$$V = 1,5 - 0,865 = 0,635 \text{ m}$$

$$I^2 = \frac{I_{cx}}{S} = \frac{1,605}{8,40} = 0,191 \text{ m}^2$$

- Calcul du rendement géométrique :

$$\varphi = \frac{I^2}{V V'} = \frac{0,191}{0,865 \times 0,635} = 0,348$$

- Calcul de la largeur de la dalle rectangulaire équivalente :

$$I = \frac{2b(h^3)}{12} \Rightarrow 2b = \frac{12I}{h^3} \Rightarrow 2b = 12 \cdot \frac{(1,605)}{(1,5)^3} \Rightarrow 2b = 5,7 \text{ m}$$

\* Caractéristique mécaniques de la dalle :

- Charge de longue durée :( charges permanentes )

$$E = 130958,0085 \text{ Kg / cm}^2$$

- Charge du courte durée : ( surcharge -séisme )

$$E = 392874,0256 \text{ Kg / cm}^2$$

- Calcul de G et K :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \nu = 0,2$$

$$G = 163697,51 \text{ Kg / cm}^2$$

K = ?

$$K = \frac{2 A G s}{\phi_r Z ds}$$

$$\frac{2b}{e} = \frac{5,7}{1,5} = 3,8 \quad \Rightarrow 1 \leq 3,8 \leq 10$$

$$\Rightarrow K = B \cdot 2 b e^3 \quad B : \text{ du tableau au dessous}$$

\* On doit interpoler entre  $\frac{2b}{e} = 3$  et  $\frac{2b}{e} = 4$

$$\Rightarrow B = 0,278$$

$$\Rightarrow K = 0,278 \cdot 5,7 \cdot 1,5^3 = 5,352 \text{ m}^4$$

**\* Calcul des rigidités :**

- Calcul de rigidité torsionnelle

$$GK = 8760882,02$$

- Rigidité flexionnelle

$$E_I I = 6305628,111$$

$$E_V I = 210187,6036$$

<b>2b/e</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>1</b>	<b>0,208</b>	<b>0,141</b>
<b>1,5</b>	<b>0,231</b>	<b>0,96</b>
<b>2</b>	<b>0,246</b>	<b>0,229</b>
<b>2,5</b>	<b>0,258</b>	<b>0,249</b>
<b>3</b>	<b>0,267</b>	<b>0,263</b>
<b>4</b>	<b>0,282</b>	<b>0,282</b>
<b>6</b>	<b>0,299</b>	<b>0,299</b>
<b>8</b>	<b>0,307</b>	<b>0,307</b>
<b>10</b>	<b>0,313</b>	<b>0,313</b>
<b><math>\infty</math></b>	<b>1/3</b>	<b>1/3</b>

## **Chapitre 3 :**

### **Caractéristiques des matériaux .**

#### **I-Béton :**

##### **A-Béton précontraint :**

La circulaire N° 141 du 26 Octobre 53 exige pour le béton précontraint un béton de haute qualité à résistance élevée et de forte compacité et faible déformabilité .

Donc le dosage du béton de la dalle sera de  $350 \text{ Kg / m}^3$

Le ciment utilisé est le CPA 325 la dimension maximale des granulats est limitée à  $cg \leq 25 \text{ mm}$  . La contrainte nominale ( RN ) est de  $350 \text{ Kg / cm}^2 = \sigma'_{28}$  ( résistance à la compression à l'âge de 28 j )

La contrainte nominale de traction est donnée par :

$$\sigma_{28} = 7 + 0,06 \sigma'_{28} = 28 \text{ Kg / cm}^2$$

##### **\* Contrainte admissible à la compression :**

$$\text{En service : } \sigma'_b = 0,42 \sigma'_{28} \Rightarrow \bar{\sigma}'_b = 147 \text{ Kg / cm}^2$$

$$\text{En construction } \bar{\sigma}'_b = 0,55 \sigma'_{28} \Rightarrow \bar{\sigma}'_b = 192,5 \text{ Kg / cm}^2$$

##### **\* Contrainte admissible en traction :**

$$\text{En service : } \bar{\sigma}_b = 0,42 \sigma_{28} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = 11,76 \text{ Kg / cm}^2$$

$$\text{En construction : } \bar{\sigma}_b = 0,55 \sigma_{28} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = 15,4 \text{ Kg / cm}^2$$

**B-Béton armé :** ( règlement C C B A 68 )

Le dosage en ciment CPA 325 est de  $350 \text{ Kg} / \text{m}^3$

La contrainte nominale à 28 j est de :

- En compression :  $\sigma'_{28} = 270 \text{ Kg} / \text{cm}^2$

- En traction :  $\sigma_{28} = 23,2 \text{ Kg} / \text{cm}^2$

**\* Contrainte admissible à la compression :**

$$\bar{\sigma}'_b = \alpha \cdot \beta \cdot \varepsilon \cdot \gamma \cdot \xi \cdot \sigma'_{28}$$

Avec :  $\alpha$  : coefficient dépendant de la classe du ciment .  
pour le CPA 325  $\rightarrow \alpha = 1$

$\beta$  : Coefficient dépendant de l'efficacité du contrôle  
 $\beta = \frac{5}{6}$  pour les bétons moyennement contrôlés

$\gamma$  : Coefficient de la taille de granulats  
pour  $e_{\min} > 4 \text{ cg}$  en prend ( $\gamma = 1$ )

$g$  : Dépend du genre ( 1er g ou 2eme g ) et du type des sollicitations .

**- Pour le premier genre :**

- En compression simple :  $g = 0,3$

- Flexion simple ou composés avec traction  $g = 0,6$

- Flexion composée avec compression  $g$  a une valeur intermédiaire entre le premier et le deuxième .

$$g = \min \left( 0,3 \left( 1 + \frac{20}{3 e_t} \right) \cdot 0,6 \right)$$

$e_0$  : Excentricité de la force % a la section du béton

$e_1$  : Rayon vecteur (de même signe que  $e_0$ ) du noyau central de cette même section .

**- Pour le deuxième genre :**

Il suffit dans ce cas de calculer  $e_0$  et  $\bar{\sigma}'_b$  dans le cas du premier genre et de multiplier ( g ) par 1,5

$\varepsilon$  : Dépend de la forme des sections et de la position de l'axe neutre .

En compression simple :  $\varepsilon = 1$

Dans les autres cas :  $0,5 < \varepsilon < 1$

D'où la contrainte admissible de compression simple

$$\bar{\sigma}'_b = 135 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^{-2}$$

**\* La contrainte admissible de traction :**

$$\bar{\sigma}_b = \alpha \cdot B \cdot \gamma \cdot \theta \cdot \sigma'_{28}$$

$$\theta = 0,018 + \frac{2,1}{\sigma'_{28} \text{ (bars)}} = 0,026$$

$\theta$  : Facteur de dosage en Kg de ciment t / m<sup>3</sup> le béton d'où :

$$\bar{\sigma}_b = 6 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^{-2}$$

**\*Module de déformation du béton :**

1)- Module de déformation instantanée :  $E_i = 21000 \sqrt{\sigma'_n}$

2)- Module de déformation diffère :  $E_i = \frac{1}{3} E_i = 7000 \sqrt{\sqrt{n'}}$

## **II-Armatures :**

### ***A-Armatures passives :***

Toute armature autre que le précontrainte s'appelle passive .

On utilise les aciers à haute adhérence , soient les Fe E 40 pour :

$$\phi < 20 \quad \sigma_{eg} = 4200 \rightarrow \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{eg} = 2800 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$\phi \geq 20 \quad \sigma_{eg} = 4000 \rightarrow \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{eg} = 2667 \text{ Kg cm}^{-2}$$

### **- Armature longitudinale :**

$\bar{\sigma}_a = \rho_a \sigma_{eg}$  : Contrainte de traction admissible pour les armatures longitudinales .

$\rho_a = \frac{2}{3}$  : Si on ne tient pas compte de fissuration .

### **- Armature transversales :**

$\bar{\sigma}_{at} = \rho_{at} \sigma_{eg}$  : Contrainte de traction admissible pour le feuillage transversale (CCBA68)

$\sigma_{eg}$  : Limite d'élasticité nominale de l'acier constituant les armatures transversales .

#### **♦ Pour un ferrailage à la ligne moyenne :**

$$\rho_{at} = \max \left[ \frac{2}{3} ; \left( 1 - \frac{\tau_b}{9\bar{\tau}_b} \right) \right]$$

Dans le cas de non reprise de bétonnage sur la hauteur de l'élément .

#### **♦ Dans les autres cas :**

$$\rho_a = \frac{2}{3}$$

$\tau_b$  : Contrainte réelle de cisaillement du béton

$\bar{\tau}_b$  : Contrainte de cisaillement admissible

**A-Armature actives :**

Le procédé utilisé est " DYWIDAC " où les câbles sont constitués de toron 12 T 15 de section totale égale à ( 16,00 cm<sup>2</sup> ) / câble .

La précontrainte est réalisée par post tension .

**\* Caracteristiques des câbles :**

- Nombre de torons / câble 12 torons
- Section d'un câble A = 16,8 cm<sup>2</sup>
- Module d'élasticité des torons :  $E_a = 1,9 \cdot 10^7 \text{ t m}^{-2}$
- Resistance à la rupture garantie :  $R_g = 180 \text{ Kg mm}^{-2}$
- Ø intérieur de la gaine :  $\varnothing_{int} = 8,00 \text{ cm}$
- Ø extérieur de la gain :  $\varnothing_{ext} = 8,80 \text{ cm}$
- Coefficient de frottement :  $f = 0,19$
- Perte de tension relative =  $1,6 \cdot 10^{-3}$
- Cloche d'ancrage :  $\varnothing = 31 \text{ cm}$
- $F_{adm} = 242 \text{ t} = 0,8 \text{ TRG} = 0,8 \times 302,5$
- Contrainte requise par la mise en tension d'un câble  $144 \cdot \text{Kg mm}^{-2}$



## Chapitre 4:

### Charges et surcharges.

#### I-Charge permanente :

##### 1-Poids propre de la dalle : " yd"

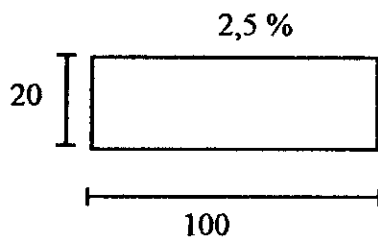
sd : Section de la dalle

$$g_d = \rho_d \cdot S_d$$

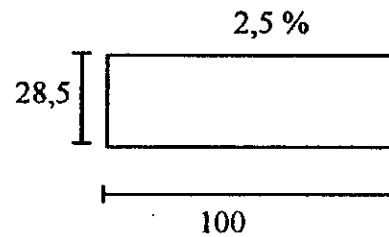
$\rho_d$  : densité du béton .

$$g_d : 2,5 \cdot 8,647 = 21,617 \text{ t/ml}$$

##### 2-poids des trottoirs :



$$g_{IG} = 0,485 \text{ t/ml}$$



$$g_{Id} = 0,64 \text{ t/ml}$$

##### 3-Garde corps-glissière de sécurité :

$$GGC + GS = 2 \times 0,16 = 0,32 \text{ t/ml}$$

#### 4-Revêtement :

$$G_R = e.L_R.\gamma_R = L_R = 7,00 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \gamma_R = 1,232 \text{ t/ml}$$
$$\gamma_R = 2,2 \text{ t/m}^3$$

La charge permanente :  $g_{cp} = 24,294 \text{ t/ml}$

#### II- Surcharges :

Pour notre cas la largeur changeable est égale à la largeur roulable :

$$L_s = L_R = 7 \text{ m}$$

Donc notre pont est rangé en 1ere classe .

Nous avons à considérer pour les calculs et conformément au fascicule 61 titre II les charges suivantes :

- Charges routières normales
- Charges routière à caractéristique particulières
- Surcharges des trottoirs

#### A-Charges routières normales

*1-Système (A) :* Le système A se compose d'une charge uniformément répartie dont l'intensité dépend de la longueur "L" chargée suivant la loi :

$$A(L) = 0,23 + \frac{36}{L+12} \quad (\text{t/m}^2)$$

Cette valeur est multipliée par les coefficients  $a_1$  et  $a_2$ , déterminés comme suit :

Pont de 1ere classe .

$$N = E \left[ \frac{L_s}{3} \right] = 2 \text{ voies}$$

Pont de 1ere classe

$$a_1 = 1$$

N = 2 voies

$$a_2 = \frac{V_0}{V} \quad \begin{array}{l} L_0 : \text{Largeur d'une voie} = 3,5 \text{ m} \\ V_0 : 3,5 \end{array}$$

$$\Rightarrow a_2 = 1$$

**2-Systeme B** : Il comprend 3 sous systèmes : Bc, Bt et Br

➤ Le système (Bc) : Composé de camions types de 30 t que l'on dispose dans autant de bandes de 2.5 m de largeur dans le cadre de la largeur changeable et dont le nombre est limité à 02 camions par file dans le sens longitudinale .

En fonction du nombre de files considérées et la classe du pont, le changement (Bc) est multiplié par un coefficient (bc)

Pont de 1 ere classe

$$bc = 1.2$$

1 voie chargée

De plus, ce chargement est frappé d'un coefficient de majoration dynamique  $\delta_{bc}$  (coefficient applicable aux 03 sous systèmes B) calculé par une formule explicitée dans le règlement .

$$\delta = 1 + \frac{0.4}{1 + 0.2L} + \frac{0.6}{1 + 4\frac{G}{S}}$$

où :

G : Charge permanente

S : Poids total des camions disposés sur le pont .

➤ Le système (Bt) : un camion qui comporte 2 essieux de 16 t chacun Il est multiplié par un coefficient ( bt = 1 , 1 er classe ).

➤ Le systeme (Br) : Roue isolée de masse de 10 t, sa surface d'impact est un rectangle uniformément chargé dont le coté transversale (en plan) mesure 0.6 m et le coté longitudinale 0.3 m .

## B-Charges routières à caractéristiques particulières :

1-Charges militaires : Comprenant 2 classes (Mc 120 et Mc 80)

Entre ces 2 charges le Mc 120 de masse totale 110t est prépondérant, il est frappé d'un coefficient de majoration dynamique ayant la même expression que celui du système (B) .

Les charges militaires ne développent aucune réaction de freinage ni force centrifuge .

2-Convoi exceptionnel :

## C-Surcharges des trottoirs :

Le règlement 2 systèmes de charges : local et général .

♦ Système local : (une charge de 450 kg/cm<sup>2</sup>) destiné à la justification des éléments des couvertures et des tabliers .

♦ Système général : (Une charge de 150 Kg/m<sup>2</sup>) à disposer sur les trottoirs d'une chaussée cette charge est cumulable avec la charge routière à caractère normale (A et B) .

## III-Charges horizontales :

1-Effet du vent : Le vent souffle horizontalement, normale à l'axe longitudinal de la longueur, il développe une pression de 250 Kg/m<sup>2</sup> .

Lorsque le vent souffle, aucune charge ne doit être appliquée sur le tablier .

La surface latérale de l'ouvrage  $S = 138,42 \text{ m}^2$

$$H_{\text{vent}} = 250.S \Rightarrow H_{\text{vent}} = 34,6 \text{ t}$$

2-Effort de freinage : Les chargements A et Bc sont superficielle de développer des réactions de freinage, effort s'exercent sur la surface de chaussée dans l'un ou l'autre sens de la circulation .

➤ *Surcharge A (Effort de freinage) :*

L'effort est égale à la fraction de son poids :

$$HF = \frac{1}{20 + 0,0035.S} \cdot A$$

S : Surface chargée en (m<sup>2</sup>)

$$A = A(l).a_1.a_2.S$$

HF<sub>max</sub> est obtenue pour le chargements de tout le pont à la fois .

$$HF = 23,7.t$$

➤ *Surcharge Bc (Effort de freinage)*

Chaque essieu d'un camion du système (Bc) peut développer un effort de freinage égal à son poids .

Donc HF<sub>(BC)</sub> = 30 t au maximum pour un camion

3-Forces centrifuges :Elles sont calculées uniquement pour le système (Bc) dans les conditions suivantes :

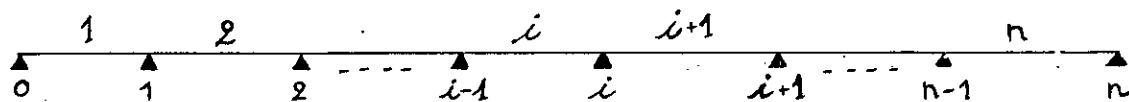
-Sur les ponts où la chaussée est courbe tous les camions du système (Bc) disposés sur celle si sont susceptibles de développer les forces centrifuges horizontales normales à l'axe de la chaussée et appliquée à sa surface .

En désignant par (R : en mètre) le rayon de l'axe de la chaussée sur le pont, il y a lieu d'adopter la force centrifuge développée par un essieu une fraction de son poids égale à :

## Chapitre 5 :

### Lignes d'influences.

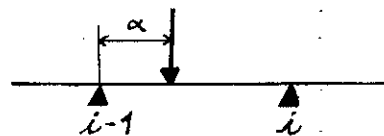
#### 1-Ligne d'influence du moment sur appui :



Soit une poutre continue à n travées (n+1 appuis)

La ligne d'influence du moment sur appui n et donnée par :

➤ Quand la charge  $P = 1$  se trouve sur la travée i :



$$M_i(\alpha) = - \frac{1}{b_i \left( \frac{1}{\varphi_i \varphi'_i} - 1 \right)} \left[ \omega'_i(\alpha) + \frac{1}{\varphi_i} \omega''_i(\alpha) \right]$$

où  $\omega'_i(\alpha)$ ,  $\omega''_i(\alpha)$  sont les rotations des sections sur appuis de la poutre droite  $A_{i-1}A_i$  simplement appuyée et soumise à la charge unité d'abscisse  $\alpha$

$$\omega'_i(\alpha) = - \int_0^{l_i} N(\alpha, x) \left( 1 - \frac{x}{l_i} \right) \frac{dx}{EI_i} \dots \dots \dots (1)$$

$$\omega''_i(\alpha) = \int_0^{l_i} N(\alpha, x) \frac{x}{l_i} \frac{dx}{EI_i} \dots \dots \dots (2)$$

avec :

$$\mu(\alpha, x) = \begin{cases} \alpha \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) & \text{pour } \alpha < x \\ \left(1 - \frac{\alpha}{l_i}\right) x & \text{pour } \alpha > x \end{cases}$$

On aura après calcul des intégrales (1) et (2)

$$\omega'_i(\alpha) = - \frac{1}{EI_i} \frac{\alpha(l_i - \alpha)(2l_i - \alpha)}{6l_i}$$

$$\omega''_i(\alpha) = - \frac{1}{EI_i} \frac{\alpha(l_i - \alpha)(l_i - \alpha)}{6l_i}$$

➤ Quand la charge  $P = 1$  se trouve sur la travée  $i+1$  :

De même le moment  $M_i(\alpha)$  provoqué par une charge unité appliquée à la travée  $i+1$  est égal :

$$M_i(\alpha) = - \frac{1}{b_{i+1} \left( \frac{1}{\varphi_{i+1} \varphi'_{i+1}} - 1 \right)} \left[ \frac{1}{\varphi'_{i+1}} \omega'_{i+1}(\alpha) + \omega''_{i+1}(\alpha) \right]$$

➤ Quand la charge unité ( $P=1$ ) se trouve à l'extérieur de l'intervalle  $A_{i-1}, A_{i+1}$

- La charge  $P = 1$  se trouve sur une travée  $S$  à droite de  $i + 1$ .

$$M_i(\alpha) = (-1)^{S-i-1} \varphi_{i+1} \varphi_{i+2} \dots \varphi_{S-1} M_{S-1}(\alpha)$$

- La charge  $P = 1$  se trouve sur une travée  $r$  à gauche de  $i$  :

$$M_i(\alpha) = (-1)^{r-1} \varphi'_{r+1} \dots \varphi'_i M_r(\alpha)$$



**2-Ligne d'influence dans une section d'abscisse x dans une travée i :**

➤ Quand la charge unité (P=1) se trouve sur la travée i :

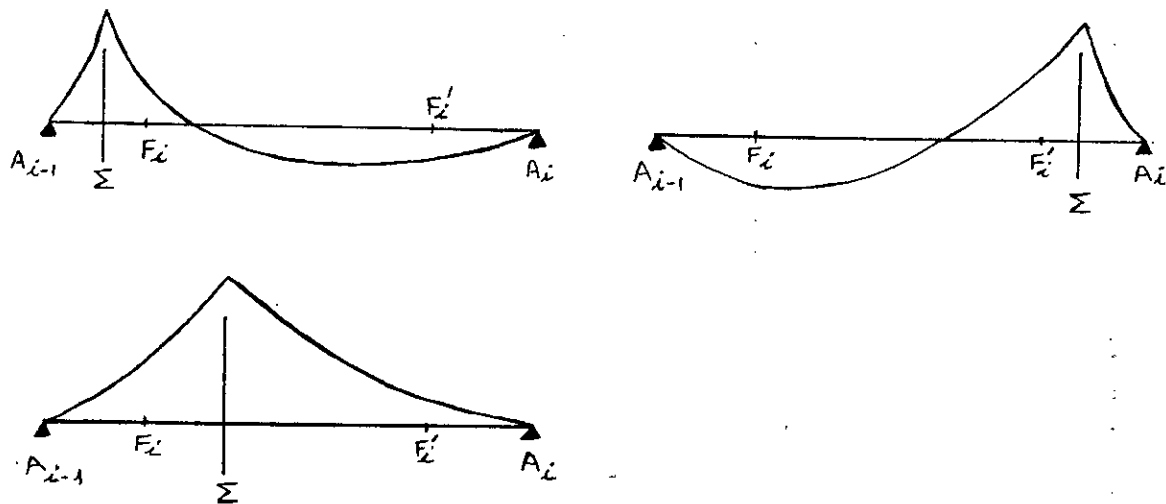
$$M(x, \alpha) = \mu(x, \alpha) + M_{i-1}(\alpha) \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_i(\alpha) \frac{x}{l_i}$$

$l_i$  : Longueur de la travée i

$\mu(x, \alpha)$  est représenté par la ligne d'influence du moment fléchissant dans section d'abscisse x et de la poutre droite  $A_{i-1}A_i$  simplement appuyée .

$M_{i-1}(\alpha)$  ,  $M_i(\alpha)$  sont représentés par les lignes d'influences des moments dans les sections sur appui  $A_{i-1}$  et  $A_i$  .

La ligne d'influence  $M(x, \alpha)$  présente suivant la position de la section par rapport aux forces  $F_i$  et  $F'_i$  de la travée l'une des formes indiquées ci dessous :



➤ Quand la charge unité (P=1) se trouve sur une travée autre que la travée i

La travée i n'est pas chargée ( $\mu = 0$ ) Le moment  $M(x, \alpha)$  est donnée par la relation :

$$M(x, \alpha) = M_{i-1}(\alpha) \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_i(\alpha) \frac{x}{l_i}$$



➤ Si la charge unité est appliquée à gauche de  $A_{i-1}$  on a :

$$M_{i-1} = -\frac{1}{\varphi'_i} M_i(\alpha)$$

et par conséquent

$$M(x, \alpha) = \left[ \frac{x}{l_i} \left( 1 + \frac{1}{\varphi'_i} \right) - \frac{1}{\varphi'_i} \right] M_i(\alpha)$$

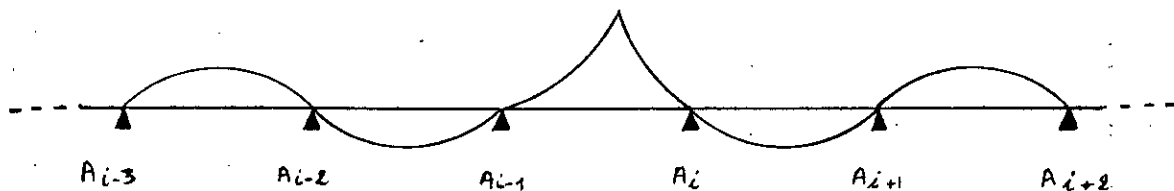
➤ Si la charge unité est appliquée à droite de  $A_i$  on a :

$$M_{i-1}^{(\alpha)} = -\varphi_i M_i(\alpha)$$

et par conséquent :

$$M(x, \alpha) = \left[ \frac{x}{l_i} (1 + \varphi_i) - \varphi_i \right] M_i(\alpha)$$

La ligne d'influence aura la forme suivante :



### Détermination des moments dus aux surcharges :

En considère les différentes possibilités de chargement et en utilisant les lignes d'influence déjà tracée, nous pouvons avoir les surcharges les plus déterminantes (qui provoquent les effets les plus défavorables dans la structure) .

On place les surcharges sur la structure de façon à avoir les  $Y_i$  les plus importants de la ligne d'influence .

#### Calcul du moment pour :

1-Charge répartie :

D'après la théorie des lignes d'influence ;

$$M(x) = P \cdot y_{\text{moy}} \quad \text{avec} \quad y_{\text{moy}} = \frac{S}{l_c}$$

S : La surface de la ligne d'influence correspondant à la charge P

$l_c$  : Longueur de la charge réparti P .

(S) sera calculée par la méthode de Simpson

$$S = \int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{3.m} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{n-1} + y_n]$$

m étant pair :

$$2- \quad y_{\text{moy}} = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i} : \text{ pour un ensemble de charges concentrées .}$$

**N.B** : L'étude des lignes d'influence (Voir annexe) , montre que les sections dangereuses pour le cas des surcharges se trouvent

1 travée :  $0,4.l_1$

9 travée :  $0,6.l_6$

pour les autres cas à mi-travée (0,5.l<sub>i</sub>)

## Exemples de calcul :

□ *Moments en travées :*

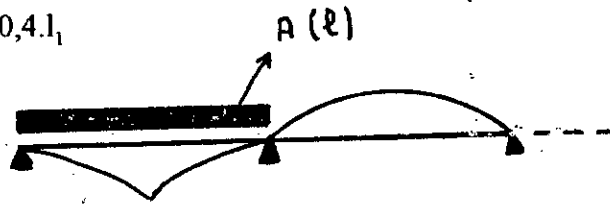
1-Surcharge  $A(l)$  :

$$A(l) = 0,23 + \frac{36}{1+12}$$

$l$  : longueur de la charge répartie :

1-1-Moment au droit de la section  $\Sigma$  à  $x = 0,4.l_1$

- *Travée 1 seule chargée :*



$$A(l) = 0,23 + \frac{36}{23,5+12} = 1,244 \text{ t/m}^2$$

avec ( $a_0 = a_1 = 1$ )

$l = 7 \text{ m}$  (2 voies chargées)  $A(l) = 1,244 \times 7 = 8,709 \text{ t/ml}$

$$S = 62,07 \rightarrow y_{\text{moy}} = 2,642$$

$$M(0,4 l_1) = 2,642 \times 23,5 \cdot 8,709$$

$$M(0,4 l_1) = 540,74 \text{ t.m}$$

- *Travées (1 et 3 chargées) :*



$$A(l) = A(l_1 + l_2)$$

$$A(l) = 0,83 \text{ t/m}^2$$

$$y_{\text{moy}} = \frac{S_1 + S_2}{l_e} = 1,38 \rightarrow M(0,4 l_1) = 1,38 \cdot 5,71 \cdot 48 = 378,23 \text{ t.m}$$

**Remarque :** On remarque que selon l'expression de  $A(l)$ ; cette dernière est fonction de  $Nl$ ; ie : plus la longueur chargée  $P$  augmente et plus  $A(l)$  diminue .

2-Surcharges  $M_{c120}$  :

Pour avoir l'effet max en centre la charge  $M_{c120}$  au droit de la section  $\Sigma x = 0,41$ ,

$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
2,996	3,981	4,81	4,25	3,35

$$y_{\text{moy}} = 4,074$$

$$M(0,41) = 110 \cdot 4,074 \cdot \delta_{Mc120}$$

$$M(0,41) = 484,011 \text{ t.m}$$

3-Surcharge Bc :

$$M(0,41) = \Sigma P_i y_i \delta_{bc}$$

$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
1,75	3,71	4,81	2,3	1,75	1,11

$$\Sigma P_i y_i = 160,86 \text{ t.m}$$

$$\Rightarrow M(0,41) = 160,86 \cdot \delta_{bc} = 160,86 \cdot 1,083$$

$$M(0,41) = 174,211 \text{ t.m}$$

**Conclusion** : Pour le moment en travée :

1-Surcharge A(1) : une travée chargée et non 2 travées chargées est le cas le plus défavorable .

2-Surcharge Bc : Le moment longitudinale produit par la surcharge Bc est relativement faible par rapport aux autres surcharges .

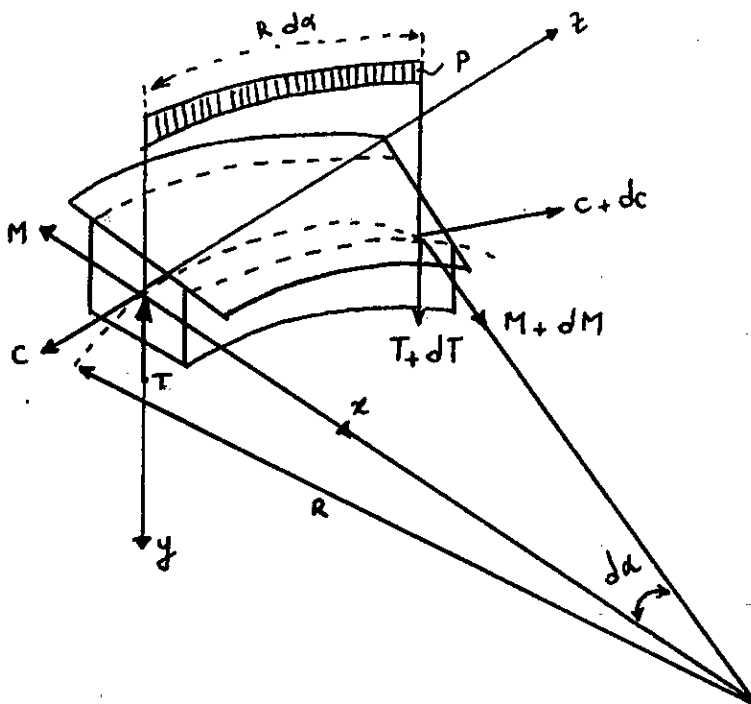
***Moments aux appuis*** :

Pour ce qui est moment aux appuis, les lignes d'influences montrent qu'on doit charger les 2 travées adjacents à l'appui considéré (i) .

## Chapitre 6 :

### Influence de la courbure en plan.

- Influence de la courbure en plan sur les sollicitations dépend essentiellement de la partie angulaire  $\alpha_1 = \frac{1}{R}$  hypothèse de calcul
- L'élément barre doit résister essentiellement à la torsion uniforme ( due à la courbure ) ie :  $G K I^2 \gg EI$
- Section transversal doit être indéformable ( ie : les entretoises ne doivent pas être trop espacées ) . Pour notre cas cette condition est vérifiée : cas d'une dalle .
- $K = \text{constant}$  ;  $I = \text{constant}$  ;  $R = \text{constant}$   $\rightarrow$  condition vérifiées
- Déformation dues à l'effort tranchant  $T$  sont considérées comme étant négligeables
- Equation différentielles de la flexion sous charges centrées :



-On considère l'élément de poutre si dessous .

**- Conditions d'équilibre**

**a / équilibre suivant x :  $\sum M_x = 0$**

$$M + (M + dM) - (T + dT)R d\alpha + (c + dc) d\alpha - PR^2 \frac{d\alpha^2}{2} = 0$$

En négligeant les termes du second ordre on aura

$$dM - TR d\alpha + c d\alpha = 0 \Rightarrow dM = TR d\alpha - c d\alpha$$

$$\frac{dM}{d\alpha} = TR - c \quad (1)$$

**b / Equilibre suivant y :  $\sum M_y = 0$**

$$-T + (T + dT) + PR d\alpha = 0 \Rightarrow dT + PR d\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{d\alpha} = -PR \quad (2)$$

**c / Equilibre suivant z :  $\sum M_z = 0$**

$$-c + (c + dc) + (T + dT)R d\alpha^2 - (M + dM) d\alpha - PR \frac{d\alpha^3}{2} = 0$$

En négligeant les termes du second ordre :

$$dc - M d\alpha = 0 \Rightarrow \frac{dc}{d\alpha} = M \quad (3)$$

- En dérivant (1) par rapport à  $\alpha$  et en tenant compte de (2) et (3) on obtiendra l'équation différentielle de la flexion :

$$\text{On a d'après (1) : } \frac{dM}{d\alpha} = TR - c \Rightarrow \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{dM}{d\alpha} \right) = \frac{d}{d\alpha} (TR - c)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 M}{d\alpha^2} = \frac{dT}{d\alpha} R - \frac{dc}{d\alpha} \quad ; \text{ d'après la relation ( 2 ) on sait que}$$

$$\frac{dT}{d\alpha} = - P R \quad ; \text{ d'après la relation ( 3 ) on sait que}$$

$$\frac{dc}{d\alpha} = M$$

$$\text{d'où } \frac{d^2 M}{d\alpha^2} = - P R^2 - M \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 M}{d\alpha^2} + M = - P R^2 \quad ( 4 )$$

### **Déformation d'une poutre circulaire**

Les déformations d'une poutre circulaire soumise à l'action des charges verticales sont caractérisées par les grandeurs suivantes :

$T V (\alpha)$  : Déformation verticale de l'axe de gravité de la poutre

$C \varphi (\alpha)$  : Rotation de la section autour de l'axe de gravité

$M \theta (\alpha)$  : Rotation normale à l'axe de gravité de la poutre

### **Poutre circulaire sollicitée par une charge répartie centrée**

Soit une poutre simplement appuyée à la flexion , bi encastrée à la torsion et sollicitée par une charge répartie  $P$



En intégrant l'équation différentielle donnée par la relation ( 4 ) de façon à satisfaire les 2 conditions aux limites

$$M(\alpha = 0) = 0 \text{ et } M(\alpha = \alpha_1) = 0$$

on a  $\frac{d^2 M}{d\alpha^2} + M = -P R^2$

équation différentielle d'ordre 2 avec second membre, son intégrale sera de la forme suivante :

$$M(\alpha) = -P R^2 + A \sin(\alpha) + B \cos(\alpha)$$

.  $M(0) = 0 \Rightarrow B = P R^2$

.  $M(\alpha_1) = 0 \Rightarrow A = \frac{P R^2 (1 - \cos \alpha_1)}{\sin \alpha_1}$

$$M(\alpha) = 2 P R^2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}$$

à partir des relations ( 1 ) et ( 2 ) on aura les expressions de C et T

( 2 )  $\frac{dM}{d\alpha} = T R - c \Rightarrow C(\alpha) = T(\alpha) \cdot R - \frac{dM(\alpha)}{d\alpha}$

$$C(\alpha) = T(\alpha) \cdot R - P R^2 \frac{\sin\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}$$

$$T(\alpha) = T_A - P R \int_0^\alpha d\alpha = T_A - P R \alpha \quad \text{avec} \quad T_A = P R \frac{\alpha_1}{2}$$

$$T(\alpha) = P R \left( \frac{\alpha_1}{2} - \alpha \right)$$

### Expression des efforts intérieurs

$$M(\alpha) = 2 \cdot P \cdot R^2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}$$

$$T(\alpha) = P \cdot R \left(\frac{\alpha_1}{2} - \alpha\right)$$

$$C(\alpha) = P \cdot R^2 \cdot \left[ \left(\frac{\alpha_1}{2} - \alpha\right) - \frac{\sin\left(\frac{\alpha_1}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)} \right]$$

### Poutre circulaire sollicitée par une charge concentrée excentrée

On considère une poutre circulaire simplement appuyée à la flexion et bi encastrée à la torsion et on détermine les efforts intérieurs développés par une charge concentrée  $P$  appliquée au droit de la section d'abscisse  $\alpha_P$

### Les conditions d'équilibre des efforts intérieurs dans ce cas sont :

#### 1 - Effort tranchant :

$$0 < \alpha < \alpha_P \quad : \quad T(\alpha) = T_A$$

$$\alpha_P < \alpha < \alpha_1 \quad : \quad T(\alpha) = T_A - P$$

## 2 - Moment fléchissant :

$$0 < \alpha < \alpha_P : M(\alpha) = M_1 \cos \alpha - C_1 \sin \alpha = T_A R \sin \alpha$$

$$\alpha_P < \alpha < \alpha_1 : M(\alpha) = M_A \cos \alpha - C_A \sin \alpha + T R \sin \alpha \\ - PR \sin(\alpha - \alpha_P) - M_D \sin(\alpha - \alpha_1)$$

$$M_D = P \cdot x_D : \text{charge de torsion}$$

d'où

$$M(\alpha) = M_A \cos \alpha - C_A \sin \alpha + T_A R \sin \alpha - P(R + x_D) \sin(\alpha - \alpha_2)$$

## 3 - Moment de torsion :

$$0 < \alpha < \alpha_P : C(\alpha) = c_A \cos \alpha + T_A R (1 - \cos \alpha)$$

$$\alpha_P < \alpha < \alpha_1 : C(\alpha) = c_A \cos \alpha + T_A R (1 - \cos \alpha) \\ + P x_D \cos(\alpha - \alpha_P) - P R [1 - \cos(\alpha - \alpha_P)]$$

## Efforts intérieurs

$$0 < \alpha < \alpha_D$$

$$T(\alpha) = P \left( 1 - \frac{\alpha_P}{\alpha_1} \right)$$

$$M(\alpha) = P R \left( 1 + \frac{x_D}{R} \right) \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_P)}{\sin(\alpha_1)} \cdot \sin \alpha$$

$$C(\alpha) = PR \left[ \left( 1 - \frac{\alpha_P}{\alpha_1} \right) - \frac{\left( 1 - \frac{\alpha_P}{R} \right) \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_P)}{\sin \alpha_1} \right] \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha_P < \alpha < \alpha_1$$

$$T(\alpha) = -\frac{\alpha_P}{\alpha_1} \cdot P$$

$$M(\alpha) = P R \left( 1 - \frac{x_D}{R} \right) \frac{\sin \alpha_P \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha_1}$$

$$C(\alpha) = -PR \left[ \frac{\alpha_P}{\alpha_1} - \frac{\left( 1 - \frac{x_D}{R} \right) \sin \alpha_P \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha_1} \right]$$

**Remarque :**

Le moment fléchissant dû à une charge excentrée est donc égal à  $M(\alpha)$  dû à cette charge supposée centrée multiplié par le coefficient  $D = 1 + \frac{x_D}{R}$  avec  $x_D > 0$  s'il est situé du côté opposé au centre de courbure de la fibre moyenne .

**Les déplacements :**

Ils sont donnés par la formules de Bresse :

$\omega(\theta)$  : Rotation de flexion

$\varphi(\theta)$  : Rotation de torsion

$W(\theta)$  : La flèche

$$\omega(\theta) = \omega(0) \cos \theta - \varphi(0) \sin \theta$$

$$- \int_0^\theta \cos(\theta - \beta) \frac{M(\beta)}{EI} r d\beta + \int_0^\theta \sin(\theta - \beta) \frac{T(\beta)}{GK} r d\beta$$

$$\varphi(\theta) = \varphi(0) \cos \theta + W(0) \sin \theta$$

$$- \int_0^\theta \sin(\theta - \beta) \frac{M(\beta)}{EI} r d\beta - \int_0^\theta \cos(\theta - \beta) \frac{T(\beta)}{GK} r d\beta$$

$$W(\theta) = W(0) + r \left[ \varphi(0) - \varphi(\theta) - \int_0^\theta \frac{T(\beta)}{GK} r d\beta \right]$$

## Chapitre 7 :

### Calcul des moments moyens longitudinaux .

-Pour pouvoir déterminer les moments longitudinaux en travées d'un pont continue, on assimile le pont continue à une poutre continue et on calcul le moment fléchissant moyen. Pour cela on utilise la méthode des trois moments .

-Equation pour la travée (i) :

$$b_i M_{i-1} + (c_i + a_{i-1}) M_i + b_{i-1} M_{i+1} = \theta_{i,0}^d - \theta_{i,0}^g$$

où :

$a_i, b_i, c_i$  : représentent les constantes mécaniques .

$\theta_{i,0}^d, \theta_{i,0}^g$  : rotations isostatiques de gauche et de droite de l'appui (I)

$M_{i-1}, M_i, M_{i+1}$  : Les moments sur l'appui

#### 1-Moments sur appuis :

A-Calcul des matrices des constantes mécaniques :

Pour une poutre continue de 9 travées, on a le système suivant :

$$(C_1 + a_2).M_1 + b_2 M_2 = \theta_{1,0}^d - \theta_{1,0}^g$$

$$b_2 M_1 + (a_3 + C_2).M_2 + b_3 M_3 = \theta_{2,0}^d - \theta_{2,0}^g$$

$$\begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix}$$

$$b_8 M_7 + (a_9 + C_6).M_8 = \theta_{8,0}^d - \theta_{8,0}^g$$

$$\begin{bmatrix}
 a_2 + c_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 b_2 & a_3 + c_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & b_3 & a_4 + c_3 & b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & b_4 & a_5 + c_4 & b_5 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & b_5 & a_6 + c_5 & b_6 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & a_7 + c_6 & b_7 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_7 & a_8 + c_7 & b_8 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_8 & a_9 + c_8
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 M_1 \\
 M_2 \\
 M_3 \\
 M_4 \\
 M_5 \\
 M_6 \\
 M_7 \\
 M_8
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \theta_{1,0}^d - \theta_{1,0}^s \\
 \theta_{2,0}^d - \theta_{2,0}^s \\
 \theta_{3,0}^d - \theta_{3,0}^s \\
 \theta_{4,0}^d - \theta_{4,0}^s \\
 \theta_{5,0}^d - \theta_{5,0}^s \\
 \theta_{6,0}^d - \theta_{6,0}^s \\
 \theta_{7,0}^d - \theta_{7,0}^s \\
 \theta_{8,0}^d - \theta_{8,0}^s
 \end{bmatrix}$$

-Pour une travée droite :

$$a_i = c_i = \frac{I_i}{3EI}$$

$$b_i = \frac{I_i}{6EI}$$

-Pour une travée courbe :

$$a_i = c_i = R \left( \frac{1}{EI} + \frac{1}{GK} \right) \cdot \frac{\alpha l_i - \sin \alpha l_i \cdot \cos \alpha l_i}{2 \sin^2 \alpha l_i} - \frac{R}{GK} \left( \frac{1}{A_{li}} - \frac{\cos \alpha l_i}{\sin \alpha l_i} \right)$$

$$b_i = R \left( \frac{1}{EI} + \frac{1}{GK} \right) \cdot \frac{\sin \alpha l_i \cdot \alpha l_i \cos \alpha l_i}{2 \sin^2 \alpha l_i} - \frac{R}{GK} \left( \frac{1}{\sin \alpha l_i} - \frac{1}{\alpha l_i} \right)$$

1)-Charge de courte durée (AL , B<sub>c</sub> , M<sub>c120</sub>)

N° travée	a <sub>i</sub> = c <sub>i</sub> (x 10 <sup>-6</sup> )	b <sub>i</sub> (x 10 <sup>-6</sup> )
1	1,386	0,693
2	1,446	0,723
3	1,446	0,723
4	1,446	0,723
5	1,476	0,738
6	1,446	0,723
7	1,792	0,898
8	1,63	0,815
9	1,322	0,661

2)-Charge de longue durée (CP )

N° travée	$a_i = c_i$ (x 10 <sup>-6</sup> )	$b_i$ (x 10 <sup>-6</sup> )
1	4,088	2,044
2	4,258	2,129
3	4,258	2,129
4	4,258	2,129
5	4,344	2,172
6	4,258	2,129
7	5,248	2,624
8	4,78	2,39
9	3,965	1,984

Charge de longue durée = CMI =

$$\begin{bmatrix} 8,346 & 2,129 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2,129 & 8,516 & 2,129 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,129 & 8,516 & 2,129 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,129 & 8,602 & 2,172 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,172 & 8,602 & 2,129 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,129 & 9,506 & 2,624 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,624 & 10,028 & 2,39 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,39 & 8,745 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$

Charge de longue durée = CM

$$\begin{bmatrix} 2,832 & 0,723 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,723 & 2,892 & 0,723 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,723 & 2,892 & 0,723 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,723 & 2,922 & 0,738 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,738 & 2,922 & 0,723 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,723 & 3,238 & 0,898 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,898 & 3,422 & 0,815 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,815 & 2,952 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$

## B-Calcul des rotations aux appuis :

### 1-Charge uniformément répartie :

➤ *Travée droite :*

$$\theta_{i,0}^d = \frac{-p.l_i^3}{24.EI}$$

$$\theta_{i+1,0}^g = \frac{p.l_i^3}{24.EI}$$

➤ *Travée courbé :*

$$\theta_{i+1,0}^d = \frac{PR^3}{GK} \left[ \frac{\alpha l_i}{2} + \frac{\alpha l_i}{4 \cos^2\left(\frac{\alpha l_i}{2}\right)} - \frac{3}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha l_i}{2} \right] - \frac{PR^3}{2.EI} \left[ \frac{\alpha l_i}{2 \cos^2\left(\frac{\alpha l_i}{2}\right)} - \operatorname{tg} \frac{\alpha l_i}{2} \right]$$

$$\theta_{i+1,0}^g = -\frac{PR^3}{GK} \left[ \frac{\alpha l_i}{2} + \frac{\alpha l_i}{4 \cos^2\left(\frac{\alpha l_i}{2}\right)} - \frac{3}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha l_i}{2} \right] + \frac{PR^3}{2.EI} \left[ \frac{\alpha l_i}{2 \cos^2\left(\frac{\alpha l_i}{2}\right)} - \operatorname{tg} \frac{\alpha l_i}{2} \right]$$

### 2-Charge partielle répartie :

➤ *Travée droite :*

- Charge centrée (résultante à mi-travée)

$$\theta_{i,0}^d = \frac{pb(3l_i^2 - b^2)}{48.EI}$$

$$\theta_{i,0}^g = \frac{pb(3l_i^2 - b^2)}{48.EI}$$

- Charge excentrée (résultante ne passe pas par le point de mi-travée).

$$\theta_{i,0}^d = -\frac{pb(b+2c)}{48.EI.l_i} \left( 4l_i^2 - (b+2c)^2 - b^2 \right)$$

$$\theta_{i+1,0}^g = \frac{pb(2a+b)}{48.EI.l_i} \left( 4l_i^2 - (b+2a)^2 - b^2 \right)$$



Pour la travée courbe, on a pas une formule pour la charge partiellement répartie.  
 Pour cela on utilise la formule de rotation pour les charges concentrées .

$$\theta_{i,0}^d = -\frac{PR^2}{\sin \alpha_i} \left( \frac{1}{EI} + \frac{1}{GK} \right) \left[ \frac{\alpha_i}{2} \cdot \sin \left( \frac{\alpha_p}{\alpha_i} \right) - \frac{\alpha_p}{2} \cos(\alpha_i - \alpha_p) \right]$$

$$+ \frac{PR^2}{\sin \alpha_i} \cdot \frac{1}{GK} \left[ \sin(\alpha_i - \alpha_p) - \frac{(\alpha_i - \alpha_p)}{\alpha_i} \cdot \sin \alpha_i \right]$$

$$\theta_{i+1,0}^g = \frac{PR^2}{\sin \alpha_i} \left( \frac{1}{EI} + \frac{1}{GK} \right) \left[ \frac{\alpha_i}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha_i - \alpha_p)}{\sin \alpha_i} - \frac{(\alpha_i - \alpha_p) \cdot \cos \alpha_p}{2} \right]$$

$$- \frac{PR^2}{\sin \alpha_i} \cdot \frac{1}{GK} \left[ \sin \alpha_p - \frac{(\alpha_p)}{\alpha_i} \cdot \sin \alpha_i \right]$$

**1-Charge de la dale :**

$$p = 24,294 \text{ t/ml}$$

N° d'appui (i)	$\theta_i^g$ ( $\times 10^{-3}$ )	$\theta_i^d$ ( $\times 10^{-3}$ )	$(\theta_i^g - \theta_i^d)$ ( $\times 10^{-3}$ )
0	0	-6,76	-6,29
1	6,76	-7,53	-14,29
2	7,53	-7,53	-15,06
3	7,53	7,53	-15,06
4	7,53	-7,93	-15,46
5	7,93	-7,53	-15,46
6	7,53	-12,9	-20,43
7	12,9	-10,2	-23,1
8	10,2	-7,52	-17,72
9	7,52	0	-7,52

**2-Surcharge de trottoirs :**

P = 0,300 t/ml

N° d'appui (i)	$\theta_i^g$ ( $\times 10^{-5}$ )	$\theta_i^d$ ( $\times 10^{-5}$ )	$(\theta_i^g - \theta_i^d)$ ( $\times 10^{-5}$ )
0	0	-2,738	-2,738
1	2,738	-3,05	-5,738
2	3,05	-3,05	-6,1
3	-3,05	3,05	-6,1
4	3,05	-3,4	-6,25
5	3,2	-3,05	-6,25
6	3,05	-5,184	-8,134
7	5,184	-4,11	-9,294
8	4,11	-3,097	-7,207
9	3,097	0	-3,097

**3-Surcharge  $\Delta(I)$  :**

Travées chargées	N° d'appui	rotation gauche $\theta_i^g$ ( $\times 10^{-4}$ )	rotation droite $\theta_i^d$ ( $\times 10^{-4}$ )	$(\theta_i^d - \theta_i^g)$ ( $\times 10^{-4}$ )
1 + 2	0	0	-5,3	-5,3
	1	5,3	-5,9	-11,10
	2	5,90	0	-5,9
2 + 3	1	0	-5,82	-5,82
	2	5,82	-5,82	-11,64
	3	5,82	0	-5,82
3 + 4	2	0	-5,82	-5,82
	3	5,82	-5,82	-11,64
	4	5,82	0	-5,82
4 + 5	3	0	-5,787	-5,787
	4	5,787	-6,096	-11,883
	5	6,096	0	-6,096
5 + 6	4	0	-6,096	-6,096
	5	6,096	-5,787	-11,883
	6	5,787	0	-5,787
6 + 7	5	0	-5,543	-5,543
	6	5,543	-9,435	-14,978
	7	9,435	0	-9,435
7 + 8	6	0	-9,186	-9,186
	7	9,186	-7,288	-16,474
	8	7,288	0	-7,288
8 + 9	7	0	-7,602	-7,602
	8	7,602	-5,725	-13,327
	9	5,725	0	-5,725

**4- Rotation sous surcharge  $M_{C120}$  :**

Travées chargées	N° d'appui	rotation gauche $\theta_1^g$ ( $\times 10^{-4}$ )	rotation droite $\theta_1^d$ ( $\times 10^{-4}$ )	$(\theta_1^d - \theta_1^g)$ ( $\times 10^{-4}$ )
1	0	0	-6,822	-6,822.10 <sup>-4</sup>
	1	6021	0	-6,021.10 <sup>-4</sup>
2	1	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>	-7,22.10 <sup>-4</sup>
	2	7,22.10 <sup>-4</sup>	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>
3	2	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>	-7,22.10 <sup>-4</sup>
	3	7,22.10 <sup>-4</sup>	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>
4	3	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>	-7,22.10 <sup>-4</sup>
	4	7,22.10 <sup>-4</sup>	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>
5	4	0	-7,49.10 <sup>-4</sup>	-7,49.10 <sup>-4</sup>
	5	7,49.10 <sup>-4</sup>	0	-7,49.10 <sup>-4</sup>
6	5	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>	-7,22.10 <sup>-4</sup>
	6	7,22.10 <sup>-4</sup>	0	-7,22.10 <sup>-4</sup>
7	6	0	-10,59.10 <sup>-4</sup>	-10,59.10 <sup>-4</sup>
	7	10,59.10 <sup>-4</sup>	0	-10,59.10 <sup>-4</sup>
8	7	0	8,954.10 <sup>-4</sup>	-8,959.10 <sup>-4</sup>
	8	8,954.10 <sup>-4</sup>	0	-8,954.10 <sup>-4</sup>
9	8	0	-5,997.10 <sup>-4</sup>	-5,997.10 <sup>-4</sup>
	9	6,816.10 <sup>-4</sup>	0	-6,816.10 <sup>-4</sup>



➤ 2<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (2+3) chargées)

$$M_1 = -118,212 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -341,94 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -123,99 \text{ t.m}$$

$$M_4 = +32,912 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -8,842 \text{ t.m}$$

$$M_6 = +2,141 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -0,601 \text{ t.m}$$

$$M_8 = +0,166 \text{ t.m}$$

➤ 3<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (3+4) chargées)

$$M_1 = +31,654 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -123,988 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -340,68 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -123,246 \text{ t.m}$$

$$M_5 = +33,112 \text{ t.m}$$

$$M_6 = - 8,018 \text{ t.m}$$

$$M_7 = +2,252 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -0,6217 \text{ t.m}$$

➤ 4<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (4+5) chargées)

$$M_1 = -8,342 \text{ t.m}$$

$$M_2 = +32,674 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -122,355 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -343,669 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -129,589 \text{ t.m}$$

$$M_6 = +31,380 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -8,814 \text{ t.m}$$

$$M_8 = +2,433 \text{ t.m}$$

➤ 5<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (5+6) chargées)

$$M_1 = +2,368 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -9,274 \text{ t.m}$$

$$M_3 = +34,728 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -129,64 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -346,749 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -109,855 \text{ t.m}$$

$$M_7 = +30,857 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -8,519 \text{ t.m}$$

➤ 6<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (6+7) chargées)

$$M_1 = -0,496 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 1,943 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -7,276 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 27,161 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -100,41 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -388,572 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -185,98 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 51,345 \text{ t.m}$$

➤ 7<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (7+8) chargées)

$$M_1 = 0,241 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -0,942 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 3,529 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -13,175 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 48,707 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -183,403 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -400,844 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -136,217 \text{ t.m}$$

➤ 8<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée (8+9) chargées)

$$\begin{aligned}M_1 &= -0,052 \text{ t.m} \\M_2 &= 0,203 \text{ t.m} \\M_3 &= -0,759 \text{ t.m} \\M_4 &= 2,833 \text{ t.m} \\M_5 &= -10,47 \text{ t.m} \\M_6 &= 39,439 \text{ t.m} \\M_7 &= -133,775 \text{ t.m} \\M_8 &= -414,523 \text{ t.m}\end{aligned}$$

**4-Surcharge MC120 :**

➤ 1<sup>er</sup> cas de chargement : ( travée 1 chargée)

$$\begin{aligned}M_1 &= -69,282 \text{ t.m} \\M_2 &= -18,552 \text{ t.m} \\M_3 &= -18,552 \text{ t.m} \\M_4 &= 4,924 \text{ t.m} \\M_5 &= -1,323 \text{ t.m} \\M_6 &= 0,32 \text{ t.m} \\M_7 &= -,0,090 \text{ t.m} \\M_8 &= 0,025 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 2<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 2 chargée)

$$\begin{aligned}M_1 &= -200,339 \text{ t.m} \\M_2 &= -213,888 \text{ t.m} \\M_3 &= 57,27 \text{ t.m} \\M_4 &= -15,203 \text{ t.m} \\M_5 &= 4,084 \text{ t.m} \\M_6 &= -0,99 \text{ t.m} \\M_7 &= 0,278 \text{ t.m} \\M_8 &= -0,0766 \text{ t.m}\end{aligned}$$



➤ *3<sup>eme</sup> cas de chargement* : ( travée 3 chargée)

$$M_1 = 53,691 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -210,31 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -211,07 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 55,972 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -15,038 \text{ t.m}$$

$$M_6 = 3,641 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -1,023 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 0,282 \text{ t.m}$$

➤ *4<sup>eme</sup> cas de chargement* : ( travée 4 chargée)

$$M_1 = -14,426 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 56,508 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -211,606 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -208,703 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 56,071 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -13,578 \text{ t.m}$$

$$M_7 = 3,813 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -1,053 \text{ t.m}$$

➤ *5<sup>eme</sup> cas de chargement* : ( travée 5 chargée)

$$M_1 = 3,969 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -15,549 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 58,225 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -217,353 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -214,273 \text{ t.m}$$

$$M_6 = 51,886 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -14,574 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 4,02 \text{ t.m}$$

➤ 6<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 2 chargée)

$$M_1 = -1,046 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 4,096 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -15,338 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 57,255 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -214,575 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -189,855 \text{ t.m}$$

$$M_7 = 53,328 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -14,723 \text{ t.m}$$

➤ 7<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 7 chargée)

$$M_1 = 0,352 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -1,380 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 5,169 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -19,296 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 72,316 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -272,57 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -254,688 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 70,3152 \text{ t.m}$$

➤ 8<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 8 chargée)

$$M_1 = -0,084 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 0,33 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -1,235 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 4,614 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -17,289 \text{ t.m}$$

$$M_6 = 65,166 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -221,056 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -242,29 \text{ t.m}$$

➤ 9<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 9 chargée)

$$M_1 = 0,021 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -0,084 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 0,316 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -1,178 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 4,416 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -16,645 \text{ t.m}$$

$$M_7 = 56,464 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -218,739 \text{ t.m}$$

Travées chargées	N° d'appui	rotation gauche $\theta_1^g$ ( $\times 10^{-4}$ )	rotation droite $\theta_1^d$ ( $\times 10^{-4}$ )	$(\theta_1^d - \theta_1^g)$ ( $\times 10^{-4}$ )
1	0	0	-7,946	-7,946
	1	7,946	0	-7,946
2	1	0	-8,643	-8,643
	2	8,643	0	-8,643
3	2	0	-8,643	-8,643
	3	8,643	0	-8,643
4	3	0	-8,643	-8,643
	4	8,643	0	-8,643
5	4	0	-9,004	-9,004
	5	9,004	0	-9,004
6	5	0	-8,643	-8,643
	6	8,643	0	-8,643
7	6	0	-13,415	-13,415
	7	13,415	0	-13,415
8	7	0	-11,056	-11,056
	8	11,056	0	-11,056
9	8	0	-8,326	-8,326
	9	8,326	0	-8,326

**Charge A(L) avec 1 travée chargée :**

**➤ 1<sup>er</sup> cas de chargement : ( travée 1 chargée)**

$$M_1 = -301,181 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 80,697 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -21,6 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 5,73 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -1,54 \text{ t.m}$$

$$M_6 = 0,37 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -0,105 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 0,029 \text{ t.m}$$

**➤ 2<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 2 chargée)**

$$M_1 = -239,824 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -256,043 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 62,560 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -18,199 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 4,889 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -1,184 \text{ t.m}$$

$$M_7 = 0,332 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -0,092 \text{ t.m}$$

**➤ 3<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 3 chargée)**

$$M_1 = 64,272 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -251,755 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -252,89 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 67,0751 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -18,021 \text{ t.m}$$

$$M_6 = 4,364 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -1,226 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 0,334 \text{ t.m}$$

➤ *4 eme cas de chargement* : ( travée 4 chargée)

$$\begin{aligned}M_1 &= -17,265 \text{ t.m} \\M_2 &= 67,626 \text{ t.m} \\M_3 &= -253,24 \text{ t.m} \\M_4 &= -250,101 \text{ t.m} \\M_5 &= 67,193 \text{ t.m} \\M_6 &= -16,271 \text{ t.m} \\M_7 &= 4,570 \text{ t.m} \\M_8 &= -1,260 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ *5 eme cas de chargement* : ( travée 5 chargée)

$$\begin{aligned}M_1 &= 4,746 \text{ t.m} \\M_2 &= -18,59 \text{ t.m} \\M_3 &= 69,619 \text{ t.m} \\M_4 &= -259,888 \text{ t.m} \\M_5 &= -259,273 \text{ t.m} \\M_6 &= 62,783 \text{ t.m} \\M_7 &= -17,635 \text{ t.m} \\M_8 &= -4,868 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ *6 eme cas de chargement* : ( travée 6 chargée)

$$\begin{aligned}M_1 &= -1,270 \text{ t.m} \\M_2 &= 4,575 \text{ t.m} \\M_3 &= -18,632 \text{ t.m} \\M_4 &= 69,555 \text{ t.m} \\M_5 &= 91,704 \text{ t.m} \\M_6 &= -345,302 \text{ t.m} \\M_7 &= 63,820 \text{ t.m} \\M_8 &= -17,619 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 7<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 7 chargée)

$$\begin{aligned}M_1 &= 0,453 \text{ t.m} \\M_2 &= 1,774 \text{ t.m} \\M_3 &= 6,645 \text{ t.m} \\M_4 &= -24,806 \text{ t.m} \\M_5 &= 91,704 \text{ t.m} \\M_6 &= -345,302 \text{ t.m} \\M_7 &= -322,622 \text{ t.m} \\M_8 &= 89,07 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 8<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 8 chargée)

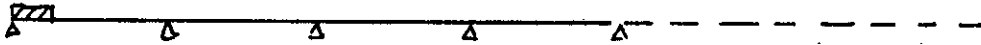
$$\begin{aligned}M_1 &= -0,105 \text{ t.m} \\M_2 &= 0,41 \text{ t.m} \\M_3 &= -1,548 \text{ t.m} \\M_4 &= 5,78 \text{ t.m} \\M_5 &= -21,371 \text{ t.m} \\M_6 &= 80,469 \text{ t.m} \\M_7 &= -272,95 \text{ t.m} \\M_8 &= -299,168 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 9<sup>eme</sup> cas de chargement : ( travée 9 chargée)

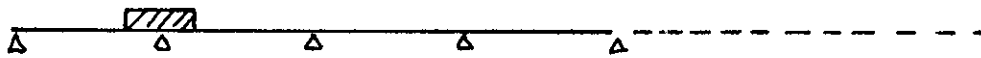
$$\begin{aligned}M_1 &= 0,03 \text{ t.m} \\M_2 &= -0,11 \text{ t.m} \\M_3 &= 0,44 \text{ t.m} \\M_4 &= -1,66 \text{ t.m} \\M_5 &= 6,137 \text{ t.m} \\M_6 &= -23,111 \text{ t.m} \\M_7 &= 78,393 \text{ t.m} \\M_8 &= -303,689 \text{ t.m}\end{aligned}$$

**5-Surcharge MC 120 sur appuis :**

**-1 er cas du chargement :**



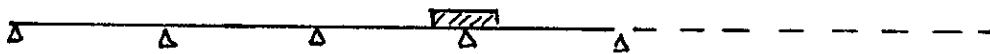
**-2 eme cas du chargement :**



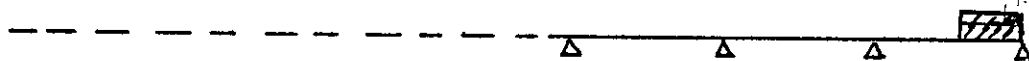
**-3 eme cas du chargement :**

**-3 eme cas du chargement :**

**-4 eme cas du chargement :**



**-10 eme cas du chargement :**



Travées chargées	N° d'appui	rotation gauche $\theta_i^g$ ( $\times 10^{-4}$ )	rotation droite $\theta_i^d$ ( $\times 10^{-4}$ )	$(\theta_i^d - \theta_i^g)$ ( $\times 10^{-4}$ )
1	0	0	-3,688	-3,688
	1	2,3	0	-2,3
1 + 2	0	0	-0,583	-0,583
	1	1,02	-1,098	-2,118
	2	0,629	0	-0,629
2 + 3	1	0	-0,604	-0,604
	2	1,057	-1,057	-2,114
	3	0,6037	0	-0,6037
3 + 4	2	0	-0,604	-0,604
	3	1,057	-1,057	-2,114
	4	0,604	0	-0,604
4 + 5	3	0	-0,614	-0,604
	4	1,057	-1,057	-2,133
	5	0,614	0	-0,614
5 + 6	4	0	-0,614	-0,614
	5	1,076	-1,057	-2,133
	6	0,604	0	-0,604
6 + 7	5	0	-0,604	-0,604
	6	1,057	-1,315	-2,37
	7	0,753	0	-0,753
7 + 8	6	0	-0,753	-0,753
	7	1,315	-1,191	-2,504
	8	0,680	0	-0,680
8 + 9	7	0	-0,680	-0,680
	8	1,191	-1,076	-2,267
	9	0,614	0	-0,614
9	8	0	-2,149	-2,149
	9	1,075	0	-1,075



**Surcharge MC120 sur appuis :**

➤ *1 er cas de chargement* : Le chargement est sur l'appui N° 0

$$\begin{aligned}M_1 &= -87,178 \text{ t.m} \\M_2 &= 23,358 \text{ t.m} \\M_3 &= -6,254 \text{ t.m} \\M_4 &= 1,65 \text{ t.m} \\M_5 &= -0,444 \text{ t.m} \\M_6 &= 0,10 \text{ t.m} \\M_7 &= -0,030 \text{ t.m} \\M_8 &= 0,002 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ *2 eme cas de chargement* : Le chargement est sur l'appui N° 1

$$\begin{aligned}M_1 &= -73,892 \text{ t.m} \\M_2 &= -3,512 \text{ t.m} \\M_3 &= 0,94 \text{ t.m} \\M_4 &= -0,250 \text{ t.m} \\M_5 &= -0,885 \text{ t.m} \\M_6 &= -0,016 \text{ t.m} \\M_7 &= -0,005 \text{ t.m} \\M_8 &= -0,001 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ *3 eme cas de chargement* : Le chargement est sur l'appui N° 2

$$\begin{aligned}M_1 &= -3,067 \text{ t.m} \\M_2 &= -71,527 \text{ t.m} \\M_3 &= -3,217 \text{ t.m} \\M_4 &= 0,854 \text{ t.m} \\M_5 &= -0,228 \text{ t.m} \\M_6 &= 0,052 \text{ t.m} \\M_7 &= -0,005 \text{ t.m} \\M_8 &= 0,001 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 4<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 3

$$\begin{aligned}M_1 &= 0,821 \text{ t.m} \\M_2 &= -3,217 \text{ t.m} \\M_3 &= -71,495 \text{ t.m} \\M_4 &= -3,197 \text{ t.m} \\M_5 &= 0,856 \text{ t.m} \\M_6 &= -0,196 \text{ t.m} \\M_7 &= 0,019 \text{ t.m} \\M_8 &= 0,005 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 5<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 4

$$\begin{aligned}M_1 &= -0,222 \text{ t.m} \\M_2 &= 0,869 \text{ t.m} \\M_3 &= -3,254 \text{ t.m} \\M_4 &= -71,395 \text{ t.m} \\M_5 &= -3,16 \text{ t.m} \\M_6 &= 0,725 \text{ t.m} \\M_7 &= -0,069 \text{ t.m} \\M_8 &= 0,018 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 6<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 5

$$\begin{aligned}M_1 &= 0,058 \text{ t.m} \\M_2 &= -0,927 \text{ t.m} \\M_3 &= 0,849 \text{ t.m} \\M_4 &= -3,171 \text{ t.m} \\M_5 &= -71,474 \text{ t.m} \\M_6 &= -2,922 \text{ t.m} \\M_7 &= 0,821 \text{ t.m} \\M_8 &= -0,227 \text{ t.m}\end{aligned}$$

➤ 7<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 6

$$M_1 = -0,014 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 0,058 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -0,21 \text{ t.m}$$

$$M_4 = 0,81 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -3,008 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -72,21 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -3,46 \text{ t.m}$$

$$M_8 = 0,9 \text{ t.m}$$

➤ 8<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 7

$$M_1 = 0,005 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -0,019 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 0,070 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -0,263 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 0,973 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -3,665 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -71,422 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -3,318 \text{ t.m}$$

➤ 9<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 8

$$M_1 = 0 \text{ t.m}$$

$$M_2 = 0,003 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 0,011 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -0,039 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -0,144 \text{ t.m}$$

$$M_6 = 0,544 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -1,846 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -76,286 \text{ t.m}$$

➤ 10<sup>eme</sup> cas de chargement : Le chargement est sur l'appui N° 9

$$M_1 = 0,008 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -0,031 \text{ t.m}$$

$$M_3 = 0,114 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -0,428 \text{ t.m}$$

$$M_5 = 1,584 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -5,965 \text{ t.m}$$

$$M_7 = 20,234 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -78,384 \text{ t.m}$$

## 2-Détermination du moment en travée sous différents charges :

### a-travées droites :

Le moment longitudinal en travée pour une travée droite est donnée :

$$M_i(x) = M_{i,0}(x) + M_{i-1} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_i \cdot \frac{x}{l_i}$$

avec :

$M_{i,0}(x)$  : Mouvement en travée de la travée isostatique

$M_{i-1}, M_i$  : Mouvement aux appuis

Pour une charge répartie uniformément sur  $l_i$  :

$$M_{i,0}(x) = P \cdot \frac{x}{2} (l_i - x)$$

$$\frac{dM_i(x)}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{l_i}{2} + \frac{M_i - M_{i-1}}{P \cdot l_i}$$

### b-travées courbe :

Moment en travée :

$$M_i(\alpha) = M_i(\alpha) + M_{i-1} \frac{\sin(\alpha l_i - \alpha)}{\sin(\alpha l_i)} + M_i \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha l_i}$$

Pour déterminer l'abscisse  $\alpha$  qui donne le moment Max en travée en utilisant la méthode de Newton. Ceci par la recherche de solution de l'équation :

$$\frac{dM_i(\alpha)}{d\alpha} = 0$$

Pour le convoi  $M_{C120}$ , le moment max est calculée pour l'abscisse de la section la plus sollicitée donnée par les L.I

$$(0,4.l_1, 0,5.l_2, 0,5.l_3, 0,5.l_4, 0,5.l_5, \dots, 0,5.l_8, 0,6.l_9)$$

**1-Charge permanente : (Cp)**

N° de la travée	Moment Max aux appuis		x ou $\alpha$ donnant Mmax (m ou Rd)	MT (max) (t,m)
	$M_{i-1}$ (t,m)	$M_i$ (t,m)		
1	0	-1427,29	0,226	1090,17
2	-1427,29	-1115,48	0,293	559,07
3	-1115,48	-1184,52	0,292	687,25
4	-1184,52	-1220,16	0,292	632,25
5	-1220,16	-1124,44	0,304	729,3
6	-1124,44	-1473,62	0,281	535,59
7	-1473,62	-1535,00	0,342	1098,33
8	-1535,00	-1606,79	0,32	653,665
9	-1606,79	0	15,145	839,59

**2-surcharge du trottoir : (ST)**

N° de la travée	Moment Max aux appuis		x ou $\alpha$ donnant Mmax (m ou Rd)	$M_T$ (max) (t,m)
	$M_{i-1}$ (t,m)	$M_i$ (t,m)		
1	0	-16,854	0,23	13,785
2	-16,854	-13,346	0,306	7,58
3	-13,346	-14,129	0,292	8,97
4	-14,129	-14,49	0,94	8,36
5	-14,49	-13,405	0,303	9,557
6	-13,405	-17,46	0,300	7,156
7	-17,46	-18,9	0,346	13,997
8	-18,9	-19,479	0,323	8,298
9	-19,479	0	15,097	10,668

### 3-Surcharge A(L)

N° de la travée	Moment Max aux appuis		x ou $\alpha$ donnant Mmax (m ou Rd)	M <sub>T</sub> (max) (t,m)
	M <sub>i-1</sub> (t,m)	M <sub>i</sub> (t,m)		
1	0	-301,181	0,25	482,74
2	-239,824	-256,043	0,291	402,88
3	-251,755	-252,89	0,295	399,349
4	-253,24	-250,101	0,295	398,985
5	-259,9	-259,273	0,302	406,238
6	-257,139	-227,208	0,293	408,91
7	-345,302	-322,622	0,352	507,375
8	-272,95	-299,168	0,32	413,387
9	-303,689	0	0	450,308

### 4-surcharge MC120 : (Moment Max en travée)

N° de la travée	Moment Max aux appuis		x ou $\alpha$ donnant Mmax (m ou Rd)	M <sub>T</sub> (max) (t,m)
	M <sub>i-1</sub> (t,m)	M <sub>i</sub> (t,m)		
1	0	-258,58	0,4. $\alpha_i$	532,953
2	-200,34	-213,89	0,5. $\alpha_i$	477,109
3	-210,31	-211,07	0,5. $\alpha_i$	473,372
4	-211,61	-208,7	0,5. $\alpha_i$	473,93
5	-217,35	-214,27	0,5. $\alpha_i$	480,16
6	-214,57	-189,85	0,5. $\alpha_i$	482,23
7	-272,57	-254,688	0,5. $\alpha_i$	552,53
8	-221,06	-242,29	0,5. $\alpha_i$	524,61
9	-218,74	0	0,5. $\alpha_i$	488,585

### 3-Combinaison des charges :

A)  $C_p + 1,2(A(l) + ST)$

➤ *Moments sur appuis :*

N° d'appuis	N° des travées chargées pour A(l)	Moments sur appuis total (t,m)
1	1 + 2	-1880,487
6	6 + 7	-1960,858
7	7 + 8	-2038,693
8	8 + 9	-2127,592

➤ *Moments en travées :*

N° de la travée chargée sous A(l)	Moment en travée total (t,m)
1	1686
7	1723,976

B)  $C_p + \delta_{Mc120} \cdot Mc120$

$$\delta_{Mc120} = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+4 \cdot \frac{G}{S}}$$

L : Longueur du travée

G : poids propre du pont

S : Pont de surcharge appliquée .

## Chapitre 8 :

### Effort tranchant.

Les lignes d'influence de l'effet tranchant, montre que les sections dangereuse pour l'effet tranchant se trouve au voisinage de l'appui; donc pour trouver l'effort tranchant maximal, on charge en proximité de l'appui .

-Effort tranchant dans une poutre continue :

C'est l'effort tranchant dans la travée considéré isostatique plus les efforts due aux grandeurs hyperstatique ( $M_i$ ) .

-Effort tranchant pour les charges uniformément répartie :

$$T_i(\alpha) = PR\left(\frac{\alpha_i}{2} - \alpha\right) + \frac{M_i - M_{i+1}}{R\alpha_i} \quad (\text{travée courbe})$$

$$T_i(\alpha) = P\left(\frac{l_i}{2} - x\right) + \frac{M_i - M_{i+1}}{l_i} \quad (\text{travée droite})$$

-Effort tranchant Max :

$$\frac{dT_i(\alpha)}{d\alpha} = \frac{dT_i(x)}{dx} = -P < 0 \quad \Rightarrow \quad T_{\max} \text{ pour } [x = 0, l_i ; \alpha = 0, \alpha l_i]$$

➤ *Travée droite :*

$$T_i^g = -P \cdot \frac{l_i}{2} + \frac{(M_i - M_{i-1})}{l_i}$$

$$T_i^d = -P \cdot \frac{l_{i+1}}{2} + \frac{(M_{i+1} - M_{i-1})}{l_{i+1}}$$

➤ *Travée courbe :*

$$T_i^g = -PR \cdot \frac{\alpha_i}{2} + \frac{(M_i - M_{i-1})}{R\alpha_i}$$

$$T_i^d = -PR \cdot \frac{\alpha_{i+1}}{2} + \frac{(M_{i+1} - M_i)}{R\alpha_i}$$



**Tableau donnant l'effort tranchant pour différents cas du chargement**

N° d'appuis	0	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
$T_i^{g,d}$	$T_0^d$	$T_1^g$	$T_1^d$	$T_2^g$	$T_2^d$	$T_3^g$	$T_3^d$	$T_4^g$	$T_4^d$	$T_5^g$	$T_5^d$	$T_6^g$	$T_6^d$	$T_7^g$	$T_7^d$	$T_8^g$	$T_8^d$	$T_9^g$	
Cp	227	-347,7	310,1	-284,68	294,6	-300,23	259,96	-298,87	301,32	-298,02	306,5	-311,67	350,76	-299,92	325	-330	367,94	-239,4	
ST	2,8357	-4,26	3,816	-3,399	3,64	-3,7	3,67	-3,68	3,778	-3,62	3,5	-3,83	4,3	-3,73	4,02	-3,69	4,529	-2,97	
MC 120	0	92,131	-17,777	4,514	4,514	-1,209	-1,209	0,322	0,322	-0,084	-0,084	0,022	0,022	-0,003	-0,003	0	0	0	0
	1	0,2423	-54,76	57,014	2,014	-2,409	-2,409	0,644	0,644	-0,168	-0,168	0,028	0,028	-0,01	-0,01	0	0	0	0
	2	-2,894	-2,894	0,595	-54,404	54,364	-0,636	0,166	0,166	-0,043	-0,043	0,007	0,007	-0,002	-0,002	0	0	0	0
	3	0,035	0,035	-0,098	-0,098	0,603	-54,397	54,364	-0,636	0,163	0,163	-0,043	-0,043	0,009	0,009	0	0	0	0
	4	-0,009	-0,009	0,045	0,045	-0,168	-0,168	0,614	-54,385	54,372	-0,628	0,159	0,159	-0,027	-0,027	0,003	0,003	0	0
	5	0	0	-0,004	-0,004	0,014	0,014	-0,052	-0,052	-0,003	-55,002	54,588	-0,412	0,214	0,214	-0,026	-0,026	0,003	0,003
	6	0	0	0,002	0,002	-0,011	-0,011	0,042	0,042	-0,153	-0,153	0,566	-54,43	54,56	-0,44	0,05	0,05	-0,012	-0,012
	7	0	0	-0,002	-0,002	0,006	0,006	-0,023	-0,023	0,082	0,082	-0,186	-0,186	0,716	54,4	-54,41	-0,585	0,133	0,133
	8	0	0	0	0	-0,001	-0,001	0,003	0,003	-0,0122	-0,0122	0,047	0,047	-0,082	-0,082	0,21	-54,79	54,697	-0,303
	9	0	0	0	0	0,006	0,006	-0,023	-0,023	0,085	0,085	-0,31	-0,31	0,91	0,91	-3,65	-3,65	16,5	-93,443

**Tableau donnant l'effet tranchant max sous différents cas de chargement**

N° d'appuis	0	1		2		3		4		5		6		7		8		9
$T_i^{g,d}$	$T_0^d$	$T_1^g$	$T_1^d$	$T_2^g$	$T_2^d$	$T_3^g$	$T_3^d$	$T_4^g$	$T_4^d$	$T_5^g$	$T_5^d$	$T_6^g$	$T_6^d$	$T_7^g$	$T_7^d$	$T_8^g$	$T_8^d$	$T_9^g$
Cas de charge																		
Cp	227	-347,7	310,1	-284,68	294,6	-300,23	259,96	-298,87	301,32	-298,02	306,5	-311,67	350,76	-299,92	325	-330	367,94	-239,4
ST	2,836	-4,26	3,816	-3,399	3,64	-3,7	3,67	-3,68	3,778	-3,62	3,5	-3,83	4,3	-3,73	4,02	-3,69	4,529	-2,97
A(I)	53,464	-83,97	80,88	-79,409	79,173	-76,603	61,233	-78,943	79,687	-79,83	79,58	-78,605	86,27	-84,69	81,5	-86,87	83,023	-49,86
Mc120	92,131	-54,76	57,014	-54,404	54,364	-54,397	54,364	-54,385	54,372	-55,002	54,588	-54,43	54,56	54,84	-54,41	-54,79	54,697	-93,443

614

## Chapitre 9 :

### Moment de torsion du à la courbure.

Les sollicitations de torsion sont engendrées généralement par des charges excentrées et peuvent être aussi provoquées selon la géométrie du pont ( courbe ,bais ) par des charge centrées .

#### -Expression du moment de torsion :

\* Charge uniformément répartie :

$$C(\alpha) = P \cdot R^2 \left[ \left( \frac{\alpha l}{2} - \alpha \right) - \frac{\sin \left( \frac{\alpha l}{2} - \alpha \right)}{\cos \left( \frac{\alpha l}{2} \right)} \right]$$

P : Poids / ml

\* Charge concentrée :

a)  $0 \leq \alpha \leq \alpha_p$

$\alpha_p$  : abscisse angulaire de la charge

$$C(\alpha) = P \cdot R \left[ \frac{\alpha P}{\alpha l} - \frac{\sin \alpha_p \cdot \cos (\alpha l - \alpha)}{\sin \alpha l} \right]$$

Dans le cas d'une poutre continue circulaire , le moment du torsion dans une section en travée d'abscisse angulaire  $\alpha$  sera donné par la formule suivante :

$$C_i(\alpha) = C_{i,0}(\alpha) + M_i \left[ \frac{1}{\alpha l_i} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha l_i} \right] - M_{i-1} \left[ \frac{1}{\alpha l_i} - \frac{\cos (\alpha l_i - \alpha)}{\sin \alpha l_i} \right]$$

$C_{i,0}$  : Moment du torsion de la travée isostatique associée à la travée  $i$ .

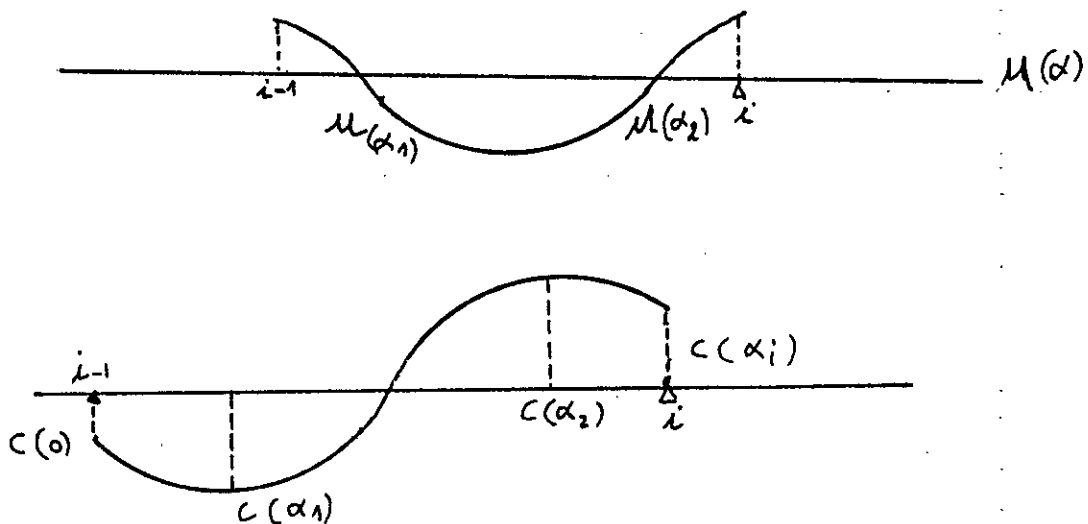
$M_{i-1}, M_i$  : Les moments hyperstatiques aux niveaux des extrémités de la travée  $i$ .

**Détermination de moment du torsion Max. dans la travée :**

A partir du diagramme des moments fléchissant d'une travée  $i$ , on peut déduire directement celui du moment de torsion en utilisant les relation suivantes :

$$\frac{C(\alpha)}{d\alpha} = M(\alpha)$$

C'est à dire le moment de torsion est max. en valeur absolue lorsque le moment fleurissant est nul.



Le moment est max. en travée correspond à l'abscisse angulaire  $\alpha$  pour laquelle  $\frac{dC(\alpha)}{d\alpha} = 0 \rightarrow M(\alpha) = 0$

La réalisation de cette équation se fera par la méthode de " Newton " lorsqu'une poutre continue présente des travées droites et des travées courbes, pour que les travées droites soient en équilibre vis a vis du moment de torsion de même valeur et de signe contraire appliqué dans la section de l'appuis d rive de la travée droite.

**1- Charge permanente :**

N° de la travée	C (l <sub>i</sub> ) ou C(α <sub>i</sub> )	C (0)	α <sub>1</sub> (Rd)	C(α <sub>1</sub> )	α <sub>2</sub> (Rd)	C(α <sub>1</sub> )
1	56,45	-192,79	0	- 192,79	0,45	135,193
2	0,055	30,79	0,144	-61,933	0,471	60,67
3	18,105	-24,934	0,112	- 82,64	0,472	82,23
4	3,85	- 7,378	0,121	- 72,841	- 0,466	72,786
5	32,812	- 23,18	0,118	- 89,719	0,489	90,43
6	- 41,03	6,497	0,121	- 55,7	0,441	57,9
7	76,07	- 83,29	0,121	- 116,47	0,575	165,52
8	- 33,327	25,495	0,147	- 76,27	0,498	76,75
9	33,327	- 33,327	/	/	/	/

**2 - Surcharge du trottoir :**

N° de la travée	C (l <sub>i</sub> ) ou C(α <sub>i</sub> )	C (0)	α <sub>1</sub> (Rd)	C(α <sub>1</sub> )	α <sub>2</sub> (Rd)	C(α <sub>1</sub> )
1	0,848	-2,457	0	-2,457	0,457	1,739
2	0,166	0,18	0,136	-0,86	0,471	0,85
3	0,294	-0,408	0,107	-1,075	0,472	1,067
4	0,214	-0,25	0,115	-0,998	0,484	0,99
5	0,563	-0,454	0,113	-1,209	0,483	1,215
6	-0,309	-0,09	0,115	-0,799	0,448	0,808
7	1,044	-1,213	0,116	-2,159	0,576	2,133
8	-0,324	0,261	0,145	-0,98	0,501	0,985
9	0,324	-0,324	/	/	/	/

### 3- Surcharge A (L) :

On trouve toujours le moment du torsion max. sur la travée chargée , donc on doit chercher le moment du torsion max. que pour les travées chargées .

**NB :** Le moment du torsion est max. pour le cas du chargement ou on charge une seule travée , et non dans le cas ou on charge 2 travée consécutive .

N° de la travée	C (l) (Rd)	C (0)	C( $\alpha_l$ )	$\alpha_1$ (Rd)	C( $\alpha_1$ )	$\alpha_2$ (Rd)	C( $\alpha_2$ )
1	0,57	-89,878	61,109	0	-89,878	0,5	71,12
2	0,59	-55,59	53,93	0,06	-62,629	0,53	61,875
3	0,59	-53,39	53,27	0,065	-61,17	0,525	61,125
4	0,59	-51,099	51,16	0,065	-59,4	0,525	59,43
5	0,6	-55,059	55,12	0,068	63,294	0,52	62,99
6	0,59	-54,94	57,899	0,065	-62,95	0,52	64,02
7	0,7	-77,689	80,356	0,08	-91,1	0,62	92,16
8	0,65	-70,976	68,116	0,065	-79,74	0,59	-79,64
9	/	-58,799	58,799	/	/	/	/

### 4-Surcharge $M_{C120}$ :

Idem pour la surcharge  $M_{C120}$  , on prend les cas du chargements , ou la surcharge  $M_{C120}$  est chargée sur la travée et non sur l'appui .

#### 4-Surcharge $M_{C120}$ :

Idem pour la surcharge  $M_{C120}$ , on prend les cas du chargements, ou la surcharge  $M_{C120}$  est chargée sur la travée et non sur l'appui.

N° de la travée	C (I) (Rd)	C (0)	C( $\alpha_1$ )	$\alpha_1$	C( $\alpha_1$ )	$\alpha_2$	C( $\alpha_2$ )
1	0,57	-70,539	45,86	0	-70,539	0,536	43,31
2	0,59	-40,785	39,445	0,087	-49,493	49,18	39,445
3	0,59	-39,067	38,991	0,09	-48,58	0,499	48,56
4	0,59	-39,048	39,335	0,074	-48,325	0,504	48,69
5	0,6	-39,797	40,101	0,092	-49,922	0,508	49,991
6	0,59	-40,38	42,827	0,1	-49,989	0,49	50,373
7	0,7	-50,029	52,132	0,115	-65,73	0,59	66,136
8	0,65	-49,184	46,868	0,098	-59,786	0,55	59,156
9	/	46,868	-46,868	/	/	/	/

Combinaisons du charges :

Le moment max est chargée par la combinaison

$$C_p + 1,2 (A(I) + ST) = 278,672 \text{ t.m à l'appui (7)}$$

## Chapitre 10 :

### Répartition transversale du moment flechissant.

Pour la répartition transversale du moment fléchissant, on utilise la méthode de GUYON MASSONET , qui consiste :

- à remplir la structure par une dalle orthotrope
- tracer les lignes d'influences des coefficients de répartition transversale .

Le coefficient de répartition transversale du moment de flexion (K) est défini comme étant le rapport du déplacement vertical  $w(x,y)$  d'un point de la construction sous l'effet d'une charge  $P(x)$  au déplacement verticale de ce même point  $W_0(x,y)$  sous l'effet d'une charge  $P_0(x)$  supposée répartie sous toute la construction.

Les coefficients (K) donnant par les tableaux de GUYON MASSONET sont fonction de :

- L'excentricité du chargement (e)
- Point de calcul (Y)
- Coefficient d'entretoisement ( $\theta$ )
- paramètre de torsion  $\alpha$

#### Détermination des paramètres $\alpha$ et $\theta$ :

$$\theta = \frac{b}{\varphi} \left( \frac{\rho_P}{\rho_E} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_P + \gamma_E}{\sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}}$$

$\rho_P$  : Rigidité flexionnel longitudinale

$\rho_E$  : Rigidité transversal de flexion



On prendra 
$$I_i^* = v \cdot I_i = \frac{l_i}{l_{i-3}(M_{i-1} + M_i)} I_i$$

$I_i^*$  : Inertie fictive

$I_i$  : Inertie réel

$$v_i = \frac{l_i}{l_{i-3}(M_{i-1} + M_i)}$$

Pour une dalle soumise à ses extrémités aux moments de flexion :

-On calcul les moments ( $M_{i-1}$ ,  $M_i$ ) à la travée la plus chargée (travée N° 7) sous une charge unitaire à mi-travée .

On trouve :

$M_1 = 0,003 \text{ t.m}$	$M_5 = 0,6581 \text{ t.m}$
$M_2 = -0,00127 \text{ t.m}$	$M_6 = -2,478 \text{ t.m}$
$M_3 = -0,0048 \text{ t.m}$	$M_7 = -2,3152 \text{ t.m}$
$M_4 = -0,0178 \text{ t.m}$	$M_8 = 0,6392 \text{ t.m}$

$$v = \frac{28,965}{(28,965-3)(2,478 + 2,315)}$$

rigidité flexionnelle :

-Transversalement :  $\rho_E = \frac{E \cdot I_E}{l_0}$  ;  $\rho_E = \frac{E \cdot e^3}{12}$

-Longitudinalement :  $\rho_P^* = \frac{E \cdot I_P^*}{b_0}$  ;  $I_P^* = v \cdot I_P$

**Calcul du  $K\alpha$  :**

Pour le calcul de  $K_0$ ,  $K_1$  (valeurs limites) on interpolera linéairement en  $\theta$  ( 0,10 et 0,15).

$$\Rightarrow K_0(\theta=0,117, \alpha=0) \quad ; \quad K_1(\theta=0,117, \alpha=1)$$

Pour trouver  $K_\alpha$  on utilise la formule de SATLER

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\alpha \left(1 - e^{-\frac{0,065-\theta}{0,663}}\right) \quad 0,1 < \theta \leq 1$$

$$\Rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot 0,912$$

Tableau donnant  $K_\alpha$  pour  $\theta=0,117$  et  $\alpha=0,296$

e	y	0	b/4	b/2	3b/4	b
	-b	0,9985	0,9172	0,8365	0,7562	0,6763
	-3b/4	0,9993	0,9381	0,8772	0,8166	0,7562
	-b/2	1,0001	0,959	0,924	0,8772	0,8365
	-b/4	1,0007	0,9799	0,959	0,9381	0,9172
	0	1,0011	1,0007	1,0001	0,9993	0,9985
	b/4	1,0007	1,0212	1,0412	1,0608	1,0803
	b/2	1,0001	1,0379	1,0822	1,1226	1,162
	3b/4	0,9993	1,0608	1,1226	1,1843	1,2459
	b	0,9985	1,0804	1,1629	1,2459	1,3292

$$I_P = \frac{b_0 e^3}{12} = \frac{e^3}{12} \quad \Rightarrow \quad I_P^* = v \cdot \frac{e^3}{12} \quad \Rightarrow \quad \rho_P^* = E \frac{v \cdot e^3}{12}$$

$$\theta^* = \frac{b}{l} \left( \frac{\rho_P^*}{\rho_E} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{b}{l} \left( \frac{E v \cdot e^3}{12 E \cdot e^3} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\theta^* = \frac{b}{e}(\nu)^{\frac{1}{4}}$$

b : Demi largeur de la dalle équivalente

**Paramètre du torsion  $\alpha$  :**

$$\alpha = \frac{\gamma_P + \gamma_E}{\sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}}$$

$$\gamma_P = \frac{G \cdot I_{tP}}{b_0} \quad ; \quad \gamma_E = \frac{G \cdot I_{tE}}{l_0} \quad ; \quad l_0 = b_0 \Rightarrow I_{tP} = I_{tE} = \frac{e^3}{12}$$

$$\alpha = \frac{G I_{tP} + G \cdot I_{tE}}{2 \sqrt{E I_P^* E I_E}} = \frac{2 G I_{tP}}{2 E \sqrt{\nu I_P I_P}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{G I_{tP}}{E I_P \sqrt{\nu}} = \frac{G}{E \sqrt{\nu}} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{G}{E \sqrt{\nu}}$$

$$G = \frac{E}{(1 + \mu) 2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{2(1 + \mu) \sqrt{\nu}}$$

A.N:  $\nu = 1,986$  ,  $\mu = 0,2$  ,  $b = 5,7/2$  m ,  $l = 29,965$  m

$$\theta = 0,117$$

$$\alpha = 0,296$$

**Détermination du coefficient  $K_\alpha$  moy sous différents cas de chargement :**

On trace les lignes d'influence de  $K_\alpha$  pour différents ordonnées 0 , b/4 , b/2 , 3b/4 , b puis on charge pour avoir l'effet le plus défavorable sous différents cas de chargement et différentes partitions :  $\pm b$  ,  $\pm 3b/4$  ,  $\pm b/2$  ,  $\pm b/4$  , 0

➤ **Charge répartie :**

On utilise la méthode de SIMPSON pour déterminer les surface correspondant au charges, d'où on tire le  $K_{\alpha}$  moy

$$K_{\alpha \text{ moy}} = \frac{S}{l_c} = \frac{l_c}{l_c \cdot 3N} [Y_0 + 4Y_1 + 2Y_2 + 4Y_3 + \dots + Y_N]$$

➤ **Charge concentrée :**

$$K_{\alpha \text{ moy}} = \frac{\sum P_i K_i}{\sum P_i}$$

**Exemple de calcul pour ( $v = 0$ ) :**

1-Charge permanente :

$$K_{\alpha \text{ moy}} = \frac{1}{3 \times 8} [0,9985 + 4(0,9993 + 1,0007) \cdot 2 + 2(1,0001 + 1,0111 + 1,0001) + 0,9985]$$

$$K_{\alpha \text{ moy}} = 0,99998 \approx 1,0000$$

2-Surcharge A(1) :

$$K_{\alpha \text{ moy}} = 1,0000$$

3-Surcharge de trottoir :

$$K_{\alpha \text{ moy}} = \frac{K_{\alpha_1} + K_{\alpha_2}}{2} = \frac{0,9985 + 0,9985}{2}$$

$$K_{\alpha \text{ moy}} = 0,9985$$

4-Surcharge Mc120 :

$$K_{\alpha \text{ moy}} = (1,0000 + 1,0000) / 2 = 1,0000$$

Tableau donnant  $K_{\alpha \text{ moy}}$  pour différents cas du chargement :

Y	0	b/4	b/2	3b/4	b
<b>Charge</b>					
<b>charge permat</b>	1	1,0265	1,0544	1,0817	1,1093
<b>A(l).(2Vcharg)</b>	1	1,0265	1,0544	1,0817	1,1093
<b>S.trottoirs</b>	0,9985	0,9988	0,9997	1,0011	1,0025
<b>Mc120</b>	1	1,0052	1,00745	1,00929	1,0111

Les  $K_{\alpha}$  sont au voisinage de 1

on prendra  $K_{\alpha \text{ moy}} = 1$

$$M_x(X, Y) = K_{\alpha \text{ moy}}(Y) \cdot M_{x0} \quad ; \quad K_{\alpha \text{ moy}}(Y) = 1$$

$$\Rightarrow M_x(X, Y) = M_{x0}$$

## Chapitre 11 :

### Répartition transversale de l'effort tranchant .

La méthode de GYON MASSONNET , donne l'expression de l'effort tranchant en un point de coordonnées ( x , y ) sous l'effet d'une charge d'excentricité est .

$$T(x) = 2 b \varepsilon_{\alpha \text{ moy}} \cdot T_0(x)$$

$\varepsilon_{\alpha \text{ moy}}$  : Effort tranchant partiel qui produirait une charge partielle  $P_1 \sin \frac{\pi x}{l}$  dispose à l'excentricité e (  $P_1 = 1$  )

2b : Largeur de la dalle équivalente

$T_0(x)$  : Effort tranchant moyen

On utilise les tables de GYON MASSONNET pour le calcul de  $\varepsilon_0$  ,  $\varepsilon_1$  correspondant à  $\theta = 0,117$  ( par interpolation entre  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_1$  pour  $\theta = 0,10$  et  $\theta = 0,20$  ) ; ensuite par interpolation entre e et y pour  $\varepsilon_{\alpha}$  .

Comme pour  $\overline{K_{\alpha}}$ , on trace les lignes d'influence , et on charge de façon à avoir l'effet le plus défavorable , et on calcul  $\varepsilon_{\alpha \text{ moy}}$  et  $\overline{\varepsilon}_{\alpha \text{ moy}}$  pour différentes positions .

#### Formules d'interpolation :

\* *Effort tranchant en travée :*

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \cdot \alpha \quad \text{si } |y| + |e| \leq \frac{3}{4} b$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \sqrt{\alpha} \quad \text{si} \quad |y| + |e| > \frac{3}{4} b$$

\* Effort tranchant sur appuis :

$$\bar{\varepsilon}_{\alpha} = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \cdot \alpha \quad \text{si} \quad |y| + |e| \leq \frac{3}{4} b$$

$$\bar{\varepsilon}_{\alpha} = \varepsilon_0 + (\bar{\varepsilon}_1 - \varepsilon_0) \cdot \sqrt{\alpha} \quad \text{si} \quad |y| + |e| > \frac{3}{4} b$$

\* Tableau donnant  $\varepsilon_{\alpha}$  pour  $\theta = 0,117$  et  $\alpha = 0,296$

e	- b	- 3b/4	- b / 2	- b / 4	0	b / 4	b / 2	3 b / 4	b
0	0,1534	0,1573	0,159	0,1607	0,1608	0,1607	0,159	0,1573	0,1534
b / 4	0,097	0,1134	0,1155	0,1382	0,1606	0,1829	0,1929	0,19998	0,2065
b / 2	0,0418	0,0713	0,1438	0,1163	0,1597	0,2034	0,2203	0,2442	0,3236
3b / 4	-0,0128	0,0301	0,073	0,1161	0,159	0,2024	0,2458	0,2893	0,3268
b	-0,0668	-0,0104	0,0459	0,1023	0,1586	0,216	0,2723	0,329	0,387

\* Tableau donnant  $\bar{\varepsilon}_{\alpha}$  pour  $\theta = 0,117$  et  $\alpha = 0,296$

e	- b	- 3b / 4	- b / 2	- b / 4	0	b / 4	b / 2	3 b / 4	b
0	0,1481	0,1559	0,1566	0,1629	0,1654	0,1629	0,1566	0,1559	0,1481
b / 4	0,0923	0,1102	0,115	0,1387	0,1625	0,1865	0,2039	0,1981	0,2053
b / 2	0,0379	0,0685	0,0994	0,1161	0,1591	0,2049	0,2247	0,2243	0,2627
3b / 4	-0,0158	0,0264	0,0719	0,1155	0,1591	0,2034	0,2476	0,2921	0,3244
b	-0,0668	-0,01	0,0458	0,1022	0,1587	0,2155	0,2723	0,3293	0,3871

**Calcul de  $\varepsilon_{\alpha \text{ moy}}$  et  $\bar{\varepsilon}_{\alpha \text{ moy}}$  sous différents cas de chargements :**

C'est le même calcul qui a été utilisé pour  $K_{\alpha \text{ moy}}$

\* Tableau donnant  $\varepsilon_{\alpha \text{ moy}}$  pour  $\theta = 0,117$  et  $\alpha = 0,296$

Cas de charge		y	0	b/4	b/2	3b/4	b
Cp			0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
$M_{c120}$			0,16	0,16	0,18	0,19	0,16
ST			0,15	0,23	0,28	0,34	0,42
A (1)	1V.ch		0,16	0,19	0,22	0,25	0,27
	2V.ch		0,16	0,16	0,16	0,16	0,16

$$T_i(x) = (2 b) (\varepsilon_{\alpha})_{\max} \cdot T_i(0) \dots\dots\dots [t]$$

$$\text{CP} \dots\dots\dots \varepsilon_{\max} = 0,1647 \dots\dots\dots T_i(x) = 0,9388 \cdot T_i(0)$$

$$M_{c120} \dots\dots\dots \varepsilon_{\max} = 0,1861 \dots\dots\dots T_i(x) = 1,061 \cdot T_i(0)$$

$$\text{ST} \dots\dots\dots \varepsilon_{\max} = 0,4200 \dots\dots\dots T_i(x) = 2,374 \cdot T_i(0)$$

$$\text{A (1)} \dots\dots\dots \varepsilon_{\max} = 0,1647 \dots\dots\dots T_i(x) = 0,9388 \cdot T_i(0)$$

**Réaction d'appuis :**

Tableau donnant  $\bar{\varepsilon}_{\alpha \text{ moy}}$  pour différents cas de chargements :



cas de charge	y	0	b / 4	b / 2	3b / 4	b
CP		0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
ST		0,16	0,23	0,23	0,32	0,41
A (1)		0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
$M_{C120}$		0,16	0,16	0,17	0,17	0,16

$$\begin{aligned}
 \text{CP} &\rightarrow \bar{\epsilon}_{\max} = 0,1590 & R_i(x) &= 0,9063 R_i(0) \\
 \text{A (1)} &\rightarrow \bar{\epsilon}_{\max} = 0,159 & R_i(x) &= 0,9063 T_i(0) \\
 \text{ST} &\rightarrow \bar{\epsilon}_{\max} = 0,4101 & R_i(x) &= 2,337 R_i(0) \\
 M_{C120} &\bar{\epsilon}_{\max} = 0,171 & R_i(x) &= 0,9747 R_i(0)
 \end{aligned}$$

La réaction d'appui est donnée par la formule suivante :

$$R_i(0) = T_i^d - T_i^y$$

cas de charge	Y	CP	ST	A (1)	$M_{C120}$
$R_0$		227	2,84	53,46	92,13
$R_1$		657,11	8,07	164,85	111,77
$R_2$		579,28	7,04	158,48	109,03
$R_3$		560,19	7,37	137,83	108,82
$R_4$		600,19	7,45	158,63	108,78
$R_5$		604,52	7,15	159,32	109,59
$R_6$		662,89	8,13	164,87	109,15
$R_7$		624,93	7,75	166,19	109,25
$R_8$		698,02	8,22	169,89	109,48
$R_9$		239,39	2,97	49,86	93,44

On remarque que les réactions d'appuis pour différents cas de charge sont toujours Max. pour l'appui N° 8 .

Donc pour trouver la réaction maximale , on calcule la réaction due aux combinaisons de charge sur l'appui N° 8 .

N° d'appui	8
<b>combinaison</b>	
$CP + \delta_{M_{c120}} \times M_{c120}$	829,39
$CP + 1,2 \times (ST + A I)$	896,83

donc  $R(x)_{\max} = 896,829 \text{ t}$

## Chapitre 12 :

### Moments transversaux .

La méthode de GUYON MASSONNET , donne le moment transversal pour une bande de largeur unité est :

$$M_y = \mu_{\alpha \text{ moy}} \cdot b \sin \frac{m \pi x}{l}$$

avec :

$P_m$  : représente la charge ou la surcharge transformée en une série de Fourier.

$b$  : demi largeur équivalente

$m$  : entier naturel 1 - N

$x$  : l'abscisse de la section choisie

$\mu_{\alpha \text{ moy}}$  : coefficient de répartition transversal moyen

Calcul de  $P_m$  pour différents cas de charges :

$$P_m = \frac{2}{l} \int_0^l P \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} dx$$

- Charge partiellement répartie :

$$P_m = \frac{2}{l} \int_{d-a}^{d+a} P \sin \frac{m \pi x}{l} dx$$

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{l} \sin m \frac{\pi d}{l}$$

- Pour une charge uniformément répartie :

$$\text{On a : } 2a = L$$

$$P_m = \frac{4P}{m\pi}$$

$$d = L/2$$

- Pour charges concentrées :

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin \frac{m\pi a}{l} \sin \frac{m\pi d_i}{l}$$

$$\text{Posons } P_i = 2P_a \Rightarrow P_m = 2P_i \sin \frac{\pi m a}{l} \sin \frac{m\pi d_i}{l}$$

Faisons tendre  $a \rightarrow a$

$$\text{Or } \lim \sin \frac{m\pi a}{m\pi a l} = 1 \Rightarrow l_m = \frac{2P_i}{l} \sin \frac{m\pi d_i}{l}$$

$$\text{Pour plusieurs charges : } P_m = \sum_{i=1}^N \frac{2P_i}{l} \cdot \sin \frac{m d_i \pi}{l}$$

- Calcul des moments  $M_y$  :

$$M_y = m_y \cdot U_{\alpha \text{ moy}}$$

$$m_y = P_m \cdot b \cdot \sin \frac{m\pi x}{l}$$

$M_y$  est max. au milieu de la travée considérée  $x = \frac{l}{2} \rightarrow \sin \frac{m\pi}{2} = \pm 1$

Pour la pratique du calcul, on prendra les 5 premiers termes (harmonique) de la série du Fourier.

Pour  $m = 2, n \rightarrow \sin \frac{m\pi}{2} = 0$ , d'où on garde  $m = 1, 3, 5$ .

### 1 - Charge permanente :

- $m = 1$  :  $m y_1 = P_1 b \cdot \sin \frac{\pi}{2} = P_1 b$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \cdot 24,294}{\pi} = 30,932 \text{ t/ml}$$

$$\Rightarrow m y_1 = 30,932 \cdot 2,85 = 88,156 \text{ t} \cdot \text{m /ml}$$

- $m = 3$  :  $m y_3 = P_3 \cdot b \cdot \sin \frac{3\pi}{2} = -P_3 \cdot b$

$$P_3 = \frac{4P}{3\pi} = 10,311 \text{ t / ml}$$

$$\Rightarrow m y_3 = -29,385 \text{ t} \cdot \text{m /ml}$$

- $m = 5$  :  $m y_5 = P_5 \cdot b \cdot \sin \frac{5\pi}{2} = P_5 \cdot b$

$$P_5 = \frac{4P}{5 \cdot \pi} = 6,186$$

$$\Rightarrow m y_5 = 17,631 \text{ t} \cdot \text{m /ml}$$

d'ou:  $m y = \sum m y_m \mu_{\alpha \text{ moy}}$

$$\Rightarrow m y_t = 76,4 \text{ t m / ml}$$

$$\Rightarrow My = 76,4 \cdot \mu_{\alpha \text{ moy}}$$

### 2 - Surcharge du trottoir :

#### \* Trottoir charge

$$My = \left( m y_1 + m y_3 + m y_5 \right) \cdot U_{\alpha \text{ moy}} = \sum b \cdot \frac{4P}{m\pi} \cdot \sin \frac{m\pi}{2} \mu_{\alpha \text{ moy}}$$

$$My = b \cdot \mu_{\alpha \text{ moy}} \left( \frac{1}{1} \cdot \sin \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3} \cdot \sin \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi}{2} \right) \cdot \frac{4 \cdot 0,3}{\pi}$$

$$M_y = 0,462 U_{\alpha \text{ moy}}$$

\* 1 Trottoir charge :  $M_y = 0,231 \cdot U_{\alpha \text{ moy}}$

### 3-Surcharge A (1) :

Pour avoir l'effet la plus défavorable on charge 1 seule travée (N° 1) :  $l = 23,5 \text{ m}$ .

$$A(1) = 0,23 + \frac{36}{23,5 + 12} = 1,244 \text{ t/m}^2$$

. 1 seule voie chargée :  $A_1(1) = 1,244 \cdot 3,50 = 4,355 \text{ t/ml}$

$$M_y = \sum m y_m U_{\alpha \text{ moy}}$$

$$= 2,85 U_{\alpha \text{ moy}} \left( \frac{1}{1} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi}{2} \right) \frac{4 \cdot 4,355}{\pi}$$

$$\Rightarrow M_y = 13,714 U_{\alpha \text{ moy}}$$

. 2 Voie chargées :  $A_2(1) = 1,244 \cdot 7 = 8,708 \text{ t/ml}$

$$\Rightarrow M_y = 27,386 U_{\alpha \text{ moy}}$$

### 4-Surcharge Mc 120 :

Pour avoir  $M_y$  max. en la centre sur la 7<sup>ème</sup> travée

$$P = 28,965 \text{ m} ; d = l/2 = 14,483 \text{ m} ; c = 6,1 : 2 = 3,05 \text{ m}$$

$$P = 110 / 6,1 = 18,03 \text{ t/ml}$$

$$M_y = \sum_m \frac{4P}{m\pi} b \cdot \mu_{\alpha \text{ moy}} \left( \sin \frac{m\pi}{1} dm \cdot \sin \frac{m\pi c}{1} \cdot \sin \frac{m\pi x}{1} \right)$$

$$M_y = b \cdot \mu_{\alpha \text{ moy}} \cdot \left( \frac{1}{1} \sin^2 \frac{\pi}{2} \sin \frac{3,05 \pi}{28,965} + \frac{1}{3} \sin^2 \frac{3\pi}{2} \sin 3 \pi \cdot \frac{3,05}{28,965} + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \sin^2 \frac{5\pi}{2} \cdot \sin \frac{5\pi \cdot 3,05}{28,965} \right)$$

$$\Rightarrow M_y = 52,558 \delta_{m \text{ c120}} \mu_{\alpha \text{ moy}}$$

$$\delta_{m \text{ c120}} = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 \cdot 7} + \frac{0,6}{1 + \frac{24,294 \cdot 28,965}{110}} = 1,189$$

$$\Rightarrow M_y = 62,5 \mu_{\alpha \text{ moy}}$$

### 5- Surcharge Bc :

Dans ce cas , on a un système de charge concentrée ; pour avoir l'effet max. , on dispose l'essieu arrière du premier camion au droit de la section la plus sollicitée ( section médiane de la travée 7 ) .

On vérifie le théorème de barré :

$$R_g < \frac{a_i}{b_i} (R_d + P_i)$$

$$R_g + P_i \geq \frac{a_i}{b_i} R_d$$

2 . Files de camions :

$$l = 28,965 \text{ m} , d = 1,725 \text{ m}$$

Vérification du théorème du barré :

$$R_g = 24 + 12 = 36 \text{ t} \quad ; \quad R_d = 24 + 24 + 12 = 60 \text{ t}$$

$$a_i = \frac{l}{2} - d = 12,7575 \text{ m} \rightarrow b_i = 16,2075 \text{ m} , P_i = 24 \text{ t}$$

$$(1) \quad 36 < \frac{12,7575}{16,2075} \cdot (60 + 24) = 66,119 \text{ t} \quad \text{Ok}$$

$$(2) \quad 36 + 24 = 60 \geq \frac{12,7575}{16,2075} \cdot 60 = 74,228 \quad \text{Ok}$$

⇒ théorème du barré est vérifiée .

$$d_1 = 6,7575 \text{ m} , d_2 = 8,2575 \text{ m} , d_3 = 12,7575 \text{ m}$$

$$d_4 = 17,2575 \text{ m} , d_5 = 21,7575 \text{ m} , d_6 = 23,2575 \text{ m}$$

**m = 1 :**

$$P_1 = \frac{2}{28,965} \left( 12 \sin \frac{\pi 6,7575}{28,965} + 24 \sin \frac{\pi 8,2575}{29,965} + 24 \sin \frac{12,7575}{28,965} + \right. \\ \left. + 12 \sin \frac{\pi 17,2575}{28,965} + 24 \sin \frac{\pi 21,7575}{28,965} + 24 \sin \frac{23,2575 \pi}{28,965} \right)$$

$$m y_1 = P_1 \cdot b \cdot bc \cdot \delta_{bc} \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow m y_1 = 18,231 \text{ bc } \delta_{bc}$$

$$\mathbf{m = 3 :} \quad m y_3 = P_3 \cdot b \cdot bc \cdot \delta_{bc} \cdot \sin \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow m y_3 = - 6,419 \text{ bc } \delta_{bc}$$

$$\mathbf{m = 5 :} \quad m y_5 = P_5 \cdot b \cdot bc \cdot \delta_{bc} \cdot \sin \frac{5\pi}{2}$$

$$\Rightarrow m y_5 = - 5,627 \text{ bc } \delta_{bc}$$

$$m y_t = m y_1 + m y_3 + m y_5$$



$$my_t = 5,962 \cdot bc \delta_{bc}$$

On a :  $bc = 1,1$  (pont de premier classe)

$$\delta_{bc} = 1 + \frac{0,4}{1+0,27} + \frac{0,6}{1 + \frac{4 \cdot 24,294 \cdot 28,965}{120 \cdot 1,1}} = 1,1935$$

$$\Rightarrow My = 7,827 U_{\alpha \text{ moy}}$$

1- File de camion

$$bc = 1,2 \quad \delta_{bc} = 1,1816$$

$$my_1 (P_1(2 \text{ Files})) = my_1 (P_1(1 \text{ File})) \cdot 2$$

$$\Rightarrow My = 4,228 U_{\alpha \text{ moy}}$$

-Tableau donnant  $U_{\alpha}$  pour  $\theta = 0,117$  et  $\alpha = 0,296$  :

e	- b	- 3b /4	- b /2	- b /4	0	b /4	b /2	3 b/4	b
0	-0,23	-0,12	-0,0023	0,11	0,24	0,11	0	-0,12	-0,23
b /4	-0,2060	-0,13	-0,0443	0,04	0,13	0,22	0,07	-0,08	-0,22
b /2	-0,16	-0,11	-0,06	0	0,05	0,11	0,18	0	-0,18
3 b/4	-0,09	-0,07	-0,04	-0,01	0,01	0,04	0,07	0,1	-0,11
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau donnant les valeurs de  $U_{\text{moy}}$  dans les différents cas de charges Pour  $\theta = 0,117$  et  $\alpha = 0,296$

Y		Y = 0		Y = b/4		Y = b/2		Y = 3b/4		Y = b	
$U_{\text{moy}}$		$U_{\alpha}^+$	$U_{\alpha}^-$	$U_{\alpha}^+$	$U_{\alpha}^-$	$U_{\alpha}^+$	$U_{\alpha}^-$	$U_{\alpha}^+$	$U_{\alpha}^-$	$U_{\alpha}^+$	$U_{\alpha}^-$
<b>cas de charge</b>											
<b>Cp</b>		$8,33 \cdot 10^{-6}$	0	$5,2 \cdot 10^{-3}$	0	0	$-8,33 \cdot 10^{-6}$	$4,16 \cdot 10^{-3}$	0	0	0
<b>Mc120</b>		0	0,07	0,0194	0,061	0,07	0,041	0,055	0,07	0	0
	<b>1V.ch</b>	0	$4,19 \cdot 10^{-2}$	$5,293 \cdot 10^{-2}$	$0,593 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-2}$	$7,5 \cdot 10^{-2}$	$4,18 \cdot 10^{-2}$	$4,99 \cdot 10^{-2}$	0	0
	<b>2V.ch</b>	$9 \cdot 10^{-6}$	0	$6,1 \cdot 10^{-3}$	0	0	$-9 \cdot 10^{-6}$	$4,54 \cdot 10^{-3}$	0	0	0
	<b>1 file</b>	0,113	0,121	0,183	0,176	0,173	0,161	0,11	0,135	0	0
	<b>2 file</b>	0,0831	0	0,045	0,025	0,016	0,018	0,017	0,021	0	0
	<b>1 trottoir</b>	0	0,353	0	0,342	0	0,315	0	0,221	0	0
	<b>2 trottoir</b>	0	0,353	0	0,302	0	0,275	0	0,181	0	0

-On remarque pour les surcharges A (1) et Bc , que les cas les plus défavorable pour :

- A (1) : 1 voie chargée
- BC : 1 file du camion
- ST : 2 trottoirs chargés

\* Tableau donnant  $M_y$  :

	Y = 0		Y = b/4		Y = b/2		Y = 3b/4		Y = b
$M_y$	$M^+y$	$M^-y$	$M^+y$	$M^-y$	$M^+y$	$M^-y$	$M^+y$	$M^-y$	$M_y$
CP	$6,3 \cdot 10^{-4}$	0	0,4	0	0	$-6,3 \cdot 10^{-4}$	0,32	0	0
$M_{C120}$	0	4,38	1,21	3,81	4,38	2,56	3,44	4,38	0
A (1)	0	0,57	0,73	0,54	0,75	1,03	0,57	0,68	0
Bc	0,48	0,52	0,77	0,74	0,73	0,68	0,46	0,57	0
ST	0	0,16	0	0,14	0	0,12	0	0,08	0

\* Tableau donnant  $M_y$  max. pour différents combinaisons :

y	Y = 0		Y = b/4		Y = b/2		Y = 3b/4		Y = b
Combinaison	$M^+y$	$M^-y$	$M^+y$	$M^-y$	$M^+y$	$M^-y$	$M^+y$	$M^-y$	$M_y$
CP + 1,2(AI+ST)	$6,3 \cdot 10^{-4}$	0,89	1,27	0,82	0,91	1,382	1,01	0,92	0
CP + 1,2(BC + ST)	0,57	0,82	1,33	1,06	0,88	0,96	0,87	0,79	0
CP + MC120	$6,3 \cdot 10^{-4}$	4,38	1,61	3,81	4,38	2,56	3,76	4,38	0
M max.	0,57	4,38	1,61	3,81	4,38	2,56	3,76	4,38	0

## Chapitre 13 :

### Moments de torsion du à l'excentrement des charges .

La méthode de G. MOSSONNET , donne l'expression du moment du torsion

$$M_{xy} = \frac{l}{\pi m} Z_{\alpha \text{ moy}} \cdot P_m \cos n \pi x$$

avec :

$l$  : portée de la travée.

$$m = 1, 3, 5$$

$P_m$  : \*  $\frac{P}{m\pi} \sin \frac{m\pi d}{l} \sin \frac{m\pi c}{l}$  cas d'une charge partiellement répartie

\*  $\frac{4P}{m\pi} \cdot \sin^2 \frac{m}{2} \pi$  cas d'une charge uniformément répartie

\*  $\frac{2}{l} \left( P_{m1} \sin^2 \frac{m}{l} d_1 + \dots + P_{mi} \sin^2 \frac{m\pi d_i}{l} \right)$  cas de plusieurs charges  
concentrées

$Z_{\alpha \text{ moy}}$  : coefficient de répartition transversale calculé à partir des tables de  
G.MASSONNET .

Remarque :

$$M_{xy} \text{ est max. pour } \left| \cos \frac{m\pi x}{l} \right| = 1 \Rightarrow \begin{array}{l} x=0 \\ x=l \end{array}$$

\* En prenant  $m = 1 \Rightarrow M_{xy} = \frac{1}{\pi} Z_{\alpha m} P_i$

$$\Rightarrow M_{xy} = m_{xy} Z_{\alpha m}$$

### Calcul de $M_{xy}$ :

#### 1 - Charge permanente :

$$P_i = \frac{4P}{1 \cdot \pi} \cdot \sin^2 \frac{1 \cdot \pi}{2} = \frac{4P}{\pi} = 30,93 \text{ t/ml}$$

$$\Rightarrow M_{xy} = 285,189 Z_{\alpha \text{ moy}}$$

#### 2 - Surcharge de trottoir :

Un seul trottoir chargé  $\rightarrow P = 0,15 \times 1 = 0,15 \text{ t/ml}$

$$P_i = \frac{4P}{\pi} = 0,191 \text{ t/ml}$$

$$\Rightarrow M_{xy} = 1,761 Z_{\alpha \text{ moy}}$$

#### 3 - Surcharge A (1) :

Une seule voie chargée

$$A(1) = 0,23 + \frac{36}{28,965 + 12} = 1,109 \text{ t/m}^2$$

$$\Rightarrow P_i(A1) = \frac{4}{\pi} 1,109 \cdot 3,5 = 4,942 \text{ t/ml}$$

$$\Rightarrow M_{xy} = 45,557 Z_{\alpha \text{ moy}}$$

#### 4 - Surcharge $M_{C120}$ :

$$P_i = \frac{4P}{\pi} \sin \frac{\pi d}{l} \sin \frac{\pi C}{d}, \quad P = 18,03 \text{ t/ml}$$

$$C = \frac{6,10}{2} = 3,05 \text{ m}, \quad d = \frac{1}{2} = 14,482 \text{ m}$$

$$P_1 = 4 \cdot \frac{18,03}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{3,05}{28,965} \pi = 7,456 \text{ t / ml}$$

$$\delta_{M_{Cl20}} = 1,19$$

$$\rightarrow M_{xy} = 81,809 Z_{\alpha \text{ moy}}$$

### 5 - Surcharge BC :

On utilise les mêmes démarches du calcul que pour le moment transversal  $M_y(x, y)$  pour trouver les  $d_i$  :

$$d_1 = 6,757 \text{ m} \quad , \quad d_2 = 11,258 \text{ m} \quad , \quad d_3 = 12,757 \text{ m} \quad , \\ d_4 = 18,982 \text{ m} \quad , \quad d_5 = 23,482 \text{ m} \quad , \quad d_6 = 24,983 \text{ m}$$

Le cas le plus défavorable est pour 1 seule file de camions

$$P_1 = \frac{1}{28,965} (12 \sin \pi \frac{6,757}{28,965} + 24 \sin \frac{\pi}{28,965} \cdot 11,258 + 24 \sin \frac{\pi}{28,965} \cdot 12,757 \\ + 12 \sin \frac{\pi}{28,965} \cdot 18,982 + 24 \sin \frac{\pi}{28,965} \cdot 23,482 + 24 \sin \frac{\pi}{28,965} \cdot 24,983) = 3,046 \text{ t/ml}$$

$$\delta_{bc} = 1,18 \quad bc = 1,2$$

$$\Rightarrow M_{xy} = 39,774 Z_{\alpha \text{ moy}}$$

### Calcul du coefficient de répartition $Z_{\alpha m}$

$Z_{\alpha m}$  est un coefficient donné par les tables de G.MOSSONNET ; il tient compte de la répartition transversale des charges , il s'écrit en fonction de  $\alpha$  et  $\theta$  selon la formule suivante :

$$Z_{\alpha} = Z_1 \sqrt{\alpha}$$

Y	e	- b	- 3b /4	- b /2	- b /4	0	b /4	b /2	3b/4	b
0		-0,1314	-0,09998	-0,068	-0,0349	0	0,0349	0,068	0,09998	0,1314
b /4		-0,1273	-0,09766	-0,0677	-0,0362	-0,0033	0,03178	0,0674	0,1017	0,1355
b /2		-0,1238	-0,09533	-0,0664	-0,0364	-0,0049	0,0286	0,069	0,1024	0,1391
3 b/4		-0,1213	-0,0935	-0,0653	-0,0361	-0,0054	0,0273	0,0626	0,1014	0,1417
b		-0,1204	-0,0928	-0,0648	-0,0359	-0,0055	0,0269	0,062	0,1003	0,1427

\* Calcul de  $Z_{\alpha \text{ moy}}$  pour différents cas de charges :

Le calcul est analogue à celui fait pour  $K_{\alpha \text{ moy}}$  et  $U_{\alpha \text{ moy}}$ , .....

Tableau donnant  $Z_{\alpha \text{ moy}}$  pour différents cas de charge :

charge	y	0	b /4	b /2	3b/4	b
CP		0	$-2 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$0,25 \cdot 10^{-4}$	$0,125 \cdot 10^{-4}$
A (1)		$6,7 \cdot 10^{-2}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$6,71 \cdot 10^{-2}$
$M_{C120}$		0,06	0,06	0,05	0,05	0,05
ST		0,16	0,17	0,17	0,18	0,18
Bc		0,09	0,09	0,09	0,09	0,09

$$M_{xy} = m_{xy} Z_{\alpha \text{ moy}}$$

Valeurs de  $M_{xy}$  pour différents cas de charge :

y	charge	CP	A (1)	$M_{C120}$	Bc	ST
	0	0	3,052	4,49	3,409	0,283
	b / 4	- 0,0057	3,04	4,5	3,671	0,301
	b / 2	0,091	3,04	4,008	3,627	0,305
	3 b / 4	0,0071	3,04	4,5	3,707	0,3187
	b	- 0,0036	3,04	4,52	3,742	0,325

- Différents combinaison :

y	Combinaison	$Cp + 1,2 (A1 + ST)$	$Cp + 1,2 (BC + ST)$	$Cp + M_{C120}$
	0	4,002	4,43	4,49
	b / 4	4,009	4,766	4,443
	b / 2	4,105	4,8094	4,099
	3 b / 4	4,037	4,831	4,507
	b	4,034	4,884	4,516

La combinaison de charge qui donne le  $M_{xy}$  est celle donné par :

$$Cp + 1,2 (BC + ST) \text{ pour } y = \frac{3}{4} b$$

$$M_{xy \max} = 4,884 \text{ t . m}$$



## Chapitre 14 :

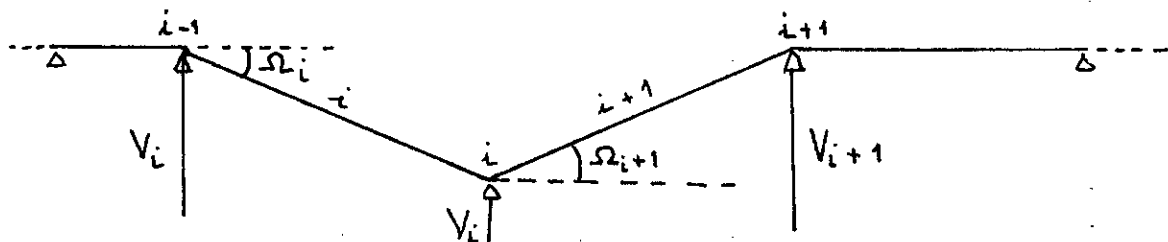
### Moments dus aux dénivellations d'appuis.

Les dénivellations d'appuis sont due au :

- Tassement des fondations des piles.
- Vérinages du tablier (changement des appareils d'appuis)

Ceci va engendrer des moments hyperstatiques supplémentaires .

Pour le calcul des moments hyperstatique aux appuis, le C.P.S recommandé de prendre un tassement unitaire (1 cm). Et pour le calcul aussi , on utilise la méthode de 3 moments , avec une matrice de constante mécanique du longue durée .



rotation de la section (i) associe à la travée (i) est :  $\Omega_i = \frac{V_{i+1} - V_i}{l_i}$

rotation de la section (i) associe à la travée (i+1) est :  $\Omega_{i+1} = \frac{V_{i+1} - V_i}{l_{i+1}}$

1 er cas : L'appuis N° 0 tasse de 1 cm

$$\Omega_2 = \dots = \Omega_9 = 0$$

$$\Omega_1 = \frac{V_1 - V_0}{l_1} = \frac{1-0}{23,5 \cdot 10^2} = 4,25 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 4,25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$M_1 = -54,658 \text{ t.m}$$

$$M_2 = +14,645 \text{ t.m}$$

$$M_3 = -3,9210 \text{ t.m}$$

$$M_4 = +1,0410 \text{ t.m}$$

$$M_5 = -0,28 \text{ t.m}$$

$$M_6 = +0,068 \text{ t.m}$$

$$M_7 = -0,019 \text{ t.m}$$

$$M_8 = +0,005 \text{ t.m}$$

2 eme cas : L'appuis N° 1 tasse de 1 cm

$$\Omega_3 = \Omega_4 = \dots = \Omega_9 = 0$$

$$\Omega_1 = \frac{0-1}{23,5 \cdot 10^2} = -4,25 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega_2 = \frac{V_2 - V_1}{l_2} = \frac{1-0}{24,5} = 4,082 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 8,332 \\ 4,082 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$M_1 = +121,222 \text{ t.m}$$

$$M_2 = -83,852 \text{ t.m}$$

$$M_3 = +22,453 \text{ t.m}$$

$$M_4 = -5,562 \text{ t.m}$$

$$M_5 = +1,601 \text{ t.m}$$

$$M_6 = -0,389 \text{ t.m}$$

$$M_7 = +0,109 \text{ t.m}$$

$$M_8 = -0,030 \text{ t.m}$$

**3 eme cas :** L'appuis N° 2 tasse de 1 cm

$$\Omega_2 = -4,08.10^{-4} \quad , \quad \Omega_3 = 4,08.10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} -4,082 \\ 8,163 \\ -4,082 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -84,393 \text{ t.m} \\ M_2 &= +139,1 \text{ t.m} \\ M_3 &= -88,589 \text{ t.m} \\ M_4 &= +23,521 \text{ t.m} \\ M_5 &= -6,319 \text{ t.m} \\ M_6 &= +1,534 \text{ t.m} \\ M_7 &= -0,429 \text{ t.m} \\ M_8 &= +0,117 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**4 eme cas :** L'appuis N° 3 tasse de 1 cm

$$\Omega_3 = -4,08.10^{-4} \quad , \quad \Omega_4 = 4,08.10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ -4,08 \\ 8,163 \\ -4,08 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= +22,598 \text{ t.m} \\ M_2 &= -88,587 \text{ t.m} \\ M_3 &= +140,016 \text{ t.m} \\ M_4 &= -88,058 \text{ t.m} \\ M_5 &= +23,656 \text{ t.m} \\ M_6 &= -05,741 \text{ t.m} \\ M_7 &= +01,607 \text{ t.m} \\ M_8 &= -00,439 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**5 eme cas :** L'appuis N° 4 tasse de 1 cm

$$\Omega_4 = -4,08.10^{-4} \quad , \quad \Omega_5 = 4.10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4,08 \\ 8,08 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -06,007 \text{ t.m} \\ M_2 &= +23,550 \text{ t.m} \\ M_3 &= -88,193 \text{ t.m} \\ M_4 &= 137,584 \text{ t.m} \\ M_5 &= -86,433 \text{ t.m} \\ M_6 &= +20,979 \text{ t.m} \\ M_7 &= -05,872 \text{ t.m} \\ M_8 &= +01,605 \text{ t.m} \end{aligned}$$

6 eme cas : L'appuis N° 5 tasse de 1 cm

$$\Omega_5 = 4.10^{-4} \quad , \quad \Omega_6 = 4,08.10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4 \\ 8,08 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= +01,576 \text{ t.m} \\ M_2 &= -06,177 \text{ t.m} \\ M_3 &= +23,131 \text{ t.m} \\ M_4 &= -86,348 \text{ t.m} \\ M_5 &= 135,139 \text{ t.m} \\ M_6 &= -78,402 \text{ t.m} \\ M_7 &= +21,945 \text{ t.m} \\ M_8 &= -05,998 \text{ t.m} \end{aligned}$$

7 eme cas : L'appuis N° 6 tasse de 1 cm

$$\Omega_6 = -4,08.10^{-4} \quad , \quad \Omega_7 = 3,45.10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4,08 \\ 7,53 \\ -3,45 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -00,404 \text{ t.m} \\ M_2 &= +01,585 \text{ t.m} \\ M_3 &= -05,934 \text{ t.m} \\ M_4 &= +22,152 \text{ t.m} \\ M_5 &= -81,916 \text{ t.m} \\ M_6 &= 116,737 \text{ t.m} \\ M_7 &= -69,475 \text{ t.m} \\ M_8 &= +18,987 \text{ t.m} \end{aligned}$$

8 eme cas : L'appuis N° 7 tasse de 1 cm

$$\Omega_7 = -3,45.10^{-4} \quad , \quad \Omega_8 = 3,69.10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3,45 \\ 7,14 \\ -3,69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= +00,091 \text{ t.m} \\ M_2 &= -00,359 \text{ t.m} \\ M_3 &= +01,344 \text{ t.m} \\ M_4 &= -05,017 \text{ t.m} \\ M_5 &= +18,550 \text{ t.m} \\ M_6 &= -69,836 \text{ t.m} \\ M_7 &= 106,460 \text{ t.m} \\ M_8 &= -71,292 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**9 eme cas :** L'appuis N° 8 tasse de 1 cm

$$\Omega_8 = -3,69 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_9 = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3,69 \\ 7,69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -00,026 \text{ t.m} \\ M_2 &= +00,101 \text{ t.m} \\ M_3 &= -00,380 \text{ t.m} \\ M_4 &= +01,419 \text{ t.m} \\ M_5 &= -05,248 \text{ t.m} \\ M_6 &= +19,755 \text{ t.m} \\ M_7 &= -67,308 \text{ t.m} \\ M_8 &= 106,330 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**10 eme cas :** L'appuis N° 9 tasse de 1 cm

$$\Omega_9 = -4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= +00,005 \text{ t.m} \\ M_2 &= -00,019 \text{ t.m} \\ M_3 &= +00,072 \text{ t.m} \\ M_4 &= -00,268 \text{ t.m} \\ M_5 &= +00,990 \text{ t.m} \\ M_6 &= -03,729 \text{ t.m} \\ M_7 &= +12,705 \text{ t.m} \\ M_8 &= -49,210 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**11 eme cas :** L'appuis N° 0 et N°2 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_1 = 4,25 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_2 = -4,082 \quad , \quad \Omega_3 = 4,082 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} -8,33 \\ 8,16 \\ -4,08 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -139,014 \text{ t.m} \\ M_2 &= +153,691 \text{ t.m} \\ M_3 &= -092,470 \text{ t.m} \\ M_4 &= +024,550 \text{ t.m} \\ M_5 &= -06,595 \text{ t.m} \\ M_6 &= +01,601 \text{ t.m} \\ M_7 &= -00,448 \text{ t.m} \\ M_8 &= +00,122 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**12 eme cas :** L'appuis N° 1 et N°3 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_1 = -4,25 \quad , \quad \Omega_2 = 4,082 \quad , \quad \Omega_3 = -4,082 \quad , \quad \Omega_4 = 4,082 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} +8,332 \\ -8,16 \\ +8,162 \\ -4,08 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \Rightarrow \begin{aligned} M_1 &= 143,805 \text{ t.m} \\ M_2 &= -172,38 \text{ t.m} \\ M_3 &= 162,44 \text{ t.m} \\ M_4 &= -094,012 \text{ t.m} \\ M_5 &= +025,255 \text{ t.m} \\ M_6 &= -06,130 \text{ t.m} \\ M_7 &= +01,716 \text{ t.m} \\ M_8 &= -00,465 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**13 eme cas :** L'appuis N° 2 et N°4 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_2 = -4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_3 = 4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_4 = -4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_5 = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} -4,08 \\ 8,16 \\ -8,16 \\ 8,08 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \Rightarrow \begin{aligned} M_1 &= -90,363 \text{ t.m} \\ M_2 &= 162,596 \text{ t.m} \\ M_3 &= -172,742 \text{ t.m} \\ M_4 &= 161,094 \text{ t.m} \\ M_5 &= -92,749 \text{ t.m} \\ M_6 &= +22,512 \text{ t.m} \\ M_7 &= -06,301 \text{ t.m} \\ M_8 &= +01,722 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**14 eme cas :** L'appuis N° 3 et N°5 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_3 = -4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_4 = 4,082 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_5 = -4 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_6 = 4,08 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \Rightarrow \begin{aligned} M_1 &= +24,173 \text{ t.m} \\ M_2 &= -94,760 \text{ t.m} \\ M_3 &= 163,135 \text{ t.m} \\ M_4 &= -174,500 \text{ t.m} \\ M_5 &= 159,085 \text{ t.m} \\ M_6 &= -85,127 \text{ t.m} \\ M_7 &= +23,827 \text{ t.m} \\ M_8 &= -06,512 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**15 eme cas :** L'appuis N° 4 et N°6 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_4 = -4,082 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_5 = 4 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_6 = -4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_7 = 3,45 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4,08 \\ 8,08 \\ -8,08 \\ 7,53 \\ -3,45 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -6,412 \text{ t.m} \\ M_2 &= 25,135 \text{ t.m} \\ M_3 &= -94,128 \text{ t.m} \\ M_4 &= 159,737 \text{ t.m} \\ M_5 &= -168,350 \text{ t.m} \\ M_6 &= 137,716 \text{ t.m} \\ M_7 &= -75,347 \text{ t.m} \\ M_8 &= +20,592 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**16 eme cas :** L'appuis N° 5 et N°7 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_5 = -4 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_6 = 4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_7 = -3,45 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_8 = 3,69 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4 \\ 8,08 \\ -7,53 \\ 7,14 \\ -3,69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= +01,668 \text{ t.m} \\ M_2 &= -06,541 \text{ t.m} \\ M_3 &= +24,494 \text{ t.m} \\ M_4 &= -91,435 \text{ t.m} \\ M_5 &= 153,949 \text{ t.m} \\ M_6 &= -145,214 \text{ t.m} \\ M_7 &= 128,683 \text{ t.m} \\ M_8 &= -77,365 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**17 eme cas :** L'appuis N° 6 et N°8 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_6 = -4,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_7 = 3,45 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_8 = -3,69 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_9 = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4,08 \\ 7,53 \\ -7,14 \\ 7,69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_1 &= -00,430 \text{ t.m} \\ M_2 &= +01,686 \text{ t.m} \\ M_3 &= -06,314 \text{ t.m} \\ M_4 &= +23,572 \text{ t.m} \\ M_5 &= -87,165 \text{ t.m} \\ M_6 &= 136,492 \text{ t.m} \\ M_7 &= -136,784 \text{ t.m} \\ M_8 &= 125,319 \text{ t.m} \end{aligned}$$

**18 eme cas :** L'appuis N° 7 et N°9 tassent de 1 cm chacun

$$\Omega_7 = -3,45 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_8 = +3,65 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \Omega_9 = -4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3,45 \\ 7,14 \\ -7,69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} M_1 = +00,096 \text{ t.m} \\ M_2 = -00,378 \text{ t.m} \\ M_3 = +01,416 \text{ t.m} \\ M_4 = -05,285 \text{ t.m} \\ M_5 = +19,542 \text{ t.m} \\ M_6 = -73,565 \text{ t.m} \\ M_7 = 119,170 \text{ t.m} \\ M_8 = -120,505 \text{ t.m} \end{array}$$

**Récapitulaltion des résultats :**



ETUDE DE LA PREONTRAITE : Chap 15

~~Précontraindre~~ Précontraindre une construction c'est la soumettre, avant application des charges à des forces additionnelles déterminant des contraintes telles que leur composition avec celles provenant des charges donne, en tous points, des résultantes inférieures aux contraintes limites que la matière peut supporter indéfiniment sans altération ;

Détermination du tracé de Cable moyen :

$$d' = \frac{1}{2} \phi \text{ gaine} + d(\text{enrobage}) + \phi \text{ passive} :$$

$$d = \max ( 0,5 \phi \text{ gaine}, 4\text{cm} )$$

on choisit 12 T,T soit  $\phi$  gaine = 8,8 cm

$$d \geq 4,4 \text{ cm} \longrightarrow d = 4,5 \text{ cm}$$

$$d' = 4,4 + 4,5 + 2,5 = 11,4 \text{ cm}$$

$$V' = 0,87 \text{ m} \qquad \qquad \qquad e_m = V' - d' = 75,6 \text{ cm}$$

$$V = 0,63 \text{ m} \qquad \qquad \qquad e_b = V - d' = 51,6 \text{ cm}$$

pour par une travée de rive :

$$\text{partie I : } e(x) = e_m \left[ 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 \right]$$

$$\text{partie II : } e(x) = 2 (e_m - e_b) \left( \frac{x}{b} \right)^3 - 3 (e_m - e_b) \left( \frac{x}{b} \right)^2 + e_m$$

pour une travée intermédiaire :

$$\text{I : } e(x) = - 2 (e_m - e_b) \left( \frac{x}{a} \right)^3 - 3 (e_m - e_b) \left( \frac{x}{a} \right)^2 + e_m$$

$$\text{II : } e(x) = 2 (e_m - e_b) \left( \frac{x}{b} \right)^3 - 3 (e_m - e_b) \left( \frac{x}{b} \right)^2 + e_m$$

Travée 1 :

$$l = 23,5 \text{ , } a = 0,4 \text{ , } e = 9,4 \text{ m , } b = 14,1 \text{ m}$$

$$\text{I : } e(x) = 0,756 ( 1 - 0,011 x^2 )$$

$$\text{II : } e(x) = 0,000171 x^3 - 0,00362 x^2 + 0,756$$

*Signature*

Travée 2 :

$$l = 24,5 \text{ m} , a = b = 0,5 \text{ e} = 12,25 \text{ m}$$

$$\text{I} : e(x) = 0,00026 x^3 - 0,0048 x^2 + 0,756$$

$$\text{II} : e(x) = 0,00026 x^3 - 0,0048 x^2 + 0,756$$

Travée 3 :

$$l = 25 \text{ m} , a = b = 12,5 \text{ m}$$

$$\text{I} : e(x) = 0,00024 x^3 - 0,0046 x^2 + 0,756$$

$$\text{II} : e(x) = 0,00024 x^3 - 0,0046 x^2 + 0,756$$

Travée 4 :

$$\text{I} : e(x) = 0,00025 x^3 - 0,0034 x^2 + 0,756$$

$$\text{II} : e(x) = 0,00025 x^3 - 0,0034 x^2 + 0,756$$

Travée 5 :

$$l = 27,044 \text{ m} , a = b = 13,52 \text{ m}$$

$$\text{I} : e(x) = 0,000294 x^3 - 0,00393 x^2 + 0,756$$

$$\text{II} : e(x) = 0,000294 x^3 - 0,00393 x^2 + 0,756$$

Travée 6 :

$$e = 25 \text{ m} , a = b = 14,525 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{I} : e(x) &= 2(0,756 - 0,516) \left( \frac{x}{14,525} \right)^3 - 3(0,756 - 0,516) \left( \frac{x}{14,525} \right)^2 \\ &= -1,56 \cdot 10^{-4} x^3 - 3,54 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756 + 0,756 \end{aligned}$$

$$\text{II} : e(x) = +1,56 \cdot 10^{-4} x^3 - 3,54 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756$$

Travée 7 :

$$l = 28,965 , a = b = 13,35 \text{ m}$$

$$\text{I} : e(x) = 2,01 \cdot 10^{-4} x^3 - 4,027 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756$$

$$\text{II} : e(x) = 2,01 \cdot 10^{-4} x^3 - 4,027 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756$$

Travée 8 :

$$l = 24,5 \text{ , } a = b = 12,25 \text{ m}$$

$$I : e(x) = 0,00026 x^3 - 0,0048 x^2 + 0,756$$

$$II : e(x) = 0,00026 x^3 - 0,0048 x^2 + 0,756$$

Travée 9 :

$$l = 27,04 \text{ , } a = 0,4 \text{ , } e = 10,81 \text{ m} \text{ , } b = 16,22 \text{ m}$$

$$I : e(x) = 0,756 [ 1 - 8,55 \cdot 10^{-3} x^2 ]$$

$$II : e(x) = 1,12 \cdot 10^{-4} x^3 - 2,73 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756$$

**\*\* Détermination du nbr totale de cables du precontrainte :**

\* le calcul sera conduit en classe I  $\longrightarrow$  aucune contrainte de traction n'est admissible  $L_{st} = 0$

- Le nombre total de cable du precontrainte sera estimé a partir de l'appui N° 8

$$M = - 2127,592 \text{ tm}$$

$$M_{demniveletion} = - 120,505 \text{ tm}$$

**\* calcul de l'effet de precontrainte :**

$$[cm] [mp] = [0]$$

[cm] : matrice des constantes mecanique de courte durée :

$$EI = 6305628,111$$

**\* calcul des rotations**

$$w_d = \frac{l_i}{6 EI} L \text{ , } w_g = \frac{L_i}{6 EI} R \text{ par une travée derive}$$

$$L = -(1,5 e_m + B \cdot e_m - B (0,4 e_m - 0,9 e_B) ) V$$

$$R = -(2,5 e_m + B (2 e_m - 3 e_B) + B (0,4 e_m - 0,92 B) ) V$$

V = force de precontrainte total :

par une travée intermediaire :

$$L = -( 2,1 e_m + 0,9 e_B + 1,2 x (e_B - e_m) ) V$$

$$R = -( 0,9 e_m + 2,1 e_B + 1,2 x (e_m - e_B) ) V$$

- Calcul de x et B :

Travée de Rive :  $1 \ x = \frac{a}{b} = 0,4$  ,  $B = \frac{b}{e} = 0,6$

Travée de Rive 9 :  $x = 0,6$  ,  $B = 0,4$

Travée intermediaire :  $x = B = 0,5$

Travée 1 {  $L = 1,645 \text{ V}$   
 $R = - 1,85328 \text{ V}$

Travée 2 {  $L = 1,908 \text{ V}$  = TV3 = TV4 = TV5 = TV6 = TV7 = TV8  
 $R = 1,908 \text{ V}$

Travée 9 {  $L = 1,4623 \text{ V}$   
 $R = - 1,87921 \text{ V}$

- calcul des rotations :

$w_0 \ d = 1,02 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_1 \ g = - 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_1 \ d = 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_3 \ g = - 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_3 \ d = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_5 \ g = - 1,38 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_5 \ d = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_7 \ g = - 1,465 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_7 \ d = 1,34 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_2 \ g = - 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_2 \ d = 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_4 \ g = - 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_4 \ d = 1,38 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_6 \ g = - 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_6 \ d = 1,465 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_8 \ g = - 1,34 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

{  $w_8 \ d = 1,946 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

$w_9 \ g = 0,1612 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

Phase II : 24,294 t/ml

$$M = 0$$

$$M = - 1625,76$$

$$Mt = 1009,179$$

$$M = 291,649$$

Phase III :

$$M = 0$$

$$M = - 1366,2$$

$$M = - 1354,45$$

$$M = - 291,649$$

$$Mt = 1115,66$$

$$Mt = 466,8$$

$$Mt = 1047,6$$

Phase 4 :

$$M = 0$$

$$M = - 1443,89$$

$$M = - 1050,38$$

$$M = - 1428,34$$

$$M = - 303,675$$

$$Mt = 1082,789$$

$$Mt = 590,95$$

$$Mt = 598,64$$

$$Mt = 1027,34$$

- > MP1 = 0,239 V
- MP2 = 0,177 V
- MP3 = 0,228 V
- MP4 = 0,224 V
- MP5 = 0,2026 V
- MP6 = 0,1919 V
- MP7 = 0,178 V
- MP8 = 0,2125 V

M = M8 + M de nivelation + Mp  
 = - 2127,

\* la precontrainte est déterminée par la condition suivante :

$$\frac{P}{B} + \frac{P \cdot E_b \cdot V_s}{I} + \frac{M V_s}{I} \geq 0$$

$$\longrightarrow P \left( \frac{1}{B} + \frac{e B \cdot V_s}{I} \right) \geq - \frac{M V_s}{I}$$

- On estime les pertes total de precontrainte à 25 %

$$P = V - 0,25 V = 0,75 V$$

$$\longrightarrow 0,75V \left( \frac{1}{B} + \frac{e B V_s}{I} \right) \geq - 0,40 (-2248,097 + 0,2125 \cdot 0,75 V)$$

$$\longrightarrow 0,244V \geq - 0,4 (- 2248,097 + 0,2125 \cdot 0,75 V)$$

(I)

on a choisit 12 T 15  $\longrightarrow P_0 = 242 \text{ t}$

$$V = n \cdot P_0$$

(I)  $\longrightarrow n \geq 12,08$  on choisit 12 cable .

## CHAP 16

### \* Determination du nbre de cable en phase de construction :

La technique suivie dans la construction de l'ouvrage consiste a le construire par phases successives.

Pour ce procédé de construction la structure connait plusieurs shémas statiques successifs de plus en plus hyperstatique a chaque phase de construction .

Le tronçon construit pendant la 1<sup>er</sup> phase est constitué par la travée de rive prolongée par une fraction de la 2<sup>eme</sup> travée ,

$\frac{1}{5}$  de portée de la 2<sup>eme</sup> travée ou le moment flechissant est

presque nul où l'on peut epanuir les cables et facilité leur encrage, et leur accouplement d'une travée à l'autre .

Après la precontrainte de ce tronçon du tablier on deplace le coffrage pour la construction de la 2<sup>eme</sup> travée et le debut de la troisieme travée et ainsi de suite .

ce procede de construction dit par phases successives présente plusieurs avantages .

- Permet d'obtenir un ouvrage definitif hyperstatique plus resistant et moins déformable
- facilité de l'execution
- reduction des appuis provisoires au sol qui presentent les defaux d'un encombrement
- economie des depenses de coffrages grâce au tronçonnage de la structure qui permet de veusualiser pour plusieurs fois le même appareillage .

Phase I :  $p = 24,294 \text{ t /me}$

$$M = 0$$

$$M_1 = - 291,649 \text{ t.m}$$

$$M_t = 1609,762 \text{ t.m}$$

Phase 5 :

$$M = 0$$

0

$$M = - 1423,17$$

1

$$M = - 1131,62$$

2

$$M = - 1123,2$$

3

$$M = - 1425,75$$

4

$$M = - 291,649$$

5

$$Mt = 1091,796$$

1

$$Mt = 556,699$$

2

$$Mt = 710,31$$

3

$$Mt = 550,099$$

4

$$Mt = 1090,57$$

5

Phase 6 :

$$M = 0$$

0

$$M = - 1428,68$$

1

$$M = - 1110,01$$

2

$$M = - 1205,02$$

3

$$M = - 1143,66$$

4

$$M = - 1407,34$$

5

$$M = - 407,639$$

6



Mt = 1089,583  
1

Mt = 565,811  
2

Mt = 720,35  
3

Mt = 760,24  
4

Mt = 562,61  
5

Mt = 970,374  
6

Phase 7 :

M = 0  
0

M = - 1426,83  
1

M = - 1117,26  
2

M = - 1177,86  
3

M = - 1245,06  
4

M = - 1032,04  
5

M = - 1820,12  
6

M = - 355,36  
7

Mt = 1090,34  
1

Mt = 562,462  
2

Mt = 689,644  
3

Mt = 622,899  
4

Mt = 764,135  
5

Mt = 419,897  
6

Mt = 1594,97

déterminé à partir de la phase 8

$$M_{p8} = 0,132 \text{ V} \quad (\text{V : effort de précontrainte}) :$$

$$M_r = -1870,69 + 0,132 \text{ V} \quad (\text{moment total})$$

$$\alpha_{m+} = \frac{M_T}{I} = 0,63, \quad I = 1,605 \longrightarrow \frac{\alpha_{m+}}{I} = 0,4$$

$$\longrightarrow M_T \cdot 0,4 = G_{M_T} = (-1870,69 + 0,132 \text{ V}) \cdot 0,4$$

Moment du ou la perte contrainte :

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \frac{V}{B} + V.B. \frac{V}{I} = \frac{V}{0,40} + 0,516 \cdot V \cdot 0,4 \\ &= 0,12 \text{ V} + 0,20 \text{ V} = 0,32 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\frac{0,32 \text{ V}}{0,4} > +1870,69 - 0,132 \text{ V} \longrightarrow 0,93 \text{ V} > 1870,69$$

On estime les pertes en phase de construction à 15 %

$$\longrightarrow P = V - 0,15 V = 0,85 V$$

$$\longrightarrow 0,9310,85 \text{ V} > 1870,69$$

$$\longrightarrow 0,93 \cdot 0,85 \cdot n \cdot 242 > 1870,69$$

$$\longrightarrow n > \frac{1870,69}{191,30} \cdot 9,77 \longrightarrow n = 10 \text{ cable}$$

le nombre des câbles de précontrainte à tirer en phase N°8 de construction sera 10 câbles .

Phase 8 :

$$M = 0$$

$$M = - 1427,42$$

$$M = - 1114,48$$

$$M = - 1186,42$$

$$M = - 1213,08$$

$$M = - 1159,04$$

$$M = - 1375,02$$

$$M = - 1870,96$$

$$M = - 303,675$$

$$Mt = 1090,015$$

$$Mt = 562,698$$

$$Mt = 686,42$$

$$Mt = 634,769$$

$$Mt = 715,848$$

$$Mt = 570,69$$

$$Mt = 975,08$$

$$Mt = 1211,835$$

donc M max := - 1870,96 t.m

donc le nbre de cable a tiré en phase de construction sera

## CHAP 17

### calcul des pertes :

On désigne par pertes les variations entre les contraintes exercées par le vérin lors de la mise en tension des câbles et les contraintes qui se développent aux diverses sections du câble le long de son tracé, des écarts vont généralement dans le sens d'une réduction des forces selon leurs origines et leur durée. Les pertes sont classées en deux familles.

1 : Pertes instantanées : elles se produisent lors de la mise en tension des câbles dans un instant plus ou moins court

On distingue trois types :

- Pertes par frottement
- Pertes par recul d'ancrage
- Pertes par raccourcissement du béton.

2 : Pertes différées : elles se produisent à long terme après la mise en tension des câbles et elles sont dues aux :

- Phénomène de fluage
- Retrait du béton
- Relaxation des aciers

### \*\* Pertes instantanées :

#### \* Pertes par frottement :

elles sont provoquées par le frottement des câbles sur la gaine lors de leur mise en tension.

$$P = P_0 \cdot e^{- (f x + p \lambda)}$$

avec :  $f = 1,6 \cdot 10^{-3}$  coefficient de perte en ligne

$f$  : coefficient de frottement coeprésente

0,15 et 0,24 ( $f = 0,19$ ).

$x$  : distance du point d'application de  $P_0$  où s'exerce  $P$  :

- Les pertes seront calculées dans les deux sections dangereuses en travées, et appui.

phase 5 :

	x (vd)	X (m)	P %
	0,35	23,77	90
	0,32	5,79	93,23

phase 6 :

	x (vd)	X (m)	P %
	0,295	16,55	92
	0,295	5,79	93,67

phase 7 :

	x (vd)	X (m)	P %
	0,4	14,26	90,59
	0,60	5,79	92,7

phase 8 :

	x (vd)	X (m)	P %
	0,390	19,78	89,96
	0,29	5,40	93,82

P : Perte moyenne de la contrainte en fonction de l'abscisse

après frottement :  $\frac{\sigma'(x)}{\sigma_c}$

SECTION	1	2	3	4	5	6
X (vd)	0,289	0,285	0,3	0,295	0,3	0,295
0 g %	88,54	92,60	87,05	88,13	88,11	87,3

SECTION	7	8	9	10	11	12
X (vd)	0,295	0,31	0,35	0,32	0,295	0,4
0 g %	88,9	90	87,3	88,5	89,03	89

SECTION	13	14	15
X (vd)	0,6	0,39	0,29
0 g %	90	87,4	88,3

Perte par racoussissement du beton

dans le cas des éléments posttendu, plusieurs armatures sont tendues successivement le racourssissement instantané du beton s'effectue au frais et à mesure de la mise en tension des différentes armatures .

La mise en tension du i<sup>eme</sup> cable provoque le racourcissement du beton autour des i-1 cable précédemment tendus ce qui diminue en conséquence leur tension .

En cas de n armatures identiques provoquant chacune un raccourcissement unitaire instantané du béton (i/n)

La perte totale est donné par

$$P = \frac{1}{2} (n-1) \frac{\sigma_{bj}}{E_{ij}} ; \text{EQ.A.}$$

$\left(\frac{\sigma_{bj}}{E_{ij}}\right)$ : raccourcissement du béton sous l'action de l'ensemble des surcharges de longue durée

$\sigma_{bj}$ : contrainte probable du béton au niveau de centre de gravité des armatures de précontrainte

$E_{ij}$ : module d'élasticité longitudinale du béton à j jours.

$$\text{soit } p = \frac{1}{2} (n-1) \cdot \frac{\sigma_{bj}}{E_{ij}}$$

$$\text{à j jours : } E_{ij} = 21.000 \sqrt[2]{\sigma_{a j}}$$

$$\sigma_j = 0,685 \log (j + 1) \quad 28$$

$$\text{avec } \sqrt[2]{28} = 350 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^{-2}$$

$$\text{à 7 jours : } \sigma_j = 216,516 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^{-2}$$

$$\longrightarrow E_{ij} = 309004,135 \text{ g Kg} \cdot \text{cm}^{-2}$$

$$\sigma_j = V \left( \frac{1}{b} + \frac{e \sqrt[2]{2}}{I} \right) - \frac{M.V}{I}$$

V : précontrainte

En construction on a :

l'effort normale de précontrainte :  $V = 242 \cdot 10$

$$M_{\text{précontrainte}} = 2420 \cdot 0,1332 = 319,44 \text{ t.m}$$

\* Pertes par recul d'ancrage :

Avant que la tension du verrin soit relachée on vient bloquer les ancrages. En ce moment la force de traction exercée par le verrin est transférée au béton pour le bien de l'ancrage. Cette transformation vue l'enjeu existant entre les dispositifs d'ancrage engendre un léger glissement avant blocage définitif de ce dernier.

Il s'agit de la déformation progressive des pièces d'ancrage entraînant un raccourcissement du câble qui provoque un frottement de celui-ci sur la gaine du nouveau soit une nouvelle chute de tension.

Ces pertes s'affectent qu'une faible partie de la longueur du câble, car la réaction de celui-ci est contrariée par le frottement soit  $x$  la longueur sur laquelle s'effectue le recul d'ancrage sur cette longueur on peut admettre que les diagrammes des tensions avant et après recul sont rectilignes, lignes et symétriques par rapport à la droite d'ordonnée  $(\delta x)$ .

Si  $g$  est l'intensité du recul d'ancrage est la perte de tension, alors on peut écrire

$$g = \frac{1}{Ea} \int_0^x \sigma_{\lambda} dx$$

l'intégrale représente l'aire du triangle hachuré compris entre les diagrammes des tensions avant et après ancrage du câble.

$$\sigma_{0g} = \sigma_0 \cdot e^{-2 \left( f \frac{x}{L} + \psi(x) \right)}$$

avec  $x = \sqrt{\frac{gEa}{P}}$



phase I

$$P \% = \frac{P}{P_0}$$

	x (vd)	X (m)	P %
	0,289	18,77	91,92
	0,285	4,9	94,02

phase II :

	x (vd)	X (m)	P %
	0,30	14,88	92,23
	0,295	4,9	93,81

phase III :

	x vd	X (m)	P %
	0,30	14,8	92,23
	0,295	4,9	93,81

phase 4 :

	x (vd)	X (m)	P %
	0,295	18	91,86
	0,31	5	93,52

le moment dû au poids propre = 1870,96 t.m

$$M = M_{pp} - M_p = 1870,96 - 319,44 = 1551,52 + m$$

$$\sigma_j = 2420 \left( \frac{1}{8,40} + \frac{0,516 \cdot 0,63}{1,605} \right) - 1551,52 \cdot \frac{0,63}{1,605}$$

$$\sigma_j = 169,122 \text{ t.m}^{-2}$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{169,1234}{309004,1359} \cdot 19 \cdot 10^5 = 52 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$\sigma_{\%} = 0,36$$

$$\text{avec : } \frac{\sigma}{2p} = 350 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$a_{7j} : j = 216,516 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$\longrightarrow E_{ij} = 309004,1359 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$\Delta_j = V \left( \frac{1}{b} + \frac{ev}{I} \right) - \frac{MV}{I}$$

$$\text{En construction on a : } V = 242 \cdot 10$$

$$M_{Pre} = 2420 \cdot 0,132 = 319,44$$

le moment dûe au poid propre = 1870,96 t.m

$$M = M_{pp} - M_p = 1870,93 - 319,44 = 1551,52 \text{ t.m}$$

$$\Delta_j = 2420 \left( \frac{1}{8,4} + \frac{0,516 \cdot 0,63}{1,605} \right) - \frac{1551,52 \cdot 0,63}{1,605}$$

$$\Delta_j = 169,122 \text{ t.m}$$

$$\Delta_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{169,22 \cdot 19 \cdot 10^5}{309004,1359} = 52 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$\sigma_{\%} = 0,36$$

$$\text{pour le reste des cables : } V = 2 \cdot 242 = 484t$$

- le moment extérieure pris en compte est celui dû au poids propre et de surcharge

$$M = M - M_p = 2127,592 - 0,21 \cdot 2904 = 2025,952$$

$$= 1517,752$$

$$M_t = 1551,52 - 1517,752 = 33,768$$

$$= 15,5 \text{ Kg cm}^{-2}, \quad = 47,65, \% = 0,33$$

**\*\* perte différée :**

**\* perte due au retrait du beton :**

C'est le raccourcissement du beton non chargé au cours du durcissement et il résulte du retrait une chute de contrainte de

$$v = \epsilon_a \cdot v$$

La deformation relative de retrait qui se produit dans un intervalle de temps  $t = t - t_0$ .

$$(v) (t_0, t) = S_0 (B(t) - B(t_0))$$

avec  $S_0 = S_1 \cdot S_2$  Coeff de base de retrait

$S_1$  : depend du milieu ambiant ( $2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$ )

$S_2$  : depend de l'épaisseur fictive  $h_0$  (0,725)

$B$  : coeff. correspondant au développement du retrait dans le temps dependant de l'épaisseur fictive.

- calcul des pertes :

$$\text{à 7 jours : } v(t_0, t) = 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,725 (0,01 - 0,01) = 0$$

$$\longrightarrow v = 0$$

$$\text{à 28 jours : } v(t_0, t) = 0,25 \cdot 10^{-4}$$

$$v = 0,482 \text{ Kg mm}^{-2}$$

$$\% = \frac{0,482}{144} = 0,33 \%$$

$$\text{à l'infini } v(t_0, t) = 1,69 \cdot 10^{-4} \longrightarrow v = 3,21 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\% = \frac{3,21}{144} = 2,23 \%$$

**\* Perte due au relaxation des aciers :**

si un fil d'acier est tendu à une contrainte relativement élevée contre deux joint fixes (déformation imposée constante) la contrainte tend à diminuer avec le temps : c'est le phénomène de la relaxation de l'acier, il entraîne pour les armatures de précontrainte une chute de tension dont il faut tenir compte .

$$\text{rel} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{2,4 f 1000}{100} \quad \frac{p_c - 0,55 R_g}{0,25 R_g} \quad p_i \\ \frac{2,5 + f 3000}{100} \quad \frac{p_i - 0,55 R_g}{0,25 R_g} \quad p_i \end{array} \right.$$

avec :

$R_g$  : limite à la rupture garantie du câble : 180 Kg . mm<sup>-2</sup>

$p_i$  : contrainte initiale du câble

$$p_i = 60 = 144 \text{ Kg. mm}^{-2}$$

$$f_{3000} = 3,6$$

$$f_{1000} = 3$$

$$r_{e1} = \frac{10,368 \text{ Kg mm}^{-2}}{10,368}$$

$$/6\% = \frac{10,368}{144} = 7,2 \%$$

**\*\* perte due au fluage du beton :** le fluage est un phénomène de déformation différée sous charge fixe indéfiniment appliquée (contrainte permanente) dans les conditions thermohygrométrique

- les déformations due au fluage sont supposées reliées linéairement au fluage

- les déformations de fluage due à des fractions de contraintes appliquées à des constantes différentes sont considérées comme additive à l'instant  $t > t_0$ , les déformations due au fluage

est donné par :

$$\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} = \frac{\Delta \sigma}{E_{c28}} f(t, t_0)$$

où  $\Delta \sigma_0$  : contrainte constante appliqué a l'instant  $t_0$

$E_{c28}$  : Valeur de base du module de deformation longitudinale  
du beton a 28j

$F(t, t_0)$  : coefficient de fluage

la deformation total a l'instant  $t$  sans une contrainte constante

$$\text{est } \begin{matrix} t \\ c \end{matrix} = \begin{matrix} t \\ f \end{matrix} = \frac{\Delta \sigma_0}{E_{c28}} c(t, t_0)$$

$$\text{avec : } c(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\Delta(t, t_0)}{E_{c28}} \longrightarrow \text{fct de fluage}$$

$E_c(t_0)$  : module de deformation longitudinale du beton à  $t_0 = 7$  jours

$$E_c(t_0) = 21000 \sqrt{\Delta(t_0)} \longrightarrow E_c(7j) = 309004 \text{ Kgcn}^{-2}$$

$$E_c(28j) = 392874,03 \text{ Kg cn}$$

calcul du coefficient du fluage du beton

$$\Delta(t, t_0) = d B_d(t, t_0) + P_f [B_f(t) - B_f(t_0)]$$

$d$  : coefficient délasticité différé egola 0,4

$e_f = e_1 \cdot e_2$  : coefficient de plastierte

$e_1$  = depend du milieu ambiant ( $e_1 = 0,20$ )

$e_2$  = depend de l'epuissen fictive de la piece

$$h_0 = x \frac{A_c}{u} : \text{coefficient depend du milieu ambiant}$$

$(x = 1,5)$

$A_c$  : aire de la section du beton

$u$  : périmètre en contact avec l'atmosphère

$$A_c = 8,3 \text{ m}^2 \quad h_0 = 1,4$$

$$u = 1852 \text{ m} \quad e_2 = 1,2$$

$$e_f = 2,4$$

$B_d$  : coefficient correspondant au developpement dans le tps de la  
deformation elastique différé .

$B_f$  : coefficient correspondant au developpement dans le temps de  
la deformation plastique différé dependant de l'epuisseut  
factive  $h_0$  .

a 7jours :  $B_d = 0,38 \longrightarrow B_f = 0,175$

a 28jours :  $B_d = 0,50 \longrightarrow B_f = 0,27$

a  $t = \infty$  :  $B_d = 1,00 \longrightarrow B_f = 1,000$

calcul de Ect :

$$Ect = \delta c_0 \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{e_d B_d(t, t_0) + e_f [B_f(t) - B_f(t_0)]}{E_c 28} \right]$$

$$\text{a 7j : } Ect = 3,62 \cdot 10^{-6} \delta c_0$$

$$\text{a 28j : } Ect = 4,33 \cdot 10^{-6} \delta c_0$$

$$\text{a } x : Ect = 9,29 \cdot 10^{-6} \delta c_0$$

$\delta c_0$  : contrainte due a la precontrainte au niveau du centre de gravité du beton

$$\delta c_0 = \frac{F}{B} = \frac{242 \cdot 12}{8,3} = 349,87 \text{ t/m}^2 = 34,98 \text{ Kg/m}^2$$

calcul des pertes :

$$f = E_a \cdot \epsilon$$

$$\text{a 7j } \epsilon_f = 2,31 \text{ Kg/mm}^2 \longrightarrow \epsilon_f = 1,60 \%$$

$$\text{a 28j } \epsilon_f = 2,76 \longrightarrow \epsilon_f = 1,92 \%$$

$$\text{a } x \quad \epsilon_f = 2,31 \longrightarrow \epsilon_f = 4,12 \%$$

perte differe totales :

$$\epsilon_{dif} = \sum \epsilon$$

$$\text{a 7j : } \epsilon_{dif} = 12,15 \longrightarrow \epsilon_{dif} = 8,43 \%$$

$$\text{a 28j } \epsilon_{dif} = 12,86 \longrightarrow \epsilon_{dif} = 8,93 \%$$

$$\text{a } x \quad \epsilon_{dif} = 17,4 \longrightarrow \epsilon_{dif} = 12,08 \%$$

perte instantané totale

$$\sum \epsilon_{inst} = 8,6 \%$$

## CHAP 18

### verification à la flexion :

on fera la verification par la section d'appui 8 et travé 7

sect un sur appui intermediaire N° 8

moment statique de la section nette :

$$s = A y_g^i - d'B$$

$$y_g^i = \text{CDG de la section brute}$$

A : aire de la section brute

S : aire totale du cable

$$B : \text{section nette } b = A - S$$

$$I_{\text{nette}} = I_g - \frac{(V-d')^2}{2}$$

$$I = I_g + Ad^2$$

$$A = 8,40 \text{ m}^2 \longrightarrow y_{c+} = 0,63$$

$$d' = 0,114 \quad I_{g'} = 1,605 \text{ m}^4$$

$$b = A - S = 8,4 - 0,10 = 8,3 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{S}{B}, \quad V' = h+ - V$$

$$S = Ay'u - sd' = 5,27 \text{ m}^3$$

$$V = \frac{S}{B} = 0,63, \quad V' = 0,866$$

$$I_{\text{nette}} = I_g - S(V-d')^2, \quad d = 0,004$$

$$I_g = 1,605$$

$$I_{\text{nette}} = 1,58 \text{ m}^4$$

$$w_n = 2,49, \quad w'_n = 1,824 \text{ m}^3$$

section entravée 7

$$S = A y_g^i - S(h_t - d')$$

$$A = 8,402$$

$$y_g^i = 0,63$$

$$S = 8,4002 \cdot 0,63 - 0,11(1,5 - 0,224) = 5,14$$

$$I_{\text{nette}} = I_g - S(V' - d')^2, \quad V' = h_+ - V$$

$$V = \frac{S}{B} = 0,62$$

$$V' = 1,5 - 0,62 = 0,88$$

$$I_g = 1,605 + Bd^2$$

$$d = 0,010 \longrightarrow I_g = 1,6058$$

$$I_{\text{nette}} = 1,54 \text{ m}^4$$

$$w_n = 2,48 \text{ m}^3$$

$$w'_n = 1,75 \text{ m}^3$$

Les verifications sont faites en genre (I)

$$\sigma'_{28} = 350 \text{ Kg cm}^{-2}$$

$$\sigma'_{28} = 7 + 0,06 \cdot 28 = 28 \text{ Kg cm}^{-2}$$

Les limites de compression en genre (I) a sont

$$\sigma'_f / f_b \quad f_b = 1,5 \text{ en phase de construction}$$

$$f_b = 1,8 \text{ en phase de service}$$



diff phase	limite de compression	limite de traction
contraction	$6b = 1,5, 6'b = 233$	$6b = 1,3 , 6b = 36,4$
charge permanente	$\angle b = 1,8$	0
action de longue durée + 0,5 surcharge	$\angle b = 1911,114$	0
avec surcharge totale		$\angle b = 0$ $\angle b = 0$

Les verifications dans les differentes sections sont faite en calculant les contraintes de flexion longitudinale car les cables sont disposé longitudinalement : dans l'autre direction la traction sera reprise par l'armature transversale .

- calcul du moment de precontrainte dans une structure hyperstatique

- la mise en tension des cables y engendrent des réactions au niveau des appuis et des moments hyperstatique de precontrainte d'où le moment flechissant exercé par la précontrainte sera :

$$M_p(x) = M_{isost} + M_{hyper}$$

$$M_{isost} = p(x) e_0(x)$$

$$M_{hyper} = M_{i-1} \frac{\sin(\alpha - \alpha_i)}{\sin \alpha} + \frac{M_i \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$M_{i-1}$  -  $M_i$  moment au niveau des appui  $i-1, i$  dans notre cas le moment de precontrainte dans les sections les plus sollicitées

0,5 l et au droit de l'appui 8

$$p = N_{cab} \cdot F_{adm} = 12 \cdot 242 = 2904 \text{ t}$$

dans la travée 7 :

$$M_{p7} = p(x) e_0(x) + M_6 \frac{\sin(\alpha_i - x)}{\sin \alpha_i} + M_7 \frac{\sin x}{\sin \alpha_i}$$

$$x_i = 0,70, x = 0,35$$

$$\text{perte instantanée } \% P = 10,37 \%$$

$$\text{perte différé après } P_{7j} = 8,43 \%$$

$$P_{28j} = 8,93 \%$$

$$P = 12,08 \%$$

$$M_8 = 0,2125 V$$

$$e_0(x) = 0,516$$

\ sollici- perte \ tation		P(t)	M8	M appui
après instant		2592,4	550,885	1888,56
après	7j	2373,86	504,44	1729,35
perte	28j	2360,89	501,689	1719,9
diff	x	2279,238	484,33	1660,41

$$M_{p \text{ travée } 7} = P e_0 x + M_6 \frac{0,53 \sin(\alpha - \alpha_i)}{\sin \alpha} + M_7 \frac{0,53 \sin \alpha_i}{\sin \alpha}$$

$$M_6 = 0,1919 V$$

$$M_t = 0,178 V \quad e_m = - 0,756$$

\ sollici- perte \ tation		P(t)	M7	M6	Mp travée 7
après instant		2592,4	461,44	497,48	- 1475,47
après	7j	2373,86	1122,54	455,54	- 1329,25
perte	28j	2360,89	420,23	453,05	- 1321,99
diff	x	2279,238	405,70	437,38	- 1276,27

appui 8 :

poids propre		M X	M/w	M/w'
		- 1606,79 t.m	- 645,29	- 880,91
PV — B	tinst		312,33	312,33
	t=7j		286	286
	t=28j		284,44	284,44
	t=x		274,60	274,60
MPV — w	tinst		761,51	- 1049,2
	t=7j		697,31	- 960,75
	t=28j		693,50	- 955,5
	t=x		669,52	- 922,45
PV + MPV — + — B W	tinst		1073,84	- 736,87
	t=7j		983,31	- 679,75
	t=28j		977,94	- 671,06
	t=x		944,12	- 647,85
CP + PRECONT- RAINTE	tinst		427,71	144,04
	t=7j		338,02	206,16
	t=28j		332,65	209,85
	t=x		298,83	233,06
SURCHARGE		- 414,53	- 166,47	+ 227,26
CP+Pte+0,55 oncho t = x			215,59	346,69
CP+Pte+0,25 oncho t = x			99,066	505,772

on remarque dans chaque cas, qu'il y'a pas de traction soit pour CP + precont

où phase service : CP + precont + surcharge

on a : pour la compression :

charge permanente + precontrainte :  $b = 194,44 \text{ Kg /cm}^2$

soit  $\sigma_b = 1944 \text{ t/m}^2$

on remarque que  $\sigma_b < \bar{\sigma}_b$

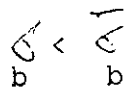
par charge permanente + précontrainte + 0,5 surcharge

$$\bar{\sigma}_b = 1944,4 \text{ t/m}^2$$

$\sigma_b < \bar{\sigma}_b$  ok

charge permanente + précontrainte + 1,2 surcharge  

$$= 1944,4 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}$$



donc pour l'appui 2 les contraintes sont repeté  
 en travée : 7

	M(x)(t.m)	(t/m <sup>2</sup> )	
		M/W	M/W'
piods propre (cp)	1115,126	449,64	- 637,21
PR		312,33	312,33
B		286	286
		284,44	284,44
		274,60	274,60
MPR		- 594,94	843,125
W		- 535,98	759,57
		- 533,06	755,42
		- 514,625	729,29
Pr + MPR		- 282,61	1155,45
B + W		- 249,98	1045,57
		- 248,62	1039,86
			1003,890
CP + PRECONTRAINT		240,025	518,24
		167,03	409,36
		199,66	402,65
		201,02	366,08
SURCHARGE	507,375	204,58	- 289,92
CP+Pte+0,55 oncho t = x		303,31	221,72
CP+Pte+0,25 oncho t = x		446,516	18,776

$\bar{\sigma} = 1944,44 \frac{\text{T}}{\text{M}^2} \rightarrow$  contrainte verfié dans tous les cas  
 b

\* Verificateur vis à vis de la rupture par flexion (moment de repture par les aciers) :

MRA = 0,9 h . S . RG

h : haueur utile = h - d'

s : section des armature de precontrainte

RG : contrainte de repture garantie

\* moment de repture du beton

$$MRB = 0,35 b_0 h^2 n \text{ par une section vectangulaire}$$

b : largeur de la section equivalante

h : hauteur utile

$n$  : resistance nominale du beton à la compression

- le moment due aux surcharge sera majoré de 80 % et le moment total sera :

$$M_t = M_t + 1,8 MQ$$

securité visa a vis des aciers :

$$M_g + 1,8 MQ \leq \begin{cases} 0,9 MRA \text{ si } MF < MRA \\ 0,8 MRA \text{ si } MF \geq MRA \end{cases}$$

avec  $M_f$  moment de fédération :

$$s = 184,80 \text{ m}^2$$

$$h = h - d' = 1,386 \text{ m}$$

$$R_g = 180 \text{ Kg/mm}^2 \quad b_0 = 6,6 \text{ m}$$

$$MRA = 0,9 \cdot 1,386 \cdot 184,8 \cdot 180 = 4193,5 \text{ t.m}$$

$$MRB = 0,35 \cdot 6,6 \cdot 1,386 \cdot 3500 = 15531,25$$

\ sollici- sectio\ tation	MG	1,8 MQ	Mg + 1,8 MQ	0,7 MRB	0,0 MRA
sa appui 8	-1606,79	- 746,154	2352,944	10871,8	33194,8
travée 7	1115,126	913,275	2038,4	10871,8	33194,8

$$M_a + 1,8 MQ < 0,7 MRB$$

$$M_a + 1,8 MQ < 0,8 MRA$$

d'où la securité a la rupture en flexion est assurée

## CHAP 19

### Vérification à l'effort tranchant :

l'effort tranchant total est celui du aux effets des charges suivantes :

- charges permanentes

- surcharge plus defavorable

effet de precontrainte qui tien compte des reaction hyperstatique de precontrainte

Sachant que les effort tranchants sont reduit aux appui extremes en tenant compte de la composante verticale de la precontrainte ce qui n'est pas le cas en appui intermediaire du fait que la force de precontrainte est horizontale on determinera donc les efforts tranchants pour les appuis de rive et en appuis intermediaire on distingue deux cas :

avide

$$\text{- appui de rive } T = T_G + T_P - p \sin x$$

$$\text{appui intermedi } T = T_G - T_P$$

$$\text{en service : appui de rive : } T = T_G + T_Q + T_P - P \sin x$$

$$\text{appui intermediaire } T = T_G + T_Q + T_P$$

$$\text{avec } T_p = \frac{M_{pi} - M_{pi-1}}{l_i} \quad \text{travée droite}$$

$$T_p = \frac{+ M_{pi} - M_{pi-1}}{R \times} \quad \text{travée courbe}$$

Contrainte de cisaillement

T : effort tranchant totale

b0 : largeur equivalente

Z bras de levier ( $Z = \frac{2}{3} h$  pour les dalles )

$$a_{vide} : \quad = \frac{T}{G} + \frac{T}{P}$$

$$a_{service} : \quad = \frac{T}{G} + \frac{T}{P} + T Q$$

on doit verifier

$$avec \quad \sigma_c = \frac{2}{b \cdot a'} ( \sigma_b - \sigma_x ) ( \sigma_b + \sigma_{x'} )$$

$\sigma_b'$  contrainte admissible de compression

$$\sigma_b' : 0,4 \sigma_{28} \quad \sigma_{28} = 147 \text{ Kg .cm}^{-2}$$

appui 0 :

a vide

Mp	0
Tpg	0
Tpd	84,21
R	84,27

service

Mp	
Tpg	0
Tpd	74,04
R	74,04

appui 9

Mp	0
Tpg	- 70,01
Tpd	0
R	70,01

Mp	0
Tpg	- 61,55
Tpd	0
R	61,55

les verification seront faite sur appui 0 et appui 8 .

appui 8

$$\begin{aligned} \text{a vide } T &= T_G + T_P = 345,22 + 72,90 \\ &= 418,12 \end{aligned}$$

$$\text{a service } : T = T_G + T_P + T_q = 496,062$$

$$\text{appui 0 } : \quad = 0,162 \text{ rd}$$

$$\text{a vide } : T_G + T_P - P \sin \alpha = - 122,59 \text{ t}$$

$$\text{a service } T = - 24,84 \text{ t}$$

Table donnat des contraintes de cisaillement :

appui	0	8
T vide	- 122,59	418,12
T service	- 24,84	496,02
vide	- 18,57	63,35
service	- 3,76	75,15

contrainte admissible de cisaillement

appui 0: au niveau de cette section les cables sont disposé tels que leur axe coincident avec l'axe neutre de la section pour eviter toute traction dûe à la precontrainte où le moment du aux charges et nul dans cette sections

$$\sigma_X = \frac{P}{B} = \frac{2279,238}{8,30} = 274,60 \text{ t / m}^2$$

$$\bar{\tau} = \frac{117,6}{1470} (1470 - 274,82)(117,6 + 274,82)$$

$$\bar{\tau} = 193,64 \text{ t/m}^2$$



sur appui 8 : x contrainte au niveau du CDG

$$\delta'_x = 233,06 + \frac{(298,83 - 233,06)}{1,5} \cdot 0,866$$

$$\delta'_x = 271,03$$

$$\tau = 193,07 \text{ t/m}^2$$

en service

$$\delta_x = 99,066 + \frac{(505,772 - 99,066)}{1,5} \cdot 0,866$$

$$\bar{\tau}_x = 333,87 \text{ t/m}^2$$

$$\tau = 202,56 \text{ t/m}^2$$

Tableau recapitulatif

appui		0	8
	vide	- 18,57	3,35
	service	- 3,76	75,15
	vide	193,64	193,07
	service	1113,64	202,56

—> pas besoin d'anature transversalle

## CHAP 19

### \* Ferrailage de la dalle :

La resistance au resultantes des contraintes de traction due aux moments longitadinaux de flexion est assure par les cables de precontrainte mais ce cablage sera complete par un ferrailage passif qui va pallier les effets du retrait

**\*\* Ferrailage longitudinal :**

longitudinalement, la section de la dalle est soumise à une flexion composée (M + N) elle sera calculée par les sollicitations suivantes :

- le moment total résultant au niveau de la fibre moyenne :

$$M = M (G + Q) - M_p$$

- l'effet normal de précontrainte  $N = N_p$

- un moment fictif au niveau du cdg de l'armature dûe

$M_f = M + N \cdot f$  la section sera armée par

$$A = A_1 - \frac{P}{a}$$

A : section d'annature sans effet de met np

A1: section d'annature sans effet de Mj

En travée 7 :  $M_p = - 1276,27$

$$M(G+Q) = 1723,976 \text{ t.m}$$

$$N_p = 2279,23$$

$$f = V' - d = 0,825$$

$$A_1 = \frac{M_f}{6 E h} \quad , \quad h = h_+ - d = 1,455 \text{ m}$$

$$6a = \frac{2}{3} \quad 6c_g = \frac{2}{3} \cdot 4200 = 2800 \text{ Kg / cm}^2 \text{ par } \phi 20$$

$$M_f = 232,007 \text{ t.m}$$

$$U = \frac{15 M_f}{6a \cdot b \cdot h} = \frac{15 \cdot 232,007}{28000 \cdot 6,6 \cdot 1,45} \quad U = 0,089$$

$$\longrightarrow = 0,05627$$

$$d'un : A_1 = \frac{2328,07}{28000 \cdot 0,05 \cdot 1,45} = 674,60$$

$$\frac{N_p}{-6} = 0,14 \text{ cm}^2$$

$$\longrightarrow A = A_1 - \frac{N}{\bar{\delta} a} < 0$$

sur appui 8 :  $M_p = 1660,4168$

$$N_p = 2279,238$$

$$M (G + Q) = - 2127,552 \text{ t.m}$$

$$f = V - d = 0,63 - 0,045 = 0,585$$

$$u = 0,033 = E = 0,316$$

$$\longrightarrow A_1 = 672,82 \text{ cm}^2$$

$$\frac{N_p}{\bar{\delta} a} = \frac{2279,238}{21000} = 814,010 \text{ cm}^2$$

$$\longrightarrow A < 0$$

donc le ferrailage longitudinal n'est pas necessaire .

**\*\* ferrailage transversale**

les moments flechissant qui sollicitent la dalle transver  
sallement sont .

$$M_y \text{ max} = - 4,375 \text{ t.m/ml} \quad M_y \text{ max} = 4,375 \text{ t.m/ml}$$

A ces moments on doit ajouter ceux d'us a l'effet de precontrainte:

$$M_{gp} = 0 \frac{M_p^{(8)}}{17} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_0 = 0,2 \text{ coeff de poisson} \\ 17 = 27,04 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$M_{yp} = 0 \frac{M_p \text{ travée7}}{17} \quad M_p(8) = 1660,4168 \text{ t.m}$$

$$M_{p \text{ travée7}} = - 1475,47 \text{ t.m}$$

$$M_y^{+p} = 12,28 \text{ t.m /ml}$$

$$M_y^{-p} = - 10,91 \text{ tm/ml}$$

$$\text{alors : } m_y^+ t_0 t = 4,375 + 12,28 = 16,65 \text{ t.m/m1}$$

$$m_y^- t_0 t = 10,91 - 4,375 = - 15,28 \text{ t.m/m1}$$

$$\text{nappe inferieur } U = \frac{15Mt}{abh^2} = \frac{15 \cdot 16,65}{28000 \cdot 1,45^2}$$

$$\text{-----} > E = 0,496$$

$$A = \frac{\cdot 16,65}{2800 \cdot 0,496 \cdot 1,45} = 8,26 \text{ cm}^2$$

sort . 3 0 20

**\*\* ferrailage des zones d'encrages :**

$$b = 4 \text{ m} , 2 \text{ nappe} \quad \left[ \begin{array}{l} 6 \text{ cables} \\ 6 \text{ cables} \end{array} \right.$$

$$P_0 / \text{cable} = 242 \text{ t}$$

$$p_0 / \text{cable après perte instantané} = 216,037 \text{ t}$$

$$p_0 / \text{cable après perte totale} = 216,037 \text{ t}$$

$$f_e = 400 \text{ MPA}$$

$$\text{garne} = 88 \text{ mm}$$

zone de regularisation

**frettage de surface :**

$$A_s = 0,04 \frac{F}{\frac{2}{3} \frac{s}{6}} = \frac{0,04 \cdot 2,42 \cdot 10^4}{2/3 \cdot 400} = 3,63 \text{ cm}^2$$

soit 5 HA 10

$$t_{ej} = 0,5(1 - a_j/d_j) F_{j0}/b_{dj}$$

$$b = 4 \text{ m}$$

$$d_j = 0,36 \text{ ou } 0,60$$

$$F_{j0} = 2,42 \text{ MN}$$

$$a_j = 22 \text{ cm}$$

pour  $d_j = 36 \text{ cm} \longrightarrow 6t_{ej} = 0,32 \text{ MPA}$

pour  $d_j = 0,60 \longrightarrow 6t_{ej} = 0,319 \text{ MPA}$

On a  $1,25 f_{tj} = 2,625 \longrightarrow 6t_j < 1,25 f_{tj}$

contrainte de compression du beton

$$\begin{aligned} \sigma_{xj} &= \frac{F_{x0}}{b \cdot 0,6} = \frac{2,42 \cdot 6}{4 \cdot 0,36} = 10,08 \text{ MPA} \\ &= \frac{2,42 \cdot 6}{4 \cdot 0,6} = 6,0480 < \frac{2}{3} f_{cj} = 16,5 \text{ MPA} \end{aligned}$$

**\* Ferraillage d'eclatement**

$$A_g = 0,25 (1 - a_j/d_j) F_{j0}/K_j \cdot \frac{2}{3} f_c$$

$K_j$  coefficient qui tient compte de la position de l'ancrage

$$A_{ej} = 0,25 \left( 1 - \frac{0,22}{2/3 \cdot 400} \right) \cdot \frac{0,42}{2/3 \cdot 400} = 14,36 \text{ cm}^2$$

la section d'acier  $x$  metre en oeuvre par le plan vertical est

$$\begin{aligned} A_e &= \text{Max} \left( 14,36, \frac{0,15 F}{2/3 f_e} \right) \\ &= 14,36 \text{ cm}^2 \quad = 86,16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

a repartir sur une longueur de 0,60 m a partir de la section d'aboût

**\* Verification à l'equilibre general :**

on calcul les contraintes qui existeraient à l'about si les principes de la resistance des materiaux applique .

$$\begin{aligned} &= \frac{F_i}{S} \pm \frac{E F_i \cdot e_g}{I} \\ &= \frac{12 \cdot 2,42}{b/ \cdot 1,5} \pm \frac{2,42(0,77 + 0,13) \cdot 6}{4 \cdot 1,5^2} \\ &= 3,30 \text{ MPA et } 6,29 \text{ MPA} \end{aligned}$$

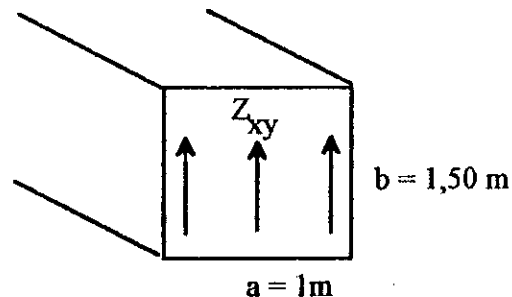
## Verification à la torsion :

A/-Calcul des contraintes de cisaillement :

a-Pour la torsion due à l'ecartement des charges :

La contrainte tangentielle de " cisaillement" pour une section pleine rectangulaire est donnée par la formule :

$$Z_{xy} = K \frac{M_{xy}}{a^2 h}$$



où K : A la constante de torsion uniforme torée à partir du tableau de P.charon ou bien calculée à partir de la formule suivante :

$$K = 4,81 - 1,81 \cdot \frac{b-a}{\sqrt{2a^2 - b^2}}$$

$M_{xy}$  : Moment max du à l'ecartement des charges dans la section (  $a * b$  )

On a :

$$b/a = 1,50 \Rightarrow K = 4,37$$

$$M_{xy} = 4,884 \text{ t.m} \quad \text{d'ou} \quad Z_{xy} = 14,229 \text{ t/m}^2$$

b-Pour la torsion due à la courbure en " plan " :

La contrainte de cisaillement est donnée par :

$$Z_c = K \cdot \frac{C(\alpha)}{a^2 \cdot b}$$

où  $C(\alpha)$  représente le moment de torsion max dû à la courbure

$$\Rightarrow \begin{aligned} C(\alpha) &= 278,672 \text{ t.m} \\ Z_c &= 811,86 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

B- Verification vis à vis des contraintes de cisaillement maximale comme la section est soumise à un moment de torsion dû à l'excentrement des charges où à la courbure elle est soumise aussi à un effort tranchant (section d'appui) dans ce cas, on devra vérifier :

a-Contrainte de cisaillement maximale :

$$Z_{b \max} \leq 3,5 \bar{\sigma}_b$$

avec :  $\bar{\sigma}_b = 117,6 \text{ t/m}^2$

$$\bar{Z}_{b \max} = Z_{\text{ext}} + Z_T + Z_C$$

$$Z_{b \max} = 14,228 + 75,15 + 811,86$$

on a :

$$3,5 \cdot \bar{\sigma}_b = 411,6 \text{ t/m}^2 < 901,239 \text{ t/m}^2$$

La condition n'est pas vérifiée donc il y a lieu de déterminer un ferrailage nécessaire pour cette contrainte de cisaillement

Armature longitudinale de torsion :

On a :  $b/a = 1,5$

Le pourcentage du ferrailage longitudinal sera :

$$W_L = \frac{a+b}{3b} \frac{Z_b}{\sigma_a} \quad \text{avec} \quad Z_b = Z_{b\max} - \bar{Z}$$

$$W_L = 0,010 = 1 \%$$

$$\frac{A_L}{B} = \bar{W}_L$$

où  $A_L$  : section des armatures longitudinales

B : Section du béton de la pièce

$$A_L = \bar{W}_L \cdot B = 0,010 \cdot 1,5 \cdot 1 = 150 \text{ cm}^2$$

(soit : 50  $\phi$  20)

**\* Armature transversale de torsion :**

$$\bar{W}_L = \bar{W}_t \quad \text{avec} \quad \bar{W}_t = \frac{\text{Volume des armatures transversales}}{\text{Volume du béton de la pièce}}$$

Le volume par centimètre :  $\bar{W}_t \cdot a \cdot b \cdot l = 150 \text{ cm}^3$

On optera pour des cadres de  $\phi$  20 un espacement

$$S_t = \frac{V_c}{W_t \cdot a \cdot b \cdot l}$$

$V_c$  : Volume du cadre

$V_c = A_t \cdot \text{Périmètre du cadre}$

$A_t =$  section d'une barre de  $\phi$  20 (3,14  $\text{cm}^2$ )

$$V_c = 3,14 \cdot 2 \cdot (1,40 + 5,20) \cdot 10^2 = 4144,8 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow S_t = 27,63 \text{ cm}$$

On prendra un cadre de  $\phi$  20 tous les 25 cm .



## Ferraillage des encorbellements

Les encorbellements sont sollicités par les charges et surcharges suivantes :

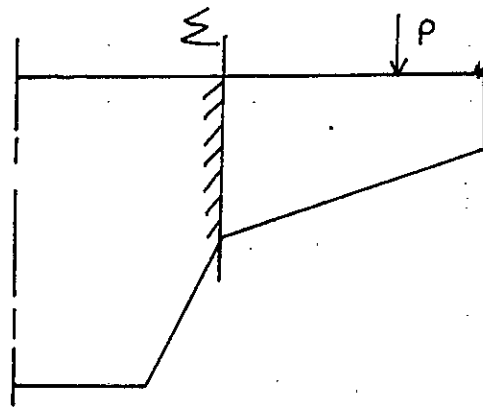
- Poids propre des encorbellements
- Poids propre du trottoir
- Surcharges du trottoir prises égales à  $450 \text{ Kg/m}^2$
- Surcharges  $A(l)$ ,  $B_c$ ,  $M_{c120}$ ,  $B_r$  et roue isolée de  $6t$

Pour le calcul des Moments fléchissants et des efforts tranchants sus aux charges et surcharges, supposons que les encorbellements sont encastrés à la dalle (Intradas).

au niveau de  $\Sigma$

$$M = - P(x) \cdot e$$

$$T = P(x)$$



Dans le cas d'une charge répartie d'intensité ( $P$ ) on procède tout d'abord à son étalement vertical sur le plan moyen de l'encorbellement puis à son étalement horizontal sur une longueur  $L = 2c$  au droit de la section d'encastrement.

Etalement vertical du rectangle d'impact :

Effort tranchant et Moment fléchissant produits par les charges et les surcharges placées sur les encorbellements :

Ligne moyenne de l'encorbellement :

$$X_G = \frac{\sum X_i S_i}{\sum S_i}$$

$$X_G = \frac{(0,35) \cdot 2,25 \cdot \frac{2,25}{2} + 1,9 \cdot 0,15 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,9}{0,35 \cdot 2,25 + 1,9 \cdot 0,15 \cdot 0,5}$$

$$X_G = 1,05 \text{ m}$$

$$Y_G = \frac{(0,35) \cdot 2,25 \cdot \frac{2,25}{2} + 1,9 \cdot 0,15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,4}{0,93}$$

$$Y_G = 0,209 \text{ m}$$

\* Notre structure est symétrique, nous étudierons un encorbellement .

$$P.P = 0,93 \cdot 2,5 = 2,325 \text{ t/ml}$$

1-Le moment et l'effort tranchant dus au P.P .

$$M = - (P.P) \cdot e \quad \text{avec} \quad e = X_G$$

$$T = - P.P$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} M &= - 2,44 \text{ t.m/ml} \\ T &= - 2,325 \text{ t/ml} \end{aligned}$$

2-Poids propre du trottoir :

$$G_{td} = 0,64 \text{ t/ml}$$

$$e = 2,25 - X_{GT}$$

$$X_{GT} = 0,4 \text{ m}$$

$$e = 1,85 \text{ m}$$

$$D'où: M = -1,184 \text{ t.m/ml}$$

$$T = -0,64 \text{ t/ml}$$

\* Poids total ( $C_p = PP + Th$ )

$$M_{cp} = -3,624 \text{ t.m/ml}$$

$$T_{cp} = -2,965 \text{ t/ml}$$

3-Surcharge du trottoir :

$$ST = 150 \text{ kg/m}^2 \quad \Rightarrow \quad P = 0,15 \cdot 1 = 0,15 \text{ t/ml}$$

$$M = -0,15 \cdot 1,75 = -0,2625 \text{ t.m/ml}$$

$$T = -0,15 \text{ t/ml}$$

4-Surcharge A(l) :

$$A(l) = 1,244 \text{ t.m}^2$$

$$e = 0,625 \text{ m}$$

$$M = -1,244 \cdot 1,25 \cdot 0,625 = -0,972 \text{ t.m/ml}$$

$$T = 1,555 \text{ t/ml}$$

N.B : Moment max pour la 1ere travée

5- Surcharge Bc :

La surface d'impact d'une roue arrière est un carrée de 0,25 m de coté .

$$a = a' = 0,25 \text{ m}$$

$$2c = a + a' + 4b_0 + 2x$$

$$\frac{a^2}{2} + x = 1 \quad x = 1 - \left( \frac{a}{2} + h_0 \right)$$

$$h_0 = 0,209 \text{ m}$$

$$x = 0,666 \text{ m}$$

$$a = a' = 0,25 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 2c = 2,668 \text{ m}$$

$$M = - 2,249 \text{ t.m/ml}$$

$$T = - 2,249 \text{ t/ml}$$

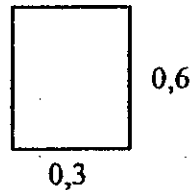
6-Surcharge Br : P = 10t

Placée contre le bord du trottoir

$$e = 1,10 \text{ m}$$

$$x = 0,74 \text{ m}$$

$$2c = 3,216$$



$$M = - 3,42 \text{ t.m/ml}$$

$$T = - 3,109 \text{ t/ml}$$

7-Roue isolée de 6t :

Placée n'importe où sur l'encorbellement , surface d'impact 0,25 x 0,25 sur le trottoir .

$$e = 1,375 \text{ m}$$

$$2c = 3,418 \Rightarrow$$

$$M = - 2,414 \text{ t.m/ml}$$

$$x = 1,041$$

$$T = - 1,755 \text{ t/ml}$$

**Tableau récapitulatif :**

cas de charges	Cp	A(l)	Bc	Br	Roue isolée	S.T
<b>Efforts</b>						
<b>M</b>	3,624	0,972	2,249	3,42	2,414	0,262
<b>T</b>	2,965	1,555	2,249	3,109	1,755	0,15

L'effort max est obtenue par la combinaison Cp + Br

$$M_{\max} = -7,044 \text{ t.m/ml}$$

$$T_{\max} = -6,074 \text{ t/ml}$$

\*Ferrailage :

1-Ferrailage à la flexion :

$$d = \text{hauteur utile} \Rightarrow d = h - 0,04$$

$$d = 0,5,0,04 = 0,46 \text{ m}$$

B.A.E.L :

$$M_U = -1,35 \cdot 3,624 + (-1,5) \cdot 3,420$$

$$M_U = -10,022 \text{ t.m}$$

$$M_{bu} = \frac{M_U}{bd^2 \rho_{bu}}$$

$$\rho_{bu} \frac{0,85}{1,5} \rho_{c28} = \frac{0,85}{1,5} \cdot 30$$

$$\rho_{bu} = 17 \text{ } \mu\text{pa} \quad , \quad b = 1 \text{ m}$$

$$\mu_{bu} = 0,0279 < \mu_{lu} \Rightarrow \text{pas d'acier comprimé}$$

$$\alpha = 1,25 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}} \right)$$

$$\alpha = 0,0175$$

$$A = \frac{M_u}{d(1 - 0,4\alpha)\sigma_{sv}}$$

$$\sigma_{su} = \frac{P_c}{1,15} = 348 \text{ Mpa}$$

$$A = 6,30 \text{ cm}^2 \text{ soit } 2 \text{ } \phi \text{ } 20$$

\* Contrainte de cisaillement  $Z_b$  :

$$Z_{bu} = \frac{V_U}{b \cdot d}$$

$$T_U = 82 \cdot 10^{-3} \text{ MN}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$d = 0,46 \text{ m}$$

$$Z_{bu} = 0,178 \text{ Mpa}$$

$$Z_{bu} = 0,05 \rho_{c28} = 0,05 \cdot 30 = 1,5 \text{ Mpa}$$

$Z_{bu} < 1,5$  donc le ferrailage transversal n'est pas nécessaire .

Nappe supérieure :  $A = 2 \phi 20$

Nappe inférieure :  $25\% A = 1 \phi 20$  .

## Verification de la flèche

La flèche due au différentes charges et surcharges ne doit en aucun cas dépasser la flèche admissible estimée à  $(l/500)$ . Donc il faut s'assurer si après mise en contrainte de la pièce, le contre flèche de cette dernière peut réduire celle due au charges et surcharges de telle façon à ne pas dépasser la flèche admissible.

Pour le calcul des flèches, on prendra  $E$  ;

$E_i$  pour les charges de courte durée

$E_v$  pour les charges de longue durée

### 1 - Flèche due au poids propre :

Le moment Max en travée dû au poids propre est celui de la travée N° 7 et vaut :  $(1098,33 \text{ t} \cdot \text{m})$ .

On a :

$$F_1 = P \cdot R_u \left[ \left( 1 - \cos \alpha - \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \cdot \sin \alpha \right) \cdot (1 + 2K) + \frac{K}{2} \cdot (\alpha_1 \cdot \alpha - \alpha^2) \right. \\ \left. + \frac{1+K}{2} \left( \frac{\alpha_1}{2} \left( 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \right) \cdot \sin \alpha + \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \cdot \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \right) \right]$$

$$\alpha_1 = 0,7 \text{ rd} ; \alpha = 0,35 \text{ rd} ; K = 5,352 \text{ m}^4 ;$$

$$EVI = 2101876,036 \text{ t} \cdot \text{m}^2, R = 41,5 \text{ m} ; P = 24,294 \text{ t / ml} .$$

$$\Rightarrow f_1 = 8,21 \text{ cm}$$

$$f_2 = - \frac{M_{i-1} + M_i}{6 \cdot EI \cdot \alpha_1} (\alpha_1^2 - \alpha^2) \cdot \alpha R^2$$

$$M_7 = -1535 \text{ t.m}$$

$$\Rightarrow f_2 = -6,29 \text{ cm}$$

$$M_6 = -1473,62 \text{ t.m}$$

$$\text{D'ou } F = F_1 + F_2 = 1,92 \text{ cm}$$

**2 - Fleche due a la surcharge  $M_{C120}$  :**

$$P = 110 \text{ t}$$

La surcharge  $M_{C120}$  est prise comme étant une charge concentrée à  $0,5 L_7$

$$\begin{aligned} F_1 = & \frac{PR^3}{EI} \left[ \frac{\sin^2(\alpha_1 - \alpha)}{2 \sin^2 \alpha_1} \left( \alpha_1 - \frac{1}{2} \sin 2 \alpha_1 \right) - \sin \frac{(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha_1} \left[ \cos \alpha (\alpha_1 - \alpha) \right. \right. \\ & + \sin \alpha - \sin \alpha_1 \cos (\alpha_1 - \alpha) \left. \right] + \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha) - \frac{1}{4} \cos 2 \alpha (\sin 2 \alpha_1) \\ & - \frac{1}{2} \sin 2 \alpha \left( \sin^2 \alpha_1 - \sin 2 \alpha \right) + K \left[ \frac{-\sin(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha_1} \cdot \sin \alpha \right. \\ & - \frac{1}{2} \sin (\alpha_1 - \alpha) \left( \frac{\alpha_1}{\sin \alpha_1} + \cos \alpha_1 \right) + (\alpha_1 - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha_1 \\ & \left. \cos (\alpha_1 - \alpha) \right] + \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha) - \frac{\alpha^2}{\alpha_1} + \frac{1}{4} \sin 2 \alpha_1 \cos 2 \alpha + \\ & \left. \frac{1}{2} \sin 2 \alpha \left( \sin^2 \alpha_1 - \frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$P = 110 \text{ t} ; M_7 = -254,668 ; M_6 = -272,57 \text{ t.m} ;$$

$$\Rightarrow F_1 = 1,51 \text{ cm}$$

$$F_2 = \frac{-M_6 + M_7}{6EI\alpha_1} (\alpha_1^2 - \alpha^2) \cdot \alpha R^2$$

$$\Rightarrow F_2 = -0,22 \text{ cm}$$



$$\Rightarrow F_{M_{C120}} = F_1 + F_2 \Rightarrow F_{M_{C120}} = 1,29 \text{ cm}$$

### 3-La contre flèche due à la précontrainte :

La contre flèche de précontrainte est donnée par la formule de " Bresse " .

$$F_P = \frac{1}{2} \int_0^x \frac{M}{EI} x \, dx + \frac{1}{2} \int_x^l \frac{M}{EI} (l - x) \, dx$$

$$\text{Avec : } M = P \cdot e(x) + M_2 \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_3 \left(\frac{x}{l}\right)$$

On a :

$$\text{partie I: } e(x) = -2,01 \cdot 10^{-4} x^3 - 4,027 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756$$

$$\text{partie II: } e(x) = 2,01 \cdot 10^{-4} x^3 - 4,027 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,756$$

$$F_P = \frac{1}{2EI} \int_0^{14,478} \left[ P \left( -2,01 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 4,027 x^2 + 0,576 \right) + M_7 \frac{x}{l} + M_6 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right] dx$$

$$+ \frac{1}{2EI} \int_{14,478}^{28,965} \left[ P \left( -2,01 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 4,027 \cdot x^2 + 0,756 \right) + M_7 \frac{x}{l} + M_6 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right] dx$$

$$\Rightarrow F_P = -3,05$$

$$F_P = -2,910$$

# charge	F à court terme ( cm )	F à longue terme ( cm )
CP	1,92	1,92
$M_{C120}$	1,29	1,29
precontrainte	-3,05	-2,91
	0,16	0,3

$$F_{adm} = \frac{L}{500} = \frac{28,965}{500} = 5,79 \text{ cm}$$

$$F_{max} = 0,3 \text{ cm} < F_{admissible} \quad \text{Verifiée}$$

## Conclusion

En tant que jeunes ingénieurs, on s'est efforcé au maximum d'approcher le projet avec une mentalité de constructeur car pour nous, il ne s'agit pas de trouver la solution d'un exercice mais de réussir d'un ouvrage.

Notre étude s'est limitée à l'étude de la superstructure du pont. Ceci est dû d'une part au temps, d'autre part au manque de documentation.

En outre, du fait du nombre de travées (9), le volume de calcul a été important, surtout lors de la détermination des sollicitations et de la courbe enveloppe.

Nous avons essayé au maximum de donner les détails de calculs sans les reproduire intégralement et ce dans le souci de rendre notre travail clair.

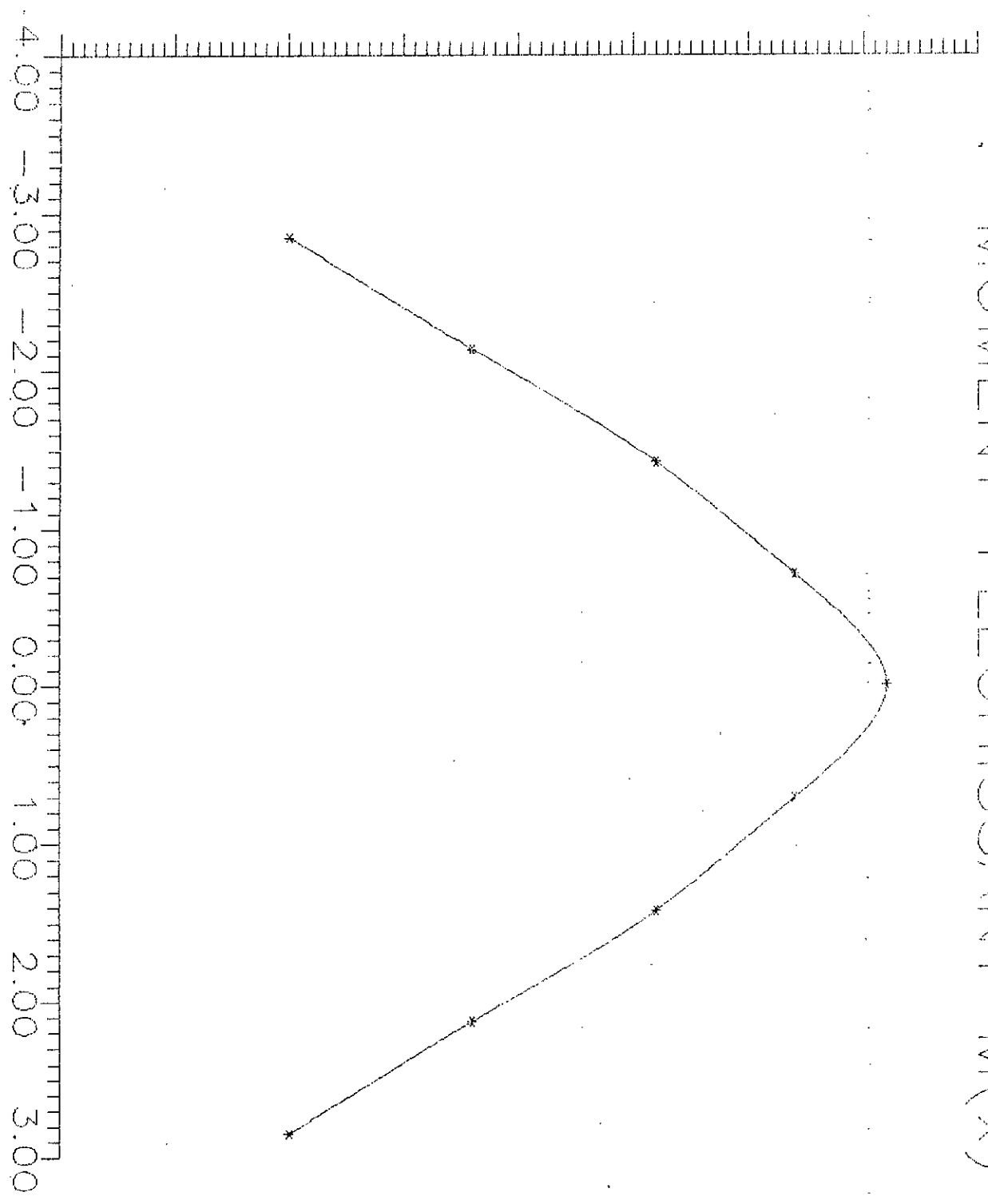
Ajouté à tout cela nos déplacements à la SAETI et à SAPTA.

Enfin, ce PFE nous a permis de concrétiser ce que nous avons appris durant notre cycle de formation et une occasion pour nous de s'intégrer dans le milieu professionnel.

Aux futurs ingénieurs s'intéressant au pont courbe, une étude comparative par SAP 90 serait fort souhaitable.

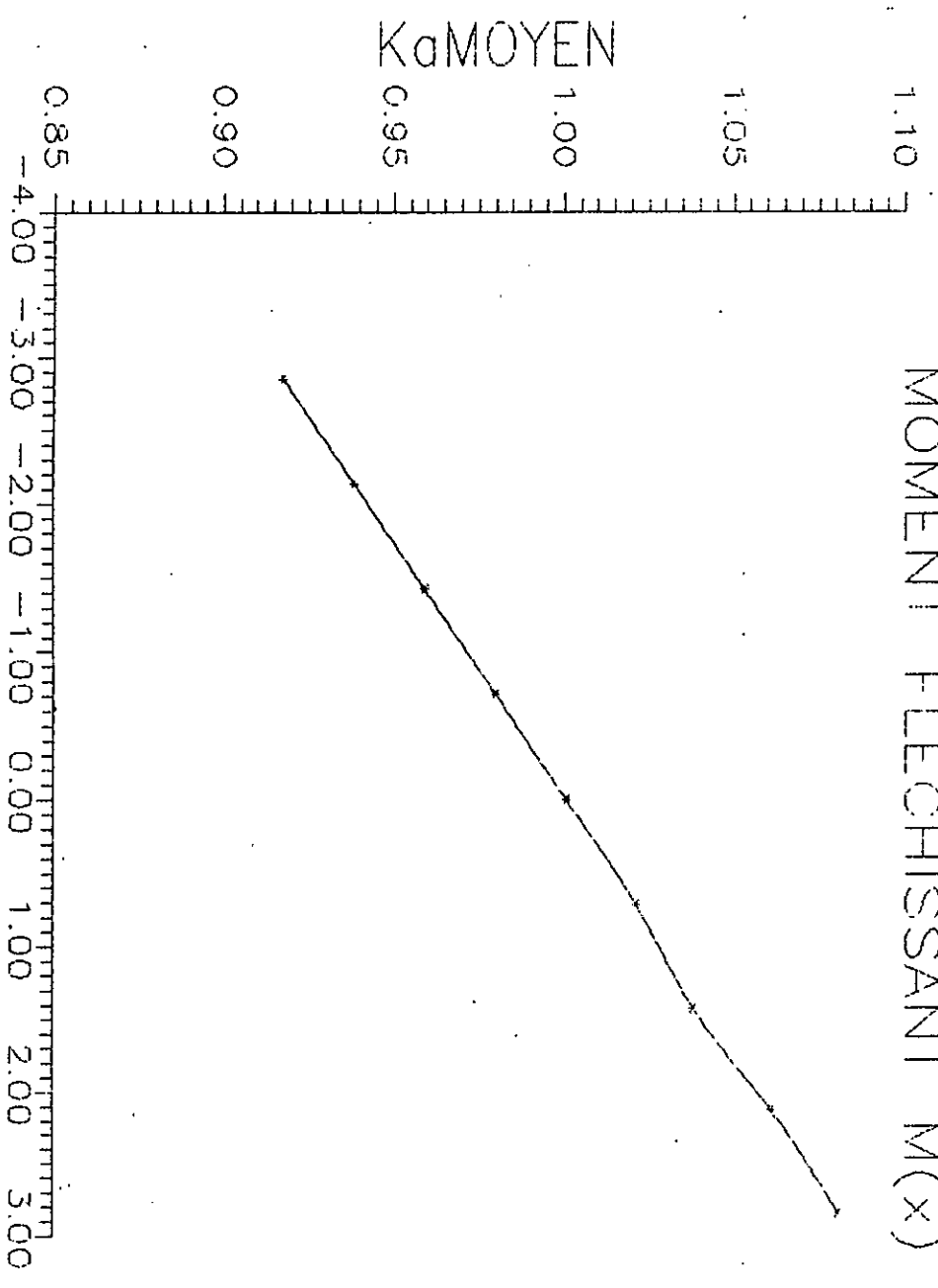
# ANNEXES

# MOMENT FLECHISSANT $M(x)$

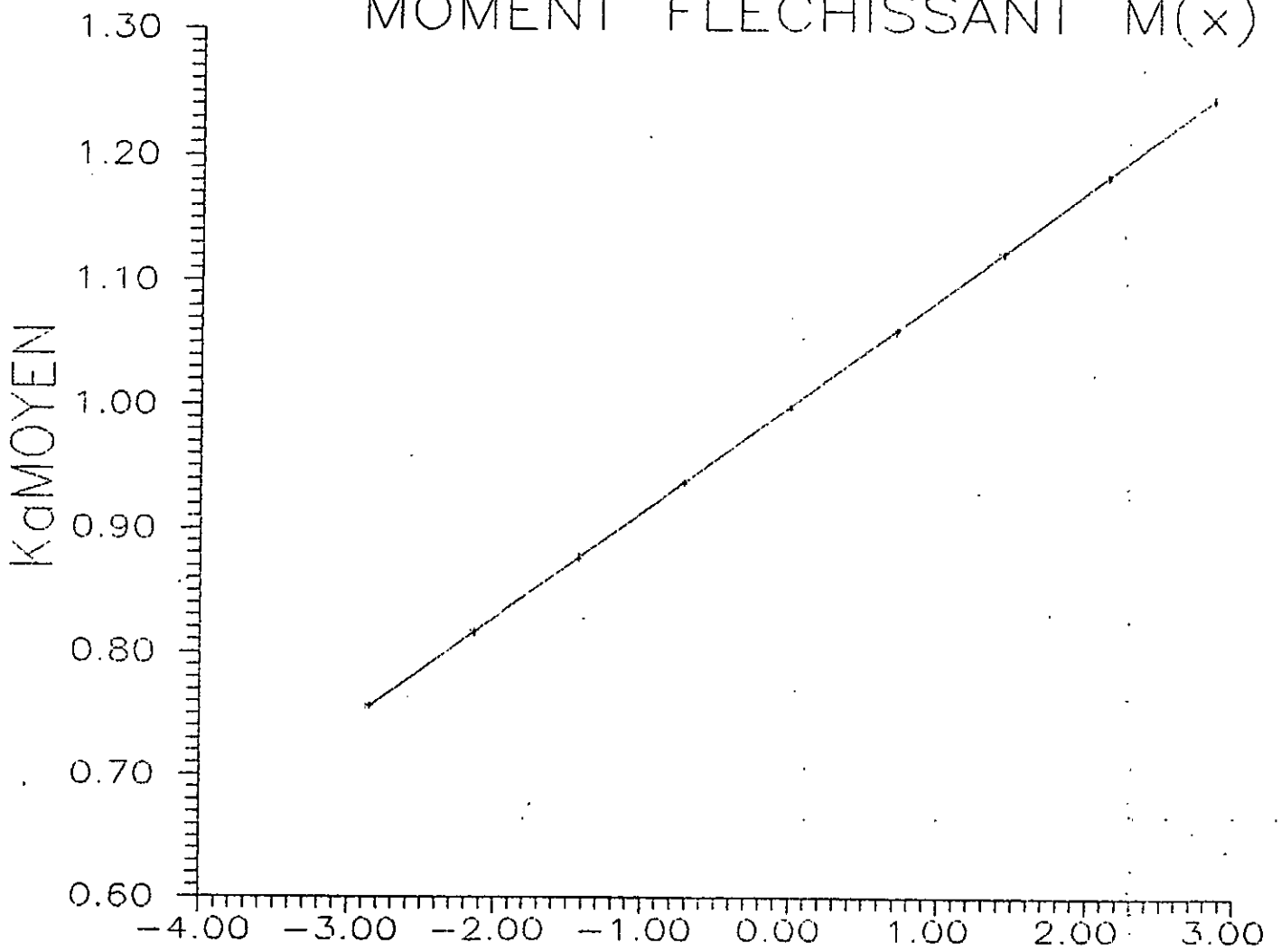


$f$

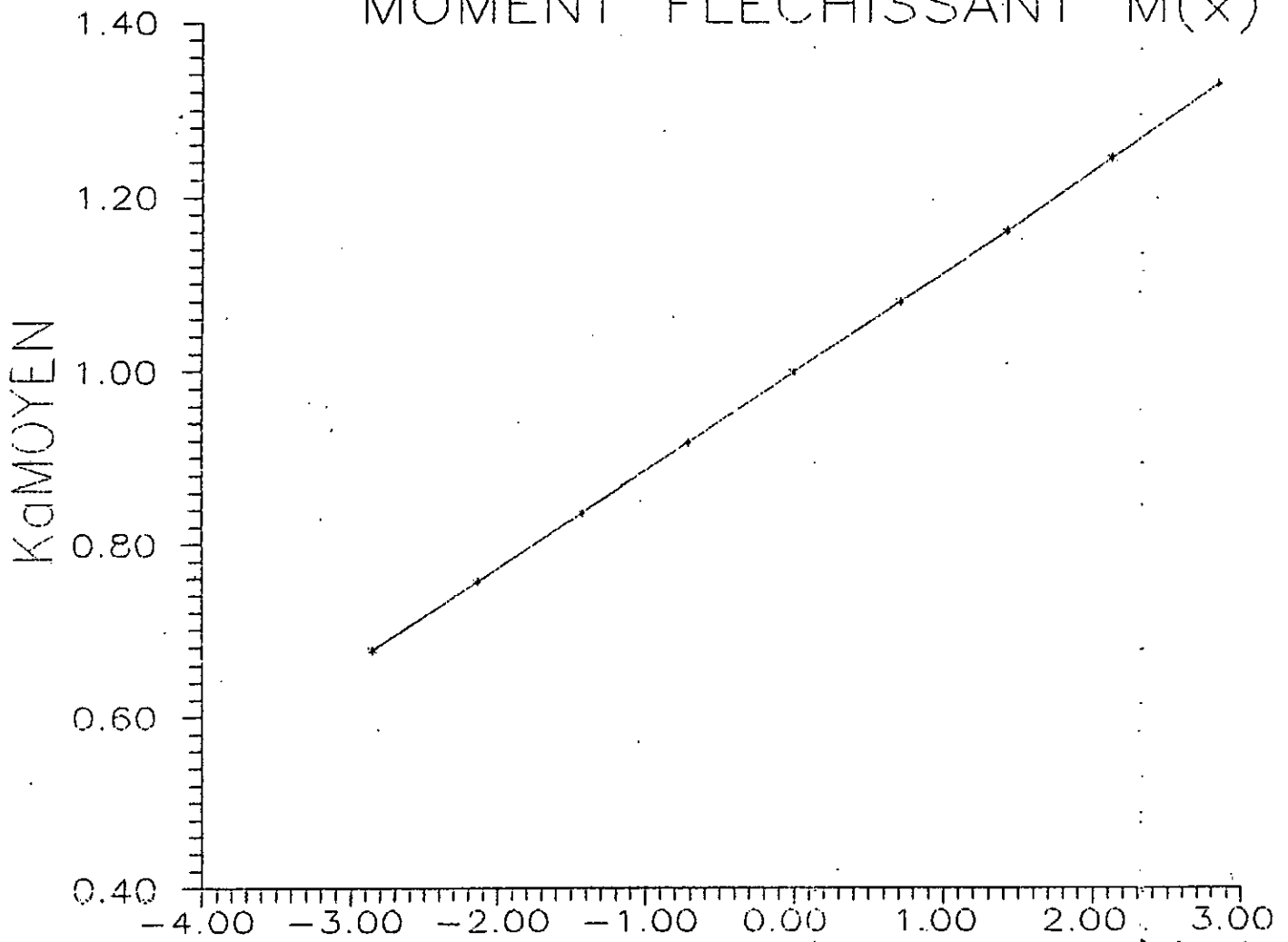
MOMENT FLECHISSANT M(x)



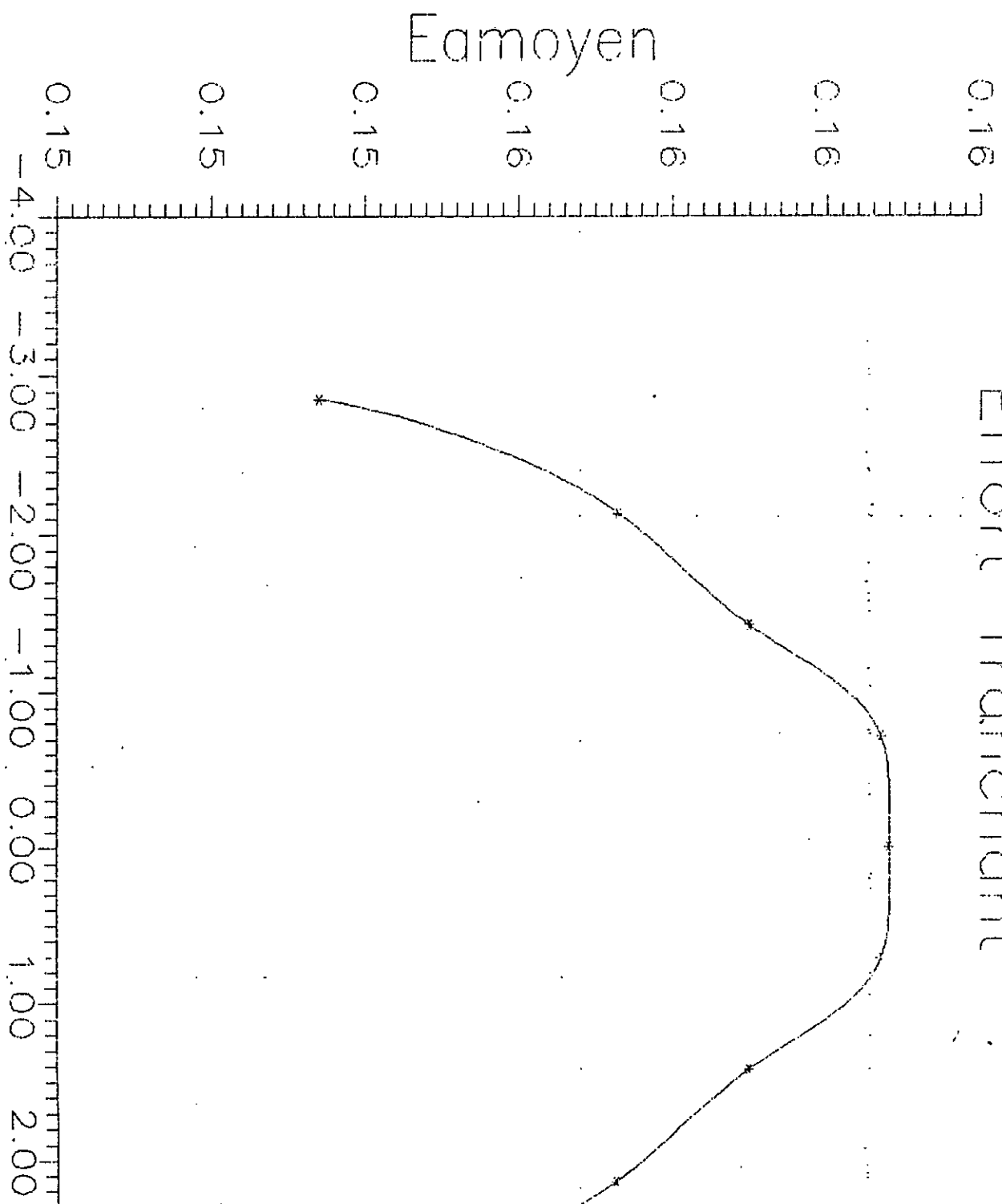
# MOMENT FLECHISSANT $M(x)$



# MOMENT FLECHISSANT $M(x)$

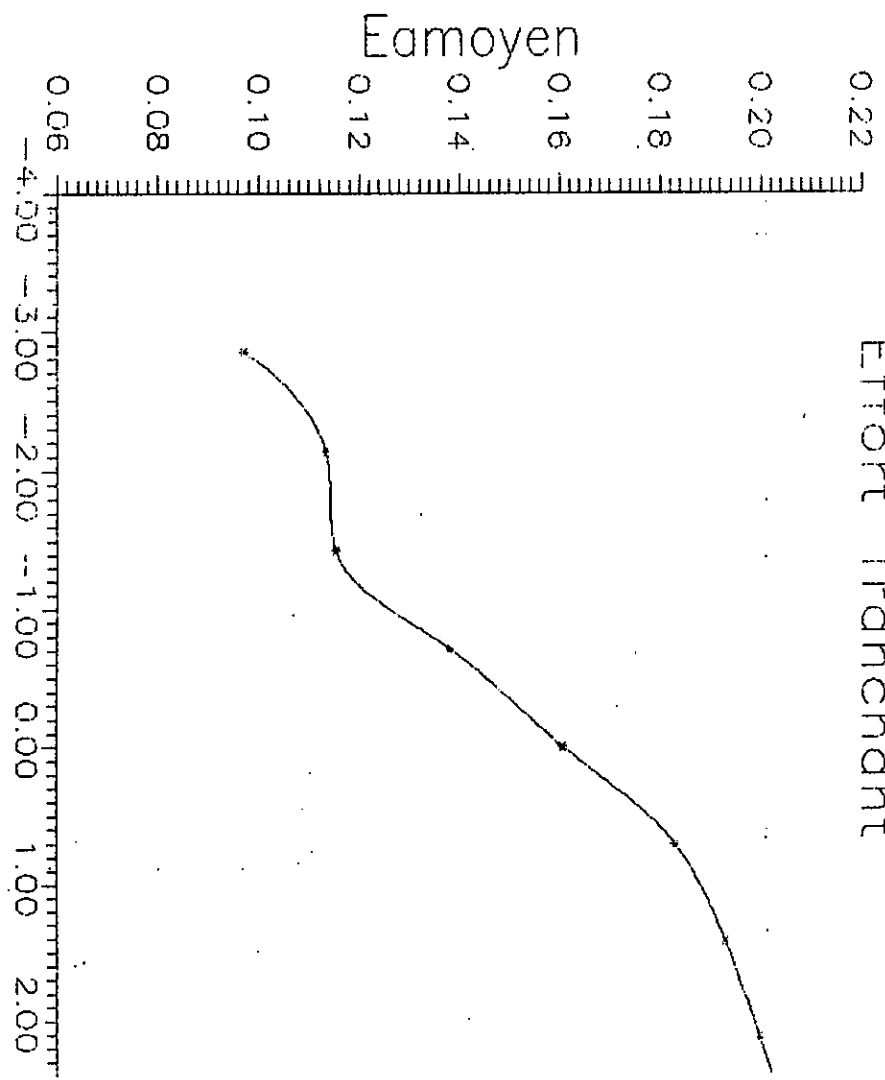


# Effort Tranchant

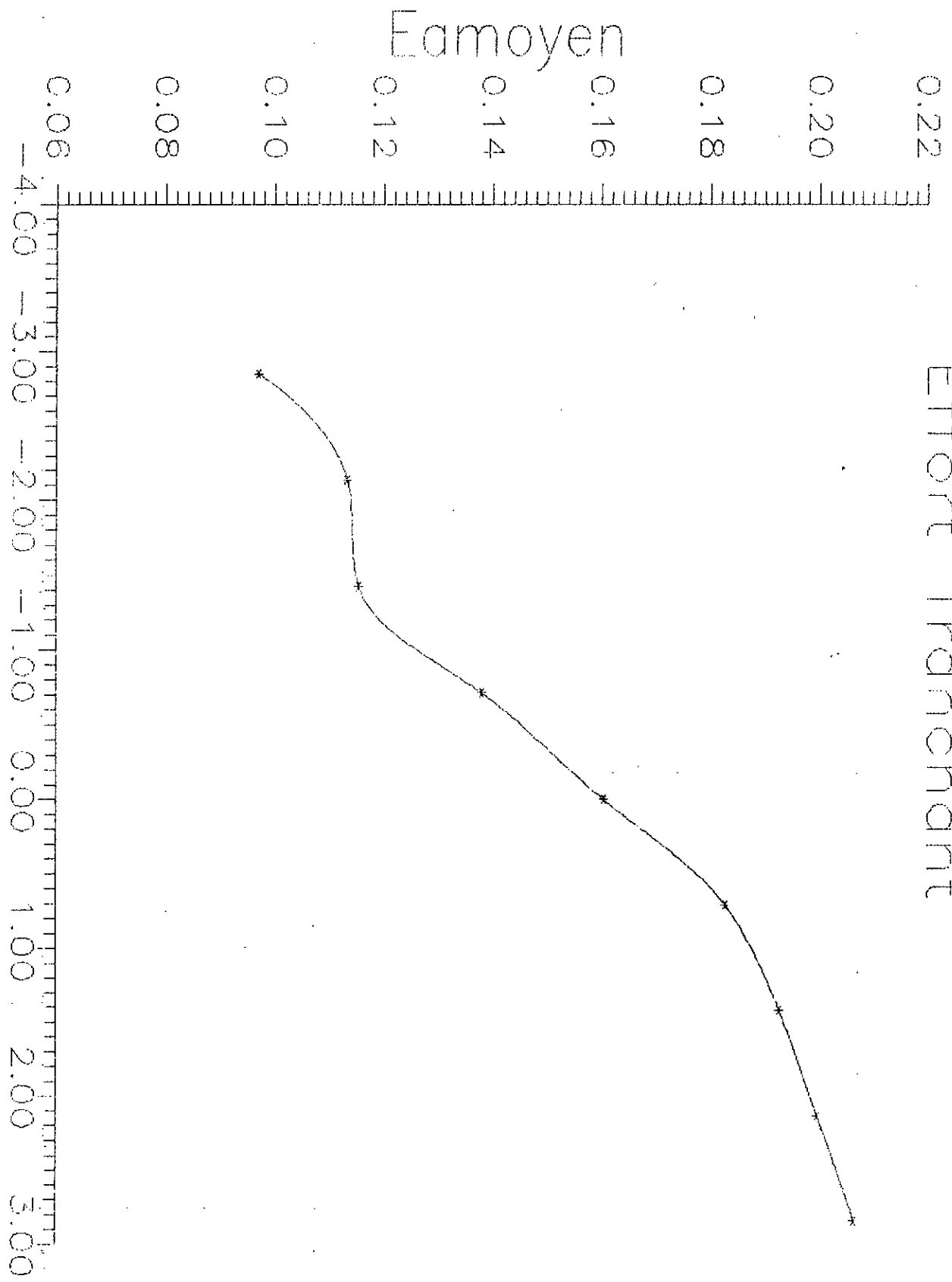




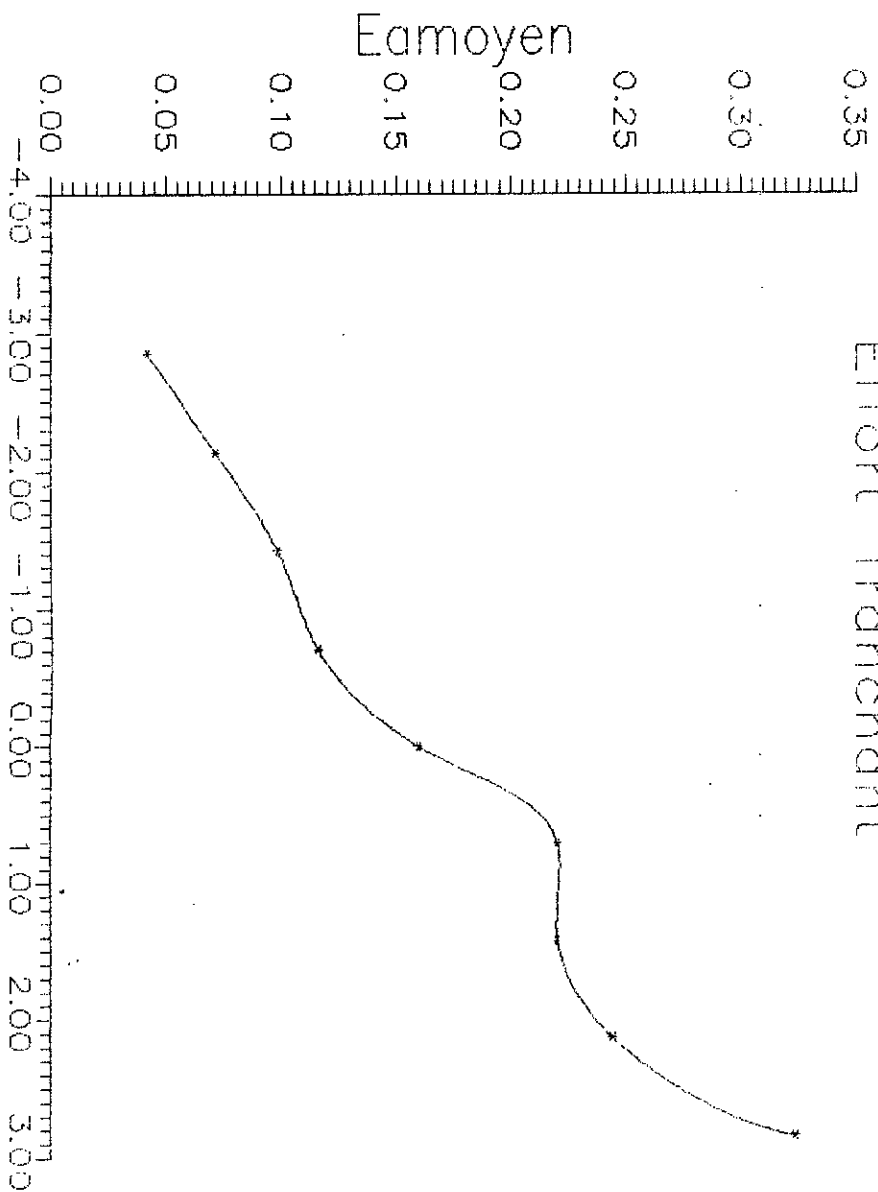
# Effort Tranchant



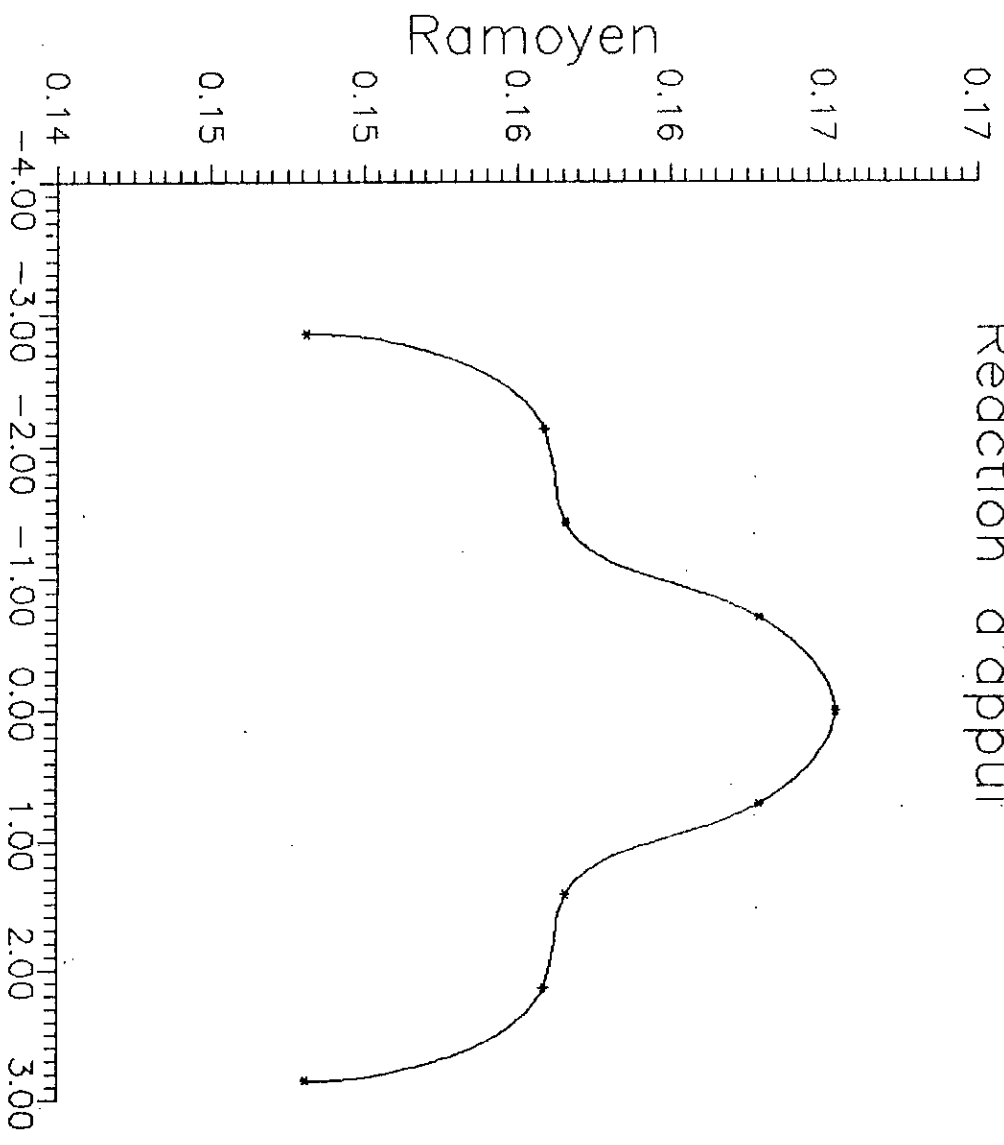
# Effort Tranchant



# Effort Tranchant



# Reaction d'appui



appui 1

alpha	m(appui)	m(travee)
0	-0.000	-0.000
2	-0.534	0.987
4	-1.045	1.982
6	-1.511	2.996
8	-1.910	4.036
10	-2.220	4.712
12	-2.418	3.833
14	-2.481	3.007
16	-2.388	2.245
18	-2.116	1.554
20	-1.642	0.943
22	-0.944	0.422
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	-0.799	-0.320
30	-1.358	-0.543
32	-1.706	-0.682
34	-1.871	-0.748
36	-1.881	-0.753
38	-1.765	-0.706
40	-1.551	-0.620
42	-1.267	-0.507
44	-0.942	-0.377
46	-0.603	-0.241
48	-0.000	-0.000
50	-0.000	-0.000
52	-0.000	-0.000
54	0.214	0.086
56	0.364	0.146
58	0.457	0.183
60	0.501	0.201
62	0.504	0.202
64	0.473	0.189
66	0.416	0.166
68	0.339	0.136
70	0.252	0.101
72	0.000	0.000
74	0.000	0.000
76	0.000	0.000
78	0.000	0.000
80	-0.057	-0.023
82	-0.098	-0.039
84	-0.123	-0.049
86	-0.135	-0.054
88	-0.135	-0.054
90	-0.127	-0.051
92	-0.112	-0.045
94	-0.091	-0.037
96	-0.000	-0.000
98	-0.000	-0.000
100	-0.000	-0.000
102	-0.000	-0.000
104	-0.000	-0.000
106	0.017	0.007
108	0.029	0.012
110	0.037	0.015
112	0.041	0.016
114	0.042	0.017
116	0.041	0.016
118	0.037	0.015
120	0.032	0.013
122	0.000	0.000
124	0.000	0.000
126	0.000	0.000

128	0.000	0.000
130	0.000	0.000
132	0.000	0.000
134	-0.004	-0.002
136	-0.007	-0.003
138	-0.009	-0.004
140	-0.010	-0.004
142	-0.010	-0.004
144	-0.009	-0.004
146	-0.000	-0.000
148	-0.000	-0.000
150	-0.000	-0.000
152	-0.000	-0.000
154	-0.000	-0.000
156	-0.000	-0.000
158	-0.000	-0.000
160	0.001	0.001
162	0.002	0.001
164	0.003	0.001
166	0.003	0.001
168	0.004	0.001
170	0.004	0.001
172	0.004	0.001
174	0.003	0.001
176	0.000	0.000
178	0.000	0.000
180	0.000	0.000
182	0.000	0.000
184	0.000	0.000
186	0.000	0.000
188	0.000	0.000
190	0.000	0.000
192	-0.000	-0.000
194	-0.000	-0.000
196	-0.000	-0.000
198	0.000	0.000
200	0.000	0.000
202	0.000	0.000
204	0.000	0.000
206	0.000	0.000
208	0.000	0.000
210	0.000	0.000
212	0.000	0.000
214	0.000	0.000

appui 2

alpha	m(appui)	m(travee)
0	0.000	0.000
2	0.143	-0.195
4	0.280	-0.382
6	0.405	-0.553
8	0.512	-0.699
10	0.595	-0.813
12	0.648	-0.885
14	0.665	-0.908
16	0.640	-0.874
18	0.567	-0.774
20	0.440	-0.601
22	0.253	-0.346
24	-0.000	-0.000
26	-0.000	1.000
28	-0.307	1.447
30	-0.656	1.993
32	-1.019	2.638
34	-1.364	3.382
36	-1.664	4.227
38	-1.888	3.173

40	-2.007	2.221
42	-1.992	1.370
44	-1.814	0.622
46	-1.442	-0.022
48	0.000	0.000
50	0.000	0.000
52	0.000	0.000
54	-0.839	-0.313
56	-1.427	-0.532
58	-1.793	-0.668
60	-1.966	-0.732
62	-1.977	-0.736
64	-1.855	-0.691
66	-1.630	-0.607
68	-1.331	-0.496
70	-0.989	-0.369
72	-0.000	-0.000
74	-0.000	-0.000
76	-0.000	-0.000
78	-0.000	-0.000
80	0.225	0.084
82	0.383	0.143
84	0.481	0.179
86	0.528	0.197
88	0.531	0.198
90	0.499	0.186
92	0.439	0.163
94	0.359	0.134
96	0.000	0.000
98	0.000	0.000
100	0.000	0.000
102	0.000	0.000
104	0.000	0.000
106	-0.065	-0.024
108	-0.113	-0.042
110	-0.144	-0.054
112	-0.161	-0.060
114	-0.166	-0.062
116	-0.161	-0.060
118	-0.147	-0.055
120	-0.127	-0.047
122	-0.000	-0.000
124	-0.000	-0.000
126	-0.000	-0.000
128	-0.000	-0.000
130	-0.000	-0.000
132	-0.000	-0.000
134	0.016	0.006
136	0.028	0.010
138	0.035	0.013
140	0.038	0.014
142	0.039	0.014
144	0.036	0.014
146	0.000	0.000
148	0.000	0.000
150	0.000	0.000
152	0.000	0.000
154	0.000	0.000
156	0.000	0.000
158	0.000	0.000
160	-0.005	-0.002
162	-0.009	-0.003
164	-0.012	-0.004
166	-0.014	-0.005
168	-0.014	-0.005
170	-0.015	-0.005
172	-0.014	-0.005

174	-0.013	-0.005
176	-0.000	-0.000
178	-0.000	-0.000
180	-0.000	-0.000
182	-0.000	-0.000
184	-0.000	-0.000
186	-0.000	-0.000
188	-0.000	-0.000
190	-0.000	-0.000
192	0.000	0.000
194	0.000	0.000
196	0.000	0.000
198	-0.000	-0.000
200	-0.000	-0.000
202	-0.000	-0.000
204	-0.001	-0.000
206	-0.001	-0.000
208	-0.001	-0.000
210	-0.001	-0.000
212	-0.001	-0.000
214	-0.001	-0.000

appui 3

alpha	m(appui)	m(travee)
0	0.000	0.000
2	0.000	0.071
4	0.000	0.140
6	0.000	0.202
8	0.000	0.256
10	0.000	0.297
12	0.000	0.324
14	0.000	0.332
16	0.000	0.320
18	0.000	0.283
20	0.000	0.220
22	0.000	0.126
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	0.000	-0.153
30	0.000	-0.328
32	0.000	-0.509
34	0.000	-0.682
36	0.000	-0.832
38	0.000	-0.944
40	0.000	-1.004
42	0.000	-0.996
44	0.000	-0.907
46	0.000	-0.721
48	0.000	0.000
50	-0.000	1.000
52	-0.000	2.000
54	-0.296	2.432
56	-0.638	2.968
58	-0.995	3.606
60	-1.339	4.348
62	-1.638	3.192
64	-1.864	2.141
66	-1.986	1.192
68	-1.975	0.347
70	-1.801	-0.395
72	0.000	0.000
74	0.000	0.000
76	0.000	0.000
78	0.000	0.000
80	-0.844	-0.309
82	-1.435	-0.526
84	-1.803	-0.661



86	-1.978	-0.725
88	-1.990	-0.729
90	-1.868	-0.685
92	-1.643	-0.602
94	-1.343	-0.492
96	-0.000	-0.000
98	-0.000	-0.000
100	-0.000	-0.000
102	-0.000	-0.000
104	-0.000	-0.000
106	0.245	0.090
108	0.422	0.155
110	0.539	0.198
112	0.603	0.221
114	0.621	0.228
116	0.601	0.220
118	0.550	0.202
120	0.475	0.174
122	0.000	0.000
124	0.000	0.000
126	0.000	0.000
128	0.000	0.000
130	0.000	0.000
132	0.000	0.000
134	-0.061	-0.022
136	-0.104	-0.038
138	-0.131	-0.048
140	-0.144	-0.053
142	-0.145	-0.053
144	-0.136	-0.050
146	-0.000	-0.000
148	-0.000	-0.000
150	-0.000	-0.000
152	-0.000	-0.000
154	-0.000	-0.000
156	-0.000	-0.000
158	-0.000	-0.000
160	0.019	0.007
162	0.034	0.012
164	0.044	0.016
166	0.051	0.019
168	0.054	0.020
170	0.055	0.020
172	0.053	0.019
174	0.049	0.018
176	0.000	0.000
178	0.000	0.000
180	0.000	0.000
182	0.000	0.000
184	0.000	0.000
186	0.000	0.000
188	0.000	0.000
190	0.000	0.000
192	-0.001	-0.000
194	-0.001	-0.000
196	-0.001	-0.000
198	0.000	0.000
200	0.000	0.000
202	0.000	0.000
204	0.002	0.001
206	0.003	0.001
208	0.004	0.001
210	0.004	0.001
212	0.004	0.001
214	0.004	0.001

alpha	m(appui)	m(travee)
0	0.000	0.000
2	0.000	0.000
4	0.000	0.000
6	0.000	0.000
8	0.000	0.000
10	0.000	0.000
12	0.000	0.000
14	0.000	0.000
16	0.000	0.000
18	0.000	0.000
20	0.000	0.000
22	0.000	0.000
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	0.000	0.000
30	0.000	0.000
32	0.000	0.000
34	0.000	0.000
36	0.000	0.000
38	0.000	0.000
40	0.000	0.000
42	0.000	0.000
44	0.000	0.000
46	0.000	0.000
48	0.000	0.000
50	0.000	0.000
52	0.000	0.000
54	0.000	-0.148
56	0.000	-0.319
58	0.000	-0.498
60	0.000	-0.669
62	0.000	-0.819
64	0.000	-0.932
66	0.000	-0.993
68	0.000	-0.988
70	0.000	-0.900
72	0.000	0.000
74	-0.000	1.000
76	-0.000	2.000
78	-0.000	3.000
80	-0.292	3.432
82	-0.629	3.968
84	-0.981	4.608
86	-1.321	3.351
88	-1.616	2.197
90	-1.840	1.146
92	-1.961	0.198
94	-1.950	-0.647
96	0.000	0.000
98	0.000	0.000
100	0.000	0.000
102	0.000	0.000
104	0.000	0.000
106	-0.914	-0.335
108	-1.576	-0.577
110	-2.012	-0.736
112	-2.251	-0.824
114	-2.319	-0.849
116	-2.243	-0.821
118	-2.052	-0.751
120	-1.772	-0.649
122	-0.000	-0.000
124	-0.000	-0.000
126	-0.000	-0.000
128	-0.000	-0.000
130	-0.000	-0.000

132	-0.000	-0.000	
134	0.227	0.083	
136	0.387	0.142	
138	0.487	0.178	
140	0.536	0.196	
142	0.540	0.198	
144	0.509	0.186	
146	0.000	0.000	
148	0.000	0.000	
150	0.000	0.000	
152	0.000	0.000	
154	0.000	0.000	
156	0.000	0.000	
158	0.000	0.000	
160	-0.071	-0.026	
162	-0.125	-0.046	
164	-0.164	-0.060	
166	-0.189	-0.069	
168	-0.202	-0.074	
170	-0.204	-0.074	
172	-0.196	-0.072	
174	-0.174	-0.181	-0.066
176	-0.000	-0.000	
178	-0.000	-0.000	
180	-0.000	-0.000	
182	-0.000	-0.000	
184	-0.000	-0.000	
186	-0.000	-0.000	
188	-0.000	-0.000	
190	-0.000	-0.000	
192	0.004	0.001	
194	0.004	0.001	
196	0.002	0.001	
198	-0.000	-0.000	
200	-0.000	-0.000	
202	-0.000	-0.000	
204	-0.009	-0.003	
206	-0.012	-0.004	
208	-0.014	-0.005	
210	-0.014	-0.005	
212	-0.014	-0.005	
214	-0.014	-0.005	

appui 5

alpha	m(appui)	m(travee)
0	0.000	0.000
2	0.000	0.000
4	0.000	0.000
6	0.000	0.000
8	0.000	0.000
10	0.000	0.000
12	0.000	0.000
14	0.000	0.000
16	0.000	0.000
18	0.000	0.000
20	0.000	0.000
22	0.000	0.000
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	0.000	0.000
30	0.000	0.000
32	0.000	0.000
34	0.000	0.000
36	0.000	0.000
38	0.000	0.000
40	0.000	0.000
42	0.000	0.000

44	0.000	0.000
46	0.000	0.000
48	0.000	0.000
50	0.000	0.000
52	0.000	0.000
54	0.000	0.000
56	0.000	0.000
58	0.000	0.000
60	0.000	0.000
62	0.000	0.000
64	0.000	0.000
66	0.000	0.000
68	0.000	0.000
70	0.000	0.000
72	0.000	0.000
74	0.000	0.000
76	0.000	0.000
78	0.000	0.000
80	0.000	-0.146
82	0.000	-0.314
84	0.000	-0.491
86	0.000	-0.660
88	0.000	-0.808
90	0.000	-0.920
92	0.000	-0.980
94	0.000	-0.975
96	0.000	0.000
98	-0.000	1.000
100	-0.000	2.000
102	-0.000	3.000
104	-0.000	4.000
106	-0.311	4.387
108	-0.670	4.877
110	-1.050	4.469
112	-1.423	3.163
114	-1.763	1.959
116	-2.042	0.857
118	-2.232	-0.142
120	-2.308	-1.040
122	0.000	0.000
124	0.000	0.000
126	0.000	0.000
128	0.000	0.000
130	0.000	0.000
132	0.000	0.000
134	-0.842	-0.307
136	-1.434	-0.523
138	-1.806	-0.659
140	-1.985	-0.725
142	-2.002	-0.731
144	-1.885	-0.688
146	-0.000	-0.000
148	-0.000	-0.000
150	-0.000	-0.000
152	-0.000	-0.000
154	-0.000	-0.000
156	-0.000	-0.000
158	-0.000	-0.000
160	0.264	0.096
162	0.465	0.170
164	0.608	0.222
166	0.700	0.256
168	0.747	0.273
170	0.754	0.275
172	0.727	0.265
174	0.672	0.245
176	0.000	0.000

178	0.000	0.000
180	0.000	0.000
182	0.000	0.000
184	0.000	0.000
186	0.000	0.000
188	0.000	0.000
190	0.000	0.000
192	-0.014	-0.005
194	-0.014	-0.005
196	-0.008	-0.003
198	0.000	0.000
200	0.000	0.000
202	0.000	0.000
204	0.034	0.012
206	0.044	0.016
208	0.050	0.018
210	0.053	0.019
212	0.053	0.019
214	0.051	0.018

appui 6

alpha	m(appui)	m(travee)
0	0.000	0.000
2	0.000	0.000
4	0.000	0.000
6	0.000	0.000
8	0.000	0.000
10	0.000	0.000
12	0.000	0.000
14	0.000	0.000
16	0.000	0.000
18	0.000	0.000
20	0.000	0.000
22	0.000	0.000
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	0.000	0.000
30	0.000	0.000
32	0.000	0.000
34	0.000	0.000
36	0.000	0.000
38	0.000	0.000
40	0.000	0.000
42	0.000	0.000
44	0.000	0.000
46	0.000	0.000
48	0.000	0.000
50	0.000	0.000
52	0.000	0.000
54	0.000	0.000
56	0.000	0.000
58	0.000	0.000
60	0.000	0.000
62	0.000	0.000
64	0.000	0.000
66	0.000	0.000
68	0.000	0.000
70	0.000	0.000
72	0.000	0.000
74	0.000	0.000
76	0.000	0.000
78	0.000	0.000
80	0.000	0.000
82	0.000	0.000
84	0.000	0.000
86	0.000	0.000
88	0.000	0.000

90	0.000	0.000
92	0.000	0.000
94	0.000	0.000
96	0.000	0.000
98	0.000	0.000
100	0.000	0.000
102	0.000	0.000
104	0.000	0.000
106	0.000	-0.155
108	0.000	-0.335
110	0.000	-0.525
112	0.000	-0.712
114	0.000	-0.881
116	0.000	-1.021
118	0.000	-1.116
120	0.000	-1.154
122	0.000	0.000
124	-0.000	1.000
126	-0.000	2.000
128	-0.000	3.000
130	-0.000	4.000
132	-0.000	5.000
134	-0.274	5.442
136	-0.591	3.988
138	-0.922	2.636
140	-1.239	1.388
142	-1.516	0.241
144	-1.724	-0.805
146	0.000	0.000
148	0.000	0.000
150	0.000	0.000
152	0.000	0.000
154	0.000	0.000
156	0.000	0.000
158	0.000	0.000
160	-0.992	-0.364
162	-1.747	-0.641
164	-2.286	-0.839
166	-2.633	-0.966
168	-2.808	-1.030
170	-2.834	-1.040
172	-2.733	-1.003
174	-2.527	-0.927
176	-0.000	-0.000
178	-0.000	-0.000
180	-0.000	-0.000
182	-0.000	-0.000
184	-0.000	-0.000
186	-0.000	-0.000
188	-0.000	-0.000
190	-0.000	-0.000
192	0.051	0.019
194	0.053	0.019
196	0.028	0.010
198	-0.000	-0.000
200	-0.000	-0.000
202	-0.000	-0.000
204	-0.126	-0.046
206	-0.165	-0.060
208	-0.189	-0.069
210	-0.201	-0.074
212	-0.201	-0.074
214	-0.190	-0.070

appui 7  
.....  
alpha            m(appui)            m(travee)  
0    0.000            0.000

2	0.000	0.000
4	0.000	0.000
6	0.000	0.000
8	0.000	0.000
10	0.000	0.000
12	0.000	0.000
14	0.000	0.000
16	0.000	0.000
18	0.000	0.000
20	0.000	0.000
22	0.000	0.000
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	0.000	0.000
30	0.000	0.000
32	0.000	0.000
34	0.000	0.000
36	0.000	0.000
38	0.000	0.000
40	0.000	0.000
42	0.000	0.000
44	0.000	0.000
46	0.000	0.000
48	0.000	0.000
50	0.000	0.000
52	0.000	0.000
54	0.000	0.000
56	0.000	0.000
58	0.000	0.000
60	0.000	0.000
62	0.000	0.000
64	0.000	0.000
66	0.000	0.000
68	0.000	0.000
70	0.000	0.000
72	0.000	0.000
74	0.000	0.000
76	0.000	0.000
78	0.000	0.000
80	0.000	0.000
82	0.000	0.000
84	0.000	0.000
86	0.000	0.000
88	0.000	0.000
90	0.000	0.000
92	0.000	0.000
94	0.000	0.000
96	0.000	0.000
98	0.000	0.000
100	0.000	0.000
102	0.000	0.000
104	0.000	0.000
106	0.000	0.000
108	0.000	0.000
110	0.000	0.000
112	0.000	0.000
114	0.000	0.000
116	0.000	0.000
118	0.000	0.000
120	0.000	0.000
122	0.000	0.000
124	0.000	0.000
126	0.000	0.000
128	0.000	0.000
130	0.000	0.000
132	0.000	0.000
134	0.000	-0.137
136	0.000	-0.295

138	0.000	-0.461	
140	0.000	-0.620	
142	0.000	-0.758	
144	0.000	-0.862	
146	0.000	0.000	
148	-0.000	1.000	
150	-0.000	2.000	
152	-0.000	3.000	
154	-0.000	4.000	
156	-0.000	5.000	
158	-0.000	6.000	
160	-0.296	6.356	
162	-0.642	5.806	
164	-1.017	4.348	
166	-1.399	2.984	
168	-1.768	1.712	
170	-2.102	0.532	
172	-2.379	-0.556	
174	-2.578	-1.552	
176	0.000	0.000	
178	0.000	0.000	
180	0.000	0.000	
182	0.000	0.000	
184	0.000	0.000	
186	186	0.000	0.000
188	0.000	0.000	
190	0.000	0.000	
192	-0.177	-0.063	
194	-0.184	-0.066	
196	-0.099	-0.035	
198	0.000	0.000	
200	0.000	0.000	
202	0.000	0.000	
204	0.438	0.156	
206	0.572	0.204	
208	0.656	0.234	
210	0.696	0.248	
212	0.696	0.248	
214	0.661	0.235	

appui 8

alpha	m(appui)	m(travee)
0	0.000	0.000
2	0.000	0.000
4	0.000	0.000
6	0.000	0.000
8	0.000	0.000
10	0.000	0.000
12	0.000	0.000
14	0.000	0.000
16	0.000	0.000
18	0.000	0.000
20	0.000	0.000
22	0.000	0.000
24	0.000	0.000
26	0.000	0.000
28	0.000	0.000
30	0.000	0.000
32	0.000	0.000
34	0.000	0.000
36	0.000	0.000
38	0.000	0.000
40	0.000	0.000
42	0.000	0.000
44	0.000	0.000
46	0.000	0.000
48	0.000	0.000



50	0.000	0.000
52	0.000	0.000
54	0.000	0.000
56	0.000	0.000
58	0.000	0.000
60	0.000	0.000
62	0.000	0.000
64	0.000	0.000
66	0.000	0.000
68	0.000	0.000
70	0.000	0.000
72	0.000	0.000
74	0.000	0.000
76	0.000	0.000
78	0.000	0.000
80	0.000	0.000
82	0.000	0.000
84	0.000	0.000
86	0.000	0.000
88	0.000	0.000
90	0.000	0.000
92	0.000	0.000
94	0.000	0.000
96	0.000	0.000
98	0.000	0.000
100	0.000	0.000
102	0.000	0.000
104	0.000	0.000
106	0.000	0.000
108	0.000	0.000
110	0.000	0.000
112	0.000	0.000
114	0.000	0.000
116	0.000	0.000
118	0.000	0.000
120	0.000	0.000
122	0.000	0.000
124	0.000	0.000
126	0.000	0.000
128	0.000	0.000
130	0.000	0.000
132	0.000	0.000
134	0.000	0.000
136	0.000	0.000
138	0.000	0.000
140	0.000	0.000
142	0.000	0.000
144	0.000	0.000
146	0.000	0.000
148	0.000	0.000
150	0.000	0.000
152	0.000	0.000
154	0.000	0.000
156	0.000	0.000
158	0.000	0.000
160	0.000	-0.148
162	0.000	-0.321
164	0.000	-0.508
166	0.000	-0.700
168	0.000	-0.884
170	0.000	-1.051
172	0.000	-1.189
174	0.000	-1.289
176	0.000	0.000
178	-0.000	1.000
180	-0.000	2.000
182	-0.000	1.000

184	-0.000	-0.000
186	-0.000	-1.000
188	-0.000	-2.000
190	-0.000	-3.000
192	-0.098	-4.138
194	-0.183	-5.184
196	-0.176	-6.138
198	-0.000	-7.000
200	-0.000	-8.000
202	-0.000	-0.000
204	-1.677	-0.620
206	-2.191	-0.810
208	-2.515	-0.929
210	-2.668	-0.986
212	-2.668	-0.986
214	-2.534	-0.936

## Bibliographie

- RDM Tome I et II

COURBON

-Calcul pratique du béton armé règles B.A.E.L 83

DREUX

-Le béton précontraint aux états limites

HENRY THONIER

-Cours de béton armé et précontraint

MR BOUTMER

-Calcul des grillages des poutres et dalles orthotrope

BARES